

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE CONSTANTINE 1
FACULTE DES SCIENCES EXACTES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° de Série :

N° d'ordre :

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de

MAGISTER EN PHYSIQUE

Spécialité : **ENERGETIQUE**

Thème :

***SIMULATION NUMERIQUE DE LA CONVECTION
NATURELLE DOUBLEMENT DIFFUSIVE AU SEIN D'UNE
ENCEINTE RECTANGULAIRE EXCITEE PERIODIQUEMENT***

Par :

GUETTOUCHE SALIM

Soutenu le : 05/01/2015

Devant le jury :

Président :	BOUFENDI Toufik	Professeur Université Constantine1
Rapporteur :	DJEZZAR Mahfoud	Professeur Université Constantine1
Examineur :	GOMRI Rabah	Professeur Université Constantine1

*En premier lieu, je remercie Allah le tout puissant pour toute la réussite
et les bons gens mis dans mon chemin de la vie*

Je dédie ce mémoire à mes aïeux

Aussi, à mes parents qui m'ont élevés et bien instruit

Et à mes parents qui m'ont donné la vie

A ma femme qui m'a soutenu, supporté et poussé à terminer mes études

A mes enfants Sara et Mohamed Louaï

A mes sœurs et frères qui m'ont soutenu

A tous les membres de ma famille et belle famille, grands et petits

A tous mes amis

Remerciements

Je tiens à rendre un grand hommage au défunt monsieur AMRANI AZZOUZ chef du centre régional du CRAAG décédé en 2012, qui sans son encouragement et son soutien, je n'aurais pu m'inscrire au magister et arriver à obtenir ce diplôme ainsi qu'à son épouse qui a continué à le remplacer dans ce rôle, qu'elle trouve ici, toute ma gratitude moi et mon épouse.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur DJEZZAR Mahfoud, Professeur à l'université Constantine 1 pour m'avoir guidé tout au long de cette recherche, et de n'avoir jamais cessé de me prodiguer ses conseils et suggestions et surtout de m'avoir supporté malgré mes obligations de travail.

Je tiens à remercier sincèrement Monsieur BOUFENDI Toufik, Professeur à l'université Constantine 1 qui a bien voulu présider mon jury d'examen et Monsieur GOMRI Rabah Professeur à l'université Constantine 1 qui a accepté d'examiner ce travail et ce malgré leurs nombreuses occupations, qu'ils trouvent ici l'expression de mes sincères remerciements.

Je remercie également Mr KHELLEF Kamel, actuel chef centre régional du CRAAG pour sa compréhension pendant l'accomplissement de ce travail.

Aussi, je tiens à remercier Mr RADI Zohir, attaché de recherche au CRAAG, pour son aimable aide par les logiciels et son soutien moral.

Je remercie également l'ensemble du personnel du centre régional du CRAAG pour leur soutien et encouragement pour arriver à fin de ce diplôme, spécialement Mr BOUKHEDEENNA Abdelouahab.

Je remercie aussi mes collègues d'études (Mourad METHENI, Mohamed BOUAROUR et Mlle A. Zeggar) qui m'ont beaucoup aidé tout au long de l'année théorique par les copies de cours et leur encouragement, qu'ils trouvent ici toute ma gratitude sans oublier Hicham FILALI.

Enfin, Je tiens à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

NOMENCLATURE

Lettres latines :

Ar : Rapport d'aspect géométrique [m].

H : Hauteur de la cavité [m].

L : Largeur de la cavité [m].

T_h : Température chaude [K].

T_c : Température froide [K].

C_h : Concentration élevée.

C_p : Capacité calorifique à pression constante du fluide (J.kg⁻¹.K⁻¹).

C_c : Concentration basse.

x,y,z : Coordonnées cartésiennes [m].

X,Y,Z : Cordonnées adimensionnelles .

p : pression [kg.m.s⁻¹].

C : Concentration.

T : Température dimensionnelle [K].

D : Coefficient de diffusion binaire du mélange fluide [m².s⁻¹].

t : temps [s].

u,v,w : composantes de la vitesse (m.s⁻¹).

U,V,W : composantes de la vitesse adimensionnelle.

\vec{V} : vecteur vitesse .

g : accélération de la gravité (m.s⁻²).

\mathcal{C} : concentration adimensionnelle.

Ra_T : Rayleigh thermique ($Ra_T = \frac{g\beta_T(T_h-T_c)L^3}{\alpha\nu}$).

Ra_S : Rayleigh solutal ($Ra_S = \frac{g\beta_S(C_h-C_c)L^3}{\alpha\nu}$).

Pr : nombre de Prandtl ($Pr = \frac{\nu}{\alpha}$).

Le : nombre de Lewis ($Le = \frac{\alpha}{D}$).

Nu : Nombre de Nusselt local.

Sh : Nombre de Sherwood local.

\overline{Nu} : Nombre de Nusselt moyen.

\overline{Sh} : Nombre de Sherwood moyen.

N : Rapport des forces de de poussée thermique et solutale (Buoyancy Ratio) ($N = \frac{Ra_S}{Ra_T}$)

NN : nombre des points suivant la direction X .

NI : nombre des points suivant la direction Y.

Lettres grecques :

α : Diffusivité thermique [$m^2.s^{-1}$].

τ : temps adimensionnel.

ν : viscosité cinématique du fluide [$m^2.s^{-1}$].

θ : Température adimensionnelle.

ξ : vorticité adimensionnelle.

ψ : fonction de courant [$m^2.s^{-1}$].

Ψ : fonction de courant adimensionnelle.

Φ : fonction d'état.

Γ : terme de diffusion.

ω : vorticité [s^{-1}].

μ : viscosité dynamique [$kg.m^{-1}.s^{-1}$].

ρ : masse volumique [$kg.m^{-3}$].

ρ_0 : masse volumique à l'état de référence [$kg.m^{-3}$].

β_T : coefficient d'expansion thermique [K^{-1}] .

β_C : coefficient d'expansion solutal [$m^3.kg^{-1}$].

λ : conductivité thermique [$W.m^{-1}.K^{-1}$].

SOMMAIRE :

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE	3
CHAPITRE 2 : ANALYSE THEORIQUE	12
2-1- Description du problème	12
2-2- Approximation de Boussinesq	13
2-3- Hypothèses simplificatrices	13
2-4- Formulation du problème	14
2-4-1- Formulation vectorielle du problème	14
2-4-2- Formulation indicielle du problème	16
2-4-3- Formulation en coordonnées cartésiennes	16
2-4-4- Formulation avec la fonction vorticité et fonction de courant	17
2-5- Formulation des conditions aux limites	17
2-5-1- Première condition pariétale	17
2-5-2- Deuxième condition pariétale	18
2-5-3- Troisième condition pariétale	18
2-5-4- Quatrième condition pariétale	19
2-6- Adimensionalisation	19
2-7- Adimensionalisation des conditions aux limites	21
2-7-1- Première condition pariétale	21
2-7-2- Deuxième condition pariétale	21
2-7-3- Troisième condition pariétale	22
2-7-4- Quatrième condition pariétale	22
2-8- Coefficients d'échange de chaleur et de masse	22
2-8-1- Nombre de Nusselt local	23
2-8-2- Nombre de Nusselt moyen	23
2-8-3- Nombre de Sherwood local	23
2-8-4- Nombre de Sherwood moyen	23
CHAPITRE 3 : FORMULATION NUMERIQUE	24
3-1- Introduction	24
3-2- Méthode des volumes finis	24
3-3- Discrétisation de l'équation générale de transfert d'une variable ϕ dans le volume de contrôle	25

3-3-1- Intégration de l'équation de transfert	25
3-3-2- Linéarisation du terme source	27
3-3-3- Rappel sur les schémas de discrétisation spatiale	30
3-3-3-1- Schéma des différences centrées	30
3-3-3-2- Schéma Upwind	31
3-3-3-3- Schéma Exponentiel	31
3-3-3-4- Schéma hybride	31
3-3-3-5- Schéma power Law	32
3-4- Discrétisation de l'équation de la chaleur (énergie)	32
3-4-1- Détermination des coefficients F_i , D_i , P_i	33
3-4-2- Discrétisation des conditions aux limites	36
3-4-2-1- Première condition pariétale	36
3-4-2-2- Deuxième condition pariétale	37
3-4-2-3- Troisième condition pariétale	38
3-4-2-4- Quatrième condition pariétale	39
3-5- Discrétisation de l'équation de transfert de masse	40
3-5-1- Détermination des coefficients F_i , D_i , P_i	40
3-5-2- Discrétisation des conditions aux limites	40
3-5-2-1- Première condition pariétale	41
3-6- Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement	42
3-6-1- Détermination des coefficients F_i , D_i , P_i	42
3-6-2- Discrétisation des conditions aux limites	43
3-7- Discrétisation de la fonction de courant	43
3-7-1- Discrétisation de la fonction de courant	43
3-7-2- Discrétisation des conditions aux limites	44
3-8- Discrétisation des composantes de la vitesse	45
3-9- Processus de calcul	45
CHAPITRE 4 : RESULTATS ET DISCUSSION	48
4-1- Introduction	48
4-2- Etude du maillage	48
4-3- Validation du code de calcul	49
4-3-1- En convection naturelle pure $N=0$	49
4-3-2- En convection bidiffusive $N \neq 0$	54
4-4- Influence du type de sollicitation thermique	57
4-4-1- Première condition pariétale	57

4-4-1-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	57
4-4-1-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	59
4-4-1-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	60
4-4-1-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	61
4-4-1-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	61
4-4-2- Deuxième condition pariétale	62
4-4-2-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	62
4-4-2-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	64
4-4-2-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	65
4-4-2-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	65
4-4-2-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	66
4-4-3- Troisième condition pariétale	66
4-4-3-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	66
4-4-3-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	68
4-4-3-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	69
4-4-3-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	69
4-4-3-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	70
4-4-4- Quatrième condition pariétale	70
4-4-4-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	70
4-4-4-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	73
4-4-4-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	74
4-4-4-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	74
4-4-4-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	75
4-4-5- Etude comparative entre les quatre conditions pariétales	75
4-4-5-1- Transfert de chaleur paroi (AB)	75
4-4-5-2- Transfert de masse paroi (AB)	76
4-4-5-3- Transfert de chaleur paroi (CD)	76
4-4-5-4- Transfert de masse paroi (CD)	77
4-5- Influence du rapport d'aspect Ar	77
4-5-1- Pour une valeur $Ar = 2$	78
4-5-1-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	78
4-5-1-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	80
4-5-1-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	81
4-5-1-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	81
4-5-1-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	82
4-5-2- Pour une valeur $Ar = 0.5$	82
4-5-2-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	82
4-5-2-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	85
4-5-2-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	86
4-5-2-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	86

4-5-2-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	87
4-5-3- Etude comparative selon le rapport d'aspect	87
4-5-3-1- Transfert de chaleur	87
4-5-3-2- Transfert de masse	88
4-6- Influence du rapport des forces de poussée thermique et solutale N	88
4-6-1- Pour $N=-5$	88
4-6-1-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	88
4-6-1-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	91
4-6-1-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	92
4-6-1-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	92
4-6-1-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	93
4-6-2- Pour $N=-1$	93
4-6-2-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	93
4-6-2-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	95
4-6-2-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	96
4-6-2-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	96
4-6-2-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	97
4-6-3- Pour $N=0.0$	97
4-6-3-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	97
4-6-3-2- Nombre de Nusselt local paroi (AB)	99
4-6-3-3- Nombre de Nusselt moyen paroi (AB)	100
4-6-3-4- Nombre de Nusselt local paroi (CD)	100
4-6-3-5- Nombre de Nusselt moyen paroi (CD)	101
4-6-4- Pour $N=1$	101
4-6-4-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	101
4-6-4-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	104
4-6-4-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	104
4-6-4-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	105
4-6-4-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	106
4-6-5- Pour $N=5$	106
4-6-5-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant	106
4-6-5-2- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB)	108
4-6-5-3- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB)	109
4-6-5-4- Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)	109
4-6-5-5- Nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD)	110
4-6-6- Etude comparative selon le rapport des forces de poussée thermique et solutale	110

4-6-6-1- Transfert de chaleur	110
4-6-6-2- Transfert de masse	111
4-6-7- Etude de l'évolution des transferts thermique et massique avec N	111
CONCLUSION GENERALE	112
Références bibliographiques	114

INTRODUCTION

Au cours de ces dernières années, les transferts de chaleur et de masse par la convection naturelle ont suscité de multiples travaux de recherche aussi bien théoriques qu'expérimentaux spécialement dans des enceintes fermées de différentes formes et sous diverses conditions vu son existence dans plusieurs domaines de l'industrie et la vie pratique tels que le refroidissement des circuits électroniques ou électriques dans des boîtes fermées, les réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments, l'isolation à double parois thermique, les serres agricoles, les espaces inoccupés dans les immeubles, la circulation naturelle dans l'atmosphère, etc.

La présente investigation a pour but l'étude des transferts de chaleur et de masse au sein d'une cavité rectangulaire dont les parois sont soumises à des excitations thermiques périodiques en régime laminaire et permanent.

La forme géométrique nous permettra une analyse en profondeur du problème et la mise en évidence des mécanismes physiques qui régissent les écoulements induits. Notre étude portera essentiellement sur l'influence des paramètres de contrôle du problème, sur l'évolution de la structure de l'écoulement et sur les transferts de chaleur et de masse dans le système.

En premier lieu et comme premier chapitre, nous essayerons de dresser une revue bibliographique quant aux différentes études et travaux de recherche ayant abordé une partie ou totalement un aspect de ce travail et qui par la suite situeront notre travail et seront des références de validation des résultats obtenus et conclusions.

Au deuxième chapitre, après avoir bien posé le problème, nous établissons les équations du mouvement, du transfert de chaleur et du transfert de masse à l'aide de la formulation vorticité-fonction de courant. Pour cela nous adoptons les hypothèses de bidimensionnalité de l'écoulement et les simplifications classiques de Boussinesq et nous présentons les équations gouvernantes ainsi que les hypothèses simplificatrices qui entrent dans l'élaboration du modèle final et le sujet de l'étude avec mise en évidence des conditions aux limites adéquates que ce soit sous forme

dimensionnelle ou adimensionnelle et qui seront par la suite un point de départ pour l'élaboration du modèle mathématique à traiter par voie numérique. Cette dernière sera tributaire de plusieurs paramètres de contrôle.

Au troisième chapitre qui est consacré à la formulation numérique, nous présentons les techniques de discrétisation des équations de transfert et des conditions aux limites ainsi que les différents schémas de discrétisations. Pour la discrétisation des équations aux dérivées partielles de type parabolique décrivant l'écoulement et leurs conditions aux limites associées, nous avons choisis la méthode des volumes finis, alors que pour l'équation de la fonction de courant qui est une équation aux dérivées partielles de type elliptique nous avons utilisé un développement en série de Taylor, et finalement, le système d'équations algébriques obtenu est résolu en utilisant un processus itératif à coefficients de sous-relaxation.

Dans le quatrième chapitre, nous commençons par la présentation d'une étude du maillage, ensuite nous validons notre code de calcul par des résultats issus de la littérature et enfin nous présentons les résultats des simulations numériques effectuées. Les lignes de courant, les isothermes et les isoconcentrations au sein du fluide étudié, ainsi que les nombres de Nusselt et Sherwood locaux et globaux, sur les parois actives de l'enceinte, sont représentés et analysés en fonction du nombre de Rayleigh thermique, pour voir leur effet sur les transferts de chaleur et de masse au sein de l'enceinte considérée selon le cas considéré et de dégager à la fin de chaque partie, une conclusion .

CHAPITRE 1

RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE

La convection naturelle bidiffusive dans des enceintes fermées de différentes formes occupe une grande partie de la littérature des transferts de chaleur et de masse. Ainsi, la géométrie carrée, rectangulaire, triangulaire, cylindrique, elliptique et sphérique ont été étudiées dans de nombreuses recherches.

Une revue des travaux les plus cités entre 1985 et 2012 est dressée dans ce qui suit :

C. Béghein et al [1] ont présentés une simulation numérique de la convection thermosolutale dans une cavité carrée remplie d'air en régime permanent soumise à des gradients horizontaux de concentration et de température. Dans la première partie de l'étude, ils ont cherchés l'influence du ratio des forces de poussée thermique et solutale « N » sur les transferts de masse et de chaleur avec des nombres de Lewis et Rayleigh thermique constants ($Le=1$, $Ra_T=10^7$) quant au nombre de Rayleigh solutal, il varie de 10^5 à 5×10^7 . Le second volet de l'étude, traite l'influence de la variation du nombre de Lewis (de 0.3 à 5) sur l'écoulement à sollicitation purement thermique ($N=0$) et l'inverse solutale seulement ($N=\infty$). Les corrélations sont obtenues entre les taux de transfert thermique et de masse ainsi que les nombres adimensionnels gouvernant les deux phénomènes. Les résultats obtenus sont en concordance avec la littérature notamment avec **Trevisan et al [2]**.

D. Gobin et al [3] qui ont étudié expérimentalement et numériquement la convection thermosolutale dans une cavité bidimensionnelle avec des températures et concentrations imposées sur les parois verticales. L'étude est effectuée pour les valeurs suivantes : $Pr=7$, $10^3 \leq Gr_T \leq 10^6$, $0.1 \leq N \leq 100$, $1 \leq Le \leq 10^3$. Les résultats obtenus montrent qu'à des valeurs élevées du nombre de Lewis, le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du rapport des forces de poussée thermique et solutale à cause de la formation de zones stratifiées en haut et en bas de la cavité où la vitesse du fluide est très faible et la transfert thermique est due principalement à la diffusion. Ce travail est la deuxième partie de l'étude faite par **R. Bennacer et al [4],[6]**.

R. Bennacer et al [4] qui ont étudiés numériquement la convection naturelle double diffusive d'un fluide binaire contenu dans une cavité carrée verticale soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration constants en régime permanent. La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution numérique et l'analyse porte sur l'influence des différents paramètres sur le transfert de masse où une corrélation est donnée.

L'étude est effectuée pour les valeurs suivantes : $Pr=7$, $10^3 \leq Gr_T \leq 10^6$, $0.1 \leq N \leq 100$, $1 \leq Le \leq 10^3$. Les résultats sont en bonne concordance avec ceux trouvés par d'autres auteurs notamment **Béghein et al [1]**, **Kamotani et al [5]** et **Trévisan et al [2]**.

Y. Kamotani et al [5] ont étudié expérimentalement la convection naturelle double diffusive dans une enceinte rectangulaire verticale à faible rapport d'aspect avec des gradients horizontaux constants de température et de concentration en utilisant la technique électrochimique. Leur système expérimental se résume à une cavité constituée de deux électrodes de cuivre verticales chauffée d'un côté électriquement et refroidies de l'autre par de l'eau et les parois horizontales en plexiglas et isolées. A l'intérieur, se trouve une solution de sulfate de cuivre et d'acide sulfurique où au passage du courant l'une va constituer l'anode alors que l'autre sera la cathode et l'ensemble est contrôlé et surveillé par un appareillage de mesure permettant la variation des différents paramètres à savoir le Grashof solutal de 1.4×10^5 à 10^7 , le Grashof thermique de 0 à 1.9×10^6 et le rapport d'aspect de 0.13 à 0.55 avec des valeurs constantes des nombres de Lewis et Schmidt. Les tests sont menés dans le cas coopérant ainsi que dans le cas opposant et les résultats montrent que la couche limite solutale est plus petite que celle thermique et la structure de l'écoulement diffère selon les conditions imposées où dans le cas coopérant si N est inférieur à 6, l'écoulement est presque unicellulaire qu'alors au dessus de cette valeur, il est multicellulaire.

R. Bennacer et al [6] dans cette étude, ont examiné numériquement la convection naturelle double diffusive dans une cavité rectangulaire soumise à un gradient thermique horizontal et un gradient solutal vertical en régime non permanent. Les parois verticales sont considérées imperméables tandis que celles horizontales sont adiabatiques. L'étude est faite pour un rapport d'aspect $Ar=2$, un nombre de Prandtl $Pr=7$ (l'eau) et un nombre de Lewis $Le=100$ (solution aqueuse). Le Rayleigh thermique est varié de 7×10^3 à 7×10^5 . L'algorithme SIMPLER est utilisé pour la résolution des équations aux variables primitives avec l'approximation des conditions aux limites spatiales avec les différences finies centrées ainsi que les termes d'advection et de diffusion. Ils ont trouvés qu'il y avait trois régimes distincts où pour de faibles valeurs de N , une cellule convective due essentiellement à la sollicitation thermique existe et qu'aux valeurs élevées le transfert est plutôt diffusif laissant paraître une stratification de l'écoulement mais pour des valeurs modérées de N , les deux zones existent et le transfert diminue avec celui-ci avec l'apparition d'effet d'hystérésis où l'écoulement est oscillatoire.

M.S. Phanikumar [7] a présenté une simulation numérique de convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire soumise à un chauffage uniforme aux parois verticales et par le bas en régime permanent. Le modèle utilisé est basé sur les variables primitives et en instationnaire résolu par un schéma grande précision. L'effet du nombre de Lewis, du rapport des forces de poussée thermique et solutale, du rapport d'aspect ainsi que du nombre de Rayleigh thermique sont aussi étudiés avec des détails sur les solutions oscillatoires et les cas critiques de bifurcation d'écoulement.

S. Benissaad et al[8] leur étude a porté sur la simulation tridimensionnelle de la convection bidiffusive dans le cas opposant dans une enceinte rectangulaire soumise à des gradients de température et de concentrations horizontaux. L'écoulement est entraîné par les forces de poussées thermique et solutale. Les résultats obtenus montrent le caractère tridimensionnel de l'écoulement au voisinage des parois verticales adiabatiques. En variant le Grashof solutal, ils ont obtenu plusieurs types d'écoulement et plusieurs bifurcations entre ceux-ci. La convection transitoire et apériodique apparaît pour un nombre de Grashof solutal compris entre 3×10^5 et 5×10^5 .

Ching-Yang Cheng [9] son étude a porté sur la convection naturelle double diffusive le long d'une surface poreuse ondulée inclinée à paroi isotherme et concentration constante saturée par un fluide. Une transformation des coordonnées est utilisée pour passer des coordonnées complexes à celles uniformes et les équations obtenues sont résolues par la méthode de spline cubique de collocation. L'influence de l'angle d'inclinaison, du nombre de Lewis, du rapport des forces de poussée thermique et solutale ainsi que la géométrie de la surface sur les taux de transferts de chaleur et de masse est étudiée. Les résultats montrent qu'en diminuant l'angle d'inclinaison amplifie la fluctuation des valeurs locales des nombres de Nusselt et Sherwood et de plus on tend à augmenter le taux global de transfert thermique et de masse. Les résultats obtenus, sont en bonne concordance avec ceux obtenus par **Beijan et al[10]**.

G.V. Kuznetsov et al [11] qui ont traité la simulation numérique de la convection naturelle double diffusive tridimensionnelle dans une cavité cubique remplie d'air où une partie de la paroi du bas est chauffée à une température constante et l'autre partie contient une source de contamination à concentration constante tandis que les autres parois sont adiabatiques et imperméables, le tout en présence d'échange radiatif entre le fluide et les différentes parois. La première partie de l'étude porte sur l'influence du nombre de Rayleigh thermique sur l'écoulement ainsi que les taux de transfert de chaleur et de masse ($Ra_T = 10^4 - 10^5$) avec un rapport des forces de poussée thermique et solutal « $N=1$ ».

la seconde partie traite l'évolution de l'écoulement dans le temps ($N=1, Ra_T=10^5, \tau=1-100$). Dans la troisième partie, ils étudient l'effet du rapport de conductivité des parois et du fluide sur le taux de transfert de chaleur et de masse ($N=1, Ra_T=10^5, k_{fs}=0.037, 0.0037$), puis la quatrième partie traite l'influence de la surface de contamination sur le taux de transfert thermique et de masse et des expressions des nombres de Nusselt et de Sherwood sont données en fonction des différents paramètres de contrôle du problème indiqué. A noter que le programme a été validé avec l'étude faite par **I.Sezai et al [12]**.

A. Khadiri et al [13] ont étudié la convection double diffusive bi et tridimensionnelle dans différents régimes permanents dans une cavité poreuse homogène et isotrope remplie d'un fluide binaire dont les parois horizontales sont soumises à des gradients constants de température et de concentration tandis que les verticales sont adiabatiques et imperméables. L'écoulement à travers le milieu poreux est supposé celui de Darcy. L'étude des modèles 2D et 3D, a prouvé l'existence de multiples solutions stables. L'effet conjugué du nombre de Rayleigh thermique et le rapport des forces de poussée thermique et solutale sur le taux de transfert thermique et solutal y est présenté et analysé. D'importantes différences dans les taux de transfert thermique et de masse ont été observées entre les différentes solutions obtenues et selon la valeur des paramètres de contrôle, la structure de l'écoulement change du bi au tridimensionnel. Il a été aussi trouvé que les solutions 2D peuvent être tirées du modèle 3D. Pour $Ra_T=200$ avec des valeurs négatives du rapport des forces de poussée thermique et solutale, il existe une valeur critique de celui-ci ($N=-0.6$) sous laquelle la concentration stabilise l'écoulement en structure stratifiée et dans chaque cas, le transfert de chaleur et de masse sont régis par pure diffusion ($Nu=Sh=1$).

M.A. Teamah [14] son travail a porté sur la simulation numérique de la convection naturelle double diffusive en régime laminaire dans une enceinte rectangulaire remplie d'un fluide binaire avec la présence d'un champ magnétique uniforme et une génération ou absorption de chaleur constante ainsi que les parois verticales qui sont soumises à des gradients constants de température et de concentration tandis que les parois horizontales sont considérées adiabatiques et imperméables. L'étude constitue une extension au travail effectué par **A.J. Chamkha et al [15]** portant sur le cas hydromagnétique en variant le nombre de Rayleigh thermique de 10^3 à 10^6 couvrant ainsi la majeure partie des applications industrielles et d'ingénierie. Les équations gouvernantes sont résolues la méthode des volumes finis développée par **S.V. Patankar [16]**. Les résultats ont porté sur l'effet du Rayleigh thermique, le coefficient de génération ou d'absorption de chaleur et le nombre de Hartman sur la structure de l'écoulement, la température, la concentration et la

densité adimensionnelle. A noter que l'étude a été effectuée avec un rapport d'aspect $Ar=2$, $Le=1$ et $Pr=0.7$, le nombre de Hartman de 0 à 200, le coefficient de génération ou d'absorption de chaleur de -50 à 25 et le coefficient de rapport des forces de poussée thermique et solutale de -10 à 10. Les résultats obtenus sont en concordance avec ceux trouvés par [15].

A.J. Chamkha et al [15] ont étudié numériquement les caractéristiques de la convection naturelle double diffusive dans une enceinte rectangulaire remplie d'un fluide binaire soumise à des gradients constants thermiques et solutaux aux parois verticales tandis que les parois horizontales sont supposées adiabatiques et imperméables en présence d'un champ magnétique suivant l'axe horizontal avec génération ou absorption de chaleur. Les résultats montrent la présence d'oscillation dans l'écoulement en absence de champ magnétique pour des valeurs spécifiques du rapport des forces de poussée thermique et solutale où le nombre de Prandtl $Pr=1$, le nombre de Lewis $Le=2$, le Rayleigh thermique $Ra_T=10^5$ et le rapport d'aspect $Ar=2$. En présence du champ magnétique, ces oscillations disparaissent. Les résultats montrent aussi l'effet de la génération ou absorption de chaleur et le nombre de Hartman sur les contours de la fonction courant, la température, la concentration et la densité. En plus, les nombres de Nusselt et Sherwood moyens sont calculés pour différents cas des paramètres de contrôle. A noter que dans cette étude, les forces de poussée thermique et solutale sont opposées. Le code de calcul a été validé avec les résultats de **Nishimura et al [17]**.

T. Nishimura et al [17] leur étude a porté sur l'effet du rapport des forces de poussée thermique et solutale sur la structure de l'écoulement dans une enceinte rectangulaire soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration remplie d'un mélange de fluide binaire en régime permanent et instationnaire avec le Rayleigh thermique $Ra_T=10^5$, $Pr=1$, $Le=2$ et N varie de 0 à 2 pour un rapport d'aspect $Ar=2$. L'étude est axée sur la détermination des valeurs critiques de N pour l'apparition d'un régime oscillatoire dans le temps où il a été trouvé pour des valeurs de 0.9 à 1.122.

A. Ibrahim et al [18] leur travail porte sur l'étude numérique de la convection naturelle double diffusive avec radiation dans une cavité carrée remplie d'un mélange de N_2 et du CO_2 soumise à des gradients constants horizontaux de température et de concentration. L'évolution de l'écoulement dans le temps est calculée dans les cas coopérant et opposant et les résultats montrent que les radiations du gaz modifient la structure de l'écoulement et la température puisqu'elle accélère l'évolution vers le régime permanent dans le cas coopérant

tandis qu'elle favorise la génération d'instabilités et le temps d'arrivée au régime stable dans le cas opposant. A noter que pour la résolution numérique, le logiciel Aquilon a été utilisé avec l'intégration du module radiation.

A. Belazizia et al [19] ont étudié numériquement la convection naturelle double diffusive bidimensionnelle dans une enceinte carrée remplie d'une solution aqueuse soumise à des gradients horizontaux constants de température et de concentration où la partie supérieure de l'une des parois verticales est partiellement active (dont la température et la concentration sont les plus élevées) tandis que les autres parois sont adiabatiques et imperméables. L'écoulement est supposé être dans le cas opposant. Le problème étant dépendant de cinq paramètres à savoir : le Rayleigh thermique, le nombre de Prandtl, le nombre de Schmidt, le rapport des forces de poussée thermique et solutale et le rapport d'aspect de l'enceinte ; l'étude est focalisée sur l'influence du Rayleigh thermique sur l'évolution de l'écoulement et les taux de transfert thermique et de masse où les résultats montrent qu'en l'augmentant revient à augmenter ces derniers. L'écoulement est stable et permanent pour $Ra_T=7.10^4$ et à partir de cette valeur, il apparaît des instabilités par la formation d'oscillations régulières des particules. La méthode numérique utilisée est celle des volumes finis avec maillage régulier et un schéma hybride avec un développement temporel implicite au premier ordre et l'algorithme SIMPLER avec la méthode itérative TDMA pour la résolution des équations algébriques.

K. Kamakura et al [20] leur étude a porté sur la convection naturelle double diffusive dans une cavité rectangulaire ($Ar=4$) soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration expérimentalement et numériquement avec condition initiale linéaire sur le gradient de concentration. La méthode de Galerkin a été utilisée pour l'analyse numérique avec formulation vorticité fonction de courant et le calcul avec $Pr=6$, $Le=100$, $Ra_T=10^6$ et $N=10, 20$. Les résultats montrent la formation de cellules avec interface horizontale bien prononcée. Un dispositif expérimental utilisant du Chlorure de potassium comme contaminant avec un appareillage de mesure dont les résultats confortent ceux obtenus numériquement.

D.Z. Jeng et al [21] ont étudié expérimentalement et numériquement la convection naturelle diffusive instationnaire dans une enceinte rectangulaire inclinée remplie d'une solution aqueuse de $CuSO_4$ et de H_2SO_4 soumise à un gradient constant de concentration le long des parois longues alors que les autres parois sont adiabatiques et imperméables. Le gradient de concentration est assuré par deux électrodes traversées par un courant assurant

les conditions d'étude. Durant l'expérimentation, le nombre de Rayleigh varie de 1.126×10^8 à 1.157×10^{11} , l'angle d'inclinaison de 30° à 90° et le rapport d'aspect de 0.6 à 1.

Les résultats obtenus expérimentalement et par modèle numérique sont en bonne concordance sauf dans le cas où l'enceinte est verticale à cause de la structure complexe de l'écoulement et également pour un angle de 30° .

H. Han et al [22] ont étudié expérimentalement la convection naturelle double diffusive bidimensionnelle dans une enceinte verticale rectangulaire en utilisant la technique électrochimique avec deux électrodes verticales maintenues à des températures différentes mais constantes. La visualisation de l'écoulement s'est faite en utilisant la technique de prise de photos de Schlieren qui montre l'évolution au cours du temps de structures multicellulaires dans le cas d'écoulement coopérant ou opposant pour différents cas où les paramètres de contrôle sont variés à savoir le rapport d'aspect et les sollicitations. Les caractéristiques de l'écoulement sont présentées avec les profils de température et de concentration ainsi que le taux de transfert de chaleur et de masse. Les résultats obtenus sont comparés à ceux obtenus par **Y. Kamotani et al [5]** où ils sont en assez bonne concordance.

H. Han et al [23] cette étude est complémentaire à l'étude expérimentale citée auparavant où ils ont étudié numériquement la convection naturelle double diffusive bidimensionnelle en régime permanent dans une cavité rectangulaire verticale avec un rapport d'aspect $Ar=4$ soumise à des gradients horizontaux de température et de concentration constants. La méthode des différences finies est utilisée pour la résolution des équations non linéaires d'énergie et de concentration. Les différents régimes observés expérimentalement sont simulés avec succès et sont donnés en fonction du nombre de Grashof pour le cas coopérant et opposant.

M. Boussaid et al [24] leur étude a porté sur la convection naturelle double diffusive dans une cavité trapézoïdale chauffée par le bas et refroidie à la paroi inclinée supérieure. La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution numérique des différentes équations. Les résultats montrent l'effet de l'inclinaison de la paroi sur la structure de l'écoulement. Ainsi, pour des angles d'inclinaison de faible valeur, il est du type Rayleigh Bénard alors que pour des valeurs supérieures, il s'apparente à celui observé dans une cavité rectangulaire chauffée différemment. Aussi, l'influence des sollicitations thermosolutales, de la nature des espèces et de la géométrie de la cavité sur les taux de transfert de chaleur et de masse est analysée où ils montrent qu'en allongeant la cavité, ceux-ci augmentent de même que pour le nombre de Lewis. A noter que l'étude est menée pour le cas coopérant.

D. Akrou et al [25] ont étudié la convection naturelle double diffusive dans une enceinte horizontale soumise à un gradient solutal vertical et un gradient vertical ou horizontal. L'enceinte est assimilée réellement à un étang de stockage. Le but de l'étude est la détermination la transition d'une situation stable avec un transfert essentiellement diffusif vers une situation défavorable et de moindre efficacité à échange convectif. Ils montrent la possibilité d'avoir plusieurs solutions dans cette zone en fonction des conditions initiales. Leurs résultats révèlent que pour un fluide stratifié, un transfert de chaleur conductif est prédominant sur la convection thermique quasiment nulle. L'étude est menée pour un rapport d'aspect $Ar=0.5$, un nombre de Prandtl $Pr=7.0$, un nombre de Lewis $Le=100$ correspondant à une solution aqueuse et le Rayleigh thermique Ra_T varie de 7×10^3 à 7×10^5 . La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution numérique des équations avec l'utilisation de la procédure itérative de de la pression SIMPLER pour la résolution du couplage pression-vitesse.

V.A. Costa [26] a étudié la convection naturelle double diffusive laminaire dans une cavité carrée soumise à un gradient horizontal thermique et solutal constants aux parois verticales tandis que les parois horizontales d'épaisseur finie sont supposées conductrices et perméables. La méthode SIMPLER est utilisée pour la résolution des équations de transfert. L'étude est faite sur la base d'un rapport de 20 entre la largeur de la cavité à l'épaisseur des parois horizontales et $Pr=0.7$ et $Le=0.8$. Les résultats montrent l'effet de la résistance conductrice des parois horizontales sur la structure de l'écoulement ainsi que le taux de transfert de chaleur et de masse.

R. El Ayachi et al [27] ont étudié la convection naturelle double diffusive bidimensionnelle dans une cavité carrée soumise à un gradient thermique et solutal. La paroi verticale gauche est chauffée suivant un profil temporel sinusoïdal quant à la paroi droite est maintenue à une température froide constante. Aussi, les mêmes parois sont soumises à un gradient solutal constant où la concentration élevée correspond à la paroi gauche périodiquement excitée et la concentration basse coïncide avec la paroi droite dont la température est constante, alors que les parois horizontales sont supposées adiabatiques et imperméables. Les paramètres de contrôle du problème sont l'amplitude de la variation de la température (0.1 à 1), la période (10^{-4} à 10), le rapport N (-5 à +5), le nombre de Lewis (0.1 à 10) et nombre de Darcy- Rayleigh thermique égale à 400. L'influence de ces paramètres sur la structure de l'écoulement, les champs de température et concentration et par conséquent sur le transfert de masse et de chaleur est examinée. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur et de masse peuvent croître ou être réduits en fonction

du choix de la valeur de ces paramètres comparés au cas de chauffage constant. Ainsi, ils montrent que la structure de l'écoulement est sensible à la valeur du rapport N , précisément, l'écoulement en sens horaire ou antihoraire qui sont favorisés pour des valeurs élevées positives ou négatives de celui-ci. De même pour les champs de températures et de concentration. Il a été aussi observé qu'en augmentant le nombre de Lewis, le transfert de masse augmente mais le transfert de chaleur se trouve réduit. Aussi, le fait d'imposer une sollicitation thermique sinusoïdale, améliore le taux de transfert thermique et de masse par rapport aux gradients constants mais leurs valeurs temporelles moyennes et l'intensité de l'écoulement sont indépendantes de la valeur de l'amplitude de la variable température.

T. Basak et al [28] ont étudié numériquement l'influence des conditions pariétales thermiques sur la convection naturelle dans une cavité carrée chauffée par le bas de façon uniforme ou suivant un profil sinusoïdal et les parois verticales sont maintenues à une température constante supposée la plus basse, tandis que la paroi haute est adiabatique. La méthode des éléments finis est utilisée pour la résolution des équations de transfert et de mouvement. Le Rayleigh thermique est varié de 10^3 à 10^5 et le nombre de Prandtl de 0.7 à 10. Les résultats montrent que le taux de transfert de chaleur au milieu de la paroi en bas est plus élevé en chauffage non uniforme que dans le cas d'un chauffage uniforme pour l'ensemble des valeurs du Rayleigh traitées, cependant, la valeur moyenne le long de la paroi est à l'inverse, se trouve réduite.

S. Roy et al [29] ils ont étudié numériquement l'influence du profil uniforme ou non uniforme de la température sur la convection naturelle dans une cavité carrée dont la paroi gauche et basse sont excitées thermiquement par une fonction spatiale sinusoïdale et la paroi droite maintenue à une température froide constante, alors que la paroi haute est adiabatique. L'étude est menée pour un Rayleigh variant de 10^3 à 10^6 et le nombre de Prandtl est pris de 0.2 à 100. La méthode des éléments finis par pénalité est utilisée pour la résolution des équations.

Parmi les investigations traitant les problèmes de convection naturelle bidiffusive à l'intérieur d'enceintes fermées celles qui sont excités périodiquement sont plutôt limitées. L'excitation thermique périodique comprend deux types de configurations à savoir temporelles et spatiales, et c'est d'ailleurs dans ce contexte que s'inscrit la présente étude qui est une contribution à l'étude de la convection naturelle bidiffusive dans une enceinte rectangulaire soumise à une sollicitation thermique périodique spatiale.

CHAPITRE 2 : ANALYSE THEORIQUE

2-1- Description du problème :

La figure (2.1) schématise une section transversale, par un plan vertical, d'une cavité très allongée suivant un axe horizontal Az perpendiculaire au plan de la figure, de section droite rectangulaire de hauteur H et de largeur L avec un rapport de forme $Ar=2$, illustrée dans le repère cartésien bidimensionnel. La cavité est supposée remplie d'un fluide binaire newtonien, en l'occurrence l'air humide ($Pr=0.701$).

Initialement le système est en équilibre thermodynamique et solutal à la température T_c et la concentration C_c . Les parois **AB**, **BC**, **CD** et **DA** sont soumises à des conditions pariétales thermiques et massiques que nous donnerons en détail par la suite.

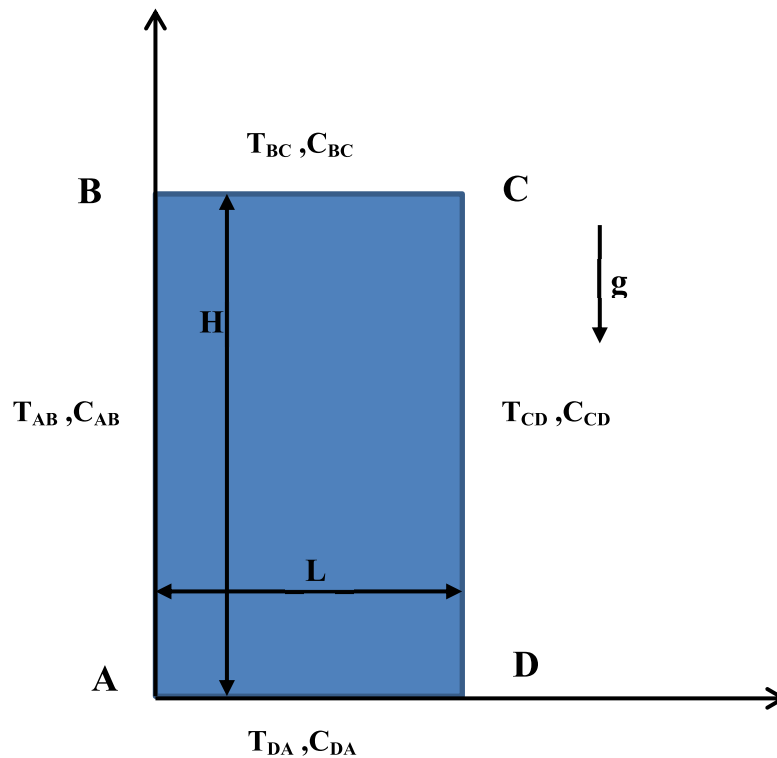


Figure 2.1 : Section transversale du système étudié

2-2- Approximation de Boussinesq :

Joseph Boussinesq a donné son nom à l'approximation hyponyme qui est définie par lui comme suit : « Il faut savoir que dans la plupart des mouvements provoqués par la chaleur sur nos fluides pesants, les volumes ou les densités se conservent très peu, quoique la variation correspondante du poids de l'unité de volume soit justement la cause des phénomènes qu'il s'agit d'analyser. De là résulte la possibilité de négliger les variations de la densité, là où elles ne sont pas multipliées par la gravité g, tout en conservant, dans les calculs, leur produit par celle-ci».

L'approximation prend comme hypothèse que les fluides ont une masse volumique constante, et qui peut varier linéairement avec la température et la concentration massique dans le terme représentant la flottabilité (ne dépend que de sa température si l'on considère que la dimension horizontale est beaucoup plus grande que celle verticale).

Ces variations sont traduites par l'équation d'état :

$$\rho = \rho(P, T, C) = \rho(T, C) = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_C(C - C_0)] \quad [2.1]$$

Où :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_C \quad : \text{est le coefficient de dilatation thermique à concentration constante.}$$

$$\beta_C = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_T \quad : \text{est le coefficient de dilatation massique à température constante.}$$

ρ_0 : la masse volumique de référence (constante).

T_0 : la température de référence (constante) associée à ρ_0

C_0 : la concentration de référence (constante) associée à ρ_0

2-3- Hypothèses simplificatrices :

La présente étude sera menée sous la prise en considérations des hypothèses simplificatrices suivantes :

- Vu que les variations de la masse volumique au sein du fluide sont faibles, et les vitesses d'écoulement sont assez lentes (infiniment petites devant la vitesse du son), on peut considérer que l'écoulement du fluide (air+ vapeur d'eau) est incompressible.
- Les vitesses mises en jeu sont faibles et l'écoulement est considéré laminaire.
- Le fluide étudié est newtonien.
- Toutes les propriétés physiques du mélange fluide sont constantes sauf la masse volumique.

- Le rayonnement n'est pas pris en considération (les propriétés émissives des parois étant négligées).
- Les effets de thermo diffusion connus sous effets de Dufour et Soret sont négligés et ne sont pas pris en compte.
- Les dimensions de la section transversale suivant les axes x et y de notre enceinte sont négligeables par rapport à la dimension de celle-ci suivant l'axe z. L'écoulement est supposé bidimensionnel suivant x et y.
- Nous supposons être dans le cadre de l'approximation de Boussinesq détaillée auparavant.
- Le régime est permanent.

2-4- Formulation du problème :

Résoudre complètement un problème de convection bidiffusive revient à déterminer en tous points et à tout instant les grandeurs caractéristiques du fluide, soit :

- La vitesse \vec{V} définie par ses trois composantes : u,v,w
- La masse volumique ρ
- La pression p
- La température T
- La concentration C

Ce qui permet ensuite d'évaluer les transferts de chaleur et de masse, et pour calculer ces fonctions il est nécessaire d'établir une formulation du problème.

2.4.1- Formulation vectorielle du problème :

➤ Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad [2.2]$$

Sans source de chaleur ni puits.

➤ Equations de quantité de mouvement ou de Navier stokes :

Pour les fluides réels incompressibles, elle prend la forme vectorielle :

$$\rho \left[(\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] = \rho \vec{g} - \overrightarrow{\text{grad}} p + \mu \Delta \vec{V} \quad [2.3]$$

➤ Equation de conservation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) T = \frac{\lambda}{\rho C_p} \Delta T \quad [2.4]$$

➤ Equation du transfert de masse :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{grad})C = D\Delta C \quad [2.5]$$

Où D est le coefficient de diffusion binaire du mélange fluide.

Puisque notre étude porte sur écoulement laminaire, incompressible et permanent et prenant compte de l'approximation de Boussinesq, les relations précédentes deviennent :

➤ Equation de continuité :

$$div(\rho\vec{V}) = 0 \quad [2.6]$$

Sans source de chaleur ni puits.

➤ Equations de quantité de mouvement ou de Navier stokes :

Pour les fluides réels incompressibles, elle prend la forme vectorielle :

$$\left[(\vec{V} \cdot \overrightarrow{grad})\vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] = \frac{\rho}{\rho_0} \vec{g} - \frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{grad} p + \frac{\mu}{\rho_0} \Delta \vec{V}$$

En tenant compte de la relation [2.1], on obtient :

$$\left[(\vec{V} \cdot \overrightarrow{grad})\vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] = [1 - \beta_T (T - T_0) - (C - C_0)]\vec{g} - \frac{1}{\rho_0} \overrightarrow{grad} p + \nu \Delta \vec{V} \quad [2.7]$$

➤ Equation de conservation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{grad})T = \frac{\lambda}{\rho C_p} \Delta T \quad [2.8]$$

➤ Equation du transfert de masse :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \overrightarrow{grad})C = D\Delta C \quad [2.9]$$

Où :

- \vec{V} est le vecteur vitesse du fluide ;
- \vec{g} est le vecteur accélération de la pesanteur ;
- p : Pression du fluide.
- λ : Conductivité thermique du fluide.
- T : Température du fluide.
- C : Concentration du fluide
- C_p : Capacité calorifique massique du fluide à pression constante;
- t : temps ;
- μ : viscosité dynamique du fluide ;

- ν : viscosité cinématique du fluide ;
- D : coefficient de diffusion binaire du mélange fluide.

2-4-2- Formulation indicielle du problème :

➤ Equation de continuité :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (V_j) = 0 \quad [2.6a]$$

➤ Equation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l V_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_l V_i V_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i \quad [2.7a]$$

➤ Equation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho C_p T) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho C_p T V_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}) \quad [2.8a]$$

➤ Equation de transfert de masse :

$$\frac{\partial}{\partial t} (C) + \frac{\partial}{\partial x_j} (C V_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (D \frac{\partial C}{\partial x_j}) \quad [2.9a]$$

Où : τ_{ij} est le tenseur des contraintes visqueuses dont les éléments dépendent du taux de déformation du fluide soumis au champ de vitesse.

2-4-3- Formulation en coordonnées cartésiennes :

Introduisons les coordonnées cartésiennes et les équations précédentes s'écrivent sachant que le problème est bidimensionnel :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad [2.10]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^*}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad [2.11a]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^*}{\partial y} + g[\beta_T \Delta T + \beta_C \Delta C] + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \quad [2.11b]$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad [2.12]$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} = D \left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right] \quad [2.13]$$

Où $P^* = p + \rho_0 g y$ est la pression motrice.

2-4-4- Formulation avec la fonction vorticité et fonction de courant:

Introduisons la variable vorticité ω et la fonction de courant ψ définies par :

$$\begin{cases} \omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \\ u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \end{cases}$$

On dérive les équations [2.11a] et [2.11b] respectivement par rapport à y et x on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^*}{\partial x} \right) + \nu \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad [2.11c]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \\ -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P^*}{\partial y} \right) + g \frac{\partial}{\partial x} [\beta_T \Delta T + \beta_C \Delta C] + \nu \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \quad [2.11d]$$

En soustrayant l'équation [2.11c] de [2.11d] et en utilisant la définition de la vorticité ainsi que l'équation de continuité, on trouve :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + v \frac{\partial \omega}{\partial y} = g \left[\beta_T \frac{\partial T}{\partial x} + \beta_C \frac{\partial C}{\partial x} \right] + \nu \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] \quad [2.14]$$

Cette formulation, nous permet d'éliminer le gradient de pression et de réduire ainsi le nombre de variables à traiter.

Et l'équation de continuité aura pour expression :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \partial x} = 0 \quad [2.15]$$

$$\text{et } \omega = - \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right] \quad [2.16]$$

2-5- Formulation des conditions aux limites :

Les conditions aux limites dimensionnelles sont :

2-5-1- Première condition pariétale :

La paroi **AB** est soumise à une excitation thermique périodique et maintenue à la concentration C_h tandis que la paroi **CD** est maintenue à la température T_c et la concentration C_c alors que les parois **BC** et **DA** sont adiabatiques et imperméables, donc :

$$x = 0, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = \frac{T_h - T_c}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{\pi y}{L}\right) \right] + T_c \\ C = C_h \end{cases}$$

$$x = L, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = T_c \\ C = C_c \end{cases}$$

$$y = 0, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

$$y = H, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

2-5-2- Deuxième condition pariétale :

La paroi **AB** est soumise à une excitation thermique périodique et maintenue à la concentration C_h tandis que la paroi **CD** est maintenue à la température T_c et la concentration C_c alors que les parois **BC** et **DA** sont adiabatiques et imperméables, donc :

$$x = 0, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = \frac{T_h - T_c}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi y}{L}\right) \right] + T_c \\ C = C_h \end{cases}$$

$$x = L, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = T_c \\ C = C_c \end{cases}$$

$$y = 0, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

$$y = H, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

2-5-3- Troisième condition pariétale :

La paroi **AB** est soumise à une excitation thermique périodique et maintenue à la concentration C_h tandis que la paroi **CD** est maintenue à la température T_c et la concentration C_c alors que les parois **BC** et **DA** sont adiabatiques et imperméables, donc :

$$x = 0, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = \frac{T_h - T_c}{2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi y}{L}\right) \right] + T_c \\ C = C_h \end{cases}$$

$$x = L, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = T_c \\ C = C_c \end{cases}$$

$$y = 0, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

$$y = H, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

2-5-4- Quatrième condition pariétale :

La paroi **AB** est soumise à une excitation thermique périodique et maintenue à la concentration C_h tandis que la paroi **CD** est maintenue à la température T_c et la concentration C_c alors que les parois **BC** et **DA** sont adiabatiques et imperméables, donc :

$$x = 0, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = (T_h - T_c) \sin\left(\frac{\pi y}{L}\right) + T_c \\ C = C_c \end{cases}$$

$$x = L, \forall 0 \leq y \leq H : \begin{cases} T = T_c \\ C = C_h \end{cases}$$

$$y = 0, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

$$y = H, \forall 0 \leq x \leq L : \begin{cases} \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \end{cases}$$

En plus de ces conditions il faut rajouter la condition de non glissement des particules sur les parois donc la vitesse est nulle aux parois donc : $\mathbf{u}=\mathbf{v}=\mathbf{0}$

2-6- Adimensionalisation :

L'analyse dimensionnelle permet de vérifier a priori la viabilité d'une équation ou du résultat d'un calcul. Elle est utile également pour formuler des hypothèses simples sur les grandeurs qui gouvernent l'état d'un système physique avant qu'une théorie plus complète ne vienne valider ces hypothèses. L'adimensionalisation a pour avantage de faciliter la

simplification des équations et de généraliser les résultats. En posant les quantités adimensionnelles suivantes :

$$Ar = \frac{H}{L}, X = \frac{x}{L}, Y = \frac{y}{L}, U = \frac{uL}{\alpha}, V = \frac{vL}{\alpha}, \tau = \frac{t\alpha}{L^2}, \theta = \frac{T - T_c}{T_h - T_c},$$

$$\mathcal{C} = \frac{C - C_c}{C_h - C_c}, \quad \xi = \frac{\omega L^2}{\alpha}, \quad \Psi = \frac{\psi}{\alpha}$$

Avec :

α : diffusivité thermique ;

$\frac{\alpha}{L}$: vitesse caractéristique

$\frac{L^2}{\alpha}$: temps caractéristique

En reportant ces valeurs dans les équations [2.10], [2.12], [2.13] et [2.14] on obtient :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad [2.17]$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + U \frac{\partial \xi}{\partial X} + V \frac{\partial \xi}{\partial Y} = Ra_T Pr \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} + N \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} \right] + Pr \left[\frac{\partial^2 \xi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial Y^2} \right] \quad [2.18]$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \quad [2.19]$$

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \tau} + U \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} + V \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = \frac{1}{Le} \left[\frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \mathcal{C}}{\partial Y^2} \right] \quad [2.20]$$

Où les composantes U, V de la vitesse adimensionnelle sont définies par :

$$\left\{ U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right. \quad [2.20a]$$

$$\left\{ V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right. \quad [2.20b]$$

Et la vorticité adimensionnelle par :

$$\xi = -\left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right] \quad [2.21]$$

Avec :

$$Ra_T = \frac{g\beta_T(T_h - T_c)L^3}{\alpha\nu} \quad : \text{nombre de Rayleigh thermique}$$

$$Ra_S = \frac{g\beta_S(C_h - C_c)L^3}{\alpha\nu} \quad : \text{nombre de Rayleigh solutal}$$

$$N = \frac{Ra_S}{Ra_T} \quad : \text{rapport des forces de pouss es thermiques et solutale}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad : \text{nombre de Prandtl}$$

$$Le = \frac{\alpha}{D} \quad : \text{nombre de Lewis}$$

2-7- Adimensionalisation des conditions aux limites :

Les conditions aux limites adimensionnelles sont formulées comme suit :

2-7-1- Première condition pariétale :

$$X = 0, \forall 0 \leq Y \leq Ar : \begin{cases} \theta = \frac{1}{2} [1 + \cos(\pi Y)] \\ \mathcal{C} = 1 \end{cases}$$

$$X = 1, \forall 0 \leq Y \leq Ar : \begin{cases} \theta = 0 \\ \mathcal{C} = 0 \end{cases}$$

$$Y = 0, \forall 0 \leq X \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

$$y = Ar, \forall 0 \leq x \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

2-7-2- Deuxième condition pariétale :

$$X = 0, \forall 0 \leq Y \leq Ar : \begin{cases} \theta = \frac{1}{2} [1 - \cos(\pi Y)] \\ \mathcal{C} = 1 \end{cases}$$

$$X = 1, \forall 0 \leq Y \leq H : \begin{cases} \theta = 0 \\ \mathcal{C} = 0 \end{cases}$$

$$Y = 0, \forall 0 \leq X \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

$$y = Ar, \forall 0 \leq x \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

2-7-3- Troisième condition pariétale :

$$X = 0, \forall 0 \leq Y \leq Ar : \begin{cases} \theta = \frac{1}{2} [1 + \cos(2\pi Y)] \\ \mathcal{C} = 1 \end{cases}$$

$$X = 1, \forall 0 \leq Y \leq Ar : \begin{cases} \theta = 0 \\ \mathcal{C} = 0 \end{cases}$$

$$Y = 0, \forall 0 \leq X \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

$$Y = Ar, \forall 0 \leq X \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

2-7-4- Quatrième condition pariétale :

$$X = 0, \forall 0 \leq Y \leq Ar : \begin{cases} \theta = \sin(\pi Y) \\ \mathcal{C} = 1 \end{cases}$$

$$X = 1, \forall 0 \leq Y \leq Ar : \begin{cases} \theta = 0 \\ \mathcal{C} = 0 \end{cases}$$

$$Y = 0, \forall 0 \leq X \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

$$Y = Ar, \forall 0 \leq X \leq 1 : \begin{cases} \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} = 0 \end{cases}$$

En plus de la condition de non glissement des particules sur les parois :

$$X = 0, \forall 0 \leq Y \leq Ar : U = V = 0$$

$$X = 1, \forall 0 \leq Y \leq Ar : U = V = 0$$

$$Y = 0, \forall 0 \leq X \leq 1 : U = V = 0$$

$$Y = Ar, \forall 0 \leq X \leq 1 : U = V = 0$$

2-8- Coefficients d'échange de chaleur et de masse :

L'étude du transfert de chaleur et de masse dans la cavité nécessite la détermination des taux de transfert de chaleur et de masse, donnés par le biais du nombre de Nusselt et de Sherwood respectivement.

2-8-1- Nombre de Nusselt local :

- Pour la paroi **AB** :

$$Nu_{AB} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} \quad [2.22]$$

- Pour la paroi **CD** :

$$Nu_{CD} = \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=1} \quad [2.23]$$

2-8-2- Nombre de Nusselt moyen :

- Pour la paroi **AB** :

$$\overline{Nu}_{AB} = \frac{1}{Ar} \left[\int_0^{Ar} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=0} dY \right] \quad [2.24]$$

- Pour la paroi **CD** :

$$\overline{Nu}_{CD} = \frac{1}{Ar} \left[\int_0^{Ar} \left(\frac{\partial \theta}{\partial X} \right)_{X=1} dY \right] \quad [2.25]$$

2-8-3- Nombre de Sherwood local :

- Pour la paroi **AB** :

$$Sh_{AB} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial X} \right|_{X=0} \quad [2.26]$$

- Pour la paroi **CD** :

$$Sh_{CD} = \left. \frac{\partial \varphi}{\partial X} \right|_{X=1} \quad [2.27]$$

2-8-4- Nombre de Sherwood moyen :

- Pour la paroi **AB** :

$$\overline{Sh}_{AB} = \frac{1}{Ar} \left[\int_0^{Ar} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)_{X=0} dY \right] \quad [2.28]$$

- Pour la paroi **CD** :

$$\overline{Sh}_{CD} = \frac{1}{Ar} \left[\int_0^{Ar} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)_{X=1} dY \right] \quad [2.29]$$

CHAPITRE 3 : **FORMULATION NUMERIQUE**

3-1- Introduction:

Une fois mis le problème sous forme de système d'équations au dérivées partielles établi sur un domaine continu, après il faut le résoudre, mais puisqu'il s'agit d'un système non linéaire, on utilise des méthodes numériques qui nous permettent d'approcher avec une grande précision la solution exacte vu l'impossibilité de résoudre le système analytiquement et ceci à travers l'obtention d'un système d'équations algébriques sur un domaine discrétisé.

Parmi ces méthodes, on peut citer :

- La méthode des différences finies
- La méthode des volumes finis
- La méthode des éléments finis
- La méthode spectrale

Ainsi le système d'équations obtenu précédemment, on utilisera la méthode des volumes finis pour le système [2.12] [2.13] et [2.14] alors qu'on utilisera le développement de Taylor pour le système [2.10]. Ces méthodes, très utilisées dans la solution numérique des problèmes de transfert, sont bien exposées par **S.V. PATANKAR [16]** et par **E.F. NOGOTOV [30]**.

3-2- Méthode des volumes finis :

Elle est basée sur la transformation d'un domaine physique continu ou géométrie en un ensemble discret de volumes élémentaires ou finis constitué par un maillage de points où le système d'équations gouvernant le problème est résolu ou intégré sur chacun de ces volumes en tenant compte de la variation selon des profils ou des lois entre des nœuds voisins des différentes variables afin d'obtenir un système d'équations algébriques en fonction des valeurs de celles-ci aux nœuds du maillage et ensuite résoudre ce système.

Le domaine physique est divisé en un nombre de volumes finis de dimension $(\Delta X.\Delta Y.1)$; le centre d'un volume fini typique est un point «**P**», et ces faces latérales ouest, est, nord et sud sont localisées aux points **e**, **w**, **n** et **s**.

Les points **E**, **W**, **N** et **S** sont les nœuds des quatre volumes de contrôles adjacents respectivement à l'est, ouest, nord et sud du volume de contrôle typique. Les variables (vorticité, température et concentration) sont stockées aux centres des volumes de contrôles.

Pour un nœud principal « P », les points E et W sont pris dans la direction X, tandis que N et S sont pris dans la direction Y, la figure (3.1) représente un volume fini typique et son voisinage dans un volume de calcul.

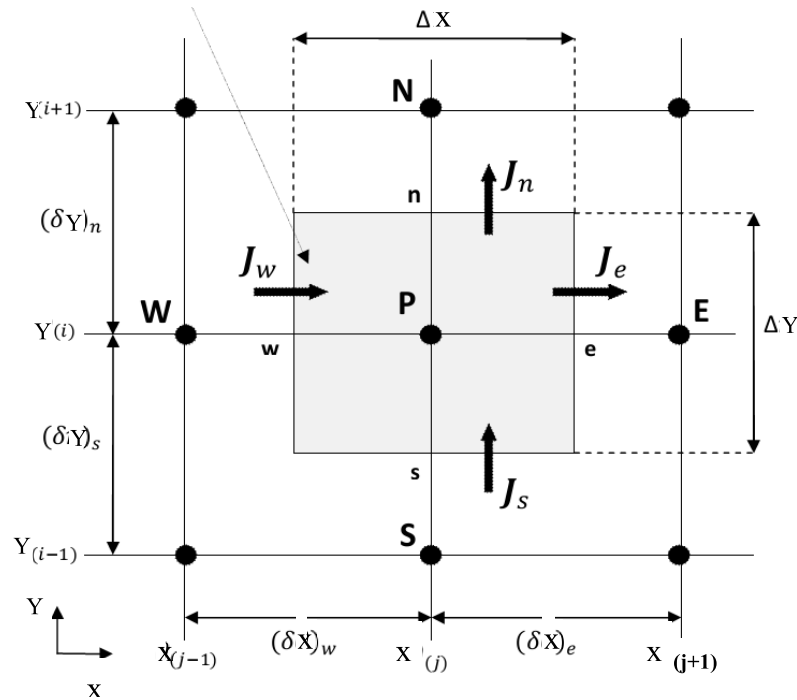


Figure 3.1 : Représentation du volume de contrôle typique.

Soit :

i : indice des nœuds suivant Y

j : indice des nœuds suivant X

NI : le nombre de points suivant Y

NN : le nombre de points suivant X

3-3- Discrétisation de l'équation générale de transfert d'une variable ϕ dans le volume de contrôle :

3-3-1- Intégration de l'équation de transfert :

Afin d'illustrer la discrétisation des différentes équations de transfert par la méthode des volumes finis, on prendra les équations obtenues précédemment [2.12],[2.13] et [2.14] , qui peuvent être réécrites sous la forme :

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\xi - Pr \frac{\partial \xi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\xi - Pr \frac{\partial \xi}{\partial Y} \right) = Ra_T Pr \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} + N \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} \right] \quad [3.1]$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\theta - \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\theta - \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) = 0 \quad [3.2]$$

$$\frac{\partial \mathcal{C}}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\mathcal{C} - \frac{1}{Le} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\mathcal{C} - \frac{1}{Le} \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} \right) = 0 \quad [3.3]$$

Qui ont la forme générale :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} \left(U\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right) = S_\varphi \quad [3.4]$$

Où les différents coefficients sont présentés dans le tableau (3.1) suivant :

Equation	φ	Γ_φ	S_φ
3.1	ξ	Pr	$Ra_T Pr \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} + N \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} \right]$
3.2	θ	1	0
3.3	\mathcal{C}	$\frac{1}{Le}$	0

Avec :

φ : fonction générale représentant la variable d'état (ξ , θ ou \mathcal{C})

Γ_φ : coefficient adimensionnel

S_φ : terme source

L'équation de discrétisation d'une variable φ est obtenue par l'intégration de son équation de conservation dans un volume fini typique. Ci-après, nous présentons un cas de discrétisation d'une équation de transfert de φ .

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \left[\iiint_{s w} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} d\tau dX dY \right] dZ + \int_0^1 \left[\iiint_{s w} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial}{\partial X} \left(U\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial X} \right) d\tau dX dY \right] dZ \\ & + \int_0^1 \left[\iiint_{s w} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{\partial}{\partial Y} \left(V\varphi - \Gamma_\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right) d\tau dX dY \right] dZ \\ & = \int_0^1 \left[\iiint_{s w} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} S_\varphi d\tau dX dY \right] dZ \end{aligned} \quad [3.5]$$

Cette équation peut être écrite sous la forme :

$$\int_0^1 \left[\iiint_{s w}^{\tau} \int_{\tau}^{n e \tau + \Delta \tau} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} d\tau dX dY \right] dZ + \int_0^1 \left[\iiint_{s w}^{\tau} \int_{\tau}^{n e \tau + \Delta \tau} \frac{\partial}{\partial X} (J_X) d\tau dX dY \right] dZ + \int_0^1 \left[\iiint_{s w}^{\tau} \int_{\tau}^{n e \tau + \Delta \tau} \frac{\partial}{\partial Y} (J_Y) d\tau dX dY \right] dZ = \int_0^1 \left[\iiint_{s w}^{\tau} \int_{\tau}^{n e \tau + \Delta \tau} S_{\varphi} d\tau dX dY \right] dZ \quad [3.6]$$

Avec :

$$J_X = U\varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial X} \quad , \quad J_Y = V\varphi - \Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial Y}$$

Sont les termes représentant l'ensemble de flux convectifs et diffusifs à travers le volume typique.

De l'équation [3.6], on déduit l'expression :

$$(\varphi_p - \varphi_p^0) \frac{\Delta X \cdot \Delta Y \cdot 1}{\Delta \tau} + (J_n - J_s) + (J_e - J_w) = \overline{S_{\varphi}} \cdot \Delta V \quad [3.7]$$

$\overline{S_{\varphi}}$: est la valeur moyenne du terme source S_{φ} dans le volume de contrôle élémentaire

J_n, J_s, J_e, J_w sont les valeurs des flux totaux aux interfaces Est, Ouest, Nord et Sud du volume de contrôle et ont pour expression en fonction de J_X et J_Y :

$$\begin{aligned} J_n &= \int_w^e \left[(V\varphi)_n - \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)_n \right] dX \cdot 1 = (J_Y)_n \Delta X \cdot 1 \\ J_s &= \int_w^e \left[(V\varphi)_s - \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)_s \right] dX \cdot 1 = (J_Y)_s \Delta X \cdot 1 \\ J_e &= \int_s^n \left[(U\varphi)_e - \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)_e \right] dY \cdot 1 = (J_X)_e \Delta Y \cdot 1 \\ J_w &= \int_s^n \left[(U\varphi)_w - \left(\Gamma_{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)_w \right] dY \cdot 1 = (J_X)_w \Delta Y \cdot 1 \end{aligned}$$

3-3-2- Linéarisation du terme source :

Le terme source peut être linéarisé en fonction de φ_P (au nœud P) suivant l'expression :

$$\overline{S_{\varphi}} = S_0 + S_P \cdot \varphi_P$$

Où : S_0 est la partie constante de $\overline{S_{\varphi}}$ indépendante de φ_P et $S_P < 0$ et l'équation [3.7]

devient :

$$(\varphi_p - \varphi_p^0) \frac{\Delta X \cdot \Delta Y \cdot 1}{\Delta \tau} + (J_n - J_s) + (J_e - J_w) = (S_0 + S_P \cdot \varphi_P) \cdot \Delta V \quad [3.8]$$

En intégrant l'équation de continuité [2.17], on obtient :

$$\int_0^1 \left[\iint_{[s w]^{n e}} \frac{\partial U}{\partial X} dX dY \right] dZ + \int_0^1 \left[\iint_{[s w]^{n e}} \frac{\partial V}{\partial Y} dX dY \right] dZ = 0 \quad [3.9]$$

Puis en considérant les débits massiques à travers les différentes faces du volume élémentaire :

$$\begin{cases} F_n = (V)_n \cdot \Delta X \cdot 1 \\ F_s = (V)_s \cdot \Delta X \cdot 1 \\ F_e = (U)_e \cdot \Delta Y \cdot 1 \\ F_w = (U)_w \cdot \Delta Y \cdot 1 \end{cases} \quad [3.10]$$

L'équation [3.9] devient :

$$(F_n - F_s) + (F_e - F_w) = 0 \quad [3.11]$$

Delà, en multipliant l'équation [3.11] par la fonction φ puis soustraire de l'équation [3.8], on obtient :

$$\begin{aligned} (\varphi_p - \varphi_p^0) \frac{\Delta X \cdot \Delta Y \cdot 1}{\Delta \tau} + (J_n - F_n \varphi_p) - (J_s - F_s \varphi_p) \\ + (J_e - F_e \varphi_p) - (J_w - F_w \varphi_p) = (S_0 + S_p \cdot \varphi_p) \cdot \Delta V \end{aligned} \quad [3.12]$$

Selon **S.V. PATANKAR[16]**, les termes $(J_i - F_i \varphi_p)$, $i=n,s,e,w$ peuvent s'écrire en fonction de la valeur de la fonction φ aux centres des volumes élémentaires adjacents N,S,E,W sous la forme suivante :

$$\begin{cases} J_n - F_n \varphi_p = a_N (\varphi_p - \varphi_N) \\ J_s - F_s \varphi_p = a_S (\varphi_p - \varphi_S) \\ J_e - F_e \varphi_p = a_E (\varphi_p - \varphi_E) \\ J_w - F_w \varphi_p = a_W (\varphi_p - \varphi_W) \end{cases} \quad [3.13]$$

En introduisant ces expressions dans l'équation [3.12], on obtient :

$$\begin{aligned} (\varphi_p - \varphi_p^0) \frac{\Delta X \cdot \Delta Y \cdot 1}{\Delta \tau} + a_N (\varphi_p - \varphi_N) - a_S (\varphi_p - \varphi_S) + a_E (\varphi_p - \varphi_E) \\ - a_W (\varphi_p - \varphi_W) = (S_0 + S_p \cdot \varphi_p) \cdot \Delta V \end{aligned} \quad [3.14]$$

D'où la formule de discrétisation de la fonction φ :

$$a_p \varphi_p = a_N \varphi_N + a_S \varphi_S + a_E \varphi_E + a_W \varphi_W + b \quad [3.14a]$$

Avec :

$$\begin{cases} a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_P^0 - S_P \cdot \Delta V \\ b = S_0 \cdot \Delta V + a_P^0 \varphi_P^0 \\ a_P^0 = \frac{\Delta X \cdot \Delta Y \cdot 1}{\Delta \tau} \end{cases} \quad [3.14b]$$

Et les coefficients a_i , $i=N,S,E,W$ sont donnés par :

$$\begin{cases} a_N = D_n A (|P_n|) + \|- F_n, 0 \| \\ a_S = D_s A (|P_s|) + \|- F_s, 0 \| \\ a_E = D_e A (|P_e|) + \|- F_e, 0 \| \\ a_W = D_w A (|P_w|) + \|- F_w, 0 \| \end{cases} \quad [3.15]$$

La fonction $A (|P|)$ est donnée d'après **S.V. PATANKAR [16]**, par le schéma « power law » comme suit :

$$A (|P|) = \|- 0, (1 - 0.1 |P|)^5 \-$$

A noter que l'expression $\|A, B\|$ signifie que le maximum entre A et B est choisi et les coefficients de diffusion sont définis par :

$$\begin{cases} D_n = (\Gamma_\varphi)_n \frac{\Delta X}{(\delta Y)_n} \\ D_s = (\Gamma_\varphi)_s \frac{\Delta X}{(\delta Y)_s} \\ D_e = (\Gamma_\varphi)_e \frac{\Delta Y}{(\delta X)_e} \\ D_w = (\Gamma_\varphi)_w \frac{\Delta Y}{(\delta X)_w} \end{cases}$$

Où $(\delta Y)_n$, $(\delta Y)_s$, $(\delta X)_e$ et $(\delta X)_w$ sont les pas d'intégration pouvant être égaux ou non au pas de calcul ΔX et ΔY (dans ce qui suit, ils sont choisis constants et égaux aux ΔX et ΔY).

Alors les interfaces n, s, e et w sont les milieux des nœuds (P, N), (P, S), (P, E) et (P, W) et les grandeurs précédentes s'écrivent :

$$\begin{cases} D_n = (\Gamma_\varphi)_n \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ D_s = (\Gamma_\varphi)_s \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ D_e = (\Gamma_\varphi)_e \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ D_w = (\Gamma_\varphi)_w \frac{\Delta Y}{\Delta X} \end{cases} \quad [3.16]$$

Les nombres P_n , P_s , P_e et P_w dits nombres de Peclet sont définis par :

$$\begin{cases} P_n = \frac{F_n}{D_n} \\ P_s = \frac{F_s}{D_s} \\ P_e = \frac{F_e}{D_e} \\ P_w = \frac{F_w}{D_w} \end{cases} \quad [3.17]$$

3-3-3-Rappel sur les schémas de discrétisation spatiale

Le schéma de discrétisation est indispensable pour l'évaluation des flux de diffusion et de convection aux interfaces des volumes de contrôle après intégration. Pour choisir un schéma, il faut tenir compte de certains paramètres tels que la stabilité, précision, coût de calcul numérique et d'autres ; car souvent des modèles moins précis sont très stables tandis que d'autres plus précis sont moins stables et robustes et demandent souvent un temps de calcul plus importants et reviennent plus cher. **S.V. PATANKAR [16]** propose plusieurs schémas permettant d'exprimer la fonction $A(|P|)$:

3-3-3-1- Schéma des différences centrées :

La fonction $A(|P|)$ est donnée par la formule suivante :

$$A(|P|) = 1 - 0,5 |P|$$

Alors les coefficients de l'équation générale discrétisée s'écrivent :

$$\begin{cases} a_N = D_n (1 - 0,5 |P_n|) + \|- F_n, 0 \| \\ a_S = D_s (1 - 0,5 |P_s|) + \| F_s, 0 \| \\ a_E = D_e (1 - 0,5 |P_e|) + \|- F_e, 0 \| \\ a_W = D_w (1 - 0,5 |P_w|) + \| F_w, 0 \| \end{cases}$$

A noter que ce schéma est stable pour $|P| \leq 2$ et donne des coefficients (a_N , a_S , a_E , a_W) positifs ainsi qu'une précision acceptable. Pour des valeurs de $|P| > 2$, les coefficients peuvent être négatifs et les résultats peuvent ne pas respecter la physique du phénomène, d'où l'utilisation de ce schéma dans le cas où la convection ne domine pas la diffusion mais il n'est pas recommandé lors de calcul d'écoulements.

3-3-3-2- Schéma Upwind :

La fonction $A(|P|)$ est donnée selon l'expression :

$$A(|P|) = 1$$

Les coefficients s'écrivent alors :

$$\begin{cases} a_N = D_n + \|- F_n, 0 \| \\ a_S = D_s + \| F_s, 0 \| \\ a_E = D_e + \|- F_e, 0 \| \\ a_W = D_w + \| F_w, 0 \| \end{cases}$$

- Pour ce schéma, les coefficients de l'équation discrétisée sont toujours positifs, donc il est inconditionnellement stable.
- Ce schéma est non approprié aux faibles valeurs de $|P|$.
- Le schéma Upwind est appliqué pour les écoulements à dominance convective suivant le sens d'écoulement.

3-3-3-3- Schéma Exponentiel :

La fonction $A(|P|)$ est donnée par l'expression :

$$A(|P|) = \frac{|P|}{\exp(|P|) - 1}$$

Les coefficients s'écrivent alors :

$$a_N = \frac{F_n}{\exp\left(\frac{F_n}{D_n}\right) - 1}, \quad a_S = \frac{F_s}{\exp\left(\frac{F_s}{D_s}\right) - 1}$$

$$a_E = \frac{F_e}{\exp\left(\frac{F_e}{D_e}\right) - 1}, \quad a_W = \frac{F_w}{\exp\left(\frac{F_w}{D_w}\right) - 1}$$

Ce schéma est assez peu utilisé car :

- Les exponentielles coûtent cher dans le calcul numérique.
- Il n'est pas exact pour les problèmes 2D, 3D, instationnaires et comportant un terme source.

3-3-3-4-Schéma hybride :

La fonction $A(|P|)$ est donnée selon l'expression :

$$A(|P|) = \|- 0, (1 - 0,5|P|) \|$$

Les coefficients s'écrivent alors :

$$\begin{cases} a_N = \| -F_n, D_n - 0,5 F_n, 0 \| \\ a_S = \| F_s, D_s + 0,5 F_s, 0 \| \\ a_E = \| -F_e, D_e - 0,5 F_e, 0 \| \\ a_W = \| F_w, D_w + 0,5 F_w, 0 \| \end{cases}$$

- Le schéma hybride est une combinaison améliorée entre le schéma à différence centre et le schéma Upwind.
- L'erreur maximale pour ce schéma est pour des valeurs de $|P| \cong 2$.

3-3-3-5-Schéma power Law :

Dans ce schéma, la fonction $A(|P|)$ est donnée par l'expression :

$$A(|P|) = \| 0, (1 - 0,1|P|)^5 \|$$

Et les coefficients de l'équation générale sont :

$$\begin{cases} a_N = D_n \| 0, (1 - 0,1|P_n|)^5 \| + \| -F_n, 0 \| \\ a_S = D_s \| 0, (1 - 0,1|P_s|)^5 \| + \| F_s, 0 \| \\ a_E = D_e \| 0, (1 - 0,1|P_e|)^5 \| + \| -F_e, 0 \| \\ a_W = D_w \| 0, (1 - 0,1|P_w|)^5 \| + \| F_w, 0 \| \end{cases}$$

Ce type de schéma est recommandé pour les problèmes de convection-diffusion, et c'est pourquoi nous l'avons choisi.

3-4-Discretisation de l'équation de la chaleur (énergie) :

Partant de l'équation [3.2] et en remplaçant la fonction φ par la température

adimensionnelle θ et le terme source S_φ par zéro, l'équation de la chaleur discrétisée sera :

$$a_p \theta_p = a_N \theta_N + a_S \theta_S + a_E \theta_E + a_W \theta_W + b \quad [3.18]$$

Avec :

$$a_p = a_N + a_S + a_E + a_W + a_p^0$$

$$b = a_p^0 \varphi_p^0$$

A noter que les coefficients a_N, a_S, a_E, a_W et a_p^0 ont respectivement les mêmes expressions que dans les systèmes [3.14b] et [3.15].

3-4-1-Détermination des coefficients F_i, D_i, P_i ($i= n,s,e,w$) :

Afin de pouvoir calculer les coefficients a_i , il est nécessaire de déterminer les coefficients F_i, D_i, P_i ($i= n,s,e,w$).

Sachant que les vitesses adimensionnelles sont données en fonction de la fonction courant adimensionnelle par les expressions suivantes :

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial Y} , \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial X}$$

En les remplaçant dans le système [3.10], on obtient alors :

$$\begin{cases} F_n = \left(-\frac{\partial \Psi}{\partial X}\right)_n \cdot \Delta X \\ F_s = \left(-\frac{\partial \Psi}{\partial X}\right)_s \cdot \Delta X \\ F_e = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_e \cdot \Delta Y \\ F_w = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_w \cdot \Delta Y \end{cases}$$

En appliquant une interpolation linéaire (différence centrée), et en tenant compte que les interfaces sont à mi-distance des nœuds on trouve :

$$\begin{cases} \Psi_n = \frac{\Psi(i+1, j) + \Psi(i, j)}{2} \\ \Psi_s = \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i-1, j)}{2} \\ \Psi_e = \frac{\Psi(i, j+1) + \Psi(i, j)}{2} \\ \Psi_w = \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i, j-1)}{2} \end{cases}$$

En suivant la démarche établie par NOGOTOV [30], le gradient de la fonction courant est donné comme suit :

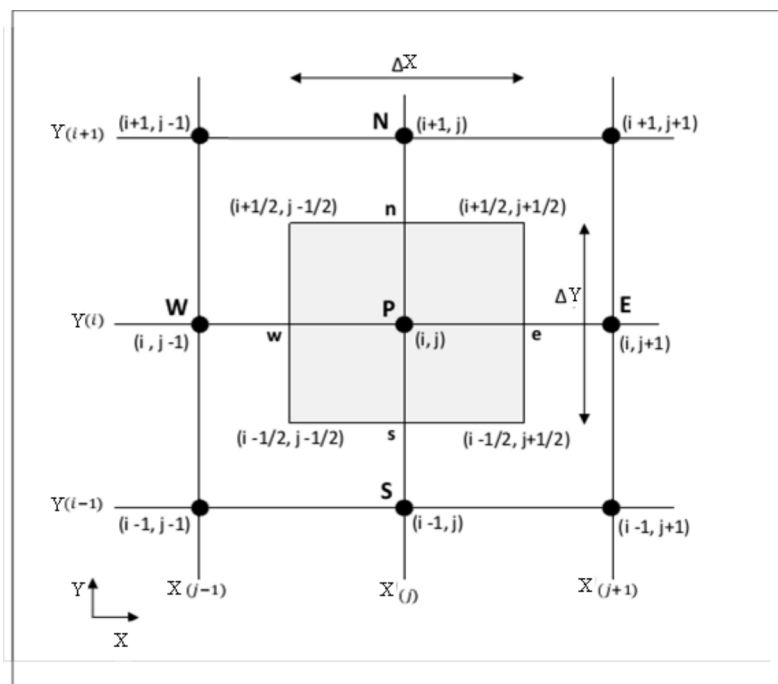


Schéma représentatif des nœuds P, E, W, N, et S dans le maillage

a- A l'interface « e » :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_e &= \frac{\Psi\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - \Psi\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right)}{\Delta Y} \\ &= \frac{1}{2\Delta Y} \left[\frac{\Psi(i + 1, j + 1) + \Psi(i + 1, j)}{2} + \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i, j + 1)}{2} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2\Delta Y} \left[\frac{\Psi(i - 1, j + 1) + \Psi(i - 1, j)}{2} + \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i, j + 1)}{2} \right] \end{aligned}$$

Soit :

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_e = \frac{\Psi(i + 1, j + 1) + \Psi(i + 1, j) - \Psi(i - 1, j + 1) - \Psi(i - 1, j)}{4\Delta Y}$$

b- A l'interface « w » :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_w &= \frac{\Psi\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right) - \Psi\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right)}{\Delta Y} \\ &= \frac{1}{2\Delta Y} \left[\frac{\Psi(i + 1, j) + \Psi(i + 1, j - 1)}{2} + \frac{\Psi(i, j - 1) + \Psi(i, j)}{2} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2\Delta Y} \left[\frac{\Psi(i - 1, j) + \Psi(i - 1, j - 1)}{2} + \frac{\Psi(i, j - 1) + \Psi(i, j)}{2} \right] \end{aligned}$$

Soit :

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_w = \frac{\Psi(i + 1, j) + \Psi(i + 1, j - 1) - \Psi(i - 1, j) - \Psi(i - 1, j - 1)}{4\Delta Y}$$

c- A l'interface « n » :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_n &= \frac{\Psi\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - \Psi\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right)}{\Delta X} \\ &= \frac{1}{2\Delta X} \left[\frac{\Psi(i + 1, j + 1) + \Psi(i, j + 1)}{2} + \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i + 1, j)}{2} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2\Delta X} \left[\frac{\Psi(i + 1, j - 1) + \Psi(i, j - 1)}{2} + \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i + 1, j)}{2} \right] \end{aligned}$$

Soit :

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_n = \frac{\Psi(i + 1, j + 1) + \Psi(i, j + 1) - \Psi(i + 1, j - 1) - \Psi(i, j - 1)}{4\Delta X}$$

d- A l'interface « s » :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_s &= \frac{\Psi\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - \Psi\left(i - \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right)}{\Delta X} \\ &= \frac{1}{2\Delta X} \left[\frac{\Psi(i, j + 1) + \Psi(i - 1, j + 1)}{2} + \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i - 1, j)}{2} \right] \\ &\quad - \frac{1}{2\Delta X} \left[\frac{\Psi(i, j - 1) + \Psi(i - 1, j - 1)}{2} + \frac{\Psi(i, j) + \Psi(i - 1, j)}{2} \right] \end{aligned}$$

Soit :

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y}\right)_s = \frac{\Psi(i - 1, j + 1) + \Psi(i, j + 1) - \Psi(i, j - 1) - \Psi(i - 1, j - 1)}{4\Delta X}$$

Ainsi les expressions de F_n, F_s, F_e, F_w deviennent :

$$F_n = \frac{1}{4} [\Psi(i + 1, j - 1) + \Psi(i, j - 1) - \Psi(i + 1, j + 1) - \Psi(i, j + 1)] \quad [3.19a]$$

$$F_s = \frac{1}{4} [\Psi(i - 1, j - 1) + \Psi(i, j - 1) - \Psi(i - 1, j + 1) - \Psi(i, j + 1)] \quad [3.19b]$$

$$F_e = \frac{1}{4} [\Psi(i + 1, j + 1) + \Psi(i + 1, j) - \Psi(i - 1, j + 1) - \Psi(i - 1, j)] \quad [3.19c]$$

$$F_w = \frac{1}{4} [\Psi(i + 1, j - 1) + \Psi(i + 1, j) - \Psi(i - 1, j - 1) - \Psi(i - 1, j)] \quad [3.19d]$$

D'après le tableau [3.1], le coefficient $\Gamma_\varphi = 1$, alors d'après le système [3.16], les coefficients D_n, D_s, D_e et D_w deviennent :

$$\begin{cases} D_n = D_s = \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ D_e = D_w = \frac{\Delta Y}{\Delta X} \end{cases}$$

Et les nombres de Peclet auront pour valeur :

$$\begin{cases} P_n = F_n \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ P_s = F_s \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ P_e = F_e \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ P_w = F_w \frac{\Delta X}{\Delta Y} \end{cases}$$

Afin d'homogénéiser les notations dans l'équation [3.18], en remplaçant les nœuds W,P ,E,N et S respectivement par : $(i,j-1)$, (i,j) , $(i,j+1),(i+1,j)$, $(i-1,j)$ et les coefficients a_N, a_S, a_E, a_W et a_p^0 sont pris au nœud (i,j) , ainsi l'équation [3.18] devient :

$$a_p \theta(i, j) = a_N \theta(i + 1, j) + a_S \theta(i - 1, j) + a_E \theta(i, j + 1) + a_W \theta(i, j - 1) + b \quad [3.20]$$

3-4-2-Discretisation des conditions aux limites :

Pour satisfaire les conditions aux limites imposées sur les frontières du domaine de calcul, on doit avoir selon les variantes du problème :

3-4-2-1- première condition pariétale:

- sur la paroi AB ($j=1, 1 \leq i \leq NI$):

$\theta = 0,5 (1 + \cos(\pi Y))$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_p = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 1 \text{ et } b = 0,5 (1 + \cos(\pi Y))$$

- sur la paroi BC ($i=NI, 1 \leq j \leq NN$):

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i-1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i-1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_S = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_p = 1$$

$$a_S = 1$$

$$a_E = a_N = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi CD ($j=NN, 1 \leq i \leq NI$):

$\theta = 0$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_p = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 1 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi DA ($i=1, 1 \leq j \leq NN$):

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i+1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_N = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_N = 1$$

$$a_E = a_S = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

3-4-2-2- Deuxième condition pariétale:

- sur la paroi AB ($j=1, 1 \leq i \leq NI$):

$\theta = 0,5 (1 - \cos(\pi Y))$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_P = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 1 \text{ et } b = 0,5 (1 - \cos(\pi Y))$$

- sur la paroi BC ($i=NI, 1 \leq j \leq NN$):

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i-1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i-1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_S = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_S = 1$$

$$a_E = a_N = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi CD ($j=NN, 1 \leq i \leq NI$):

$\theta = 0$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_P = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 1 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi DA ($i=1, 1 \leq j \leq NN$):

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i+1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_N = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_N = 1$$

$$a_E = a_S = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

3-4-2-3- Troisième condition pariétale :

- sur la paroi AB ($j=1, 1 \leq i \leq NI$):

$\theta = 0,5 (1 + \cos(2\pi Y))$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_P = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 1 \text{ et } b = 0,5 (1 + \cos(2\pi Y))$$

- sur la paroi BC ($i=NI, 1 \leq j \leq NN$):

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i-1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i-1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_S = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_S = 1$$

$$a_E = a_N = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi CD ($j=NN, 1 \leq i \leq NI$):

$\theta = 0$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_P = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 1 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi DA ($i=1, 1 \leq j \leq NN$):

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i+1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_N = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_N = 1$$

$$a_E = a_S = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

3-4-2-4-Quatrième condition pariétale :

- sur la paroi AB ($j=1, 1 \leq i \leq NI$):

$\theta = \sin(\pi Y)$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_P = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 1 \text{ et } b = \sin(\pi Y)$$

- sur la paroi BC ($i=NI, 1 \leq j \leq NN$) :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i-1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i-1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_S = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_S = 1$$

$$a_E = a_N = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi CD ($j=NN, 1 \leq i \leq NI$) :

$\theta = 0$ et l'équation [3.20] nous donne :

$$a_P = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 1 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi DA ($i=1, 1 \leq j \leq NN$) :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\theta(i+1, j) = \theta(i, j)$ soit : $\theta_N = \theta_P$ et de l'équation [3.20] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_N = 1$$

$$a_E = a_S = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

3-5-Discretisation de l'équation de transfert de masse :

3-5-1-Détermination des coefficients F_i, D_i, P_i ($i= n,s,e,w$) :

En procédant par analogie que dans l'équation de la chaleur, on obtient l'expression discrète de transfert de masse :

$$a_P \mathcal{C}_P = a_N \mathcal{C}_N + a_S \mathcal{C}_S + a_E \mathcal{C}_E + a_W \mathcal{C}_W + b \quad [3.21]$$

Avec :

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_P^0$$

$$b = a_P^0 \mathcal{C}_P^0$$

A noter que les coefficients a_N, a_S, a_E, a_W et a_P^0 ont respectivement les mêmes expressions que dans les systèmes [3.14b] et [3.15] ainsi que les coefficients F_i calculés précédemment sauf les facteurs D_i puisque le coefficient ($\Gamma\phi = 1/Le$) à partir du tableau (3.1) et auront comme expression :

$$\begin{cases} D_n = D_s = \frac{1}{Le} \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ D_e = D_w = \frac{1}{Le} \frac{\Delta Y}{\Delta X} \end{cases}$$

Et les nombres de Peclet auront pour valeur :

$$\begin{cases} P_n = F_n Le \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ P_s = F_s Le \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ P_e = F_e Le \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ P_w = F_w Le \frac{\Delta X}{\Delta Y} \end{cases}$$

Afin d'homogénéiser les notations dans l'équation [3.21], en remplaçant les nœuds W,P,E,N et S respectivement par : (i,j-1), (i,j), (i,j+1),(i+1,j), (i-1,j) et les coefficients a_N, a_S, a_E, a_W et a_p^0 sont pris au nœud (i,j), ainsi l'équation [3.21] devient :

$$a_p \mathcal{C}(i, j) = a_N \mathcal{C}(i + 1, j) + a_S \mathcal{C}(i - 1, j) + a_E \mathcal{C}(i, j + 1) + a_W \mathcal{C}(i, j - 1) + b \quad [3.22]$$

3-5-2-Discretisation des conditions aux limites :

Pour satisfaire les conditions aux limites imposées sur les frontières du domaine de calcul, on doit avoir selon les variantes du problème :

3-5-2-1- première condition pariétale:

- sur la paroi AB ($j=1, 1 \leq i \leq NI$):

$\mathcal{C} = 1$ et l'équation [3.22] nous donne :

$$a_p = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 1 \text{ et } b = 1$$

- sur la paroi BC ($i= NI, 1 \leq j \leq NN$):

$$\left. \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\mathcal{C}(i - 1, j) - \mathcal{C}(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\mathcal{C}(i - 1, j) = \mathcal{C}(i, j)$

soit : $\mathcal{C}_S = \mathcal{C}_P$ et de l'équation [3.22] on déduit :

$$a_p = 1$$

$$a_S = 1$$

$$a_E = a_N = a_W = 0$$

$$a_p^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi CD (j=NN, 1 ≤ i ≤ NI):

Sous forme adimensionnelle, on doit avoir :

$\mathcal{C} = 0$ et l'équation [3.22] nous donne :

$$a_P = 1$$

$$a_N = a_S = a_E = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 1 \text{ et } b = 0$$

- sur la paroi DA (i= 1, 1 ≤ j ≤ NN) :

$$\left. \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\mathcal{C}(i+1, j) - \mathcal{C}(i, j)}{\Delta Y} = 0$$

ce qui donne : $\mathcal{C}(i+1, j) = \mathcal{C}(i, j)$

soit : $\mathcal{C}_N = \mathcal{C}_P$ et de l'équation [3.22] on déduit :

$$a_P = 1$$

$$a_N = 1$$

$$a_E = a_S = a_W = 0$$

$$a_P^0 = 0 \text{ et } b = 0$$

Remarque : Puisque la sollicitation solutale est la même dans toutes les variantes des conditions pariétales, alors la formulation reste telle qu'elle a été décrite plus haut.

3-6-Discretisation de l'équation de quantité de mouvement :

3-6-1-Détermination des coefficients F_i, D_i, P_i (i= n,s,e,w) :

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial X} (U\xi - Pr \frac{\partial \xi}{\partial X}) + \frac{\partial}{\partial Y} (V\xi - Pr \frac{\partial \xi}{\partial Y}) = Ra_T Pr \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} + N \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} \right]$$

A partir de l'équation [3.14a] et du système [3.14b] et en procédant :

- Au remplacement de la fonction φ par la vorticité ξ ,
- Le terme source S_P est nul

On tire l'équation discrète de quantité de mouvement li e à la fonction vorticité :

$$a_P \xi_P = a_N \xi_N + a_S \xi_S + a_E \xi_E + a_W \xi_W + b \quad [3.23]$$

Avec :

$$\begin{cases} a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_P^0 \\ b = S_0 \cdot \Delta V + a_P^0 \varphi_P^0 \\ \Delta V = \Delta X \cdot \Delta Y \cdot 1 \\ S_0 = Ra_T Pr \left[\frac{\partial \theta}{\partial X} + N \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} \right] \end{cases} \quad [3.23a]$$

A noter que les coefficients a_N, a_S, a_E, a_W et a_p^0 ont respectivement les mêmes expressions que dans le système [3.15] et que dans ce cas le facteur $\Gamma_\varphi = Pr$ et les coefficients de diffusions ainsi que les nombres de Peclet auront pour expression aux interfaces e,w,n et s :

$$\left\{ \begin{array}{l} D_n = D_s = Pr \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ D_e = D_w = Pr \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ P_n = \frac{1}{Pr} F_n \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ P_s = \frac{1}{Pr} F_s \frac{\Delta Y}{\Delta X} \\ P_e = \frac{1}{Pr} F_e \frac{\Delta X}{\Delta Y} \\ P_w = \frac{1}{Pr} F_w \frac{\Delta X}{\Delta Y} \end{array} \right.$$

Et les dérivées partielles de la température et la concentration sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{i,j} = \frac{\theta(i,j+1) - \theta(i,j-1)}{2\Delta X} \\ \left. \frac{\partial \mathcal{C}}{\partial X} \right|_{i,j} = \frac{\mathcal{C}(i,j+1) - \mathcal{C}(i,j-1)}{2\Delta X} \end{array} \right.$$

Ainsi l'expression finale de l'équation [3.23] prise au nœuds (i,j) sera :

$$a_p \xi(i,j) = a_N \xi(i+1,j) + a_S \xi(i-1,j) + a_E \xi(i,j+1) + a_W \xi(i,j-1) + b \quad [3.24]$$

3-6-2-Discretisation des conditions aux limites :

Les conditions aux limites liées à la vorticité sont tir es de la définition de celle-ci en utilisant la fonction de courant par un développement au second degré :

- sur la paroi AB (j=1, 1 ≤ i ≤ NI):

$$\xi(i,1) = \left[\frac{\Psi(i+1,1) - 2\Psi(i,1) + \Psi(i-1,1)}{\Delta Y^2} - \frac{7\Psi(i,1) - 8\Psi(i,2) + \Psi(i,3)}{2\Delta X^2} \right]$$

- Sur la paroi BC (i=NI, 1 ≤ j ≤ NN) :

$$\xi(NI,j) = \left[\frac{\Psi(NI,j+1) - 2\Psi(NI,j) + \Psi(NI,j-1)}{\Delta X^2} - \frac{7\Psi(NI,j) - 8\Psi(NI-1,j) + \Psi(NI-2,j)}{2\Delta Y^2} \right]$$

- Sur la paroi CD (j= NN, 1 ≤ i ≤ NI) :

$$\xi(i, NN) = \left[\frac{\Psi(i+1, NN) - 2\Psi(i, NN) + \Psi(i-1, NN)}{\Delta Y^2} - \frac{7\Psi(i, NN) - 8\Psi(i, NN-1) + \Psi(i, NN-2)}{2\Delta X^2} \right]$$

- Sur la paroi DA (i= 1, 1 ≤ j ≤ NN) :

$$\xi(1, j) = \left[\frac{\Psi(1, j+1) - 2\Psi(1, j) + \Psi(1, j-1)}{\Delta X^2} - \frac{7\Psi(1, j) - 8\Psi(2, j) + \Psi(3, j)}{2\Delta Y^2} \right]$$

3-7-Discretisation de la fonction de courant :

3-7-1-Discretisation de la fonction de courant :

L'expression de la vorticité par la fonction de courant est donn e par :

$$\xi = - \left[\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right]$$

En récrivant cette équation sous la forme :

$$- \xi = \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right)$$

donc en un nœud (i,j), cette équation devient :

$$- \xi(i, j) = \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} \right)_{i,j} + \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} \right)_{i,j}$$

en procédant à un développement de Taylor type centré d'une fonction f(x,y) on a :

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial X^2} \right)_{i,j} + \left(\frac{\partial^2 f}{\partial Y^2} \right)_{i,j} = \frac{f_{i+1,j} + f_{i-1,j} - 2f_{i,j}}{\Delta X^2} + \frac{f_{i,j+1} + f_{i,j-1} - 2f_{i,j}}{\Delta Y^2}$$

Alors, on aura :

$$- \xi(i, j) = \frac{\Psi(i+1, j) + \Psi(i-1, j) - 2\Psi(i, j)}{\Delta X^2} + \frac{\Psi(i, j+1) + \Psi(i, j-1) - 2\Psi(i, j)}{\Delta Y^2}$$

D'où l'expression de la fonction courant au nœud P en fonction de celle aux nœuds W,N,E et

S :

$$\Psi(i, j) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} \right]^{-1} \left[\frac{\Psi(i+1, j) + \Psi(i-1, j)}{\Delta Y^2} + \frac{\Psi(i, j+1) + \Psi(i, j-1)}{\Delta X^2} + \xi(i, j) \right] \quad [3.25]$$

3-7-2-Discretisation des conditions aux limites :

• **Sur la paroi AB (j=1, 1 ≤ i ≤ NI) :**

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right|_{i,1} = \frac{-3\Psi(i,1) + 4\Psi(i,2) - \Psi(i,3)}{2\Delta X} = 0$$

Soit :

$$\Psi(i,1) = \frac{4\Psi(i,2) - \Psi(i,3)}{3}$$

• **Sur la paroi BC (i= NI, 1 ≤ j ≤ NN) :**

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right|_{NI,j} = \frac{-3\Psi(NI,j) + 4\Psi(NI-1,j) - \Psi(NI-2,j)}{2\Delta Y} = 0$$

Soit :

$$\Psi(NI,j) = \frac{4\Psi(NI-1,j) - \Psi(NI-2,j)}{3}$$

• **Sur la paroi CD (j= NN, 1 ≤ i ≤ NI) :**

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right|_{i,NN} = \frac{-3\Psi(i,NN) + 4\Psi(i,NN-1) - \Psi(i,NN-2)}{2\Delta X} = 0$$

Soit :

$$\Psi(i,NN) = \frac{4\Psi(i,NN-1) - \Psi(i,NN-2)}{3}$$

• **Sur la paroi DA (i= 1, 1 ≤ j ≤ NN) :**

$$\left. \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right|_{1,j} = \frac{-3\Psi(1,j) + 4\Psi(2,j) - \Psi(3,j)}{2\Delta Y} = 0$$

Soit :

$$\Psi(1,j) = \frac{4\Psi(2,j) - \Psi(3,j)}{3}$$

3-8-Discretisation des composantes de la vitesse :

Pour cela, on adopte la démarche de P.J. ROACHE [31] qui utilise les différences centrées pour obtenir une expression discrétisée des composantes, ce qui nous donne :

$$U(i,j) = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\Psi(i+1,j) - \Psi(i-1,j)}{2\Delta Y}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U(i,j) = \left. \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \right|_{i,j} = \frac{\Psi(i+1,j) - \Psi(i-1,j)}{2\Delta Y} \\ V(i,j) = - \left. \frac{\partial \Psi}{\partial X} \right|_{i,j} = - \frac{\Psi(i,j+1) - \Psi(i,j-1)}{2\Delta X} \end{array} \right. \quad 1 < i < NI \text{ et } 1 < j < NN$$

3-9-Processus de calcul

Afin de résoudre le système d'équations [3.20], [3.22], [3.24] et [3.25], on utilise la méthode proposée par **E.F. NOGOTOV [30]** qui est une méthode itérative à coefficients de relaxation où ces équations peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \theta^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha_{\theta}) \theta^n(i, j) + \frac{\alpha_{\theta}}{a_p} [a_E \theta^n(i, j + 1) + a_W \theta^{n+1}(i, j - 1) \\ + a_N \theta^n(i + 1, j) + a_S \theta^{n+1}(i - 1, j)] \end{aligned} \quad [3.26]$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha_{\mathcal{C}}) \mathcal{C}^n(i, j) + \frac{\alpha_{\mathcal{C}}}{a_p} [a_E \mathcal{C}^n(i, j + 1) + a_W \mathcal{C}^{n+1}(i, j - 1) \\ + a_N \mathcal{C}^n(i + 1, j) + a_S \mathcal{C}^{n+1}(i - 1, j)] \end{aligned} \quad [3.27]$$

$$\begin{aligned} \xi^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha_{\xi}) \xi^n(i, j) + \frac{\alpha_{\xi}}{a_p} [a_E \xi^n(i, j + 1) + a_W \xi^{n+1}(i, j - 1) \\ + a_N \xi^n(i + 1, j) + a_S \xi^{n+1}(i - 1, j)] \end{aligned} \quad [3.28]$$

$$\begin{aligned} \Psi^{n+1}(i, j) = (1 - \alpha_{\Psi}) \Psi^n(i, j) + \frac{\alpha_{\Psi}}{2} \left[\frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} \right]^{-1} \\ \left[\frac{\Psi^n(i + 1, j) + \Psi^{n+1}(i - 1, j)}{\Delta Y^2} + \frac{\Psi^n(i, j + 1) + \Psi^{n+1}(i, j - 1)}{\Delta X^2} + \xi^{n+1}(i, j) \right] \end{aligned} \quad [3.29]$$

Avec :

- n : ordre d'intégration.
- α_{θ} , $\alpha_{\mathcal{C}}$, α_{ξ} et α_{Ψ} sont les "facteurs de sous relaxation". Leurs valeurs dépendent, en principe, de la valeur du nombre de Rayleigh thermique (Ra_T).

La résolution du système d'équations [3.26], [3.27], [3.28] et [3.29] se fait numériquement selon la manière suivante :

- 1- initialisation des valeurs de la température, la concentration, la vorticité et de la fonction de courant au sein du maillage.
- 2- Calcul de la distribution de la température.
- 3- Calcul de la distribution de la concentration.
- 4- Calcul de distribution de la vorticité.
- 5- Calcul de la distribution de la fonction de courant.

6- Le processus itératif est répété jusqu'à ce qu'il n'ait plus de changement significatif de la valeur de Ψ par rapport au critère de convergence suivant :

$$\left| \frac{\text{Max } \Psi^{n+1} - \text{max } \Psi^n}{\text{max } \Psi^{n+1}} \right| \leq 10^{-8}$$

7- Le même critère est utilisé pour la vorticité.

8- Le même critère est utilisé pour la température.

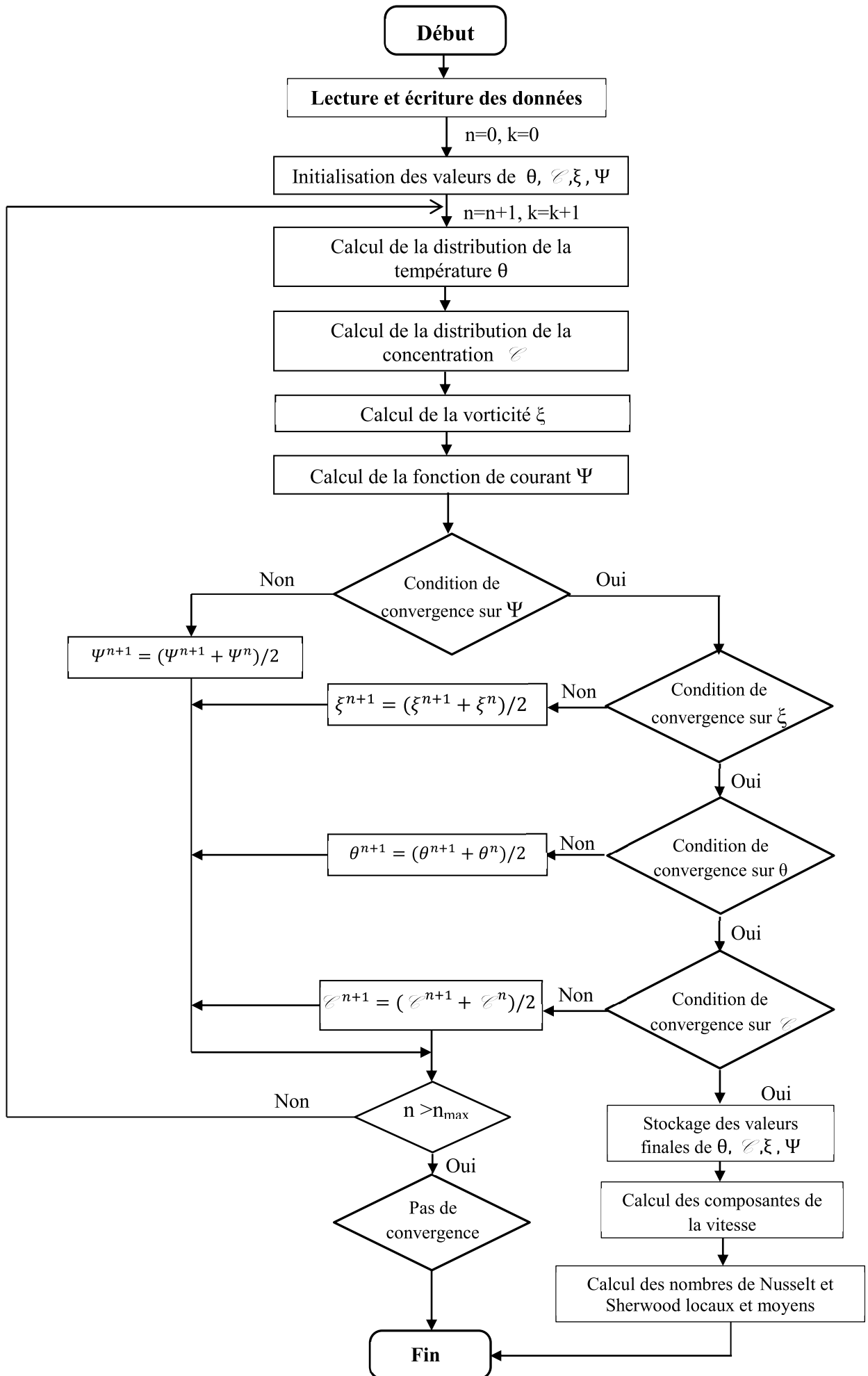
9- Le même critère est utilisé pour la concentration.

10- Stockage des valeurs finales de la température, la concentration, la vorticité et la fonction de courant.

11- Calcul des composantes de la vitesse.

12- Calcul des nombres de Nusselt et Sherwood locaux et moyens des différentes parois.

L'algorithme présenté dans la page suivante schématise le déroulement des différentes étapes de calcul :



CHAPITRE 4 : RESULTATS ET DISCUSSION

4-1- Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'influence de la nature de la sollicitation thermique périodique, du rapport d'aspect de la cavité ainsi que le rapport des forces de poussée thermique et solutale sur la structure de l'écoulement et les taux de transfert de masse et de chaleur pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh thermique.

Pour cela, nous considérons une cavité rectangulaire de rapport d'aspect $Ar= 2$ soumise à un gradient thermique et solutal horizontal où les conditions pariétales sont décrites et présentées aux chapitres précédents.

4-2- Etude du maillage :

Le choix du maillage est capital dans n'importe quelle étude numérique vu son influence sur la précision des résultats et le temps de calcul nécessaire, et pour voir cet effet, plusieurs maillages ont été utilisés arbitrairement pour une configuration simple où la paroi **(AB)** est maintenue à la température et concentration T_h, C_h et la paroi **(CD)** est maintenue à T_c, C_c tandis que les parois **(BC)** et **(DA)** sont adiabatiques et imperméables avec comme paramètres ($N=1, Le=1, Ar=2, Pr=0.701$) pour des valeurs de Rayleigh de 10^2 à 10^5 . Le tableau (4.1) illustre la variation de la valeur maximale de la fonction de courant, du nombre de Nusselt moyen et du nombre de Sherwood moyen en fonction du nombre de nœuds. Notre choix s'est porté sur le maillage (71x121) qui assure un bon compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul.

Nombre de Rayleigh	Maillage	11X21	21X41	31X61	41X81	51X101	61X121	71X121	81X121	81X131
Ra= 10^2	ψ_{max}	0.5056	0.5036	0.5036	0.5037	0.5037	0.5037	0.5038	0.5038	0.5038
	Er%		3.95	0.00	0.02	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00
	\overline{Nu}	2.0240	2.0224	2.0221	2.0220	2.0219	2.0218	2.0218	2.0219	2.0218
	Er%		0.08	0.02	0.005	0.005	0.005	0.00	0.005	0.005
	\overline{Sh}	2.0240	2.0224	2.0221	2.0220	2.0219	2.0218	2.0218	2.0219	2.0218
	Er%		0.08	0.02	0.005	0.005	0.005	0.00	0.005	0.005
Ra= 10^3	ψ_{max}	3.9391	3.9172	3.9188	3.9206	3.9219	3.9228	3.9229	3.9231	3.9233
	Er%		0.55	0.04	0.04	0.03	0.04	0.002	0.005	0.005
	\overline{Nu}	3.0237	2.9301	2.9142	2.9084	2.9053	2.9034	2.9032	2.9031	2.9025
	Er%		3.09	0.54	0.20	0.10	0.06	0.006	0.003	0.02
	\overline{Sh}	3.0237	2.9301	2.9142	2.9084	2.9053	2.9034	2.9032	2.9031	2.9025
	Er%		3.09	0.54	0.20	0.10	0.06	0.006	0.003	0.02

Ra= 10 ⁴	ψ_{\max}	12.7945	11.9418	11.8321	11.8032	11.7930	11.7890	11.7877	11.7869	11.7867
	Er%		6.66	0.91	0.24	0.08	0.03	0.01	0.006	0.001
	\overline{Nu}	6.5846	5.9125	5.7702	5.7259	5.7070	5.6972	5.6932	5.6909	5.6900
	Er%		10.20	2.40	0.76	0.33	0.17	0.07	0.04	0.01
	\overline{Sh}	6.5846	5.9125	5.7702	5.7259	5.7070	5.6972	5.6932	5.6909	5.6900
	Er%		10.20	2.40	0.76	0.33	0.17	0.07	0.04	0.01
Ra= 10 ⁵	ψ_{\max}	23.5210	19.3003	18.7056	18.5216	18.4555	18.4273	18.4139	18.4080	18.4040
	Er%		17.94	3.08	0.98	0.35	0.15	0.07	0.03	0.02
	\overline{Nu}	12.4365	11.7121	10.9738	10.6702	10.5324	10.4620	10.4210	10.3967	10.3974
	Er%		5.82	6.30	2.76	1.29	0.66	0.39	0.23	0.006
	\overline{Sh}	12.4365	11.7121	10.9738	10.6702	10.5324	10.4620	10.4210	10.3967	10.3974
	Er%		5.82	6.30	2.76	1.29	0.66	0.39	0.23	0.006

Tableau (4.1) Variation de la valeur maximale de la fonction de courant, du nombre de Nusselt moyen et du nombre de Sherwood moyen le long de la paroi (AB) avec Pr=0.701, Le=1, N=1, Ar=2.

4-3- Validation du code de calcul :

4-3-1 En convection naturelle pure N=0 :

Dans un premier temps, le code de calcul est comparé en pure convection naturelle pour une enceinte carrée à la solution exacte proposée par **Davis [32]** et le travail fait par **J.C Kalita [33]** qui ont considéré une enceinte carrée remplie d'air soumise à un gradient de température constant sur les parois verticales tandis que les parois horizontales sont adiabatiques. **G. Diaz et al [34]** ont étudié numériquement l'effet du rayonnement de la surface sur la convection naturelle dans une enceinte parabolique avec des parois verticales adiabatiques et des parois horizontales plates différentiellement chauffées, et ils ont validé leurs résultats en considérant la même enceinte que celle de **Davis [32]**. Dans le tableau (4.2), une comparaison entre les résultats obtenus par les différents auteurs et ceux obtenus par le présent code de calcul où on constate aisément qu'ils sont en bon accord.

Aussi, le code de calcul a été comparé avec l'étude faite par **T. Basak et al [28]** qui ont considéré une cavité carrée chauffée uniformément par le bas puis chauffée selon une fonction périodique spatiale tandis que les parois verticales sont maintenues à une température froide constante et la paroi supérieure est adiabatique pour différents fluides.

De même, pour le travail effectué par **S. Roy et al [29]** qui ont étudié la convection naturelle dans une cavité carrée dont la paroi verticale gauche et la paroi inférieure sont soumises à une sollicitation thermique périodique spatiale et la paroi droite maintenue à une température froide constante tandis que la paroi supérieure est adiabatique et ce pour différents fluides.

Dans le tableau (4.3), une comparaison qualitative des différents profils de température et de la fonction de courant obtenus par les auteurs cités et du présent travail.

Nombre de Rayleigh	Maillage (81x81)	Nos calculs	Davis [32]	Kalita et al [33]	Diaz et al [34]
$Ra= 10^3$	ψ_{max}	1.173	1.174	--	1.172
	Er%		0.08	--	0.08
	\overline{Nu}	1.119	1.118	1.117	1.119
	Er%		0.09	0.17	0.00
$Ra= 10^4$	ψ_{max}	5.062	5.098	--	5.046
	Er%		0.71	--	0.31
	\overline{Nu}	2.253	2.242	2.245	2.254
	Er%		0.48	0.35	0.04
$Ra= 10^5$	ψ_{max}	9.613	9.644	--	9.550
	Er%		0.32	--	0.65
	\overline{Nu}	4.559	4.519	4.522	4.545
	Er%		0.87	0.81	0.30
$Ra= 10^6$	ψ_{max}	16.887	16.961	--	16.807
	Er%		0.43	--	0.47
	\overline{Nu}	9.047	8.800	8.829	8.979
	Er%		2.73	2.41	0.75

Tableau (4.2) : Etude comparative entre les résultats obtenus et ceux de la littérature

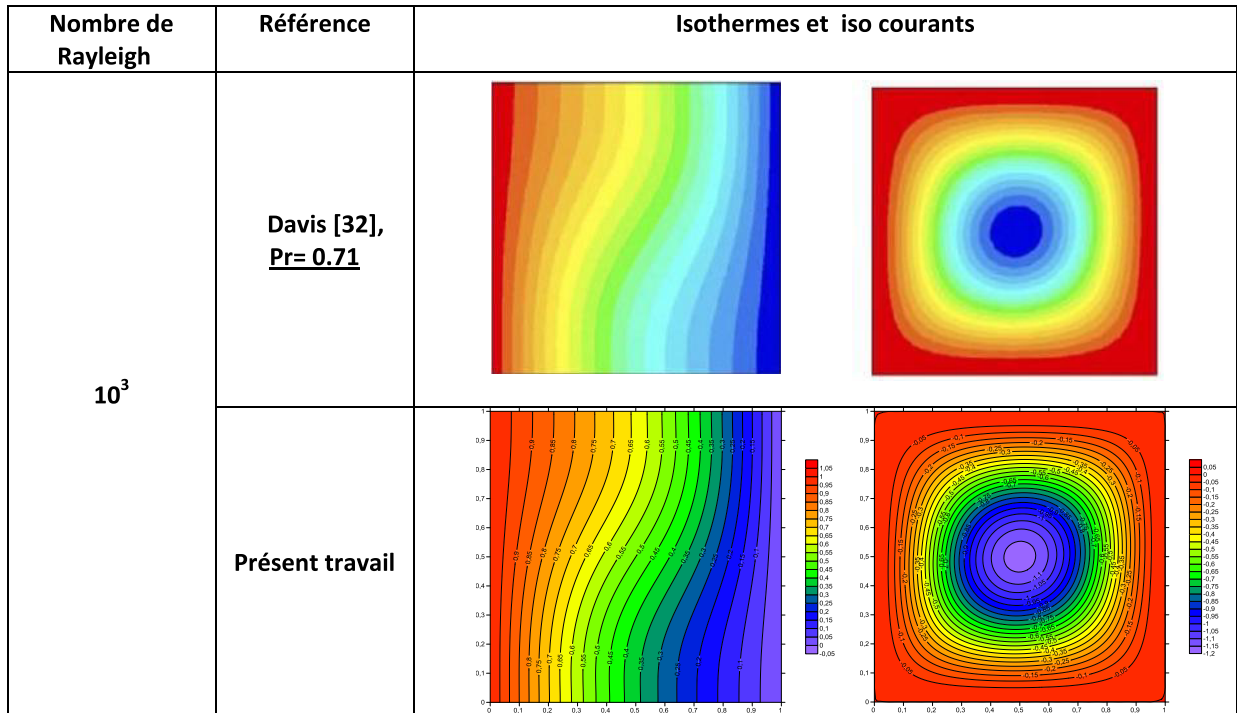


Tableau (4.3) : Comparaisons qualitatives des profils de température et des lignes de courants obtenus par différents auteurs et du présent travail.

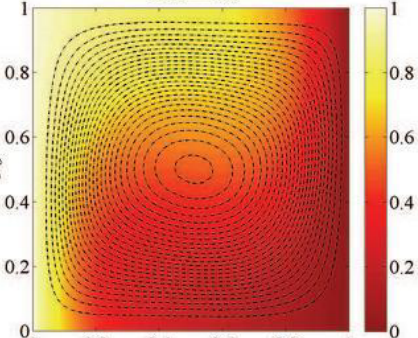
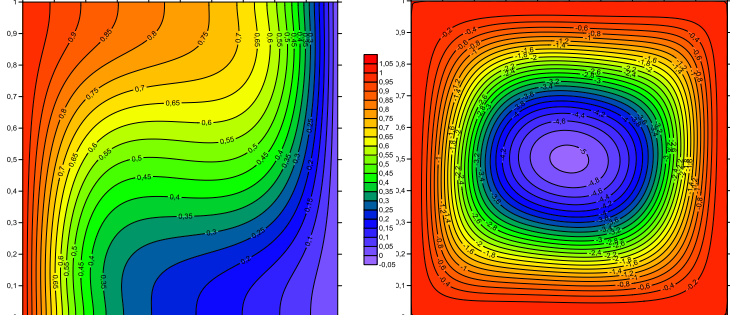
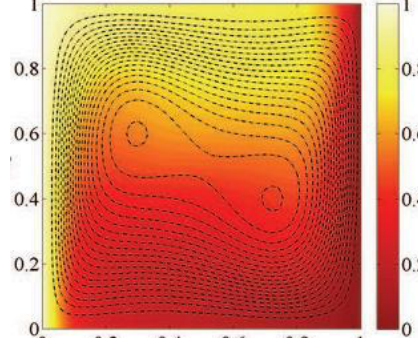
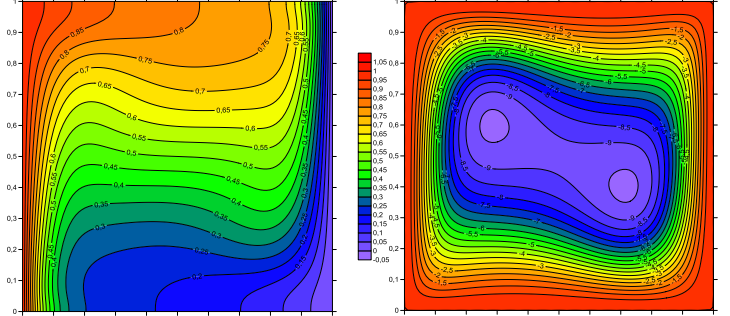
Nombre de Rayleigh	Référence	Isothermes et iso courants
10^4	Davis [32] <u>Pr= 0.71</u>	
	Présent travail	
10^5	Davis [32] <u>Pr= 0.71</u>	
	Présent travail	

Tableau (4.3) suite : Comparaisons qualitatives des profils de température et des lignes de courants obtenus par différents auteurs et du présent travail.

Nombre de Rayleigh	Référence	Isothermes et iso courants	
10^6	Davis [32] <u>Pr= 0.71</u>		
	Présent travail		
10^5	S. Roy et al [29] Pr=0.2, $\theta(0,Y)=\sin(\pi Y)$ $\theta(X,0)=\sin(\pi X)$ $\theta(1,Y)=0$ $\partial\theta/\partial Y(X,1) = 0$		
	Présent travail		

Tableau (4.3) suite : comparaisons qualitatives des profils de température et des lignes de courants obtenus par différents auteurs et du présent travail

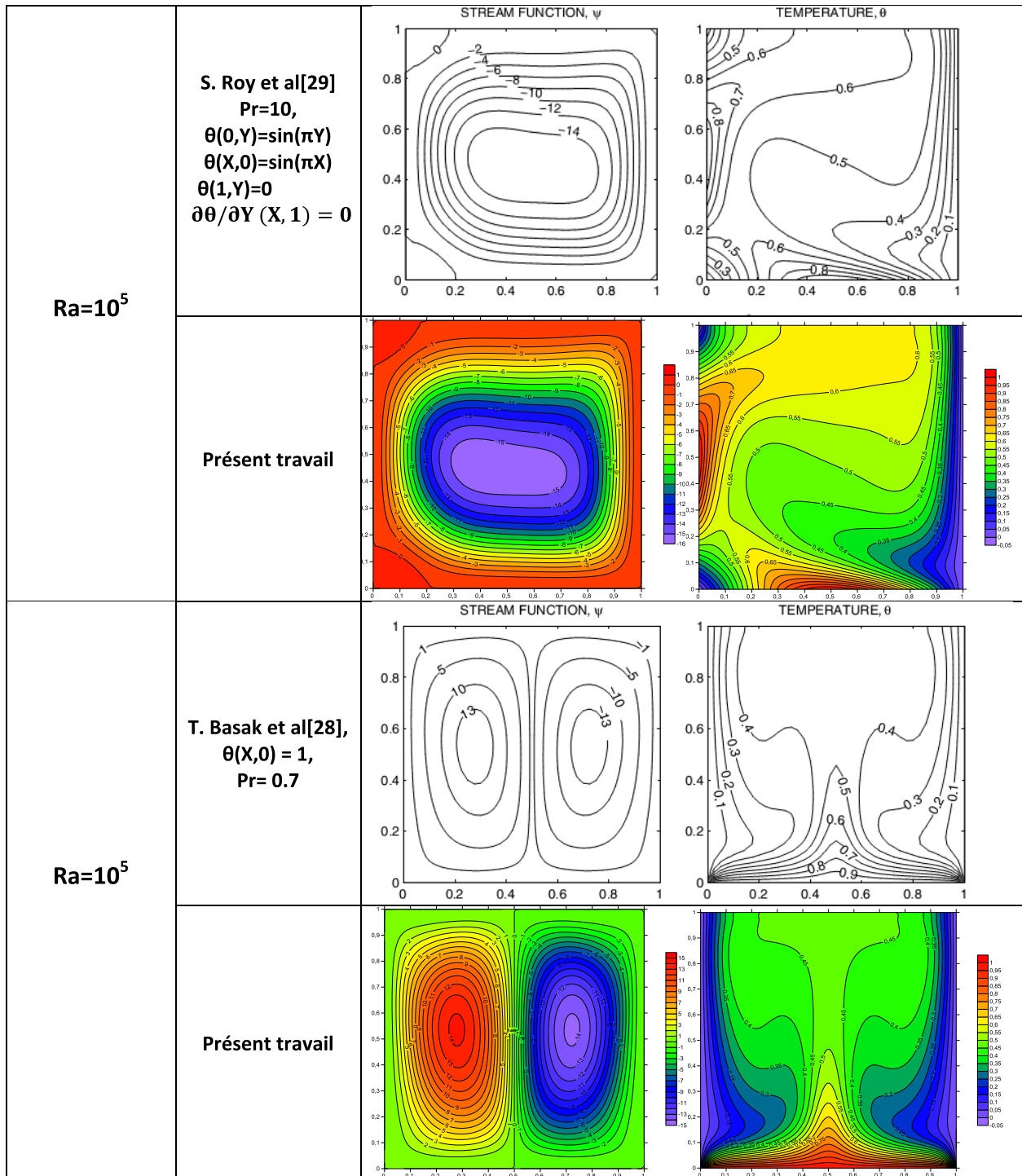


Tableau (4.3) suite : comparaisons qualitatives des profils de température et des lignes de courants obtenus par différents auteurs et du présent travail.

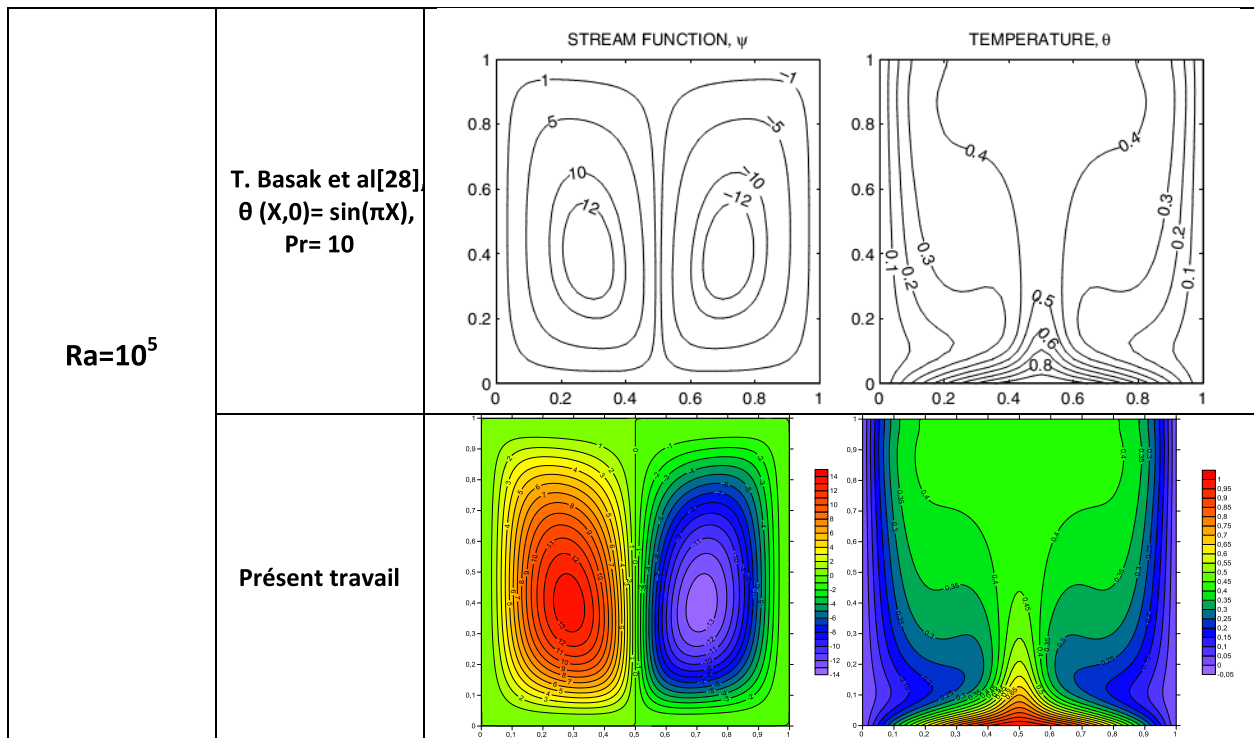


Tableau (4.3) suite : comparaisons qualitatives des profils de température et des lignes de courants obtenus par différents auteurs et du présent travail.

4-3-2 En convection bidiffusive $N \neq 0$:

La seconde étape, le code de calcul est comparé en convection naturelle bidiffusive pour une enceinte carrée à l'étude faite par **C. Beghein et al [1]** qui ont étudié la convection naturelle bidiffusive dans une cavité carrée soumise à un gradient thermique et solutal horizontal tandis que les parois supérieure et inférieure sont parfaitement adiabatique et imperméables. L'étude est faite pour le cas coopérant et opposant. Aussi, le présent travail est comparé avec les résultats obtenus par **M.S. Phanikumar [7]** qui a étudié la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire chauffée uniformément à une température chaude sur les parois verticales et la paroi inférieure alors que la supérieure est maintenue à une température froide constante. Les parois verticales sont aussi soumises à un gradient solutal constant tandis que les parois horizontales sont considérées imperméables. Le tableau (4.4) résume cette comparaison où nous constatons aisément la concordance des résultats obtenus par le présent travail.

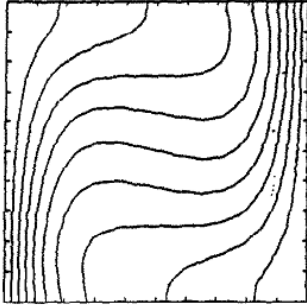
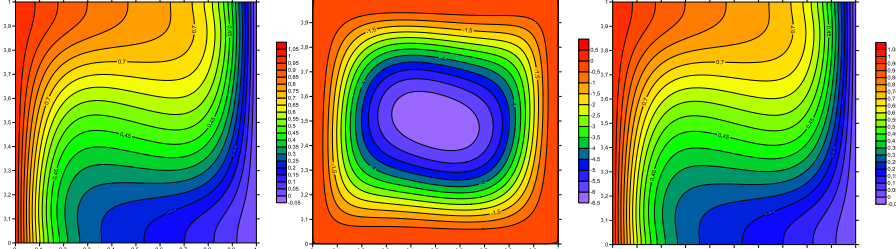
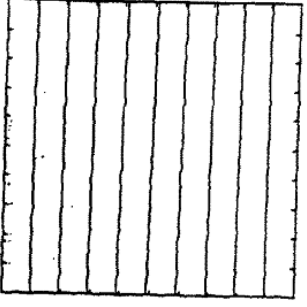
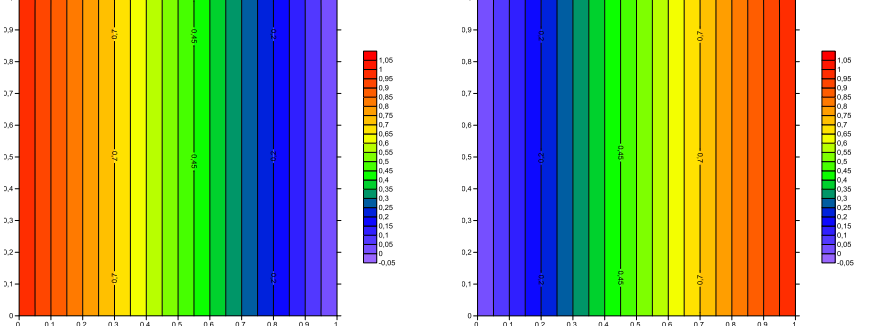
Nombre de Rayleigh	Référence	Isothermes et iso courants
10^4	<p>C. Béghein et al [1] $Pr=0.71, N=1$ $\theta(0, Y)=1$ $\mathcal{E}(0, Y)=1$ $\theta(1, Y)=0$ $\mathcal{E}(1, Y)=0$ $\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 0) = 0$ $\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 1) = 0$ $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial Y}(X, 0) = 0$ $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial Y}(X, 1) = 0$</p>	 <p style="text-align: center;">CAS COOPERANT</p>
	<p>Présent travail</p>	
10^4	<p>C. Béghein et al[1] $Pr=0.71, N=-1$ $\theta(0, Y)=1, \mathcal{E}(0, Y)=0$ $\theta(1, Y)=0, \mathcal{E}(1, Y)=1$ $\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 0) = 0$ $\frac{\partial \theta}{\partial Y}(X, 1) = 0$ $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial Y}(X, 0) = 0$ $\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial Y}(X, 1) = 0$</p>	 <p style="text-align: center;">CAS OPPOSANT</p>
	<p>Présent travail</p>	

Tableau (4.4) : Comparaisons qualitatives des profils des isothermes, des lignes isocourants et des isoconcentration obtenus par différents auteurs et du présent travail.

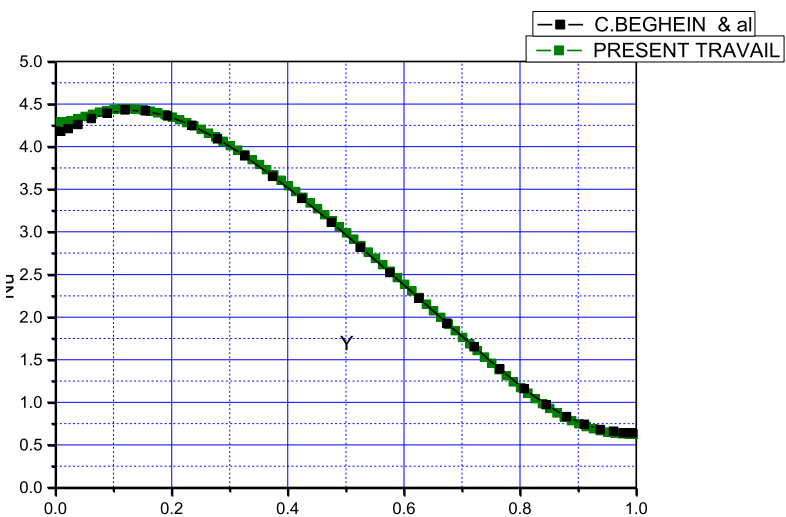
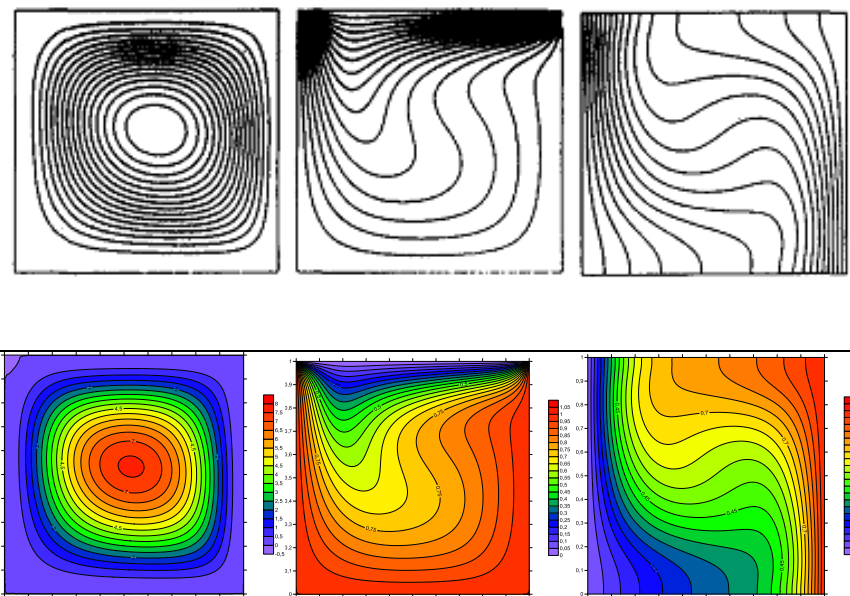
<p>10^4</p>	<p>C. Béghein et al[1] Local Nusselt number along the left vertical wall, $Le = 1, N=1$ $Pr = 0.71,$ $Ra_T = Ra_S = 1E4,$ Aiding flows</p>	
<p>10^4</p>	<p>M.S.Phanikumar[7] $N=1, AR=1.$ $Le=1, Pr=7.0$ $\theta(0,Y)=1$ $\mathcal{C}(0,Y)=0$ $\theta(1,Y)=1$ $\mathcal{C}(1,Y)=1$ $\theta(X,0)=1$ $\theta(X,1)=0$ $\partial \mathcal{C} / \partial Y(X,0)=0$ $\partial \mathcal{C} / \partial Y(X,1)=0$</p>	
	<p>Présent travail</p>	

Tableau (4.4) suite : Comparaisons qualitatives des profils des isothermes, des lignes isocourants et des isoconcentration obtenus par différents auteurs et du présent travail.

4-4- Influence du type de sollicitation thermique :

Dans cette partie, nous présentons l'effet du type de sollicitation thermique sur la structure de l'écoulement, les profils des isothermes et des isoconcentration ainsi que sur les taux de transfert de chaleur et de masse. Pour cela, on prendra $Pr=0.701$, $Ar = 2$, $N=1$, $Le=1$ et Ra_T varie de 10^2 à 5×10^4 .

4-4-1- Première condition pariétale :

4-4-1-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.5-4.8) représentent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 . On voit bien que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens donc on est en situation de cas coopérants.

Les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant et à partir de la valeur de $Ra_T=10^3$, nous remarquons que les lignes de courant, se déforment aux points A et D et ce vu que la sollicitation thermique et solutale sont dans le même sens en bas et haut de l'enceinte jusqu'à la valeur de 5×10^4 , où nous constatons l'apparition d'une pseudo cellule, quant aux isothermes, nous constatons le caractère périodique de sa distribution le long de la paroi (AB) et avec l'augmentation du Rayleigh, elles se déforment laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est de la concentration, nous constatons que la valeur élevée se situe en haut de la paroi (AB) vu que les forces de poussée thermique et solutale sont dans le même sens et les isoconcentration sont parallèles aux parois verticales pour de faibles valeurs de Ra_T et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

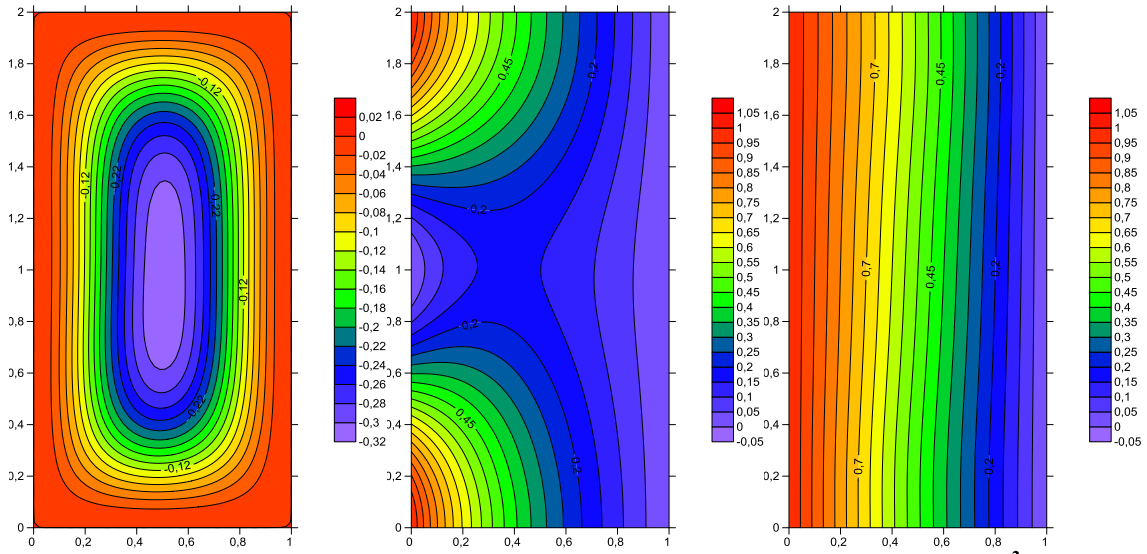


Figure (4.5) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_1 = 10^2$

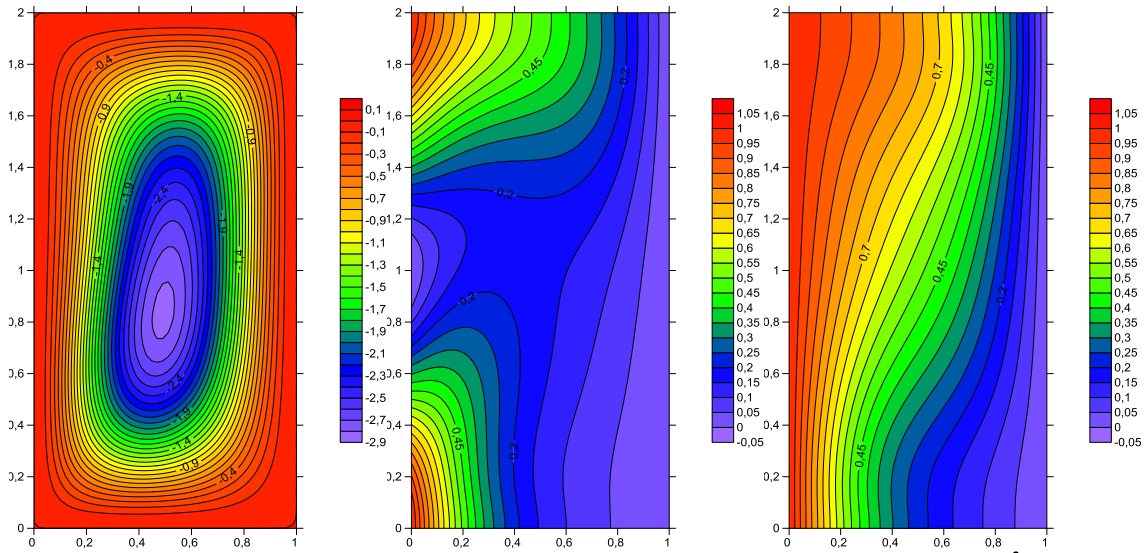


Figure (4.6) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_1 = 10^3$

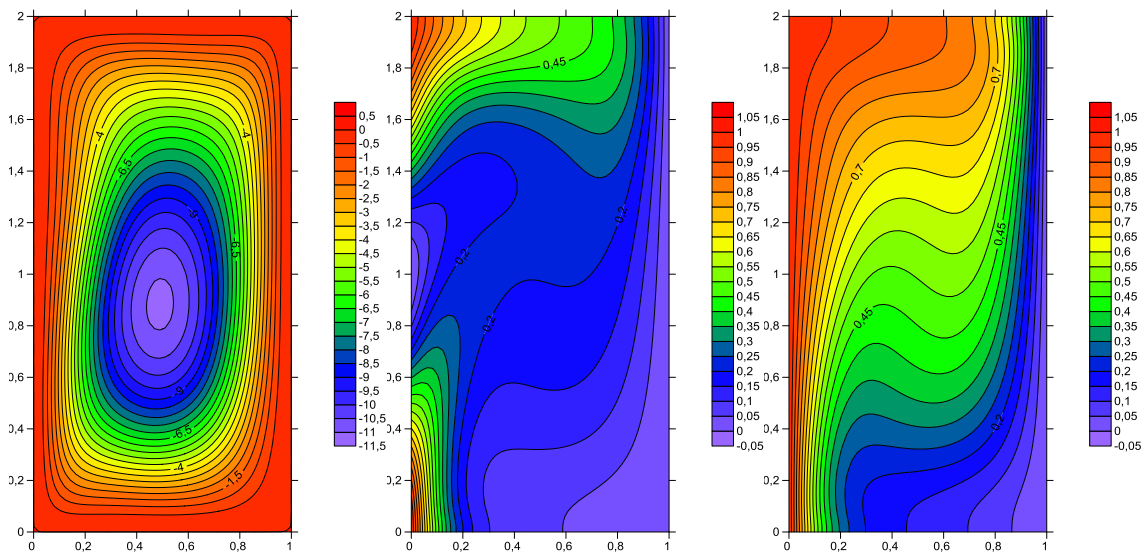


Figure (4.7) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_1 = 10^4$

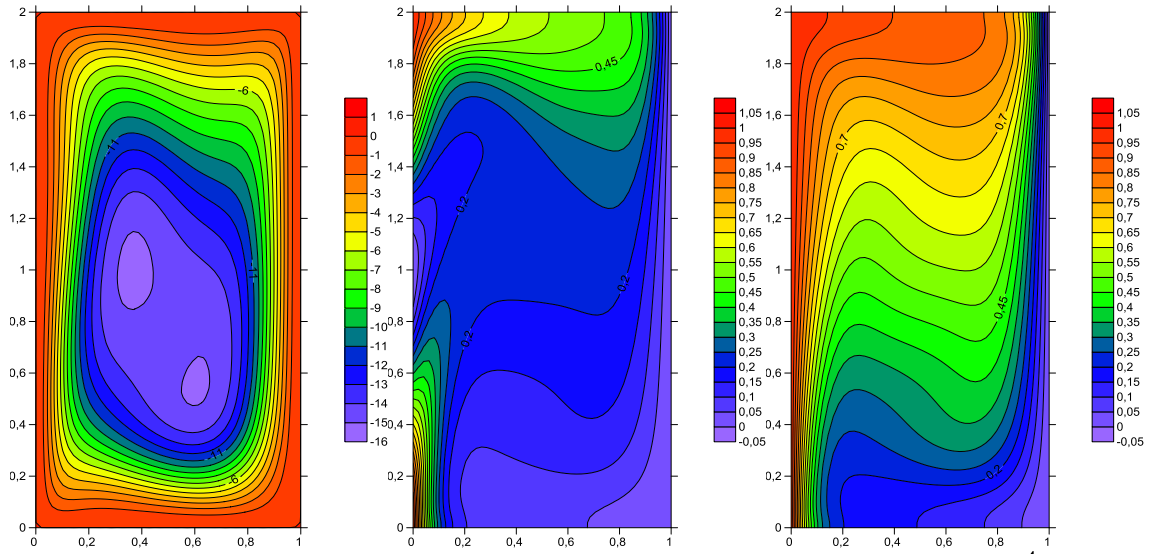


Figure (4.8) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_1 = 5 \times 10^4$

4-4-1-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB) :

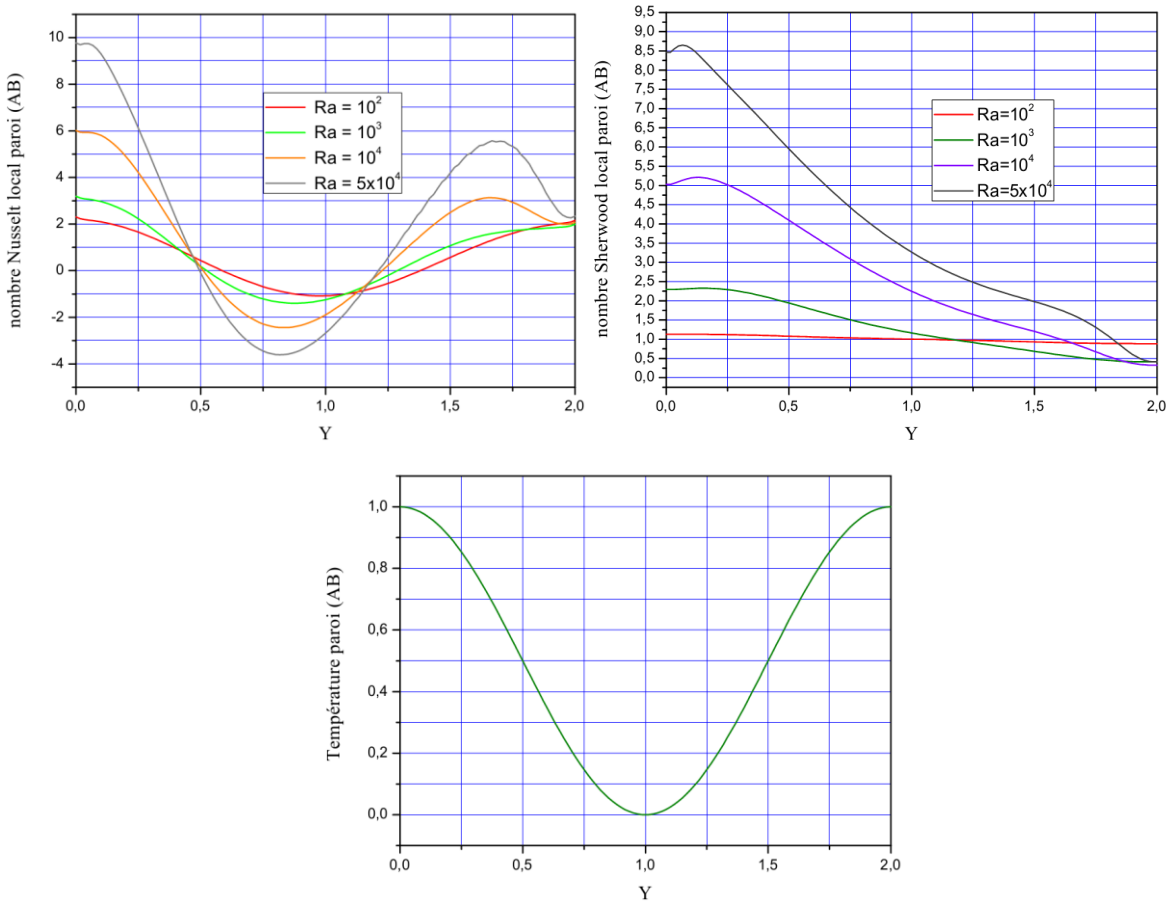


Figure (4.9) : Nombres de Nusselt et de Sherwood locaux sur la paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle sur la paroi (AB)

Nous déterminons les nombres de Nusselt et Sherwood locaux dont les variations le long des parois sont étroitement liées aux distributions des isothermes, des isocourants et des isoconcentrations, de sorte que, qualitativement, ces variations et ces distributions peuvent souvent se déduire les uns des autres. Par exemple, si l'on considère un point courant sur une paroi suivant une coordonnée; l'observation d'une diminution monotone du nombre de Nusselt local correspond à un écoulement dirigé suivant cette coordonnée; l'observation d'une augmentation correspond à un écoulement dirigé en sens opposé.

De la figure (4.9), nous constatons que la variation du Nusselt local sur la paroi (AB) a le même profil que la température qu'aux faibles valeurs de Ra_T , le Nusselt local suit la sollicitation thermique mais au delà de 10^3 , le minimum se situe au voisinage de $Y=0.80$ et ce à cause de la structure de l'écoulement et les isothermes comme en témoigne la figure. Quant au Sherwood local, nous constatons qu'il ne suit pas le caractère périodique de la sollicitation thermique et connaît une légère hausse en bas de la paroi avant de diminuer avec l'ordonnée traduisant le fait que le gradient solutal est important et que la diffusion se fait en bas de la cavité et diminue jusqu'à une valeur minimum en haut. En plus, nous remarquons que pour la même ordonnée, la valeur de Nu et Sh augmente avec la valeur de Ra_T .

4-4-1-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

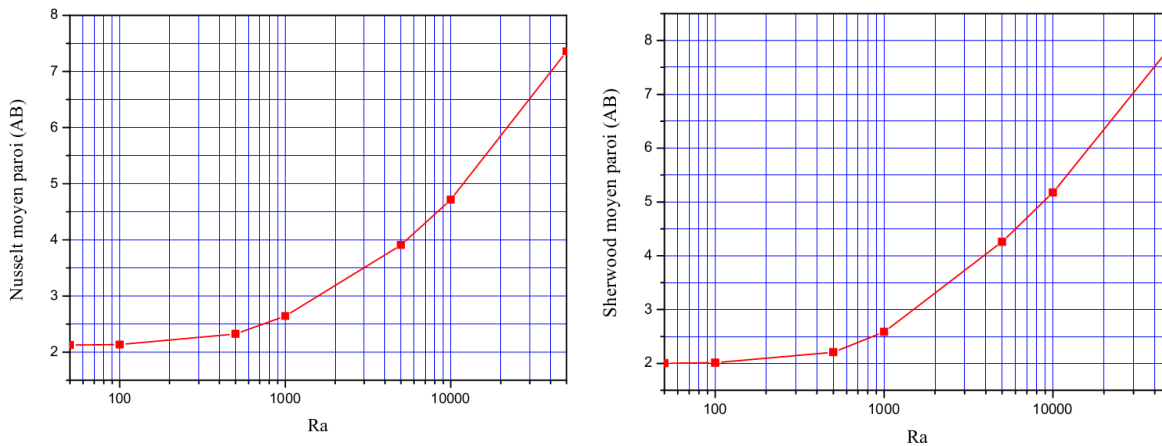


Figure (4.10) : Nombres de Nusselt et de Sherwood moyens sur la paroi (AB)

A partir des figures ci-dessus, nous remarquons que les taux de transfert thermique et solutal sont proportionnels avec la valeur de Ra_T où à faibles valeurs de celui-ci, c'est un régime conductif qui est prépondérant et puis c'est la convection bidiffusive qui domine.

4-4-1-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

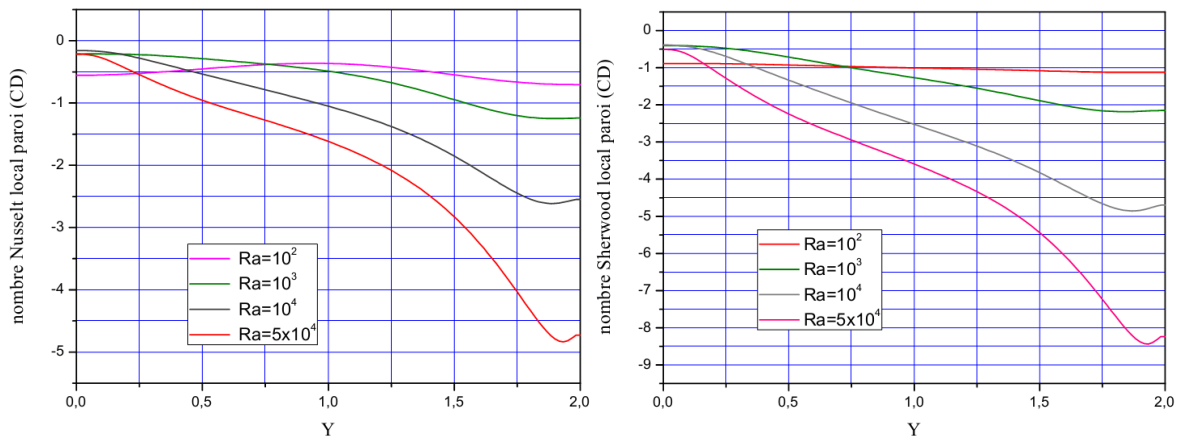


Figure (4.11) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

Le caractère périodique de la sollicitation thermique n'apparaît pas sur cette paroi, le profil du Nusselt local est le même que le Sherwood local. Le gradient thermique et solutal sont plus élevés en haut de la paroi. Aussi, nous constatons que le Sherwood local suit un profil antisymétrique par rapport à celui de la paroi (AB). Au voisinage du point $Y=1.9$, le retour des particules fluide vers la paroi en descendant explique cette déflexion comme le montrent les figures (4.5 - 4.8).

4-4-1-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD) :

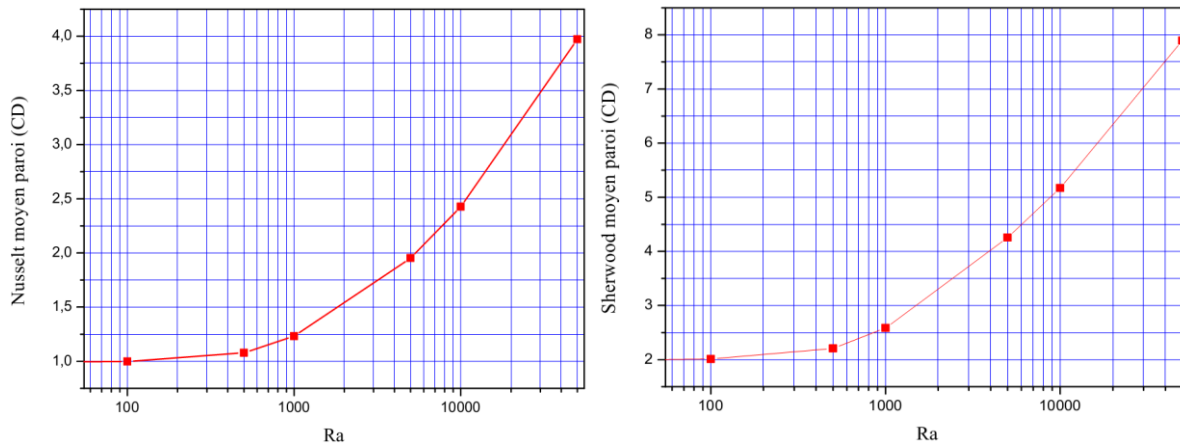


Figure (4.12) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

Les valeurs moyennes de Nu et Sh augmentent avec celle de Ra_T où à faibles valeurs de celui-ci, c'est un régime pseudo conductif qui prédomine puis il laisse place au régime convectif diffusif.

Aussi, la valeur du Nusselt moyen sur la paroi (CD) est inférieure à celle de la paroi (AB) vu la nature de la sollicitation thermique variable sur (AB) alors que le Sherwood moyen est le même pour les deux parois car le gradient solutal est constant tout au long de celles-ci.

4-4-2- Deuxième condition pariétale :

4-4-2-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.13-4.16) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 .

On voit bien que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens donc on est en situation de cas coopérant.

Les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant, quant aux isothermes, nous constatons le caractère périodique de sa distribution le long de la paroi (AB) où la zone chaude est située au milieu de la paroi AB et avec l'augmentation du Rayleigh, elles se déforment laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif bidiffusif. Pour ce qui est des isoconcentration, nous constatons qu'elles sont parallèles aux parois verticales pour de faibles valeurs de Ra_T et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

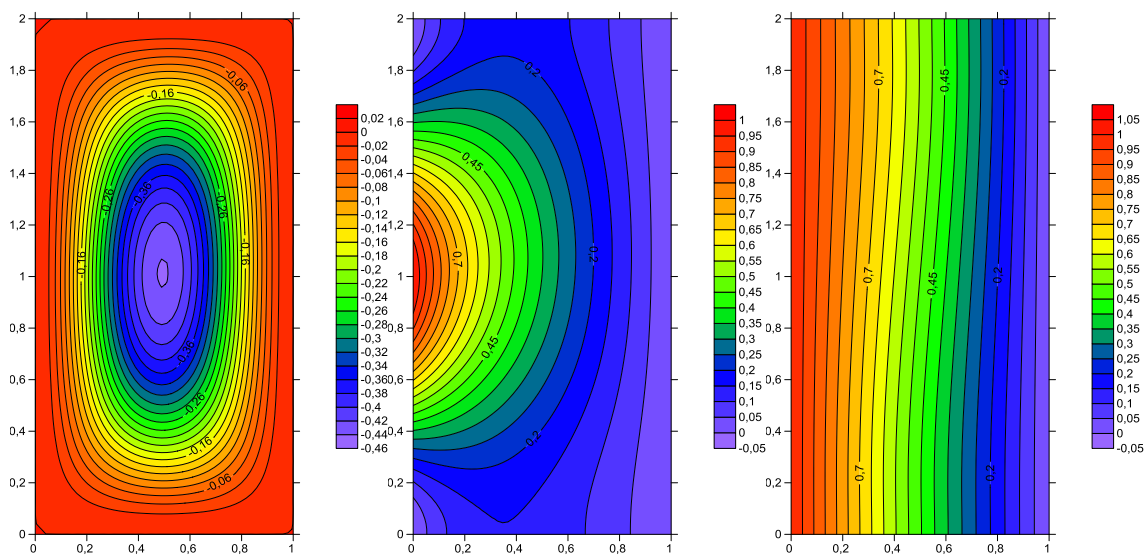


Figure (4.13) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

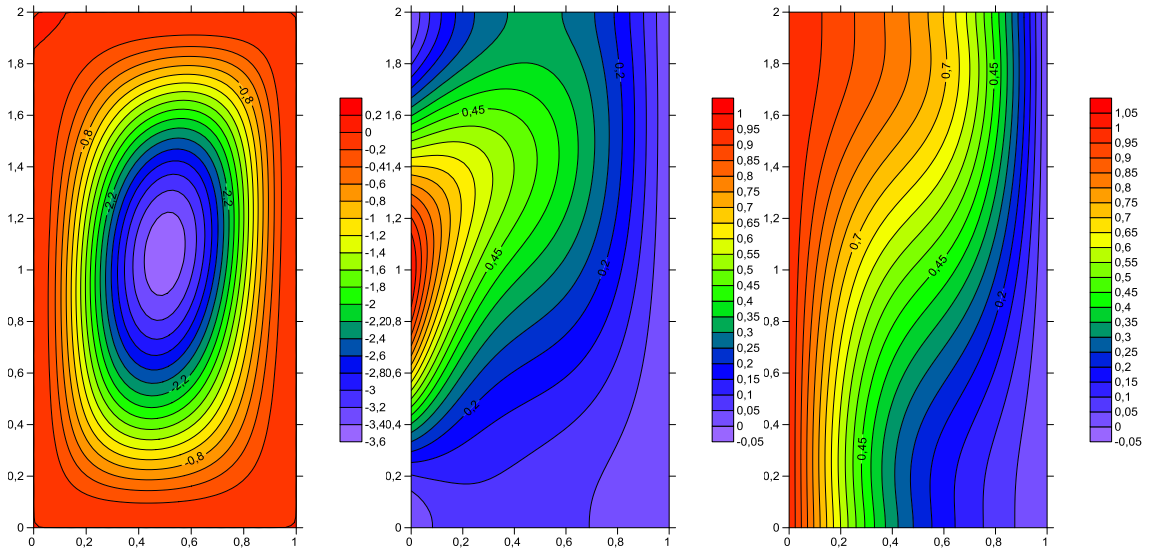


Figure (4.14) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

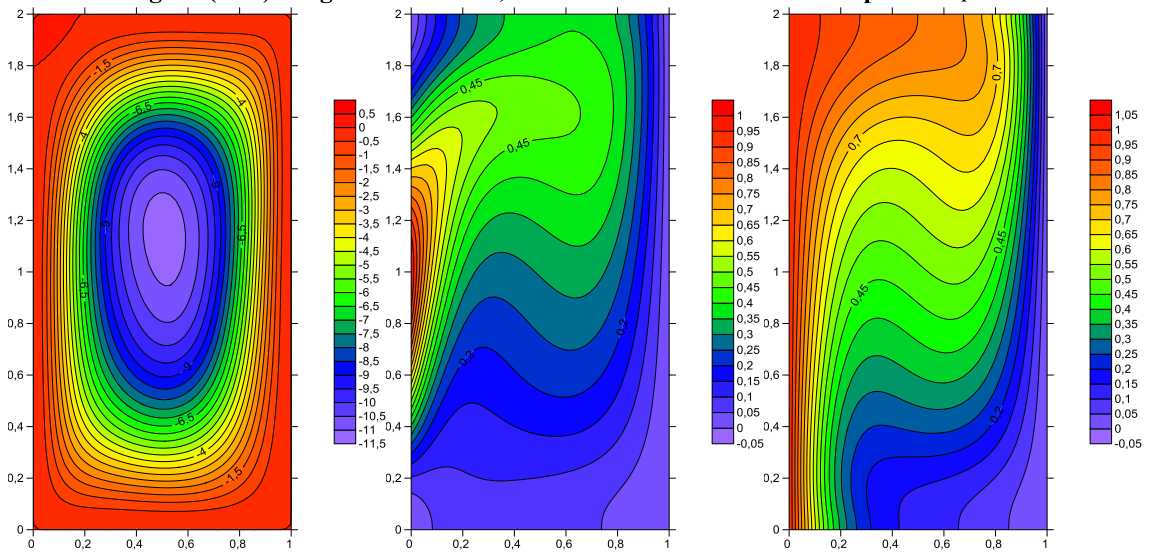


Figure (4.15) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

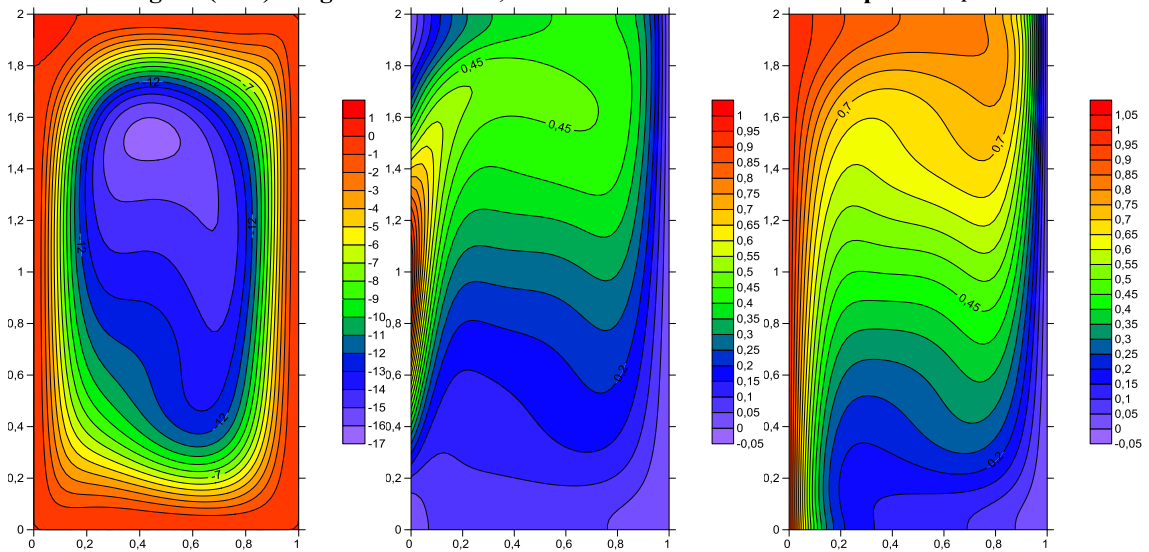


Figure (4.16) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-4-2-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB):

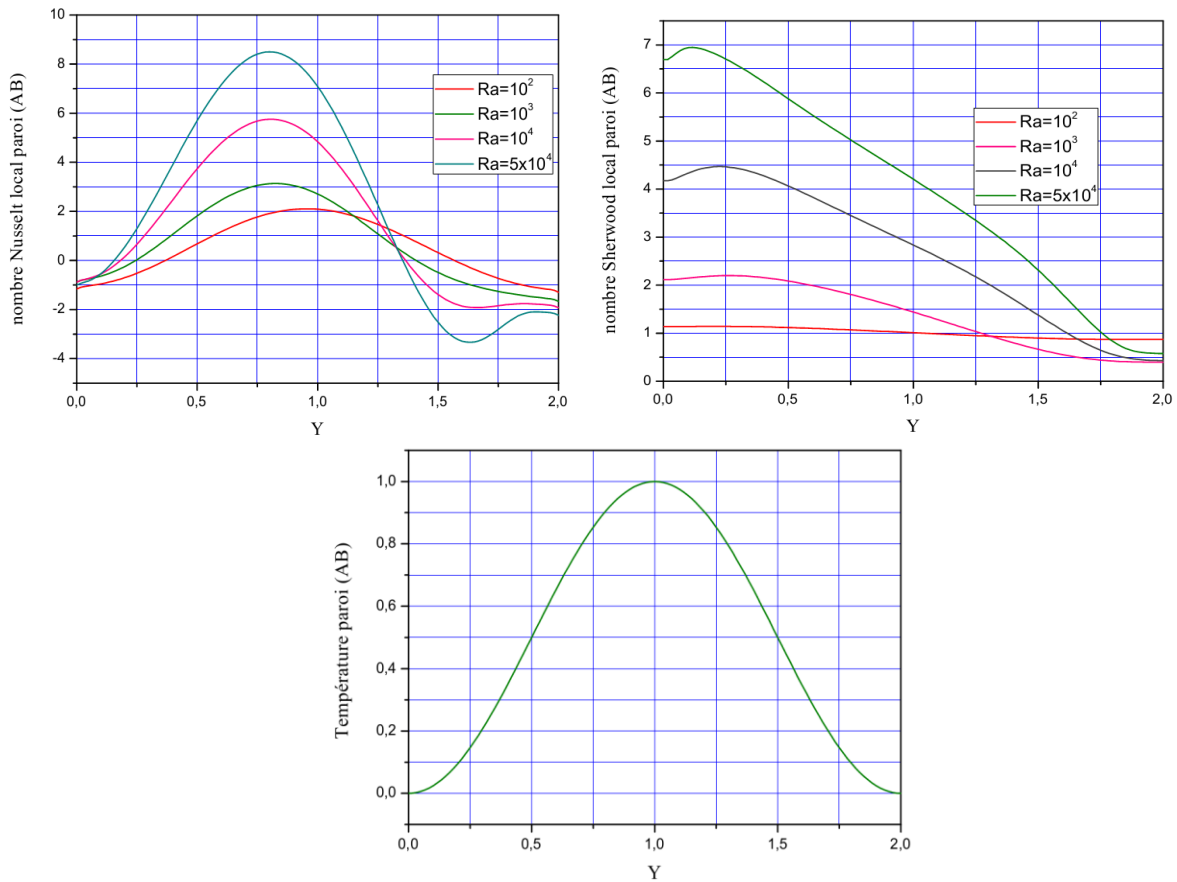


Figure (4.17) : nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle le long de la paroi (AB)

Le nombre de Nusselt local suit la nature de la sollicitation périodique où nous constatons qu'en bas de la paroi, il a la même valeur quelque soit la valeur du Rayleigh thermique avec un maximum au voisinage de la valeur ($Y= 0.75$) vu la position de la zone chaude ainsi que la structure de l'écoulement comme le montrent les figures (4.13-4.16) et en haut de la paroi au voisinage de $Y=1.6$, ce point de déflexion correspond en fait au décollement du fluide de la paroi. Quant au Sherwood, sa valeur n'est pas affectée par la sollicitation et augmente à l'ordonnée 0.1 puis diminue en haut de la paroi indiquant que la diffusion se fait plutôt en bas de la paroi.

4-4-2-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

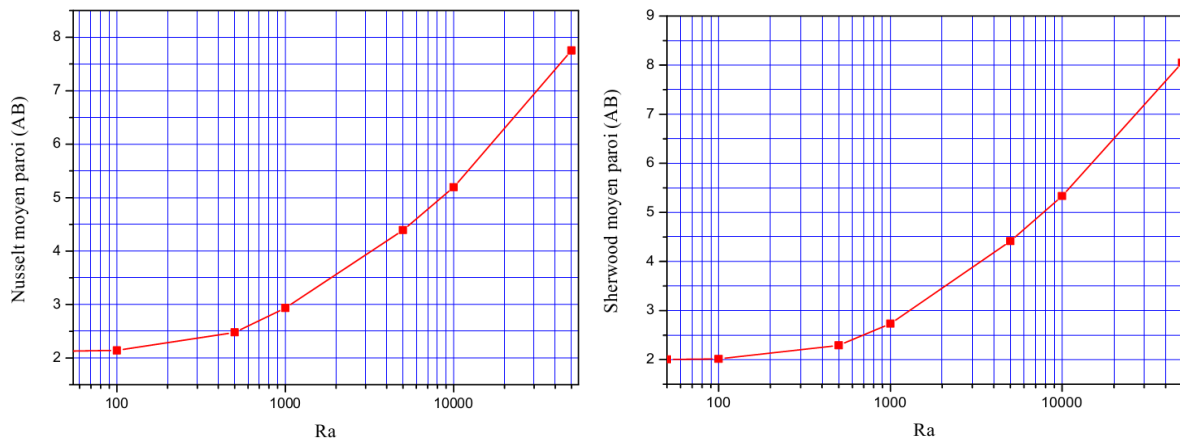


Figure (4.18) : nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

Les taux de transfert thermique et massique sont proportionnels à la valeur du Rayleigh où ils sont quasi constants pour $Ra_T < 10^2$, puis, ils progressent proportionnellement avec celui-ci.

4-4-2-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

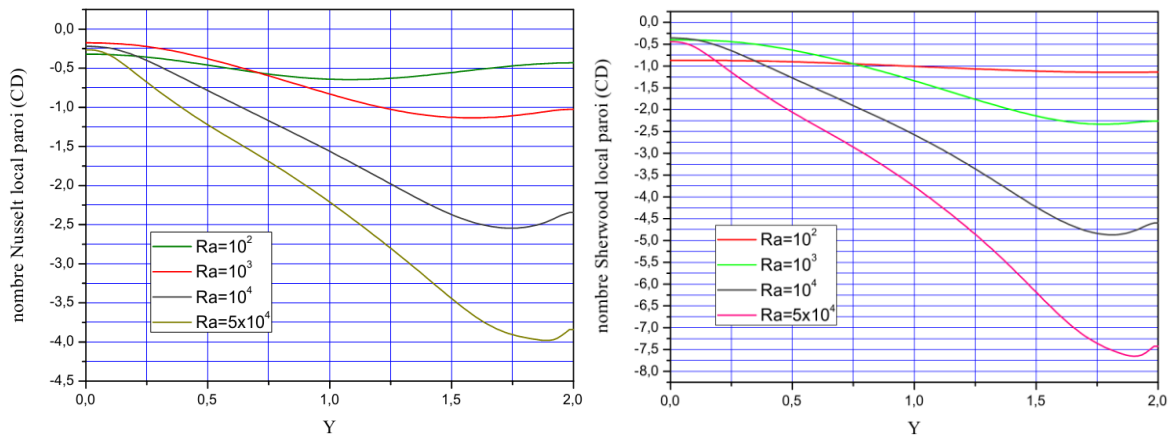


Figure (4.19) : nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

Nous constatons que comme dans la première condition pariétale, les profils des nombres de Nusselt et Sherwood locaux ne sont pas affecté par la sollicitation thermique. Le gradient thermique et solutal sont plus importants en haut de la paroi où au voisinage des points ($Y=0.1, 1.9$) correspondant au décollement et à l'adhérence du fluide à la paroi respectivement.

4-4-2-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD) :

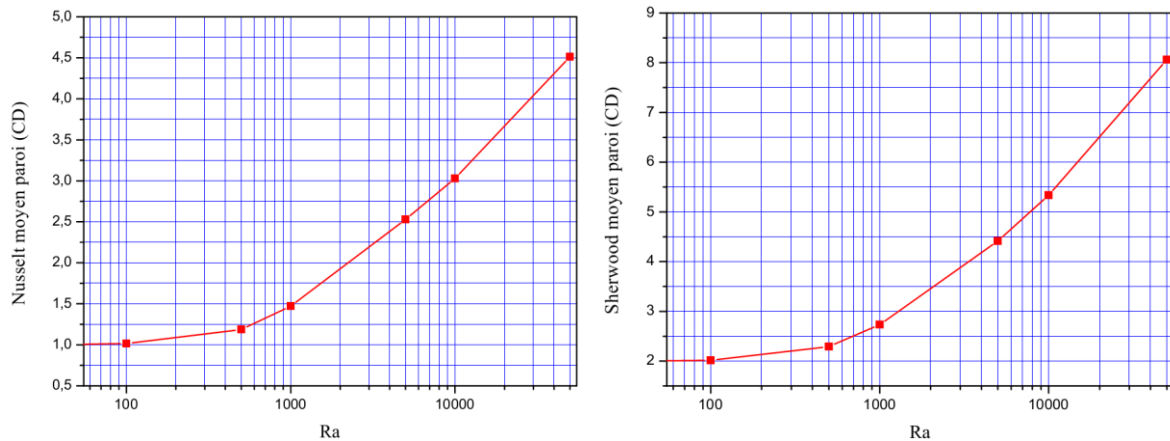


Figure (4.20) : nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

A partir de la figure ci-dessus, on voit que les taux de transfert thermique et massique sont proportionnels à la valeur du Rayleigh thermique où à faibles valeurs de celui-ci, c'est plutôt, un transfert conductif puis c'est la convection bidiffusive. Même remarque quant à la comparaison entre les valeurs moyennes de Nu et Sh sur les parois (AB) et (CD).

4-4-3- Troisième condition pariétale :

4-4-3-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.21-4.24) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 .

On voit bien que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens donc on est en situation de cas coopérants.

Les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant. Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB), en plus avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, elles se déforment laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est des isoconcentration, nous constatons qu'elles sont parallèles aux parois verticales pour de faibles valeurs de Ra_T et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales

inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

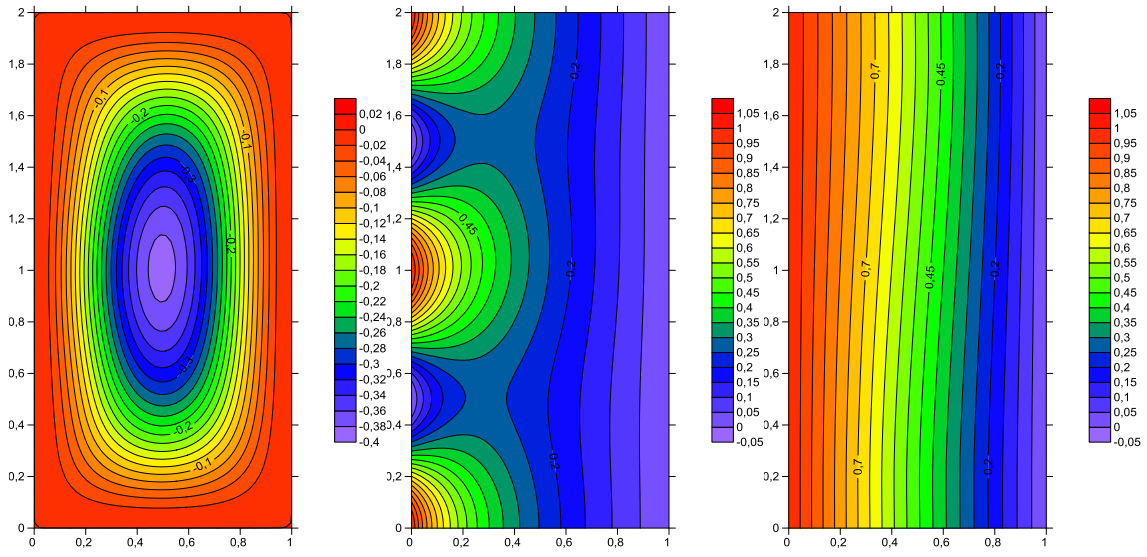


Figure (4.21) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

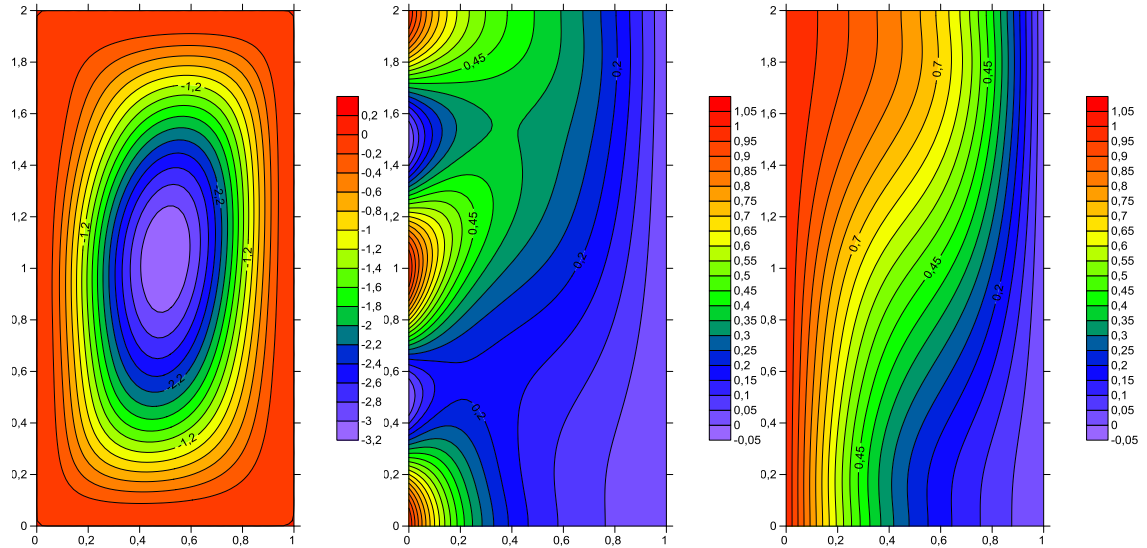


Figure (4.22) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

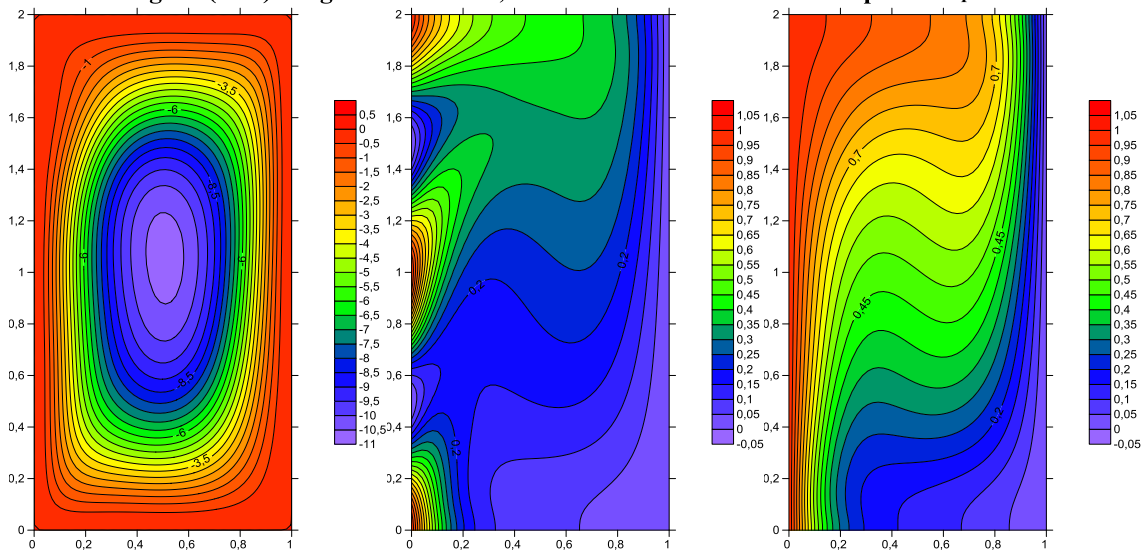


Figure (4.23) : lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

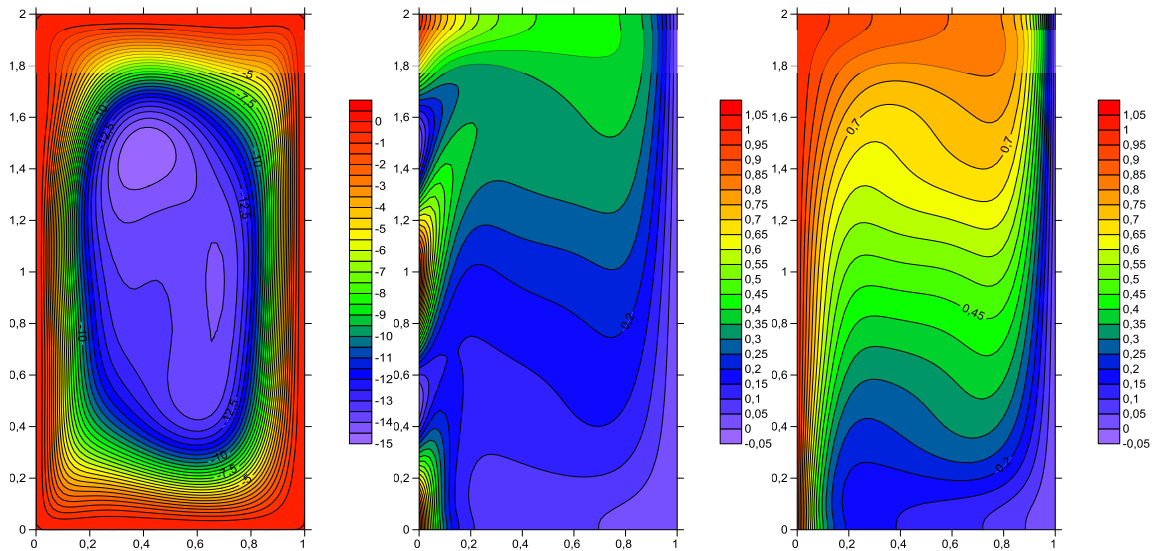


Figure (4.24) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-4-3-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB) :

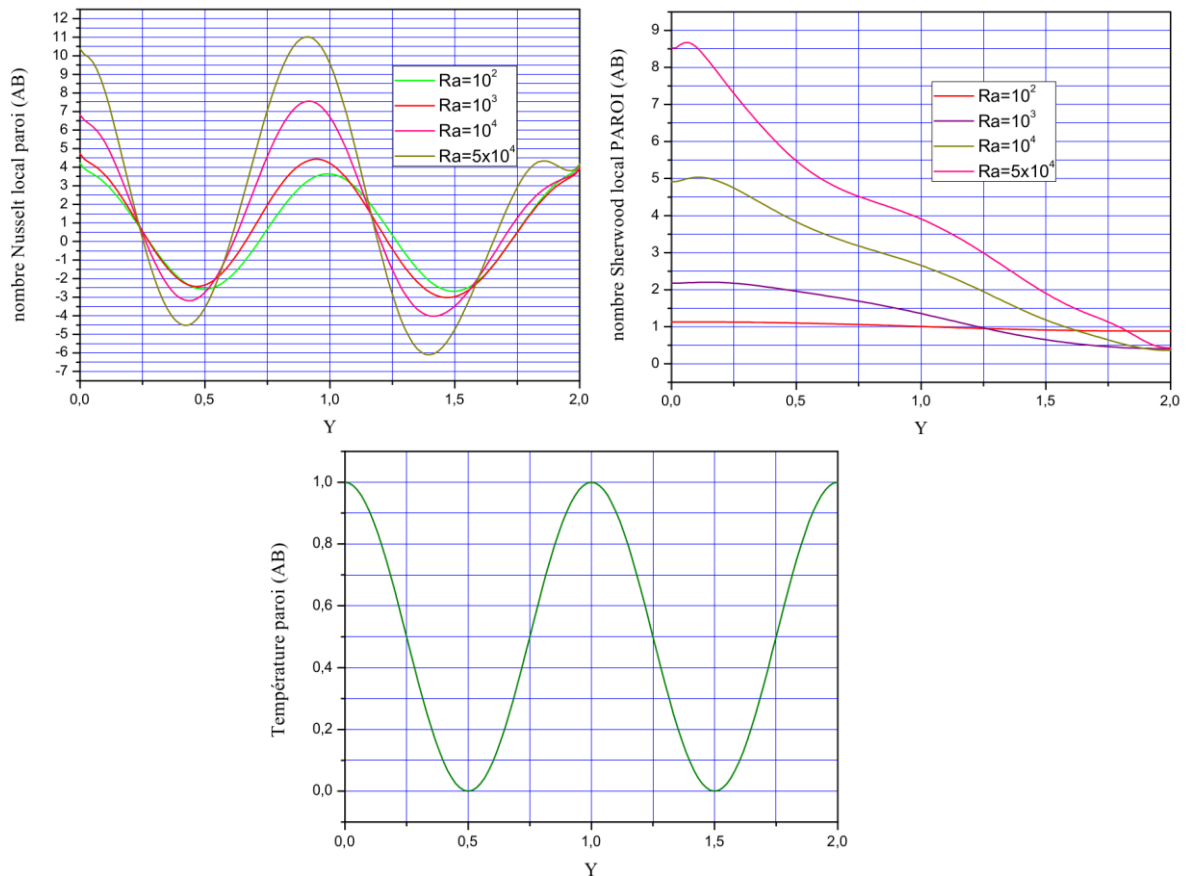


Figure (4.25) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle le long de la paroi (AB)

Le Nusselt local suit bien le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique alors que le maximum se décale du milieu vers le voisinage de $Y = 0.9$ vu que le gradient devient important en cette

zone avec l'augmentation du Rayleigh thermique et l'intensité de l'écoulement comme le montre ci-bien les figures (4.21-4.24). Quant au Sherwood local, il augmente jusqu'à l'ordonnée $Y=0.1$ où le gradient solutal est important puis il diminue en haut de la paroi.

4-4-3-3 nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

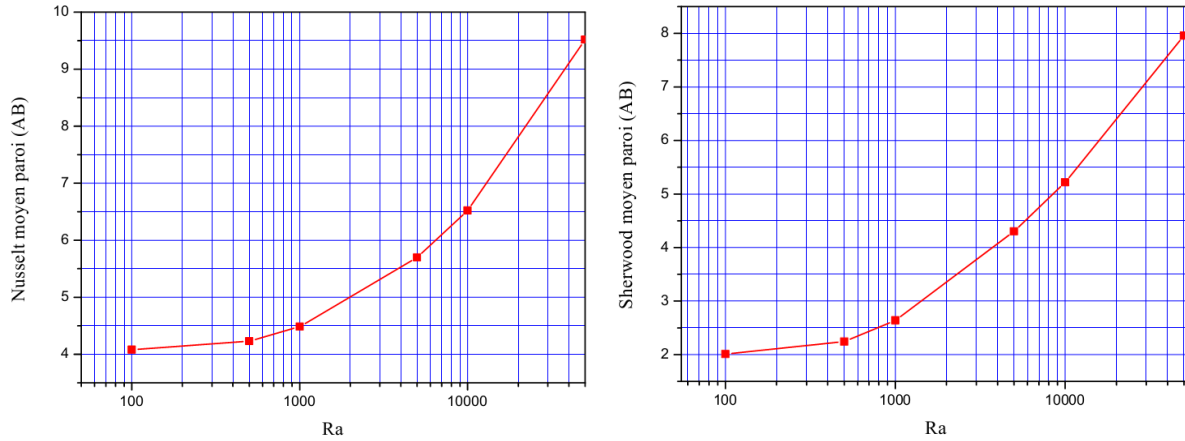


Figure (4.26) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

A partir de la figure ci-dessus, nous remarquons le caractère proportionnel entre les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et du Sherwood et la valeur du nombre de Rayleigh thermique.

4-4-3-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

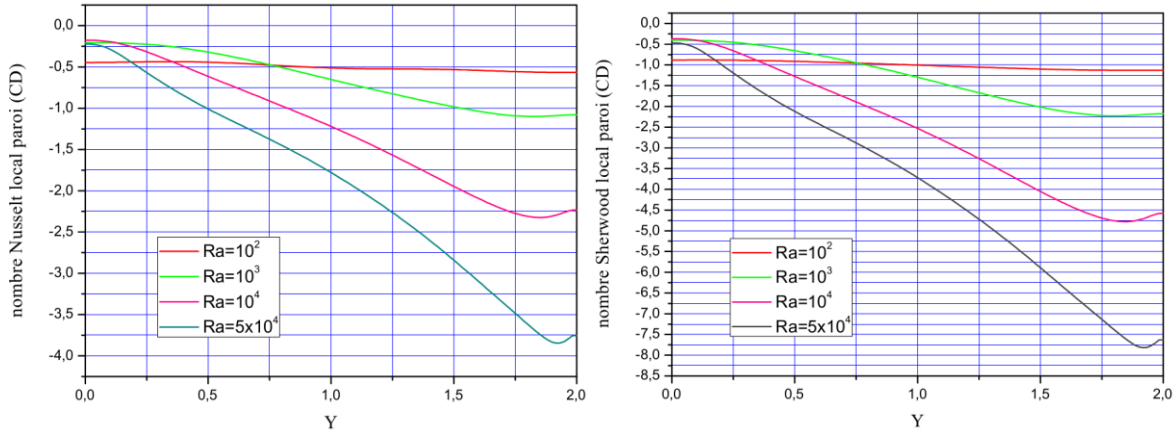


Figure (4.27) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

Sur la figure (4.27), l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente et diminue avec l'ordonnée mais que le profil du Nusselt local est le même que le Sherwood local. Aussi, nous constatons qu'ils traduisent le fait que le gradient thermique et solutal sont plus important en haut de la paroi au voisinage du point $Y=1.9$ qui correspond à l'arrivée des particules vers la paroi en mouvement descendant comme on le constate sur les figures (4.21-4.24).

4-4-3-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD) :

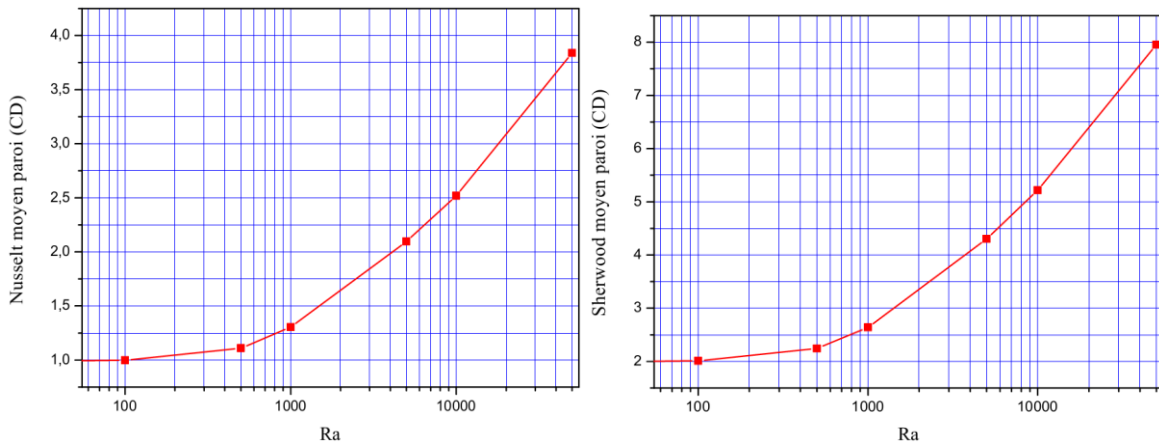


Figure (4.28) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

La figure ci-dessus montre que les taux de transfert thermique et solutale sur la paroi (CD) sont proportionnels à la valeur du nombre de Rayleigh thermique.

4-4-4- Quatrième condition pariétale :

4-4-4-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.29-4.32) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 . Nous constatons que les isothermes sont en conformité au caractère périodique de la sollicitation thermique sur la paroi (AB).

L'écoulement est monocellulaire pour les faibles valeurs du Rayleigh thermique en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens en bas de la cavité alors qu'elle est en sens opposée en haut de celle-ci. Avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique, ce fait est bien démontré avec la présence de deux tourbillons tournants en sens inverse et ce à partir de la valeur $Ra_T > 4.5 \times 10^3$ (figure 4.31) où celui du bas tourne en sens horaire alors que celui du haut à l'inverse.

Les isothermes se déforment avec l'écoulement et vu la nature de la sollicitation thermique, laissent paraître deux zones distinctes, l'une en bas avec un gradient thermique positif alors qu'en haut, il est négatif et il est faible le long de la paroi (CD). Les isoconcentrations sont parallèles aux parois verticales pour les faibles valeurs de Ra_T et se déforment pour suivre le sens d'écoulement avec son augmentation en restant serrées et verticales en bas de la paroi (AB) et en haut de la paroi (CD). Mais avec la naissance du

deuxième tourbillon, elles ont tendance à se redresser en haut de la cavité et devenir parallèles aux parois verticales.

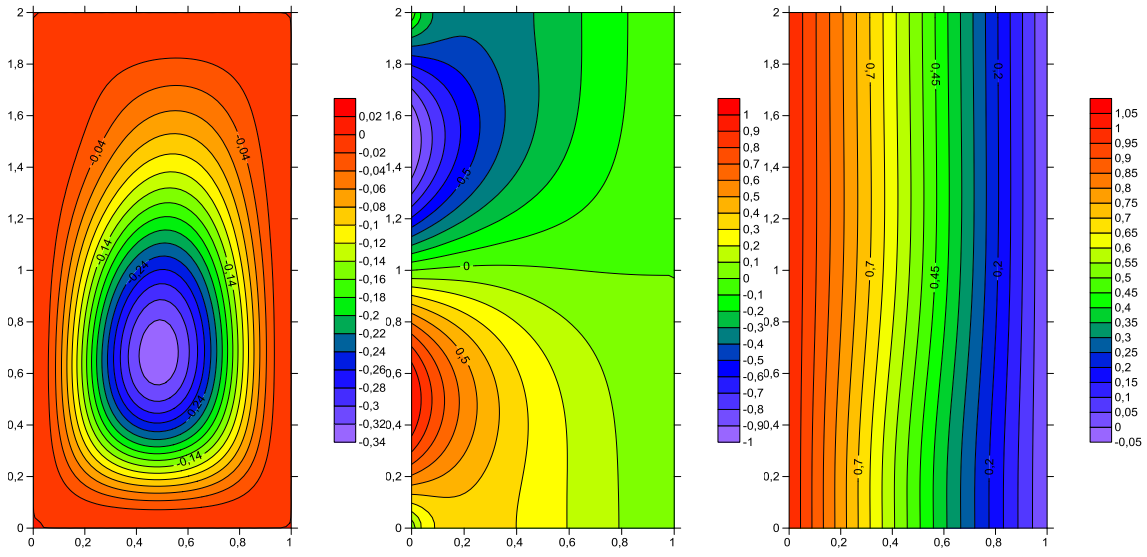


Figure (4.29) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

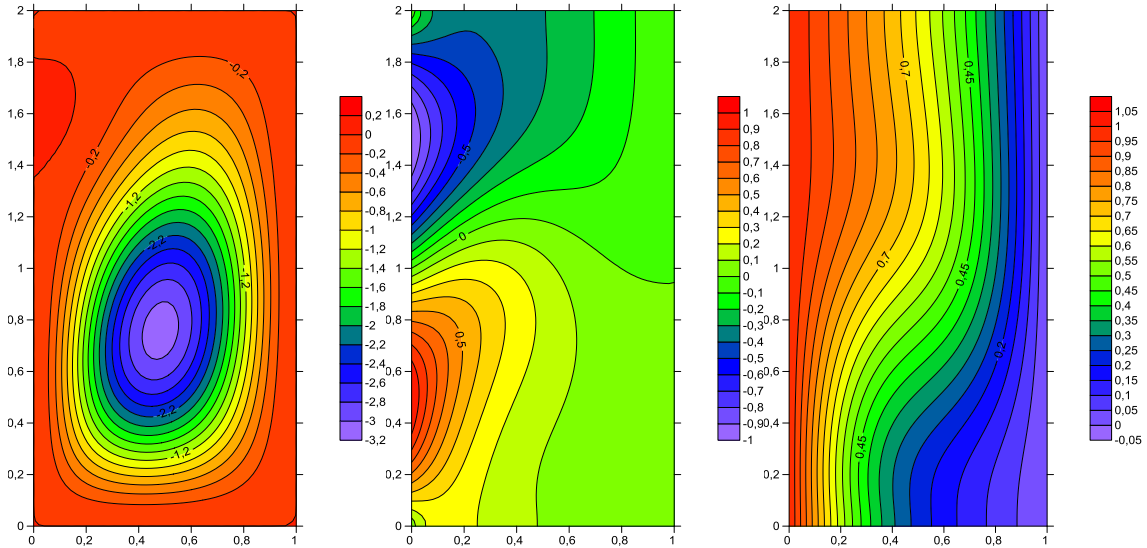


Figure (4.30) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

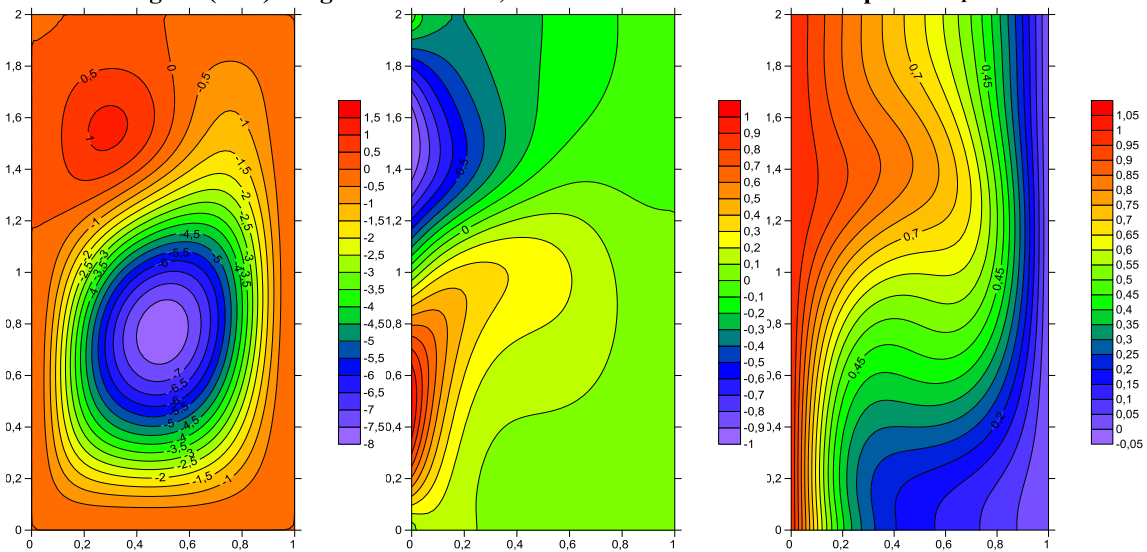


Figure (4.31) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 4.5 \times 10^3$

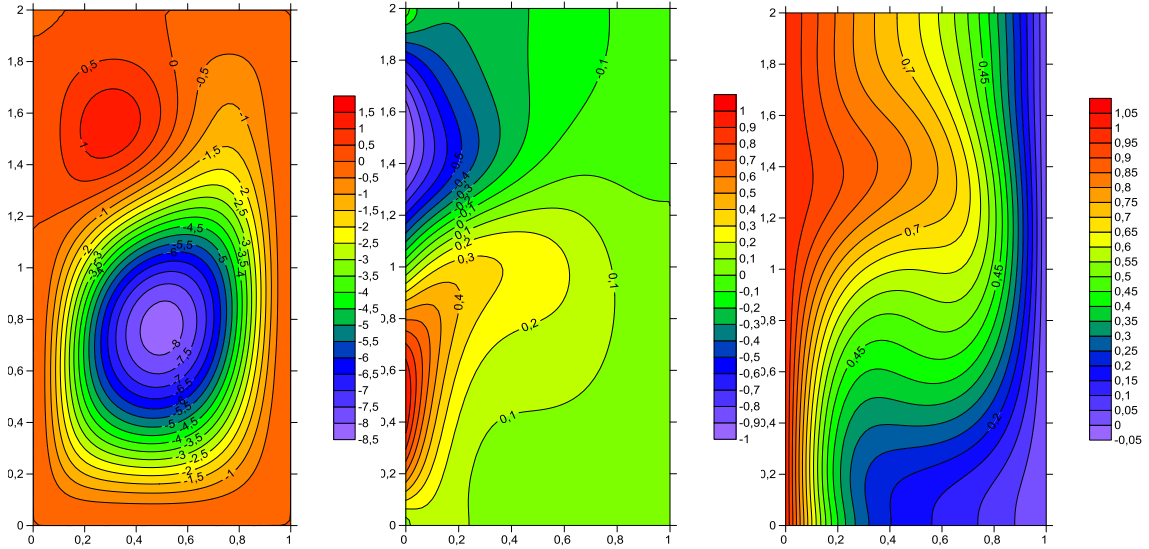


Figure (4.32) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^3$

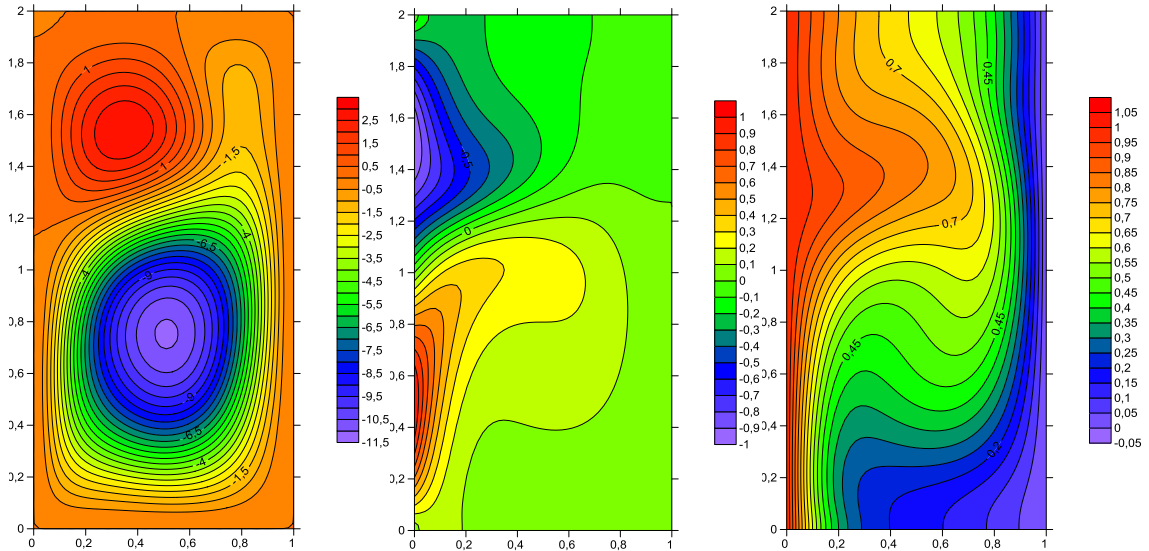


Figure (4.33) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

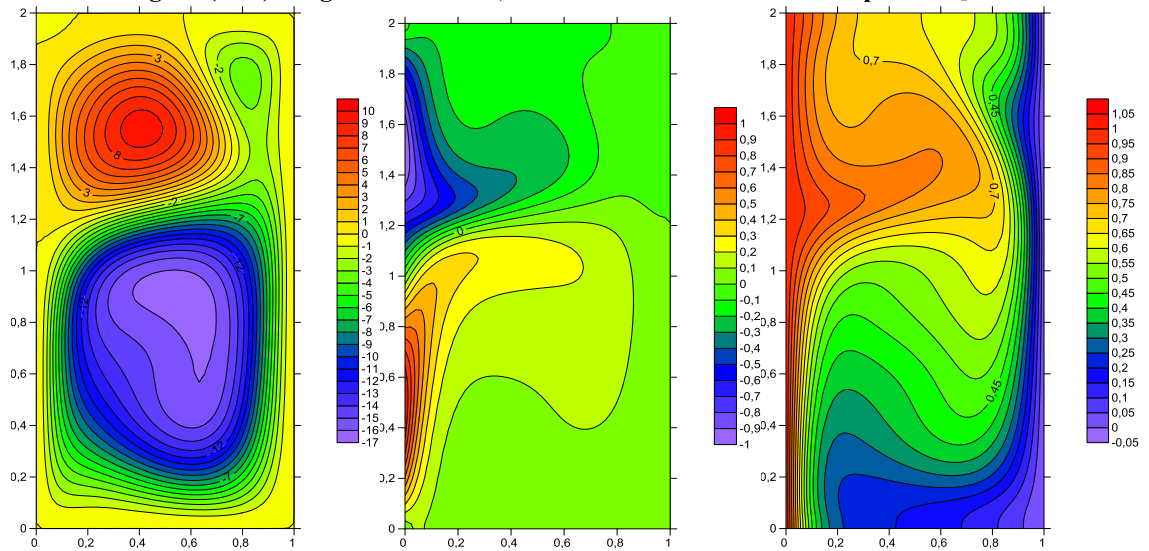


Figure (4.34) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-4-4-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB):

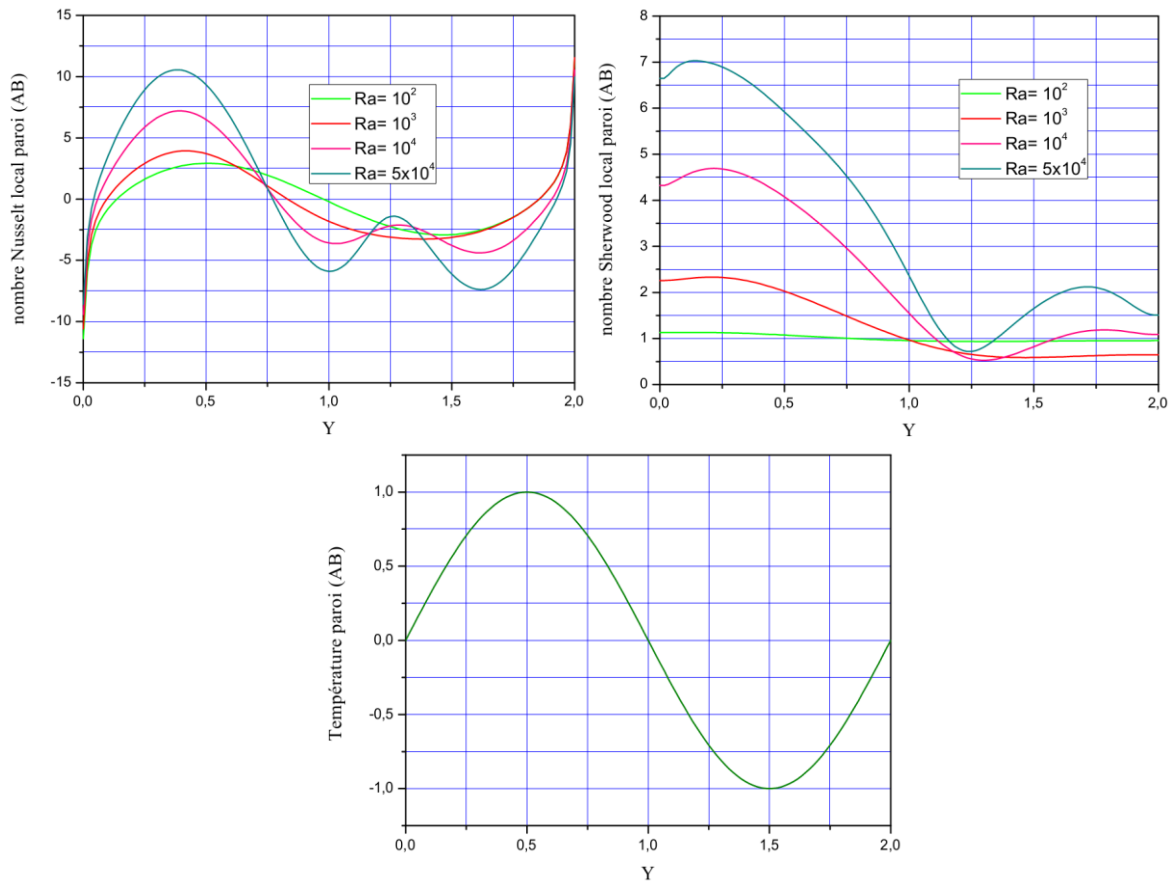


Figure (4.35) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle le long de la paroi (AB)

Nous constatons bien que sur la figure ci-dessus que le Nusselt local suit le profil de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique. Aussi, au point $Y=0.37$, il atteint un maximum, vu que l'écoulement change et l'étendue des zones chaudes diminue engendrant un gradient important de température puis il diminue jusqu'au point $Y=1.0$ où il y a décollement du fluide de la paroi, phénomène observé aux valeurs élevées du nombre de Rayleigh thermique où nous observons la même chose aussi au point $Y=1.25$, avec la naissance du contre tourbillon tournant en sens antihoraire où le fluide quitte la paroi et y revient au voisinage du point $Y=1.6$. En haut de la paroi, la valeur est la même quel que soit la valeur de Ra_T . Pour ce qui est du nombre de Sherwood local, nous observons un minimum au voisinage du point $Y=1.25$ qui correspond à l'interface des deux tourbillons (fait bien prononcé aux valeurs élevées de Ra_T) puis augmente jusqu'au voisinage du point $Y=1.75$ où les particules reviennent à la paroi dans le second tourbillon.

4-4-4-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

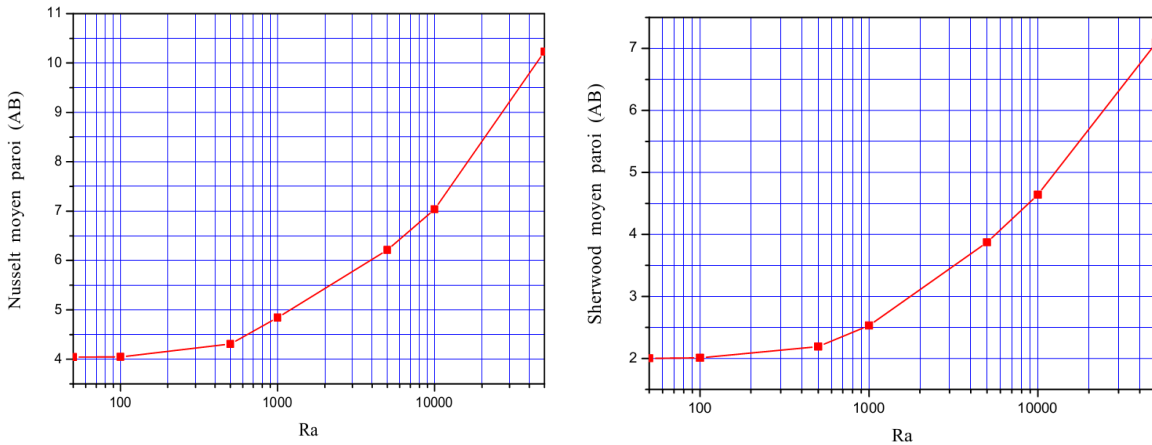


Figure (4.36) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

La figure (4.36) montre que les taux de transfert thermique et solutal sont proportionnels avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique ainsi, nous déduisons que les échanges thermiques et massiques sont favorisés par l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique.

4-4-4-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

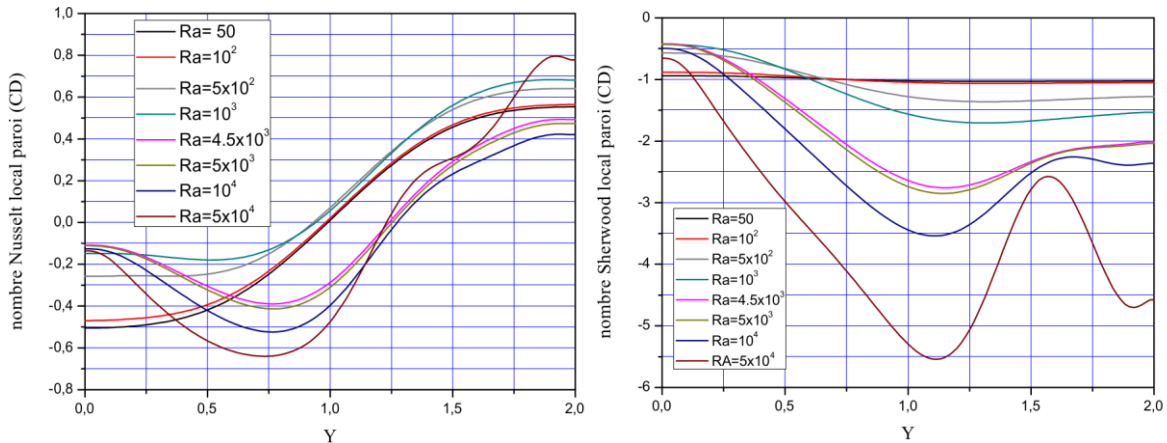


Figure (4.37) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

Sur la figure (4.37) l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente mais nous constatons que pour $Ra_T < 4.5 \times 10^3$, le nombre de Nusselt local a un profil presque antisymétrique par rapport au plan médian $Y=1$ mais à partir de cette valeur, il change complètement du fait de la présence du second tourbillon contre rotatif où à la position $Y=0.75$, il atteint son minimum traduisant un rapprochement maximum des particules fluides de la paroi puis elles s'y éloignent au voisinage de la position $Y=1.25$ sur le premier tourbillon.

L'effet du second tourbillon est bien prononcé pour $Ra_T=5 \times 10^4$, où à la position $Y=1.5$, l'allure change. Quant au nombre de Sherwood local, il prend la même allure que sur la paroi (AB) mais avec un signe opposé et le fait du second tourbillon apparait bien pour $Ra_T=5 \times 10^4$

avec des gradients importants entre $Y=1$ et $Y=1.25$ comme le montre si bien les figures (4.29-4.34).

4-4-4-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD) :

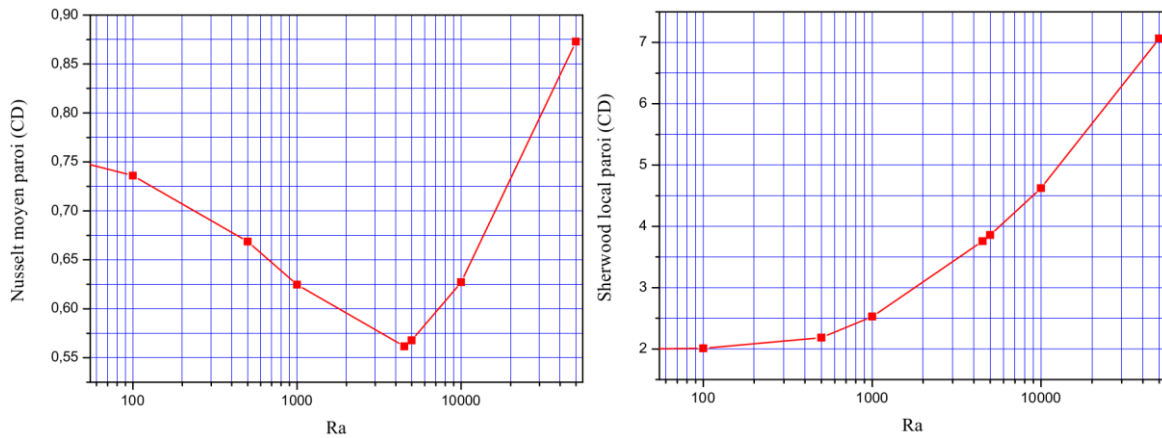


Figure (4.38) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

La figure ci-dessus montre que la valeur du nombre de Nusselt moyen décroît avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique jusqu'à la valeur de 4.5×10^3 puis elle devient proportionnelle avec elle ; ceci vient qu'au début de la naissance du second tourbillon, il a tendance à pousser les particules fluides vers le haut de la paroi et vu que le tourbillon d'en bas tourne en sens horaire, cette zone se trouve en quasi stagnation et le fluide est presque au repos jusqu'à la prolifération du tourbillon d'en haut tournant en sens antihoraire dans cet espace mettant ainsi toutes les particules en mouvement, phénomène correspondant à un nombre de Rayleigh thermique de 4.5×10^3 , puis l'écoulement s'accélère laissant une augmentation du gradient thermique et le transfert thermique par conséquent. Le transfert de masse est proportionnel avec la valeur du Rayleigh thermique vu le profil du nombre de Sherwood moyen sur la paroi (CD).

4-4-5- Etude comparative entre les quatre conditions pariétales :

4-4-5-1- Transfert de chaleur paroi (AB):

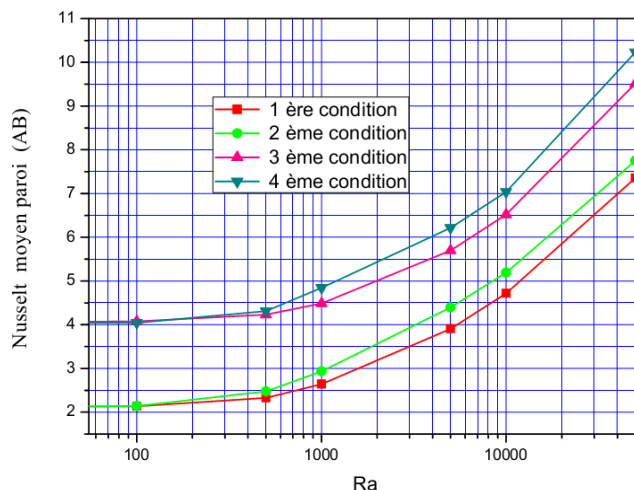


Figure (4.39) : Comparaison entre le nombre de Nusselt moyen pour différentes conditions pariétales sur la paroi (AB)

La figure (4.39) illustre bien que la 4^{ème} condition pariétale, favorise bien le transfert thermique mais qu'aux faibles valeurs de Ra ($<10^3$), cette différence n'est pas importante entre la 1^{ère} et la 2^{ème} condition et entre la 3^{ème} et la 4^{ème} condition.

4-4-5-2- Transfert de masse paroi (AB):

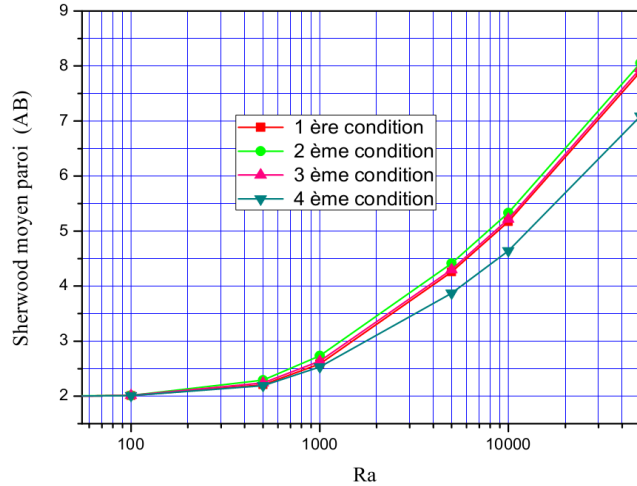


Figure (4.40) : Comparaison entre le nombre de Sherwood moyen pour différentes conditions pariétales sur la paroi (AB)

A partir de la figure ci-dessus, nous constatons que les trois premières conditions ont presque le même nombre de Sherwood moyen traduisant le même taux de transfert de masse qui est supérieur à celui de la quatrième condition. Idem aux faibles valeurs de Ra_T ($<10^3$), il n'y a pas de différence entre les différentes conditions pariétales.

En conclusion, la troisième condition pariétale offre un bon compromis entre les taux de transferts thermique et massique.

4-4-5-3- Transfert de chaleur paroi (CD) :

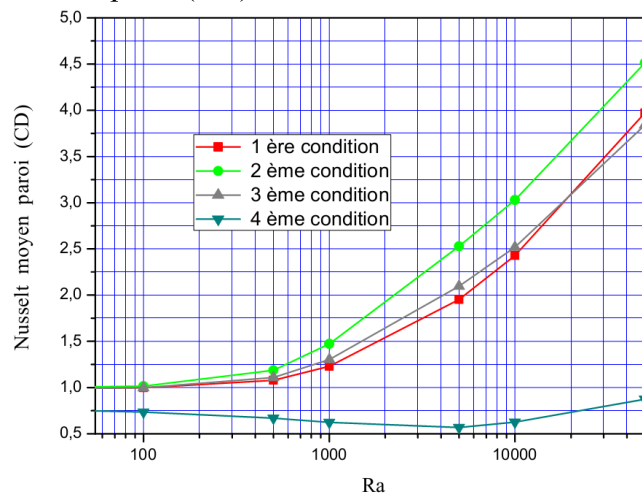


Figure (4.41) : Comparaison entre le nombre de Nusselt moyen pour différentes conditions pariétales sur la paroi (CD)

A partir de la figure (4.41), nous constatons que la deuxième condition pariétale, offre un meilleur taux de transfert thermique au niveau de la paroi (CD) comparé aux autres conditions, tandis que la quatrième condition est la moins favorable.

4-4-5-4- Transfert de masse paroi (CD) :

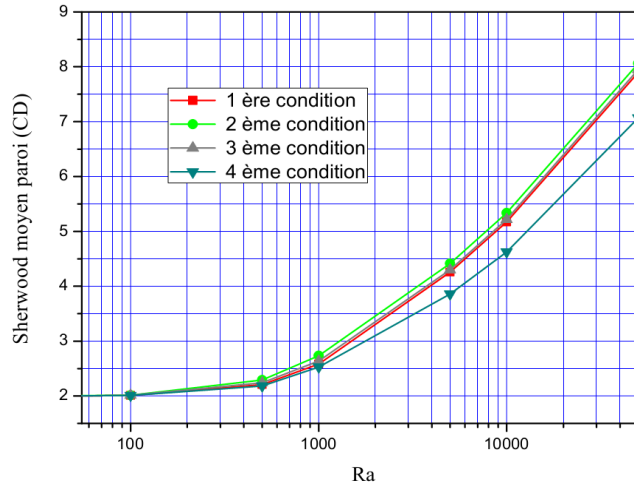


Figure (4.42) : Comparaison entre le nombre de Sherwood moyen pour différentes conditions pariétales sur la paroi (CD)

La figure ci-dessus montre qu'il n'y a pas de grande différence entre les trois premières conditions pariétales en matière de taux de transfert de masse avec un léger avantage à la deuxième condition tandis que la quatrième reste la plus défavorable.

CONCLUSION :

Nous pouvons conclure que la troisième condition pariétale offre un bon compromis quant au transfert thermique et massique au niveau des deux parois comparé aux autres conditions pariétales.

4-5- Influence du rapport d'aspect Ar :

Dans cette partie, nous présentons l'effet du rapport d'aspect Ar sur la structure de l'écoulement, les profils des isothermes et des isoconcentration ainsi que sur les taux de transfert de chaleur et de masse.

Pour cela, on prendra $Pr=0.701$, $N=1$, $Le=1$ et Ra_T varie de 10^2 à 5×10^4 pour deux enceintes différentes avec $Ar = 2$ et 0.5 et prenant un seul type de sollicitation où on prendra la troisième condition par exemple.

4-5-1- pour une valeur $Ar = 2$:

4-5-1-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.43-4.46) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 .

Nous remarquons bien que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens donc on est en situation de cas coopérants.

Les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant. Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB), en plus avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique, elles se déforment laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est des isoconcentration, nous constatons qu'elles sont parallèles aux parois verticales pour de faibles valeurs de Ra_T et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

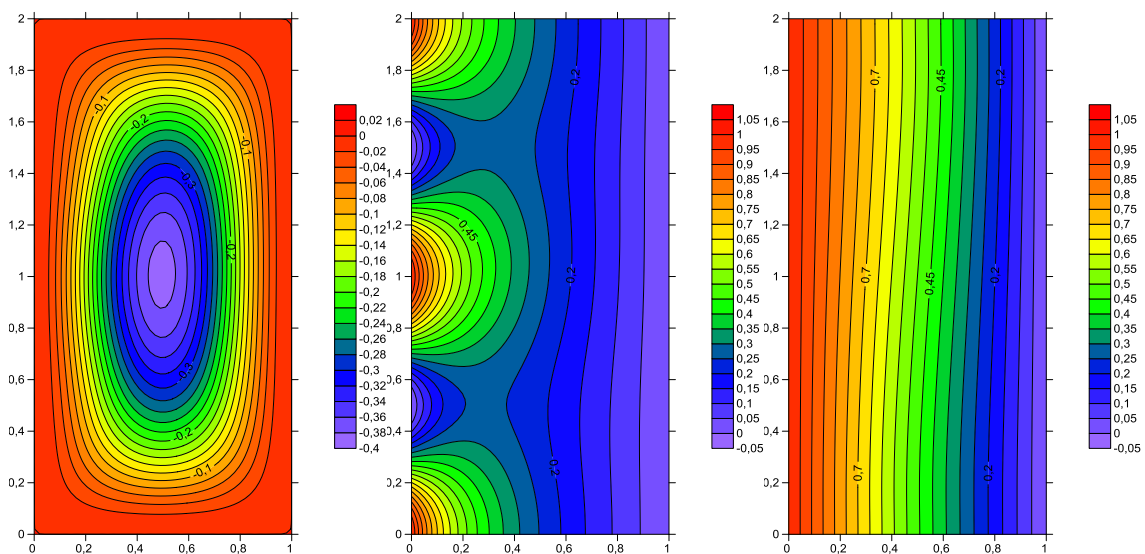


Figure (4.43) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

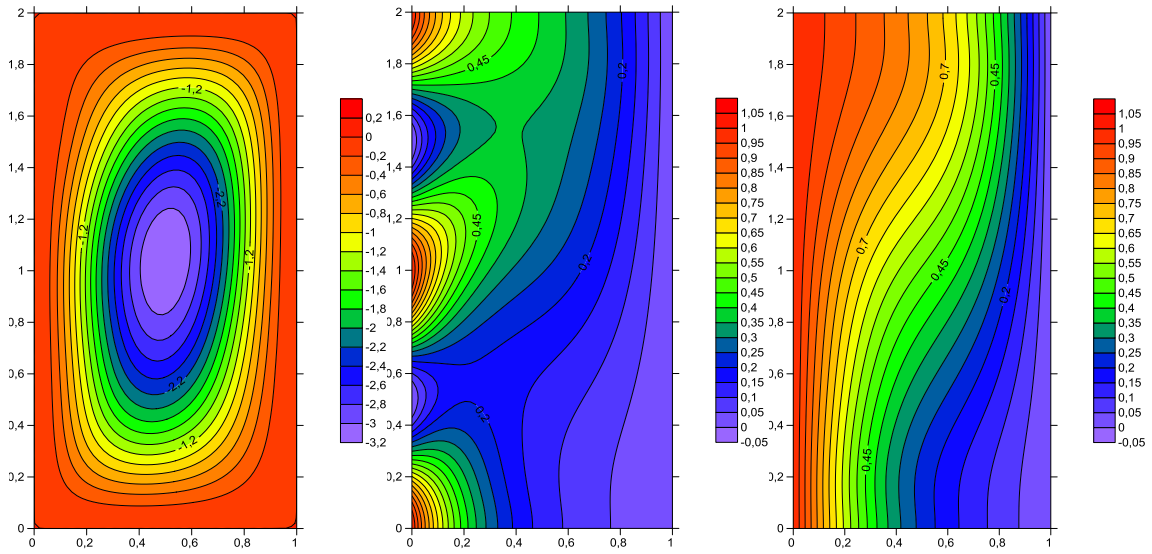


Figure (4.44) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

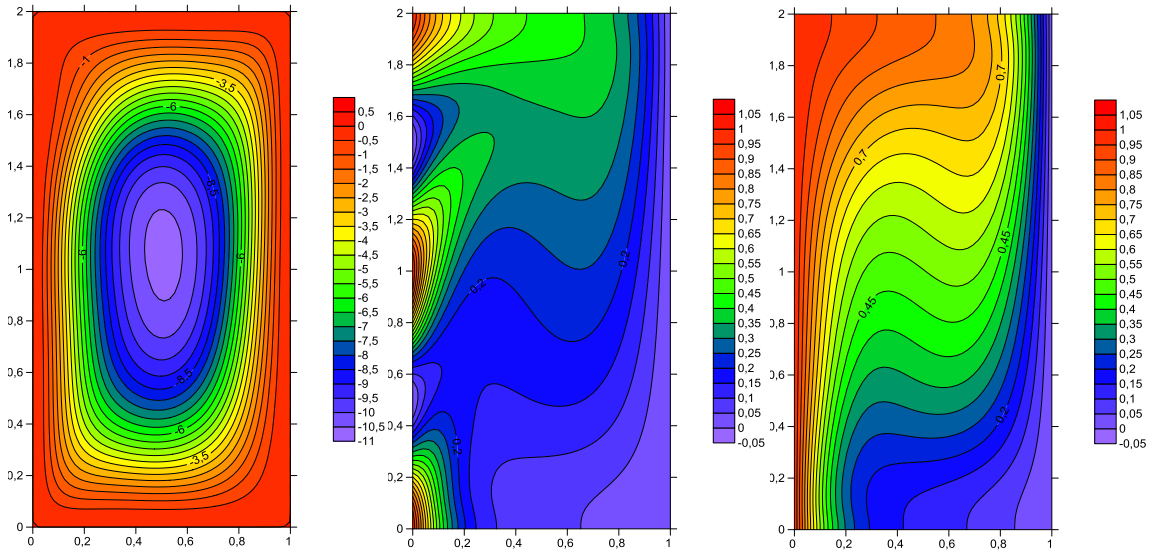


Figure (4.45) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

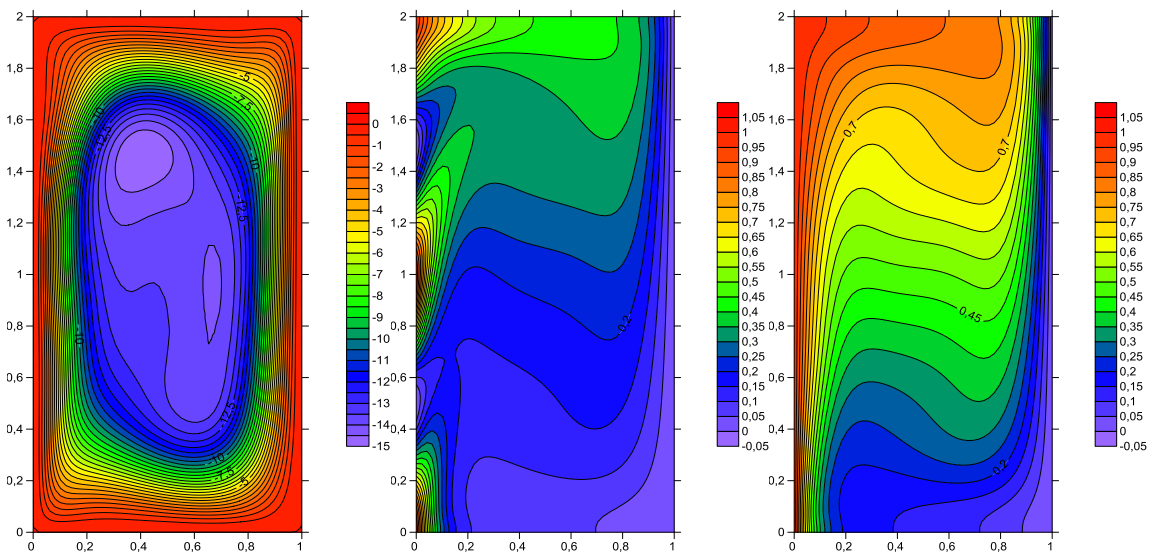


Figure (4.46) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-5-1-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB):

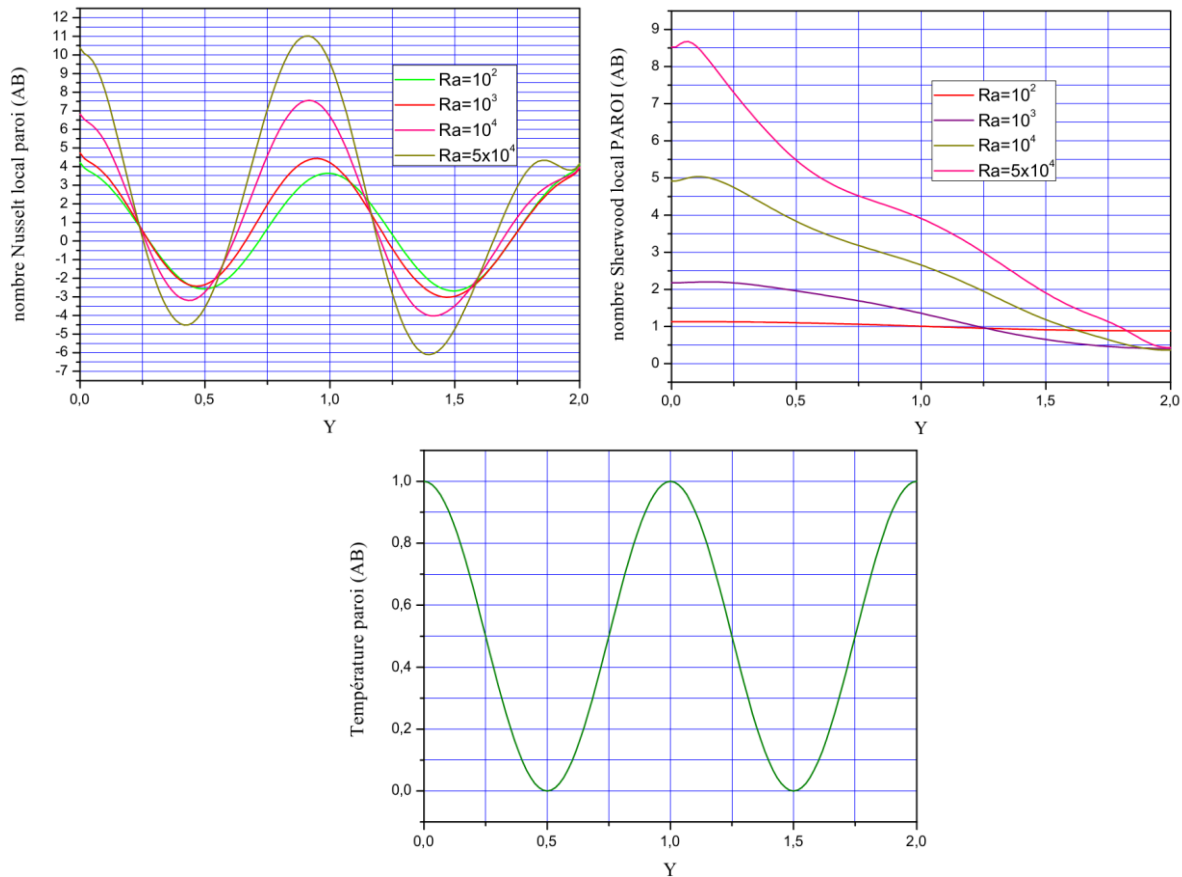


Figure (4.47) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle le long de la paroi (AB)

La figure ci-dessus, illustre que le nombre de Nusselt local suit bien le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique alors que le maximum se décale du milieu vers le voisinage de $Y=0.9$ vu que le gradient devient important en cette zone avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique et l'intensité de l'écoulement comme le montrent ci-bien les figures (4.43-4.46). Quant au nombre de Sherwood local, il augmente jusqu'à l'ordonnée $Y=0.1$ où le gradient solutal est important puis il diminue en haut de la paroi.

4-5-1-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB) :

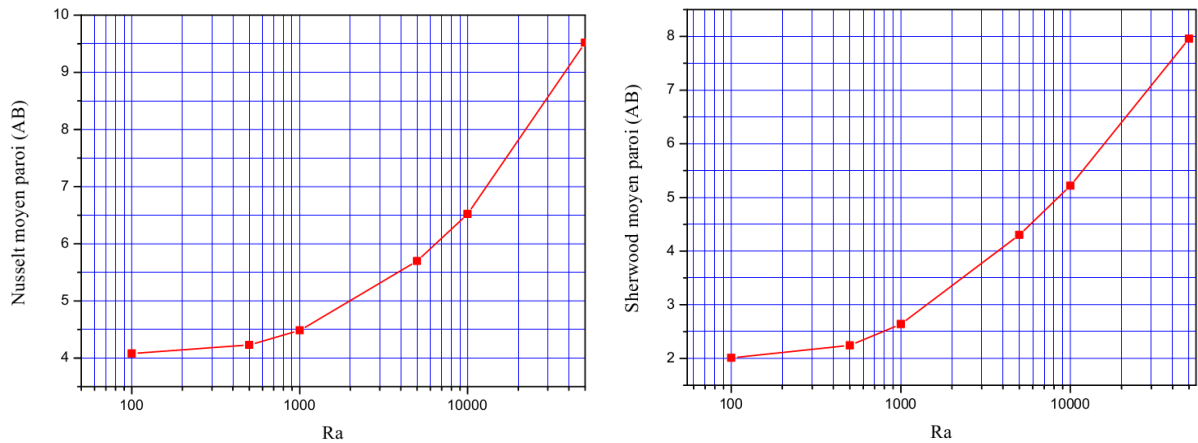


Figure (4.48) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

A partir de la figure ci-dessus, nous remarquons le caractère de proportionnalité entre les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et du Sherwood et la valeur du nombre de Rayleigh thermique.

4-5-1-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

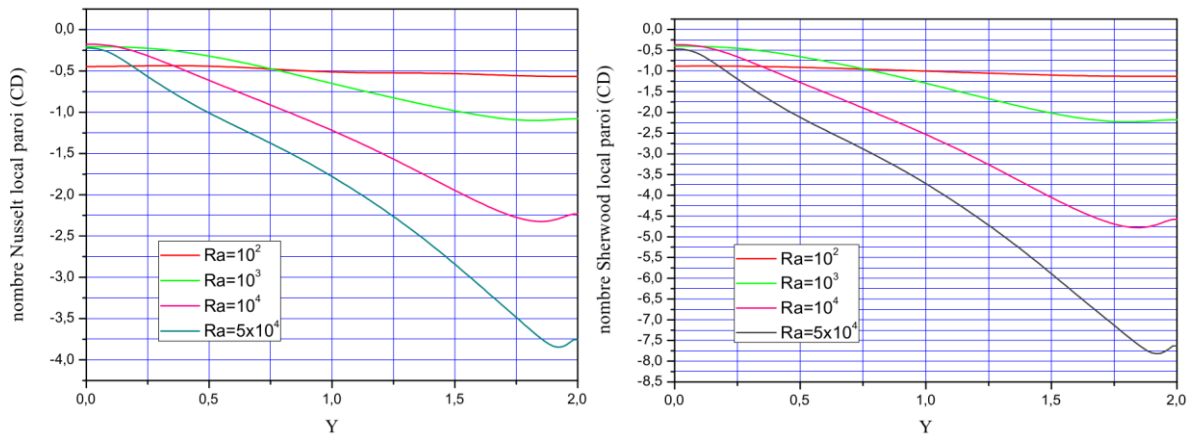


Figure (4.49) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

La figure (4.49) montre que l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente et le profil du nombre de Nusselt local est le même que celui du nombre de Sherwood local. Ces profils traduisent aussi que les gradients thermique et solutal sont plus important en haut de la paroi au voisinage du point $Y=1.9$ qui correspond à l'arrivée des particules vers la paroi « en mouvement descendant » comme c'est illustré sur les figures (4.43- 4.46).

4-5-1-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD) :

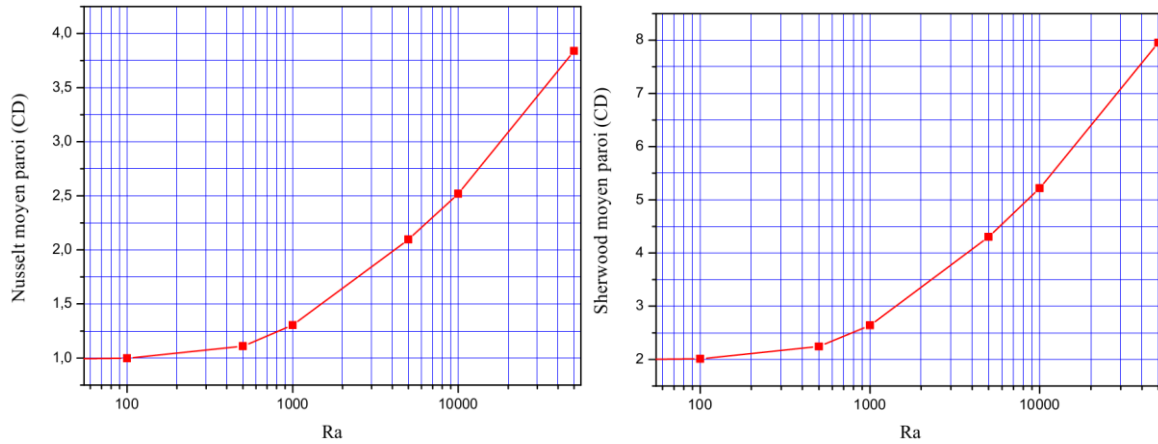


Figure (4.50) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

La figure montre que les taux de transfert thermique et solutale sur la paroi (CD) sont proportionnels à la valeur du nombre de Rayleigh thermique.

4-5-2- pour une valeur $Ar = 0.5$:

4-5-2-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.51-4.54) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire allongée pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 .

On voit bien que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens donc on est en situation de cas coopérants.

Les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant. Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB), en plus avec l'augmentation du Rayleigh, elles se déforment laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est des isoconcentrations, nous constatons qu'elles sont parallèles aux parois verticales pour de faibles valeurs de Ra_T et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales aux points A et C tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

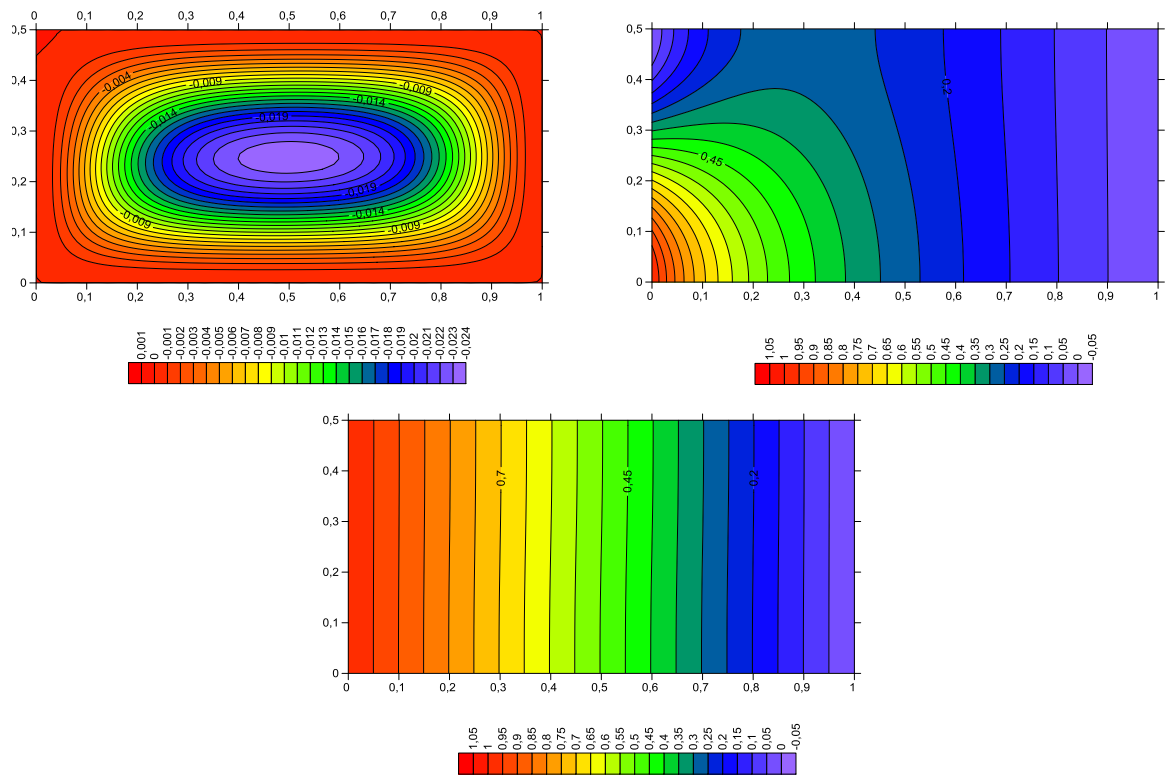


Figure (4.51) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

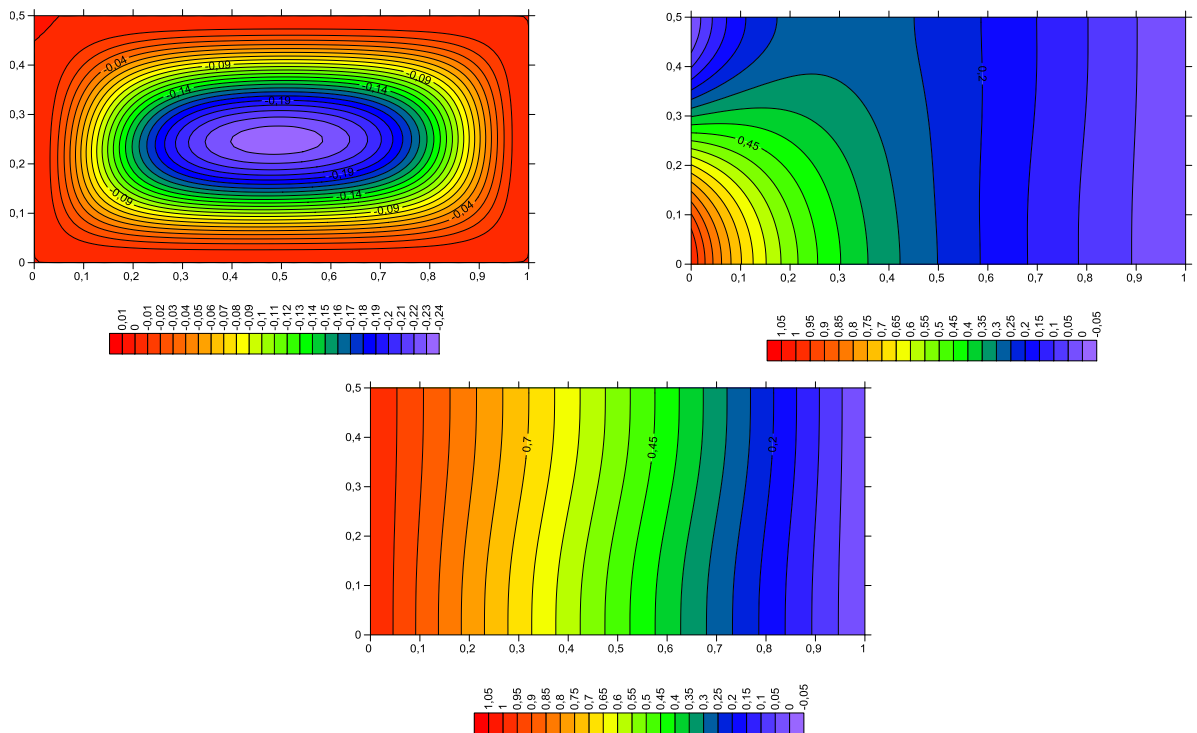


Figure (4.52) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

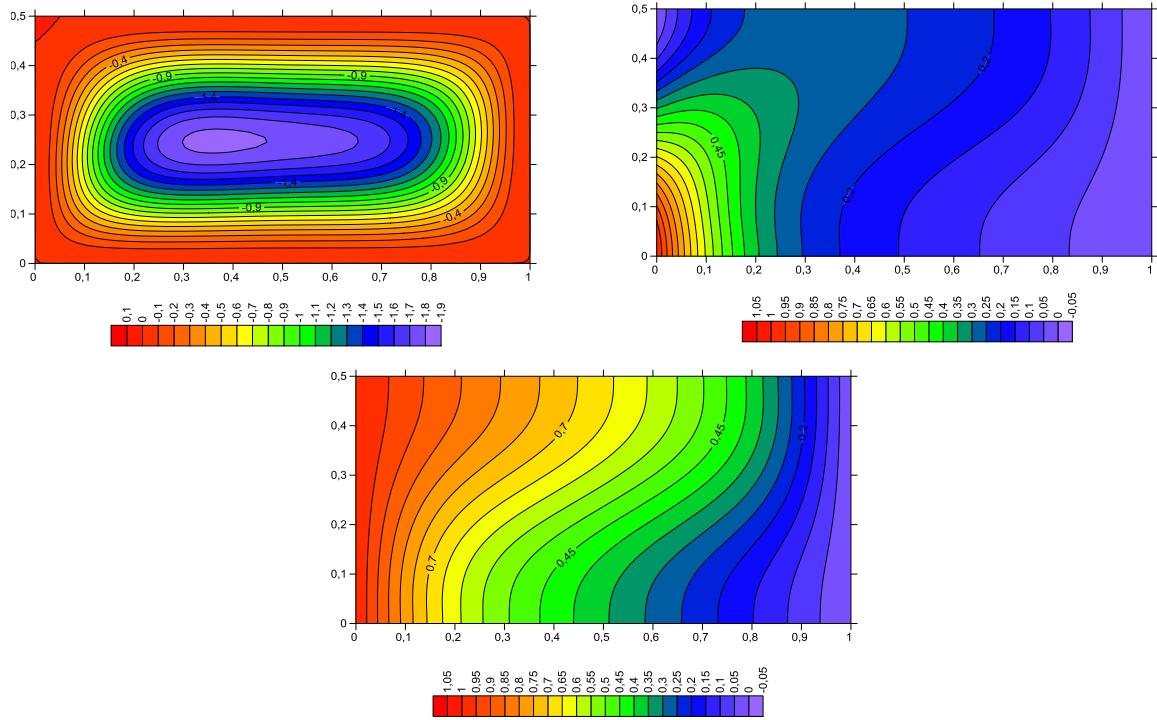


Figure (4.53) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

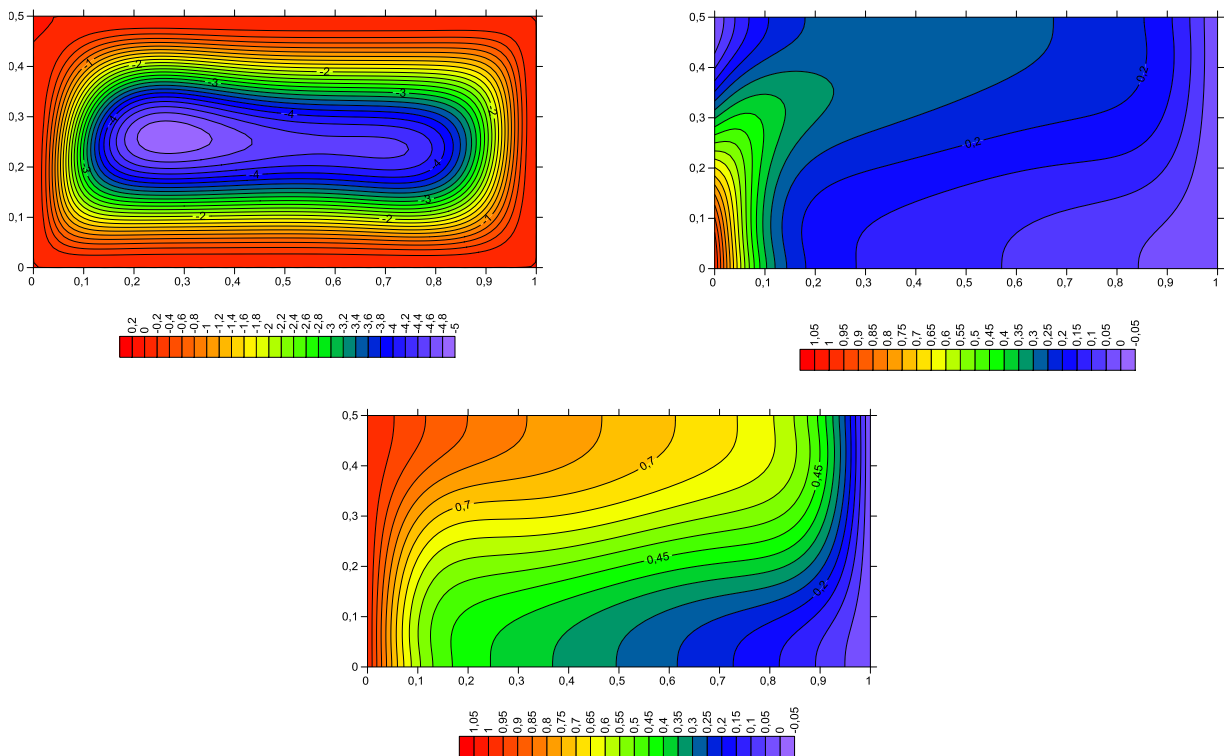


Figure (4.54) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-5-2-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB):

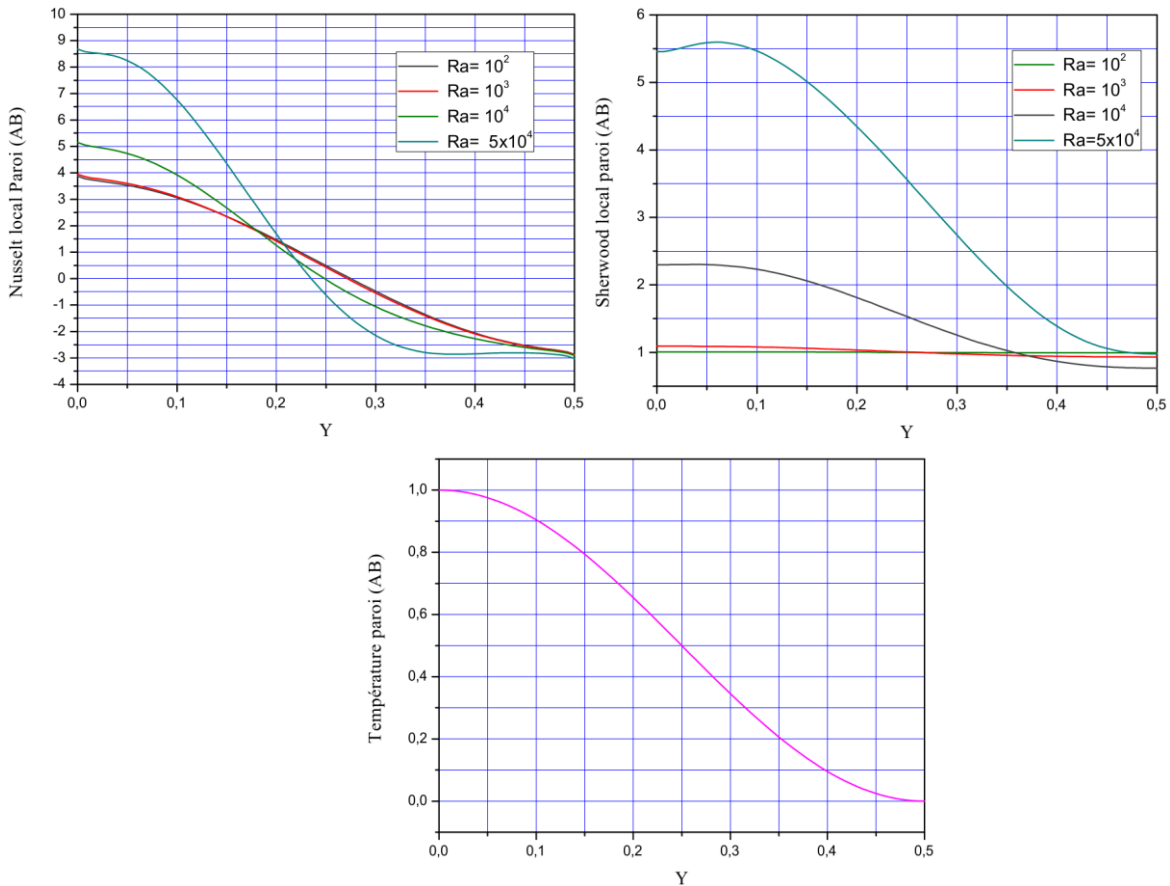


Figure (4.55) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle le long de paroi (AB)

La figure (4.55) montre que le nombre de Nusselt local suit bien le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique où nous observons un maximum au point A puis il commence à diminuer au point $Y=0.1$ montrant un rapprochement du fluide de la paroi jusqu'au point de déflexion situé au voisinage du point $Y=0.2$ traduisant le fait que les particules sont les plus proches de la paroi alors qu'au point $Y=0.3$ qui marque la frontière entre la partie chaude et la partie froide, c'est le décollement du fluide de la paroi. Quant au nombre de Sherwood local, il augmente jusqu'à l'ordonnée $Y=0.1$ où le gradient solutal est important puis il diminue en haut de la paroi.

4-5-2-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

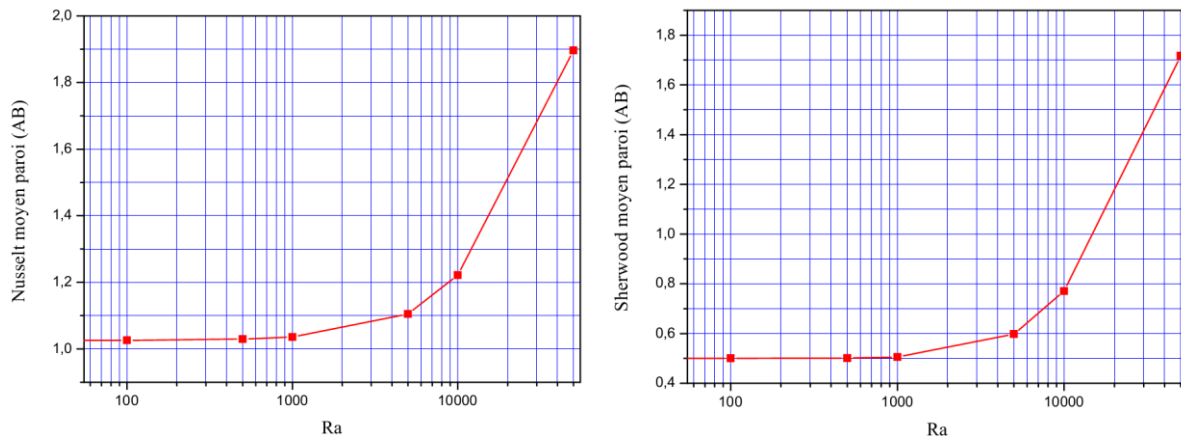


Figure (4.56) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

A partir de la figure ci-dessus, nous constatons que :

- Les nombres de Nusselt et Sherwood moyens sont proportionnels au nombre de Rayleigh thermique traduisant le fait que les transferts thermique et massique augmentent avec l'intensité de la sollicitation thermique.
- Pour les valeurs de $Ra_T < 10^3$, c'est plutôt un transfert conductif qui est établi ensuite pour des valeurs plus élevées du nombre de Rayleigh thermique c'est un régime convectif qui s'installe.

4-5-2-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD):

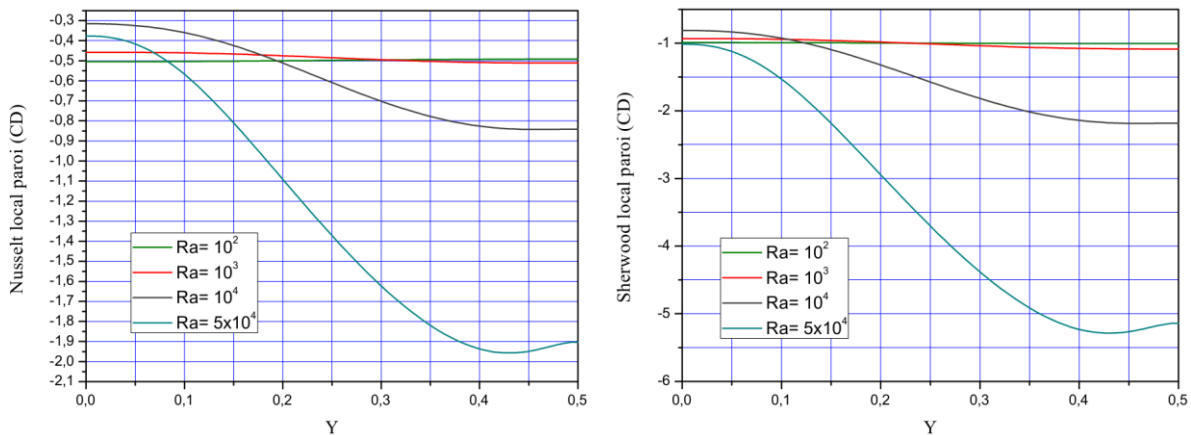


Figure (4.57) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

De la figure ci-dessus, nous observons que les nombres de Nusselt et Sherwood locaux, ont le même profil le long de la paroi (CD) avec une progression en valeur absolue du bas en haut de la paroi où les gradients sont importants suivant le sens d'écoulement comme le montrent les figures (4.51-4.54). Le maximum étant au voisinage du point $Y=0.4$ marquant le décollement du fluide de la paroi.

4-5-2-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD):

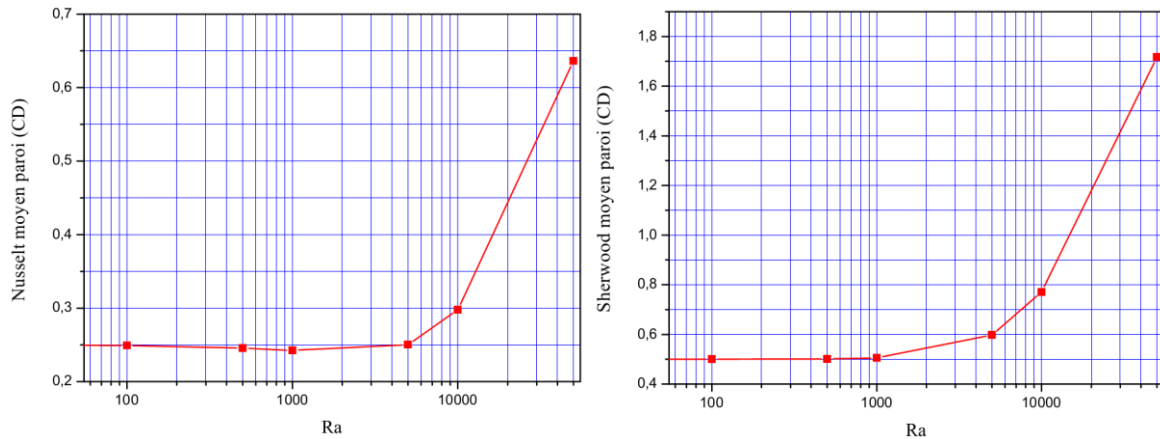


Figure (4.58) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

Nous constatons à partir de la figure ci-dessus que :

- Les nombres de Nusselt et Sherwood moyens sont proportionnels au nombre de Rayleigh thermique traduisant le fait que le transfert thermique et massique augmentent avec l'intensité de la sollicitation thermique.
- Pour les valeurs de $Ra_T < 10^3$, c'est plutôt un transfert conductif qui est établi puis c'est un régime convectif qui s'installe au-delà de 10^3 pour le nombre de Rayleigh thermique.

4-5-3- Etude comparative selon le rapport d'aspect :

4-5-3-1- Transfert de chaleur :

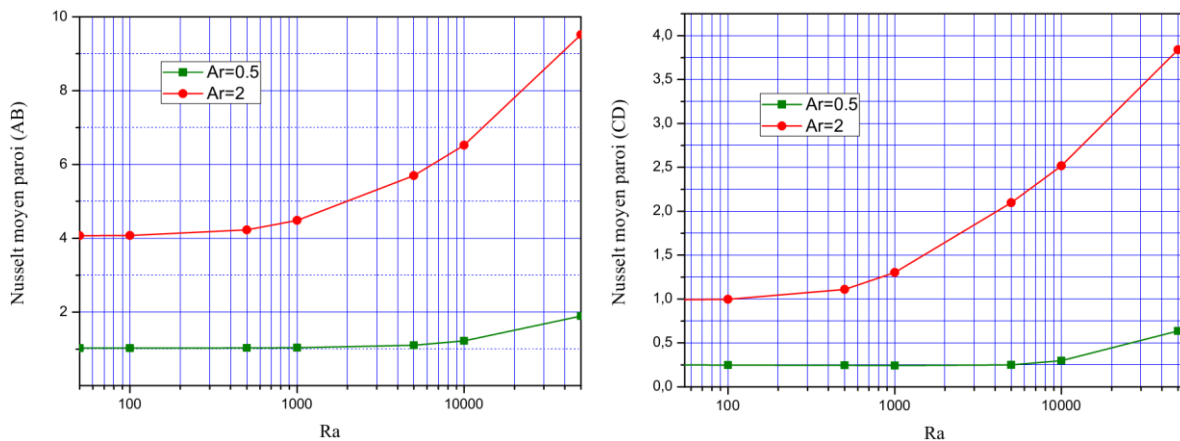


Figure (4.59) : Comparaison entre le nombre de Nusselt moyen pour des valeurs différentes du rapport d'aspect Ar pour les parois (AB) et (CD)

Nous pouvons conclure à partir de la figure ci-dessus que la cavité verticale présente un taux de transfert thermique bien plus supérieur que la cavité allongée vu les valeurs du Nusselt moyen et ceci vient du fait que dans la cavité allongée, la pénétrabilité de la perturbation

thermique n'est pas aussi intense que dans la cavité verticale où la zone active à gradient important est plus importante comme le montrent les figures (4.43-4.46) et (4.51-4.54).

4-5-3-2- Transfert de masse :

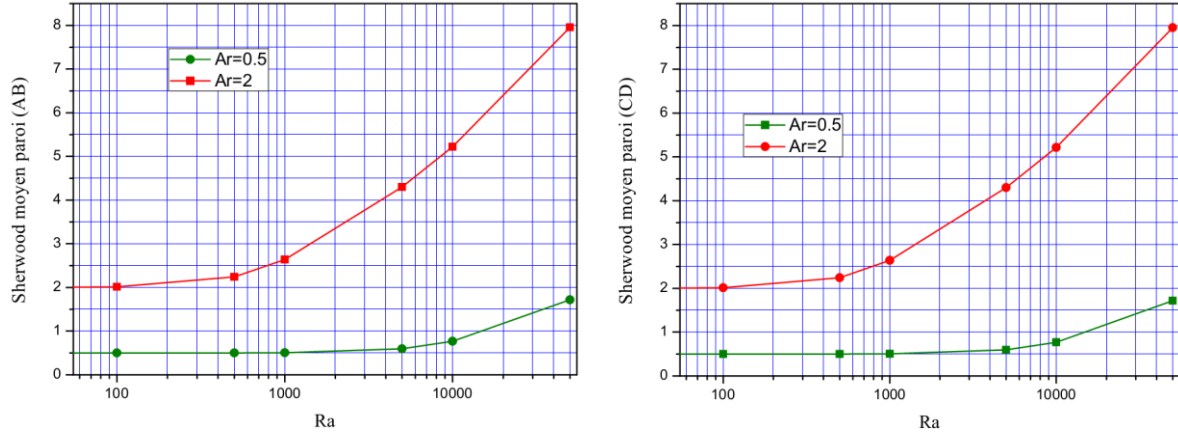


Figure (4.60) : Comparaison entre le nombre de Sherwood moyen pour des valeurs différentes du rapport d'aspect Ar pour les parois (AB) et (CD)

De même que pour le transfert de masse, nous constatons sur la figure (4.60) que la cavité verticale a un taux de transfert de masse bien plus supérieur que la cavité allongée.

Conclusion :

Nous pouvons conclure des figures (4.59) et (4. 60), que la configuration avec la cavité verticale, est la plus favorable aux échanges thermique et massiques qu'une cavité allongée.

4-6- Influence du rapport des forces de poussée thermique et solutale N :

Nous mettons en évidence dans cette partie, l'effet du rapport des forces de poussée thermique et solutale N c'est à dire qu'il soit négatif ou positif sur la structure de l'écoulement, les profils des isothermes et des isoconcentrations ainsi que sur les taux de transfert de chaleur et de masse. Pour cela, nous fixerons $Pr=0.701$, $Ar = 2$, $Le=1$ et Ra_T varie de 10^2 à 5×10^4 et des valeurs de N prises égales respectivement à (-5,-1, 0, 1 et 5) pour un seul type de sollicitation où on prendra la troisième condition par exemple.

4-6-1- Pour $N=-5$:

4-6-1-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.61-4.64) montrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentrations pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 .

Nous remarquons bien que l'écoulement est monocellulaire en sens anti horaire, ceci est dû au fait que les forces de poussée solutale sont supérieures à la poussée thermique vu la valeur négative de $N=-5$. Ainsi, les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci.

L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant et à partir de $Ra_T > 10^4$, la structure de l'écoulement change, laissant paraître un pseudo tourbillon au centre de la cavité qui devient plus clair à la valeur de $Ra_T = 5 \times 10^4$. Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB), en plus avec l'augmentation du Rayleigh, elles se déforment suivant le sens de l'écoulement du fluide laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est des isoconcentrations, nous constatons qu'elles sont presque parallèles aux parois verticales pour $Ra_T = 10^2$ et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales aux points **B** et **D** tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

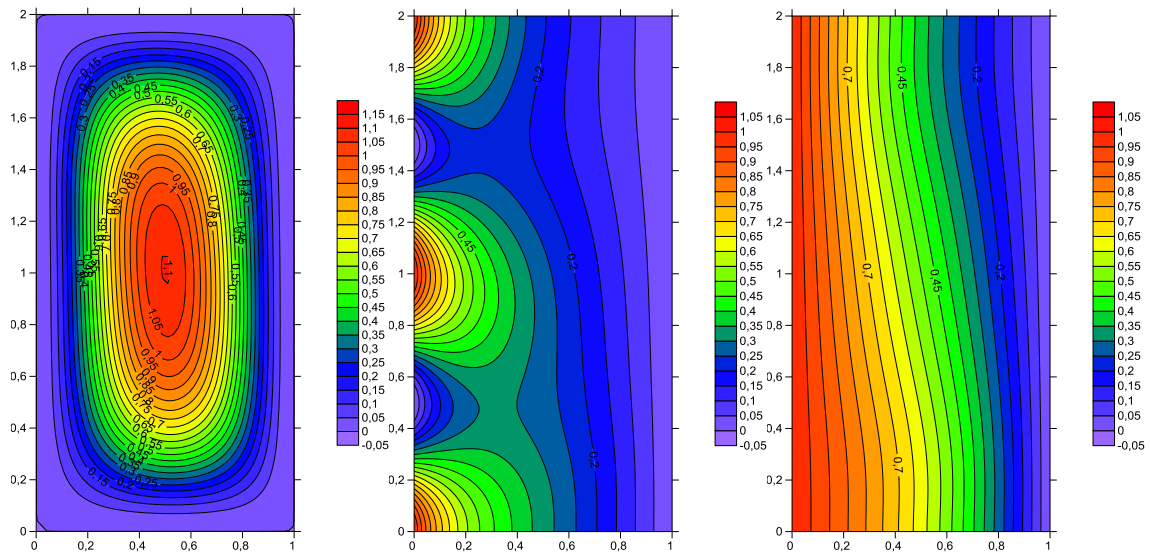


Figure (4.61) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

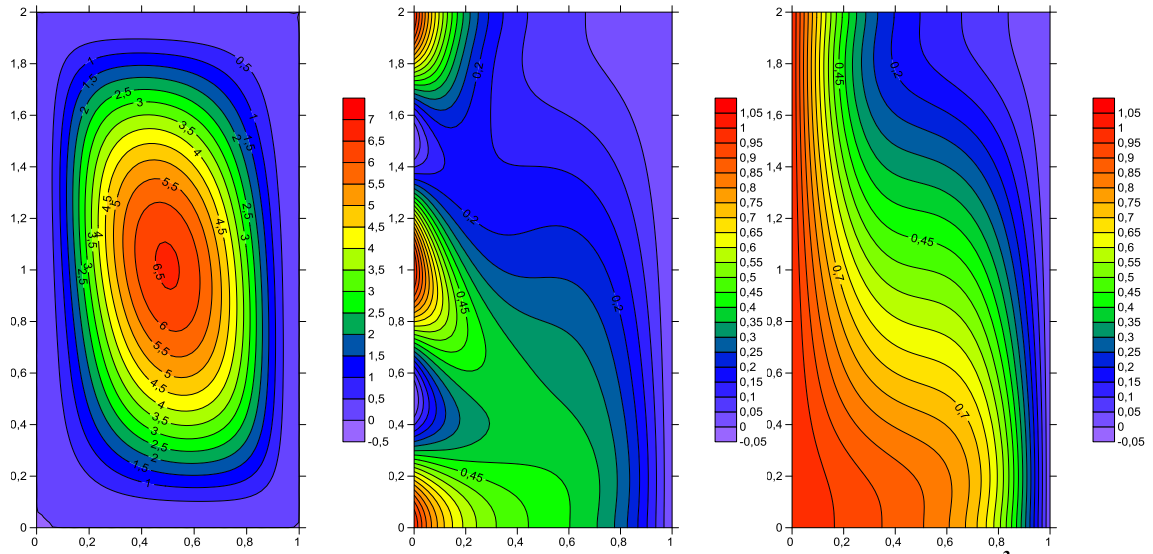


Figure (4.62) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

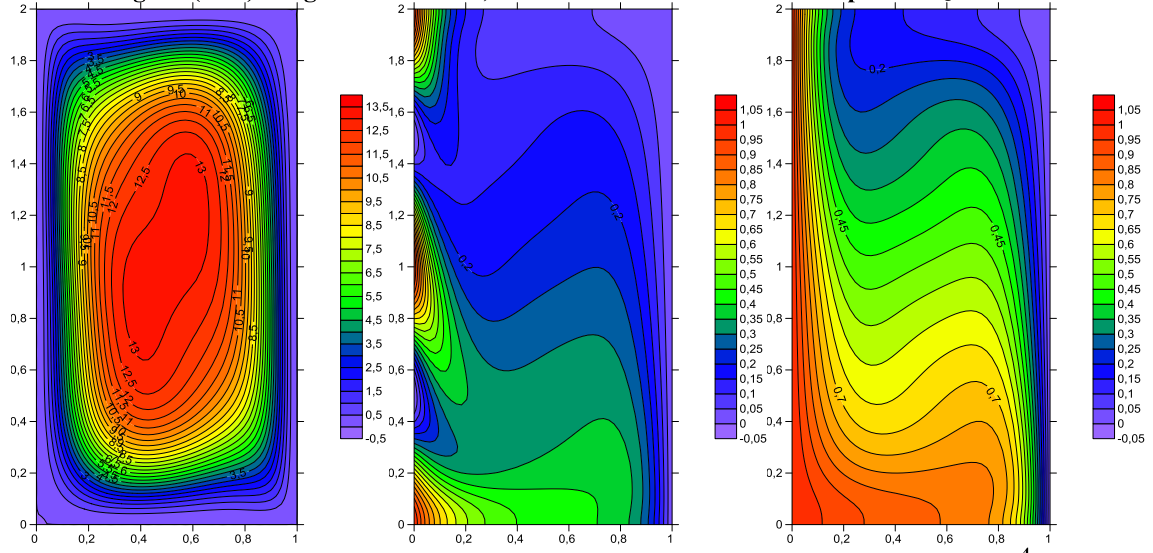


Figure (4.63) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

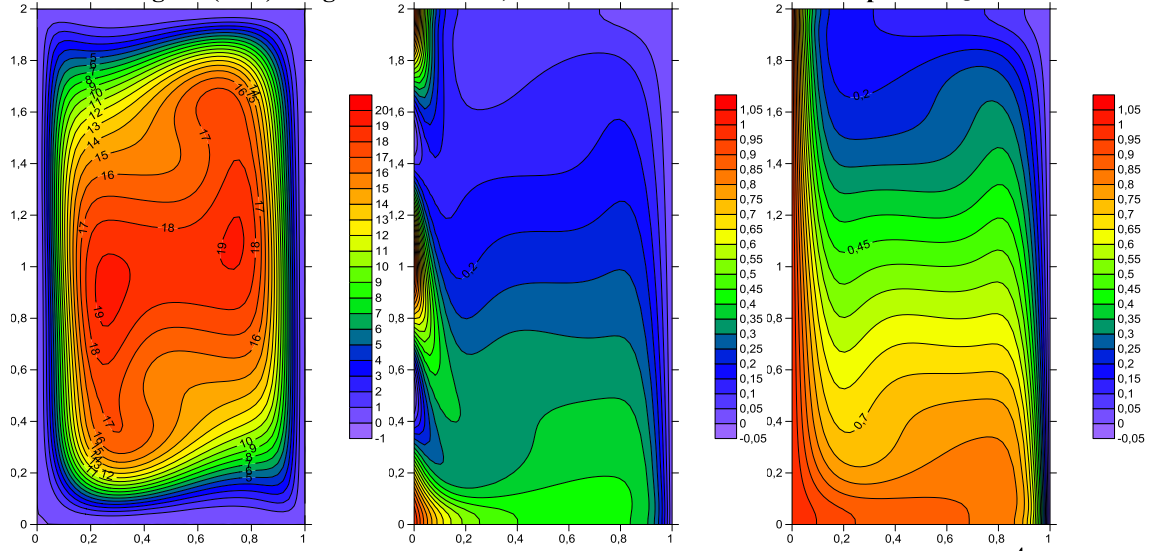


Figure (4.64) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-6-1-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB) :

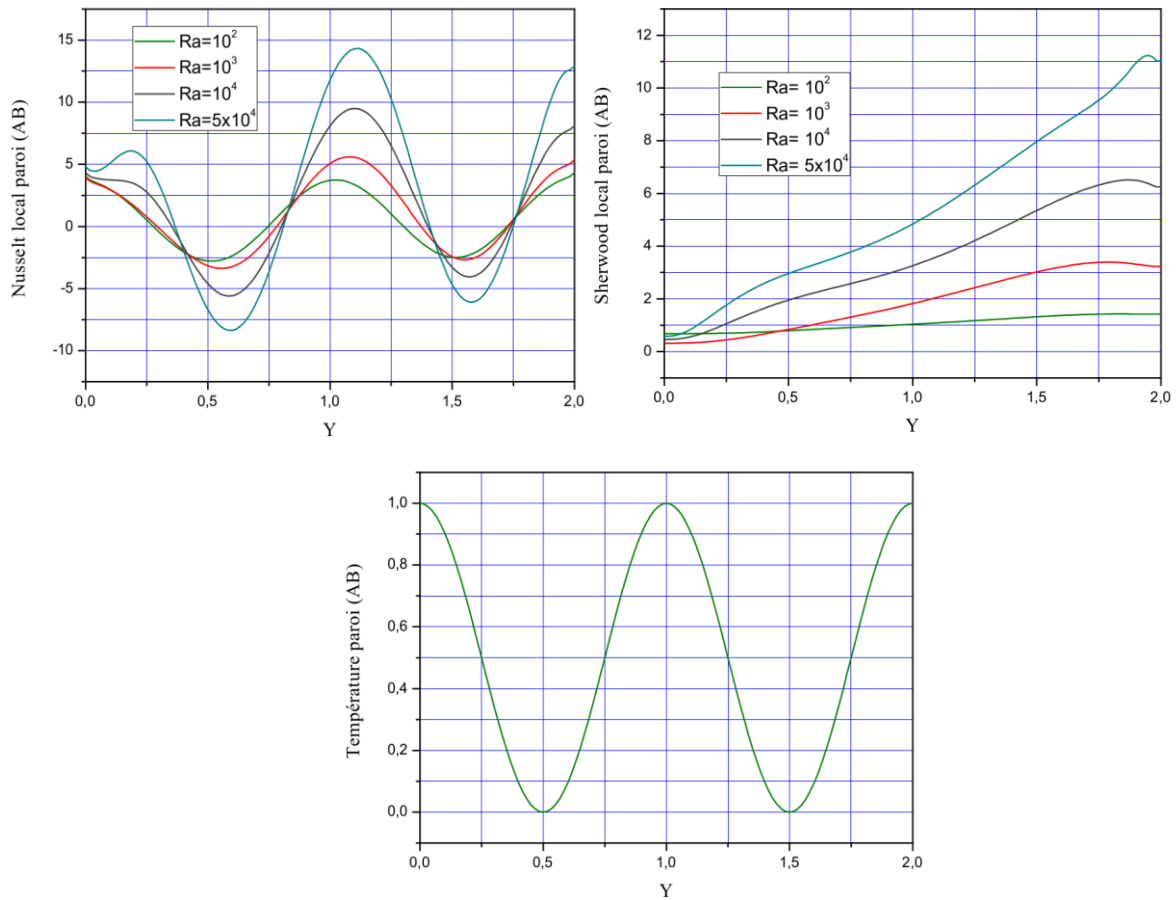


Figure (4.65) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle le long de la paroi (AB)

La figure ci-dessus montre que le nombre de Nusselt local suit bien le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique et elle est supérieure par rapport au cas où $N=1$ (voir figure 4.25) alors que le maximum se décale du milieu vers le voisinage de $Y=1.1$ vu que le gradient devient plus important en cette zone avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique et l'intensité de l'écoulement comme le montrent ci-bien les figures (4.61-4.64). Quant au Sherwood local, il est minimum en bas de la paroi puis il augmente en haut où se situe un gradient solutal plus important vu la structure de l'écoulement et la valeur de N .

4-6-1-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

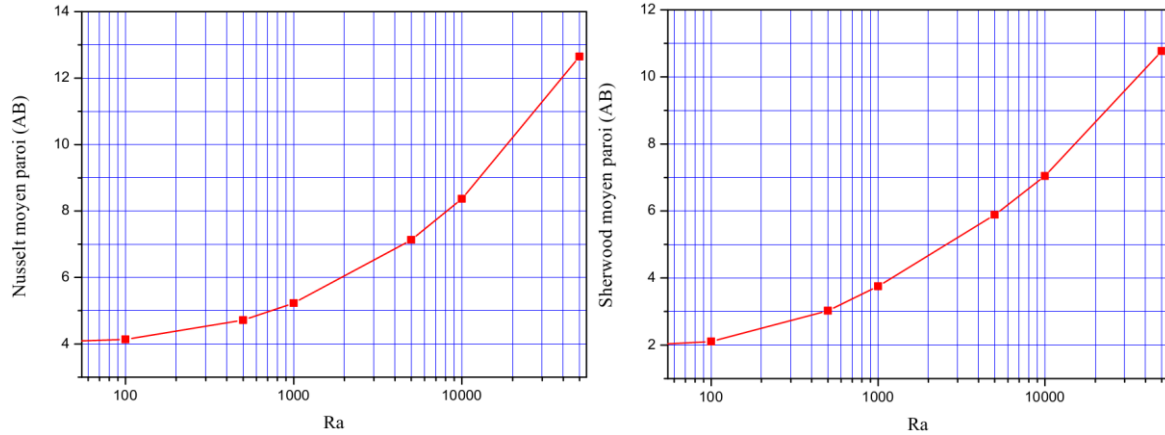


Figure (4.66) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

Il est clair de la figure (4.66), que les taux de transfert thermique et de masse sont proportionnels à la valeur du nombre de Rayleigh thermique et que pour $Ra_T < 10^2$, c'est plutôt un régime conductif, ensuite à partir de cette valeur c'est un régime convectif qui devient prédominant.

4-6-1-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

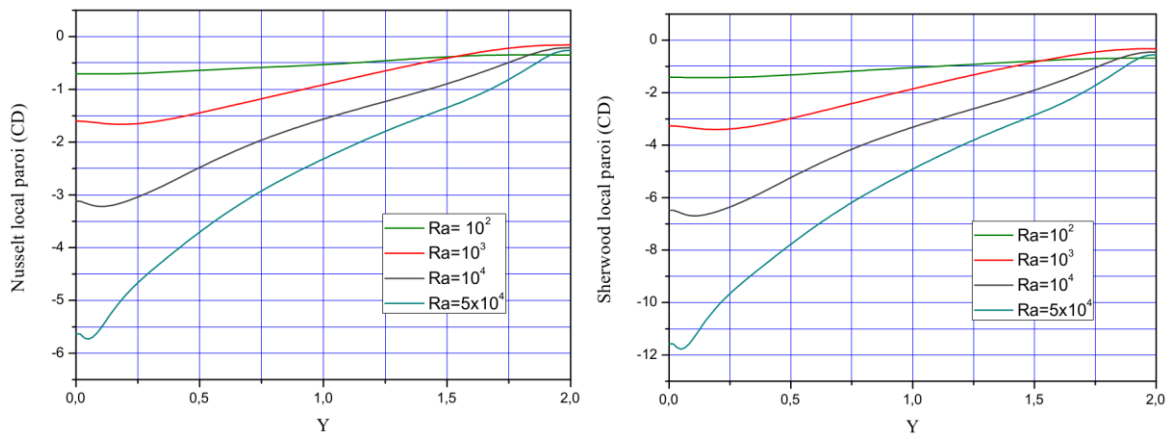


Figure (4.67) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

La figure (4.67) montre que l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente et que le profil du nombre de Nusselt local est le même que celui du nombre de Sherwood local. Aussi, nous constatons qu'ils traduisent le fait que le gradient thermique et solutal sont plus important en bas de la paroi au voisinage du point $Y=0.1$ qui correspond à l'arrivée des particules vers la paroi en mouvement descendant comme nous le constatons sur les figures (4.61- 4.64).

4-6-1-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD):

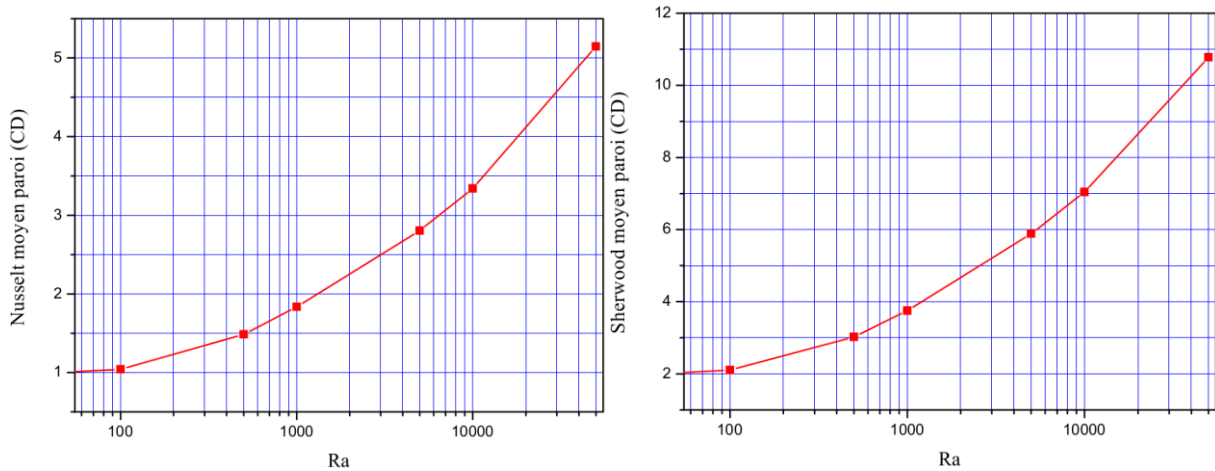


Figure (4.68) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

La figure (4.68) montre que les taux de transfert thermique et solutale sur la paroi (CD) sont proportionnels à la valeur du nombre de Rayleigh thermique. Aussi, le nombre de Sherwood moyen est le même que sur la paroi (AB) vu que le gradient est constant entre les deux parois sur toute leurs étendues.

4-6-2- Pour $N=-1$:

4-6-2-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.69-4.72) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 .

Nous remarquons bien que l'écoulement est monocellulaire en sens anti horaire qui est dû au fait que les forces de poussée solutale sont plus supérieures à la poussée thermique malgré qu'elles sont égales et opposées ($N=-1$). Ainsi, nous constatons la présence de deux pseudo tourbillons au centre de la cavité tournants en sens trigonométrique pour $Ra_T=10^2$ et puis ils disparaissent et les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant. Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB), en plus avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, elles se déforment suivant le sens de l'écoulement du fluide laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est des isoconcentration, nous constatons qu'elles sont parallèles aux parois verticales pour $Ra_T=10^2$ et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des

parois actives verticales aux points **B** et **D** tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

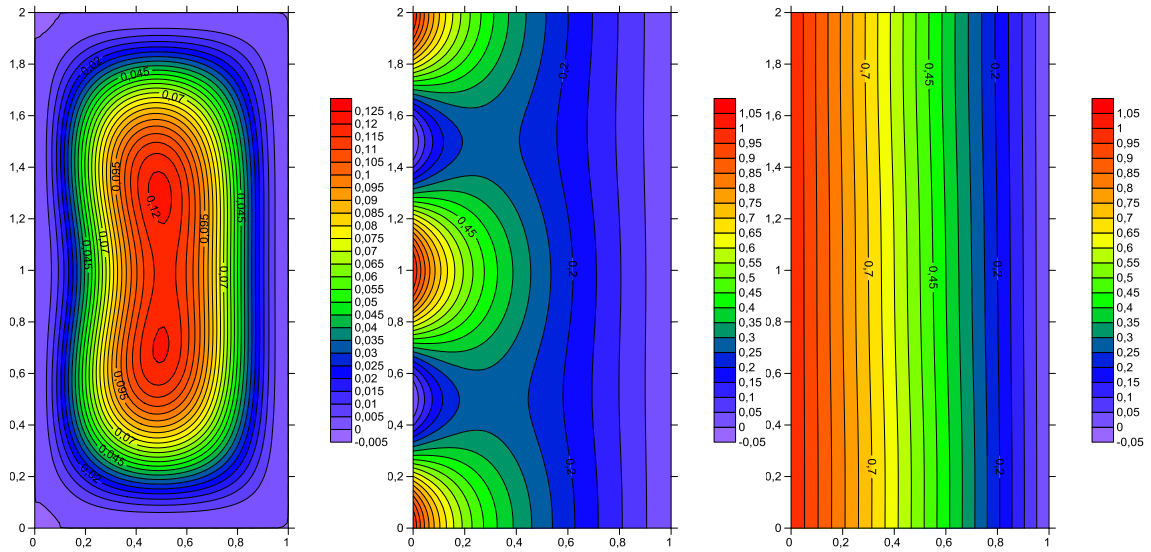


Figure (4.69) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T=10^2$

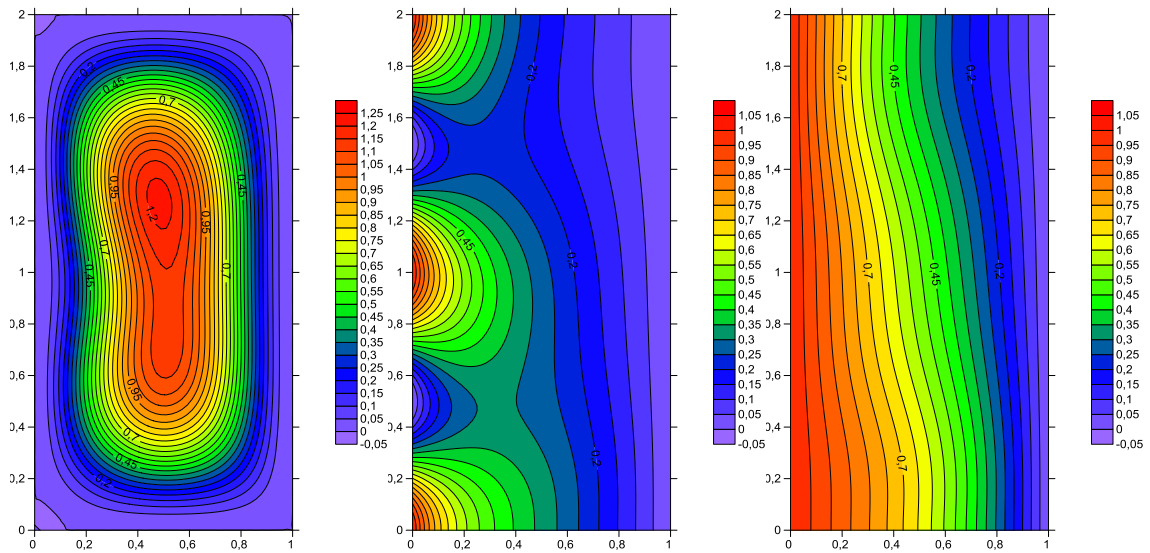


Figure (4.70) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T=10^3$

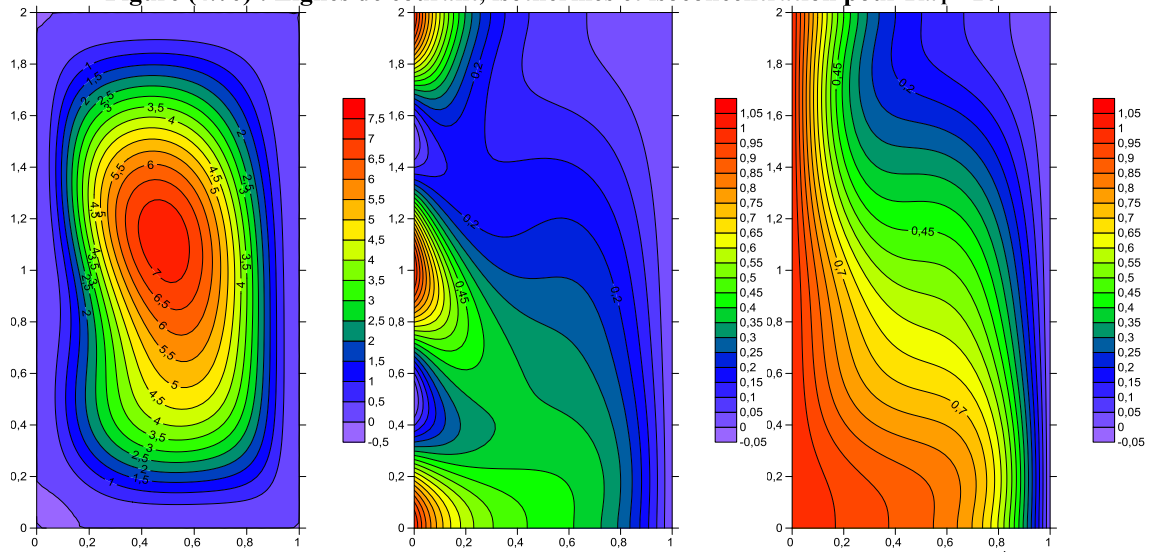


Figure (4.71) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T=10^4$

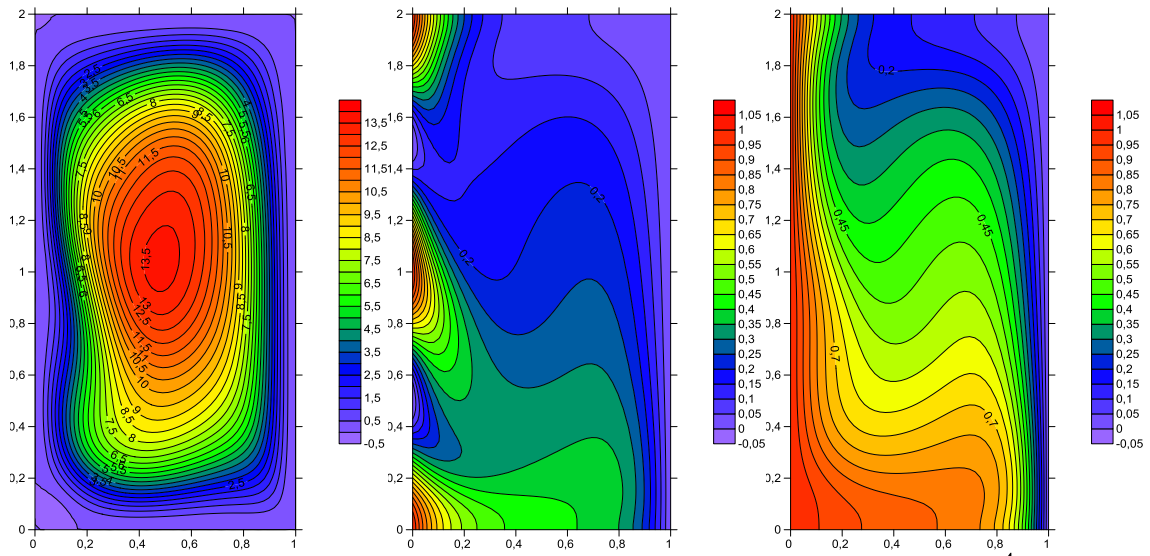


Figure (4.72) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-6-2-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB):

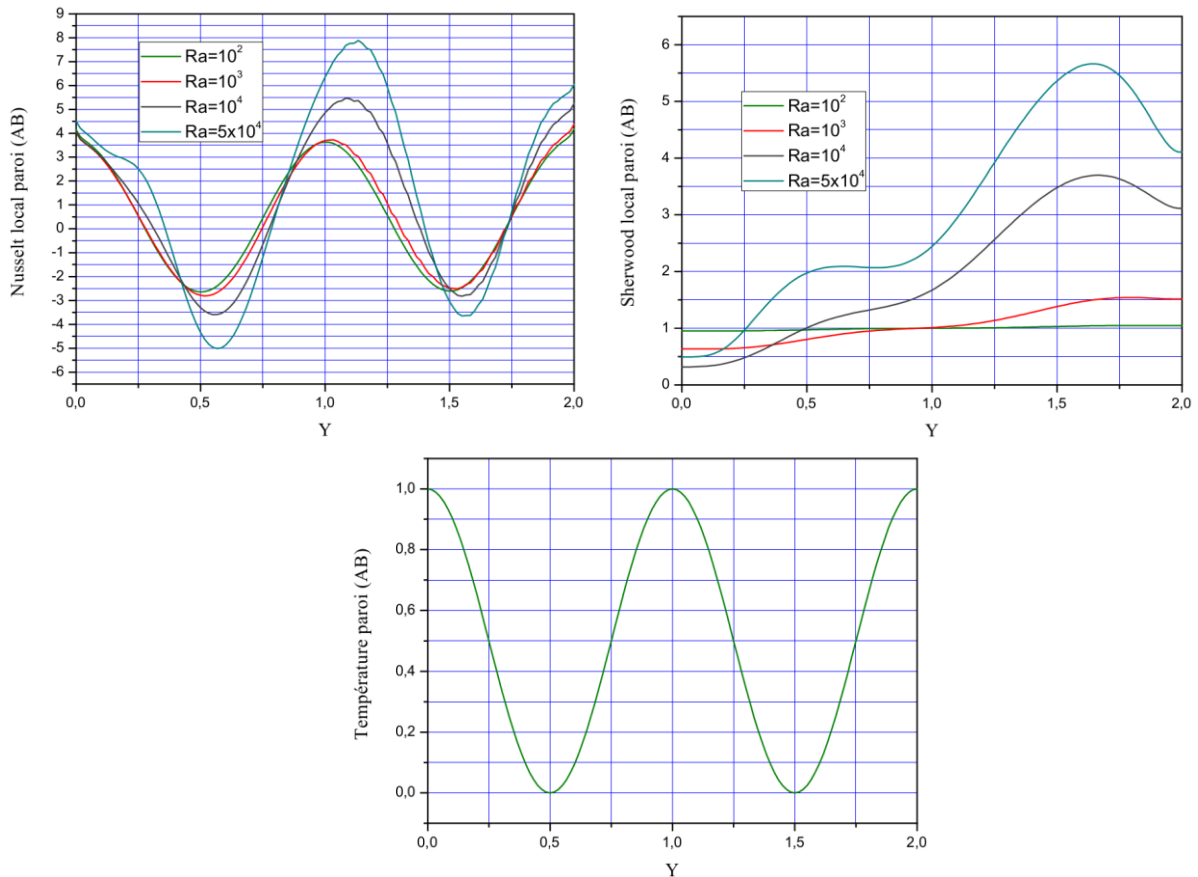


Figure (4.73) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (AB)

La figure (4.73) montre que le nombre de Nusselt local suit bien le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du Rayleigh thermique et elle est inférieure par rapport au cas où $N=-5$ et $N=1$ (voir figures 4.65 et 4.25) alors que le maximum se décale du milieu vers le voisinage de $Y=1.1$ vu que le gradient devient important

en cette zone avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique et l'intensité de l'écoulement comme le montre ci-bien les figures (4.69-4.72).

Quant au Sherwood local, il est minimum en bas de la paroi puis il augmente et se stabilise à partir de $Y=0.5$ jusqu'à $Y=0.9$ et augmente au maximum au point $Y=1.6$, point où les isoconcentrations sont les plus serrées pour ensuite diminuer en haut comme le montre si bien les figures (4.69-4.72).

4-6-2-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

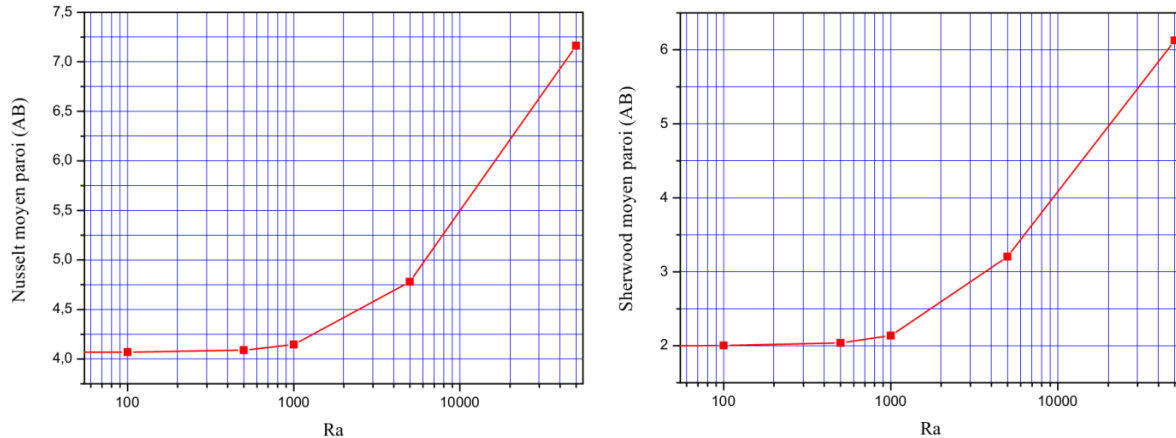


Figure (4.74) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

A partir de la figure (4.74), nous pouvons retenir que :

- Pour des valeurs de $Ra_T < 5 \times 10^2$, le régime est conductif et à partir de cette valeur, c'est la convection bidiffusive qui prédomine.
- Les taux de transfert thermique et massique sont proportionnels à l'intensité de la sollicitation thermique.

4-6-2-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

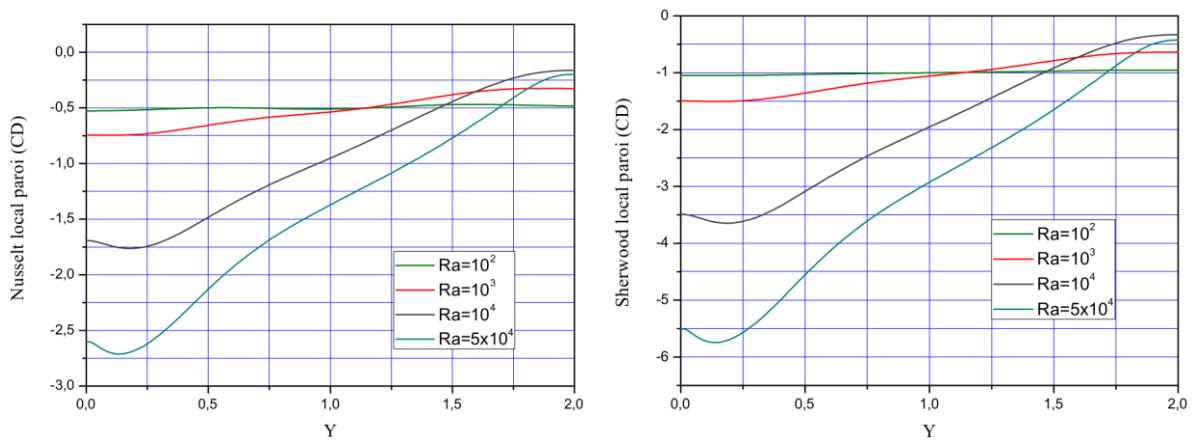


Figure (4.75) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (CD)

La figure ci-dessus montre que l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente et que le profil du nombre de Nusselt local est le même que celui du nombre de

Sherwood local. Aussi, nous constatons qu'ils traduisent le fait que le gradient thermique et solutal sont plus importants en bas de la paroi au voisinage du point $Y=0.1$ qui correspond à l'arrivée des particules vers la paroi en mouvement ascendant comme on le constate sur les figures (4.69 - 4.72).

4-6-2-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD):

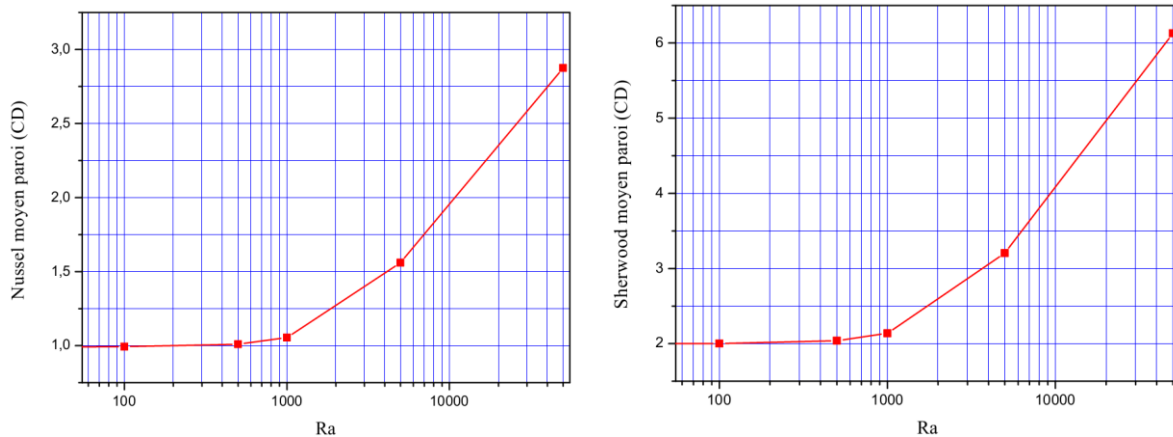


Figure (4.76) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

La figure ci-dessus montre que les taux de transfert thermique et solutal sur la paroi (CD) sont proportionnels à la valeur du nombre de Rayleigh thermique. Aussi, le nombre de Sherwood moyen est le même que sur la paroi (AB) vu que le gradient est constant entre les deux parois sur toute leurs étendues.

4-6-3- Pour $N=0.0$:

4-6-3-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.77-4.80) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 .

Nous remarquons bien que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur.

Les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci sauf dans les zones froides de la paroi (AB) dues à la sollicitation thermique périodique où elles sont déformées vers l'intérieur de la cavité. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant. Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB) et plus loin, elles sont parallèles aux parois verticales ; en plus avec l'augmentation du nombre de Rayleigh,

elles se déforment suivant le sens de l'écoulement du fluide laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif.

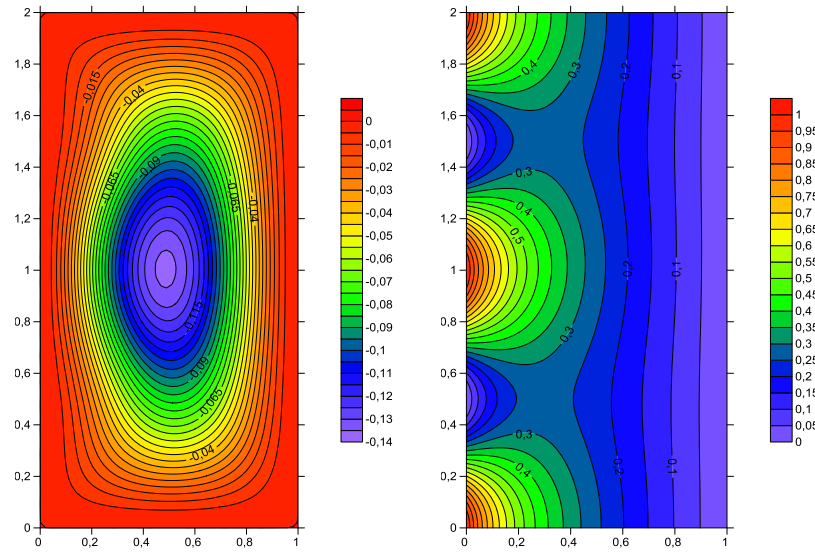


Figure (4.77) : Lignes de courant, isothermes pour $Ra_T=10^2$

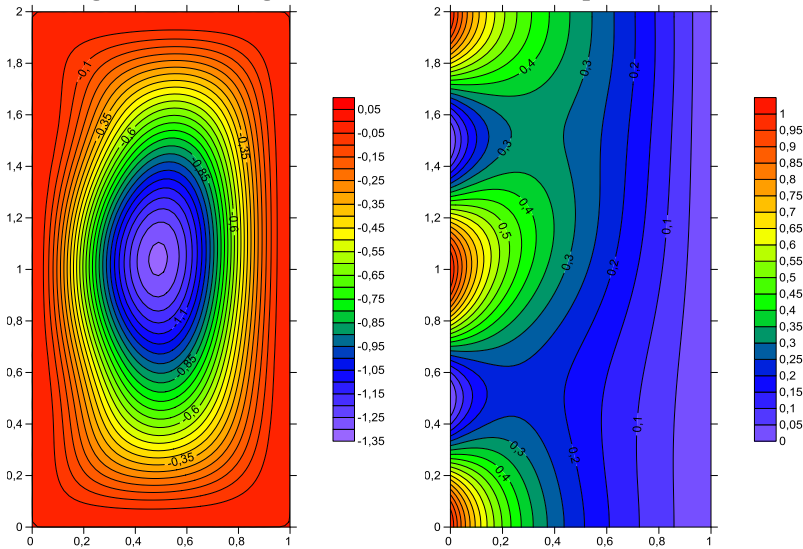


Figure (4.78) : Lignes de courant, isothermes pour $Ra_T=10^3$

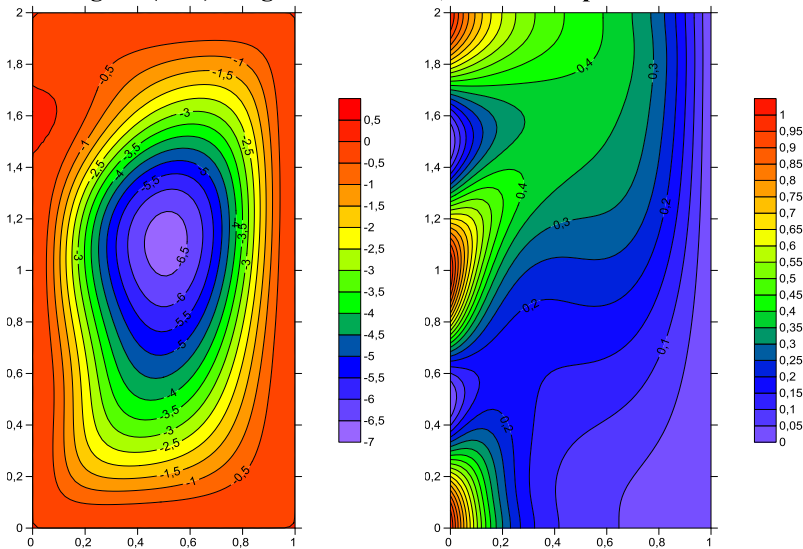


Figure (4.79) : Lignes de courant, isothermes pour $Ra_T=10^4$

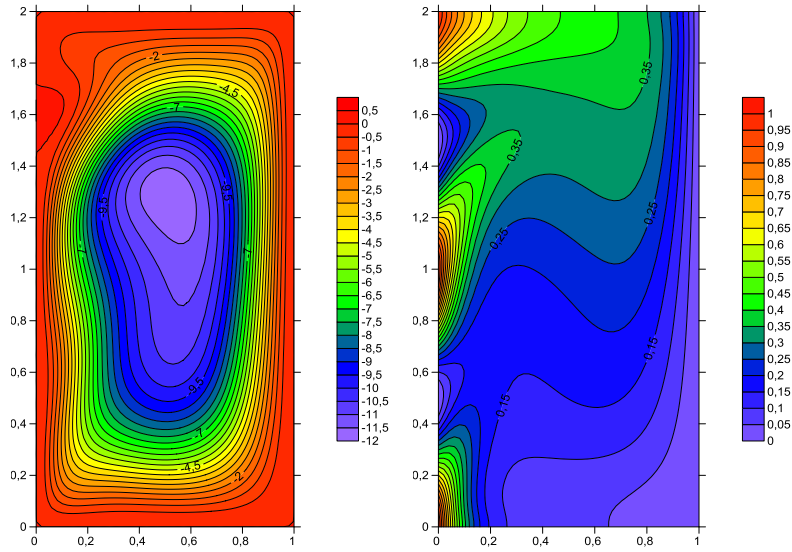


Figure (4.80) : Lignes de courant, isothermes pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-6-3-2- nombre de Nusselt local paroi (AB) :

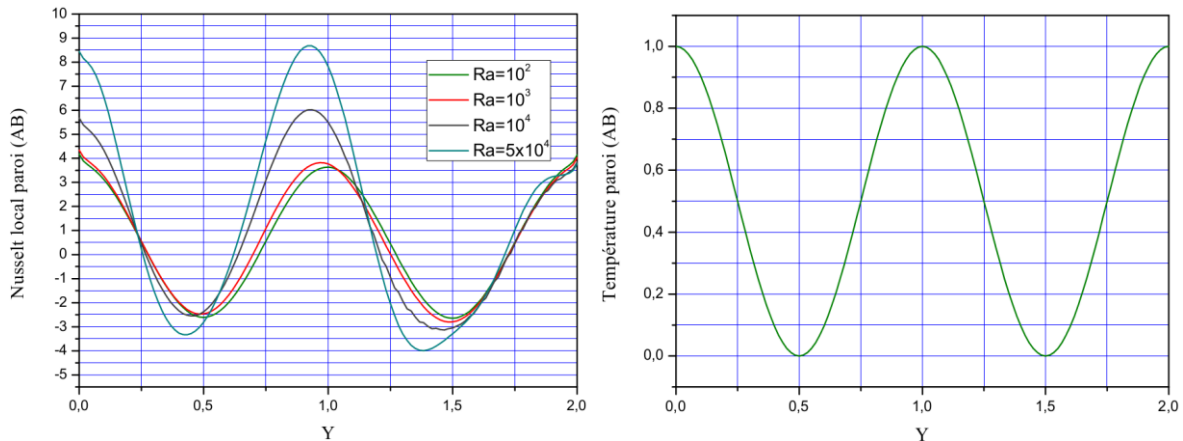


Figure (4.81) : Nombre de Nusselt local et distribution de la température adimensionnelle le long de la paroi (AB)

La figure (4.81) montre que le nombre de Nusselt local suit bien le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique alors que le maximum se décale du milieu vers le voisinage de $Y=0.9$ vu que le gradient devient important en cette zone avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique et l'intensité de l'écoulement comme le montre ci-bien les figures (4.77-4.80).

4-6-3-3- nombre de Nusselt moyen paroi (AB) :

A partir de la figure (4.82), nous remarquons le caractère de proportionnalité entre la valeur moyenne du nombre de Nusselt et la valeur du nombre de Rayleigh thermique traduisant la même relation avec entre le taux de transfert thermique.

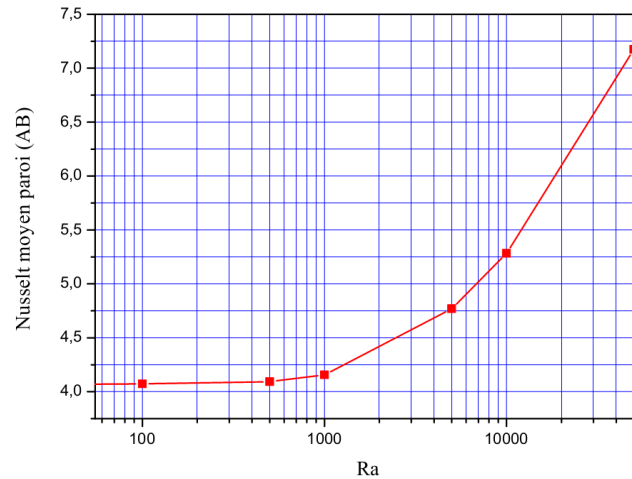


Figure (4.82) : Nombre de Nusselt moyen sur la paroi (AB)

4-6-3-4- nombre de Nusselt local paroi (CD) :

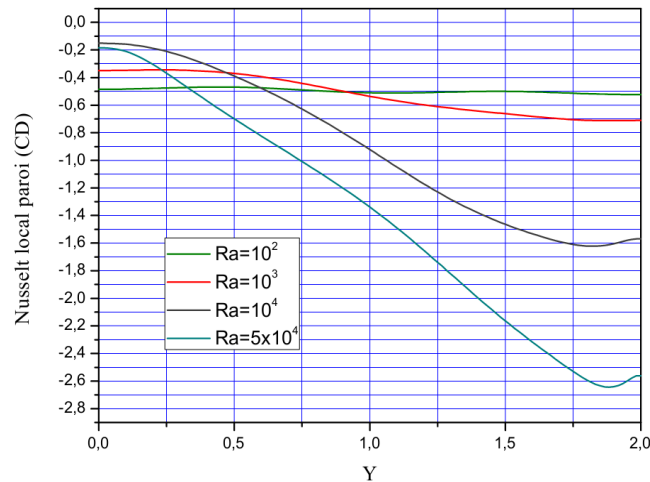


Figure (4.83) : Nombre de Nusselt local sur la paroi (CD)

La figure (4.83) montre que l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente et que le gradient thermique est plus important en haut de la paroi au voisinage du point $Y=1.9$ qui correspond à l'arrivée des particules vers la paroi en mouvement descendant comme on le constate sur les figures (4.77- 4.80).

4-6-3-5- nombre de Nusselt moyen paroi (CD):

La figure (4.84) montre que les taux de transfert thermique et solutal sur la paroi (CD) sont proportionnels à la valeur du nombre de Rayleigh thermique et qu'aux faibles valeurs de celui-ci, nous sommes en présence d'un régime conductif ensuite c'est la convection bidiffusive qui prédomine.

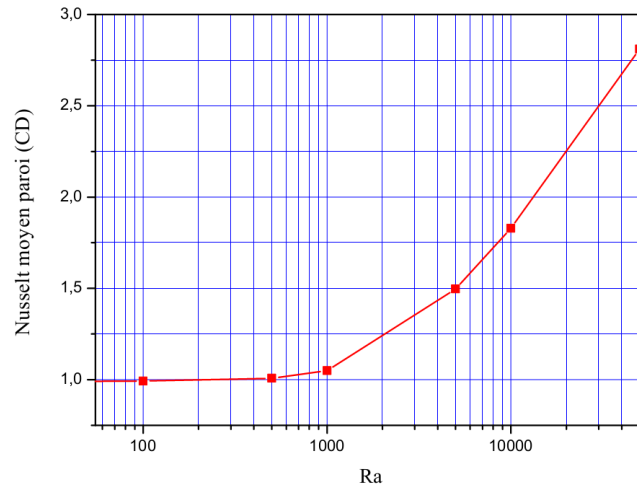


Figure (4.84) : Nombre de Nusselt moyen sur la paroi (CD)

4-6-4- Pour $N=1$:

4-6-4-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.85-4.88) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4

Nous remarquons que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens donc on est en situation de cas coopérant.

Les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci. L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh thermique vu les valeurs que prend la fonction de courant. Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB), en plus avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique, elles se déforment laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est des isoconcentrations, nous constatons qu'elles sont parallèles aux parois verticales pour de faibles valeurs de Ra_T et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

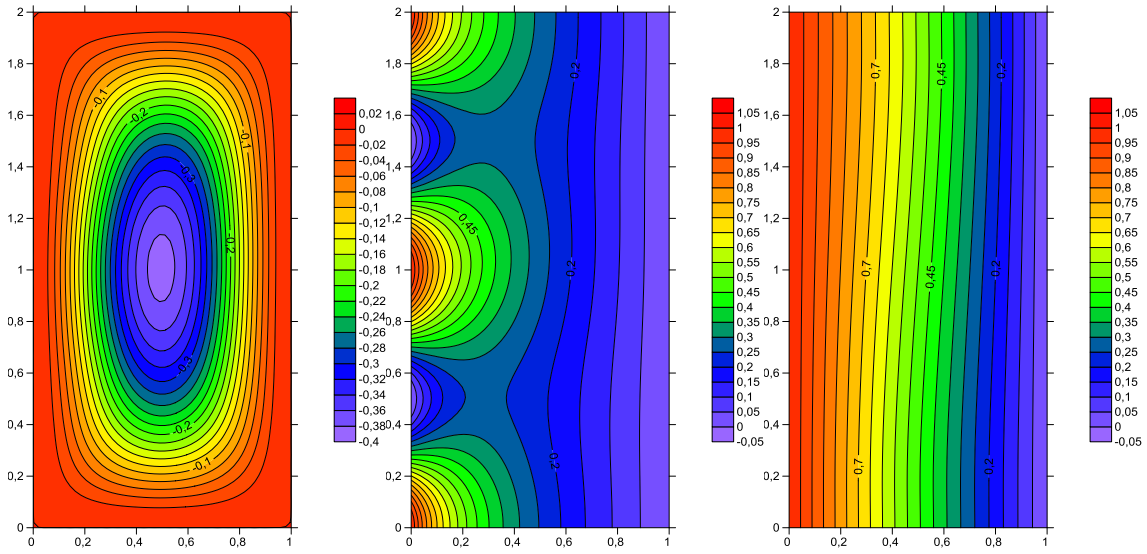


Figure (4.85) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

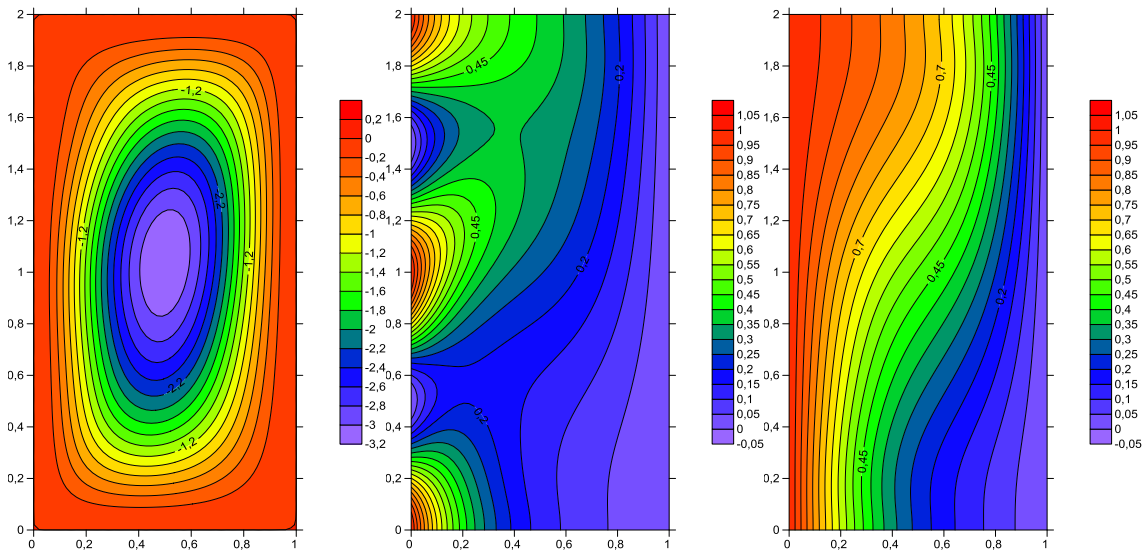


Figure (4.86) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

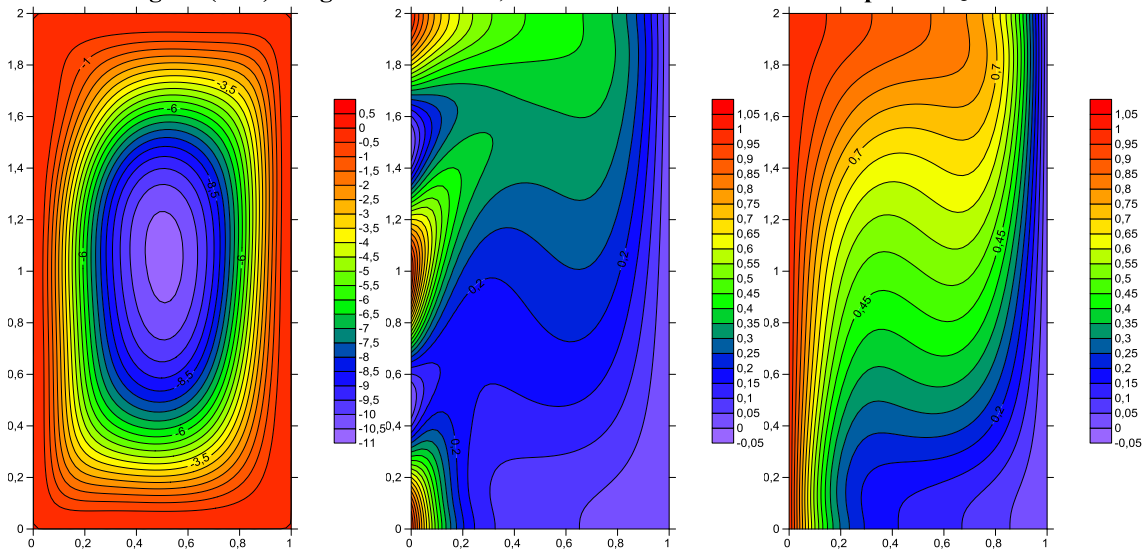


Figure (4.87) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

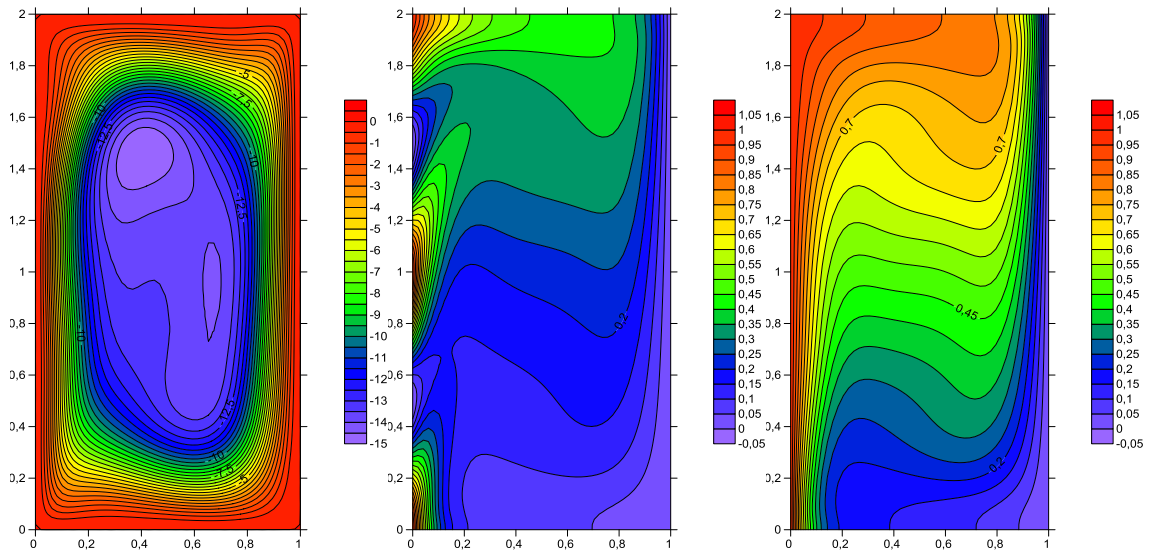


Figure (4.88) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-6-4-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB):

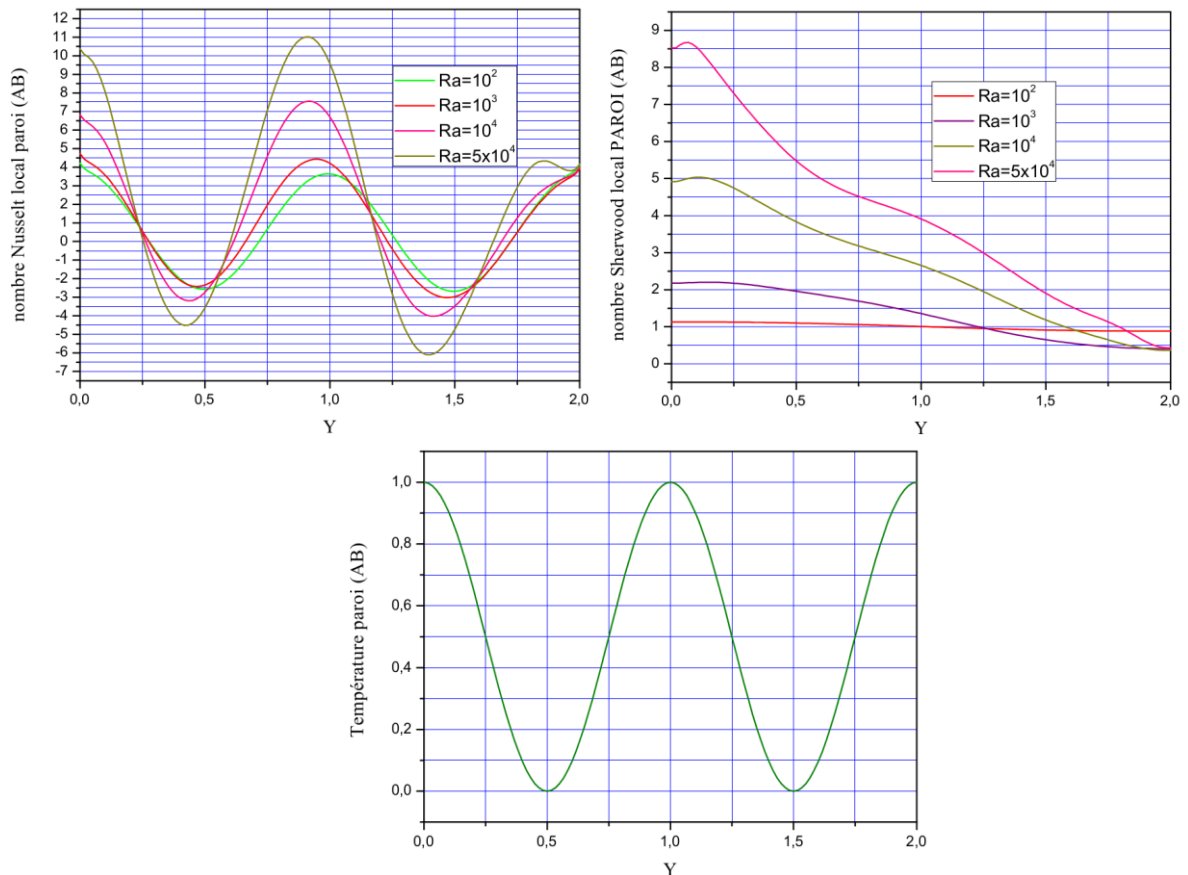


Figure (4.89) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux sur la paroi (AB) et profil de la température adimensionnelle le long de la paroi (AB)

La figure ci-dessus montre que le nombre de Nusselt local suit bien le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique alors que le maximum se décale du milieu vers le voisinage de $Y=0.9$ vu que le

gradient devient important en cette zone avec l'augmentation du nombre de Rayleigh thermique et l'intensité de l'écoulement comme le montrent ci-bien les figures (4.85-4.88). Quant au nombre de Sherwood local, il augmente jusqu'à l'ordonnée $Y=0.10$ où le gradient solutal est important puis il diminue en haut de la paroi.

4-6-4-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

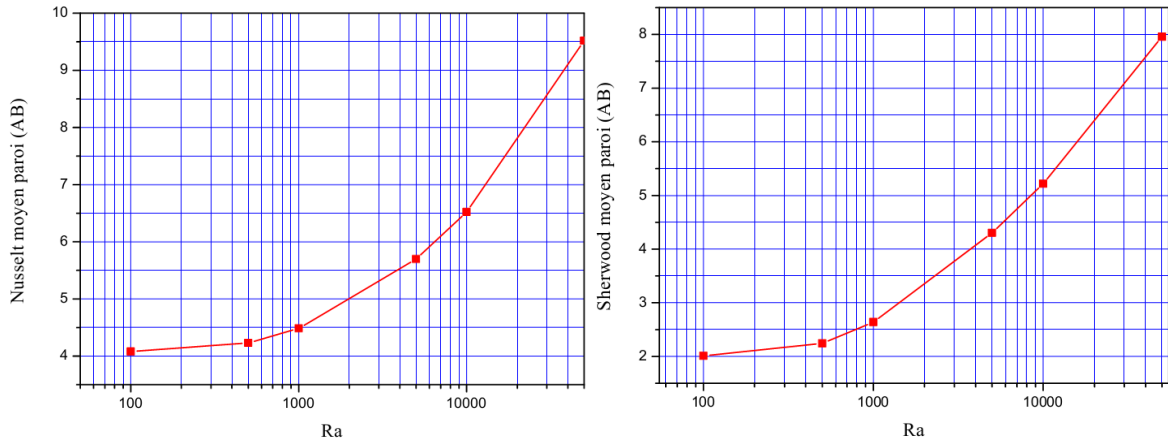


Figure (4.90) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (AB)

A partir de la figure (4.90), nous remarquons le caractère de proportionnalité entre les valeurs moyennes des nombres de Nusselt et celui de Sherwood et la valeur du nombre de Rayleigh thermique traduisant la même relation entre les taux de transfert thermique et massique.

4-6-4-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

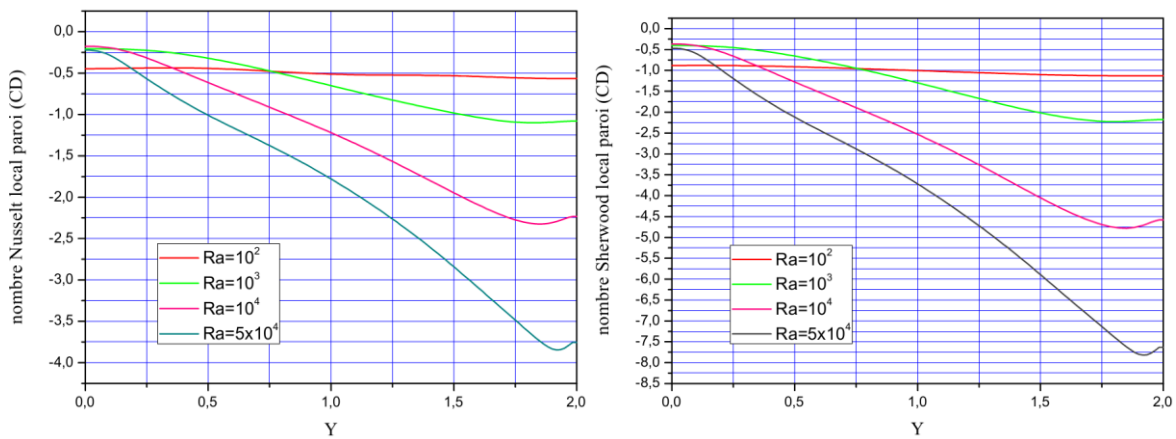


Figure (4.91) : Nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD)

La figure (4.91) montre que l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente et que le profil du nombre de Nusselt local est le même que celui du nombre de Sherwood local. Nous remarquons aussi que ces profils traduisent le fait que le gradient thermique et solutal sont plus importants en haut de la paroi au voisinage du point $Y=1.9$ qui

correspond à l'arrivée des particules vers la paroi en mouvement descendant comme on le constate sur les figures (4.85- 4.88).

4-6-4-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD) :

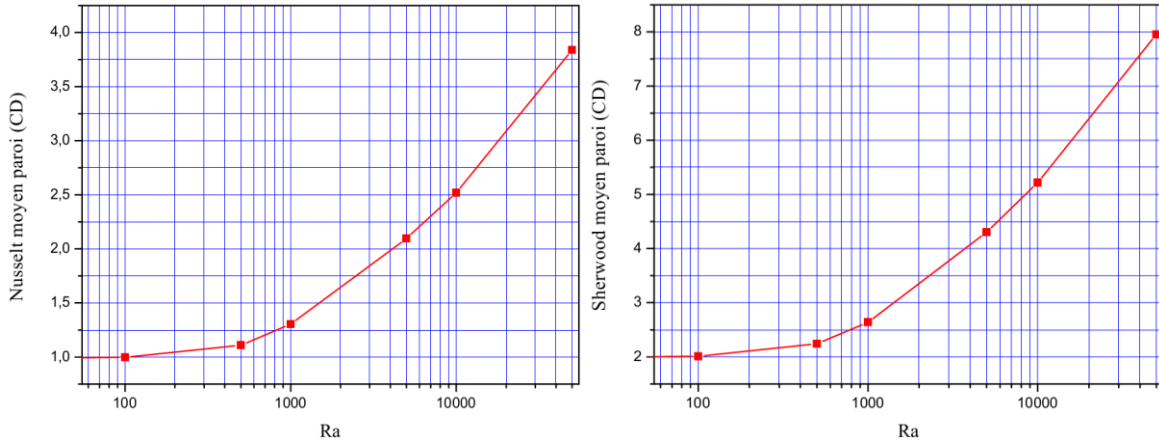


Figure (4.92) : Nombres de Nusselt et Sherwood moyens sur la paroi (CD)

La figure ci-dessus montre que les taux de transfert thermique et solutal sur la paroi (CD) sont proportionnels à la valeur du nombre de Rayleigh thermique et qu'aux faibles valeurs de celui-ci, nous sommes en présence d'un régime conductif ensuite c'est la convection bidiffusive qui prédomine.

4-6-5- Pour N=5 :

4-6-5-1- Isothermes, isoconcentration et lignes de courant :

Les figures (4.93-4.96) illustrent les lignes de courants, les isothermes et les isoconcentration pour une enceinte rectangulaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique variant de 10^2 à 5×10^4 . Nous remarquons bien que l'écoulement est monocellulaire en sens horaire, où les lignes de courant décrivent des ellipses co-centrées à l'intérieur de l'enceinte et prennent la forme des parois au voisinage de celles-ci, qui est dû au mouvement ascendant des particules du fluide qui s'échauffe le long de la paroi chaude sous l'effet de la poussée d'Archimède et du mouvement descendant des particules du fluide qui se refroidit le long de la paroi froide sous l'effet de la pesanteur ainsi que la force de poussée solutale qui est dans le même sens donc on est en situation de cas coopérant. A partir de $Ra_T = 10^4$, nous remarquons que la structure de l'écoulement change laissant apparaître un pseudo tourbillon qui devient clair à la valeur de 5×10^4 .

L'écoulement s'accélère avec l'augmentation de la valeur du nombre de Rayleigh thermique vu les valeurs de la fonction de courant qui le dénotent bien sur la figure (4.96).

Les isothermes respectent le caractère périodique de la sollicitation thermique et sa distribution le long de la paroi (AB), en plus avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, elles se déforment pour être parallèles aux parois horizontales au centre de la cavité laissant paraître la transition du transfert conductif vers un transfert convectif. Pour ce qui est des isoconcentrations, nous constatons qu'elles sont parallèles aux parois verticales pour de faibles valeurs de Ra_T et changent de profil suivant le sens d'écoulement où elles se modifient beaucoup pour devenir parallèles aux parois horizontales inactives au milieu de l'enceinte et épouser la forme des parois actives verticales tout en étant très serrées ce qui dénote d'un transfert très intense dans ces régions.

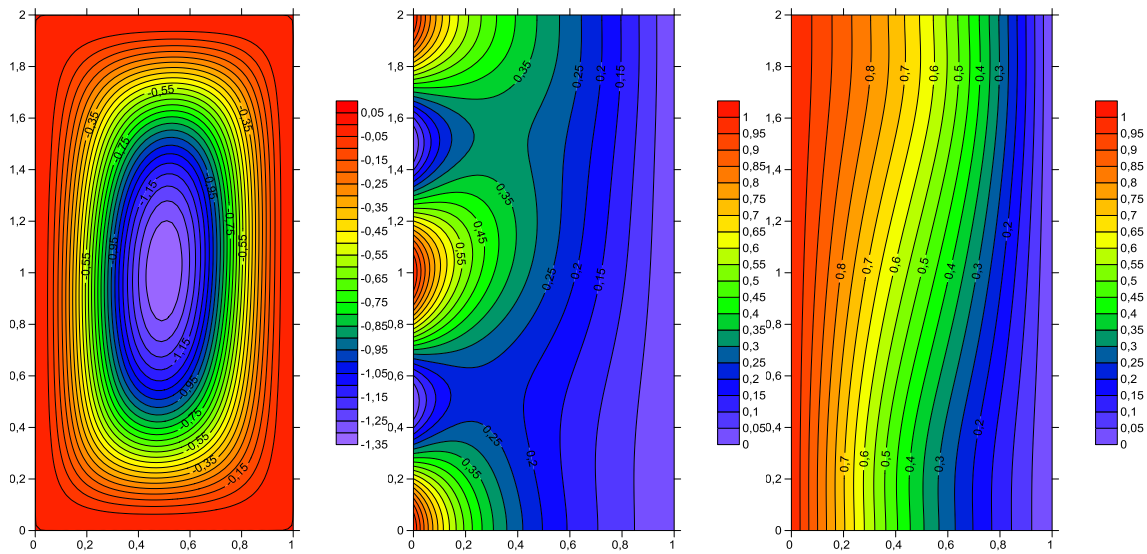


Figure (4.93) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^2$

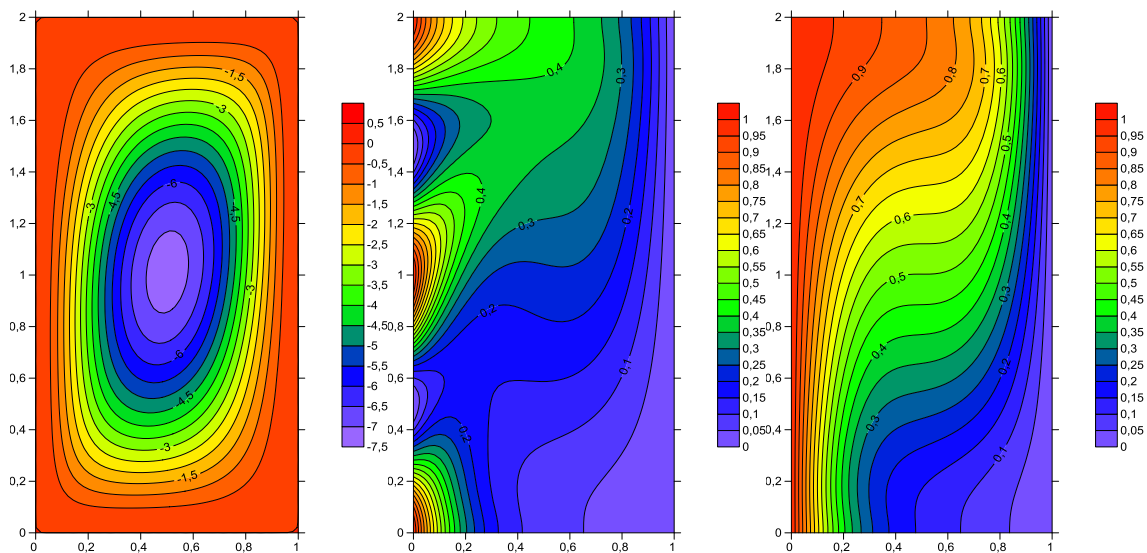


Figure (4.94) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^3$

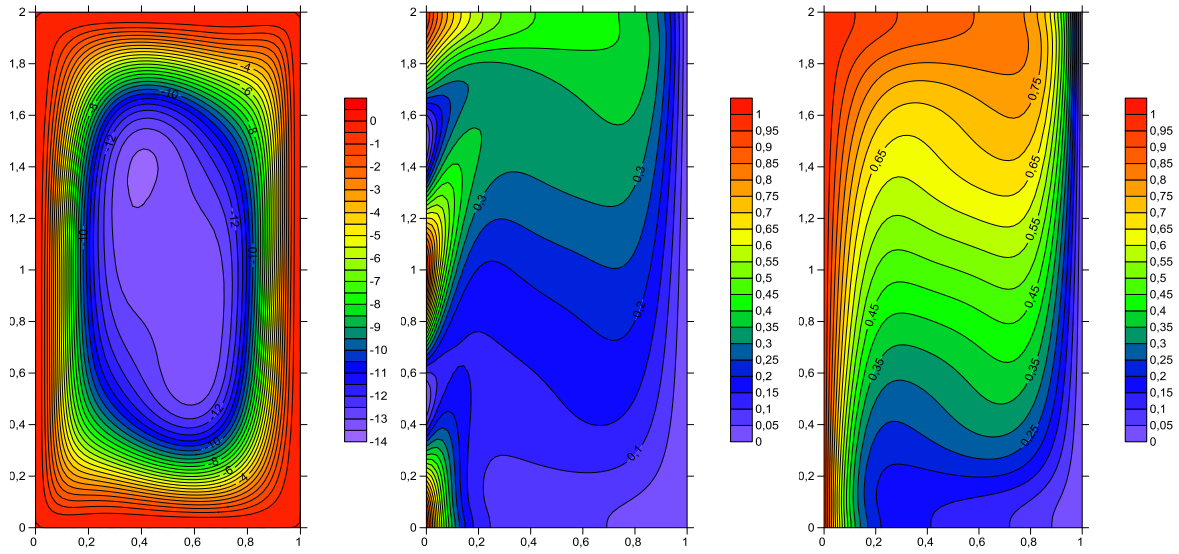


Figure (4.95) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 10^4$

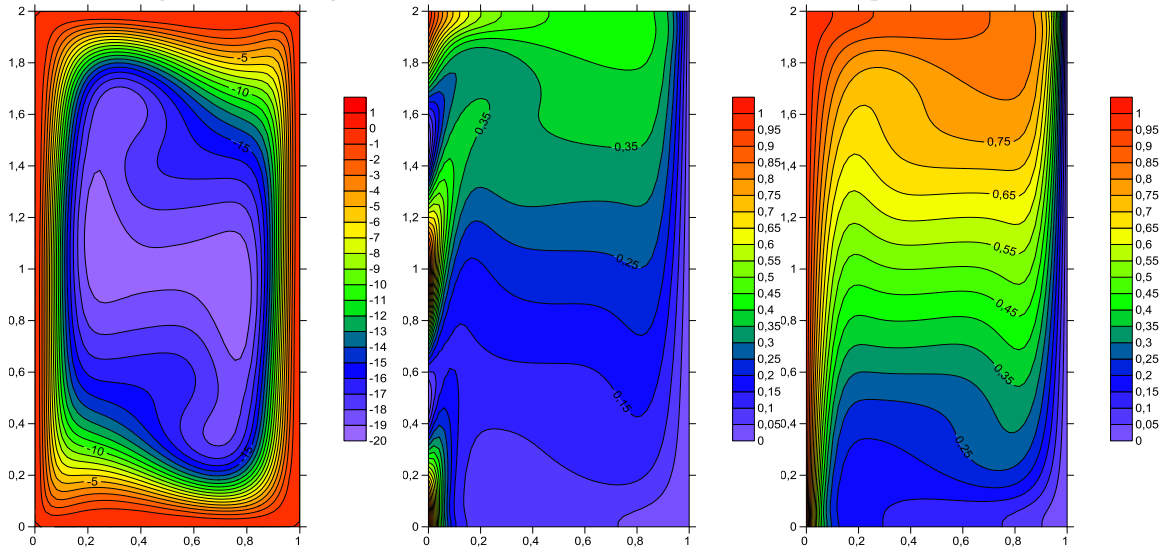


Figure (4.96) : Lignes de courant, isothermes et isoconcentration pour $Ra_T = 5 \times 10^4$

4-6-5-2- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (AB) :

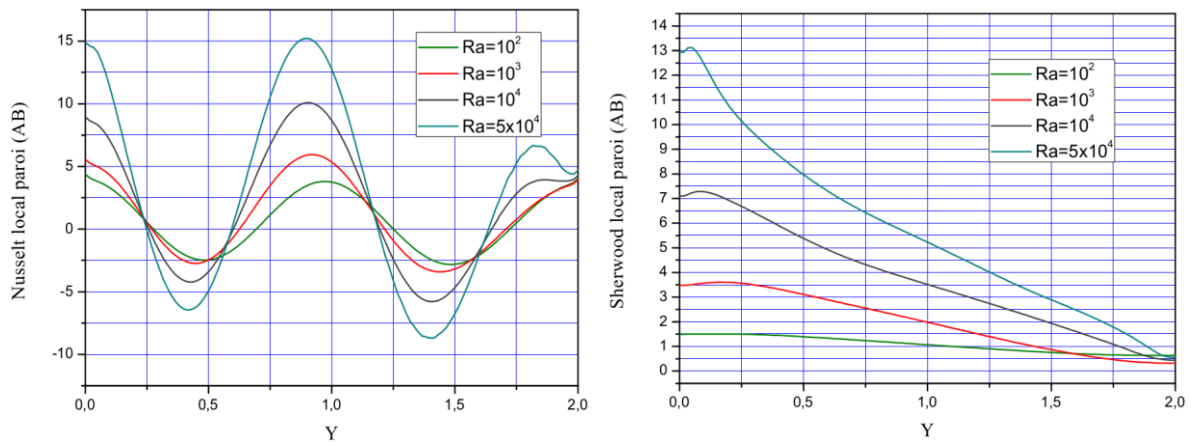


Figure (4.97) : Nombres de Nusselt et de Sherwood locaux sur la paroi (AB)

De la figure (4.97), nous observons que le profil du nombre de Nusselt local respecte le caractère périodique de la sollicitation thermique mais l'amplitude augmente avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique et des gradients importants localisés aux zones chaudes comme le montre les figures (4.93-4.96).

Le nombre de Sherwood local, lui, augmente légèrement au voisinage de $Y=0.1$ où réside le gradient important de concentration puis diminue en haut de la paroi. A noter qu'il n'est pas affecté par le caractère périodique de la sollicitation thermique.

4-6-5-3- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (AB):

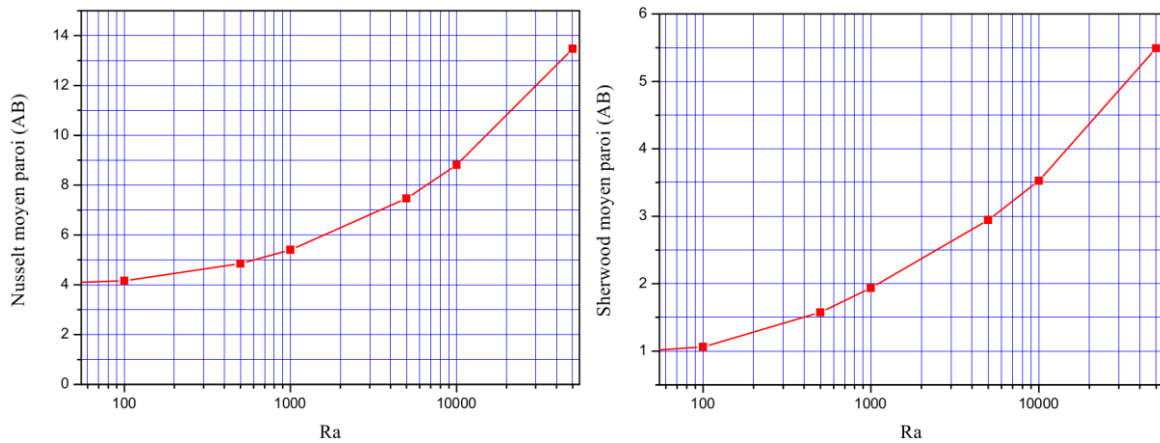


Figure (4.98) : Nombres de Nusselt et de Sherwood moyens sur la paroi (AB)

Comme le montre la figure ci-dessus, les taux de transfert thermique et de masse sont proportionnels à la valeur la sollicitation thermique où à faibles valeurs de Ra_T , c'est un régime conductif qui prédomine alors que c'est une convection bidiffusive qui prend naissance pour des valeurs plus importantes du nombre de Rayleigh thermique.

4-6-5-4- nombres de Nusselt et Sherwood locaux paroi (CD) :

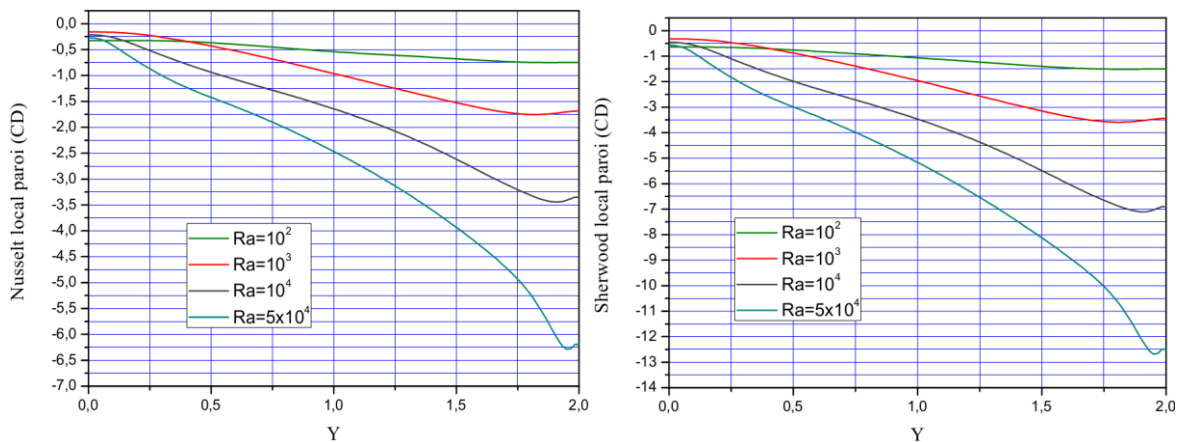


Figure (4.99) : Nombres de Nusselt et de Sherwood locaux sur la paroi (CD)

La figure (4.99) montre que l'influence du type de sollicitation thermique n'est pas apparente et que le profil du nombre de Nusselt local est le même que celui du nombre de

Sherwood local. Nous remarquons aussi que ces profils traduisent le fait que le gradient thermique et solutal sont plus importants en haut de la paroi au voisinage du point $Y=1.9$ qui correspond à l'arrivée des particules vers la paroi en mouvement descendant comme nous le constatons sur les figures (4.93-496).

4-6-5-5- nombres de Nusselt et Sherwood moyens paroi (CD):

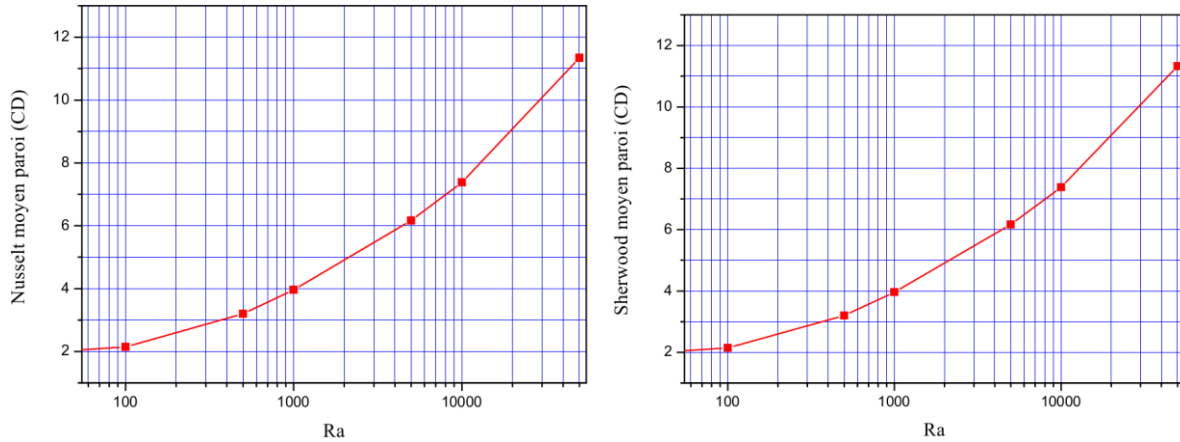


Figure (4.100) : Nombres de Nusselt et de Sherwood moyens sur la paroi (CD)

La figure ci-dessus montre le caractère proportionnel qui existe entre les taux de transfert thermique et de masse avec la valeur du nombre de Rayleigh thermique.

4-6-6- Etude comparative selon le rapport des forces de poussée thermique et solutale :

4-6-6-1- Transfert de chaleur :

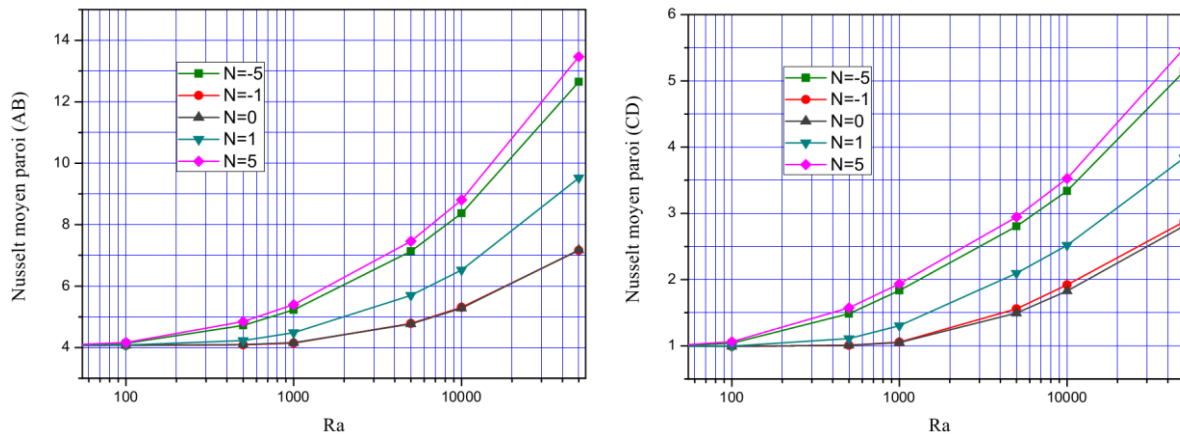


Figure (4.101) : Comparaison entre le nombre de Nusselt moyen pour différentes valeurs du rapport des forces de poussée thermique et solutale « N »

Nous pouvons retenir de la figure ci-dessus, que la configuration avec un rapport des forces de poussée thermique et solutale $N= 5$, présente un taux de transfert thermique bien supérieur aux autres rapports le long des parois (AB) et (CD) et la cas où $N=-1$, est le plus défavorable.

4-6-6-2- Transfert de masse :

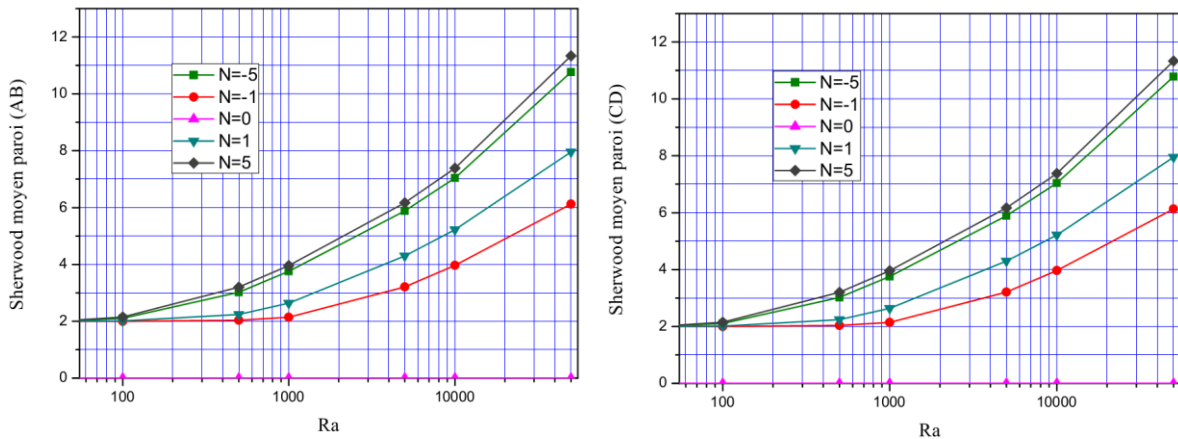


Figure (4.102) : Comparaison entre le nombre de Sherwood moyen pour différentes valeurs du rapport des forces de poussée thermique et solutale « N »

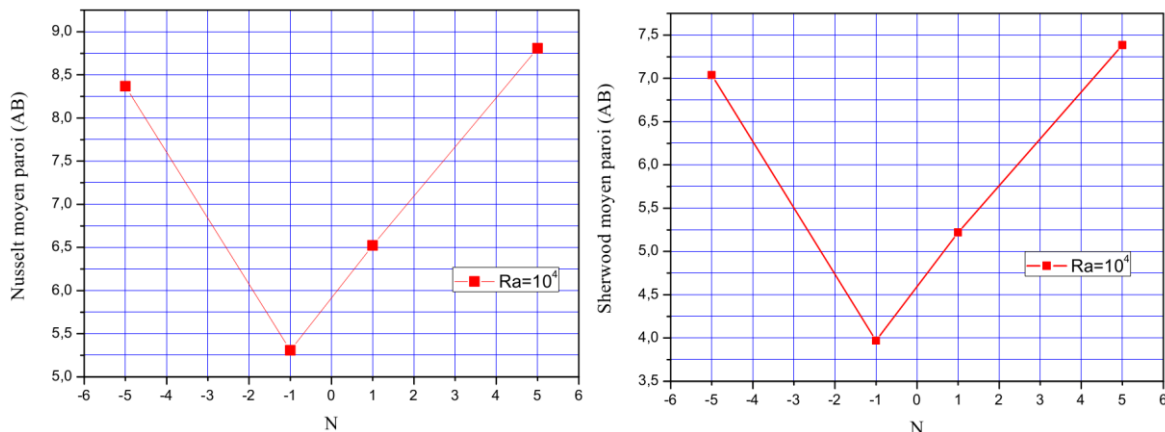
Nous pouvons retenir de la figure ci-dessus, que la configuration avec un rapport des forces de poussée thermique et solutale $N=5$, présente un taux de transfert massique bien supérieur aux autres rapports le long des parois (AB) et (CD) et la cas où $N=-1$, est le plus défavorable.

Conclusion :

Nous pouvons conclure que le cas où le rapport des forces de poussée thermique et solutale (Buoyancy Ratio) $N=5$, présente des taux de transfert thermique et massique les plus élevées et c'est la configuration la plus favorable.

4-6-7- Etude de l'évolution des transferts thermique et massique avec N :

Dans cette partie, nous présentons l'effet de la valeur du rapport des forces de poussée thermique et solutale « N » sur le taux de transfert thermique et de masse pour un nombre de Rayleigh thermique constant ($Ra_T = 10^4$) où nous constatons qu'il y a presque une symétrie par rapport à la valeur de $N=-1$.



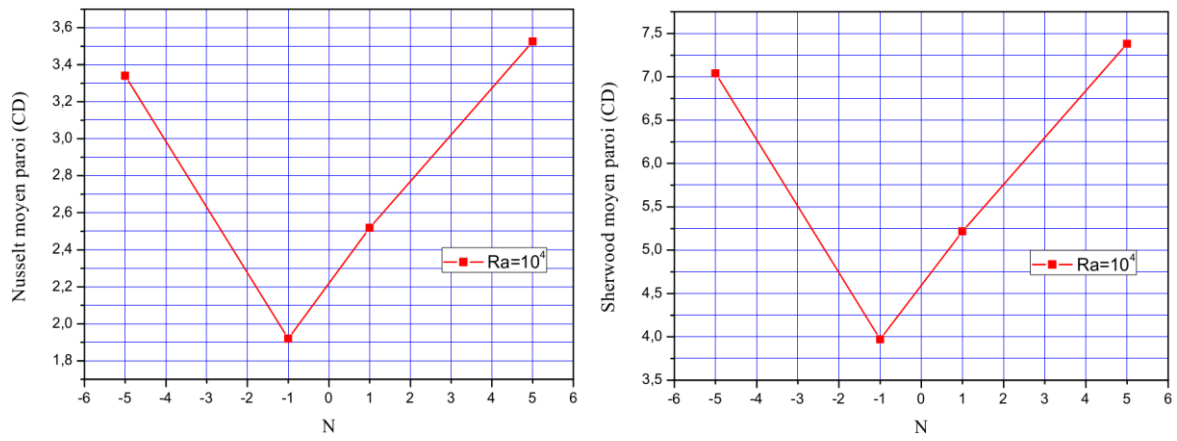


Figure (4.103) : Evolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens sur les parois actives en fonction du rapport N

Conclusion Générale :

Nous avons étudié et simulé numériquement la convection naturelle bidiffusive laminaire, bidimensionnelle et permanente dans une enceinte rectangulaire verticale, de grand axe horizontal, remplie d'un mélange fluide respectant l'approximation de Boussinesq soumise à un gradient thermique horizontal où l'une des paroi est sollicitée par une excitation thermique périodique spatiale et une concentration élevée constante et l'autre paroi est maintenue à une température froide constante et une concentration basse constante.

Nous avons établi un modèle mathématique traduisant les transferts de mouvement au sein du fluide et de chaleur et de masse à travers les parois de l'enceinte.

Ce modèle repose sur l'hypothèse de Boussinesq et sur la bidimensionnalité de l'écoulement. Nous avons mis au point un code de calcul numérique, basé sur une méthode aux volumes finis, qui permet de déterminer les champs de températures et des concentrations ainsi que la distribution de la fonction de courant dans le fluide, et par la suite les nombres adimensionnels de Nusselt et Sherwood locaux et moyens sur les parois de l'enceinte, en fonction des grandeurs caractérisant l'état du système. Nous avons mis en valeur, dans un premier temps, l'influence du type de sollicitation thermique où quatre profils de température ont été simulés sur les taux de transfert thermique et massique pour des valeurs variées du nombre de Rayleigh thermique.

Puis, la valeur du rapport d'aspect de l'enceinte est abordée étudiant le cas où la cavité est verticale puis allongée. En troisième lieu, l'influence de la valeur du rapport des forces de poussée thermique et solutale (Buoyancy Ratio) est examinée.

Les résultats des simulations numériques ont montré que la conduction est le régime de transfert de chaleur dominant, pour des nombres de Rayleigh thermique $Ra_T \leq 10^2$, et pour des valeurs supérieures, le rôle de la convection bidiffusive devient prépondérant.

Aussi, nous avons vu l'effet qu'a le type de l'excitation thermique sur le transfert de chaleur et de masse où nous avons vu que la troisième condition pariétale présentait la configuration la plus favorable.

Aussi, nous avons pu constater la cavité verticale, avait des taux de transfert thermique et de masse bien supérieurs à une cavité allongée.

Par la suite, nous avons vu l'influence de la valeur du rapport « N », où pour $N=5$, on a des taux de transfert de chaleur et de masse les plus élevés.

Une suite intéressante à ce travail serait de généraliser l'étude en l'étendant au cas tridimensionnel de notre enceinte, ou bien de prendre en compte d'autres paramètres (angle d'inclinaison de l'enceinte, conditions pariétales telles que la présence d'un champ magnétique ou excitation périodique temporelle) ceci en considérant bien sûr la formulation en variables primitives (vitesse-pression) et l'utilisation de l'algorithme SIMPLER.

Références bibliographiques

- [1] C. Béghein, F. Haghghat and F. Allard, Numerical study of double-diffusive natural convection in a square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 35, 833-846, 1992.
- [2] O.V. Trevisan and A. Bejan, Combined heat and mass transfer by natural convection in a vertical enclosure. *ASME J. Heat Transfer* 109, 104-112, 1987.
- [3] D. Gobin and R. Bennacer, Cooperating thermosolutal convection in enclosures, II. Heat transfer and flow structure, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 39, No. 13, pp. 2683-2697, 1996.
- [4] R. Bennacer and D. Gobin, Cooperating thermosolutal convection in enclosures I- Scale analysis and mass transfer, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 39, No. 13, pp. 2671-2681, 1996.
- [5] Y. Kamotani, L. W. Wang, S. Ostrach and H. D. Jiang, Experimental study of natural convection in shallow enclosures with horizontal temperature and concentration gradients, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 28. No. 1, pp. 165-173, 1985.
- [6] R. Bennacer, A. A. Mohamad, Dalila Akrou, Transient natural convection in an enclosure with horizontal temperature and vertical solutal gradients, *Int. J. Therm. Sci.* 40, 899–910, 2001.
- [7] M.S. Phanikumar, Thermosolutal convection in a rectangular enclosure with strong side-walls and bottom heating, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 15, No. 4, August 1994
- [8] S. Benissaad, M. Afrid et Z. Nemouchi, Simulation Tridimensionnelle de la Convection Naturelle à Double Diffusion dans le cas Opposant, *Sciences & Technologie A – N°25*, pp. 37-47, Juin. 2007.
- [9] Ching-Yang Cheng, Double diffusive natural convection along an inclined wavy surface in a porous medium, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 37, 1471–1476, 2010
- [10] A. Bejan, K.R. Khair, Heat and mass transfer by natural convection in a porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 28, 909–918, 1985.
- [11] G.V. Kuznetsov, M.A. Sheremet, A numerical simulation of double-diffusive conjugate natural convection in an enclosure, *International Journal of Thermal Sciences* doi:10.1016/j.ijthermalsci.2011.05.003
- [12] I. Sezai, A.A. Mohamad, Three-dimensional double-diffusive convection in a porous cubic enclosure due to opposing gradients of temperature and concentration, *Journal of Fluid Mechanics* 400 333-353, 1999.

- [13] A. Khadiri, R. Bennacer, M. Hasnaoui and A. Amahmid, Two- and three-dimensional multiple steady states in a porous cavity heated and salted from below, *International Journal of Thermal Sciences* 50, 918-929, 2011
- [14] Mohamed A. Teamah, Numerical simulation of double diffusive natural convection in rectangular enclosure in the presences of magnetic field and heat source, *International Journal of Thermal Sciences* 47, 237–248, 2008
- [15] Ali J. Chamkha, Hameed Al-Naser, Hydromagnetic double-diffusive convection in a rectangular enclosure with opposing temperature and concentration gradients, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45 2465–2483, 2002.
- [16] S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and fluid flow*, Mc Graw-Hill book Company, New York, 1980.
- [17] T. Nishimura, M. Wakamatsu and A.M. Morega, Oscillatory double-diffusive convection in a rectangular enclosure with combined horizontal temperature and concentration gradients, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 41, No. 11, pp. 1601-1611, 1998.
- [18] A. Ibrahim, D. Lemonnier, Numerical study of coupled double-diffusive natural convection and radiation in a square cavity filled with A N_2 – CO_2 mixture, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 36 197–202, 2009.
- [19] A. Belazizia, S. Benissad et S. Abboudi, Double Diffusion Natural Convection of Binary Fluid in a Square Enclosure with Top Active Vertical Wall, *Adv. Theor. Appl. Mech.*, Vol. 5, no. 3, 119 - 131, 2012.
- [20] K. Kamakura and H. Ozoe, Experimental and numerical analyses of double diffusive natural convection heated and cooled from opposing vertical walls with an initial condition of a vertically linear concentration gradient, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 36. No. 8. pp. 2125-2134. 1993.
- [21] D.Z. Jeng, C.S. Yang and C. Gau, Experimental and numerical study of transient natural convection due to mass transfer in inclined enclosures, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 181–192, 2009.
- [22] H. HAN and T. H. KUEHN, Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure-I. Experimental study, *Int. J. Heat Mass Transfer*. vol. 34.No.2.pp.449-459, 1991.
- [23] H. HAN and T. H. KUEHN, Double diffusive natural convection in a vertical rectangular enclosure- II. Numerical study, *Int. J. Heat Mass Transfer*. Vol. 34. No. 2, pp. 461-471, 1991
- [24] M. Boussaid, A. Mezenner et M. Bouhaded, Convection naturelle de chaleur et de masse dans une cavité trapézoïdale, *Int. J. Therm. Sci* 38, 363-371, 1999.

- [25] D. Akrou, R. Bennacer et M. Betrouni, Effet d'Hystérésis en Convection Thermosolutale avec des Gradients Croisés : Etang de Stockage, *Rev. Energ. Ren.* Vol. 339 -47, 2000.
- [26] V.A.F. Costa, Double diffusive natural convection in a square enclosure with heat and mass diffusive walls, *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 40, No. 17, pp. 4061-4071, 1997.
- [27] R. El Ayachi, A. Raji, M. Hasnaoui, A. Abdelbaki and M. Naïmi, Resonance of Double-Diffusive Convection in a Porous Medium Heated with a Sinusoidal Exciting Temperature, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, Vol. 3, No. 2, pp. 43-52, 2010.
- [28] T. Basak, S. Roy and A.R. Balakrishnan, Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 4525–4535, 2006.
- [29] S. Roy and Tanmay Basak, Finite element analysis of natural convection flows in a square cavity with non-uniformly heated wall(s), *International Journal of Engineering Science* 43, 668–680, 2005.
- [30] E.F. Nogotov, *Applications of Numerical Heat Transfer*, Mc Graw-Hill book Company, New York, 1978.
- [31] P.J. Roache, *Computational Fluid Dynamics*, Hermosa 1982.
- [32] D. V. Davis, Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Benchmark Numerical Solution. *Int. J. Numer. Method fluid*, 3: 249 – 264.1983.
- [33] J. C. Kalita, D. C. Dalal, and A. K. Dass, Fully Compact Higher-Order Computation of Steady-State Natural Convection in a Square Cavity, *Phys. Rev. E*, vol. 64, pp. 066703-1-066703-13, 2001.
- [34] G. Diaz and R. Winston, Effect of Radiation on Natural Convection in Parabolic Enclosure, *Numerical Heat Transfer, Part A*, 53: 891- 906, 2008.

Résumé :

Nous avons étudié dans ce travail le phénomène de la convection naturelle doublement diffusive en régime laminaire et permanent dans une enceinte rectangulaire remplie d'un mélange fluide binaire supposé incompressible soumise à un gradient thermique horizontal où l'une des parois verticales (gauche) est chauffée suivant une fonction périodique sinusoïdale spatiale « T_{AB} » et l'autre paroi (droite) est maintenue à une température froide constante « T_{CD} » avec $T_{AB} > T_{CD}$ ainsi qu'à un gradient solutal horizontal constant de même sens tandis que les parois horizontales sont considérées adiabatiques et imperméables. Le nombre de Rayleigh thermique varie de 50 à 5×10^4 , les nombres de Prandtl et de Lewis sont fixés à 0,701 et 1 respectivement.

L'écoulement est supposé incompressible et le modèle mathématique gouvernant notre problème a été développé en se basant sur l'approximation de Boussinesq et la formulation vorticité-fonction courant. Les équations de continuité, de la chaleur, de masse et de la quantité de mouvement sont résolues numériquement en utilisant un code de calcul mis au point basé sur la méthode des volumes finis pour la discrétisation des équations.

Les résultats numériques obtenus, ont été représentés sous forme de lignes de courants, lignes isothermes, lignes isoconcentrations et courbes des nombres de Nusselt et de Sherwood locaux et moyens sur les parois de l'enceinte. Ces résultats montrent que le type de la sollicitation thermique, le rapport d'aspect géométrique de l'enceinte ainsi que la valeur du rapport des forces de poussée thermique et solutale (Buoyancy Ratio) affectent la structure de l'écoulement ainsi que le transfert de chaleur et de masse.

Mots-clés : convection naturelle bidiffusive, enceinte rectangulaire, approximation de Boussinesq, formulation vorticité-fonction de courant, excitation périodique.

Title: Numerical simulation of double diffusive natural convection in a rectangular enclosure periodically excited.

Abstract:

We studied in this work the phenomenon of the double diffusive natural, laminar and permanent convection in a rectangular enclosure filled with a binary fluid mixture supposed incompressible with a constant horizontal thermal gradient where one of the vertical walls (left) is heated with a sinusoidal spatial periodic function « T_{AB} » and the other wall (right) is kept at a cold constant temperature « T_{CD} » with $T_{AB} > T_{CD}$ and also an horizontal constant solutal gradient in the same way. The horizontal walls are insulated and no permeable. The Prandtl and Lewis numbers are fixed respectively to 0,701 and 1 while thermal Rayleigh number vary from 50 to 5×10^4 .

The flow is incompressible and the mathematical model governing our problem was based on the Boussinesq approximation and vorticity-stream function formulation. The continuity, heat, mass and momentum equations are numerically solved with a self-developed code using the finite volume method to discretize the equations.

Obtained numerical results are presented in isopaths, isotherms, isoconcentrations and local and average Nusselt and Sherwood numbers graphs on enclosure's walls. These results show that the thermal excitation nature, the aspect ratio of enclosure and the buoyancy ratio affect strongly the structure flow and also the heat and mass transfer rate.

Key words: double diffusive natural convection, rectangular enclosure, Boussinesq approximation, vorticity-stream function formulation, periodic excitation, buoyancy ratio.

العنوان: المحاكاة العددية للنشر و الحمل الحراري المزدوج في تجويف مستطيل تحت تأثير دوري .

ملخص:

قمنا في إطار هذا العمل بدراسة ظاهرة النشر و الحمل الحراري المزدوج الرقائقي و الدائم في تجويف مستطيل مملوء بخليط مائع ثنائي غير قابل للضغط خاضعة إلى فرق حراري أفقي أين يتم تسخين أحد الجدران العمودية (الأيسر) تبعا لدالة دورية جيبيية فضائية « T_{AB} » و الآخر (الأيمن) يحفظ في درجة حرارة باردة ثابتة « T_{CD} » مع $T_{AB} > T_{CD}$ و أيضا فرق أفقي في التركيز على نفس النحو فيما تكون الجدران الأفقية معزولة حراريا و مانعة للمادة. يتغير عدد Rayleigh الحراري من 50 à 5×10^4 ويكون عددي Prandtl و Lewis ثابتين عند 0.701 و 1 على التوالي. التدفق مفترض أنه غير منضغط و النموذج الرياضي الذي يحكم إشكاليتنا و يخضع لمقاربة Boussinesq و صياغة vorticity-fonction courant . معادلة الإستمرارية، معادلة الحرارة، معادلة المادة و كذا معادلة كمية الحركة تم حلها باستخدام برنامج حاسوب مبتكر انطلقا من طريقة الأحجام المنتهية من أجل تفريد المعادلات. النتائج العددية المتحصل عليها ممثلة في شكل خطوط التيار، خطوط متساوية الحرارة ، خطوط متساوية التركيز و كذا منحنيات عددي Nusselt و Sherwood الموضعية و المتوسطة على مستوى جدران التجويف. النتائج تبين أن طبيعة التأثير الحراري، قيمة عامل الهيئة الهندسية و قيمة عامل نسبة الطفو يؤثران بشكل واضح على هيئة التدفق و كمية النقل الحراري الكتلتي.

المفاتيح:

النشر و الحمل الطبيعي المزدوج، تجويف مستطيل، مقاربة Boussinesq، صياغة vorticity-fonction courant، نسبة الطفو ، التأثير الحراري الدوري