

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Université Frères Mentouri Constantine 1**

Faculté des Sciences Exactes

**Département de Physique**

N° d'ordre :162/Ds/2018

N° de Série :13/Phy/2018

**THESE**

**Présentée pour obtenir le diplôme de  
DOCTORAT EN SCIENCES EN PHYSIQUE**  
Spécialité : Physique Energétique

Thème :

**Étude Numérique des Écoulements Thermoconvectifs d'un  
Nanofluide à travers un Espace Cylindrique Annulaire  
muni d'Ailettes**

Par

**BENKHEDDA Mohammed**

**Soutenue le : 27 /09 /2018**

**Devant le jury :**

<b>Président</b>	<b>BELLEL Nadir</b>	<b>Pr. Université Frères Mentouri Constantine 1</b>
<b>Rapporteur</b>	<b>BOUFENDI Toufik</b>	<b>Pr. Université Frères Mentouri Constantine 1</b>
<b>Examineurs</b>	<b>GUELLAL Messaoud</b>	<b>Pr. Université Ferhat Abbas Sétif 1</b>
	<b>MEZAACHE El Hacene</b>	<b>Pr. Université 20 Août1955 Skikda</b>

# *Remerciements*

Ce travail a été réalisé au sein du laboratoire de Physique Énergétique de l'Université des Frères Mentouri Constantine

Tout d'abord, Je tiens à exprimer toute ma gratitude à **BOUFENDI Toufik** Professeur à l'Université Frères Mentouri Constantine 1 pour m'avoir encadré le long de cette Thèse de Doctorat en Sciences, ses précieux conseils, ses orientations, son expérience, sa compétence, ses critiques et son savoir qui m'ont permis de présenter ce modeste travail.

J'adresse mes profonds remerciements aux membres de jury qui ont bien voulu accepter de lire cette thèse et d'apporter des critiques pertinentes. Il s'agit de Monsieur **Bellel Nadir**, Professeur à l'Université Frères Mentouri Constantine 1, qui a gentiment accepté de présider ce jury, Monsieur **Guellal Messaoud** Professeur à l'Université Ferhat Abbas Sétif 1, Monsieur **Mezaache El Hacene**, Professeur à l'Université 20 Août 55 Skikda

Enfin, mes vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

# Table des matières

Liste des figures .....	iv
Liste des tableaux .....	xi
Nomenclature .....	xiii
Introduction générale .....	1
Chapitre I Étude Bibliographique .....	4
I.1 Les nanofluides .....	4
I.1.1 Introduction .....	4
I.1.2 Méthodes de synthèse et fabrication des nanoparticules .....	5
I.1.3 Progression des recherches effectuées sur les nanofluides .....	7
I.2 Revue bibliographique .....	8
I.2.1 L'approche monophasique (single phase) .....	8
I.2.2 L'approche biphasée (two phase) .....	10
Chapitre II Modélisation mathématique .....	36
II.1 Introduction .....	36
II.2 Description du système .....	36
II.2.1 Hypothèses simplificatrices .....	38
II.3 Équations modélisantes adimensionnelles .....	38
II.3.1 Équations de conservation .....	38
II.3.2 Nombres Adimensionnels .....	39
II.3.3 Les conditions aux limites .....	40
II.4 Les propriétés thermophysiques .....	41
II.4.1 Nanofluides .....	41
II.4.2 Nanofluides hybrides .....	45
II.5 Le nombre de Nusselt .....	47
Chapitre III Résolution numérique .....	51
III.1 Introduction .....	51
III.2 Choix de la méthode de résolution .....	51
III.3 Le maillage .....	52
III.4 Discrétisation des équations de conservation .....	55
III.4.1 La Discrétisation temporelle du second ordre .....	55
III.4.2 La Discrétisation spatiale du second ordre .....	56
III.4.3 Stockage des variables .....	57
III.5 La discrétisation des équations .....	58
III.5.1 Équation de continuité .....	58
III.5.2 Équation de quantité de mouvement radial .....	58
III.5.3 Équation de quantité de mouvement azimutal .....	63
III.5.4 Équation de quantité de mouvement axial .....	67
III.5.5 L'équation de l'énergie .....	70
III.6 Discrétisation des équations des conditions aux limites .....	71

III.6.1	A l'entrée du conduit ( $z=0$ ).....	72
III.6.2	A la sortie du conduit ( $z=L$ ).....	73
III.6.3	Le cylindre intérieur ( $r=r_i$ ).....	74
III.6.4	Le cylindre Extérieur( $r=r_e$ ).....	75
III.7	Couplage pression – vitesse .....	75
III.8	Séquences de l'algorithme de calcul SIMPLER .....	78
III.9	Solution des équations de discrétisation par la méthode de balayage .....	80
III.9.1	L'algorithme de Tomas .....	80
III.9.2	Effet du maillage .....	81
III.9.3	Validation du code de calcul .....	84
Chapitre IV Résultats et Discussions.....		87
IV.1	Introduction .....	87
IV.2	Convection purement forcée( $Gr=0$ ).....	88
IV.2.1	Champ dynamique de l'écoulement .....	88
IV.2.2	Le champ thermique .....	101
IV.2.3	Évolution axiale de la température moyenne et du paroi du nanofluide .....	113
IV.2.4	Nombre de Nusselt .....	117
IV.2.5	Variation du nombre de Nusselt moyen .....	120
IV.3	Convection forcée ( $Gr=10^5$ ) .....	122
IV.3.1	Le Champ dynamique de l'écoulement .....	123
IV.3.2	Evolution de la vitesse axiale suivant la direction radiale .....	126
IV.3.3	Le champ thermique de l'écoulement.....	127
IV.3.4	Évolution axiale du température moyenne et de la paroi du nanofluide .....	132
IV.3.5	Comparaison de la température des différents nanofluides .....	133
IV.3.6	Le nombre de Nusselt axial .....	135
IV.3.7	Le nombre de Nusselt moyen .....	137
IV.3.8	Comparaison du nombre de Nusselt moyen .....	138
IV.4	Effet de la forme des nanoparticules .....	141
IV.4.1	Champ dynamique de l'écoulement .....	142
IV.4.2	Évolution radiale de la vitesse axiale.....	145
IV.4.3	Le champ thermique .....	146
IV.4.4	Évolution axiale de la température .....	150
IV.4.5	Le nombre de Nusselt .....	158
IV.4.6	Le nombre de Nusselt moyen .....	164
IV.4.7	Amélioration du transfert thermique .....	167
IV.5	Convection mixte des nanofluides( $TiO_2$ /eau) et ( $Ag$ /eau).....	167
IV.5.1	Cas du nombre de Grashof $Gr=5 \times 10^5$ .....	168
IV.5.2	Cas du nombre de Grashof $Gr=7.5 \times 10^5$ .....	181
IV.6	Convection mixte des nanofluides hybrides .....	188



<i>IV.6.1</i>	<i>L'écoulement secondaire</i> .....	189
<i>IV.6.2</i>	<i>L'écoulement axial</i> .....	191
<i>IV.6.3</i>	<i>Évolution radiale et axiale de la vitesse axiale</i> .....	195
<i>IV.6.4</i>	<i>Le champ thermique</i> .....	197
<i>IV.6.5</i>	<i>L'évolution des nombres de Nusselt</i> .....	201
<i>IV.6.6</i>	<i>Etude comparative des propriétés thermophysiques et l'influence sur l'amélioration du transfert thermique</i> .....	209
IV.7	Espace annulaire à ailettes longitudinales .....	214
<i>IV.7.1</i>	<i>La convection forcée</i> .....	214
<i>IV.7.2</i>	<i>L'écoulement secondaire</i> .....	220
	Conclusion générale .....	230
	Bibliographie .....	234
	Annexes.....	243

## Liste des figures

Figure I-1 : Schéma de diverses approches de préparation de nanoparticules[13].....	7
Figure I-2 : Annuelle publication des nano-fluides dans la base de données SCOPUS de 2000 à 2017 recouvré par le mot-clé nanofluid.....	8
Figure I-3 : Géométrie du problème [21] .....	11
Figure I-4 : Géométrie du problème étudié [29].....	14
Figure I-5 : Géométrie du problème étudié, coupes transversale et longitudinale [31].....	15
Figure I-6 : Représentation du système utilisé (a) domaine numérique (b) système expérimental [39].....	17
Figure I-7 : Modèle mathématique du problème pris dans le référence [40].....	19
Figure I-8 : La géométrie simplifiée du tube chauffé par le soleil (a), système d'expérience (b) [42].....	20
Figure I-9 : Modèle physique d'un tube horizontal courbé (a) Maillage structuré du tube courbé (b) [45].....	21
Figure I-10 : Géométrie du domaine étudié [55] .....	24
Figure I-11 : Installation expérimentale [69].....	27
Figure I-12 : (A) Schéma du montage expérimental. (B) Sur toute la longueur d'insertion de la bande torsadé à l'intérieur d'un tube [71].....	29
Figure I-13 : TEM utilisé de nanoparticule : (a) 45 nm, (b) 150 nm, (c) la distribution de la taille du particule pour les nanoparticules avec la taille de la moyenne 45 nm [73] .....	30
Figure I-14 : Disposition expérimentale [79] .....	31
Figure I-15 : TEM Images du nanoparticule Oxyde Aluminium [80].....	33
Figure I-16 : Appareil de mesure de conductivité thermique [83].....	34
Figure I-17 : Images par Transmission Electron Microscopy (TEM) : (A et b) $\alpha - Al_2O_3$ et (c et d) $\gamma - Al_2O_3$ particules [84].....	35
Figure I-18 : Photographies de $Al_2O_3$ suspension après la sonication pendant 4-10 h. [84].....	35
Figure II-1 : Schémas représentant des coupes, longitudinale (a) et transversale (b) du conduit annulaire cylindrique .....	37
Figure II-2 : Autre vue du modèle physique avec le cylindre intérieur adiabatique (couleur bleue) et cylindre extérieur chauffé (couleur rouge) : sans ailettes (à gauche), muni d'ailettes longitudinales (à droite).....	37
Figure II-3 : Ajustement (fitting) de la corrélation du nanofluide CuO à base d'eau .....	46
Figure II-4 : L'ailette longitudinale .....	48
Figure III-1 : Volume de contrôle typique.....	52
Figure III-2 : Le maillage d'un espace annulaire.....	53
Figure III-3 : Projection du volume fini dans le plan $(r, \theta)$ .....	53
Figure III-4 : Projection du volume fini dans le plan $(r, z)$ .....	54
Figure III-5 : Projection du volume fini dans le plan $(\theta, z)$ .....	54
Figure III-6 : Maillage dans la direction radiale .....	56
Figure III-7 : Le maillage décalé suivant la direction radiale.....	62
Figure III-8 : Le maillage décalé suivant la direction azimutale .....	66

Figure III-9 : Le maillage décalé suivant la direction axiale .....	69
Figure III-10 : Maillage dans la direction axiale à la sortie du cylindre .....	74
Figure III-11 : Algorithme SIMPLER .....	79
Figure III-12 : Effet du maillage sur le profil de la vitesse adimensionnelle radiale .....	82
Figure III-13 : Effet du maillage sur le profil de la vitesse adimensionnelle axiale .....	82
Figure III-14 : Effet du maillage sur la température moyenne .....	83
Figure III-15 : Effet du maillage sur le nombre de Nusselt moyen .....	83
Figure III-16 : Validation du code de calcul pour un conduit horizontal : Comparaison avec les valeurs de température de paroi obtenues par [124 -126] .....	85
Figure III-17 : Validation du code de calcul pour un conduit horizontal : avec les valeurs Comparaison du nombre de Nusselt axial obtenues par [49], [127] et [128].....	85
Figure IV-1 : le champ de vitesse axiale du nanofluide (Cu /eau) en convection forcée pour Re=800, Gr=0 .....	90
Figure IV-2 : le champ de vitesse axiale du nanofluide (Ag /eau) en convection forcée pour Re=800, Gr=0 .....	92
Figure IV-3 : le champ de vitesse axial du nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) en convection forcée pour Re=800, Gr=0 .....	94
Figure IV-4 : le champ de vitesse axial du nanofluide (Cu /eau) en convection forcée pour Re=1600, Gr=0 .....	96
Figure IV-5 : le champ de vitesse axial du nanofluide (Ag / eau) en convection forcée pour Re=1600, Gr=0 .....	98
Figure IV-6 : le champ de vitesse axial du nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) en convection forcée pour Re=1600, Gr=0 .....	100
Figure IV-7 : Le champ de température du nanofluide (Cu /eau) en convection forcée pour Re=800, Gr=0 .....	102
Figure IV-8 : Le champ de température du nanofluide (Ag /eau) en convection forcée pour Re=800, Gr=0 .....	104
Figure IV-9 : Le champ de température du nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) en convection forcée pour Re=800, Gr=0 .....	106
Figure IV-10 : le champ de température nanofluide (Cu /eau) en convection forcée pour Re=1600, Gr=0.....	108
Figure IV-11 : le champ de température nanofluide (Ag /eau) en convection forcée pour Re=1600, Gr=0 .....	110
Figure IV-12 : le champ de température nanofluide TiO <sub>2</sub> / eau en convection forcée pour Re=1600, Gr=0...	112
Figure IV-13 : Évolution axiale du température moyenne du nanofluide (Cu /eau) pour différentes fractions volumiques : a-Re=800, b-Re=1600.....	114
Figure IV-14 : Évolution axiale de la température moyenne du nanofluide (Ag /eau) pour différentes fractions volumiques : a-Re=800, b-Re=1600.....	115
Figure IV-15 : Évolution axiale de la température moyenne du nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) pour différentes fractions volumiques : a-Re=800, b-Re=1600 .....	116
Figure IV-16 : comparaisons de la température axiale moyenne et de la paroi pour les différentes nanoparticules Cu, Ag et TiO <sub>2</sub> et Re=800, Re=1600, Gr=0, φ=8% .....	117
Figure IV-17 : Évolution axiale du nombre de Nusselt du nanofluide (Cu /eau) pour différentes fractions volumiques : Re=800, Re=1600, Gr=0.....	118
Figure IV-18 : Évolution axiale du nombre de Nusselt du nanofluide (Ag /eau) pour différentes fractions volumiques : Re=800, Re=1600, Gr=0.....	119

Figure IV-19 : Évolution axiale du nombre de Nusselt du nanofluid ( $\text{TiO}_2 / \text{eau}$ ) pour différentes fractions volumiques : $\text{Re}=800$ , et $\text{Re}=1600$ , $\text{Gr}=0$ .....	119
Figure IV-20 : comparaison entre les nombres de Nusselt pour les différents nanofluides à une fraction volumique $\phi=6\%$ : $\text{Re}=800$ et $\text{Re}=1600$ .....	120
Figure IV-21 : Variation du nombre de Nusselt moyen du nanofluid ( $\text{Cu} / \text{eau}$ ) en fonction de la fraction volumique $\phi$ pour deux nombres de Reynolds $\text{Re}=800$ , $\text{Re}=1600$ .....	121
Figure IV-22 : Variation du nombre de Nusselt moyen du nanofluid ( $\text{Ag} / \text{eau}$ ) en fonction de la fraction volumique $\phi$ pour deux nombres de Reynolds $\text{Re}=800$ , $\text{Re}=1600$ .....	121
Figure IV-23 : Variation du nombre de Nusselt moyen du nanofluid ( $\text{TiO}_2 / \text{eau}$ ) en fonction de la fraction volumique $\phi$ pour deux nombres de Reynolds $\text{Re}=800$ , $\text{Re}=1600$ .....	122
Figure IV-24 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique $\phi$ pour deux nombre de Reynolds $\text{Re}=800$ , $\text{Re}=1600$ .....	122
Figure IV-25 : Distribution de la vitesse axiale en des positions axiales choisies pour les cas des nanofluides pour une fraction volumique 6%, $\text{Re}=800$ et $\text{Gr} = 10^5$ : a) l'eau pure, b) ( $\text{TiO}_2 / \text{eau}$ ) , c) ( $\text{Al}_2\text{O}_3 / \text{eau}$ ) , d) ( $\text{Cu} / \text{eau}$ ) et e) ( $\text{Ag} / \text{eau}$ ) .....	126
Figure IV-26 : Évolution axiale de la vitesse radiale du nanofluid ( $\text{Ag}/\text{eau}$ ).....	127
Figure IV-27 : Champ de température en des positions axiales choisies pour les cas des nanofluides pour une fraction volumique 6%, $\text{Re}=800$ et $\text{Gr} = 10^5$ : a) l'eau pure, b) ( $\text{TiO}_2 / \text{eau}$ ) , c) ( $\text{Al}_2\text{O}_3 / \text{eau}$ ) , d) ( $\text{Cu}/\text{eau}$ ) , e) ( $\text{Ag}/\text{eau}$ ) et f) ( $\text{TiO}_2 / \text{eau}$ ) .....	131
Figure IV-28 : Évolution axiale du de température moyenne et de paroi pour différentes nanofluides avec la fraction volumique à Reynolds $\text{Re}=800$ .....	133
Figure IV-29 : Comparaison de la température moyenne et de la paroi entre les nanofluides à une concentration volumique $\phi=6\%$ le long du conduit annulaire .....	134
Figure IV-30 : Variation axiale du nombre de Nusselt pour différents types de la nanoparticule et différentes fractions volumiques :.....	136
Figure IV-31 : Comparaison du nombre de Nusselt pour différents nanofluides à une fraction volumique 6% et nombre de Reynolds $\text{Re}=800$ .....	136
Figure IV-32 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique des différents nanofluides : a) $\text{Re}=800$ , b) $\text{Re}=100$ , c) $\text{Re}=1200$ .....	139
Figure IV-33 : amélioration du transfert thermique en fonction de la fraction volumique pour différents nanofluides : a) $\text{Re}=800$ , b) $\text{Re}=100$ , c) $\text{Re}=1200$ .....	140
Figure IV-34 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen des différents nanofluides. ....	141
Figure IV-35 : Les formes des nanoparticules [97] .....	141
Figure IV-36 : Distribution polaire de la vitesse axiale en deux positions axiales choisies pour le cas du nanofluides $\text{Ag}/\text{eau}$ à différentes formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	144
Figure IV-37 : Distribution polaire de la vitesse axiale à une position choisie $z^*=3.125$ près de l'entrée pour le cas de la forme Lame du $\text{CuO} / \text{eau}$ .....	144

Figure IV-38 : Profil de vitesse axiale adimensionnelle du ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ / eau) pour les formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	145
Figure IV-39 : Profil de vitesse axiale adimensionnelle du (Ag-eau) pour les formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	146
Figure IV-40 : Champ de température à deux positions axiales choisies pour les différentes formes du nanofluide (Ag / eau) choisi à 2% fraction volumique : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	149
Figure IV-41 : Champ de température à deux positions axiales choisies pour différentes fractions volumiques pour (CuO / eau) nanofluide .....	150
Figure IV-42 : Variation axiale de la température moyenne et de la paroi du nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ / eau) pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour $\text{Re}=800$ , $\text{Gr}=0$ .....	152
Figure IV-43 : Variation axiale de la température moyenne et de la paroi du nanofluide ( $\text{TiO}_2$ /eau) pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour $\text{Re}=800$ , $\text{Gr}=0$ .....	153
Figure IV-44 : Variation axiale de la température moyenne et de la paroi du nanofluide (Ag /eau) pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour $\text{Re}=800$ , $\text{Gr}=0$ .....	154
Figure IV-45 : Variation axiale de la température moyenne et de la paroi du nanofluide (CuO /eau) pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour $\text{Re}=800$ , $\text{Gr}=0$ .....	155
Figure IV-46 : Comparaison de la température moyenne, la température de paroi pour différentes formes des nanoparticules pour une fraction volumique $\phi=6\%$ : a) $\text{Al}_2\text{O}_3$ , b) $\text{TiO}_2$ , c) Ag, d) CuO .....	156
Figure IV-47 : Comparaisons de la température moyenne et de la paroi entre les différentes nanoparticules à une fraction volumique 6% .....	157
Figure IV-48 : Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ / eau) à différentes formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	159
Figure IV-49 : Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide ( $\text{TiO}_2$ / eau) à différentes formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	160
Figure IV-50 : Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide (Ag / eau) à différentes formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	161
Figure IV-51 : Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide (CuO / eau) à différentes formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique .....	162
Figure IV-52 : Comparaison du nombre de Nusselt axial pour différentes formes des nanoparticules.....	163
Figure IV-53 : Comparaison du nombre de Nusselt axial pour différents types des matériels des nanoparticules à une fraction volumique 6% .....	164
Figure IV-54 : Nombre de Nusselt moyen et le fitting corrélation des deux nanofluides (Ag / eau) et (Cu / eau) .....	166
Figure IV-55 : Comparaison des nombres de Nusselt moyen entre le nanofluide (Ag / eau) et le nanofluide (CuO / eau) .....	166

Figure IV-56 : Développement de l'écoulement secondaire dans des positions axiales sélectionnées pour le cas du nanofluide (Ag / eau) et (TiO <sub>2</sub> / eau), $\phi = 4\%$ , $Gr = 5 \times 10^5$ a) $z^* = 25.25$ , b) $z^* = 50.25$ , c) $z^* = 75.25$ et d) $z^* = 100$ .....	170
Figure IV-57 : Développement de l'écoulement secondaire dans la position axiale $z^* = 50.25$ pour le cas du nanofluide (Ag / eau) et (TiO <sub>2</sub> / eau) .....	171
Figure IV-58 : Distribution polaire de la vitesse axiale en des positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ; $Gr = 5 \times 10^5$ a) $z^* = 25.25$ , b) $z^* = 50.25$ , c) $z^* = 75.25$ et d) $z^* = 100$ .....	173
Figure IV-59 : Distribution polaire de la vitesse axiale en des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (Ag / eau), $\phi = 4\%$ et $Gr = 5 \times 10^5$ a) $z^* = 25.25$ , b) $z^* = 50.25$ , c) $z^* = 75.25$ et d) $z^* = 100$ .....	173
Figure IV-60 : Distribution polaire de la vitesse axiale en des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) , $\phi = 4\%$ et $Gr = 5 \times 10^5$ a) $z^* = 25.25$ , b) $z^* = 50.25$ , c) $z^* = 75.25$ et d) $z^* = 100$ .....	174
Figure IV-61 : Évolution axiale de la vitesse axiale dans la direction radiale du nanofluide (Ag / eau) pour le cas de $Gr = 5 \times 10^5$ .....	175
Figure IV-62 : Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ; $Gr = 5 \times 10^5$ a) $z^* = 25.25$ , b) $z^* = 50.25$ , c) $z^* = 75.25$ et d) $z^* = 100$ .....	177
Figure IV-63 : Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (Ag / eau), $\phi = 4\%$ et $Gr = 5 \times 10^5$ $z^* = 25.25$ , b) $z^* = 50.25$ , c) $z^* = 75.25$ et d) $z^* = 100$ .....	178
Figure IV-64 : Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (TiO <sub>2</sub> /eau), $\phi = 4\%$ et $Gr = 5 \times 10^5$ a) $z^* = 25.25$ , b) $z^* = 50.25$ , c) $z^* = 75.25$ et d) $z^* = 100$ .....	178
Figure IV-65 : évolution axiale de la température moyenne du nanofluide a) (Ag / eau) , b) (Ag / eau) et (TiO <sub>2</sub> / eau) .....	179
Figure IV-66 : Évolution axiale de la température de paroi à deux positions angulaires $\theta = 0$ et $\theta = \pi$ , pour deux nombres de Grashof et $\phi = 4\%$ .....	179
Figure IV-67 : Évolution axiale du nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique : a) (Ag / eau) , b) (Ag / eau) et (TiO <sub>2</sub> / eau) .....	181
Figure IV-68 : Développement de l'écoulement secondaire dans la position axiale $z^* = 50.25$ pour le cas du nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) ; $Gr = 7.5 \times 10^5$ . a) $\phi = 0\%$ , b) $\phi = 2\%$ , c) $\phi = 4\%$ et d) $\phi = 6\%$ .....	182
Figure IV-69 : Distribution polaire de la vitesse axiale en des positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ; $Gr = 7.5 \times 10^5$ a) $z^* = 12.19$ , b) $z^* = 25.31$ , c) $z^* = 50.31$ et d) $z^* = 100$ .....	184
Figure IV-70 : Distribution polaire de la vitesse axiale en des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) , $\phi = 4\%$ et $Gr = 7.5 \times 10^5$ a) $z^* = 12.19$ , b) $z^* = 25.31$ , c) $z^* = 50.31$ et d) $z^* = 100$ .....	184
Figure IV-71 : évolution de la vitesse axiale suivant : a) la direction radiale, b) la direction axiale .....	186
Figure IV-72 : Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ; $Gr = 7.5 \times 10^5$ a) $z^* = 25.31$ , b) $z^* = 50.31$ , c) $z^* = 75.31$ et d) $z^* = 100$ .....	187
Figure IV-73 : Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) , $\phi = 4\%$ et $Gr = 7.5 \times 10^5$ a) $z^* = 12.19$ , b) $z^* = 25.31$ , c) $z^* = 50.31$ et d) $z^* = 100$ .....	188

Figure IV-74 : Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide hybride (Ag–TiO <sub>2</sub> / eau) à la sortie du conduit annulaire pour une fraction volumique 8% en fonction de Grashof .....	190
Figure IV-75 : Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide hybride (Ag–TiO <sub>2</sub> / eau) à des positions axiales pour 2% fraction volumique et Gr = 10 <sup>6</sup> a) z*=2.187, b) z*=12.19, c) z*=25.31, d) z*=50.31, e) z*=75.31, f) z*=100.....	191
Figure IV-76 : Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide hybride (Ag–TiO <sub>2</sub> / eau) en des positions axiales choisies pour Gr = 7.5 × 10 <sup>5</sup> ; φ=4%. .....	193
Figure IV-77 : Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide hybride (Ag–TiO <sub>2</sub> / eau) pour différents nombres de Grashof et fraction volumique 8% à la sortie z*=100. ....	194
Figure IV-78 : Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide hybride (Ag–TiO <sub>2</sub> / eau) pour différentes fractions volumiques pour Gr = 10 <sup>6</sup> à la sortie z*=100.....	194
Figure IV-79 : Évolution de la vitesse axiale du nanofluide hybride (Ag – TiO <sub>2</sub> / eau) suivant la direction : a) radiale, b) axiale .....	196
Figure IV-80 : Comparaison de la vitesse axiale le long du conduit annulaire entre l'eau pure, (TiO <sub>2</sub> / eau) nanofluide et (Ag – TiO <sub>2</sub> / eau) nanofluide hybride suivant la direction : a) radiale, b) axiale .....	197
Figure IV-81 : Les variations polaires de la température pour différents nombres de Grashof à la sortie du conduit z*=100, φ=8% .....	199
Figure IV-82 : Les variations polaires du température du nanofluide hybride (Ag – TiO <sub>2</sub> / eau), φ=4%; Gr = 7.5 × 10 <sup>5</sup> : a) z*= 12.19, b) z*=25.31, c) z*=50.31 et d) z*=100 .....	200
Figure IV-83 : Évolution de la température axiale du nanofluide et du nanofluide hybride à différentes fractions volumiques et différents nombres de Grashof: .....	201
Figure IV-84 : Les nombres de Nusselt axiaux Nu (z*) en fonction du nombre Grashof et la fraction volumique. ....	204
Figure IV-85 : Le nombre de Nusselt axial Nu (z*) pour différents nombres de Grashof à une fraction volumique φ = 6% .....	204
Figure IV-86 : Les Nombres de Nusselt moyen pour différents nombres de Grashof et différentes fractions volumiques.....	205
Figure IV-87 : Comparaison du nombre moyen de Nusselt entre les résultats numériques et ceux obtenus par la corrélation .....	206
Figure IV-88 : L'amélioration du transfert de chaleur du nanofluide et du nanofluide hybride .....	206
Figure IV-89 : Le fitting de la corrélation pour les cas du nanofluide (TiO <sub>2</sub> / eau) .....	207
Figure IV-90 : Le fitting de la corrélation pour les cas du nanofluide hybride (Ag–TiO <sub>2</sub> / eau) .....	208
Figure IV-91 : Le nombre de Nusselt moyen corrélées en fonction de nombre de Nusselt moyen simulées: (a) nanofluide, (b) nanofluide hybride .....	208
Figure IV-92 : Comparaison des modèles de propriétés thermophysiques : a, b Conductivité thermique, c, d Viscosité dynamique.....	211

Figure IV-93 : Variation du nombre de Nusselt moyen pour les différents cas et différents nanofluides .....	214
Figure IV-94 : Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide (Ag / eau) en des positions axiales choisies pour le cas de quatre ailettes ; $Gr=0, H^* / D_h^* = 50\%$ .....	216
Figure IV-95 : Champ de température du nanofluide (Ag / eau) en des positions axiales choisies pour le cas de quatre ailettes ; $Gr=0, H^* / D_h^* = 50\%$ .....	217
Figure IV-96 : Évolution axiale de la température moyenne du nanofluide (Ag / eau) .....	218
Figure IV-97 : Évaluation axial du nombre de Nusselt du nanofluide (Ag / eau) .....	219
Figure IV-98 : Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide (Ag / eau) dans des positions axiales sélectionnées pour le cas de quatre ailettes ; $Gr = 10^5, H^* / D_h^* = 50\%, 4\%$ .....	221
Figure IV-99 : Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide (Ag / eau) dans des positions axiales sélectionnées pour le cas de quatre ailettes ; $Gr = 10^5, H^* / D_h^* = 33\%, 4\%$ .....	222
Figure IV-100 : Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide (Ag / eau) en des positions axiales choisies pour le cas de quatre ailettes ; $Gr=0, H^* / D_h^* = 50\%$ .....	224
Figure IV-101 : Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide (Ag / eau) en deux positions axiales choisies pour le cas de quatre de $H^* / D_h^* = 33\%$ (ligne 1) et $H^* / D_h^* = 50\%$ (ligne 2) .....	225
Figure IV-102 : Champ de température du nanofluide (Ag / eau) en des positions axiales choisies pour le cas de quatre ailettes ; $Gr = 10^5, H^* / D_h^* = 50\%$ .....	226
Figure IV-103 : Champ de température du nanofluide (Ag / eau) en deux positions axiales choisies pour le cas de quatre de $Gr=0$ .....	227
Figure IV-104 : Température des trois ailettes attachaient aux positions angulaires $\theta = 0, \theta = \pi/2$ et $\theta = \pi$ .....	228
Figure IV-105 : Évolution du nombre de Nusselt : 4 ailettes .....	229



## Liste des tableaux

Tableau I-1 : Conductivité thermique des différents fluides et matériaux usuels à température 300K [12].....	5
Tableau I-2 : Type et nombre de publications sur les nanofluides dans la base de données de SCOPUS.....	7
Tableau II-1 : Paramètres adimensionnels basés sur les propriétés thermophysiques du nanofluide .....	40
Tableau II-2 : Paramètre adimensionnel basés sur les propriétés thermo-physiques du fluide de base.....	40
Tableau II-3 : Les propriétés thermophysiques des nanoparticules et l'eau fluide de base .....	47
Tableau III-1 :Le nombre de Nusselt de la paroi du cylindre extérieur pour le nombre de Reynolds $Re=600$ , nombre de Grashof $Gr = 3 \times 10^5$ .....	84
Tableau III-2 : Le nombre de Nusselt à la paroi externe pour une convection forcée avec écoulement pleinement développé à l'intérieur d'un espace annulaire .....	86
Tableau IV-1 : Le maximum de la température axiale moyenne et de la paroi à la sortie du conduit .....	113
Tableau IV-2 : Maximum de la température à l'interface près de la paroi chauffante .....	117
Tableau IV-3 : La température maximale et sa position polaire $Gr = 10^5$ .....	131
Tableau IV-4 : Les maximums améliorations des nombres de Nusselt axiaux (MANA) pour le cas de $Re=800$ et $Gr = 10^5$ .....	135
Tableau IV-5 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre les nanofluides .....	137
Tableau IV-6 : Améliorations (%) du nombre de Nusselt moyen .....	138
Tableau IV-7 : Vitesse axiale maximale à la position axiale $r^* = 0.7396$ , $z^* = 3.125$ .....	143
Tableau IV-8 : Température maximale des différents nanofluides a la sortie du conduit .....	147
Tableau IV-9 : Température moyenne maximale à la sortie du conduit des différents nanofluides.....	151
Tableau IV-10 : Constantes des différent formes du nanoparticule CuO/eau .....	165
Tableau IV-11 : Constantes des différent formes du nanoparticule Ag/eau .....	165
Tableau IV-12 : Amélioration du transfert thermique (%) du nanofluide (CuO/eau) .....	167
Tableau IV-13 : Amélioration du transfert thermique (%) du nanofluide (Ag/eau) .....	167
Tableau IV-14 : La température maximale et sa position polaire.....	176
Tableau IV-15 : Les valeurs du nombre de Nusselt axial au sorite du conduit annulaire.....	180
Tableau IV-16 : Vitesse maximale de l'écoulement secondaire.....	182
Tableau IV-17 : Vitesse maximale de l'écoulement secondaire.....	189
Tableau IV-18 : La vitesse maximale et sa position radiale, axiale et polaire pour différents nombres de Grashof .....	192
Tableau IV-19 : La température maximale pour différentes fractions volumiques à $Gr = 7.5 \times 10^5$ .....	198
Tableau IV-20 : La température moyenne maximale à la sortie pour différentes fractions volumiques et le nombre de Grashof $Gr = 5 \times 10^5$ .....	198
Tableau IV-21 : Les valeurs des nombres de Nusselt axiaux à la sortie du conduit pour différents nombres de Grashof et différentes fractions volumiques .....	202
Tableau IV-22 : Les valeurs des nombres de Nusselt moyen pour différents nombres de Grashof et différentes fractions volumiques.....	203
Tableau IV-23 : Les cas étudiés .....	210

Tableau IV-24 : Résumé de l'amélioration du transfert de chaleur ( $Nu_r = Nu_{nf} / Nu_f$ ) pour les tests numériques.....	212
Tableau IV-25 : Amélioration du Conductivité thermique et la Viscosité des cas testés .....	212
Tableau IV-26 : Les vitesses axiales maximales à différentes positions pour $Gr=0$ , $Re=400$ et $\phi=4\%$ .....	215
Tableau IV-27 : Les vitesses azimutales maximales à des positions axiales choisies pour le cas quatre ailettes	
$H^* / D_h^* = 50\%$ .....	220
Tableau IV-28 : Les vitesses axiales maximales à des positions axiales choisies pour le cas quatre ailettes à	
$H^* / D_h^* = 50\%$ .....	223

## Nomenclature

$C_p$	: Chaleur spécifique du fluide à pression constante	$(J.kg^{-1}.K^{-1})$
$D_i$	: Diamètre du cylindre intérieur	$(m)$
$D_o$	: Diamètre du cylindre extérieur	$(m)$
$D_h$	: Diamètre hydraulique ( $D_h = D_o - D_i$ )	$(m)$
$d_p$	: Diamètre du nanoparticule solide	$(m)$
$g$	: Accélération de gravité	$(m.s^{-2})$
$Gr$	: Nombre de Grashof	-
$h(\theta, z)$	: Coefficient de convection thermique local	$(W/m^2K)$
$h(z)$	: Coefficient de convection thermique axiale	$(W/m^2K)$
$IL$	: Nombre total de nœuds dans la direction radiale	-
$JL$	: Nombre total de nœuds dans la direction axiale	-
$KL$	: Nombre total de nœuds dans la direction azimutale	-
$K_f$	: Conductivité thermique du fluide de base	$(W/mK)$
$K_{nf}$	: Conductivité thermique du nanofluide	$(W/mK)$
$K_{hnf}$	: Conductivité thermique du nanofluide hybride	$(W/mK)$
$K_p$	: Conductivité thermique de la nanoparticule	$(W/mK)$
$L$	: Longueur du conduit	$(m)$
$L^*$	: Longueur adimensionnelle du conduit ( $L^* = L/D_h$ )	$(m)$
$p$	: Pression	$(Pa)$
$p^*$	: Pression adimensionnelle ( $p^* = p/(\rho_{nf}V_0^2)$ )	-
$q_w$	: Densité de flux de chaleur	$(W/m^2)$
$r_i$	: Rayon du cylindre intérieur	$(m)$
$r_e$	: Rayon du cylindre extérieur	$(m)$
$r_i^*$	: Rayon du cylindre intérieur adimensionnelle ( $r_i^* = r_i/D_h$ )	-
$r_e^*$	: Rayon du cylindre extérieur adimensionnelle ( $r_e^* = r_e/D_h$ )	-
$Re$	: Nombre de Reynolds	-
$t$	: Temps	$(s)$
$t^*$	: Temps adimensionnel ( $t^* = v_0 t / D_h$ )	-
$T$	: Température	$(K)$
$T^*$	: Température adimensionnelle $\left( T^* = \frac{(T - T_0)}{(q_w D_h / k_{nf})} \right)$	-

$u$	: Composante radiale de la vitesse	(m/s)
$u^*$	: Composante radiale de la vitesse adimensionnelle ( $u^* = u/v_0$ )	-
$v$	: Composante axiale de la vitesse	(m/s)
$v^*$	: Composante axiale adimensionnelle de la vitesse ( $v^* = v/v_0$ )	-
$V_0$	: vitesse axiale moyenne à l'entrée du conduit	(m/s)
$w$	: Composante azimutale de la vitesse	(m/s)
$w^*$	: Composante azimutale de la vitesse adimensionnelle ( $w^* = w/v_0$ )	-
$z$	: Coordonnée dans la direction axiale	(m)
$z^*$	: Coordonnée axiale adimensionnelle ( $z^* = z/D_h$ )	-

### Symboles Grecs

$\alpha$	: diffusivité thermique	(m <sup>2</sup> /s)
$\beta$	: coefficient d'expansion thermique	(1/K)
$\Delta$	: interval fini	-
$\theta$	: coordonnée dans la direction azimutale	(rad)
$\mu$	: viscosité dynamique	(kg m/s)
$\nu$	: viscosité cinématique	(m <sup>2</sup> /s)
$\rho$	: masse volumique	(kg/m <sup>3</sup> )

### Indices

N, S	: nœuds nord et sud respectivement
E, W	: nœuds est et ouest respectivement
T, B	: nœuds haut et bas respectivement
n, s	: face nord et sud du volume de contrôle typique respectivement
nf	: nanofluide
hnf	: hybrid nanofluid
e, w	: face est et ouest du volume de contrôle typique respectivement
t, b	: face haut et bas du volume de contrôle typique respectivement
P	: référence au nœud P d'un volume fini typique
u	: décalage de maillage suivant la direction radiale
w	: décalage de maillage suivant la direction azimutale
v	: décalage de maillage suivant la direction axiale
i	: relatif au nœud considéré

i+1 : relatif au nœud en amont du nœud considéré

i-1 : relatif au nœud en aval du nœud considéré

### Exposants

\* : variable adimensionnelle

1 : désigne l'instant ( $t$ )

0 : désigne l'instant ( $t - \Delta t$ )

### Nombres sans dimension

$Re_{nf}$  : nombre de Reynolds  $Re_{nf} = \frac{\rho_{nf} v_0 D_h}{\mu_{nf}}$

$Pr_{nf}$  : nombre de Prandlt  $Pr_{nf} = \frac{\mu_{nf} C_p}{k_{nf}}$

$Ri_{nf}$  : nombre de Richardson  $Ri_{nf} = \frac{Gr_{nf}}{Re_{nf}^2}$

$Gr_{nf}$  : nombre de Grashof  $Gr_{nf} = \frac{g \beta_{nf} q_w D_h^4}{k_{nf} \nu_{nf}^2}$

$Nu(\theta, z)$  : nombre de Nusselt local  $\left( Nu(\theta, z) = \frac{h(\theta, z)d}{K} \right)$

$Nu(z)$  : nombre de Nusselt local axial moyen circonférentiel  $\left( Nu(z) = \frac{h(z)d}{K} \right)$

$Nu_{moy}$  : nombre de Nusselt moyen

# Introduction générale

Récemment, des progrès importants se font dans un domaine de recherche fascinant de la physique : c'est *la nanophysique* qui brasse un large éventail de la physique, la nanophysique connaît un développement étal'échelle du nanomatériau et de la nanotechnologie. Les nanoparticules représentent aujourd'hui un enjeu technologique et économique majeur. Elles permettent des innovations très prometteuses dans de nombreux domaines fondamentaux tels que : la santé, l'énergétique et l'industrie... Les nanofluides tiennent déjà une place privilégiée concernant à titre d' exemple des fluides traditionnels (Eau, Ethylen glycol, etc.....).

Le transfert thermique au sein des nanofluides ouvre depuis plusieurs années un portail de recherche important pour les études expérimentales, analytiques et numériques menant ce domaine à des publications liées à l'utilisation des nanofluides comme des fluides actifs. La présence des nanoparticules dans le fluide traditionnel améliore le transfert thermique d'une manière remarquable par rapport à un fluide traditionnel. Ainsi, l'étude expérimentale de **Ding et al.**[1] montre que l'addition de faibles concentrations des nanoparticules entraîne une augmentation du coefficient d'échange convectif par rapport au cas du fluide monophasique de l'ordre 350%. Resultats montrent une dispersion entre les valeurs mesurées de certaines propriétés thermiques (tels que la viscosité, la conductivité et le coefficient de transfert de chaleur) et celles prédites théoriquement **Wang et Mujumdar.**[2]

La convection mixte dans les espaces annulaires est un phénomène considérable dans les systèmes de l'ingénierie comme c'est une géométrie ordinaire et essentielle pour l'écoulement du fluide. Cette géométrie annulaire a beaucoup d'applications dans l'ingénierie tel que les échangeurs de chaleur, le refroidissement du centre des réacteurs nucléaires, les systèmes de stockage thermiques, les systèmes d'énergies solaire, chaudières, refroidissement des appareils électroniques, isolement thermique, et les systèmes de climatisations **Mohammed et al.**[3].

La convection mixte dans des conduits cylindriques annulaires munis d'ailettes placées à l'intérieur des conduites, elles sont directement immergés dans le fluide, ce qui cause une

augmentation des pertes de charge ainsi l'augmentation du transfert thermique. Dans les études rencontrées dans la littérature **Arbaban et al.[4]**, le manque de recherche et de travaux sur l'utilisation des Nanofluides dans l'écoulement à travers les conduits cylindriques équipés d'ailettes. C'est la raison pour laquelle nous avons opté d'inscrire notre projet de thèse dans ce cadre, en vue d'ouvrir cette technologie (nanofluide) à une éventuelle application plus large.

L'objectif de ce travail est l'extension de notre mémoire de Magister **Benkhedda[5]** réalisé au Laboratoire du Physique Énergétique de l'Université Frère Mentouri Constantine 1, et une suite d'un travail de recherche initié et développé par **[6, 7]**, et traduit par une thèse de Doctorat d'État de **Boufendi [8]** réalisée au Laboratoire du Physique Énergétique de l'Université Frères Mentouri Constantine.

Les travaux effectués dans le cadre de cette thèse afin de contribuer au progrès dans la recherche de ce domaine. Pour rappeler, il s'agit d'une étude numérique des phénomènes de transfert et d'écoulement d'un nanofluide dans un conduit cylindrique annulaire horizontal a été étudié. La paroi du conduit extérieur est maintenue à un flux de chaleur constant. Tandis que le conduit intérieur est parfaitement isolé sur sa face intérieure. L'écoulement est en régime laminaire hydrodynamique et thermiquement établis. Le nanofluide est de type Newtonien incompressible et obéit à l'approximation de Boussinesq. Il se présente avec un profil de vitesse et température constantes. Un modèle physique avec des propriétés thermophysiques constantes a été parfaitement numériquement étudié. L'algorithme **SIMPLER** a été utilisé avec une discrétisation spatio-temporelle du second ordre.

Premier chapitre de la présente thèse est consacré à une revue bibliographique contenant une grande partie des travaux effectués dans la littérature basée sur la convection avec écoulement du nanofluide.

Dans le deuxième chapitre, tout d'abord, nous allons montrer le modèle physique. Ensuite, nous allons attribuer une formulation mathématique du problème en question. Les systèmes d'équations gouvernant l'écoulement du nanofluide et les conditions aux limites de la convection mixte dans un conduit cylindrique annulaire sans ailettes. Enfin, nous allons décrire la géométrie concernant un conduit cylindrique annulaire muni d'ailettes longitudinale identique attaché sur la face intérieure du cylindre extérieur ainsi que les équations de conservation de la masse, de quantités de mouvement, de l'énergie et les conditions aux limites appropriées. Les propriétés thermophysiques ( $\rho$ ,  $\mu$ ,  $k$ , ...etc) indépendantes de la température.

Dans le troisième chapitre, Nous allons résoudre numériquement et les équations au dérivé partiel gouvernant l'écoulement du nanofluide et les conditions aux limites appropriées par la méthode des volumes finis. L'influence du maillage suivant les directions radiale, axiale est azimutale. La validation du code et le choix des paramètres numériques constituent la dernière partie de ce chapitre.

Dans le quatrième chapitre nous présenterons les résultats obtenus concernant la convection forcée et mixte laminaire dans un conduit cylindrique annulaire sans ailettes et avec ailettes longitudinales à des propriétés thermophysiques constantes. Les nanofluides utilisés dans ce travail tels que (Ag/eau), (Cu/eau), (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau), (TiO<sub>2</sub>/eau) et (CuO/eau).

En premier lieu, nous allons nous baser sur les champs dynamiques et thermiques comme la vitesse axiale, la vitesse radiale, la température moyenne et la température de paroi, le nombre de Nusselt axial et moyen.

En dernier lieu, nous allons conclure notre étude par un récapitulatif des différentes étapes abordées dans tous les chapitres ainsi que par une synthèse des importants résultats obtenus toute au long de notre recherche, ainsi qu'une présentation des perspectives ultérieures.



# Chapitre I

# Étude Bibliographique

## I.1 Les nanofluides

### I.1.1 Introduction

L'amélioration des caractéristiques thermiques du liquide a été réalisée par l'addition des particules solides de taille micrométrique dans un fluide de base. La première étude analytique de **Maxwell** [9] montre qu'il est possible d'augmenter la conductivité thermique avec la présence de ces particules de taille micrométrique ou même des dimensions millimétriques. Mais ces particules ont causé plusieurs problèmes tels que l'abrasion, colmatage, et les chutes de pression. Tous ces problèmes ont été résolus par l'utilisation des particules solides de taille nanométrique dispersées uniformément et suspendues de manière stable dans les liquides conventionnels. Au cours de la dernière décennie la technologie de produire des nanoparticules de taille nanométrique a été améliorée et un nouveau type de mélange solide-liquide de petite quantité des nanoparticules solides (généralement inférieure à 100 nm) apparu est appelé **Nanofluide**.

le terme **Nanofluide** est défini comme (**nanoparticule suspendue dans un fluide**) a alors été introduit la première fois par **Choi** [10] en (1995) au Laboratoire National d'Argonne en U.S. American. Pour décrire cette nouvelle classe du transfert thermique en utilisant des fluides basé sur la nanotechnologie qui montre des propriétés thermophysiques meilleures à ceux de leurs fluides de base.

Les nanofluides sont la suspension des particules de taille nanométriques ( $< 100nm$ ) comme des oxydes métalliques à titre d'exemple, l'oxyde de cuivre  $CuO$ , l'oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$ , l'oxyde de Titanium  $TiO_2$ , l'oxyde de Silicium  $SiO_2$  ou des nanoparticules métalliques comme le Cuivre  $Cu$ , l'Argent  $Ag$ , l'aluminium  $Al$ , ou des nanotubes de carbones de type multi-feuilles (MWNTCs) ou de type single-feuille (SWNTC) dans des fluides de base, tels que l'eau, l'huile, l'éthylène glycol ( $EG$ ), et un mélange 50%-

50% de (*eau* – *EG*). [11] . La conductivité thermique des fluides conventionnel est très faible par rapport à celle des particules solides (Tableau I-1). Sur cette base, pour améliorer la conductivité thermique effective du mélange d'une manière remarquable, l'addition des particules solides nanométriques dans un fluide de base est fortement recommandée. Par exemple, la conductivité thermique de l'argent (*Ag*) à la température ambiante est 700 fois plus grande que celle de l'eau et environ plus de 1700 plus grande que celle de l'Éthylène glycol (*EG*), l'Oxyde d'Aluminium est 65 fois plus grande que celle de l'eau et environ 158 fois par rapport à celle de l'Éthylène glycol (*EG*). (Voir le tableau I-1)

**Tableau I-1** : Conductivité thermique des différents fluides et matériaux usuels à température 300K [12]

Matériaux	Les formes des nanoparticules	Conductivité thermique [W/mK]
Solides métalliques	Cuivre ( <i>Cu</i> )	401
	Aluminium ( <i>Al</i> )	237
	Argent ( <i>Ag</i> )	429
	Fer ( <i>Fe</i> )	79
	Nickel ( <i>Ni</i> )	158
	Or ( <i>Au</i> )	317
Oxydes métalliques	Oxyde d'aluminium ( $Al_2O_3$ )	40
	Oxyde de Titane ( $TiO_2$ )	8.9538
	Oxyde de Cuivre ( $CuO$ )	17
	Brique rouge	60
Les Carbones	Nanotube de carbone	2000-3000
	Diamant	2300
	Graphite	110-190
	Fullerènes	0.4
Liquides métalliques	sodium	72.3
Liquides non métalliques	Eau	0.613
	Éthylène glycol	0.253
	Huile de moteur	0.145
	Glycérol	0.289

### I.1.2 Méthodes de synthèse et fabrication des nanoparticules

Les nanomatériaux manufacturés et destinés à des usages industriels peuvent être synthétisés selon deux approches différentes. Nous différencions la méthode dite « ascendante » (en anglais bottom-up) et la méthode dite « descendante » (top-down).

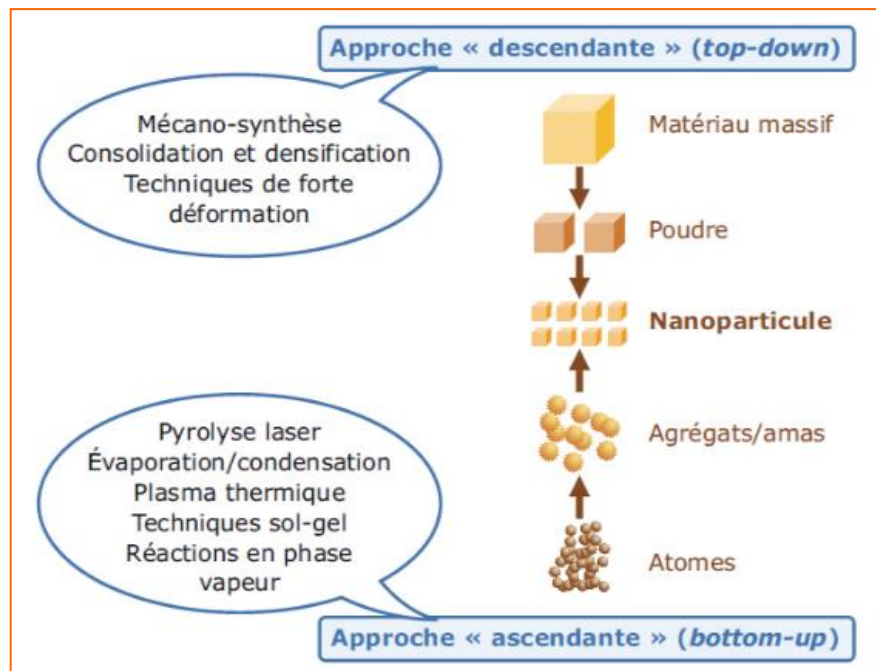
- L'approche « ascendante » vient des laboratoires de recherche et des nanosciences. Elle consiste à construire les nanomatériaux atome par atome, molécule par molécule ou

agrégat par agrégat. L'assemblage ou le positionnement des atomes, des molécules ou des agrégats s'effectuent de façon précis, contrôlés et exponentiels, permettant ainsi l'élaboration de matériaux fonctionnels dont la structure est complètement maîtrisée.

- L'approche « descendante » est issue de la microélectronique. Elle consiste à réduire et plus précisément à miniaturiser les systèmes actuels en optimisant les technologies industrielles existantes. Les dispositifs ou les structures sont ainsi graduellement sous-dimensionnés ou fractionnés jusqu'à atteindre des dimensions nanométriques. Le broyage à haute énergie est l'une des principales techniques utilisées dans cette approche actuellement. Les deux approches tendent à converger en termes de gamme de tailles des objets.
- L'approche « bottom-up » semble néanmoins plus riche en termes de type de matière, de diversité d'architecture et de contrôle de l'état nanométrique alors que l'approche « top-down » permet d'obtenir des quantités de matière plus importantes mais le contrôle de l'état nanométrique s'avère plus délicat.

Les procédés actuels permettant la fabrication de nanomatériaux sont classés en trois grandes catégories **la figure I-1** montre quelques techniques des différents procédés par la voie physique, chimique et mécanique.

L'approche « ascendante » fait appel à des procédés d'élaboration chimiques et physiques alors que l'approche « descendante » induit, principalement, l'utilisation de méthodes mécaniques.



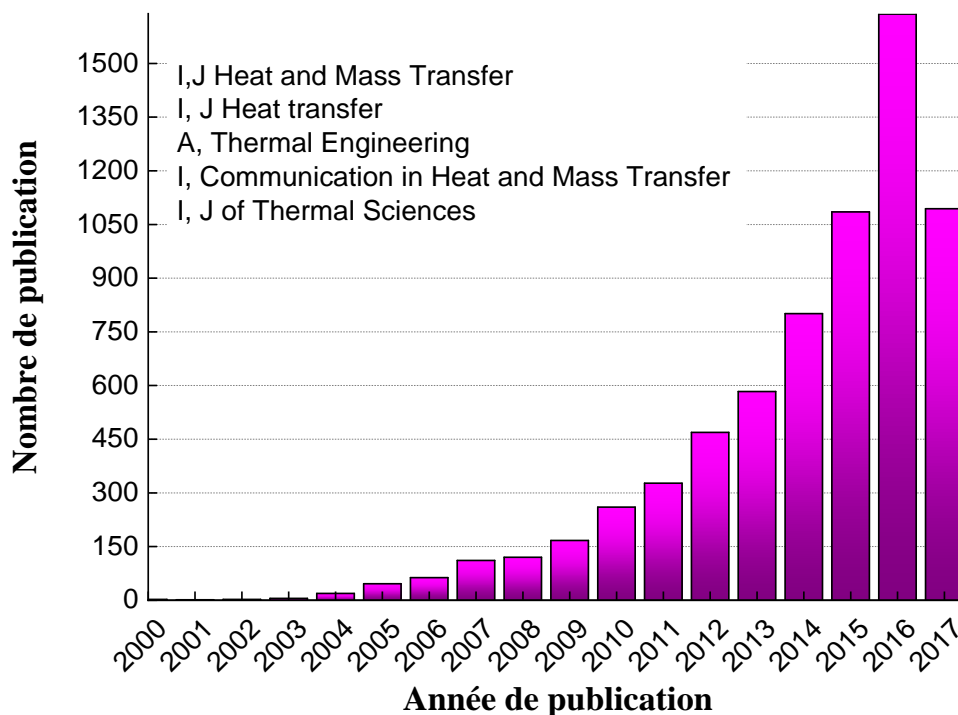
**Figure I-1 :** Schéma de diverses approches de préparation de nanoparticules[13]

### I.1.3 Progression des recherches effectuées sur les nanofluides

Les recherches qui ont été faites au cours de ces dernières années montrent l'importance de l'utilisation des nanofluides. Dans cette étape, nous intéressons aux études qui traitent l'écoulement des nanofluides dans des conduits particulièrement les cylindres annulaire. La progression des recherche présentées dans le **tableau I-2**, les types et le nombre des publications présentés dans **la figure I-2**. L'évolution des travaux de recherche effectuée par des publications sur les nanofluides jusqu'au février 2017. Ces résultats sont obtenus à partir de la base des données SCOPUS.

**Tableau I-2 :** Type et nombre de publications sur les nanofluides dans la base de données de SCOPUS

Type de publications	Nombre de publications
Journal articles	11457
Conférences procédés	1636
Série livres	407
Livres	160
Publications commerce	18



**Figure I-2 :** Annuelle publication des nano-fluides dans la base de données SCOPUS de 2000 à 2017 recouvré par le mot-clé nanofluid

## I.2 Revue bibliographique

Dans la littérature, l'étude du transfert thermique par convection de l'écoulement du nanofluide réalisée par deux principales approches différentes et afin de montrer la différence, nous avons à présenter les différentes définitions :

### I.2.1 L'approche monophasique (single phase)

#### a. Modèle monophasé homogène (SPM)

Ce modèle est le plus basique où la conductivité dynamique et la viscosité dépendent uniquement de la fraction volumique du nonoparticule. Il suppose que la phase liquide et la phase solide (les nanoparticules solides) sont en équilibre thermique avec une vitesse relative nulle (égale zéro) et de même température. Les glissements entre les deux phases négligeables. La conductivité thermique et la viscosité sont définies :

$$k_{eff} = k_{nf}$$

$$\mu_{eff} = \mu_{nf}$$

### b. Modèle monophasé Brownian (SBM)

Pour le modèle monophasé avancé tel que le modèle Brownien, le nanofluide est supposé être un milieu homogène. Cependant l'effet du mouvement Brownien qui pourrait être non homogène, représenté à l'aide des termes supplémentaires dans des propriétés efficaces pour augmenter la précision de ce modèle. Il est supposé que les propriétés thermo-physiques du nanofluide sont influencé par le mouvement Brownien des particules [14]. Tandis que ce modèle se compose de deux parties; une partie statique (nanoparticule stationnaire) et une partie dynamique (effet du mouvement Brownien) la conductivité thermique effective et la viscosité dynamique effective comme suit:

$$k_{eff} = k_{nf} + k_{br}$$

$$\mu_{eff} = \mu_{nf} + \mu_{br} = \mu_{nf} + \frac{k_{br}}{k_{bf}} \times \frac{\mu_{br}}{Pr_{bf}}$$

$$k_{nf} = \mu_{static}$$

### c. Modèle monophasé Brownian (SDM)

Le nanofluide peut être supposé se comporter comme un fluide à une seule phase, la vitesse de glissement entre les particules fluides et les particules solides ne peut pas être zéro. Les nanoparticules tendront à avoir des mouvements irréguliers. Puisque le mouvement aléatoire des nanoparticules au cours de l'écoulement améliore le transfert de chaleur et le taux d'échange d'énergie. Le modèle de dispersion monophasée (SDM) a été initialement proposé par **Xuan et al** [15] démontrant que l'effet du mouvement chaotique des nanoparticules dans un écoulement nanofluide pourrait être modélisé similaire à une dispersion de modèle poreux développé par **Mokmeli et al** [16]. Par conséquent, le modèle monophasé homogène peut être modifié en tenant compte l'effet de dispersion thermique pour obtenir une meilleure précision.

$$k_{eff} = k_{nf} + k_{disp}$$

$$\text{Xuan[15]: } k_{disp} = C_1 (\rho c_p)_{nf} \phi u R$$

$$\text{Mokmeli[16]: } k_{disp} = C_2 (\rho c_p)_{nf} \phi \frac{\partial u}{\partial r} \frac{R}{d_p}$$

$$\mu_{eff} = \mu_{nf} + \mu_{disp}$$

$$\mu_{disp} = \frac{k_{disp}}{Cp_{disp}} Pr_{disp}$$

Avec  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes empiriques,  $u$  et  $R$ , la vitesse dans la direction axiale, le diamètre du conduit.

Quand  $C_1$  ou  $C_2$  sont mis à zéro, les deux modèles sont réduits au modèle monophasé homogène.

## 1.2.2 L'approche biphasée (two phase)

### a. Modèle Volume de Fluide (VOF)

La méthode VOF est une méthode qui a été introduite par [17] en 1981 qui a utilisé pour la simulation d'écoulement entre plusieurs phases non miscibles. Il s'agit d'une méthode Eulérienne à un seul (1) fluide, et elle est particulièrement adaptée dans le cas d'écoulement à interfaces fortement déformées, puisqu'elle permet de suivre la position de l'interface dans un maillage fixe.

### b. Modèle Mélange Eulérien (EMM)

Dans la méthode EMM, les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues pour le mélange monophasé et les vitesses des deux phases sont déterminées par des corrélations empiriques.

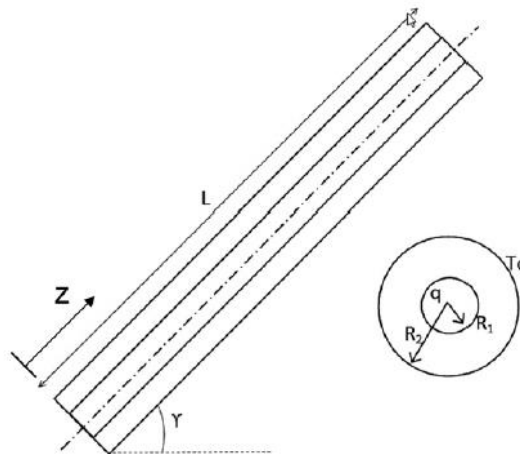
### c. Modèle Eulérien-Eulérien (EEM)

Dans la méthode EEM, l'équation de quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues pour chaque phase indépendante. Les interactions entre les phases sont définies par des termes supplémentaires qui représentent l'élan et l'échange de chaleur entre les phases.

**Islam et al [18]** étudie numériquement le transfert thermique par convection mixte d'un écoulement laminaire dans un conduit annulaire horizontal entre deux cylindres concentriques où la paroi intérieure est maintenue à un flux de chaleur constant tandis que la paroi extérieure adiabatique. Les équations de base sont discrétisées par la méthode des volumes finis avec la procédure de l'algorithme SIMPLE. Les résultats obtenus pour les nombre de Prandtl variant de (0.7–5.42), un nombre de Reynolds (200–1000), un nombre de Rayleigh ( $10^4$ – $10^8$ ) et un rapport de rayon  $R$  variant (1.5–10) qui sont validés avec les résultats numériques trouvés par [19] et les résultats expérimentaux obtenus par [20] montrent

que l'écoulement secondaire dû à la force de flottabilité est plus intense dans la partie supérieure de la section transversale. Pour les deux nombre de Rayleigh  $10^5$  et  $10^7$ , le nombre de Nusselt à  $z_i = 0.1$  est environ 30% et 110% plus grand que le cas de la convection purement forcée. Le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du rapport du rayon  $R$  et que à  $z_i = 0.1$  et un rapport de rayon  $R=10$  il est plus grand de 120% que le nombre de Nusselt à  $R=1.5$ . Le nombre de Nusselt augmente avec la diminution du nombre de Prandtl.

**Mina shahi et al [21]** ont étudié numériquement la convection naturelle pour un écoulement laminaire de transfert thermique conjugué d'un nanofluide (Cu-water) dans un conduit annulaire avec une source de chaleur dans le cylindre intérieur et un cylindre extérieur adiabatique. Les deux extrémités du tube sont supposés adiabatiques, **figure I.3**. Les équations gouvernantes sont résolus par la méthode des volumes finis avec l'algorithme SIMPLE, le maillage utilisé  $51 \times 53 \times 91$ . Les paramètres de contrôles :  $Ra = 10^5$  jusqu'à  $Ra = 10^8$  et fraction volumique allant de 0% à 5%. Les résultats obtenus montrent que ; quand la concentration volumique augmente cause une augmentation sur le nombre de Nusselt moyen , par contre cause une diminution sur la température moyenne. Pour un nombre de Rayleigh élevé l'effet de l'augmentation de la fraction volumique sur le nombre de Nusselt moyen est plus important. L'effet de l'angle d'inclinaison montre que le maximum du nombre de Nusselt et le minimum de la température moyen correspondant à l'angle  $\gamma = 0$  .



**Figure I-3 : Géométrie du problème [21]**

**Abu-Nada et al [22]** étudie numériquement l'effet de viscosité et de conductivité thermique du nanofluide ( $eau / Al_2O_3$ ) variables pour améliorer le transfert de chaleur par convection naturelle dans un espace annulaire horizontal combiné avec écoulement laminaire. Le nanofluide est incompressible et ils (particules solides et particules fluides) sont en



équilibre thermique. Différentes conductivités et le modèle expérimentale de viscosité [23] sont utilisés dans ce travail. Les équations de base sont discrétisées par la méthode des volumes finis au second ordre et un schéma de différence centré avec un schéma upwind pour la stabilité, le maillage testé  $61 \times 61$  qui garantissent une solution indépendante pour les deux cas. Les résultats obtenus dans ce travail montrent que pour  $Ra = 10^4$  et  $\phi > 5\%$ , le nombre de Nusselt moyen réduit avec l'augmentation de la fraction volumique des nanofluides. Mais l'influence des nanoparticules est moins marquée à des faibles concentrations volumiques où un doute dans le nombre de Nusselt est remarqué pour  $Ra = 10^3$  et  $\phi \leq 5\%$ . Le nombre de Nusselt moyen est amélioré par l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules. D'une manière générale, pour  $Ra \geq 10^4$  le nombre de Nusselt est brisé partout autour de la surface du cylindre en particulier le taux d'expansion élevé. Toutefois cette réduction est seulement limitée à certaines régions autour de la surface du cylindre à  $Ra = 10^3$ . Pour  $Ra \geq 10^4$  la différence de [9] et [24] la prédiction du modèle est faible. Cependant, il ya un écart à  $Ra = 10^3$  et cette déviation devient plus importante à haute fraction volumique des nanoparticules. Les modèles de viscosités de [25] et [26] donnent des prédictions complètement différentes pour  $Ra \geq 10^4$  où la différence dans la prévision du nombre de Nusselt pourrait plus que 30%. Cependant, cette différence se réduit à moins de 10% à  $Ra = 10^3$ .

$$\text{Modèle de viscosité proposé par Brinkman [26] : } \mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1-\phi)^{2.5}}$$

**Izadi et al [27]** Ont étudié numériquement la convection forcée laminaire bidimensionnelle d'un nanofluide (*eau / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>*) dans un espace annulaire horizontal entre deux cylindres concentriques. Les équations de continuité, quantité de mouvement et de l'énergie sont discrétisées par la méthode des volumes finis avec la procédure SIMPLE introduite pour le couplage vitesse-pression. Le maillage utilisé est  $250 \times 25$  suivant la direction axiale et radiale. L'étude à effectuer pour deux nombres de Reynolds 100 et 900, une fraction volumique variant de 0% à 5%, le diamètre du solide  $25 \text{ nm}$ , deux rapports de flux de chaleur ( $q_o/q_i$ ) de 0.5 à 1. Les résultats obtenus montrent que le profil de vitesse n'a pas eu de changement remarquable avec l'augmentation du fraction volumique. Pour les nanofluides avec une fraction volumique élevée le coefficient du transfert de chaleur augmente, cette augmentation est plus importante pour les petits rapports de flux de chaleur ( $q_o/q_i$ ). Pour un nombre de Reynolds inférieur l'augmentation du fraction volumique

provoque une augmentation remarquable sur le coefficient de frottement le long du conduit. Tandis que pour les grands nombres de Reynolds l'effet est moins important, puisque la variation de température du fluide le long du conduit n'est pas considérable avec les grands nombres de Reynolds mais elle peut influencer la variation de la viscosité qui est considérée comme une fonction de température. Dans ce travail ils ont utilisé pour la conductivité thermique la corrélation de [24] et pour la viscosité le corrélation de [28].

**Sultan [29]** a fait une étude théorique sur la convection mixte combinée avec écoulement laminaire d'un nanofluide entre deux cylindres concentriques inclinés. **La figure I.4.** Trois différents nanoparticules sont utilisés, le cuivre (Cu), l'argent (Ag) et l'oxyde de Titanium  $TiO_2$ . Il suppose que le fluide de base (l'eau) et les nanoparticules sont en équilibre thermique et sans glissement. La dissipation et le travail induit par les forces de pression sont négligés. Une approche monophasée (SPM) et les particules solides ultrafines (<100 nm). Le cylindre extérieur est considéré adiabatique tandis que pour le cylindre intérieur deux cas à savoir : température constante imposé. Flux de chaleur constant. L'équation de conservation de l'énergie est résolue par la méthode (ADI). Tandis que les équations de mouvement et de continuité ont été combinées pour obtenir la formule de correction de la pression [30]. Le maillage utilisé est  $61 \times 61$  suivant la direction axiale et radiale, les paramètres de contrôle Ra allant de  $10^3$  à  $10^6$ , le nombre de Reynolds 200 à 400, la fraction volumique variant de 0.5% à 4% avec une variation de l'angle d'inclinaison :  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$ , le pas de temps  $\Delta t = 10^{-5} s$ , les résultats obtenues montrent :

- Pour  $Re=400$ ,  $Ra = 10^5$  et  $\phi = 4\%$  pour les inclinaisons  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  et  $90^\circ$  le nombre de Nusselt il est plus important dans le cas d'un tube horizontal et pour le cas d'une température imposée (CWT) par rapport au flux de chaleur constant(UHF).
- Le type de nanofluide est un facteur clé pour l'amélioration du transfert de chaleur. les valeurs les plus élevées au plus bas de nombre de Nusselt sont obtenus pour **Ag (20nm)**, **Cu (30nm)** et **TiO<sub>2</sub> (50nm)** nanoparticules respectivement.
- Les nanoparticules métalliques donnent un transfert thermique très remarquable par rapport aux nanoparticules non métalliques (oxydes) en raison de la conductivité thermique.

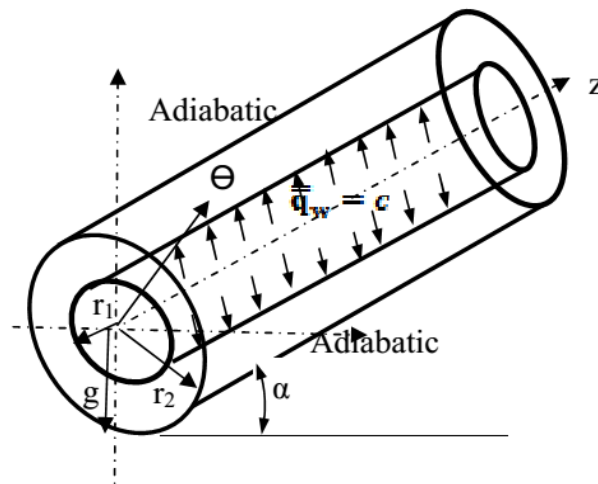
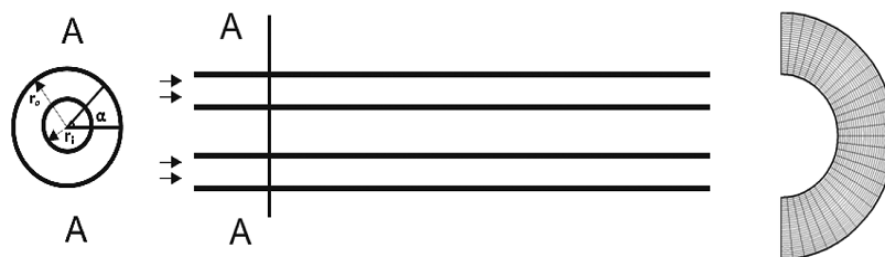


Figure I-4 : Géométrie du problème étudié [29]

Izadi et al [31] réalisé une étude numérique sur un écoulement laminaire avec convection mixte d'un nanofluide (*eau / Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>*) dans un espace annulaire horizontal, les deux cylindres intérieur et extérieur sont maintenues à deux flux de chaleur constants  $q_i$  et  $q_o$ , **La figure I.5.** Les particules fluides et les particules sont en équilibre thermique et sans glissement. La dissipation et le travail de pression sont négligés, une approche monophasée, des particules solides ultrafine (<100 nm). Les équations de continuité, de quantité de mouvement et de l'énergie sont discrétisées par la méthode des volumes finis avec la procédure SIMPLE introduite pour le couplage vitesse-pression. Le maillage utilisé est  $120 \times 27 \times 30$  suivant les directions axiale radiale et azimutale. Le nombre de Reynolds et le diamètre du nanoparticule sont fixés à 500 et 25nm respectivement. Tandis que les trois autres paramètres, le nombre de Richardson Ri varie de 0.1 à 5, la fraction volumique varie de 0% jusqu'à 5%, les résultats obtenus montrent :

- La vitesse adimensionnelle axiale à faible augmentation sur le côté au dessus du cylindre annulaire tandis qu'elle diminue sur le côté au dessous avec changement remarquable avec l'augmentation du fraction volumique,
- Le nombre de Richardson n'a aucune influence sur le coefficient de frottement, mais il est dépendant directement de coefficient de transfert de chaleur.
- On général, pour un nombre de Richardson donné, les forces de flottabilité des parois deviennent plus forte avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules et accélère le nanofluide vers le haut près des parois.



**Figure I-5** : Géométrie du problème étudié, coupes transversale et longitudinale [31]

**Xue et al [32]** ils ont présenté une étude théorique pour dériver une corrélation de conductivité thermique du nanofluide ( $\text{eau}/\text{Al}_2\text{O}_3$ ), les modèles théoriques dépendent seulement sur la conductivité thermique du fluide, du particule solide et la fraction volumique. Mais il n'a pas tenu compte de la taille, l'interface entre les particules solides et les particules fluide [33]. Grâce à l'existence de la couronne sur l'interface des particules fluides, ils ont montré que le fluide se comporte comme une nanoparticule complexe dispersée dans un fluide. Sur cette considération, ils ont obtenu le modèle de conductivité thermique du nanofluide. L'application du nouveau modèle pour analyser la dépendance de la taille montre que la conductivité thermique du nanofluide à une augmentation rapide avec la diminution de la taille du nanoparticule, donne un bon accord avec les résultats expérimentaux de [34]. Ainsi que les résultats théoriques obtenus pour une couronne qui donnent un bon accord avec les résultats expérimentaux trouvés avec des nanofluides ( $\text{eau} / \text{CuO}$ ) et ( $\text{EG} / \text{CuO}$ ).

Le nouveau modèle de conductivité thermique qui a été obtenu:

$$\left(1 - \frac{\varphi}{\alpha}\right) \frac{k_e - k_m}{2k_e - k_m} + \frac{\varphi}{\alpha} \frac{(k_e - k_2)(2k_2 + k_1) - \alpha(k_1 - k_2)(2k_2 + k_e)}{(2k_e + k_2)(2k_2 + k_1) + 2\alpha(k_1 - k_2)(k_2 - k_e)} = 0$$

$$\alpha = \frac{k_2}{k_m}$$

$k_m$  : La conductivité thermique du fluide.

$k_m$  : La conductivité thermique de la nanoparticule sphérique de rayon R.

$k_2$  : La conductivité thermique de la coquille sphérique d'épaisseur t.

**Akbari et al [35]** ils ont étudié la convection mixte d'un régime complètement développé d'un nanofluide ( $\text{eau} / \text{Al}_2\text{O}_3$ ) dans un conduit cylindrique incliné soumis à un flux pariétal constant. Le conduit de longueur  $L=1.96\text{m}$  et de diamètre  $D=0.02\text{ m}$ , Trois angles d'inclinaison sont utilisés :  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  et  $75^\circ$ . Le nombre de Reynolds fixé à 300 avec deux

nombres de Grashof  $5 \times 10^4$  et  $7 \times 10^5$ , la fraction volumique variant de 0, 2 et 4%. Le maillage est de 180, 40 et 20 respectivement, direction axiale, radiale et circonférentielle. La procédure numérique de base utilisée est l'algorithme SIMPLEC. La méthode numérique utilisée pour résoudre les équations gouvernantes est la méthode des volumes finis. Les résultats obtenus pour une corrélation de conductivité thermique du nanofluide de [36] et une viscosité du nanofluide (eau /  $Al_2O_3$ ) proposé par [37]. Les résultats atteints montrent que la concentration du nanoparticule n'a pas un effet efficace sur l'écoulement secondaire ni sur le profil de la vitesse axiale. L'ajout des nanoparticules de  $Al_2O_3$  pousse l'augmentation de la conductivité thermique du fluide. Donc, la température du fluide est affecté directement par l'augmentation de la diffusivité thermique. Le coefficient de transfert thermique à une augmentation significative jusqu'au 4% de concentration volumique. L'augmentation de l'inclinaison du conduit augmente la composante axiale de la force de flottabilité et le coefficient de frottement.

Modèle théorique de conductivité thermique [36]:

$$k_{nf} = \left( \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)\phi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \phi(k_f - k_s)} \right) k_f$$

$n = 3$  est le facteur de forme

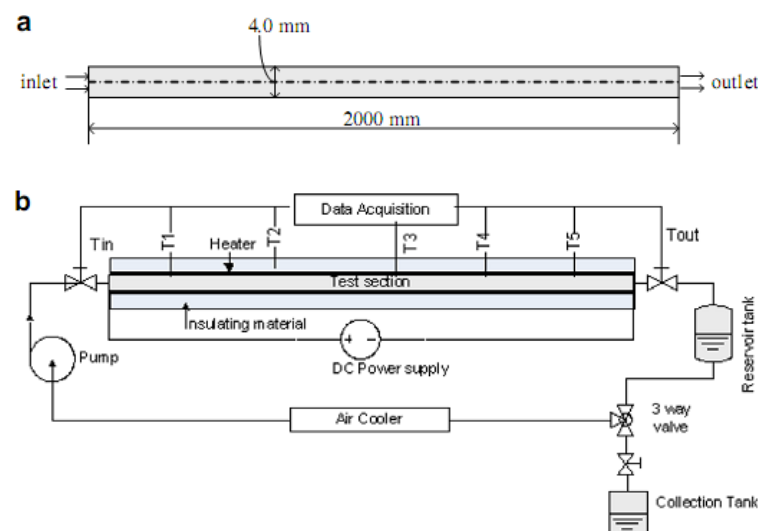
$k_s$  et  $k_f$  sont les conductivités thermiques du solide et du fluide respectivement.

Le modèle de viscosité thermique de [37] est valable pour le nanofluide oxyde métallique (eau/ $Al_2O_3$ ):  $\mu_{nf} = (123\phi^2 + 7.3\phi + 1)\mu_f$

**Abu-Nada et al [38]** ont présenté des résultats numériques pour un écoulement d'un nanofluide combiné avec convection naturelle dans un conduit cylindrique annulaire horizontal. Des différents nanoparticules tels que ( $Al_2O_3$ ,  $Cu$ ,  $Ag$ ,  $TiO_2$ ) qui sont ajoutés dans l'eau pour obtenir des différents nanofluides. Les deux cylindres intérieur et extérieur sont maintenus à deux températures constantes  $T_i$  et  $T_o$  respectivement où ( $T_o < T_i$ ). Les nombres de Rayleigh  $10^3$  à  $10^5$ , la fraction volumique de 0% à 10% et le rapport  $L/D$  varient de 0.2 à 0.8, le nombre de Prandtl 6.2.  **$T_o < T_i$**  Les équations gouvernantes sont discrétisés par la méthode des volumes finis avec une précision du second ordre. Les résultats obtenus montrent pour des grandes valeurs de Rayleigh et le rapport  $L/D$ . Une amélioration du transfert de

chaleur autour de la surface intérieure du cylindre dû à la présence du nanoparticule  $Al_2O_3$ . Pour une valeur intermédiaire de Rayleigh  $10^4$  l'effet du nanoparticule  $Al_2O_3$  sur le nombre de Nusselt est moins remarquable, en plus, une diminution a été observée pour  $L/D=0.4$  sur le nombre de Nusselt. Pour des faibles nombres de Rayleigh, la présence des nanoparticules  $Al_2O_3$  provoque une augmentation du nombre de Nusselt dans toute la région autour de la surface intérieure du cylindre.

**Davis et al [39]** ils ont étudié numériquement la convection forcée dans un tube horizontal circulaire de longueur  $L = 2m$  et de diamètre intérieur  $D = 4mm$  illustrée dans **la figure I-6**. La section de test du tube est soumise à un flux de chaleur constant sur toute la surface circonférentielle. L'écoulement à l'intérieur du tube est supposé laminaire pour un nanofluide ( $eau/TiO_2$ ) monophasique. Il ya deux modèles mathématiques qui ont été utilisés dans ce travail Euler et Lagrange. Le maillage considéré est de  $800 \times 15$  suivant les directions axiale et radiale. Les résultats obtenus pour trois fractions volumiques des nanoparticules (0.24%, 0.60% et 1.18%), et deux nombres de Reynolds (900-1500). Ils ont eu une amélioration importante concernant le transfert de chaleur particulièrement dans la région d'entrée qui donne un bon accord avec les résultats expérimentaux. Ils ont montré aussi que le coefficient de transfert convectif est bien affecté par la conductivité thermique plus que la viscosité thermique du nanofluide et la force Brownienne.



**Figure I-6 :** Représentation du système utilisé  
(a) domaine numérique (b) système expérimental [39]

**Sahriar et al [40]** ont fait une étude numérique tridimensionnelle sur la convection mixte avec écoulement laminaire du nanofluide ( $eau/Al_2O_3$ ) dans un tube de cuivre incliné. Dans cette étude l'approche bi-phasique a été mise à l'épreuve. La moitié supérieure de la

paroi du tube chauffée et la moitié restante est considérée comme adiabatique **la figure I-7**. Le cuivre est un matériau bon conducteur qui transmet l'énergie du chauffage de la partie supérieure du tube à la moitié inférieure par un mécanisme de conduction thermique. Cela pourrait aussi augmenter la température du fluide de cette région. Celui-ci pourrait générer l'écoulement secondaire pour lequel ces forces dépendent de la fraction volumique des nanoparticules. L'ensemble des équations différentielles non linéaires a été discrétisé avec la technique de volumes finis. Pour les termes convectifs et diffusifs, le schéma Upwind du second ordre a été utilisé alors que la procédure SIMPLEC a été introduite pour le couplage vitesse-pression. Les résultats obtenus pour les paramètres de contrôles, le nombre de Reynolds  $Re=300$ , différentes fractions volumiques (0,2%, 4%) et nombre de Richardson  $Ri=0.33, 1.66, \text{ et } 5$  et l'angle de l'inclinaison ( $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$  et  $60^\circ$ ) :

La flottabilité provoque l'augmentation de l'écoulement secondaire avec la fraction volumique des nanoparticules et le nombre de Richardson.

La concentration des nanoparticules n'a pas d'effet significatif sur le profil de vitesse axiale. Mais, à la grandes valeurs du nombre de Richardson pour lesquelles l'effet de l'énergie thermique est devenu plus important que l'énergie hydrodynamique. La concentration des nanoparticules pourraient affecter les profils de vitesse axiale.

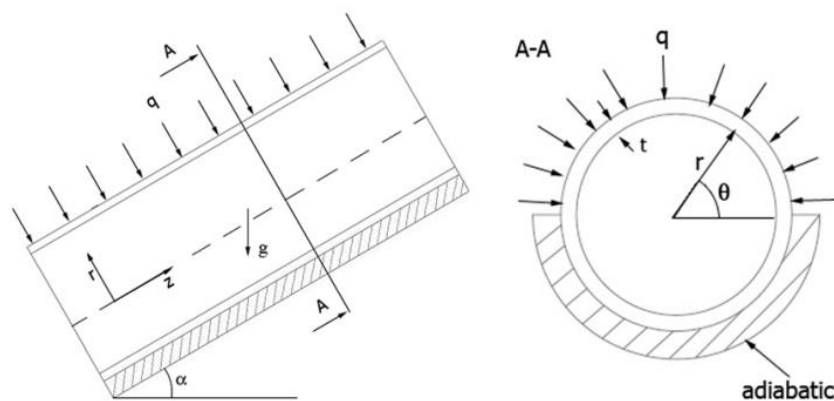
Le coefficient de transfert de chaleur est augmenté avec la fraction volumique des nanoparticules ainsi que le nombre de Richardson. La combinaison de la composante axiale et radiale des forces de poussée aérostatique peuvent déterminer l'angle d'inclinaison pour laquelle le maximum de l'amélioration de transfert de chaleur se produit.

La viscosité effective est calculée par l'équation proposé par [41] qui tient compte de l'effet de fraction volumique, la densité et les diamètres moyens des nanoparticules solides et les propriétés physiques du fluide de base:

$$\mu_{eff} = \mu_f + \frac{\rho_p \times V_b d_p^2}{72C \delta}$$

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{\pi}{6\phi} d_p} \quad , \quad V_b = \frac{1}{d_p} \sqrt{\frac{18k_b T}{\pi \rho P d_p}} \quad , \quad C = \mu_f^{-1} [(c_1 d_p + c_2) \phi + (c_1 d_p + c_2)]$$

$$c_1 = -0.000001133, \quad c_2 = -0.000002771, \quad c_3 = 0.00000009, \quad c_4 = -0.000000393$$



**Figure I-7** :Modèle mathématique du problème pris dans la référence [40]

**Shahi et al [42]** ont fait une simulation numérique d'un écoulement tridimensionnel pour étudier l'effet du nanofluide sur le transfert de chaleur par convection naturelle à travers un tube dont la paroi latérale extérieure est soumise à un chauffage. La distribution de la chaleur circonférentielle du flux donné par [43] ainsi que la paroi adiabatique **la figure I-8**. Un nanofluide (Eau/Cu) s'écoule dans le tube. La forme et la taille des particules solides sont supposées être uniformes, et leur diamètre égal à 100 nm. Ils ont supposé que la phase fluide et les nanoparticules sont en équilibre thermique, et il n'y a pas de glissement. Les propriétés des nanoparticules et des fluides sont considérées constantes. L'approximation de Boussinesq est adoptée. Les équations de base sont discrétisées par la méthode des volumes finis. Le nanofluide (*eau/Cu*) est chauffé au cours de la journée et stocké dans le réservoir de stockage. Les résultats obtenus montrent que la distribution de la chaleur produite autour du tube dépend de nombreux facteurs dont le plus important est l'angle d'inclinaison. L'étude de l'effet de l'angle d'inclinaison a indiquée que le maximum du nombre de Nusselt moyen total est obtenu pour  $\gamma = 35^\circ$ , tandis que le maximum du débit massique à la sortie augmente en fonction de l'angle d'inclinaison et de la fraction volumique de la nanoparticule solide, mais la présence des nanoparticules est plus efficace dans les petits angles d'inclinaison.

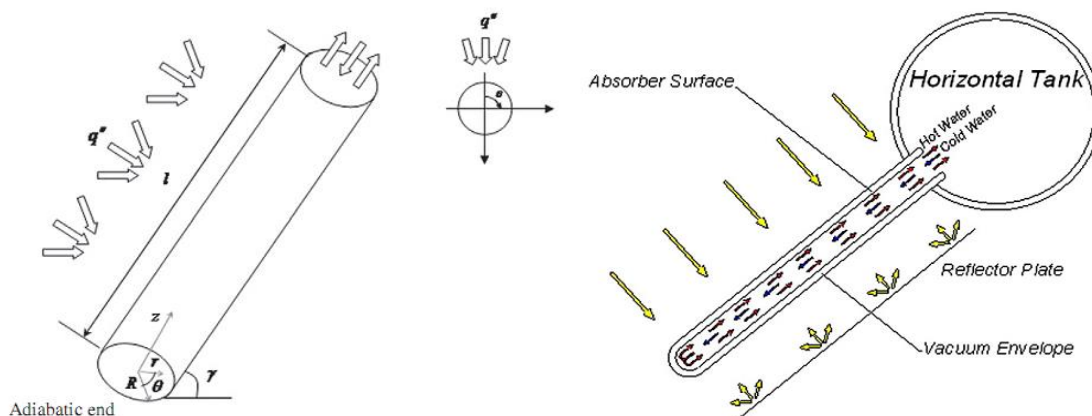
La conductivité thermique du nanofluide est donnée par [44] en fonction du nombre de Peclet :

$$\frac{k_{eff}}{k_f} = 1 + \frac{k_p A_p}{k_f A_f} + c k_p P_e \frac{A_p}{k_f A_f}$$

Le flux de chaleur imposé sur la paroi du cylindre donné par [43]:

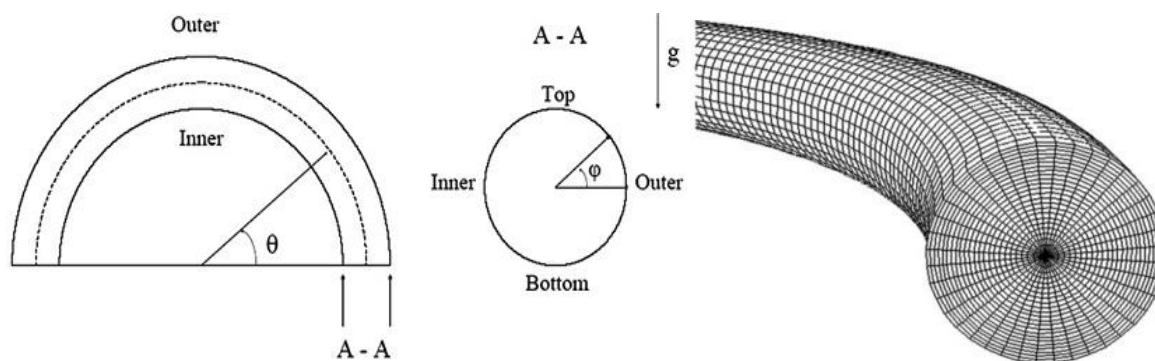


$$q''(\theta) = \begin{cases} q_m (0.16 \cos 2\theta + 0.34) & \pi/2 \leq \theta \leq \pi \\ q_m (0.41 \cos 2\theta + 0.59) & 0 \leq \theta \leq \pi/2 \end{cases}$$



**Figure I-8 :** La géométrie simplifiée du tube chauffé par le soleil (a), système d'expérience (b) [42]

Le travail présenté par [45] est une étude numérique, tridimensionnelle sur la convection mixte d'un écoulement laminaire établi d'un nanofluide (Eau /  $Al_2O_3$ ) dans un tube courbé horizontal **la figure I-9**: un flux de chaleur uniforme appliqué à l'interface solide-liquide. Les équations différentielles sont discrétisées par la méthode des volumes finis au second ordre avec procédure SIMPLEC. Le maillage considéré est de  $48 \times 40 \times 160$  suivant les directions  $r$ ,  $\theta$  et  $z$ . Les résultats obtenus pour le nombre de Reynolds varient de 300, 600 et 900, le nombre de Grashof (8000, 30000 et 640000) avec trois différentes concentrations des nanoparticules 0%, 2% et 4%, ils ont observé que la force de flottabilité augmente avec l'augmentation de la concentration des nanoparticules. Quand la force de flottabilité domine la force centrifuge, le frottement augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof. De plus, la convection naturelle a un effet négatif sur l'amélioration du transfert de chaleur en présence de la force centrifuge. Pour un nombre de Reynolds  $Re$  donné et un faible nombre de Grashof  $Gr$ , la concentration des nanoparticules n'a pas un effet considérable sur la diminution de frottement. L'augmentation de la concentration des nanoparticules a également un effet positif sur l'amélioration du transfert de chaleur à différentes combinaisons du groupe  $Re-Gr$ .



**Figure I-9 :** Modèle physique d'un tube horizontal courbé  
(a) Maillage structuré du tube courbé (b) [45]

**Kumar et al [46]** ils ont présenté un nouveau modèle théorique de conductivité thermique des nanofluides. Ce modèle est basé sur le mécanisme statistique et le mouvement Brownien basé sur le rayon critique des nanoparticules qui est validé avec des résultats expérimentaux de [47] qui sont obtenus pour des nanoparticules de taille  $38\text{nm}$  pour  $(\text{Eau}/\text{Al}_2\text{O}_3)$  et  $(\text{Eau}/\text{CuO})$  de forme sphérique montrent des résultats très proches. L'écart entre les résultats est dû à la taille des particules, la température des nanofluides et la technique de dispersion. Le présent modèle aussi est également comparé avec les modèles théoriques présentés par [36] et [48]. Ils ont conclu que la conductivité thermique est améliorée en raison de l'effet de la forme du nanoparticule et le mouvement Brownien des nanoparticules. La contribution du mouvement Brownien est uniquement importante lorsque la taille des particules est inférieure à celle de la taille critique et la fraction volumique des nanoparticules sont optimales. Ils ont ajouté aussi que le mouvement Brownien cause une augmentation sur le transfert de chaleur lorsque la taille des nanoparticules est inférieure à celle de la taille critique. Ce modèle est applicable pour les nanoparticules des tailles inférieures ou égales à la taille critique et il est valable pour une fraction volumique optimale.

**Javad et al [49]** ils ont étudié numériquement l'influence du fluide de base sur le transfert thermique du nanofluide et la diminution de pression d'un écoulement laminaire monophasé avec convection dans un conduit cylindrique de diamètre  $D = 4.57\text{mm}$  et de longueur  $L=2\text{m}$ . Le conduit est soumis à un flux de chaleur uniforme sur la paroi extérieure. Les fluides de base utilisés sont l'éthylène glycol, l'eau et un mélange (éthylène glycol-eau) afin d'avoir les nanofluides suivants:  $(\text{EG}/\text{Al}_2\text{O}_3)$ ,  $(\text{Eau}/\text{Al}_2\text{O}_3)$  et  $(\text{EG-eau}/\text{Al}_2\text{O}_3)$ . La méthode des volumes finis a été utilisée dans ce travail avec l'algorithme SIMPLER. Les paramètres de contrôle sont: le nombre de Reynolds varie ( $100 \leq \text{Re} \leq 2000$ ), la puissance varie ( $10 \leq Q \leq 400$ ) et la concentration de la nanoparticule  $0 \leq \phi \leq 0.09$ . Différentes corrélations qui

calculent la conductivité thermique. Dans la présente étude toutes les propriétés thermiques du nanofluide sont dépendues de la température. Les résultats obtenus montrent que le coefficient de transfert thermique moyen augmente avec les trois paramètres qui sont; le nombre de Reynolds, la concentration massique et la masse de l'éthylène glycol dans l'eau fluide de base. Pour une concentration volumique ( $\phi < 3\%$ ) la chute de pression du nanofluide est presque la même avec le cas du fluide de base pour une variation du nombre de Reynolds. Mais pour des grandes concentrations volumiques engendreront une chute de pression plus importante. [50] propose deux corrélations comme suit :

$$Eau / Al_2O_2 : k_{nf} / k_{bf} = 4.79\phi^2 + 2.72\phi + 1$$

$$EG / Al_2O_2 : k_{nf} / k_{bf} = 28.905\phi^2 + 2.8273\phi + 1$$

**Mirmasoumi et al [51]** ont fait une étude numérique de la convection mixte avec écoulement laminaire complètement établi d'un nanofluide constitué de l'eau et  $Al_2O_2$ . Un modèle mixte bi-phasique utilisé pour étudier l'effet de diamètre moyen des nanoparticules sur le comportement hydrodynamiques et thermiques. L'ensemble des équations différentielles non linéaires a été discrétisée avec la technique des volumes finis de second ordre avec la procédure SIMPLEC pour le couplage vitesse-pression. Les résultats obtenus pour deux paramètres de contrôle : le nombre de Reynolds  $Re = 300$  et trois nombres de Grashof qui correspondent aux trois nombres de Richardson 0.22, 1 et 1.9 ainsi que des différentes valeurs du diamètre du nanoparticule ( $d_p = 10, 40, 120$ ) et une fraction volumique fixée à  $\phi = 4\%$  :

Le code est validé avec les résultats expérimentaux trouvés par [52] et les résultats numériques présentés par [53]. Ils ont montré que l'augmentation de la fraction volumique mènera à une augmentation sur l'écoulement secondaire. Ainsi que la température devient uniforme et la vitesse maximum se situe près de l'axe du conduit. L'augmentation de diamètre moyen des nanoparticules et/ou le nombre de Grashof pourrait provoquer une distribution non uniforme pour laquelle l'approche monophasée ne serait plus pure. Ils ont montré aussi que le coefficient de transfert de chaleur convectif à une augmentation considérable lorsque le diamètre moyen des nanoparticules est petit, alors que le coefficient de frottement ne change pas.

**Lotfi et al [54]** ont fait une étude numérique comparative d'un transfert de chaleur sur la convection forcée entre trois approches ; monophasé, biphasé et biphasé Eulérien d'un écoulement turbulent et laminaire d'un nanofluide constitué de l'eau et des nanoparticules

d'oxyde aluminium ( $Al_2O_3$ ) dans un tubecylindrique horizontal de diamètre 0.01m et longueur 0.8m les propriétés thermophysiques sont indépendantes de la température avec des corrélations classiques utilisées dans ce travail. La méthode des volumes finis avec la procédure SIMPLE pour discrétiser les équations gouvernantes. Le maillage fixé à 200 et 150 nœuds sur la direction radiale et axiale pour le cas turbulent mais pour le cas laminaire 200 et 100. Les résultats obtenus pour une température à l'entrée fixée à 293K avec une vitesse uniforme. La fraction volumique variant de (1% – 7%), le nombre de Reynolds variant de  $Re(10^4 - 10^5)$  avec un flux de chaleur uniforme  $50W/cm^2$  imposé sur la paroi. Cette étude est inédite contenant une comparaison entre ces trois approches. Concernant, la validation, la précision du modèle et la procédure numérique, ils ont comparé les résultats avec les corrélations traditionnelles publiées et les résultats expérimentaux. Ces résultats pour le nombre de Nusselt montrent un bon accord avec le nombre de Nusselt donné par les différentes corrélations données par Dittus-Boelter et Gnielinski. Les résultats trouvés ont été comparés avec les résultats expérimentaux montrent aussi que le modèle biphasé est plus précis que les deux autres modèles. Alors, l'augmentation de la fraction volumique cause une diminution sur le transfert de chaleur.

La corrélation utilisée pour calculer le transfert thermique pour un écoulement turbulent dans les tubes lisses :  $Nu_d = 0.023 Re_d^{0.8} Pr^n$

Les propriétés de cette équation sont évaluées à la température moyenne du fluide et l'interprète ( $n$ ) qui a les valeurs suivantes :

- Pour chauffage du fluide  $n = 0.4$
- Pour refroidissement du fluide  $n = 0.3$

**Bianco et al [55]** ont fait une étude numérique d'un écoulement forcé turbulent pour analyser le comportement thermique et hydrodynamique du nanofluide ( $eau/Al_2O_3$ ) de diamètre  $d_p = 38nm$  dans un conduit cylindrique de longueur  $L=1m$  et de diamètre  $D=0.01m$ , **la figure I-10**. Deux modèles différents utilisés dans cette étude. Un modèle monophasé où le mélange se comporte comme une seule phase. Le second modèle est biphasé à deux phase différente. Le maillage utilisé non-uniforme est  $20 \times 24 \times 400$  dans la direction radial, azimutal et axiale. La méthode des volumes finis a été utilisée. Les résultats obtenus des deux approches pour des propriétés thermophysique constantes. Les paramètres de contrôle telque

le nombre de Reynolds  $Re$  variant  $10 \times 10^3$  à  $100 \times 10^3$  la concentration volumique 1%, 4%, 6%, avec un flux de chaleur pariétale imposé  $q = 50 \times 10^4 \text{ W/m}^2$  montre que pour les deux approches la température moyenne et la température de la paroi sont similaires pour 1%. Mais, les deux températures pour les autres concentrations volumiques deviennent est plus élevée avec l'approche biphasique par rapport à l'approche monophasique. L'augmentation du concentration volumique ainsi que le nombre de Reynolds, le transfert thermique est meilleur. Les résultats montrent un bon accord avec les résultats expérimentaux obtenus par [56]. Cette étude montre aussi que l'approche biphasique est satisfaisante.

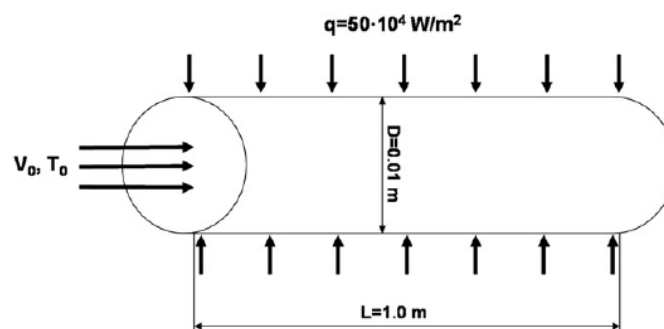


Figure I-10 : Géométrie du domaine étudié[55]

**Marzougui et al [57]** ils ont fait une étude numérique sur le comportement thermique de deux nanofluides ( $\text{CuO} - \text{eau}$ ) et ( $\text{Al}_2\text{O}_3 - \text{eau}$ ) qui s'écoulent dans un conduit horizontal chauffé uniformément sur sa paroi extérieure de longueur 1m et diamètre 0.007m. Le nanofluide à l'entrée du conduit à une vitesse et température constantes. La méthode des volumes finis avec la procédure SIMPLE pour discrétiser les équations gouvernantes continuité, quantité de mouvement et d'énergie ; l'approche biphasé a été appliquée. Quatre modèles de conductivité thermique classique et théorique du nanofluide sont utilisés dans cette étude. Les résultats obtenus pour un rangé des paramètres, fraction volumique allant de 1% à 4%, et nombre de Peclet. Les résultats montrent que les modèles classiques de **Hamilton-Crosser [36]** et de **Yu et Choi[58]** améliore 8% et 13%. Les modèles théoriques de **Koo Kleinstreuer[59]** et de **Corcione[60]** améliore 19% et 21%. Ils ont montré aussi que les modèles classiques qui ne tiennent pas comptes plusieurs mécanismes par rapport aux modèles theroriques qui dépendent de la température et qui incluent le mouvement Brownien ne sont plus meilleurs pour améliorerle transfert thermique. Le modèle de **Corcione** a étéchoisi comme le modèle le plus approprié pour les cas de transfert thermique. Les résultats montrent que le taux de transfert thermique peut être réaliser par certains paramètres comme

le nombre de Peclet ; la distance axiale, la fraction volumique et le type de nanoparticule. La résistance thermique est sensible au type du nanofluide et la fraction volumique.

**Dongsheng et al [61]** ils ont étudié expérimentalement l'écoulement laminaire par convection dans un tube de cuivre combiné avec des nanoparticules ( $\gamma-Al_2O_3$ ) de deux différentes tailles 27nm et 56nm dispersés dans l'eau fluide de base. La longueur du tube 970mm avec un diamètre intérieur  $4.5 \pm 0.02$ mm et diamètre extérieur  $(6.4 \pm 0.05)$ mm qui est soumis a un chauffage constant avec deux nombres de Reynolds (500-2100). Les résultats expérimentaux mesurés qui donnent le nombre de Nusselt ont été comparés avec le nombre de Nusseltdonné par l'équation de [62] ils montre un bon accord. Ils ont montré aussi que l'ajout des nanoparticules de  $Al_2O_3$  dans l'eau donne une amélioration considérable sur le transfert de chaleur par convection dans le régime d'écoulement laminaire. Cette amélioration augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds, ainsi que la concentration des nanoparticules. Cette amélioration est particulièrement importante dans la région d'entrée, et elle diminue avec la distance axiale. Le développement thermique du nanofluide est supérieur à celui du fluide de base.

Corrélation qui donne le nombre de Nusselt [62]:

$$Nu = \begin{cases} 1.953 \left( RePr \frac{D}{x} \right)^{\frac{1}{3}} & \left( RePr \frac{D}{x} \right) \geq 33.3 \\ 4.364 + 0.0722 \left( RePr \frac{D}{x} \right) & \left( RePr \frac{D}{x} \right) < 33.3 \end{cases}$$

**Chon et al [63]** ont fait une étude expérimentale pour obtenir une corrélation de conductivité thermique du nanofluide ( $eau / Al_2O_3$ ) cette corrélation est en fonction de la taille des nanoparticules variant de 11nm à 150 nm, sur une gamme de température variant de 21°C à 71°C. A la suite des recherches effectuées précédemment par [64]. Les résultats expérimentaux obtenus montrent que le mouvement brownien des nanoparticules dans le fluide de base constitue un mécanisme qui est la clé de l'amélioration de la conductivité thermique avec l'augmentation de la température et la diminution de la taille des nanoparticules.

**Nguyen et al [65]** ont présenté l'influence de la température et de la taille sur la viscosité dynamique de deux nanofluides ( $Al_2O_3/eau$ ) et ( $CuO/eau$ ) dans un travail expérimental. La mesure de la viscosité dynamique des nanofluides a été effectuée en utilisant

un viscosimètre calibré « type-piston » en fonction de l'écoulement de Couette à l'intérieur d'une chambre de mesure cylindrique. Les données ont été recueillies pour des températures allant de la température ambiante jusqu'à 75°C, pour les mélanges, le nanofluide ( $Al_2O_3/eau$ ) avec deux différents diamètres de nanoparticule 36 nm et 47 nm, ainsi que pour le nanofluide ( $CuO/eau$ ) avec une taille de nanoparticule 29 nm. Les résultats obtenus montrent que pour une concentration volumique moins de 4% la viscosité dynamique du nanofluide ( $Al_2O_3/eau$ ) correspondant aux diamètres 36 nm et 47 nm de la nanoparticule sont approximativement identiques. Pour une fraction volumique élevée la viscosité correspondante à 47 nm est plus grande que la viscosité de celle de 36 nm. La viscosité correspondant au ( $CuO/eau$ ) est la plus élevée parmi les nanofluides testés. L'effet de la température a été parfaitement étudié. Une base des données de viscosité plus complète est présentée pour les trois nanofluides considérées, avec plusieurs corrélations expérimentales proposées pour une faible fraction volumique. Ils ont constatés aussi que l'application de la corrélation d'Einstein [66] et plusieurs autres dérivés de la théorie linéaire du fluide ne sont pas approprié pour les nanofluides testés. En particulier, pour l'intermédiaire jusqu'aux fractions volumiques élevées de nanoparticule. Les résultats expérimentaux obtenus dans cette étude ont été utilisés pour trouver des corrélations à partir de la régression bidimensionnelle est donné par **Abu-Nada**[67, 68]

Nanofluide ( $Al_2O_3/eau$ )

$$\begin{aligned} \mu_{Al_2O_3} = & -0.155 - \frac{19.582}{\tilde{T}} + 0.794\phi + \frac{2094.47}{\tilde{T}^2} - 0.192\phi^2 - 8.11\frac{\phi}{\tilde{T}} \\ & - \frac{27463.863}{\tilde{T}^3} + 0.127\phi^3 + 1.6044\frac{\phi^2}{\tilde{T}} + 2.1754\frac{\phi}{\tilde{T}^2} \end{aligned}$$

Nanofluide ( $CuO/eau$ )

$$\begin{aligned} \mu_{CuO} = & -0.6967 + \frac{15.973}{\tilde{T}} + 1.238\phi + \frac{1356.14}{\tilde{T}^2} - 0.259\phi^2 - 30.88\frac{\phi}{\tilde{T}} \\ & - \frac{19652.74}{\tilde{T}^3} + 0.01593\phi^3 + 4.38206\frac{\phi^2}{\tilde{T}} + 147.573\frac{\phi}{\tilde{T}^2} \end{aligned}$$

**Heris et al** [69] ils ont fait une étude expérimentale de la convection du transfert thermique dans un conduit circulaire **la figure I-11**. Les conditions aux limites (température constante imposée sur la paroi), l'écoulement est supposé laminaire. Le nombre de Reynolds allant de 700 à 2050 avec différentes fractions volumiques (0.2% - 2.5%). Les résultats expérimentaux obtenus à partir de ce travail donnent le nombre de Nusselt qui est comparé

avec une corrélation proposée par [70] pour un écoulement laminaire monophasé dans un conduit avec une température constante imposée à la surface montre un très bon accord. Le coefficient de transfert de chaleur du nanofluide augmente avec l'augmentation du nombre de Peclet aussi bien que la concentration du nanoparticule. L'augmentation dû à la présence des nanoparticules est beaucoup plus grande que la prédiction du corrélation de transfert de chaleur monophasé utilisé avec les propriétés du nanofluide. Ils ont conclu que l'augmentation de la conductivité thermique n'est pas le seul facteur pour améliorer le transfert thermique. Mais il y'a d'autres facteurs comme le mouvement brownien et l'immigration des nanoparticules peuvent aussi améliorer le transfert thermique ainsi que l'interaction entre particules surtout pour les grands nombres de Peclet.

$$\text{La corrélation de [70]: } \overline{Nu}_{nf} (th) = 1.86 \left( Re_{nf} \cdot Pr_{nf} \cdot \frac{D}{L} \right)^{1/3} \left( \frac{\mu_{nf}}{\mu_{Wnf}} \right)^{0.14}$$

$Re_{nf}$ ,  $Pr_{nf}$ , et  $\mu_{nf}$  sont respectivement le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl du nanofluide et la viscosité à la température de paroi du conduit.

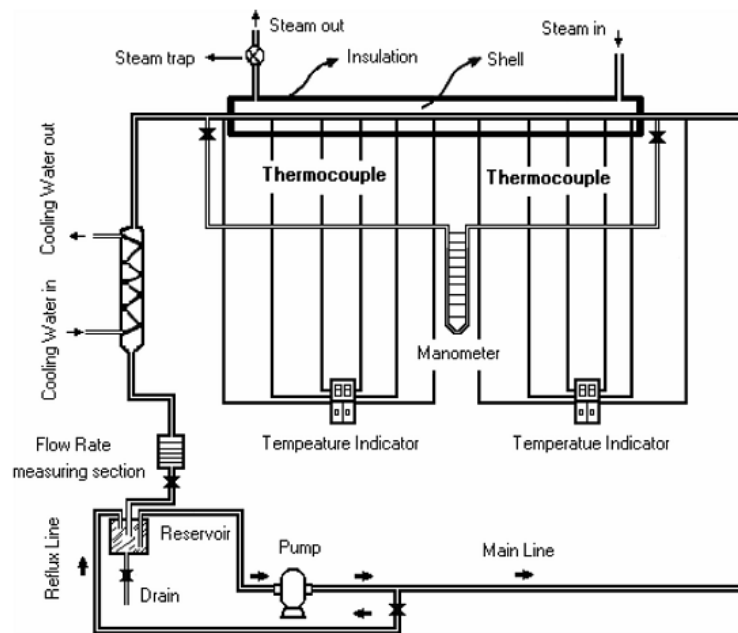


Figure I-11 : Installation expérimentale [69]

Sharma et al [71] ont fait une étude expérimentale pour l'amélioration du coefficient de transfert thermique et le facteur de frottement pour un écoulement laminaire d'un nanofluide ( $Al_2O_3/eau$ ) dans un tube plein de cuivre de longueur 3m, de 0.019 de diamètre et de rapport d'aspect  $L/D=160$  pour assurer le développement du régime d'écoulement comme le montre la disposition expérimentale voir la figure I-12. La taille d'une nanoparticule est de



47 nm. Le nombre Reynolds fixé à 3000 et 9000. Les résultats montrent l'amélioration du transfert de chaleur par convection du nanofluide ( $Al_2O_3/eau$ ) que l'équation classique de [72] qui est validée pour un nanofluide monophasique montrant une prédiction de 12.1% dans la zone de test aux résultats expérimentaux obtenus avec les nanofluides. Le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds ainsi que la fraction volumique du nanofluide. L'amélioration du transfert de chaleur est de 13.77% pour une concentration volumique 0.1% avec  $Re=3000$ , et 23.69% avec  $Re=9000$  comparé avec l'eau pure.

l'équation classique de [72] qui donne le nombre de Nusselt est:

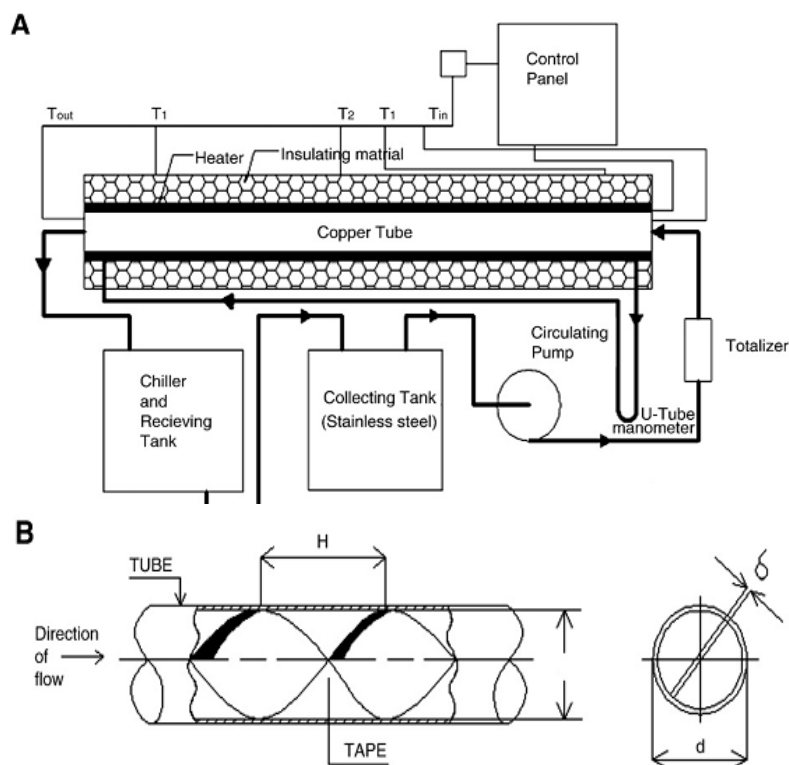
$$Nu = \frac{\left(\frac{f}{2}\right)(Re-1000)Pr}{1+12.7\left(\frac{f}{2}\right)^{0.5}\left(Pr^{\frac{2}{3}}-1\right)} \text{ et } f = (1.58 \ln Re - 3.82)^{-2}$$

Cette corrélation est validée dans l'intervalle du nombre de Reynolds  $2300 < Re < 5 \times 10^6$  et du nombre de Prandtl  $0.5 < Pr < 2000$

L'équation de régression développée qui donne le nombre de Nusselt est valable pour l'eau pure et le nanofluide à une fraction volumique moins de 0.1% :

$$Nu_{Reg} = 3.138 \times 10^{-3} (Re)(Pr)^{0.6} \left(1.0 + \frac{H}{D}\right)^{0.03} (1 + \phi)^{1.22}$$

$$\text{Le facteur de frottement : } f_{Reg} = 172 Re^{-0.96} (1 + \phi)^{2.15} \left(1.0 + \frac{H}{D}\right)^{2.15}$$



**Figure I-12 :**(A) Schéma du montage expérimental. (B) Sur toute la longueur d'insertion de la bande torsadée à l'intérieur d'un tube [71]

**Anoop et al [73]** ils ont effectué un travail expérimental sur l'effet de la taille de la particule sur le transfert de chaleur. L'écoulement du nanofluide ( $Al_2O_3/eau$ ) dans un tube de cuivre où la section chauffée uniformément sur la surface de 200W de longueur  $L = 1200$  mm, de diamètre intérieur  $D = (4.75 \pm 0.05)$  mm et d'épaisseur 1.25 mm. Deux tailles de nanoparticules sont utilisées dans ce travail 45 nm et 150 nm **la figure I. 13**. Pour préparer le nanofluide, ils ont utilisé Le TEM (transmission électron microscope). les résultats expérimentaux obtenus comparé avec la corrélation existante[74] donne un bon accord. A l'exception dans les deux positions  $x/D = 10$  et  $x/D = 21$ , ils ont observé que le transfert thermique avec les nanofluides qui contiennent des nanoparticules de taille 45 nm et 150 nm meilleurs que l'eau pure. Aussi le coefficient de transfert thermique lié à la nanoparticule de taille 45 nm plus grande que celle de taille 150nm. Donc, le coefficient de transfert thermique augmente avec l'augmentation de la concentration volumique.

La corrélation du nombre de Nusselt développée par [74] comme suit :

$$Nu_{(x,H)} = \begin{cases} 3.303X_+^{(-1/3)} - 1 & \text{Pour } X_+ \leq 0.00005 \\ 1.302X_+^{(-1/3)} - 0.5 & \text{Pour } 0.00005 \leq X_+ \leq 0.0015 \\ 4.364 + 8.68(10^3 X_+)^{(-0.506)} e^{(-41X_+)} & \text{Pour } X_+ \leq 0.0015 \end{cases}$$

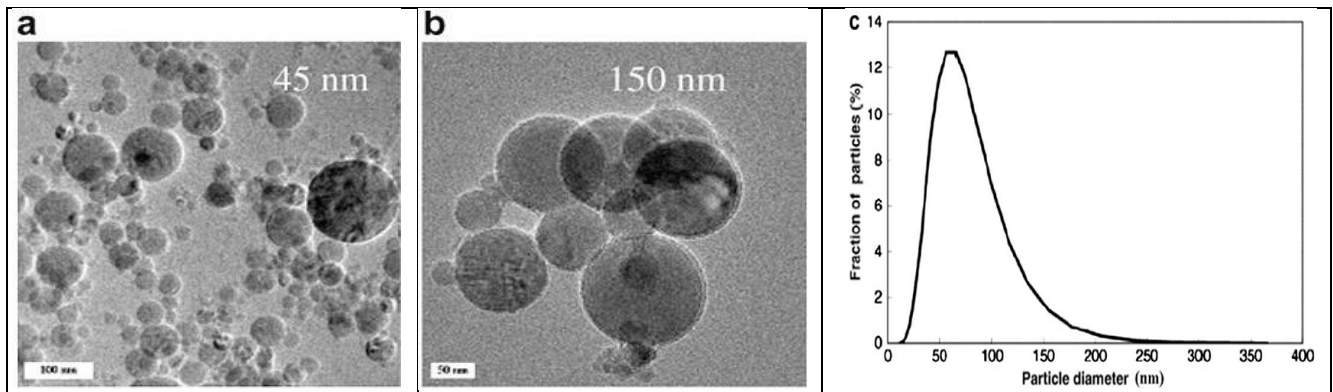
Où :  $X_+ = \frac{x}{D Re Pr}$  et H représente l'indice pour le cas du flux à chauffage

constant.

La corrélation du nombre de Nusselt obtenue d'après les résultats expérimentaux comme suit :

$$Nu_x = 4.364 + \left[ 6.219 \times 10^{-3} x_+^{1.1522} (1 + \phi^{0.1533}) \cdot \exp(-2.5228 X_+) \right] \left[ 1 + 0.57825 \left( \frac{d_p}{100} \right)^{0.2183} \right]$$

Où  $d_p$  est le diamètre la nanoparticule en nm,  $\phi$  la fraction volumique en pourcentage.



**Figure I-13 :** TEM utilisé de nanoparticule : (a) 45 nm, (b) 150 nm, (c) la distribution de la taille du particule pour les nanoparticules avec la taille moyenne 45 nm [73]

Dans le travail expérimental de **Jung et al.[75]** ils ont étudié la convection forcée dans un micro-canal rectangulaire de longueur 15 mm et de largeur de 50  $\mu\text{m}$  et 100  $\mu\text{m}$ , de section 50  $\times$  50  $\mu\text{m}^2$  et 100  $\times$  100  $\mu\text{m}^2$ . Les nanofluides utilisés préparés par la méthode ultrasonique sont : l'eau et un mélange (eau/EG) où l'eau 50% et l'éthylène glycol 50% avec des nanoparticules  $Al_2O_3$  dispersés de taille 170 nm, le chauffage du nanofluide est assuré par un fil de polysilicon sur une couche de  $SiO_2$  soit une bonne sonde pour mesurer la température. Trois différentes fractions volumiques sont utilisées 0.6%, 1.2% et 1.8% avec une gamme de nombre de Reynolds ( $5 < Re < 300$ ). Les résultats obtenus montrent une amélioration appréciable du coefficient de transfert de chaleur du nanofluide avec l'eau fluide de base et un mélange d'eau et de l'éthylène glycol à la fraction du volume de 1.8% a été obtenue sans perdre du frottement majeur. Ils ont trouvé aussi, pour un écoulement laminaire le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds mais le contraire pour le facteur de frottement.

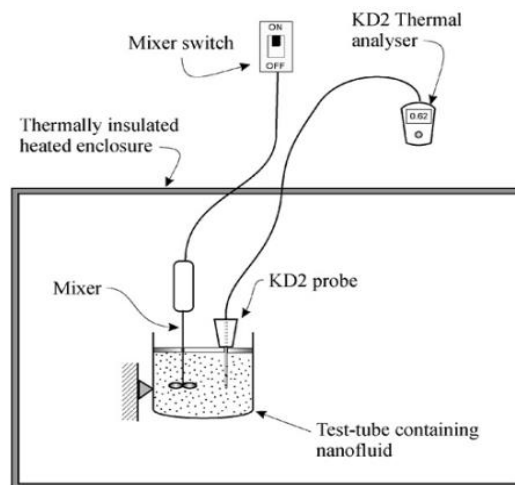
**Minsta et al [76]** ont présenté une étude expérimentale montrant la dépendance de la conductivité thermique du nanofluide à la température. Pour cela, ils ont utilisé deux nanofluides différents : (eau /  $Al_2O_3$ ) de taille 36 nm et 47 nm correspond à  $\rho_p = 3600 kg / m^3$  et  $\rho_p = 3880 kg / m^3$  respectivement et (eau /  $CuO$ ) de taille 29 nm, de  $\rho_p = 6500 kg / m^3$ , une de température de 5°C à 40°C. Le dispositif expérimental utilisé est illustré dans **la figure I. 14**. Les nouvelles données expérimentales obtenues à partir de ce travail sont comparés avec les modèles théoriques qui se trouvent dans la littérature de [77], [78], [24] et le modèle classique de [36] montre que la conductivité thermique du nanofluide augmente avec l'augmentation du concentration volumique. Les résultats montrent aussi que l'augmentation du conductivité thermique du nanofluide est plus importante avec les plus hautes températures aussi bien qu'avec les plus petits diamètres des nanoparticules.

Modèle de conductivité thermique de [77] :  $k_{nf} = k_{statique} + k_{Brownian}$

$$k_{Brownian} = 5 \times 10^4 f_1 \phi \rho_{bf} C p_{bf} \sqrt{\frac{k T}{\rho d_p}} f_2 \quad , \quad f_1 = f(\phi) \quad , \quad f_2 = f(\phi, T)$$

Modèle de conductivité thermique de [78] pour une température allant de 27°C jusqu'à 36°C et des fractions volumiques 2%, 6% et 10% :

$$\begin{cases} \frac{k_{nf}}{k_{bf}} = 1 + 3.761080\phi + 0.017924 T - 0.30734 & \text{pour } (eau / Al_2O_3) \\ \frac{k_{nf}}{k_{bf}} = 1 + 0.7644815\phi + 0.018689 T - 0.46215 & \text{pour } (eau / CuO) \end{cases}$$



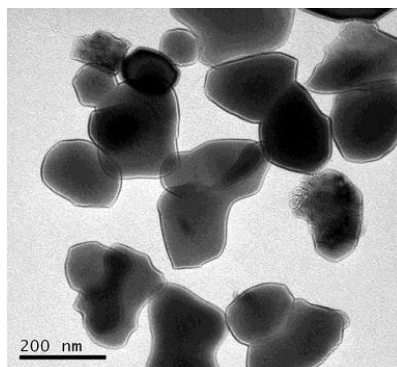
**Figure I-14** : Disposition expérimentale [79]

**Ghanbarpour et al [80]** ont fait une étude expérimentale et théorique sur la conductivité thermique et la viscosité dynamique du nanofluide (eau /  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) de taille  $75 \text{ nm}$  avec une forme sphérique pour des différentes concentrations massiques variant de 3% - 5%. **La figure I.15.** La conductivité thermique et la viscosité sont calculées pour une rangée de température variant de 293K - 323K. Les résultats expérimentaux obtenus pour différentes températures et différentes concentrations volumiques du conductivité thermique sont comparées avec la première corrélation présentée par [81]. Ils ont observé aussi que l'équation de Maxwell à un bon accord avec les résultats expérimentaux à faible concentration volumique, et sous estime les résultats expérimentaux à plus hautes concentrations volumiques. Ils ont montré aussi que la conductivité thermique du nanofluide augmente non-linéairement avec l'augmentation de la concentration massique, tandis que son augmentation est presque linéaire avec la température à une certaine concentration. L'augmentation de la viscosité avec l'augmentation de la concentration massique est très grande par rapport à la conductivité thermique. L'analyse théorique sur le comportement thermique du nanofluide basée sur les propriétés thermiques expérimentales pour l'écoulement laminaire et turbulent, les résultats montrent que le coefficient de transfert de chaleur relative augmente avec la concentration massique.

La modification sur le modèle de Maxwell qui donne la conductivité thermique proposée par [82] qui introduit la mouvement brownien et le coefficient du transfert de chaleur basée sur la convection du fluide autour des particule solides comme suit :

$$k_{\text{nf}} = \left(1 + A \cdot \text{Re}^m \text{Pr}^{0.333} \phi\right) \left[ \frac{\left[ k_p (1 + 2\alpha + k_m) \right] + 2\phi \left[ k_p (1 - \alpha) - k_m \right]}{\left[ k_p (1 + 2\alpha + k_m) \right] - \phi \left[ k_p (1 - \alpha) - k_m \right]} \right] k_f$$

Où :  $\alpha = 2 \times R_f \times k_m / d_p$  ,  $k_m = k_f \left[ 1 + (1/4) \text{Re Pr} \right]$  et les constantes A et m sont estimés par des résultats expérimentaux donnent les constantes  $A=30000$  et  $m=2.5$  pour un intervalle de concentration massique variant de 3% à 50% avec la variation de la température allant de 293K jusqu'à 323K.



**Figure I-15 :** TEM Images du nanoparticule Oxyde Aluminium [80]

**Vajjha et al. [83]** ont réalisées études expérimentales pour déterminer la conductivité thermique de trois nanofluides différents contenant des nanoparticules d'oxyde d'Aluminium  $Al_2O_3$ , l'oxyde de Cuivre ( $CuO$ ) et l'oxyde de Zinc ( $ZnO$ ) dispersées dans un mélange de (60:40) d'éthylène glycol et l'eau. **La figure I.16** montre le dispositif expérimental utilisé dans cette étude. A partir d'un ensemble d'expériences effectuées avec soin, la conductivité thermique mesurée dans un intervalle de température de 298K à 363K des trois nanofluides à différentes concentrations volumiques allant de 1% à 10%. Les résultats obtenus ont montré que :

- La conductivité thermique du nanofluide augmente avec l'augmentation de la concentration volumique et avec la température.
- La conductivité thermique diminue lorsque le diamètre des nanoparticules augmente.
- De nombreux modèles de conductivité thermique du nanofluides existants qui ne sont pas en bon accord avec les présents résultats expérimentaux.
- Le modèle trouvé par [59] qui est basé sur des données limitées est améliorée mais par l'utilisation d'un ensemble plus large des données expérimentales, qui a donné une nouvelle corrélation .

La nouvelle corrélation donne la conductivité thermique d'un nanofluide où le mélange (EG-eau) fluide de base :

$$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \frac{k_p + 2k_{bf} - 2\phi(k_{bf} - k_p)}{k_p + 2k_{bf} + 2\phi(k_{bf} - k_p)} k_{bf} + 5 \times 10^4 \beta \rho_{bf} C_{bf} \sqrt{\frac{kT}{\rho_p d_p}} f(T, \phi)$$

Où  $f(T, \phi)$  et  $\beta$  sont définis par des données expérimentales obtenues par [83] pour une gamme de températures allant de 298K jusqu'à 363K.

$$f(T, \phi) = (2.8217 \times 10^{-2} \phi + 3.917 \times 10^{-3}) \left( \frac{T}{T_0} \right) + (-3.0669 \times 10^{-3} \phi - 3.91123 \times 10^{-3})$$

Type du nanoparticule	$\beta$	concentration	Température
$Al_2O_3$	$8.4407(100\phi)^{-1.07304}$	$1\% \leq \phi \leq 10\%$	$298 \leq T \leq 363$
$ZnO$	$8.4407(100\phi)^{-1.07304}$	$1\% \leq \phi \leq 7\%$	$298 \leq T \leq 363$
$CuO$	$9.881(100\phi)^{-0.9446}$	$1\% \leq \phi \leq 6\%$	$298 \leq T \leq 363$

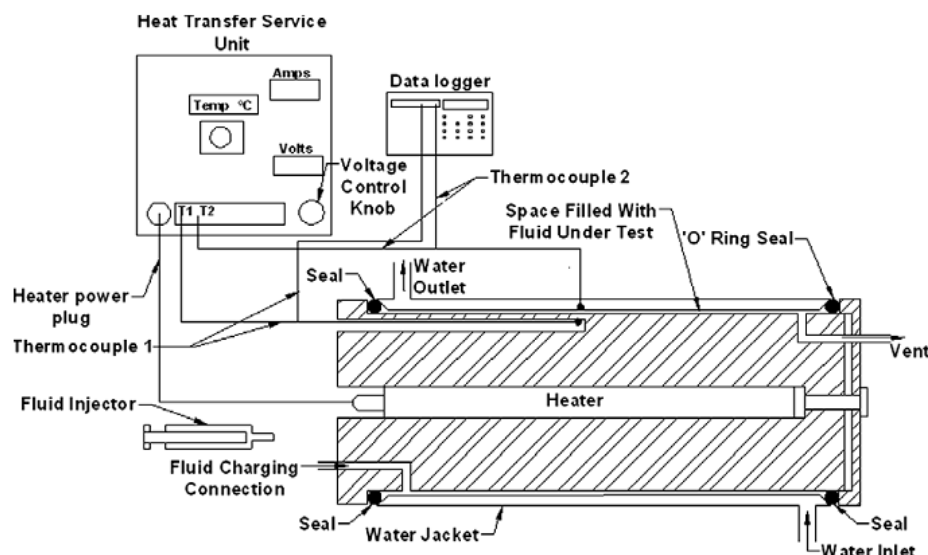
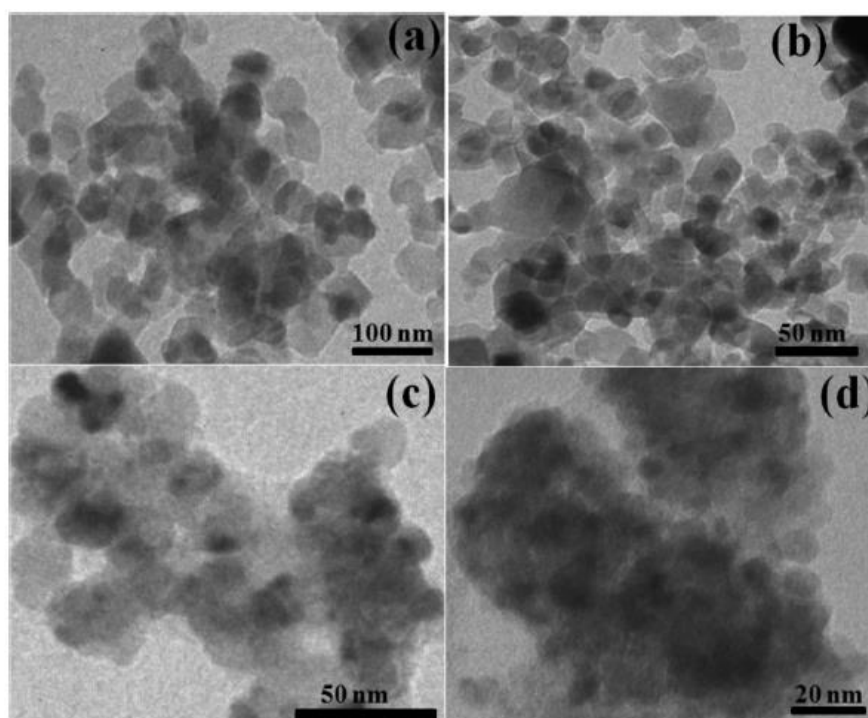
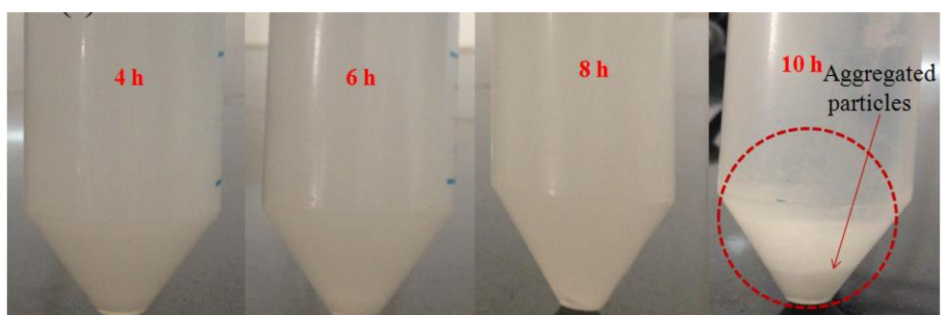


Figure I-16 : Appareil de mesure de conductivité thermique [83]

Bhupender Pal et al.[84] ils ont fait une étude expérimentale pour démontrer la conductivité thermique et la viscosité de deux nanofluides qui contiennent le cristallin préparé de  $\alpha - Al_2O_3$  et  $\gamma - Al_2O_3$  avec l'eau fluide de base. Les deux cristaux sont préparés par une approche chimique à partir de  $(Al_2(SO_4)_3, xH_2O)$  et le Propanol ( $CH_3CH_2CH_2OH$ ) illustré dans le **figure I. 17** et **I.18**. par une image. Les résultats obtenus montrent que  $\alpha - Al_2O_3$  est le meilleur pour la conduction thermique par rapport à  $\gamma - Al_2O_3$  dû à sa nature cristalline efficace. Ainsi la dispersion de la phase  $\alpha - Al_2O_3$  est plus stable que la dispersion de la phase  $\gamma - Al_2O_3$  pour plus de temps qui affecte directement la conductivité thermique. Ils ont observé aussi que la conductivité thermique augmente considérablement avec la température, la concentration du cristal et la stabilité des nanoparticules en suspension aqueuse. La corrélation de la conductivité thermique et la viscosité dépendent de la température est inversement proportionnelle. À partir des données de la viscosité, ils ont constatés que la diminution sur la concentration des nanoparticules pour les deux phases étudiées les nanofluides se comportent comme un fluide newtonien. Ils ont conclu, que l'optimisation des conditions expérimentales pour une conductivité thermique plus élevée et la stabilité à long terme des nanoparticules dans les fluides classiques sont très importantes du côté de disponibilité commerciale ainsi que d'applications spécialement pour le refroidissement.



**Figure I-17** : Images par Transmission Electron Microscopy (TEM) :  
(A et b)  $\alpha$  -  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et (c et d)  $\gamma$  -  $\text{Al}_2\text{O}_3$  particules [84]



**Figure I-18** : Photographies de  $\text{Al}_2\text{O}_3$  suspension après la sonication pendant 4-10 h.[84]



# Chapitre II

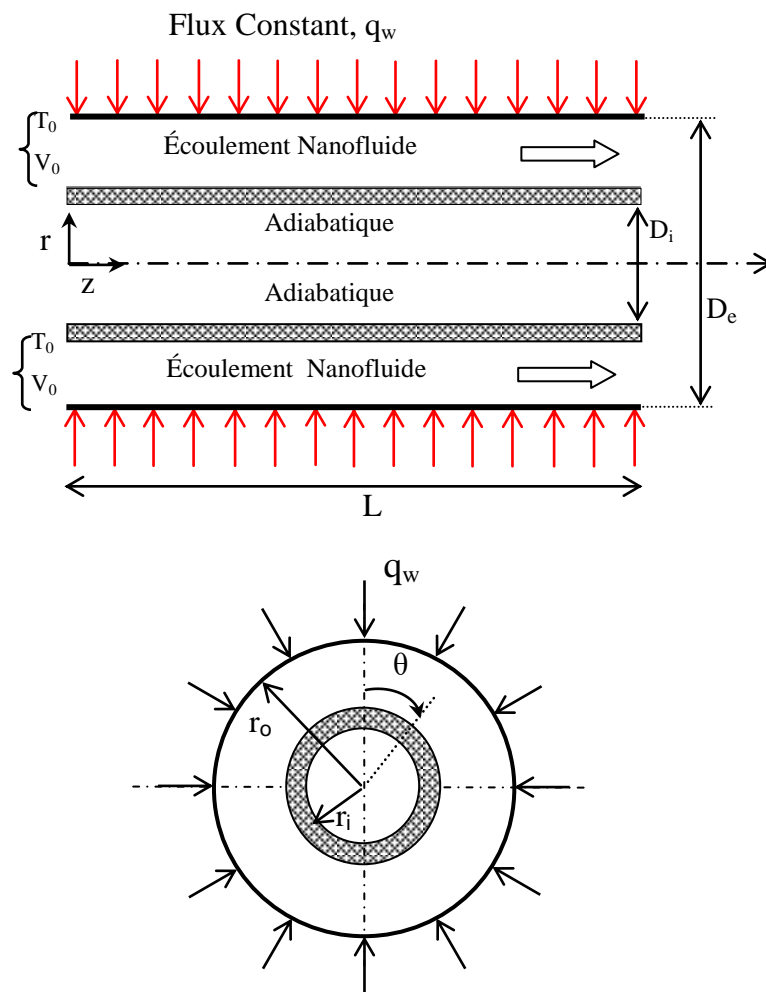
## Modélisation mathématique

### II.1 Introduction

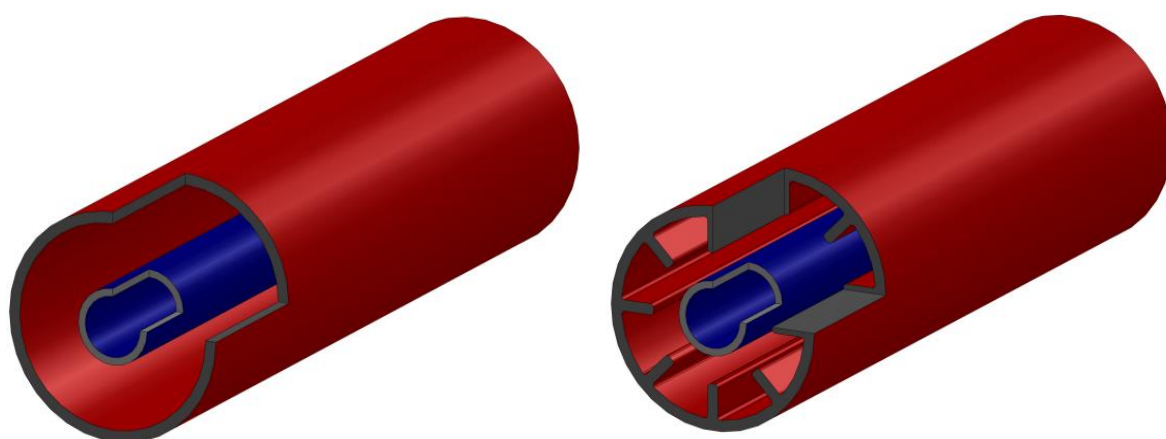
Dans ce chapitre nous présenterons la géométrie du modèle physique du problème à étudier avec une modélisation mathématique qui se traduit par des équations de conservation continuité, la quantité de mouvement et de l'énergie qui régissent les transferts thermo-convectifs au sein d'un nanofluide qui s'écoule entre deux cylindres concentriques annulaires horizontaux. Ce système d'équations de conservation accompagné par les conditions initiales et aux limites spatiotemporelles appropriées sont sous la forme adimensionnelle qui contrôlent les transferts thermo-convectifs. Nous déduirons les groupements adimensionnels en fonction des paramètres de contrôle adimensionnels tels que le nombre de Reynolds et le nombre de Grashof ainsi que le nombre de Prandtl.

### II.2 Description du système

Le modèle physique considéré est schématisé sous plusieurs figures afin de bien visualiser le système. **Les figures II.1 et II.2** montrent le modèle physique considéré dans ce problème. Il s'agit de deux cylindres concentriques horizontaux très longs de longueur  $L=100\text{ cm}$ , de diamètre  $D_i = 0.5\text{cm}$  et  $D_e = 1\text{cm}$ , le cylindre extérieur est soumis à un flux de chaleur imposé, constant et uniforme au niveau de sa face extérieure, tandis que le cylindre intérieur est considéré adiabatique. Le nanofluide qui s'écoule dans l'espace annulaire se présente à l'entrée du cylindre avec une vitesse  $V_0$  et une température  $T_0$  toutes deux constantes. Nous considérons l'absence de toute source ou puits de chaleur dans le domaine nanofluide.



**Figure II-1** : Schémas représentant des coupes, longitudinale (a) et transversale (b) du conduit annulaire cylindrique



**Figure II-2** : Autre vue du modèle physique avec le cylindre intérieur adiabatique (couleur bleue) et cylindre extérieur chauffé (couleur rouge) : sans ailettes (à gauche), muni d'ailettes longitudinales (à droite)

## II.2.1 Hypothèses simplificatrices

Nous allons traiter le nanofluide comme un mélange à deux composants (fluide de base + nanoparticules), **Buongiorno [85]** avec les hypothèses suivantes:

- 1- Ecoulement incompressible en régime laminaire permanent.
- 2- Pas de réactions chimiques entre les nanoparticules.
- 3- Forces extérieures négligeables.
- 4- La dissipation visqueuse est négligeable.
- 5- Transfer de chaleur par rayonnement est négligeable.
- 6- Les nanoparticules et le fluide de base localement en équilibre thermique.

## II.3 Équations modélisantes adimensionnelles

Les équations adimensionnelles écrites sous leurs formes conservatrices qui régissent ce problème sont :

### II.3.1 Équations de conservation

#### a. Équation de conservation de la masse

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^*)}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{II.1})$$

$r^*$ ,  $\theta$ ,  $z^*$  Sont les coordonnées radiale, angulaire et axiale

#### b. Équation de conservation de quantité de mouvement radial

$$\begin{aligned} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^* u^*)}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (u^* w^*) + \frac{\partial(v^* u^*)}{\partial z^*} - \frac{w^{*2}}{r^*} \right] = \\ - \frac{\partial p^*}{\partial r^*} + \frac{[(1-\phi) - \phi((\rho\beta)_p / (\rho\beta)_f)]}{[(1-\phi) - \phi(\rho_p / \rho_f)]} \frac{Gr_f}{Re_f^2} \cos \theta T^* + \\ \frac{\mu_{nf} / \mu_f}{[(1-\phi) - \phi(\rho_p / \rho_f)]} \frac{1}{Re_f} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) - \frac{u^*}{r^{*2}} - \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right] \end{aligned} \quad (\text{II.2})$$

**c. Équation de conservation de quantité de mouvement angulaire**

$$\begin{aligned}
\frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* w^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) + \frac{u^* w^*}{r^*} \right] = \\
-\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} - \frac{[(1-\phi) - \phi((\rho\beta)_p / (\rho\beta)_f)]}{[(1-\phi) - \phi(\rho_p / \rho_f)]} \frac{Gr_f}{Re_f^2} \sin \theta T^* \\
+ \frac{\mu_{nf} / \mu_f}{[(1-\phi) - \phi(\rho_p / \rho_f)]} \frac{1}{Re_f} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) + \right. \\
\left. \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) - \frac{w^*}{r^{*2}} + \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right]
\end{aligned} \tag{II.3}$$

**d. Équation de conservation de quantité de mouvement axial**

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) \right] = \\
-\frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{\mu_{nf} / \mu_f}{[(1-\phi) - \phi(\rho_p / \rho_f)]} \frac{1}{Re_f} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right) \right]
\end{aligned} \tag{II.4}$$

**e. Équation de conservation de l'énergie**

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T^*}{\partial t^*} + \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* T^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) \right] = \\
\frac{(k_{nf} / k_f)}{[(1-\phi) + \phi(\rho C_p)_p / (\rho C_p)_f]} \frac{1}{Re_f \cdot Pr_f} \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right]
\end{aligned} \tag{II.5}$$

**II.3.2 Nombres Adimensionnels**

Les nombres adimensionnels qui caractérisent ce problème de convection forcée et mixte sont évalués à la température du fluide à l'entrée  $T_0$  du conduit. Cette dernière est la température de référence utilisée dans l'évaluation des propriétés thermophysiques du nanofluide servant à calculer les groupements adimensionnels du problème.

**Tableau II-1** : Paramètres adimensionnels basés sur les propriétés thermophysiques du nanofluide

Prandtl	Reynolds	Grashof	Richardson
$Pr_{nf} = \frac{\mu_{nf} Cp_{nf}}{k_{nf}}$	$Re = \frac{\rho_{nf} v_0 D_h}{\mu_{nf}}$	$Gr_{nf} = \frac{g \beta_{nf} q_w D_h^4}{k_{nf} v_{nf}^2}$	$Ri_{nf} = \frac{Gr_{nf}}{Re_{nf}^2}$

**Tableau II-2** : Paramètre adimensionnel basés sur les propriétés thermophysiques du fluide de base

Prandtl	Reynolds	Grashof	Richardson
$Pr_f = \frac{\mu_f Cp_f}{k_f}$	$Re_f = \frac{v_0 D_h}{\nu_f}$	$Gr_f = \frac{g \beta_f q_w D_h^4}{k_f \nu_f^2}$	$Ri_f = \frac{Gr_f}{Re_f^2}$

### II.3.3 Les conditions aux limites

- A l'entrée du conduit :  $Z^* = 0$

$$0.5 \leq r^* \leq 1 \text{ et } 0 \leq \theta \leq 2\pi : u^* = w^* = T^* = 0, v^* = 1 \quad (\text{II.6})$$

- A la sortie du conduit :  $Z^* = 100$

$$0.5 \leq r^* \leq 1 \text{ et } 0 \leq \theta \leq 2\pi : \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) = 0 \quad (\text{II.7})$$

- Sur la paroi intérieure :  $r_i^* = 0.5$

$$0.5 \leq r^* \leq 1 \text{ pour } 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ et } 0 \leq Z^* \leq 100 \text{ et } u^* = w^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = 0 \quad (\text{II.8})$$

- Sur la paroi extérieure :  $r_e^* = 1$

$$0.5 \leq r^* \leq 1 \text{ pour } 0 \leq \theta \leq 2\pi \text{ et } 0 \leq Z^* \leq 100 \text{ et } u^* = w^* = v^* = 0, \frac{\partial T^*}{\partial r^*} = -1 \quad (\text{II.9})$$

- La condition angulaire

$$\text{Pour } 0.5 \leq r^* \leq 1 \text{ et } 0 \leq Z^* \leq 100$$

$$\begin{cases} u^*(r^*, 0, z^*, t^*) = u^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \\ w^*(r^*, 0, z^*, t^*) = w^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \\ v^*(r^*, 0, z^*, t^*) = v^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \\ T^*(r^*, 0, z^*, t^*) = T^*(r^*, 2\pi, z^*, t^*) \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

## II.4 Les propriétés thermophysiques

### II.4.1 Nanofluides

Tout fluide classique possède des propriétés thermophysiques. L'ajout des particules solides de taille nanométriques dans un fluide de base provoque une modification de ses propriétés thermophysiques. L'efficacité du transfert de chaleur à l'aide du nanofluide est décrite par le coefficient de transfert de chaleur par convection qui est en fonction d'un certain nombre de propriétés thermophysiques, à savoir la conductivité thermique  $k_{nf}$ , la chaleur spécifique  $Cp_{nf}$ , le coefficient de dilatation thermique  $\beta_{nf}$ , la viscosité  $\mu_{nf}$  et la densité  $\rho_{nf}$ .

#### *La Masse volumique*

La masse volumique d'un nanofluide est un mélange de fluide de base et des nanoparticules à une température  $T$  donnée en fonction de la fraction volumique  $\phi$ . Il est supposé que la dispersion des nanoparticules est parfaitement homogène dans le fluide.

$$\rho = \left( \frac{m}{V} \right) \Rightarrow m = \rho \times V \quad (\text{II.11})$$

$$\rho_{nf} = \left( \frac{m}{V} \right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_f + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s} \quad (\text{II.12})$$

Nous définissons la fraction volumique  $\phi$  comme étant le rapport du volume des nanoparticules sur le volume total (fluide + nanoparticules solides) :

$$\phi = \frac{\text{Volume solide}}{\text{Volume total du nanofluide}} = \frac{V_s}{V_f + V_s} \quad (\text{II.13})$$

Nous déduisons alors que la masse volumique du nanofluide :

$$\rho_{nf} = (1 - \phi) \rho_f + \phi \rho_s \quad (\text{II.14})$$

$\rho_{nf}$ ,  $\rho_f$  et  $\rho_s$  sont la masse volumique du nanofluide, la masse volumique du fluide de base et la masse volumique du nanoparticule solide respectivement.

### La chaleur spécifique

La chaleur spécifique est l'apport de la chaleur nécessaire pour élever la température de l'unité de substance de 1°K est connue par la relation suivante :

$$C_p = dQ / mdT \quad (\text{II.15})$$

Dans la littérature il existe deux expressions qui donnent la chaleur spécifique du nanofluide :

**Pak et Cho [86] :**

$$C_{p_{nf}} = (1-\phi)C_{p_f} + \phi C_{p_s} \quad (\text{II.16})$$

**Xuan et Roetzel [87]** est basée sur la règle du mélange (solide – fluide) :

$$\rho_{nf} = \left( \frac{m}{V} \right)_{nf} = \frac{m_f + m_s}{V_f + V_s} = \frac{\rho_f V_f + \rho_s V_s}{V_f + V_s}$$

$$(\rho C_p)_{nf} = \rho_{nf} \left( \frac{Q}{m \Delta T} \right)_{nf} = \rho_{nf} \frac{Q_f + Q_p}{(m_f + m_p) \Delta T} \quad (\text{II.17})$$

$$(\rho C_p)_{nf} = \rho_{nf} \frac{(m C_p)_f \Delta T + (m C_p)_p \Delta T}{(m_f + m_p) \Delta T} \quad (\text{II.18})$$

$$(\rho C_p)_{nf} = \frac{(\rho C_p)_f V_f + (\rho C_p)_p V_p}{\rho_f V_f + \rho_p V_p}$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\phi)(\rho C_p)_f + \phi(\rho C_p)_s \quad (\text{II.19})$$

### La conductivité thermique

Diverses corrélations dans la littérature présentent la conductivité thermique du nanofluide de différentes voies théoriques, analytiques et expérimentales. **Maxwell [9]** est le premier qui a étudié analytiquement la conduction thermique dans les particules en suspension dans un fluide de base. Il a montré la possibilité d'augmenter la conductivité thermique d'un mélange liquide-solide en augmentant la fraction volumique des particules solides. L'équation de **Maxwell [9]** est obtenue à partir de deux suppositions :

1- Il considère une grande sphère contenant toutes les particules de forme sphérique avec une conductivité thermique effective  $k_{eff}$  qui sont noyées dans un fluide de conductivité thermique  $k_f$ .

2- Il a aussi considéré que toutes les particules sphériques avec une conductivité thermique  $k_s$  noyées dans un fluide de conductivité thermique  $k_f$ .

L'équation obtenue est :

$$k_{eff} = k_f + 3\phi \frac{k_s - k_f}{k_s + 2k_f - \phi(k_s - k_f)} k_f \quad (\text{II.20})$$

Cette corrélation applicable à des faibles concentrations volumiques. A partir du travail de **Maxwell [9]** beaucoup de recherches ont été présentées, et considérées comme une extension. Mais en tenant compte des effets des divers facteurs qui influent sur la conductivité thermique effective des nanofluides. Les recherches expérimentales de **Yu et al [88]** sur la conductivité thermique ont été faites pour étudier les effets suivants tels que :

- 1- Effet de la concentration volumique.
- 2- Effet du matériel de la nanoparticule.
- 3- Effet de la taille de particule.
- 4- Effet de la forme de particule.
- 5- Effet de fluide base.
- 6- Effet de la température.
- 7- Effet de l'additif.
- 8- Effet de l'acidité (PH).
- 9- La résistance de contact solide/fluide.

Tous ces effets et d'autres sont présentés par les auteurs :

- ✚ La forme des particules solides **Fricke[89, 90]** (ellipsoïde), **Taylor[91, 92]** (sphère), **Hamilton-Crosser[36]** (particules arbitraires), **Granqvist [93, 94]** (ellipsoïde), **Xue[95]** (ellipsoïdes), **Yu et Choi [96]** (ellipsoïde avec coquille). **Elena[97]** (Cylindre, Lame, Brique et Plaquettes) ,**Aaiza [98]** (cylindres , Briques, Lames et Plaquettes).
- ✚ La distribution des particules solides **Rayleigh[99]** , **Wiener[100]**.
- ✚ La concentration volumique élevée **Bruggeman [101]**, **Landauer [102]** , **Jeffrey [103]**, **Davis [104]**.
- ✚ Structure coquille des particules solides **Kerner[105]**, **Van de Hulst[106]**, **Lamb et al [107]** , **Xue[108]**, **Yu et Choi[96]** , **Wang et al [109]**.
- ✚ La résistance de contact **Benveniste[110]**, **Hasselman et Johnson [111]**, **Hyun Jin Kim[112]** , **K.H. Do [113]**



Certaines de ces équations sont résumés dans le **tableau II-1 annexe A**. [114].

### **La viscosité dynamique**

L'étude de la viscosité dynamique des mélanges fluide-particule a connu un retard par rapport à la conductivité thermique d'un mélange. **Einstein** a été le premier à calculer la viscosité effective d'une suspension de sphères sur la base des équations hydrodynamiques. **Einstein**[66] en 1906 a évalué la viscosité effective  $\mu_{eff}$  d'un fluide visqueux de manière linéaire de la viscosité  $\mu_m$  contenant une suspension diluée de petites particules. Il a supposé que la perturbation du régime d'écoulement du fluide de base provoquée par une particule donnée ne chevauche pas la perturbation de l'écoulement provoqué par la présence d'une seconde particule en suspension, l'équation obtenue est la suivante :

$$\mu_{eff} = (1 + 2.5\phi)\mu_f \quad (\text{II.21})$$

Les premiers travaux d'Einstein ont ouvert une porte devant les chercheurs qui ont réalisé des progrès dans l'extension de la théorie d'Einstein dans trois grands domaines.

Le premier est d'étendre l'équation d'Einstein à des concentrations volumique de particules plus élevées en prenant certaines interactions particule-particule. Ce type d'équation théorique de la viscosité d'un mélange efficace peut être exprimée sous la forme [115] :

$$\mu_{eff} = (1 + c_1\phi + c_2\phi^2 + c_3\phi^3 + \dots)\mu_f \quad (\text{II.22})$$

La deuxième extension de l'équation de [66] est de tenir compte du fait que la viscosité effective d'un mélange devient très grande au maximum de concentration volumique  $\phi_{max}$ , cette équation théorique à généralement le terme  $[1 - (\phi / \phi_{max})]^\alpha$  dans le dénominateur, et il peut être exprimé sous une forme similaire à l'équation (II.23).

Les deux extensions sont fondamentalement les mêmes que celle de l'équation d'origine d'Einstein en raison de la très faible concentration volumique de particules.

La troisième extension est pour des suspensions de particules non sphériques. Certains de ces équations sont inclus dans le **tableau 1 de l'annexe A** [114].

Les données expérimentales de la viscosité effective des nanofluides sont limitées à certains nanofluides tels que :

✚  $Al_2O_3$  dans l'eau : **Packe**[56], **Das** [116], **Li** [117], **Heris** [69].

✚  $CuO$  dans l'eau : **Heris** [69], **Kulkarni** [118].

- ✚  $\text{TiO}_2$  dans l'eau : **Pack [56]**.
- ✚ MWCNT dans l'eau : **Ding [1]**.
- ✚  $\text{Al}_2\text{O}_3$  dans L'Octane: **Liu [119]**.

Les rangés des paramètres (la concentration volumique de particules, la température, ect.) sont également limitées. Pourtant, les données expérimentales montrent la tendance que les viscosités effectives des nanofluides sont plus les prédictions théoriques. Pour cela les chercheurs ont proposé des équations à des applications bien spécifiques, par exemple, ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ) et ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Ethelyne glycool}$ ) **Maïga[120]** et ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ).

Une équation donnant la viscosité dynamique a été proposée par **Kulkarni [118]** pour  $\text{CuO}$  dans l'eau qui est en fonction de la température. Pour des faibles concentrations volumiques, cette équation ne convient pas à celle d'Einstein.

### **Coefficient d'expansion thermique**

Le modèle qui calcule le coefficient de dilatation (expansion thermique) a été proposé par **Khanafar [121]** :

$$(\rho\beta)_{nf} = \left[ \frac{1}{1 + \frac{(1-\phi)\rho_f}{\phi\rho_s}} \frac{\beta_s}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{(1-\phi)\rho_f}} \right] \beta_f \quad (\text{II.24})$$

## **II.4.2 Nanofluides hybrides**

Les nanofluides hybrides sont une nouvelle classe des fluides et des nanofluides traditionnels qui possèdent deux différents types des nanoparticules par exemple, l'Argent (Ag) et l'Oxyde de Titane ( $\text{TiO}_2$ ) dispersant dans le fluide de base d'une manière homogène et plus stable.

- ✓ La densité du nanofluide hybride est spécifiée par :

$$\rho_{hnf} = \phi_{\text{TiO}_2} \rho_{\text{TiO}_2} + \phi_{\text{Ag}} \rho_{\text{Ag}} + (1-\phi) \rho_f \quad (\text{II.25})$$

$\phi$  est la concentration volumique globale des deux différents types des nanoparticules dispersées dans le le fluide de base est calculée comme suit :

$$\phi = \phi_{\text{TiO}_2} + \phi_{\text{Ag}} \quad (\text{II.26})$$

$\phi_{\text{TiO}_2}$  : Concentration volumique de l'oxyde de Titane  $\text{TiO}_2$ .

$\phi_{Ag}$  : Concentration volumique de l'Argent Ag.

- ✓ La capacité calorifique du nanofluide hybride donnée comme suit :

$$(\rho C_p)_{hnf} = \phi_{TiO_2} \rho_{TiO_2} C_{p_{TiO_2}} + \phi_{Ag} \rho_{Ag} C_{p_{Ag}} + (1-\phi)(\rho C_p)_f \quad (II.27)$$

- ✓ Le coefficient de dilatation thermique du nanofluide hybride peut être déterminé par :

$$(\rho\beta)_{hnf} = \phi_{TiO_2} \rho_{TiO_2} \beta_{TiO_2} + \phi_{Ag} \rho_{Ag} \beta_{Ag} + (1-\phi)(\rho\beta)_f \quad (II.28)$$

- ✓ La conductivité thermique du nanofluide hybride est pour les mélanges à faible densité avec des particules sphériques exemple :

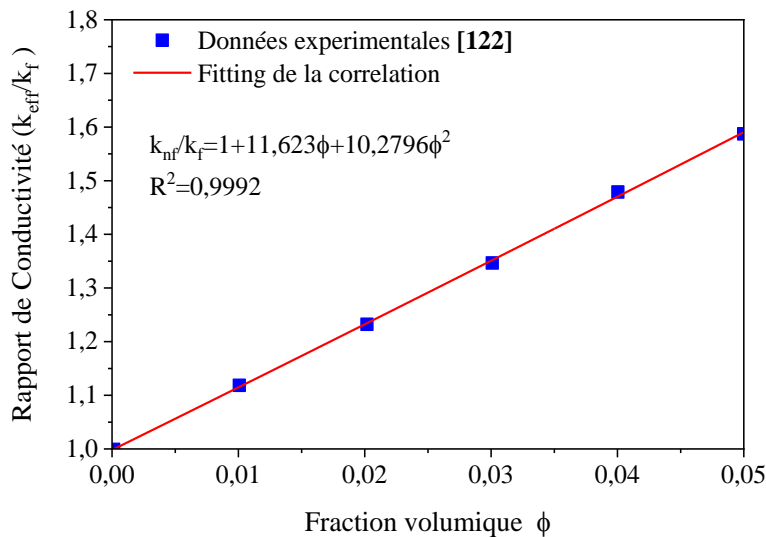
- Le modèle théorique de **Maxwell** [9]

$$\frac{k_{hnf}}{k_f} = \frac{(k_{hp} + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_{hp})}{(k_{hp} + 2k_f) + \phi(k_f - k_{hp})} \quad (II.29)$$

Où :

$$k_{hp} = \frac{\phi_{TiO_2} k_{TiO_2} + \phi_{Ag} k_{Ag}}{\phi} \quad (II.30)$$

Pour le nanofluide à base d'eau  $CuO$ , les résultats expérimentaux obtenus par **Eastman et al.**[122] nous permet de prédire la corrélation eq (II.31) voir la **figure.II.3**.



**Figure II-3** : Ajustement (fitting) de la corrélation du nanofluide  $CuO$  à base d'eau

$$k_{nf}/k_f = 1 + 11,623\phi + 10,2796\phi^2 \quad (II.31)$$

- Pour le nanofluide à base d'eau  $TiO_2$ , le modèle **Buongiorno**[85]

$$k_{nf}/k_f = 1 + 2,92\phi - 11,99\phi^2 \quad (II.32)$$

- ✓ La viscosité dynamique du nanofluide

- Pour tous nanofluide le modèle théorique de **Brinkman [26]**:

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1/(1-\phi)^{2.5} \quad (\text{II.33})$$

- Pour le nanofluide à base d'eau TiO<sub>2</sub>, le modèle **Buongiorno [85]** :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1 + 5.45\phi + 108.2\phi^2 \quad (\text{II.34})$$

- Pour le nanofluide à base d'eau CuO, d<sub>p</sub>=29nm, le modèle de **Nguyen et al. [123]** :

$$\frac{\mu_{nf}}{\mu_f} = 1.475 - 0.319\phi + 0.051\phi^2 + 0.009\phi^3 \quad (\text{II.35})$$

- Une autre corrélation qui calcule la viscosité dynamique a été proposée par **Corcione[60]** :

$$\mu_{nf} / \mu_f = \frac{1}{\left(1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{-0.3} \phi^{1.03}\right)}$$

$$d_f = 0.1 \left(\frac{6M}{N \pi \rho_{f0}}\right)^{1/3} \quad (\text{II.36})$$

**Tableau II-3** : Les propriétés thermophysiques des nanoparticules et l'eau fluide de base

Propriétés physiques	Eau pure	Cuivre Cu	Argent Ag	Alumina Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Oxyde de Titane TiO <sub>2</sub>	Oxyde de Cuivre CuO
$\rho(\text{kg m}^{-3})$	997.1	8933	10500	3970	4250	6500
$C_p(\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1})$	4179	385	235	765	686.2	540
$k(\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1})$	0.613	401	429	40	8.9538	18
$\beta(\text{K}^{-1}) \times 10^{-5}$	21	1.67	1.89	0.85	0.9	0.85
$\mu(\text{kg m}^{-1}\text{s}^{-1}) \times 10^{-3}$	0.855	-	-	-	-	-

## II.5 Le nombre de Nusselt

### a. Cas d'un conduit annulaire sans ailettes

Le cylindre extérieur est chauffé par un flux de chaleur sur sa face extérieure. A l'interface solide-nanofluide, le nombre de Nusselt local qui dépend simultanément des positions angulaire  $\theta$  et axiale  $Z^*$  est défini par la relation suivante :

$$Nu(\theta, z^*) = \frac{h(\theta, z)_{nf} D_h}{k_f} = \frac{k_{nf}}{k_f} \left[ \frac{(\partial T^*/\partial r^*)|_{r^*=r_e}}{T^*(iL, \theta, z^*) - T_m^*(z^*)} \right] \quad (\text{II.37})$$

La température moyenne de mélange (fluide – solide), adimensionnelle dans une section  $T_m^*(z^*)$  étant définie comme :

$$T_m^*(z^*) = \frac{\int_{0.5}^1 \int_0^{2\pi} v^*(r^*, \theta, z^*) T^*(r^*, \theta, z^*) r^* dr^* d\theta}{\int_{0.5}^1 \int_0^{2\pi} v^*(r^*, \theta, z^*) r^* dr^* d\theta} \quad (\text{II.38})$$

Le nombre de Nusselt local axial est :

$$Nu(z^*) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu(\theta, z^*) d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{k_{nf}}{k_f} \left[ \frac{(\partial T^*/\partial r^*)|_{r^*=1}}{T^*(iL, \theta, z^*) - T_m^*(z^*)} \right] d\theta \quad (\text{II.39})$$

Sur toute la longueur axiale le nombre de Nusselt moyen pour toute l'interface solide-nanofluide est déterminé par la relation :

$$Nu_A = \frac{1}{(2\pi)(100)} \int_0^{2\pi} \int_0^{100} Nu(\theta, z^*) dz^* d\theta \quad (\text{II.40})$$

### b. Cas du conduit avec ailettes longitudinales

A l'interface solide-fluide du conduit horizontal et de l'espace annulaire, le nombre de Nusselt local est défini par les équations :

Lorsque l'état stationnaire est atteint, un bilan d'énergie sur une petite portion de l'ailette longitudinale impose une égalité des flux conductif et convectif dans la direction azimutale de la surface de cette dernière (coté fluide), cela permet de déterminer le nombre de Nusselt local de la surface de l'ailette (dépend de  $r^*$  et  $z^*$ ).

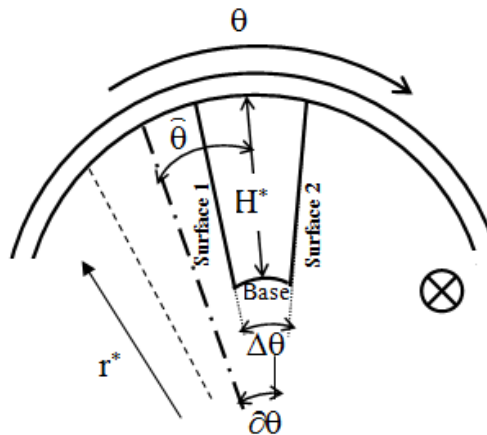


Figure II-4 :L'ailette longitudinale

$$Nu(r, z^*) = \frac{h(r, z)_{nf} D_h}{k_f} = \left[ \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{(\partial T^* / \hat{\theta})}{T^*(iL, \theta_{ailette}, z^*) - T_m^*(z^*)} \right] \quad (\text{II.41})$$

Sachant que  $\hat{\theta} = r^* \partial \theta$  l'équation (II.49) peut s'exprimer sous la forme :

$$Nu(r, z^*) = \frac{h(r, z)_{nf} D_h}{k_f} = \left[ \frac{k_{nf}}{k_f} \frac{\frac{1}{r^*} (\partial T^* / \partial \theta) \Big|_{\theta=\theta_{ailette}}}{T^*(iL, \theta_{ailette}, z^*) - T_m^*(z^*)} \right] \quad (\text{II.42})$$

Sachant que chaque ailette a deux surfaces et une base en contact avec le fluide, le nombre de Nusselt axial de la première surface de l'ailette pour un conduit horizontal est :

$$\begin{aligned} Nu_1(z^*) &= \frac{1}{H^*} \int_{r_i^*-H^*}^{r_i^*} Nu(r^*, z^*) dr^* \\ &= \frac{1}{H^*} \int_{r_i^*-H^*}^{r_i^*} (k_{nf} / k_f) \left[ \frac{(1/r^*) (\partial T^* / \partial \theta) \Big|_{\theta=\theta_{ailette}}}{T^*(r^*, \theta_{ailette}, z^*) - T_m^*(z^*)} \right] dr^* \end{aligned} \quad (\text{II.43})$$

Pour un espace annulaire, le nombre de Nusselt axial de la première surface de l'ailette est :

$$\begin{aligned} Nu_2(z^*) &= \frac{1}{H^*} \int_{r_o^*-H^*}^{r_o^*} Nu(r^*, z^*) dr^* \\ &= \frac{1}{H^*} \int_{r_o^*-H^*}^{r_o^*} (k_{nf} / k_f) \left[ \frac{(1/r^*) (\partial T^* / \partial \theta) \Big|_{\theta=\theta_{ailette}}}{T^*(r^*, \theta_{ailette}, z^*) - T_m^*(z^*)} \right] dr^* \end{aligned} \quad (\text{II.44})$$

$H^*$  est la valeur adimensionnelle de la hauteur de l'ailette.

Le nombre de Nusselt axial de la deuxième surface de l'ailette pour un conduit horizontal est :

$$\begin{aligned} Nu_1(z^*) &= \frac{1}{H^*} \int_{r_i^*-H^*}^{r_i^*} Nu(r^*, z^*) dr^* \\ &= \frac{1}{H^*} \int_{r_i^*-H^*}^{r_i^*} \left[ \frac{((k_{nf} / k_f) / r^*) (\partial T^* / \partial \theta) \Big|_{\theta=\theta_{ailette} + \Delta\theta}}{T^*(r^*, \theta_{ailette} + \Delta\theta, z^*) - T_m^*(z^*)} \right] dr^* \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

Pour un espace annulaire, le nombre de Nusselt axial de la deuxième surface de l'ailette est :

$$\begin{aligned}
Nu_2(z^*) &= \frac{1}{H^*} \int_{r_o^*-H^*}^{r_o^*} Nu(r^*, z^*) dr^* \\
&= \frac{1}{H^*} \int_{r_o^*-H^*}^{r_o^*} \left[ \frac{((k_{nf}/k_f)/r^*)(\partial T^*/\partial \theta) \Big|_{\theta=\theta_{ailette}+\Delta\theta}}{T^*(r^*, \theta_{ailette}+\Delta\theta, z^*)-T_m^*(z^*)} \right] dr^*
\end{aligned} \tag{II.46}$$

Le nombre de Nusselt axial de la base de l'ailette en contact avec le fluide pour le cas du cylindre plein est :

$$\begin{aligned}
Nu_3(z^*) &= \frac{1}{\Delta\theta} \int_{\theta_{ailette}}^{\theta_{ailette}+\Delta\theta} Nu(r^*, z^*) d\theta \\
&= \frac{1}{\Delta\theta} \int_{\theta_{ailette}}^{\theta_{ailette}+\Delta\theta} \left[ \frac{(k_{nf}/k_f)(\partial T^*/\partial r^*) \Big|_{r^*=r_i^*-H^*}}{T^*(r_i^*-H^*, \theta, z^*)-T_m^*(z^*)} \right] d\theta
\end{aligned} \tag{II.47}$$

Pour un espace annulaire, le nombre de Nusselt axial de la base de l'ailette en contact avec le fluide est :

$$\begin{aligned}
Nu_3(z^*) &= \frac{1}{\Delta\theta} \int_{\theta_{ailette}}^{\theta_{ailette}+\Delta\theta} Nu(r^*, z^*) d\theta \\
&= \frac{1}{\Delta\theta} \int_{\theta_{ailette}}^{\theta_{ailette}+\Delta\theta} \left[ \frac{(k_{nf}/k_f)(\partial T^*/\partial r^*) \Big|_{r^*=r_o^*-H^*}}{T^*(r_o^*-H^*, \theta, z^*)-T_m^*(z^*)} \right] d\theta
\end{aligned} \tag{II.48}$$

Pour un maillage  $52 \times 44 \times 162$ ,  $\Delta\theta = 2\pi/44$ .

Le nombre de Nusselt axial de chaque ailette longitudinale est :

$$Nu_{ailette}(z^*) = Nu_1(z^*) + Nu_2(z^*) + Nu_3(z^*) \tag{II.49}$$

Le nombre de Nusselt moyen de N ailettes longitudinales le long du conduit est :

$$Nu_{m \ ailette} = \frac{1}{L^*} \sum_{ailette=1}^N \int_0^{L^*} Nu_{ailette}(z^*) dz^* \tag{II.50}$$

Enfin, le nombre de Nusselt moyen de tout le système est égal à la somme du Nusselt moyen de l'interface cylindrique et le Nusselt moyen des ailettes considérées.

$$Nu_m = \frac{1}{L^*} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{L^*} Nu(\theta, z^*) dz^* d\theta + \sum_{ailette=1}^N \int_0^{L^*} Nu_{ailette}(z^*) dz^* \right] \tag{II.51}$$

# Chapitre III

## Résolution numérique

### III.1 Introduction

La forme finale du modèle mathématique à partir d'un modèle physique défini est un système d'équations différentielles aux dérivées partielles du second ordre non linéaires fortement couplées (II.2 - II.6) avec les conditions aux limites spatio-temporelles appropriées (II.1), (II.7 - II.11) qui ne peuvent être résolues analytiquement mais plutôt que par des méthodes numériques.

### III.2 Choix de la méthode de résolution

Parmi les méthodes numériques de résolution, nous allons nous concentrer sur les plus fréquents qui sont : les différences finies, les éléments finis et les volumes finis.

✚ La méthode des différences finies est basée sur l'approximation des dérivées partielles intervenant dans les équations à l'aide de développement en série de Taylor.

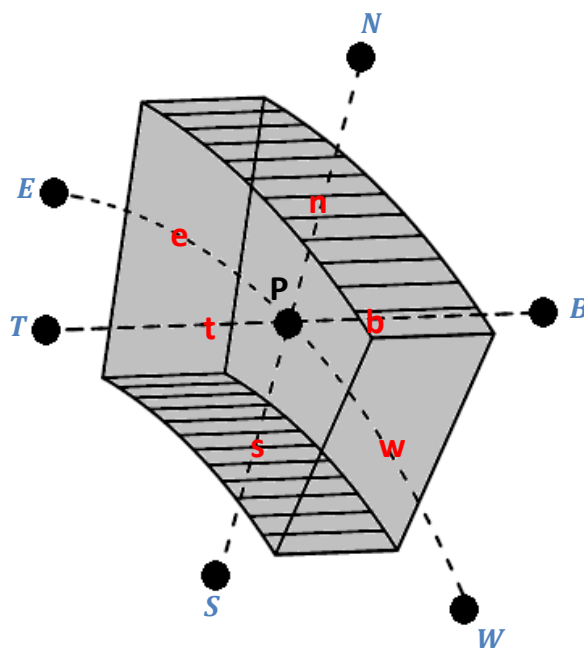
✚ La méthode des éléments finis, le principe est la détermination d'un champ local attribué à chaque domaine (élément) pour que le champ global obtenu par juxtaposition de ces champs locaux soit proche de la solution du problème (bilan global).

✚ Dans notre présente étude nous avons choisi la méthode des volumes finis. Cette méthode intègre le système d'équations gouvernantes sur un volume fini appelé « **volume de contrôle** » couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable typique aux variables des points directement voisins. La discrétisation des équations gouvernantes par cette méthode présente certains avantages du fait qu'elle permet un traitement plus facile et garantit la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dans chaque volume de contrôle Patankar [30].



### III.3 Le maillage

Nous découpons l'espace annulaire (domaine physique) inclus entre  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ,  $(r_i/D_h) \leq r^* \leq (r_o/D_h)$  et  $0 \leq z^* \leq (L/D_h)$  selon les directions radiale, azimutale et axiale  $r^*$ ,  $\theta$  et  $z^*$  respectivement en un ensemble de volumes finis ou « volumes de contrôle » dont la dimension pour un volume typique  $\Delta V^* = r^* \cdot \Delta r^* \cdot \Delta \theta \cdot \Delta z^*$ . Au centre de chaque volume de contrôle sont stockés les quantités scalaires pression et température ( $p^*$ ,  $T^*$ ). Tandis que les grandeurs vectorielles telles que les composantes radiale, axiale et azimutale de la vitesse ( $u^*$ ,  $v^*$ ,  $w^*$ ) respectivement sont localisées au centre de six faces latérales de chaque volume fini. Une représentation d'un volume fini typique ainsi que le domaine numérique d'un espace annulaire sont présentés dans **les figures (III-1 et III-2)**, respectivement. Tandis que le domaine de calcul est représenté aux projections sur les plans :  $(r^*, \theta)$ ,  $(\theta, z^*)$  et  $(r^*, z^*)$  dans **les figures (III-3 – III-5)**. Les variables scalaires dans les équations gouvernantes sont intégrées (discrétisées) dans le volume fini typique. Cependant, celles des composantes de la vitesse sont intégrées dans des volumes finis décalés selon les directions  $r^*$ ,  $\theta$  et  $z^*$  respectivement. Il est bien connu que ce décalage est nécessaire pour éviter certaines instabilités de type numérique **Patankar [30]**



**Figure III-1** : Volume de contrôle typique

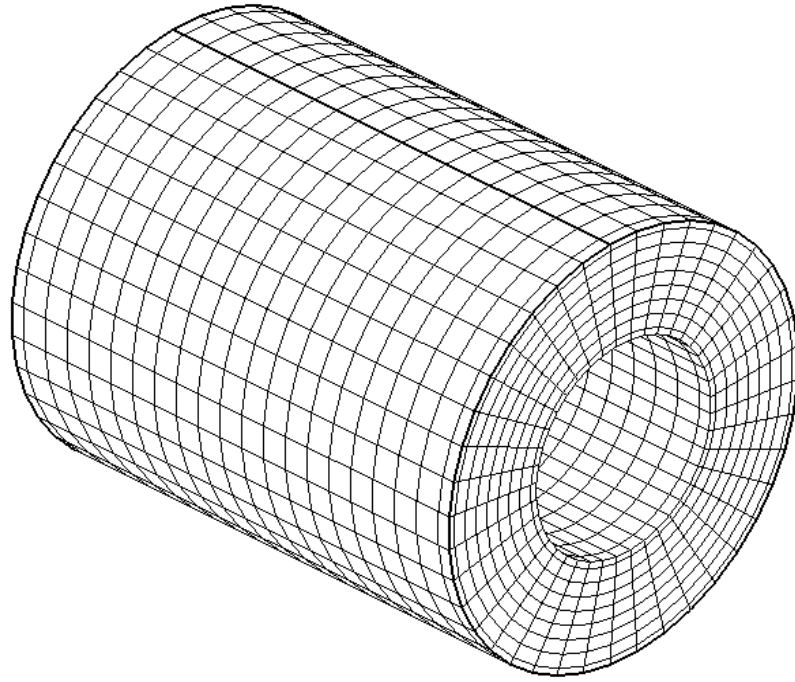


Figure III-2 : Le maillage d'un espace annulaire.

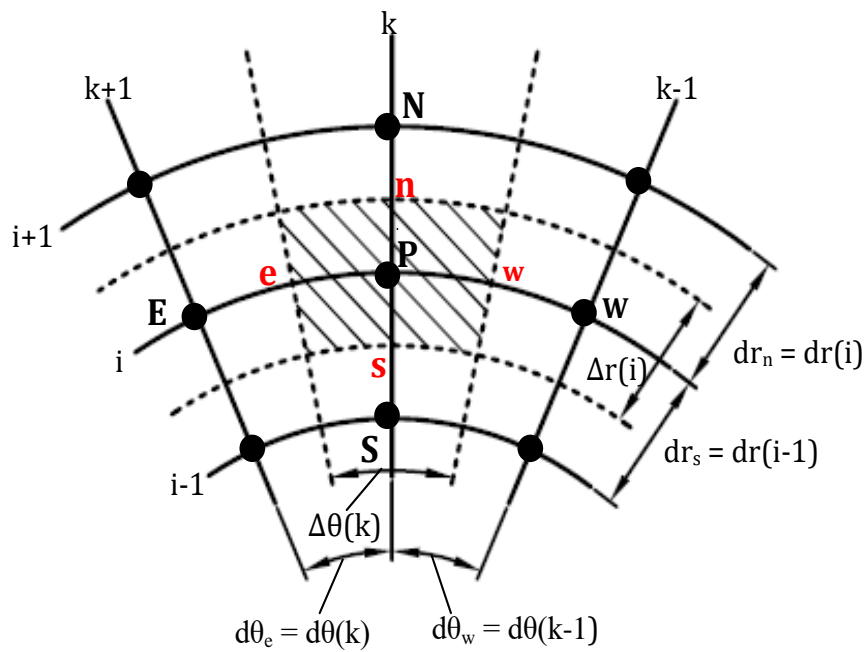


Figure III-3 : Projection du volume fini dans le plan  $(r, \theta)$

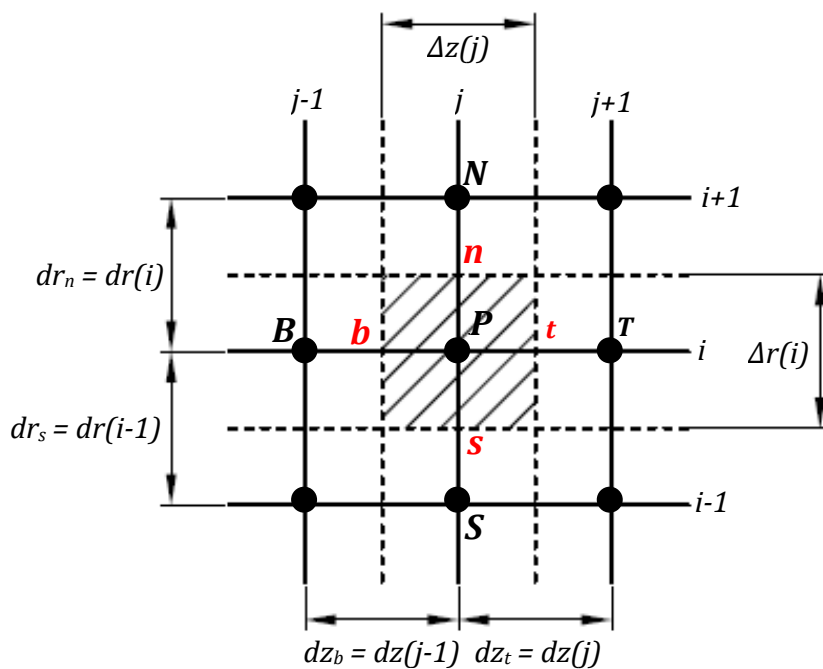


Figure III-4 : Projection du volume fini dans le plan  $(r, z)$

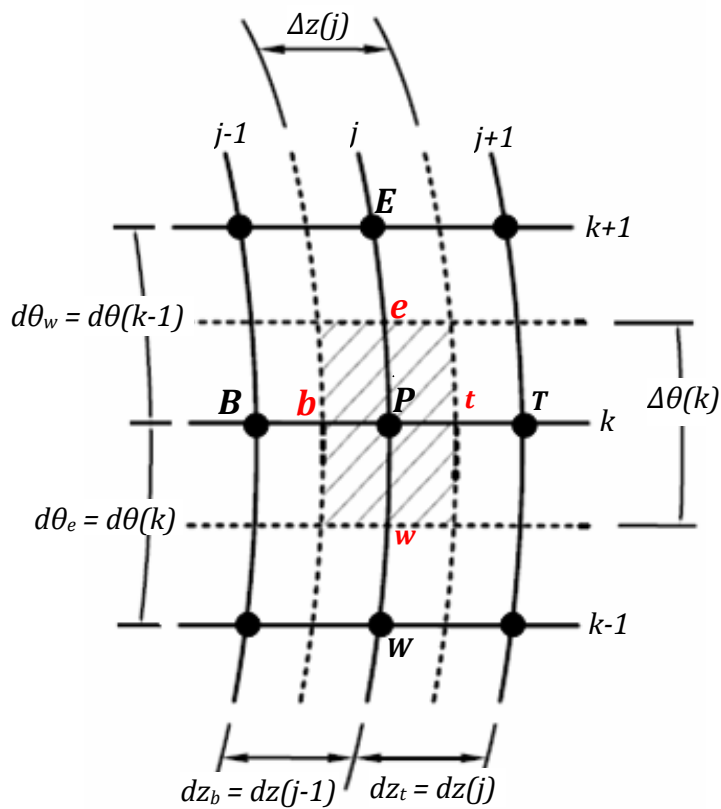


Figure III-5 :Projection du volume fini dans le plan  $(\theta, z)$

### III.4 Discrétisation des équations de conservation

Les équations de conservation peuvent être écrites sous la forme générale suivante :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (\Gamma_\phi U^* \phi) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (W^* \phi) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V^* \phi) = \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( \Gamma_\phi r^* \frac{\partial \phi}{\partial r^*} \right) + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \Gamma_\phi \frac{1}{r^*} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z^*} \right) \right] + S_\phi \quad (\text{III.1})$$

Dans cette équation les différents coefficients sont définis comme suit :

$\phi$  : Variable généralisé

$S_\phi$  : Terme source

$\Gamma_\phi$  : Coefficient de diffusion (de quantité de mouvement ou de la chaleur)

#### III.4.1 La Discrétisation temporelle du second ordre

La discrétisation des termes instationnaires dans les équations de quantité de mouvement et dans l'équation de l'énergie suivent un schéma temporel du second ordre pour avoir une bonne précision de nos résultats. Si nous considérons  $\phi$  comme variable dépendant du temps, un développement limité en série de Taylor au second ordre des variables  $\phi^t$  et  $\phi^{t-\Delta t}$  est :

$$\phi^t = \phi^{t+\Delta t} - \frac{\Delta t}{1!} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Big|^{t+\Delta t} + 0(\Delta t)^2 \quad (\text{III.2})$$

$$\phi^{t-\Delta t} = \phi^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)}{1!} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Big|^{t+\Delta t} + 0(\Delta t)^2 \quad (\text{III.3})$$

Nous multiplions la relation (III.2) par 4, et nous faisons la différence entre le produit et la relation (III.3) nous obtenons :

$$4\phi^t - \phi^{t-\Delta t} = 3\phi^{t+\Delta t} - 2\Delta t \frac{\partial \phi^{t+\Delta t}}{\partial t} + 0(\Delta t)^2$$

$$\text{D'où :} \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} \approx \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} + 0(\Delta t)^2 \quad (\text{III.4})$$

Donc, la discrétisation de la variation temporelle locale avec erreur de troncature est d'ordre deux  $(\Delta t)^2$  :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} = \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} \quad (\text{III.5})$$

Cette discrétisation est celle d'**Euler** retardée.

La discrétisation temporelle des termes diffusifs et des termes des gradients de pression dans l'ensemble des équations modélisantes est implicite. La discrétisation temporelle de la poussée thermique radiale et azimutale, dans l'équation de l'énergie suit le schéma d'**Adams Bashforth**. Ce schéma est obtenu par le développement de Taylor au second ordre de la variable  $\phi^{t+\Delta t}$ .

Nous multiplions l'équation (III.2) par 2 et retranche du produit l'équation (III.3), nous pouvons montrer que :

$$\begin{aligned} \phi^{t+\Delta t} &= 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t} + \frac{(\Delta t)^2}{2} \frac{\partial^2 \phi^{t+\Delta t}}{\partial t^2} \\ \phi^{t+\Delta t} &\approx 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t} + 0(\Delta t)^2 \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

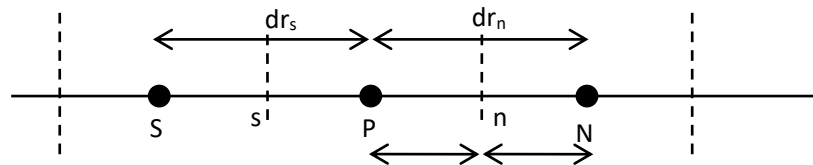
Donc, une approximation, avec une erreur de troncature d'ordre deux  $(\Delta t)^2$  d'une variable  $\phi^{t+\Delta t}$  est :

$$\phi^{t+\Delta t} = 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t} \quad (\text{III.7})$$

Cette relation dite discrétisation d'**Adams-Bashforth**.

### III.4.2 La Discrétisation spatiale du second ordre

Les discrétisations spatiales se font selon un schéma des différences centrées qui est un schéma d'une précision du second ordre dans une direction donnée, radiale par exemple.



**Figure III-6** :Maillage dans la direction radiale.

Démonstration de la précision d'ordre 2. Se référant à **la Figure III-6** : et en utilisant l'expansion en série de Taylor de la fonction  $\phi$  nous démontrons que :

$$\varphi_p = \varphi_n - \frac{(dr_n/2)}{1!} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_n + \frac{(dr_n/2)^2}{2!} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \Big|_n - \frac{(dr_n/2)^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \quad (III.8)$$

$$\varphi_N = \varphi_n - \frac{(dr_n/2)}{1!} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_n + \frac{(dr_n/2)^2}{2!} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \Big|_n - \frac{(dr_n/2)^3}{3!} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \quad (III.9)$$

Nous obtenons par la différence de (III.8) et (III.9)

$$\begin{aligned} \varphi_N - \varphi_p &= dr_n \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_n - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \Big|_n (dr_n)^2 \dots \\ \frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_n &\approx \frac{\varphi_N - \varphi_p}{dr_n} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \Big|_n (dr_n)^2 \end{aligned} \quad (III.10)$$

Donc, 
$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} \Big|_n = \frac{\varphi_N - \varphi_p}{dr_n} \quad (III.11)$$

Avec erreur de troncature d'ordre  $2(dr_n)^2$ .

La même démonstration peut se faire dans les deux autres directions azimutale ( $\theta$ ) et axiale (Z). Alors, notre discrétisation de second ordre est une discrétisation temporelle avec erreur de troncature d'ordre  $2(\Delta t)^2$  et une discrétisation spatiale d'ordre deux avec erreur de troncature  $(\Delta r)^2$ ,  $(\Delta \theta)^2$  et  $(\Delta z)^2$ .

Pour toutes les discrétisations à faire, nous appliquons la forme d'Euler retardée du second ordre donné par l'équation (III.5) à toutes les dérivées par rapport au temps. Tandis que la discrétisation d'**Adam-Bashforth** donnée par l'équation (III.7) sera appliquée à tous les termes non linéaires tels que les termes advectifs et les termes de force de poussée thermique qui se retrouvent dans les différentes sources. La discrétisation selon un schéma totalement implicite au temps  $(t + \Delta t)$  sera appliqué à tous les termes de gradients purement diffusifs et ceux de pression. Quand à la discrétisation dans l'espace, le schéma des différences centrés qui est d'ordre deux (comme on l'a vu précédemment) sera appliqué.

### III.4.3 Stockage des variables

Comme présenter dans **les figures III-3 – III-5** le domaine d'étude est subdivisé en volumes finis, au centre de chaque volume de contrôle sont stockées les quantités scalaires ; pression (P) et température (T) et les quantités vectorielles les vitesses, radiale (U), azimutale (W) et axiale (V) sont localisées aux faces de chaque volume de contrôle aux faces (e, w, n, s et t, b).

## III.5 La discrétisation des équations

la discrétisation des équations de continuité, quantité de mouvement et de l'énergie, pour simplifier, Nous avons convenu la notation suivante :

- L'exposant zéro (0) désigne une évaluation des variables à l'instant  $t - \Delta t$
- L'exposant un (1) désigne une évaluation des variables à l'instant  $t$
- Aucun exposant ne désigne une évaluation des variables à l'instant  $t + \Delta t$

### III.5.1 Équation de continuité

L'équation de continuité (II.6) est discrétisée dans le volume de contrôle typique

(figure III-1) comme suit :

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^*)}{\partial r^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right] r^* dr^* d\theta dz^* = 0 \quad (\text{III.12})$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial(r^* u^*)}{\partial r^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (r_n^* u_n^* - r_s^* u_s^*) \Delta\theta_p \Delta z_p^* \quad (\text{III.13})$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* = (w_e^* - w_w^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^* \quad (\text{III.14})$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial v^*}{\partial z^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (v_t^* - v_b^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta\theta_p \quad (\text{III.15})$$


Nous pouvons mettre l'équation de discrétisation finale sous la forme :

$$(r_n^* u_n^* - r_s^* u_s^*) \Delta\theta_p \Delta z_p^* + (w_e^* - w_w^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^* + (v_t^* - v_b^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta\theta_p = 0 \quad (\text{III.16})$$

Dans cette équation (III.16) tous les termes sont évalués à l'instant  $t + \Delta t$ .

### III.5.2 Équation de quantité de mouvement radial

L'équation de quantité de mouvement radial (II.3) et intégrée dans le volume de contrôle décalé suivant la direction radiale (la figure III-7) comme suit :

 **Terme transitoire :**

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial u^*}{\partial t^*} r^* dr^* d\theta dz^* = \int_w^e \int_s^n \int_b^t \left[ \frac{3u_{pu}^* - 4u_{pu}^{*1} + u_{pu}^{*0}}{2\Delta t} \right] r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3u_{pu}^* - 4u_{pu}^{*1} + u_{pu}^{*0}}{2\Delta t} r_n^* dr_n^* \Delta\theta_p \Delta z_n^*$$

✚ Termes advectifs :

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^b \int_t^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* u^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_s^b \int_t^t \left[ \frac{2}{r^*} (r^* u^* u^*) \Big|_r^1 - \frac{2}{r^*} (r^* u^* u^*) \Big|_r^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^1 - 2r_{su}^* (u_{su}^{*2})^1 - r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^0 - r_{su}^* (u_{su}^{*2})^0 \right] \Delta\theta \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^b \int_t^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (u^* w^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_s^b \int_t^t \left[ \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (u^* w^*) \Big|_r^1 - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (u^* w^*) \Big|_r^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(u_{eu}^{*1} w_{eu}^{*1} - u_{wu}^{*1} w_{wu}^{*1}) - (u_{eu}^{*0} w_{eu}^{*0} - u_{wu}^{*0} w_{wu}^{*0}) \right] dr_n^* \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^b \int_t^t \frac{\partial}{\partial z^*} (u^* v^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_s^b \int_t^t \left[ 2 \frac{\partial}{\partial z^*} (u^* v^*) \Big|_r^1 - \frac{\partial}{\partial z^*} (u^* v^*) \Big|_r^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(u_{tu}^{*1} v_{tu}^{*1} - u_{bu}^{*1} v_{bu}^{*1}) - (u_{tu}^{*0} v_{tu}^{*0} - u_{bu}^{*0} v_{bu}^{*0}) \right] r_n^* dr_n^* \Delta\theta_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^b \int_t^t \frac{w^{*2}}{r^*} r^* dr^* d\theta dz^* &= \left( 2[w_{pu}^{*1}]^2 - [w_{pu}^{*0}]^2 \right) dr_n^* \Delta\theta_p \Delta z_p^* + 2 \left[ \frac{w_{ne}^{*1} + w_{nw}^{*1} + w_{se}^{*1} + w_{sw}^{*1}}{4} \right]^2 dr_n^* \Delta\theta_p \Delta z_p^* \\ &\quad \left[ \frac{w_{ne}^{*0} + w_{nw}^{*0} + w_{se}^{*0} + w_{sw}^{*0}}{4} \right]^2 dr_n^* \Delta\theta_p \Delta z_p^* \end{aligned}$$

✚ Terme de pression

$$\int_w^e \int_s^b \int_t^t -\frac{\partial p^*}{\partial r^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (p_p^* - p_N^*) r_n^* \Delta\theta_p \Delta z_p^*$$

✚ Terme diffusif

$$\int_w^e \int_s^b \int_t^t \left( \frac{Gr_f}{Re_f^2} \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \cos \theta \right) T^* r^* dr^* d\theta dz^* = \left( \frac{Gr_f}{Re_f^2} \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \cos \theta \right) (2T_p^{*1} - T_p^{*0}) r_n^* dr_n^* \Delta\theta \Delta z^*$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ r_{nu}^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \Big|_{nu} - r_{su}^* \frac{\partial u^*}{\partial r^*} \Big|_{su} \right] \Delta\theta_p \Delta z_p^* \\ &= \left[ r_{nu}^* \frac{u_{Nu}^* - u_{Pu}^*}{dr_n^*} - r_{su}^* \frac{u_{Pu}^* - u_{Su}^*}{dr_s^*} \right] \Delta\theta_p \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ r_{eu}^* \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \Big|_{eu} - r_{wu}^* \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \Big|_{wu} \right] dr_n^* \Delta z_p^* \\ &= \left[ r_{eu}^* \frac{u_{Eu}^* - u_{Pu}^*}{d\theta_e} - r_{wu}^* \frac{u_{Pu}^* - u_{Wu}^*}{d\theta_w} \right] dr_n^* \Delta z_p^* \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \Big|_{tu} - \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \Big|_{bu} \right] r_n^* dr_n^* \Delta \theta_e \\ &= \left[ \frac{u_{Tu}^* - u_{Pu}^*}{dz_t^*} - \frac{u_{Pu}^* - u_{Bu}^*}{dz_b^*} \right] r_n^* dr_n^* \Delta \theta_e \end{aligned}$$

$$\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} -\frac{u^*}{r^{*2}} r^* dr^* d\theta dz^* = -\frac{u_{Pu}^*}{r_n^*} dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} -\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* &= -\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \left[ 2 \left( \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) \Big| - 2 \left( \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) \Big| \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ \frac{4}{r_n^*} \left( \frac{w_{wnu}^{*1} + w_{wsu}^{*1}}{2} - \frac{w_{enu}^{*1} + w_{esu}^{*1}}{2} \right) - \frac{2}{r_n^*} \left( \frac{w_{wnu}^{*0} + w_{wsu}^{*0}}{2} - \frac{w_{enu}^{*0} + w_{esu}^{*0}}{2} \right) \right] dr_n^* \Delta z_p^* \end{aligned}$$

Nous regroupons tous les termes présents pour obtenir une équation de discrétisation finale sous la forme suivante :

$$A_p u_{pu}^* = A_E u_{Eu}^* + A_W u_{Wu}^* + A_N u_{Nu}^* + A_S u_{Su}^* + A_T u_{Tu}^* + A_B u_{Bu}^* + S_u \quad (\text{III.17})$$

Où les coefficients de l'équation de discrétisation et la source, sont donnés par les relations suivantes :

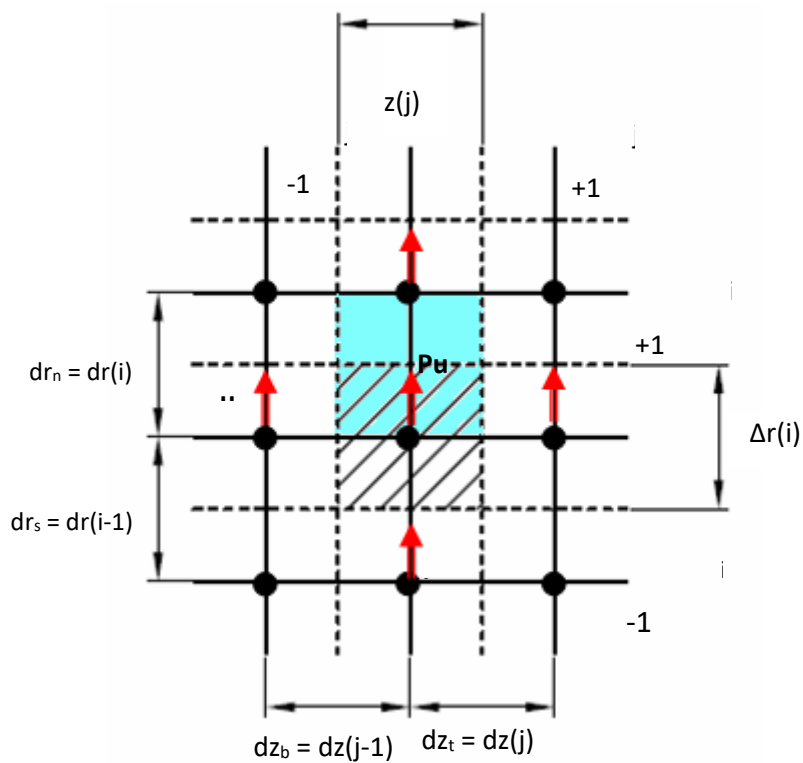
$$\begin{aligned} A_E &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_n^* \Delta z_p^*}{r_n^* d\theta_e} & A_W &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_n^* \Delta z_p^*}{r_n^* d\theta_w} \\ A_N &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_{nu}^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_n^*} & A_S &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_{su}^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_s^*} \\ A_T &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p}{dr_t^*} & A_B &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p}{dr_b^*} \end{aligned} \quad (\text{III.18})$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{r_n^*} + \frac{3}{2} \frac{r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{\Delta t^*} \quad (\text{III.19})$$

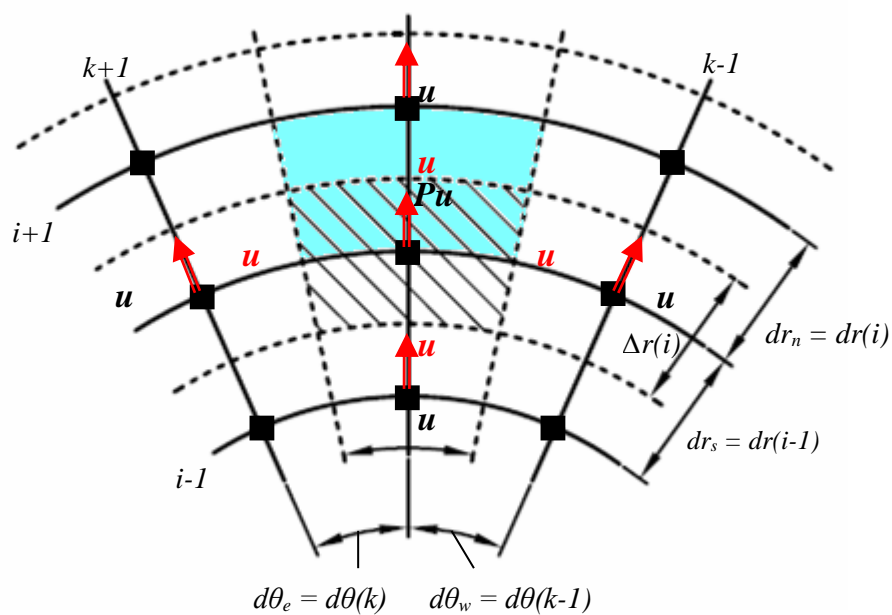
$$\begin{aligned}
S_u = & \frac{4u_{Pu}^{*1} - u_{Pu}^{*0}}{2\Delta t^*} r_n^* dr_n^* \Delta\theta_p \Delta z_p^* + (p_p^* - p_N^*) r_n^* \Delta\theta_p \Delta z_p^* + \\
& \left( \frac{Gr_f}{Re_f^2} \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \cos\theta \right) (2T^{*1} - T^{*0}) r_n^* dr_n^* \Delta\theta \Delta z_p^* + \left( 2[w_{pu}^{*1}]^2 - [w_{pu}^{*0}]^2 \right) dr_n^* \Delta\theta_p \Delta z_p^* + \\
& \left[ \frac{4}{r_n^*} \left( \frac{w_{wnu}^{*1} + w_{wsu}^{*1}}{2} - \frac{w_{enu}^{*1} + w_{esu}^{*1}}{2} \right) - \frac{2}{r_n^*} \left( \frac{w_{wnu}^{*0} + w_{wsu}^{*0}}{2} - \frac{w_{enu}^{*0} + w_{esu}^{*0}}{2} \right) \right] dr_n^* \Delta z_p^* \\
& + \left[ -2r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^1 + 2r_{su}^* (u_{su}^{*2})^1 + r_{nu}^* (u_{nu}^{*2})^0 - r_{su}^* (u_{su}^{*2})^0 \right] \Delta\theta \Delta z_p^* + \\
& \left[ 2(u_{eu}^{*1} w_{eu}^{*1} - u_{wu}^{*1} w_{wu}^{*1}) - (u_{eu}^{*0} w_{eu}^{*0} - u_{wu}^{*0} w_{wu}^{*0}) \right] dr_n^* \Delta z_p^* + \\
& \left[ 2(u_{tu}^{*1} v_{tu}^{*1} - u_{bu}^{*1} v_{bu}^{*1}) - (u_{tu}^{*0} v_{tu}^{*0} - u_{bu}^{*0} v_{bu}^{*0}) \right] r_n^* dr_n^* \Delta\theta_p
\end{aligned}$$

Les coefficients de l'équation de discrétisation sont tous positifs, relation (III.19), et que  $A_p$  est supérieur à la somme des coefficients, comme dans le cas de l'équation de discrétisation radiale. Citons que les composantes de vitesse aux faces de volumes finis décalés suivant la direction radiale sont discrétisés par les différences centrées (pour assurer la précision d'ordre deux):

$$\begin{aligned}
u_{nu}^* &= (u_{Pu}^* + u_{Nu}^*)/2 & u_{su}^* &= (u_{Pu}^* + u_{Su}^*)/2 \\
w_{eu}^* &= (u_{enu}^* + u_{esu}^*)/2 & w_{wu}^* &= (u_{wnu}^* + u_{wsu}^*)/2 \\
v_{tu}^* &= (u_{tnu}^* + u_{tsu}^*)/2 & v_{bu}^* &= (u_{bnu}^* + u_{bsu}^*)/2
\end{aligned}$$



(a) : Projection suivant le plan  $(r^*, z^*)$



(b) : Projection suivant le plan  $(r^*, \theta)$

**Figure III-7** : Le maillage décalé suivant la direction radiale

### III.5.3 Équation de quantité de mouvement azimutal

L'équation de quantité de mouvement azimutal (II.4) est intégrée dans le volume de contrôle décalé suivant la direction azimutale (**Figure III-8**) comme suit :

✚ **Terme transitoire :**

$$\begin{aligned} \int_{ww}^e \int_{sb}^n \int \frac{\partial w^*}{\partial t^*} r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{ww}^e \int_{sb}^n \int \left[ \frac{3w_{pw}^* - 4w_{pw}^{*1} + w_{pw}^{*0}}{2\Delta t^*} \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \frac{3w_{pw}^* - 4w_{pw}^{*1} + w_{pw}^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_e \Delta z_p^* \end{aligned}$$

✚ **Termes advectifs :**

$$\begin{aligned} \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* w^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \left[ \frac{2}{r^*} (r^* u^* w^*) \Big| - \frac{2}{r^*} (r^* u^* w^*) \Big|^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(r_{nw}^* u_{nw}^{*1} w_{nw}^{*1} - r_{sw}^* u_{sw}^{*1} w_{sw}^{*1}) - (r_{nw}^* u_{nw}^{*0} w_{nw}^{*0} - r_{sw}^* u_{sw}^{*0} w_{sw}^{*0}) \right] d\theta_e \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \left[ \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) \Big| - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* w^*) \Big|^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2}) - (w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2}) \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \left[ 2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) \Big| - \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* w^*) \Big|^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(v_{tw}^{*1} w_{tw}^{*1} - v_{tw}^{*0} w_{tw}^{*0}) - (v_{tw}^{*0} w_{tw}^{*0} - v_{tw}^{*0} w_{tw}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \frac{u^* w^*}{r^*} r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \left[ 2 \left( \frac{u^* w^*}{r^*} \right) \Big| - \left( \frac{u^* w^*}{r^*} \right) \Big|^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= (2u_p^{*1} w_p^{*1} - u_p^{*0} w_p^{*0}) \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^* \end{aligned}$$

✚ **Terme de pression**

$$\int_{ws}^e \int_{sb}^n \int -\frac{1}{r^*} \frac{\partial p^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* = (p_p^* - p_E^*) \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

✚ **Terme diffusif**

$$\int_{ws}^e \int_{sb}^n \int \left( \frac{Gr_f}{Re_f^2} \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \sin \theta \right) \Gamma^* r^* dr^* d\theta dz^* = - \left( \frac{Gr_f}{Re_f^2} \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \cos \theta \right) (2T_p^{*1} - T_p^{*0}) r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^*$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ r_{nw}^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \Big|_{nw} - r_{sw}^* \frac{\partial w^*}{\partial r^*} \Big|_{sw} \right] d\theta_P \Delta z_P^* \\ &= \left( r_{nw}^* \frac{w_{Nw}^* - w_{Pw}^*}{dr_n^*} - r_{sw}^* \frac{w_{Pw}^* - w_{Sw}^*}{dr_s^*} \right) d\theta_P \Delta z_P^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ \frac{1}{r_{ew}^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \Big|_{ew} - \frac{1}{r_{ww}^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \Big|_{ww} \right] \Delta r_P^* \Delta z_P^* \\ &= \left( \frac{1}{r_{ew}^*} \frac{w_{Ew}^* - w_{Pw}^*}{d\theta_e} - \frac{1}{r_{ww}^*} \frac{w_{Pw}^* - w_{Ww}^*}{d\theta_w} \right) \Delta r_P^* \Delta z_P^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_s^n \int_b^t \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \Big|_{tw} - \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \Big|_{bw} \right] r_P^* \Delta r_P^* \Delta z_P^* \\ &= \left( \frac{w_{Tw}^* - w_{Pw}^*}{dz_t^*} - \frac{w_{Pw}^* - w_{Bw}^*}{dz_b^*} \right) r_P^* \Delta r_P^* \Delta z_P^* \end{aligned}$$

$$\int_w^e \int_s^n \int_b^t -\frac{w^*}{r^{*2}} r^* dr^* d\theta dz^* = -\frac{w_{pw}^*}{r_{pw}^*} \Delta r_P^* d\theta_e \Delta z_P^*$$

$$\int_{ww}^{ew} \int_b^t \int_s^n \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* = \int_{ww}^{ew} \int_b^t \int_s^n \left[ 2 \left( \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right) \Big| - \left( \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right) \Big|^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^*$$

$$\frac{2}{r_{pw}^*} \left[ 2 \left( \frac{u_{new}^{*1} + u_{sew}^{*1}}{2} - \frac{u_{nww}^{*1} + u_{sww}^{*1}}{2} \right) - \left( \frac{u_{new}^{*0} + u_{sew}^{*0}}{2} - \frac{u_{nww}^{*0} + u_{sww}^{*0}}{2} \right) \right] \Delta r_P^* \Delta z_P^*$$

$$\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} -\frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} r^* dr^* d\theta dz^* = -\int_w^e \int_b^t \int_{su}^{nu} \left[ 2 \left( \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) \Big| - 2 \left( \frac{2}{r^{*2}} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right) \Big|^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^*$$

$$= \left[ \frac{4}{r_n^*} \left( \frac{w_{wnu}^{*1} + w_{wsu}^{*1}}{2} - \frac{w_{enu}^{*1} + w_{esu}^{*1}}{2} \right) - \frac{2}{r_n^*} \left( \frac{w_{wnu}^{*0} + w_{wsu}^{*0}}{2} - \frac{w_{enu}^{*0} + w_{esu}^{*0}}{2} \right) \right] dr_n^* \Delta z_P^*$$

Nous regroupons tous les termes présents pour obtenir une équation de discrétisation finale sous la forme suivante :

$$A_p w_{pw}^* = A_E w_{Ew}^* + A_W w_{Ww}^* + A_N w_{Nw}^* + A_S w_{Sw}^* + A_T w_{Tw}^* + A_B w_{Bw}^* + S_w \quad (\text{III.20})$$

Où les coefficients de l'équation de discrétisation et la source, sont donnés par les relations suivantes :

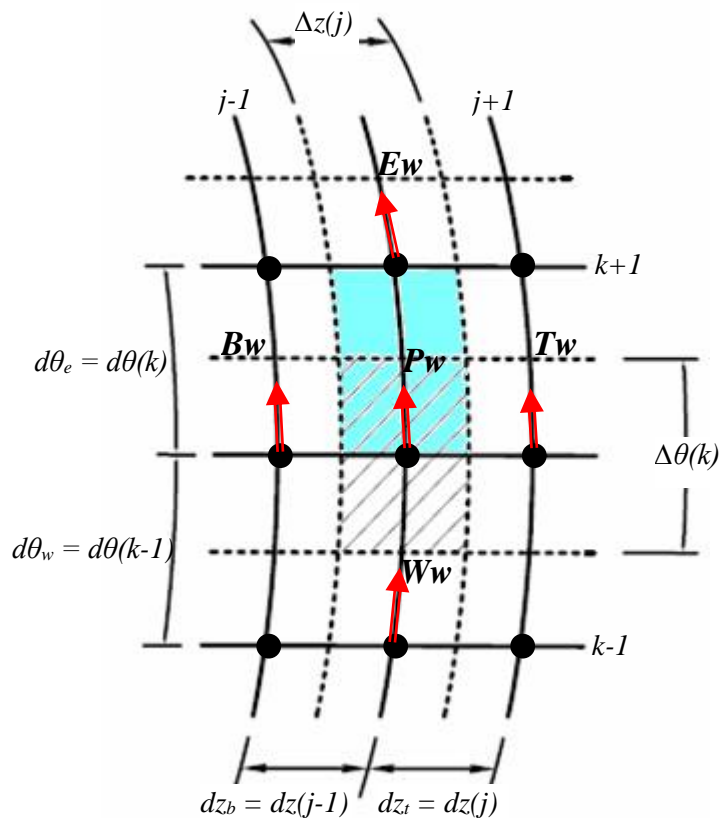
$$\begin{aligned}
A_E &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_p^*}{r_{ew}^* d\theta_e} & A_W &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_p^* \Delta z_p^*}{r_{ww}^* d\theta_w} \\
A_N &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_{nw}^* \Delta \theta_e \Delta z_p^*}{dr_n^*} & A_S &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_{sw}^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_s^*} \\
A_T &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e}{dr_t^*} & A_B &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e}{dz_b^*}
\end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{\Delta r_p^* d\theta_p \Delta z_p^*}{r_{pw}^*} + \frac{3}{2} \frac{r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^*}{\Delta t^*} \quad (\text{III.22})$$

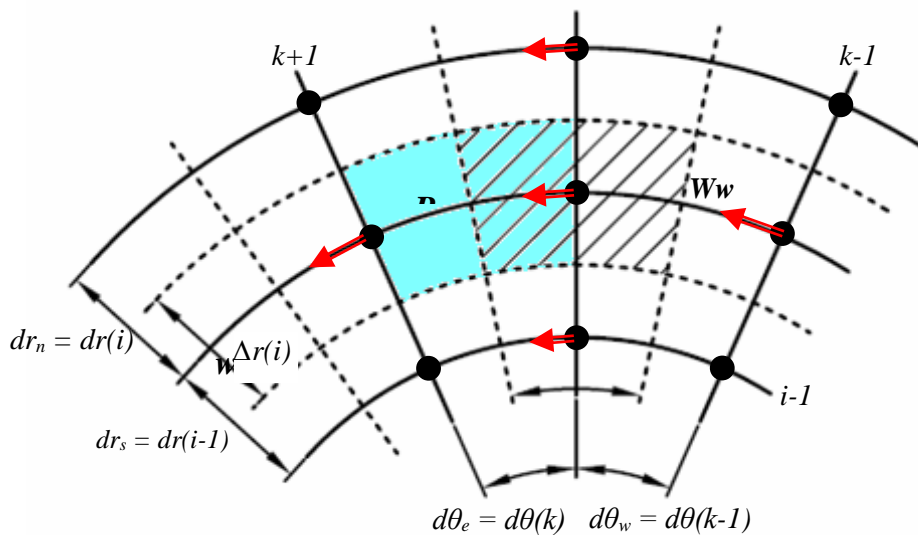
$$\begin{aligned}
S_u &= \frac{4w_{pw}^{*1} - w_{pw}^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* dr_p^* \Delta \theta_e \Delta z_p^* + (p_p^* - p_E^*) \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\
&+ \left( \frac{Gr}{\text{Re}_f^2} \frac{\beta_{nf}}{\beta_f} \sin \theta \right) (2T_p^{*1} - T_p^{*0}) r_p^* \Delta r_p^* \Delta z_p^* + \left[ 2(w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2})^1 - (w_{ew}^{*2} - w_{ww}^{*2})^0 \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\
&+ \left[ 2(r_{nw}^* u_{nw}^{*1} w_{nw}^{*1} - r_{sw}^* u_{sw}^{*1} w_{sw}^{*1}) - (r_{nw}^* u_{nw}^{*0} w_{nw}^{*0} - r_{sw}^* u_{sw}^{*0} w_{sw}^{*0}) \right] d\theta_e \Delta z_p^* \\
&+ \left[ 2(v_{tw}^{*1} w_{tw}^{*1} - v_{tw}^{*0} w_{tw}^{*0}) - (v_{tw}^{*0} w_{tw}^{*0} - v_{tw}^{*0} w_{tw}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e + (2u_p^{*1} w_p^{*1} - u_p^{*0} w_p^{*0}) \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^* \\
&- \frac{w_{pw}^*}{r_{pw}^*} \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^* + \frac{2}{r_{pw}^*} \left[ 2 \left( \frac{u_{new}^{*1} - u_{sew}^{*1}}{2} - \frac{u_{nww}^{*1} - u_{sww}^{*1}}{2} \right) - \left( \frac{u_{new}^{*0} - u_{sew}^{*0}}{2} - \frac{u_{nww}^{*0} - u_{sww}^{*0}}{2} \right) \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^*
\end{aligned}$$

Les coefficients de l'équation de discrétisation sont tous positifs, relation (III.22) , et que  $A_P$  est supérieur à la somme des coefficients, comme dans le cas de l'équation de discrétisation radial. Citons que les composantes de vitesse aux faces de volumes finis décalés suivant la direction azimutale sont discrétisés par les différences (pour assurer la précision d'ordre deux) :

$$\begin{aligned}
u_{nw}^* &= \frac{u_{new}^* + u_{nww}^*}{2} & u_{sw}^* &= \frac{u_{sew}^* + u_{sww}^*}{2} \\
w_{ew}^* &= \frac{w_{pw}^* + w_{ew}^*}{2} & w_{ww}^* &= \frac{w_{pw}^* + w_{ww}^*}{2} \\
v_{tw}^* &= \frac{v_{tew}^* + v_{tww}^*}{2} & v_{bw}^* &= \frac{v_{bew}^* + v_{bww}^*}{2}
\end{aligned}$$



(a) : Projection suivant le plan  $(z^*, \theta)$



(b) : Projection suivant le plan  $(r^*, \theta)$

**Figure III-8** : Le maillage décalé suivant la direction azimutale

### III.5.4 Équation de quantité de mouvement axial

L'équation de quantité de mouvement radial (II.4) est intégrée dans le volume de contrôle décalé suivant la direction axiale **Figure III-9** : comme suit :

✚ **Terme transitoire :**

$$\int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{\partial v^*}{\partial t} r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3v_{pv}^* - 4v_{pv}^{*1} + v_{pv}^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \Delta z_t^*$$

✚ **Termes advectifs :**

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*) \Big|_s^n - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* v^*) \Big|_w^e \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(r_{nv}^* u_{nv}^{*1} v_{nv}^{*1} - r_{sv}^* u_{sv}^{*1} v_{sv}^{*1}) + (r_{nv}^* u_{nv}^{*0} v_{nv}^{*0} - r_{sv}^* u_{sv}^{*0} v_{sv}^{*0}) \right] \Delta \theta_p dz_t^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) \Big|_s^n - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) \Big|_w^e \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(w_{ev}^* v_{ev}^{*1} - w_{wv}^* v_{wv}^{*1}) + (w_{ev}^* v_{ev}^{*0} - w_{wv}^* v_{wv}^{*0}) \right] \Delta r_p^* dz_t^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ 2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) \Big|_s^n - \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* v^*) \Big|_w^e \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ -2(v_{tv}^* v_{tv}^{*1} - v_{bv}^* v_{bv}^{*1}) + (v_{tv}^* v_{tv}^{*0} - v_{bv}^* v_{bv}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \end{aligned}$$

✚ **Termes de pression :**

$$\int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n -\frac{\partial p^*}{\partial z^*} r^* dr^* d\theta dz^* = (p_p^* - p_T^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta z_p^*$$

✚ **Termes diffusifs :**

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ r_{nv}^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \Big|_{nv} - r_{sv}^* \frac{\partial v^*}{\partial r^*} \Big|_{sv} \right] \Delta \theta_p dz_t^* \\ &= \left( r_{nv}^* \frac{v_{Nv}^* - v_{Pv}^*}{dr_n^*} - r_{nv}^* \frac{v_{Pv}^* - v_{Sv}^*}{dr_n^*} \right) \Delta \theta_p dz_t^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ \frac{1}{r_{ev}^*} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \Big|_{ev} - \frac{1}{r_{wv}^*} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \Big|_{wv} \right] dr_p^* dz_t^* \\ &= \left( \frac{1}{r_{ev}^*} \frac{v_{Ev}^* - v_{Pv}^*}{d\theta_e} - \frac{1}{r_{wv}^*} \frac{v_{Pv}^* - v_{Wv}^*}{d\theta_w} \right) \Delta r_p^* dz_t^* \end{aligned}$$

$$\int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* = \left[ \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \Big|_{tv} - \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \Big|_{bv} \right] r_p^* \Delta r_p^* d\theta_p = \left( \frac{v_{Tv}^* - v_{Pv}^*}{dz_t^*} - \frac{v_{Pv}^* - v_{Bv}^*}{dz_t^*} \right) r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p$$



Nous regroupons tous les termes discrétisés pour l'obtention d'une équation de discrétisation finale sous la forme standard :

$$A_p v_{pv}^* = A_E v_{Ev}^* + A_W v_{Wv}^* + A_N v_{Nv}^* + A_S v_{Sv}^* + A_T v_{Tv}^* + A_B v_{Bv}^* + S_v \quad (\text{III.23})$$

Où les coefficients de l'équation de discrétisation est la source, sont donnés par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} A_E &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_t^*}{r_{ev}^* d\theta_e} & A_W &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_p^* \Delta z_p^*}{r_{ww}^* d\theta_w} \\ A_N &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{r_{sv}^* \Delta \theta_p \Delta z_t^*}{dr_s^*} & A_S &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{dr_{nv}^* \Delta \theta_p \Delta z_t^*}{dr_s^*} \\ A_T &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta}{dr_t^*} & A_B &= \frac{(\mu_{nf} / \mu_f)}{(\rho_{nf} / \rho_f)} \frac{1}{\text{Re}_f} \frac{r_p^* \Delta r_p^* d\theta}{dz_b^*} \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{\Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^*}{r_{pw}^*} + \frac{3 r_p^* \Delta r_p^* d\theta_e \Delta z_p^*}{2 \Delta t^*} \quad (\text{III.25})$$

$$\begin{aligned} S_u &= \frac{4w_{pw}^{*1} - v_{pw}^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p dz_t^* + (p_p^* - p_T^*) r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \\ &+ \left[ 2(r_{nv}^* u_{nv}^{*1} v_{nv}^{*1} - r_{sv}^* u_{sv}^{*1} v_{sv}^{*1}) + (r_{nv}^* u_{nv}^{*0} v_{nv}^{*0} - r_{sv}^* u_{sv}^{*0} v_{sv}^{*0}) \right] \Delta \theta_p dz_t^* \\ &+ \left[ 2(w_{ev}^* v_{wv}^{*1} - w_{wv}^* v_{wv}^{*1}) + (w_{ev}^{*0} v_{ev}^{*0} - w_{wv}^{*0} v_{wv}^{*0}) \right] \Delta r_p^* dz_t^* \\ &+ \left[ -2(v_{tv}^{*1} v_{tv}^{*1} - v_{bv}^{*1} v_{bv}^{*1}) + (v_{tv}^{*0} v_{tv}^{*0} - v_{bv}^{*0} v_{bv}^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \end{aligned}$$

Comme dans le cas des équations de discrétisation radiale et azimutale, les relations (III.24) et (III.25), indiquent respectivement que les coefficients de l'équation de discrétisation axiale sont tous positifs et que  $A_p$  est supérieur à la somme des autres coefficients.

Les composantes des vitesses aux faces de volumes finis décalés suivant la direction axiale sont :

$$u_{nv}^* = \frac{u_{ntv}^* + u_{nbv}^*}{2}$$

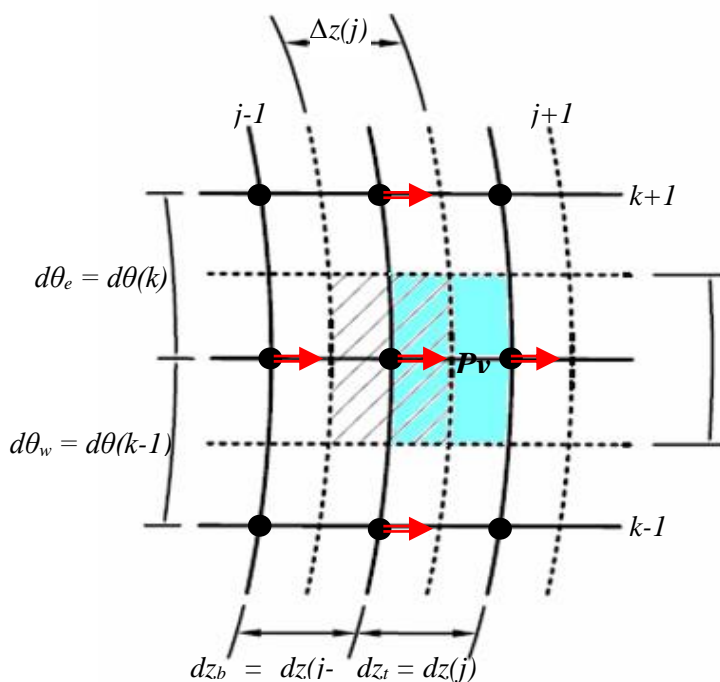
$$u_{sv}^* = \frac{u_{sew}^* + u_{sww}^*}{2}$$

$$W_{ev}^* = \frac{W_{Pw}^* + W_{Ew}^*}{2}$$

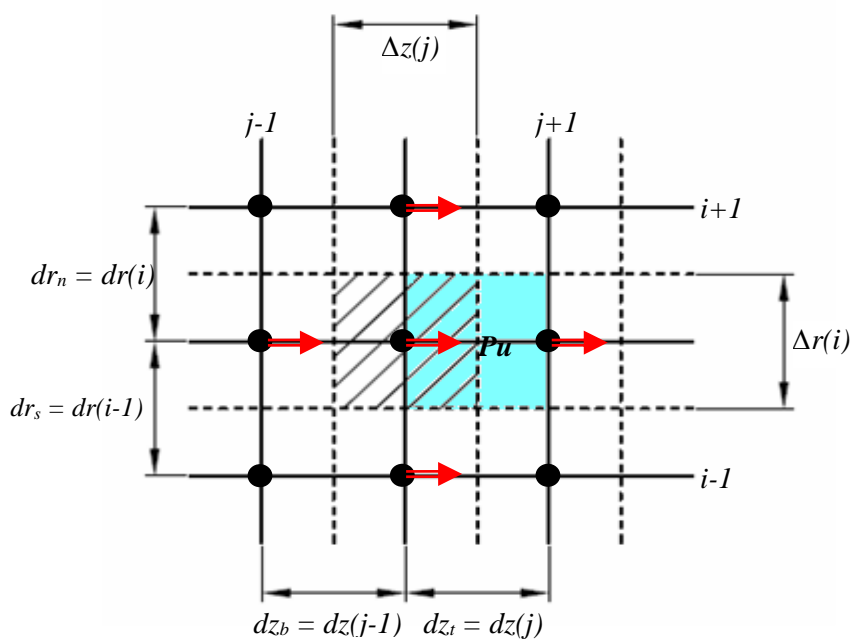
$$W_{wv}^* = \frac{W_{Pw}^* + W_{Ww}^*}{2}$$

$$v_{tv}^* = \frac{v_{Tv}^* + v_{Pv}^*}{2}$$

$$v_{bv}^* = \frac{v_{Bv}^* + v_{Pv}^*}{2}$$



(a) :Projection suivant le plan  $(z^*, \theta)$



(b) :Projection suivant le plan  $(r^*, z^*)$

**Figure III-9** : Le maillage décalé suivant la direction axiale

### III.5.5 L'équation de l'énergie

L'équation de l'énergie (II.10), est intégrée dans le volume fini typique **figure III-1** comme suit :

#### ✚ Terme transitoire

$$\int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{\partial T^*}{\partial t} r^* dr^* d\theta dz^* = \frac{3T_P^* - 4T_P^{*1} + T_P^{*0}}{2\Delta t^*} r_P^* \Delta r_P^* \Delta \theta_P \Delta z_P^*$$

#### ✚ Termes advectifs

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) \Big|_s^e - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* u^* T^*) \Big|_w^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(r_n^* u_n^* T_n^{*1} - r_s^* u_s^* T_s^{*1}) + (r_n^* u_n^{*0} T_n^{*0} - r_s^* u_s^{*0} T_s^{*0}) \right] \Delta \theta_P \Delta z_P^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* T^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ \frac{2}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) \Big|_s^e - \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial \theta} (w^* v^*) \Big|_w^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ 2(w_e^* T_e^{*1} - w_w^* T_w^{*1}) + (w_e^{*0} T_e^{*0} - w_w^{*0} T_w^{*0}) \right] \Delta r_P^* \Delta z_P^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ 2 \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) \Big|_s^e - \frac{\partial}{\partial z^*} (v^* T^*) \Big|_w^0 \right] r^* dr^* d\theta dz^* \\ &= \left[ -2(v_t^* T_t^{*1} - v_b^* T_b^{*1}) + (v_t^{*0} T_t^{*0} - v_b^{*0} T_b^{*0}) \right] r_P^* \Delta r_P^* \Delta \theta_P \end{aligned}$$

#### ✚ Termes diffusifs

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left( r^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ r_n^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \Big|_n - r_s^* \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \Big|_s \right] \Delta \theta_P \Delta z_P^* \\ &= \left( r_n^* \frac{T_N^* - T_P^*}{dr_n^*} - r_s^* \frac{T_P^* - T_S^*}{dr_s^*} \right) \Delta \theta_P \Delta z_P^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{1}{r^{*2}} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r^*} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \left[ \frac{1}{r_e^*} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \Big|_e - \frac{1}{r_w^*} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} \Big|_w \right] \Delta r_P^* \Delta z_P^* \\ &= \left[ \frac{1}{r_e^*} \left( \frac{T_E^* - T_P^*}{d\theta_e} \right) - \frac{1}{r_w^*} \left( \frac{v_{Pv}^* - v_{Wv}^*}{d\theta_w} \right) \right] \Delta r_P^* \Delta z_P^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_w^e \int_{bv}^{tv} \int_s^n \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) r^* dr^* d\theta dz^* &= \left[ \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \Big|_t - \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \Big|_b \right] r_P^* \Delta r_P^* \Delta \theta_P \\ &= \left( \frac{T_T^* - T_P^*}{dz_t^*} - \frac{T_P^* - T_B^*}{dz_b^*} \right) r_P^* \Delta r_P^* \Delta \theta_P \end{aligned}$$

Le regroupement des termes précédents conduit à l'équation de discrétisation de la température:

$$A_p T_p^* = A_E T_E^* + A_W T_W^* + A_N T_N^* + A_S T_S^* + A_T T_T^* + A_B T_B^* + S_u$$

Les coefficients de l'équation de discrétisation et la source sont :

$$\begin{aligned} A_E &= \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{\frac{(\rho C p)_{nf}}{(\rho C p)_f}} \times \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_p^*}{r_e^* d \theta_e} & A_W &= \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{\frac{(\rho C p)_{nf}}{(\rho C p)_f}} \times \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \frac{\Delta r_p^* \Delta z_p^*}{r_w^* d \theta_w} \\ A_N &= \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{\frac{(\rho C p)_{nf}}{(\rho C p)_f}} \times \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \frac{\Delta r_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_n^*} & A_S &= \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{\frac{(\rho C p)_{nf}}{(\rho C p)_f}} \times \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \frac{\Delta r_p^* \Delta \theta_p \Delta z_p^*}{dr_s^*} \\ A_T &= \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{\frac{(\rho C p)_{nf}}{(\rho C p)_f}} \times \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p}{dz_t^*} & A_B &= \frac{\frac{k_{nf}}{k_f}}{\frac{(\rho C p)_{nf}}{(\rho C p)_f}} \times \frac{1}{\text{Re}_f \cdot \text{Pr}_f} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p}{dz_b^*} \end{aligned} \quad (\text{III.26})$$

$$A_p = A_E + A_W + A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{\Delta r_p^* d \theta_e \Delta z_p^*}{r_{pw}^*} + \frac{3}{2} \frac{r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_e dz_p^*}{\Delta t^*} \quad (\text{III.27})$$

$$\begin{aligned} S_u &= \frac{4T_p^{*1} - T_p^{*0}}{2\Delta t^*} r_p^* dr_p^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* + \left[ 2(r_n^* u_n^* T_n^{*1} - r_s^* u_s^* T_s^{*1}) + (r_n^* u_n^{*0} T_n^{*0} - r_s^* u_s^{*0} T_s^{*0}) \right] \Delta \theta_p dz_p^* \\ &+ \left[ -2(w_e^* T_e^{*1} - w_w^* T_w^{*1}) + (w_e^{*0} T_e^{*0} - w_w^{*0} T_w^{*0}) \right] \Delta r_p^* dz_p^* \\ &+ \left[ -2(v_t^* T_t^{*1} - v_b^* T_b^{*1}) + (v_t^{*0} T_t^{*0} - v_b^{*0} T_b^{*0}) \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \end{aligned}$$

### III.6 Discrétisation des équations des conditions aux limites

Toutes les conditions sur les champs de vitesse, de température et les flux seront chacun transformés en une forme discrète, conformément au maillage. Il s'agira toujours d'identifier pour chaque condition aux limites les coefficients des variables dépendantes ainsi que les termes de source correspondants.

Étant donné que la procédure est identique pour l'ensemble des conditions nous expliciterons seulement certaines conditions spécifiques, tandis que les autres conditions seront directement données.

Les équations de discrétisation des conditions aux limites sont aussi écrites selon la forme générale de l'équation de discrétisation. Le domaine numérique est défini par :  
 $i = 1$  à  $IL$  ;  $j = 1$  à  $JL$  et  $k = 1$  à  $KL$  balayant les direction radiale, axiale, et angulaire :

### III.6.1 A l'entrée du conduit ( $z=0$ )

Le domaine numérique correspondant :  $j = 1, 1 \leq i \leq IL, 1 \leq k \leq KL$

- **Condition sur la vitesse**

La composante axiale de vitesse,  $v^*(r^*, \theta, 0, t^*) = 1$

$$\begin{aligned} A_P(i, j, k)v^*(i, j, k) &= A_N(i, j, k)v^*(i+1, j, k) + A_S(i, j, k)v^*(i-1, j, k) \\ &+ A_E(i, j, k)v^*(i, j, k+1) + A_W(i, j, k)v^*(i, j, k-1) \\ &+ A_T(i, j, k)v^*(i, j+1, k) + A_B(i, j, k)v^*(i, j-1, k) + S_v(i, j, k) \end{aligned} \quad (\text{III.28})$$

Qui devra donc s'écrire :

$$\begin{aligned} 1v^*(i, j, k) &= 0v^*(i+1, j, k) + 0v^*(i-1, j, k) \\ &+ 0v^*(i, j, k+1) + 0v^*(i, j, k-1) + 0v^*(i, 2, k) + 1 \end{aligned} \quad (\text{III.29})$$

$$\begin{aligned} A_P(i, j, k) &= 1 \\ A_N(i, j, k) &= A_S(i, j, k) = A_E(i, j, k) = A_W(i, j, k) = A_T(i, j, k) = A_B(i, j, k) = 0 \\ S(i, j, k) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

De même pour les composantes  $u^*$ ,  $w^*$  qui sont nulles à l'entrée, donc les coefficients et les termes de source seront :

$$\begin{aligned} A_P(i, j, k) &= 1 \\ A_N(i, j, k) &= A_S(i, j, k) = A_E(i, j, k) = A_W(i, j, k) = A_T(i, j, k) = A_B(i, j, k) = 0 \\ S(i, j, k) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.31})$$

- **Condition sur la température**

La température à l'entrée du conduit  $T^* = 0$ , de même manière nous obtenons :

$$\begin{aligned} A_P(i, j, k) &= 1 \\ A_N(i, j, k) &= A_S(i, j, k) = A_E(i, j, k) = A_W(i, j, k) = A_T(i, j, k) = A_B(i, j, k) = 0 \\ S(i, j, k) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III.32})$$

### III.6.2 A la sortie du conduit (z=L)

$$j = JL, 1 \leq i \leq IL, 1 \leq k \leq KL$$

- **Condition sur la vitesse radiale :**

$$\left. \frac{\partial u^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=100} = 0$$

Se discrétiser selon la différence centrée arrière à l'ordre 1, soit :

$$\frac{u^*(i, JL, k) - u^*(i, JL - 1, k)}{dz^*(JL - 1)} = 0 \Rightarrow u^*(i, JL, k) = u^*(i, JL - 1, k)$$

Par rapport au nœud JL, cette équation permet d'identifier les coefficients correspondants :

$$1u^*(i, JL, k) = 0u^*(i + 1, JL, k) + 0u^*(i - 1, JL, k) + 0u^*(i, JL, k + 1) + 0u^*(i, JL, k - 1) + 0u^*(i, JL - 1, k) = 0 \quad (\text{III.33})$$

D'où :

$$A_P(i, j, k) = 1 \quad A_B(i, JL, k) = 1$$

$$A_N(i, JL, k) = A_S(i, JL, k) = A_E(i, JL, k) = A_W(i, JL, k) = A_T(i, j, k) = 0 \quad (\text{III.34})$$

$$S(i, JL, k) = 0$$

- **Condition sur les vitesses azimutale et axiale**

$$\left. \frac{\partial w^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=100} = \left. \frac{\partial v^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=100} = 0, \text{ se discrétise selon les différences centrées arrières à l'ordre 1.}$$

De même que la vitesse radiale

$$\frac{w^*(i, JL, k) - w^*(i, JL - 1, k)}{dz^*(JL - 1)} = 0 \Rightarrow w^*(i, JL, k) = w^*(i, JL - 1, k)$$

$$\frac{v^*(i, JL, k) - v^*(i, JL - 1, k)}{dz^*(JL - 1)} = 0 \Rightarrow v^*(i, JL, k) = v^*(i, JL - 1, k)$$

Et les coefficients sont :

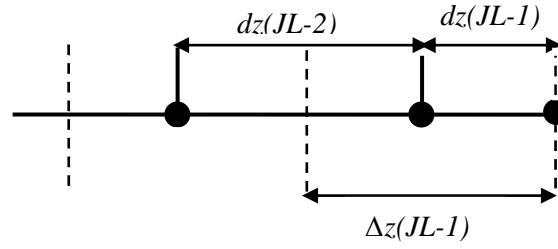
$$A_P(i, j, k) = 1 \quad A_B(i, JL, k) = 1$$

$$A_N(i, JL, k) = A_S(i, JL, k) = A_E(i, JL, k) = A_W(i, JL, k) = A_T(i, j, k) = 0 \quad (\text{III.35})$$

$$S(i, JL, k) = 0$$

- **Condition sur la température :**

$\left. \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right) \right|_{z^*=100} = 0$ , se discrétise autour de JL-1 selon la différence centrée à l'ordre 1.



**Figure III-10 :** Maillage dans la direction axiale à la sortie du cylindre

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right|_a - \left. \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right|_b = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{T^*(i, JL, k) - T^*(i, JL-1, k)}{dz^*(JL-1)} - \frac{T^*(i, JL-1, k) - T^*(i, JL-2, k)}{dz^*(JL-2)} = 0$$

Nous déduisons les différents coefficients :

$$A_P(i, j, k) = 1 \quad A_B(i, JL, k) = 1$$

$$A_N(i, JL, k) = A_S(i, JL, k) = A_E(i, JL, k) = A_W(i, JL, k) = A_T(i, j, k) = 0 \quad (\text{III.36})$$

$$S(i, JL, k) = [T^*(i, JL-1, k) - T^*(i, JL-2, k)]$$

### III.6.3 Le cylindre intérieur ( $r=r_i$ )

$$i = 1, 1 \leq j \leq JL, 1 \leq k \leq KL$$

Pour les vitesses  $u$ ,  $v$  et  $w$ , seuls les coefficients  $A_P$  sont égaux à 1.

$$\left. \frac{\partial T^*}{\partial z^*} \right|_{r=r_i} = 0$$

Se discrétise en utilisant un schéma de différence centrée arrière, soit :

$$T^*(1, j, k) = T^*(2, j, k) \quad (\text{III.37})$$

Nous déduisons les différents coefficients :

$$A_P(1, j, k) = A_S(1, j, k) = 1$$

$$A_N(1, j, k) = A_E(1, j, k) = A_W(1, j, k) = A_T(1, j, k) = A_B(1, j, k) = 0 \quad (\text{III.38})$$

$$S(1, j, k) = 0$$

### III.6.4 Le cylindre Extérieur ( $r=r_e$ )

$$i = IL, 1 \leq j \leq JL, 1 \leq k \leq KL$$

Pour les vitesses  $u, v$  et  $w$ , seuls les coefficients  $A_p$  sont égaux à 1.

- **Condition sur le flux :**

$$\left. \frac{\partial T^*(r, \theta, z, t)}{\partial r^*} \right|_{r=r_e} = 1$$

Se discrétise selon un schéma différence centrée arrière d'ordre 1, soit :

$$\frac{T^*(IL, j, k) - T^*(IL - 2, j, k)}{dr^*(IL)} = 1 \Rightarrow T^*(IL, j, k) = T^*(IL - 2, j, k) + dr^*(IL) \quad (\text{III.39})$$

Par rapport aux nœuds IL, les coefficients seront identifiés par :

$$\begin{aligned} A_p(IL, j, k) &= A_s(IL, j, k) = 1 \\ A_E(IL, j, k) &= A_W(IL, j, k) = A_T(IL, j, k) = A_B(IL, j, k) = 0 \\ S(1, j, k) &= dr^*(IL) \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

### III.7 Couplage pression - vitesse

Les équations de quantité de mouvement pour les variables des vitesses  $u^*, w^*$  et  $v^*$  sont écrites sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} A_n u_n^* &= \sum A_i u_i^* + b_u^* + a_n (P_N^* - P_P^*) & A_s u_s^* &= \sum A_i u_i^* + b_u^* + a_s (P_P^* - P_S^*) \\ A_e w_e^* &= \sum A_i w_i^* + b_w^* + a_e (P_E^* - P_P^*) & A_w w_w^* &= \sum A_i w_i^* + b_w^* + a_e (P_P^* - P_W^*) \\ A_t w_t^* &= \sum A_i v_i^* + b_v^* + a_t (P_T^* - P_P^*) & A_b w_b^* &= \sum A_i v_i^* + b_v^* + a_b (P_P^* - P_B^*) \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

Où  $b_u^*, b_w^*$  et  $b_v^*$ , contiennent les termes sources des équations discrétisées radiale, axiale et azimutale, autres que les termes de pression.

Le système d'équations (III.38) est réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} u_n^* &= \hat{u}_n^* + d_n (P_N^* - P_P^*) & u_s^* &= \hat{u}_s^* + d_s (P_P^* - P_S^*) \\ w_e^* &= \hat{w}_e^* + d_e (P_E^* - P_P^*) & w_w^* &= \hat{w}_w^* + d_w (P_P^* - P_W^*) \\ v_t^* &= \hat{v}_t^* + d_t (P_T^* - P_P^*) & v_b^* &= \hat{v}_b^* + d_b (P_P^* - P_B^*) \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$



Où les pseudos vitesses  $\hat{u}_n^*, \hat{u}_s^*, \hat{w}_e^*, \hat{w}_w^*, \hat{v}_t^*$  et  $\hat{v}_b^*$  sont donnés par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} \hat{u}_n^* &= \frac{\sum A_i u_i^* + b_u^*}{A_n} & \hat{u}_s^* &= \frac{\sum A_i u_i^* + b_u^*}{A_s} \\ \hat{w}_e^* &= \frac{\sum A_i w_i^* + b_w^*}{A_e} & \hat{w}_w^* &= \frac{\sum A_i w_i^* + b_w^*}{A_w} \\ \hat{v}_t^* &= \frac{\sum A_i v_i^* + b_v^*}{A_t} & \hat{v}_b^* &= \frac{\sum A_i v_i^* + b_v^*}{A_b} \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

Pour obtenir l'équation de pression, nous allons remplacer le champ de vitesse (III.42) dans l'équation de continuité discrétisée (III.16). Nous obtenons alors une équation de discrétisation de pression sous la forme :

$$\begin{aligned} a_p P_p^* &= a_n P_n^* + a_s P_s^* + a_e P_e^* + a_w P_w^* + a_t P_t^* + a_b P_b^* + b \\ a_p &= a_n + a_s + a_e + a_w + a_t + a_b \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

Les coefficients de cette équation sont :

$$\begin{aligned} a_n &= r_n^* dr_n^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* & a_s &= r_s^* dr_s^* \Delta \theta_p \Delta z_p^* \\ a_e &= d \theta_e \Delta r_p^* \Delta z_p^* & a_w &= d \theta_w \Delta r_p^* \Delta z_p^* \\ a_t &= r_p^* dr_p^* \Delta \theta_p dz_t^* & a_b &= r_p^* dr_p^* \Delta \theta_p dz_b^* \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

$$b = \left[ r_s^* u_s^* - r_n^* u_n^* \right] \Delta \theta_p \Delta z_p^* + \left[ w_w^* - w_e^* \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* + \left[ v_b^* - v_t^* \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \quad (\text{III.46})$$

Avec un champ de vitesse estimé, utilisé de la source (III.46), la résolution de l'équation de pression (III.44), permet d'obtenir la pression en chaque nœud du domaine.

Cependant cette pression n'est qu'une estimation notée  $P^*$ . L'introduction de cette pression estimée  $P^*$  dans les équations de Navier-Stokes, nous donnons une estimation du champ de vitesse notée  $(u^*, v^*, w^*)$ .

$$\begin{aligned} A_n u_n^{**} &= \sum A_i u_i^{**} + b_u^{**} + a_n (P_n^{**} - P_p^{**}) & A_s u_s^{**} &= \sum A_i u_i^{**} + b_u^{**} + a_s (P_p^{**} - P_s^{**}) \\ A_e w_e^{**} &= \sum A_i w_i^{**} + b_w^{**} + a_e (P_e^{**} - P_p^{**}) & A_w w_w^{**} &= \sum A_i w_i^{**} + b_w^{**} + a_e (P_p^{**} - P_w^{**}) \\ A_t w_t^{**} &= \sum A_i v_i^{**} + b_v^{**} + a_t (P_t^{**} - P_p^{**}) & A_b w_b^{**} &= \sum A_i v_i^{**} + b_v^{**} + a_b (P_p^{**} - P_b^{**}) \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

Les estimations, nécessitent des corrections pour les vitesses et la pression :

$$u^* = u^{**} + u' \quad w^* = w^{**} + w' \quad v^* = v^{**} + v' \quad P^* = P^{**} + P' \quad (\text{III.48})$$

Ou :  $u', v', w'$  et  $P'$  sont les corrections et les solutions aussi pour les équations algébrique, nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} A_n u'_n &= \sum A_i u'_i + a_n (P'_N - P'_P) & A_s u'_s &= \sum A_i u'_i + a_s (P'_P - P'_S) \\ A_e w'_e &= \sum A_i w'_i + a_e (P'_E - P'_P) & A_w w'_w &= \sum A_i w'_i + a_w (P'_P - P'_W) \\ A_t v'_t &= \sum A_i v'_i + a_t (P'_T - P'_P) & A_b v'_b &= \sum A_i v'_i + a_b (P'_P - P'_B) \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

Une approximation est faite, est de négliger les corrections de vitesse aux nœuds voisins, donc nous obtenons:

$$\begin{aligned} u'_n &= d_n (P'_N - P'_P) & u'_s &= d_s (P'_P - P'_S) \\ w'_e &= d_e (P'_E - P'_P) & w'_w &= d_w (P'_P - P'_W) \\ v'_t &= d_t (P'_T - P'_P) & v'_b &= d_b (P'_P - P'_B) \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

Et par conséquent le champ de vitesse corrigé s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} u_n^* &= n_n^{**} + d_n (P'_N - P'_P) & u_s^* &= n_s^{**} + d_s (P'_P - P'_S) \\ w_e^* &= w_e^{**} + d_e (P'_E - P'_P) & w_w^* &= w_w^{**} + d_w (P'_P - P'_W) \\ v_t^* &= v_t^{**} + d_t (P'_T - P'_P) & v_b^* &= v_b^{**} + d_b (P'_P - P'_B) \end{aligned} \quad (\text{III.51})$$

Pour corriger la vitesse, il faut calculer le champ de correction de la pression, pour cela, nous remplaçons les expressions des vitesses précédentes dans l'équation de continuité, nous obtenons une équation algébrique pour P :

$$a_p P_p^{**} = a_n P_n^{**} + a_s P_s^{**} + a_e P_e^{**} + a_w P_w^{**} + a_t P_t^{**} + a_b P_b^{**} + b \quad (\text{III.52})$$

$$a_p = a_n + a_s + a_e + a_w + a_t + a_b$$

Les coefficients de cette équation sont :

$$\begin{aligned} a_n &= r_n dr_n \Delta \theta_p \Delta z_p & a_s &= r_s dr_s \Delta \theta_p \Delta z_p \\ a_e &= d \theta_e \Delta r_p \Delta z_p & a_w &= d \theta_w \Delta r_p \Delta z_p \\ a_t &= r_p dr_p \Delta \theta_p dz_t & a_b &= r_p dr_p \Delta \theta_p dz_b \end{aligned} \quad (\text{III.53})$$

$$b = \left[ r_s^* u_s^{**} - r_n^* u_n^{**} \right] \Delta \theta_p \Delta z_p^* + \left[ w_w^{**} - w_e^{**} \right] \Delta r_p^* \Delta z_p^* + \left[ v_b^{**} - v_t^{**} \right] r_p^* \Delta r_p^* \Delta \theta_p \quad (\text{III.54})$$

La correction de la pression est obtenue par la résolution de l'équation (III.52), qui permet par la suite de corriger le champ de vitesse.

### III.8 Séquences de l'algorithme de calcul SIMPLER

La résolution des systèmes d'équations de discrétisation des champs de vitesse, de pression et de la température suit l'algorithme SIMPLER (Semi Implicite Pressure Linked Equation Revised) [30] qui est la forme révisée de la version SIMPLE, [30]. Les différentes étapes de cet algorithme sont les suivantes :

- 1- Donner un champ initial comme première estimation pour la vitesse et la température.
- 2- Calcul les coefficients des équations discrétisées pour des pseudo-vitesses.
- 3- Les pseudo-vitesses dans la source des équations de pression.
- 4- Résoudre l'équation discrétisée de la pression et trouver la pression estimée  $P^{**}$ .
- 5- Résoudre le champ de vitesse estimé ( $u^*, v^*, w^*$ ), en utilisant la pression estimée.
- 6- Calculer la source pour l'équation de correction de pression.
- 7- Résoudre l'équation de correction de pression et corriger le champ de vitesse au temps  $t+\Delta t$ .
- 8- Résoudre l'équation de conservation de l'énergie discrétisée pour obtenir le champ de température.

Vérification de la convergence des calculs (l'atteinte du régime permanent). Nous arrêtons les calculs si ce régime est atteint et nous stoquons les résultats. Sinon, nous revenons à l'étape 2 pour effectuer un autre cycle en démarrant avec les vitesses calculées (corrigées) comme une nouvelle estimation (ou initialisation). Nous continuons cette procédure jusqu'à la convergence des calculs.

Deux critères qui contrôlent la convergence sont considérés :

- 1- Un critère de convergence de type numérique défini par :  $diff\phi = \sum_{\phi} |\phi^n - \phi^{n-1}| \leq \varepsilon$   
Où  $\phi$  représente les valeurs  $u^*, v^*, w^*$  et  $T^*$  et n le nombre d'itération final le nombre  $\varepsilon = 10^{-5}$ .
- 2- Un critère de convergence de type énergétique dans lequel la chaleur produite par effet Joule dans la paroi du conduit soit égale à la chaleur transférée au fluide + les pertes vers le milieu externe.

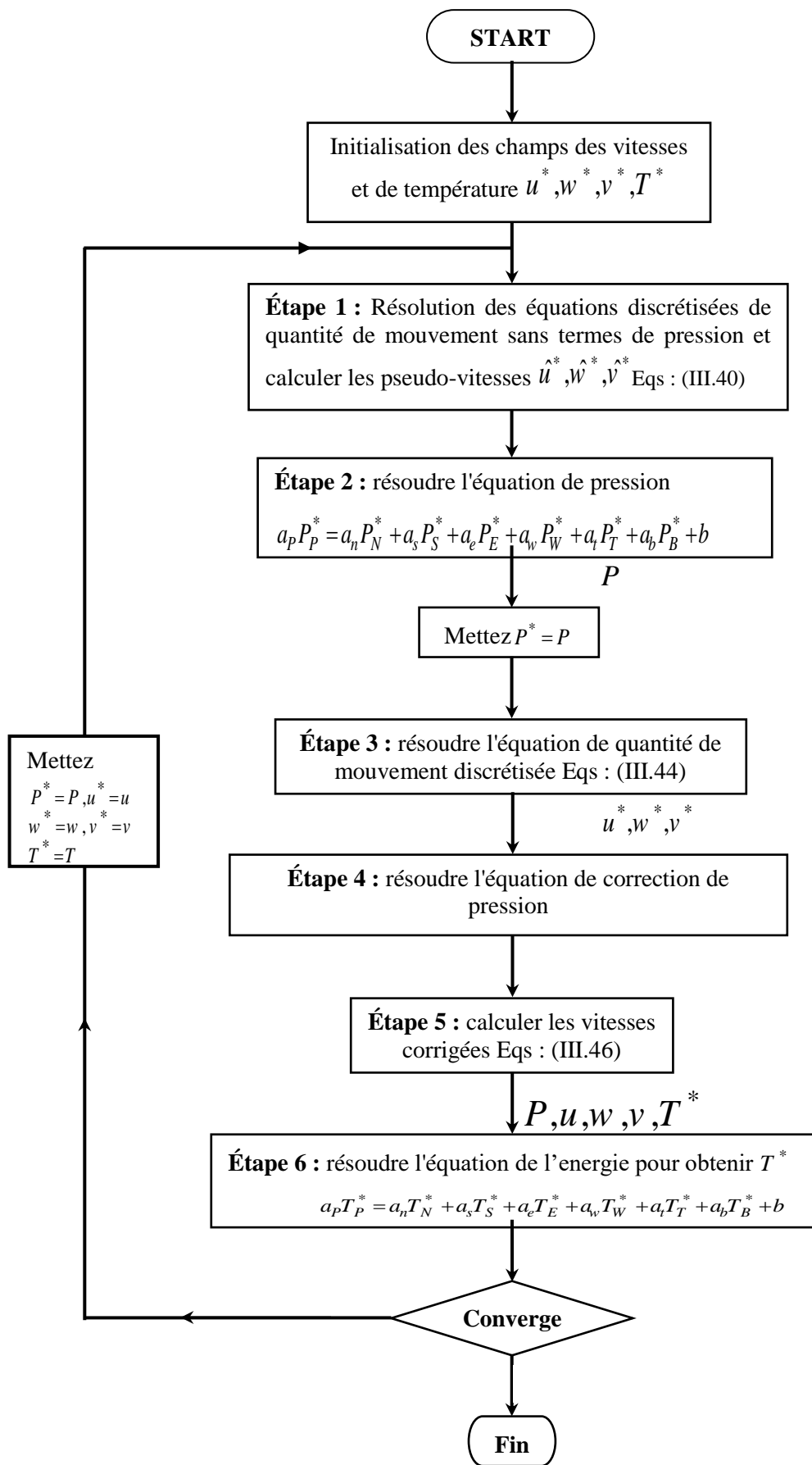


Figure III-11 : Algorithme SIMPLER

## III.9 Solution des équations de discrétisation par la méthode de balayage

La résolution directe du système d'équations algébriques est compliquée et pour y remédier, nous utilisons une méthode de résolution itérative de balayage dans les directions radiale, axiale et azimutale respectivement. Il est clair que la matrice des coefficients de chacun des systèmes d'équations est heptadiagonale. Avant chaque balayage, cette matrice est transformée, momentanément, en une matrice tri-diagonale simple,  $r^*$  et  $z^*$  cyclique suivant  $\theta$ . Les systèmes tri-diagonaux suivant  $r^*$  et  $z^*$  sont résolus par l'algorithme de Thomas classique alors que le système tri-diagonal cyclique est résolu par l'algorithme de Thomas cyclique.

### III.9.1 L'algorithme de Tomas

$$A_P \phi_P = A_N \phi_N + A_S \phi_S + a A_E \phi_E + A_W \phi_W + A_T \phi_T + A_B \phi_B + S_P \quad (\text{III.55})$$

Quand nous procédons à un balayage dans la direction  $r^*$ , et nous supposons que les valeurs de la variable  $\phi$  le long des deux autres directions  $z^*$  et  $\theta$  sont connues (par une certaine initialisation), l'équation (III.55) est réécrite sous la forme :

$$A_P \phi_P = A_N \phi_N + A_S \phi_S + S_P \quad (\text{III.56})$$

En l'écrivant sous forme indicielle suivante :

$$a_i \phi_i = b_i \phi_{i+1} + c_i \phi_{i-1} + d_i \quad : \text{Pour } i=1, \text{ IL} \quad (\text{III.57})$$

$$a_i = A_P(i, j, k)$$

$$b_i = A_N(i, j, k)$$

$$c_i = A_S(i, j, k) \quad (\text{III.58})$$

$$d_i = A_T(i, j, k) \phi_{i,j+1,k} + A_B(i, j, k) \phi_{i,j-1,k} + A_E(i, j, k) \phi_{i,j,k+1} + A_W(i, j, k) \phi_{i,j,k-1} + S_\phi(i, j, k)$$

Le système d'équation (III.57) est tri-diagonal et peut être résolu avec l'algorithme classique TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm).

Pour le balayage suivant la direction  $z$  est effectué de la même manière que le balayage suivant la direction radiale sauf que nous remplaçons l'indice  $i$  par  $j$  et  $A_N$  par  $A_T$  et  $A_S$  par  $A_B$ .

Pour le balayage suivant la direction azimutale implique l'utilisation de l'algorithme tri-diagonal cyclique qui est représenté par l'équation indicielle suivante :

$$a_k \Phi_k = b_k \Phi_{kkk} + c_k \Phi_{kk} + d_k \quad (\text{III.59})$$

$$k = 1, 2, \dots, \dots, \dots, KL$$

$$kkk = \begin{cases} k + 1, & \text{si } k \neq KL \\ 1, & \text{si } k = KL \end{cases}$$

$$kk = \begin{cases} k - 1, & \text{si } k \neq KL \\ KL, & \text{si } k = 1 \end{cases}$$

Tous les éléments  $a_k$ ,  $b_k$ ,  $c_k$  et  $d_k$  sont supposés connus.

### III.9.2 Effet du maillage

Pour montrer l'effet du maillage afin d'obtenir une bonne précision nous avons testé sept différents maillage pour une configuration annulaire :  $26 \times 34 \times 112$ ,  $26 \times 34 \times 142$ ,  $26 \times 44 \times 162$ ,  $36 \times 44 \times 162$ ,  $46 \times 44 \times 162$ ,  $52 \times 44 \times 162$  et  $52 \times 64 \times 162$ . Les paramètres de contrôles utilisés sont :  $Re = 600$ ,  $Gr = 3 \times 10^5$ ,  $Pr = 6.2$  et l'eau fluide de base (la concentration volumique  $\phi = 0\%$ ). **La figure III-12** représente l'effet du maillage sur la vitesse adimensionnelle suivant la direction radiale. **La figure III-13**, montrent l'effet du maillage sur la vitesse adimensionnelle suivant la direction axiale  $v^* = v/v_0$ . **La figure III-14** montre l'effet du maillage sur la température du paroi  $T_w^*$  le long du conduit. **La figure III-15** illustre l'effet de maillage sur le nombre de Nusselt. Le nombre de Nusselt moyen représenté dans le tableau 4. Les figures précédentes et le tableau 4, montrent que parmi tous les maillages testés, les cinq derniers maillages ont donné des résultats pareils, mais dans notre travail nous avons le maillage  $26 \times 44 \times 162$  pour la convection forcée comme un état de référence. Le deuxième maillage  $52 \times 44 \times 162$  choisi pour tous les résultats qui suit pour deux raisons :

- Avoir une présentation graphique des résultats plus significative spécialement concernant le profil de vitesse, la température et l'écoulement secondaire.
- L'utilisation de maillage  $52 \times 44 \times 162$  dans les conduits avec ailettes longitudinales permet d'une part, de doubler les nœuds des volumes en contact avec la surface de l'ailette dans la direction radiale et d'autre part de diminuer l'épaisseur des ailettes longitudinales pour qu'elles soient plus fines, car l'épaisseur de l'ailette longitudinale dépend du nombre des nœuds dans la direction azimutale.

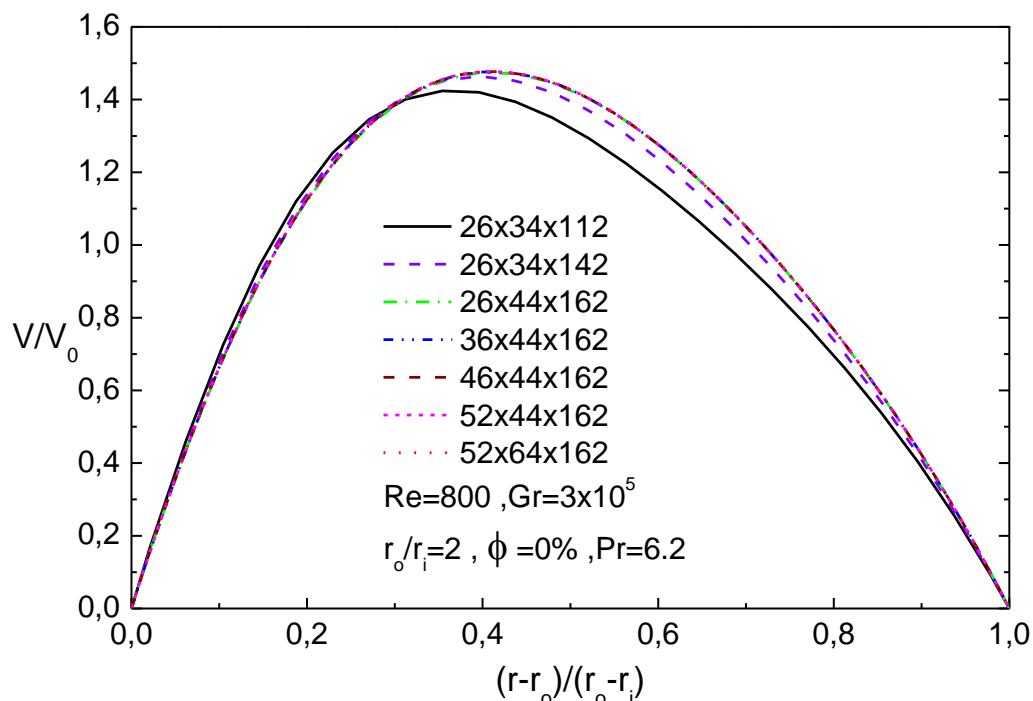


Figure III-12 : Effet du maillage sur le profil de la vitesse adimensionnelle radiale

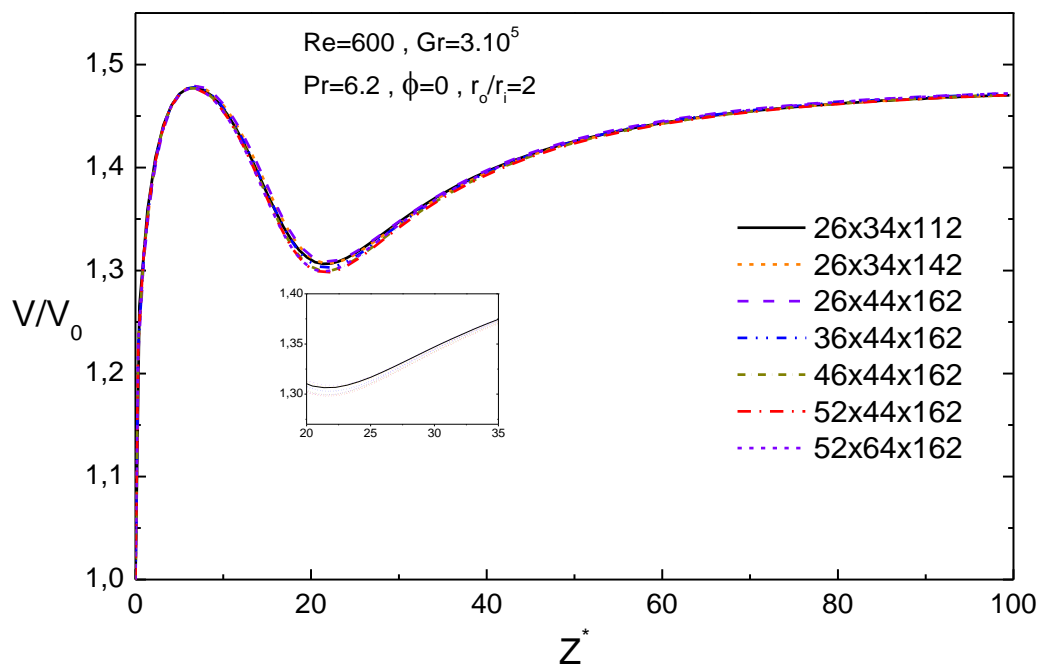


Figure III-13 : Effet du maillage sur le profil de la vitesse adimensionnelle axiale

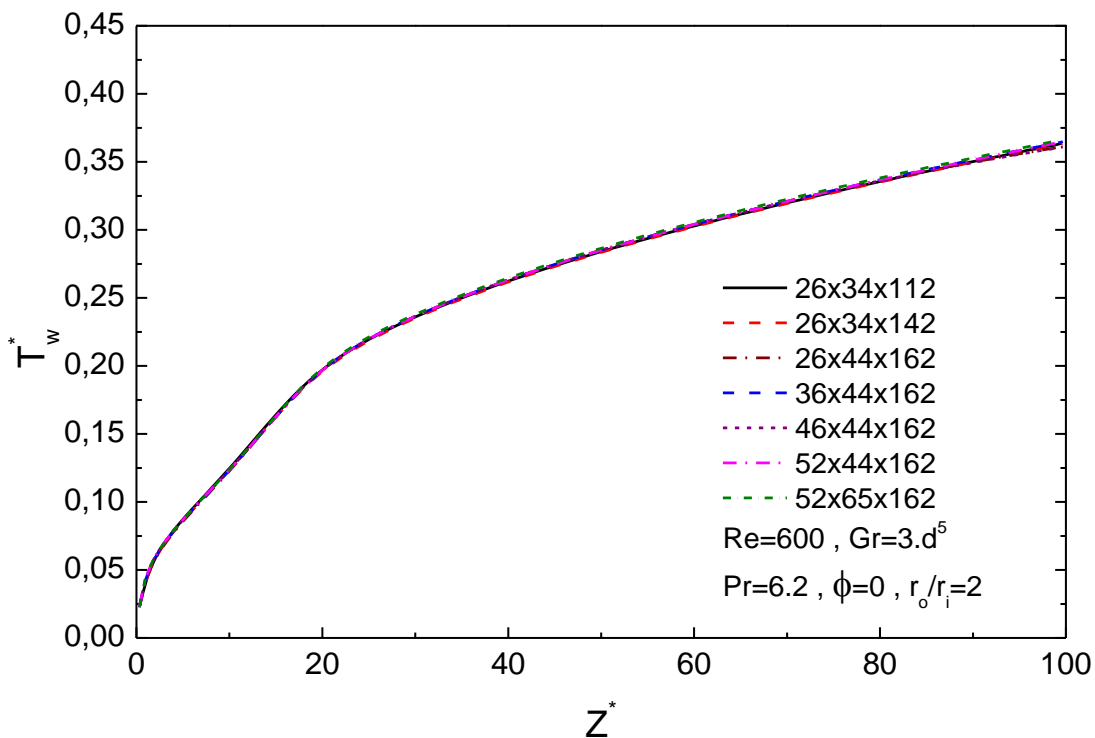


Figure III-14 : Effet du maillage sur la température du paroi

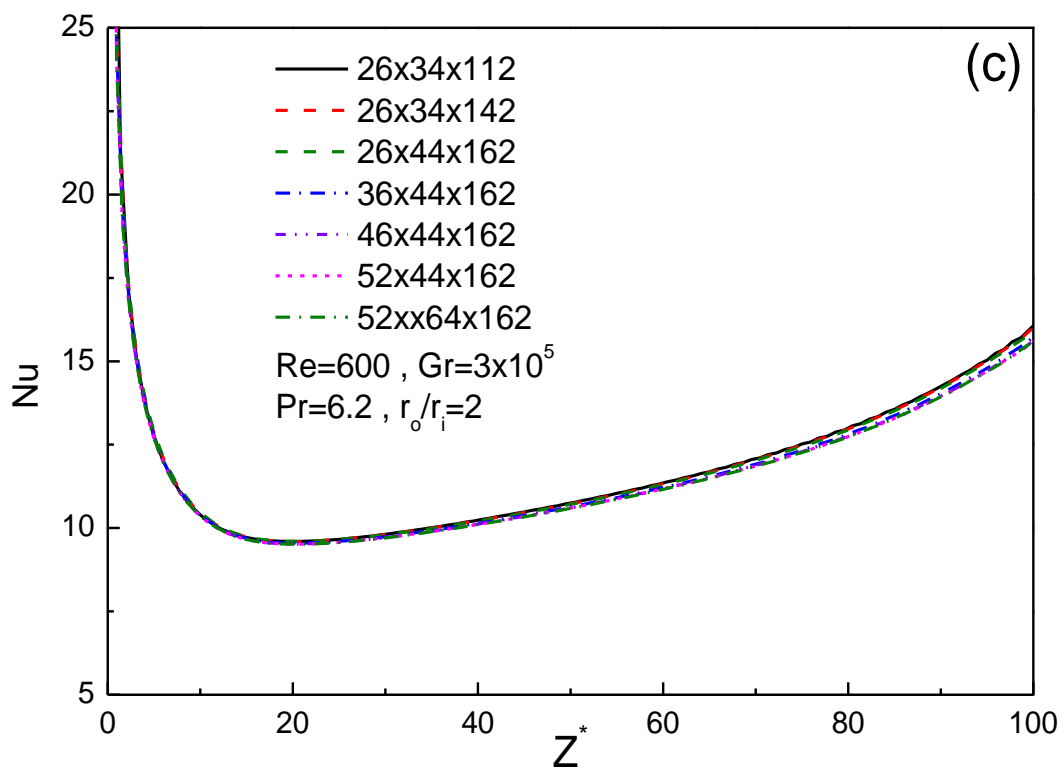


Figure III-15 : Effet du maillage sur le nombre de Nusselt axial

$$\text{Erreur Relative} = \frac{\text{Nu}_{\text{grande grille}} - \text{Nu}_{\text{petite grille}}}{\text{Nu}_{\text{grande grille}}} \tag{III.60}$$



**Tableau III-1** : le nombre de Nusselt pour le nombre de Reynolds  $Re=600$ , nombre de Grashof  $Gr = 3 \times 10^5$

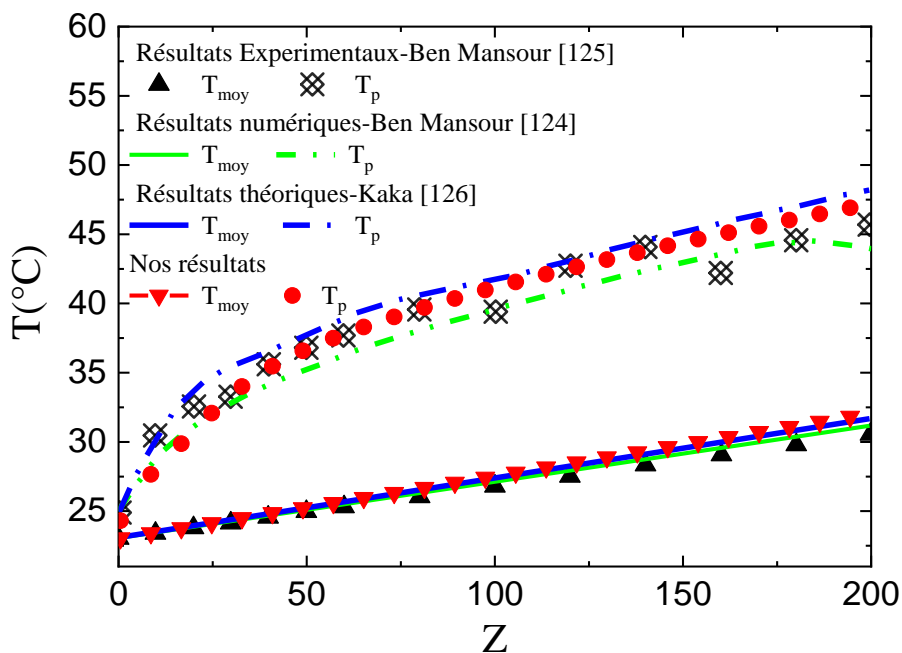
Maillage	$Nu_{moyen}$	Erreur Relative
26×34×112	12.035	-
26×34×142	12.026	$-8.3153 \times 10^{-4}$
36×44×162	11.90	$-1.0588 \times 10^{-2}$
46×44×162	11.86	$-3.3727 \times 10^{-3}$
52×44×162	11.85	$-8.4317 \times 10^{-4}$
52×64×162	11.84	$-8.4459 \times 10^{-4}$

### III.9.3 Validation du code de calcul

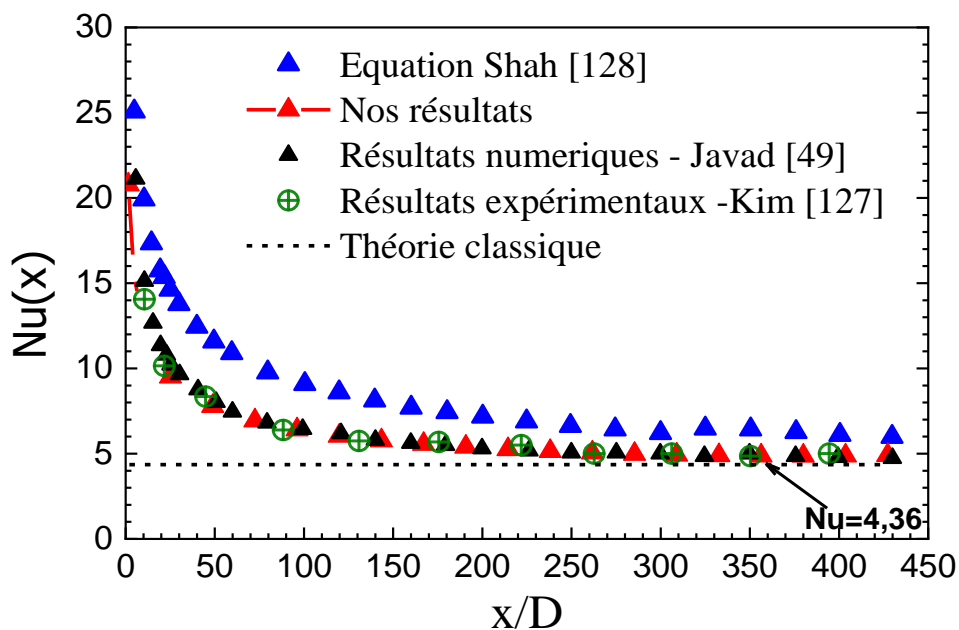
Ce code de calcul a été validé pour le cas d'un conduit horizontal par **Boufendi et Afrid [1,2]**, **Boufendi [3]**, ensuite dans ce travail nous avons commencé par une première validation pour le cas d'un conduit horizontal, la température moyenne et la température du paroi sont comparées avec des résultats numériques celui de **Ben Mansour et al.[124]** qui ont publié une étude expérimentale sur la convection mixte d'un nanofluide (eau/ $Al_2O_3$ ) dans un conduit incliné avec un chauffage uniforme à la paroi. Pour une convection forcée avec un écoulement laminaire ou  $\phi=0$ ,  $Re=620$ ,  $Gr=4.5 \times 10^4$  et  $D=6.35$ mm,  $L=2.24$ m, une autre validation avec les résultats expérimentaux **Ben Mansour et al. [125]** les auteurs avaient utilisé un long tube de cuivre de 2,24m avec un diamètre interne  $D=6,35$ mm. Une alimentation de  $P = 185,94 \text{ W} \pm 5\%$  permet le chauffage du tube appliqué sur une grande partie.  $L = 200D$ . Le débit massique est égal à  $m = 3,1 \text{ g/s} \pm 3\%$ . Nos résultats ont été comparés à ceux obtenus théoriquement par **Kakac et al.[126]**. La figure III-16 montre un bon accord entre les résultats.

Une deuxième validation pour le cas d'un conduit horizontal, Nous avons comparé le nombre de Nusselt axial avec les résultats expérimentaux obtenus par **Kim et al. [127]** pour  $L=2$ m,  $D=4.57$ mm,  $Re=1620$ ,  $Pr=7.0$ , le flux de chaleur a été imposé à des valeurs fixes de 60 et 295 W pour l'écoulement laminaire et de l'écoulement turbulent respectivement et les résultats numériques obtenus par **javad et al.[49]** ont étudié numériquement le transfert thermique convective de la caractéristique de nanofluide sous la condition de l'écoulement laminaire et turbulent. Les paramètres de contrôle utilisés  $Re=1620$ , les conditions aux limites choisies similaires avec **Kim et al.[127]**. Nos résultats ont montré un bon accord entre les deux résultats (Javad & Kim). Nos mêmes résultats ont été comparés avec l'équation de **Shah**

et London[128] pour les paramètres  $\phi = 0$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $Re = 100$ . Les résultats montrent encore un bon accord.



**Figure III-16 :** Validation du code de calcul pour un conduit horizontal : Comparaison avec les valeurs de température de paroi obtenues par [124-126]



**Figure III-17 :** Validation du code de calcul pour un conduit horizontal. Comparaison du nombre de Nusselt axial obtenues par [49], [127] et [128].

Ce code a aussi été validé dans le cas d'un conduit annulaire. Nos résultats relatifs au nombre de Nusselt ont été validés aussi avec les résultats obtenus par **Shah et London [128]** le tableau III-2. Cette comparaison montre un bon accord avec une erreur très minimale presque 1 millième.

**Tableau III-2 :** Le nombre de Nusselt à la paroi externe pour une convection forcée avec écoulement pleinement développé à l'intérieur d'un espace annulaire

$(r_i / r_o)$	Nos résultats	Shah and London [128]	Erreur (%)
0.05	4.7851	4.7919	0.142%
0.1	4.8333	4.8342	0,0186%
0.2	4.8834	4.8826	0,0164%
0.5	5.0393	5.0365	0,0556%

# Chapitre IV

## Résultats et Discussions

### IV.1 Introduction

Nous allons éclaircir dans cette partie de notre travail nos résultats avec discussions et plus d'interprétations.

Nous conduisons une analyse paramétrique exhaustive de l'effet de la présence des nanoparticules dans le fluide de base qui est l'eau sur les caractéristiques thermiques et hydrodynamiques de l'écoulement et sur les transferts thermiques, ainsi que l'influence de la forme et le type des nanoparticules sur le transfert thermique.

Pour bien présenter les résultats nous avons divisé ce chapitre en six parties :

**Première partie :** contient la convection purement forcée considérée comme un cas de référence ( $Gr=0$ ). Pour deux nombres de Reynolds  $Re=800$  et  $Re=1600$  fixé, cette convection forcée est calculée pour quatre différents nanofluides (Cu/eau), ( $TiO_2$ /eau), ( $Al_2O_3$ /eau) et (Ag/eau) ainsi que la fraction volumiques allant de 0 jusque  $\phi = 10\%$  .

**Deuxième partie :** contenant la convection forcée avec trois nombres de Reynolds  $Re=800$ , 1000 et 1200, un nombre de Grashof  $Gr=10^5$ , avec trois différents nanofluides (Cu/eau), ( $TiO_2$ /eau) et ( $Al_2O_3$ /eau) ainsi la fraction volumique allant de 0 jusqu'à 6%.

**Troisième partie :** la convection forcée qui concerne l'effet de la forme des nanoparticules telles que la forme Lame, Cylindre, Plaquette et la forme Brique ainsi que l'effet du type de nanoparticule, Ag,  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$  et CuO sur la convection forcée.

**Quatrième partie :** contient une étude comparative entre un nanofluide ( $TiO_2$ /eau) et un nanofluide hybride (Ag- $TiO_2$ /eau) pour un nombre de Reynolds  $Re=800$  et quatre nombres de Grashof allant de  $10^5$ ,  $5 \times 10^5$ ,  $7.5 \times 10^5$  et  $10^6$ .

**Cinquième partie :** contient une étude comparative entre deux nanofluides ( $TiO_2$ /eau) (CuO/eau) et deux nanofluides hybride (Ag- $TiO_2$ /eau) (CuO/eau). Nous avons utilisé des

corrélations théoriques et expérimentales pour la conductivité thermique et la viscosité dynamique.

**Sixième partie :** concerne l'écoulement du nanofluide à travers un cylindre annulaire horizontal équipé des quatre ailettes longitudinales identiques attachées à la paroi intérieur du cylindre extérieur chauffé uniformément.

L'ensemble de résultats obtenus pour un rapport de rayon fixé à  $(r_o/r_i = 2)$  et un nombre de Prandtl pour l'eau fluide de base  $Pr=6.2$ . Les exécutions numériques du code de calcul ont été réalisées avec un pas de temps adimensionnel  $\Delta t^* = 10^{-3}$  et  $10^{-4}$

Les logiciels de graphisme utilisés sont :

- Tecplot version 9.0 (pour la représentation en 3D surtout)
- Origin Pro 8.5.1 pour la représentation en 2D.
- Curve Expert Professional.

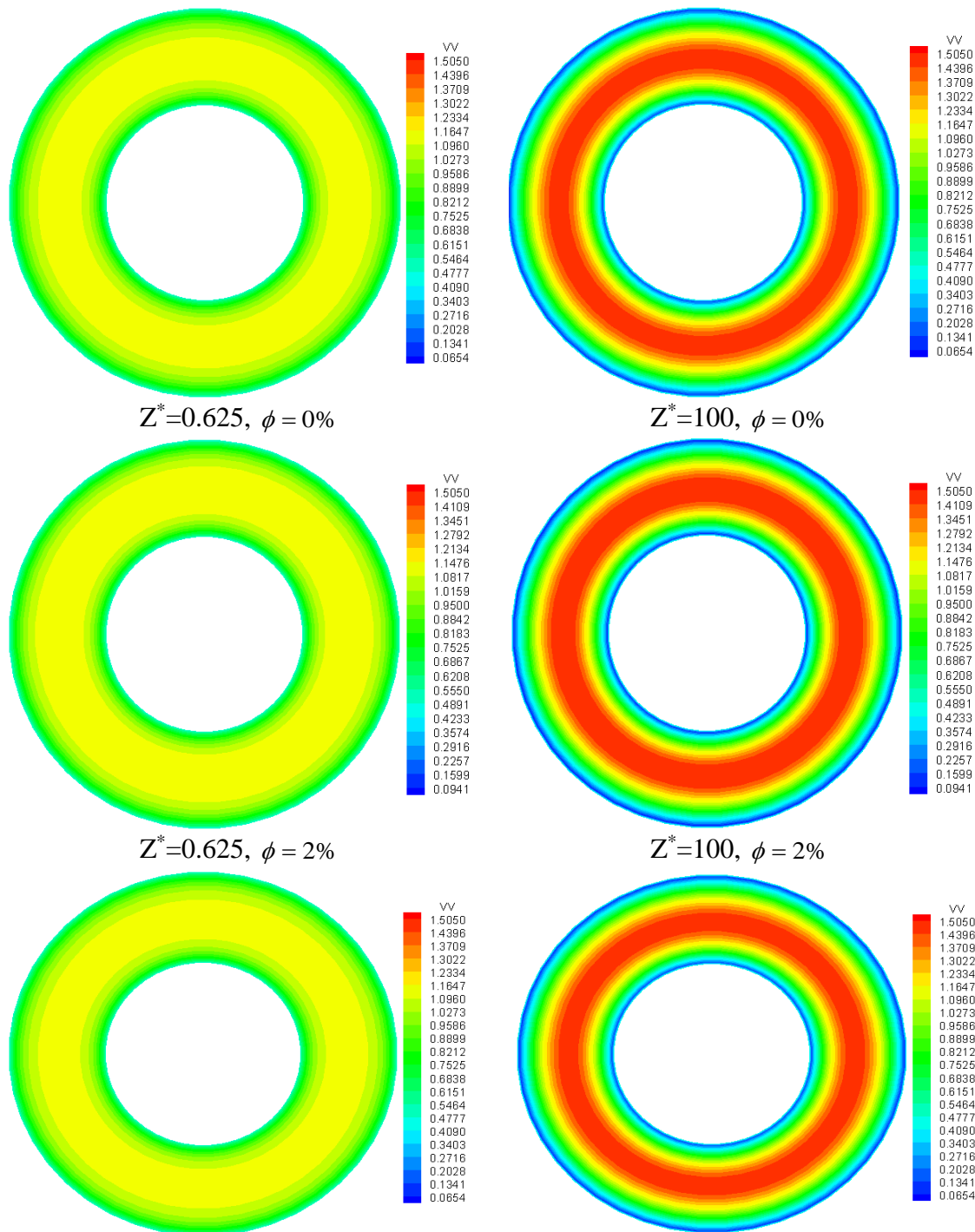
## IV.2 Convection purement forcée (Gr=0)

### IV.2.1 Champ dynamique de l'écoulement

Le cas de base pour notre étude numérique est celui d'un écoulement en développement hydrodynamique et thermique simultanés. Le cas de convection forcée est considéré comme un cas d'état de référence. La solution numérique de cet écoulement est celle des équations (II.12)-(II.15) avec les conditions aux limites spécifiques (II.17)-(II.21). A l'entrée du conduit annulaire ( $z^* = 0$ ) le nanofluide qui s'écoule se présente avec un profil de vitesse constante ( $v_0$ ) et une température constante ( $T_0$ ). La composante axiale adimensionnelle est constante ( $v_z^*|_{z^*=0} = 1$ ) tandis que les deux autres composantes radiale et azimutale sont nulles.

**Les figures IV-1 à IV-6** présentent la distribution de la vitesse axiale pour trois différents nanofluides (Cu/eau), (Ag/eau) et (TiO<sub>2</sub>/eau) et deux nombres de Reynolds  $Re=800$  et  $Re=1600$ . Les profils sont représentés en deux positions axiales choisies, une très courte zone à  $z^* = 0.625$  et à la sortie  $z^* = 100$ . Toutes les figures montrent que les profils de vitesse axiale sont identiques qualitativement, il n'ya aucun changement ni pour les deux nombres de Reynolds ni pour la variation de la fraction volumique. Les deux paramètres (nombre des Reynolds et la fraction volumique) n'ont aucune influence sur la vitesse axiale

dans le cas de la convection purement forcée. Pour le cas du nombre de Reynolds  $Re=800$ , Le maximum de vitesse axiale  $v_{\max}^* = 1.505$  concentré au centre entre les deux cylindres à la position  $(r^* = 0.7396, z^* = 21.875)$ . Les composantes radiale et angulaire de la vitesse sont très faibles,  $(u_{\max}^* = 0.0275)$  et  $(w_{\max}^* = 0.0275)$  dans la quasi-totalité du conduit. Il est clair qu'en toute section axiale le profil de la vitesse est axisymétrique et les lignes de courant de la vitesse axiale sont des cercles concentriques avec une variation dans la direction radiale.



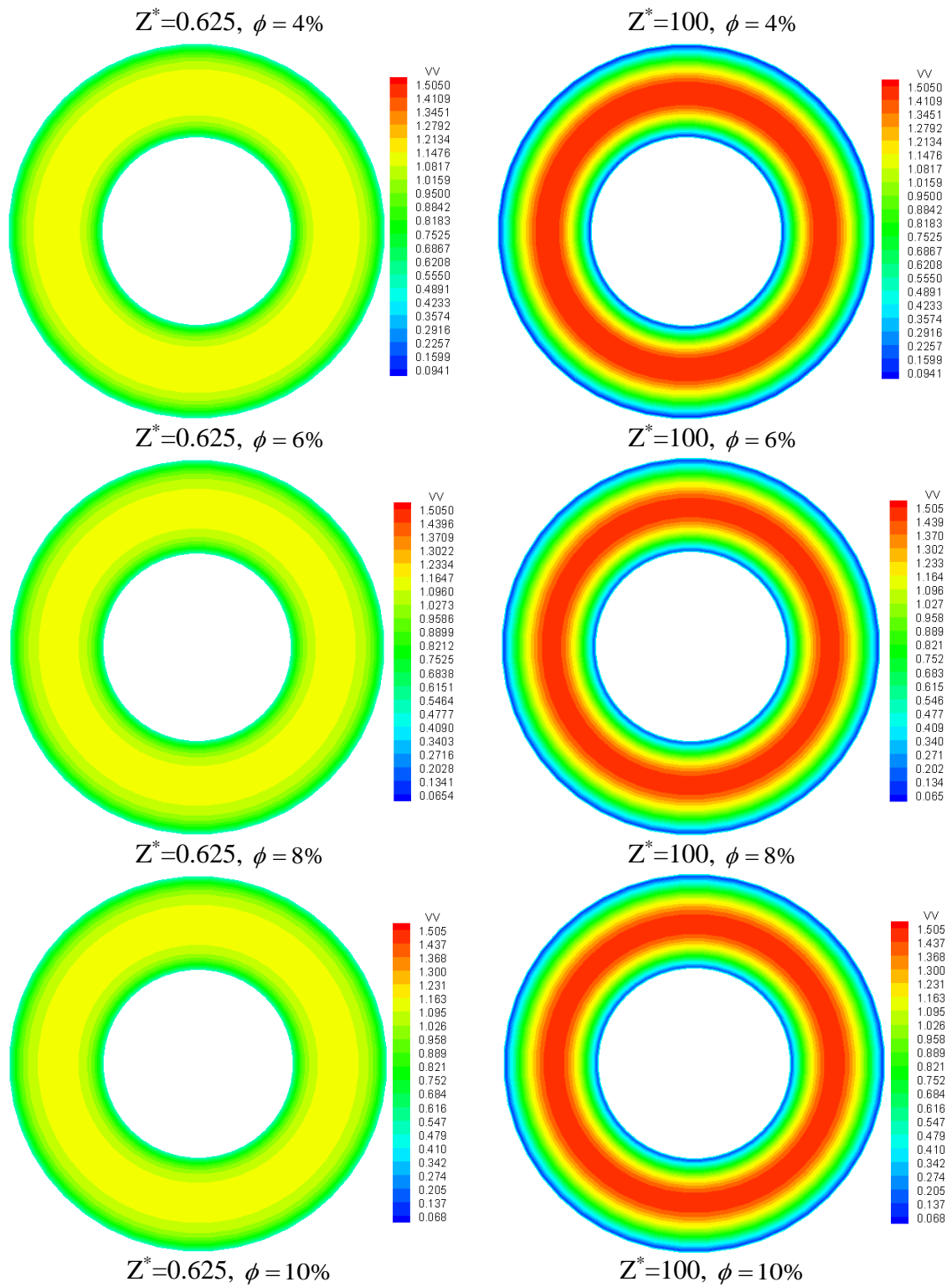
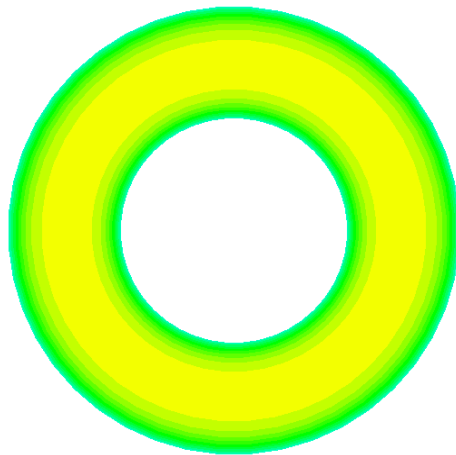
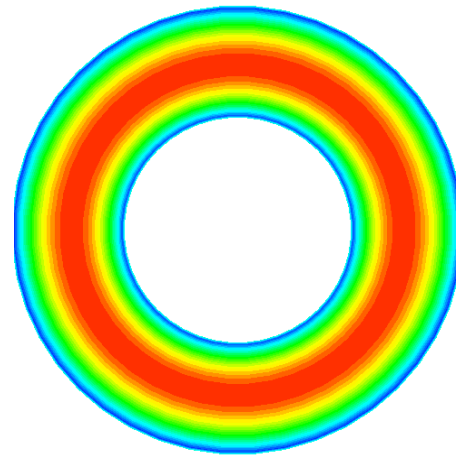


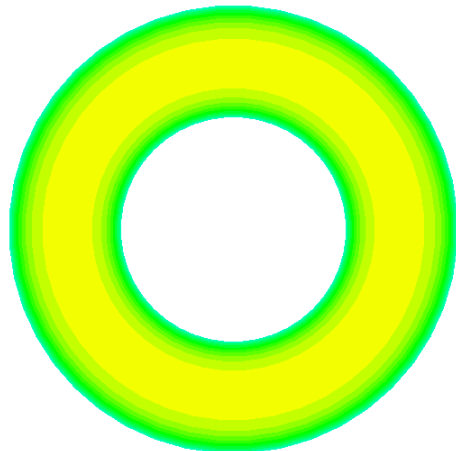
Figure IV-1 : le champ de vitesse axiale du nanofluide (Cu-eau) en convection forcée pour  $Re=800$ ,  $Gr=0$



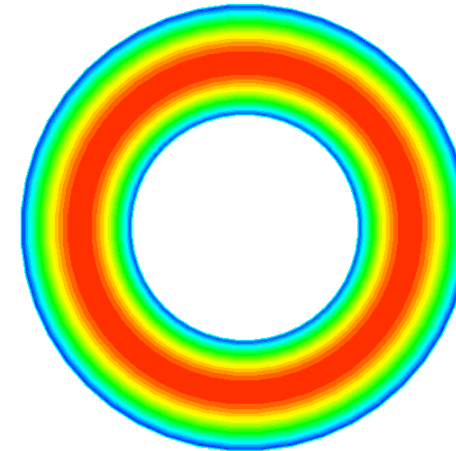
$Z^* = 0.625, \phi = 0\%$



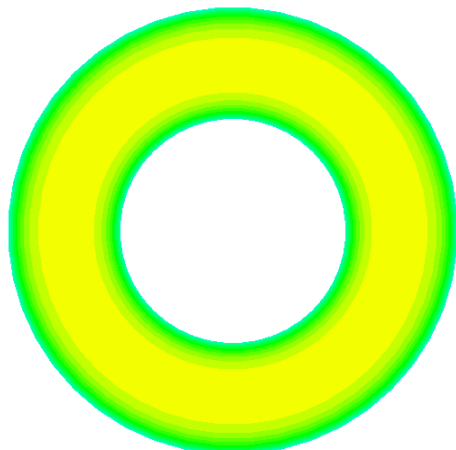
$Z^* = 100, \phi = 0\%$



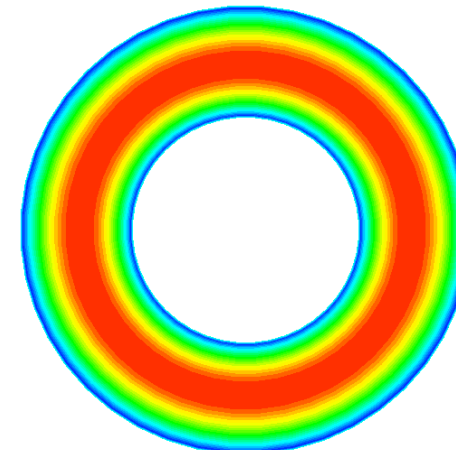
$Z^* = 0.625, \phi = 2\%$



$Z^* = 100, \phi = 2\%$

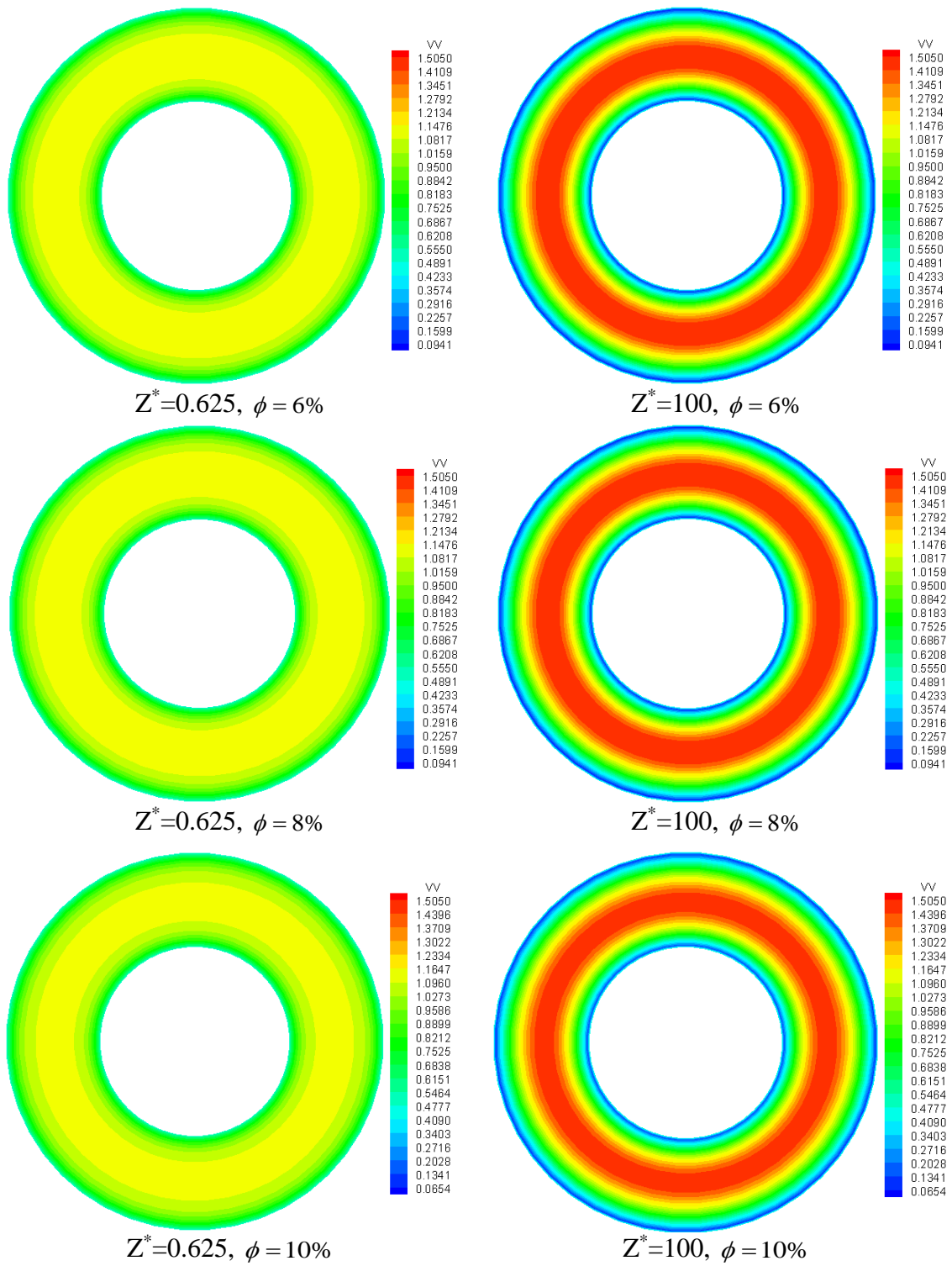


$Z^* = 0.625, \phi = 4\%$

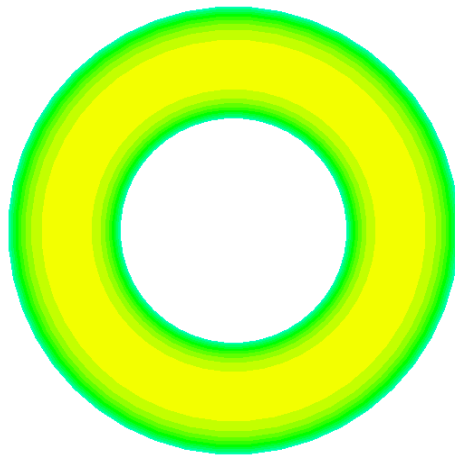


$Z^* = 100, \phi = 4\%$

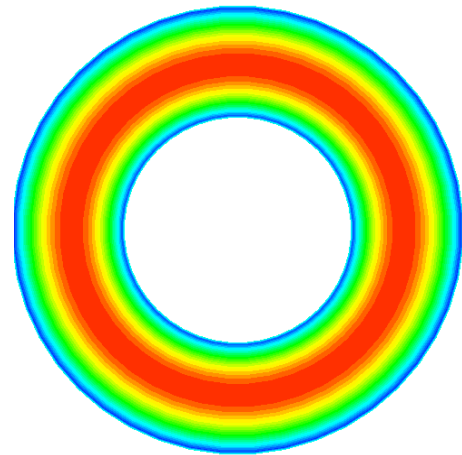




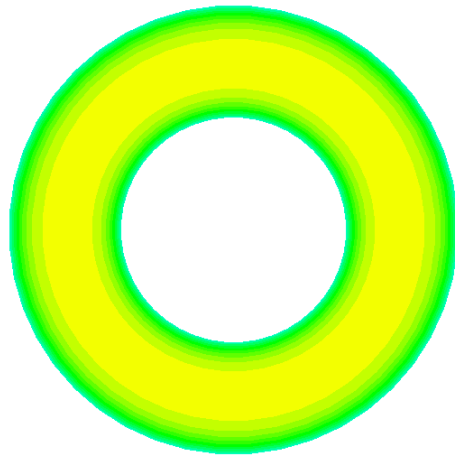
**Figure IV-2 :** le champ de vitesse axiale du nanofluide (Ag-eau) en convection forcée pour  $Re=800$ ,  $Gr=0$



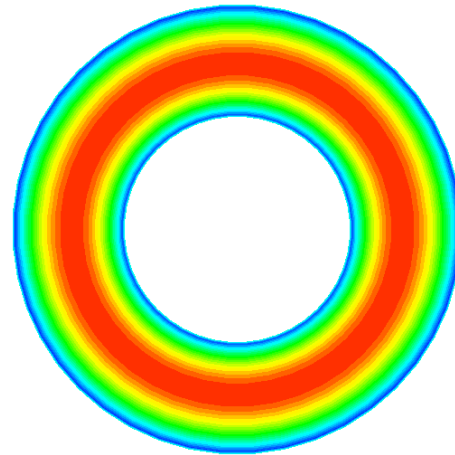
$Z^*=0.625, \phi = 0\%$



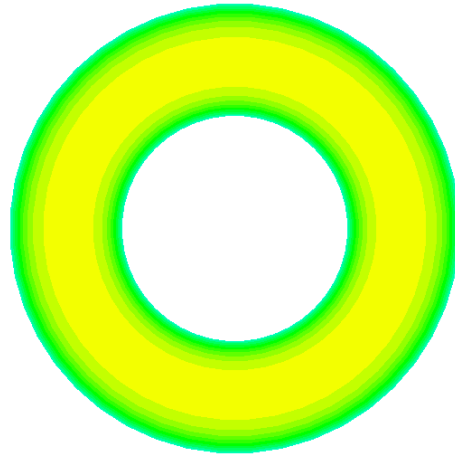
$Z^*=100, \phi = 0\%$



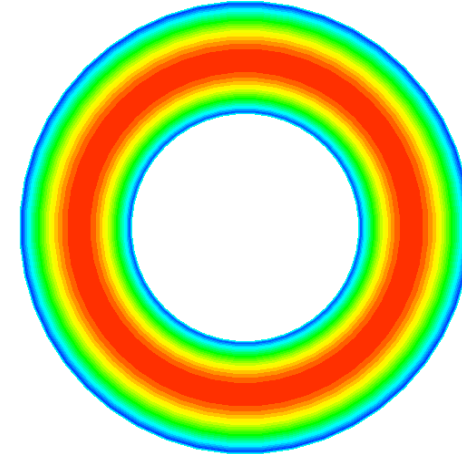
$Z^*=0.625, \phi = 2\%$



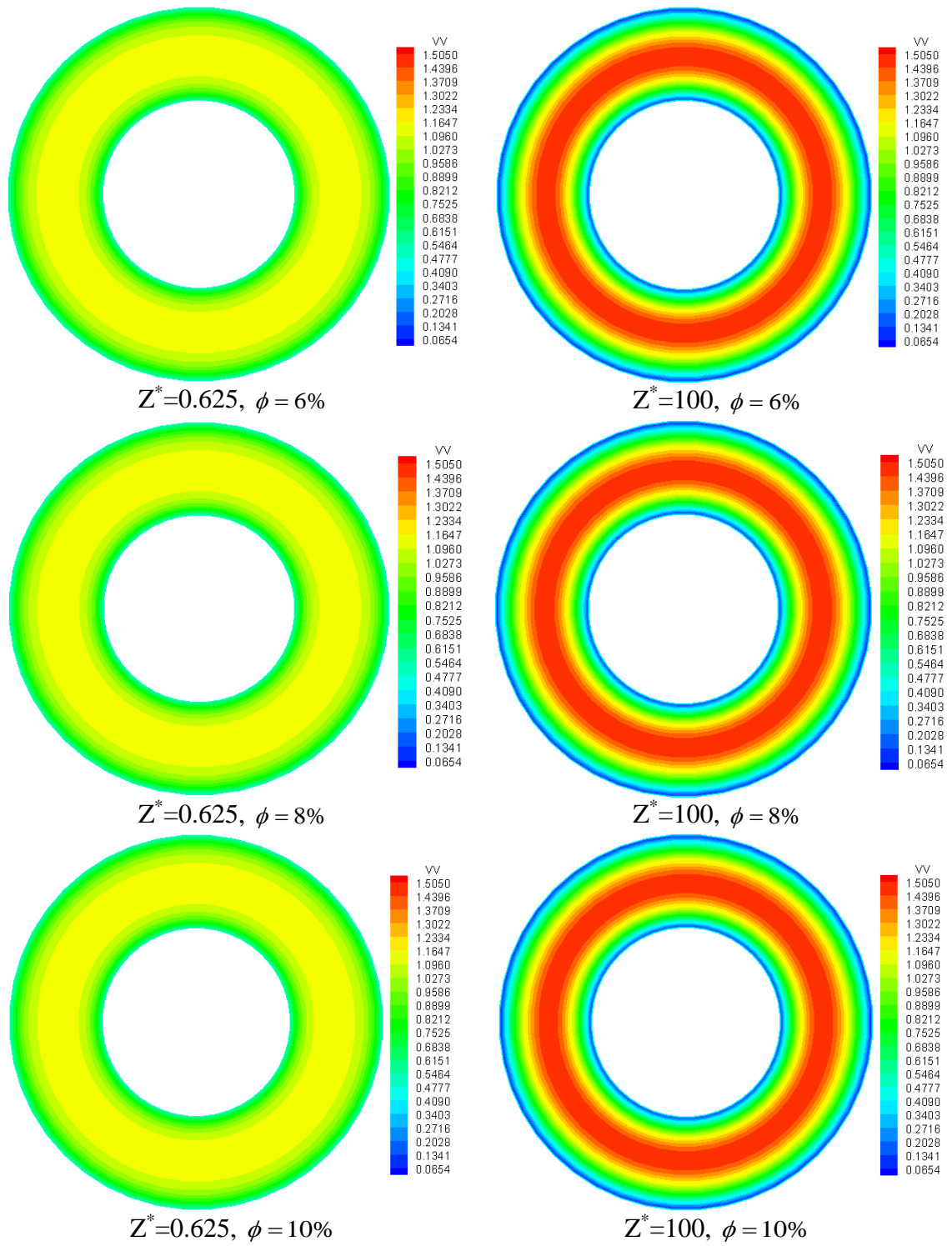
$Z^*=100, \phi = 2\%$



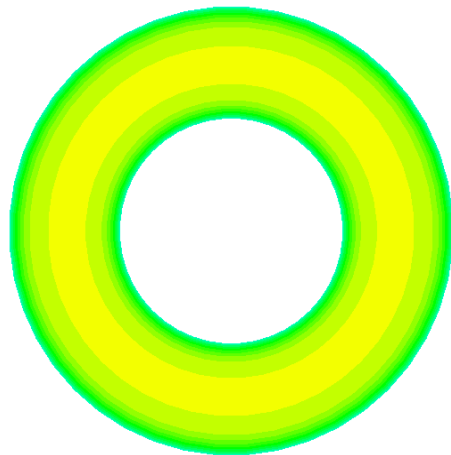
$Z^*=0.625, \phi = 4\%$



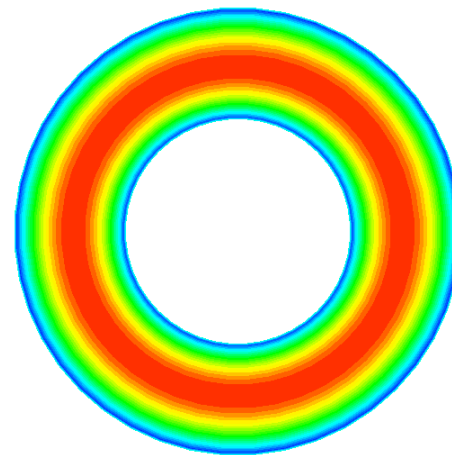
$Z^*=100, \phi = 4\%$



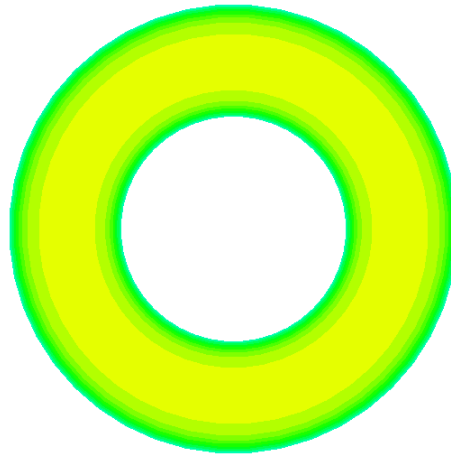
**Figure IV-3 :** le champ de vitesse axial du nanofluide ( $\text{TiO}_2$  / eau) en convection forcée pour  $\text{Re}=800$ ,  $\text{Gr}=0$



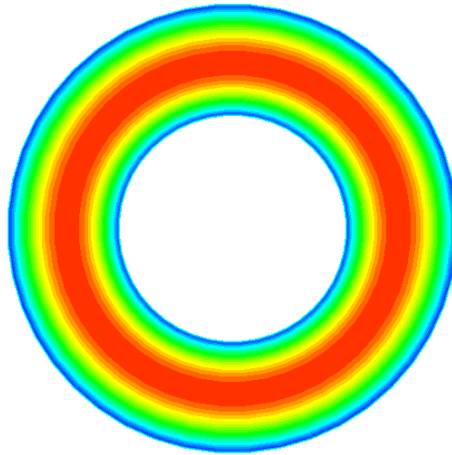
$Z^* = 0.625, \phi = 0\%$



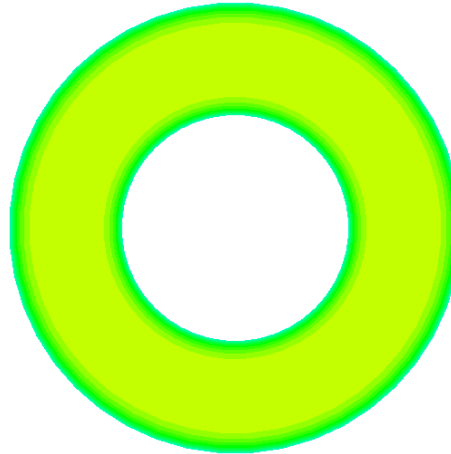
$Z^* = 100, \phi = 0\%$



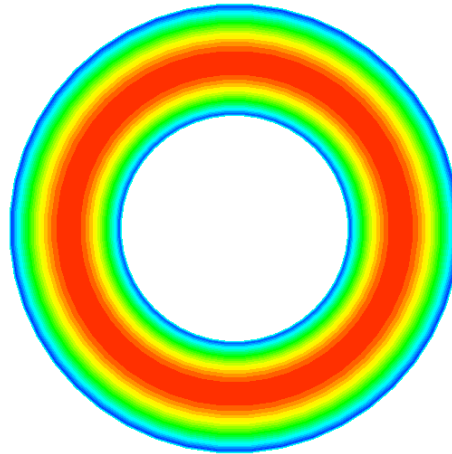
$Z^* = 0.625, \phi = 2\%$



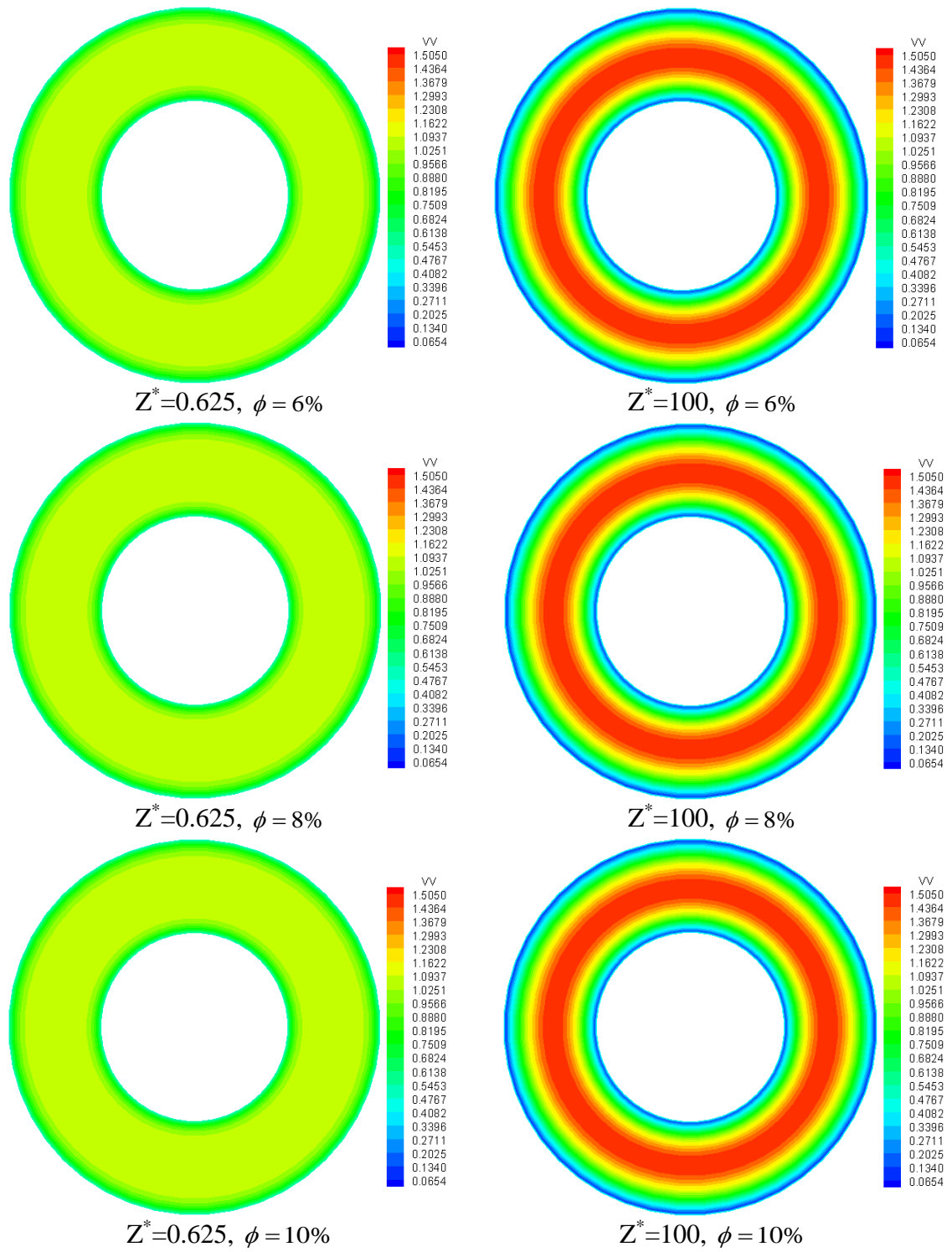
$Z^* = 100, \phi = 2\%$



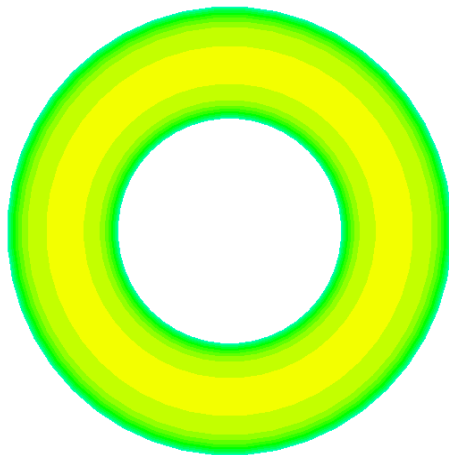
$Z^* = 0.625, \phi = 4\%$



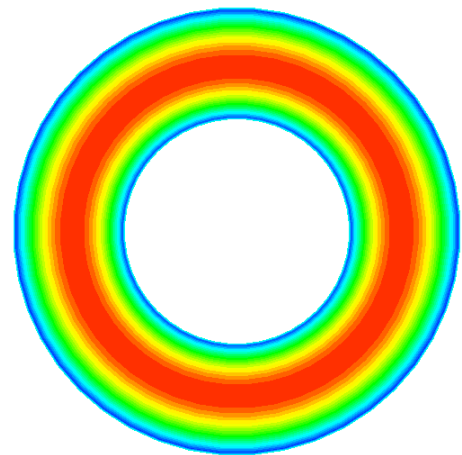
$Z^* = 100, \phi = 4\%$



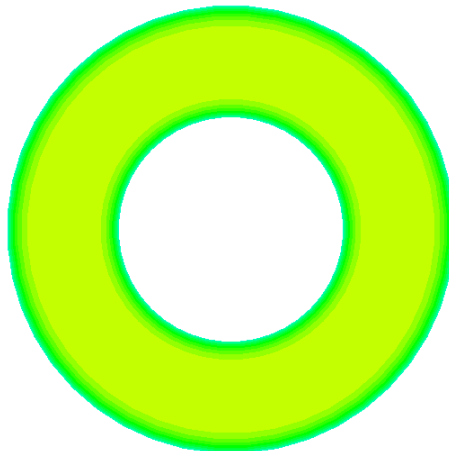
**Figure IV-4 :** le champ de vitesse axial du nanofluide (Cu-eau) en convection forcée pour  $Re=1600$ ,  $Gr=0$



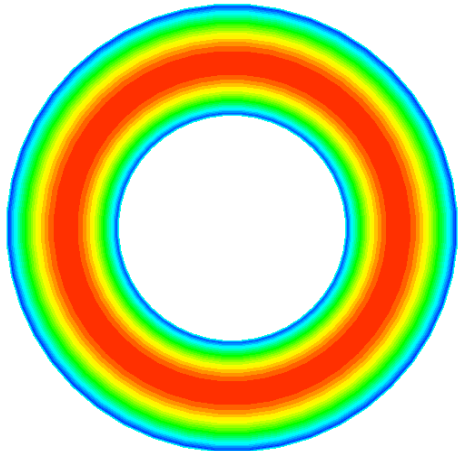
$Z^* = 0.625, \phi = 0\%$



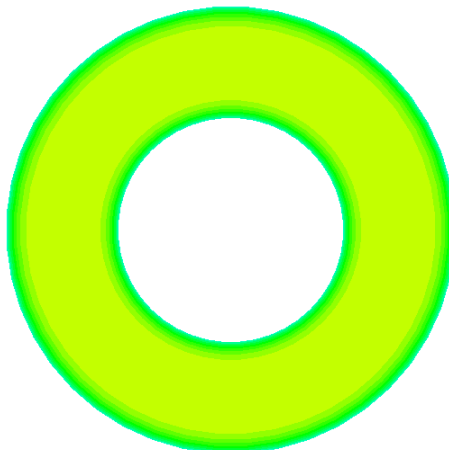
$Z^* = 100, \phi = 0\%$



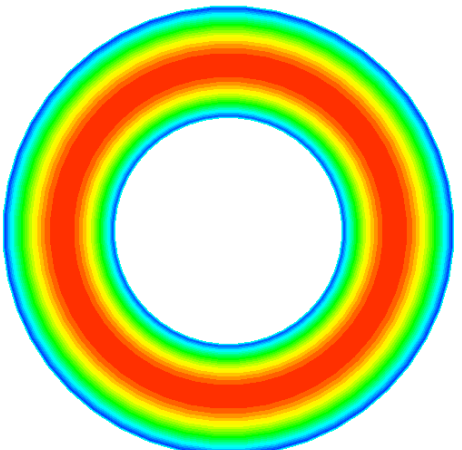
$Z^* = 0.625, \phi = 2\%$



$Z^* = 100, \phi = 2\%$

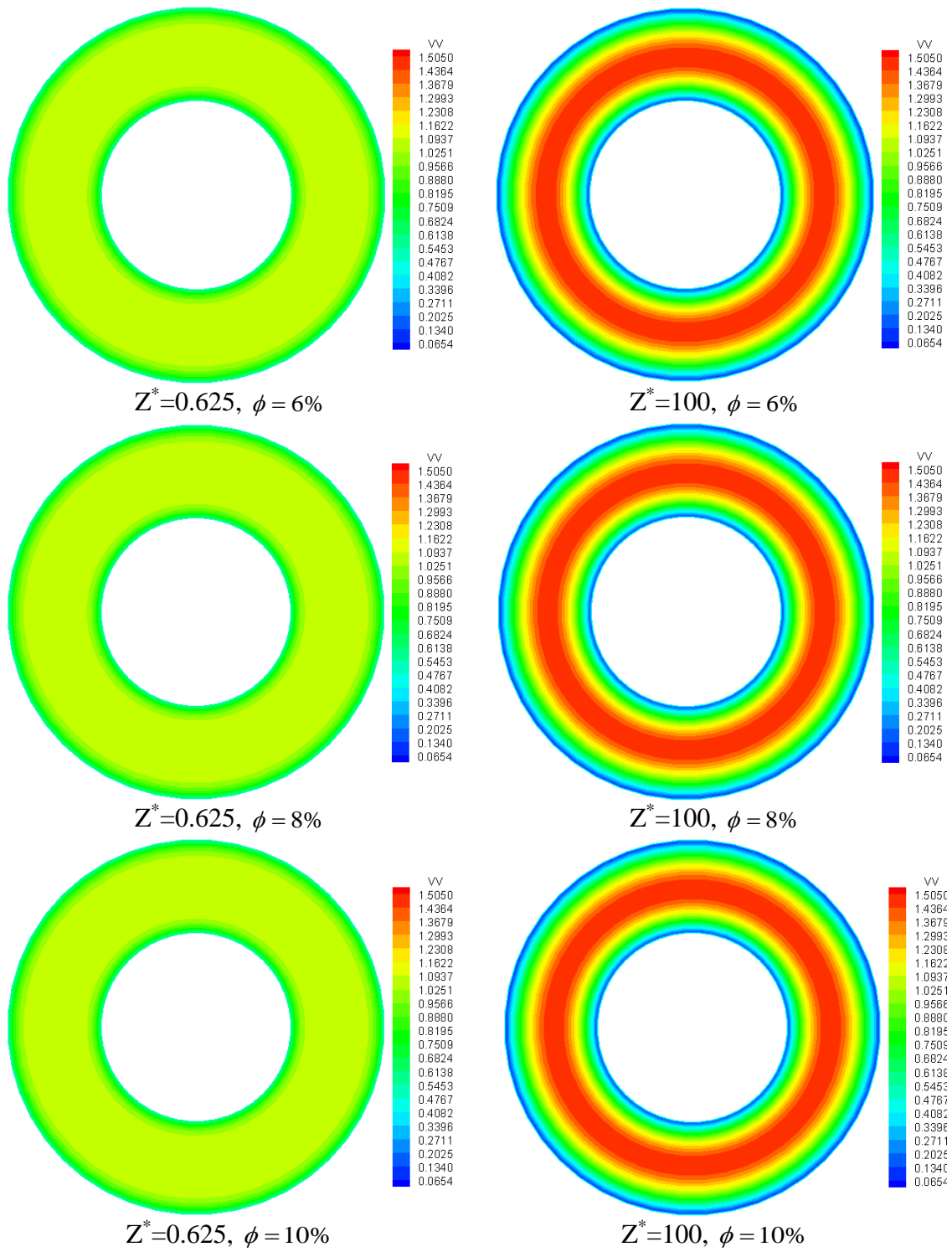


$Z^* = 0.625, \phi = 4\%$

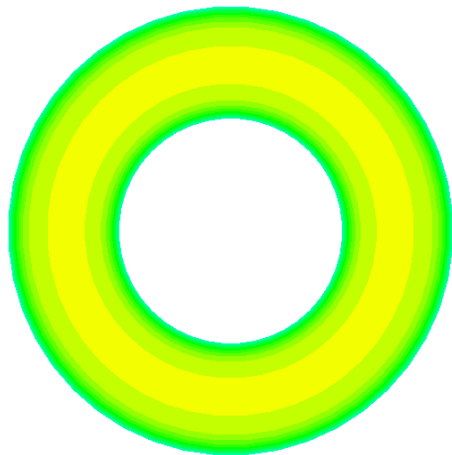


$Z^* = 100, \phi = 4\%$

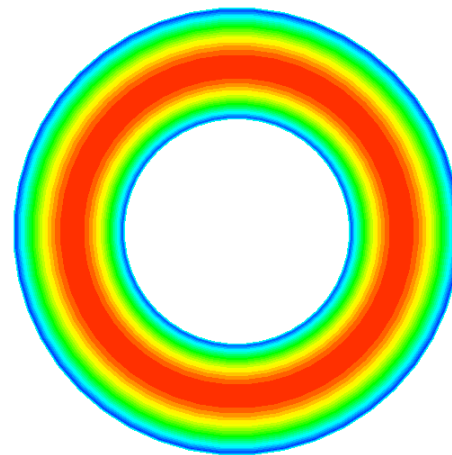




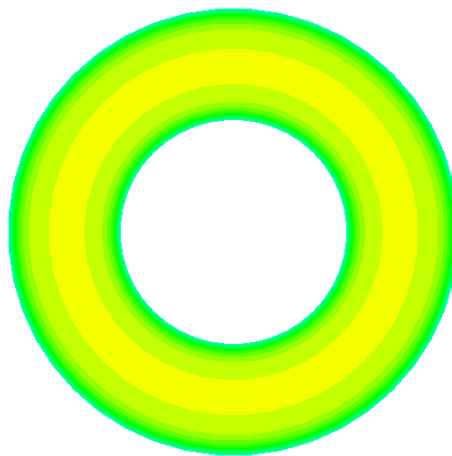
**Figure IV-5 :** le champ de vitesse axiale du nanofluide (Ag/eau) en convection forcée pour  $Re=1600$ ,  $Gr=0$



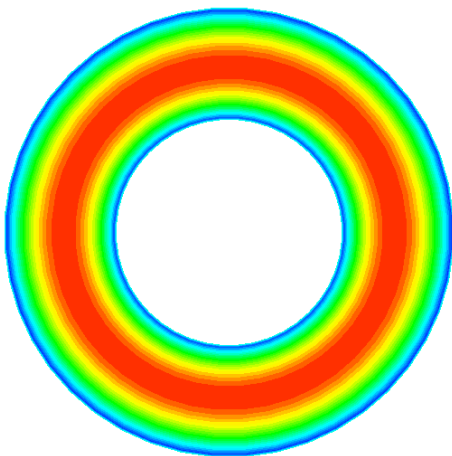
$Z^* = 0.625, \phi = 0\%$



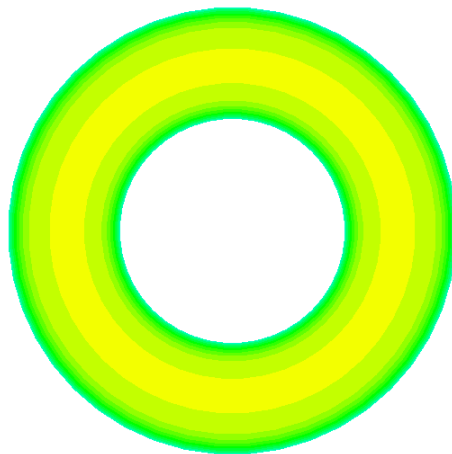
$Z^* = 100, \phi = 0\%$



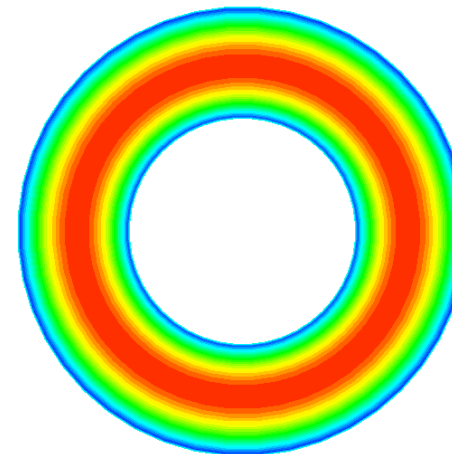
$Z^* = 0.625, \phi = 2\%$



$Z^* = 100, \phi = 2\%$

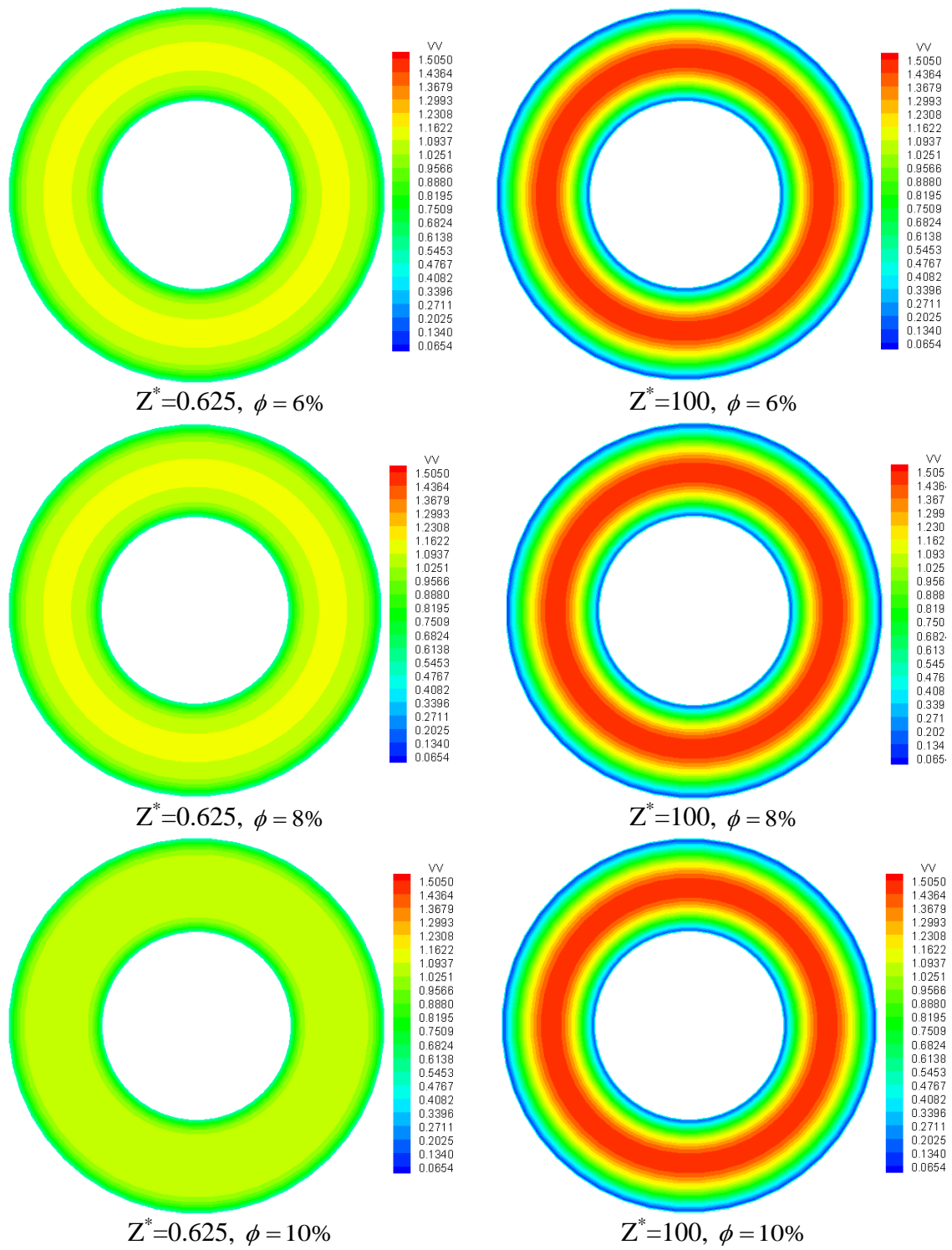


$Z^* = 0.625, \phi = 4\%$



$Z^* = 100, \phi = 4\%$

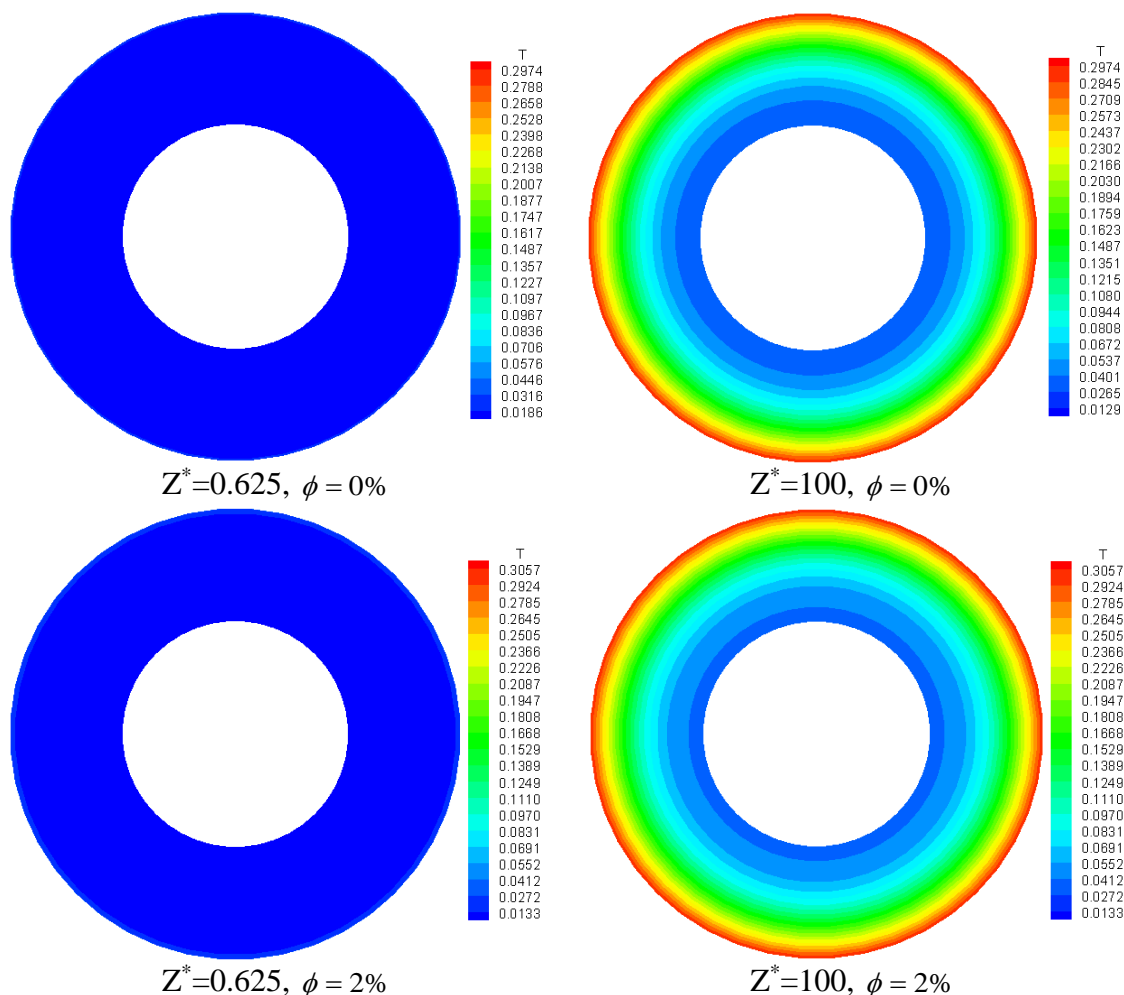




**Figure IV-6 :** le champ de vitesse axial du nanofluide ( $\text{TiO}_2$  / eau) en convection forcée pour  $\text{Re}=1600$ ,  $\text{Gr}=0$

### IV.2.2 Le champ thermique

La distribution de la température dans les deux sections choisies qui correspondent à deux différentes positions axiales, une courte zone près de l'entrée du conduit  $Z^*=0.625$  ainsi qu'à la sortie  $Z^*=100$ . Les nanofluides utilisés sont (Cu/eau), (Ag/eau) et (TiO<sub>2</sub>/eau). La fraction volumique varie de 0 à 10%. Les distributions de la température sont présentées dans les figures IV-7 à IV-12, pour deux nombre de Reynolds  $Re=800$  et  $Re=1600$ . Toutes ces figures montrent des isothermes circulaires et concentriques suivant une stratification radiale quelque soit la fraction volumique en toute section qui décroît du cylindre extérieur chauffé vers le cylindre intérieur qui est adiabatique. Le maximum de la température située sur le cylindre extérieur ( $r^* = 1, z^* = 200$ ) et une température minimale sur la paroi du cylindre intérieur. La température maximale dans tous les cas du nanofluides étudiés situés à la sortie sur l'interface paroi-fluide du cylindre extérieur. (Voir le tableau IV.1).



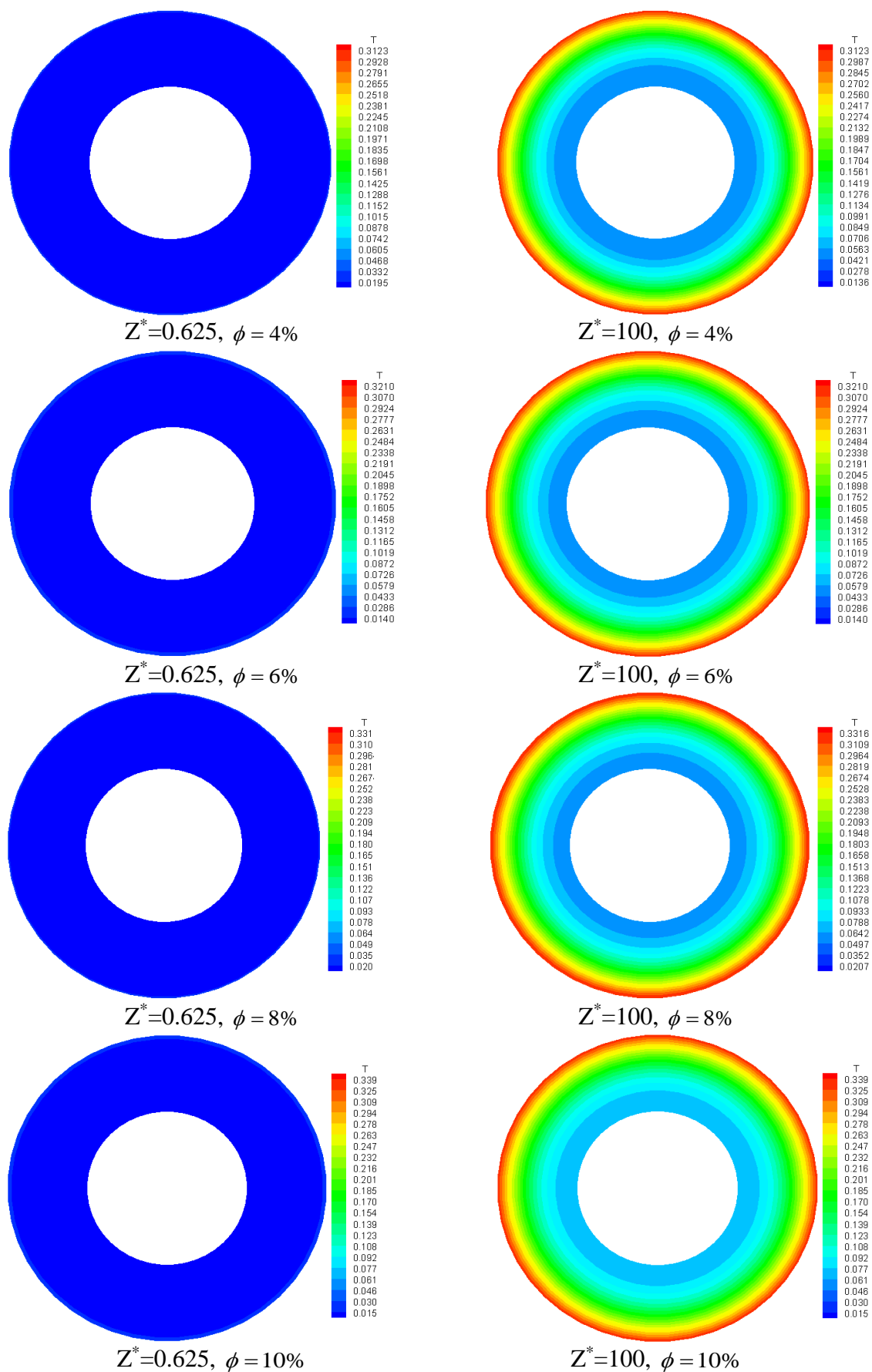
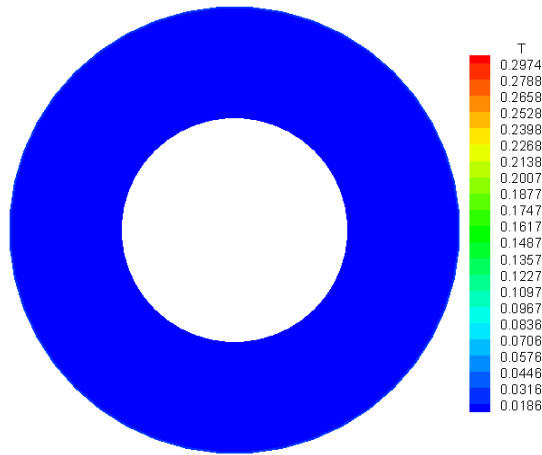
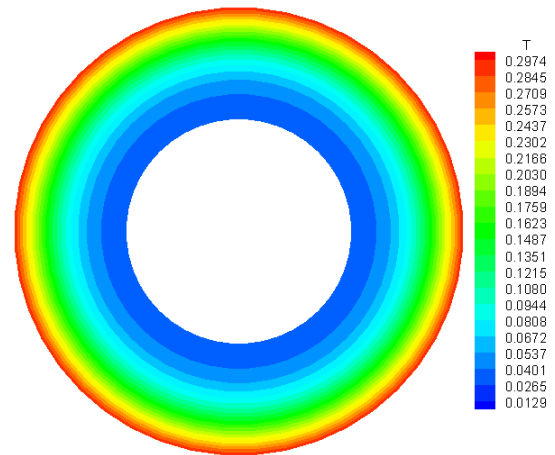


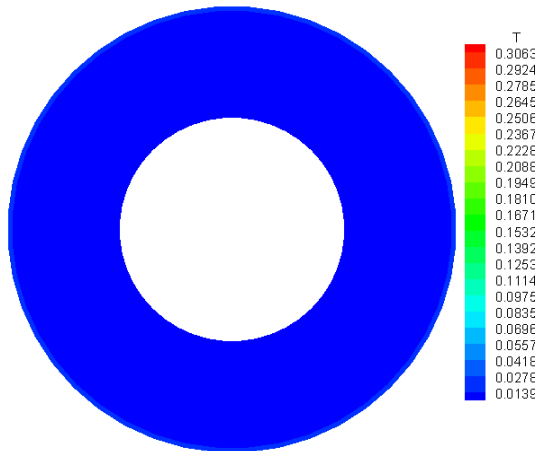
Figure IV-7 : Le champ de température du nanofluide (Cu-eau) en convection forcée pour  $Re=800$ ,  $Gr=0$



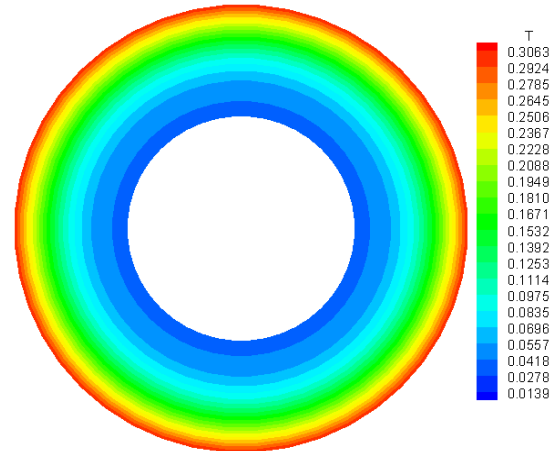
$Z^*=0.625, \phi = 0\%$



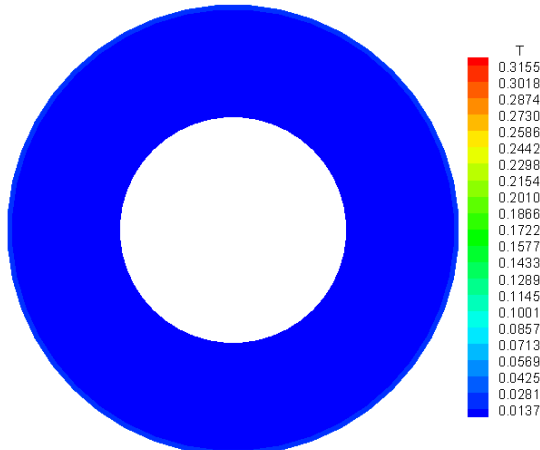
$Z^*=100, \phi = 0\%$



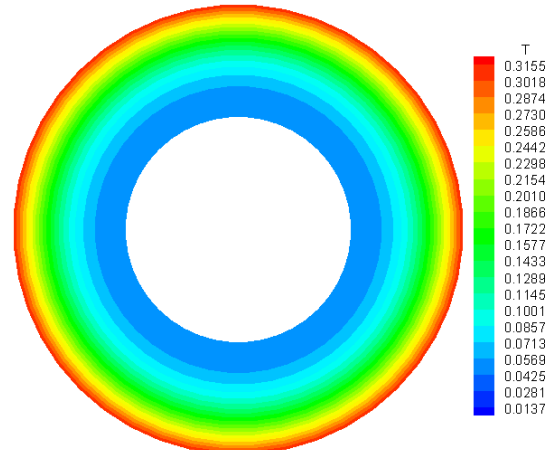
$Z^*=0.625, \phi = 2\%$



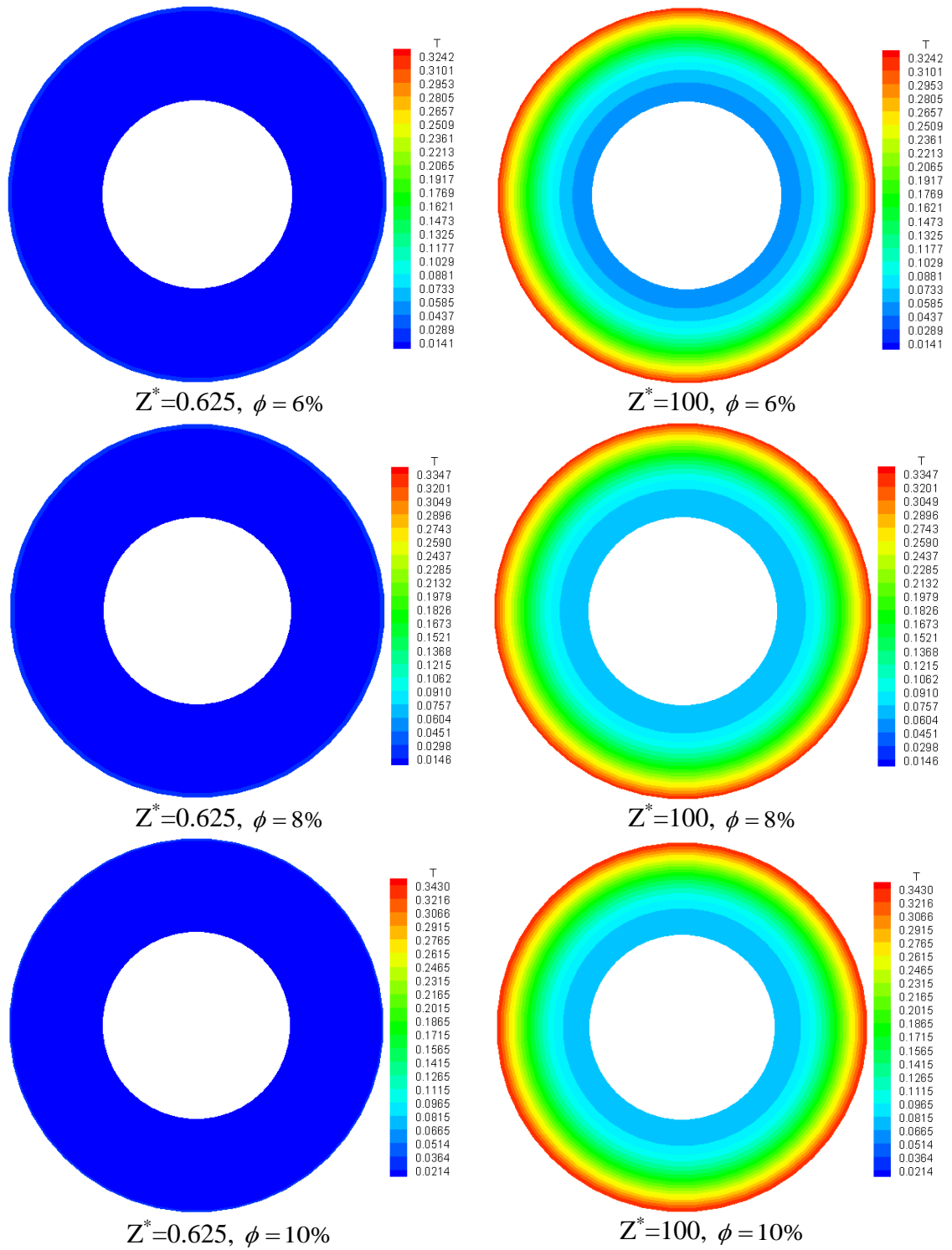
$Z^*=100, \phi = 2\%$



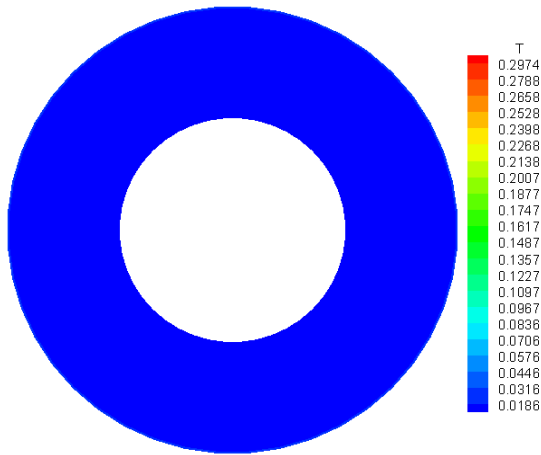
$Z^*=0.625, \phi = 4\%$



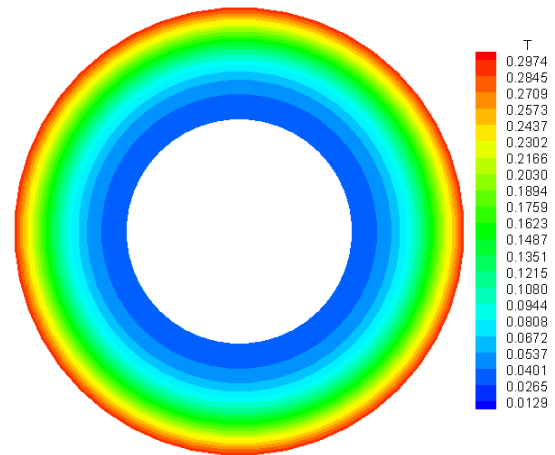
$Z^*=100, \phi = 4\%$



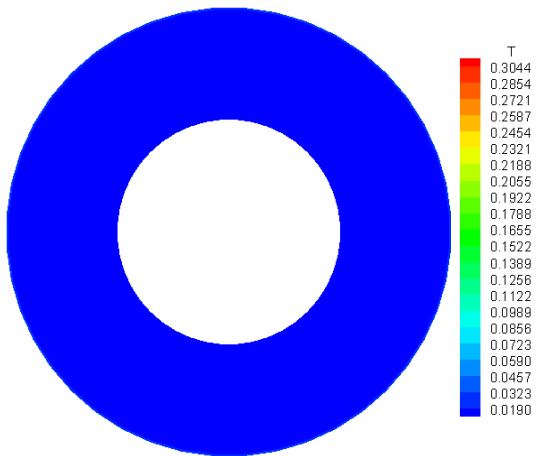
**Figure IV-8 :** Le champ de température du nanofluid (Ag-eau) en convection forcée pour  $Re=800$ ,  $Gr=0$



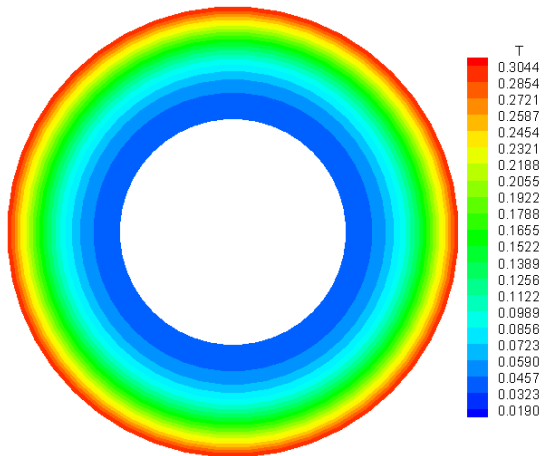
$Z^* = 0.625, \phi = 0\%$



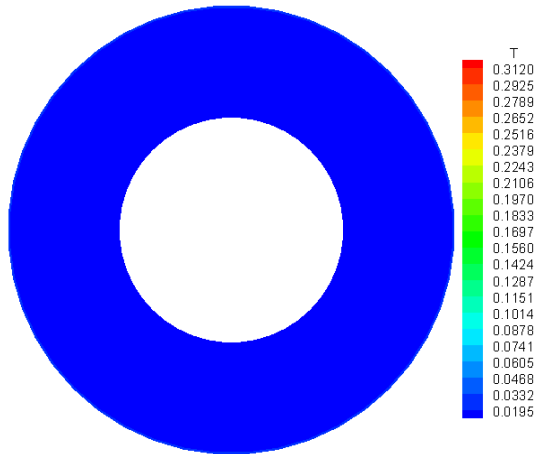
$Z^* = 100, \phi = 0\%$



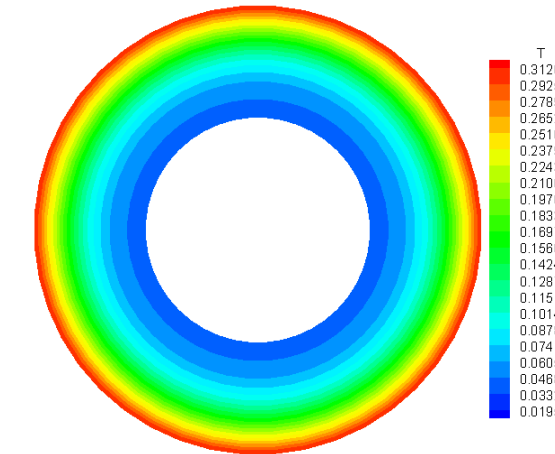
$Z^* = 0.625, \phi = 2\%$



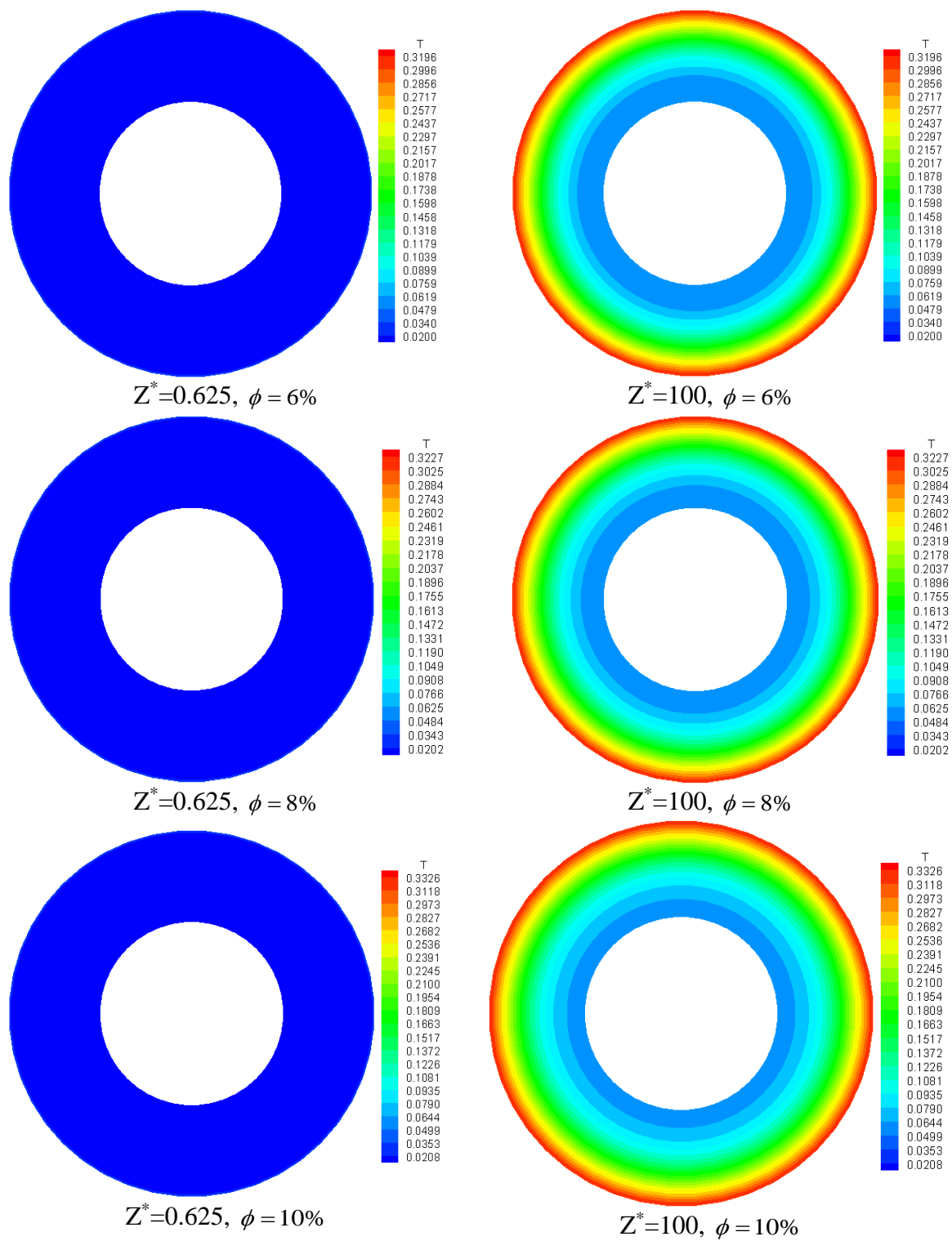
$Z^* = 100, \phi = 2\%$



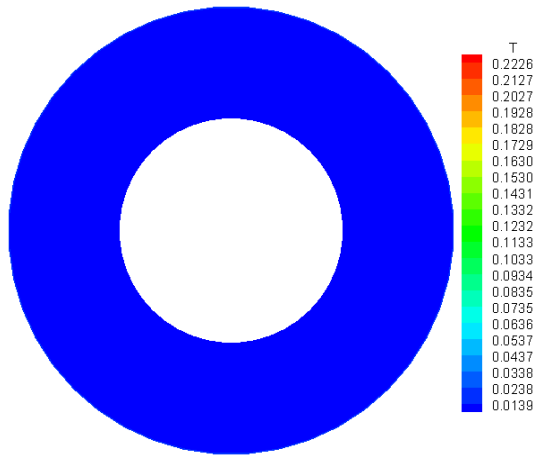
$Z^* = 0.625, \phi = 4\%$



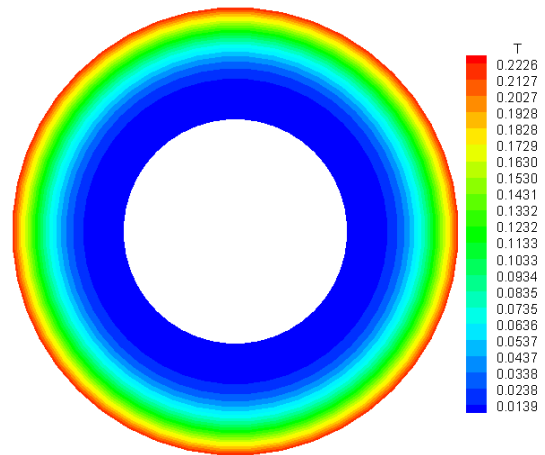
$Z^* = 100, \phi = 4\%$



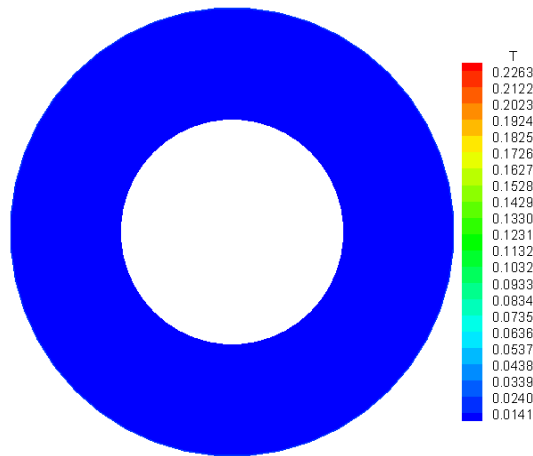
**Figure IV-9 :** Le champ de température du nanofluide ( $\text{TiO}_2$  / eau) en convection forcée pour  $\text{Re}=800, \text{Gr}=0$



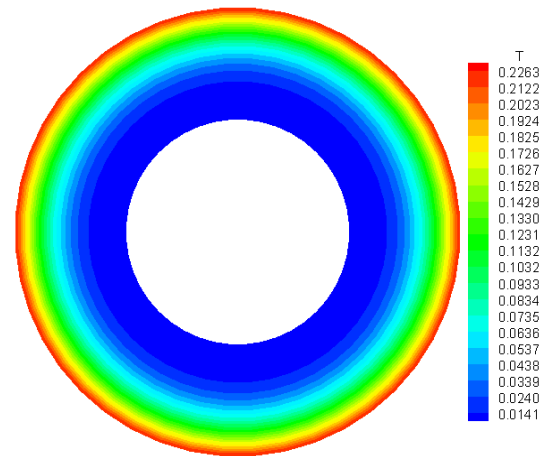
$Z^*=0.625, \phi = 0\%$



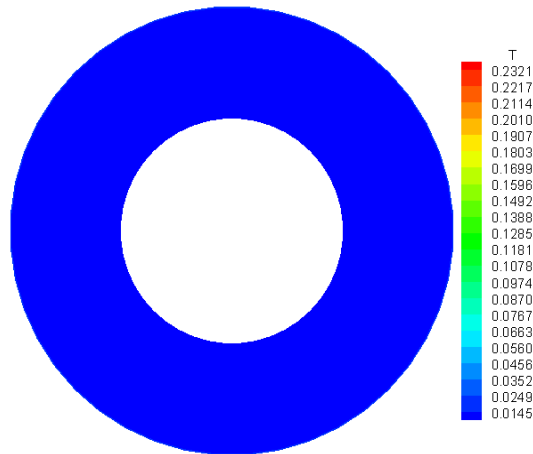
$Z^*=100, \phi = 0\%$



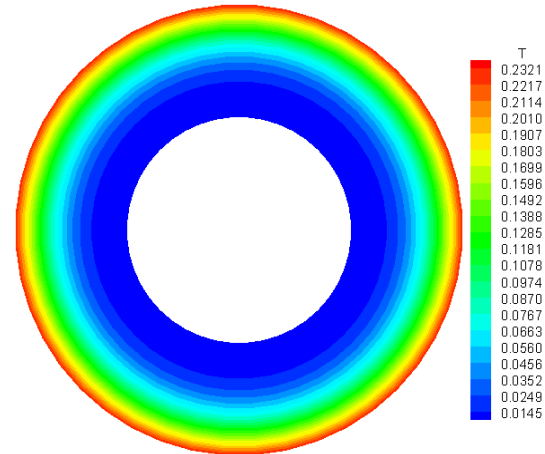
$Z^*=0.625, \phi = 2\%$



$Z^*=100, \phi = 2\%$

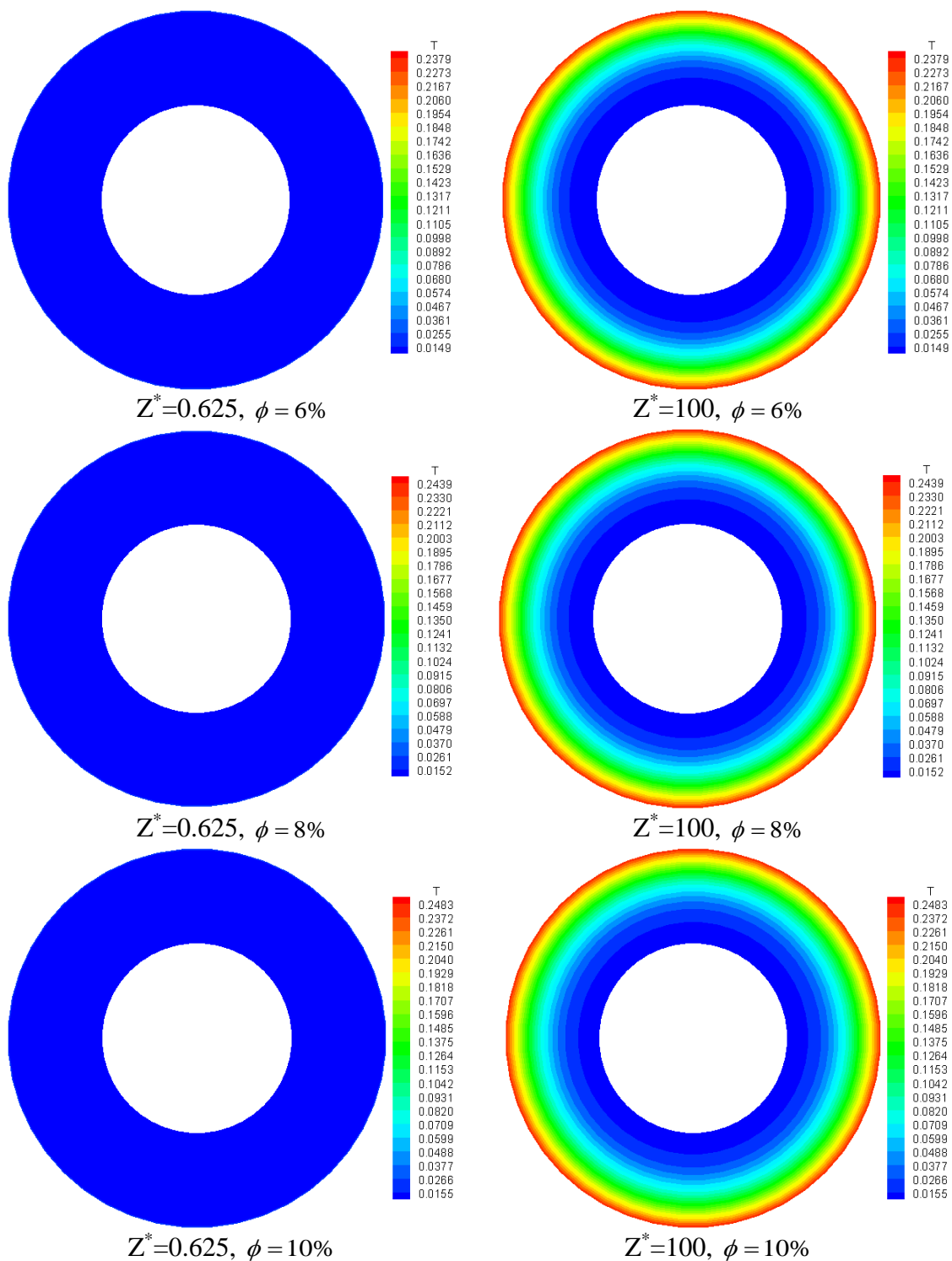


$Z^*=0.625, \phi = 4\%$

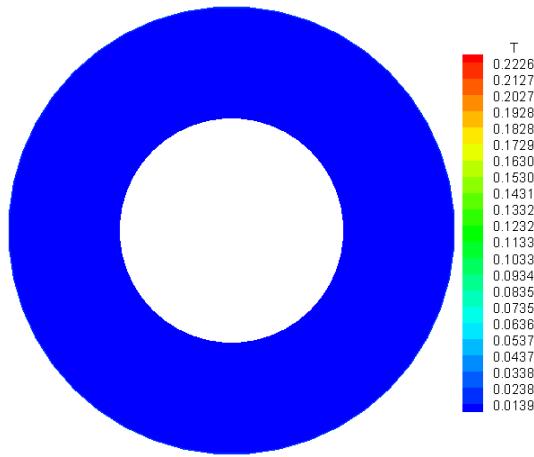


$Z^*=100, \phi = 4\%$

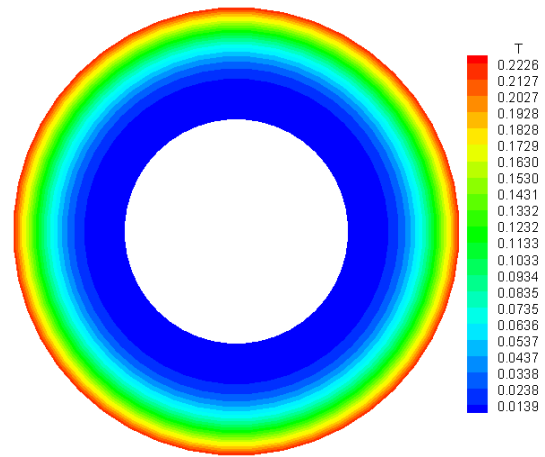




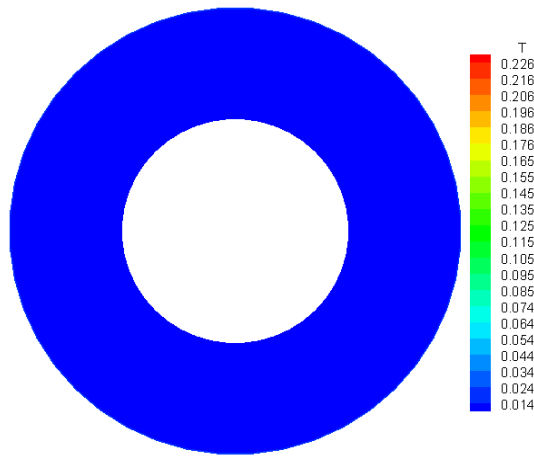
**Figure IV-10 :** le champ de température du nanofluide (Cu/eau) en convection forcée pour  $Re=1600$ ,  $Gr=0$



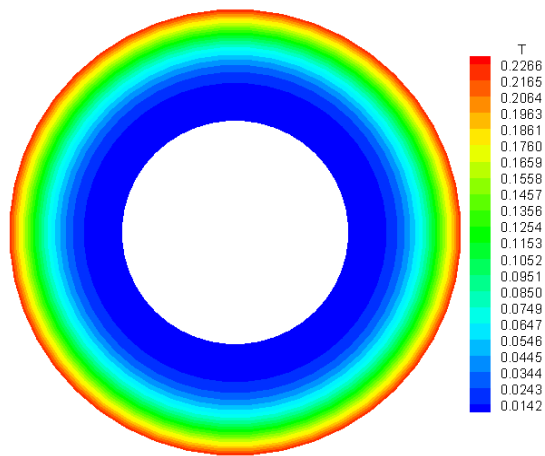
$Z^*=0.625, \phi = 0\%$



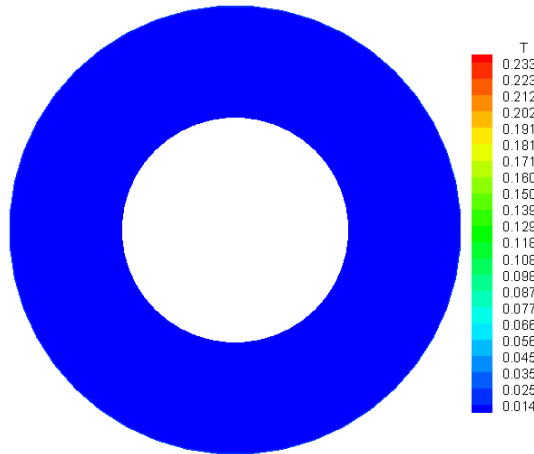
$Z^*=100, \phi = 0\%$



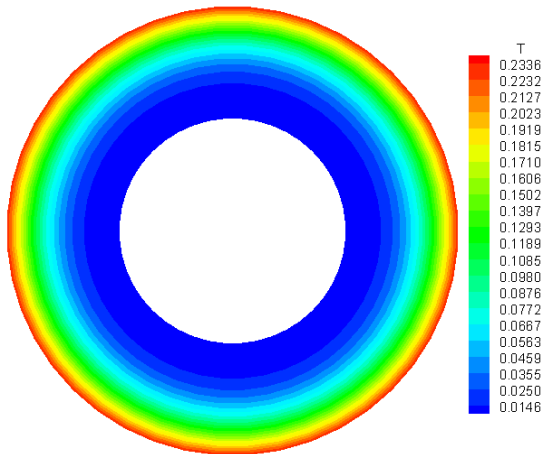
$Z^*=0.625, \phi = 2\%$



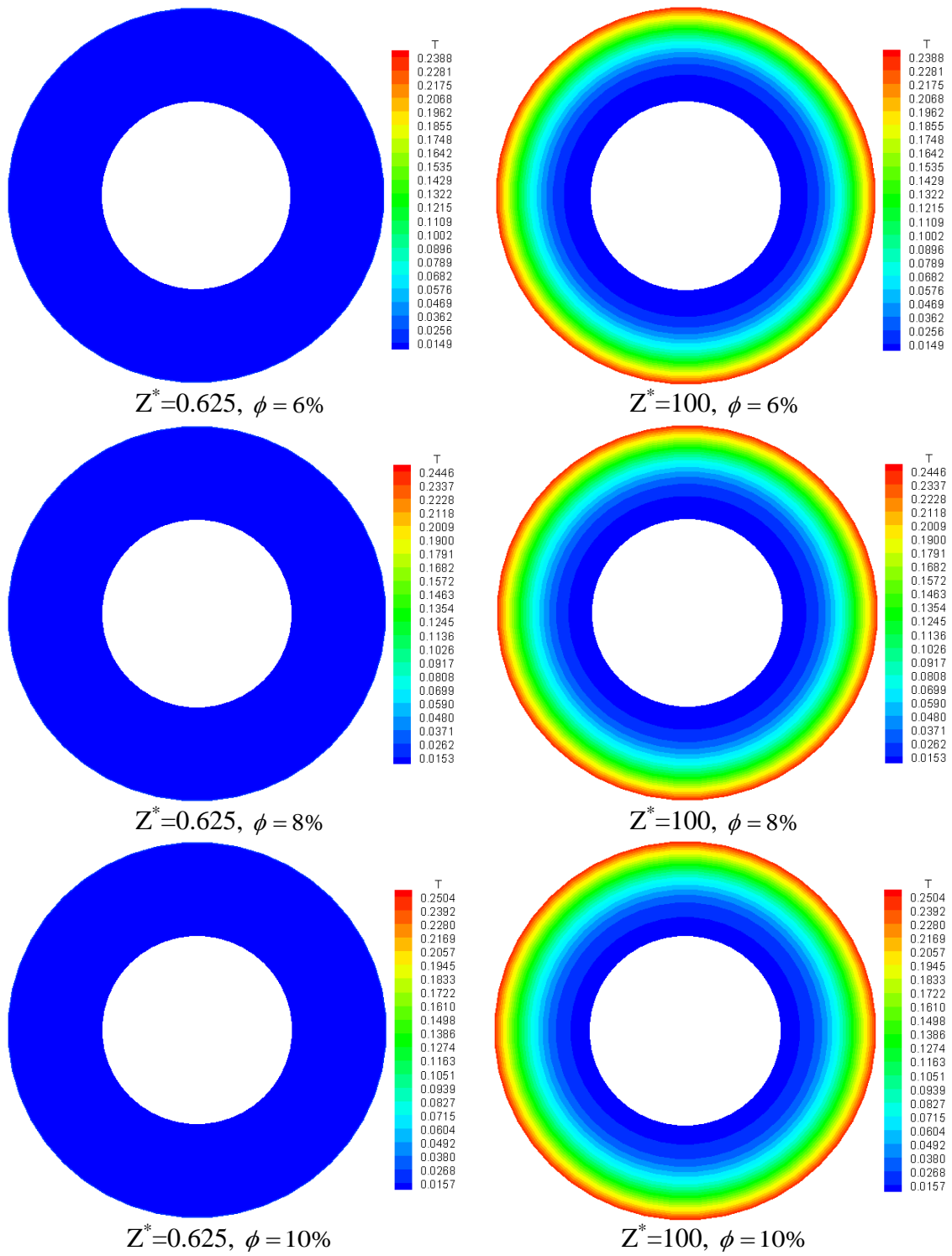
$Z^*=100, \phi = 2\%$



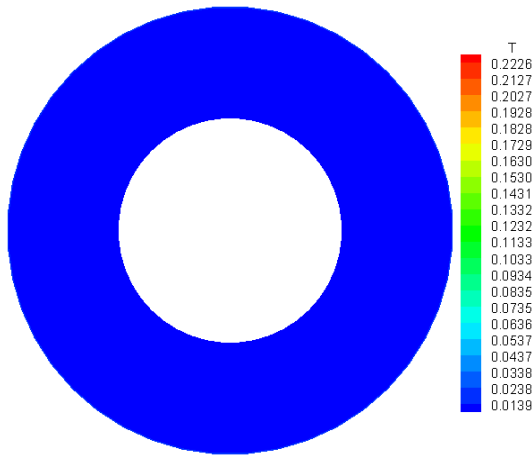
$Z^*=0.625, \phi = 4\%$



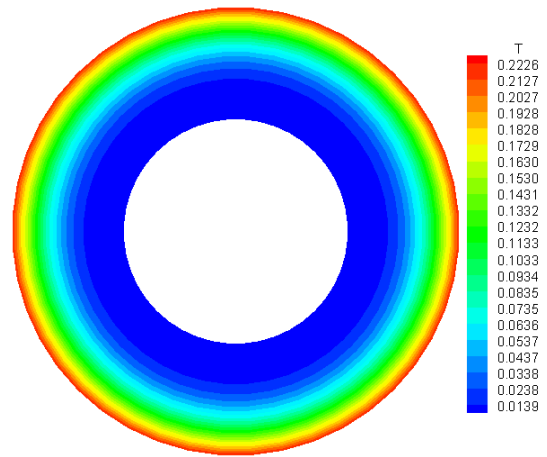
$Z^*=100, \phi = 4\%$



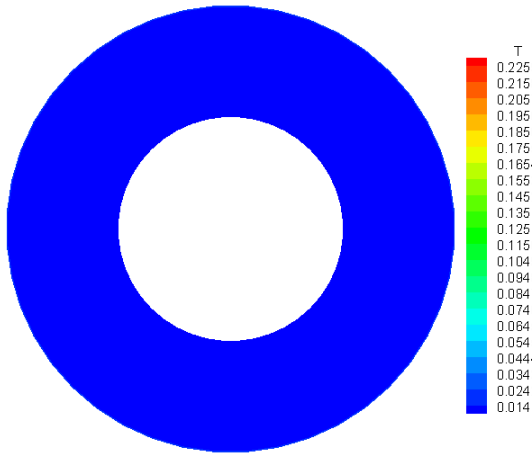
**Figure IV-11 :** le champ de température du nanofluide ( $Ag / eau$ ) en convection forcée pour  $Re=1600$ ,  $Gr=0$



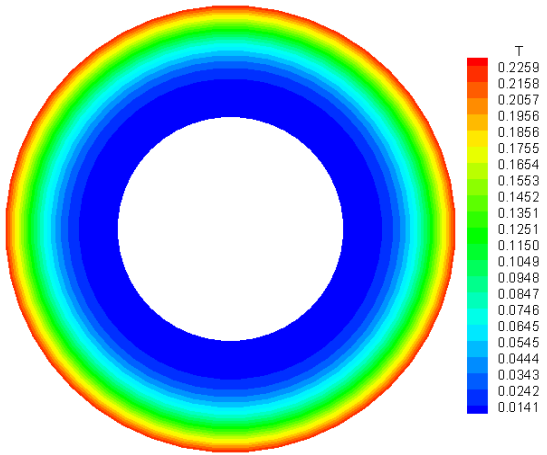
$Z^*=0.625, \phi = 0\%$



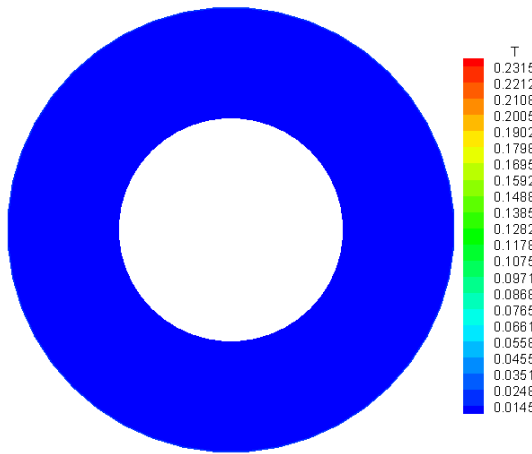
$Z^*=100, \phi = 0\%$



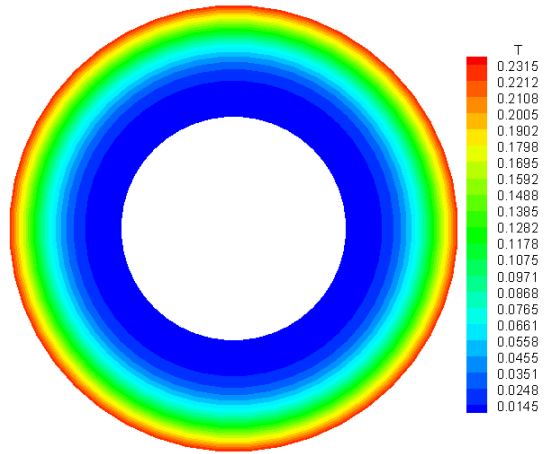
$Z^*=0.625, \phi = 2\%$



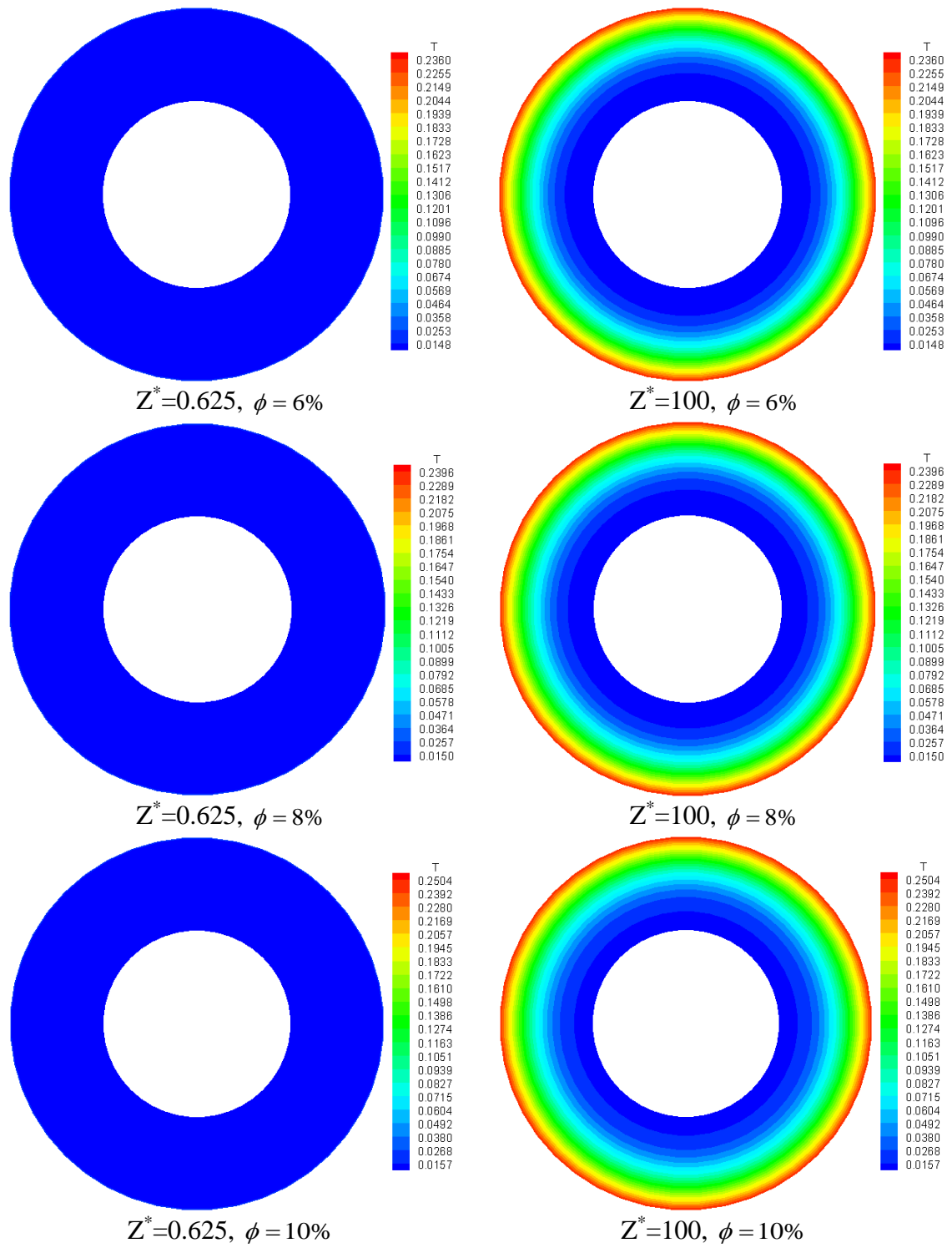
$Z^*=100, \phi = 2\%$



$Z^*=0.625, \phi = 4\%$



$Z^*=100, \phi = 4\%$



**Figure IV-12** : le champ de température du nanofluide ( $\text{TiO}_2$  / eau) en convection forcée pour  $\text{Re}=1600, \text{Gr}=0$

**Tableau IV-1** : le maximum de la température axiale moyenne et de la paroi à la sortie du conduit.

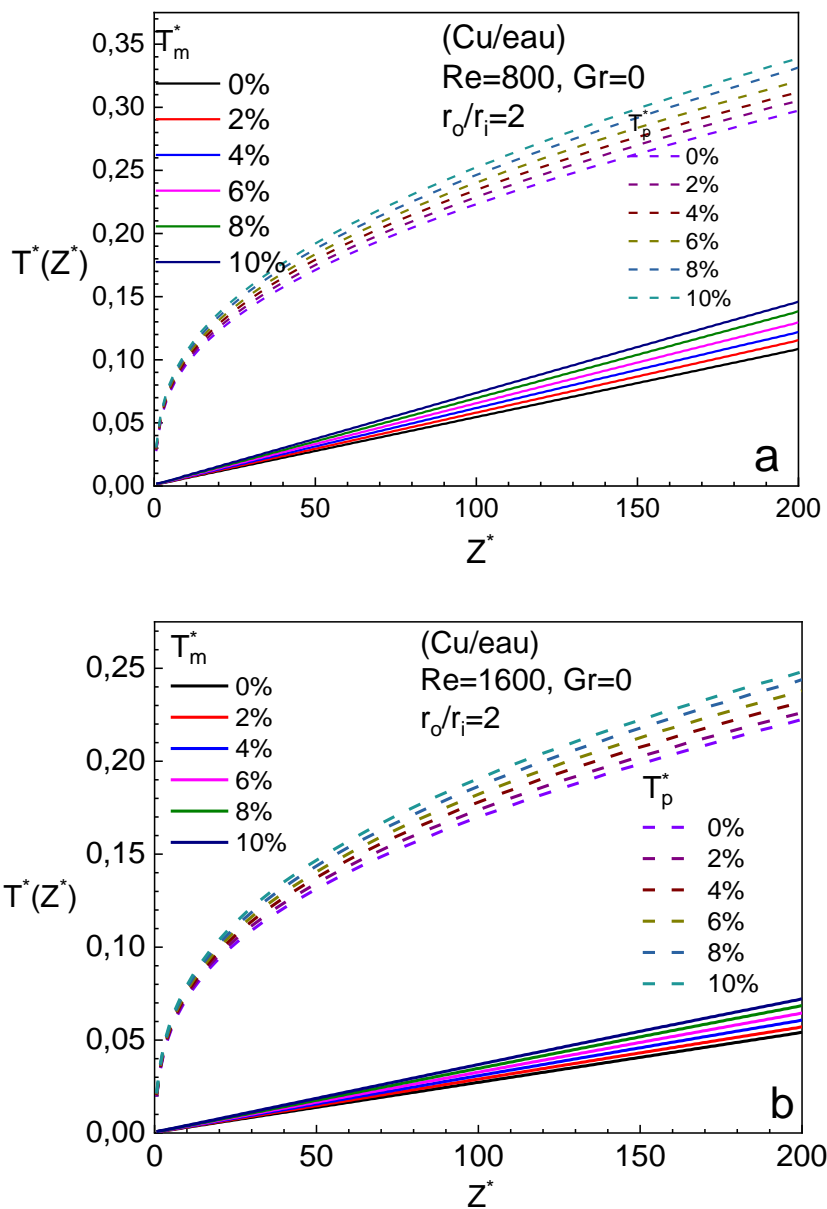
Fraction volumique $\phi$		0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	
<b>Re=800</b>	<b>T<sub>m</sub>*</b>	<b>Cu</b>	0,10865	0,11559	0,12210	0,12974	0,13851	0,14615
		<b>Ag</b>	0,10865	0,11613	0,12407	0,13216	0,14125	0,14964
		<b>TiO<sub>2</sub></b>	0,10865	0,11399	0,12104	0,12766	0,13241	0,14030
	<b>T<sub>p</sub>*</b>	<b>Cu</b>	0,29743	0,30565	0,31231	0,32105	0,33156	0,33930
		<b>Ag</b>	0,29743	0,30629	0,31523	0,32419	0,33475	0,34304
		<b>TiO<sub>2</sub></b>	0,29743	0,30436	0,31200	0,31957	0,32266	0,33257
<b>Re=1600</b>	<b>T<sub>m</sub>*</b>	<b>Cu</b>	0,05424	0,05716	0,06080	0,06463	0,06864	0,07225
		<b>Ag</b>	0,05424	0,05739	0,06163	0,06548	0,06974	0,07415
		<b>TiO<sub>2</sub></b>	0,05424	0,05678	0,06017	0,06325	0,06618	0,07015
	<b>T<sub>p</sub>*</b>	<b>Cu</b>	0,22259	0,22634	0,23206	0,23794	0,24393	0,24825
		<b>Ag</b>	0,22259	0,22664	0,23359	0,23875	0,24462	0,25043
		<b>TiO<sub>2</sub></b>	0,22259	0,22585	0,23145	0,23600	0,23961	0,24543

### IV.2.3 Évolution axiale de la température moyenne du nanofluide et du paroi

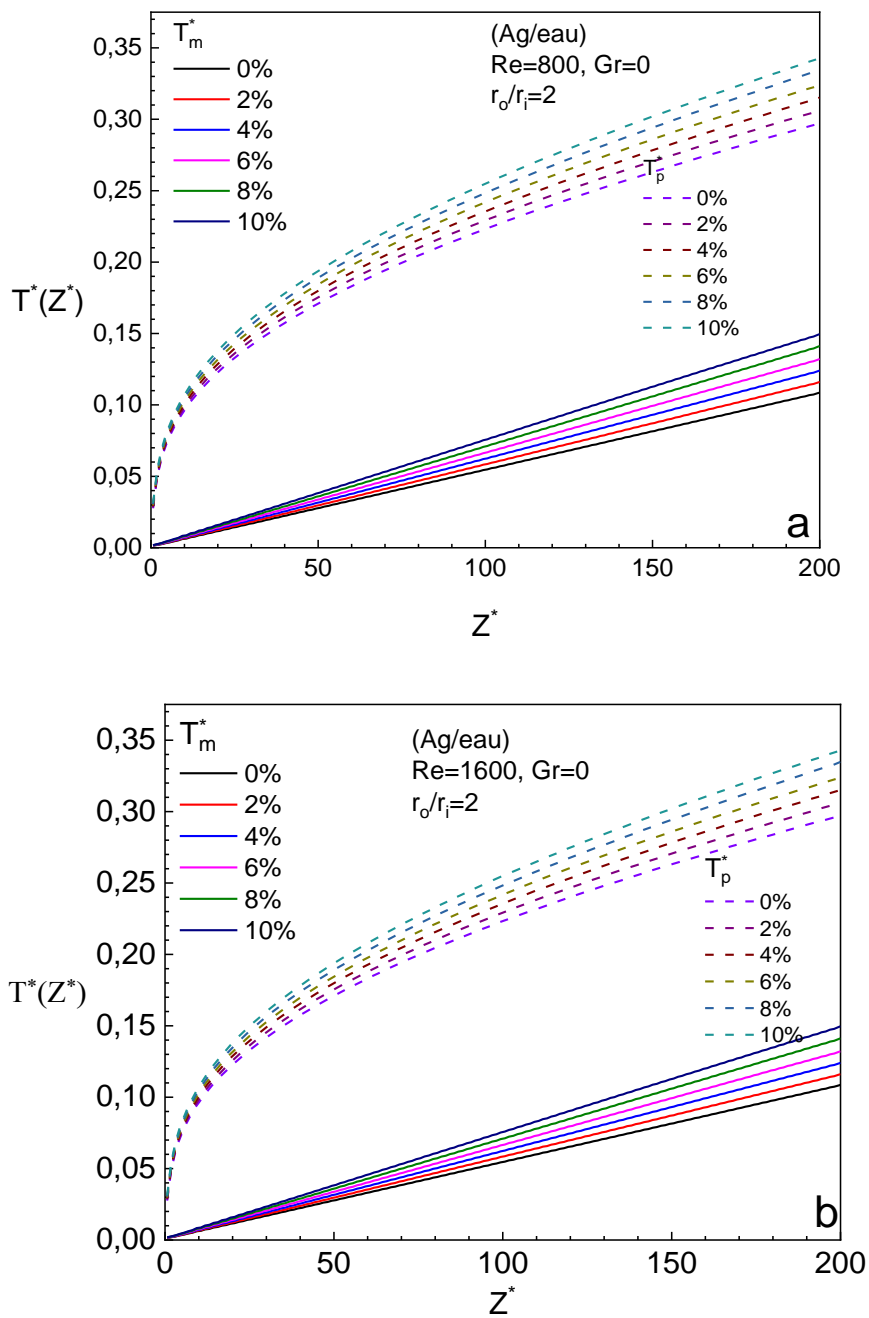
La variation axiale de la température moyenne  $T_m^*$  est illustrée dans les figures 4.13 - 4.15. Comme cité auparavant, la température moyenne augmente linéairement de l'entrée jusqu'à la sortie du conduit aboutissant à son maximum. Ces figures aussi montrent que la température moyenne augmente avec l'augmentation de la fraction volumique, le maximum de température trouvé avec la fraction volumique 10%. Première constatation, la température du paroi  $T_p^*$  augmente avec l'augmentation de la fraction volumique de l'entrée jusqu'à la sortie. Mais elle est différente comparativement à la température moyenne, Ces figures relatives à la température du paroi montrent initialement une croissance rapide dans une courte zone près de l'entrée. Cette augmentation devient lente jusqu'à la sortie du conduit où elle atteint sa valeur maximale.

En vue d'une vision claire, nous avons comparé entre les trois nanofluides utilisés qui contient les nanoparticules de cuivre Cu, l'Argent Ag et l'oxyde de Titane TiO<sub>2</sub> dispersés dans l'eau fluide de base à une concentration de 8%. Nous avons remarqué dans la figure IV-16, que les nanoparticules de Ag ont les plus hautes températures moyennes et de la paroi, suivie par les nanoparticules de cuivre Cu puis l'Oxyde de Titane TiO<sub>2</sub>, ceci est pour les deux nombres de Reynolds Re=800 et Re=1600. Cette différence est plus importante avec le nombre de Reynolds Re=800, voir le tableau IV-2. Nous avons observé aussi la différence

entre les deux nombres de Reynolds  $Re=800$  et  $Re=1600$  pour tous les nanofluides. Les deux températures moyenne et de la paroi diminuent avec l'augmentation du nombre de Reynolds.

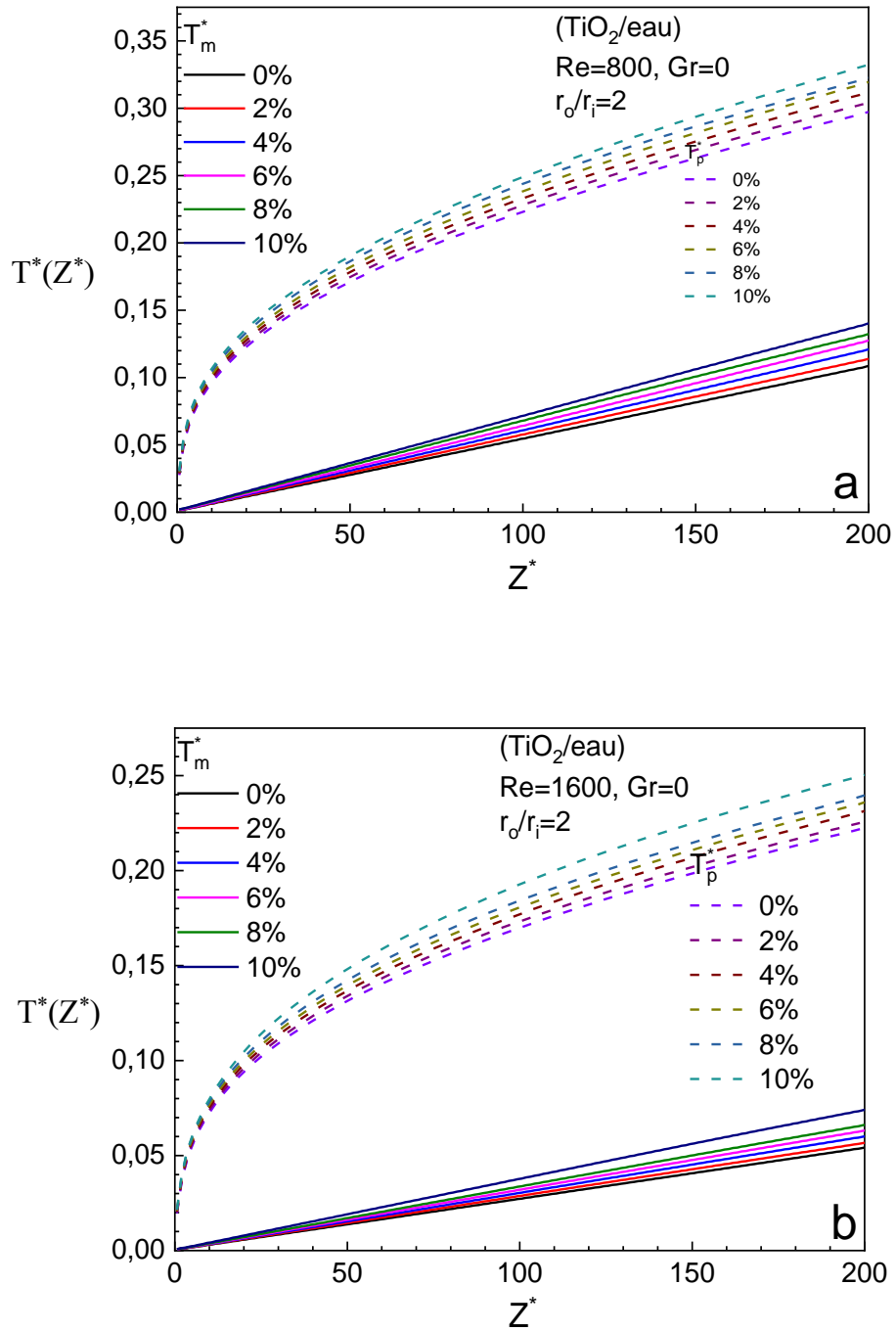


**Figure IV-13 :**Évolution axiale du température moyenne du nanofluide (Cu/eau) et du paroi pour différentes fractions volumiques : a- $Re=800$ , b- $Re=1600$

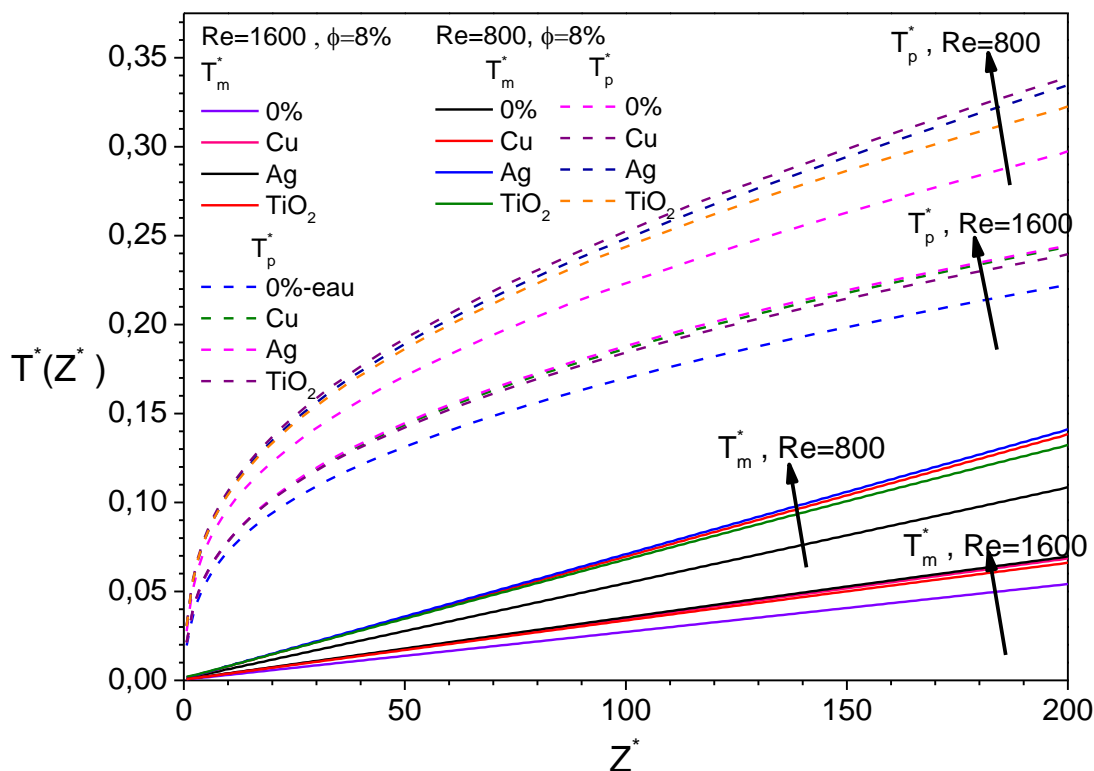


**Figure IV-14 :**Évolution axiale de la température moyenne du nanofluide (Ag/eau) et du paroi du pour différentes fractions volumiques : a- $Re=800$ , b- $Re=1600$





**Figure IV-15 :** Évolution axiale de la température moyenne du nanofluide (TiO<sub>2</sub> / eau) et du paroi pour différentes fractions volumiques : a-Re=800, b-Re=1600



**Figure IV-16** : comparaisons de la température axiale moyenne des différentes nanoparticules Cu, Ag et TiO<sub>2</sub> et du paroi pour Re=800, Re=1600, Gr=0, φ=8%

**Tableau IV-2** : maximum de la température à l’interface près de la paroi chauffante

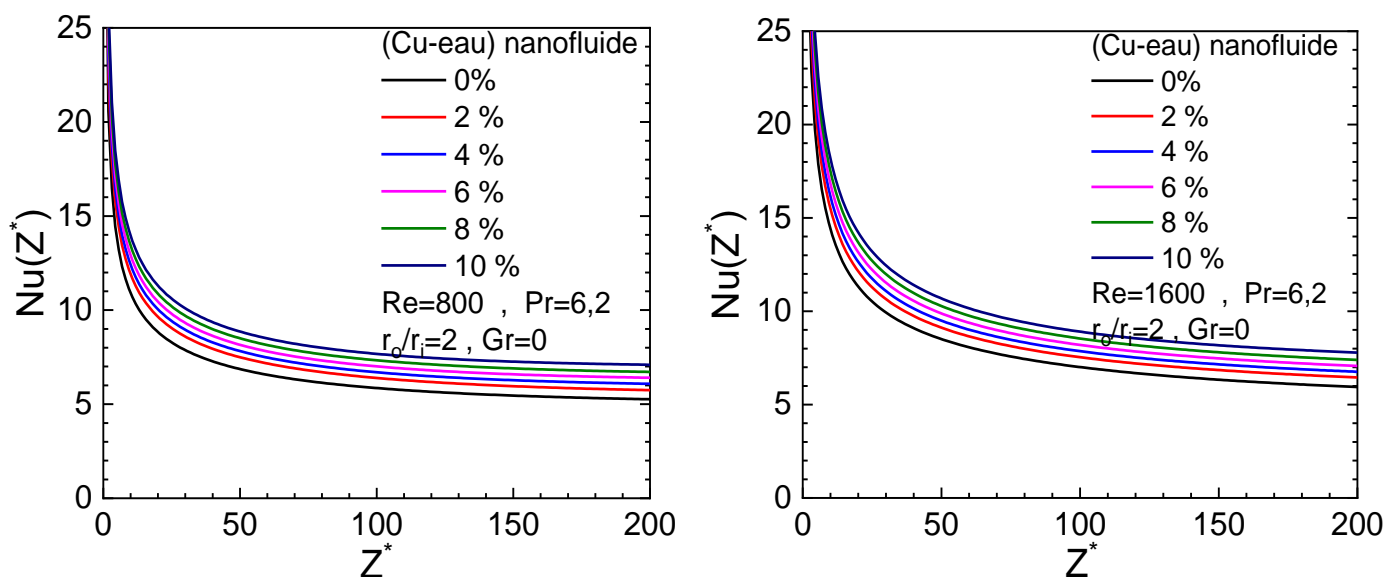
Fraction volumique φ	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.1	
<b>Re=800</b>	<b>Cu</b>	0.2974	0.3057	0.3123	0.3210	0.3316	0.339
	<b>Ag</b>	0.2974	0.3063	0.3155	0.3242	0.3347	0.3430
	<b>TiO<sub>2</sub></b>	0.2974	0.3044	0.3120	0.3196	0.3227	0.3326
<b>Re=1600</b>	<b>Cu</b>	0.2226	0.2263	0.2321	0.2379	0.2439	0.2483
	<b>Ag</b>	0.2226	0.2266	0.2336	0.2388	0.2446	0.2504
	<b>TiO<sub>2</sub></b>	0.2226	0.2259	0.2315	0.2360	0.2396	0.2504

### IV.2.4 NombredeNusselt

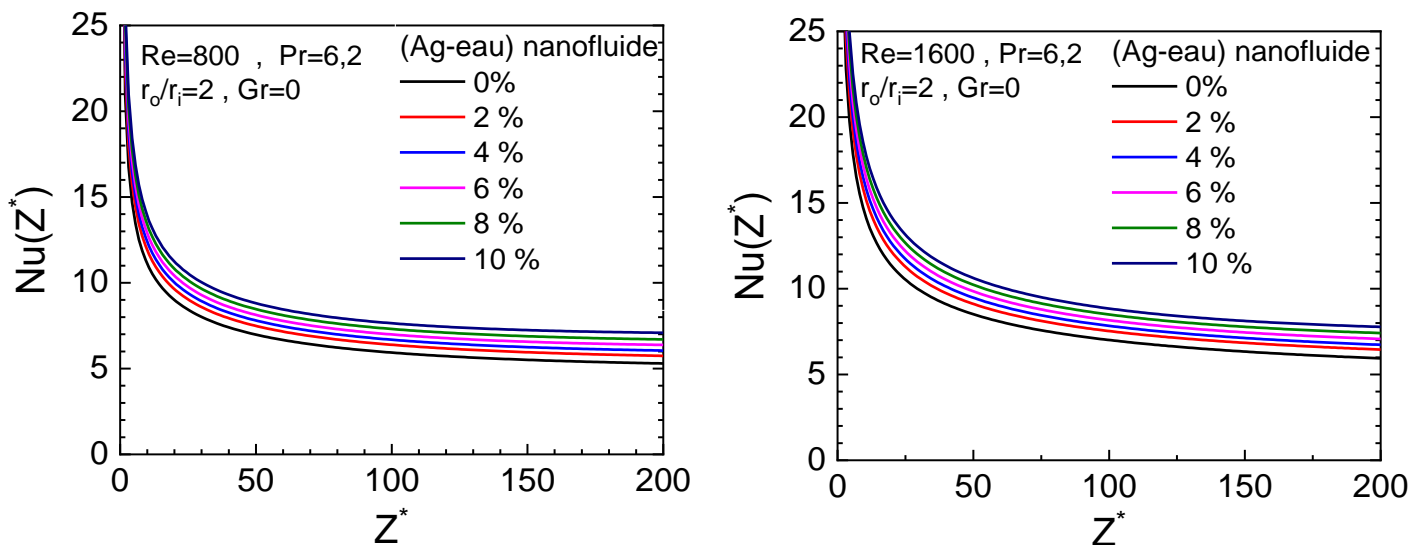
La variation axiale du nombre de Nusselt  $Nu(z^*)$  le long du conduit annulaire pour différents nanofluides et différentes fractions volumiques allant de 0 à 10% avec deux nombres de Reynolds Re=800 et Re=1600 sont présentés dans **les figures 4. 17- 4. 19**. Ces variations sont qualitativement semblables pour tous les nanofluides qui contiennent les

nanoparticules de Cu, Ag, et  $\text{TiO}_2$  dispersées dans l'eau fluide de base. Le nombre de Nusselt subit une chute brutale de l'entrée jusqu'à une courte zone. Car, la couche limite thermique est peu affectée par le flux de l'écoulement secondaire. Puis, une diminution très lente et asymptotique commence arrivant à sa valeur finale à la sortie du conduit annulaire. Ceci est un signe que l'écoulement secondaire résultant de la force de flottabilité commence à influencer la couche limite thermique. Généralement, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique, ce qui nous a permis de conclure que, la variation de la fraction volumique cause une augmentation du conductivité thermique du nanofluide, ce qui traduit l'augmentation du transfert thermique.

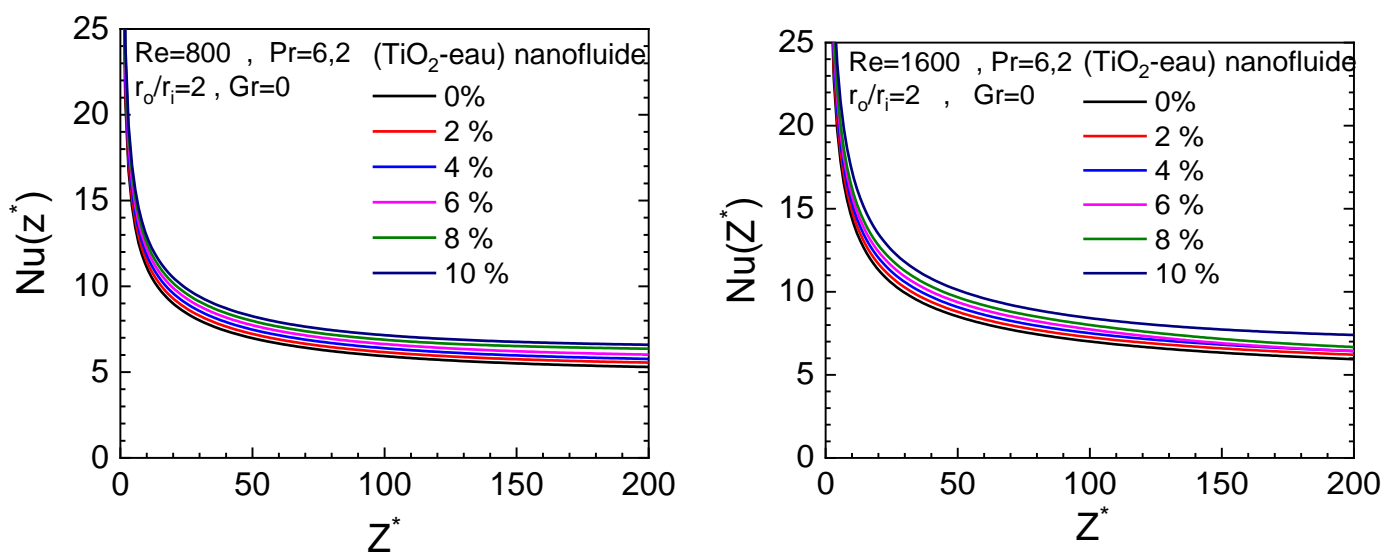
Pour une étude approfondie, nous avons comparé l'effet des types des nanoparticules et le nombre de Reynolds  $Re$  sur le nombre de Nusselt qui est illustré dans **la figure IV-20**. Pour une fraction volumique donnée ( $\phi = 6\%$ ), les résultats montrent que le nombre de Nusselt du nanofluide (Ag/eau) et (Cu/eau) presque les mêmes dû à la conductivité thermique des nanoparticules qui sont proches (tableaux des propriétés thermophysiques), suivie par le nanofluide ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ).



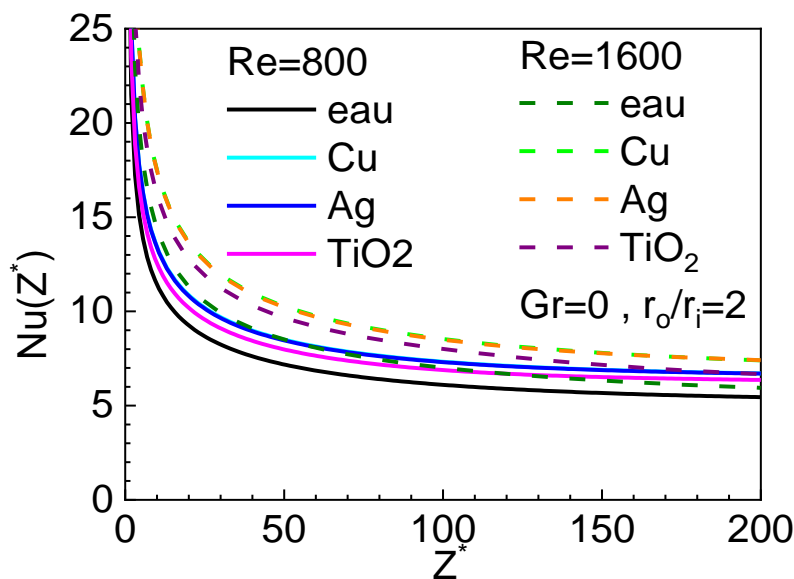
**Figure IV-17 :** Évolution axiale du nombre de Nusselt du nanofluide (Cu/eau) pour différentes fractions volumiques :  $Re=800$ ,  $Re=1600$ ,  $Gr=0$



**Figure IV-18 :** Évolution axiale du nombre de Nusselt du nanofluide (Ag/eau) pour différentes fractions volumiques : Re=800, Re=1600, Gr=0



**Figure IV-19 :** Évolution axiale du nombre de Nusselt du nanofluide (TiO<sub>2</sub> / eau) pour différentes fractions volumiques : Re=800, et Re=1600, Gr=0

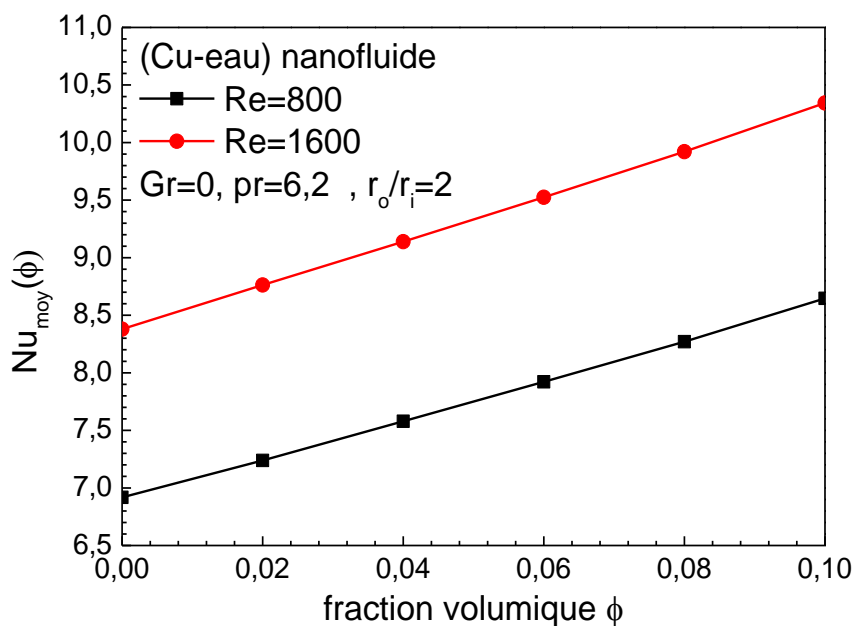


**Figure IV-20** : comparaison entre les nombres de Nusselt pour les différents nanofluides à une fraction volumique  $\phi=6\%$  :  $Re=800$  et  $Re=1600$

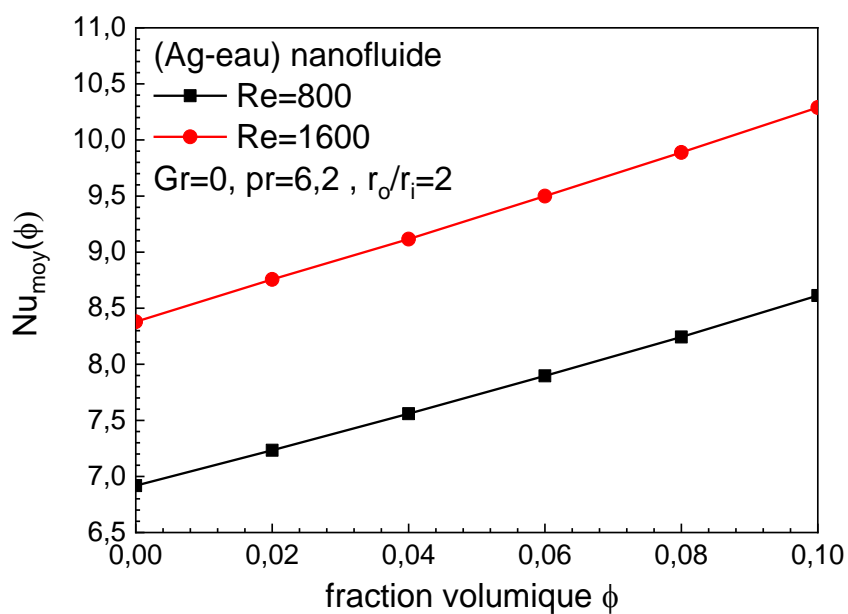
#### IV.2.5 Variation du nombre de Nusselt moyen

L'effet de la fraction volumique sur le nombre de Nusselt moyen est présenté dans les figures IV. 21- IV. 23, pour les nanofluides qui contiennent des nanoparticules de Cu, Ag, et  $TiO_2$  dispersées dans l'eau fluide de base. Au premier vu toutes les figures montrent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de la fraction volumique ainsi qu'avec l'augmentation du nombre de Reynolds. se qui montre l'influence des deux paramètres sur le transfert thermique.

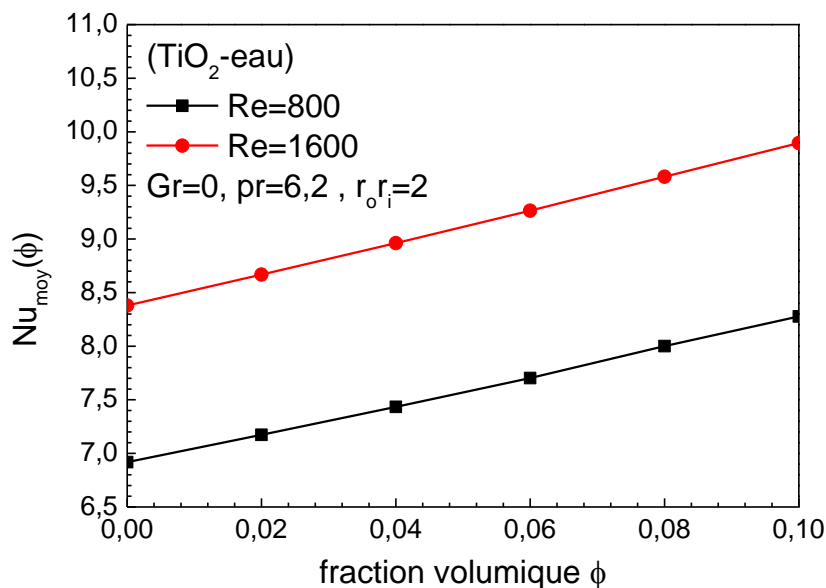
Pour une meilleure comparaison entre les trois nanofluides testés la figure IV-24 montre que les deux nanofluides (Ag/eau) et (Cu/eau) sont meilleure ils ont la plus haute valeur du nombre de Nusselt moyen comparer avec celui d'oxyde de Titane qui a le moind valeur. Pour une fraction volumique choisi 10% l'amélioration du transfert thermique pour le nombre de Reynolds  $Re=800$ , les nanoparticules de cuivre (Cu) et de l'Argent (Ag) donne presque la même amélioration du transfert thermique 24.80% , 24.98% respectivement. Ceci dû à la conductivité thermique des deux nanoparticules qui sont plus proches. Les nanoparticules des oxydes de titane  $TiO_2$  donne une amélioration arrive à 19.66%. À partir de ces résultats on peut conclure que le transfert de chaleur sera mieux on utilisant des nanoparticules de type métallique et de grande conductivité thermique.



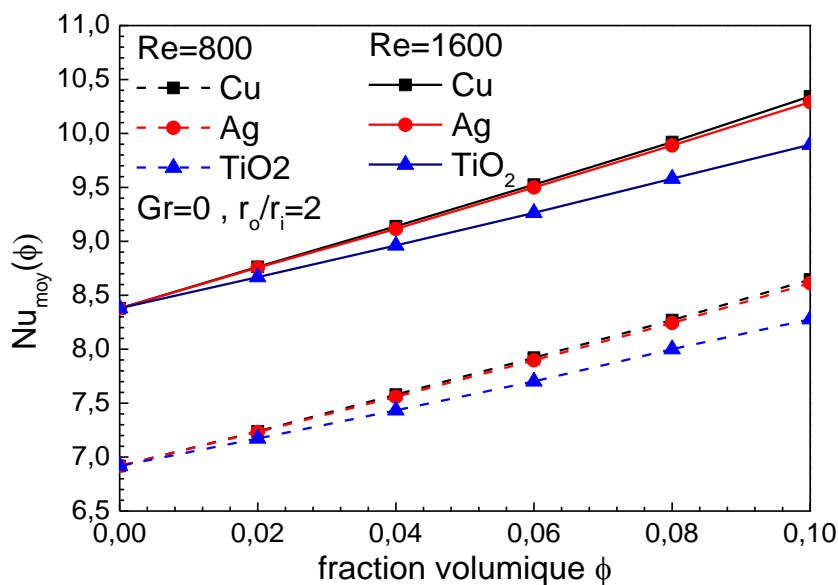
**Figure IV-21 :** Variation du nombre de Nusselt moyen du nanofluide (Cu-eau) en fonction de la fraction volumique  $\phi$  pour deux nombres de Reynolds Re=800, Re=1600



**Figure IV-22 :** Variation du nombre de Nusselt moyen du nanofluide (Ag/eau) en fonction de la fraction volumique  $\phi$  pour deux nombres de Reynolds Re=800, Re=1600



**Figure IV-23 :** Variation du nombre de Nusselt moyen du nanofluide ( $TiO_2 / eau$ ) en fonction de la fraction volumique  $\phi$  pour deux nombres de Reynolds  $Re=800, Re=1600$



**Figure IV-24 :** Comparaison du nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique  $\phi$  pour deux nombres de Reynolds  $Re=800, Re=1600$

### IV.3 Convection forcée ( $Gr=10^5$ )

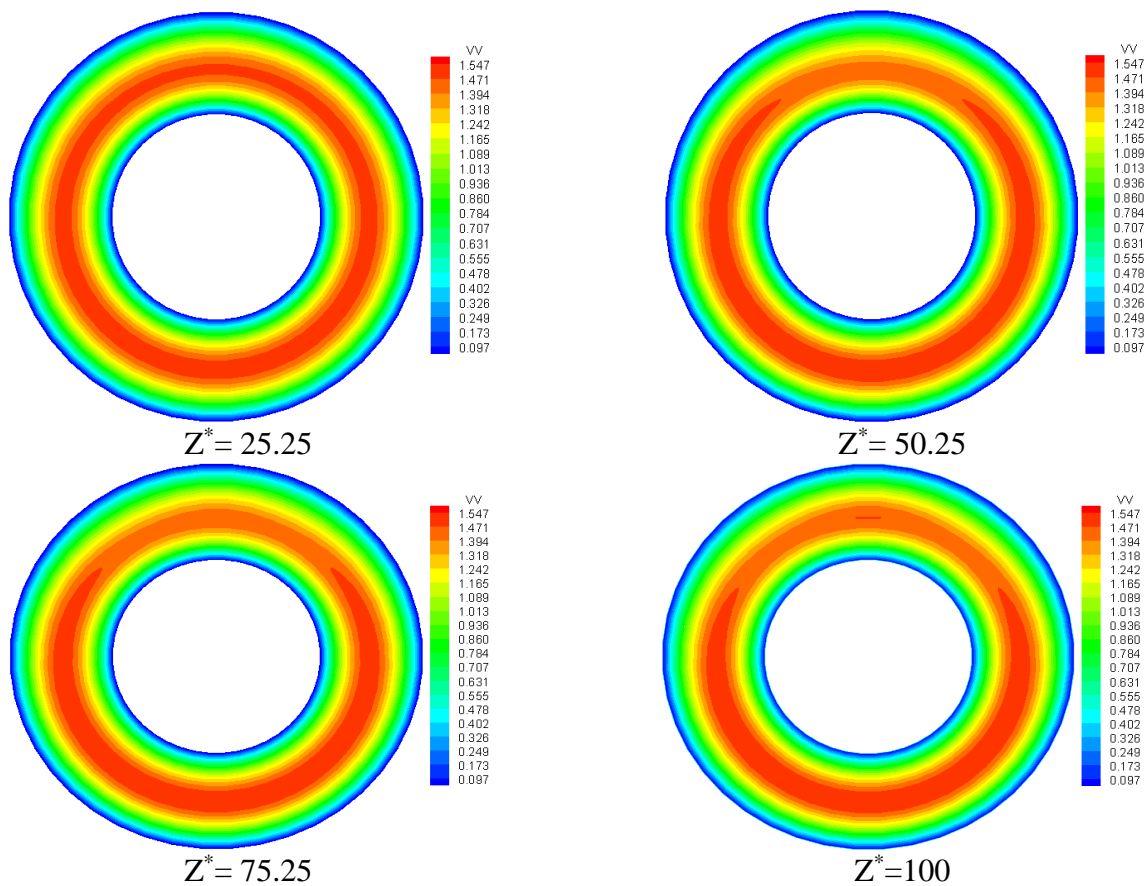
Le cas de convection mixte avec une convection naturelle relativement faible, représente une faible perturbation de l'écoulement du nanofluide de la convection forcée. Plus tard, nous aurons que le transfert thermique quantifié par le nombre de Nusselt n'est que faiblement augmenté ainsi que l'écart de température de parois en haut et en bas du conduit par rapport à celui de la convection forcée  $Gr=0$ .

Dans ce cas nous augmentons la fraction volumique de 0% à 6% et trois nombres de Reynolds de  $Re=800$ ,  $1000$  et  $1200$ .

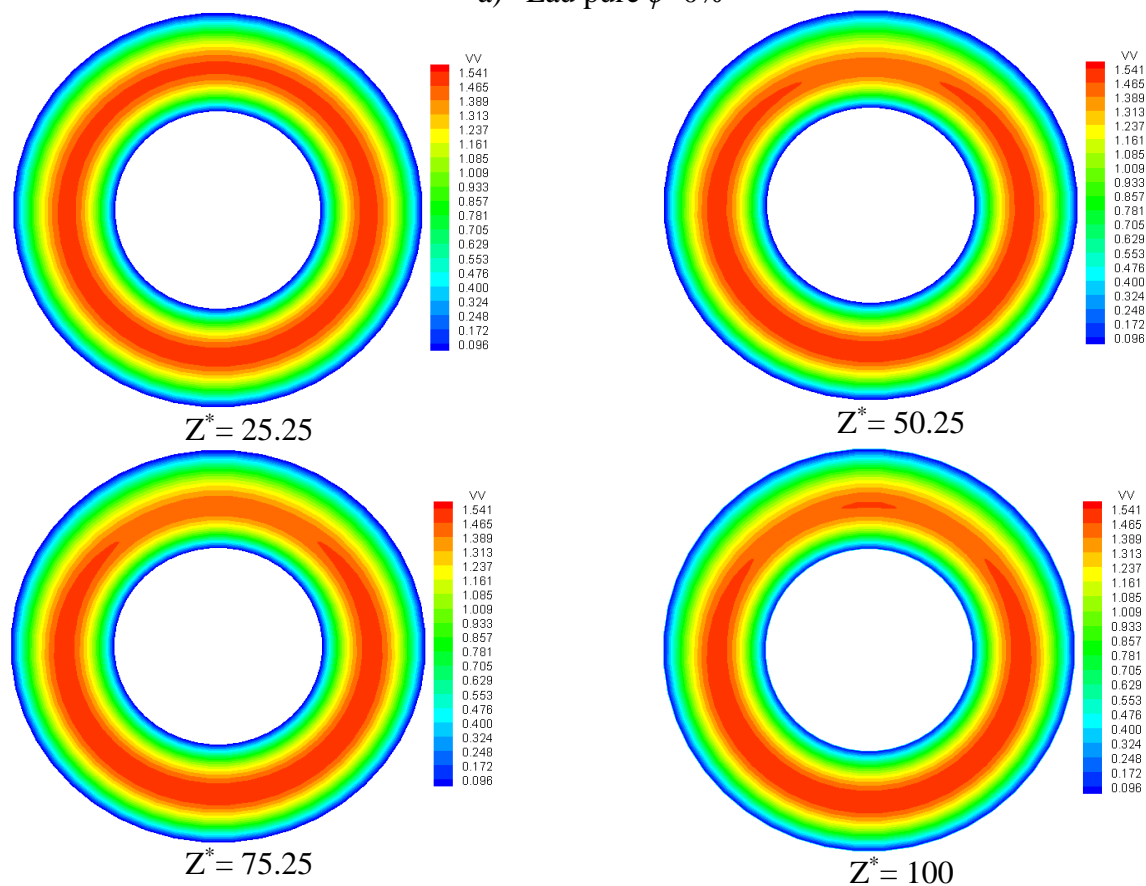
### IV.3.1 Le Champ dynamique de l'écoulement

Les variations polaires de la vitesse axiale de l'eau pure ainsi des différents nanofluides ( $TiO_2/eau$ ), ( $Al_2O_3/eau$ ), ( $Cu/eau$ ) et ( $Ag/eau$ ) sont illustrés dans **la figure IV-25 (a-e)** à quatre positions axiales, arbitrairement choisies ( $z^*=25.25$ ,  $z^*=50.25$ ,  $z^*=75.25$  et  $z^*=100$ ). Les variations de la vitesse axiale montrent une symétrie par rapport au plan vertical passant à travers les angles ( $\theta=0$ ) et ( $\theta=\pi$ ). Il apparaît clairement sur ses figures qu'au-delà de la zone proche de l'entrée ( $z^*=25.25$ ) un nouveau profil de vitesse s'installe. Nous distinguons une variation angulaire à travers chaque section qui vient s'ajouter aux variations radiale et axiale précédentes. Cette variation angulaire fait que le maximum de vitesses axiales sont déplacées vers la zone centrale et supérieure (au-dessus de l'axe) de l'espace annulaire. Tandis qu'elles sont faibles au voisinage des parois du cylindre et dans la partie inférieure de l'espace annulaire (au dessous de l'axe). Cela dû du nombre de Grashof qui est relativement élevé, c'est-à-dire la force de flottabilité thermique devient assez importante et ne peut être négligée comparée avec le cas de  $Gr=0$ . Cela veut dire que, pour tous les nombres de Reynolds  $Re=800$ ,  $1000$  et  $1200$ , les contours de vitesse axiale sont des cercles concentriques. Pour  $Re=800$ , dont le maximum pour l'eau pure est ( $r^* = 7.55, \theta = 3.213, z^* = 75.9375$ ), pour les deux nanofluides ( $TiO_2/eau$ ) et ( $Al_2O_3/eau$ ) le maximum est  $v_{z,max}^* = 1.541$  s'est situé au centre de l'espace annulaire au dessous du conduit dans la position ( $r^* = 0.755, \theta = 3.213$  et  $z^* = 75.3125$ ) et ( $r^* = 0.755, \theta = 3.213$  et  $z^* = 77.1875$ ) respectivement. Le maximum de vitesse pour le nanofluide ( $Cu/eau$ ) est  $v_{z,max}^* = 1.545$  et se situe au centre de l'espace annulaire à la position ( $r^* = 0.755, \theta = 3.213$  et  $z^* = 81.5625$ ) et le maximum de vitesse pour le nanofluide ( $Ag/eau$ ) est  $v_{z,max}^* = 1.546$  et se situe au centre de l'espace annulaire à la position ( $r^* = 0.755, \theta = 2.213$  et  $z^* = 99.06$ ).

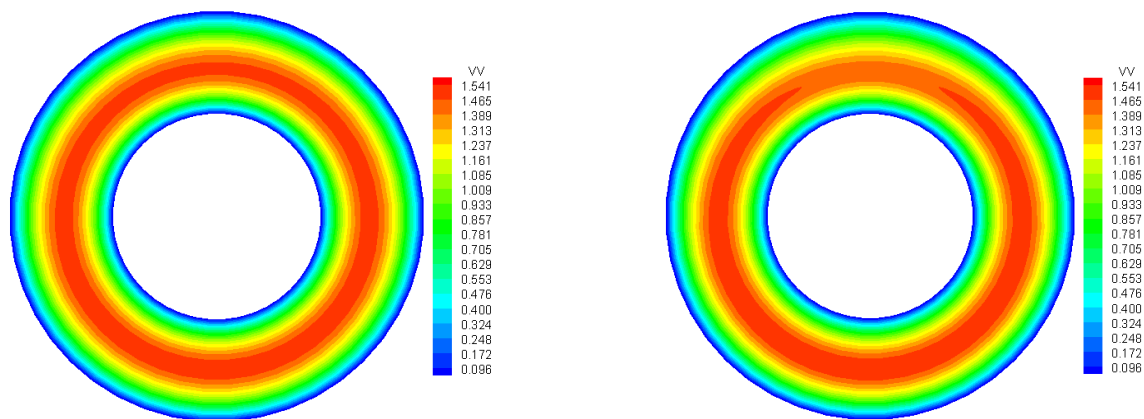




a) Eau pure  $\phi=0\%$

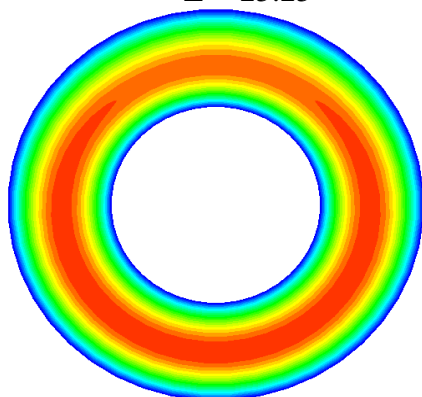


b)  $(\text{TiO}_2/\text{eau}), \phi=6\%$

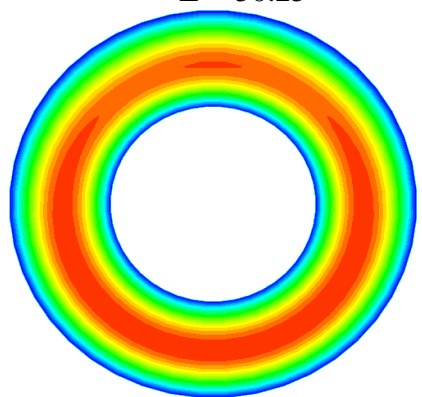


$Z^* = 25.25$

$Z^* = 50.25$

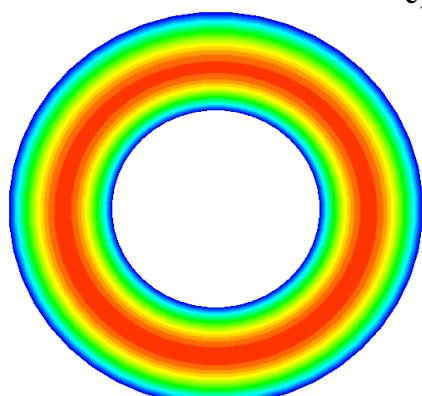


$Z^* = 75.25$

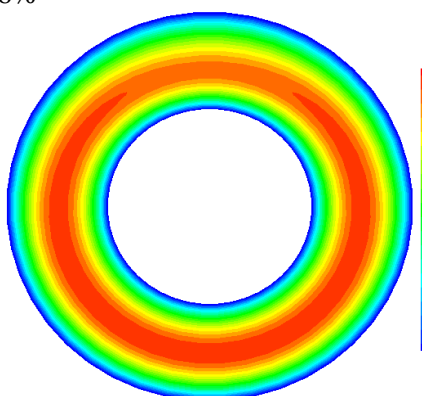


$Z^* = 100$

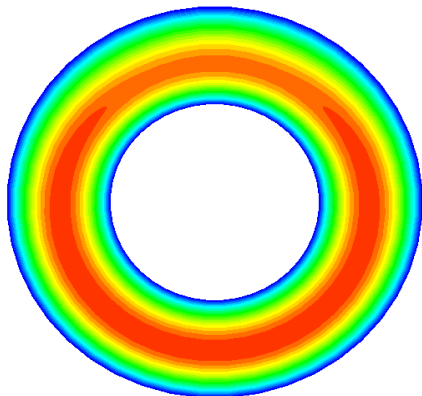
c) ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ),  $\phi=6\%$



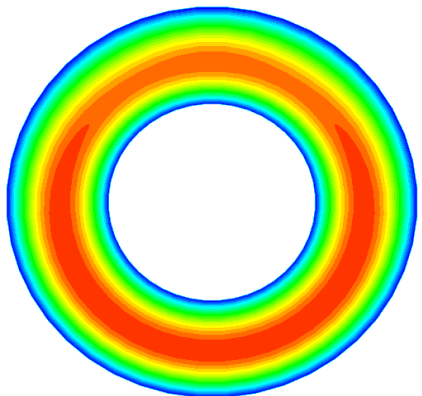
$Z^* = 25.25$



$Z^* = 50.25$

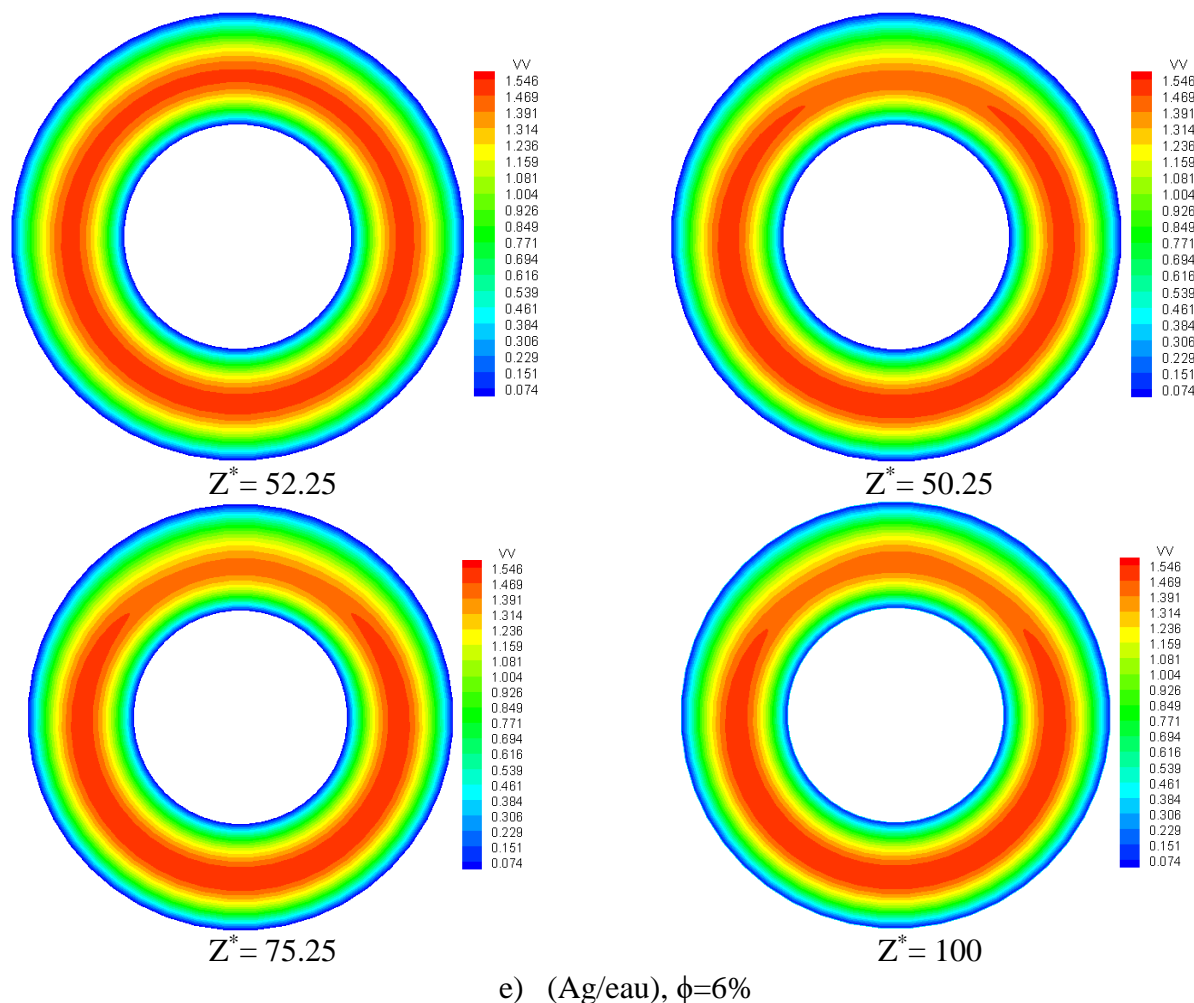


$Z^* = 75.25$



$Z^* = 100$

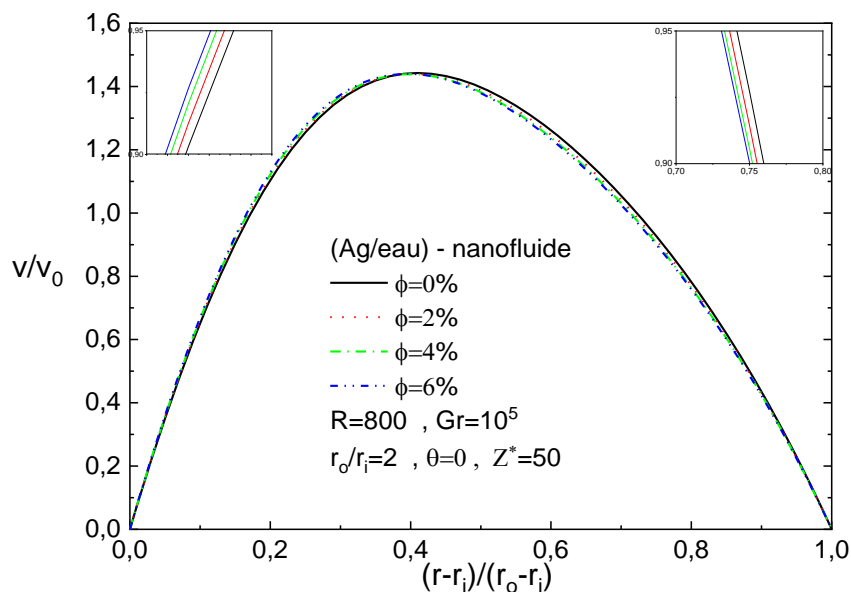
d) ( $\text{Cu}/\text{eau}$ ),  $\phi=6\%$



**Figure IV-25 :** Distribution de la vitesse axiale dans des positions axiales choisies pour les cas des nanofluides pour une fraction volumique 6%,  $Re=800$  et  $Gr = 10^5$  :  
 a) l'eau pure, b)  $(TiO_2 / eau)$ , c)  $(Al_2O_3 / eau)$ , d)  $(Cu / eau)$  et e)  $(Ag / eau)$

### IV.3.2 Evolution de la vitesse axiale suivant la direction radiale

Pour voir l'effet de la fraction volumique sur la vitesse radiale suivant la direction axiale, nous avons choisi le nanofluide (Ag/eau) dans le cas du nombre de Reynolds  $Re=800$ , et Grashof  $Gr=10^5$ , la fraction volumique varie de 0% à 6%. **la figure IV-26** indique que le profil de vitesse reste presque constant et la fraction volumique des nanoparticules n'a pas d'effet significatif sur le profil de vitesse. A noter que pendant l'écoulement, même si la de la fraction volumique varie, le nombre de Reynolds reste constant.

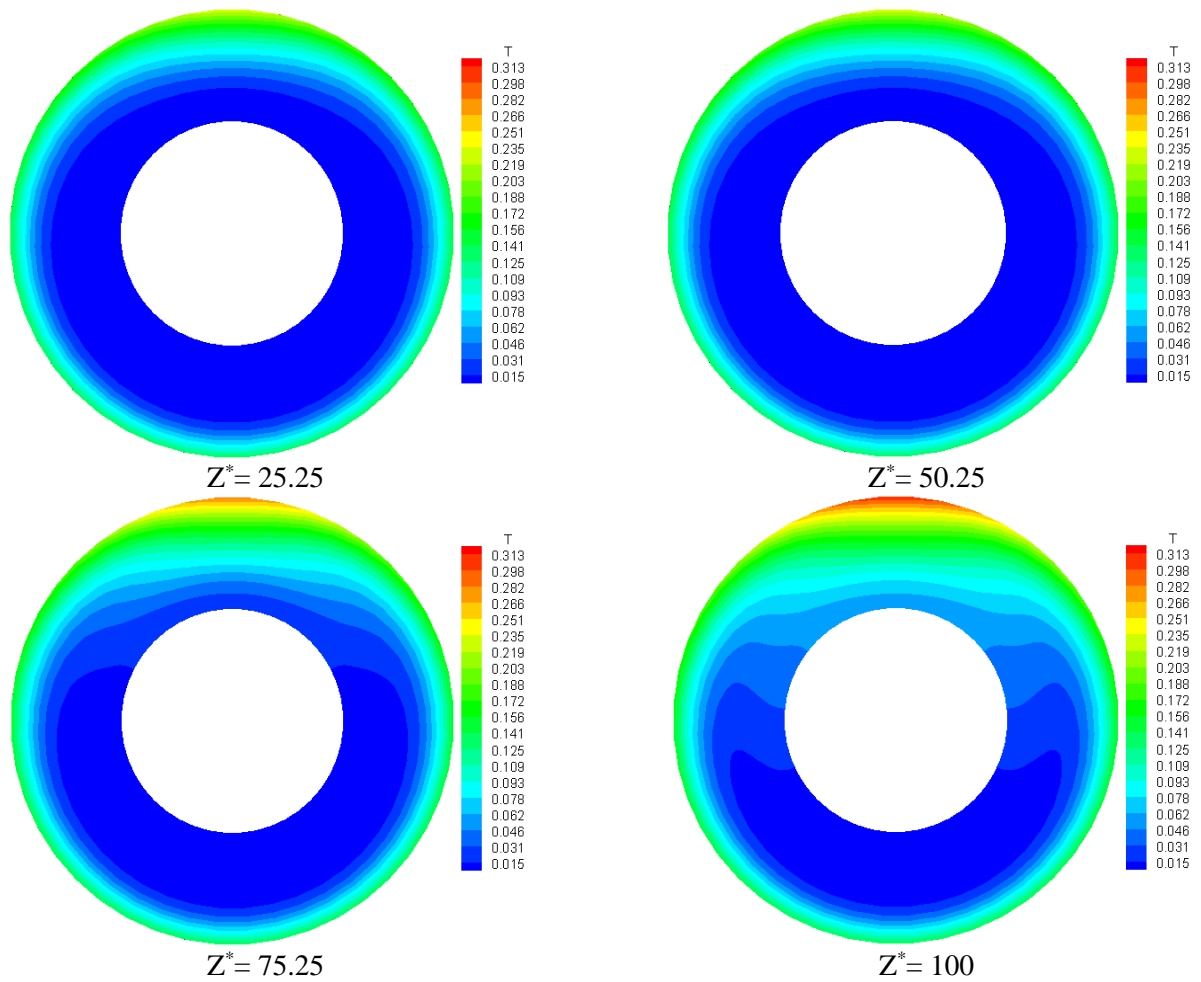


**Figure IV-26 :** Évolution de la vitesse axiale suivant la direction radiale du nanofluide (Ag/eau)

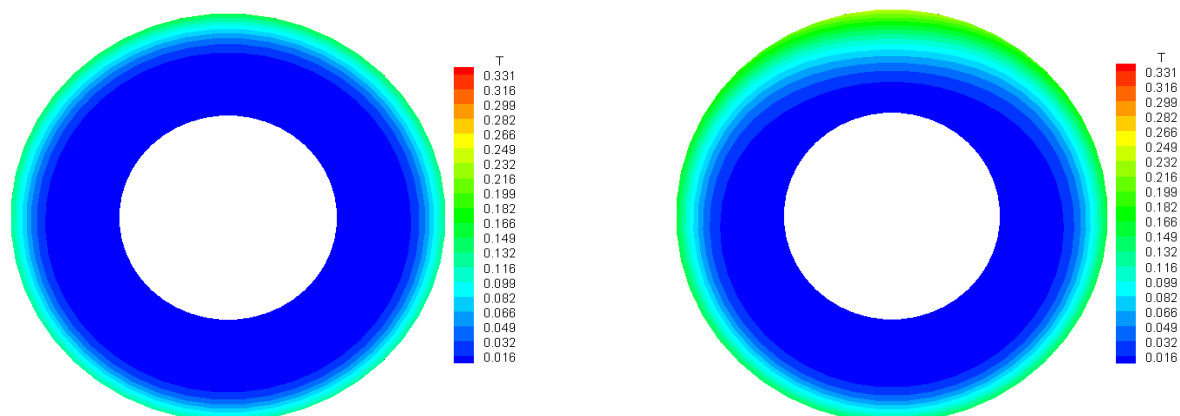
### IV.3.3 Le champ thermique de l'écoulement

Le flux de chaleur imposé sur la paroi du cylindre extérieur cause un gradient de température qui induit un écoulement secondaire relativement faible dû à la force de flottabilité où son effet cause une faible perturbation sur l'écoulement axial. Mais son effet sur le champ thermique est plus visible. Cette perturbation devient très faible lorsque nous augmentons le nombre de Reynolds. Par son mouvement, l'écoulement secondaire déplace le fluide relativement plus chaud vers le haut et le fluide relativement plus froid vers le bas d'une section droite. Ce déplacement cause une brisure du champ thermique par rapport à l'axe horizontal. Axialement, la température maximale d'une section droite est localisée en haut. La température maximale d'une section droite de l'eau pure et les différents nanofluides ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ), ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ), ( $\text{Cu}/\text{eau}$ ) et ( $\text{Ag}/\text{eau}$ ) sont montrés dans le **tableau IV-3**. Les variations radiale et azimutale des différents nanofluides étudiés dans quatre positions axiales ( $z^*=25.25$ ,  $z^*=50.25$ ,  $z^*=75.25$  et  $z^*=100$ ). Le champ thermique est illustré dans la **figure IV-27 (a-e)** qui montre une symétrie par rapport au plan vertical sur les contours de température pour tous les cas étudiés. Nous avons remarqué que les contours de température des nanofluides étudiés ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ), ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ), ( $\text{Cu}/\text{eau}$ ) et ( $\text{Ag}/\text{eau}$ ) sont différentes pour la même fraction volumique  $\phi=6\%$  et le même nombre de Reynolds  $\text{Re}=800$  notamment la différence est bien remarquable à la sortie du conduit annulaire. En outre, la comparaison entre le cas de la convection forcée pure ( $\text{Gr}=0$ ) avec ceux du Grashof  $\text{Gr}=10^5$  et Reynolds  $\text{Re}=800$ ,

nous avons constaté que qualitativement et quantitativement les champs thermiques sont différents. Lorsque nous fixons le nombre de Grashof, l'augmentation du nombre de Reynolds montre une diminution sur la perturbation du champ thermique, cela dû à la diminution de la force de flottabilité (voir la figure IV-27a-f).

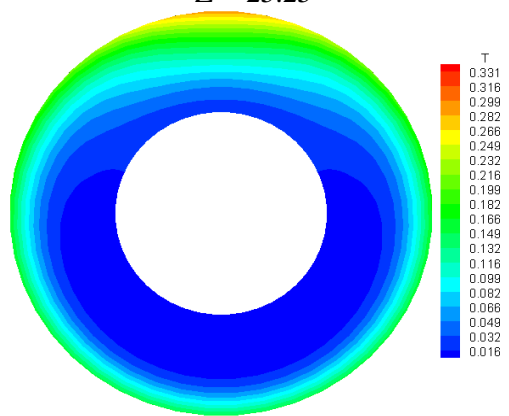


a) Eau pure  $\phi=0\%$

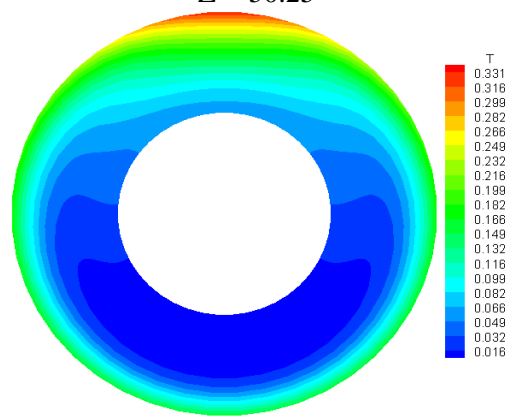


$Z^* = 25.25$

$Z^* = 50.25$

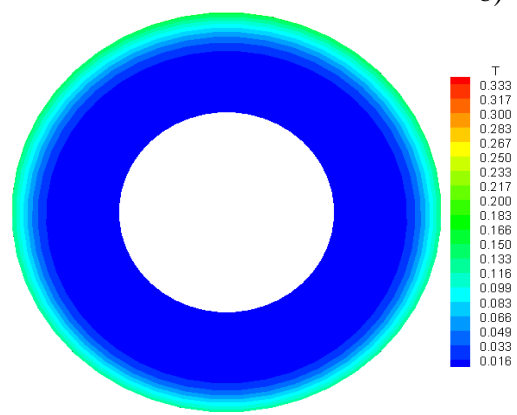


$Z^* = 75.25$

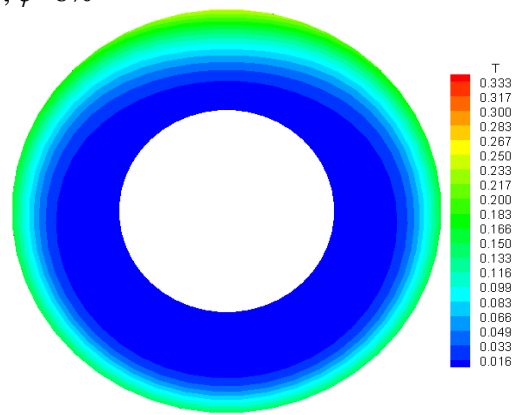


$Z^* = 100$

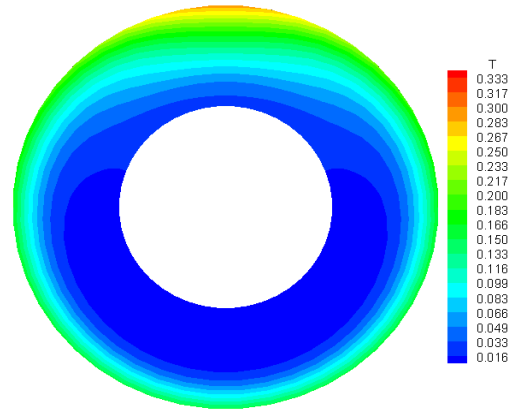
b) (TiO<sub>2</sub>/eau),  $\phi=6\%$



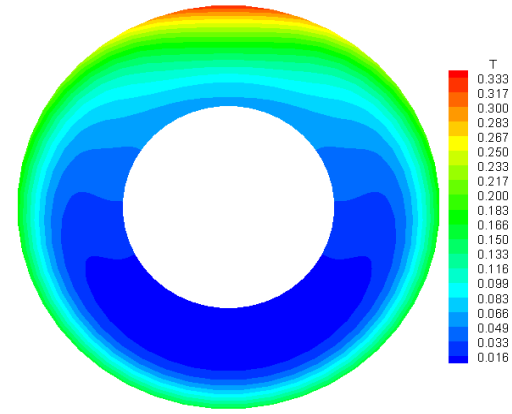
$Z^* = 25.25$



$Z^* = 50.25$

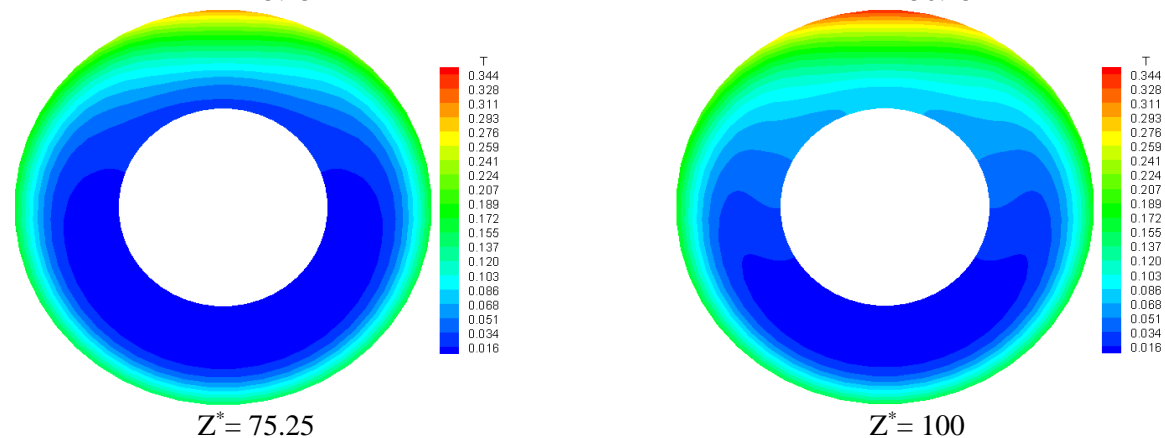
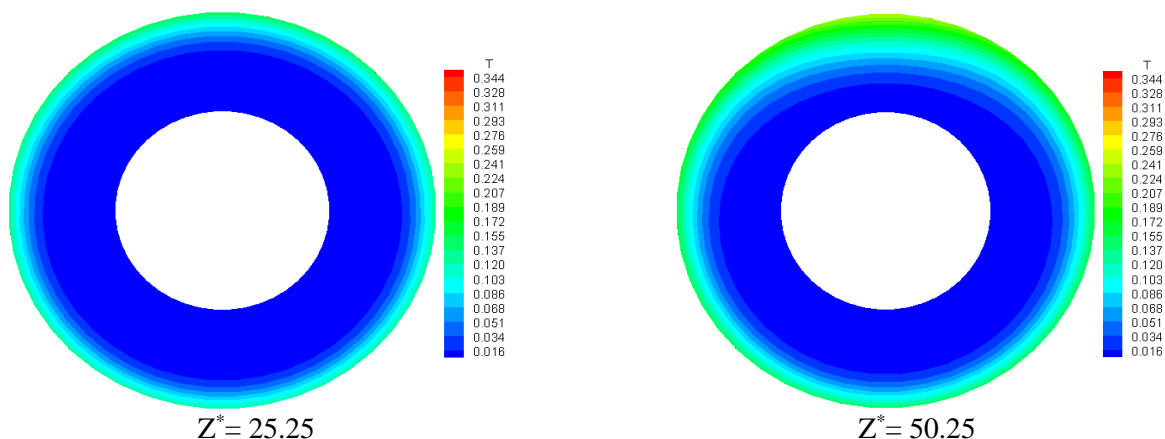


$Z^* = 75.25$

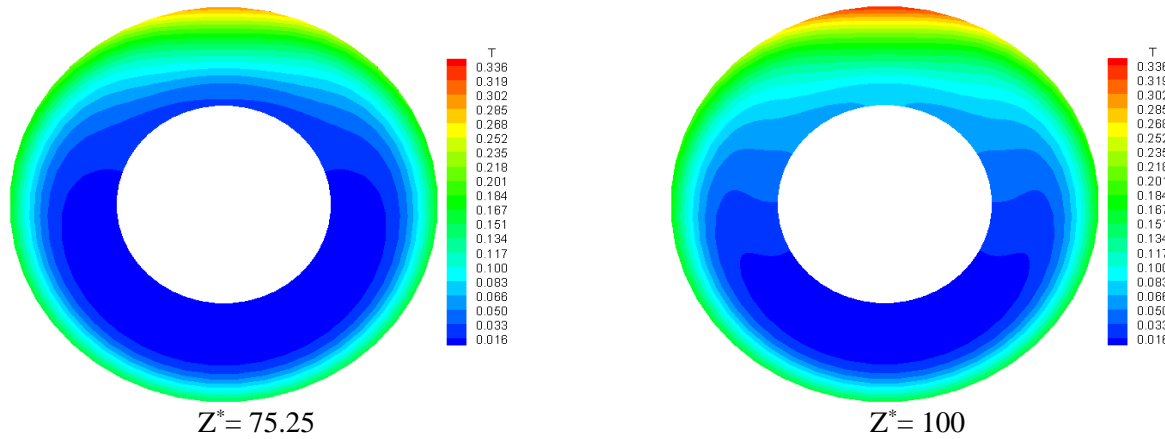
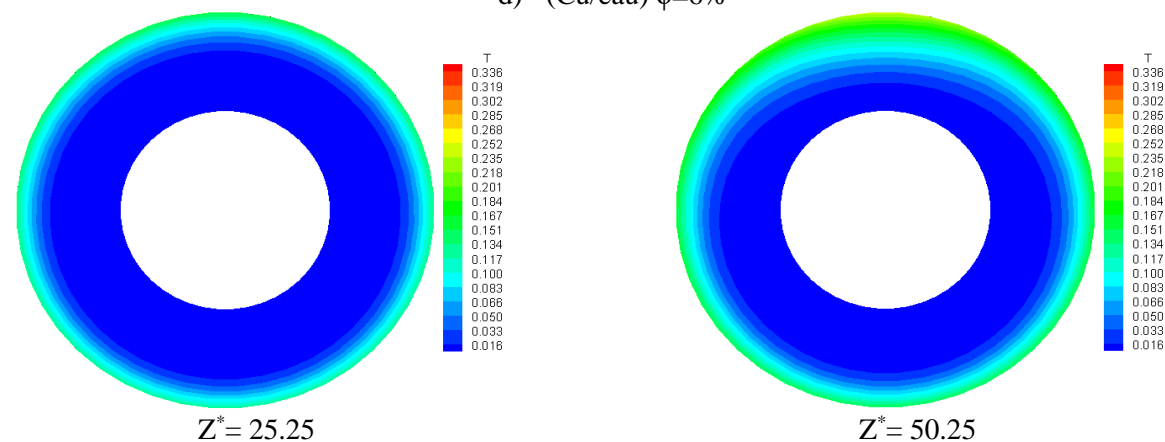


$Z^* = 100$

c) (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau),  $\phi=6\%$

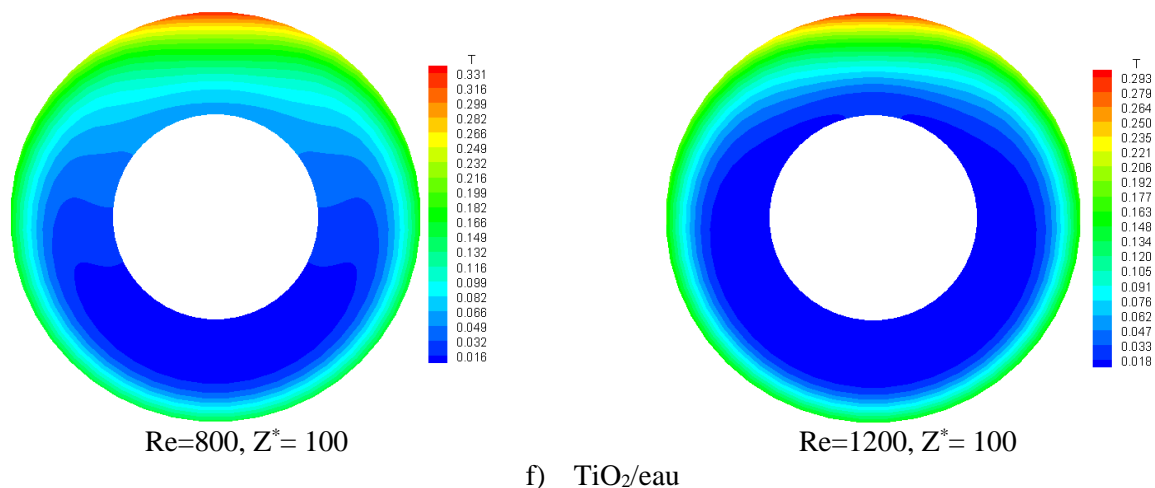


d) (Cu/eau)  $\phi=6\%$



e) (Ag/eau)  $\phi=6\%$





f)  $TiO_2/eau$

**Figure IV-27 :** Champ de température dans des positions axiales choisies pour les cas des nanofluides pour une fraction volumique 6%,  $Re=800$  et  $Gr = 10^5$  : a) l'eau pure, b) ( $TiO_2 / eau$ ), c) ( $Al_2O_3 / eau$ ), d) ( $Cu/eau$ ), e) ( $Ag/eau$ ) et f) ( $TiO_2 / eau$ )

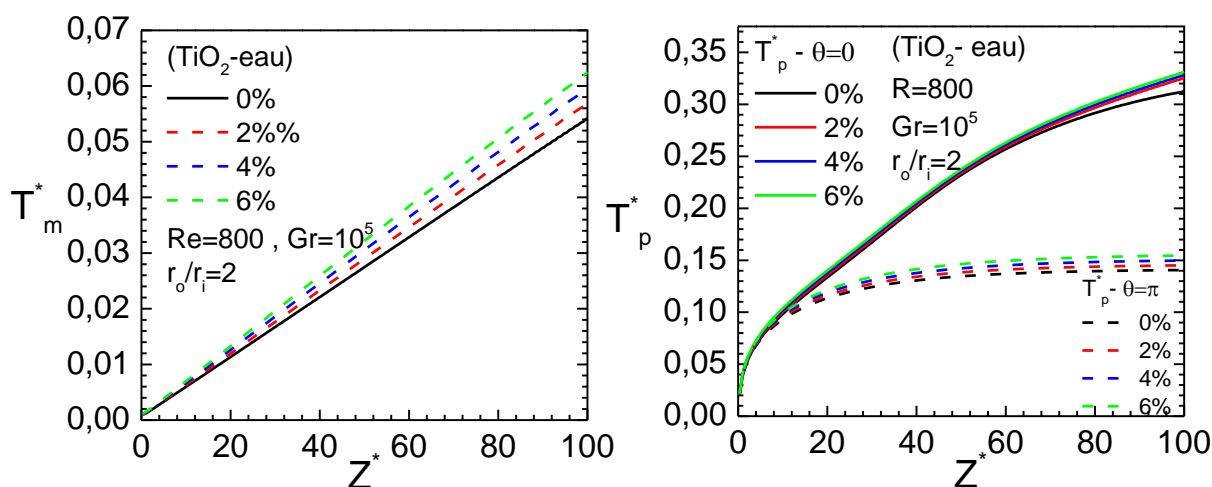
**Tableau IV-3 :** La température maximale et sa position polaire ( $Gr = 10^5$ )

nombre de Reynolds	Position axial et sa position polaire	nanofluide	La température maximale
Re=800	$Z^*=100, (r^* = 1, \theta = 0)$	Eau pure	$T_{max}^* = 0.313$
		$TiO_2/eau$	$T_{max}^* = 0.331$
		$Al_2O_3/eau$	$T_{max}^* = 0.333$
		$Cu/eau$	$T_{max}^* = 0.344$
		$Ag/eau$	$T_{max}^* = 0.336$
Re=1000	$Z^*=100, (r^* = 1, \theta = 0)$	Eau pure	$T_{max}^* = 0.299$
		$TiO_2/eau$	$T_{max}^* = 0.321$
		$Al_2O_3/eau$	$T_{max}^* = 0.324$
		$Cu/eau$	$T_{max}^* = 0.328$
		$Ag/eau$	$T_{max}^* = 0.332$
Re=1200	$Z^*=100, (r^* = 1, \theta = 0)$	Eau pure	$T_{max}^* = 0.270$
		$TiO_2/eau$	$T_{max}^* = 0.293$
		$Al_2O_3/eau$	$T_{max}^* = 0.300$
		$Cu/eau$	$T_{max}^* = 0.302$
		$Ag/eau$	$T_{max}^* = 0.307$

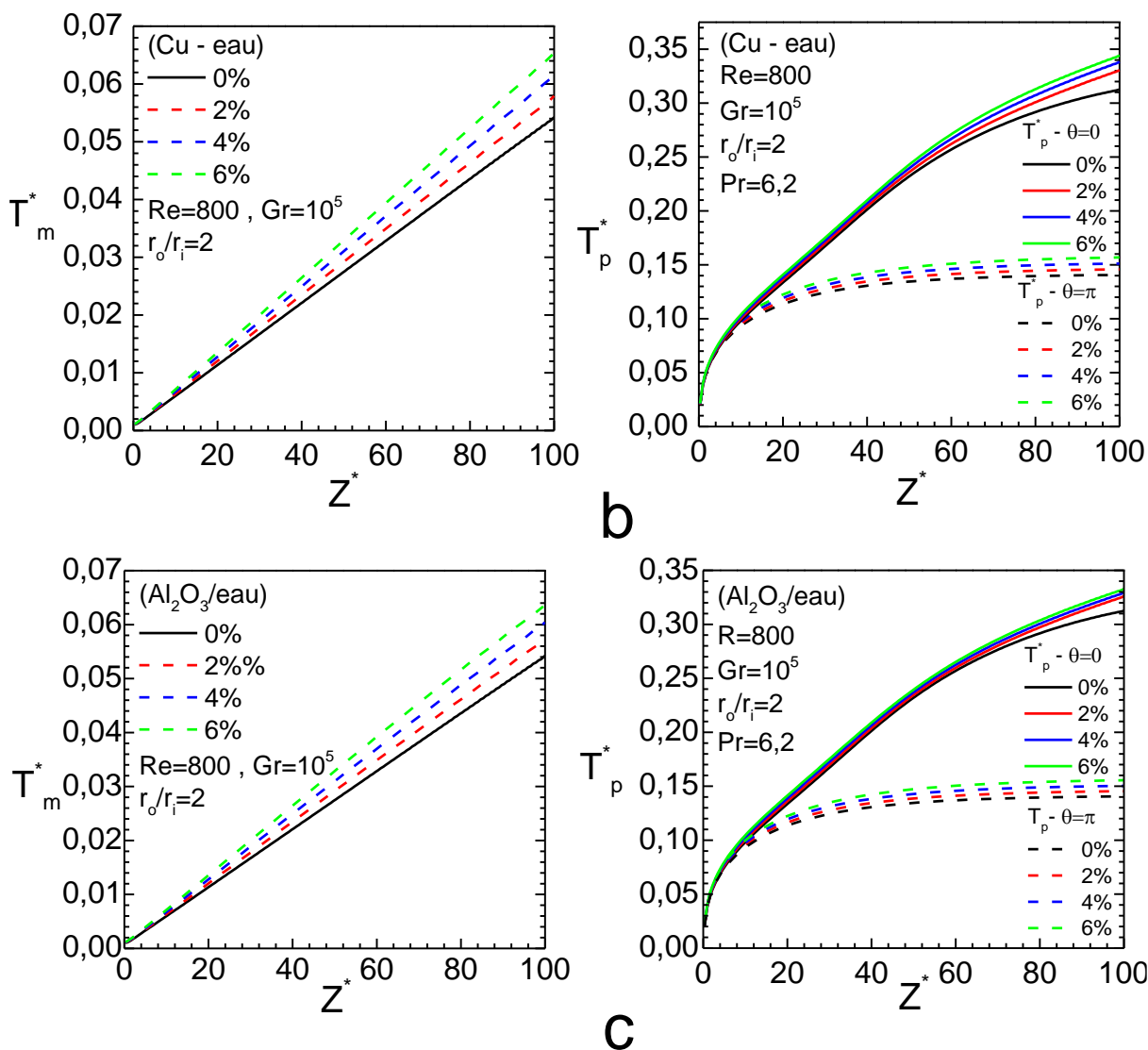


### IV.3.4 Évolution axiale du température moyenne du nanofluide et de la paroi

Le champ thermique est caractérisé par une croissance axiale monotone de l'entrée jusqu'à la sortie du conduit. Une telle croissance est physiquement acceptable et elle est due à l'addition axiale du chauffage le long du cylindre extérieure. Autrement dit, la croissance axiale monotone est due à la croissance axiale linéaire de la température moyenne  $T_m^*$  le long du conduit. De même, pour la température de la paroi  $T_p^*$  elle augmente aussi axialement le long du conduit mais pas linéaire. Les deux températures représentées dans **La figure IV-28(a-c)** qui montrent le développement axial de la température moyenne du nanofluide  $T_m^*$  et la température de la paroi  $T_p^*$ . Deux positions angulaires choisies en haut ( $\theta=0$ ) et en bas ( $\theta = \pi$ ) pour un nombre de Reynolds  $Re = 800$  et différentes fractions volumiques. Nous avons observé aussi que les deux températures moyenne  $T_m^*$  et de la paroi  $T_p^*$  augmentent avec l'augmentation de la concentration volumique des nanoparticules. Cette observation est illustrée pour tous les nanofluides ( $Al_2O_3/eau$ ), ( $TiO_2/eau$ ) et ( $Cu/eau$ ) étudiés. En ce qui concerne la température moyenne, les profils sont linéaires de l'entrée jusqu'à la sortie du conduit. Nous pouvons conclure que la présence des nanoparticules dans l'eau fluide de base affecte les propriétés thermophysiques du mélange, cela résulte du fait que l'augmentation du concentration des nanoparticules augmente le transport d'énergie le long du conduit annulaire.



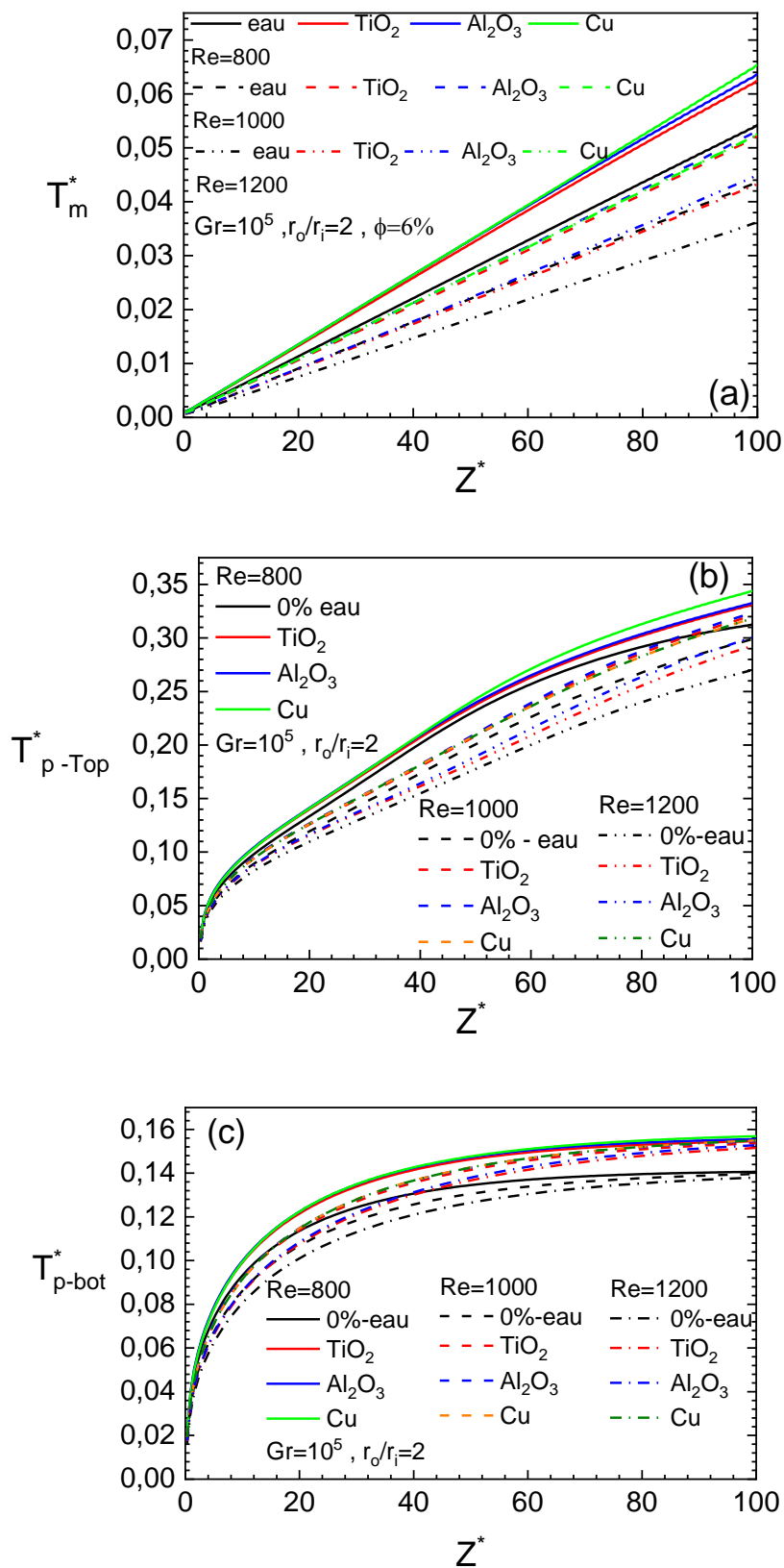
a



**Figure IV-28 :** Évolution axiale de la température moyenne des différents nanofluides et du paroi pour différentes fractions volumiques pour Reynolds  $Re=800$

### IV.3.5 Comparaison de la température des différents nanofluides

Pour mieux voir l'effet du nombre de Reynolds et le type de nanoparticule sur la température moyenne  $T_m^*$  et la température du paroi  $T_p^*$  en haut  $T_{p-haut}^*$  et en bas  $T_{p-bas}^*$  à une fraction volumique choisi égale à 6% présentée dans **la figure IV-29 (a-c)**. La comparaison a montré une diminution sur les deux températures moyenne et de la paroi avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Nous pouvons conclure aussi, qu' à partir de cette comparaison que l'utilisation des nanoparticules de cuivre Cu augmente le transfert thermique mieux que l'utilisation du nanoparticule de  $Al_2O_3$  suivie par  $TiO_2$ .



**Figure IV-29 :** Comparaison de la température moyenne et de la paroi entre les nanofluides à une concentration volumique  $\phi=6\%$  le long du conduit annulaire

### IV.3.6 Le nombre de Nusselt axial

La figure IV-30 présente l'évolution axiale du nombre de Nusselt le long du conduit annulaire pour une variation du fraction volumique. Cette figure montre que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. La présence du nanoparticule dispersée dans l'eau fluide de base provoque une variation sur les propriétés thermophysiques spécialement la conductivité thermique et la viscosité de mélange.

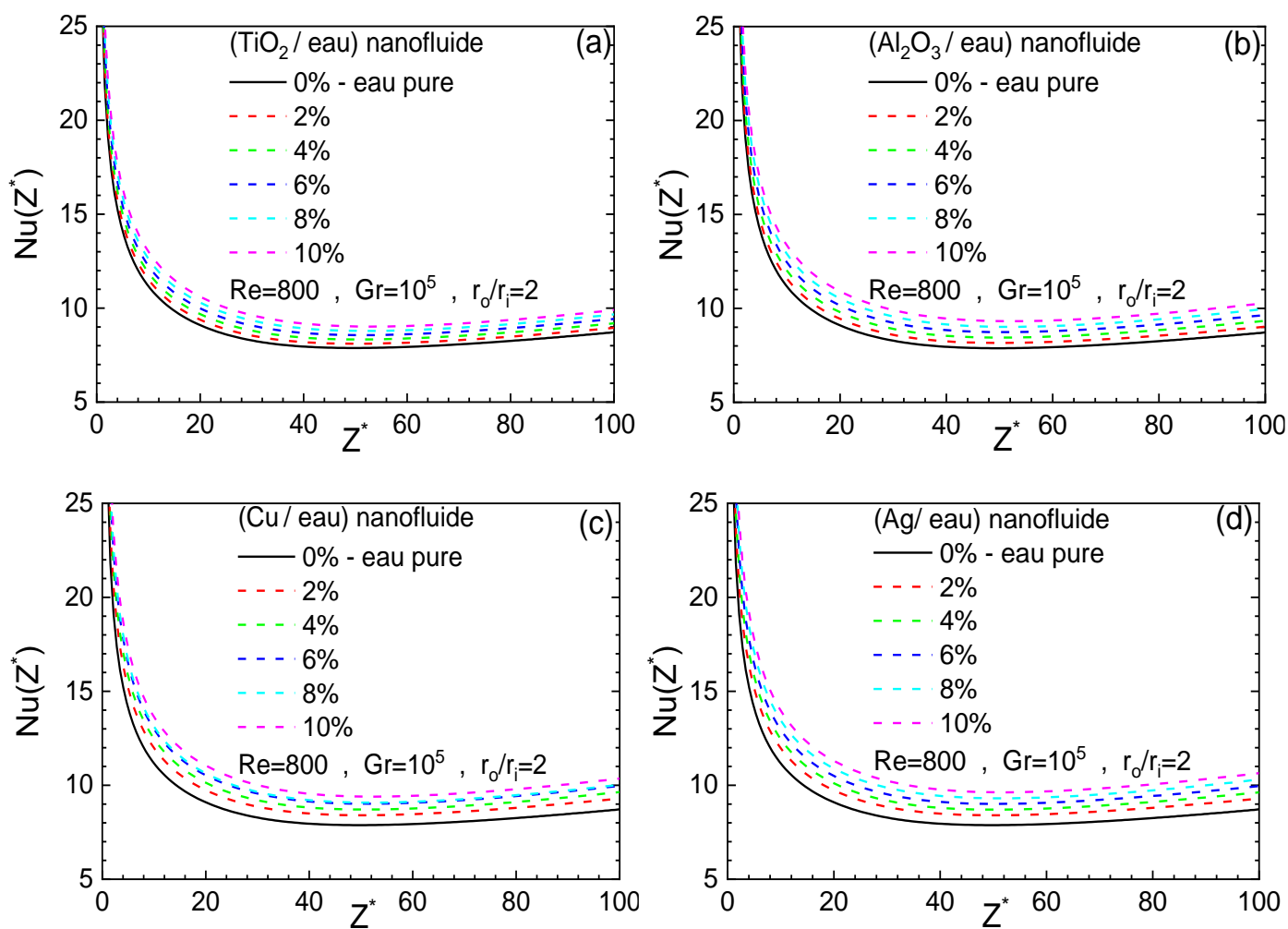
Pour comparer les nanofluides en termes de transfert de chaleur, la figure 4.31, montre une comparaison du nombre de Nusselt entre les différents nanofluides. Nous constatons que les nanoparticules d'argent Ag et de Cuivre Cu ont presque le même nombre de Nusselt vu leurs proches conductivité thermique. Après, l'oxyde d'aluminium et l'oxyde de Titane TiO<sub>2</sub> se trouvent à la dernière classe. La présence des nanoparticules a donné une amélioration significative du transfert de chaleur à travers l'espace annulaire. Une amélioration majeure du nombre de Nusselt axial (MANA) dans le cas de nombre de Reynolds Re=800, pour les quatre types des nanoparticules TiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, Cu et Ag donnés par l'expression suivante :

$$\text{MANA \%} = \frac{\text{Nu}_{\text{nf}} - \text{Nu}_{\text{f}}}{\text{Nu}_{\text{f}}} \times 100 \quad (\text{IV.1})$$

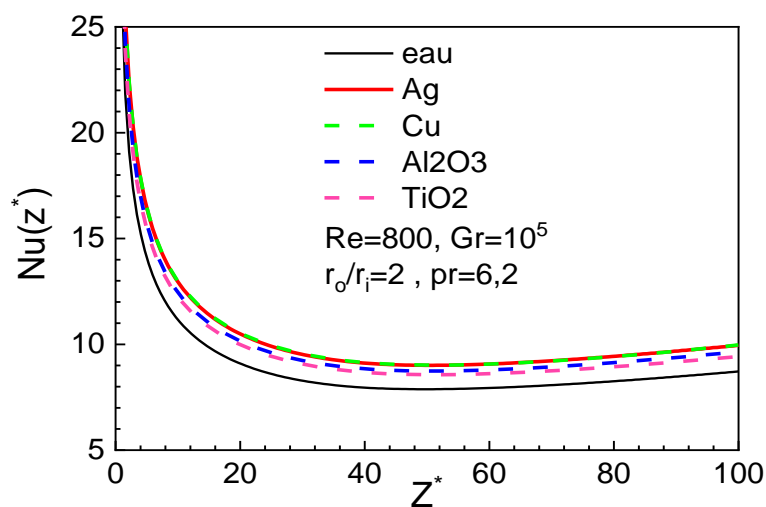
Le tableau IV-4 illustre les résultats obtenus indiquant l'utilisation des nanoparticules de type métallique comme l'Argent (Ag) et le Cuivre (Cu) sont meilleurs à utiliser pour améliorer le transfert thermique par rapport aux nanoparticules de type oxyde métalliques comme Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>2</sub>. Mais l'utilisation de nanoparticules de type métallique de haute conductivité thermique est limitée en raison de sa faible stabilité et de sa haute réactivité dans l'eau fluide de base. Bien que l'utilisation des nanoparticules d'oxyde métallique avec une haute stabilité chimique telle que Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>2</sub> soit limitée à cause de basse conductivité thermique.

**Tableau IV-4 :** Majeure amélioration des nombres de Nusselt axiaux (MANA) pour le cas de Re=800 et Gr = 10<sup>5</sup>

Type du nanoparticule	fraction volumique des nanoparticules		
	2%	4%	6%
TiO <sub>2</sub>	3,2%	6,5%	9,8%
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3,8%	7,7%	11,7%
Cu	4,5%	9,13%	13,7 %
Ag	7,6%	12,25%	16,90%



**Figure IV-30 :** Variation axiale du nombre de Nusselt pour différents types de la nanoparticule et différentes fractions volumiques :  
 a) (Cu / eau), b) (TiO<sub>2</sub> / eau), c) (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / eau), d) (Ag / eau)



**Figure IV-31 :** Comparaison du nombre de Nusselt pour différents nanofluides à une fraction volumique 6% et nombre de Reynolds Re=800

### IV.3.7 Le nombre de Nusselt moyen

L'effet de la fraction volumique des nanoparticules sur le nombre de Nusselt moyen avec différents nombres de Reynolds  $Re=800$ ,  $1000$  et  $1200$  présenté dans les figures IV.32 (a-c) et IV.33 (a-c) et montrant que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules en raison de l'amélioration de la conductivité thermique des nanofluides. Les nanofluides qui contiennent les nanoparticules de type métalliques et de haute conductivité thermique comme Cu et Ag, sont caractérisés par un grand nombre de Nusselt moyen, c'est-à-dire un très bon transfert thermique comparant avec celle des nanoparticules non métalliques comme  $Al_2O_3$  et  $TiO_2$ . Donc, nous pouvons classer les nanoparticules étudiées concernant le transfert thermique, l'argent Ag, le cuivre Cu et l'oxyde d'aluminium  $Al_2O_3$  et à l'oxyde de titane  $TiO_2$ .

Dans le tableau IV-5, nous présentons les nombres de Nusselt moyen de l'eau pure (0%) ainsi les différents nanofluides (Ag/eau), (Cu/eau), ( $Al_2O_3$ /eau) et ( $TiO_2$ /eau) pour des fractions volumiques choisies allant de 2% à 6%.

**Tableau IV-5 :** Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre les nanofluides

nanofluide	Fraction volumique $\phi$	Nombre de Reynolds Re		
		800	1000	1200
Eau pure	0%	9.3581	9.5959	9.9091
Cu	2%	9.72	9.9724	10.2805
	4%	10.089	10.3565	10.6828
	6%	10.4616	10.7492	11.0925
	2%	9.6959	9.9283	10.2427
$Al_2O_3$	4%	10.039	10.2854	10.6077
	6%	10.3868	10.6418	10.9786
	2%	9.6328	9.8664	10.1808
$TiO_2$	4%	9.9108	10.1598	10.4818
	6%	10.1911	10.4498	10.804
	2%	9.7162	10,2412	10,5692
Ag	4%	10.08	10,6274	10,9740
	6%	10,4486	11,0191	11,3849

### IV.3.8 Comparaison du nombre de Nusselt moyen

Pour une meilleure comparaison entre les nanoparticules Ag, Cu, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> et TiO<sub>2</sub>, la figure IV-34 illustre le nombre de Nusselt moyen des différents nanofluides pour une fraction volumique égale à 6%. Nous avons remarqué que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Nous avons constaté aussi que la présence des nanoparticules d'argent Ag et de Cuivre Cu dans l'eau augmente le transfert thermique mieux que les nanoparticules d'Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> suivi par TiO<sub>2</sub> (voir le tableau IV-6).

L'amélioration du transfert thermique donné par la relation suivante :

Amélioration du nombre de Nusselt moyen (ANM) peut être calculer par l'équation suivante :

$$ANM(\%) = \frac{Nu_{\text{moy,nf}} - Nu_{\text{moy,f}}}{Nu_{\text{moy,f}}} \times 100 \quad (IV.2)$$

**Tableau IV-6 : améliorations (%) du nombre de Nusselt moyen**

Fraction volumique $\phi\%$	TiO <sub>2</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Cu	Ag
	<b>Re=800</b>			
2%	2,7 %	3,4 %	3,7 %	3,83%
4%	5,8 %	7 %	7,8 %	7,73%
6%	9 %	10,8 %	11,9 %	11,7%
<b>Re=1000</b>				
2%	2,8%	3,5%	3,9%	6,7%
4%	5,9%	7,2%	7,9%	10,75%
6%	8,9%	10,9%	12,01%	14,8%
<b>Re=1200</b>				
2%	2,7%	3,37%	3,75%	6,7%
4%	5,8%	7,057%	7,8%	10,7%
6%	9%	10,797%	11,9%	14,9%

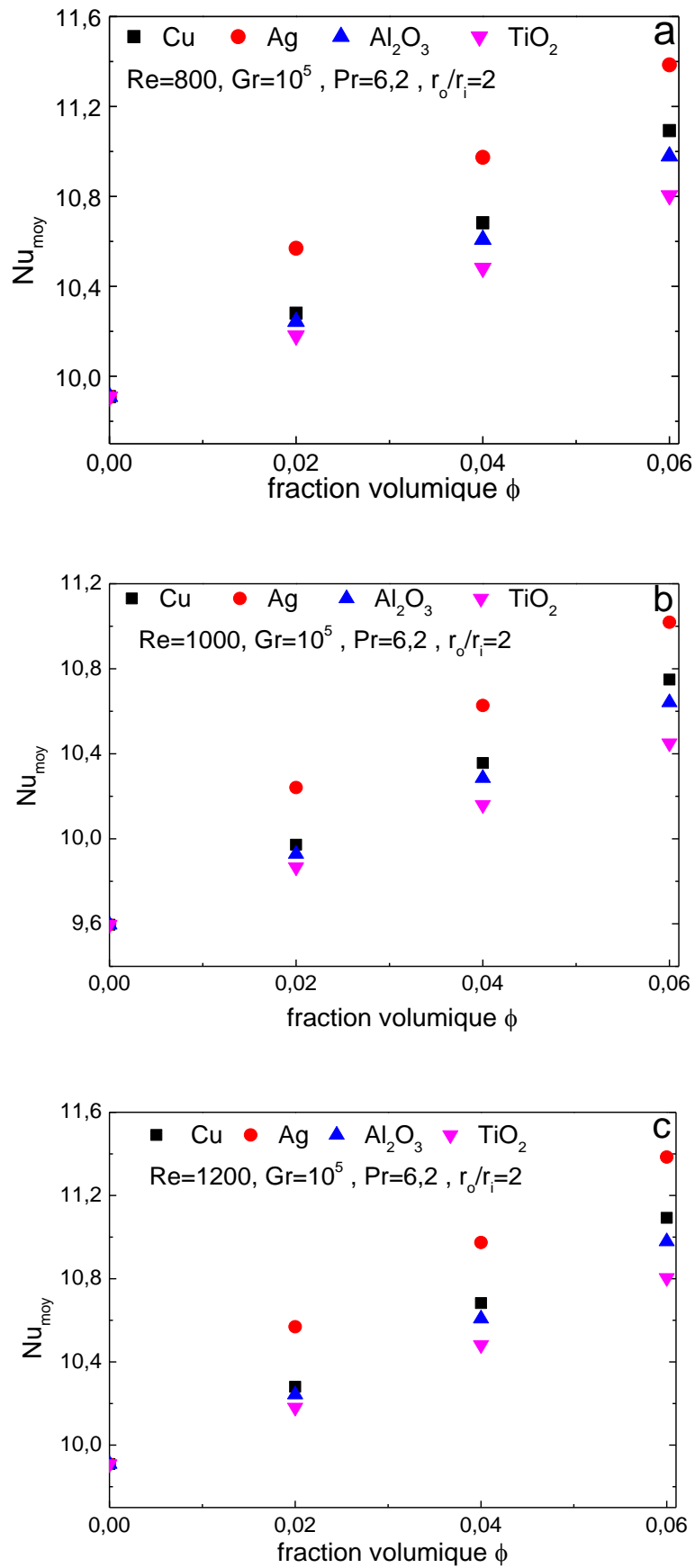
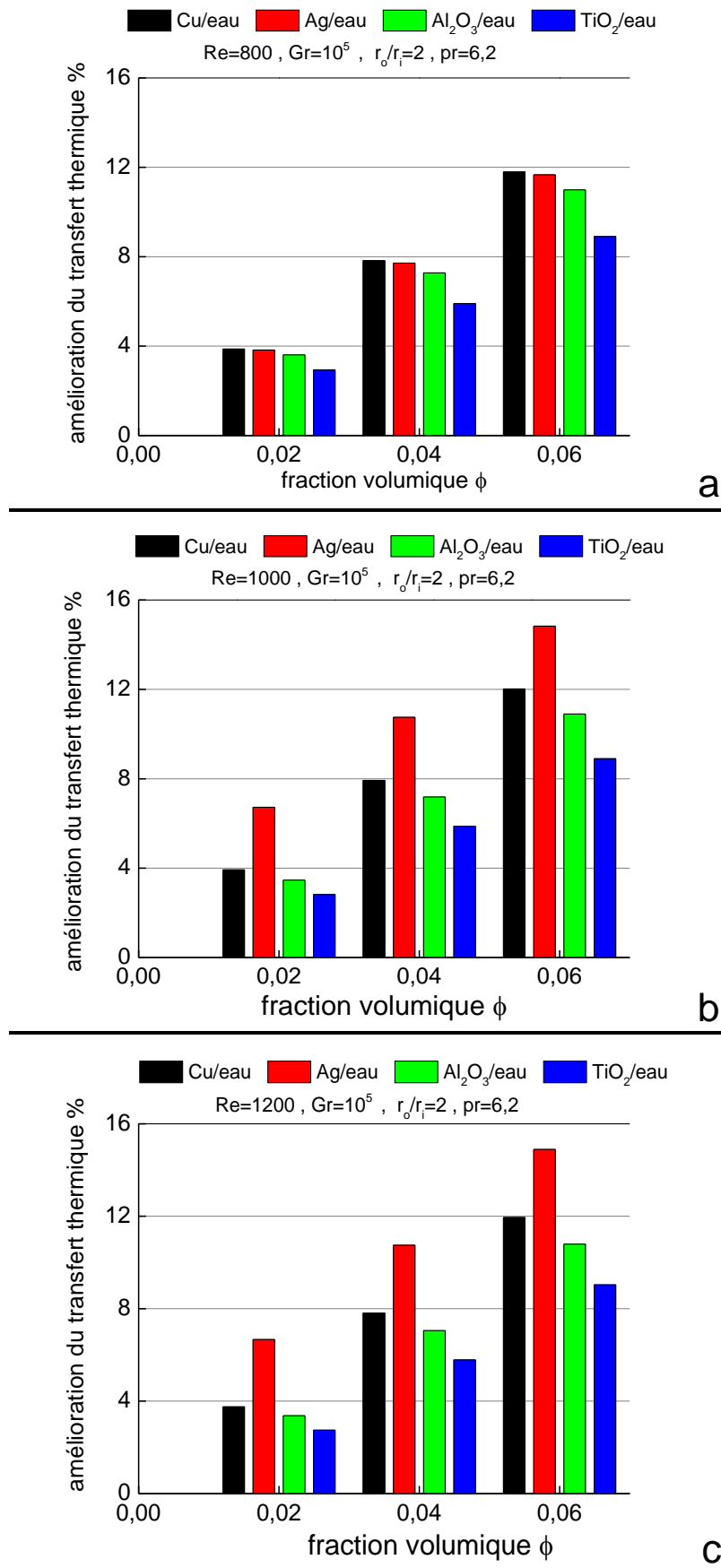


Figure IV-32 : Nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique des différents nanofluides : a)  $Re=800$ , b)  $Re=1000$ , c)  $Re=1200$





**Figure IV-33 :** amélioration du transfert thermique en fonction de la fraction volumique pour différents nanofluides : a) Re=800, b) Re=100, c) Re=1200

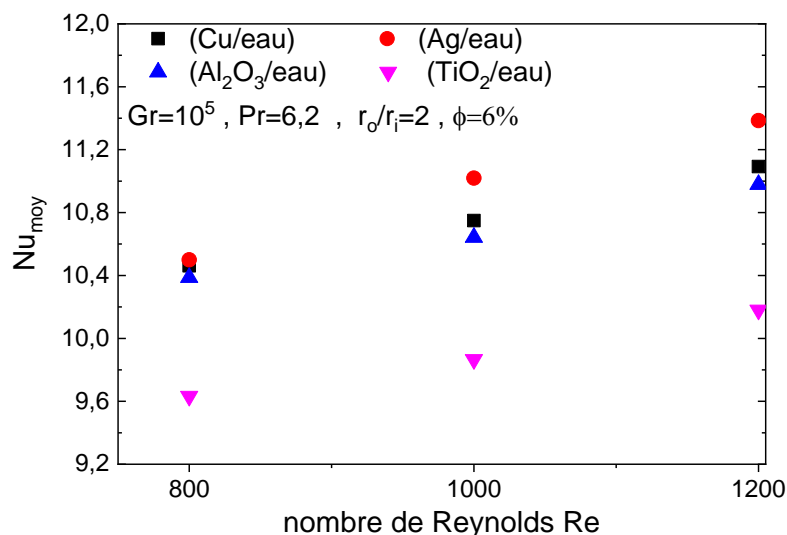


Figure IV-34 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen différents nanofluides.

### IV.4 Effet de la forme des nanoparticules

Les formes géométriques des nanoparticules telles que la forme lame, Cylindre, Plaquette et la forme Brique, sont illustrées dans la figure IV-35. Nombreuses effets sont étudiés dans cette section, tels que la fraction volumique, la forme des nanoparticules et le type des nanoparticules sur le champs hydrodynamique et thermique ainsi le comportement des différents nanofluides dans le cas d'un écoulement purement forcé. Quatre différents type de nanoparticules tels que Ag, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CuO et TiO<sub>2</sub>, la fraction volumique varie de 0% jusqu'à 6%, le nombre de Reynolds  $Re=800$  et le nombre de Grashof  $Gr=0$

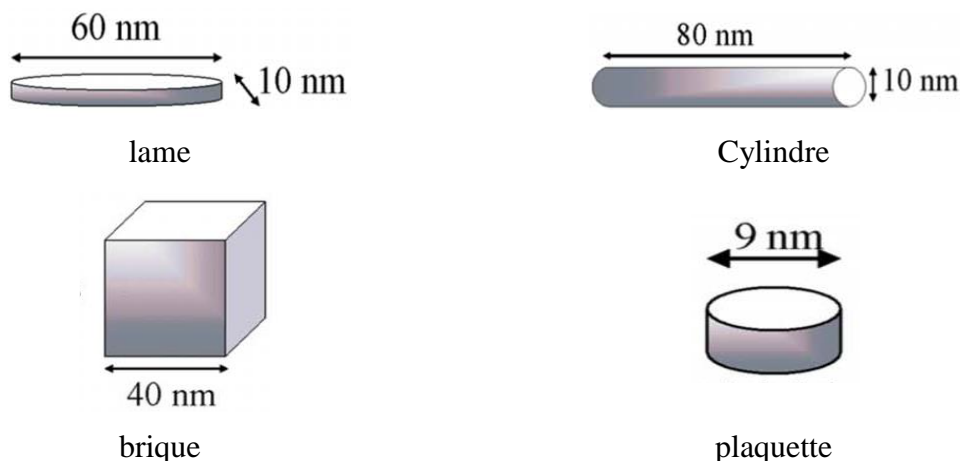


Figure IV-35 : Les formes des nanoparticules [97]

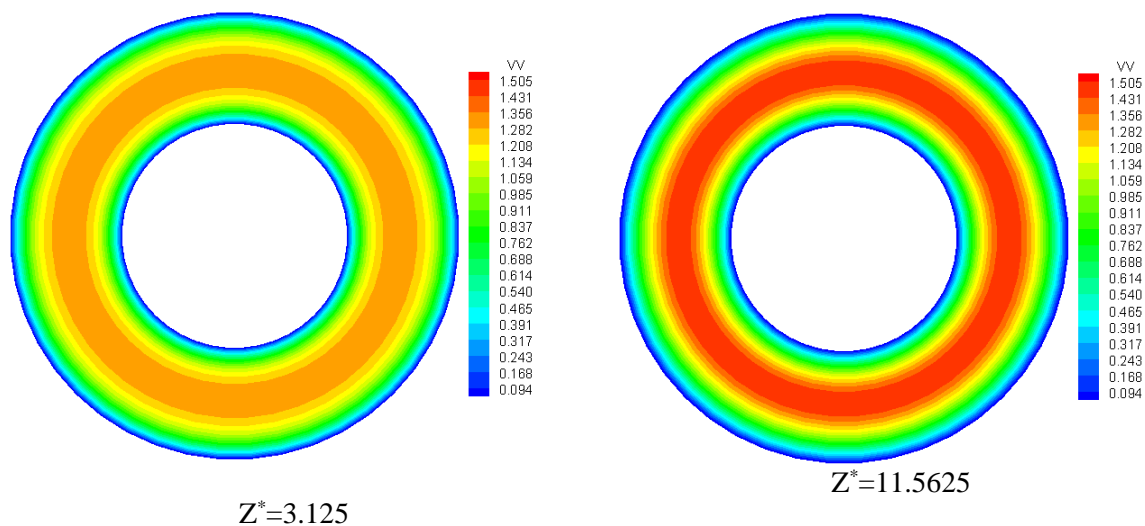
### IV.4.1 Champ dynamique de l'écoulement

A l'entrée du conduit annulaire ( $z^* = 0$ ) le nanofluide qui s'écoule se présente avec un profil de vitesse constant ( $v_0$ ). Avec une vitesse nulle sur la paroi, et une vitesse maximale ( $v_{\max}^* = 1.505$ ) concentré au centre entre les deux cylindres pour tous les cas des formes des nanoparticules étudiées, telles que la forme Lame, Cylindre, Plaquette et la forme Brique. La distribution de la vitesse axiale pour quatre différentes formes ainsi que types les des nanoparticules dispersés dans l'eau fluide de base pour construire deux nanofluides (CuO/eau) et (Ag/eau). Un nombre de Reynolds  $Re=800$ , un nombre de Grashof  $Gr=0$  et la fraction volumique allant de 0% à 6%. Deux positions axiales ont été choisies pour représenter la vitesse axiale dans une très courte zone à  $z^* = 3.125$  et  $z^* = 11.5625$ . Pour voir l'influence de la forme des nanoparticules nous avons choisi la nanoparticule de l'argent Ag et une fraction volumique égale à 2%. En outre, pour voir l'influence de la fraction volumique nous avons choisi le nanofluide qui contient les nanoparticules de CuO avec la forme Lame. L'ensemble **des figures IV.36**, présente l'effet de la forme sur la structure de la vitesse axiale. Comme vue initiale, nous pouvons dire que la structure cellulaire concentrique avec une symétrie par rapport à l'axe vertical. Un peu plus profond, nous avons constaté aussi que quantitativement il existe une petite variation de la vitesse axiale à la zone  $z^* = 3.125$ . Tandis que le profil de vitesse axiale qualitativement et quantitativement sont identiques à la zone  $z^* = 11.5625$ . Pour les différentes formes aucun changement considérable correspondant à la forme du nanoparticule testé. Au delà de cette zone le profil de vitesse reste constant le long du conduit. Pour les formes Lame et Cylindre le maximum de vitesse se situe à la position ( $r^* = 0.7396$ ,  $z^* = 19.375$ ), la forme Plaquette à la section transversale ( $r^* = 0.7396$ ,  $z^* = 13.125$ ) et la forme Brique ( $r^* = 0.7396$ ,  $z^* = 20.625$ ).

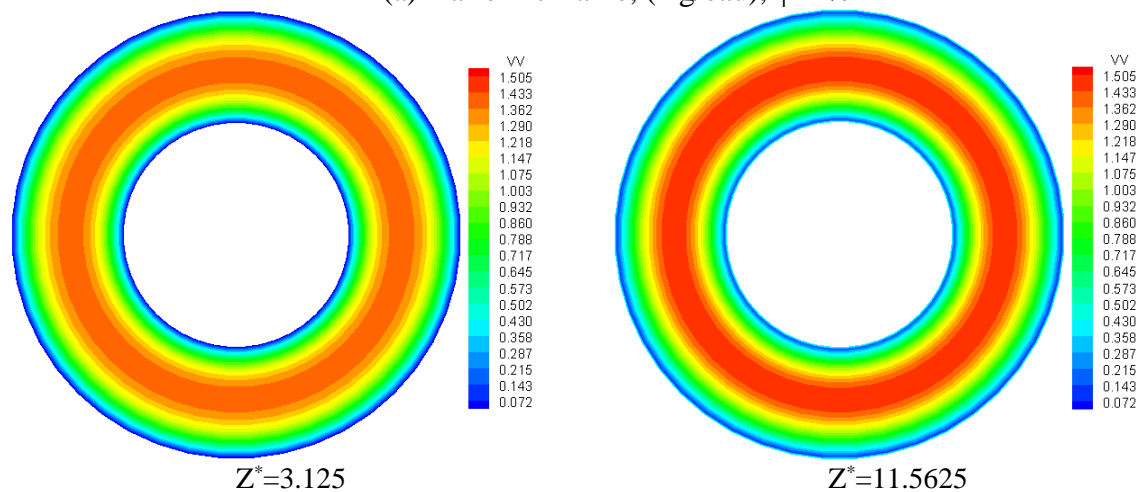
**La figure IV-37** présente l'effet de la fraction volumique du nanofluide (CuO/eau) et l'eau pure dans la zone ( $z^* = 3.125$ ) et 0, 2, 4 et 6% fractions volumiques. Nous remarquons que l'ensemble des figures montrent des profils de vitesses axiales qualitativement identiques mais quantitativement avec une différence minime. Pour plus de clarifications, résultats dans **le tableau IV-7**.

**Tableau IV-7 : Vitesse axiale maximale à la position axiale  $r^* = 0.7396$ ,  $z^* = 3.125$**

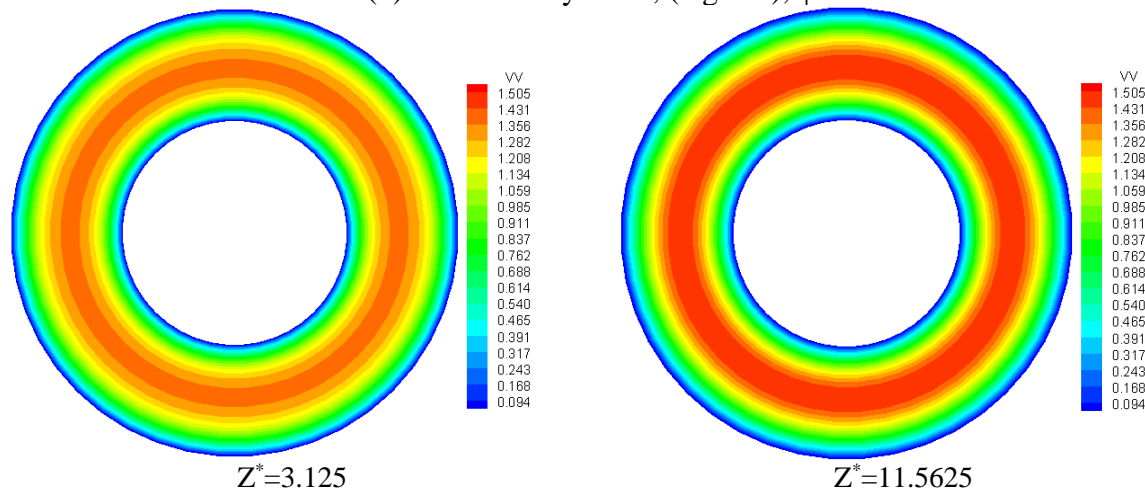
Fraction volumique $\phi$	0%	2%	4%	6%
Vitesse maximale $v_{z,max}^*$	1.390	1.412	1.432	1.448



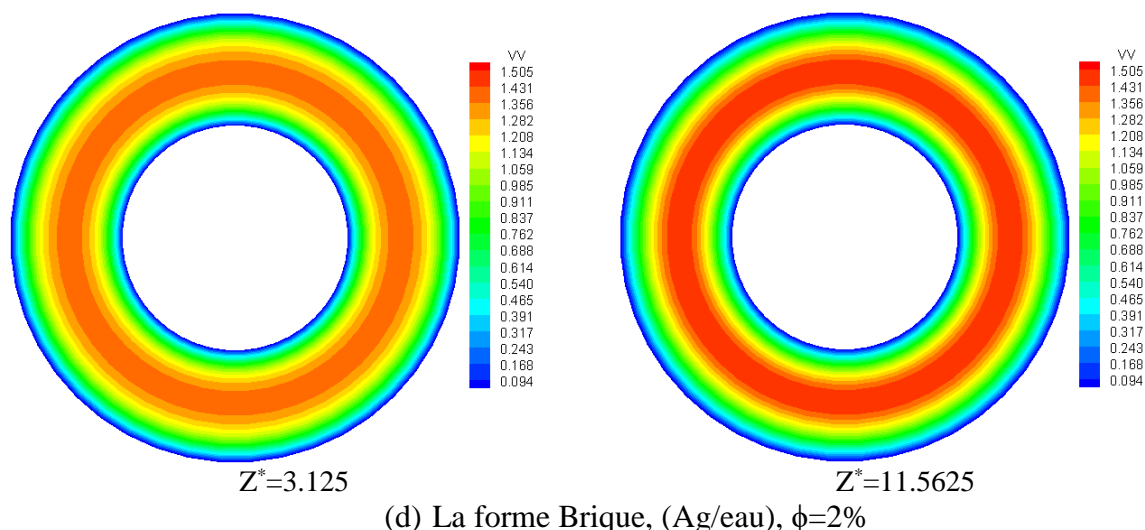
(a) La forme Lamé, (Ag/eau),  $\phi=2\%$



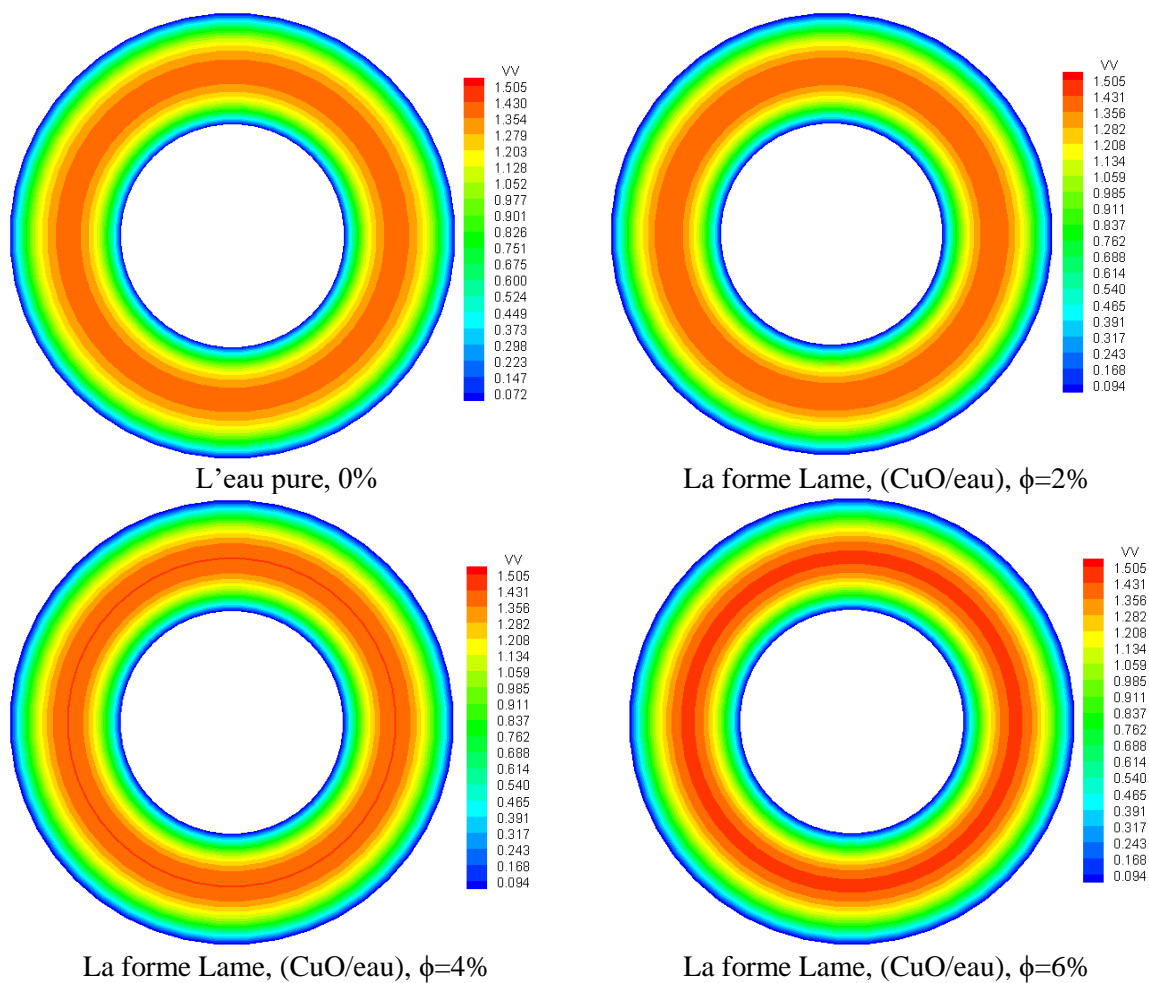
(b) La forme Cylindre, (Ag/eau),  $\phi=2\%$



(c) La forme Plaquette, (Ag/eau),  $\phi=2\%$



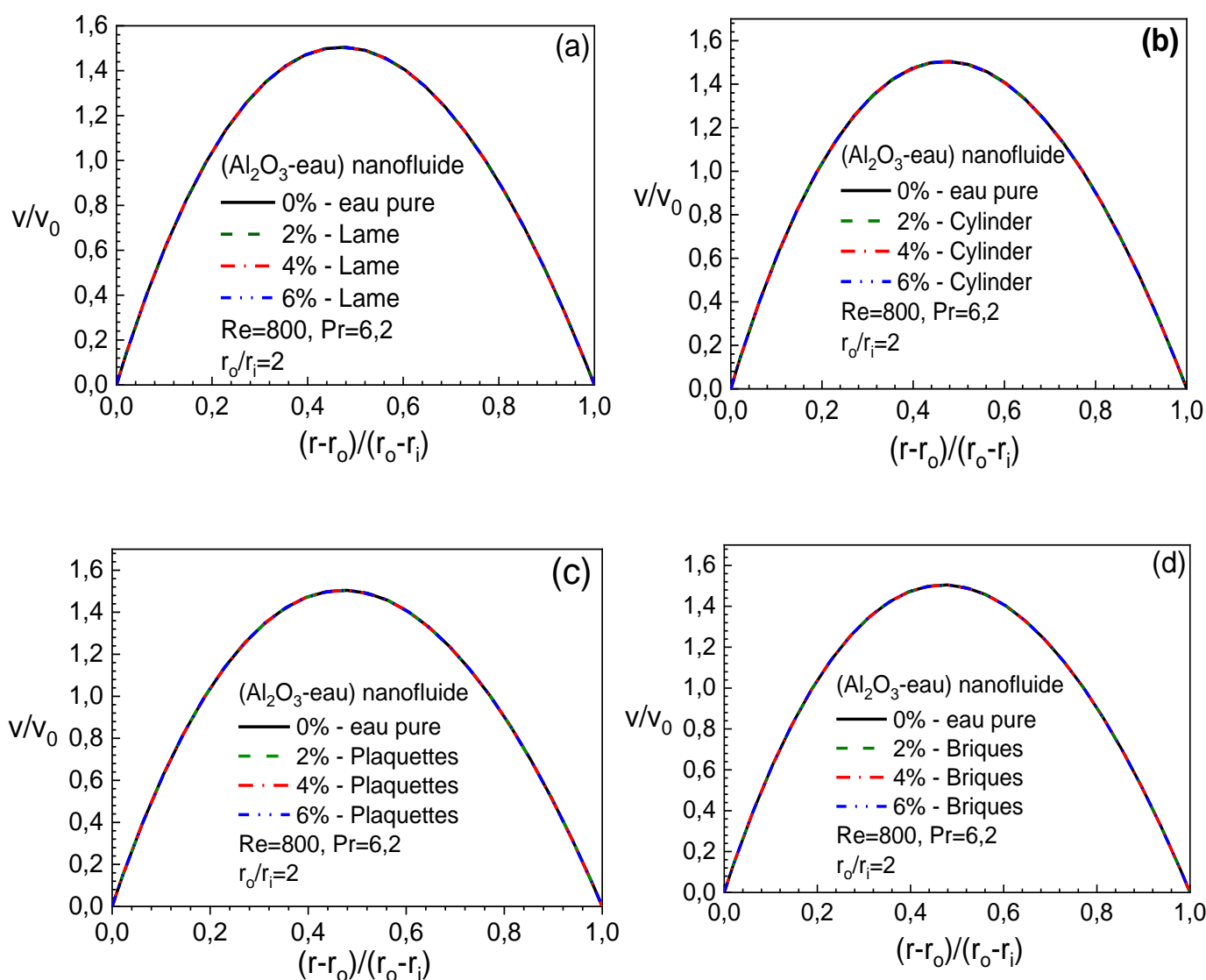
**Figure IV-36 :** Distribution polaire de la vitesse axiale en deux positions axiales choisies pour le cas du nanofluide (Ag/eau) à différentes formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique



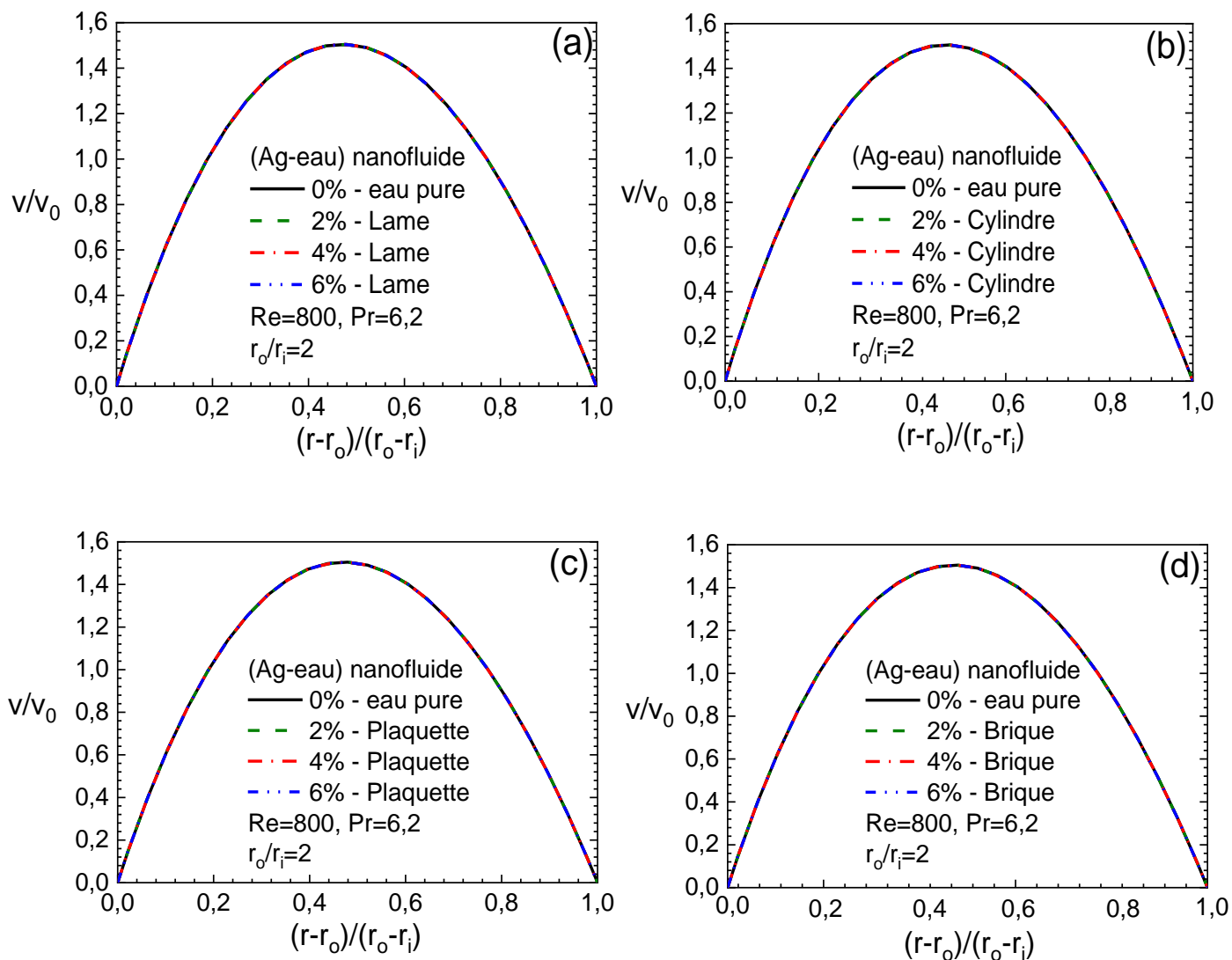
**Figure IV-37 :** Distribution polaire de la vitesse axiale à une position choisie  $z^*=3.125$  près de l'entrée pour le cas de la forme Lame du CuO/eau

### IV.4.2 Évolution radiale de la vitesse axiale

Pour voir l'influence de la fraction volumique et les formes des nanoparticules sur la vitesse axiale adimensionnelle suivant la direction radiale illustrée dans **les figures 38 (a-d)** pour (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/eau) nanofluide et **les figures 39 (a-d)** pour le nanofluide (Ag/eau). Différentes formes de nanoparticules telles que Lame, Cylindre, Plaquette et Brique. Les paramètres de contrôle Gr=0 convection purement forcée, nombre de Reynolds Re=800. Les résultats obtenus indiquent, invariance de la vitesse axiale suivant la direction radiale avec la variation de la fraction volumique ni avec le changement de la forme des nanoparticules.



**Figure IV-38 :** Profil de vitesse axiale adimensionnelle du (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / eau) pour les formes : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique



**Figure IV-39** : Profil de vitesse axiale adimensionnelle du (Ag-eau) pour les formes : a) lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique

### IV.4.3 Le champ thermique

Le distribution de la température du nanofluid (CuO/eau) que nous avons testé sont présentées dans les **figures IV.40 et IV.41**, pour le cas du nombre de Reynolds  $Re=800$  et Grashof  $Gr=0$  et une variation de la fraction volumique allant de 0% jusqu'à 6%. En deux stations axiales  $z^* = 23.125$  et  $z^* = 200$ . Cette distribution montre clairement des isothermes circulaires et concentriques suivant une stratification radiale en toute section qui décroît du cylindre extérieur chauffé vers le cylindre intérieur qui est adiabatique. Le maximum étant situé sur le cylindre extérieur ( $r^* = 1, \forall \theta$ ). La distribution est caractérisée d'un transfert de chaleur par convection forcée. Il est important de signaler, que dans le cas de voir l'influence de la forme sur le champ thermique (**la figures IV.40**), la comparaison de la distribution de la

température pour les différentes formes lame, cylindre, plaquette et la brique qualitativement et quantitativement sont différents, en raison des propriétés thermophysiques particulièrement la conductivité thermique qui est plus importante avec les formes lame puis cylindre, plaquette et brique.

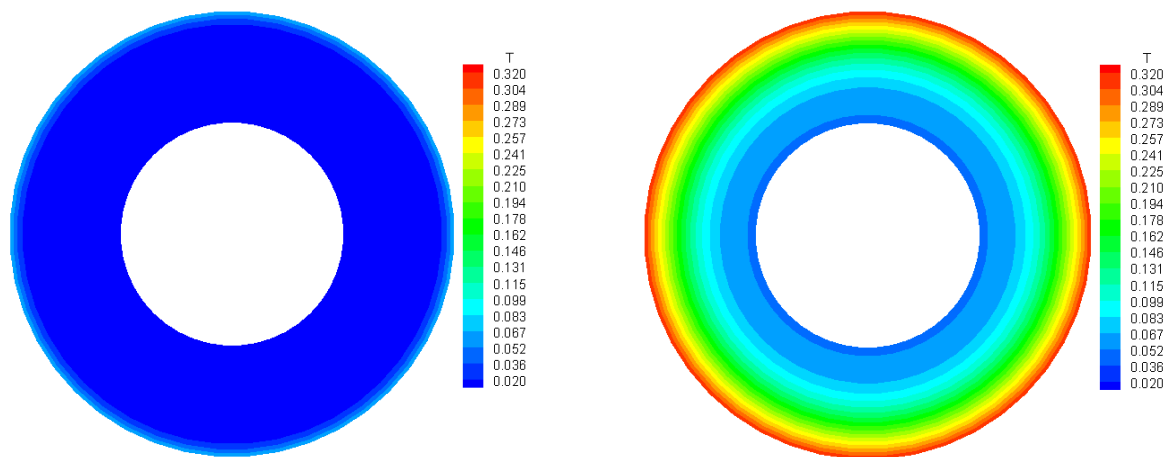
Pour illustrer l'effet de les fractions volumiques  $\phi=2\%$ ,  $4\%$  et  $6\%$  sur le champ thermique des nanofluides nous avons choisi le nanofluide qui contient CuO dispersé dans l'eau fluide de base  $0\%$ . La Figure montre l'influence de la fraction volumique dans la distribution de la température, la température maximale  $T_{\max}^*$  atteinte (toujours à la sortie) près de la paroi du cylindre extérieur chauffé dans la position ( $r^*=1$ ,  $z^*=100$ ) égale à  $0.297$  dans le cas de l'eau,  $0.307$  pour le cas de  $2\%$ , et pour  $4\%$  égale  $0.317$  et finalement dans le cas de  $6\%$  fraction volumique le maximum de température égale  $0.349$ .

**Le tableau IV-8** présente les résultats de la température maximale pour les nanofluides ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ), ( $\text{CuO}/\text{eau}$ ), ( $\text{Ag}/\text{eau}$ ) et ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ).

**Tableau IV-8 :** Température maximale des différents nanofluides à la sortie du conduit

La forme du nanoparticule	nanoparticule	Fraction volumique			
		0%	2%	4%	6%
$T_{\max}^*$ Lame	Ag	0,29737	0,32033	0,34542	0,37158
	$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,31863	0,33954	0,35896
	CuO		0,30701	0,31718	0,34937
	$\text{TiO}_2$		0,31198	0,32663	0,34065
$T_{\max}^*$ Cylindre	Ag	0,29737	0,31121	0,32415	0,34676
	$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,31072	0,32415	0,33774
	CuO		0,30354	0,31005	0,33145
	$\text{TiO}_2$		0,30732	0,31656	0,32831
$T_{\max}^*$ Plaquette	Ag	0,29737	0,3131	0,3271	0,34214
	$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,30848	0,31743	0,32997
	CuO		0,30436	0,31172	0,33572
	$\text{TiO}_2$		0,30841	0,31803	0,33142
$T_{\max}^*$ Brique	Ag	0,29737	0,30848	0,31743	0,32997
	$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,3131	0,3271	0,34214
	CuO		0,29968	0,30739	0,31279
	$\text{TiO}_2$		0,30453	0,31344	0,32306

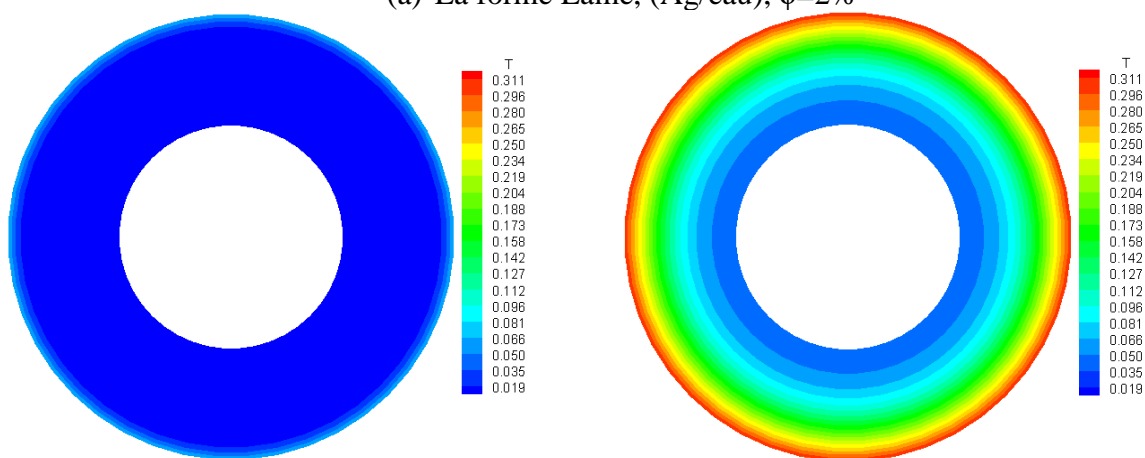




$Z^*=3.125$

$Z^*=200$

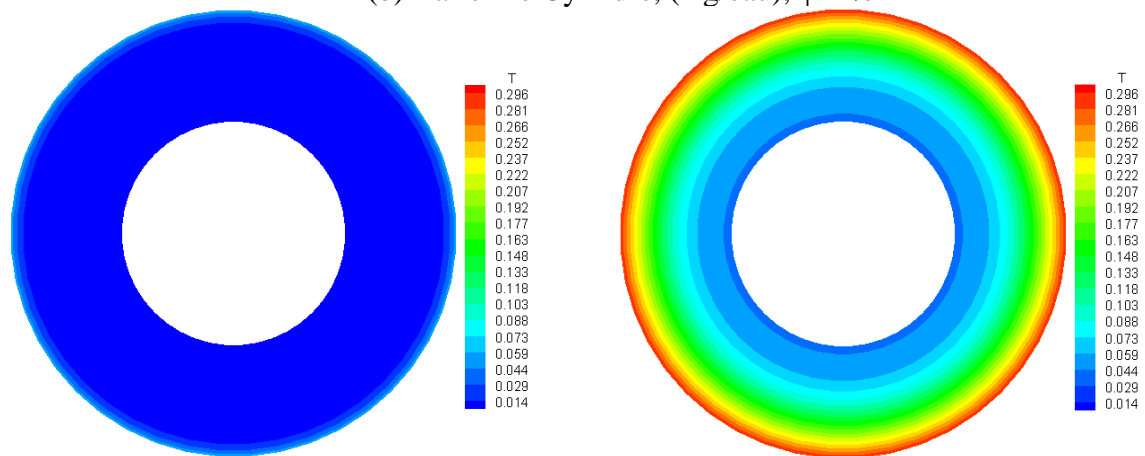
(a) La forme Lame, (Ag/eau),  $\phi=2\%$



$Z^*=3.125$

$Z^*=200$

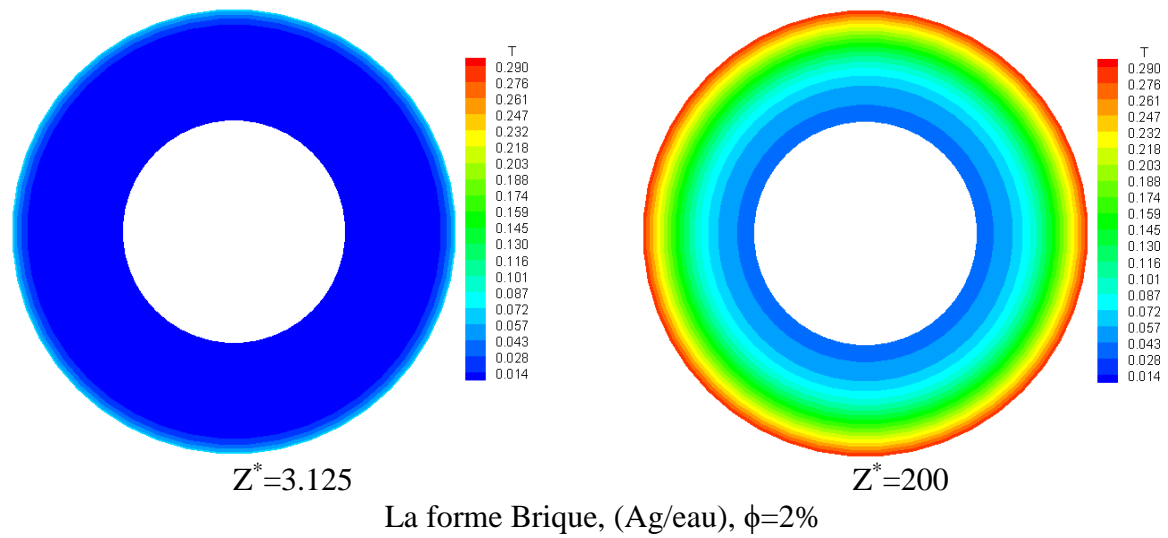
(b) La forme Cylindre, (Ag/eau),  $\phi=2\%$



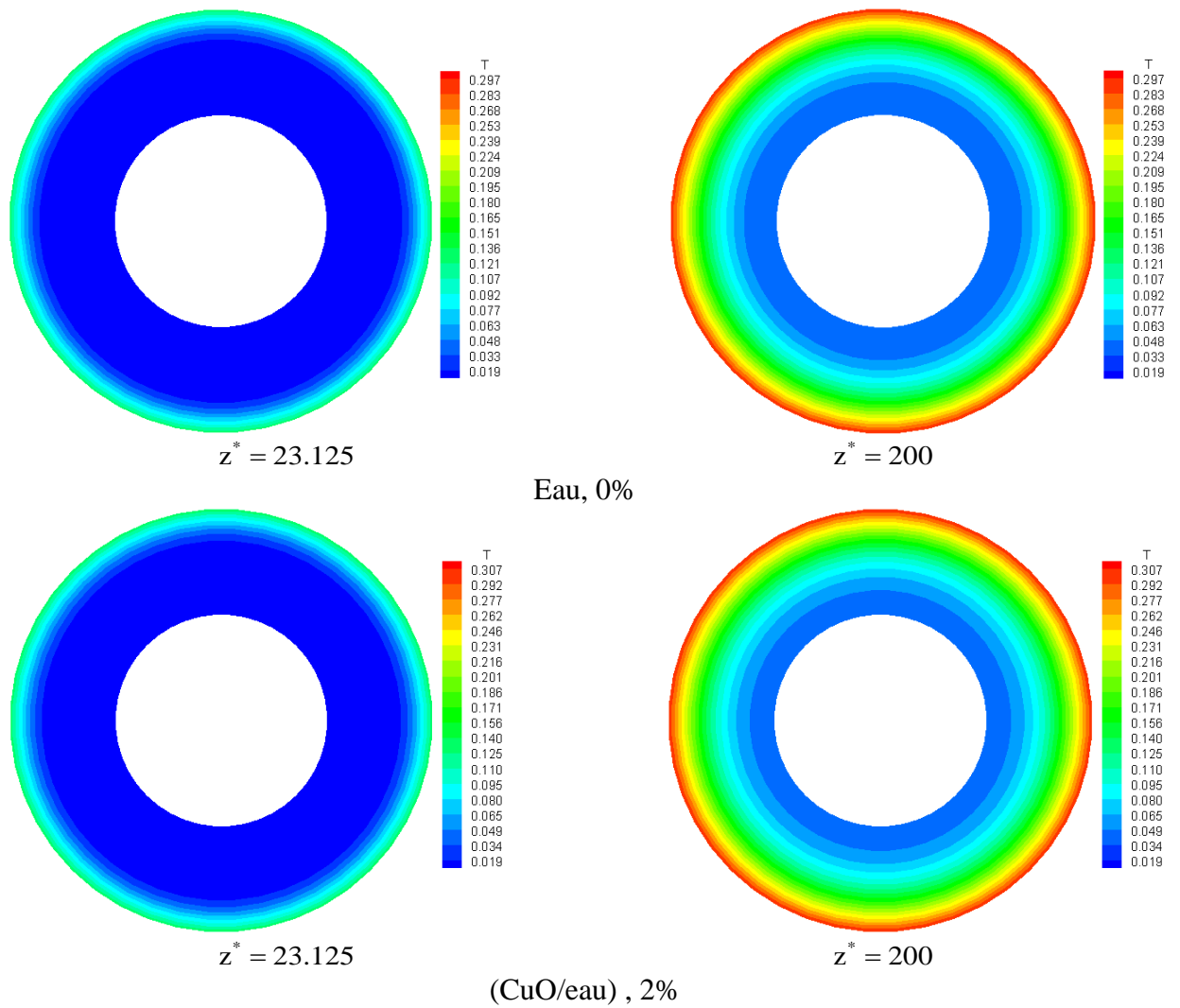
$Z^*=3.125$

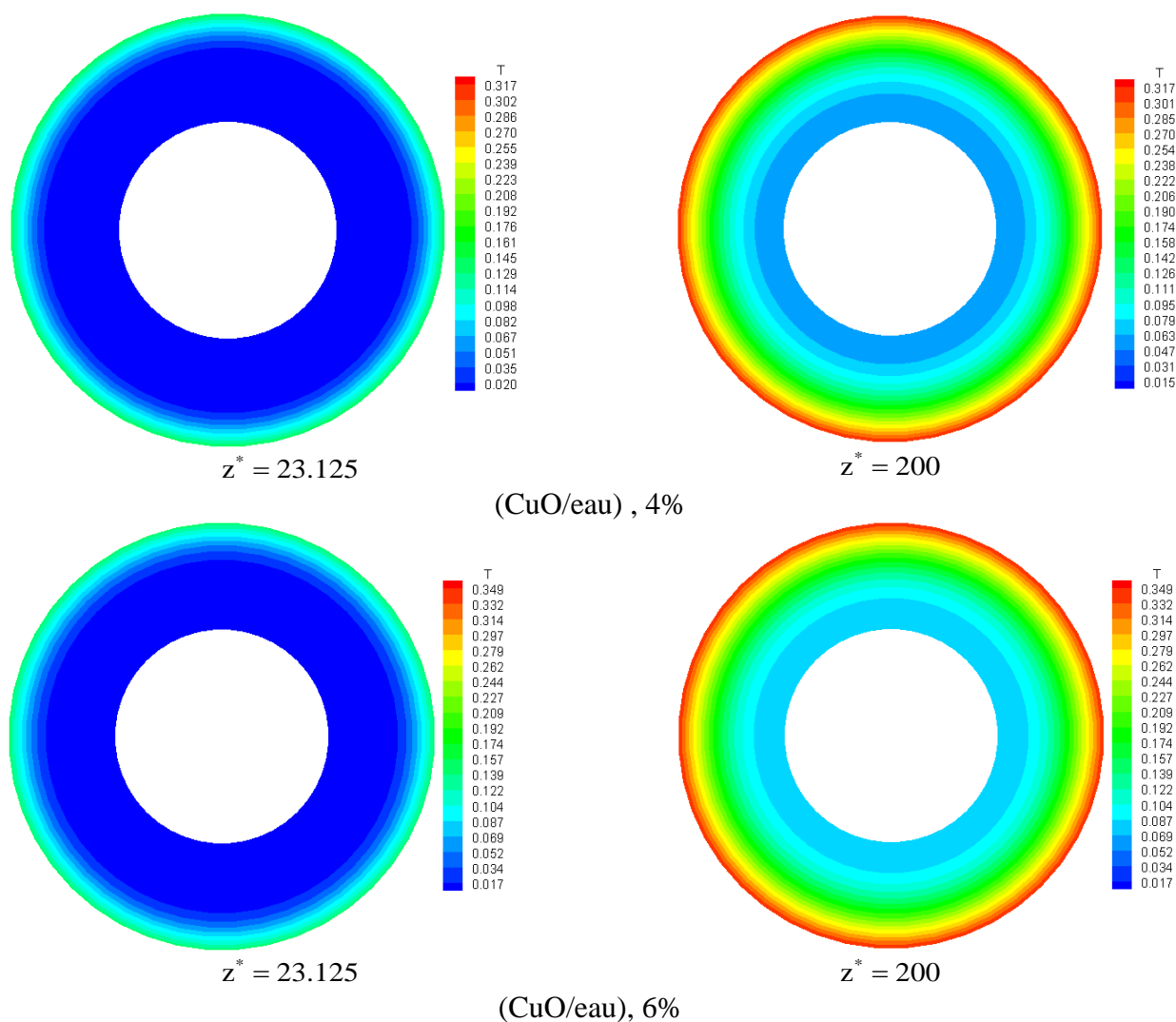
$Z^*=200$

(c) La forme Plaquette, (Ag/eau),  $\phi=2\%$



**Figure IV-40 :** Champ de température à deux positions axiales choisies pour les différentes formes du nanofluide (Ag / eau) choisi à 2% fraction volumique : a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique





**Figure IV-41** : Champ de température à deux positions axiales choisies pour différentes fractions volumiques pour (CuO / eau) nanofluide

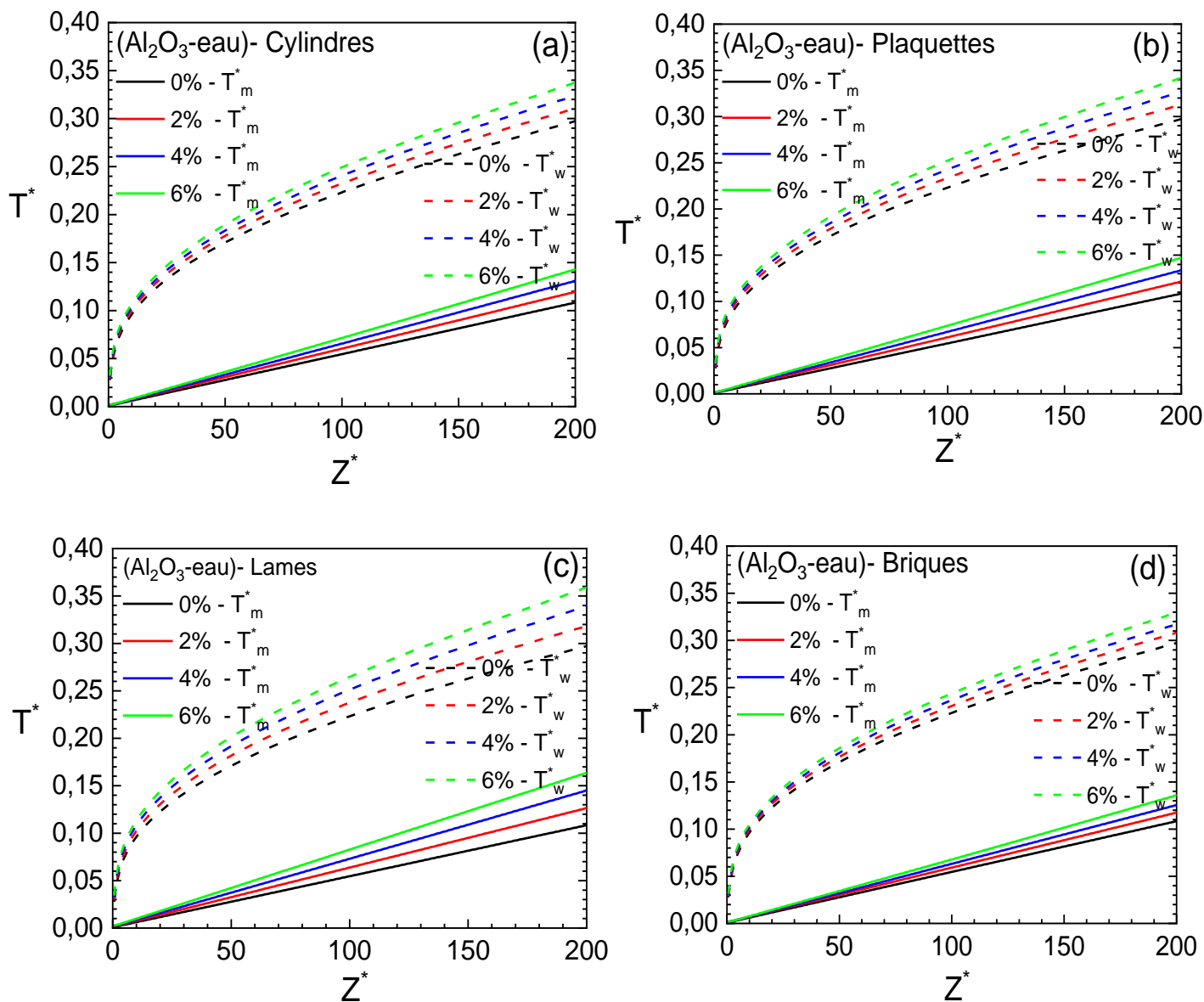
#### IV.4.4 Évolution axiale de la température

La figure IV-42 (a-d) pour le nanofluide ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ), la figure IV-43 (a-d) pour le nanofluide ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ), la figure IV-44 (a -d) pour le nanofluide ( $\text{Ag}/\text{eau}$ ) et la figure IV-45 (a-d) pour le nanofluide ( $\text{CuO}/\text{eau}$ ) respectivement illustrent la température moyenne et la température du paroi. Les nanoparticules ont quatre formes différentes, Lame, cylindre, plaquette et brique. Dans toutes les figures présentées, il est clair que la température moyenne a un profil linéaire le long du conduit. Les deux températures moyenne  $T_m^*$  et du paroi  $T_p^*$  augmentent avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules ce qui résulte du fait que la fraction volumique des nanoparticules augmente le transport d'énergie à travers tout le conduit annulaire.

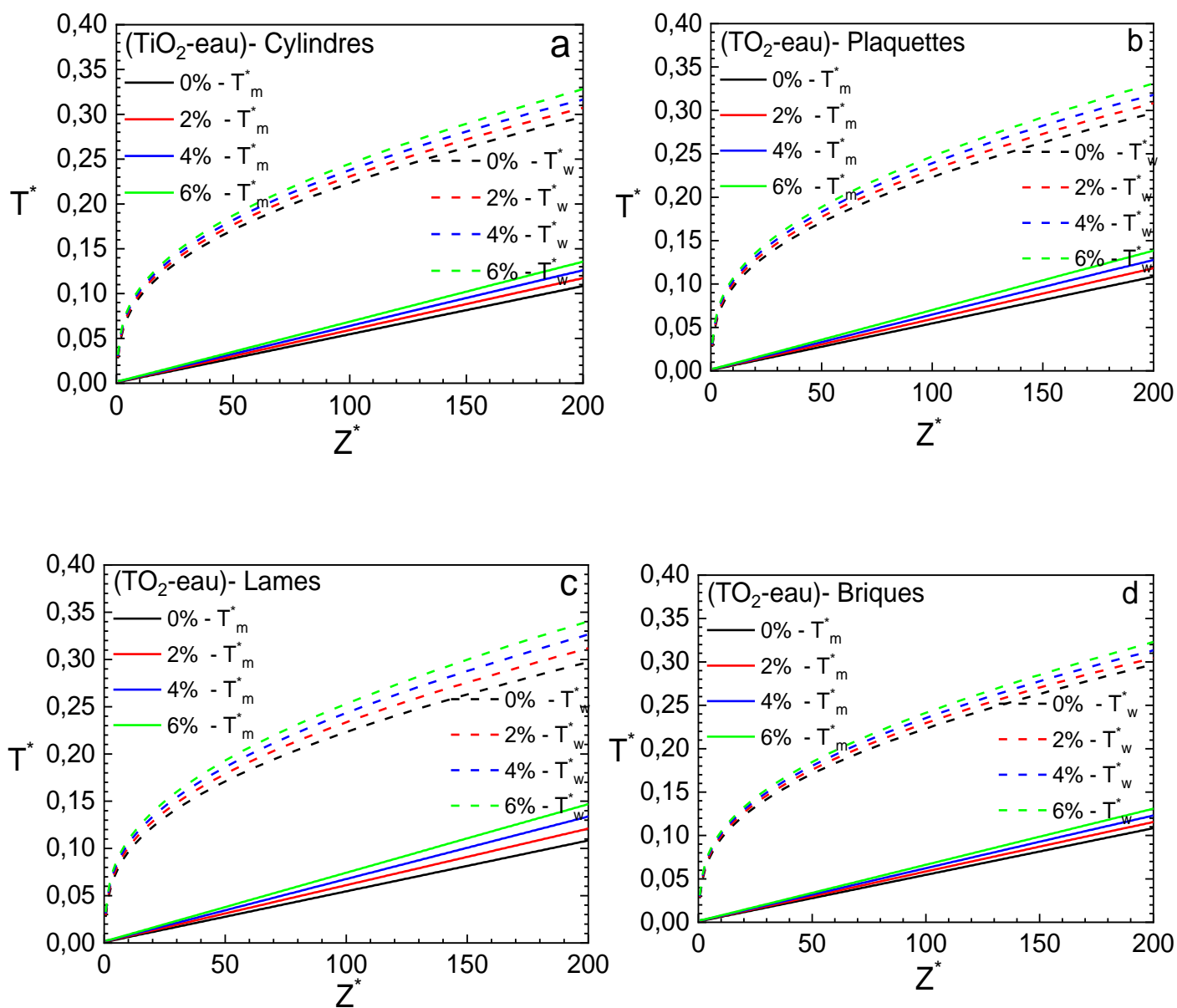
L'effet de la forme des nanoparticules sur la température moyenne et du paroi pour les quatre nanofluides présentés sur **la figure IV-46 (a-d)** qui montre une température moyenne différente et une température du paroi différente aussi avec les différentes formes des nanoparticules étudiées cela est dûe des propriétés thermophysiques telles que la viscosité dynamique et la conductivité thermique relative aux différentes formes. Il convient de noter, que la conductivité thermique augmente lorsque la température augmente, mais la viscosité diminue lorsque la température augmente. Sur cette base, la forme *Lame* a la plus grande température dûe à la faible viscosité et conductivité thermique suivie par la forme allongée des nanoparticules comme le cylindre et la plaquette qui ont une température minimale en raison de la plus grande viscosité et conductivité thermique. La forme de brique a la plus basse température. La comparaison de la température moyenne et la température du paroi entre les nanoparticules  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{TiO}_2$ , Ag et CuO illustrée dans **la figure IV-47** montre que la nanoparticule d'argent Ag a la plus haute température moyenne et du paroi, suivi par CuO,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et  $\text{TiO}_2$ . Alors, la grande conductivité thermique qui caractérise l'argent par rapport aux autres nanoparticules. Pour plus de clarté, la température moyenne entre les différents nanofluides nous avons arrangé les résultats obtenus dans **le tableau IV-9**.

**Tableau IV-9** : température moyenne maximale à la sortie du conduit des différents nanofluides

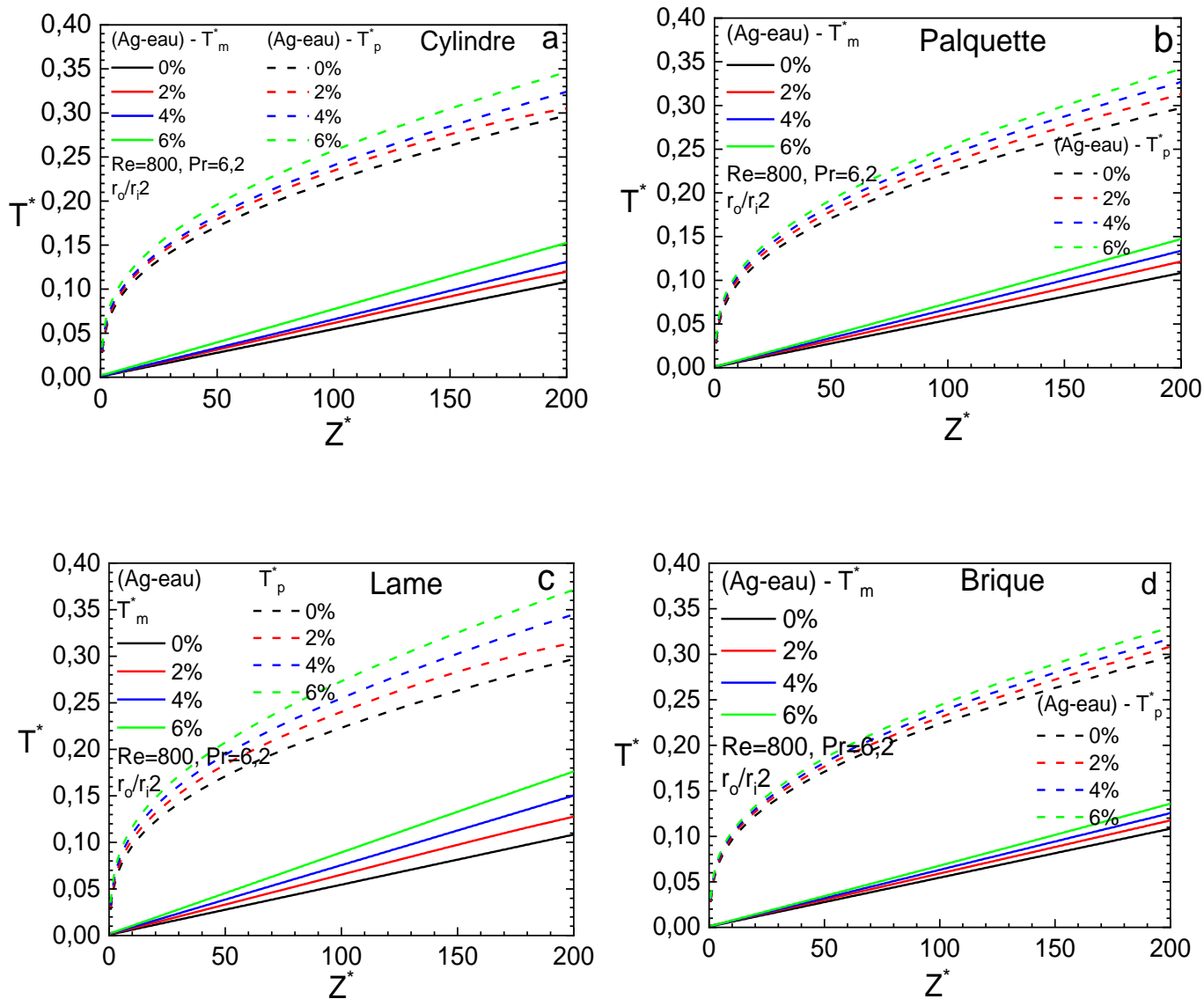
La forme des nanoparticules	Température maximale	nanoparticule	Fraction volumique			
			0%	2%	4%	6%
Lame	$T_m^*$	Ag	0,1086	0,12925	0,15068	0,17652
		$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,12668	0,14532	0,1639
		CuO		0,11892	0,12963	0,15481
		$\text{TiO}_2$		0,1212	0,13405	0,14712
Cylindre	$T_m^*$	Ag	0,1086	0,12137	0,13126	0,15278
		$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,1198	0,13126	0,14332
		CuO		0,11524	0,12214	0,1384
		$\text{TiO}_2$		0,11745	0,12622	0,13585
Plaquette	$T_m^*$	Ag	0,1086	0,12173	0,13398	0,14748
		$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,11773	0,12572	0,13617
		CuO		0,1161	0,1239	0,14227
		$\text{TiO}_2$		0,11837	0,1279	0,13866
Brique	$T_m^*$	Ag	0,1086	0,11773	0,12572	0,13617
		$\text{Al}_2\text{O}_3$		0,12173	0,13398	0,14748
		CuO		0,11463	0,11932	0,12502
		$\text{TiO}_2$		0,11569	0,12322	0,13111



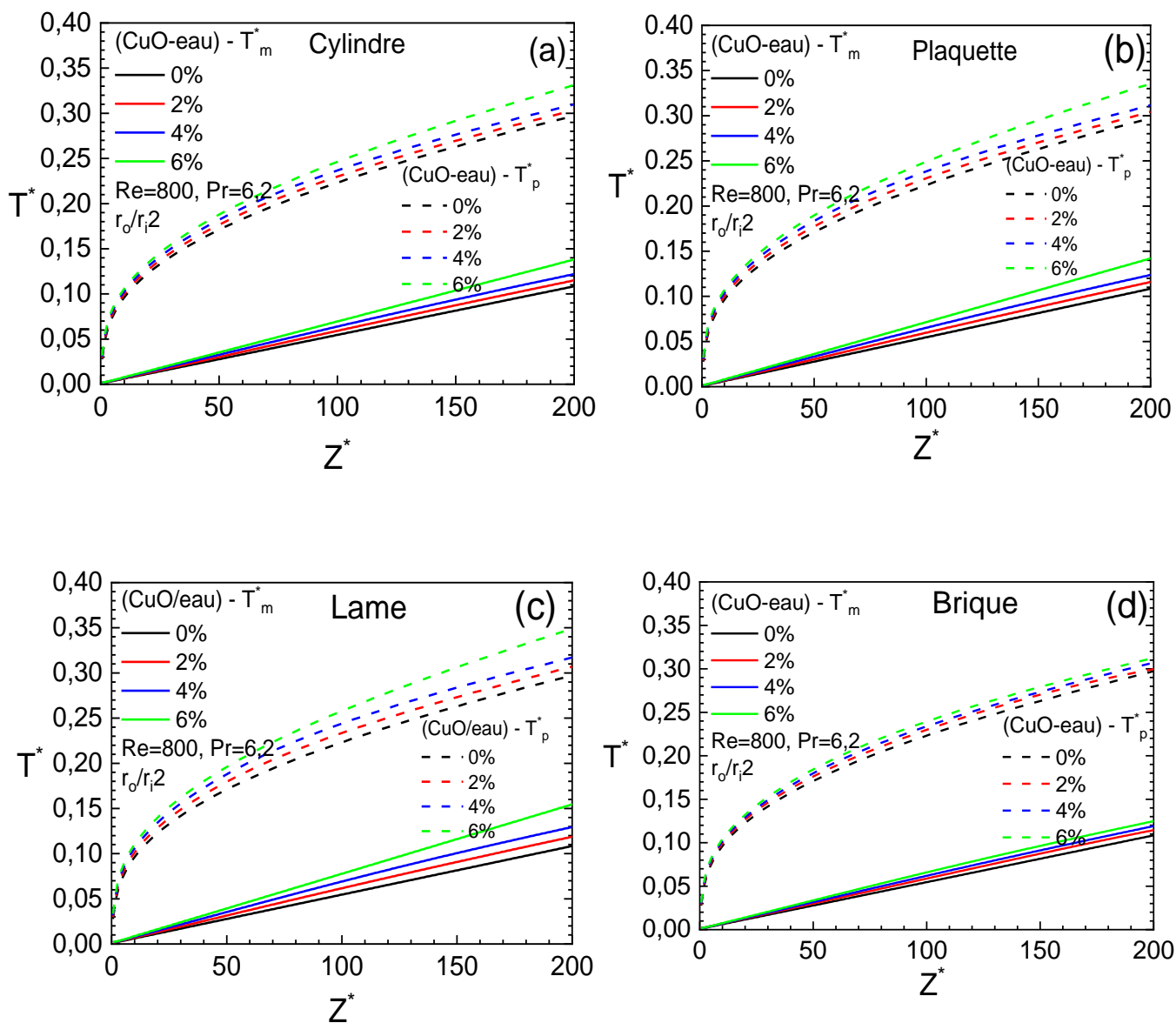
**Figure IV-42 :** Variation axiale de la température moyenne du nanofluide ( $Al_2O_3 / eau$ ) et de la paroi pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour  $Re=800$ ,  $Gr=0$



**Figure IV-43 :** Variation axiale de la température moyenne du nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) et de la paroi pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour Re=800, Gr=0

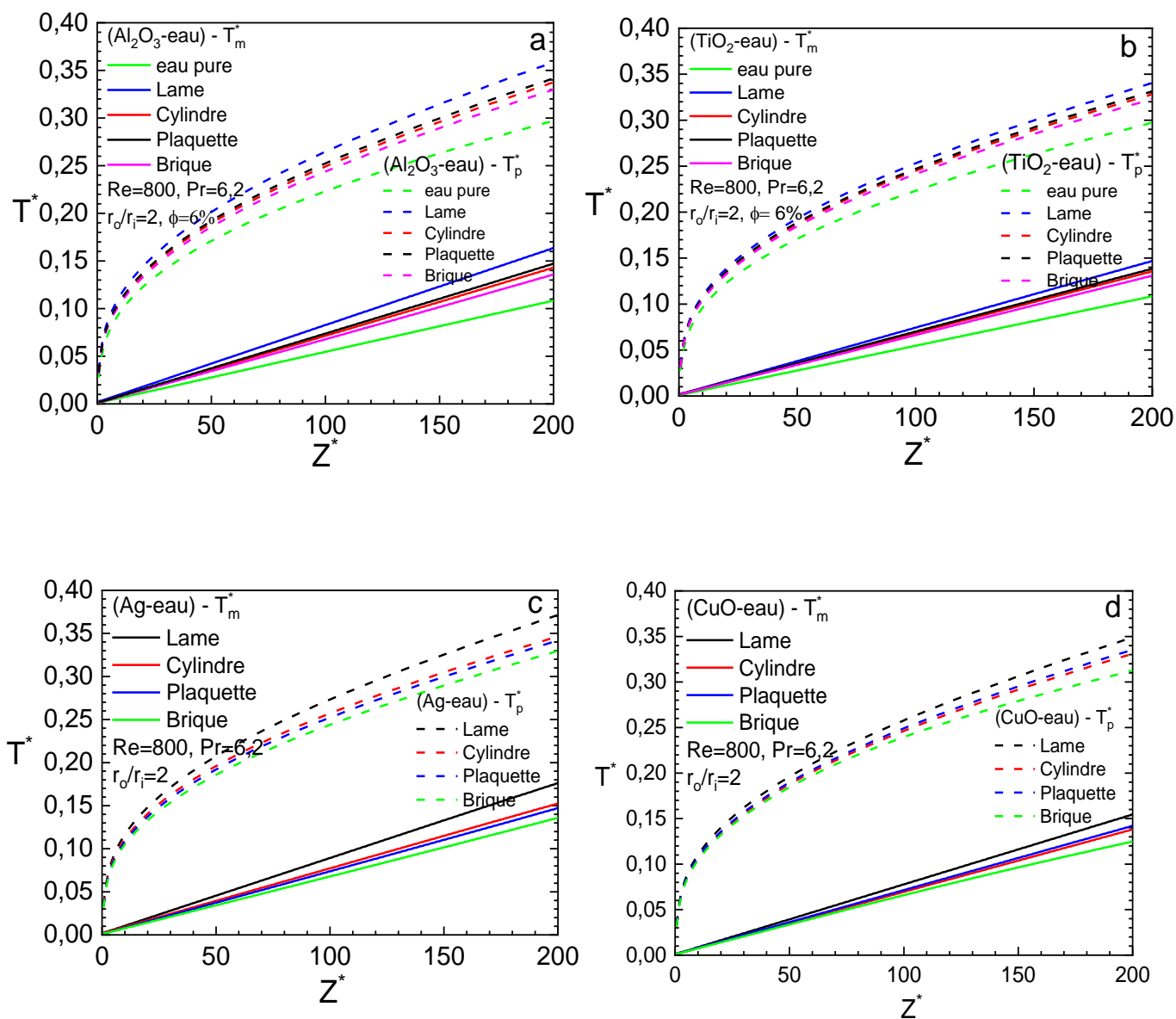


**Figure IV-44 :** Variation axiale de la température moyenne du nanofluide (Ag/eau) et de la paroi pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour  $Re=800$ ,  $Gr=0$

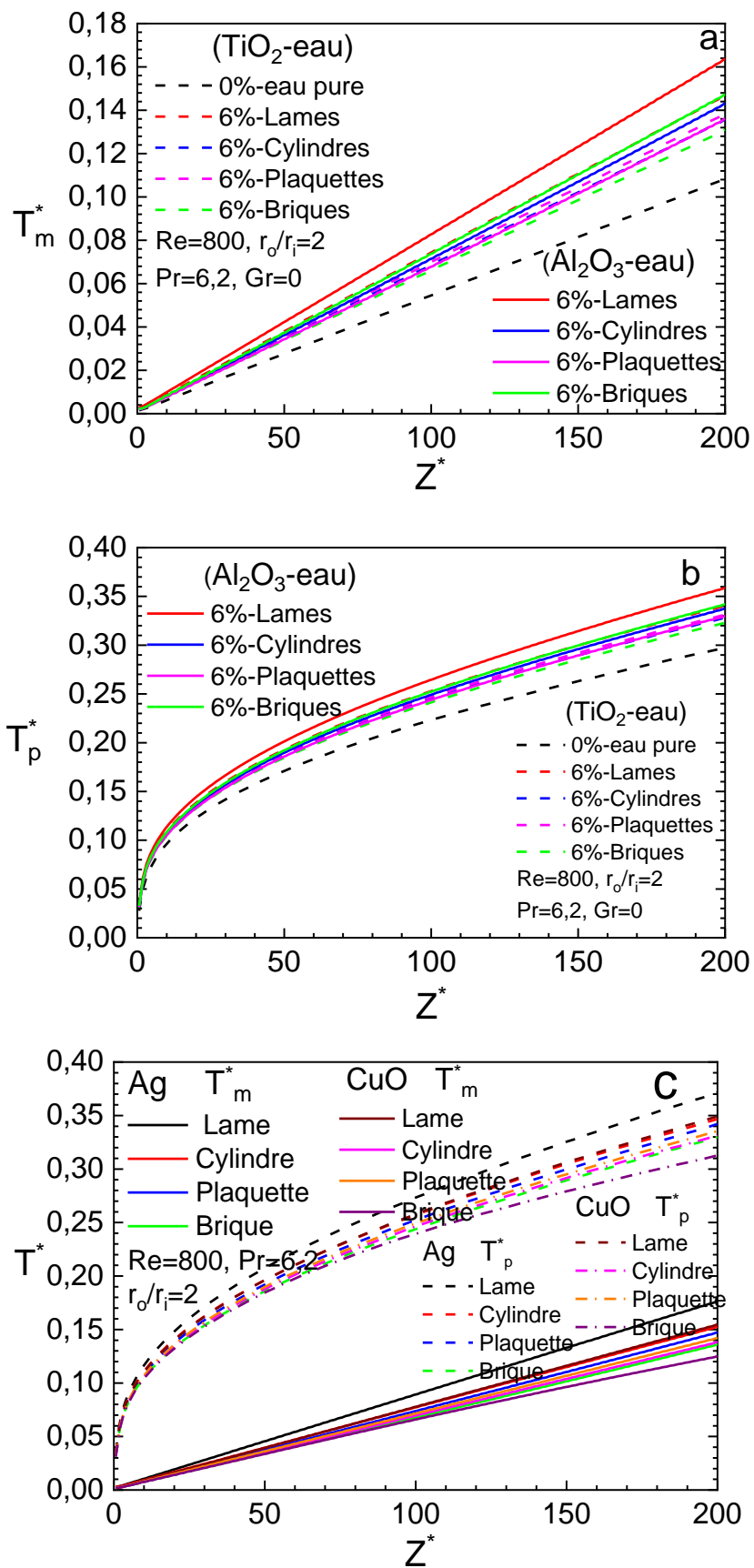


**Figure IV-45 :** Variation axiale de la température moyenne du nanofluide (CuO/eau) et de la paroi pour différentes fractions volumiques et différentes formes pour  $Re=800$ ,  $Gr=0$





**Figure IV-46 :** Comparaison de la température moyenne, la température de la paroi pour différentes formes des nanoparticules pour une fraction volumique  $\phi=6\%$  : a)  $Al_2O_3$ , b)  $TiO_2$ , c) Ag, d) CuO

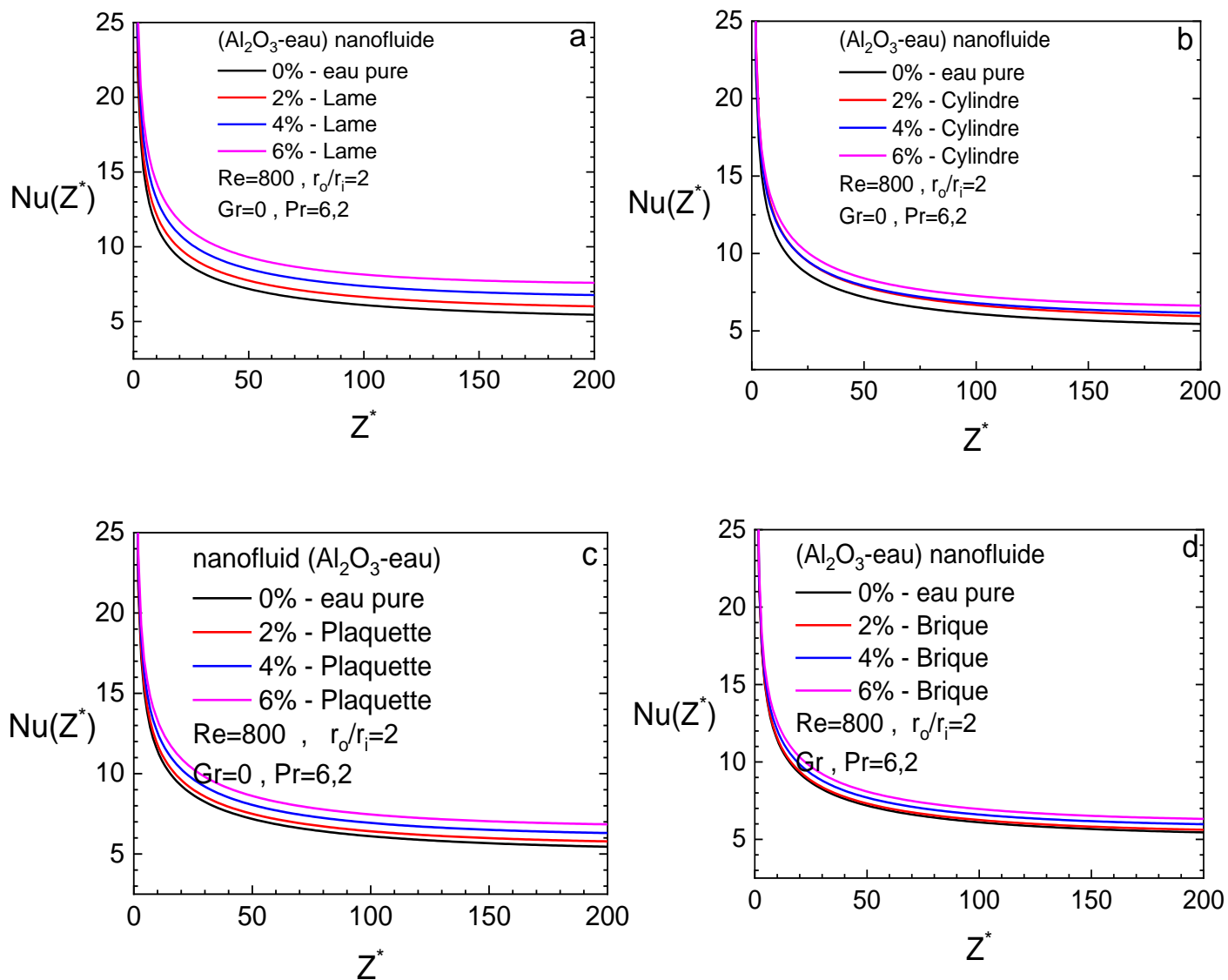


**Figure IV-47 :** Comparaisons de la température moyenne et de la paroi entre les différentes nanoparticules à une fraction volumique 6%

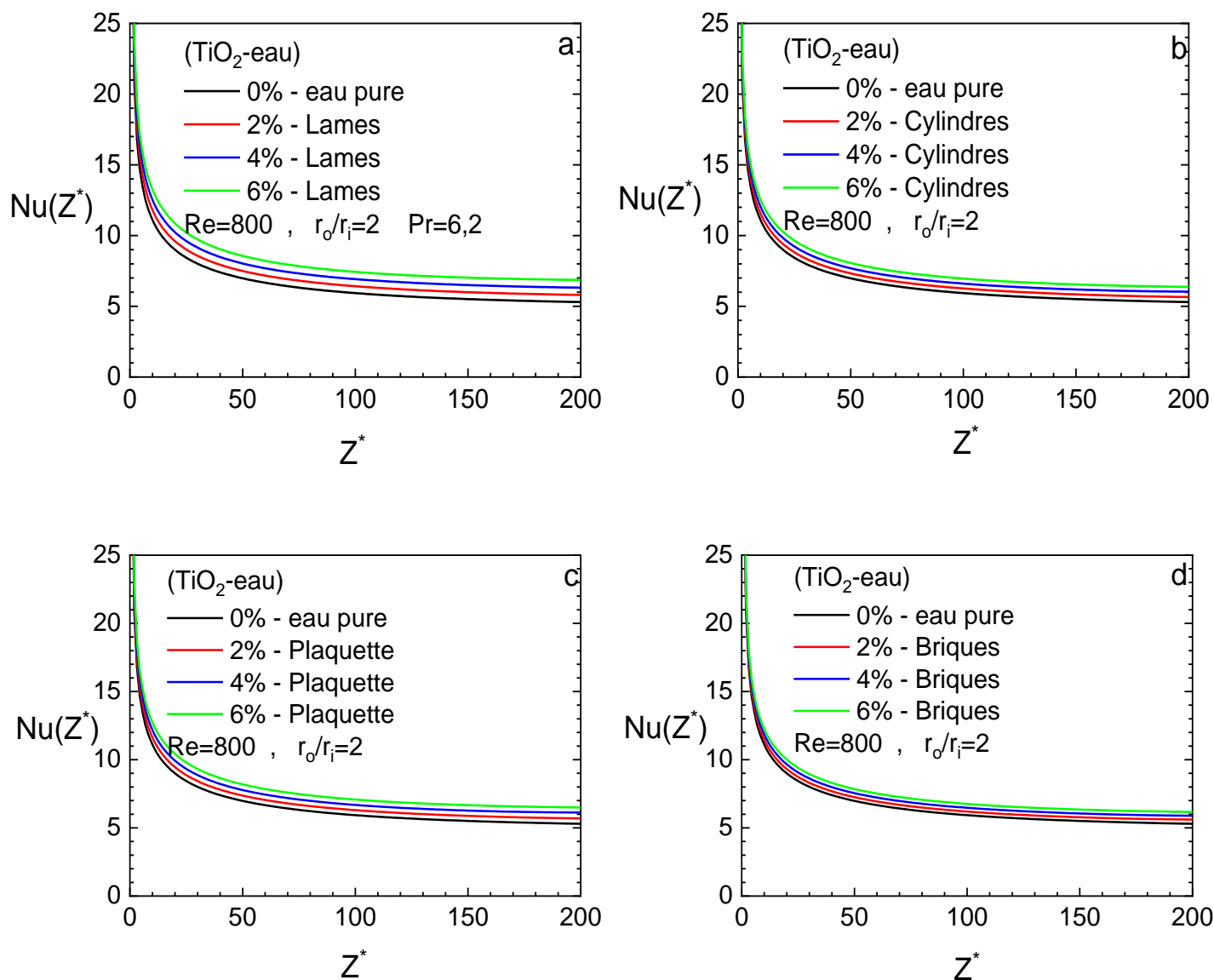
### IV.4.5 Le nombre de Nusselt

Les figures IV.48(a-b) - IV.51 (a-b) présentent le nombre de Nusselt axial le long du conduit annulaire des différentes formes (Lame, Cylindre, Plaquette et Brique) et différents types des matériels des nanoparticules ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{TiO}_2$ , Ag et CuO). En général, l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules augmente le nombre de Nusselt. Les résultats obtenus montrent que le nombre de Nusselt comme nous l'avons vu habituellement avec l'eau fluide de base où les nanoparticules sphériques a une valeur plus élevée à l'entrée du conduit, car la couche limite thermique est affectée par l'écoulement secondaire. Après, il subit une chute brusque, puis il se stabilise jusqu'à la sortie pour atteindre une valeur minimale. Le raisonnement est pour toutes les formes géométriques et les types des matériels des nanoparticules qui construisent les différents nanofluides ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ), ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ), (Ag/eau) et (CuO/eau).

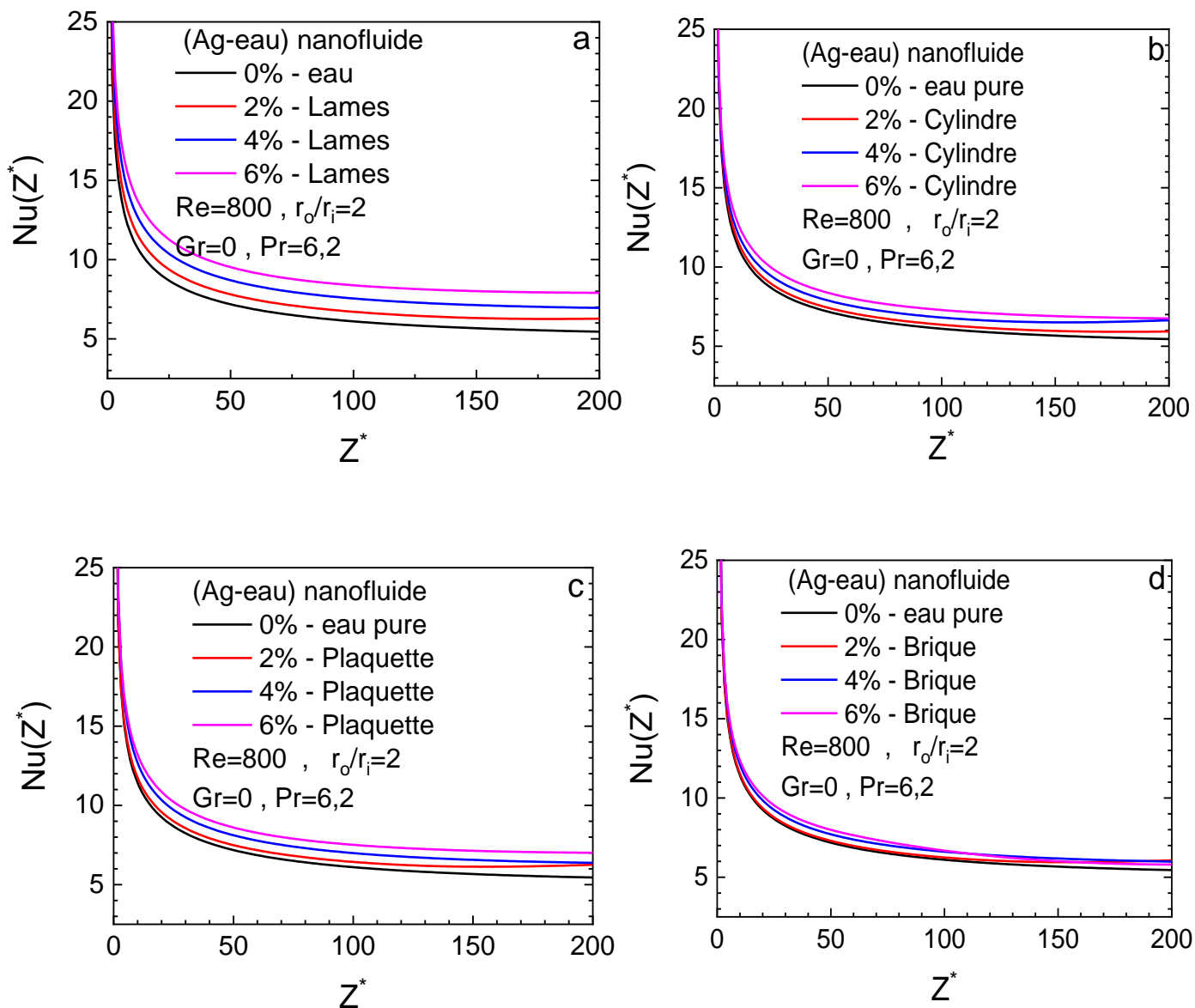
La comparaison du nombre de Nusselt entre les différentes formes des nanoparticules est illustrée dans la figure IV-52 (a-d) dont nous avons testé les quatre types des nanoparticules  $\text{Al}_2\text{O}_3$  et  $\text{TiO}_2$ , Ag et CuO. Nous avons remarqué que le nombre de Nusselt le plus haut est obtenu avec les nanoparticules de forme Lamé. Ce résultat est trouvé avec les deux différentes nanoparticules en raison de la grande conductivité thermique, suivi par la forme Plaquette, Cylindre et Brique. En outre, pour montrer l'influence du type du matériel sur le transfert thermique. La figure IV-53 (a-b) montre une comparaison entre les quatre formes des nanoparticules testées pour deux nanofluides ( $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{eau}$ ) et ( $\text{TiO}_2$ ), ainsi une autre comparaison entre les quatre nanoparticules avec la forme Lamé du nanoparticule que nous avons choisi. Nous avons constaté que la nanoparticule d'Argent Ag a le haut nombre de Nusselt à cause de sa grande conductivité thermique (voir tableau des propriétés thermophysiques) puis par la nanoparticule d'Oxyde d'aluminium  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , Oxyde de Cuivre CuO et en dernier lieu la nanoparticule d'Oxyde de Titane  $\text{TiO}_2$ .



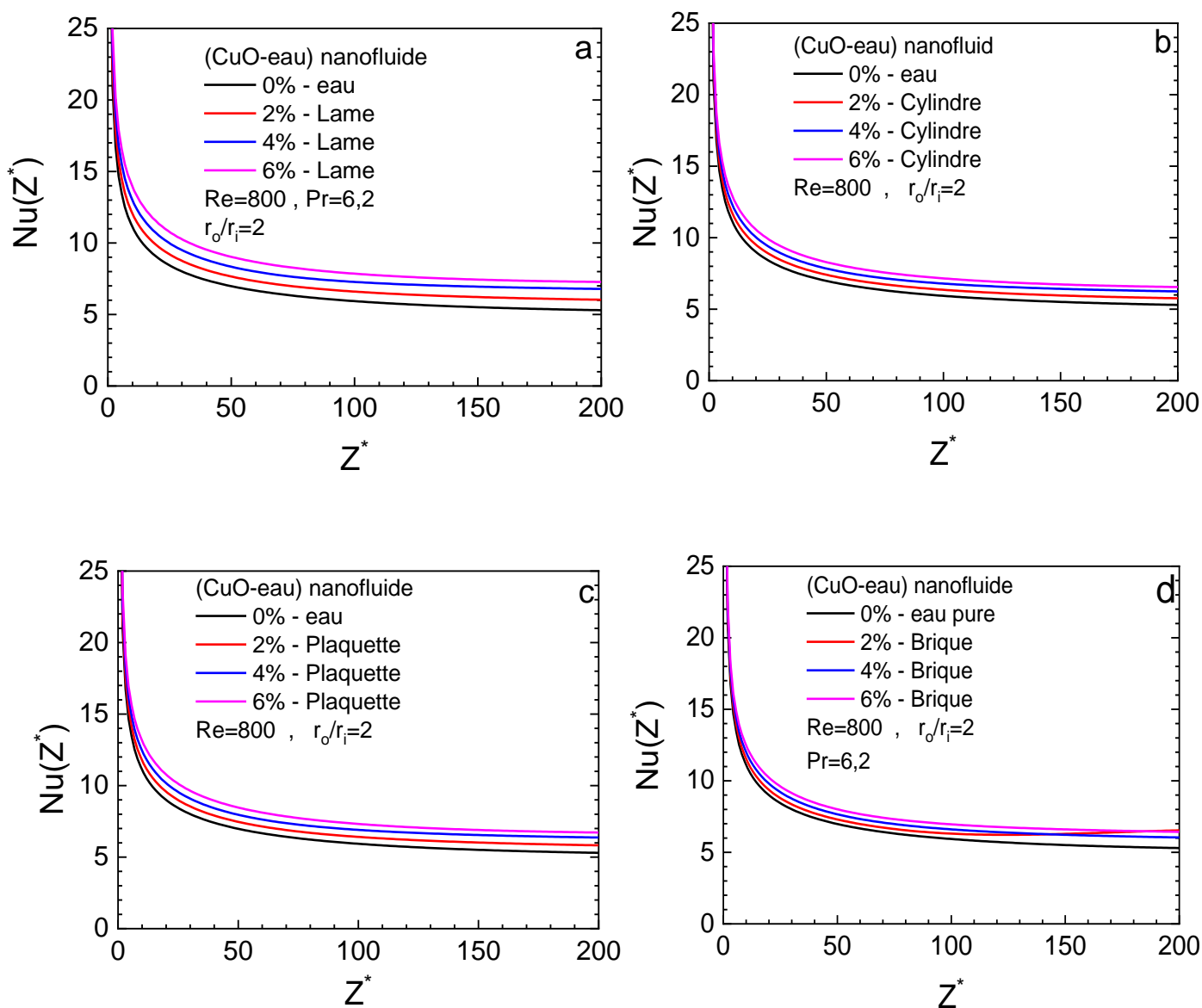
**Figure IV-48 :** Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide ( $Al_2O_3 / eau$ ) à différentes formes : a) Lamé, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique



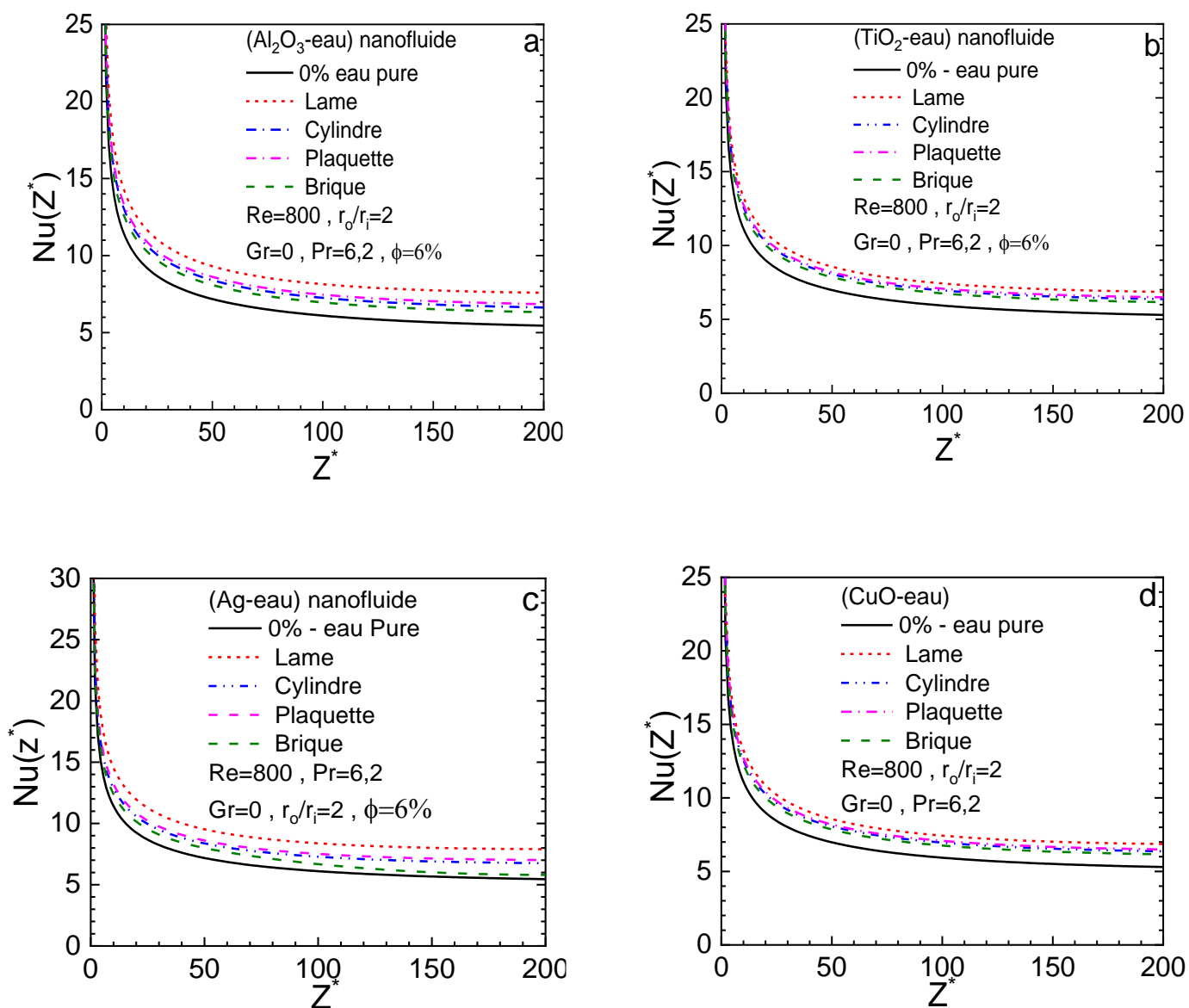
**Figure IV-49 :**Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide ( $TiO_2$  / eau) à différentes formes :  
 a) Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique



**Figure IV-50 :** Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide (Ag / eau) à différentes formes :  
 a)Lame, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique



**Figure IV-51 :** Évolution axiale du nombre de Nusselt pour différentes fractions volumiques du nanofluide (CuO / eau) à différentes formes :  
 a) Lamé, b) Cylindre, c) Plaquette, d) Brique



**Figure IV-52 :** Comparaison du nombre de Nusselt axial pour différentes formes des nanoparticules



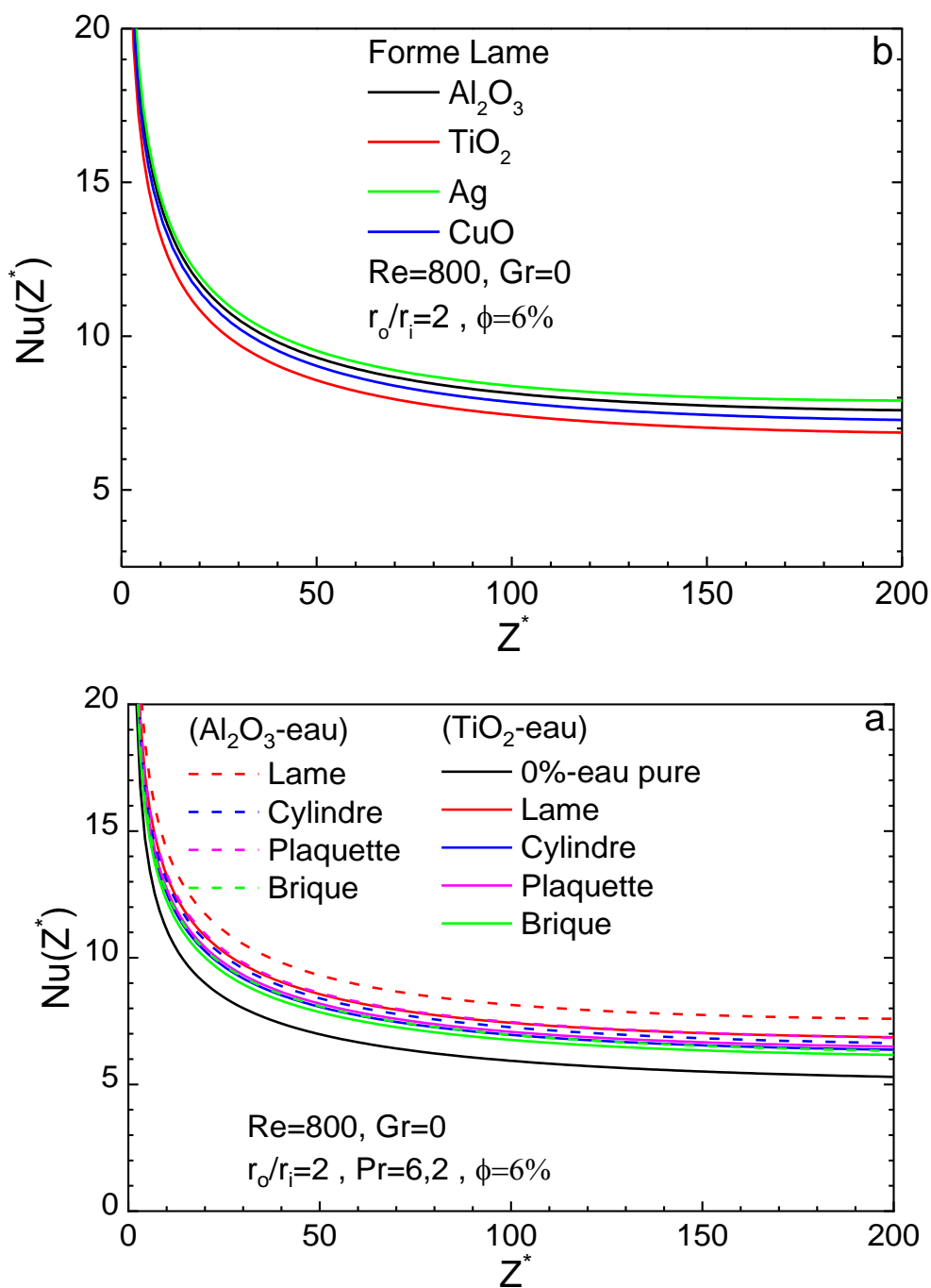


Figure IV-53 : Comparaison du nombre de Nusselt axial pour différents types des matériaux des nanoparticules à une fraction volumique 6%

#### IV.4.6 Le nombre de Nusselt moyen

La variation du nombre de Nusselt moyen des nanofluides (Ag-eau), (CuO-eau) est illustrée dans la figure IV-54(a-b). Le nombre de Nusselt moyen augmente avec

l'augmentation de la fraction volumique. La plus haute valeur du nombre de Nusselt moyen est trouvée avec la forme lame des nanoparticules puis la forme plaquettes, la forme cylindre et la forme brique. En général, le nombre de Nusselt augmente quand le gradient de température diminue. En plus, nous avons constaté dans **la figure IV-55**, que le nombre de Nusselt moyen est plus grand dans le cas du nanofluide (Ag/eau) et les nanoparticules de la forme lame comparé avec le nanofluide (CuO/eau).

Une corrélation basée sur les résultats numériques obtenus concernant la convection forcée dans un cylindre annulaire. Les paramètres de contrôle ; le nombre de Reynolds  $Re=800$ , le nombre de Grashof  $Gr=0$  et le rapport de Rayon  $r_o/r_i=2$  donnent le nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique et la forme des nanoparticules d'argent Ag et d'Oxyde de Cuivre CuO données comme suit:

$$Nu_{moy} = a + b\phi + c\phi^2 \tag{IV.3}$$

Où  $\phi$  est la fraction volumique, **le tableau IV-10** et **le tableau IV-11**, montrent les valeurs des constantes **a**, **b** et **c** de la corrélation pour chaque forme du nanoparticule.

**Tableau IV-10** : Constantes des différent formes du nanoparticule CuO/eau

Modèle	Plaquette	Cylindre	Lame	Brique
a	6.91805	6.9208	6.91814	6.92009
b	26.01333	22.0416	36.391	18.18038
c	15.68975	26.7788	15.544	5.42125
R <sup>2</sup> de la régression	0.999	0.9995	0.9995	0.999

**Tableau IV-11** : Constantes des différent formes du nanoparticule Ag/eau

Modèle	Plaquette	Cylindre	Lame	Brique
a	6.92005	6.91571	6.9181	6.91422
b	30.62271	25.9576	44.5353	21.94237
c	-30.25923	-19.6718	3.34778	-1.95104
R <sup>2</sup> de la régression	0.99984	0.99975	0.9995	0.99912

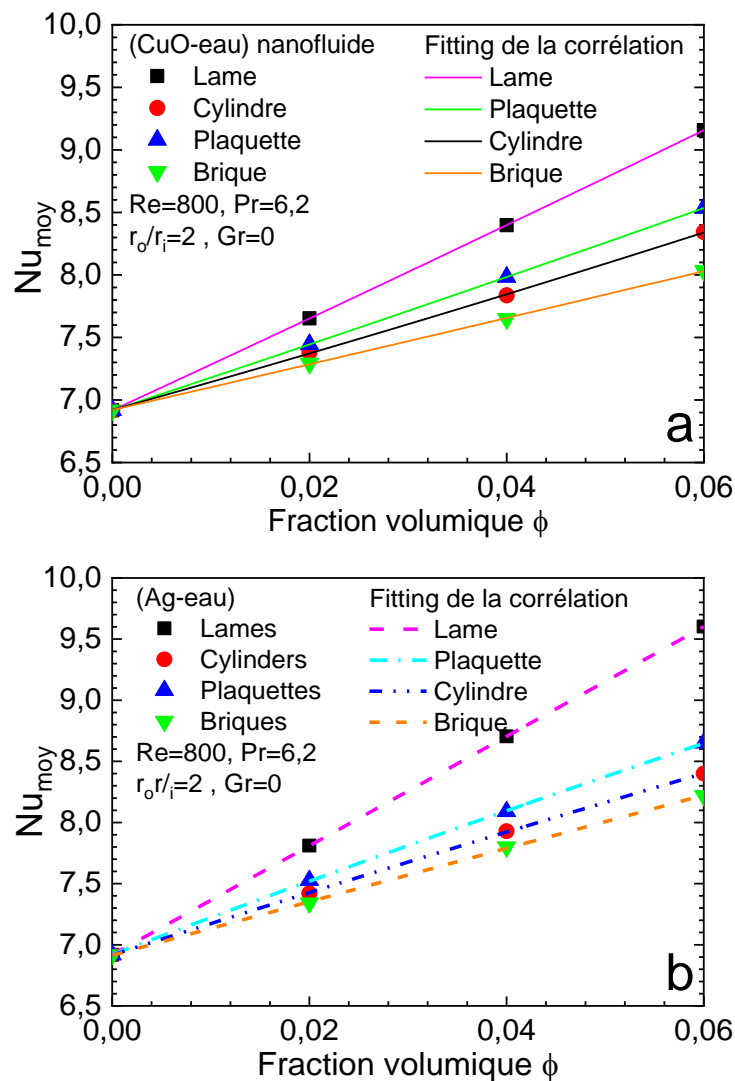


Figure IV-54 : Nombre de Nusselt moyen et le fitting corrélation des deux nanofluides (Ag / eau) et (Cu / eau)

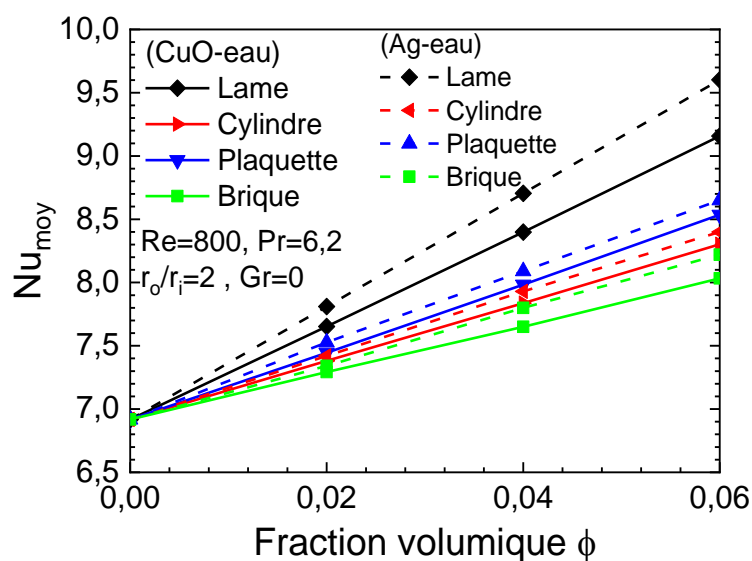


Figure IV-55 : Comparaison des nombres de Nusselt moyen entre le nanofluides (Ag / eau) et le nanofluides (CuO / eau)

### IV.4.7 Amélioration du transfert thermique

Pour comparer le transfert thermique des nanofluides par rapport à l'eau fluide de base, l'amélioration du transfert thermique peut être obtenue à partir de l'équation IV.1. Les valeurs de l'amélioration pour les fractions volumiques allant de 2% jusqu'au 6% pour les deux nanofluides (CuO/eau) (voir tableau IV-12) et (Ag/eau) (voir tableau IV-13). Nous confirmons que le nanofluide (Ag/eau) améliore le transfert thermique mieux que le nanofluide (CuO/eau). L'amélioration optimale du transfert thermique se trouve avec les nanoparticules de la forme Lame à titre d'exemple 38.8% pour une fraction volumique 6%, suivi par les formes Plaquette puis Cylindre et la forme Brique à la dernière classe.

**Tableau IV-12 :** Amélioration du transfert thermique (%) du nanofluide (CuO/eau)

Fraction volumique $\phi$	Lame	Cylindre	Plaquette	Brique
2%	10,6	6,7	7,6	5,4
4%	21,4	13,3	15,4	10,6
6%	32,4	20	23,4	16,1

**Tableau IV-13 :** Amélioration du transfert thermique (%) du nanofluide (Ag/eau)

Fraction volumique $\phi$	Lame	Cylindre	Plaquette	Brique
2%	12,9	7,3	8,8	6,12
4%	25,8	14,6	16,9	12,8
6%	38,8	21,4	25	18,8

### IV.5 Convection mixte des nanofluides (TiO<sub>2</sub>/eau) et (Ag/eau)

La convection mixte est différent de celui de la convection forcée dans le cas d'un écoulement laminaire spécialement lorsque le nombre de Grashof est relativement élevé, autrement dit, lorsque la force de flottabilité thermique est assez importante nous ne pouvons pas la négligée. L'écoulement de la convection mixte, c'est-à-dire un couplage entre les deux modes de convection naturelle et forcée où le champ thermique est couplé et précisé par les équations (II.12-II.15) du modèle mathématique. Le changement integral de la structure du champs thermique et dynamiques de l'écoulement dûe aux deux composantes radiale et azimutale de la force de flottabilité. Ces composantes induisent un écoulement secondaire

dans un plan d'une section droite du conduit annulaire. La raison de la présence de la force de flottabilité est le gradient de température (du flux de chaleur constant imposé sur le cylindre extérieur) dans la section droite du conduit. Donc, l'écoulement axial est toujours accompagné par l'écoulement secondaire avec deux composantes de vitesses radiale et azimutale. Alors, l'écoulement principal de la convection mixte devient un écoulement de trois directions avec trois composantes de vitesse ( $u^*$ ,  $v^*$  et  $w^*$ ), ainsi que chaque vitesse dépend des trois coordonnées spatiales ( $r^*$ ,  $\theta$  et  $z^*$ ).

Pour étudier l'effet de la concentration, le type de nanoparticule et le nombre de Grashof  $Gr$  dans cette section nous avons considéré les trois cas de convection mixte, avec les trois nombres de Grashof  $Gr$  ( $5 \times 10^5$ ,  $7.5 \times 10^5$  et  $10^6$ ), sachant que l'intensité de l'écoulement secondaire (induit par la flottabilité thermique) augmente avec le nombre de Grashof. Différentes fractions volumiques allant de 2% jusqu'à 6%. D'après l'étude des nanofluides que nous avons faite dans les parties précédentes, nous avons choisi deux nanofluides seulement, qui sont, un pour une nanoparticule type métallique (Ag/eau) à haute conductivité thermique et l'autre de type céramique de basse conductivité thermique ( $TiO_2$ /eau). Il faut bien noter que l'amélioration du maillage à  $52 \times 45 \times 162$  donne une meilleure présentation graphique surtout lorsque il s'agit d'une présentation des vecteurs de l'écoulement secondaire.

#### IV.5.1 Cas du nombre de Grashof $Gr=5 \times 10^5$

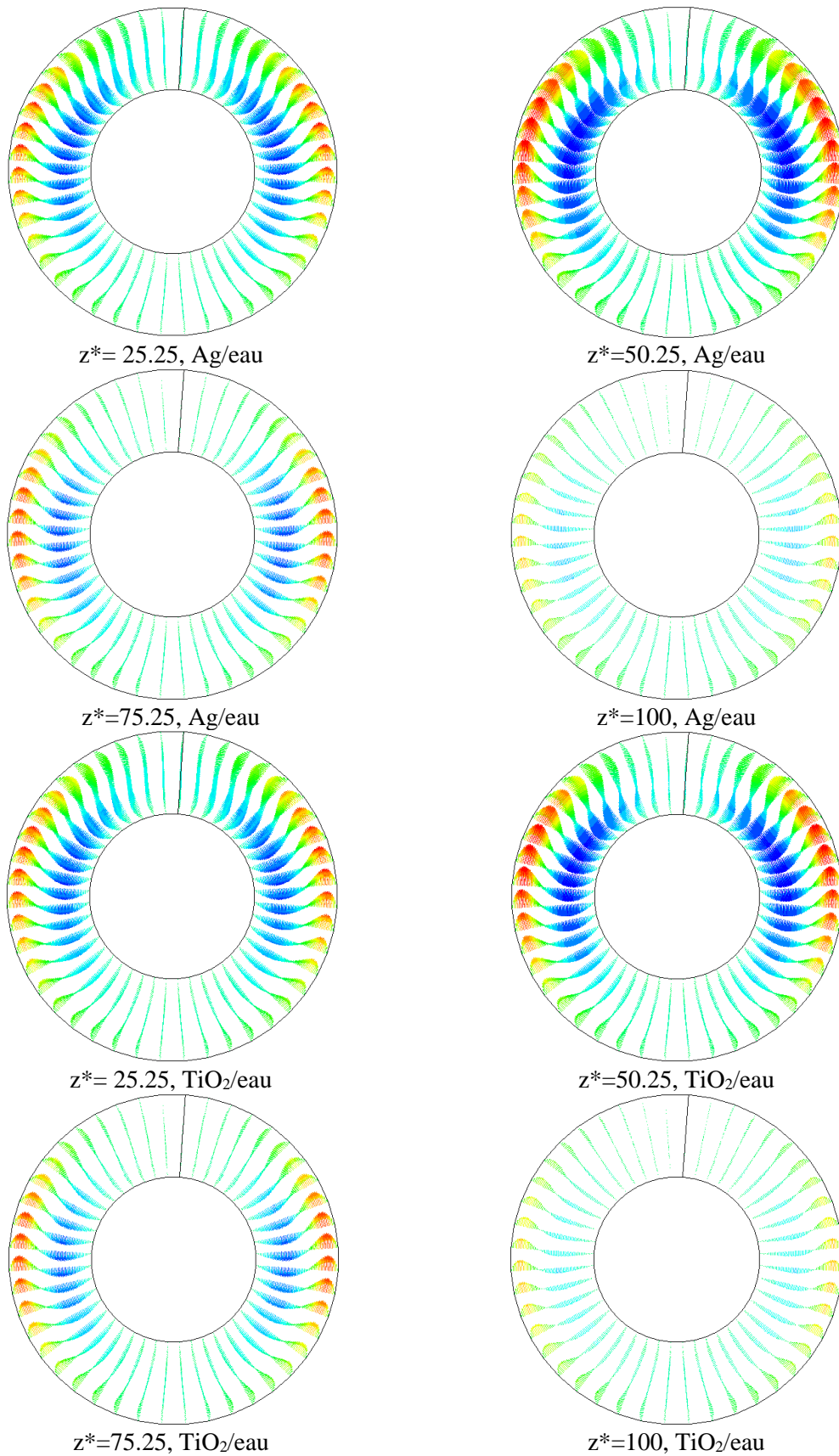
Dans ce cas de convection mixte, avec une convection naturelle et forcée relativement importantes, représentant une perturbation significative de l'écoulement de la convection forcée. Plus tard, nous démontrerons que le transfert thermique quantifié par le nombre de Nusselt a une augmentation importante par rapport à la convection purement forcée.

##### a. L'écoulement secondaire

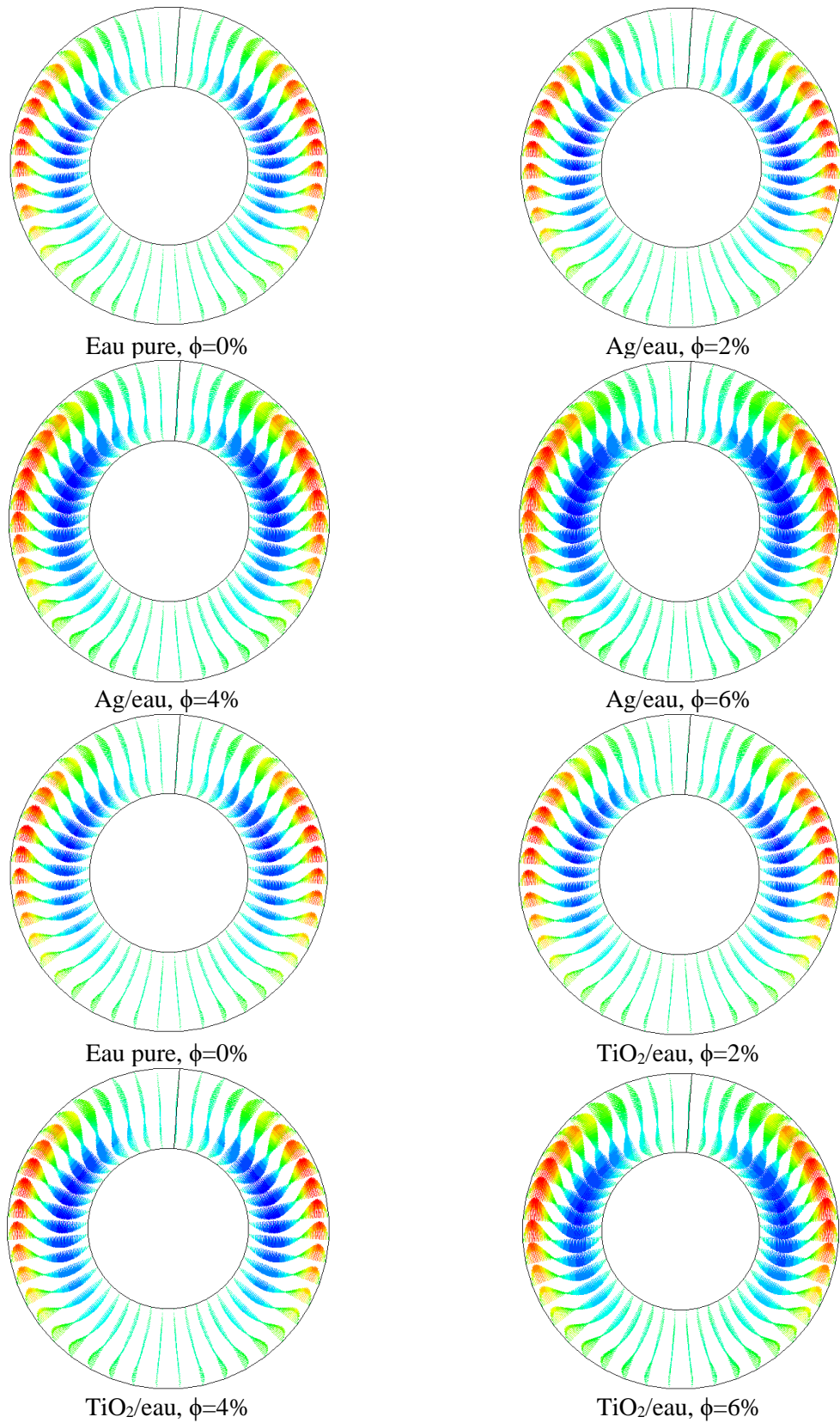
A l'entrée du conduit le nanofluide a une température constante, l'écoulement secondaire est inexistant. Juste après le flux de chaleur imposé sur la paroi du cylindre extérieur dégage une chaleur qui cause un gradient de température radial de haut vers le bas en direction du cylindre intérieur, où le nanofluide chaud se trouve au voisinage du cylindre extérieur et le nanofluide relativement froid est près du cylindre intérieur. Pour un nombre de Grashof donné, dans un plan transversal ( $r^*$ ,  $\theta$ ) le mouvement du nanofluide (mouvement irrégulier des nanoparticules) crée par le gradient de température donne le phénomène de tel sort que, le nanofluide chaud (nanoparticule à température élevée) monte du cylindre intérieur

vers le cylindre extérieur le long du bas du conduit ( $\theta=\pi$ ) vers le haut ( $\theta=0$ ), puis il redescend vers le bas le long du cylindre intérieur. Donc, nous avons constatons que le mouvement irrégulier des nanoparticules augmente le transport d'énergie tout au long de l'écoulement. Il est clair que ce mouvement crée deux cellules contrarotatives identiques. Ces deux cellules se déplacent de haut (près du cylindre extérieur) vers le bas (près du cylindre intérieur) le long de la direction axial. Nous avons remarqué aussi qu'à partir de la position axiale  $z^*=50.25$ , l'intensité de l'écoulement secondaire diminue jusqu'à la sortie. Pour le cas de Grashof  $5 \times 10^5$ , l'écoulement secondaire s'intensifie rapidement en aboutissant une valeur maximale égale à  $w_{\max}^* = 6.99 \times 10^{-2}$  situé à  $z^* = 31.5625$ ,  $r^* = 0.935$ ,  $\theta = 1.3566$ . Ensuite, nous avons constaté que l'intensité de l'écoulement secondaire diminue et devient faible à la sortie du conduit avec le maximum  $w_{\max}^* = 4.29 \times 10^{-2}$  à la position  $z^* = 100$ ,  $r^* = 0.945$ ,  $\theta = 4.64$ . **La figure IV-56**, présente le vecteur de l'écoulement secondaire pour les deux cas du nanofluide (Ag/eau) et (TiO<sub>2</sub>/eau) en quatre positions choisies ( $z^*=25.25$ ,  $z^*=50.25$ ,  $z^*=75.25$  et  $z^*=100$ ).

**La figure IV-57**, présente l'effet de la fraction volumique sur l'écoulement secondaire. Nous pouvons dire qu'il existe une petite différence sur l'écoulement secondaire lorsque nous augmentons la fraction volumique du nanofluide. Pour un nombre de Grashof  $Gr$  donné le mouvement irrégulier des nanoparticules augmente le transport d'énergie tout au long de l'écoulement. Par conséquent, l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules augmente également l'écoulement secondaire. Alors, la fraction volumique des nanoparticules élevée, un flux de chaleur plus élevé est nécessaire pour lequel le nombre de Grashof reste constant. En général, les nanoparticules augmentent légèrement l'intensité de l'écoulement secondaire. Cependant, la structure de l'écoulement secondaire ne se modifie pas de manière significative.



**Figure IV-56 :** Développement de l'écoulement secondaire dans des positions axiales pour le cas du nanofluide (Ag / eau) et (TiO<sub>2</sub> / eau),  $\phi = 4\%$ ,  $Gr = 5 \times 10^5$   
 a)  $z^* = 25.25$ , b)  $z^* = 50.25$ , c)  $z^* = 75.25$  et d)  $z^* = 100$

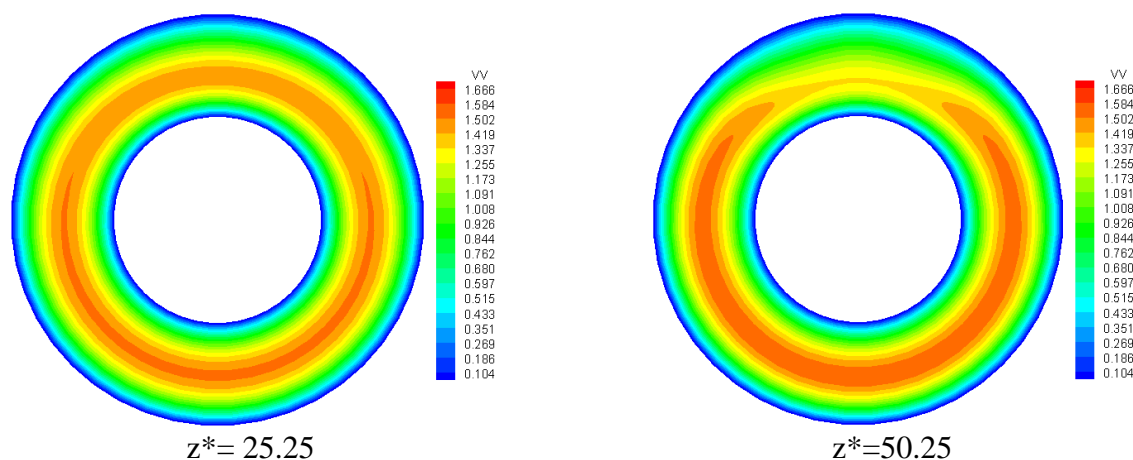


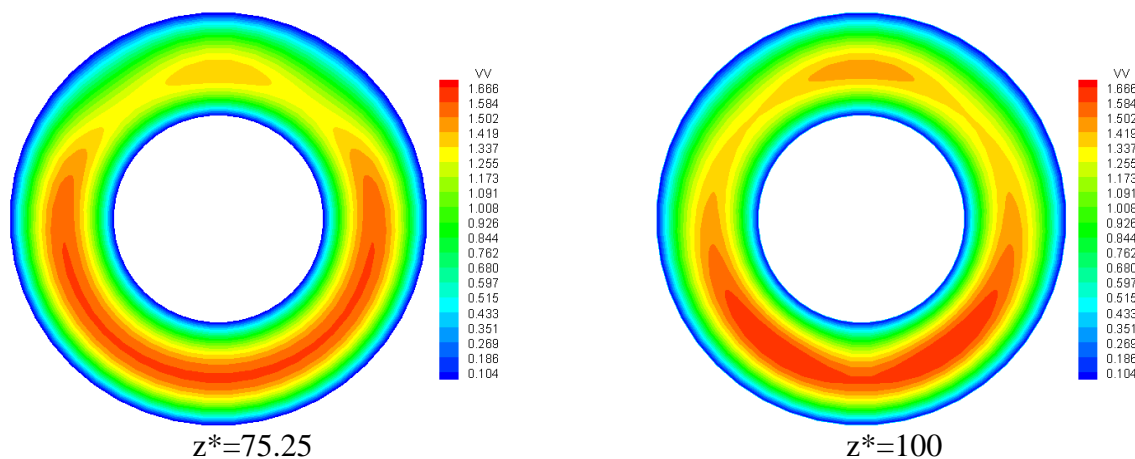
**Figure IV-57** : Développement de l'écoulement secondaire dans la position axiale  $z^*=50.25$  pour le cas du nanofluide (Ag / eau) et (TiO<sub>2</sub> / eau)  $Gr = 5 \times 10^5$ .



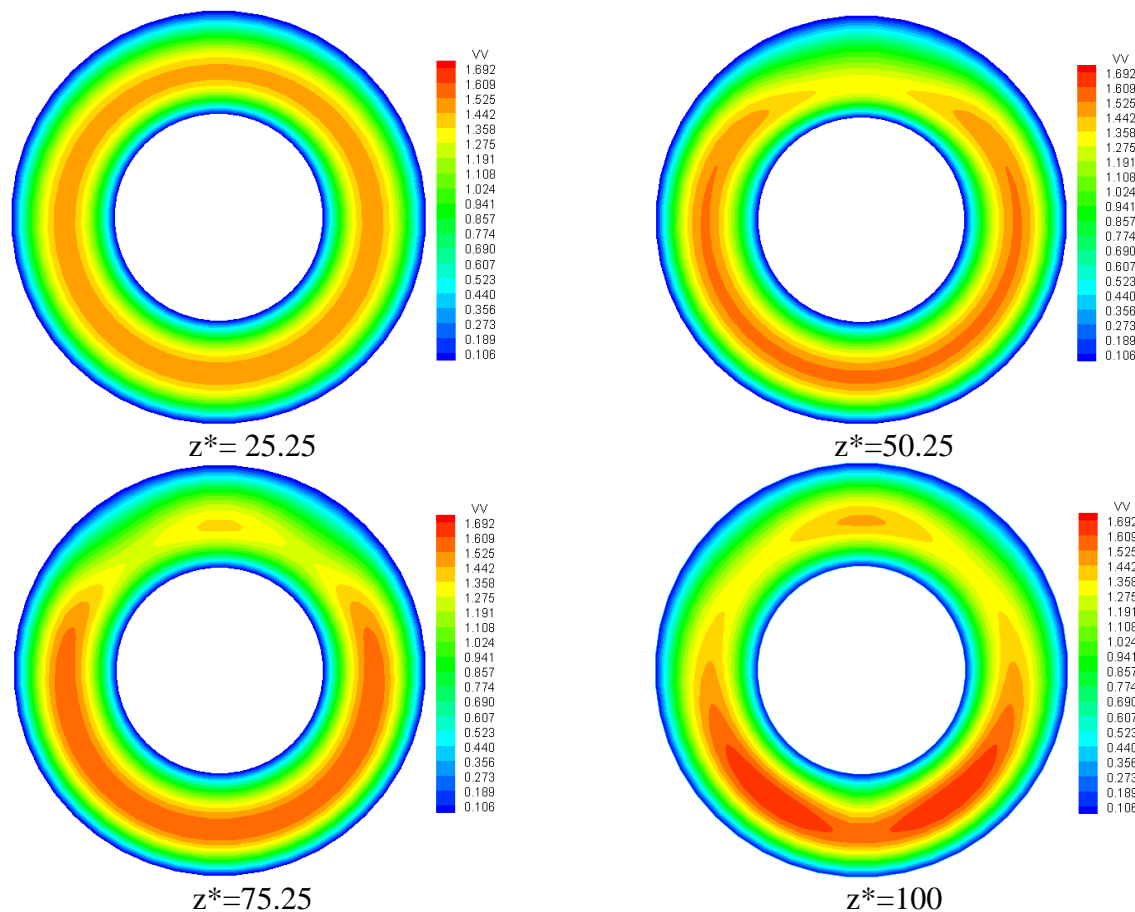
### b. L'écoulement axial

A l'entrée de l'espace annulaire l'écoulement axial débute une vitesse constante. L'évolution axiale de la vitesse axiale pour l'eau pure et les deux nanofluides (Ag/eau) et (TiO<sub>2</sub>/eau) aux différentes positions choisies ( $z^* = 25.25$ ,  $z^* = 50.25$ ,  $z^* = 75.25$  et  $z^* = 100$ ) pour une fraction volumique choisie 4% sont présentés dans **les figures IV.58-IV.60**. La distribution de la vitesse axiale révèle une symétrie par rapport à l'axe vertical qui est conservé. Qualitativement sont similaires aux distributions que nous avons observé dans le cas du convection forcée (première partie). Quantitativement, nous avons remarqué que les distributions sont différentes à celles de la convection forcée totalement établie. Il est évident que le déplacement du maximum de vitesse vers le haut en direction du cylindre extérieur. Aussi une déformation remarquable sur les iso-vitesses. Le maximum de la vitesse axiale (sur une section droite) augmente légèrement suivant la direction axiale. Le maximum de la vitesse axiale sur une section droite pour le cas de l'eau pure  $v_{\max}^* = 1.666$  se localise à la position pour ( $r^* = 0.775$ ,  $z^* = 89.06$  et  $\theta = 3.927$ ), pour le cas du nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) à 4% fraction volumique  $v_{\max}^* = 1.662$  qui se localise à la position ( $r^* = 0.775$ ,  $z^* = 89.69$  et  $\theta = 3.927$ ) et pour le nanofluide (Ag/eau) le maximum de vitesse et légèrement augmenté  $v_{\max}^* = 1.692$  et localisé ( $r^* = 0.775$ ,  $z^* = 99.06$  et  $\theta = 3.927$ ). Nous pouvons dire qu'à partir de ces positions la vitesse maximale se situe toujours près de la sortie du conduit. Nous avons constaté aussi que sur une section droite, l'écoulement secondaire tend à réduire le niveau de la vitesse axiale en haut et à l'augmenter en bas de la section en conservant le débit à travers la section. Une distorsion de la symétrie de l'écoulement axial a été remarqué aussi par rapport à un plan horizontal, résultat qui n'a pas été vu dans le cas de la convection purement forcée.

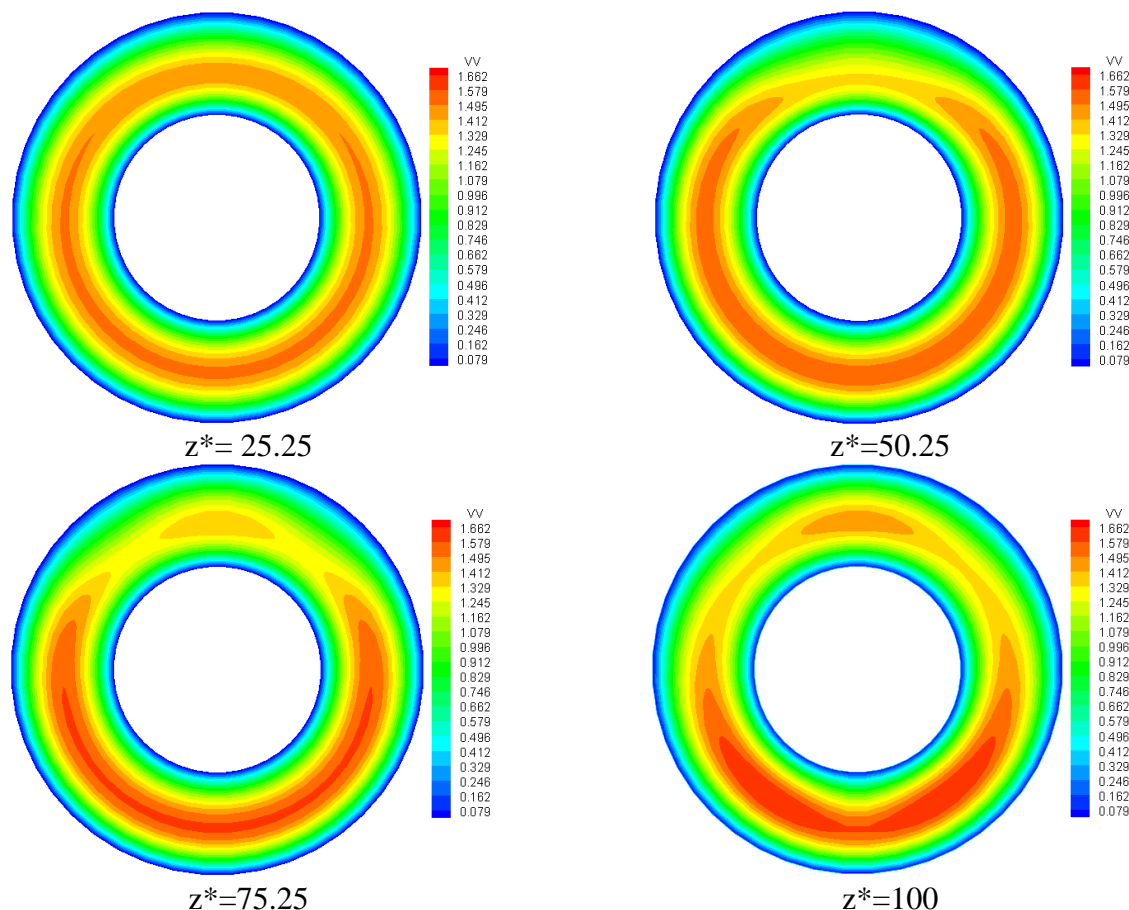




**Figure IV-58 :** Distribution polaire de la vitesse axiale en positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ;  $Gr = 5 \times 10^5$   
 a)  $z^* = 25.25$ , b)  $z^* = 50.25$ , c)  $z^* = 75.25$  et d)  $z^* = 100$



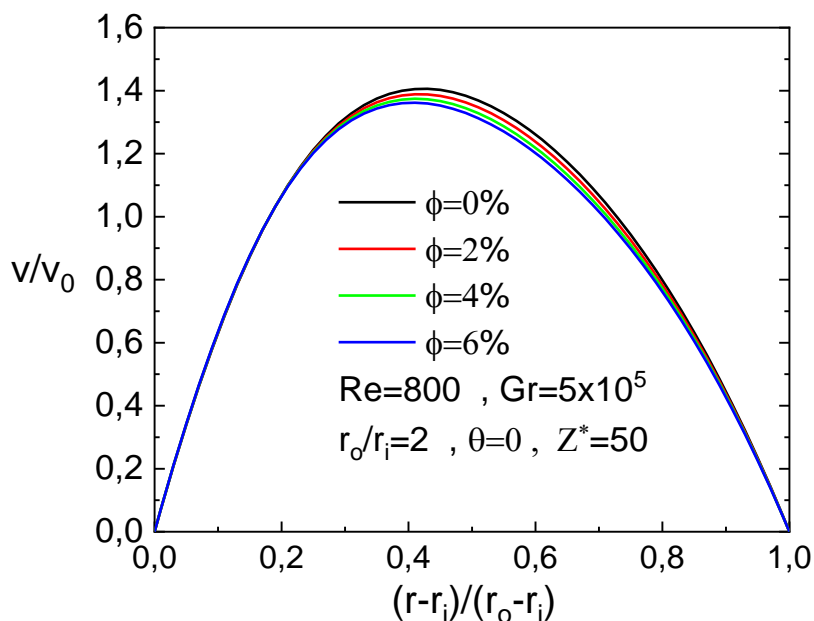
**Figure IV-59 :** Distribution polaire de la vitesse axiale en positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (Ag / eau),  $\phi=4\%$  et  $Gr = 5 \times 10^5$   
 a)  $z^* = 25.25$ , b)  $z^* = 50.25$ , c)  $z^* = 75.25$  et d)  $z^* = 100$



**Figure IV-60 :** Distribution polaire de la vitesse axiale en positions axiales choisies pour le cas de nanofluide ( $\text{TiO}_2$  / eau),  $\phi=4\%$  et  $\text{Gr} = 5 \times 10^5$   
 a)  $z^* = 25.25$ , b)  $z^* = 50.25$ , c)  $z^* = 75.25$  et d)  $z^* = 100$

### c. Vitesse axiale suivant la direction radiale

La vitesse axiale à la direction radiale à la position  $z^* = 50.25$  est présentée dans la **figure IV-61**. Nous avons remarqué que l'augmentation de la fraction volumique crée un léger changement sur la vitesse axiale suivant la direction radiale où le maximum de vitesse diminue. Il convient de noter que la variation de la fraction volumique des nanoparticules change les propriétés thermophysiques du nanofluide et pour maintenir un nombre de Reynolds constant, la vitesse à l'entrée devrait être modifiée.



**Figure IV-61 :** Évolution axiale de la vitesse axiale dans la direction radiale du nanofluide (Ag / eau) pour le cas de  $Gr = 5 \times 10^5$

#### d. Le champ thermique

L'écoulement secondaire a un effet important sur la perturbation de l'écoulement axiale. Mais son effet sur le champ thermique est très visible. Le mouvement de l'écoulement secondaire sur le plan  $(r^*, \theta)$  déplace le nanofluide chaud vers le haut et le nanofluide relativement froid vers le bas. Ce déplacement laisse une brisure du champ thermique par rapport au plan horizontal. La température maximale est localisée en haut près du paroi chaude (cylindre extérieur) (voir le **tableau IV-14**). Les variations radiale et azimutale du champ thermique de l'eau pure et des deux nanofluides (Ag/eau) et ( $TiO_2$ /eau) à une fraction volumique égale 4%, à quatre positions axiales choisies ( $z^* = 25.25$ ,  $z^* = 50.25$ ,  $z^* = 75.25$  et  $z^* = 100$ ), sont présentées dans les **figures IV.62 - IV.64**. La comparaison de ces figures avec celles que nous avons trouvées dans le cas de la convection forcée **figure IV-11 et IV.12**. Nous pouvons distinguer une différence qualitative et quantitative des champs thermiques de la convection mixte avec un nombre de Grashof considéré et celle de la convection forcée. Le maximum de température est augmentée dans le cas de la convection mixte comparé avec le maximum de température dans le cas de la convection forcée (voir le **tableau IV-14**). La température moyenne, dans ce cas de convection mixte pour Grashof  $Gr = 5 \times 10^5$ , la **figure IV-65 a** présente l'évolution axiale de la température moyenne du nanofluide (Ag/eau) pour différentes fractions volumiques 0%, 2%, 4% et 6%, cette figure illustre, qualitativement similarité à celui du cas de la convection forcée  $Gr=0$  (voir **figure IV-14**). Mais,

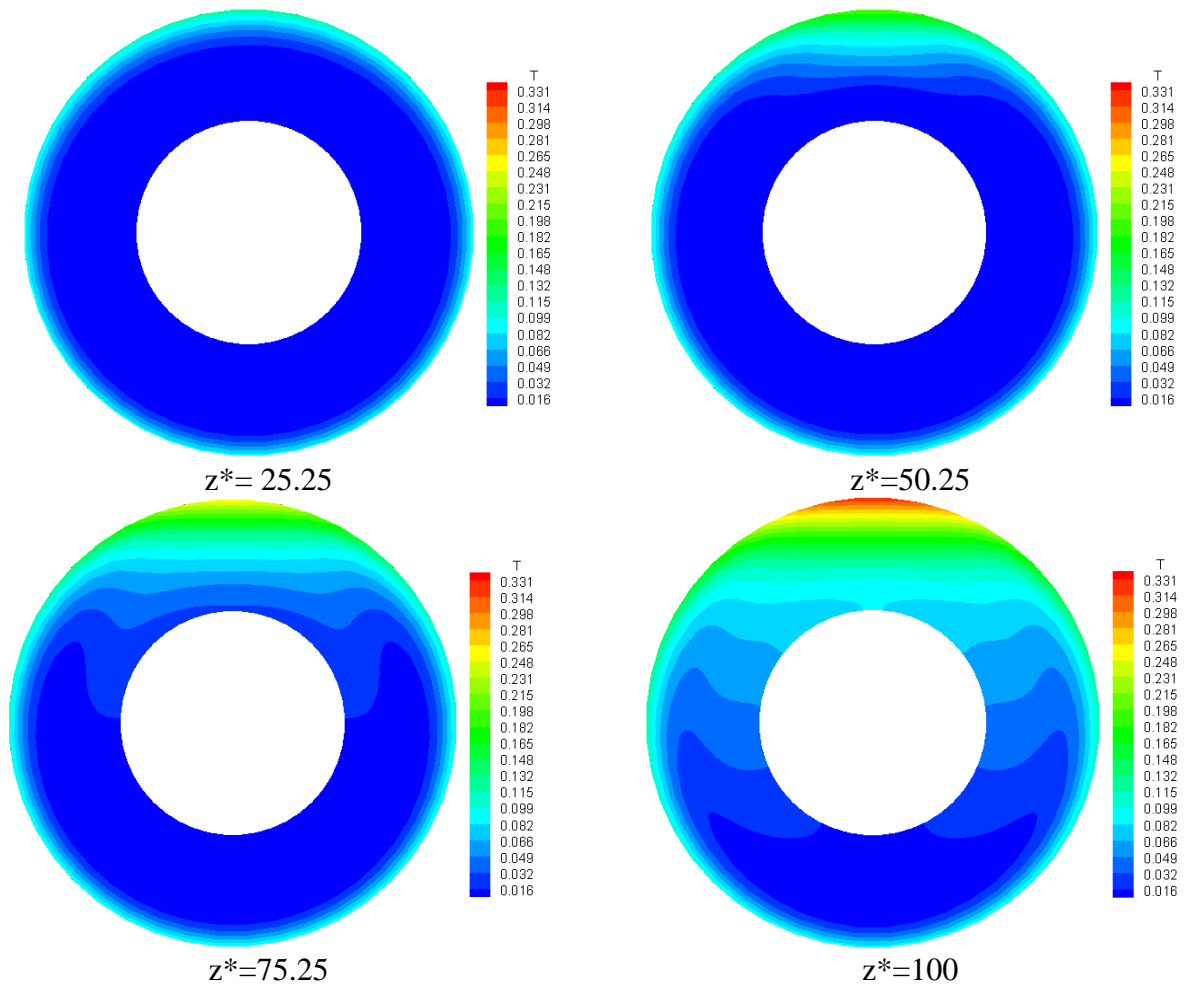
quantitativement sont différentes. La température moyenne augmente linéairement avec l'augmentation de la fraction volumique de l'entrée jusqu'à la sortie du conduit. La température moyenne maximale à la sortie du conduit est, 0.109, 0.116, 0.124 et 0.132 pour les concentrations des nanoparticules 0, 2, 4 et 6% respectivement. Pour voir une meilleure comparaison entre l'eau fluide de base et les deux nanofluides étudiés (Ag/eau) et (TiO<sub>2</sub>/eau), **la figure IV-65 b**, illustre l'évolution axiale de la température moyenne, cette figure montre que le nanofluide (Ag/eau) a la plus haute température moyenne, puis le nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) et l'eau en dernier lieu.

Dans **la figure IV-66**, pour une fraction volumique 4% dans le cas du  $Gr=5 \times 10^5$  que l'écart entre les températures de la paroi à la sortie du conduit à la position angulaire  $\theta=0$  et  $\theta=\pi$  est plus grand par rapport au cas du nombre de Grashof  $Gr=10^5$ , aussi la température de la paroi à la position angulaire  $\theta=\pi$  s'approche beaucoup de la température moyenne dans le cas du nombre de Grashof  $Gr=5 \times 10^5$ .

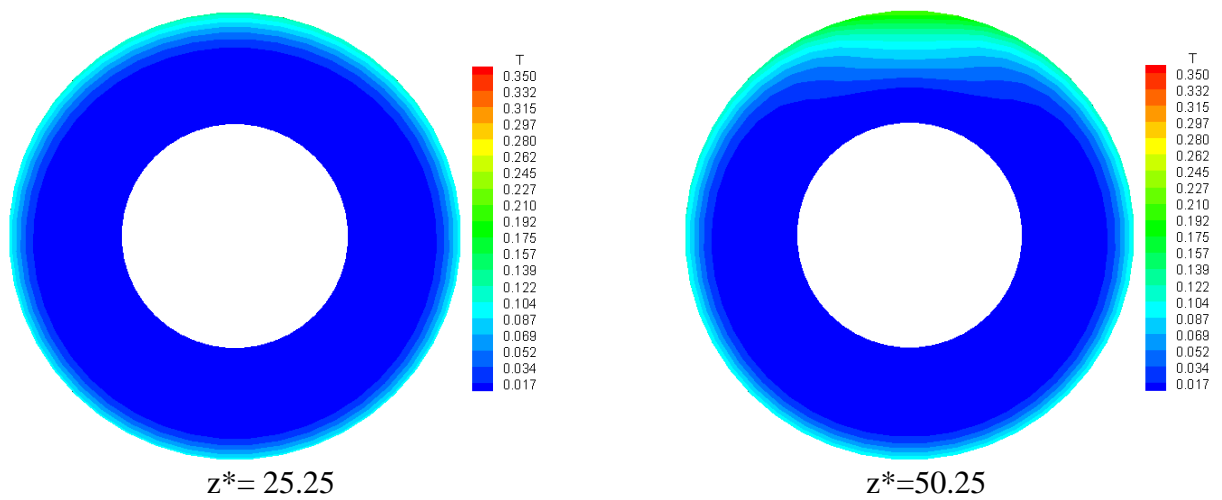
A partir de ces résultats nous concluons que la température du nanofluide (Ag/eau) est plus grande que celle du nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) et l'eau pure.

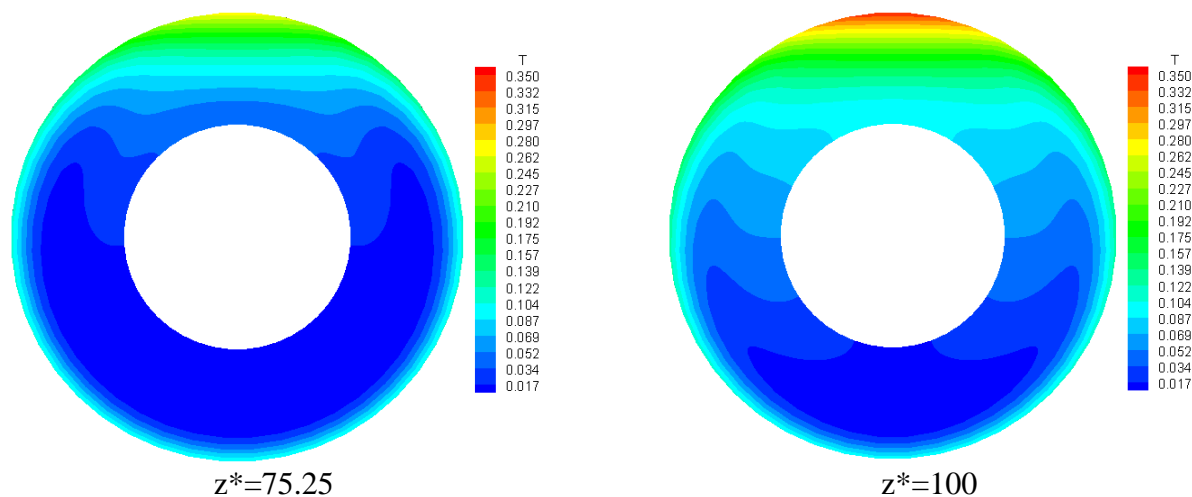
**Tableau IV-14** : La température maximale et sa position polaire

Position axiale et position polaire	La Température maximale $T_{max}^*$		
	Eau pure	Ag/eau	TiO <sub>2</sub> /eau
$Z^*=100$	Convection forcée		
	0.2974	0.315	0.312
	$(r^*=1, \forall \theta)$	$(r^*=1, \forall \theta)$	$(r^*=1, \forall \theta)$
	Convection mixte		
	0.331	0.350	0.345
	$(r^*=1, \theta=0)$	$(r^*=1, \theta=0)$	$(r^*=1, \theta=0)$

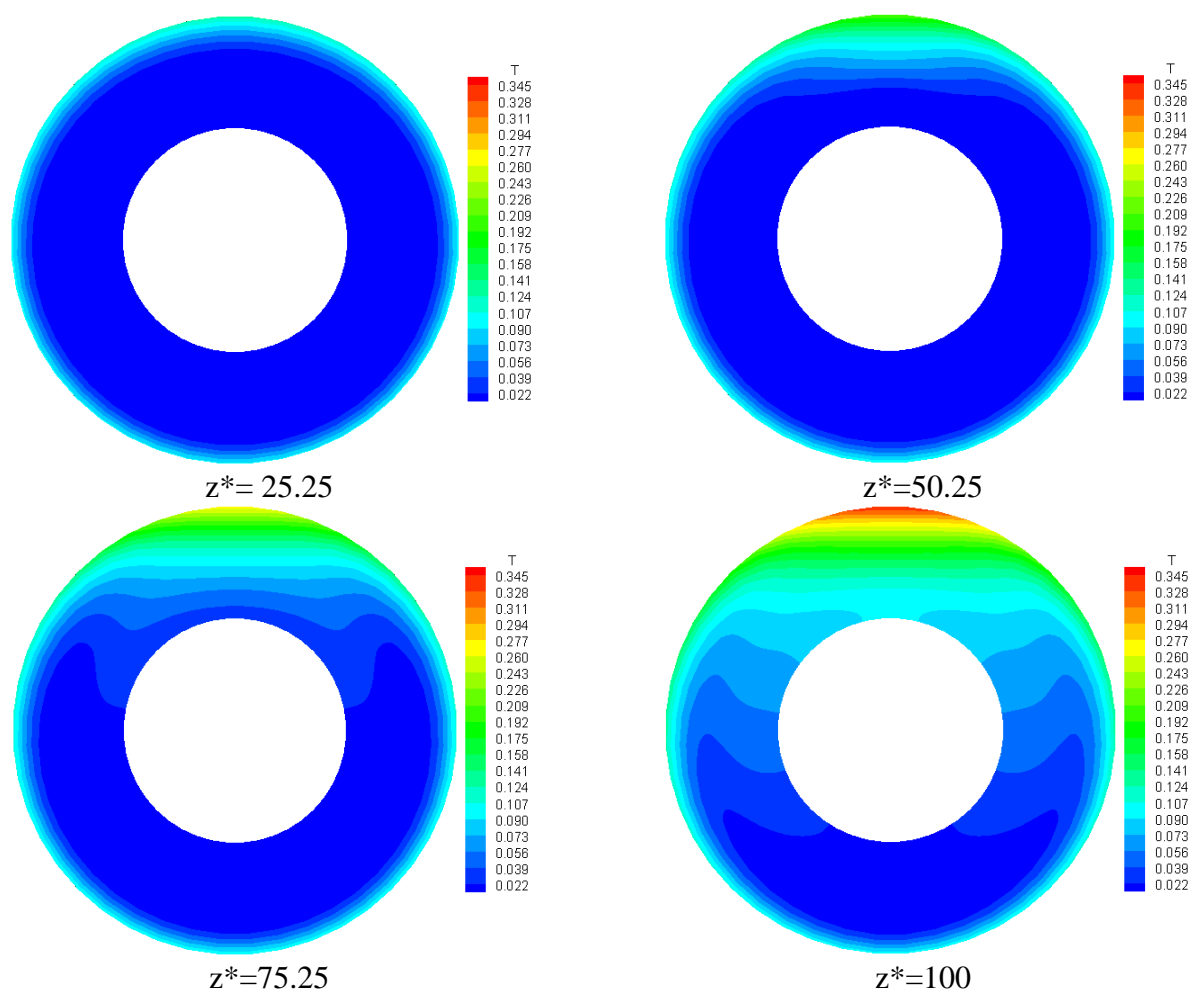


**Figure IV-62 :** Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ;  $Gr = 5 \times 10^5$   
 a)  $z^* = 25.25$ , b)  $z^* = 50.25$ , c)  $z^* = 75.25$  et d)  $z^* = 100$





**Figure IV-63 :** Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (Ag / eau),  $\phi=4\%$  et  $Gr = 5 \times 10^5$  a)  $z^* = 25.25$ , b)  $z^* = 50.25$ , c)  $z^* = 75.25$  et d)  $z^* = 100$



**Figure IV-64 :** Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau),  $\phi=4\%$  et  $Gr = 5 \times 10^5$  a)  $z^* = 25.25$ , b)  $z^* = 50.25$ , c)  $z^* = 75.25$  et d)  $z^* = 100$

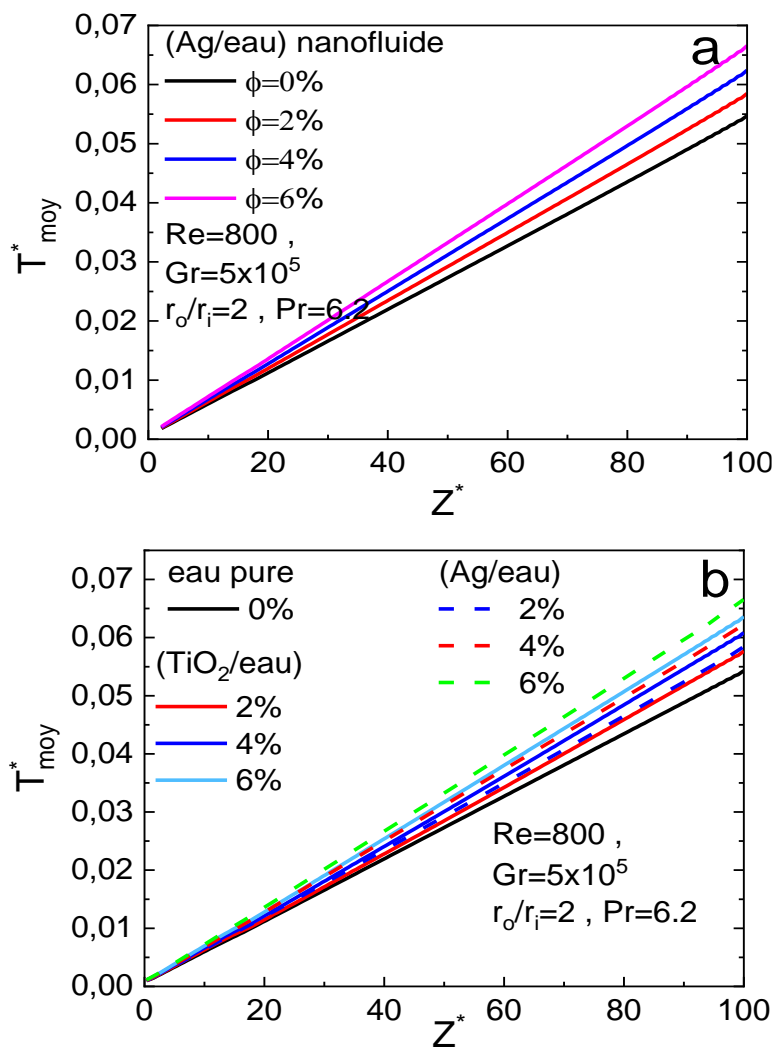


Figure IV-65 : évolution axiale de la température moyenne du nanofluide  
 a) (Ag / eau), b) (Ag / eau) et (TiO<sub>2</sub> / eau)

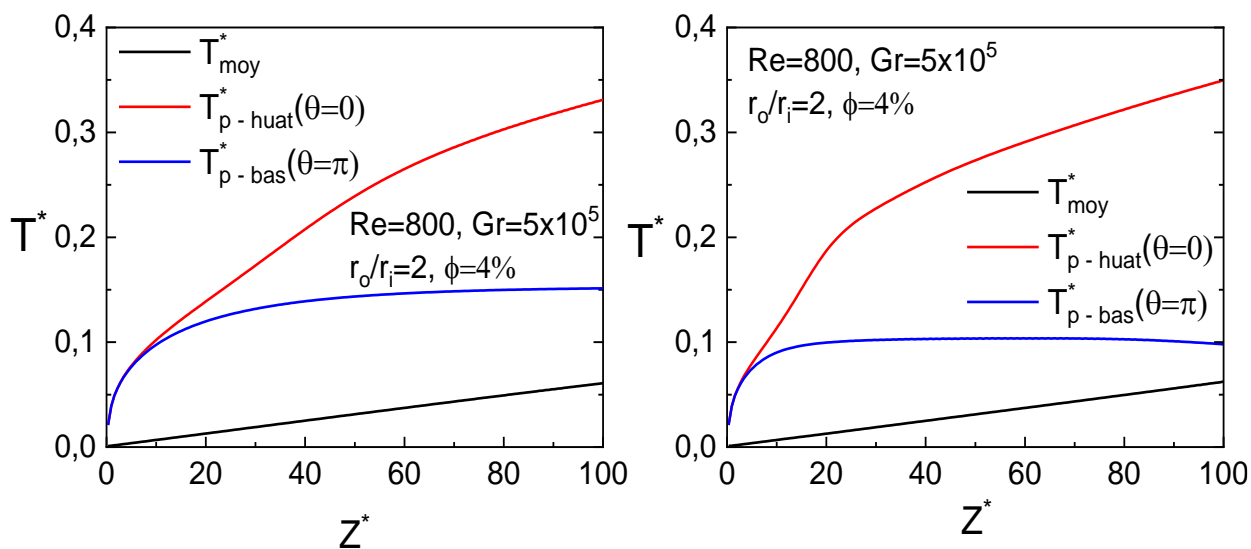


Figure IV-66 : Évolution axiale de la température de paroi à deux positions angulaires  $\theta=0$  et  $\theta=\pi$ , pour deux nombres de Grashof et  $\phi=4\%$

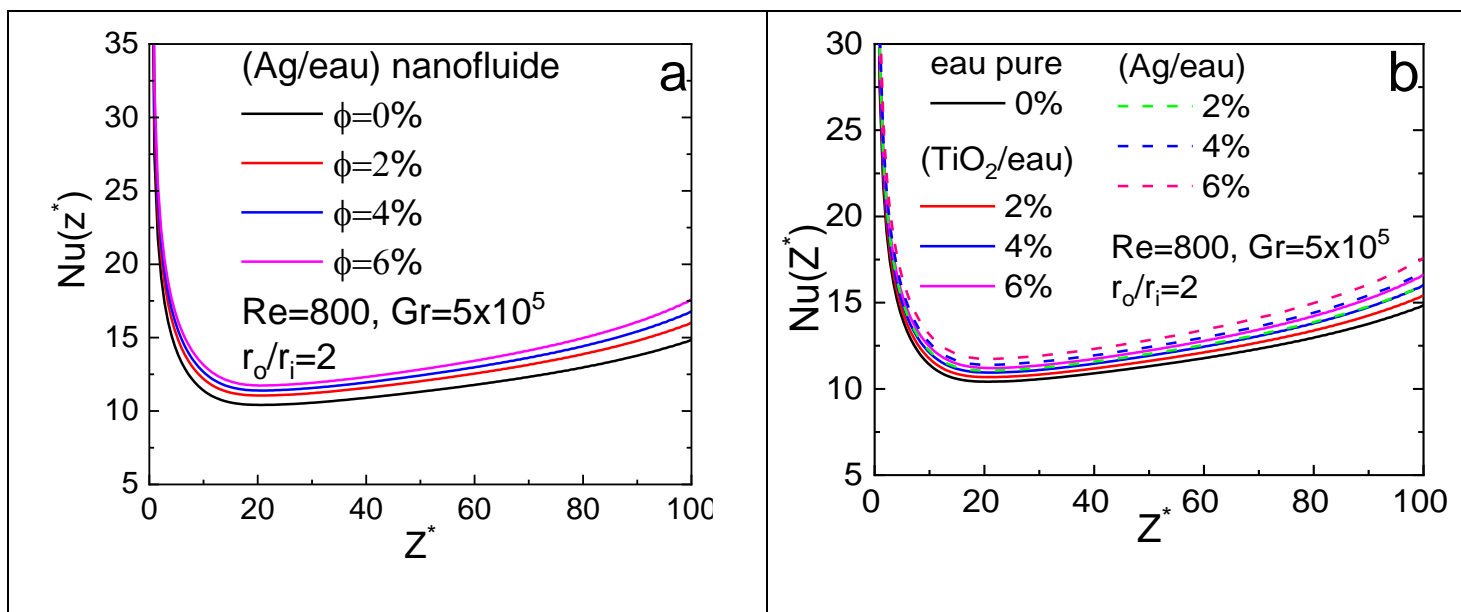


### e. L'évolution du nombre de Nusselt

L'évolution axiale du nombre de Nusselt dans ce cas du  $Gr=5\times 10^5$  est illustrée dans la **figure IV.67**. Nous avons remarqué que le nombre de Nusselt est plus élevé à l'entrée pour tous les cas de la fraction volumique testés 0, 2, 4, et 6%. Et cela dû que les couches limites thermiques qui se forment sur les faces solide-fluide du conduit annulaire. L'épaisseur de la couche limite thermique augmente axialement et légèrement affectée par l'écoulement secondaire. Ensuite, le nombre de Nusselt subit une diminution très lente et asymptotique, car l'écoulement secondaire induit par la force de flottabilité est très faible. Ceci est un signe que l'écoulement secondaire résultant de la force de flottabilité commence à influencer la couche limite thermique. Ce résultat est obtenu pour tous les cas étudiés. L'amélioration du transfert thermique augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof ainsi lorsque nous augmentons la fraction volumique. Les nombres de Nusselt axiaux à la sortie du conduit sont présentés dans le **tableau IV-15**. Généralement, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. Les nombres de Nusselt axiaux à la sortie du conduit pour ( $TiO_2$ /eau) sont : 15.43, 16.027 et 16.63 correspondants aux fractions volumiques 2, 4 et 6%, respectivement. Pour le cas du nanofluide (Ag/eau) sont : 16.025, 16.80 et 17.61 correspondants aux fractions volumiques 2, 4 et 6% respectivement, finalement pour l'eau pure le nombre de Nusselt à la sortie du conduit égal 14.85.

**Tableau IV-15** : les valeurs du nombre de Nusselt axial à la sortie du conduit annulaire

<b>Fraction volumique</b>	0%	2%	4%	6%
<b>Gr=10<sup>5</sup></b>	8.722,	9.296,	9.626	9.959
<b>Gr=5×10<sup>5</sup></b>	14.854	16.025	16.803	17.613



**Figure IV-67** :Évolution axiale du nombre de Nusselt en fonction de la fraction volumique : a) (Ag / eau), b) (Ag / eau) et (TiO<sub>2</sub> / eau)

### IV.5.2 Cas du nombre de Grashof $Gr=7.5 \times 10^5$

Dans ce cas de convection mixte avec un nombre de Grashof considéré  $Gr=7.5 \times 10^5$ , la convection naturelle est considérable ainsi que l'effet des forces de flottabilité sur l'écoulement axiale et le champ thermique à cause du nombre de Grashof sont importants aussi. Alors, les résultats trouvés sont différentes par rapport aux cas précédents de la convection forcée. Le nanofluide choisi est (TiO<sub>2</sub> / eau) et pour le comparer avec l'eau pure, le transfert thermique quantifié par le nombre de Nusselt axial et moyen est considérablement amélioré par rapport à celui de la convection forcée.

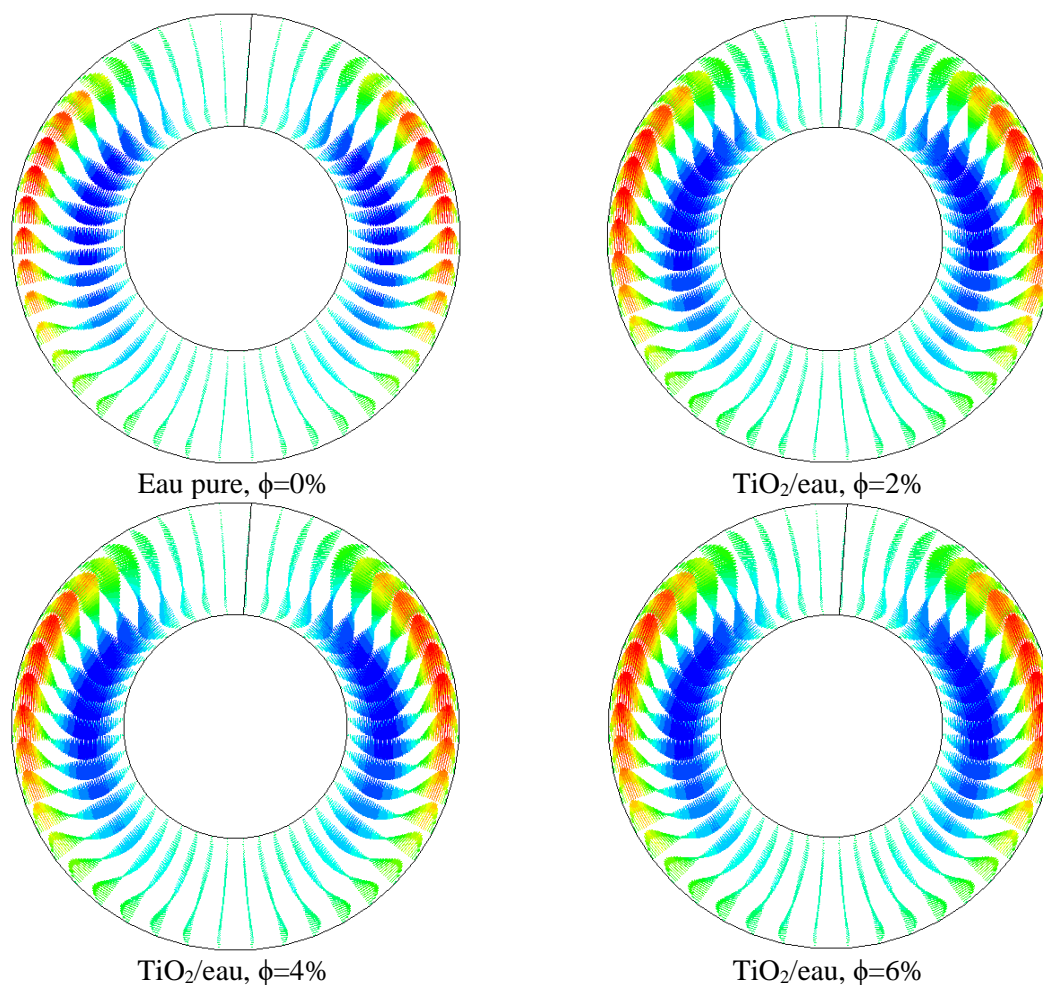
#### a. L'écoulement secondaire

Premier vue, nous avons constaté que l'écoulement secondaire est qualitativement similaire a celui avec le cas du Grashof  $Gr=5 \times 10^5$  et que l'écoulement secondaire a toujours deux cellules contrarotatives. Mais, attentivement vue, pour faire une comparaison entre les deux cas du nombre de Grashof nous avons remarqué une rotation des deux cellules ; la cellule près de la paroi chaude effectue une légère rotation vers le haut, tandis que la cellule près de la paroi relativement froide une légère rotation vers le bas. **La figure IV-68** présente l'écoulement secondaire dans la position là où elle est plus intense  $z^*=24.68$ , cette figure montre bien quantitativement que l'écoulement secondaire est plus fort et plus visible que

celui trouvé dans le cas du nombre de Grashof  $Gr=5 \times 10^5$ , la vitesse maximale à la sortie du conduit présentée dans le **tableau IV-16**.

**Tableau IV-16** : vitesse maximale de l'écoulement secondaire

Fraction volumique du nanoparticule	Nombre de Grashof Gr	
	$Gr = 5 \times 10^5$	$Gr = 7.5 \times 10^5$
0%	$6.988 \times 10^{-2}$	$8.484 \times 10^{-2}$
2%	$6.911 \times 10^{-2}$	$8.456 \times 10^{-2}$
4%	$6.825 \times 10^{-2}$	$8.411 \times 10^{-2}$
6%	$6.7316 \times 10^{-2}$	$8.358 \times 10^{-2}$

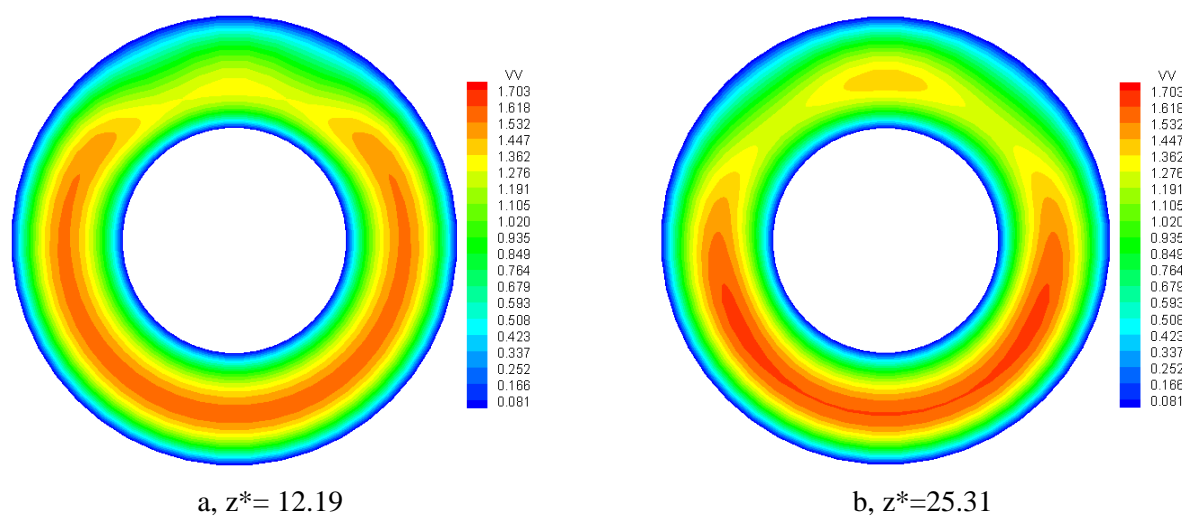


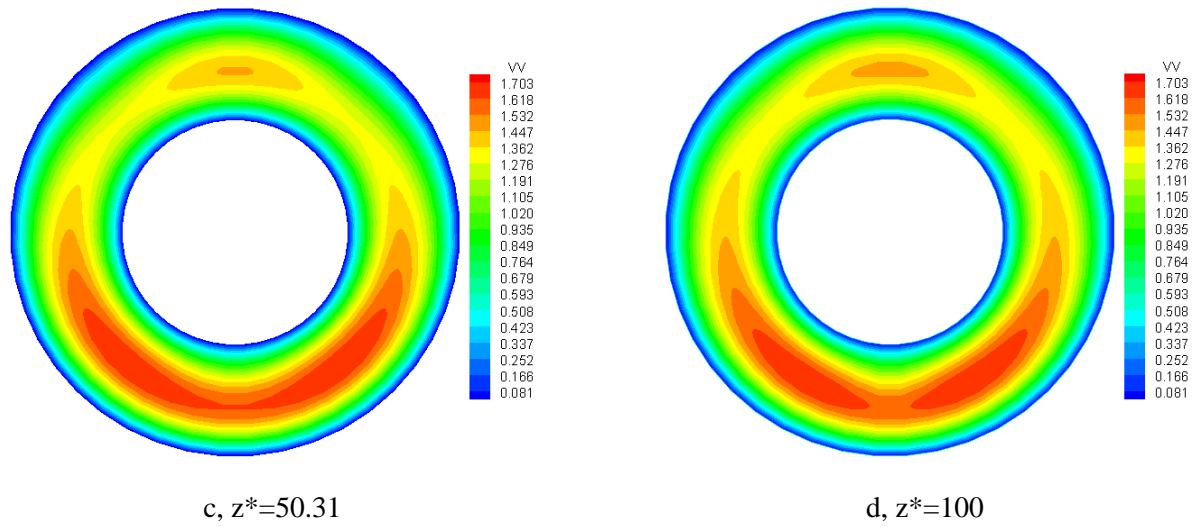
**Figure IV-68** : Développement de l'écoulement secondaire dans la position axiale  $z^*=50.25$  pour le cas du nanofluide ( $TiO_2$  / eau) ;  $Gr = 7.5 \times 10^5$ .  
 a)  $\phi=0\%$ , b)  $\phi=2\%$ , c)  $\phi=4\%$  et d)  $\phi=6\%$

### b. L'écoulement axial

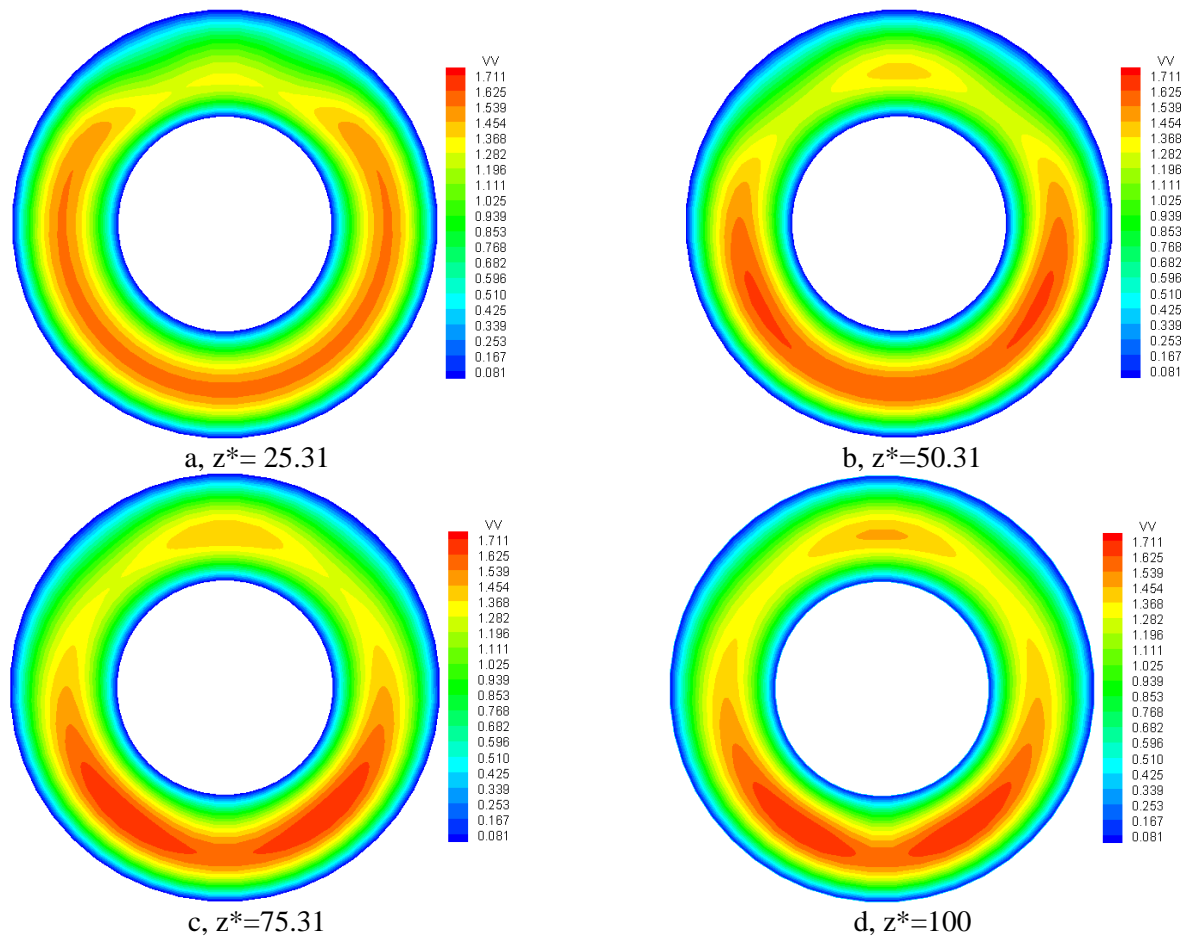
Les variations radiale et angulaire de la vitesse axiale de l'eau pure et du nanofluide ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ) à quatre positions choisies ( $z^*=25.31$ ,  $z^*=50.31$ ,  $z^*=75.31$  et  $z^*=100$ ) sont présentées dans **les figures IV-69** et **IV.70**. Ces figures montrent bien et clairement l'effet de l'écoulement secondaire sur l'écoulement axial. Une symétrie très visible par rapport à l'axe vertical, dans ce cas de  $\text{Gr}=7.5 \times 10^5$  l'influence de l'écoulement secondaire est relativement fort par rapport au cas du  $\text{Gr}=5 \times 10^5$ . Les vitesses maximales pour l'eau pure égale 1.703 se situe dans la zone ( $r^*=0.755$ ,  $z^*=80.31$  et  $\theta=2.499$ ) et la vitesse axiale maximale du nanofluide ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ) pour 4% fraction volumique est 1.711 se situe dans la zone ( $r^*=0.755$ ,  $z^*=80.31$  et  $\theta=2.499$ ).

Dans le domaine  $12.19 < z^* \leq 25.31$ , nous avons remarqué dans la partie inférieure en bas de la section droite que les iso-vitesses ont une forme presque similaire mais pas de changement significatif, soit pour l'eau pure ou bien pour le nanofluide ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ) (voir **figure IV-69 a-b** et **la figure IV-70 a-b**). Comme justifier auparavant, l'écoulement secondaire est toujours faible dans cette zone. Mais, dans le même domaine de la même figure les iso-vitesses de la partie haute de la section droite sont différentes. Au delà de cette zone jusqu'à la sortie du conduit deux cellules différentes se forment une en haut du section droite et l'autre en bas. les iso-vitesses se présentent sous la forme de croissants dans la partie inférieure de la section droite décomposée en deux cellules où la vitesse maximale se situe en deux positions angulaires dans les noyaux de ces croissants qui sont symétriques par rapport au plan vertical (voir **la figure IV-69c**).





**Figure IV-69 :** Distribution polaire de la vitesse axiale en positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ;  $Gr = 7.5 \times 10^5$   
 a)  $z^*=12.19$ , b)  $z^*=25.31$ , c)  $z^*=50.31$  et d)  $z^*=100$



**Figure IV-70 :** Distribution polaire de la vitesse axiale en positions axiales choisies pour le cas de nanofluide ( $TiO_2 / eau$ ),  $\phi=4\%$  et  $Gr = 7.5 \times 10^5$   
 a)  $z^*=12.19$ , b)  $z^*=25.31$ , c)  $z^*=50.31$  et d)  $z^*=100$

La vitesse axiale suivant la direction radiale à une position ( $Z^* = 99, \theta = 0$ ) est présentée dans **la figure IV-71a**. Pour le cas de Grashof  $Gr = 7.5 \times 10^5$  avec une variation des fractions volumique de 0% à 8%. La vitesse axiale dans la direction radiale ne change pas avec l'augmentation de la fraction volumique. Pour le nanofluide ( $\text{TiO}_2$ -eau), l'effet de la force de flottabilité résultante est très faible. La fraction volumique des nanoparticules affecte légèrement le profil de vitesse axiale dans la direction radiale. Il convient de signaler que l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules, les propriétés thermophysiques du nanofluide seront modifiées, et pour maintenir un nombre constant de Reynolds, la vitesse d'entrée devrait être modifiée.

La vitesse axiale dans la direction axiale à une position ( $r^* = 0.735, \theta = 0$ ) le long du conduit est illustrée dans **la figure.IV.71b**. La vitesse augmente rapidement avec le rapport de distance et arrive a une valeur optimale  $Z^* = 10$ . Ensuite, la vitesse diminue de manière remarquable avec le rapport de distance a une vitesse axiale minimale de  $Z^* = 20$ . Par la suite, la vitesse axiale commence à augmenter graduellement et atteint une valeur maximale à la sortie de l'espace annulaire. À la sortie la vitesse axiale le long du conduit pour l'eau fluide de base (0%) est plus élevée, puis le nanofluide à fraction volumique 2, 4, 6, 8%, respectivement.

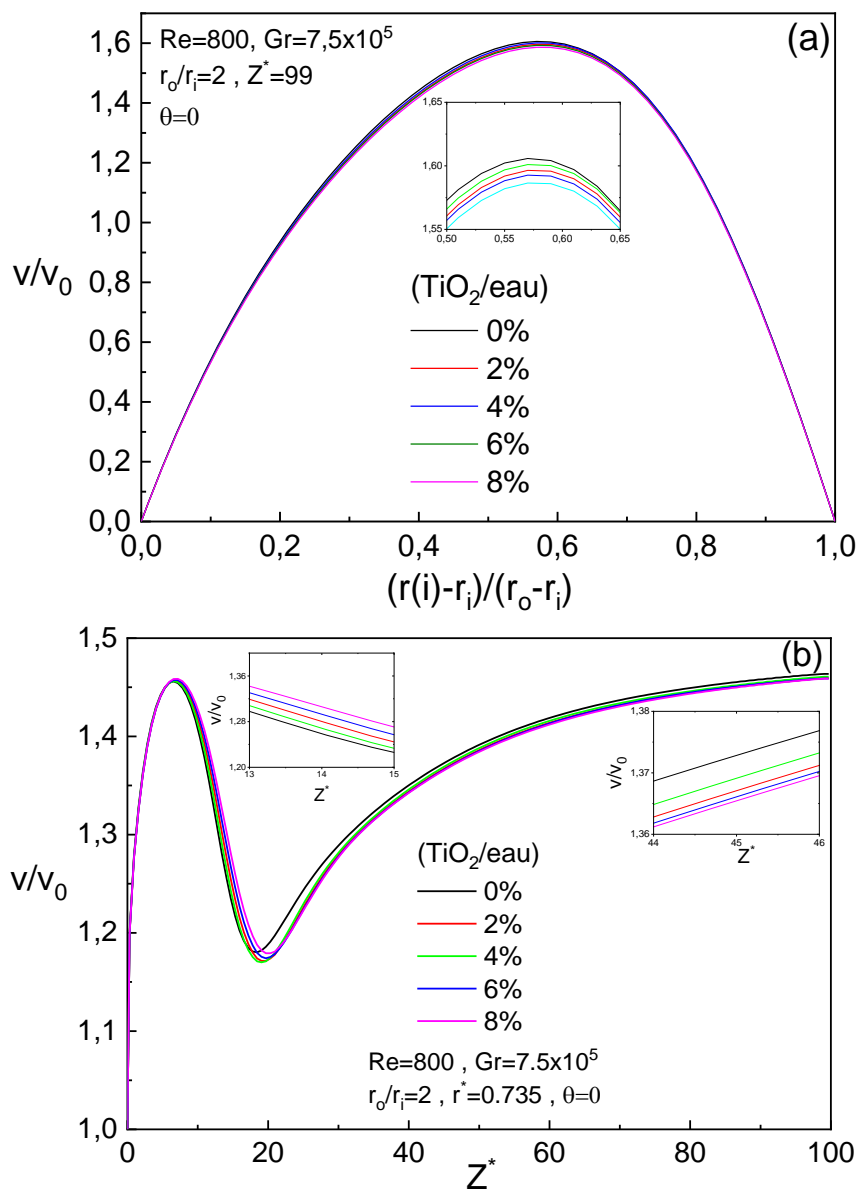
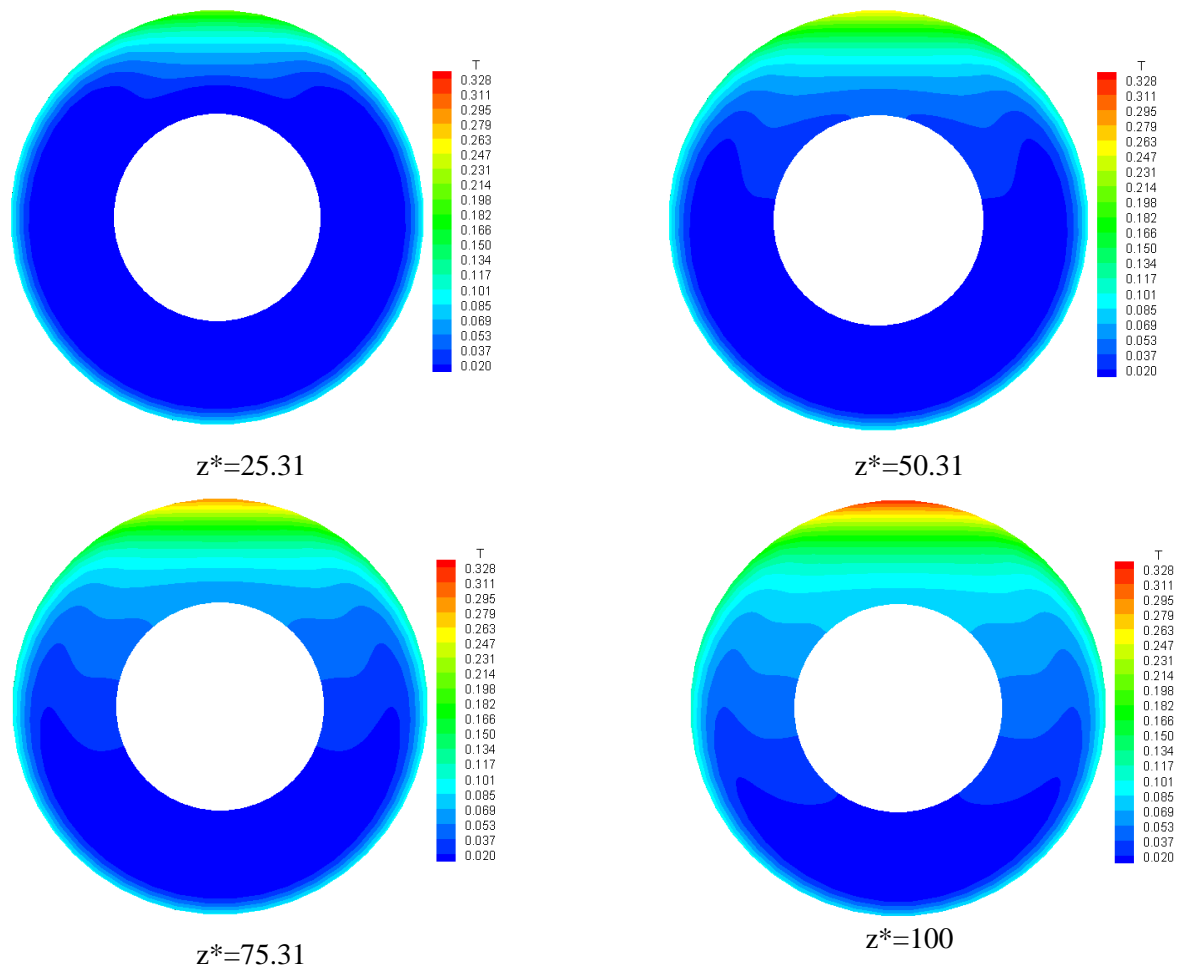


Figure IV-71 : évolution de la vitesse axiale suivant :  
 a) la direction radiale, b) la direction axiale

### c. Le champ thermique

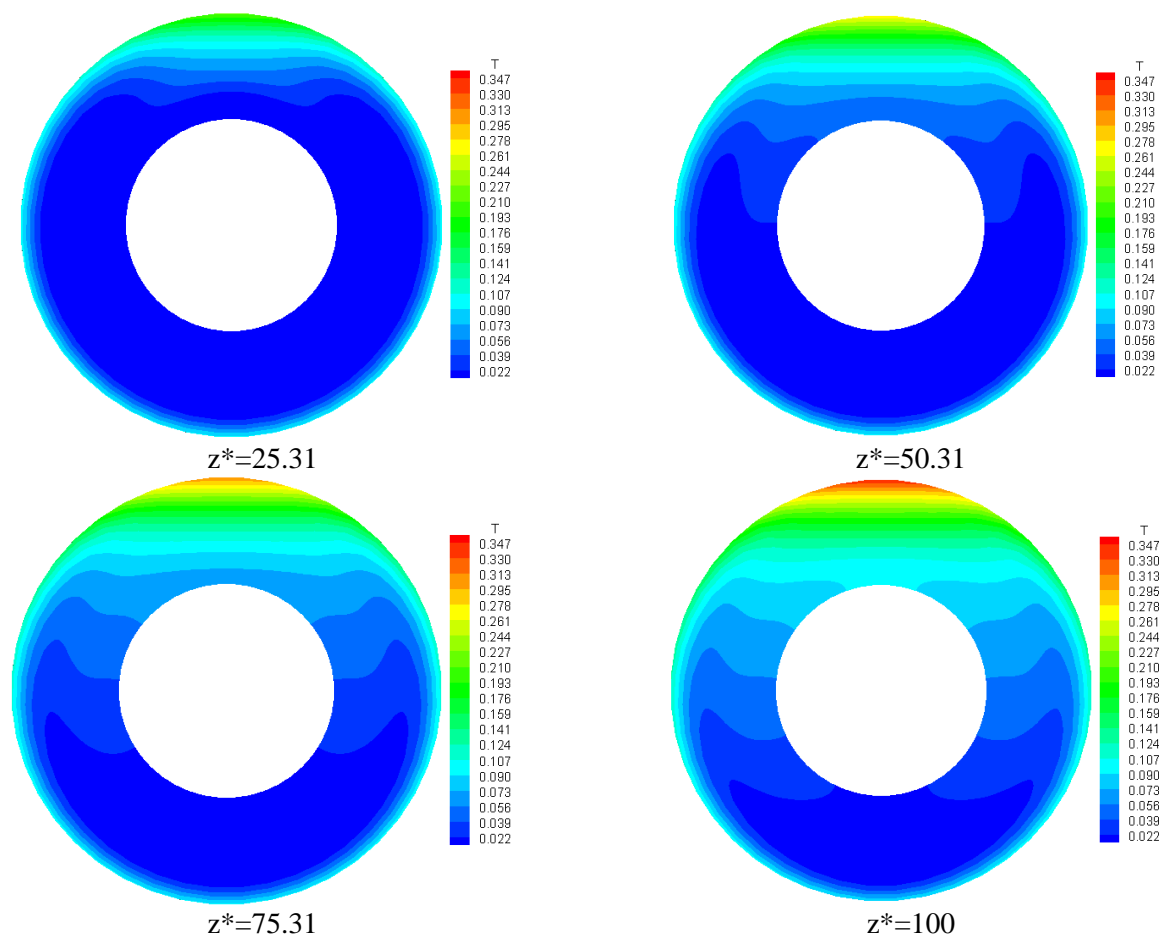
Les figures IV.72 et IV.73, illustrent la variation polaire de la température à des positions différentes choisies ( $z^*=12.19$ ,  $z^*=25.31$ ,  $z^*=50.31$  et  $z^*=100$ ). Dans la zone près de l'entrée du conduit à  $z^*=12.19$ , la partie supérieure de la section droite, le fluide commence à chauffer légèrement au voisinage du cylindre extérieur. L'écoulement secondaire dans cette zone est assez faible. Après cette zone l'écoulement secondaire commence à jouer son rôle où le fluide relativement chaud se déplace vers la partie supérieure du conduit et le fluide relativement froid vers la partie inférieure du conduit. Cela rend la partie supérieure de la section transversale plus chaude que la partie inférieure. La forme de distribution de la température sur la section transversale change tout au long du conduit parce qu'elle est

affectée par la formation de l'écoulement secondaire lorsqu'il est suffisamment fort. La température maximale à la sortie pour l'eau pure  $T_{\max}^* = 0.328$  ainsi pour le nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) pour les fractions volumiques 2, 4, et 6% est devenue  $T_{\max}^* = 0.344$ ,  $T_{\max}^* = 0.347$  et  $T_{\max}^* = 0.350$  ces températures situées à la position polaire ( $r^* = 1, \theta = 1$ ). La température du nanofluide est supérieure à celui de l'eau fluide de base. Nous avons constaté aussi que la température augmente avec l'augmentation de la fraction volumique.



**Figure IV-72 :** Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de l'eau pure ;  $Gr = 7.5 \times 10^5$   
 a)  $z^* = 25.31$ , b)  $z^* = 50.31$ , c)  $z^* = 75.31$  et d)  $z^* = 100$





**Figure IV-73 :** Les variations polaires de la température à des positions axiales choisies pour le cas de nanofluide ( $\text{TiO}_2$  / eau),  $\phi=4\%$  et  $\text{Gr} = 7.5 \times 10^5$   
a)  $z^* = 12.19$ , b)  $z^* = 25.31$ , c)  $z^* = 50.31$  et d)  $z^* = 100$

## IV.6 Convection mixte des nanofluides hybrides

Dans ce cas de convection mixte de deux nanofluides hybrides ( $\text{Ag-TiO}_2/\text{eau}$ ) et ( $\text{Ag-CuO}/\text{eau}$ ), à une convection naturelle relativement devient plus forte avec la croissance du nombre de Grashof  $10^5$ - $10^6$ . Différents modèles de corrélation théoriques et expérimentale sont utilisés dans ce travail qui donne la conductivité thermique et la viscosité dynamique du nanofluide. Pour la conductivité thermique eqs (II.31, II.41, II.42), la viscosité dynamique eqs (II.43, II.44, II.45). Les évolutions axiales des champs dynamique et thermique sont différentes aussi. Une nouvelle forme de l'écoulement secondaire correspondant à chaque nombre de Grashof est discernée dans une section droite du conduit annulaire. Plus tard, il sera démontré que le transfert thermique quantifié par le nombre de Nusselt pour ( $\text{Ag-TiO}_2/\text{eau}$ ), ( $\text{Ag-CuO}/\text{eau}$ ) nanofluide hybride est meilleur que celui obtenu avec ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ), ( $\text{CuO}/\text{eau}$ ) les nanofluides traditionnels.

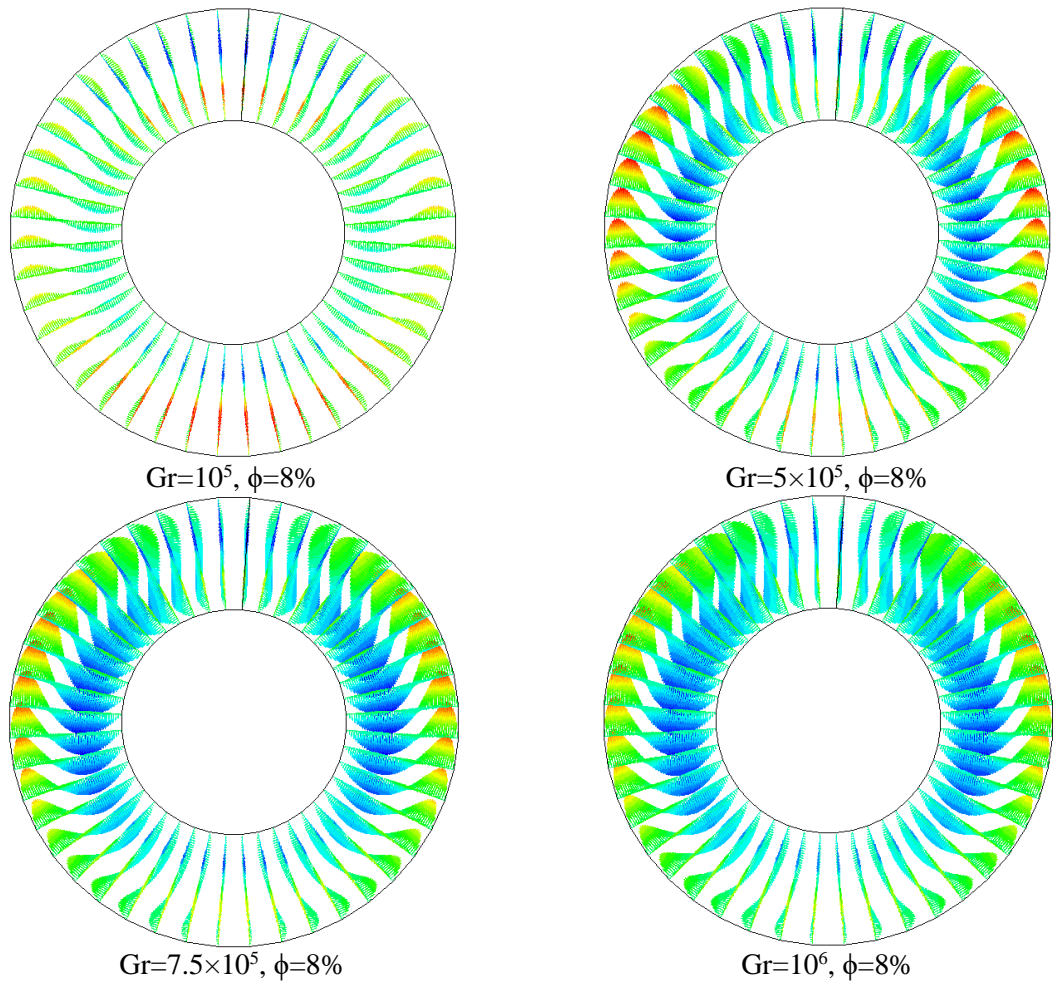
### IV.6.1 L'écoulement secondaire

L'écoulement secondaire du nanofluide hybride est présenté à la sortie du conduit pour différents nombre de Grashof pour une fraction volumique 8%. **la figure IV.74** illustre l'écoulement secondaire qui se présente sous forme de deux cellules principales contrarotatives. L'une dans la partie près du cylindre extérieur (cylindre chauffé) qui tourne dans le sens où le fluide monte vers la haute. Et l'autre se trouve près du cylindre intérieur (cylindre relativement froid) qui tourne vers le sens où le fluide descend. Les deux cellules occupent l'aire de surface de la section annulaire transversale. Pour tous les nombres de Grashof les écoulements secondaires sont qualitativement similaires. Mais, quantitativement sont différents, cela est dû au chauffage imposé sur le cylindre extérieur qui provoque positivement la force de flottabilité qui induit l'écoulement secondaire en devenant très forte lorsque nous augmentons le nombre de Grashof. **Le tableau IV-17**, présente la vitesse maximale de l'écoulement secondaire pour différents nombre de Grashof à 8% fraction volumique choisie. Nous avons constaté que la vitesse de l'écoulement secondaire augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof et diminue avec l'augmentation de la fraction volumique.

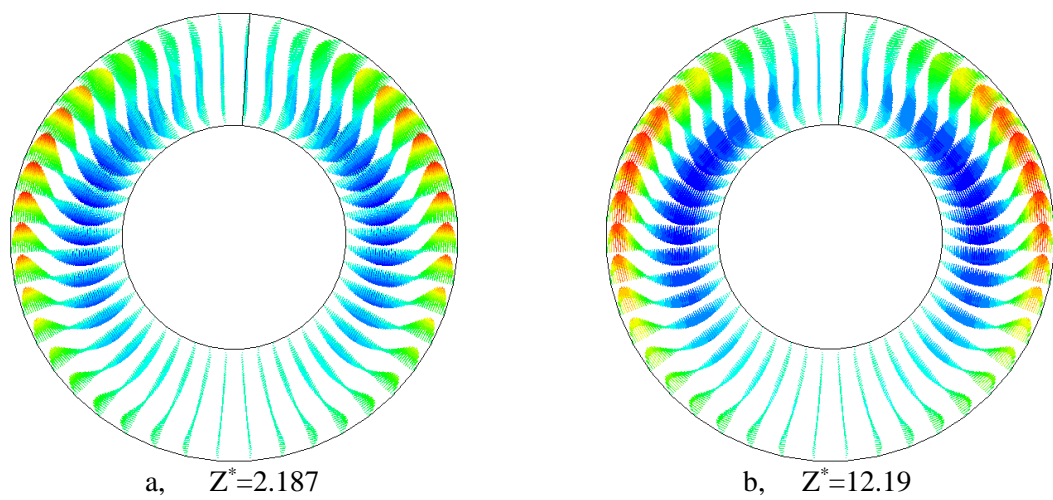
**La figure IV-75** présente la vitesse de l'écoulement secondaire à des positions axiales ( $z^*=2.187, z^*=12.19, z^*=25.31, z^*=50.31, z^*=75.31$  et  $z^*=100$ ) qui permettent l'illustration des formes observées dans cette figure. Nous avons remarqué qu'à la position près de l'entrée  $z^*=2.187$  l'écoulement secondaire existe déjà et fort. Ensuite, il devient plus fort surtout dans la position axiale  $z^*=25.31$  ce qui justifie que la force de flottabilité est plus importante avec des cellules très visibles et la vitesse de l'écoulement secondaire est plus élevée. Au-delà, l'écoulement secondaire dû à la force de flottabilité diminue avec l'augmentation de la position axiale jusqu'à la sortie.

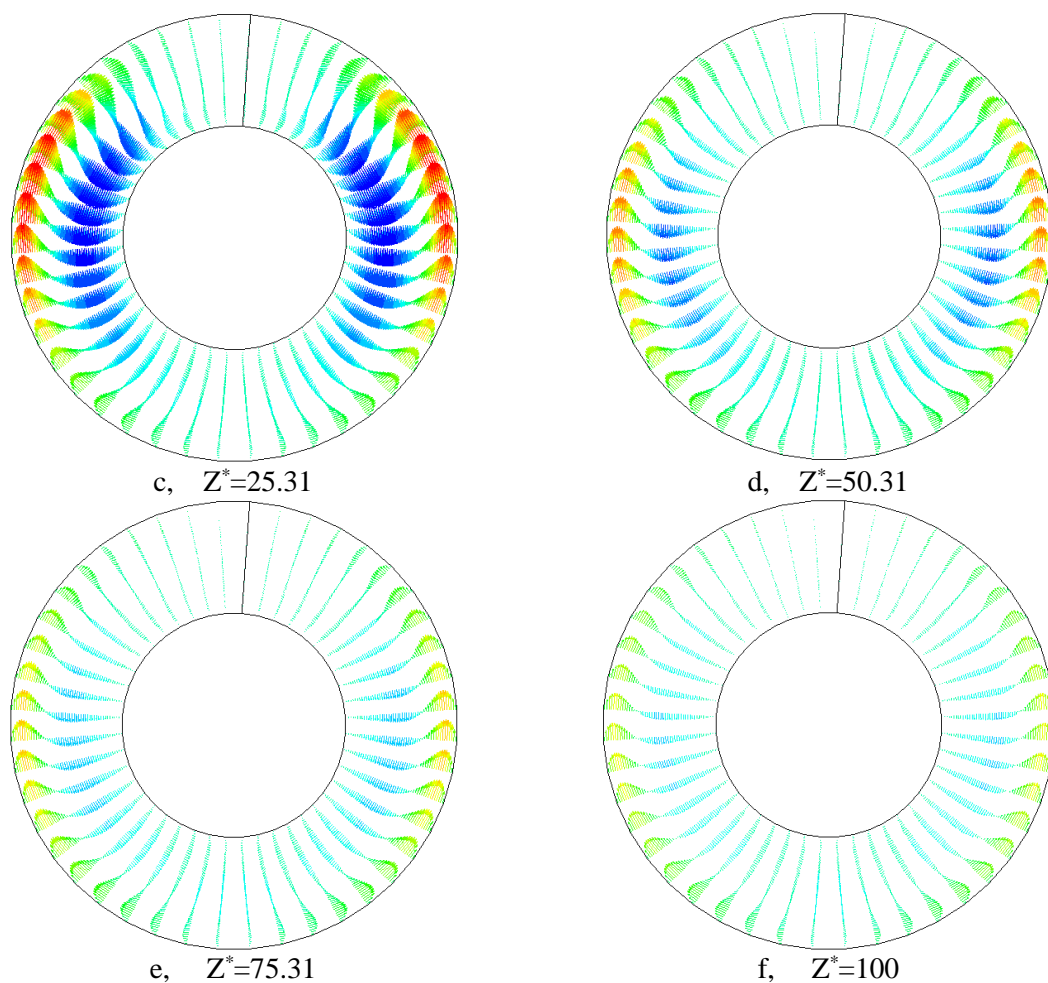
**Tableau IV-17** : Vitesse maximale de l'écoulement secondaire

Nombre de Grashof	Gr=10 <sup>5</sup>	Gr=5×10 <sup>5</sup>	Gr=7.5×10 <sup>5</sup>	Gr=10 <sup>6</sup>	
Vitesse maximale de l'écoulement secondaire W*	4.86×10 <sup>-2</sup>	6.77×10 <sup>-2</sup>	8.3×10 <sup>-2</sup>	9.53×10 <sup>-2</sup>	
<b>Gr=7.5×10<sup>5</sup></b>					
Fraction volumique φ	0%	2%	4%	6%	8%
Vitesse maximale de l'écoulement secondaire W*	0.0848	0.0846	0.0841	0.0836	0.0830



**Figure IV-74 :** Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide hybride (Ag-TiO<sub>2</sub> / eau) à la sortie du conduit annulaire pour une fraction volumique 8% en fonction de Grashof





**Figure IV-75 :** Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide hybride (Ag–TiO<sub>2</sub> / eau) à des positions axiales pour 2% fraction volumique et  $Gr = 10^6$   
 a)  $z^*=2.187$ , b)  $z^*=12.19$ , c)  $z^*=25.31$ , d)  $z^*=50.31$ , e)  $z^*=75.31$ , f)  $z^*=100$

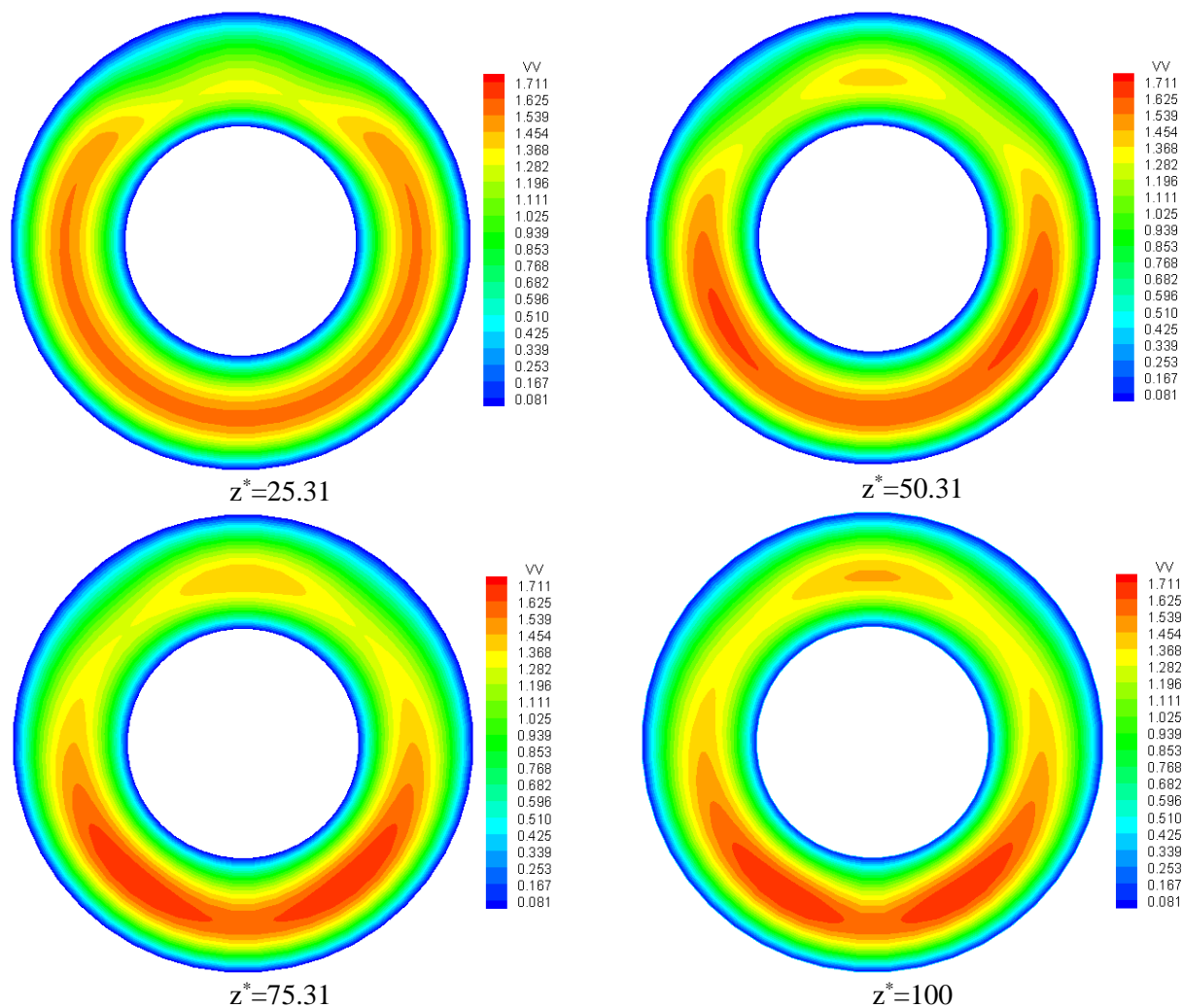
## IV.6.2 L'écoulement axial

La figure IV-76, présente les variations radiale et angulaire de la vitesse axiale du nanofluide hybride dans les quatre positions axiales ( $z^*=25.31$ ,  $z^*=50.31$ ,  $z^*=75.31$  et  $z^*=100$ ). Ces profils de vitesse qualitativement et quantitativement sont différents à chaque position, le maximum de vitesse se déplace vers le bas la partie inférieure du conduit d'une position à l'autre. A partir de la zone  $z^*=50.31$ , deux cellules symétriques par rapport à l'axe vertical commence à former en bas du conduit et une en haut du conduit, à la position  $z^*=75.31$ . Les cellules sont devenues très visible jusqu'à la sortie et l'écoulement axial atteint sa vitesse maximale  $v_{\max}^* = 1.711$  qui se situe entre les deux cylindres à deux positions polaires, une ( $z^*=75.31$ ,  $r^*=0.755$ ,  $\theta = 8/10\pi$ ) et la deuxième ( $z^*=75.31$ ,  $r^*=0.755$ ,  $\theta = 12/10\pi$ ).

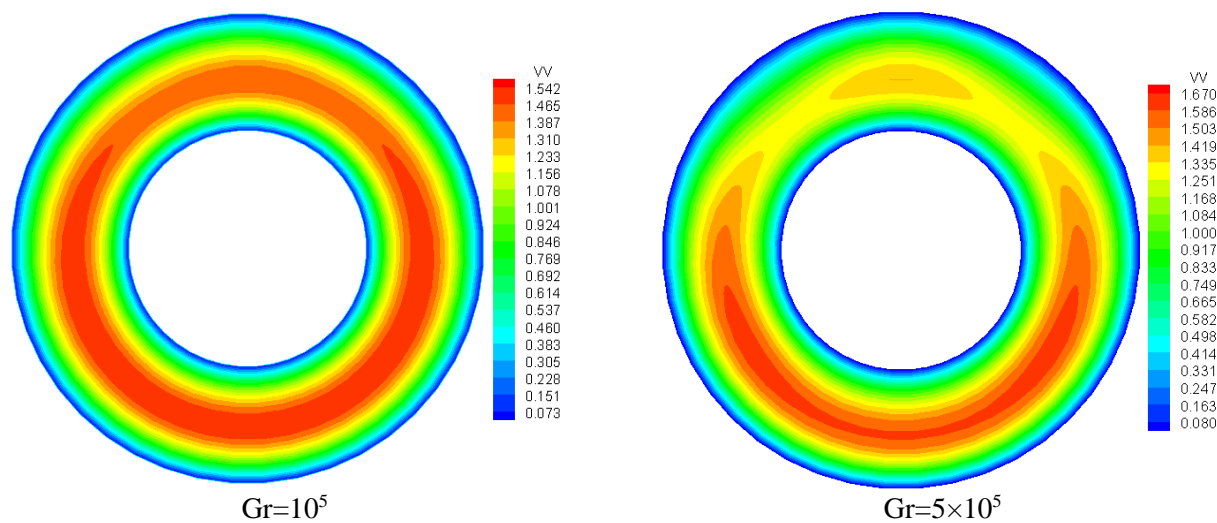
L'influence de la croissance du nombre de Grashof allant de  $10^5$  à  $10^6$  à la sortie du conduit ( $z^*=100$ ) sur le profil de la vitesse axiale est illustrée dans **la figure IV-77**. Ces figures montrent clairement que la vitesse axiale sont différentes du coté qualitative et même quantitative. Dans le cas de  $Gr=10^5$  les iso-vitesses sont des cercles non concentriques comme le cas de la convection forcée ( $Gr=0$ ), la vitesse maximale située en bas dans la partie inférieure du conduit. Pour  $Gr=5 \times 10^5$ , nous avons remarqué deux cellules séparées, une dans la partie supérieure, l'autre dans la partie inférieure du conduit. Mais, deux cellules séparées commencent à se former. Dans le cas de  $Gr=7.5 \times 10^5$  il est visible que les cellules séparées dans la partie inférieure en bas du conduit avec une troisième cellule se situant en haut dans la partie supérieure. Et de même pour le nombre de Grashof  $Gr=10^6$  la différence de la vitesse axiale est claire avec les nombres de Grashof précédents. Deux cellules symétriques par rapport à l'axe vertical. Dans le centre de chaque cellule se situe la vitesse maximale. **Le tableau IV-18** présente la vitesse maximale, la position axiale et polaire pour 8% fraction volumique. Nous avons constaté que d'après ces résultats, l'augmentation du nombre de Grashof diminue la distance axiale pour atteindre la vitesse maximale. Nous rappelons que l'augmentation du nombre de Grashof augmente la force de flottabilité, ce qui induit un écoulement secondaire très fort avec le nombre de Grashof élevé. Donc, une vitesse axiale maximale à une distance axiale minimale. **La figure IV-78** présente la vitesse axiale pour différentes fractions volumiques allant de 2% à 8% pour un nombre de Grashof  $10^6$ . La figure montre que la vitesse maximale augmente avec l'augmentation de la fraction volumique 1.738, 1.742 pour 2% , 4% et 1.744 pour 6% respectivement. Nous avons observé aussi que le profil de vitesse à la sortie du conduit est presque similaire pour tous les cas de la fraction volumique testé.

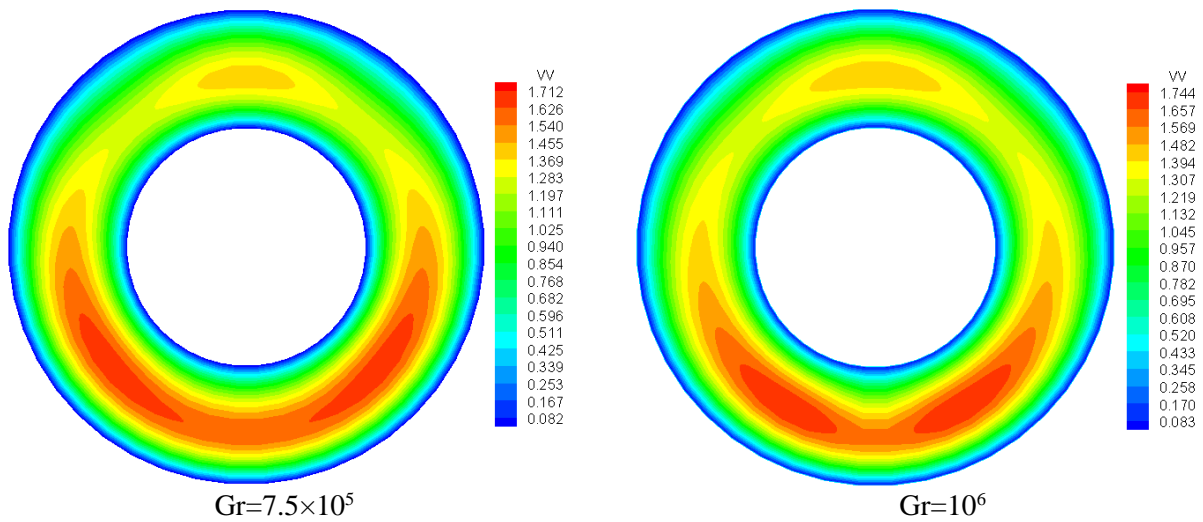
**Tableau IV-18** :La vitesse maximale et sa position radiale, axiale et polaire pour différents nombres de Grashof

Grashof	$10^5$	$5 \times 10^5$	$7.5 \times 10^5$	$10^6$
Vitesse maximale	1.542	1.670	1.712	1.744
la position axiale, radiale et polaire	$Z^*=95.31$ ( $r^*=0.755, \theta=3.64$ )	$Z^*=92.187$ ( $r^*=0.755, \theta=2.74$ ) ( $r^*=0.755, \theta=3.78$ )	$Z^*=90.31$ ( $r^*=0.755, \theta=2.64$ ) ( $r^*=0.755, \theta=3.64$ )	$Z^*=83.44$ ( $r^*=0.765, \theta=2.64$ ) ( $r^*=0.765, \theta=3.64$ )

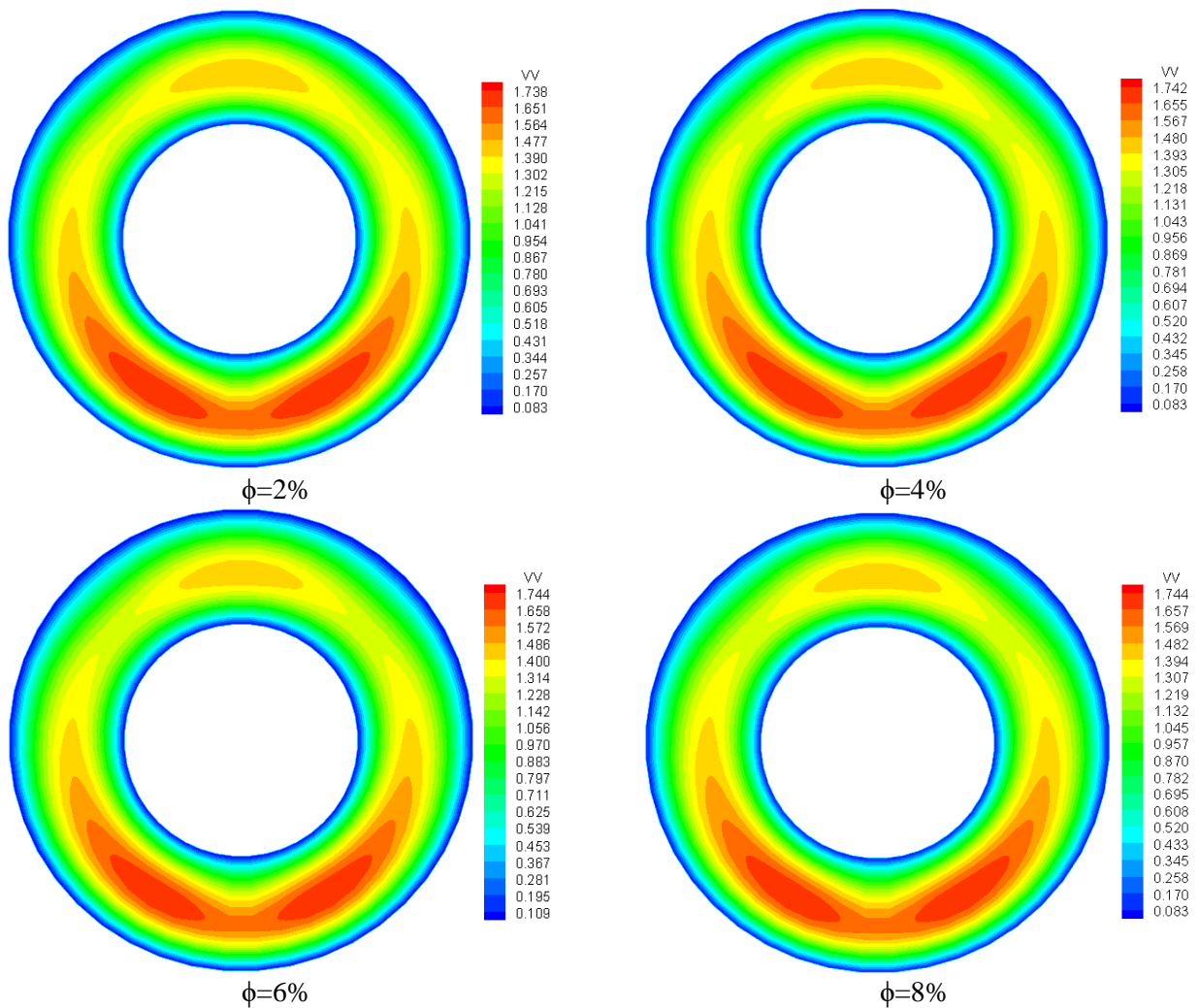


**Figure IV-76 :** Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluid hybride (Ag–TiO<sub>2</sub> / eau) en positions axiales choisies pour  $Gr = 7.5 \times 10^5$  ;  $\phi=4\%$ .





**Figure IV-77 :** Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluid hybride ( $Ag-TiO_2 / eau$ ) pour différents nombres de Grashof et fraction volumique 8% à la sortie  $z^*=100$ .



**Figure IV-78 :** Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluid hybride ( $Ag-TiO_2 / eau$ ) pour différentes fractions volumiques pour  $Gr = 10^6$  à la sortie  $z^*=100$ .

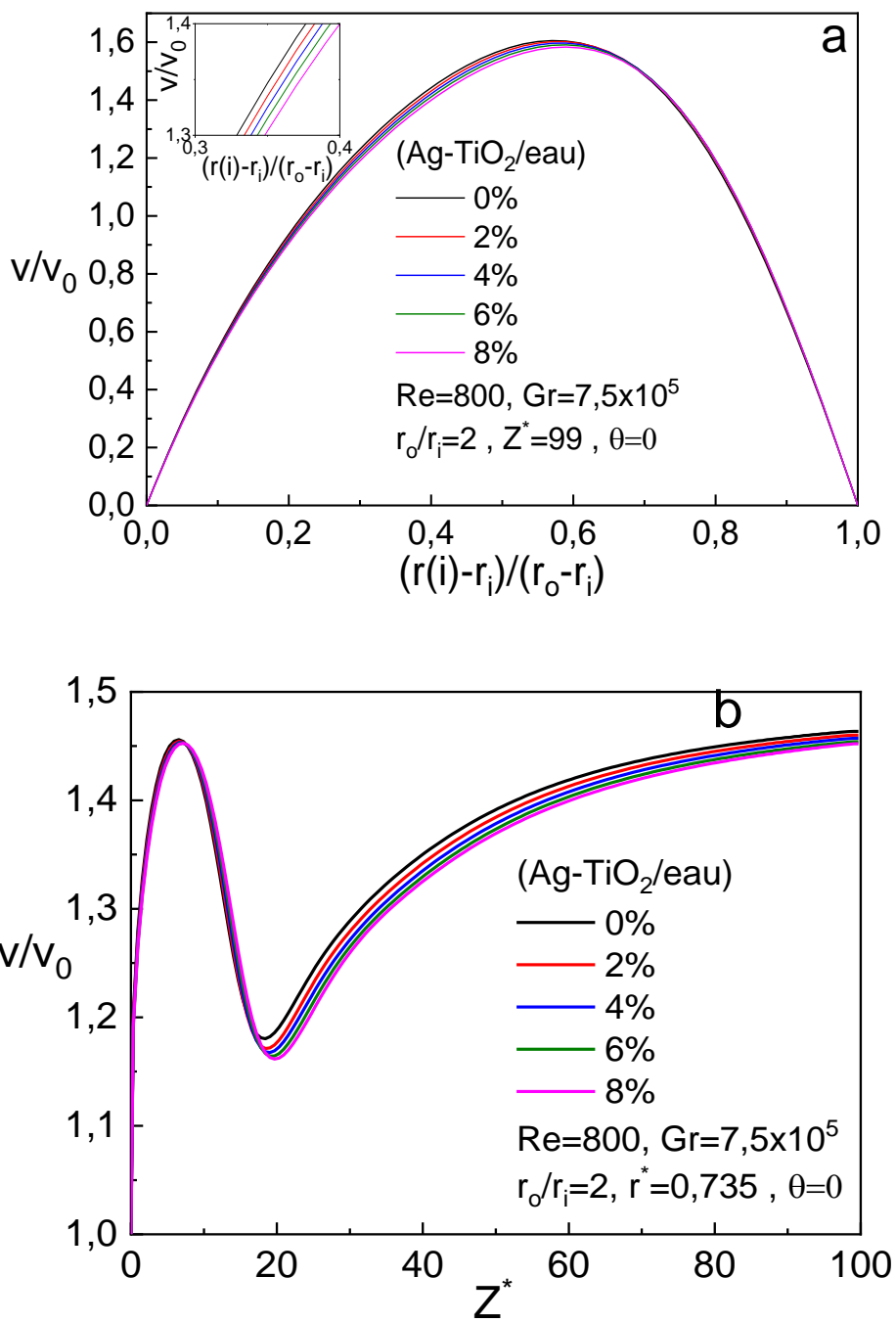


### IV.6.3 Évolution radiale et axiale de la vitesse axiale

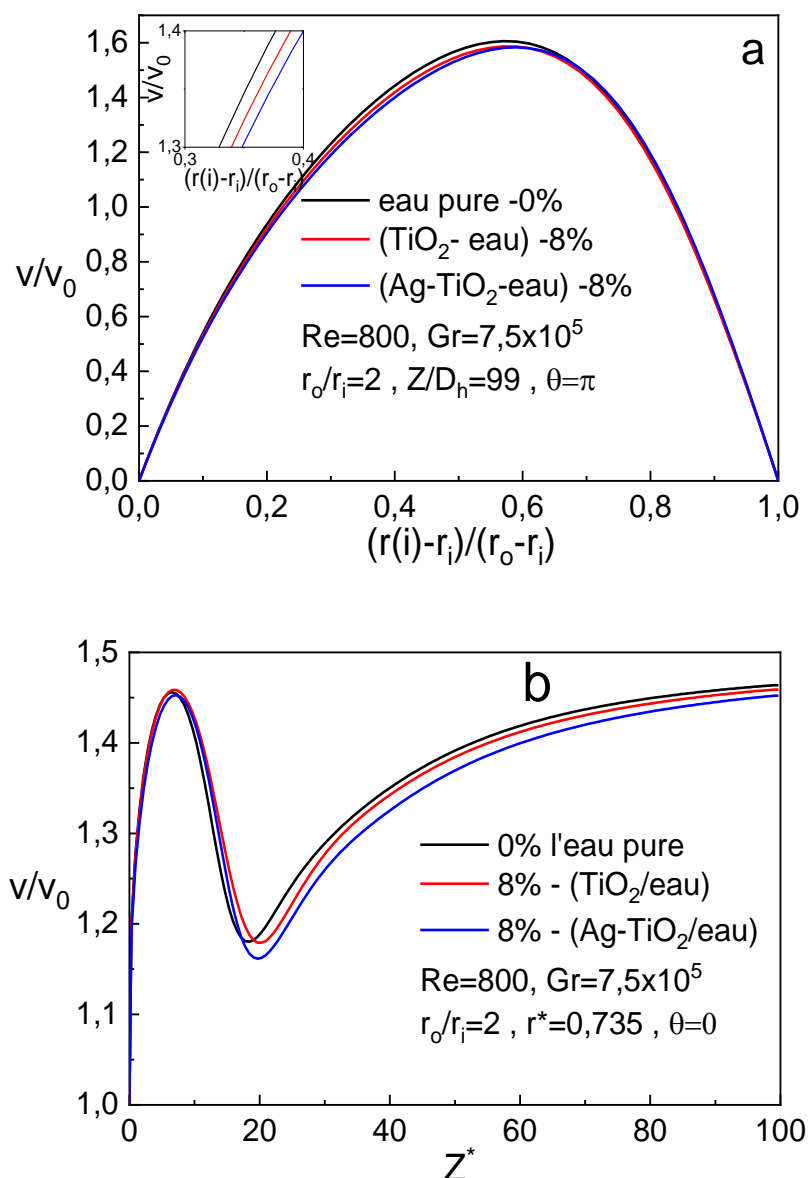
La vitesse axiale du nanofluide hybride suivant la direction radiale à une position axiale  $z^*=99$  et  $\theta=0$  près de la sortie du conduit est illustrée dans **la figure IV-79 a**. Cette figure montre que la fraction volumique des nanoparticules affecte légèrement le profil de vitesse axiale dans la direction radiale. Il est important de signaler que l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules, les propriétés thermophysiques du nanofluide hybride seront modifiées, et afin de maintenir un nombre de Reynolds constant, la vitesse d'entrée devrait être modifiée aussi. **La figure IV-79 b** présente la vitesse axiale de l'écoulement du nanofluide hybride (Ag-TiO<sub>2</sub>/eau) à une position polaire ( $r^*=0.735$ ,  $\theta=0$ ). Nous avons illustré que la vitesse augmente rapidement avec la distance adimensionnelle ( $z^*$ ) et atteint une vitesse axiale optimale à environ  $z^*=10$ . Ensuite, la vitesse diminue d'une manière remarquable avec la distance  $z^*$  et atteint une vitesse axiale minimale à environ  $z^*=20$ . Cette perturbation sur la vitesse est dû à la force de flottabilité. Les corps ont une flottabilité différente selon leur masse volumique et donc leur densité. Par la suite, la vitesse axiale commence à augmenter graduellement et atteint une valeur maximale à la sortie de l'espace annulaire. Nous avons remarqué aussi que la vitesse axiale de l'eau fluide de base (0%) le long du conduit est plus élevée par rapport au nanofluide hybride.

Une comparaison a été faite entre l'eau fluide de base, nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) et nanofluide hybride (Ag-TiO<sub>2</sub>/eau) des deux vitesses axiales suivant la direction radiale. **La figure IV-80 a** et suivant la direction axiale **La figure IV-80 b**. Nous avons constaté que le fluide de base présente la valeur la plus élevée dans les deux cas, puis du nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) et du nanofluide hybride (Ag-TiO<sub>2</sub>/eau). Cette différence est moins importante dans la vitesse axiale dans la direction radiale, mais elle est devenue significative avec la vitesse axiale le long de l'espace annulaire. Le nanofluide hybride, le nanofluide et l'eau fluide de base ont une flottabilité différente selon leur densité.





**Figure IV-79** :Évolution de la vitesse axiale du nanofluide hybride (Ag – TiO<sub>2</sub> / eau) suivant la direction : a) radiale, b) axiale



**Figure IV-80 :** Comparaison de la vitesse axiale le long du conduit annulaire entre l'eau pure,  $(\text{TiO}_2 / \text{eau})$  nanofluide et  $(\text{Ag} - \text{TiO}_2 / \text{eau})$  nanofluide hybride suivant la direction : a) radiale, b) axiale

#### IV.6.4 Le champ thermique

L'écoulement secondaire ne cause qu'une faible perturbation sur l'écoulement axial dans le cas de Grashof  $10^5$ . La perturbation devient de plus en plus importante avec l'augmentation du nombre de Grashof, mais son effet sur le champ thermique est plus prononcé avec le nombre de Grashof  $5 \times 10^5 - 10^6$ . Les variations radiales et azimutales pour différents nombres de Grashof illustrés dans **la figure IV-81**. Nous avons observé dans une section droite, l'écoulement secondaire déplace le nanofluide hybride  $(\text{Ag-TiO}_2/\text{eau})$  relativement plus chaud vers le haut et le nanofluide hybride relativement plus froid vers le

bas. Ce déplacement cause une brisure sur le champ thermique par rapport à l'axe horizontal des deux moitiés supérieures et inférieures du conduit est différent. Axialement, la température maximale à une section droite est localisée en haut de cette dernière près de la paroi chauffée du cylindre extérieur et elle augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof, pour  $Gr=10^5$  la température maximale 0.335, pour  $5 \times 10^5$  égale à 0.361, pour les deux nombres de Grashof  $Gr=7.5 \times 10^5$  et  $10^6$  la température maximale égale 0.362. Les variations polaires du champ thermique à quatre positions axiales ( $z^*=25.31$ ,  $z^*=50.31$ ,  $z^*=75.31$  et  $z^*=100$ ) sont illustrées dans **la figure IV-82**, la température maximale 0.347 se situe dans la partie supérieure en haut près du cylindre extérieur. **Le tableau IV-19** présente la température maximale pour différentes fractions volumiques. Les résultats dans le tableau montrent que la croissance de la fraction volumique augmente la température.

**La figure IV-83** montre que la température moyenne du nanofluide hybride ( $Ag-TiO_2/eau$ ) comparée à celui du nanofluide classique ( $TiO_2/eau$ ) et l'eau fluide de base. La température moyenne augmente linéairement le long de l'espace annulaire. La température moyenne augmente lorsque la fraction de volume augmente. Il est démontré que la plus grande température moyenne se trouve avec le nanofluide hybride. La température moyenne maximale à la sortie du conduit (voir **le tableau IV-20**). Nous pouvons conclure que la présence de deux types de nanoparticules donne une meilleure amélioration du transfert thermique. Cela peut être dû au fait que la concentration des nanoparticules augmente le transport d'énergie le long de l'espace annulaire.

**Tableau IV-19** : la température maximale pour différentes fractions volumiques à  $Gr = 7.5 \times 10^5$

Fraction volumique $\phi\%$	0%	2%	4%	6%	8%
Température maximale $T_{max}^*$	0.327	0.338	0.347	0.356	0.361

**Tableau IV-20** : la température moyenne maximale à la sortie pour différentes fractions volumiques et le nombre de Grashof  $Gr = 5 \times 10^5$ .

Fraction volumique $\phi\%$	0%	2%	4%	6%	8%
Température moyenne maximale ( $TiO_2/eau$ )	0,05473	0,05776	0,06093	0,06422	0,06709
Température moyenne maximale ( $Ag-TiO_2/eau$ )		0,05803	0,06193	0,06595	0,06997

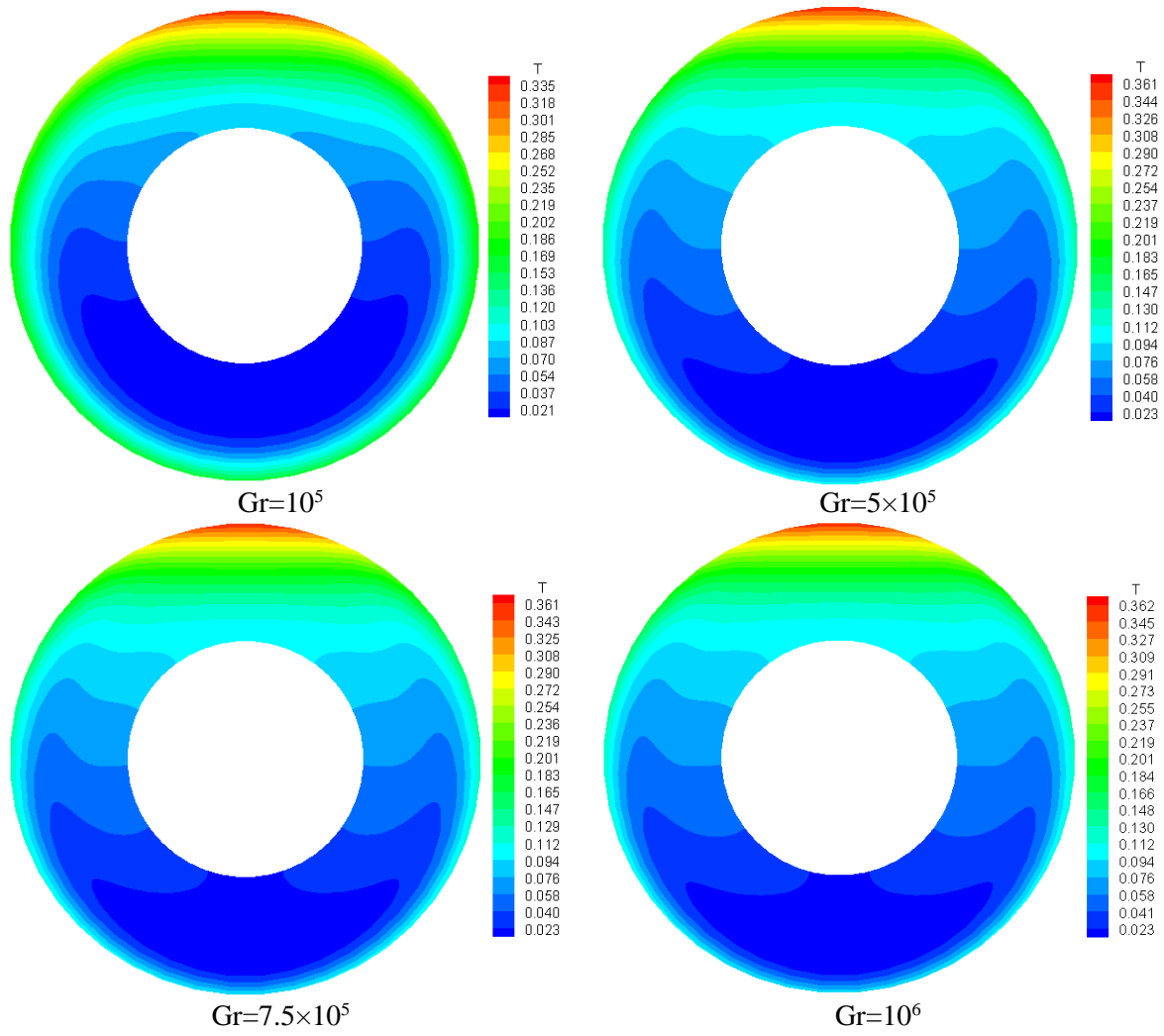
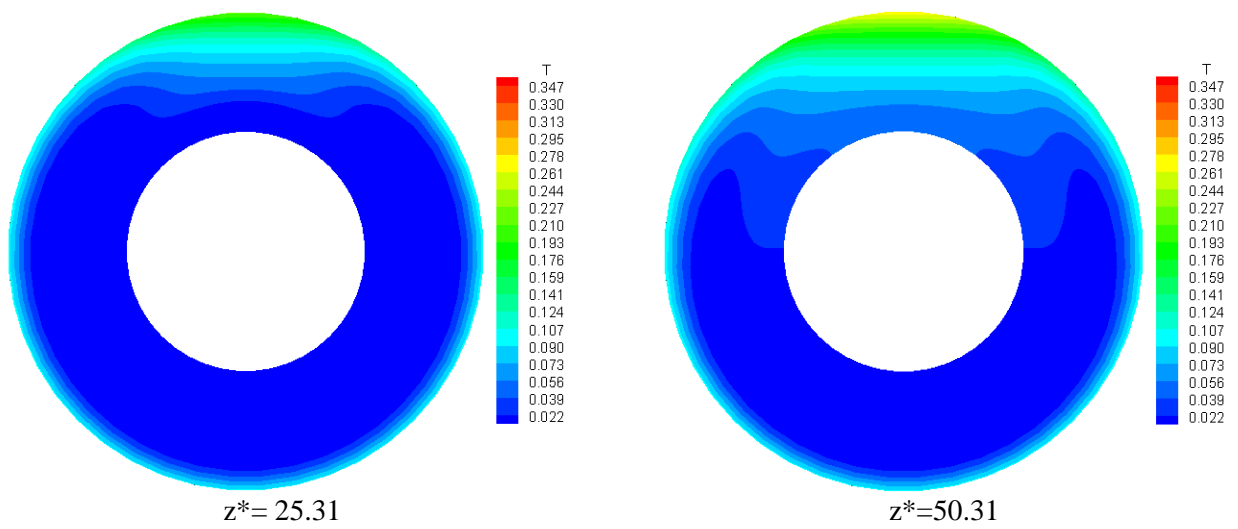
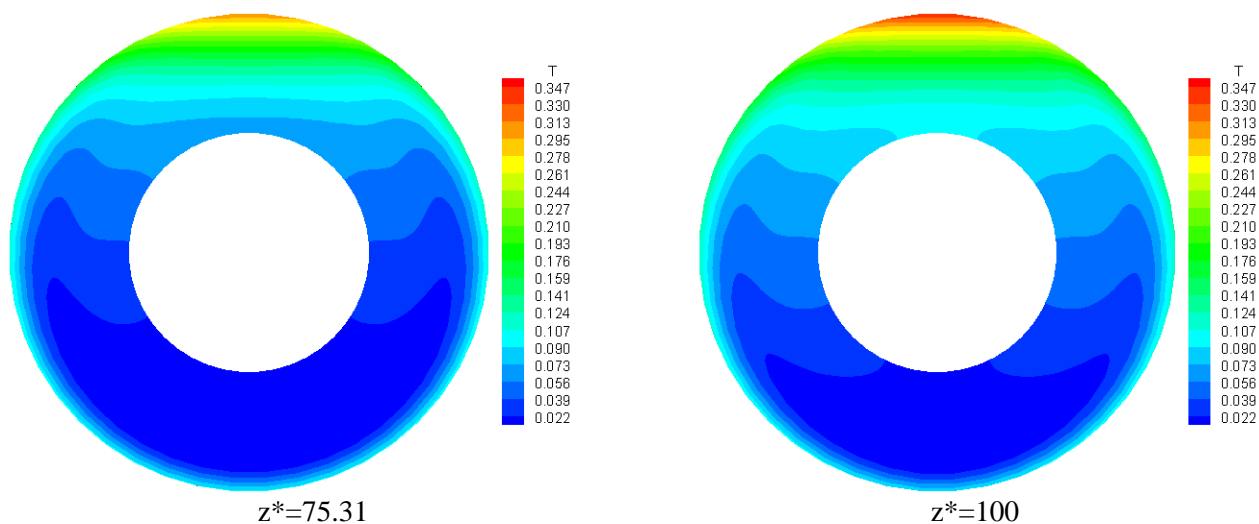
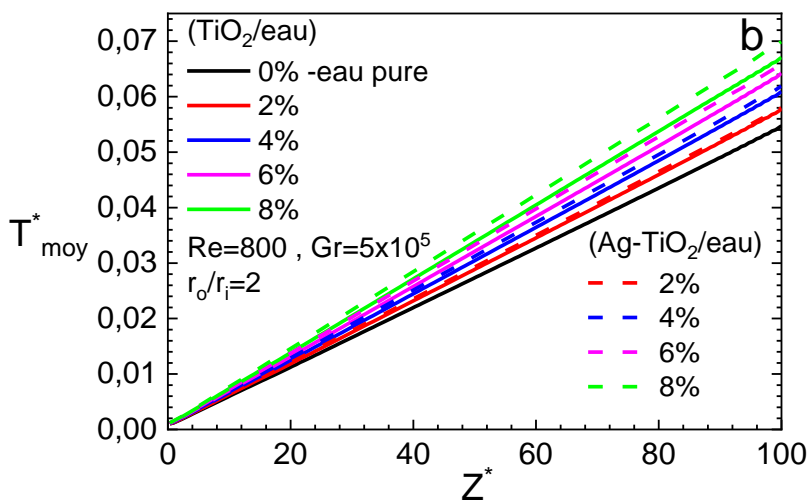
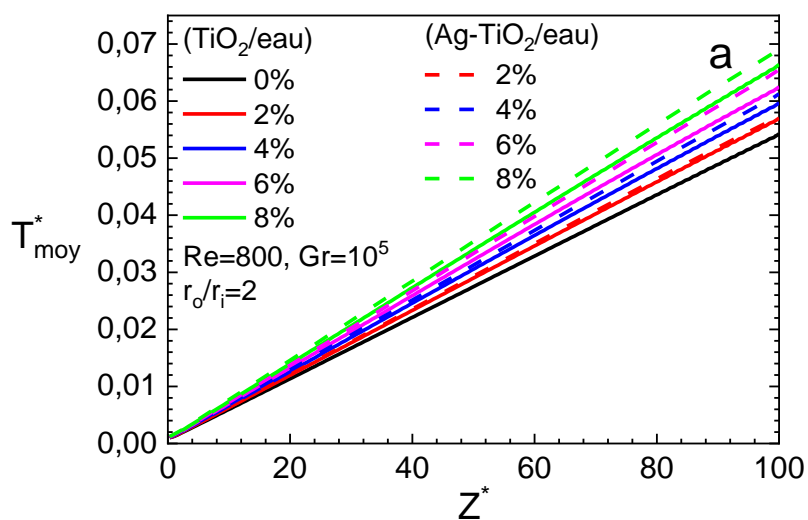


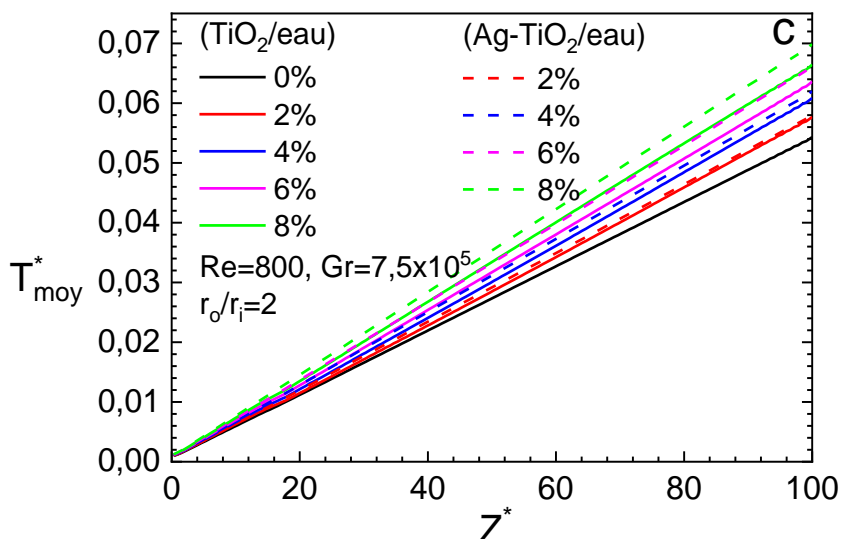
Figure IV-81 : Les variations polaires de la température pour différents nombres de Grashof à la sortie du conduit  $z^*=100$ ,  $\phi=8\%$





**Figure IV-82 :** Les variations polaires du température du nanofluides hybride (Ag – TiO<sub>2</sub> / eau),  $\phi=4\%$  ;  $Gr = 7.5 \times 10^5$  :  
 a)  $z^* = 12.19$ , b)  $z^* = 25.31$ , c)  $z^* = 50.31$  et d)  $z^* = 100$





**Figure IV-83 :** Évolution axiale de la température du nanofluide et du nanofluide hybride à différentes fractions volumiques et différents nombres de Grashof:  
a)  $Gr = 10^5$ , b)  $Gr = 5 \times 10^5$ , c)  $Gr = 7.5 \times 10^5$

#### IV.6.5 L'évolution axial du nombre de Nusselt

Il est utile de quantifier et de comparer le transfert de chaleur des cas considérés, l'eau pure ( $\phi=0\%$ ) et les cas du nanofluide ( $TiO_2/eau$ ), nanofluide hybride ( $Ag-TiO_2/eau$ ) pour une large variation de la fraction volumique allant de 2% jusqu'à 8%, aussi pour différents nombres de Grashof de  $10^5$  à  $10^6$ . Cela peut être accompli en comparant les nombres de Nusselt axiaux  $Nu(z^*)$  et les nombres de Nusselt moyens  $Nu_{moy}$  ainsi l'amélioration du transfert thermique pour chaque fraction volumique testé. Dans **la figure IV-84** nous avons comparé les nombres de Nusselt axiaux des quatre cas suscités. Nous avons vu qu'à partir de l'entrée du conduit jusqu'à  $z^*=25$  et  $z^*=15$ , il y'a une diminution importante du nombre de Nusselt axial est le même pour tous les cas. C'est raisonnable et logique, car dans cette zone, la flottabilité qui induit l'écoulement secondaire est très faible. À partir de cette zone, l'augmentation du nombre de Grashof et de la fraction volumique l'effet de la poussée thermique est perceptible ; il améliore le transfert thermique. Les valeurs des nombres de Nusselt axiaux à la sortie du conduit sont présentées dans **le tableau IV-21**. Il est très visible que le nombre de Nusselt du nanofluide hybride ( $Ag-TiO_2/eau$ ) est plus grand que celui du nanofluide ( $TiO_2/eau$ ) et de l'eau pure aussi. Nous avons constaté que l'addition de deux nanoparticules types dispersées dans le même fluide de base, améliore mieux le transfert thermique qu'une seule nanoparticule type, ceci est dû à l'amélioration de la conductivité du nanofluide hybride. Généralement, le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules.

Une comparaison a été fait entre le nano-fluide hybride et le nano-fluide traditionnel pour les différents nombres de Grashof à une fraction volumique choisie égale 6%, **la figure IV-85** illustre que le nombre de Nusselt le plus haut trouvé avec le cas du nanofluide hybride et Grashof  $10^6$ .

Le nombre de Nusselt moyen présenté dans **la figure IV-86**. Pour les différents cas étudiés. Le nombre de Nusselt moyen du nanofluide hybride est également plus haut que celui du nanofluide et beaucoup plus élevé que celui de l'eau pure. La différence du nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la fraction volumique ainsi le nombre de Grashof. Les valeurs des nombres de Nusselt moyens des cas considérés sont présentées dans **le tableau IV-22**.

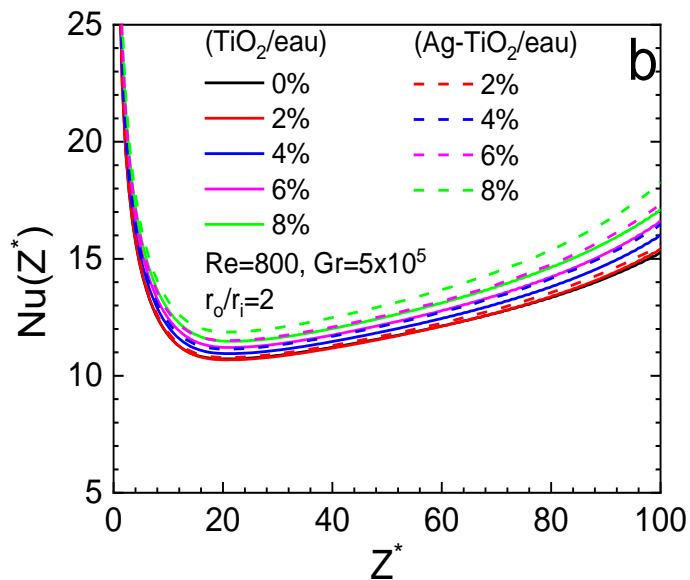
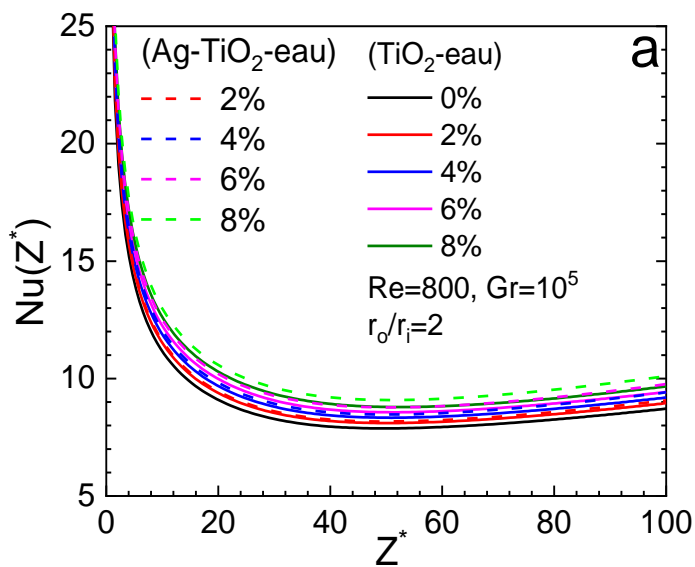
**La figure IV-87** illustre le nombre de Nusselt moyen en fonction de la fraction volumique pour les différents nombres de Grashof testés. Les valeurs du nombre de Nusselt les plus hauts sont obtenus avec le nombre de Grashof  $Gr=10^6$ . L'amélioration du transfert thermique du nanofluide et du nanofluide hybride illustré dans **La figure IV-88**. L'augmentation du fraction volumique augmente l'amélioration du transfert thermique par exemple pour 8% l'amélioration est environ 12.4% et 19.05% pour le nanofluide ( $TiO_2$ /eau) et le nanofluide hybride ( $Ag-TiO_2$ /eau).

**Tableau IV-21** : Les valeurs des nombres de Nusselt axiaux à la sortie du conduit pour différents nombres de Grashof et différentes fractions volumiques

Fraction volumique	0%	2%	4%	6%	8%
<b>Gr=10<sup>5</sup></b>					
<b>TiO<sub>2</sub>/eau</b>	8,72229	8,9572	9,1959	9,43244	9,67182
<b>Ag-TiO<sub>2</sub>/eau</b>		9,07041	9,41666	9,76518	10,11025
<b>Gr=5×10<sup>5</sup></b>					
<b>TiO<sub>2</sub>/eau</b>	15,28428	15,4325	16,02746	16,63114	17,11946
<b>Ag-TiO<sub>2</sub>/eau</b>		15,60512	16,47876	17,37948	18,29537
<b>Gr=7.5×10<sup>5</sup></b>					
<b>TiO<sub>2</sub>/eau</b>	17,50322	18,43305	19,37228	19,91867	20,59739
<b>Ag-TiO<sub>2</sub>/eau</b>		18,7358	19,97632	21,36333	22,58235
<b>Gr=10<sup>6</sup></b>					
<b>TiO<sub>2</sub>/eau</b>	20,3055	20,27101	21,33811	22,48904	23,66347
<b>Ag-TiO<sub>2</sub>/eau</b>		21,09296	22,52104	24,14102	26,04543

**Tableau IV-22 :** Les valeurs des nombres de Nusselt moyen pour différents nombres de Grashof et différentes fractions volumiques

Nombre de Grashof Gr	$10^5$	$5 \times 10^5$	$7.5 \times 10^5$	$10^6$
<b>Eau pure</b>				
$\phi = 0\%$	9,3581	12,4998	13,800	14,813
<b>(TiO<sub>2</sub>/eau) - Nanofluide</b>				
$\phi = 2\%$	9,6328	12,8694	14,1735	15,1213
$\phi = 4\%$	9,9108	13,2411	14,6119	15,6063
$\phi = 6\%$	10,1911	13,6135	15,0091	16,1249
$\phi = 8\%$	10,4680	13,9779	15,4391	16,6518
<b>(Ag-TiO<sub>2</sub>/eau) – Nanofluide Hybride</b>				
$\phi = 2\%$	9,7172	13,0309	14,3561	15,4507
$\phi = 4\%$	10,0784	13,5199	14,9667	16,1190
$\phi = 6\%$	10,4449	14,03763	15,5974	16,8085
$\phi = 8\%$	10,8209	14,5745	16,0247	17,6351





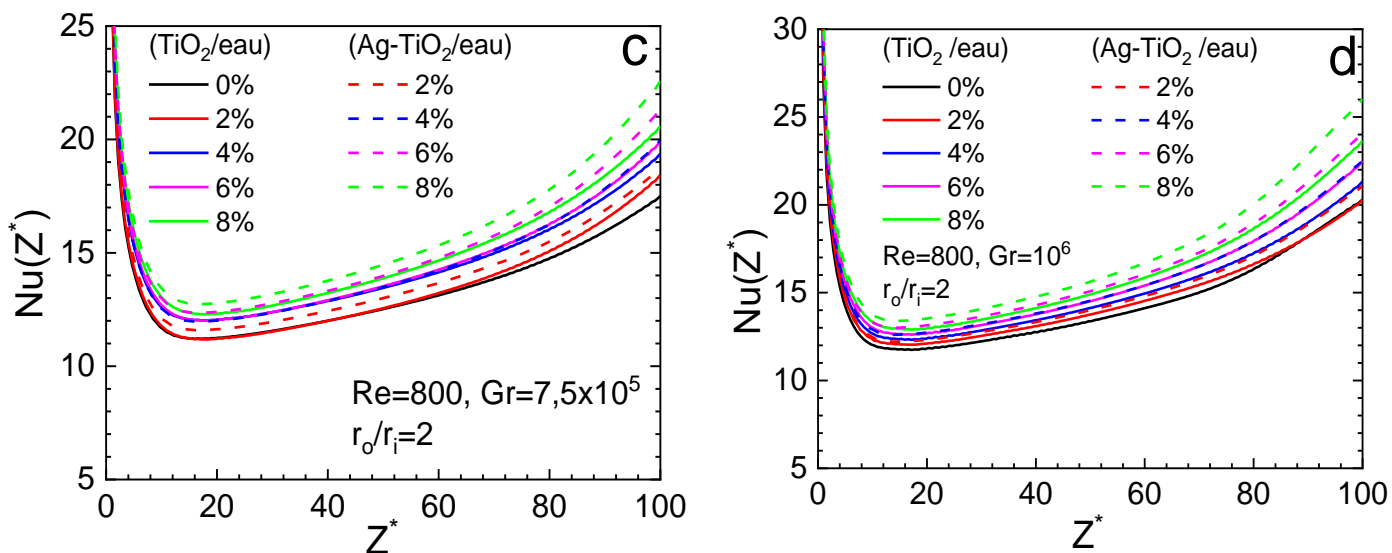


Figure IV-84 : Les nombres de Nusselt axiaux  $Nu(z^*)$  en fonction du nombre de Grashof et la fraction volumique.

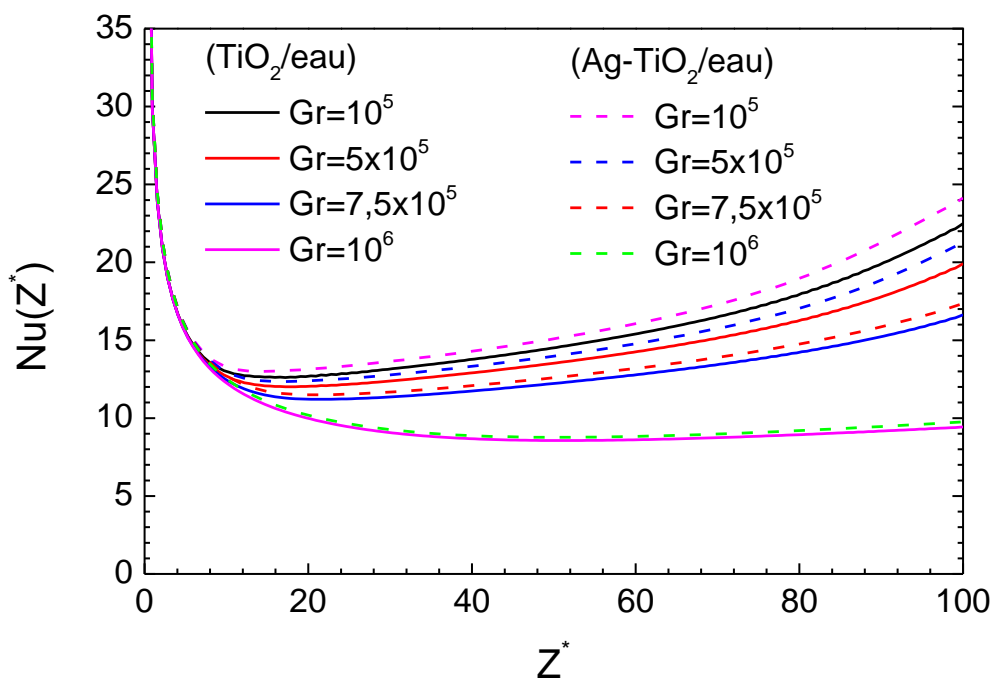
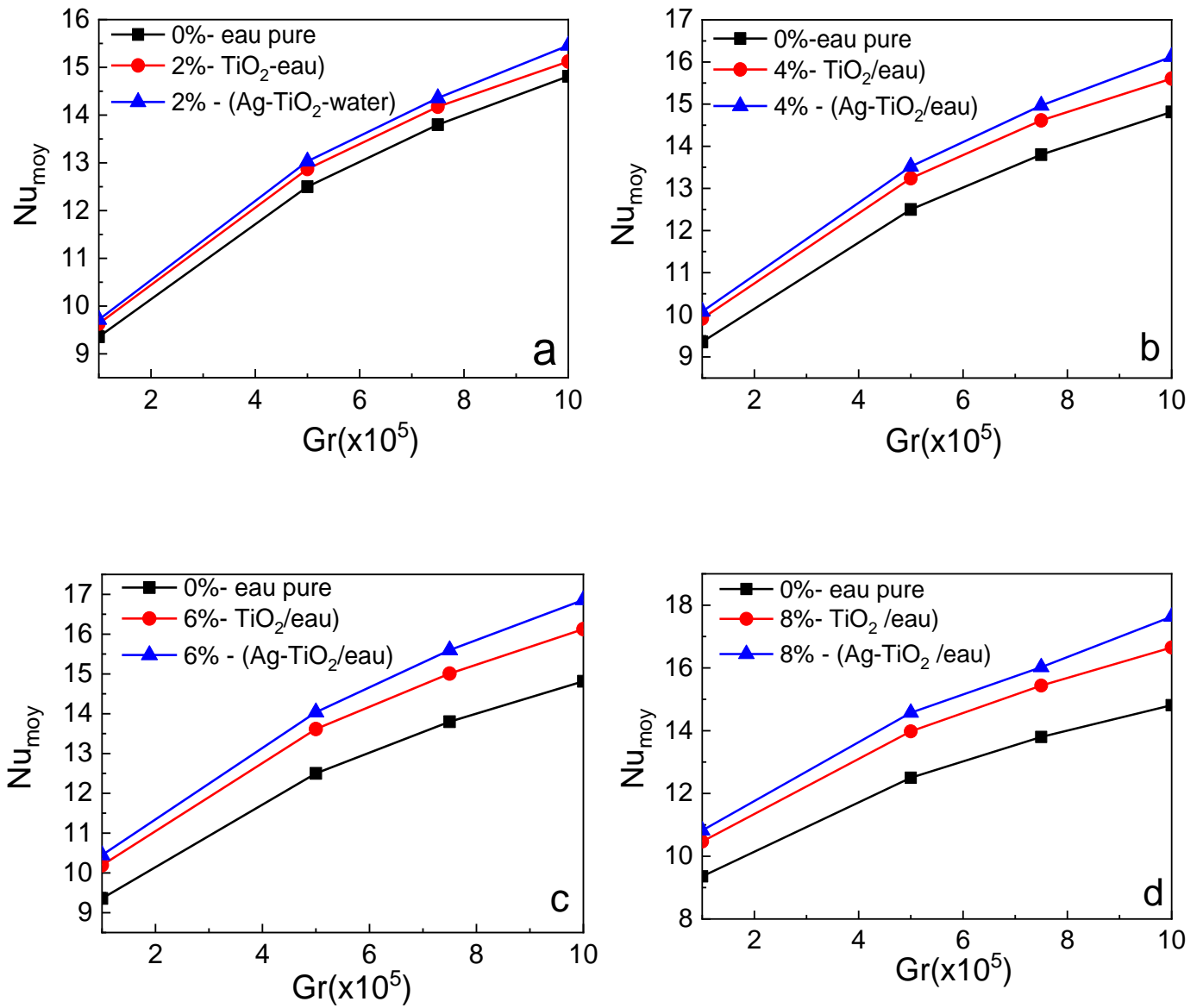


Figure IV-85 : Le nombre de Nusselt axial  $Nu(z^*)$  pour différents nombres de Grashof à une fraction volumique  $\phi = 6\%$



**Figure IV-86 :** Les Nombres de Nusselt moyen pour différents nombres de Grashof et différentes fractions volumiques

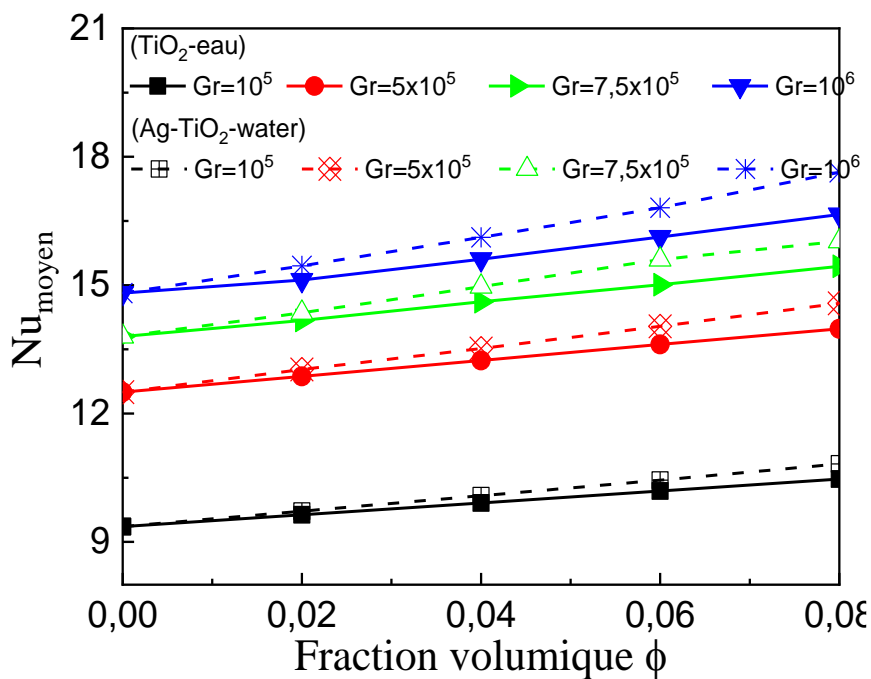


Figure IV-87 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen entre le nanofluide et le nanofluide hybride en fonction de la fraction volumique et différents nombre de Grashof

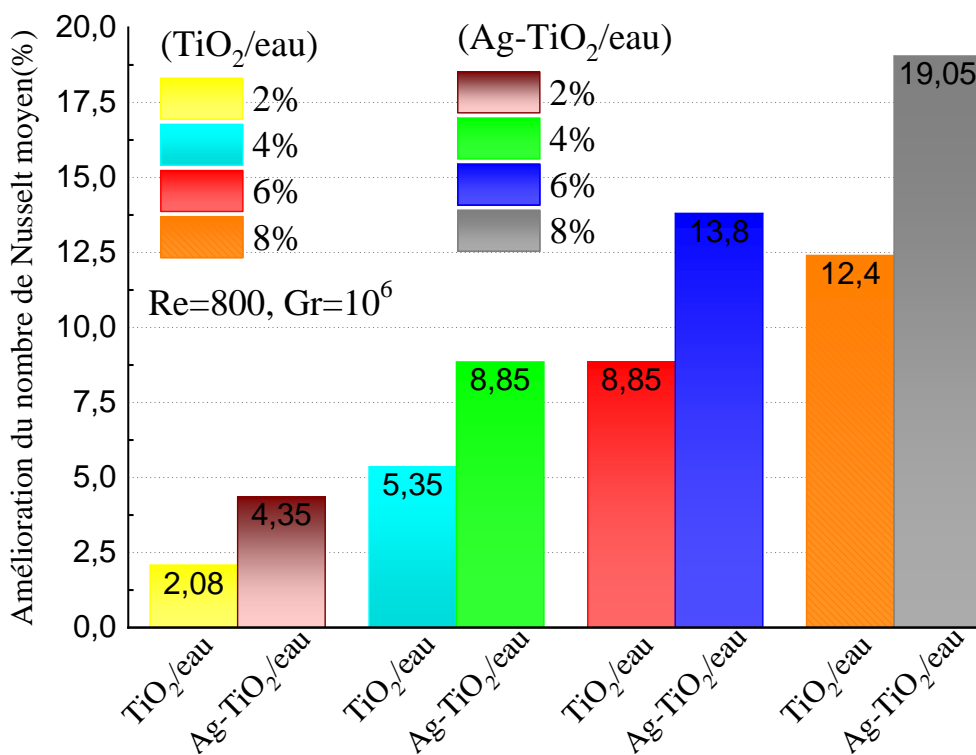


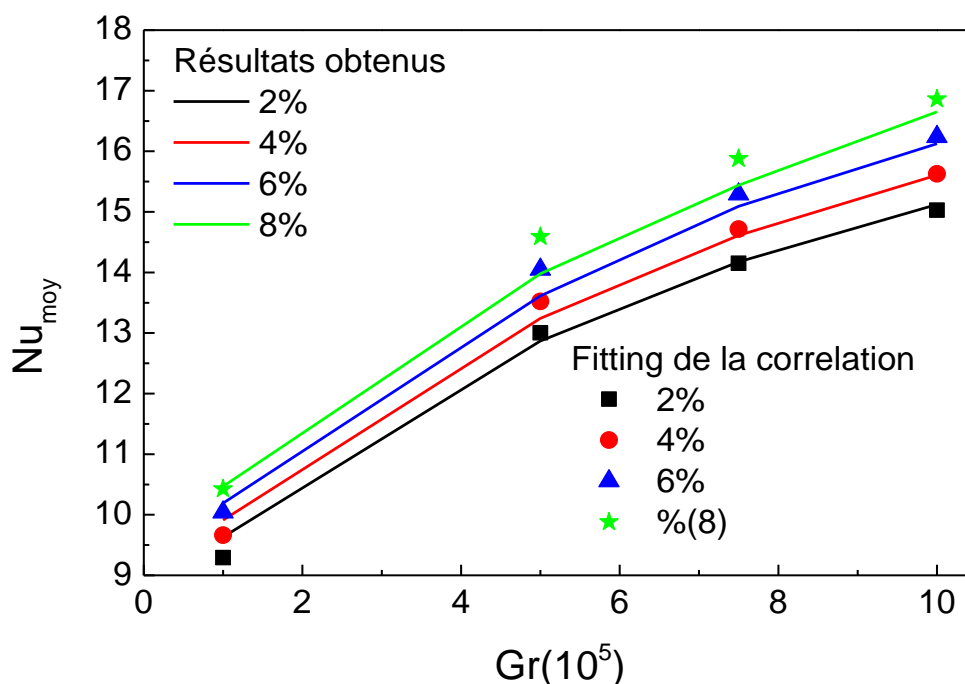
Figure IV-88 : L'amélioration du transfert de chaleur du nanofluide et du nanofluide hybride

Les résultats obtenus nous ont permis de modéliser le nombre de Nusselt moyen du nanofluide et du nanofluide hybride en fonction du nombre de Grashof, le nombre de Prandtl et la fraction volumique. Pour cela nous avons utilisé le logiciel **Curve Expert Professionnel** pour trouver les équations **IV.3** et **IV.4**. Les **figures IV.89** et **IV.90** présentent les valeurs numériques ainsi que les équations IV.1 et IV.2 pour chaque cas étudié. Aussi, un diagramme de parité pour les corrélations dessous est montré à la **figure IV-91a** et **IV.91b** que les résultats du nombre de Nusselt corrélés étaient en accord avec ceux trouvées par les simulations. L'erreur maximale observée aux **figures IV.91a** et **IV.91b** est environ 4% pour les deux cas ( $\text{TiO}_2/\text{eau}$ ) nanofluide et ( $\text{Ag-TiO}_2/\text{eau}$ ) nanofluide hybride.

Les résultats obtenus peuvent être qualifiés de satisfaisants pour le nombre de Reynolds  $\text{Re}=800$ , les gammes de paramètres de contrôles  $10^5 \leq \text{Gr} \leq 10^6$  et  $0 \leq \phi \leq 8\%$ .

$$\text{Nu} = 0.3824\text{Gr}^{0.2088} \text{Pr}^{0.4092} (1 + \phi)^{2.0153} \quad (\text{IV.3})$$

$$\text{Nu} = 0.6765\text{Gr}^{0.21} \text{Pr}^{0.1162} (1 + \phi)^{1.621} \quad (\text{IV.4})$$



**Figure IV-89** : Le fitting de la corrélation pour les cas du nanofluide ( $\text{TiO}_2 / \text{eau}$ )

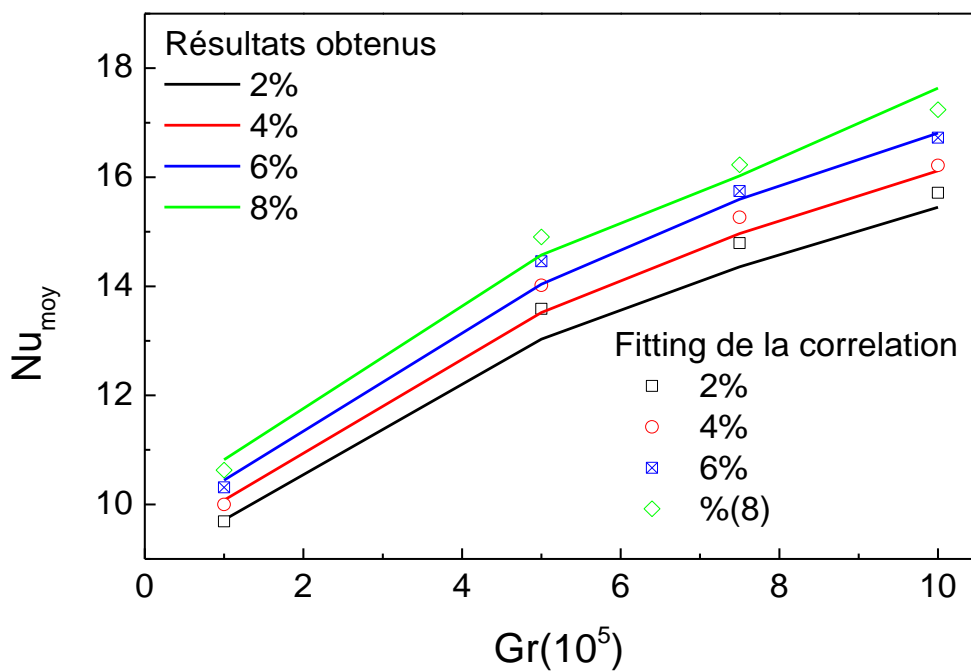


Figure IV-90 : Le fitting de la corrélation pour le cas du nanofluid hybride (Ag– TiO<sub>2</sub> / eau)

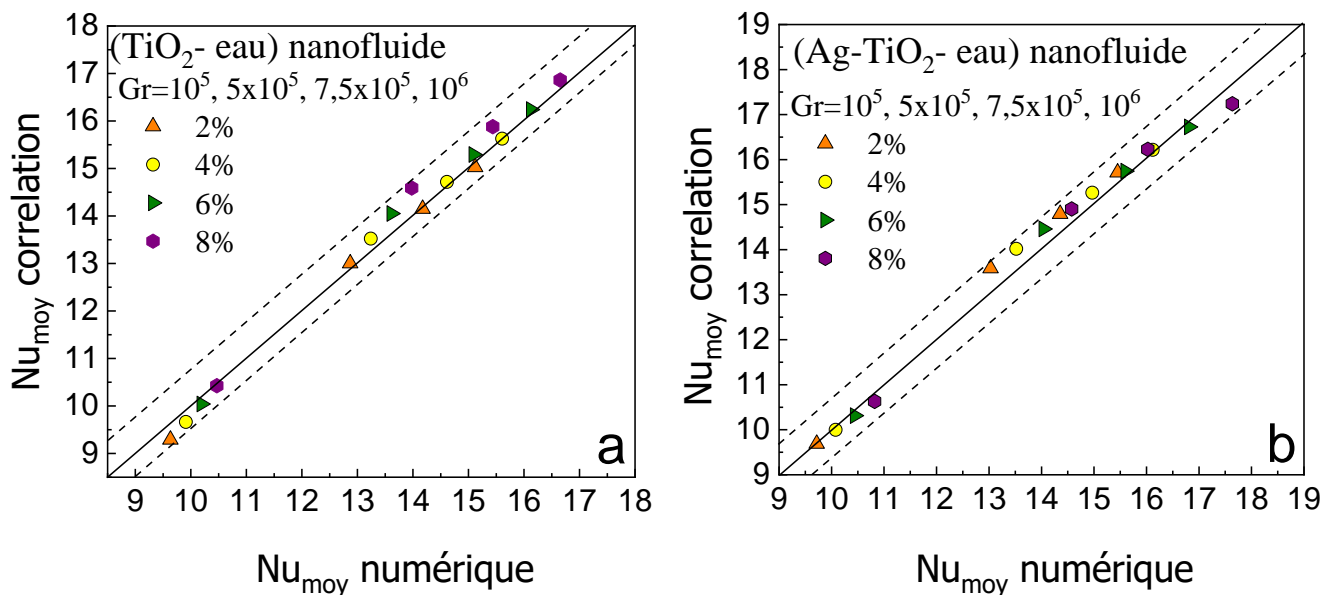


Figure IV-91 : Le nombre de Nusselt moyen corrélées en fonction de nombre de Nusselt moyen simulées: (a) nanofluid, (b) nanofluid hybride

### IV.6.6 Etude comparative des propriétés thermophysiques et l'influence sur l'amélioration du transfert thermique

La présente étude comparative du transfert de chaleur par convection laminaire de nanofluides se concentre sur l'un des problèmes de transfert de chaleur d'ingénierie les plus couramment rencontrés. Un écoulement laminaire à travers un espace annulaire en raison de son rôle clé dans l'étude, la conception et la mise en œuvre de systèmes d'application pratiques de nanofluides d'un écoulement laminaire. Cette analyse numérique de l'amélioration du transfert de chaleur par convection laminaire montre que :

- a. Les nanofluides à écoulement laminaire à faible concentration volumique des nanoparticules peuvent normalement être traités comme des fluides homogènes en raison de la nature de leurs particules bien mélangées et de leurs liquides de base.
- b. les effets supplémentaires des nanoparticules sur les coefficients de transfert de chaleur par convection pour ces nanofluides homogènes dans un écoulement laminaire sont négligeables par rapport au facteur d'influence dominant les propriétés thermophysiques efficaces des nanofluides.
- c. Le taux d'amélioration du transfert de chaleur des nanofluides sur leurs fluides de base sont fortement influencés par la méthode de calcul des propriétés thermophysiques.

A partir de ces remarques, nous avons choisi d'étudier deux nanofluides différents. Il existe de nombreux modèles théoriques et expérimentaux pour prédire les propriétés thermophysiques des nanofluides disponibles dans la littérature. Dans ces conditions, il existe un niveau élevé d'incertitude donné par différents résultats obtenus par différentes approches (par exemple, l'analyse numérique, l'étude expérimentale, la méthode de préparation des nanofluides, la précision des tests, etc.). Cependant, personne ne peut confirmer exactement actuellement quelle équation particulière à plus de succès qu'une autre.

Pour cette étude, quatre combinaisons de relations pour les nanofluides (A, B, C et D) et quatre d'autres combinaisons (E, F, G et H) relatifs aux nanofluides hybrides pour le calcul des propriétés nanofluides (conductivité thermique et viscosité dynamique) ont été considérées, comme l'illustre **le tableau IV-24**,

Pour la conductivité thermique, les données expérimentales disponibles sont plutôt limitées et présentent une dispersion assez importante. En raison de cette situation et du fait qu'il n'y a pas de théorème approprié pour son évaluation, le choix d'un modèle approprié est

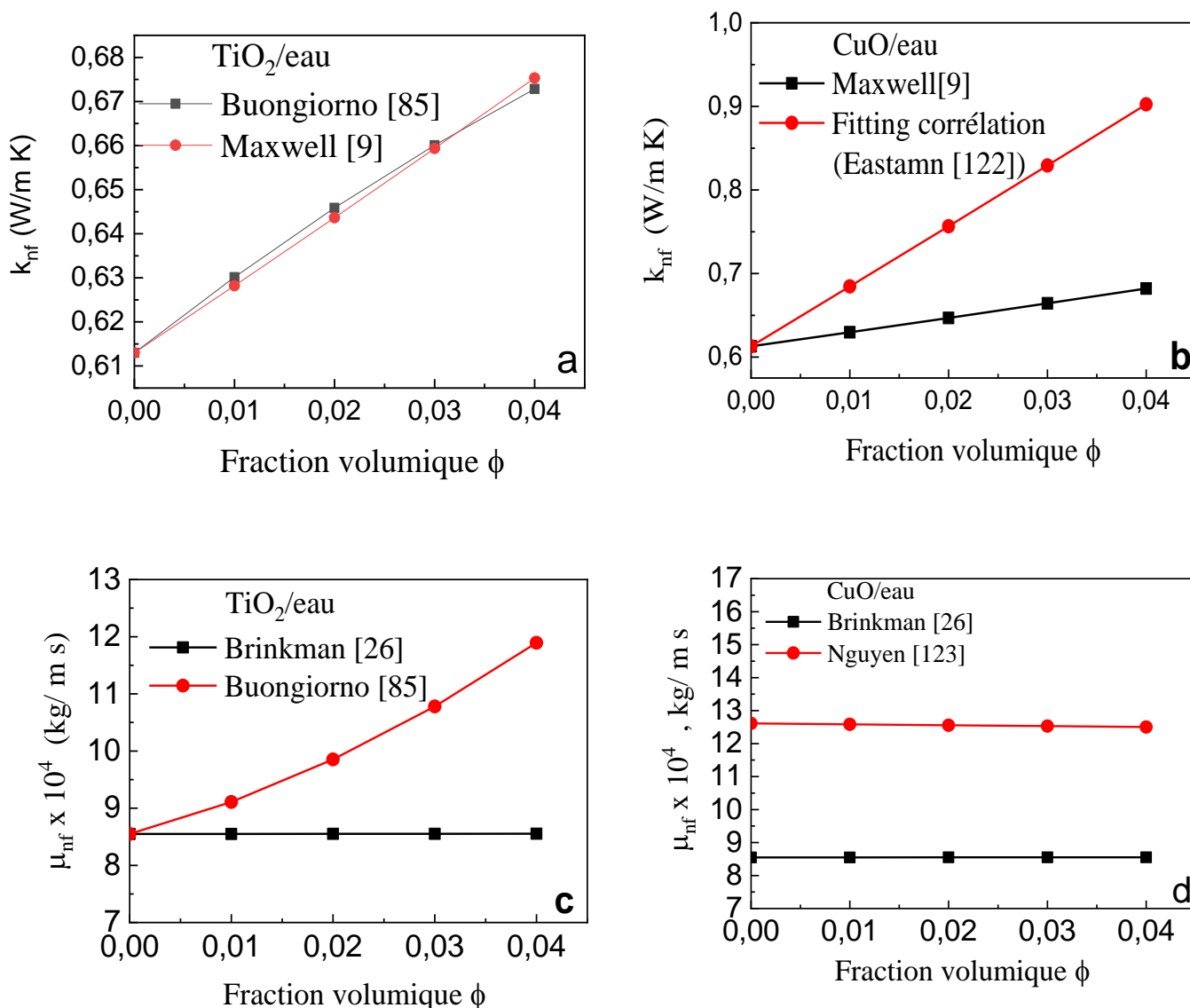
difficile, de sorte que trois estimations théorique et expérimentale les plus courantes ont été choisies pour cette étude comme nous pouvons l'observer à **la figure IV.92 a-b**. Ces modèles donnent des résultats différents pour la conductivité thermique du nanofluide  $k_{nf}$ , notamment si nous comparons le cas **C** avec le cas **D**. Le cas **A** et moins différent à **B**, il offre presque les mêmes valeurs de la conductivité thermique. En outre, ces modèles sont tous basés sur l'hypothèse que les nanoparticules sont uniformément réparties dans tout le fluide de base, alors qu'en réalité il existe des incertitudes considérables concernant leur concentration.

La viscosité dynamique des nanofluides peut être calculée en utilisant différentes formules existantes qui ont été obtenues pour les mélanges à deux phases et trois de celles-ci expérimentale et théorique ont été sélectionnées pour cette étude comme nous pouvons l'observer dans **la figure IV.93 c-d**, ces modèles donnent des résultats différents.

Les différences substantielles entre les prédictions de ces différentes expressions pour les propriétés thermophysiques telles que la conductivité thermique et la viscosité peuvent être attribuées au fait qu'aucun n'a été spécifiquement développé pour les nanofluides. En plus, tous reposent sur l'hypothèse que les nanoparticules sont uniformément réparties dans tout le fluide de base, alors qu'en réalité, il existe des incertitudes considérables concernant leur concentration. Enfin, ces expressions ne tiennent pas compte des effets de la disparité de taille entre les nanoparticules.

Tableau IV-23 : Les cas étudiés

code	Formule	Équation d'estimation	
		Viscosité $\mu_{nf}$	Conductivité $k_{nf}$
A	2% TiO <sub>2</sub> dispersé dans l'eau	Eq II.33	Eq II.20
	4% TiO <sub>2</sub> dispersé dans l'eau		
B	2% TiO <sub>2</sub> dispersé dans l'eau	Eq II.34	Eq II.32
	4% TiO <sub>2</sub> dispersé dans l'eau		
C	2% CuO dispersé dans l'eau	Eq II.33	Eq II.20
	4% CuO dispersé dans l'eau		
D	2% CuO dispersé dans l'eau	Eq II.35	Eq II.31
	4% CuO dispersé dans l'eau		
E	1.5% TiO <sub>2</sub> +0.5% Ag dispersés dans l'eau	Eq II.33	Eq II.20
	3% TiO <sub>2</sub> +1% Ag dispersés dans l'eau		
F	1.5% TiO <sub>2</sub> +0.5% Ag dispersés dans l'eau	Eq II.33 +Eq II.35	Eq II.20+ Eq II.32
	3% TiO <sub>2</sub> +1% Ag dispersés dans l'eau		
G	1.5% CuO+0.5% Ag dispersés dans l'eau	Eq II.33	Eq II.20
	3% CuO+1% Ag dispersés dans l'eau		
H	1.5% CuO+0.5% Ag dispersés dans l'eau	Eq II.33+Eq II.35	Eq II.20+Eq II.31
	3% CuO+1% Ag dispersés dans l'eau		



**Figure IV-92 :** Comparaison des modèles de propriétés thermophysiques :  
 a et b Conductivité thermique, c et d Viscosité dynamique

Le **tableau IV-25** présente le résumé des résultats numériques de l'amélioration du transfert thermique pour les quatre cas du nanofluides avec deux fractions volumiques des nanoparticules 2,0% et 4,0% et pour trois nombres de Grashof.

A partir du **tableau IV-25** nous pouvons voir que l'amélioration du transfert de chaleur augmente avec l'ajout de nanoparticules à l'eau fluide de base. La raison de cette amélioration peut être l'aplatissement du profil de température radiale qui résulte de la variation de la dispersion thermique en direction radiale. En outre, la variation du nombre de Grashof



influence significativement l'amélioration du transfert de chaleur à cause de la force de flottabilité qui produit des vitesses polaires.

Dans les tableaux IV-25 et IV-26 nous avons constaté que le nombre de Nusselt moyen, la conductivité thermique augmentent avec la fraction de volume du nanofluide. En plus, une augmentation de la conductivité thermique de 4,99% -11,25% pour le TiO<sub>2</sub> et de 5,36% - 47,21% pour le CuO peut être observée avec une amélioration du transfert de chaleur qui varie entre 0,64% - 5,93% et 3,23% - 36,83% pour les cas A, B et C, D.

Dans cette situation, nous pouvons supposer que les principales différences entre les cas étudiés sont le résultat de l'influence de la viscosité sur le modèle du nanofluide. Nous pouvons remarquer qu'une baisse de la viscosité de 10,05% et 31,63% pour A, B et C, D respectivement augmente l'amélioration du transfert de chaleur de 5,93% et 32,01% pour une concentration de 2% de nanofluide à Grashof Gr=10<sup>5</sup> et une diminution de la viscosité de 28,37% et 35,49% augmente l'amélioration du transfert de chaleur de 5,35% et 36,83 pour une fraction volumique de 4% à Grashof Gr = 10<sup>6</sup>.

**Tableau IV-24 :** Résumé de l'amélioration du transfert de chaleur  
( $Nu_r = Nu_{nf} / Nu_f$ ) pour les tests numériques

Fraction volumique du nanofluide %	Gr=5×10 <sup>5</sup>	Gr=7.5×10 <sup>5</sup>	Gr=10 <sup>6</sup>
<b>Amélioration du transfert thermique le cas A</b>			
2	1,01517	1,0268	1,02078
4	1,0593	1,05883	1,05353
<b>Amélioration du transfert thermique le cas B</b>			
2	1,01362	1,01086	1,01422
4	1,00642	1,02318	1,0288
<b>Amélioration du transfert thermique le cas C</b>			
2	1,03333	1,03231	1,03578
4	1,06784	1,06663	1,06877
<b>Amélioration du transfert thermique le cas D</b>			
2	1,21849	1,23319	1,24732
4	1,32014	1,34413	1,36839

**Tableau IV-25 :** Amélioration du Conductivité thermique et la Viscosité dynamique des cas testés

Fraction volumique du nanofluide %	Amélioration du Conductivité thermique $k_r = k_{nf}/k_f$				Amélioration Viscosité dynamique $\mu_r = \mu_{nf}/\mu_f$		
	A	B	C	D	A+C	B	D
2	1.04998	1.05526	1.0536	1.23427	1.0518	1.1523	1.4686
4	1.10165	1.11259	1.09762	1.47216	1.1074	1.3911	1.4623

**La figue. IV.93 a-d** présente la variation du nombre de Nusselt moyen avec le nombre de Grashof pour les fractions volumique étudiées. Nous pouvons conclure que même à une petite quantité de nanoparticules (2%) peut aller vers un meilleur liquide de transfert de chaleur par rapport à un fluide conventionnel (par exemple : l'eau) ceci est pour les deux nanofluides étudiés.

Bien qu'il existe des effets des nanoparticules supplémentaires potentielles, le facteur d'influence dominant sur l'amélioration du nombre de Nusselt d'un nanofluide sur son fluide de base est ses propriétés thermophysiques efficaces. Ces résultats valident davantage l'étude d'un nanofluide en tant que fluide homogène avec ses propriétés thermophysiques efficaces. En conclusion, les propriétés thermophysiques de chaque nanofluide en particulier les expérimentales qui donnent la description la plus précise du comportement du nanofluide.

En croyant que la complexité et la controverse des systèmes nanofluides peuvent être liées aux couches limite solide-fluide entre les nanoparticules solides et l'eau fluide de base, qui à une surface importante des nanoparticules contribuent aux propriétés des fluides, ce qui se traduit par des systèmes triphasés. Cette approche des nanofluides en tant que triphasés (au lieu de considérer traditionnellement que les nanofluides sont des mélanges à seulement deux phases solide-liquide) nous mènent vers une meilleure compréhension des corrélations entre les paramètres, les propriétés des nanofluides et les performances de chauffage et de refroidissement.

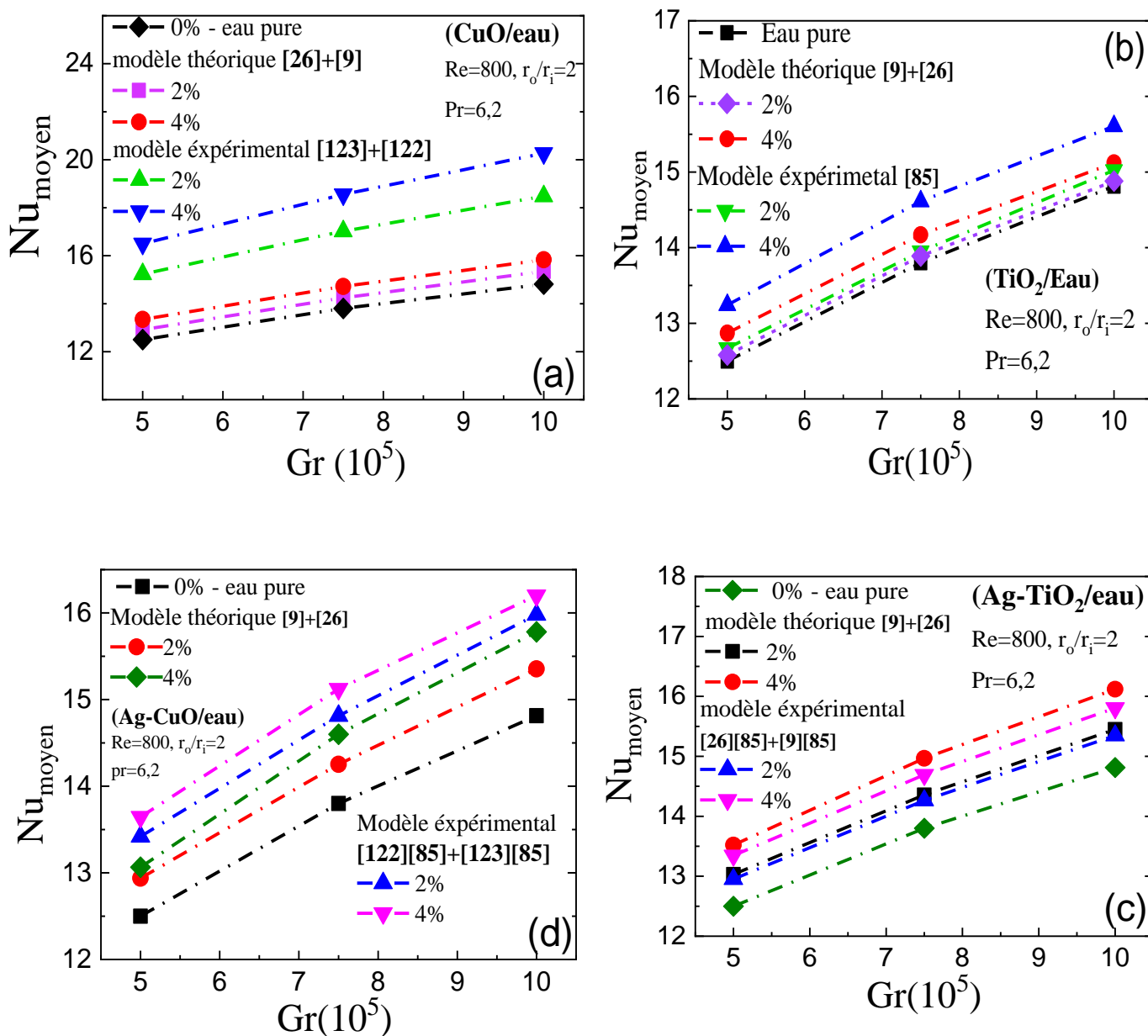


Figure IV-93 : Variation du nombre de Nusselt moyen pour les différents cas et différents nanofluides

## IV.7 Espace annulaire à ailettes longitudinales

### IV.7.1 La convection forcée

Nous allons présenter le cas du cylindre extérieur équipé de quatre ailettes longitudinales avec une hauteur d'ailette différentes  $H^* = H/D_h = 50\%$  du diamètre hydraulique

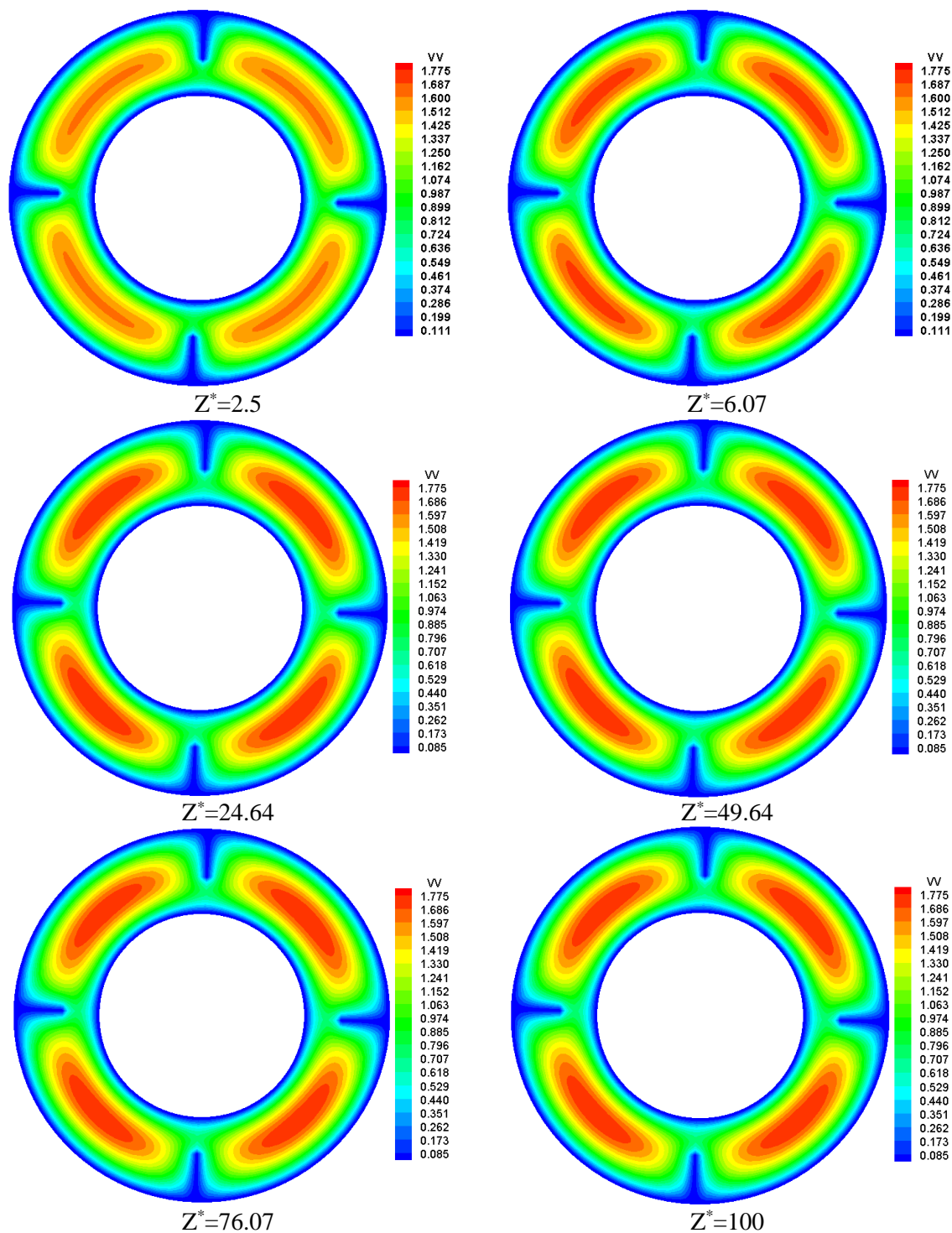
de l'espace annulaire et un diamètre de la nanoparticule égale 25nm. Pour la viscosité nous allons choisir le modèle présenté dans l'équation II-46.

### a. L'écoulement axial

La distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide (Ag/eau) pour une fraction volumique égale à 4% dans des positions axiales choisies :  $z^*=2.5$ ,  $z^*=6.07$ ,  $z^*=24.64$ ,  $z^*=49.64$ ,  $z^*=76.07$  et  $z^*=100$  pour le cas de quatre ailettes longitudinales ayant une hauteur  $H^* = H/D_h = 50\%$  (du diamètre hydraulique de l'espace annulaire) est illustrée dans **la figure IV-94**. L'observation générale indique que l'écoulement présente une symétrie par rapport à un diamètre vertical et aussi par rapport à un diamètre horizontal. La présence des ailettes longitudinales en positions du même angle confère à l'écoulement dans un espace annulaire ailette soumis à une convection forcée, une configuration bien particulière avec quatre cellules contrarotatives diamétralement opposées qui se forment, situées de part et d'autre des ailettes. Les lignes de courant formant ces cellules sont confinées entre deux cellules successives. Le maximum de vitesse  $v_{\max}^* = 1.775$  est situé au centre de chaque cellule entre deux ailettes successives. A partir d'une zone près de l'entrée à  $z^*=19.64285$  l'écoulement atteint son maximum de vitesse et le profil de vitesse garde sa forme jusqu'à la sortie. **Le tableau IV-26** présente les positions polaires des maximums de vitesse axiale.

**Tableau IV-26** : Les vitesses axiales maximales à différentes positions pour  $Gr=0$ ,  $Re=400$  et  $\phi=4\%$

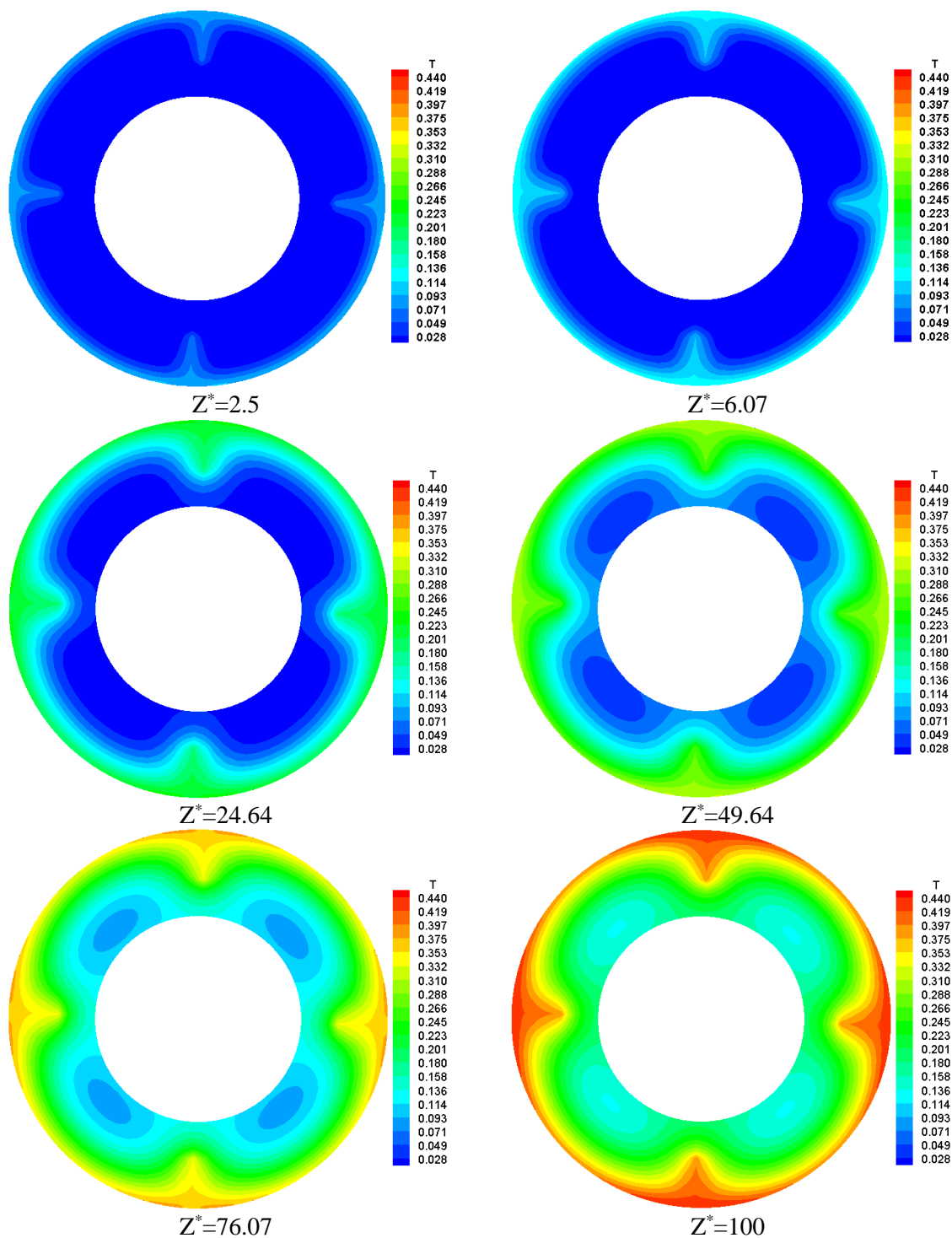
Position axiale $z^*$	Position radiale $r^*$	Position azimutale $\theta$
$z^*=19.64285$	$r^*=0.67613$	$\theta = 0.821098$
		$\theta = 2.39189$
		$\theta = 3.96269$
		$\theta = 5.53348$



**Figure IV-94 :** Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide (Ag / eau) en positions axiales choisies pour quatre ailettes ;  $Gr=0$ ,  $H^+ = H/D_h = 50\%$

**b. Champ thermique**

Les variations de la température sont illustrées dans la **figure IV-90** dans six positions axiales  $z^*=2.5$ ,  $z^*=6.07$ ,  $z^*=24.64$ ,  $z^*=49.64$ ,  $z^*=76.07$  et  $z^*=100$ .



**Figure IV-95 :** Champ de température du nanofluide (Ag / eau) en positions axiales choisies pour quatre ailettes ;  $Gr=0$ ,  $H^* = H/D_h = 50\%$

Axialement, la température augmente de l'entrée à la sortie du conduit. Les variations radiale et angulaire sont négligeables à cause de l'absence de chauffage sur le cylindre extérieur, convection purement forcée ( $Gr=0$ ). Cela donne une distribution axisymétrique des isothermes dans chaque section axiale. La température devient très importante en

s'approchant du cylindre extérieur tandis que le minimum de la température se situe près du cylindre intérieur. La température maximale du nanofluid (Ag/eau) dans les positions précédentes égale 0.031539. À la sortie de l'espace annulaire, le nanofluid atteint sa température maximale égale à 0.440.

La figure IV-96 illustre l'évolution axiale de la température moyenne le long de l'espace annulaire. La température moyenne augmente linéairement de l'entrée jusqu'à la sortie où elle atteint sa valeur maximale. En plus, nous avons constaté aussi que la température moyenne augmente avec l'augmentation de la fraction volumique, elle égale à  $T_{m,max}^* = 0.2134$  et 0.23392 pour quatre ailettes à hauteur  $H^* = H/D_h = 50\%$ , elle égale aussi  $T_{m,max}^* = 0.19068$  et 0.21034 pour quatre ailettes à hauteur  $H^* = H/D_h = 33\%$ . Ceci est pour les fractions volumiques 0% et 4% respectivement. Nous avons remarqué aussi que la température moyenne est plus élevée dans le cas des ailettes de hauteur  $H^* = H/D_h = 50\%$  par rapport aux ailettes de hauteur  $H^* = H/D_h = 33\%$ .

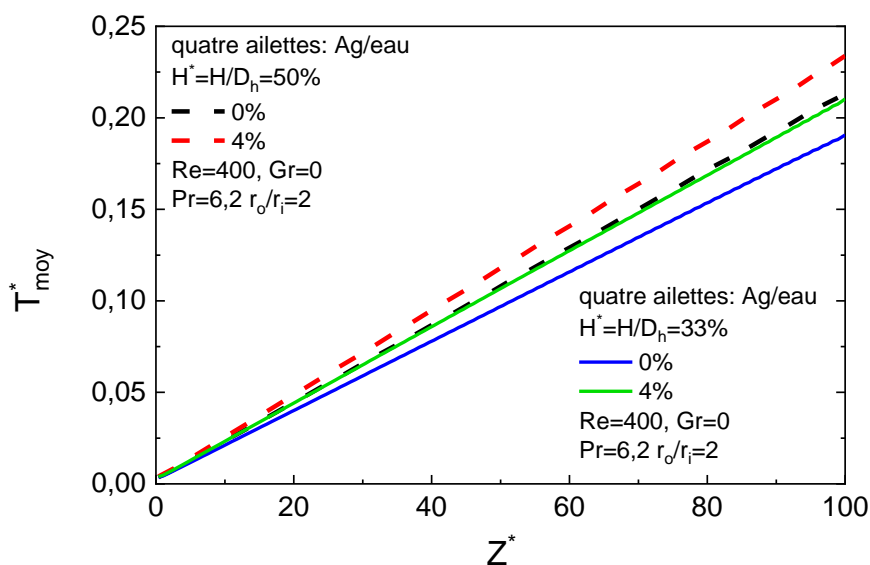
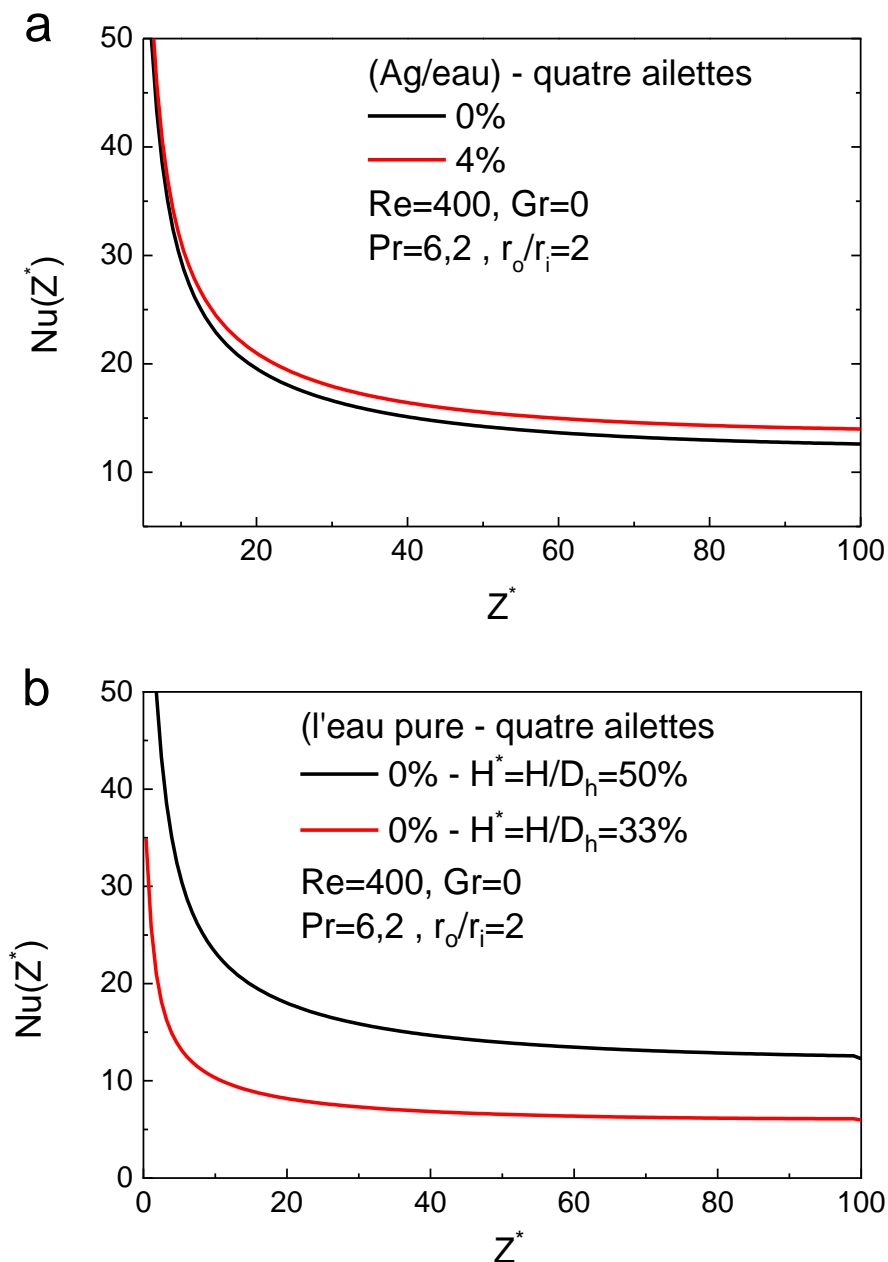


Figure IV-96 : Évolution axiale de la température moyenne du nanofluid (Ag / eau)

### c. L'évolution du nombre de Nusselt

La variation axiale du nombre de Nusselt à l'interface cylindre externe nanofluid pour le cas de quatre ailettes avec une hauteur  $H^*$  égal la moitié du diamètre hydraulique  $D_h^*$  est représentée dans la figure IV-97(a,b) il subit une chute brusque à l'entrée puis il se

stabilise jusqu'à la sortie du cylindre annulaire. Nous avons observé aussi qu'il augmente avec l'augmentation de la fraction volumique. À la sortie, le nombre de Nusselt atteint une valeur 12.26858 et 13.62079 pour quatre ailettes à hauteur  $H^* = H/D_h = 50\%$  pour l'eau pure 0% et nanofluide de fraction volumique 4%, il égal aussi à 5,97157 et 12,26858 pour le cas de quatre ailettes à hauteur  $H^* = H/D_h = 33\%$  pour l'eau pure 0% et fraction volumique 4% pour le nanofluide de (Ag/eau).



**Figure IV-97 :** Évaluation axiale du nombre de Nusselt du nanofluide (Ag / eau)

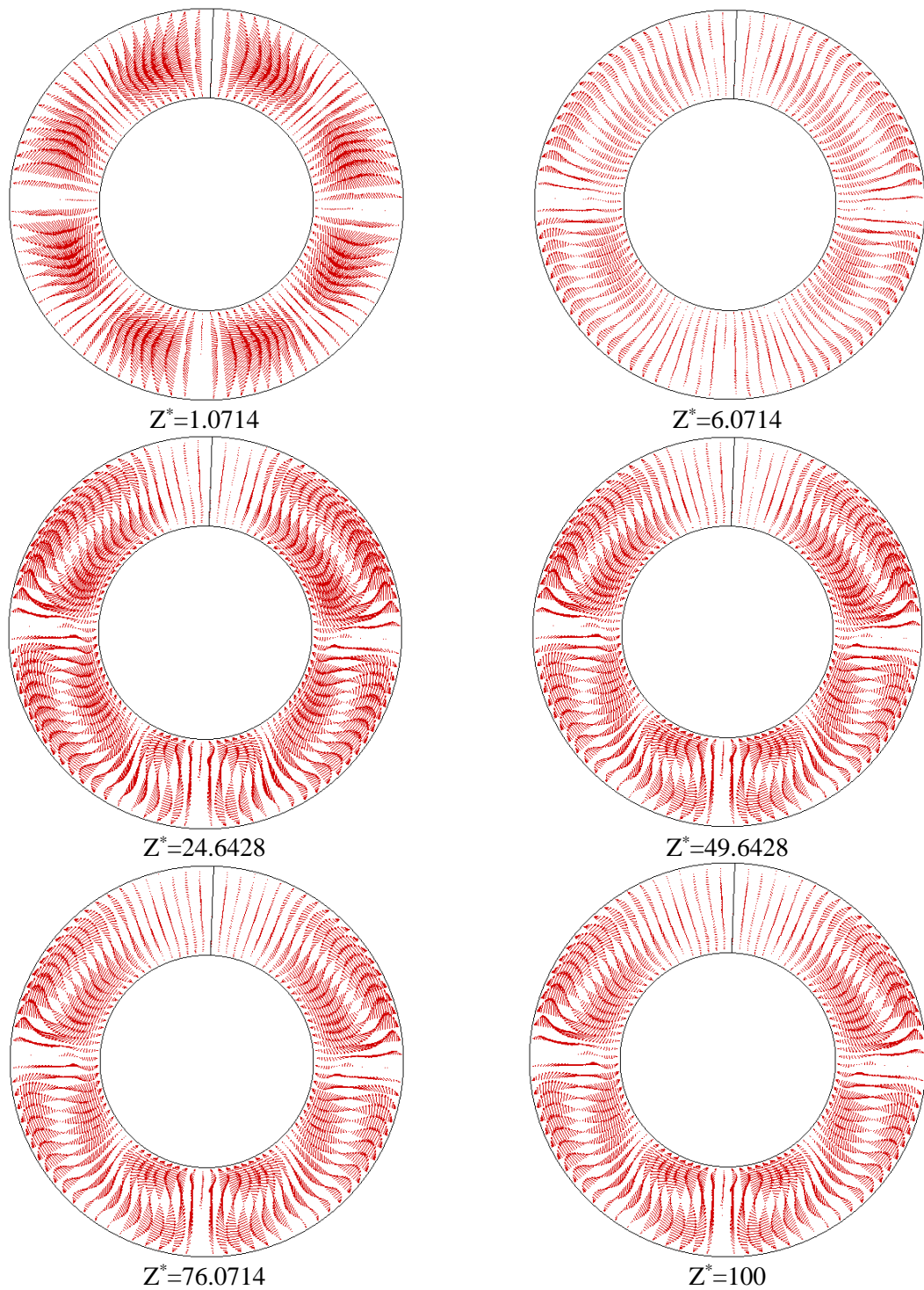


### IV.7.2 L'écoulement secondaire

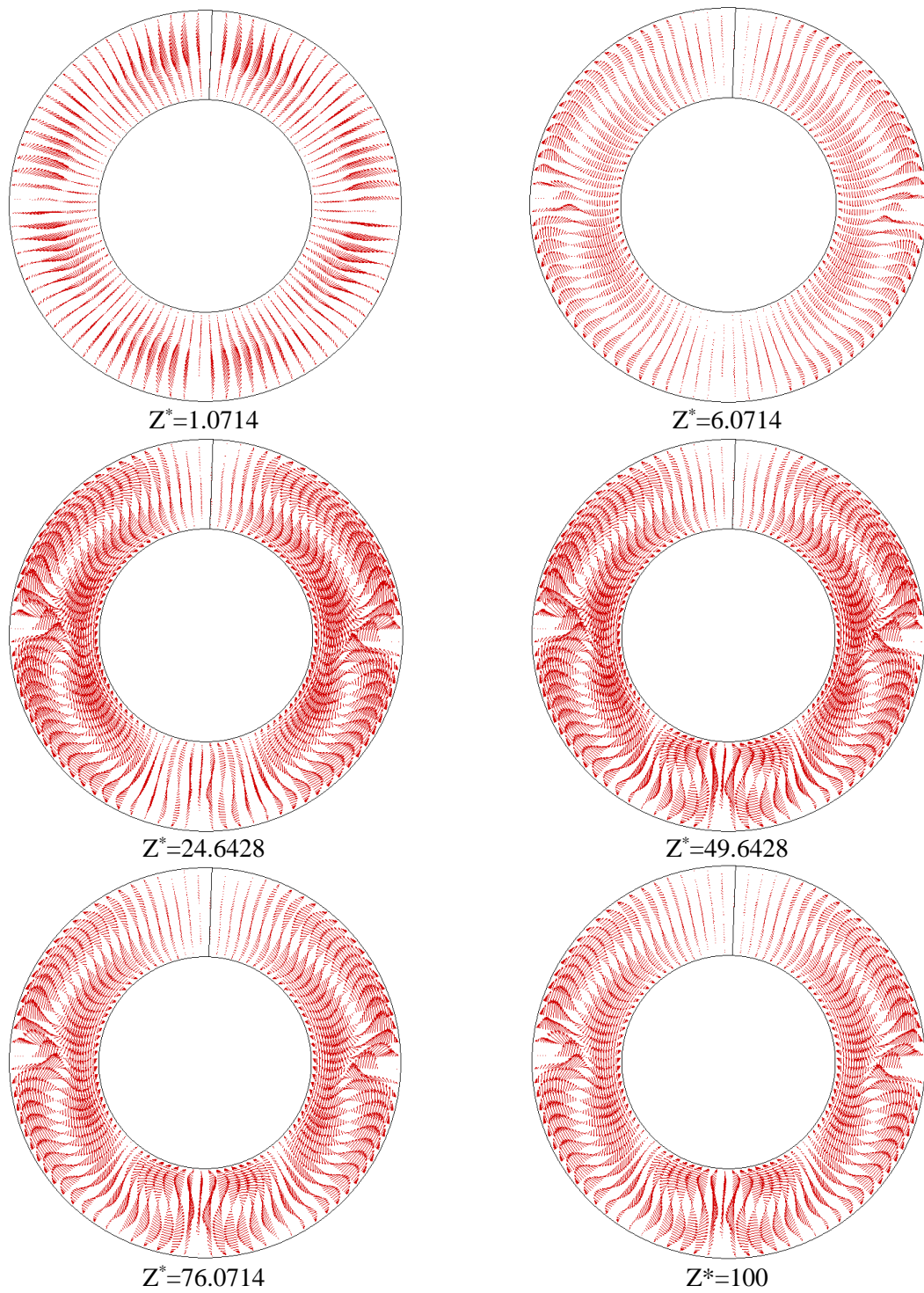
Le chauffage uniforme imposé sur la paroi du cylindre extérieur et les parois des ailettes affectent la force de flottabilité qui crée un mouvement transversal dans le plan  $(r^*, \theta)$ . Les figures IV.98 et IV.99 illustrent l'écoulement secondaire pour les cas d'un espace annulaire équipé par quatre ailettes longitudinales attachées sur la paroi du cylindre extérieur, les hauteurs sont  $H^* = H/D_h = 50\%$  et  $H^* = H/D_h = 33\%$ . Il est bien clair qu'à une courte zone juste près de l'entrée sur les deux faces de chaque ailette la diffusion de la chaleur contrairement au sein du nanofluide où la force de flottabilité est encore très faible. Dans le cas  $H^* = H/D_h = 50\%$  est plus intense par rapport au cas  $H^* = H/D_h = 33\%$ . Après cette zone l'importance de l'intensité de l'effet de la force de flottabilité commence à former deux cellules contrarotative dans la zone  $z^* = 6.0714$ , le nombre de ces cellules dépend du nombre des ailettes longitudinales. L'explication du mouvement transversal à cause du gradient de température dû au chauffage uniforme sur le cylindre extérieur permet au fluide chaud de monter du bas vers le haut du conduit, au cours de ce déplacement vers le haut les parois de chaque ailette bloque une partie du nanofluide et change la direction vers le cylindre intérieur. Mais, une partie continue le déplacement vers le haut, grâce à la force de flottabilité tandis que le fluide relativement froid ce déplace du haut vers le bas. Les vitesses azimutales maximales sont présentées dans le tableau IV-27 pour les deux cas de hauteur  $H^* = H/D_h = 50\%$  et  $H^* = H/D_h = 33\%$ .

**Tableau IV-27 :** Les vitesses azimutales maximales aux positions axiales choisies pour quatre ailettes  $H^* = H/D_h = 50\%$ .

Vitesse azimutale $w^*$	Position axiale $z^*$	Position radiale $r^*$	Position azimutale $\theta$
0.002624	1.0714	0.5625	0.03569
0.01314	6.0714	0.82386	1.10669
0.02202	24.6428	0.81249	0.96389
0.02460	49.6428	0.81249	1.32089
0.01778	76.0714	0.81249	1.03529
0.01661	100	0.82386	1.03529



**Figure IV-98 :** Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide (Ag / eau) dans des positions axiales sélectionnées pour quatre ailettes ;  
 $Gr = 10^5$  ,  $H^* = H/D_h = 50\%$  , fraction volumique 4%



**Figure IV-99 :** Développement de l'écoulement secondaire du nanofluide (Ag / eau) dans des positions axiales sélectionnées pour quatre ailettes ;  
 $Gr = 10^5$  ,  $H^* = H/D_h = 33\%$  , fraction volumique 4%

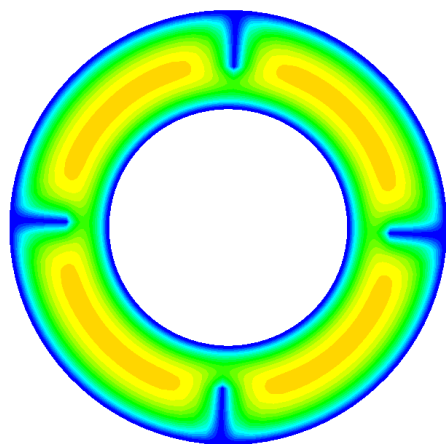
**a. L'écoulement axial**

Les variations polaires de la vitesse axiale pour quatre ailettes de l'un des deux cas étudiés  $H^* = H/D_h = 50\%$ . Dans les **figure IV-100** et **IV-101** nous présentons une illustration de la variation de la vitesse axiale dans des positions axiales choisies, après la zone d'entrée l'écoulement est influencé par l'effet de la force de flottabilité grâce au flux imposé sur le cylindre extérieur où la température dans la partie supérieure est relativement plus grande que celle dans la partie inférieure du conduit.

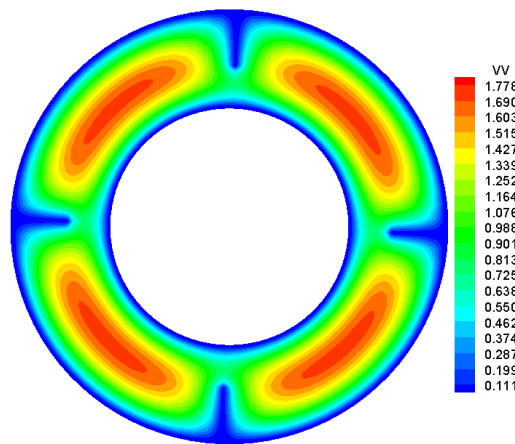
La comparaison de la distribution de la vitesse pour les cas étudiés quatre ailettes à deux hauteurs différents  $H^* = H/D_h = 33\%$  et  $H^* = H/D_h = 50\%$ . Donc, nous constatons que la vitesse augmente avec l'augmentation de la hauteur de l'ailette ainsi avec le nombre des ailettes. Les vitesses axiales maximales correspondent aux différentes positions axiales choisies sont présentées dans le **tableau IV-28**.

**Tableau IV-28** : Les vitesses axiales maximales à des positions axiales choisies pour le cas de quatre ailettes à  $H^* = H/D_h = 50\%$

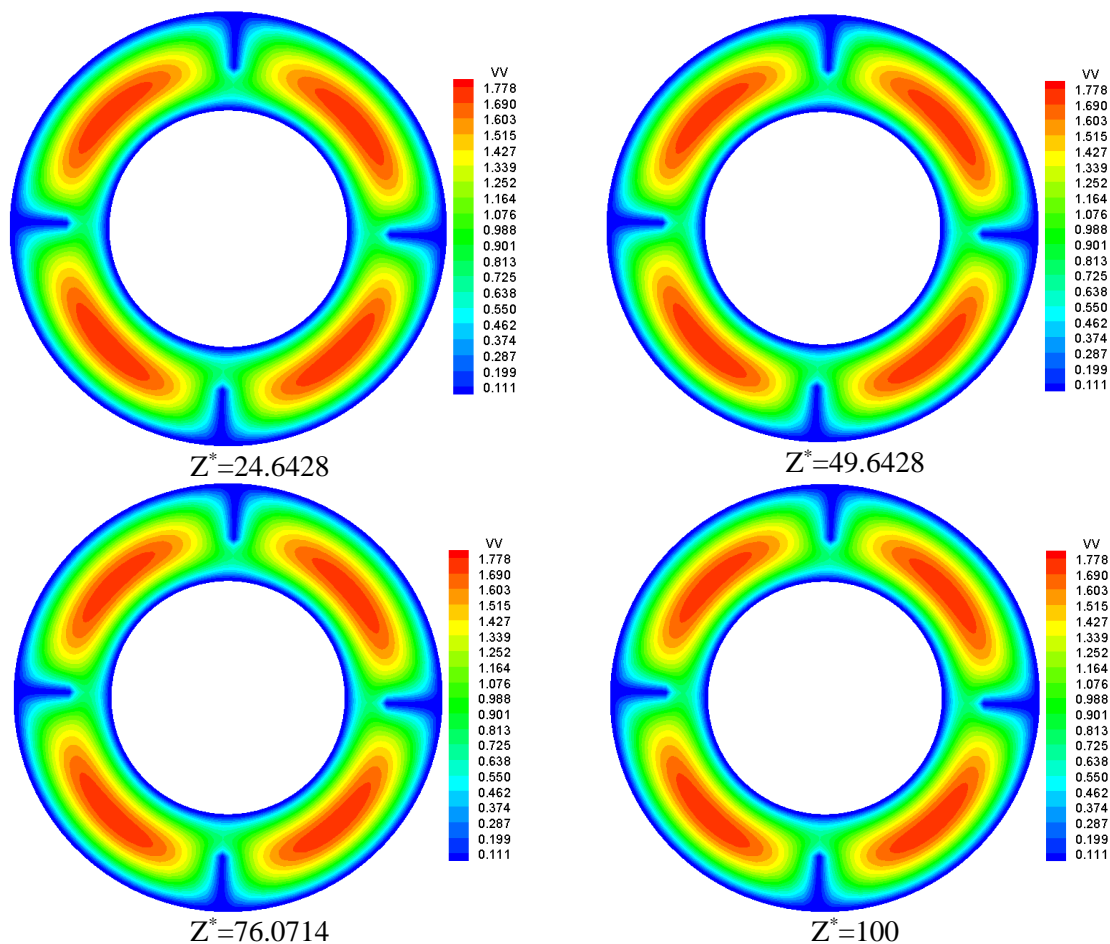
Vitesse axiale maximale $V_{max}^*$	Position axiale $z^*$	Position radiale $r^*$	Position azimutale $\theta$
1.445	1.0714	0.6648	2.8917
1.718	6.0714	0.6761	2.1777
1.775	24.6428	0.6761	2.3919
1.766	49.6428	0.6875	2.3919
1.770	76.0714	0.6875	2.4633
1.770	100	0.6875	2.4633



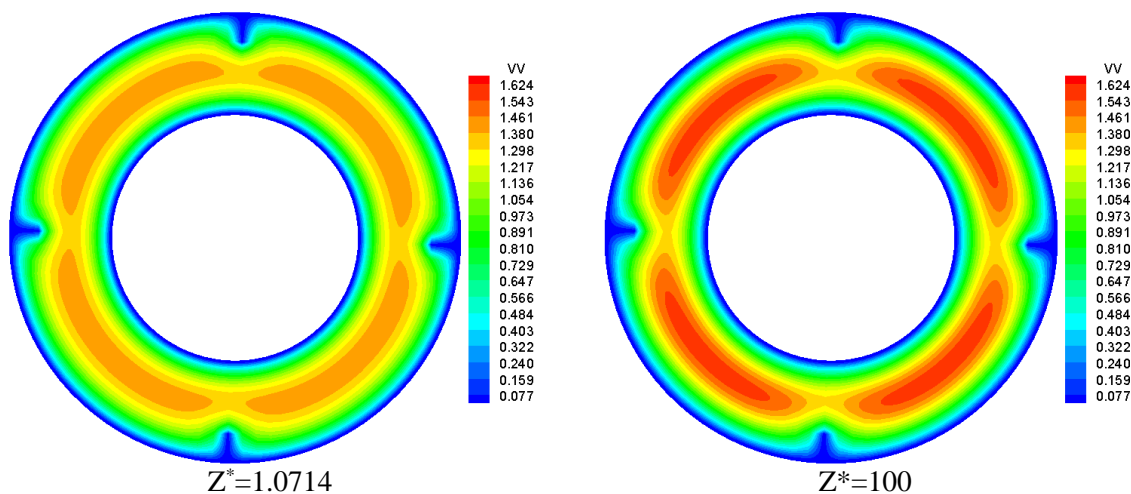
$Z^* = 1.0714$



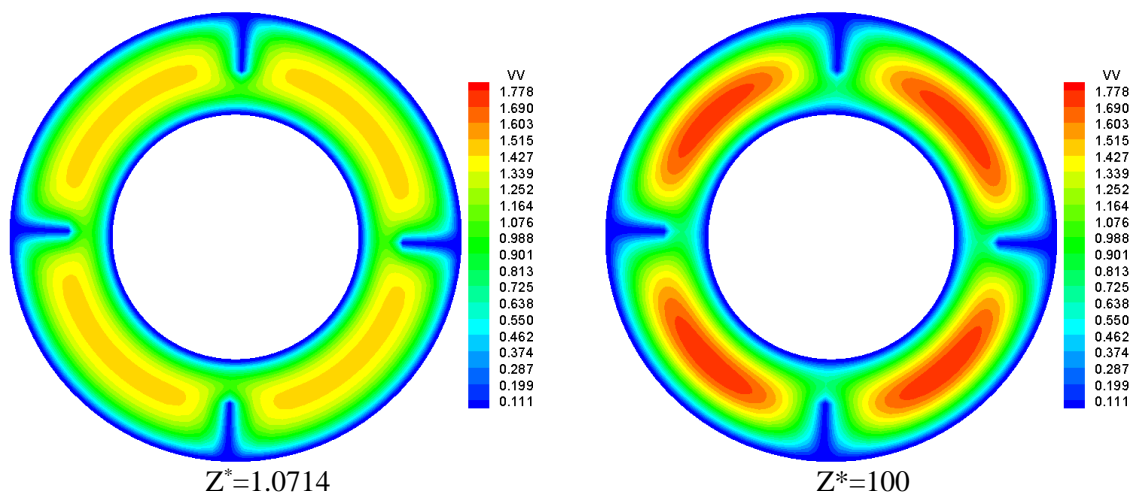
$Z^* = 6.0714$



**Figure IV-100 :** Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide (Ag / eau) en positions axiales choisies pour quatre ailettes ;  $Gr = 0$ ,  $H^* = H/D_h = 50\%$





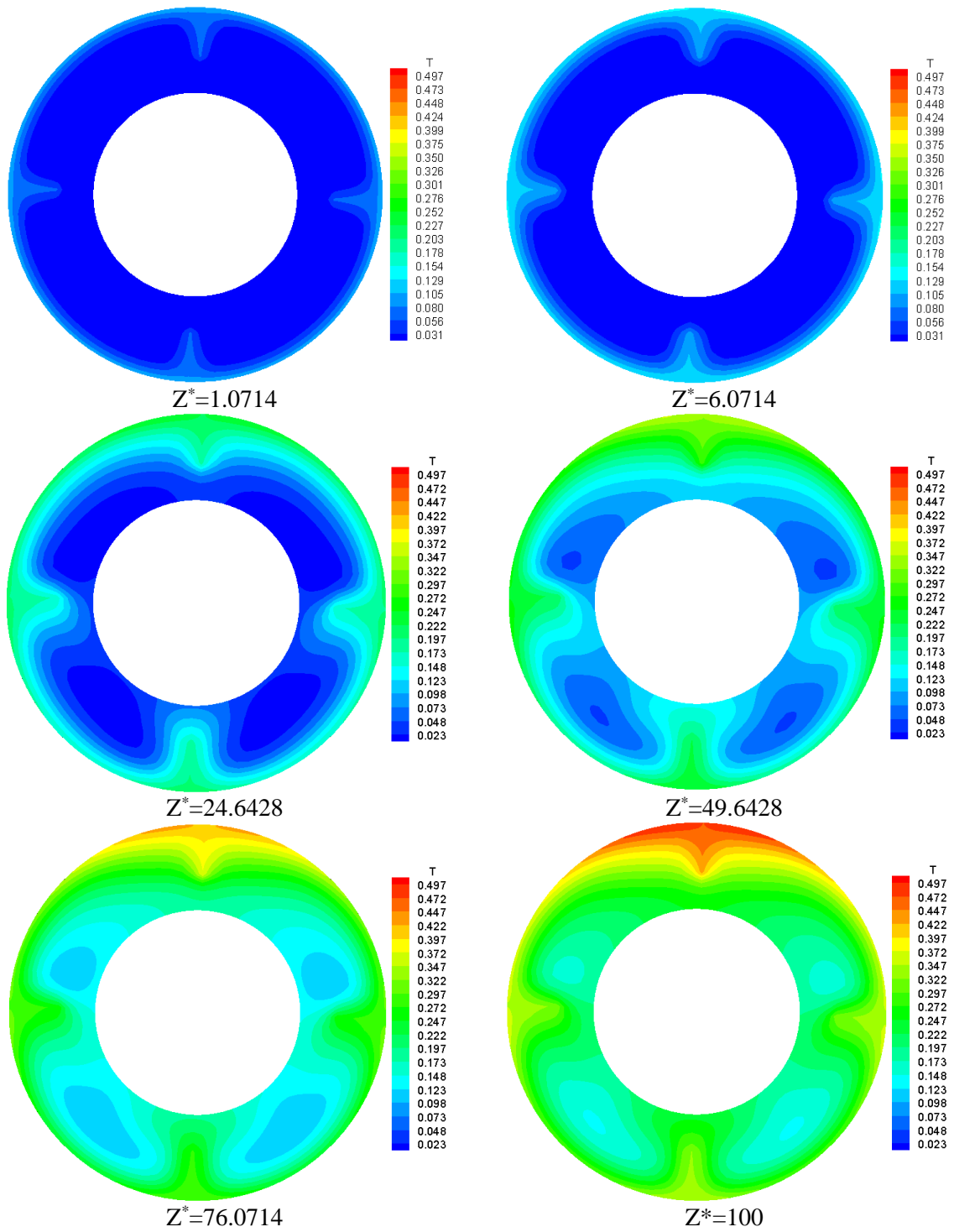


**Figure IV-101 :** Distribution polaire de la vitesse axiale du nanofluide (Ag / eau) en deux positions axiales choisies pour quatre ailettes :

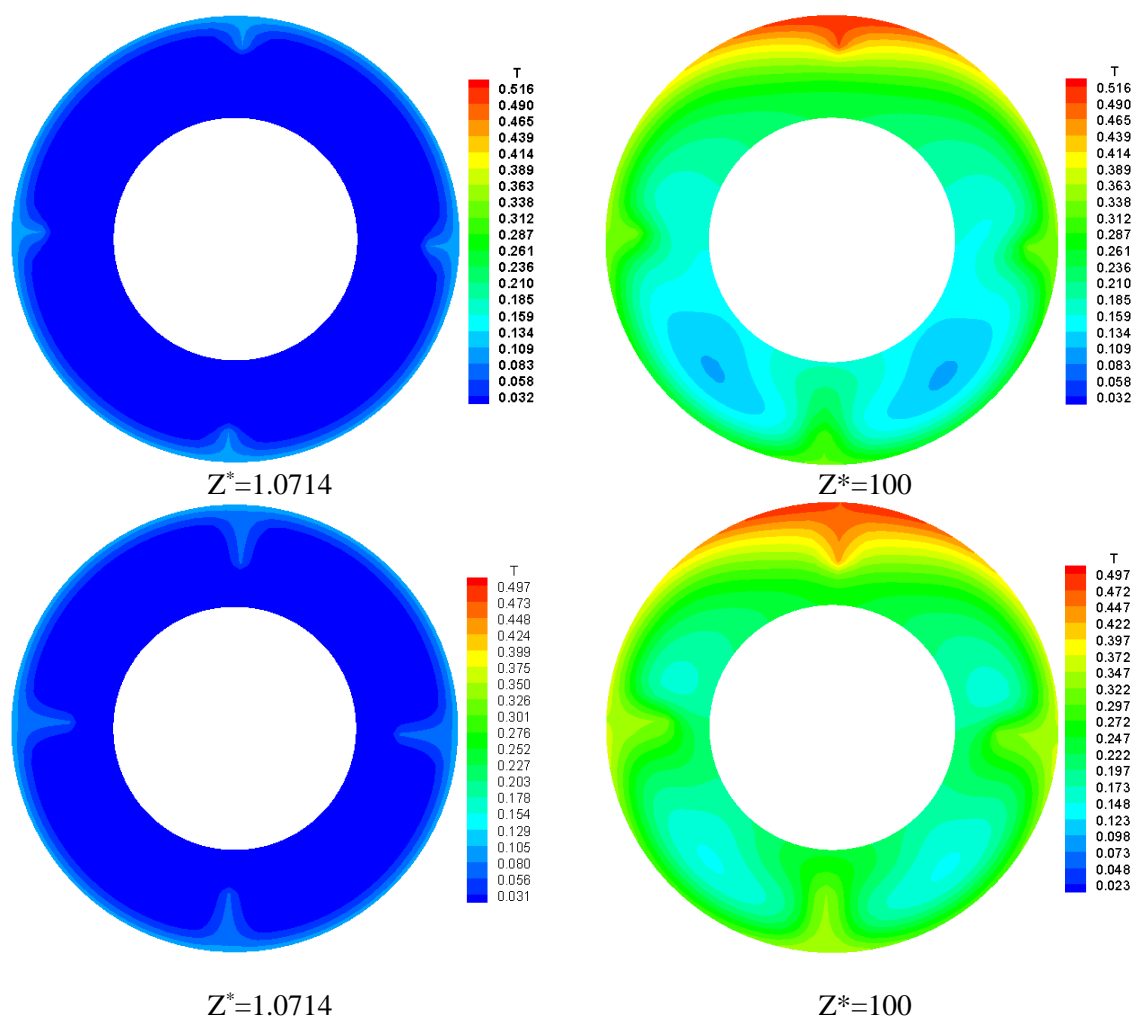
$H^* / D_h^* = 33\%$  (ligne 1) et  $H^* = H / D_h = 50\%$  (ligne 2)

### b. Le champ de température

Les variations de la température sont illustrées dans les figures IV-102 et IV-103 respectivement de deux cas de hauteur  $H^* = H / D_h = 50\%$  et  $H^* = H / D_h = 33\%$ . Il est visible que la température augmente axialement entre l'entrée et la sortie du conduit annulaire. Mais à une section droite, la température diminue radialement entre le cylindre extérieur (chauffé) et le cylindre intérieur (adiabatique). La symétrie par rapport à l'axe vertical qui nous permet de discuter les variations angulaire entre  $\theta = 0$  et  $\theta = \pi / 2$ . Dans la zone près de l'entrée  $z^* = 0$  à  $z^* = 6.0714$ , la température présente un profil qualitativement similaire à celui de la convection forcée. Au delà de cette zone la force de flottabilité commence à jouer son rôle. Elle se traduit à une nouvelle distribution qui perd la forme axisymétrique. Cette déformation augmente en s'éloignant de l'entrée. A la sortie, la température maximale se situe sur les deux faces de l'ailette de la position angulaire  $\theta = 0$ . Le maximum de température à la position axiale et radiale ( $z^* = 1.0714$ ,  $r^* = 0.8836$ ) égale 0.1002, la température augmente axialement 0.1399, 0.2526, 0.3675, 0.4522 et 0.5103 respectivement correspondant aux positions axiales 6.0714, 24.6428, 49.6428, 76.0714 et 100.



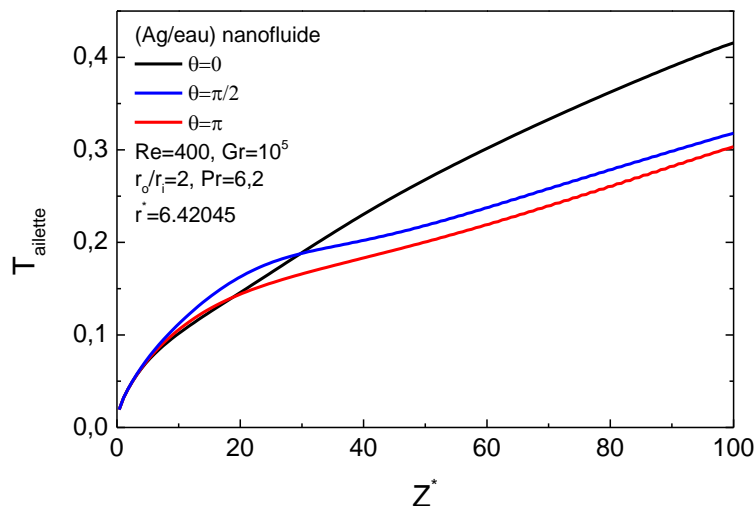
**Figure IV-102 :** Champ de température du nanofluide (Ag / eau) en des positions axiales choisies pour quatre ailettes ;  $Gr = 10^5$  ,  $H^* = H/D_h = 50\%$



**Figure IV-103 :** Champ de température du nanofluide (Ag / eau) en deux positions axiales choisies pour quatre de  $Gr = 0$

La figure IV-104 montre la température de la paroi pour les trois ailettes correspondantes aux trois positions angulaires  $\theta = 0$ ,  $\theta = \pi/2$  et  $\theta = \pi$ . Nous remarquons que les trois ailettes ont la même température de l'entrée du conduit jusqu'à la zone  $Z^* = 10$ , après cette zone nous observons une légère augmentation sur la température de paroi pour l'ailette à la position  $\theta = \pi/2$  cette augmentation reste jusqu'à la zone  $Z^* = 22$ , puis à partir de cette zone la température de l'ailette qui est attaché à la position angulaire  $\theta = 0$  est plus grande par rapport aux ailettes qui sont attachées aux zones angulaires  $\theta = \pi/2$  et  $\theta = \pi$ .



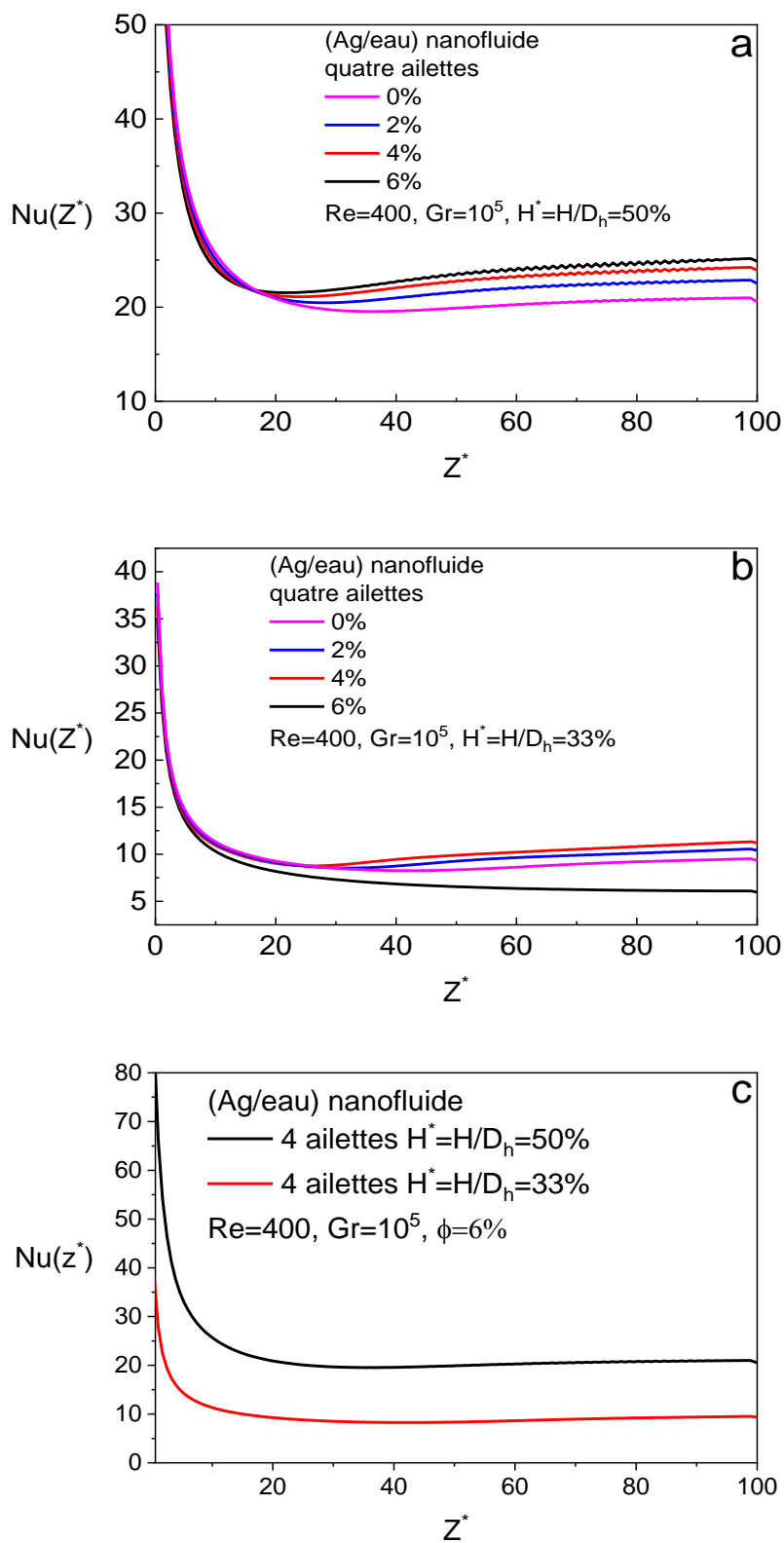


**Figure IV-104 :** Température des trois ailettes attachées aux positions angulaires  $\theta = 0$  ,  $\theta = \pi/2$  et  $\theta = \pi$

### c. L'évolution du nombre de Nusselt

L'effet combiné des ailettes et la hauteur des ailettes longitudinales illustrés dans **la figure IV-105** améliorent considérablement le transfert thermique. Ceci est démontré par la comparaison des nombres de Nusselt locaux et moyen pour les différents cas : quatre ailettes pour les hauteurs  $H^* = H/D_h = 50\%$  et  $H^* = H/D_h = 33\%$  respectivement. Nous remarquons que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation de la hauteur de l'ailette. Les valeurs du nombre de Nusselt axial à la sortie du conduit du plus bas vers le plus haut 0, 2, 4 et 6% respectivement 20.6861, 22.6329, 24.8782 et 24.9901 pour  $H^* = H/D_h = 33\%$  et 6.01386, 6.3934, 10.4577 et 11.2450 pour  $H^* = H/D_h = 50\%$  respectivement.

Le nombre de Nusselt moyen varie aussi de 9.85428, 22.677 et 31.7 pour quatre ailettes de hauteur  $H^* = H/D_h = 33\%$  , quatre ailettes de hauteur  $H^* = H/D_h = 50\%$  respectivement.



**Figure IV-105 :**Évolution du nombre de Nusselt quatre ailettes :  
 a)  $H^* = H/D_h = 50\%$  , b)  $H^* = H/D_h = 33\%$  , c) comparaison

# Conclusion générale

Dans le cadre de ce travail, nous avons considéré un écoulement laminaire, incompressible dans un espace annulaire compris entre deux cylindres concentriques horizontaux. Le cylindre extérieur est uniformément chauffé alors que le cylindre intérieur est adiabatique. Le fluide caloporteur utilisé dans les simulations est constitué de différents nanoparticules, deux métalliques Cu, Ag, trois céramiques  $Al_2O_3$ ,  $TiO_2$  et CuO et l'eau comme fluide de base pour former différents nanofluides. A l'entrée de l'espace annulaire, l'écoulement a une vitesse axiale uniforme et une température constante. Le diamètre hydraulique ( $D_h=0.5$ ). La longueur des cylindres égale à 100 fois du diamètre hydraulique. Les nombre de Reynolds 400, 800, 1000, 1200 et 1600. Le fluide considéré dans cette simulation est l'eau ( $Pr=6.2$ ), sa viscosité et sa conductivité thermique peuvent être considérées constantes dépendantes de la température. Le nombre de Prandtl  $Pr=6.2$ .

La première partie de notre thèse, nous avons considéré le cas de la convection forcée simulée avec un nombre de Grashof égal à zéro ( $Gr=0$ ),  $Re=800$ , 1600 afin de voir l'effet de la fraction volumique ainsi que le type des nanoparticules. Pour cela, nous avons testé les quatre cas de nanofluides, (Cu/eau), (Ag/eau), ( $Al_2O_3$ /eau) et ( $TiO_2$ /eau), une rangée de la fraction volumique allant de 0 à 10%. La deuxième partie comporte le cas de la convection forcée avec des nombre de Reynolds  $Re=800$ , 1000 et 1200 avec un nombre de Grashof  $Gr=10^5$  pour les nanofluides précédents. La troisième partie comprend l'effet de la forme de la nanoparticule (Lame, Cylindre, Plaquette et la Brique) nous avons considéré le cas de la convection forcée ( $Gr=0$ ) avec les nanofluides (CuO/eau), (Ag/eau), ( $Al_2O_3$ /eau) et ( $TiO_2$ /eau). La quatrième partie la convection mixte simulée avec  $Re=800$  et les nombres de Grashof  $Gr=10^5$ ,  $5 \times 10^5$ ,  $7.5 \times 10^5$  et  $10^6$ . La cinquième partie contient la convection mixte du nanofluide ( $TiO_2$ /eau) et son nanofluide hybride (Ag- $TiO_2$ /eau) avec les nombre de Grashof  $Gr=10^5$ ,  $5 \times 10^5$ ,  $7.5 \times 10^5$  et  $10^6$ . Les cinq parties précédentes l'écoulement se fait dans un cylindre annulaire sans ailettes. La sixième partie traite une convection forcée simulée avec  $Gr=0$  et une convection mixte  $Gr=10^5$  dans les cas de quatre ailettes longitudinales.

Ce problème physique est modélisé dans un repère des coordonnées cylindriques par les équations différentielles aux dérivées partielles de conservation de la masse, des trois équations de quantités de mouvement et de l'énergie avec leurs conditions initiales et aux limites. La méthode des volumes finis est utilisée pour discrétiser le domaine physique et les équations de Navier-Stokes et de l'énergie. Nous avons utilisé une discrétisation numérique spatio-temporelle du second ordre. La solution séquentielle des systèmes d'équations de discrétisation obtenus avec un code de calcul tridimensionnel basé sur l'algorithme SIMPLER pour le couplage pression-vitesse. Les maillages utilisés pour la résolution numérique des équations différentielles sont :  $26 \times 44 \times 162$  nœuds suivant les directions radiale, azimutale et axiale pour le cas de la convection forcée pure  $Gr=0$  (partie 1 et 3),  $52 \times 44 \times 162$  nœuds pour les parties (2, 7 et 5) et le maillage  $52 \times 88 \times 142$  nœuds concerne la partie 6. Nous avons utilisé un pas de temps  $\Delta t=5 \times 10^{-4}$  et  $\Delta t=10^{-3}$  pour tous les cas.

Nous avons élaboré un code de calcul personnel, écrit en langage Fortran. Ce code a été présenté et validé avec succès en se servant des résultats expérimentaux et numériques antérieurs.

Les résultats numériques obtenus ont montré une influence de la présence des nanoparticules concernant sa fraction volumique, le type et la forme du nanoparticule, le nombre de Reynolds et le nombre de Grashof ainsi que l'existence des ailettes dans l'espace annulaire sur les caractéristiques des champs thermiques et hydrodynamiques.

Nous avons trouvé dans tous les cas des nanofluides traités, que dans le cas de la convection forcée l'augmentation de la fraction volumique augmente le transfert thermique. Aussi dans le cas de la convection mixte l'augmentation de la fraction volumique des nanoparticules augmente l'écoulement secondaire. Nous voulons dire que pour un flux de chaleur constant, le mouvement irrégulier des nanoparticules augmente le transport de l'énergie tout au long de l'écoulement.

L'influence de type de nanoparticule donne des écoulements et des champs thermiques qui sont qualitativement similaire mais quantitativement différents. L'utilisation des nanoparticules Ag montre une meilleure amélioration du transfert thermique à cause de sa haute conductivité thermique, puis par Cu,  $Al_2O_3$ , CuO et  $TiO_2$  sans oublier qu'il faut considérer la stabilité et la réactivité des nanoparticules avec l'eau fluide de base.

Nos résultats aussi montrent l'effet de la forme (Lame, Cylindre, Plaquette, Brique et la sphère) et les types (Ag,  $Al_2O_3$ , CuO et  $TiO_2$ ) des nanoparticules sur le transfert thermique.

La comparaison entre les différentes formes nous a montré que chaque forme des nanoparticules a une influence différente sur les propriétés thermophysiques notamment sur la conductivité thermique et la viscosité. Donc, une augmentation du nombre de Nusselt axial et moyen. La forme Lame montre une meilleure performance du transfert thermique suivie par la forme Plaquette, la forme Cylindre et la forme Brique. Les nombres de Nusselt moyen de la convection forcée pure des différentes formes pour les deux nanoparticules Ag et CuO sont bien corrélés avec la corrélation :  $Nu_{\text{moy}} = a + b\phi + c\phi^2$

où a, b et c sont des constantes qui désignent la forme du nanoparticule.

La convection mixte est traité pour un nombre de Reynolds  $Re=800$ , un nombre de Grashof allant de  $10^5$  à  $10^6$ . L'augmentation du nombre de Grashof augmente la force de flottabilité qui provoque une asymétrie augmentant le niveau de la vitesse axiale dans l'espace annulaire de la partie inférieure de la section transversale. Dans chaque section, le maximum de la température du nanofluide est situé en haut près ducylindre extérieur de l'interface paroi-nanofluide. Il se distingue d'un type d'une nanoparticule à une autre.

La convection mixte du nanofluide ( $TiO_2$ /eau) et son nanofluide hybride ( $Ag-TiO_2$ /eau) pour les paramètres de contrôle géométriques, dynamiques et thermiques considérés. La comparaison des nombres de Nusselt axiaux et moyens ont montré que, pour le même nombre de Grashof et fraction volumique, le nanofluide hybride montre le meilleur transfert de la chaleur par rapport au nanofluide. Les vitesses axiales suivant les directions radiale et axiale à la sortie du conduit annulaire la plus haute vitesse se trouve avec l'eau suivie du nanofluide et le nanofluide hybride cela est dû à la différence de densité. Les nombres de Nusselt moyen du nanofluide et du nanofluide hybride de la convection mixte peut être exprimé en fonction du nombre de Grashof, Prandtl et la fraction volumique par la corrélation suivante :

$$\begin{aligned} (TiO_2 / \text{eau}) : Nu &= 0.3824Gr^{0.2088} Pr^{0.4092} (1 + \phi)^{2.0153} \\ (Ag - TiO_2 / \text{eau}) : Nu &= 0.6765Gr^{0.21} Pr^{0.1162} (1 + \phi)^{1.621} \end{aligned}$$

La convection forcée et mixte dans les conduits annulaires horizontaux équipés par des ailettes longitudinales attachées sur le cylindre extérieur le nombre de Reynolds  $Re=400$  et deux nombres de Grashof  $Gr=0$  et  $Gr=10^5$ . Deux configurations sont traitées dont les paramètres de contrôle géométriques concernant la hauteur des ailettes. Le nanofluide choisi ( $Ag/eau$ ) avec une gamme de fraction volumique de 0 à 6%. Quatre ailettes avec hauteur  $H^* = H/D_h = 33\%$  et  $H^* = H/D_h = 50\%$ . L'existence des ailettes au sein du nanofluide

augmente le transfert thermique du mélange du nanofluide, ce qui conduit à changer complètement le profil de vitesse et de la température aussi dans les le cas de  $Gr = 0$  et  $Gr = 10^5$ , ce qui cause une augmentation sur le nombre de Nusselt d'une manière remarquable donc une amélioration sur le transfert thermique à travers l'espace annulaire. L'augmentation de l'hauteur de l'ailette augmente aussi le nombre de Nusselt axial et moyen.

Les axes les plus importants de notre thèse sont publiés sous les références suivantes [129-132].

### **Perspectives du présent travail**

En résumé, ce projet contribue à notre avis, à une meilleure compréhension des phénomènes thermophysiques inhérents à l'écoulement des nanofluides en présence de la convection mixte dans un échangeur. Toutefois, des études futures s'inscrivant dans le prolongement du présent travail peuvent être formulées :

- 1- Poursuivre les efforts en vue de la résolution numérique en utilisant d'autres géométries de l'espace annulaire entre eux cylindre elliptique et d'autres conditions aux limites.
- 2- Poursuivre les efforts en vue de la résolution numérique en utilisant des propriétés thermophysiques des nanofluides dépendants de la température spécialement la conductivité thermique et la viscosité dynamique.
- 3- Poursuivre les efforts en vue de la résolution numérique en utilisant l'approche biphasique où l'interaction entre les particules fluide et les nanoparticules n'est pas négligée, la vitesse relative entre les particules solide et de l'eau fluide de base seraient différentes de zéro.
- 4- Prévoir une étude expérimentale sur les nanofluides hybrides pour trouver notre corrélation de la conductivité thermique et la viscosité dynamique dépendant de la température.

## Bibliographie

- [1] **Y. Ding, H. Alias, D. Wen, R.A. Williams**, "Heat transfer of aqueous suspensions of carbon nanotubes (CNT nanofluids)", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 240-250, (2006)
- [2] **Xiang-Qi . Wang, Arun. S.Mujumdar**, "Heat transfer characteristics of nanofluids: a review", *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 46, pp. 1-19, (2007)
- [3] **H.A.Mohammed**, "Laminar mixed convection heat transfer in a vertical circular tube under buoyancy-assisted and opposed flows", *Energy Conversion and Management*, vol. 49, pp. 2006-2015, (2008)
- [4] **M.Arbaban, M.R.Salimpour**, "Enhancement of laminar natural convective heat transfer in concentric annuli with radial fins using nanofluids", *Heat and Mass Transfer*, vol. 51, pp. 353-362, (2014)
- [5] **M. Benkhedda**, "Transfert Thermique dans un Conduit Cylindrique Annulaire Muni D'Ailettes," Majister, Département de Physique, Université Mentouri Constantine, (2010).
- [6] **T.Boufendi, M.Afrid**, "The Physical aspect of three-dimensional mixed convection in a uniformly heated horizontal pipe", *Sciences & TechnologieA*, pp. 39-52, (2004)
- [7] **T.Boufendi, M.Afrid**, "Three-Dimensional Conjugate Conduction-Mixed Convection with Variable Fluid Properties in a Heated Horizontal Pipe", *EnergRen*. pp. 1 - 18, (2005)
- [8] **T. Boufendi**, "Contribution à l'étude théorique des transferts thermiques dans un conduit cylindrique horizontal soumis à un phénomène de convection mixte," Thèse de Doctorat d'Etat, Université Mentouri Constantine 2005.
- [9] **J.C.Maxwell**, "A Treatise on Electricity and Magnetism", *Clarendon Press, Oxford*, (1873)
- [10] **U. S. Choi**, " Developments and Applications of Non-Newtonian Flows", *edited by D. A.Siginer and H. P. Wang (ASME, New York)*, vol. 231, pp. 99–105, (1995)
- [11] **Y. J. Hwang, Y. C. Ahn, H. S. Shin, C. G. Lee, G. T. Kim, H. S. Park, J. K. Lee**, "Investigation on characteristics of thermal conductivity enhancement of nanofluids", *Current Applied Physics*, vol. 6, pp. 1068-1071, (2006)
- [12] **S.U.S.C.Sarit K.Das , Wenhua Yu , T.Pradeep**, "NANOFLUIDS", *Science and Technology*, (2007)
- [13] **Myriam Ricaud, Olivier Witschger**, "Les nanomatériaux", *L'Institut national de recherche et de sécurité (INRS)*, (2012)
- [14] **J.Koo, C.Kleinstreuer**, "Laminar nanofluid flow in microheat-sinks", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 48, pp. 2652-2661, (2005)
- [15] **Yimin Xuan, W. Roetzel**, "Conception for heat transfer correlation of nanofluids", *Int J Heat Mass Transfer*, vol. 43, pp. 3701-3707, (2000)
- [16] **A.Mokmeli, M.Saffar-Avval**, "Prediction of nanofluid convective heat transfer using the dispersion model", *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 49, pp. 471-478, (2010)

- [17] **C.W.Hirt, B.D.Nichols**, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", *J.Comput. Phys*, vol. 39, pp. 201-225, (1981)
- [18] **N. Islam, U. N. Gaitonde,G. H. Sharma**, "Mixed convection heat transfer in the entrance region of horizontal annuli", *intrnational Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, pp. 2107-2120, (2001)
- [19] **S.D.G. N.Carlo**, "Finite element analysis of laminar mixed convection in the entrance region of horizontal annular ducts," *Heat Transfer*, vol. Part A 29, pp. 313-330, (1996)
- [20] **I. Nazrul, U.N. Gaitonde,G.K. Sharma**, "Combined free and forced convection heat transfer in a horizontal annulus, " *in Proceedings of 11th International Conference on Heat Transfer, Kyonjju, Korea*, vol. 3, pp. 299-304., (1998)
- [21] **M. Shahi, A.H. Mahmoudi,F. Talebi**, "A numerical investigation of conjugated-natural convection heat transfer enhancement of a nanofluid in an annular tube driven by inner heat generating solid cylinder", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 38, pp. 533-542, (2011)
- [22] **EiyadAbu-Nada**, "Effects of variable viscosity and thermal conductivity of  $Al_2O_3$ -water nanofluid on heat transfer enhancement in natural convection", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 30, pp. 679-690, (2009)
- [23] **C.T.Nguyen, Desgranges, F., Roy, G., Galanis, N., Mare, T., Boucher, S., AngueMinsta, H.**, "Temperature and particle-size dependent viscosity data for waterbased nanofluids – hystresis phenomenon", *Int. J. Heat Fluid Flow*, pp. 1492–1506, (2007)
- [24] **C. H. Chon, Kihm, K. D. Lee, S. P. Choi, S.U. S**, "Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid ( $Al_2O_3$ ) thermal conductivity enhancement", *Appl. Phys. Lett*, vol. 87, pp. 1-3, (2005)
- [25] **C.T. Nguyen, Desgranges, F. Roy, G. Galanis, N. Mare, T. Boucher, S. Angue, H. Minsta**, "Temperature and particle-size dependent viscosity data for water based nanofluids – hystresis phenomenon", *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 28, pp. 1492–1506, (2007)
- [26] **H.C.Brinkman**, "The viscosity of concentrated suspensions and solutions", *J.Chem.Phys.*, vol. 20, pp. 571-581, (1952)
- [27] **M.Izadi, A.Behzadmehr,D. Jalali-Vahida**, "Numerical study of developing laminar forced convection of a nanofluid in an annulus", *International Journal of Thermal Sciences* vol. 48 pp. 2119–2129, (2009)
- [28] **N.S.N.Masoumi, A.Behzadmehr**, "A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 42, p. 055501, (2009)
- [29] **K.F. Sultan**, "Numerical Estimation Of Mixed Convection Heat Transfer Of Nannofluids Flowing In Horizontal And An Inclined Concentric Annuli", *Journal of Engineering and Development*, vol. 17, (2013)
- [30] **S.V.Patankar**, "Numerical heat transfer and fluid flow, McGraw-Hill", *New-York*, (1980)
- [31] **M.M.S.M.Izadi, M.J.Maghrebi, A.Behzadmehr**, "numerical study of developed laminar mixed convection of  $Al_2O_3$ /water nanofluid in an annulus", *Chemical Engineering Communications*, vol. 200, pp. 878-894, (2013)



- [32] **W.M.X.Q.Xue**, "A model of thermal conductivity of nanofluids with interfacial shells", *Materials Chemistry and Physics*, vol. 90, pp. 298-301, (2005)
- [33] **J.C.Maxwell**, "A Treatise on Electricity and Magnetism," 2nd ed ,*OxfordUniversity Press, Cambridge, UK*, p. 435, (1904)
- [34] **A.G.R.C.J.Yu, A.Datta, M.K.Durbin, P.Dutta**, "Observation of Molecular Layering in Thin Liquid Films Using X-Ray Reflectivit,"*Phys.Rev.Lett.*, vol. 82, p. 2326, (1999 )
- [35] **M. Akbari, A. Behzadmehr,F. Shahraki**, "Fully developed mixed convection in horizontal and inclined tubes with uniform heat flux using nanofluid", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 29, pp. 545-556, (2008)
- [36] **R.L.Hamilton, O. K. Crosser**, "Thermal conductivity of heterogeneous two-component system," *I&EC Fundamentals*, vol. 1 (3), pp. 187–191, (1962)
- [37] **S.E. Maïga, C.T. Nguyen, N. Galanis,G. Roy**, "Heat transfer behaviours of nanofluids in a uniformly heated tube.", *Super Lattices Microstruct*, vol. 35 (3-6), pp. 543–557, (2004)
- [38] **Z.M.E.Abu-Nada , A.Hijazi**, "Natural convection heat transfer enhancement in horizontal concentric annuli using nanofluids", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, pp. 657–665, (2008)
- [39] **R.H.Davis**, *Int.J.Thermophys.*, p. 7.609, (1986)
- [40] **A.B.ShahriarAllahyari, SeyedMasoudHosseiniSarvari**, "Conjugate heat transfer of laminar mixed convection of a nanofluid through an inclined tube with circumferentially non-uniform heating", *Nanoscale Research Letters*, vol. 6, p. 360, (2011)
- [41] **N.S.N.Masoumi, A.Behzadmehr**"A new model for calculating the effective viscosity of nanofluids.", *J Phys.*, (2009)
- [42] **M. Shahi, A. H. Mahmoudi,F. Talebi**, "Numerical simulation of steady natural convection heat transfer in a 3-dimensional single-ended tube subjected to a nanofluid", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 37, pp. 1535-1545, (2010)
- [43] **B. Window**, "Heat Extraction from single-ended glass absorber tubes", *Solar Energy*, pp. 159–166, (1983)
- [44] **T.P. H.E. Patel, T. Sundararajan, A. Dasgupta, N. Dasgupta, S. K. Das**, "A microconvection model for thermal conductivity of nanofluid," *Pramana-Journal of Physics* pp. 863–869, (2005)
- [45] **A.Akbarinia, A.Behzadmehr**, "Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in horizontal curved tubes", *Applied Thermal Engineering*, vol. 27, pp. 1327-1337, (2007)
- [46] **P.C.MukeshKumar, J.Kumar,S.Sendhlnathan**, "Theoretical Model To Determine The Thermal Conductivity Of Nanofluids", *International Journal of Engineering Science and Technology*, vol. 2, pp. 2846-2852, (2010)
- [47] **N.P.S.K.Das, P .Thesion, and W.Roetzel**, "Temperature dependence of thermal conductivity enhancement for nanofluids, " *Journal of Heat transfer*, , vol. .125., pp. 567- 574., ( 2003)

- [48] **R.S.S.S.M.Chandrsekar, A ChandraBose**, "New analytical models to investigate thermal conductivity of nanofluids", *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, pp. 533-38, (2009)
- [49] **Javad Bayat, Amir Hossein Nikseresht**, "Investigation of the different base fluid effects on the nanofluids heat transfer and pressure drop", *Heat Mass Transfer*, vol. 47, pp. 1089–1099, (2011)
- [50] **N.C. MaigaSeb, RoyG, GalanisN**, "Heat transfer behaviors of nanofluids in a uniformly heated tube.", *Super Lattices Microstruct*, vol. 35, pp. 543–557, (2004)
- [51] **S. Mirmasoumi, A. Behzadmehr**, "Numerical study of laminar mixed convection of a nanofluid in a horizontal tube using two-phase mixture model", *Applied Thermal Engineering*, vol. 28, pp. 717-727, (2008)
- [52] **E.Z.G.S.Barozzi, M.Mariotti**, "Experimental investigation of combined forced and free convection in horizontal and inclined tubes," *Meccanica* vol. 20 pp. 18–27, (1998)
- [53] **S.V.P.D.Choudhury**, "Combined forced and free laminar convection in the entrance region of an inclined isothermal tube," *ASME J. Heat Transfer Trans.*, vol. 110 pp. 901–909, (1988)
- [54] **R.Lotfi, Y.Saboohi,A.M.Rashidi**, "Numerical study of forced convective heat transfer of Nanofluids: Comparison of different approaches", *international Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 37, pp. 74-78, (2010)
- [55] **O.M.VincenzoBianco, SergioNardini**, "Numerical investigation on nanofluids turbulent convection heat transfer inside a circular tube", *International Journal of Thermal Sciences* vol. 50 pp. 341-349, (2011)
- [56] **B.C.Pak, Y.I .Young**, "Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles", *Experimental Heat transfer*, vol. 11, pp. 151-170, (1998)
- [57] **M. Marzougui, M. Hammami,R.B. Maad**, "Numerical Simulation into the Convective Heat Transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and CuO Nanofluids Flowing through a Straight Tube Using the Two Phase Modeling", vol. 6(1A), pp. 122-131, (2016)
- [58] **W.Yu, S.U.S.Choi**, "The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: A renovated Maxwell model", vol. 5, pp. 167–171., (2003)
- [59] **J.Koo, C.Kleinstreuer**, "A new thermal conductivity model for nanofluids", *Journal of Nanoparticle Research*, vol. 6, pp. 577-588, (2004)
- [60] **M.Corcione**, "Empirical correlating equations for predicting the effective thermal conductivity and dynamic viscosity of nanofluids", *Energy Conversion and Management*, vol. 52, pp. 789-793, (2011)
- [61] **Dongsheng Wen, Y. Ding**, "Experimental investigation into convective heat transfer of nanofluids at the entrance region under laminar flow conditions", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 5181-5188, (2004)
- [62] **R. K. Shah**, "Thermal entry length solutions for circular tube and parallel plates", *Proceedings of 3rd National Heat and Mass Transfer Conference*, vol. 1.Indian Institute of Technology, Bombay, pp. p. HMT-11-75, (1975)
- [63] **C. H. Chon, K. D. Kihm, S. P. Lee,S. U. Cho**, "Empirical correlation finding the role of temperature and particle size for nanofluid (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) thermal conductivity enhancement", *Applied Physics Letters* vol. 87, (2005)

- [64] **S.P.Jang, S.U. S.Choi**, "Role of Brownian motion in the enhanced thermal conductivity of nanofluids," *Applied Physics Letters*, vol. 84, pp. 4316-4318, 2004. *Appl. Phys. Lett.*, (2004)
- [65] **C. T. Nguyen, F. Desgranges, G. Roy, N. Galanis, T. Maré, S. Boucher, H. Angue Mintsas**, "Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids-Hysteresis phenomenon", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 28, pp. 1492-1506, (2007)
- [66] **A.Einstein**, "Eine neue Bestimmung der Moleküldimensionen", *Annalen der Physik* vol. 19 pp. 289–306,(1906)
- [67] **E.Abu-Nada**, "Effects of Variable Viscosity and Thermal Conductivity of CuO-Water Nanofluid on Heat Transfer Enhancement in Natural Convection: Mathematical Model and Simulation", *Journal of Heat Transfer*, vol. 132, p. 052401, (2010)
- [68] **E.Abu-Nada, H.F.Oztop**, "Effects of inclination angle on natural convection in enclosures filled with Cu–water nanofluid", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 30, pp. 669–678, (2009)
- [69] **S.ZeinalliHeris, M. Nasr Esfahany, S.Gh.Etemad**, "Experimental investigation of convective heat transfer of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/water nanofluid in circular tube", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, pp. 203–210, (2007)
- [70] **E.N.Seider, Tate, G.E**, "Heat transfer and pressure drop of liquid in tubes", *Industrial Engineering Chemistry* pp. 1429–1435, (1936)
- [71] **K.V. Sharma, L. Syam Sundar, P.K. Sarma**, "Estimation of heat transfer coefficient and friction factor in the transition flow with low volume concentration of Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid flowing in a circular tube and with twisted tape insert", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 36, pp. 503–507, (2009)
- [72] **V.Gnielinski**, "New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow," *International Chemical Engineering* pp. 359–368, (1976)
- [73] **T.S.K.B.Anoop, Sarit K.Das**, "Effect of particle size on the convective heat transfer in nanofluid in the developing region", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp. 2189-2195, (2009)
- [74] **A.D.K. A. Bejan**, *Heat Transfer Handbook*, John Wiley and Sons, (2003)
- [75] **H.S.O.Jung-YeulJung, Ho-Young Kwak** "Forced convective heat transfer of nanofluids in microchannels", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 52, pp. 466-472, (2009)
- [76] **H.A.Mintsas, GillesRoy, Cong Tam Nguyen, DominiqueDoucet**, "New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 48, pp. 363-371, (2009)
- [77] **C.K.J.Koo**, "A new thermal conductivity model for nanofluids", *Journal of Nanoparticles Research*, pp. 577–588, (2004)
- [78] **G.P.P. C.H.Li**, "Experimental investigation of temperature and volume fraction variations on the effective thermal conductivity of nanoparticle suspensions (nanofluids)", *Journal of Applied Physics* pp. 1–8, (2006)
- [79] **G.R.H.A.Mintsas, Cong Tam Nguyen, DominiqueDoucet**, "New temperature dependent thermal conductivity data for water-based nanofluids", *International Journal of Thermal Sciences* vol. 48 pp. 363-371, (2009)

- [80] **E.B.H.M.Ghanbarpour, R.Khodabandeh**, "Thermal properties and rheological behavior of water based  $\text{Al}_2\text{O}_3$  nanofluid as a heat transfer fluid", *Experimental Thermal and Fluid Science*, (2013)
- [81] **J.C.Maxwell.**, "A Treatise on Electricity and Magnetism," *Oxford at the Clarendon Press.*, (1873)
- [82] **P.B.R.Prasher, P.E. Phelan.**, "Thermal conductivity of nanoscale colloidal solutions (nanofluids)", *Phys. Rev. Letters*, p. 025901, (2005)
- [83] **D.D.Vajjha Rs**, "Measurement of thermal conductivity of three nanofluids and development of new correlations", *Int J Heat Mass Transfer*, vol. 52, pp. 4675–4682, (2009)
- [84] **B. Pal, S.S.Mallick,B. Pal**, "Phase-dependent thermophysical properties of  $\alpha$ -and  $\gamma$ - $\text{Al}_2\text{O}_3$  in aqueous suspension", *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, vol. 25, pp. 99-104, (2015)
- [85] **J.Buongiorno**, "Convective Transport in Nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, vol. 128, p.240, (2006)
- [86] **B.C.Pak, Y.I.Cho**, "Hydrodynamic and Heat Transfer Study of Dispersed Fluids with Submicron Metallic Oxide Particles", *Experimental Heat transfer*, vol. 11, pp. 151-170, (1998)
- [87] **Y.Xuan, Q.Li**, "Heat transfer enhancement of nanofluids", *inetrnational Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 21, pp. 58-64, (2000)
- [88] **W.Yu, D.M. France, S.U.S. Choi,J. L. Routbort**, Review and Assessment of Nanofluid Technology for Transportation and Other Applications,*Argonne National Laboratory*(2007).
- [89] **H.Fricke**, "A mathematical treatment of the electric conductivity and capacity of disperse systems: I. The electric conductivity of a suspension of homogeneous spheroids," *Phys. Rev*, vol. 24:, pp. 575–587, (1924)
- [90] **H.Fricke**, "The Maxwell–Wagner dispersion in a suspension of ellipsoids," *J.Phys.Chem*, , vol. 57, pp. 934–937, (1953)
- [91] **S. L.Taylor**, "Dielectrics properties of mixtures", *IEEE Trans. Antennas Propagation.*, vol. AP-13, pp. 943–947, (1965)
- [92] **S. L.Taylor**, "Dielectrics loaded with anisotropic materials," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, , vol. AP- 14, pp. 669–670, (1966)
- [93] **C. G. Granqvist, R. A. Buhrman**, "Ultrafine metal particles.", *J. Appl. Phys*, vol. 47, p. 2200, (1976)
- [94] **C. G. Granqvist, R.A. Buhrman.**, "Optical Properties Ultrafine Gold Particles. ", *Physical Review* vol. B 16, pp. 3513-3534, (1977)
- [95] **Q.Z.Xue**, "Model for effective thermal conductivity of nanofluids, " *Phys.Lett.* , vol. A, 307, pp. 313–317, (2003)
- [96] **W.Yu, S.U.S.Choi.**, "The role of interfacial layers in the enhanced thermal conductivity of nanofluids: a renovated Maxwell model, " *J. Nanopar Res.*, vol. 5, pp. 167–171, (2003)

- [97] **Elena V. Ttimofeeva, Jules L. Routbort, Dileep Singh**, "Particle shape effects on thermophysical properties of alumina nanofluid", *APPLIED PHYSICS* vol. 106 p. 014304 (2009)
- [98] **Gul Aaiza, Ilyas Khan, Sharidan Shafie**, "Energy Transfer in Mixed Convection MHD Flow of Nanofluid Containing Different Shapes of Nanoparticles in a Channel Filled with Saturated Porous Medium", *Nanoscale Research Letters* vol. 10, p. 490, (2015)
- [99] **L. Rayleigh**, "On the influence of obstacles arranged in rectangular order upon the properties of a medium," *Philo. Mag.*, vol. 34, pp. 481–502., (1892)
- [100] **O. Wiener**, "Die Theorie des Mischkörpers für das Feld der stationären Strömung: 1. Abhandlung: Die Mittelwertsätze für Kraft", *Polarisation und Energie, Abh. Math.-Phys. Kl. Koniglich Saechsis. Ges. Wiss.*, vol. 32, pp. 507–604, (1912)
- [101] **D. A. G. Bruggeman**, "Berechnung verschiedener physikalischer Konstanten von heterogenen Substanzen: I. Dielektrizitätskonstanten und Leitfähigkeiten der Mischkörper aus isotropen Substanzen", *Ann Phys. Leipzig*, vol. 24, pp. 636–679, (1935)
- [102] **R. Landauer**, "Electrical conductivity in inhomogeneous media, in Electrical Transport and Optical Properties of Inhomogeneous Media", *J. C. Garland and D. B. Tanner, American Institute of Physics, Eds., New York*, pp. 2–43, (1978)
- [103] **D. J. Jeffrey**, "Conduction Through a Random Suspension of Spheres", *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 335, pp. 355–367, (1973)
- [104] **S. K. Das, N. Putra, W. Roetzel**, "The Effective Thermal Conductivity of O Composite Material With Spherical Inclusion", *I. J. Thermophysics*, vol. 7, pp. 609–620, (1986)
- [105] **Kerner. E. H.**, "The Elictrical Conductivity Composite Media", *The Proceedings Of The Physical Society* vol. B69, pp. 802–807, (1956)
- [106] **H. C. V. Dehulst**, *Light scattering by small particles*. Canada: Dover Publication, Inc. New York 1957.
- [107] **W. Lamb, D. M. Wood, N. W. Ashcroft**, "Optical Propeties Of Small Particle Composites: Theory and Aplication In Elictrical Transport and Optical Properteis of Inhomogeneous Media, edited by j. C. Garland and D. B. Tanner", *New York American Institute of Physics*, pp. 240–255, (1978)
- [108] **L. Xue, P. Keblinski, S. R. Phillpot, S. U. S. Choi, J. A. Eastman**, "Effect of liquid layering at the liquid–solid interface on thermal transport", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 4277–4284, (2004)
- [109] **B. X. Wang, L. P. Zhou, X. F. Peng**, "A fractal model for predicting the effective thermal conductivity of liquid with suspension of nanoparticles", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, pp. 2665–2672, (2003)
- [110] **Y. Benveniste**, "Effective thermal conductivity of composites with a thermal contact resistance between the constituents: Nondilute case", *Journal of Applied Physics*, vol. 61, p. 2840, (1987)
- [111] **D. P. H. Hasselman, L. F. Johnson**, "Effective Thermal Conductivity of Composites with Interfacial Thermal Barrier Resistance", *Journal of Composite Materials*, vol. 21, pp. 508–515, (1987)
- [112] **Hyun Jin Kim, Seung-Hyun Lee, Soo Bin Kim, S. P. Jang**, "The effect of nanoparticle shape on the thermal resistance of a flat-plate heat pipe using acetone-based

- Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>nanofluid", *International Journal of Heat and Mass Transfer* vol. 92, pp. 572-577, (2016)
- [113] **K.H. Do, H.J. Ha, S.P. Jang**, "Thermal resistance of screen mesh wick heat pipes using the water-based Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluids" *Int. J. Heat Mass Transfer* vol. 53 pp. 5888–5894., (2010)
- [114] **Sh.M.Vanaki, P.Ganesan, H.A.Mohammed**, "Numerical study of convective heat transfer of nanofluids: A review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 54, pp. 1212-1239, (2016)
- [115] **S.Liu, J.H.Masliyah**, "FUNDAMENTALS & APPLICATIONS IN PETROLEUM INDUSTRY" *Rheology of Suspensions*, vol. 251, 1996.
- [116] **S.K.Das, N.Putra, P.Thiesen, W.Roetzel**, "Temperature Dependence of Thermal Conductivity Enhancement for Nanofluids", *Journal of Heat Transfer*, vol. 125, p. 567, (2003)
- [117] **Chuanping Li, Mufit Akinc, J. Wiench, Marek Pruski, C.H. Schilling**, "Relationship Between Water Mobility and Viscosity of Nanometric Alumina Suspensions", *Journal of the American Ceramic Society*, vol. 88, pp. 2762-2768, (2005)
- [118] **Devdatta P. Kulkarni, Debendra K. Das, Godwin A. Chukwu**, "Temperature Dependent Rheological Property of Copper Oxide Nanoparticles Suspension (Nanofluid)", *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, vol. 6, pp. 1150-1154, (2006)
- [119] **S.Liu, J.H.Masliyah**, "Rheology of Suspensions", vol. 251, pp. 107-176, (1996)
- [120] **S.E.B. Maïga, S.J. Palm, C.T. Nguyen, G. Roy, N. Galanis**, "Heat transfer enhancement by using nanofluids in forced convection flows", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 26, pp. 530-546, (2005)
- [121] **K.Khanafer, K.Vafai**, "A critical synthesis of thermophysical characteristics of nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 4410-4428, (2011)
- [122] **J.A. Eastman, S. U. S. Choi, S. Li, L. J. Thompson, and S. Lee**, "Enhanced thermal conductivity through the development of nanofluids", *Proc. Symposium Nanophase and Nanocomposite Materials II*, *Materials Research Society, Boston*, pp. MA, 457: 3–11, (1997)
- [123] **C.T. Nguyen, F. Desgranges, G. Roy, N. Galanis, T. Maré, S. Boucher, H. Angue Mintsa**, "Temperature and particle-size dependent viscosity data for water-based nanofluids – Hysteresis phenomenon", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 28, pp. 1492-1506, (2007)
- [124] **R. Ben Mansour, N. Galanis, C. T. Nguyen**, "Experimental study of mixed convection with water-Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> nanofluid in inclined tube with uniform wall heat flux", *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, pp. 403-410, (2011)
- [125] **R. Ben Mansour, N. Galanis, C.T. Nguyen**, Developing laminar mixed convection of nanofluids in a horizontal tube with uniform wall heat flux, Proc. 13<sup>th</sup> IHTC, Sydney NSW, Australia, 2006 13e18.
- [126] **S.Kakac, R.K. Shah, W. Aung**, Handbook of Single ePhase Convective Heat Transfer. Wiley, New York, 1987.

- 
- [127] **D. Kim, Y. Kwon, Y. Cho, C. Li, S. Cheong, Y. Hwang, J. Lee, D. Hong, S. Moon**, "Convective heat transfer characteristics of nanofluids under laminar and turbulent flow conditions", *Current Applied Physics*, vol. 9, pp. e119-e123, (2009)
- [128] **Javad Bayat and Amir Hossein Nikseresht**, "Investigation of the different base fluid effects on the nanofluids heat transfer and pressure drop," *Heat Mass Transfer*, vol. 47, pp. 1089–1099, (2011).
- [129] **R. K. Shah, A.L. London**, *Laminar Flow Forced Convection Heat Transfer and Flow Friction in Straight and Curved Ducts- A Summary of Analytical Solutions*. Academic Press, : New York, NY, 1971.
- [130] **Mohamed Benkhedda, Toufik Boufendi, S. Touahri**, "Laminar mixed convective heat transfer enhancement by using Ag-TiO<sub>2</sub>-water hybrid Nanofluid in a heated horizontal annulus", *Heat and Mass Transfer*, (2018)
- [131] **F. Benkhedda, T. Boufendi, S. Touahri**, "Prediction of Nanofluid Forced and Mixed Convection Heat Transfer through an Annular Pipe", *International Journal of Materials, Mechanics and Manufacturing*, vol. 5, No. 2, pp. 87-91, (2, May 2017)
- [132] **Benkhedda Mohamed, Boufendi Toufik**, "Computational study of the mixed convection heat transfer of Ag-water nanofluid in an annular duct.," in *Renewable and Sustainable Energy Conference (IRSEC), International. IEEE, 2016. p. 639-644*, (2016).
- [133] **M. Benkhedda, T. Boufendi**, "NUMERICAL STUDY OF DEVELOPING LAMINAR FORCED CONVECTION OF A NANOFLUID HEAT TRANSFER IN AN ANNULAR HORIZONTAL PIPE", *Sciences & Technologie A*, vol. N°40, pp. 31-36, (Décembre 2014),

# Annexes

## ANNEXE A : Les modèles de corrélations de la conductivité thermique

Année	Modèle	Équation	Remarque
1873	Maxwell [9]	$k_{nf}/k_f = \left[ \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)} \right]$	Dépend la conductivité thermique des deux phases et de la fraction volumique de matière solide
1962	Hamilton et Crosser (H-C) [26]	$k_{nf}/k_f = \left[ \frac{k_s + (n-1)k_f - (n-1)\phi(k_f - k_s)}{k_s + (n-1)k_f + \phi(k_f - k_s)} \right]$	Valable pour les particules sphériques et cylindriques et $n=1/\psi$ Où $\psi$ est la sphéricité des particules
1979	Wasp	$k_{nf}/k_f = \left[ \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)} \right]$	Modèle de Hamilton et Crosser avec $n=3$ (nanoparticule sphérique)
1997	Eastman et al	$k_{nf}/k_f = 1 + 11.623\phi + 4.524\phi^2$	<i>M. Benkhedda et T. Boufendi</i> (Eau / CuO) nanofluide $0\% \leq \phi \leq 5\%$ fitting correlation avec erreur $R^2 = 0.999$
1998	J. Buongiorno	$k_{nf}/k_f = 1 + 7.47\phi$ $k_{nf}/k_f = 1 + 2.92\phi - 11.99\phi^2$	(Eau / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) nanofluide (Eau / TiO <sub>2</sub> ) nanofluide
2000	Li et al	$k_{nf}/k_f = 1 + 2.6744\phi + 9.5621\phi^2$	<i>M. Benkhedda et T. Boufendi</i> (Eau / Fe) nanofluide $1\% \leq \phi \leq 5\%$ fitting correlation avec erreur $R^2 = 0.989$
2003	Yu et Choi	$k_{nf}/k_f = \left[ \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)(1 + \beta)^3}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)(1 + \beta)^3} \right]$	considère la couche interraciale modèle de Maxwell modifié. $\beta$ est le rapport entre l'épaisseur de la nanocouche au rayon de la particule originale
2004	Jang et Choi	$k_{nf}/k_f = 1 + c \frac{d_f}{d_p} k_f \phi \text{Re}_d^2 \text{Pr}$	Base sur la convection et la conduction de transport de chaleur (Cu / Diamond) / Eau
2004	Koo et kleinstreuer	$k_{nf}/k_f = \left[ \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)} \right] + 5 \times 10^4 \beta \phi \rho_f C_{pf} \sqrt{\frac{k_B T}{\rho_p d_p}} f(t, \phi)$ $f(T, \phi) = (-134.63 + 1722.3\phi) + 0.4705 - 6.04\phi)(T/T_0)$ $\beta = \begin{cases} 0.0137(100\phi)^{-0.8229} & , \phi < 0.01 \\ 0.0111(100\phi)^{-0.7272} & , \phi > 0.01 \end{cases}$	En prenant les effets de la taille des particules, la fraction volumique des particules et la dépendance de la température ainsi que les propriétés du fluide de base et la phase des particules en compte en considérant mouvement Brownien nanofluide CuO/eau 294K < 344K
2005	Chon et al	$k_{nf}/k_f = 1 + 64.7(\phi)^{0.7640} \left( \frac{d_f}{d_p} \right)^{0.3690} \left( \frac{k_f}{k_p} \right)^{0.7476} \times \text{Pr}^{0.9955} \text{Re}^{1.2321}$	Tient compte le rôle de la température et la taille de la particule nanofluide Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> / Eau 294K < 344K
2004	Maiga et al	$k_{nf}/k_f = 1 + 2.72\phi + 4.97\phi^2$ $k_{nf}/k_f = 1 + 2.8273\phi + 28.905\phi^2$	( $\gamma$ Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> / Eau) nanofluide ( $\gamma$ Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> / EG) nanofluide Expérimentale



2005	Prasher et al	$\frac{k_{nf}}{k_f} = (1 + A \text{Re}^m \text{Pr}^{0.333} \phi) \left[ \frac{(k_p + 2k_f) - 2\phi(k_f - k_p)(1 + \beta)^3}{(k_p + 2k_f) + \phi(k_f - k_p)(1 + \beta)^3} \right]$	Inclus l'effet de convection près de la particule et la résistance interraticale A et m constantes Nanosphère																												
2006	Patel et al	$k_{nf} / k_f = 1 + \frac{k_p d_f \phi}{k_f d_p (1 - \phi)} \left[ 1 + \frac{2k_B T d_p}{\pi \alpha_f \mu_f d_p^2} \right]$	Inclus le mouvement Brownien de la particule, le diamètre, la concentration volumique et la température $1\% \leq \phi \leq 8\%$ , $293K < T < 323K$ $c = 25.000$																												
2009	Timofeeva et al.	$k_{nf} / k_f = 1 + (C_k^{shape} + C_k^{surface}) \phi = 1 + C_k$ $\psi \quad n = \frac{3}{\psi} \quad C_k \quad C_k^{shape} \quad \frac{C_k^{surface}}{(C_k - C_k^{shape})}$ <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>Platelets</th> <th>0.52</th> <th>5.7</th> <th>2.61</th> <th>5.72</th> <th>-3.11</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>Blades</td> <td>0.36</td> <td>8.6</td> <td>2.74</td> <td>8.26</td> <td>-5.52</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Cylinders</td> <td>0.62</td> <td>4.9</td> <td>3.95</td> <td>4.82</td> <td>-0.87</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Bricks</td> <td>0.81</td> <td>3.7</td> <td>3.37</td> <td>3.72</td> <td>-0.35</td> </tr> </tbody> </table>		Platelets	0.52	5.7	2.61	5.72	-3.11		Blades	0.36	8.6	2.74	8.26	-5.52		Cylinders	0.62	4.9	3.95	4.82	-0.87		Bricks	0.81	3.7	3.37	3.72	-0.35	Nanoparticule non sphérique
	Platelets	0.52	5.7	2.61	5.72	-3.11																									
	Blades	0.36	8.6	2.74	8.26	-5.52																									
	Cylinders	0.62	4.9	3.95	4.82	-0.87																									
	Bricks	0.81	3.7	3.37	3.72	-0.35																									
2009	Yurong He et al	$k_{nf} / k_f = 1 + 4.82\phi + 125.62\phi^2$	Expérimentale $0.25\% \leq \phi \leq 1.18\%$ (TiO <sub>2</sub> /Eau) nanofluide																												
2010	Chandrasekar et al	$k_{nf} / k_f = \left( \frac{C_{p,nf}}{C_p} \right)^a \left( \frac{\rho_{nf}}{\rho} \right)^b \left( \frac{M}{M_{nf}} \right)^b$	(eau/Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) nanofluide $3\% \leq \phi \leq 5\%$																												
2009-2010	Vajjha et al	$\frac{k_{nf}}{k_{bf}} = \frac{k_p + 2k_{bf} - 2\phi(k_{bf} - k_p)}{k_p + 2k_{bf} + 2\phi(k_{bf} - k_p)} k_{bf} + 5 \times 10^4 \beta \rho_{bf} C_{bf} \sqrt{\frac{kT}{\rho_p d_p}} f(T, \phi)$ $f(T, \phi) = \left( 2.8217 \times 10^{-2} \phi + 3.917 \times 10^{-3} \right) \left( \frac{T}{T_0} \right) + (-3.0669 \times 10^{-3})$ $\beta = \begin{cases} 8.4407(100\phi)^{-1.07304} & 1\% \leq \phi \leq 10\% & 298 \leq T \leq 363 \\ 8.4407(100\phi)^{-1.07304} & 1\% \leq \phi \leq 7\% & 298 \leq T \leq 363 \\ 9.881(100\phi)^{-0.9446} & 1\% \leq \phi \leq 6\% & 298 \leq T \leq 363 \end{cases}$	inclus le mouvement Brownien de la particule, le diamètre, la concentration volumique et la température du nanofluide $298K < T < 363K$																												
2011	Corcione	$k_{nf} / k_f = 1 + 4.4 \text{Re}_p^{0.4} \text{Pr}_f^{0.66} \left( \frac{T}{T_{fr}} \right)^{10} \left( \frac{k_p}{k_f} \right)^{0.03} \phi^{0.66}$ $\text{Re}_p = \frac{2\rho_f k_B T}{\pi \mu_f^2 d_p}$	Pour oxyde et métallique nanoparticules suspendue dans l'Eau ou Éthylèneglycol base fluide du nanofluides $0.2\% \leq \phi \leq 9\%$ $10nm \leq d_p \leq 150nm$ $294K < T < 324K$ $T_{fr}$ la température de réfrigération du fluide de base																												

2014	Sharma	$k_{nf}/k_f = 0.8938 \left(1 + \frac{\phi}{100}\right)^{1.37} \left(1 + \frac{T}{70}\right)^{0.2777}$ $\times \left(1 + \frac{d_p}{150}\right)^{-0.0336} \times \left(\frac{\alpha_p}{\alpha_f}\right)^{0.01737}$	<p>(SiO<sub>2</sub> / Eau) nanofluide (TiO<sub>2</sub> / Eau) nanofluide 0% ≤ φ ≤ 4% 20nm ≤ d<sub>p</sub> ≤ 150nm 293K (T &lt; 343K α diffusivité thermique</p>
2014	M. Hemmat Esfe et al.	$k_{nf}/k_f = 1.00176 + 11.36\phi - 380.87\phi^2$	<p>Résultats expérimentaux Fitting de corrélation M.Benkhedda, T.Boufendi Eau / MgO (40nm) nanofluide 0.0625% ≤ φ ≤ 1.15%</p>
	Sundar et	$k_{nf}/k_f = A + B\phi$ $A = \begin{cases} 1.1236; (20:80)\% (EG / Eau) \\ 1.0806; (40:60)\% (EG / Eau) \\ 1.0618; (60:40)\% (EG / Eau) \end{cases}$ $B = \begin{cases} 8.0175; (20:80)\% (EG / Eau) \\ 10.164; (40:60)\% (EG / Eau) \\ 10.448; (60:40)\% (EG / Eau) \end{cases}$	<p>(Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> / EG - Eau) nanofluide 0.3% ≤ φ ≤ 1.5% 293K (T &lt; 333K</p>
2015	Esfe et al	$k_{nf}/k_f = 1 + \left(0.26876 \times \phi^{0.99288} \times d_p^{-0.35106}\right)$	<p>(Eau / Fe) (37nm , 71nm , 98nm)</p>
2015	M. Hemmat Esfe et al	$\frac{k_{nf}}{k_f} = \left( \frac{0.1747 \times 10^5 + \phi_p}{0.1747 \times 10^5 - 0.1498 \times 10^6 \phi_p + 0.1117 \times 10^7 \phi_p^2 + 0.1997 \times 10^8 \phi_p^3} \right)$	<p>(Ag - MgO - water) 0 ≤ φ ≤ 0.03</p>
2015	Hassani et al	$k_{nf}/k_f = 1.04 + \phi^{1.11} \cdot \phi^{0.99288} \left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.33} \times \text{Pr}^{-1.7}$ $\left[ \frac{1}{\text{Pr}^{-1.7}} - \frac{262}{\left(\frac{k_p}{k_f}\right)^{0.33}} + 135 \left(\frac{d_{ref}}{k_p}\right)^{0.23} \right]$ $\times \left(\frac{\nu_f}{d_p \nu_{Br}}\right)^{0.82} \left(\frac{C_p}{T^{-1} \nu_{Br}^2}\right)^{-0.1} \left(\frac{T_f}{k_p}\right)^{-7}$ $\nu_{Br} = \sqrt{\frac{18k_B T}{\pi \rho_p d_p^3}} ; d_{ref} = 2.9A^\circ$	<p>0.0313% ≤ φ ≤ 1% T<sub>r</sub> : la température du point de vaporisation du fluide de base V<sub>Br</sub> : la vitesse Brawniene d<sub>ref</sub> : le diamètre du molécule de l'Hydrogène</p>
2017	Alina (C.C. Li 1976)	$k_{hmf} = \phi_1^2 k_1 + 4\phi_1 \phi_2 \frac{1}{\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}} + \phi_2^2 k_1$	<p>la conductivité thermique d'un système binaire</p> <p>k<sub>1</sub> : la conductivité thermique de la phase 1 k<sub>2</sub> : la conductivité thermique de la phase 2</p>

## ANNEXE B : Les modèles de corrélations de la viscosité dynamique

Année	Modèle	Équation	Remarque
1952	Brinkman	$\mu_{nf} / \mu_f = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}}$	nanoparticule sphérique $\phi < 2\%$
1962	Einstein	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 - 2.5\phi$ or $\phi < 0.05$	Suspension infiniment dilue
1970	Nielsen et al.	$\mu_{nf} = \mu_f (1 + 1.5\phi) \exp\left(\frac{\phi}{1 + \phi_m}\right)$	des matériaux composites
1977	Batchelor et al	$\mu_{nf} / \mu_f = (1 + 2.5\phi + 6.2\phi^2)$	Nanoparticules sphériques
1998	Pak and Cho	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 + 39.11\phi + 533\phi^2$ $\mu_{nf} / \mu_f = 1 + 5.45\phi + 108.2\phi^2$	(Eau / $Al_2O_3$ ) nanofluide (Eau / $TiO_2$ ) nanofluide
2004	Maiga et al	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 + 7.3\phi + 123\phi^2$ $\mu_{nf} / \mu_f = 1 - 0.19\phi + 306\phi^2$	( $\gamma Al_2O_3$ / Eau) nanofluide ( $\gamma Al_2O_3$ / EG) nanofluide Expérimentale
2005	Koo and Kleinstreuer	$\mu_{nf} / \mu_f = \frac{1}{(1-\phi)^{2.5}} + \mu_{Brownian}$ $\mu_{Brownian} = 5 \times 10^4 \beta \rho_{bf} C_{bf} \sqrt{\frac{kT}{\rho_p d_p}} f(T, \phi)$ $f(T, \phi) = (-134.63 + 1722.3\phi) + (0.4705 - 6.04\phi) \left(\frac{T}{T_0}\right)$ $\beta = \begin{cases} 0.0137(100\phi)^{-0.8229} & , \phi < 0.01 \\ 0.0011(100\phi)^{-0.7272} & , \phi > 0.01 \end{cases}$	basé sur la convection et la conduction de transport de chaleur (Cu / Diamond) / Eau
2006	Hyun Uk Kang et al	$\mu_{nf} / \mu_f = (1.00678 + 7.878\phi + 208.90\phi^2)$	Résultats expérimentaux Fitting correlation M. Benkhedda, T. Boufendi
2006	Buongiorno	$\mu_{nf} / \mu_f = (1 + 39.11\phi + 533.9\phi^2)$ $\mu_{nf} / \mu_f = (1 + 5.45\phi + 108.2\phi^2)$	eau/ $Al_2O_3$ eau/ $TiO_2$
2007	Nguyen et al	$\mu_{nf} / \mu_f = 0.904e^{0.148\phi}$ , $d_p = 47nm$ $\mu_{nf} / \mu_f = 1 + 0.025\phi + 0.015\phi^2$ , $d_p = 36nm$ $\mu_{nf} / \mu_f = 1.475 - 0.319\phi + 0.051\phi^2 + 0.009\phi^3$ , $d_p = 29nm$	$Al_2O_3$ $CuO$ (eau / $Al_2O_3$ ) et (eau / $CuO$ ) $1\% \leq \phi \leq 13\%$ $T = 295K$
2007	H. Chen et al	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 + 10.6\phi + (10.6\phi)^2$	$TiO_2$ /eau
2009	Abu-Nada	$\mu_{nf} / \mu_f = -0.115 - \frac{19.582}{T} + 0.794\phi + \frac{2094.47}{T^2} - 0.192\phi^2$ $-\frac{8.11\phi}{T} - \frac{27463.863}{T^3} + 0.0127\phi^3 + \frac{1.6044\phi^2}{T} + \frac{2.175\phi}{T^2}$	( $Al_2O_3$ / Eau), (36nm, 47nm) ( $CuO$ / Eau), (27nm) $1\% \leq \phi \leq 9.4\%$ , $295K < T < 348K$

2009	Masoumi et al	$\mu_{nf} = \mu_f + \frac{\rho_f v_B d_p^2}{72C \delta}$ $\delta = 3\sqrt{\frac{\pi}{6\phi}}, v_B = \frac{1}{d_p} \sqrt{\frac{18k_f T}{\pi \rho_p d_p}}, C = \mu_f^{-1}(a\phi + b)$	(Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> / Eau), (13nm, 28nm)
2009	Timofeeva et al	$\mu_{nf} = \mu_f (1 + A_1\phi + A_2\phi^2)$ $\text{Plarelet} \begin{cases} A_1 = 37.1 \\ A_2 = 612.6 \end{cases}, \text{ Blade} \begin{cases} A_1 = 14.6 \\ A_2 = 123.3 \end{cases}$ $\text{Cylinder} \begin{cases} A_1 = 13.5 \\ A_2 = 904.4 \end{cases}, \text{ Platelet} \begin{cases} A_1 = 14.6 \\ A_2 = 123.3 \end{cases}$	Nanoparticule non sphérique
2009	Duangthonguk et al	$\mu_{nf} = \mu_f (a + b\phi + c\phi^2)$ $\begin{cases} a = 1.0226 \\ b = 0.0477 \\ c = -0.0112 \end{cases}, T = 15^\circ\text{C}, R^2 = 0.9885$ $\begin{cases} a = 1.013 \\ b = 0.092 \\ c = -0.015 \end{cases}, T = 25^\circ\text{C}, R^2 = 0.9767$ $\begin{cases} a = 1.018 \\ b = 0.112 \\ c = 0.0177 \end{cases}, T = 35^\circ\text{C}, R^2 = 0.9937$	Eau/TiO <sub>2</sub> nanofluide
2009	Yurong He et al	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 + 4.62\phi + 199.21\phi^2$	Expérimentale nanofluide (TiO <sub>2</sub> / Eau)
2009	P. K. Namburu et al	$\log(\mu_{nf}) = Ae^{-BT}$ $\begin{cases} A = 1.8375\phi^2 - 29.643\phi + 165.56 \\ B = 4 \times 10^{-6}\phi^2 - 0.001\phi + 0.0186 \end{cases}$ $\begin{cases} A = -0.29956\phi^3 + 6.7388\phi^2 + 55.444\phi + 236.11 \\ B = (-6.4745\phi^3 + 140.03\phi^2 - 1478.5\phi + 20341) / 10^6 \end{cases}$ $\begin{cases} A = 0.1193\phi^3 - 1.9289\phi^2 - 2.245\phi + 167.17 \\ B = (-7\phi^2 - 400\phi + 19200) / 10^6 \end{cases}$	(CuO/EG-Eau) 238K ≤ T ≤ 323K, 29nm 1% ≤ φ ≤ 10% (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> / EG-Eau) 238K ≤ T ≤ 323K, 53nm 1% ≤ φ ≤ 10% SiO <sub>2</sub> / EG-Eau 238K ≤ T ≤ 323K, 20, 50, 100nm 2% ≤ φ ≤ 10%
2010	Godson et al	$\mu_{nf} / \mu_f = (1.005 + 0.497\phi - 0.1149\phi^2)$	Ag/Eau 50°C ≤ T ≤ 90°C, 0.3% ≤ φ ≤ 0.9%
2010	Chandrasekar et al	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 + \left(\frac{\phi}{1-\phi}\right)^n, b = 1631, n = 2.8$	(eau/Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> )
2011	Corcione	$\mu_{nf} / \mu_f = \frac{1}{\left(1 - 34.87 \left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{-0.3} \phi^{1.03}\right)}$ $d_f = 0.1 \left(\frac{6M}{N \pi \rho_f}\right)^{1/3}$	pour les nanoparticules oxydes métalliques et les métaux dispersés dans l'eau ou l'Éthylène Glycol nanofluides 2% ≤ φ ≤ 9% 10nm < d <sub>p</sub> < 150nm 293K ≤ T ≤ 323K
2014	Esfé et sae-dodin	$\mu_{nf} / \mu_f = 0.9118 \text{Exp}(5.49\phi - 0.00001359T^2) + 0.0303 \text{Ln}(T)$	EG / ZnO (18nm) nanofluide 0.25% ≤ φ ≤ 5% 298K < T < 323K

2014	M. Hemmat Esfe et al.	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 + 11.61\phi + 109\phi^2$	Résultats Expérimentaux eau / MgO (40nm) nanofluide $0.0625\% \leq \phi \leq 1.15\%$
2014	Sharma et al	$\mu_{nf} / \mu_f = \left(1 + \frac{\phi}{100}\right)^{11.3} \left(1 + \frac{T}{70}\right)^{-0.038} \left(1 + \frac{d_p}{170}\right)^{-0.061}$	Eau / SiO <sub>2</sub> nanofluide Eau / TiO <sub>2</sub> nanofluide $0\% \leq \phi \leq 4\%$ 293K (T < 343K)
2014	Sundar et al	$\mu_{nf} / \mu_f = A e^{B\phi}$ $A = \begin{cases} 0.9396; (20:80)\% (EG / Eau) \\ 0.9299; (40:60)\% (EG / Eau) \\ 1.1216; (60:40)\% (EG / Eau) \end{cases}$ $B = \begin{cases} 24.16; (20:80)\% (EG / Eau) \\ 67.43; (40:60)\% (EG / Eau) \\ 77.56; (60:40)\% (EG / Eau) \end{cases}$	(Eau / Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ) nanofluide $0.3\% \leq \phi \leq 1.5\%$ 293K (T < 333K)
2015	Esfe et al	$\mu_{nf} / \mu_f = 1 + \left(0.100\phi^{0.69574} \times d_p^{0.44708}\right)$	(Eau / Fe) nanofluide 37nm, 71nm, 98nm $0.0313\% \leq \phi \leq 1\%$
2015	M. Hemmat Esfe et al	$k_{nf} / k_f = 1 + 32.795\phi_p - 7214\phi_p^2 + 714600\phi_p^3 - 0.1941 \times 10^8 \phi_p^4$	(Ag - MgO / eau) $0 \leq \phi \leq 0.02$
2017	Alina (C.C. Li 1976)	$v_m = \exp\left(\exp\left(\frac{VBN_m - 10,975}{14,534}\right)\right) - 0.8$ $VBN_m = \sum_{i=1}^n [Y_i VBN_i]$ $VBN = 14,534 \cdot \ln[\ln(v + 0,8)] + 10,975$	v : la viscosité cinématique en centistokes (cSt). VBN : la viscosité du mélange de chaque phase du mélange. m : mélange. i : la phase correspondante

## Numerical Study of Thermo Convective Flows of a Nanofluid through an Annular Cylindrical Space with Fins

The doctoral project concerns a three-dimensional numerical study of the thermo-convective flows of a nanofluid through an annular cylindrical space without fin and equipped with fins. Newtonian, incompressible and laminar flow with temperature dependent physical properties. The single-phase approach is adopted. The outer cylinder is uniformly heated while the inner cylinder is adiabatic. The flow and thermal fields are modeled by the continuity equation, the three momentum equations and the energy equation of the nanofluid with appropriate initial and boundary conditions using a cylindrical coordinate system. The nonlinear differential equations with partial derivatives are solved numerically by the finite volume method with a spatio-temporal discretization of the second order. The SIMPLER algorithm was used to solve the speed-pressure coupling. A complete parametric analysis on the effect of the presence of nanoparticles dispersed in the fluid such as volume fraction, type and shape on the development of thermal and hydrodynamic fields. The dimensionless control parameters that control the problem under consideration are the Reynolds number, the Prandtl number and the Grashof number, a radius ratio set to 2. For the volume fraction ranging from 0 to 10%, six nanoparticles Types, two metallic types Cu and Ag, three ceramics Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, TiO<sub>2</sub> and CuO. Also four forms of the nanoparticles are the shape the spherical shape, Blade, Cylinder, Platelet and Bricks shape. The study of these effects on heat transfer in a annular cylinder without fins and with fins is the main objective of this study.

The results concerning the different cases studied for the effect of the volume fraction of the different nanofluids shows that the increase in the volume fraction increases the heat transfer along the annular duct. The axial and mean Nusselt numbers obtained are also higher in the case of the nanofluid (Ag / water). They also show that the use of the Ag nanoparticle induces a better improvement of the heat transfer followed by Cu, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CuO at the end TiO<sub>2</sub>. Regarding the effect of the shape of the nanoparticles Blade shape greatly improves the heat transfer compared to other shapes. A generating correlation expresses the average Nusselt number for the different shapes as a function of the volume fraction proposed:

$$Nu_{\text{moy}} = a + b\phi + c\phi^2.$$

Another correlation which expresses the average Nusselt number of the nanofluid (TiO<sub>2</sub>/water) and the hybrid nanofluid (Ag-TiO<sub>2</sub> / water) as a function of the number of Grashof, Prandtl and the volume fraction:

$$\begin{aligned} (\text{TiO}_2 / \text{eau}) : Nu &= 0.3824Gr^{0.2088} Pr^{0.4092} (1 + \phi)^{2.0153} \\ (\text{Ag} - \text{TiO}_2 / \text{eau}) : Nu &= 0.6765Gr^{0.21} Pr^{0.1162} (1 + \phi)^{1.621} \end{aligned}$$

The use of the heat-generating fins, attached longitudinally to the outer cylinder and immersed in the nanofluid, greatly improves the heat transfer compared to those of a non-finned horizontal duct dû to the increase in the exchange area between The nanofluid and the fins in the annular space.

**Keywords:** Nanofluid, Mixed convection, Horizontal annular cylinder, Single phase, longitudinal fins, Hybrid nanofluid, Finite volume.

## دراسة عددية للتدفقات الحرارية-الحملية للمائع النانوي من خلال الفضاء أسطواني حلقي ذو زعانف

**ملخص:** مشروع الدكتوراه يتعلق بدراسة عددية ثلاثية الأبعاد للتدفقات الحرارية بالحمل للمائع النانوي من خلال فضاء حلقي أسطواني دون زعانف والزعانف. التدفق رقائقي، نيوتوني وغير قابل للضغط ذو خصائص فيزيائية غير متعلقة بدرجة الحرارة. أعتمد المقاربة على مرحلة واحدة. الاسطوانة الخارجية تسخن بشكل منتظم في حين الاسطوانة الداخلية ادياباتية. التدفق والحقول الحرارية تتم نمذجتها بمعادلة الاستمرارية، المعادلات الثلاثة لكمية الحركة ومعادلة الحرارة للمائع النانوي مع الشروط الإبتدئية و الحدية المناسبة باستخدام نظام بالإحداثيات الأسطوانية. المعادلات التفاضلية الغير خطية بالمشتقات الجزئية تم حلها عدديا بواسطة طريقة الحجوم المنتهية. مع التقطيع المكاني-الزمني من الدرجة الثانية. تم استخدام خوارزمية SIMLER من أجل حل الاقتران سرعة- ضغط. تحليل كامل عن تأثير وجود جزيئات متناثرة في السائل مثل أن الكسر الحجمي والنوع والشكل على تطوير الحقول الحرارية والهيدروديناميكية. معلمات السيطرة اللابعدية التي تتحكم في المشكلة المعتبرة هي عدد رينولدز، عدد براندل وعدد غراشوف، نسبة نصف القطر ثبتت عند 2. من أجل كسر حجمي من 0 حتى 10٪، وستة أنواع من الجسيمات النانوية ، اثنتين معادن وهما معدن النحاس Cu و الفضة Ag، ثلاثة سيراميك  $Al_2O_3$ ،  $TiO_2$  و  $CuO$ . أيضا، أربعة أنماط من الجسيمات النانوية كروية، شفرة، اسطوانة، صفيحة وشكل الطوب. دراسة هذه الآثار على نقل الحرارة في اسطوانة حلقيه بدون زعانف وبزعانف هو الهدف الرئيسي لهذه الدراسة.النتائج المتعلقة بمختلف الحالات المدروسة من أجل تأثير الكسر الحجمي لمختلف الموائع النانوية تبين أن الزيادة في الكسر الحجمي تزيد من انتقال الحرارة على طول القناة الحلقيه. أعداد نسلت المحورية والمتوسطة التي تم الحصول عليها هي أيضا أعلى في حالة المائع النانوي (الماء/Ag)، فإنها تظهر أيضا أن استخدام جسيمات نانوية من Ag يؤدي إلى تحسين أفضل لنقل الحرارة تليها النحاس،  $Al_2O_3$  و  $CuO$  في النهاية  $TiO_2$ . أما فيما يخص تأثير الشكل للجسيمات النانوية الشكل شفرة يحسن أكثر انتقال الحرارة مقارنة بالأشكال الأخرى. العلاقة المولدة التي تعبر عن عدد نسلت المتوسط من أجل أشكال مختلفة بدلالة الكسر الحجمي اقترحت:  $Nu_{moy} = a + b\phi + c\phi^2$

علاقة أخرى والتي تعبر عن عدد نسلت المتوسط للمائع النانوي (الماء/ $TiO_2$ ) والمائع النانوي الهجين (الماء/ $Ag-TiO_2$ ) بدلالة عدد غراشوف، براندل و الكسر الحجمي:

$$(TiO_2 / eau) : Nu = 0.3824Gr^{0.2088} Pr^{0.4092} (1 + \phi)^{2.0153}$$
$$(Ag - TiO_2 / eau) : Nu = 0.6765Gr^{0.21} Pr^{0.1162} (1 + \phi)^{1.621}$$

استخدام الزعانف المنتجة للحرارة، والملصوقة طوليا على الأسطوانة الخارجية والمغمورة في المائع النانوي يحسن كثيرا من نقل الحرارة بالمقارنة مع قناة حلقيه أفقية بدون زعانف ويرجع ذلك إلى زيادة سطح التبادل بين المائع النانوي و الزعانف في الفضاء الحلقي.

**الكلمات المفتاحية:** مائع نانوي، الحمل الحراري مختلطة، اسطوانة حلقيه أفقية، أحادي الطور، زعانف طولية، مائع نانوي هجين، الحجوم المنتهية.

**Résumé :** notre projet de doctorat comprend une étude numérique tridimensionnelle des écoulements thermo-convectifs d'un nanofluide à travers un espace cylindrique annulaire sans ailettes et muni d'ailettes. L'écoulement laminaire le nanofluide est newtonien, incompressible à des propriétés thermophysiques indépendantes de la température. L'approche monophasée est adoptée. Le cylindre extérieur est uniformément chauffé tandis que le cylindre intérieur est adiabatique. L'écoulement et les champs thermiques sont modélisés par l'équation de continuité, les trois équations de quantité de mouvement et l'équation de l'énergie du nanofluide avec des conditions initiales et aux limites appropriées en utilisant un système de coordonnées cylindrique. Les équations différentielles non linéaires aux dérivées partielles sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis avec une discrétisation spatio-temporelle du second ordre. L'algorithme SIMPLER a été utilisé pour résoudre le couplage vitesse-pression. Une analyse paramétrique complète sur l'effet de la présence des nanoparticules dispersées dans le fluide comme, la fraction volumique, le type et la forme sur le développement des champs thermique et hydrodynamique. Les paramètres de contrôle adimensionnels qui contrôlent le problème considéré sont le nombre de Reynolds, le nombre de Prandtl et le nombre de Grashof, un rapport de rayon fixé à 2. Pour la fraction volumique allant de 0 jusqu'à 10%, six types de nanoparticules, deux métalliques Cu, Ag, trois céramiques Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, TiO<sub>2</sub> et CuO. Aussi quatre formes de nanoparticules sont la forme sphérique, Lamé, Cylindre, Plaquette et la forme Brique. L'étude de ces effets sur le transfert thermique dans un cylindre annulaire sans ailettes et avec ailettes constitue l'objectif principal de cette étude.

Les résultats relatifs aux différents cas étudiés pour l'effet de la fraction volumique des différents nanofluides montrent que l'augmentation de la fraction volumique augmente le transfert thermique le long du conduit annulaire. Les nombres de Nusselt axial et moyen obtenus sont également plus élevés dans le cas du nanofluide (Ag/eau). Elles montrent aussi que l'utilisation de la nanoparticule Ag induit une meilleure amélioration du transfert thermique suivie par Cu, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, CuO à la fin TiO<sub>2</sub>. Concernant l'effet de la forme des nanoparticules, Lamé améliore beaucoup le transfert thermique par rapport aux autres formes. Une corrélation générée exprime le nombre de Nusselt moyen pour les différentes formes en fonction de la fraction volumique a été proposée :

$$Nu_{\text{moy}} = a + b\phi + c\phi^2.$$

Une autre corrélation qui exprime le nombre de Nusselt moyen du nanofluide (TiO<sub>2</sub>/eau) et du nanofluide hybride (Ag-TiO<sub>2</sub>/eau) en fonction du nombre de Grashof, Prandtl et la fraction volumique :

$$\begin{aligned} (\text{TiO}_2 / \text{eau}) : Nu &= 0.3824Gr^{0.2088} Pr^{0.4092} (1 + \phi)^{2.0153} \\ (\text{Ag} - \text{TiO}_2 / \text{eau}) : Nu &= 0.6765Gr^{0.21} Pr^{0.1162} (1 + \phi)^{1.621} \end{aligned}$$

L'utilisation des ailettes productrices de chaleur, attachées longitudinalement sur le cylindre extérieur et immergées dans le nanofluide améliorent beaucoup le transfert thermique par rapport à un conduit annulaire horizontal sans ailettes à cause de l'augmentation de la surface d'échange entre le nanofluide et les ailettes dans l'espace annulaire.

**Mots Clés :** Nanofluide, Convection mixte. Cylindre annulaire horizontal, Monophasique, Ailettes longitudinales, Nanofluide hybride, Volumes finis