

دراسة إنتقال الحرارة بالحمل الحراري الطبيعي داخل نموذج سكني على شكل متوازي

سطوموجه جنوبا وخاضع لدرجة حرارة ثابتة

نوال بومعيزة¹، صالح لعور^{2*}

^{1,2}كلية العلوم، قسم علوم المادة، جامعة 20 أوت 1955 سكيكدة، الجزائر.

البريد الإلكتروني: boumaiza_nawel@yahoo.fr

تلخيص: نحن بصدد دراسة نقل الحرارة عن طريق الحمل الحراري الطبيعي لمائع ذي خاصية $Pr = 0,71$ (هواء) داخل نموذج سكني على شكل متوازي السطوح ذو مقطع مربع أين نسنخّن التصف العلووي للوجه الجنوبي للنموذج ونبرّد نصف جداره السفلي الأيمن مع عزل بقية الجدران ولقد أختيرت هذه الوضعية لمحاكاة وجود نافذة عند الجدار الجنوبي حيث يتعرض للإشعاع الشمسي الدائم والأعظمي خلال السنة. الهدف من هذا العمل هو البحث عن الراحة الحرارية في المنزل عن طريق تحديد معالم مميزة لتسخين الهواء المتحرك عن طريق الحمل الحراري الطبيعي.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري الطبيعي، الراحة الحرارية، تجويف متوازية السطوح، الفروق المنتهية.

		مجموعة المصطلحات:	
		الزمن اللابعدي	
a	انتشارية الحرارة $(\frac{\lambda}{\rho_0 c p})$ ، $m^2 \cdot s^{-1}$	t	
Cp	السعة الحرارية الكتالية عند ضغط ثابت، $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	T	درجة الحرارة اللابعديّة $(\frac{T^* - T_f}{T_c - T_f})$
g	تسارع الجاذبية، $m \cdot s^{-2}$	T_0	درجة الحرارة المتوسطة $(\frac{T_c + T_f}{2})$
L_g	عرض التجويف وفق المحور Ox ، m	β	معامل حجم التمدد الحراري، K^{-1}
L_h	ارتفاع التجويف وفق المحور Oy ، m	δ	معامل الشكل.
\bar{u}	المقدار المتوسط لعدد نوسلت عبر التجويف.	λ	الموصلية الحرارية، $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
P	الضغط، Pa	ν	اللزوجة الحركية، $m^2 \cdot s^{-1}$
Pr	عدد برنتل $(\frac{\nu}{a})$	ω	الإعصار اللابعدي، $(\frac{\omega^* L_h^2}{a})$
μ	دالة التيار.	c	دلائل وأس: ساخن.
λa	عدد رايلي $(\frac{g \beta (T - T_f) L_h}{\nu a})$	f	بارد.
u	السرعة اللابعديّة وفق المحور Ox $(\frac{u^* L_h}{a})$	cel	مركز التّجويف.
v	السرعة اللابعديّة وفق المحور Oy $(\frac{v^* L_h}{a})$	*	مقدار بعدي

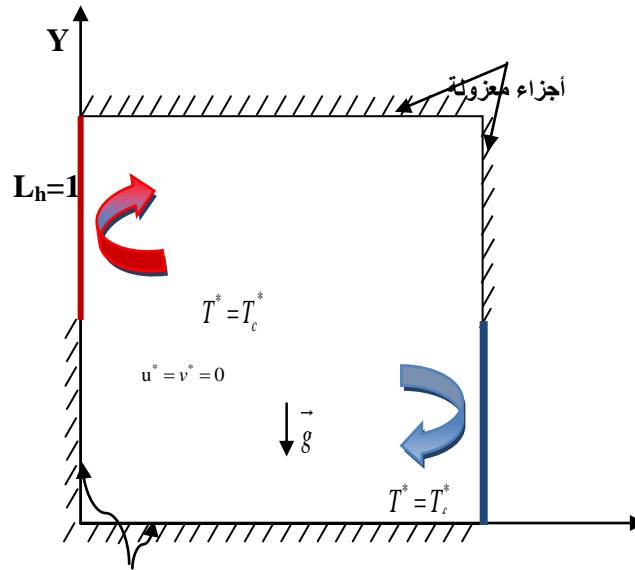
را لأهمية الحمل الحراري الطبيعي داخل التجاويف المغلقة أو المباني ونظرا لأهميته في التطبيقات الهندسية والتكنولوجية نقدم هذه الدراسة العديدة. لقد استفاد العلماء من ظاهرة الحمل الحراري الطبيعي فقاموا بتطبيقات عدة خاصة في تبريد الدارات المتكاملة والغرف الحاوية للمحركات الكهربائية. أما فيما يخص طرق التسخين و التبريد فيمكن الإشارة هنا إلى تثبيت درجة الحرارة كما لاحظنا في غالبية المراجع. إذ درس بعض الباحثين هذه الظاهرة داخل تجويف مربع مملوء بالهواء خاضع لتسخين جزئي على غرار [1] Yücel و Türkoglu و [2] PENOT و Nawaf et al. [3] فاستخلصوا أن مقدار المتوسط لعدد نوسلت ينخفض مع ارتفاع طول عنصر التسخين في حين أن هذا المقدار يرتفع مع ارتفاع طول عنصر التبريد من أجل كل قيم Ra، كما درس كل من [4] Reddy و [5] Zarit الحمل الحراري للهواء داخل نموذج مزاح عن المستوى الأفقي بزوايا معينة فاستخلصوا أن عدد راييلي و لزواوية الإنحراف دور مهم في انتقال الحرارة، ودرس [6] Kadja و Hacene الحمل الحراري الطبيعي لمائع داخل تجويف اسطواني خاضع لتسخين جيبى فاستخلص أن الزيادة في عدد جراتشوف يؤدي إلى تعقيدات في الجريان.

ولمحاكاة السلوك الحراري للهواء داخل التجويف بهدف توفير الراحة الحرارية. فقد أخضعنا حدود الجملة إلى:

تسخين الوجه الجنوبي للتجويف في نصفه العلوي وتبريد الوجه المقابل في نصفه السفلي بدرجات حرارة ثابتة مع عزل بقية الجدران.

2. النموذج الفيزيائي:

نحاكي الحمل الحراري الطبيعي لمائع (هواء) داخل تجويف متوازي المستطيلات ذو مقطع مربع $1m \times 1m$ ، أين قمنا بتعريض النصف العلوي للجدار الأيسر بدرجة حرارة ساخنة بينما نعرض النصف السفلي للجدار الأيمن بدرجة حرارة باردة مع عزل أجزائها الباقية.



3. الصياغة الرياضية:

نفترض في دراستنا ما يلي: الجريان دائم و ثنائي البعد لمائع (هواء) نيوتوني وخصائصه الفيزيائية ثابتة ماعدا كتلته الحجمية فهي متغيرة بدلالة الحرارة وتعطى بتقريبات بوسنسك :

$$\rho(T^*) = \rho_0 [1 - \beta(T^* - T_f)] \quad (1)$$

أين:

$$\beta = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right) \quad (2)$$

مع إهمالنا لانتقال الحرارة عن طريق الإشعاع الشمسي داخل التجويف أو الناتج عن منابع داخلية، كما نهمل عمل القوى الضاغطة.

يؤخذ بعين الإعتبار معامل الشكل:

$$\mathcal{D} = \frac{L_h}{L_g} = 1 \quad (3)$$

تعطى معادلة إنحفاظ الكتلة ومعادلة الحركة وفق المحور (ox) و (oy) ومعادلة إنحفاظ الطاقة كالآتي:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x^*} + \nu^* \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y^*} + \nu^* \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} \right) - g\beta(T^* - T_f) \quad (6)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (7)$$

كما تعطى عبارة الإعصار ودوال التيار كالتالي:

$$\vec{\omega}^* = \overrightarrow{RotV} = \left(\frac{\partial v^*}{\partial x^*} - \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) \vec{k} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \omega^*}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \omega^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial \omega^*}{\partial y^*} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \omega^*}{\partial y^{*2}} \right) + g\beta \frac{\partial T^*}{\partial x^*} \quad (9)$$

حيث تعطى مركبتا السرعة:

$$u^* = \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*}, \quad v^* = -\frac{\partial \psi^*}{\partial x^*} \quad (10)$$

نختار الشروط الإبتدائية والحديّة كالآتي:

عند $t^* = 0$

$$0 \leq x^* \leq L_g, 0 \leq y^* \leq L_h, T^* = T_0 = \frac{T_f + T_c}{2} = 0.5 \quad (11)$$

على الوجه العلوي:

$$0 \leq x^* \leq L_g, \quad y^* = L_h \quad \begin{cases} u^* = v^* = 0 \\ \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad (\text{كظوم}) \end{cases} \quad (12)$$

على الوجه السفلي:

$$0 \leq x^* \leq L_g, \quad y^* = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} u^* = v^* = 0 \\ \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = 0 \quad (\text{كظوم}) \end{array} \right. \quad (13)$$

على الوجه الأيمن:

$$x^* = L_g \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq y^* \leq L_h/2, \quad T^* = T_f^* \\ L_h/2 \leq y^* \leq L_h, \quad \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = 0 \end{array} \right. \quad (14)$$

$$(15)$$

الوجه المواجه باتجاه الجنوب:

$$x^* = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq y^* \leq L_h/2, \quad \frac{\partial T^*}{\partial x^*} = 0 \\ L_h/2 \leq y^* \leq L_h, \quad T^* = T_c^* \end{array} \right. \quad (16)$$

$$(17)$$

نقوم بصياغة المعادلات اللابعدية بمعادلات بعدية وذلك بالإعتماد على المقادير المرجعية التالية:

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{a}, \quad x = \frac{x^*}{L_h}, \quad y = \frac{y^*}{L_h}, \quad t = \frac{t^* a}{L_h^2}, \quad u = \frac{u^* L_h}{a}, \quad v = \frac{v^* L_h}{a}, \quad \omega = \frac{\omega^* L_h}{a} \quad (18)$$

$$T = \frac{T^* - T_f}{T_c - T_f}, \quad Ra = \frac{g \beta L_h^3 \Delta T}{\nu a}$$

فتصبح معادلة الحركة ومعادلة انحفاظ الطاقة كالآتي :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \text{Pr} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - Ra \cdot \text{Pr} T \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (20)$$

الشروط الابتدائية والشروط الحدية:

عند اللحظة الزمنية $t = 0$:

$$u = v = \omega = \psi = 0, \quad T = 0.5 \quad (21)$$

الوجه العلوي:

$$0 \leq x \leq 1, y = 1 \quad \begin{cases} u = v = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega \end{cases} \quad \begin{matrix} (22) \\ (23) \end{matrix}$$

الوجه السفلي:

$$0 \leq x \leq 1, y = 0 \quad \begin{cases} u = v = 0 \\ \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ -\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \omega \end{cases} \quad \begin{matrix} (24) \\ (25) \end{matrix}$$

الوجه الأيمن:

$$x = 1 \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq 1/2, T = 0 \\ 1/2 \leq y \leq 1, \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \omega \end{cases} \quad \begin{matrix} (26) \\ (27) \\ (28) \end{matrix}$$

الوجه الموجه باتجاه الجنوب:

$$x = 0 \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq 1/2, \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \\ 1/2 \leq y \leq 1, T = 1 \\ -\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \omega \end{cases} \quad \begin{matrix} (29) \\ (30) \\ (31) \end{matrix}$$

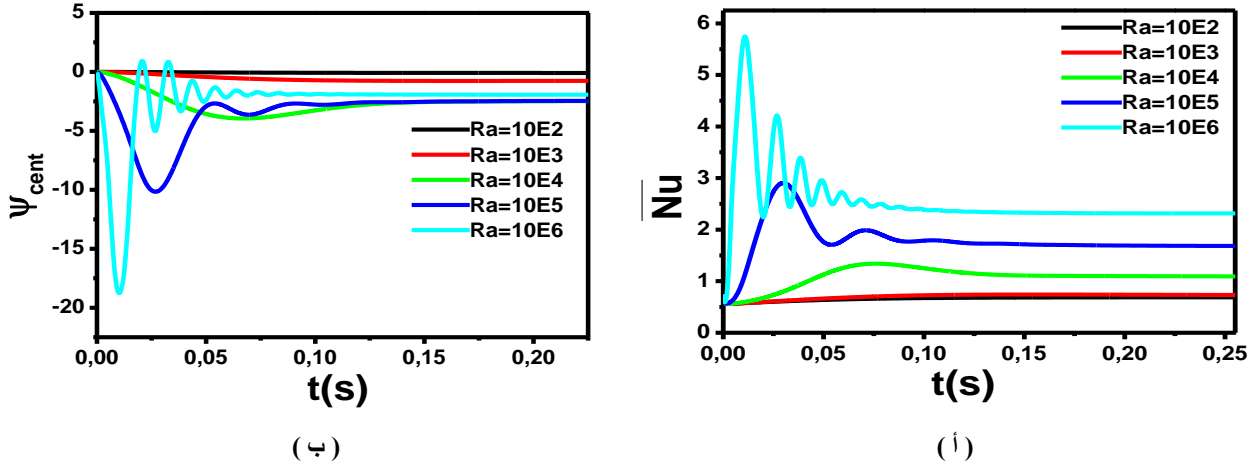
تعطى عبارة نوسلت المتعلقة بالجزء البارد والمتعلق بالجزء الساخن بالعلاقتين:

$$Nu_f = -\frac{L_g}{L_h} \int_0^{L_h/2} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L_h/2} dy \quad (32)$$

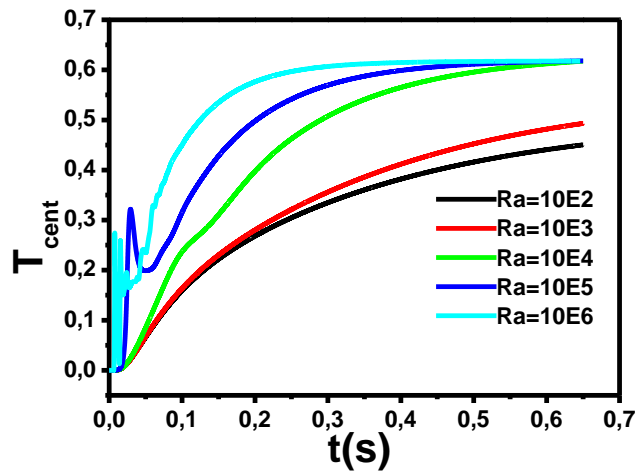
$$Nu_c = -\frac{L_g}{L_h} \int_{L_h/2}^{L_h} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L_h/2} dy \quad (33)$$

4. النتائج:

استخدمنا برنامج فورترن فاستعملنا في حلنا العددي طريقة الفروق المنتهية، واختيرت الشبكة 71×71 من أجل عدد رايلي $10E2 \leq Ra \leq 10E6$ والخطوة الزمنية $dt = 10E(-5)$



الشكل (2): تأثير عدد رايلي على المقادير \overline{Nu} و ψ_{cent}

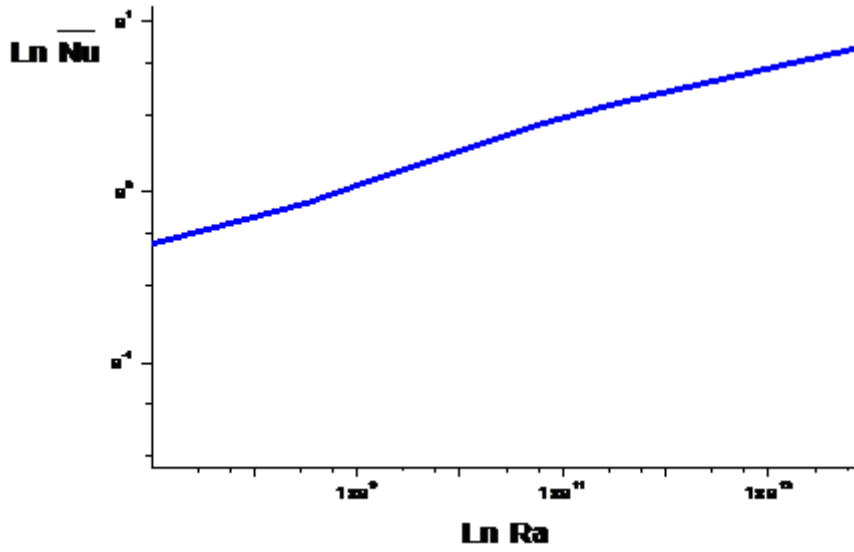


الشكل (3): تأثير عدد رايلي على المقادير T_{cent}

عندما يكون تسخين التجويف بدرجة حرارة ثابتة من النصف العلوي للجدار الموجه جنوبا تظرب إشارة المقادير \overline{Nu} و ψ_{cent} و T_{cent} في البداية ثم تتجه إلى الإستقرار.

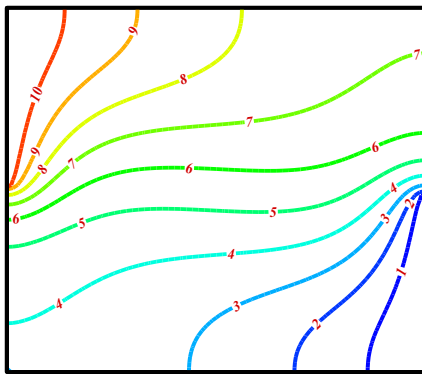
من أجل الشروط الإبتدائية لدرجة الحرارة يعطى تصحيح عدد نوسلت الآتي:

$$\overline{Nu} = 0,2776Ra^{0,15281}$$



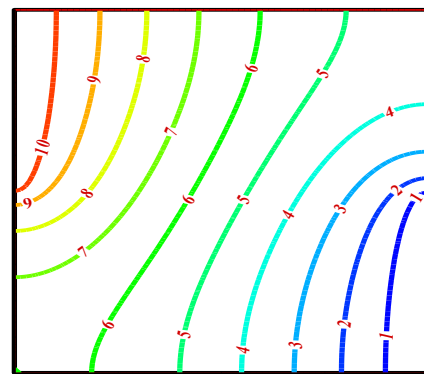
الشكل (4): \overline{Nu} بدلالة Ra

تعطى خطوط تساوي درجات الحرارة وخطوط التيار كالاتي:



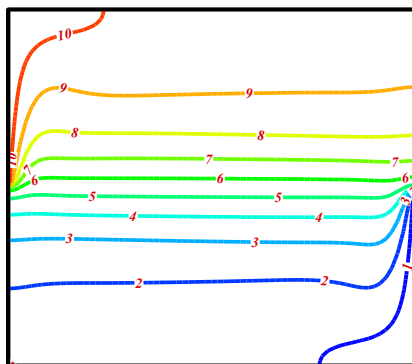
(0.091-؛0.909؛0.090)

(ب)



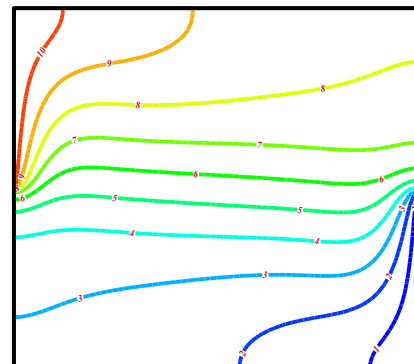
(0.091-؛0.909؛ 0.091)

(أ)



(0.097-؛0.937؛0.062)

(د)



(0.097-؛0.937؛0.062)

(ج)

الشكل (5): خطوط تساوي درجات الحرارة

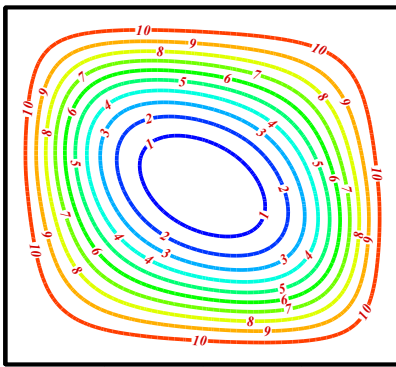
$$Ra = 10^6 \text{ (د)}, Ra = 10^5 \text{ (ج)}, Ra = 10^4 \text{ (ب)}, Ra = 10^2 \text{ (أ)}$$

من أجل $Ra = 10^2$ تتشكل خطوط منحنية بجوار الجدارين البارد والساخن أي أن إنتقال الحرارة تتم عن طريق التوصيل فهو المهيمن على التبادل الحراري.

من أجل $Ra = 10^4$ نلاحظ تشكل خطوط منعوجة بجوار الجدارين البارد و الساخن دليل على بداية ظهور الحمل الحراري الطبيعي.

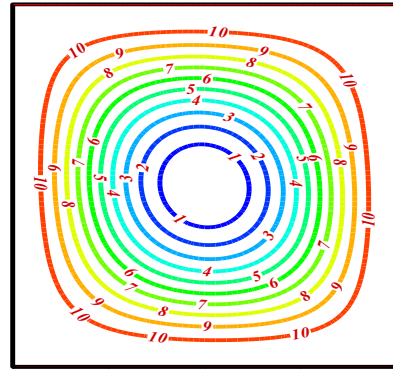
من أجل $Ra \geq 10^5$ نلاحظ تشكل خطوط أكثر انعوجا بجوار الجدارين البارد والساخن وهذا راجع إلى سيطرة الحمل الحراري الطبيعي على التبادل الحراري كما نلاحظ تشكل خطوط متوازية وسط التجويف وهذا يعني التدرج في درجة الحرارة تكون نحو الأعلى والإنتقال في درجات الحرارة يكون نحو الأسفل.

حيث تمثل القيمة الأولى للثلاثية الموجودة أسفل الأشكال (أ) و(ب) و(ج) و(د) الخط الأدنى وتمثل القيمة الثانية الخط الأعظمي بينما تمثل القيمة الثالثة (Δ) الفرق بين خطين متتاليين.



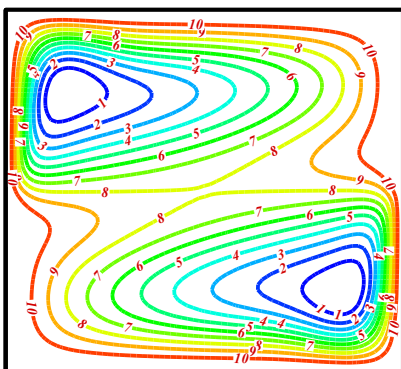
(0.214-؛0.214-؛2.140-)

(ب)



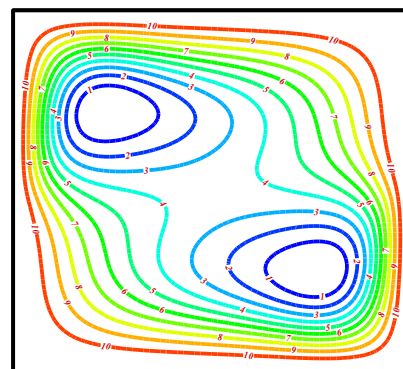
(0.007-؛0.008-؛0.078-)

(أ)



(0.533-؛0.532-؛5.327-)

(د)



(0.308-؛0.308-؛3.079-)

(ج)

الشكل (6): خطوط التيار

$$Ra = 10^6 \text{ (د)}, Ra = 10^5 \text{ (ج)}, Ra = 10^4 \text{ (ب)}, Ra = 10^2 \text{ (أ)}$$

من أجل $Ra = 10^2$: نلاحظ تشكل خلية أحادية سالبة متركزة في وسط التجويف تدور باتجاه عقارب الساعة مما يدل على أن آلية انتقال الحرارة هي التوصيل.

من أجل $Ra = 10^4$: تتشكل خلية مركزية أحادية مشوّهة تدور باتجاه عقارب الساعة مما يدل على أن آلية انتقال الحرارة هي التوصيل.

من أجل $Ra = 10^5$: تتشكل خليتان تدور كل منهما باتجاه عقارب الساعة مما يدل على أن آلية انتقال الحرارة هي الحمل الحراري الطبيعي.

من أجل $Ra = 10^6$: تتشكل خليتان تدور كل منهما باتجاه عقارب الساعة مما يدل على أن آلية انتقال الحرارة هي الحمل الحراري الطبيعي.

5. الخلاصة :

تمت دراستنا العددية لمحاكاة الحمل الحراري الطبيعي للهواء ($Pr = 0.71$) داخل تجويف متوازي المستطيلات ذو مقطع مربع $1m \times 1m$ موجه نحو الجنوب أين عرضنا نصفًا جانبي التجويف العلوي للجدار الأيسر و السفلي للجدار الأيمن لدرجة حرارة ثابتة وعزلنا بقية الجدران.

وذلك من أجل $10^2 \leq Ra \leq 10^6$ وشبكة 71×71 ، إعمدنا في دراستنا على تقريب بوسينسك، ثم استعملنا في حلنا العددي طريقة الفروق المنتهية. حددنا الشروط الابتدائية والشروط الحدية بدلالة دالة التيار-الإعصار، واتبعنا الطريقة الضمنية للإجابات المتناوبة من أجل معادلة الطاقة والإعصار ثم صغناهما على شكل مصفوفة مثلثية، أما معادلة التيار فصيغت بطريقة فوق الإسترخاء المتعاقب. ثم نشرنا مركبات السرعة بطريقة الفروق المنتهية المركزية والعدد Nu بطريقة سمبسون.

جسدنا النتائج المتحصل عليها في شكل خطوط تساوي درجات الحرارة و خطوط تساوي التيار. فوجدنا انتقال الحرارة داخل التجويف تتم عن طريق التوصيل من أجل $Ra = 10^2$ ، أما بداية ظهور الحمل الحراري الطبيعي فيكون من أجل $Ra = 10^4$ ، ويكون هذا الانتقال هو الطاغى على التبادل الحراري من أجل $Ra \geq 10^5$.

المراجع :

1. N.Yücel et H.Türkoglu, Natural convection in rectangular enclosures with partial heating and cooling, Wärme-und Stoffübertragung 29(1994)471-478.
2. S.MERGUI et F.PENOT, Convection Naturelle en cavité carrée différentiellement chauffée : investigation expérimentale à $Ra = 1.69 \times 10^9$, int.J.Heat Mass Transfert. Vol.39.N0.3, pp.563-574, 1996.
3. Nawaf H. Saeid and Yusli Yaacob , Natural Convection in a Square Cavity with Spatial Side-Wall Temperature Variation, Numerical Heat Transfer, Part A, 49: 683–697, 2006, Copyright © Taylor & Francis Group, LLC.
4. Manab Kumar Das et K.Saran Kumar Reddy, Conjugate natural convection heat transfer in an inclined square cavity containing a conducting block, International Journal of Heat and Mass Transfer 49(2006)4987-5000.
5. Zarit Rida, convection naturelle instationnaire dans une enceinte fermée (mémoire de magister, université 20 août 1955 Skikda, 2006).
6. Mahfoud Kadja et Rabah Hacene, Simulation numérique de la convection naturelle d'un liquide soumise à des conditions pariétales variable, Int.J.Therm.Sci.(1999)38,348-354 © Elsevier, Paris.