

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ MENTOURI CONSTANTINE
FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES
DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

N° d'ordre :

Série :

THÈSE
PRÉSENTÉE POUR OBTENIR LE DIPLÔME DE DOCTORAT EN SCIENCES
EN PHYSIQUE

SPÉCIALITÉ : PHYSIQUE NUCLÉAIRE

THÈME

CALCULS DES ÉNERGIES DE LIAISON ET
D'EXCITATION DES NOYAUX DE LA
RÉGION DÉFORMÉE $A \sim 32$

Par

Salim KHALED

SOUTENUE LE : 24 / 01 / 2009

Devant le jury :

Président :	Mme. F. Benrachi	Prof.	Univ. Mentouri Constantine
Rapporteur :	Mr. M. Ramdhane	Prof.	Univ. Mentouri Constantine
Examineurs:	Mr. A. Boucenna	Prof.	Univ. A. Ferhat Sétif
	Mr. S. Ouichaoui	Prof.	USTHB, Alger
	Mr. A. Belafrites	M.C.	Univ. de Jijel

Dédicace

- ❖ A la mémoire de ma chère mère

- ❖ A mon cher père

- ❖ A ma chère épouse

- ❖ A mes frères et sœurs, et surtout ma petite sœur.

- ❖ A toute ma grande famille

- ❖ A tous mes amis

- ❖ A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

Je dédie ce travail...

Salim

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé au Laboratoire de Physique Mathématique et Physique Subatomique de l'Université Mentouri Constantine sous la direction de Mr. M. Ramdhane, Professeur au département de physique à l'Université Mentouri Constantine. Il m'a suivi pendant une partie de mes études, et je tiens à le remercier, lui exprimer ma profonde gratitude pour tout son aide scientifique et ses conseils et discussions.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance à Mme F. Benrachi Professeur au département de physique à l'Université Mentouri Constantine, qui m'a suivie aussi pendant une partie de mes études. Je tiens à la remercier également pour avoir accepté de présider le jury de ce travail.

Je tiens à remercier:

- Mr. A. Boucenna, Professeur à l'Université A. Ferhat de Sétif d'avoir accepté d'examiner ce travail.
- Mr. S. Ouichaoui, Professeur à l'Université des Sciences et Technologies Houari Boumediene (USTHB) d'Alger d'avoir accepté d'examiner ce travail. Je le remercie aussi pour les corrections et suggestions apportées au manuscrit.
- Mr. A. Belafrites, Maître de Conférence à l'Université de Jijel d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

Table des matières

Introduction	4
I Calcul dans le cadre des formules de masse semi empiriques	8
1 Calcul macroscopique-microscopique des énergies de liaison	9
1.1 Modèle de la goutte liquide	9
1.1.1 Energie de volume	9
1.1.2 Energie de surface	10
1.1.3 Energie coulombienne	10
1.1.4 Energie d'asymétrie	10
1.1.5 Energie d'appariement	11
1.2 Développement du modèle	13
1.2.1 Formule en masse	13
1.2.2 Détermination des paramètres	15
1.2.3 Interprétation des résultats	19
1.3 Conclusion	20
2 Calcul macroscopique-microscopique approfondi des énergies de liaison	21
2.1 Introduction	21
2.2 Calcul des masses	21
2.2.1 Notions de base	21
2.2.2 Formule de masse	22
2.2.3 Détermination des paramètres	24
2.2.4 Résultats	25
2.2.5 Interprétation	26
2.3 Conclusion	30

II	Calcul dans le cadre du modèle en couches	31
3	Application des interactions effectives	32
3.1	Modèle en couches	32
3.1.1	Evidence expérimentale	32
3.1.2	Théorie du modèle	34
3.2	Modèle en couches et interactions effectives	36
3.2.1	Fonctions d'onde	36
3.2.2	Eléments de matrice	37
3.2.3	Applications	42
3.3	Modèle utilisé	43
3.3.1	Interprétation	54
3.3.2	Conclusion	54
4	Application du couplage faible	55
4.1	Couplage faible	55
4.1.1	Modèle collectif	57
4.1.2	Méthode du cœur excité	59
4.1.3	La méthode B-F-Z	60
4.2	Application du couplage faible pour la région $A \sim 32$	62
4.2.1	Calcul des énergies d'excitation	63
4.2.2	Calcul des énergies de liaison	66
	Conclusion et perspectives	71
A	Ajustement des moindre carrées	74
A.1	La méthode de la grille	74
A.2	Principe du programme	76
B	L'interaction SDI	78
C	Méthode de calcul du couplage faible	80
D	Programmes	83
D.1	Programme des moindre carrées	83
D.2	Programme d'interaction de deux particules	89
D.3	Programme d'interaction de trois particules	92

D.4 Programme d'interaction de quatre particules	96
D.5 Programme d'interaction particule-particule	102
Bibliographie	106

Introduction

La structure nucléaire permet de comprendre pourquoi et comment les protons et les neutrons sont maintenus en cohésion dans un noyau et étudier les phénomènes générés. Son étude peut se faire par deux approches : une approche macroscopique et une approche microscopique. La structure nucléaire s'intéresse aux calculs des masses, énergies d'excitation, . . . etc. La masse d'un noyau est l'une de ses propriétés fondamentales. Suite à cette importance, plusieurs travaux ont été réalisés pour mesurer ou calculer ce paramètre. Elle a été largement étudiée dans le cadre macroscopique par le développement des formules semi-empiriques. La première formule développée est celle de Bethe et Weizsäcker décrivant le modèle de la goutte liquide. Ce modèle est devenu la base pour développer d'autres modèles. Il existe actuellement deux modèles intéressants déduits du modèle précédent qui sont le modèle de la goutte liquide à portée finie (FRLDM) et le modèle de la gouttelette à portée finie (FRDM) [1].

L'approche microscopique quant à elle s'intéresse à l'étude des modèles nucléaires comme le modèle en couches, le modèle collectif, . . . etc. Le modèle en couches est le plus utilisé dans ce domaine.

La stabilité des noyaux ayant les nombres suivants de n ou de p : 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 dits nombres magiques a conduit au développement de ce modèle. Ces nombres magiques sont les clés de concept de ce modèle, mais ils sont différents dans les noyaux exotiques de ceux dans les noyaux stables.

Ce modèle a connu un grand succès du fait de sa large application dans diverses régions de masse.

Les mesures de Thibault et al. [2] sur les isotopes du $^{27-32}\text{Na}$ ont montré que le ^{31}Na et le ^{32}Na étaient plus liés que ne le prédisent les calculs théoriques.

Ces résultats ont conduit aux premiers signes indiquant l'inversion dans l'ordre des couches autour de $N = 20$. Ce phénomène est observé comme des irrégularités dans les énergies de liaison des noyaux riches en neutrons dans la région $A \sim 32$ appelée "île d'inversion" (Figure 1). Il faut noter que quelques noyaux de cette région de masse sont déformés dans leur état fondamental.

15	³¹ P	³² P	³³ P	³⁴ P	³⁵ P	³⁶ P	³⁷ P	³⁸ P	³⁹ P
14	³⁰ Si	³¹ Si	³² Si	³³ Si	³⁴ Si	³⁵ Si	³⁶ Si	³⁷ Si	³⁸ Si
13	²⁹ Al	³⁰ Al	³¹ Al	³² Al	³³ Al	³⁴ Al	³⁵ Al	³⁶ Al	³⁷ Al
12	²⁸ Mg	²⁹ Mg	³⁰ Mg	³¹ Mg	³² Mg	³³ Mg	³⁴ Mg	³⁵ Mg	³⁶ Mg
11	²⁷ Na	²⁸ Na	²⁹ Na	³⁰ Na	³¹ Na	³² Na	³³ Na	³⁴ Na	³⁵ Na
10	²⁶ Ne	²⁷ Ne	²⁸ Ne	²⁹ Ne	³⁰ Ne	³¹ Ne	³² Ne	³³ Ne	³⁴ Ne
9	²⁵ F	²⁶ F	²⁷ F	²⁸ F	²⁹ F	³⁰ F	³¹ F	³² F	³³ F
Z N	16	17	18	19	20	21	22	23	24

Figure 1 : Noyaux de la région $A \sim 32$, la partie hachurée représente l'île d'inversion. Le nombre magique 20 en neutrons est sélectionné par des lignes en gras.

Les données expérimentales actuelles montrent que, seule la coexistence de forme est responsable de cette déformation. Dans ce cadre, des séries de calculs du modèle en couches pour les isotones $N = 20$ montrent que la configuration sphérique normale coexiste avec la configuration déformée intrusive. Cette coexistence existe dans tous les isotones $N = 20$ jusqu'au ⁴⁰Ca. Notons que l'état déformé intrus des noyaux Ne, Na et Mg ayant $N = 20$ possède une énergie moindre que celle de l'état sphérique normal.

Toujours dans cette région, d'autres mesures ont été effectuées par Detraz et al. [3] incluant les isotopes de Mg. Ces auteurs ont découvert que le ³¹Mg et le ³²Mg étaient plus liés que ne le prédisent les calculs théoriques.

Chung et Wildenthal [4] ont prouvé que l'énergie de liaison des isotones Na et Mg ayant $N = 20$ ne peut pas être expliquée dans le cadre du modèle en couches avec des orbites de l'espace sd seulement.

Poves et Retamosa [5] ont effectué des calculs dans l'espace $\pi d_{\frac{5}{2}}^{Z-8} \nu d_{\frac{3}{2}}^{N-18} \left(f_{\frac{7}{2}}, p_{\frac{3}{2}} \right)^2$ et ont examiné les propriétés des transitions E_2 des noyaux considérés. Ils ont discuté la corrélation d'énergie pour les configurations $(1s, 0d)^{-2} (0f, 1p)^2$. Ces auteurs n'ont pas trouvé d'explication pour cette corrélation mais ceci est dû probablement à l'effet de l'interaction $p - n$.

Warburton et al. [6] ont développé une interaction dénotée *WBMB* dans l'espace modèle

$(1s, 0d)^{A-16-n} (0f, 1p)^n$. Cette interaction est constituée de trois termes : l'interaction USD de Wildenthal dans l'espace $(1s, 0d)$, l'interaction de Mac-Grory dans l'espace $(0f, 1p)$ et l'interaction du potentiel nucléon-nucléon de Millener-Kurath entre $(1s, 0d)$ et $(0f, 1p)$. Cette dernière a été employée pour le calcul des énergies de liaison des noyaux dans la région $A = 31 - 44$. Pour $N > 20$, il n'y a eu aucun accord avec l'expérience concernant les valeurs de J^π . Les désaccords observés sur les isotopes de Na étaient les premières indications de l'île d'inversion. Notons que le nombre des noyaux étudiés par cette interaction pour les quels ils ont considéré la coexistence entre $0\hbar\omega$ et $2\hbar\omega$ est limité.

Pour explorer les systématiques des énergies de liaison de $2\hbar\omega$ pour un grand nombre de noyaux, les auteurs précédents ont appliqué le couplage faible [7] en considérant les excitations de $n\hbar\omega$. L'utilisation de ce modèle a pu élargir l'étude en incluant les noyaux ayant $Z = 8 - 20$, $N = 20 - 22$ et $N = 23$ pour quelques noyaux.

Nummela et al. [8] ont pu étudier expérimentalement la structure détaillée des noyaux riches en neutrons par la désintégration bêta ; ils ont déterminé le schéma de niveaux de ^{34}Si ($N = 20$) et ^{35}Si ($N = 21$) et ont corrigé la position du niveau $3/2^-$ à particule indépendante dans ^{35}Si .

Vu l'intérêt et les différences entre les résultats théoriques et expérimentaux trouvés dans la région de masse $A \sim 32$ appelée "île d'inversion", nous avons mené une étude avec plusieurs approches afin de développer un modèle adéquat capable de mieux comprendre la structure nucléaire de cette région.

Pour cela, nous avons effectué une :

- * Comparaison des énergies de liaison expérimentales avec celles calculées en utilisant des formules de masse semi-empiriques.

- * Comparaison des énergies d'excitation expérimentales avec celles déterminées par l'application des interactions effectives.

Le travail est structuré en deux parties ; chaque partie étant divisée en deux chapitres. La première partie est consacrée aux calculs en utilisant des formules de masse semi-empiriques. Dans les deux chapitres de cette partie, un calcul des énergies de liaison a été effectué en appliquant deux modèles : un modèle macroscopique-microscopique dans le premier chapitre, et un modèle macroscopique-microscopique approfondi dans le deuxième chapitre.

La deuxième partie est consacrée aux calculs dans le cadre du modèle en couches ; elle est divisée aussi en deux chapitres. Dans ces chapitres, un calcul des énergies d'excitation

a été effectué par l'application des interactions effectives et du couplage faible.

Enfin, nous terminons le manuscrit par une conclusion.

Première partie

Calcul dans le cadre des formules de masse semi empiriques

Chapitre 1

Calcul

macroscopique-microscopique des énergies de liaison

1.1 Modèle de la goutte liquide

La première formule de masse développée est celle du modèle de la goutte liquide de Bethe et Weizsäcker, en se basant sur les hypothèses suivantes :

* Le noyau atomique est une sphère semblable à une goutte liquide incompressible de rayon R donné par :

$$R = r_0 A^{1/3} \tag{1.1}$$

$r_0 = cte$, paramètre de rayon.

* Les forces nucléaires sont saturées et possèdent une courte portée (court rayon d'action) ; autrement dit un nucléon n'interagit qu'avec les nucléons les plus proches.

* Les forces nucléaires sont indépendantes de la charge nucléaire ; autrement dit les interactions proton-proton, neutron-neutron ou proton-neutron sont identiques.

La formule développée contient cinq termes :

1.1.1 Energie de volume

Cette énergie provient des forces de cohésion dans les noyaux. Elle est proportionnelle au nombre total des nucléons A à cause de l'indépendance des forces nucléaires de la charge

nucléaire. Son expression est donnée par :

$$E_v = a_v A \quad (1.2)$$

où a_v est un paramètre à déterminer.

1.1.2 Energie de surface

Cette énergie est due au fait que les nucléons se trouvant à la surface du noyau ont un nombre de nucléons voisins moindre que ceux qui se trouvent à l'intérieur du noyau, alors ils ne ressentent pas la même force.

Cette quantité d'énergie est proportionnelle à l'aire de la surface ou à R^2 ; autrement dit à $A^{2/3}$. Elle est donnée par :

$$E_s = -a_s A^{2/3} \quad (1.3)$$

où a_s est une constante à déterminer.

1.1.3 Energie coulombienne

Les forces coulombiennes ne sont pas saturées et possèdent une longue portée. L'énergie coulombienne est due à la répulsion des protons. Elle est donnée par :

$$E_c = -a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} = -a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \quad (1.4)$$

où a_c est une constante à déterminer.

1.1.4 Energie d'asymétrie

Les noyaux légers se situent sur la bissectrice ($N \sim Z$), tandis que les noyaux lourds ont $N > Z$ pour contrecarrer la répulsion coulombienne entre les protons et compenser la non saturation [9] (figure 1.1). Cette énergie est donnée par :

$$E_a = -a_a \frac{(N-Z)^2}{A} \quad (1.5)$$

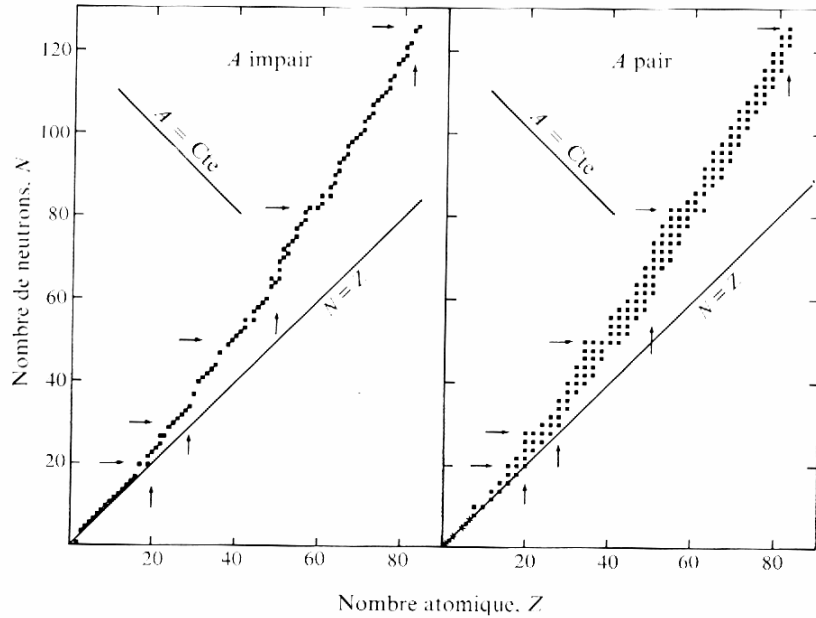


Figure 1-1 : La vallée de stabilité des noyaux atomiques.

1.1.5 Energie d'appariement

Cette énergie dépend du nombre de masse A du noyau. Les noyaux les plus stables possèdent un nombre pair de protons et de neutrons, les moins stables possèdent un nombre impair de protons et de neutrons. Heisenberg a introduit un terme δ dépendant du nombre des nucléons donné par :

$$\delta = \begin{cases} +a_p A^{-\frac{3}{4}} & , Z \text{ et } N \text{ pairs} \\ 0 & , Z \text{ ou } N \text{ impair} \\ -a_p A^{-\frac{3}{4}} & , Z \text{ et } N \text{ impairs} \end{cases} \quad (1.6)$$

Enfin en combinant ces différents termes, l'énergie de liaison globale d'un noyau atomique est donnée par :

$$E_L = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + E_p \quad (1.7)$$

La contribution de chaque terme est représentée par la figure 1.2 [9] :

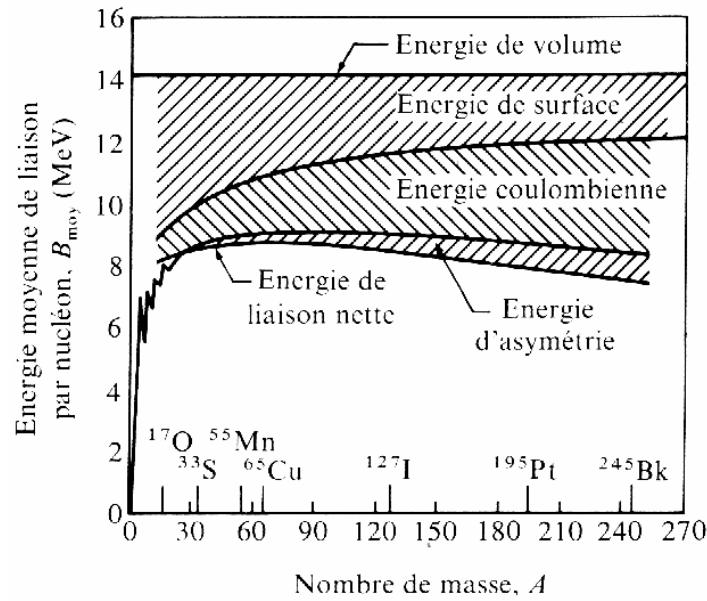


Figure 1.2 : Contribution des différents termes dans la formule globale de l'énergie de liaison.

Les constantes de la formule sont déterminées selon plusieurs méthodes :

- * Les fits des masses expérimentales.
- * L'étude de la stabilité des noyaux vis à vis de la radioactivité bêta.
- * L'étude des bilans des réactions nucléaires.

Le tableau suivant donne les valeurs déterminées des paramètres de la formule de plusieurs auteurs.

Tableau 1.1 : Valeurs des constantes de la formule en masse de Bethe et Weizsäcker [10].

Auteur	a_v (MeV)	a_s (MeV)	a_c (MeV)	a_a (MeV)	a_p (MeV)	r_0 (fm)
A. Green	15.88	17.97	0.710	31.50	40.00	1.216
P. Seeger	16.11	20.21	0.806	20.65	58.00	1.070
Myers et al.	15.68	18.56	0.719	28.06	33.22	1.205

1.2 Développement du modèle

Afin de calculer les énergies de liaison des noyaux dans la région concernée $A = 29 - 44$, une formule de masse a été développée en se basant sur le modèle de Bethe et Weizsäcker. Les paramètres de cette formule ont été déterminés par un fit des énergies de liaison expérimentales des noyaux de la région étudiée.

1.2.1 Formule en masse

Soit la formule de masse de Weizsäcker :

$$E_L = a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} \pm \delta \quad (1.8)$$

On définit une quantité $I = (N - Z)/A$ décrivant l'excès relatif de neutrons, l'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} E_L &= a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a I^2 A \pm \delta \\ &= a_v (1 - k_v I^2) A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} \pm \delta \end{aligned}$$

où $k_v = \frac{a_a}{a_v}$ est un paramètre à déterminer relié à l'excès relatif de neutrons I .

De la même façon et du fait que le terme de l'énergie de surface dépend de la géométrie du noyau comme celui du volume, on peut l'écrire sous la même forme :

$$E_s = a_s (1 - k_s I^2) A^{\frac{2}{3}}, \quad k_s = \frac{a_a}{a_s} \quad (1.9)$$

Pour l'énergie électrostatique, on prend la forme suivante [11] :

$$E_c = \left[\frac{3 e^2 Z^2}{5 r_0 A^{\frac{1}{3}}} - \frac{\pi^2 e^2}{2 r_0} \left(\frac{d}{r_0} \right)^2 \frac{Z^2}{A} \right] \quad (1.10)$$

qui peut être écrite sous la forme :

$$E_c = a_{c1} \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - a_{c2} \frac{Z^2}{A} \quad (1.11)$$

où le deuxième terme représente la diffusivité de la surface nucléaire.

Le paramètre d est donné par l'expérience Stanford de la diffusion des électrons [11].

Sa valeur est :

$$d = \frac{2.4}{2 \ln 9} = 0.5461 \text{ fm.}$$

La valeur du paramètre r_0 est déduite des expériences de la diffusion élastique des électrons et les calculs microscopiques des distributions de la densité nucléaire [12], elle est égale à 1.18 fm .

Les constantes $a_v, k_v, a_s, k_s, a_{c_1}, a_{c_2}$ sont des paramètres à déterminer par un ajustement aux énergies de liaison expérimentales.

Le terme δ prend la forme de Myers et al. [13].

$$\delta = \begin{cases} + \left(\frac{12}{\sqrt{A}} - \frac{10}{A} \right) & , \text{ } Z \text{ et } N \text{ pair} \\ - \frac{10}{A} & , \text{ } Z \text{ ou } N \text{ impair} \\ - \left(\frac{12}{\sqrt{A}} - \frac{10}{A} \right) & , \text{ } Z \text{ et } N \text{ impair} \end{cases}$$

Pour $Z = N$, le terme I s'annule. Pour tenir compte de cet effet on introduit la correction de Wigner [13]. Cette dernière est donnée par :

$$\Delta E_{Wig} = 30 (|I| + h) \quad (1.12)$$

Où

$$h = \begin{cases} \frac{1}{A} & , \text{ } Z \text{ et } N \text{ impair, } Z = N \\ 0 & , \text{ ailleurs} \end{cases} \quad (1.13)$$

Le terme d'appariement devient [14] :

$$\delta' = \begin{cases} + \left(\frac{12}{\sqrt{A}} - \frac{10}{A} \right) - 30 \left| \frac{N-Z}{A} \right| & , \text{ } Z \text{ et } N \text{ pair} \\ - \frac{10}{A} - 30 \left| \frac{N-Z}{A} \right| & , \text{ } Z \text{ ou } N \text{ impair} \\ - \left(\frac{12}{\sqrt{A}} - \frac{10}{A} \right) - 30 \left| \frac{N-Z}{A} \right| & , \text{ } Z \text{ et } N \text{ impair} \\ - \left(\frac{12}{\sqrt{A}} + \frac{20}{A} \right) - 30 \left| \frac{N-Z}{A} \right| & , \text{ } Z \text{ et } N \text{ impair, } Z = N \end{cases} \quad (1.14)$$

Tenant compte du mouvement des nucléons dans le noyau, on introduit une seconde correction ; qui est l'effet des couches. Elle est donnée par [11] :

$$E_{shell} = \alpha \left(\frac{F(N) + F(Z)}{\left(\frac{A}{2}\right)^{\frac{2}{3}}} - \beta A^{\frac{1}{3}} \right) \quad (1.15)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
F(N) &= \frac{3}{5} \frac{\left(M_i^{\frac{5}{3}} - M_{i-1}^{\frac{5}{3}}\right)}{(M_i - M_{i-1})} (N - M_{i-1}) - \frac{3}{5} \left(N^{\frac{5}{3}} - M_{i-1}^{\frac{5}{3}}\right) \\
\text{pour } M_{i-1} &< N < M_i \\
F(Z) &= \frac{3}{5} \frac{\left(M_i^{\frac{5}{3}} - M_{i-1}^{\frac{5}{3}}\right)}{(M_i - M_{i-1})} (Z - M_{i-1}) - \frac{3}{5} \left(Z^{\frac{5}{3}} - M_{i-1}^{\frac{5}{3}}\right) \\
\text{pour } M_{i-1} &< Z < M_i
\end{aligned} \tag{1.16}$$

où M_i, M_{i-1} sont des nombres magiques pour les quels :

$$F(M_{i-1}) = F(M_i) = 0 \tag{1.17}$$

Dans ce cas, la formule de masse devient [14, 15] :

$$E_L(A, Z) = a_v (1 - k_v I^2) A - a_s (1 - k_s I^2) A^{\frac{2}{3}} - E_c + E_p + E_{shell} \tag{1.18}$$

1.2.2 Détermination des paramètres

Les valeurs de a_{c_1} et a_{c_2} sont déterminées à partir de la valeur de r_0 prise de la littérature, elles sont égales à $0.71 MeV$ et $1.28 MeV$ respectivement.

Les autres paramètres sont déterminés par un fit des énergies de liaison expérimentales [16]. La procédure est la suivante [11, 14, 15, 17] :

On prend la formule de masse (1.18) et on soustrait les termes de l'énergie électrostatique, de l'énergie d'appariement. Supposons que $k_v = k_s = k$.

$$E_L(A, Z) = a_v (1 - k_v I^2) A - a_s (1 - k_s I^2) A^{\frac{2}{3}} \tag{1.19}$$

Divisons par A , on obtient :

$$\frac{E_L(A, Z)}{A} = \left(a_v - a_s A^{-\frac{1}{3}}\right) (1 - k I^2) \tag{1.20}$$

On trace cette quantité en fonction de I^2 pour déterminer le paramètre k .

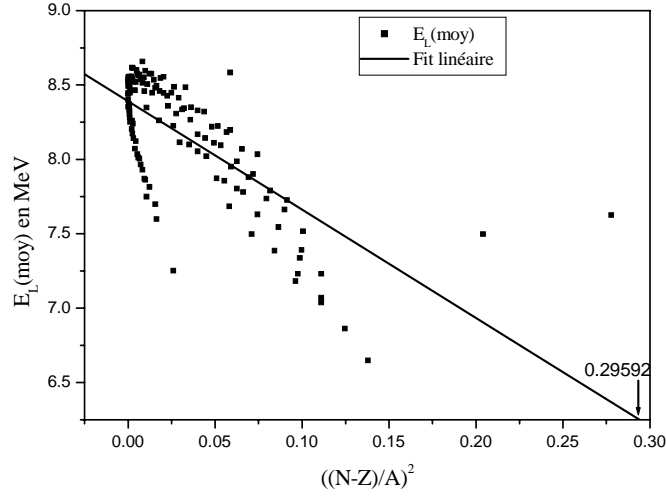


Figure 1.3 : Ajustement linéaire de (1.20) aux des valeurs expérimentales de l'énergie de liaison moyenne des noyaux de la région étudiée pour déterminer le paramètre k .

La valeur de I^2 résultant de l'intersection avec l'abscisse est égale à 0.29592. La valeur de k est obtenue en annulant E_L , soit :

$$k = \frac{1}{I^2} \simeq 3.38 .$$

On trace la même quantité en fonction de $A^{-1/3}$ pour déterminer a_v et a_s . Ce qui donne :

$$a_v = 11.94559 \text{ MeV},$$

$$a_s = 12.27341 \text{ MeV} .$$

Divisons la quantité E_{shell} par A , on obtient :

$$\frac{\Delta E_{sh}}{A^{1/3}} = \alpha (F(N, Z) - \beta) \quad (1.21)$$

$$\text{Où } F(N, Z) = (2)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{F(N)+F(Z)}{A} \right).$$

Pour déterminer les paramètres de la correction des couches, on trace la différence entre les énergies de liaison expérimentales et ceux de la partie macroscopique en fonction de $F(N, Z)$, et on effectue un fit linéaire.

La pente du fit donne directement la valeur de α , l'intersection avec l'ordonnée donne la valeur de $\alpha\beta$, on obtient :

$$\alpha = 0.27174 \text{ MeV}.$$

$$\beta = 0.66991.$$

Ces valeurs sont considérées comme des paramètres initiaux.

La deuxième étape consiste en l'injection de ces paramètres dans la formule de masse déduite (1.18), et en utilisant un programme des moindres carrés pour minimiser le χ^2 . On obtient une autre série de paramètres qui vont être injectés une autre fois dans le programme et ainsi de suite jusqu'à l'obtention des paramètres finaux pour lesquels χ^2 est minimal.

Le paramètre χ^2 est donné par [18] :

$$\chi^2 = \frac{1}{N - n} \sum_i \left(\frac{E_{\text{exp}}^i - E_{\text{th}}^i}{\sigma_i} \right)^2 \quad (1.22)$$

où N est le nombre des noyaux, n est le nombre de paramètres et σ_i l'écart-type..

Ce programme réajuste les paramètres initiaux de façon à obtenir en première approximation les énergies de liaison expérimentales.

Il existe une autre quantité qui définit l'écart en énergie ; qui est l'écart quadratique moyen (*r.m.s*) défini par :

$$r.m.s = \sqrt{\frac{1}{N} (E_{\text{exp}}^i - E_{\text{th}}^i)^2} \quad (1.23)$$

Les paramètres obtenus après plusieurs itérations du fit sont :

$$a_v = 13.83 \text{ MeV}, k_v = 1.99.$$

$$a_s = 12.43 \text{ MeV}, k_s = 2.52.$$

$$a_{c_1} = 0.72 \text{ MeV}, a_{c_2} = 1.18 \text{ MeV}.$$

$$\alpha = 8.47 \text{ MeV}, \beta = 1.10.$$

Les énergies de liaison déterminées par la formule de masse développée précédemment sont distribuées avec celles de l'expérience sur la charte (N, Z) suivante [14] :

20	mgl	313.18	325.33	340.32	349.09	360.79	368.02
	exp	313.10	326.39	342.03	350.39	361.88	369.81
19	mgl	307.31	318.66	332.47	340.00	350.13	356.82
	exp	308.56	320.63	333.71	341.51	351.60	359.14
18	mgl	305.24	314.16	327.17	332.72	342.39	347.62
	exp	306.70	315.49	327.33	333.93	343.79	349.89
17	mgl	296.28	304.72	316.60	321.30	329.52	334.30
	exp	298.19	306.78	317.09	323.19	331.27	337.10
16	mgl	290.04	296.82	308.54	311.33	319.09	322.36
	exp	291.83	298.81	308.70	313.01	321.04	325.41
15	mgl	278.28	284.57	294.93	297.03	303.28	306.10
	exp	280.95	287.24	295.61	299.07	305.88	309.44
14	mgl	269.19	273.74	283.76	284.06	289.84	291.10
	exp	271.40	275.28	283.42	285.89	292.01	294.19
13	mgl	254.27	258.33	266.73	266.53	270.75	271.56
	exp	254.99	259.16	264.68	267.11	272.32	274.49
12	mgl	241.95	244.19	252.02	250.19	253.95	253.14
	exp	241.63	244.04	249.69	251.76	256.53	(256.80)
11	Mgl	223.44	225.19	231.09	229.02	231.16	229.39
	exp	222.84	224.34	228.94	231.37	232.24	(233.31)
10	mgl	207.43	207.28	212.35	208.85	210.56	
	exp	206.89	208.24	212.11	(211.85)	(213.26)	
Z N		18	19	20	21	22	23

Figure 1.4 : Répartition des énergies de liaison expérimentales et calculées par la formule semi-empirique sur une charte (N, Z) . exp : les valeurs expérimentales, mgl : les valeurs calculées en utilisant le modèle de la goutte liquide reformulé. La partie représentée par des pointillées est l'île d'inversion, le nombre magique 20 est sélectionné par des lignes en gras. Les valeurs expérimentales entre parenthèses ne sont pas déterminées avec précision.

Les énergies de liaison calculées sont comparées à celles de l'expérience dans la figure 1.5 [14].

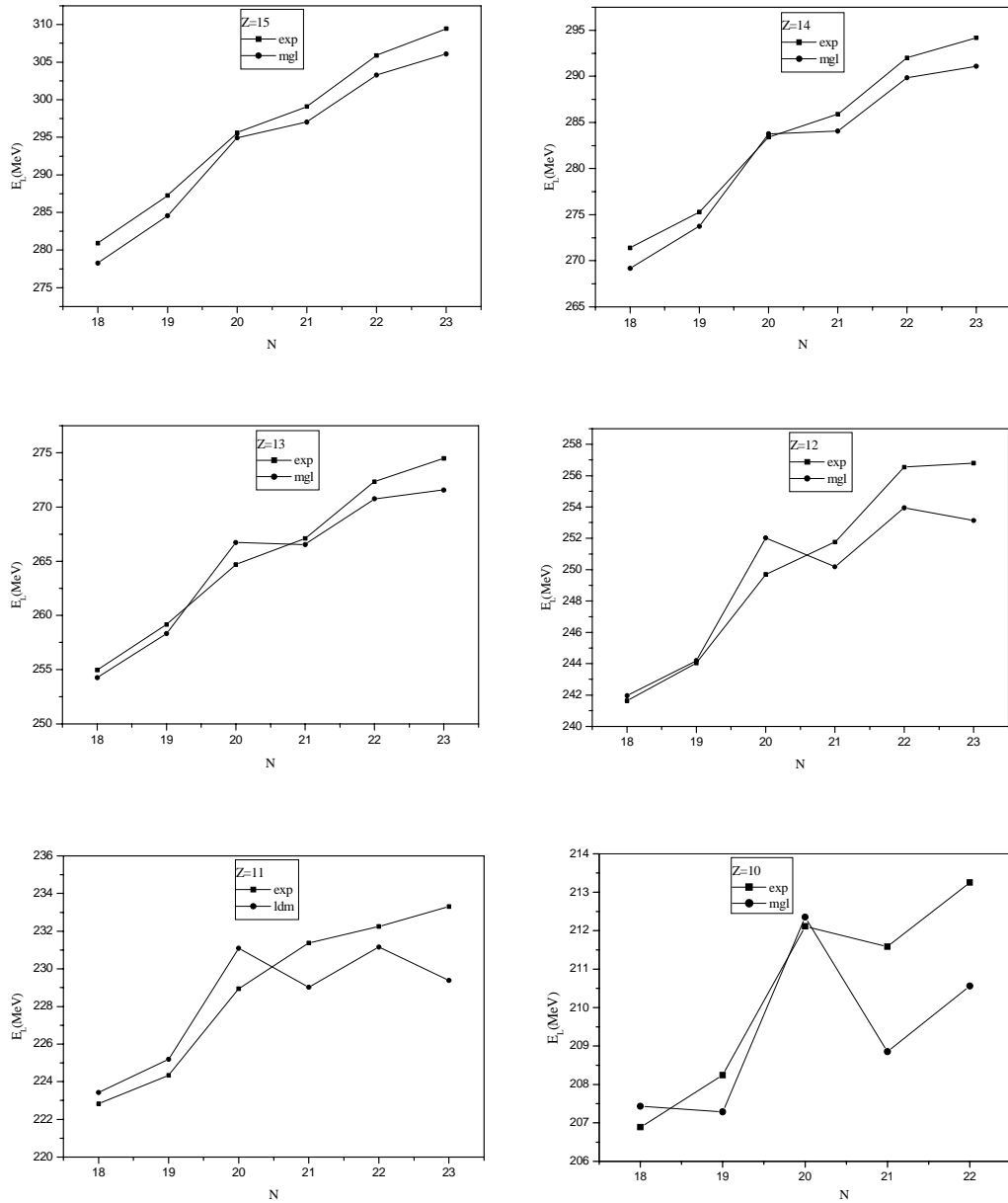


Figure 1.5 : La variation des énergies de liaison expérimentales et calculées en fonction de N pour les noyaux de la région $A \sim 32$. exp : les valeurs expérimentales, mgl : les valeurs du modèle développé.

1.2.3 Interprétation des résultats

Sur la charte (N, Z) , on voit que les énergies de liaison expérimentales augmentent quand N et Z augmentent à l'exception de ^{31}Ne et ^{32}Ne dont les énergies de liaison

expérimentales ne sont pas déterminées avec précision. Pour les valeurs calculées, il y a une systématique :

* Suivant la variation de N , on a :

- Les lignes $Z = 14$ et 15 , la répartition des énergies de liaison calculées suit celle des énergies de liaison expérimentales.

- Les lignes $Z = 10, 11, 12$ et 13 , la répartition des énergies de liaison calculées diffère de celle des énergies de liaison expérimentales.

* Suivant la variation de Z , on voit une répartition normale pour toutes les colonnes.

Dans la région de masse $A \sim 32$, on voit clairement une différence entre la répartition des énergies de liaison calculées en utilisant la formule semi-empirique et celles de l'expérience. Ceci est dû probablement à une déformation responsable de l'apparition des anomalies des énergies de liaison dans cette région et la résistance de ses noyaux à cette déformation.

D'après la figure 1.5, on voit clairement que les énergies de liaison calculées se recourent avec celles de l'expérience pour les valeurs de $Z = 13, 14, 15$. Pour les valeurs de $Z = 10-12$ (île d'inversion), elles sont en mauvais accord.

1.3 Conclusion

Dans ce chapitre, on a reformulé le modèle de la goutte liquide de Myers et ses collaborateurs à partir du modèle de la goutte liquide de Weizsäcker. Ce dernier a été pris comme point de départ, en se basant sur l'effet de l'excès relatif de neutrons I . Puis, on a ajouté deux corrections à la formule déduite ; la correction de Wigner et la correction des couches de Myers et Swiatecki. Ensuite, les paramètres de cette formule ont été déterminés par un fit des énergies de liaison expérimentales. Cette formule a été employée pour le calcul des énergies de liaison des noyaux de la région d'intérêt $A = 29 - 44$.

Les résultats obtenus par cette formule ne sont pas en bon accord avec les valeurs expérimentales. L'écart en énergie est caractérisé par un r.m.s égal à $2.83 MeV$. Ce dernier est un peu élevé à l'exception de quelques noyaux qui ont présenté un écart favorable. Ajoutant à ceci la mauvaise répartition des énergies de liaison calculées sur la charte (N, Z) . Cet effet n'est pas observé lorsque Z varie. Les énergies de liaison calculées se recourent avec celles de l'expérience pour $Z = 13, 14, 15$, mais elles s'éloignent des valeurs expérimentales pour $Z = 10, 11, 12$ (région de l'île d'inversion) (figure 1.5). Ceci est dû probablement à une déformation dans cette région.

Chapitre 2

Calcul

macroscopique-microscopique

approfondi des énergies de liaison

2.1 Introduction

Les calculs précédents des énergies de liaison ont montré des anomalies dans la région déformée $A \sim 32$ appelée "île d'inversion".

Ce chapitre est consacré à l'amélioration des résultats précédents afin d'observer l'évolution des ces anomalies ; d'où la nécessité de développer une nouvelle formule de masse. Cette dernière est une combinaison du terme macroscopique de la formule développée dans le premier chapitre et d'un nouveau terme de correction des couches. Ce dernier contient toujours l'effet des nombres magiques et un terme caractérisant l'interaction entre les nucléons.

Un ajustement en moindre carrées de la formule obtenue de E_L aux données expérimentales est effectué pour déterminer les paramètres de cette formule dans la région de masse $A = 29 - 55$. Le but d'élargir la région de masse explorée est d'avoir le plus grand nombre de noyaux et d'étudier la région du Nickel.

2.2 Calcul des masses

2.2.1 Notions de base

Une région de masse est par définition limitée par les fermetures de couches (N_a, Z_a) ,

(N_b, Z_b) , (N_b, Z_a) et (N_a, Z_b) .

Chaque région est étudiée comme un cœur (N_a, Z_a) ou (N_b, Z_b) en ajoutant n neutrons (et z protons). On a alors,

$$Z = Z_a + z, \quad N = N_a + n \quad (2.1)$$

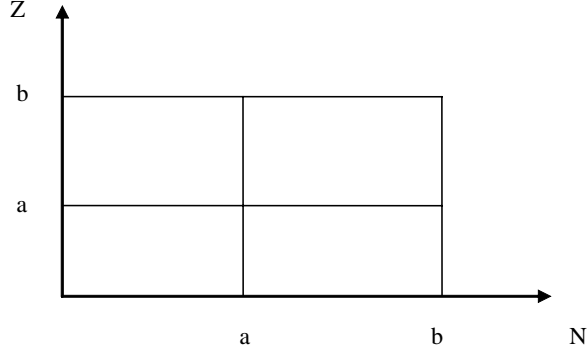


Figure 2.1 : Définition d'une région de masse.

2.2.2 Formule de masse

La formule de masse est donnée par :

$$E = E_{mac} + E_{shell} \quad (2.2)$$

où E_{mac} est un terme macroscopique donné par l'équation :

$$E_{mac} = a_v (1 - k_v I^2) A - a_s (1 - k_s I^2) A^{\frac{2}{3}} - a_{c1} \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + a_{c2} \frac{Z^2}{A} \pm \delta \quad (2.3)$$

La nouvelle correction des couches est donnée par [19] :

$$E_{shell} = (E_{self} + E_{int}) G \quad (2.4)$$

Le terme E_{self} est une somme des effets de couches de chaque type de nucléons, il est donné par :

$$E_{self} = E_s \left[\sum \left(\frac{z_i^2}{D_i^2} + \frac{n_j^2}{D_j^2} \right) + \sum (z_i \varepsilon_i + n_j \varepsilon_j) \right] \quad (2.5)$$

où $D_i = M_{i+1} - M_i$ et $D_j = M_{j+1} - M_j$,

M_i, M_{i+1}, M_j et M_{j+1} sont des nombres magiques.

$\varepsilon_i, \varepsilon_j$ sont les pentes de l'écart ($E_{exp} - E_{mac}$) en fonction de z et n respectivement.

z_i et n_i sont les protons et neutrons de valence respectivement.

E_s est un facteur universel pour tous les effets de couches, sa valeur est : $E_s = 26.004 \text{ MeV}$ [19].

G est un facteur d'érosion, sa valeur sera déterminée dans ce travail par un fit.

Description de E_{int}

Ce terme correspond aux effets des interactions entre les neutrons et les protons de valence. Pour déduire l'effet de cette interaction, on doit :

* Définir la région étudiée, $Z_m \leq Z \leq Z_M, N_m \leq N \leq N_M, Z_\mu$ et N_μ .

* Définir le nombre des particules de valence p' et n' .

* Choisir le type de la fonction $f(p', n')$ correspondant à cet effet.

L'interaction est donnée par :

$$E_{int} = \sum E_\eta f_\eta (\rho_i, \rho_j) \quad (2.6)$$

Avec

$$E_\eta = E_s \frac{\min(Z_\mu - Z_m, Z_M - Z_\mu) \min(N_\mu - N_m, N_M - N_\mu)}{D_i D_j} \quad (2.7)$$

Où

$$\rho_i = p' / p'_{max}, \quad \rho_j = n' / n'_{max}$$

p'_{max} and n'_{max} sont les valeurs maximales de p' et n' dans la region concernée.

$$Z_m = \frac{1}{2} (M_{i-1} + M_i), \quad Z_\mu = M_i,$$

$$Z_M = \frac{1}{2} (M_i + M_{i+1}),$$

$$N_m = \frac{1}{2} (M_{j-1} + M_j), \quad N_\mu = M_j,$$

$$N_M = \frac{1}{2} (M_j + M_{j+1}).$$

Pour les noyaux magiques, E_{int} est donnée par :

$$E_{sph} = E_\eta \rho_i^2 \rho_j (1 - \rho_{i+1}^2) (1 - \rho_{j+1}) \quad (2.8)$$

Notons que :

$$\begin{aligned}
Z_m &= \frac{1}{2}(M_{i-1} + M_i), Z_M = \frac{1}{2}(M_i + M_{i+1}) \text{ et } Z_\mu = M_i, \\
N_m &= \frac{1}{2}(M_{j-1} + M_j), N_M = \frac{1}{2}(M_j + M_{j+1}) \text{ et } N_\mu = M_j
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Pour les noyaux riches en neutrons, l'interaction est donnée par :

$$E_{rn} = E_\eta \rho_i \rho_j \tag{2.10}$$

Où $n' = N - N_m$, $p' = Z_M - Z$.

Pour les noyaux riches en protons, l'interaction est donnée par :

$$E_{rp} = E_\eta (\rho_i - \rho_j)^2 (1 - \rho_{i+1}^2) (1 - \rho_{j+1}^2) \tag{2.11}$$

2.2.3 Détermination des paramètres

Pour déterminer les énergies de liaison des noyaux de la région $A = 29 - 55$, la formule de masse déduite est appliquée. Afin de déterminer les paramètres de cette formule, un ajustement de la formule de E_L aux énergies de liaison expérimentales [20] de 307 noyaux de la région $A = 29 - 55$ est effectué. Les paramètres de la partie macroscopique sont déterminés selon la même procédure décrite dans le premier chapitre.

Les paramètres de la partie macroscopique obtenus par le fit sont :

$$a_v = 14.6427 \text{ MeV}, k_v = 1.5957,$$

$$a_s = 14.7238 \text{ MeV}, k_s = 1.3671,$$

$$a_{c_1} = 0.5179 \text{ MeV}, a_{c_2} = -1.4983 \text{ MeV}.$$

Les paramètres de la correction des couches sont déterminés comme suit [19, 21] :

On prend l'équation (2.5) et on soustrait le premier terme de la somme, ensuite on effectue un fit linéaire en fonction de n et z . On obtient une série de paramètres initiaux suivants :

$$G = -0.0178 \pm 0.0109, \varepsilon_i = -0.0034 \pm 0.0019, \varepsilon_j = -0.0003 \pm 0.0017.$$

On applique le programme des moindres carrés pour effectuer un fit global de la formule. On obtient la série suivante des paramètres :

$$a_v = 14.3507 \text{ MeV}, k_v = 1.9001, a_s = 13.3655 \text{ MeV}, k_s = 2.4522, a_{c_1} = 0.6834 \text{ MeV},$$

$$a_{c_2} = 0.4896 \text{ MeV}, G = 0.4159, E_s = 26.004 \text{ MeV}, \varepsilon_i = -3.1209, \varepsilon_j = -1.6325.$$

2.2.4 Résultats

La formule déduite a été appliquée pour le calcul des masses de la région $A = 29 - 55$. Les résultats obtenus ainsi que ceux de l'expérience sont distribués sur la charte (N, Z) de la figure 2.2 [21], et sur la figure 2.3 en fonction de N .

18	mgl2 exp	306.6492 306.7167	315.2311 315.5041	328.5722 327.3424	335.2827 333.9410	345.5027 343.8104	351.5616 349.9092
17	mgl2 exp	299.0296 298.2097	307.1404 306.7894	318.9784 317.1004	325.2669 323.2082	334.0554 331.2816	339.6838 337.1120
16	mgl2 exp	294.2663 291.8390	300.7179 298.8249	312.0935 308.7139	316.8332 313.0175	325.1807 321.0536	329.3180 325.4277
15	mgl2 exp	281.5061 280.9557	287.4821 287.2473	297.2933 295.6187	301.5975 299.0844	308.4640 305.8975	312.1758 309.7342
14	mgl2 exp	273.8442 271.4102	278.0874 275.8932	287.4377 283.4274	290.1152 285.9045	296.5481 292.1040	298.7201 294.2610
13	mgl2 exp	254.4757 254.9936	258.2469 259.1744	265.9728 264.7128	268.2031 267.1720	273.1084 272.4400	274.8690 274.6080
12	mgl2 exp	242.9127 241.6620	244.8783 244.0413	252.1547 249.8496	252.6761 252.0705	257.1661 256.2240	257.3418 256.9700
11	mgl2 exp	225.2513 222.7983	226.7608 225.1740	232.3565 228.9350	232.4246 230.6240	235.3458 232.8480	235.1365 233.0700
10	mgl2 exp	207.4735 206.9200	209.8266 208.1910	214.9990 211.2000	213.2748 211.5440	215.8137 213.1840	213.9809 212.5200
Z N		18	19	20	21	22	23

Figure 2.2 : Distribution des énergies de liaison expérimentales et calculées sur une charte (N, Z) . exp : valeurs expérimentales, mgl2 : valeurs du modèle de la goutte liquide avec une correction de couches approfondie.

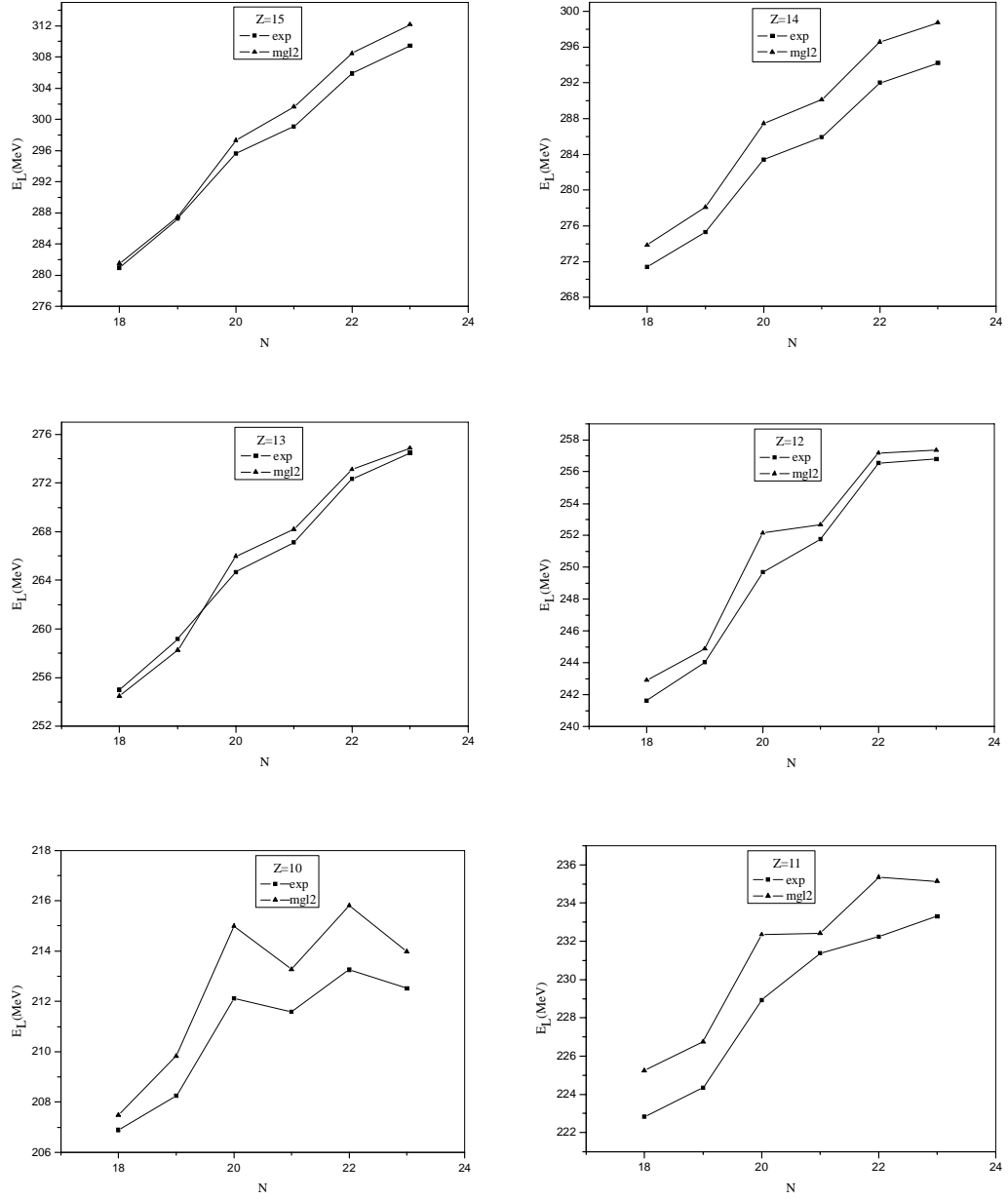


Figure 2.3 : La variation des énergies de liaison expérimentales et calculées en fonction de N pour les noyaux de la région $A \sim 32$. exp : les valeurs expérimentales, mgl2 : les valeurs du modèle de la goutte liquide amélioré.

2.2.5 Interprétation

Les résultats obtenus concernant les énergies de liaison des noyaux de la région $A = 29 - 55$ sont en accord avec ceux de l'expérience. La distribution de ces derniers sur

une charte (N, Z) montre des anomalies dans la région $A \sim 32$ appelée ‘île d’inversion’. Comparés aux résultats de la formule développée dans le chapitre précédent, ces résultats montrent des anomalies uniquement dans la ligne de $Z = 10$.

Sur la figure 2.3, la première observation faite est que les résultats calculés dans ce chapitre suivent le même comportement de l’expérience pour toutes les valeurs de Z . Ils sont situés aussi sur la partie supérieure de chaque courbe, et sont très proches de celles de l’expérience pour $Z = 12 - 15$.

La comparaison entre les deux modèles développés ainsi que le modèle de Duflo et Zuker est représentée par la figure 2.4 [21].

18	DZ	306.8613	315.7262	327.5720	334.6684	344.4817	350.6783
	mg12	306.6492	315.2311	328.5722	335.2827	345.5027	351.5616
	mg11	305.2354	314.1612	327.1674	332.7189	342.3891	347.6228
	exp	306.7167	315.5041	327.3424	333.9410	343.8104	349.9092
17	DZ	297.9679	305.9702	316.7048	323.0615	331.7323	337.3378
	mg12	299.0296	307.1404	318.9784	325.2669	334.0554	339.6838
	mg11	296.2763	304.7250	316.6029	321.3007	329.5199	334.3054
	exp	298.2097	306.7894	317.1004	323.2082	331.2816	337.1120
16	DZ	291.5802	298.4716	308.2557	313.4498	321.3247	325.7736
	mg12	294.2663	300.7179	312.0935	316.8332	325.1807	329.3180
	mg11	290.0403	296.8232	308.5371	311.3307	319.0858	322.3611
	exp	291.8390	298.8249	308.7139	313.0175	321.0536	325.4277
15	DZ	280.0751	286.1952	294.7129	299.2511	305.8354	309.7955
	mg12	281.5061	287.4821	297.2933	301.5975	308.4640	312.1758
	mg11	278.2778	284.5744	294.9343	297.0270	303.2754	306.1017
	exp	280.9557	287.2473	295.6187	299.0844	305.8975	309.7342
14	DZ	270.8076	275.6722	283.3253	286.5479	292.4297	295.1007
	mg12	273.8442	278.0874	287.4377	290.1152	296.5481	298.7201
	mg11	269.1934	273.7438	283.7571	284.0585	289.8418	291.1011
	exp	271.4102	275.8932	283.4274	285.9045	292.1040	294.2610
13	DZ	254.6637	258.8950	265.1126	267.8647	272.2705	274.5512
	mg12	254.4757	258.2469	265.9728	268.2031	273.1084	274.8690
	mg11	254.2688	258.3331	266.7285	266.5268	270.7471	271.5634
	exp	254.9936	259.1744	264.7128	267.1720	272.4400	274.6080
12	DZ	241.3945	244.2062	249.6596	250.9840	254.7773	255.5781
	mg12	242.9127	244.8783	252.1547	252.6761	257.1661	257.3418
	mg11	241.9550	244.1933	252.0301	250.1859	253.9493	253.1436
	exp	241.6620	244.0413	249.8496	252.0705	256.2240	256.9700
11	DZ	222.9246	225.2128	228.9837	229.9483	232.0431	232.6024
	mg12	225.2513	226.7608	232.3565	232.4246	235.3458	235.1365
	mg11	223.4411	225.1974	231.0957	229.0150	231.1623	229.3907
	exp	222.7983	225.1740	228.9350	230.6240	232.8480	233.0700
10	DZ	207.1048	207.7485	210.8695	210.1837	211.8050	210.7023
	mg12	207.4735	209.8266	214.9990	213.2748	215.8137	213.9809
	mg11	207.4300	207.2843	212.3526	208.8500	210.5600	207.9011
	exp	206.9200	208.1910	211.2000	211.5440	213.1840	212.5200
Z N		18	19	20	21	22	23

Figure 2.4 : Distribution des énergies de liaison expérimentales et calculées sur une charte (N, Z) . exp : valeurs expérimentales, mg11 : valeurs du modèle de la goutte liquide développé dans le premier chapitre, mg12 : valeurs du modèle de la goutte liquide avec une correction de couches approfondie, DZ : valeurs du modèle de Duflo et Zuker.

Les énergies de liaison calculées sont comparées avec celles du modèle développé dans le chapitre précédent et celles de l'expérience dans la figure 2.5.

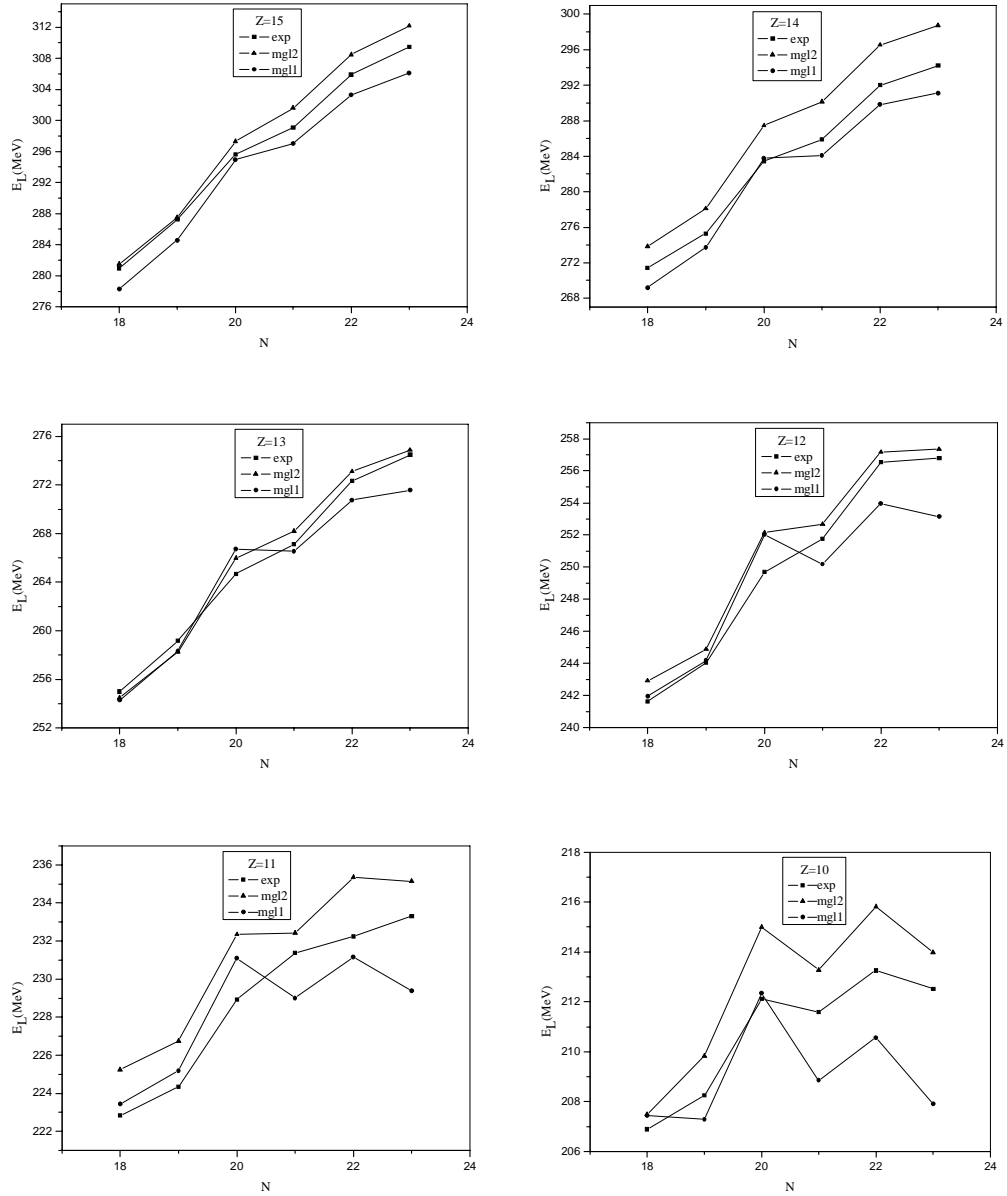


Figure 2.5 : La variation des énergies de liaison expérimentales et calculées en fonction de N pour les noyaux de la région $A \sim 32$. exp : les valeurs expérimentales, mg11 : les valeurs du modèle de la goutte liquide reformulé, mg12 : les valeurs du modèle de la goutte liquide amélioré.

La raison de la présence de ces anomalies uniquement dans la ligne de $Z = 10$ est proba-

blement due au grand espacement entre les couches des protons et neutrons de ces noyaux. Une autre raison est la forme de l'interaction entre les nucléons dépendant uniquement des nombres magiques et les nucléons de valence, alors son application n'est pas importante pour ces noyaux. Ajoutant à ceci le grand nombre de trous pour les isotopes du Néon comparativement aux autres noyaux de cette région ; il y a une probabilité d'interaction entre les trous dans la même couche. Il est intéressant de comparer nos résultats avec ceux obtenus par Duflo et Zuker [22], ces derniers ont développé une formule purement microscopique reposant sur un calcul fondamental de mécanique quantique. Même les résultats obtenus par cette formule montrent des anomalies uniquement dans la ligne ayant $Z = 10$ (figure 2.4).

La formule de masse développée dans ce chapitre a pu améliorer les énergies de liaison des noyaux ayant $Z = 12 - 15$ et il n'y a pas d'amélioration pour $Z = 10$.

On peut même effectuer une distribution des valeurs calculées et celles de l'expérience concernant la région du Nickel sur la charte (N, Z) de la figure 2.6.

28	DZ mgl2 exp	436.2064 432.4145 435.2360	454.3593 450.3367 453.1572	468.8773 469.5566 467.8266			
27	DZ mgl2 exp	432.3409 429.4039 432.4840	449.6782 446.2190 449.3022	463.4359 459.5285 462.7373	478.3158 469.5566 476.8266		
26	DZ mgl2 exp	430.9301 427.9741 431.5186	447.6089 444.4088 447.6992	458.8660 455.9871 458.3843	472.9912 465.1597 471.7626	481.4062 473.2784 481.0608	
25	DZ mgl2 exp	425.7836 422.7859 426.6340	439.8641 437.5006 440.3199	450.4686 448.7006 450.8551	463.7897 456.7699 462.9090	471.7043 464.5463 471.8478	481.7654 474.3156 482.0743
24	DZ mgl2 exp	421.4075 419.5484 422.0488	434.6864 433.2764 435.0490	444.4891 443.2863 444.3096	457.1090 450.9818 456.3491	464.2504 457.6203 464.2882	473.7372 467.0288 474.0073
23	DZ mgl2 exp	413.0354 412.3892 413.9045	425.4553 424.9388 425.4575	434.6654 434.5668 434.7934	446.4037 441.1283 445.8446	453.0777 447.3899 453.1558	461.6785 455.7068 461.6348
22	DZ mgl2 exp	407.0521 407.1060 407.0727	418.7255 419.2658 418.6993	427.0580 427.6682 426.8417	438.1601 433.8544 437.7809	443.9577 438.9105 444.1534	452.0175 446.8673 451.9616
21	DZ mgl2 exp	397.0369 398.3693 396.6084	407.7589 409.3158 407.2545	415.5713 417.3357 415.4899	425.7094 422.3574 425.6174	431.0845 426.9975 431.6750	438.1435 433.8365 438.4266
20	DZ mgl2 exp	389.0601 391.4484 388.3743	399.1317 402.0080 398.7689	406.0215 408.7694 406.0452	415.6415 413.2269 415.9906	419.9900 416.7487 421.1369	426.5142 423.2341 427.4900
19	DZ mgl2 exp	376.2176 376.2246 376.0812	385.2348 385.5247 384.9529	391.6886 391.8955 391.8326	400.2527 395.3420 400.1834	404.2377 398.3480 404.6832	409.6388 403.6806 410.9483
Z N		25	26	27	28	29	30

Figure 2.6 : Distribution des énergies de liaison expérimentales et calculées sur une charte (N, Z) . exp : valeurs expérimentales, mgl2 : valeurs du modèle de la goutte liquide avec une correction de couches approfondie, DZ : valeurs du modèle de Duflo et Zuker.

En ce qui concerne la région du Nickel, aucune anomalie n'est observée.

2.3 Conclusion

Dans le chapitre précédent et en utilisant une formule de masse macroscopique-microscopique, des anomalies dans l'île d'inversion ont été observées. Dans ce chapitre, on a amélioré la formule de masse en utilisant un terme de correction des couches plus approfondi. Ce dernier contient l'effet des nombres magiques ainsi qu'un terme d'interaction entre les nucléons.

L'application de cette formule avec un terme de correction des couches contenant une interaction entre les nucléons a pu éliminer les anomalies dans les lignes de $Z = 11, 12$ de l'île d'inversion, mais ces anomalies restent toujours présentes dans la ligne de $Z = 10$. Le fait est que dans ces noyaux, la dernière couche de neutrons est plus éloignée de celle des protons. En conséquence, l'interaction entre les neutrons et les protons est négligée. Même l'utilisation d'une formule semi-empirique purement microscopique ; celle de Duflo et Zucker n'a pas pu éliminer les anomalies de cette région. Dans la prochaine partie, on essaiera d'étudier les noyaux de cette région déformée dans le cadre du modèle en couches.

Deuxième partie

Calcul dans le cadre du modèle en couches

Chapitre 3

Application des interactions effectives

3.1 Modèle en couches

3.1.1 Evidence expérimentale

Le modèle en couches est un modèle à particules indépendantes soumises au mouvement dans un champ moyen nucléaire. La preuve expérimentale derrière l'apparition du modèle en couches est la découverte de Mayer et Jensen des nombres historiques suivants : 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126 dits nombres magiques. Ces nombres marquent les fermetures des couches de ces noyaux. Ces derniers, possédant ces nombres peuvent être magiques ou doublement magiques.

La figure 3.1 montre l'abondance relative c.à.d le nombre des isotopes stables pour chaque élément [23].

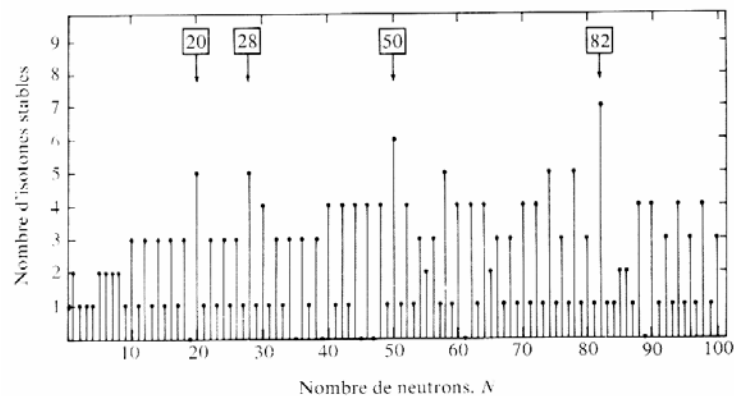


Figure 3.1 : Nombre des isotopes stables pour chaque élément.

Ces noyaux possèdent aussi une grande énergie de liaison (voir figure 3.2) [1].

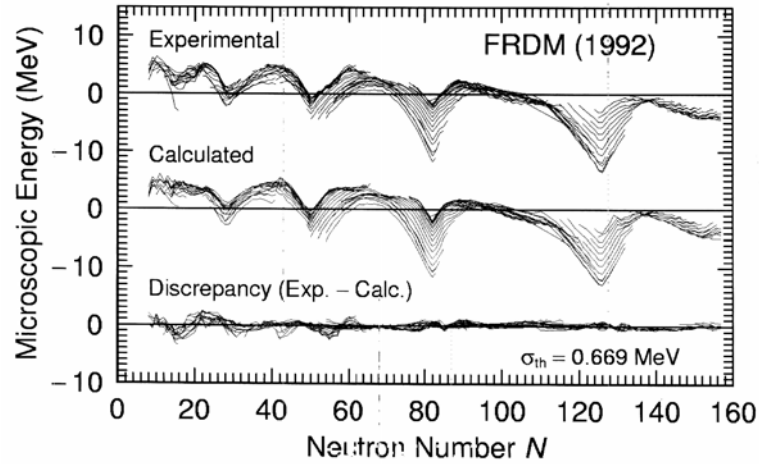


Figure 3.2 : Apparition des minima dans les masses expérimentales et calculées.

L'énergie du premier état excité des noyaux simplement magiques est supérieure à celles des noyaux non magiques, et cet effet est plus flagrant pour les noyaux doublement magiques (figure 3.3) [24].

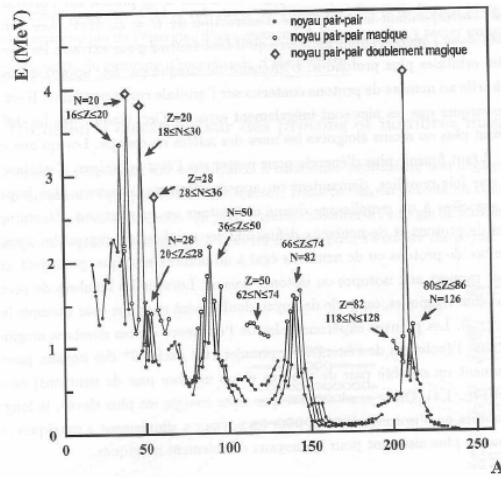


Figure 3.3 : Energie du premier état excité 2^+ des noyaux pair-pairs.

Une autre preuve expérimentale est que le libre parcours moyen du nucléon dans un noyau est égal aux dimensions du noyau.

Enfin, les noyaux magiques sont caractérisés par un grand moment quadripolaire.

3.1.2 Théorie du modèle

Ce modèle traite des nucléons qui sont des fermions obéissant au principe d'exclusion de Pauli.

En première approximation, ces nucléons sont supposés indépendants et chaque nucléon est en mouvement dans un potentiel moyen créé par les autres nucléons. Ce potentiel remplit les conditions suivantes [25] :

$$* \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_{r < R} = 0,$$

Ceci traduit le fait que les forces nucléaires deviennent très fortes en allant de la surface à l'intérieur du noyau.

$$* \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)_{r=R} = 0,$$

traduisant le fait que le nucléon ressent la force nucléaire uniformément au centre du noyau.

$$* V(r) \approx 0, \quad r > R,$$

traduisant la courte portée des forces nucléaires.

La bonne représentation de ce potentiel qui remplit les conditions précédentes est celle de Woods-Saxon [25].

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{0.228 a}\right)} \quad (3.1)$$

Avec

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$$

$$V_0 = 50 \text{ MeV}$$

$$a \simeq 3 \text{ fm}$$

$$r_0 = 1.2 \text{ fm}$$

Des approximations ont été apportées à ce potentiel pour avoir des solutions analytiques de l'équation de Schrödinger. On cite deux approximations :

* Le potentiel de l'oscillateur harmonique :

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2} \mu \omega_0^2 r^2 \quad (3.2)$$

$$\text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{2V_0}{\mu R^2}}$$

* Le potentiel du puit carré :

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & , \quad r \leq R_0 \\ 0 & , \quad r > R_0 \end{cases} \quad (3.3)$$

L'utilisation de ces deux approximations ne donne que les trois premiers nombres magiques : 2, 8, 20. Pour obtenir tous les nombres magiques, une correction a été introduite par Mayer et al. [26] qui consiste à ajouter un terme spin-orbite au potentiel, ce terme est donné par :

$$V_{ls}(r) = -f(r) \vec{l} \cdot \vec{s} \quad (3.4)$$

avec $f(r) \equiv f \simeq 24A^{-2/3} MeV$.

Dans ce cas, chaque sous-couche ayant les nombres quantiques n, l éclate en deux sous-couches caractérisées par les nombres quantiques n, l, j où $j = l \pm \frac{1}{2}$ est le moment cinétique total.

La correction est donnée par :

$$E_{n,l,j} = \begin{cases} -\frac{l}{2} f(r) & , \quad j = l + \frac{1}{2} \\ \frac{l+1}{2} f(r) & , \quad j = l - \frac{1}{2} \end{cases} \quad (3.5)$$

On obtient la séquence des couches représentée sur la figure 3.4 [25] :

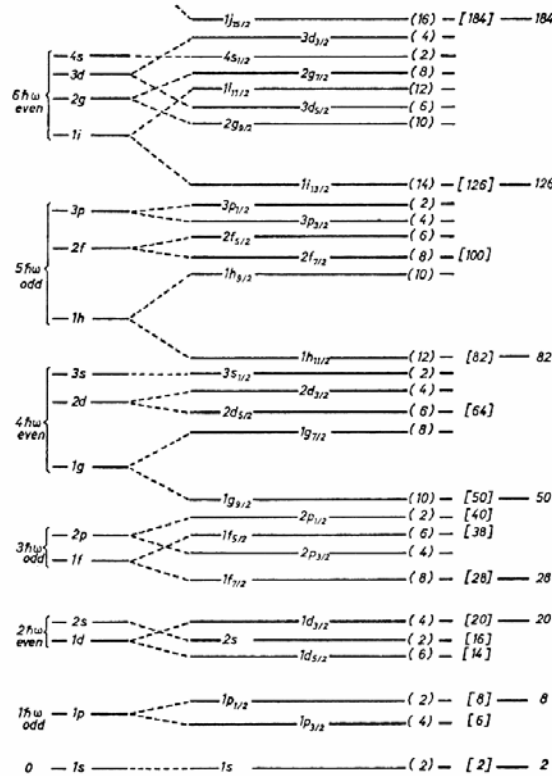


Figure 3.4 : Séquence des couches du modèle après l'introduction du couplage spin-orbite.

Due à la répulsion coulombienne entre les protons, on doit ajouter au potentiel nucléaire un terme coulombien normalisé à une distribution de charge homogène. Ce potentiel est donné par la forme suivante [25] :

$$V_c(r) = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{r_0cA^{1/3}} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0cA^{1/3}} \right)^2 \right] \right\} & , \quad r < r_0cA^{1/3} \\ \frac{(Z-1)e^2}{r} & , \quad r > r_0cA^{1/3} \end{cases} \quad (3.6)$$

Il en résulte que le potentiel de Woods-Saxon des protons diffère de celui des neutrons.

3.2 Modèle en couches et interactions effectives

3.2.1 Fonctions d'onde

D'après le principe d'exclusion de Pauli, la fonction doit être antisymétrique pour un système de nucléons identiques.

Dans le formalisme d'isospin, les protons et les neutrons sont considérés comme des particules identiques d'états différents. Il est important de généraliser le principe de Pauli.

Le principe de Pauli généralisé note que la fonction d'onde change de signe dans une permutation paire (spin, isospin, espace) des particules. On distingue les cas suivants :

Deux particules dans une même couche

Pour ce cas, le principe de Pauli généralisé exige que la somme du spin J et l'isospin T doit être impaire [27].

Deux particules dans deux couches différentes

La fonction d'onde de deux particules est antisymétrique pour toute combinaison de J et T .

Du fait que les fonctions d'onde totales doivent être antisymétriques, on doit combiner $T = 1$ (symétrique) avec la partie antisymétrique de la fonction d'onde produit de l'espace-spin Φ^- et $T = 0$ (antisymétrique) avec la partie symétrique de la fonction d'onde produit de l'espace-spin Φ^+ .

Pour l'élément de matrice, on prend [26] :

$$E_J^{(1)}(p, n) = \frac{1}{2} \left\{ \langle \rho\lambda | V | \rho\lambda \rangle_{J,T=1} + \langle \rho\lambda | V | \rho\lambda \rangle_{J,T=0} \right\} \quad (3.7)$$

Où ρ , λ sont les coordonnées d'espace, de spin et d'isospin.

3.2.2 Eléments de matrice

Modèle d'interaction d'une particule

Pour une particule, Kuo a utilisé la matrice G pour déterminer les énergies d'excitation d'une particule [28]. Cette interaction est donnée par :

$$V = \frac{1}{2(2J_p + 1)} A \sum_{J,T,j_h} (2J + 1) (2T + 1) \langle j_p j_h JT | G | j_p j_h JT \rangle \quad (3.8)$$

Soit en utilisant l'élément de matrice de l'interaction delta de surface (*SDI*) [27, 29], on obtient :

$$V = -\frac{3}{2} A \sum_{J,j_h} (2j_h + 1) \left(1 + (-1)^{l_p + l_h + J} \right) \left\langle j_p \frac{1}{2} j_h - \frac{1}{2} | J 0 \right\rangle^2 \quad (3.9)$$

où

j_h , j_p sont les moments cinétiques des trous et des particules, A est un paramètre à ajuster.

Modèle de l'interaction à deux particules

Supposons que l'on ait un coeur fermé et deux nucléons de valence. Dans ce cas, l'hamiltonien s'écrit sous la forme [27, 30] :

$$H = H_c + H_1 + H_2 + V_{12} \quad (3.10)$$

Où H_c, H_1, H_2 sont : l'hamiltonien du coeur et des deux particules 1 et 2 respectivement.

V_{12} est le potentiel d'interaction entre les deux nucléons.

La résolution de l'équation de Schrödinger :

$$H\psi = E\psi \quad (3.11)$$

donne :

$$E = E_0 + \varepsilon_{j_1} + \varepsilon_{j_2} + \Delta E(j_1, j_2, J) \quad (3.12)$$

où E_0 est l'énergie du coeur.

$\varepsilon_{j_1}, \varepsilon_{j_2}$ sont les énergies individuelles des nucléons 1 et 2 respectivement.

L'énergie de l'interaction résiduelle entre les deux nucléons est donnée par :

$$\Delta E(j_1, j_2, J) = \langle j_1, j_2, JM | V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) | j_1, j_2, JM \rangle \quad (3.13)$$

La fonction d'onde du système est donnée par :

$$\psi(j_1, j_2; JM) = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle \varphi_{j_1 m_1}(1) \varphi_{j_2 m_2}(2) \quad (3.14)$$

Notons que pour un système de deux nucléons identiques ($n-n$ ou $p-p$), cette fonction doit être antisymétrique sous l'échange des deux nucléons d'après le principe d'exclusion de Pauli.

On a deux cas :

1^{er} cas : $j_1 \neq j_2$

Dans ce cas, la fonction précédente devient :

$$\psi(j_1 j_2; JM) = N \sum_{m_1, m_2} [\varphi_{j_1 m_1}(1) \varphi_{j_2 m_2}(2) - \varphi_{j_1 m_1}(2) \varphi_{j_2 m_2}(1)] \quad (3.15)$$

où N est une constante de normalisation.

D'après la relation :

$$\langle j_2 m_2 j_1 m_1 | JM \rangle = (-1)^{j_1 + j_2 - J} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle \quad (3.16)$$

on obtient :

$$\psi_{an}(j_1, j_2; JM) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\psi(j_1, j_2; JM) - (-1)^{j_1 + j_2 - J} \psi(j_2, j_1; JM) \right) \quad (3.17)$$

Les éléments de matrice deviennent :

$$\Delta E(j_1, j_2, J) = \langle j_1, j_2; JM | V_{12} | j_1, j_2; JM \rangle - (-1)^{j_1 + j_2 - J} \langle j_1, j_2; JM | V_{12} | j_2, j_1; JM \rangle \quad (3.18)$$

2^{ème} cas : $j_1 = j_2 = J$

Dans ce cas, la fonction d'onde devient :

$$\psi(j^2; JM) = \frac{1}{2} \left(1 - (-1)^{2j-1}\right) \sum_{m_1, m_2} \langle jm_1 jm_2 | JM \rangle \varphi_{jm_1}(1) \varphi_{jm_2}(2) \quad (3.19)$$

avec $J = 0, 2, 4, \dots$

Les éléments de matrice sont :

$$\Delta E(j^2, J) = \langle j^2; JM | V_{12} | j^2; JM \rangle \quad (3.20)$$

Modèle de l'interaction à trois particules

On considère un système de trois particules en mouvement dans les couches j_a, j_b , et j_c où j est une notation de $j = (n, l, j)$. On considère les situations suivantes [27] :

1. $j_a \neq j_b \neq j_c$:

La fonction d'onde antisymétrique est donnée par :

$$\psi(j_a(1), j_b(2), j_c(3); JM) = \frac{1}{\sqrt{6}} \left\{ \begin{array}{l} \psi((j_a(1), j_b(2))J_{12}, j_c(3); JM) - \\ \psi((j_a(2), j_b(1))J_{12}, j_c(3); JM) + \\ \psi((j_a(2), j_b(3))J_{12}, j_c(1); JM) - \\ \psi((j_a(3), j_b(2)), j_c(1); JM) \end{array} \right\} \quad (3.21)$$

2. $(j_a = j_b = j) \neq j_c$:

La fonction d'onde antisymétrique est donnée par :

$$\psi(j(1), j(2), j_c(3); JM) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \begin{array}{l} \psi((j^2(12))J_{12}, j_c(3); JM) - \psi((j^2(13))J_{12}, j_c(2); JM) \\ + \psi((j^2(23))J_{12}, j_c(1); JM) \end{array} \right\} \quad (3.22)$$

3. $j_a = j_b = j_c = j$:

L'interaction de n particules sur une même couche peut être reliée à celle de deux particules au moyen des coefficients de parenté. Le carré de ces derniers donne la probabilité qu'une particule individuelle soit exclue de l'état symétrique ρ^n , le reste des $(n-1)$ particules est dans l'état antisymétrique ρ^{n-1} . Pour le cas de trois particules, on a :

$$J = j_1 + j_2 + j_3 = J_{12} + j_3 \quad (3.23)$$

$$E_\Gamma(\rho^n) = \frac{n}{n-2} \sum_\tau \langle \rho^n \Gamma | \} | \rho^{n-1} \varepsilon \rangle^2 E_\tau(\rho^{n-1}) \quad (3.24)$$

Le facteur $n/(n-2)$ prend en compte le fait que dans l'état ρ^n (couplé à Γ) il y a $n(n-1)/2$ paires d'interaction, tandis que dans l'état ρ^{n-1} (couplé à ε) il y a $(n-1)(n-2)/2$ paires.

En utilisant l'élément de matrice pour l'interaction de trois particules dans une même couche de spin j , on obtient :

$$E_J(j^3) = 3 \sum_{J_2} \langle j^3 J | \rangle |j^2 J_2\rangle^2 E_{J_2}(j^2) \quad (3.25)$$

où $E_{J_2}(j^2)$ est l'élément de matrice de l'interaction à deux particules.

Le coefficient de parenté est donné par :

$$\langle j^3 J | \rangle |j^2 J_2\rangle = \begin{cases} \frac{\delta(J_2, J_{12}) + 2\sqrt{(2J_2+1)(2J_{12}+1)} \begin{Bmatrix} j & j & J_2 \\ j & J & J_{12} \end{Bmatrix}}{\sqrt{3+6(2J_{12}+1)} \begin{Bmatrix} j & j & J_2 \\ j & J & J_{12} \end{Bmatrix}} & \text{pour } J_2 \text{ pair} \\ 0 & \text{pour } J_2 \text{ impair} \end{cases} \quad (3.26)$$

Modèle de l'interaction à quatre particules

L'interaction de plus de trois particules est donnée par [31] :

$$E(j^n \alpha J) = \frac{n(n-1)}{2} \sum_{J_2} W(j^n \alpha J; J_2) \langle j^2 J | V_{12} | j^2 J \rangle \quad (3.27)$$

où

$$W(j^n \alpha J; J_2) = \sum_{\beta, J_{n-2}} |(\alpha J \{j^2(J_2) j^{n-2}(\beta J_{n-2}), J\})|^2 \quad (3.28)$$

Pour un système de quatre particules sur une même couche, l'élément de matrice est donné par :

$$\langle j^4 \alpha j | V(12) | j^4 \alpha J \rangle = \sum_{J_2} W(j^4 \alpha J; J_2) \langle j^2 J_2 | V(12) | j^2 J_2 \rangle \quad (3.29)$$

avec

$$W(j^4 \alpha J; J_2) = \sum_{J_4} |(\alpha J \{j^2(J_2) j^4(J_4), J\})|^2 \quad (3.30)$$

où le coefficient de parenté de quatre particules est donné par [31, 32] :

$$(j^4 [J_{12}, J_{34}] J \{j^2 (J_2) j^2 (J_4); J\} = C \left[\begin{array}{c} \delta (J_{12}, J_2) \delta (J_{34}, J_4) + (-1)^J \delta (J_{12}, J_4) \delta (J_{34}, J_2) - \\ \frac{[1 + (-1)^{J_{12}}] [1 + (-1)^{J_{34}}] \times}{\sqrt{(2J_{12} + 1) (2J_{34} + 1) (2J_2 + 1) (2J_4 + 1)} \times \\ \left\{ \begin{array}{ccc} j & j & J_{12} \\ j & j & J_{34} \\ J_2 & J_4 & J \end{array} \right\} \end{array} \right] \quad (3.31)$$

avec

$$C = \left[3 + 6 (2J_{12} + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} j & j & J_{12} \\ j & J & J_{12} \end{array} \right\} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (3.32)$$

Modèle de l'interaction particule-trou

En étudiant la structure des noyaux dans le cadre du modèle en couches, quelques fois on rencontre des cas où les couches sont presque fermées; autrement dit, on a un coeur moins un ou plusieurs nucléons. Dans ce cas, il est difficile d'appliquer l'interaction particule-particule.

Une autre étude plus adaptée s'impose, celle du modèle en couches appliqué à des trous au lieu des particules; d'où l'application des interactions particule-trou. Plusieurs approximations ont été proposées, on cite la transformation la plus utilisée, celle de Pandya.

Transformation de Pandya

La transformation de Pandya [30] relie le spectre d'un noyau contenant deux nucléons chacun dans les niveaux j, j' à celui d'un noyau contenant une particule (nucléon) dans un état j et un trou dans j' .

On symbolise la particule par "p" et le trou par "h".

Les énergies d'excitation du système particule-trou $E(j'j^{-1}, j'j^{-1})$ sont reliées à celles du système particule-particule $E(j'j, j'j)$ par la relation dite "transformation de Pandya" donnée par :

$$E_I (j'j^{-1}, j'j^{-1}) = - \sum_K (2k + 1) W (jj'jj', IK) E_K (j'j, j'j) \quad (3.33)$$

où $W(jj'jj', IK)$ sont les coefficients de Racah.

La connaissance du spectre expérimental du système particule-particule conduit à déduire le spectre du système particule-trou.

En introduisant l'isospin, la transformation particule-trou devient :

$$E(j_1 j_4^{-1}, j_3 j_2^{-1}) = -(-1)^{j_1+j_2+j_3+j_4} \sum_{JT} (2J+1)(2T+1) W(j_1 j_2 j_3 j_4, JK) \quad (3.34)$$

$$W\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}, T\tau\right) E_{JT}(j_1 j_2, j_3 j_4)$$

Ce qui donne exactement :

$$E_{K0}(j_1 j_4^{-1}, j_3 j_2^{-1}) = \frac{1}{2} (-1)^{j_1+j_2+j_3+j_4} \sum_J (2J+1) W(j_1 j_2 j_3 j_4, JK) \times \quad (3.35)$$

$$\{E_{J0}(j_1 j_2, j_3 j_4) - 3E_{J1}(j_1 j_2, j_3 j_4)\}$$

$$E_{K1}(j_1 j_4^{-1}, j_3 j_2^{-1}) = -\frac{1}{2} (-1)^{j_1+j_2+j_3+j_4} \sum_J (2J+1) W(j_1 j_2 j_3 j_4, JK) \times$$

$$\{E_{J0}(j_1 j_2, j_3 j_4) + E_{J1}(j_1 j_2, j_3 j_4)\}$$

3.2.3 Applications

Par définition, l'énergie de liaison est le négatif de l'énergie à fournir au noyau pour le décomposer en ses constituants. Elle est donnée habituellement avec un signe positif.

Cette énergie est grande (en valeur absolue) dans l'état fondamental. Pour l'état excité, elle est donnée par [27] :

$$E_b(n) = E_b(0) + E_x(n) \quad (3.36)$$

où $E_x(n)$ est l'énergie d'excitation du n^{ème} état excité, et

$E_b(0)$ est l'énergie de liaison de l'état fondamental.

Pour calculer l'énergie de liaison à partir des éléments de matrice, on considère un noyau formé d'un cœur inerte et deux nucléons de valence.

Dans le premier cas les nucléons se trouvent sur la même orbite ρ , comme le montre la figure suivante [27].

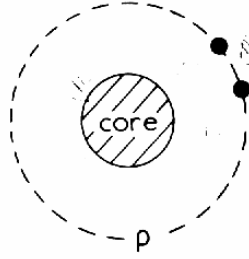


Figure 3.5 : Illustration d'un noyau décrit par un cœur et deux nucléons sur l'orbite ρ .

Dans ce cas, l'énergie de liaison est donnée par [27] :

$$E_J^b(\text{cœur} + \rho^2) = E_J^b(\text{cœur}) + 2e_\rho + E_J^1(\rho^2) \quad (3.37)$$

$E_J^b(\text{cœur})$ est l'énergie de liaison des nucléons du cœur.

Le deuxième cas est celui de deux nucléons différents en mouvement en dehors d'un cœur inerte sur deux orbites différents ρ_1 et ρ_2 .

Dans ce cas, l'énergie de liaison prend la forme suivante [27] :

$$E_J^b(\text{cœur} + \rho_1 + \rho_2) = E_J^b(\text{cœur}) + e_{\rho_1} + e_{\rho_2} + E_J^1(\rho_1, \rho_2) \quad (3.38)$$

L'énergie de contribution des deux nucléons dans ρ_1 et ρ_2 est donnée par :

$$E_J^1(\rho_1, \rho_2) = \frac{1}{2} \left[\langle \rho_1 \rho_2 | V | \rho_1 \rho_2 \rangle_{J,T=0} + \langle \rho_1 \rho_2 | V | \rho_1 \rho_2 \rangle_{J,T=1} \right] \quad (3.39)$$

$E_J^b(\text{cœur})$ est l'énergie de liaison des nucléons constituant le cœur.

Le coefficient 1/2 résulte du couplage des deux orbites dans le formalisme de l'isospin.

3.3 Modèle utilisé

Durant les années 1960, une étude complète de l'espace modèle p a été effectuée par Cohen et Kurath. Par contre, l'étude du modèle sd a été effectuée durant les années 1970-1980 par Brown et Wildenthal. L'espace modèle fp , quant à lui, a été étudié durant les années 1990 par Nakada et al., Caurier et al., Honma et al. Tous ces calculs sont ceux des excitations de type $0\hbar\omega$. Au-delà de ce type, les calculs ont été développés lentement dû au large espace modèle.

L'apparition de la région déformée $A \sim 32$ et la nécessité d'étudier les noyaux de

cette région a amené Warburton et al. [7] à développer une interaction appelée *WBMB* applicable dans l'espace modèle *sdpf*. Utsono et al. [33], quant à eux, ont développé une interaction dans cet espace modèle appelée *SDPF – M*.

L'idée de construire une interaction complexe a été introduite pour la première fois en 1965 dans les travaux de Glendenning et Harada [34]. Cette interaction a été développée pour l'étude du noyau ^{212}Po , contenant deux protons et deux neutrons de valence dans le même espace modèle.

Du fait que les noyaux de l'île d'inversion ont des protons et des neutrons de valence dans deux espaces modèle différents, on est engagé dans cette idée pour développer notre interaction.

La méthode

Cette méthode est utilisée pour la première fois en 1965 par Glendenning et Harada [34]; qui ont étudié le noyau ^{212}Po composé de deux protons et deux neutrons de valence. On a généralisé cette méthode pour étudier les noyaux ayant m protons et n neutrons en dehors des couches fermées comme suit :

1. Etude du noyau composé de m protons de valence et ayant des couches fermées de neutrons en utilisant une interaction de m protons. Cette dernière est diagonalisée et paramétrée dans son espace modèle.
2. Etude du noyau composé de n neutrons de valence et ayant des couches fermées de protons en utilisant une interaction de n neutrons. Cette dernière est diagonalisée et paramétrée dans son espace modèle.
3. Etude du noyau composé d'un proton et d'un neutron de valence en utilisant une interaction d'un proton et d'un neutron. Cette dernière est diagonalisée et paramétrée dans son espace modèle.

Pour les noyaux de cette région déformée, les deux premières interactions peuvent être : l'interaction d'une particule, de deux particules, de trois particules, de quatre particules. L'élément de matrice employé dans les calculs est celui du SDI.

Si une forme est utilisée pour la partie de courte portée de l'interaction nucléon-nucléon, l'interaction V_{pp} est la même que l'interaction V_{nn} . Par conséquent, Breit et al. [30] ont proposé que les forces nucléaires sont indépendantes de la charge ; autrement dit :

$$V_{pp} = V_{nn} = V_{pn} \quad (3.40)$$

De ce fait et du fait que l'espace modèle des protons diffère de celui des neutrons, on choisit l'interaction SDI pour chaque partie de l'hamiltonien.

La fonction d'onde est donnée par le produit :

$$\psi_{\tau}^J ({}^{m+n}W) = \phi_{\mu}^{J_p} ({}_mX) \phi_{\nu}^{J_n} (Y_n) \quad (3.41)$$

où $\phi_{\mu}^{J_p} ({}_mX)$ représente l'état de m protons, caractérisé par le spin J_p . $\phi_{\nu}^{J_n} (Y_n)$ représente l'état de n neutrons, caractérisé par J_n .

Les états de m protons et n neutrons sont donnés par :

$$\phi_{\mu}^{J_p} = \sum_i \alpha_{J_p(\mu)}^i |i\rangle, \quad \phi_{\nu}^{J_n} = \sum_k \beta_{J_n(\nu)}^k |k\rangle \quad (3.42)$$

où i est la configuration de m protons et k est celle de n neutrons.

L'élément de matrice de l'interaction $p - n$ est donné par :

$$\begin{aligned} \langle J_p(\mu), J_n(\nu); J | V_{np} | J'_p(\mu'), J'_n(\nu'); J' \rangle &= \sum_{i,k} \sum_{i',k'} \alpha_{J_p(\mu)}^i \beta_{J_n(\nu)}^k \alpha_{J'_p(\mu')}^{i'} \beta_{J'_n(\nu')}^{k'} \times \\ &\langle i J_p, k J_n; J | V_{np} | i' J'_p, k' J'_n; J' \rangle \end{aligned} \quad (3.43)$$

Des programmes en fortran ont été élaborés pour effectuer les calculs.

La région déformée étudiée ne contient pas assez de données expérimentales comme, par exemple, les énergies d'excitation de ses noyaux, les énergies des particules individuelles. Les noyaux étudiés sont :

Noyau ${}^{28}\text{Ne}$ L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ${}^{26}\text{Ne}$ ayant deux protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ${}^{26}\text{O}$ ayant deux neutrons en dehors de la couche fermée $2s_{1/2}$, et ${}^{26}\text{F}$ ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $2s_{1/2}$; respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 0^+$, tandis que celui de l'expérience est $J = 0^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -15.091 \text{ MeV}$ et : $\varepsilon_{d_{3/2}} = 0.309 \text{ MeV}$.

Les énergies d'excitation expérimentales sont prises de [35].

Il n'y a pas d'inversion de couches pour ce noyau.

Noyau ^{29}Ne L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{26}Ne ayant deux protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{27}O ayant trois neutrons en dehors de la couche fermée $2s_{1/2}$, et ^{26}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $2s_{1/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 3/2^+$, tandis que celui de l'expérience est $J = 3/2^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -15.091\text{MeV}$ et : $\varepsilon_{d_{3/2}} = 0.309\text{MeV}$.

Les énergies d'excitation expérimentales sont prises de [35].

Il n'y a pas d'inversion de couches pour ce noyau.

Noyau ^{30}Ne Ce noyau est composé de deux protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$.

Une interaction de deux particules est utilisée pour étudier ce noyau. Cette dernière a révélé que l'état fondamental est $J = 2^+$, tandis que celui de l'expérience est $J = 0^+$.

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831\text{MeV}$.

Il y a une inversion de couches pour ce noyau et l'intrusion du niveau excité 2^+ dans l'état fondamental.

Noyau ^{31}Ne L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{30}Ne ayant deux protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{29}O ayant un neutron en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 1/2^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = 7/2^-$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831\text{MeV}$ et $\varepsilon_{d_{3/2}} = 2.24\text{MeV}$.

On conclut qu'il y a une inversion entre les niveaux $7/2^-$ et $1/2^-$ et l'intrusion du niveau excité $1/2^-$ dans l'état fondamental.

Noyau ^{32}Ne L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{30}Ne ayant deux protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{30}O ayant deux neutrons en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 1^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = 0^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831MeV$ et $\varepsilon_{d_{3/2}} = 2.24MeV$.

Il y a une inversion de couches pour ce noyau et l'intrusion du niveau excité 1^- dans l'état fondamental.

Noyau ^{33}Ne L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{30}Ne ayant deux protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{31}O ayant trois neutrons en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 3/2^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = 7/2^-$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831MeV$ et : $\varepsilon_{d_{3/2}} = 2.24MeV$.

On remarque l'inversion entre les niveaux $3/2^-$ et $7/2^-$ et l'intrusion du niveau excité $3/2^-$ dans l'état fondamental.

Noyau ^{29}Na L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{27}Na ayant trois protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{26}O ayant deux neutrons en dehors de la couche fermée $2s_{1/2}$, et ^{26}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $2s_{1/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 3/2^+$, qui est le même que celui de l'expérience $J = 3/2^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -15.091MeV$ et $\varepsilon_{d_{3/2}} = 0.309MeV$.

Il n'y a pas d'inversion de niveaux pour ce noyau.

Noyau ^{30}Na L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{27}Na ayant trois protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{27}O ayant trois neutrons en dehors de la couche fermée $2s_{1/2}$, et ^{26}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $2s_{1/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 0^+$, tandis que celui de l'expérience est $J = 2^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -15.091MeV$ et $\varepsilon_{d_{3/2}} = 0.309MeV$.

On remarque l'inversion entre les niveaux 0^+ et 2^+ et l'intrusion du niveau excité 0^+ dans l'état fondamental.

Noyau ^{31}Na Ce noyau est composé de trois protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$.

Une interaction de trois particules est utilisée pour étudier ce noyau. Cette dernière a révélé que l'état fondamental est $J = 5/2^+$, tandis que celui de l'expérience est $J = 3/2^+$.

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831\text{MeV}$.

On conclut qu'il y a une inversion entre les niveaux $5/2^+$ et $3/2^+$ et l'intrusion du niveau excité $5/2^+$ dans l'état fondamental.

Noyau ^{32}Na L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{31}Na ayant trois protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{29}O ayant un neutron en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 2^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = (3^-, 4^-)$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831\text{MeV}$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 2.24\text{MeV}$.

On remarque l'inversion entre les niveaux 2^- et 3^- ou 4^- et l'intrusion du niveau excité 2^- dans l'état fondamental.

Noyau ^{33}Na L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{31}Na ayant trois protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{30}O ayant deux neutrons en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 9/2^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = 3/2^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831\text{MeV}$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 2.24\text{MeV}$.

On remarque l'inversion entre les niveaux $9/2^-$ et $3/2^+$ et l'intrusion du niveau excité $9/2^-$ dans l'état fondamental.

Noyau ^{34}Na L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{31}Na ayant trois protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{31}O ayant trois neutrons en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 0^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = 1^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831\text{MeV}$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 2.24\text{MeV}$.

On remarque l'inversion entre les niveaux 1^+ et 0^- et l'intrusion du niveau excité 0^- dans l'état fondamental.

Noyau ^{30}Mg L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{28}Mg ayant quatre protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{26}O ayant deux neutrons en dehors de la couche fermée $2s_{1/2}$, et ^{26}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $2s_{1/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 0^+$, qui est le même que celui de l'expérience [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -15.091\text{MeV}$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 0.309\text{MeV}$.

Il n'y a pas d'inversion de couches pour ce noyau.

Noyau ^{31}Mg Les calculs menés sur ce noyau nécessitent des calculs des noyaux : ^{28}Mg ayant quatre protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{27}O ayant trois neutrons en dehors de la couche fermée $2s_{1/2}$, et ^{26}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $2s_{1/2}$ respectivement.

Les calculs ont révélé que l'état fondamental est $J = 3/2^+$, tandis que celui de l'expérience est $J = 1/2^+$ [37] ou $3/2^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -15.091\text{MeV}$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 0.309\text{MeV}$.

En se basant sur les données les plus récentes, l'état fondamental est celui de la référence [37].

On remarque l'inversion entre les niveaux $3/2^+$ et $1/2^+$ et l'intrusion du niveau excité $3/2^+$ dans l'état fondamental.

Noyau ^{32}Mg Ce noyau est composé de quatre protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$.

Une interaction de quatre particules est utilisée pour étudier ce noyau. Cette dernière a révélé que l'état fondamental est $J = 0^+$, qui est le même que celui de l'expérience [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831\text{MeV}$.

Il n'y a pas d'inversion de niveaux pour ce noyau.

Noyau ^{33}Mg L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{32}Mg ayant quatre protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{29}O ayant un neutron en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Pritychenko et al. ont mesuré l'excitation de la raie de $485keV$ dans le ^{33}Mg [37]. Ils ont suggéré que si l'état fondamental du ^{33}Na est $J^\pi = 3/2^+$, alors les seules attributions qui satisfaisaient la décroissance bêta est $J^\pi = 5/2^+$ pour l'état fondamental et $7/2^+$ pour l'état excité ayant $485keV$.

Audi et al. [20] ont déterminé un état fondamental de $J^\pi = 7/2^-$.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 7/2^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = 5/2^+, 7/2^+$ [37] ou $7/2^-$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831MeV$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 2.24MeV$.

En se basant sur les données les plus récentes, l'état fondamental est celui de la référence [20].

Il n'y a pas d'inversion de niveaux pour ce noyau.

Noyau ^{34}Mg L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{32}Mg ayant quatre protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{30}O ayant deux neutrons en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 0^-$, qui est le même que celui de l'expérience $J = 0^+$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831MeV$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 2.24MeV$.

Il n'y a pas d'inversion de niveaux pour ce noyau.

Noyau ^{35}Mg L'étude de ce noyau nécessite l'étude des noyaux : ^{32}Mg ayant quatre protons en dehors de la couche fermée $1p_{1/2}$, ^{31}O ayant trois neutrons en dehors de la couche fermée $1d_{3/2}$, et ^{30}F ayant un proton et un neutron en dehors des couches fermées $1p_{1/2}$ et $1d_{3/2}$ respectivement.

Les calculs ont déterminé un état fondamental de $J = 3/2^-$, tandis que celui de l'expérience est $J = 7/2^-$ [20].

Les énergies des particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831MeV$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 2.24MeV$.

On remarque l'inversion entre les niveaux $3/2^-$ et $7/2^-$ et l'intrusion du niveau excité $3/2^-$ dans l'état fondamental.

Le tableau suivant récapitule les calculs menés sur ces noyaux.

Tableau 3.1 : Etat fondamental des noyaux étudiés. Les énergies de liaison sont en MeV .

Noyau	J^π (exp)	J^π (cal)	E_L (exp)	E_L (cal)	Différence
^{28}Ne	$0^+[20]$	0^+	206.9200	202.0955	4.764
^{29}Ne	$3/2^+[20]$	$3/2^+$	208.191	201.8881	10.498
^{30}Ne	$0^+[20]$	2^+	211.2	210.9341	0.266
^{31}Ne	$7/2^- [20]$	$1/2^-$	211.544	210.0843	6.169
^{32}Ne	$0^+[20]$	1^-	213.184	208.1759	5.895
^{33}Ne	$7/2^- [20]$	$3/2^-$	212.52	209.9813	11.626
^{29}Na	$3/2^+[20]$	$3/2^+$	222.7983	214.3568	9.765
^{30}Na	$2^+[20]$	0^+	225.174	214.1494	8.236
^{31}Na	$3/2^+[20]$	$5/2^+$	228.935	228.9354	0.0004
^{32}Na	$3^- [20], 4^- [20]$	2^-	230.624	229.8351	0.263
^{33}Na	$3/2^+[20]$	$9/2^-$	232.848	226.5347	8.918
^{34}Na	$1^+[20]$	0^-	233.07	228.3402	7.190
^{30}Mg	$0^+[20]$	0^+	241.662	231.7214	9.324
^{31}Mg	$3/2^+[20], 1/2^+[36]$	$3/2^+$	244.0413	231.5139	16.166
^{32}Mg	$0^+[20]$	0^+	249.6656	249.8496	0.184
^{33}Mg	$5/2^+$ ou $7/2^- [20], 7/2^+[37]$	$7/2^-$	252.0507	247.9457	5.033
^{34}Mg	$0^+[20]$	0^-	256.224	246.9073	7.273
^{35}Mg	$7/2^- [20]$	$3/2^-$	256.97	248.7128	14.414

Les énergies de particules individuelles sont : $\varepsilon_{d_{5/2}} = -15.091 MeV$ et $\varepsilon_{d_{3/2}} = 0.309 MeV$ pour les noyaux autour de ^{28}O et $\varepsilon_{d_{5/2}} = -20.831 MeV$ et $\varepsilon_{f_{7/2}} = 2.240 MeV$ pour les noyaux autour de ^{40}Ca .

Des programmes en fortran ont été élaborés pour effectuer les calculs.

Les résultats de l'état fondamental calculé, de l'expérience et celui déterminé par l'interaction $WBMB$ sont résumés dans la charte de la figure 3.15. Les énergies d'excitation sont représentées par les figures 3.16, 3.17 et 3.18.

12	GS2	0 ⁺	3/2 ⁺	0 ⁺	7/2 ⁻	0 ⁺	3/2 ⁻
	GS1	0 ⁺	3/2 ⁺	0 ⁺	3/2 ⁻	0 ⁻	3/2 ⁻
	Exp	[20]0 ⁺	[20]3/2 ⁺ , [11]1/2 ⁺	[20]0 ⁺	[20]7/2 ⁻ , [35]5/2 ⁺	[20]0 ⁺	[20]7/2 ⁻
11	GS2	5/2 ⁺	2 ⁺	5/2 ⁺	3 ⁻	3/2 ⁺	0 ⁻
	GS1	3/2 ⁺	0 ⁺	5/2 ⁺	0 ⁻	5/2 ⁻	0 ⁻
	Exp	[20]3/2 ⁺	[20]2 ⁺	[20]3/2 ⁺	[20]3 ⁻ , [20]4 ⁻	[20]3/2 ⁺	[20]1 ⁺
10	GS2	0 ⁺	3/2 ⁺	0 ⁺	7/2 ⁻	0 ⁺	3/2 ⁻
	GS1	0 ⁺	3/2 ⁺	0 ⁺	3/2 ⁻	0 ⁻	3/2 ⁻
	Exp	[20]0 ⁺	[20]3/2 ⁺	[20]0 ⁺	[20]7/2 ⁻	[20]0 ⁺	[20]7/2 ⁻
Z		18	19	20	21	22	23
N							

Figure 3.15. Distribution de l'état fondamental déterminé avec cette interaction avec celui de l'expérience sur une charte (N, Z) . Exp : état fondamental expérimental, GS1 : état fondamental déterminé par l'interaction développée, GS2 : état fondamental déterminé par l'interaction *WBMB* [6].

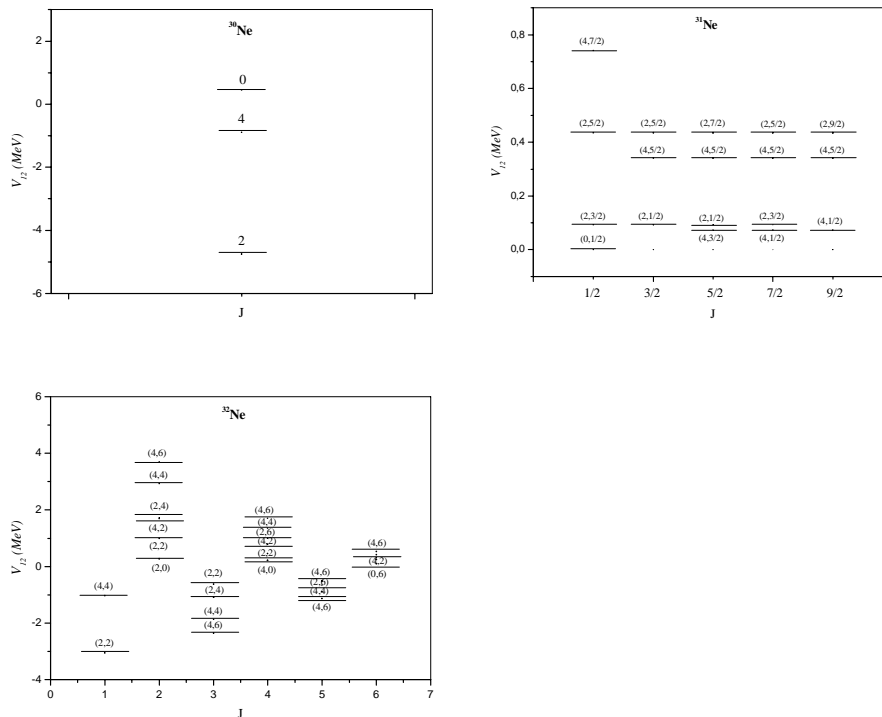


Figure 3.16 : Energies d'excitation des isotopes du Néon.

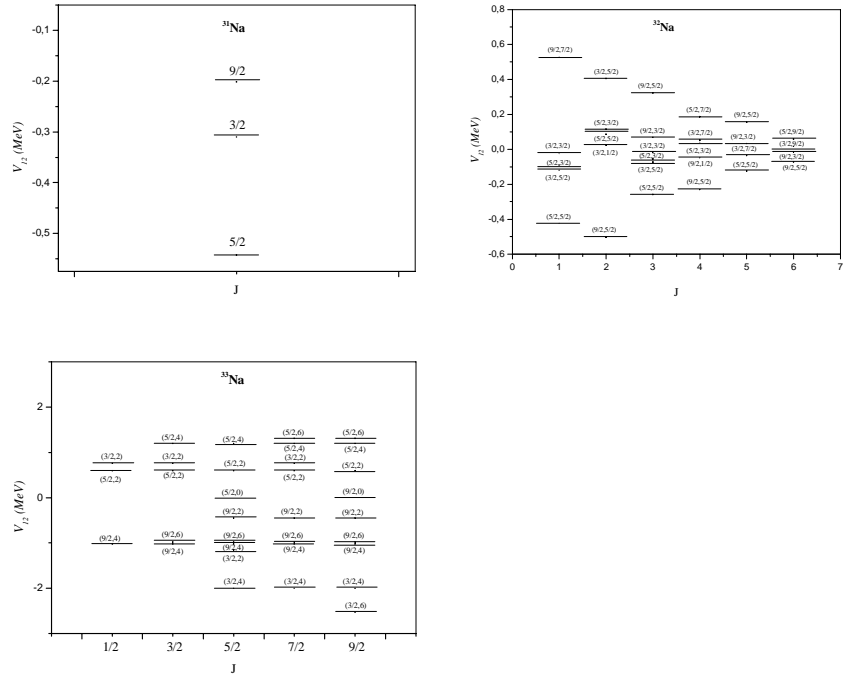


Figure 3.17 : Energies d'excitation des isotopes du Sodium.

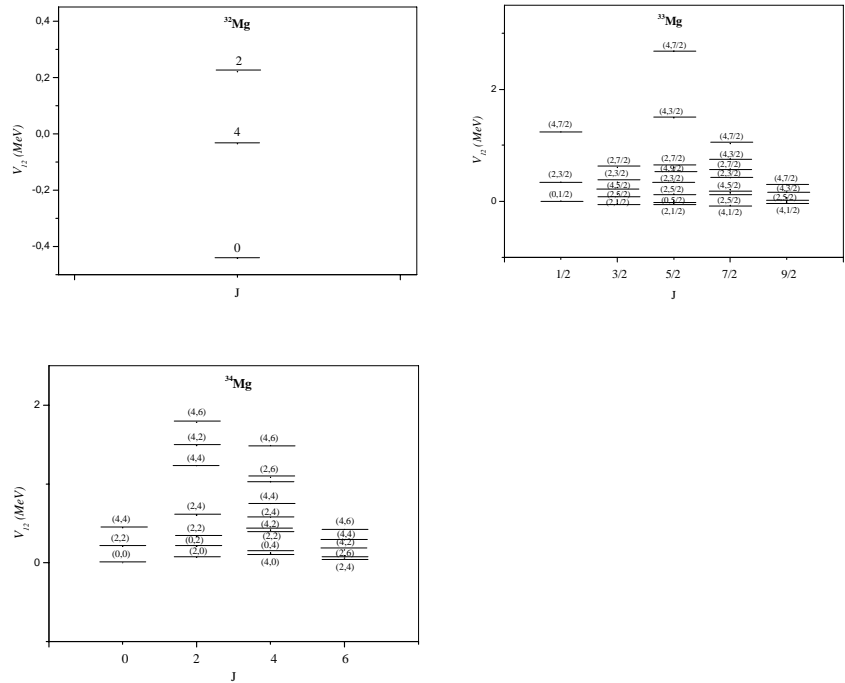


Figure 3.18 : Energies d'excitation des isotopes du Magnésium.

3.3.1 Interprétation

Les figures 3.16-18 présentent les énergies d'excitation des noyaux de l'île d'inversion. Les noyaux ^{30}Ne , ^{31}Na et ^{32}Mg sont caractérisés par l'excitation des protons seulement. Pour les autres noyaux, les excitations de protons et de neutrons sont considérées. L'état final est une combinaison des états de protons et de neutrons. Les résultats de calcul des énergies d'excitation ont montré des irrégularités entre l'expérience et la théorie. On remarque que quelques noyaux de la région de masse étudiée ont un état fondamental déterminé théoriquement différent de celui de l'expérience. Ceci se traduit par l'inversion d'ordre des couches et l'intrusion de l'état excité dans l'état fondamental. Ce phénomène conduit à la coexistence de l'état fondamental sphérique et l'état excité déformé intrus.

3.3.2 Conclusion

L'application des interactions effectives dans la région de masse déformée $A \sim 32$ appelée 'île d'inversion' a révélé une inversion dans l'ordre des niveaux d'énergie. Ceci a conduit à l'intrusion de l'état excité déformé dans l'état fondamental sphérique ; d'où une coexistence de forme. Ce calcul nous a conduit à observer l'inversion en termes d'énergies d'excitation dans cette région dans le cadre du modèle en couches. Cela explique que la cause de la mauvaise distribution des énergies de liaison est l'inversion dans l'ordre des couches, et la coexistence de l'état sphérique et celui de l'état excité déformé. Afin d'expliquer les causes menant à cette inversion, ces noyaux seront étudiés dans le prochain chapitre dans le cadre du couplage faible où des excitations collectives seront considérées.

Chapitre 4

Application du couplage faible

4.1 Couplage faible

Les nucléons sont répartis sur des niveaux d'énergie dans le noyau, et chaque niveau est caractérisé par un moment angulaire j . On appelle une couche fermée le niveau contenant $(2j + 1)$ particules. La particule individuelle est celle se trouvant en dehors de cette couche fermée. L'interaction entre les nucléons dans la même couche est plus forte que celle entre des nucléons se trouvant dans des couches différentes.

Il y a une relation entre le modèle en couches et les modes collectifs du noyau. Cependant, la structure des niveaux d'énergie de la particule résiduelle dépend de la forme de la distribution spatiale des nucléons. Ce qui ramène à une interaction entre le mouvement collectif des nucléons dans la même couche et celui de la particule résiduelle. Cette interaction est appelée "couplage faible" pour les noyaux près de la sphéricité et "couplage fort" pour les noyaux loin de la sphéricité (noyaux déformés).

Les noyaux magiques et leurs voisins sont sphériques et possèdent une résistance contre la déformation du type quadripolaire ; leur spectre ne possède pas des systématiques parce qu'il est dû à l'excitation des nucléons. Mais en s'éloignant des couches fermées, les noyaux résultant de l'addition ou la soustraction de nucléons possèdent un spectre vibrationnel. Finalement, en s'éloignant d'avantage des couches fermées, les noyaux possèdent un spectre rotationnel, comme l'indique la figure 4.1 [38]. Cette figure donne l'énergie totale du noyau en fonction de la déformation quadripolaire α pour les trois types de noyaux précédents.

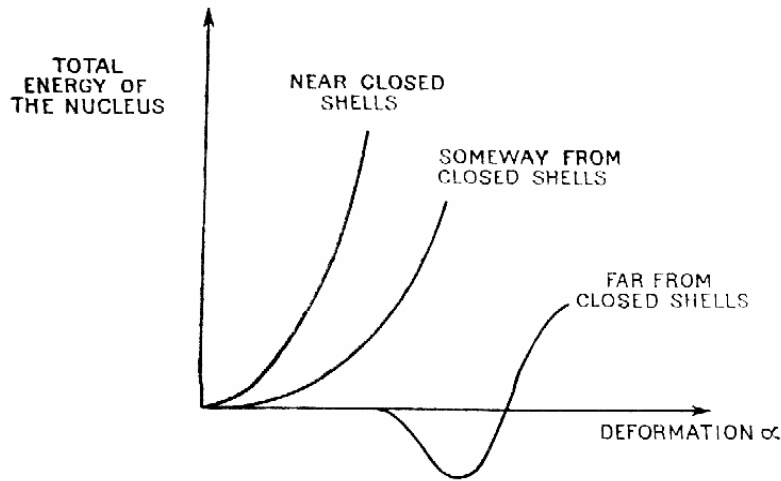


Figure 4.1 : Energie totale du noyau en fonction de la déformation α .

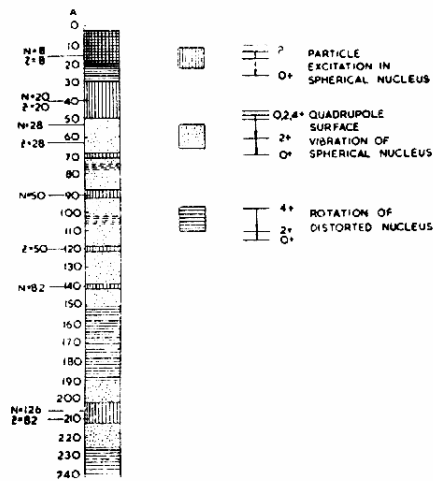


Figure 4.2 : Les différents modèles nucléaires suivant la région de masse A .

Notons que certains noyaux dans la région ($6 < A < 14$, $A \simeq 18, 19, 20$) peuvent être traités dans le cadre d'excitation des nucléons ou du modèle rotationnel.

Pour les noyaux ayant $A \sim 76, 106$ et 196 , on constate deux types de traitement suivant A . Les noyaux ayant A impair sont traités par le modèle rotationnel et ceux pour les quels N et Z pairs sont traités par le modèle vibrationnel.

L'hamiltonien employé pour tous les modèles est donné par :

$$H = H_1 + H_2 + H_{int} \tag{4.1}$$

où

H_1 décrit l'interaction entre les particules du premier groupe.

H_2 décrit l'interaction entre les particules du deuxième groupe.

H_{int} décrit l'interaction entre les deux groupes de particules.

Le couplage faible est applicable si H_1 et H_2 sont supposés être des énergies individuelles, et H_{int} est faible.

4.1.1 Modèle collectif

D'après la définition précédente du couplage faible, on introduit le mouvement collectif des nucléons et celui de la particule résiduelle simultanément.

Dans ce cas, l'hamiltonien est donné par [39] :

$$H = H_{coll} + H_{sp} + H_{int} \quad (4.2)$$

où H_{coll} est l'hamiltonien du mouvement collectif, donné par :

$$\begin{aligned} H_{coll} &= \frac{1}{2B} \sum_{\mu} \pi_{2\mu}^* \pi_{2\mu} + \frac{1}{2} C_2 \sum_{\mu} \alpha_{2\mu}^* \alpha_{2\mu} \\ &= \frac{1}{2B} \sum_{\mu} |\pi_{2\mu}|^2 + \frac{1}{2} C \sum_{\mu} |\alpha_{2\mu}|^2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

où les $\alpha_{2\mu}$ sont les tenseurs sphériques d'ordre 2 qui dépendent du temps, et on a :

$$\alpha_{2\mu}^* = (-1)^{\mu} \alpha_{2-\mu} \quad (4.4)$$

Les $\pi_{2\mu}$ sont les moments conjugués canoniques des variables $\alpha_{2\mu}$ avec :

$$\pi_{2\mu}^* = (-1)^{\mu} \pi_{2\mu} \quad , \quad \pi_{2\mu} \alpha_{2\mu} = -i\hbar \quad (4.5)$$

H_{sp} est l'hamiltonien de la particule résiduelle, il est donné par :

$$H_{sp} = \frac{P^2}{2M} + \frac{1}{2} M \omega^2 r^2 + c \vec{l} \cdot \vec{s} + D \vec{l}^2 \quad (4.6)$$

H_{int} est l'hamiltonien de l'interaction, il est donné par :

$$H_{int} = \sum_i f(r_i) \sum_{\mu} \alpha_{2\mu} Y_2^{\mu(l)} \quad (4.7)$$

avec

$$f(r) = -r \frac{dV_0}{dr} \quad (4.8)$$

où V_0 est le potentiel de Woods-Saxon.

$r \frac{dV_0}{dr}$ représente le couplage faible de la surface.

Les solutions de l'hamiltonien H sont obtenues par la théorie des perturbations et puisque H_{int} est faible, on traite la somme de l'hamiltonien collectif et celui de la particule résiduelle comme un hamiltonien non perturbé.

Les vecteurs d'état sont donnés par :

$$|NIjJM\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle IjJ | m_1 m_2 M \rangle |N Im_2\rangle |jm_2\rangle \quad (4.9)$$

D'après le modèle collectif, l'état fondamental est l'état sans phonons du noyau pair-pair.

Il est donné pour $N = 0$ par :

$$|00jJM\rangle = |0\rangle |jM\rangle \quad (4.10)$$

Le premier état excité avec un phonon est le 2^+ , il est donné par :

$$|12jJM\rangle = \sum_{m_1, m_2} \langle 2jJ | m_1 m_2 M \rangle \beta_{2m_1}^+ |0\rangle |jm_2\rangle \quad (4.11)$$

Le deuxième état excité est une collection de trois niveaux : $0^+, 2^+, 4^+$ comme le montre la figure 4.3 [39] :

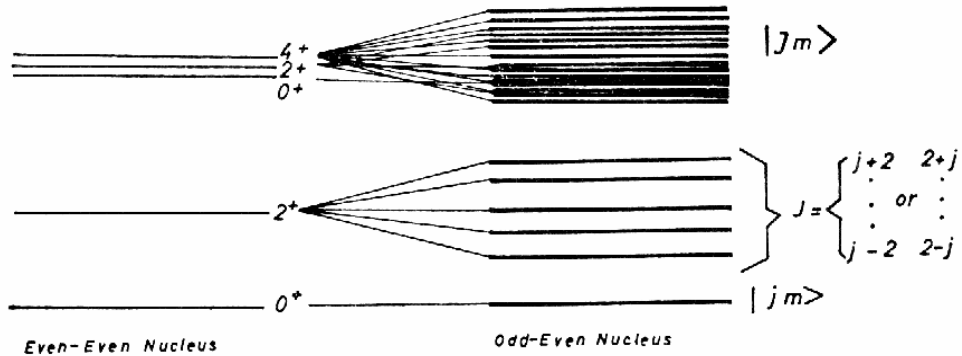


Figure 4.3 : Les niveaux d'énergie du modèle collectif et la brisure de la dégénérescence.

On voit que l'introduction de H_{int} lève la dégénérescence des niveaux.

Dans le cas où $H_{int} = 0$, ce multiplet est dégénéré.

Notons que l'état d'un phonon du noyau pair-pair est un multiplet de 5 si $j > 2$ ou de $2j + 1$ si $j < 2$.

Plusieurs formes de ce couplage ont été développées, on les citera dans ce qui suit.

4.1.2 Méthode du cœur excité

Dans le cadre du couplage faible, Thankappan et al. [40] ont développé une interaction sous la forme :

$$H_{int} = -\varepsilon \left(J_c^{(1)} \cdot j_p^{(1)} \right) - \eta \left(Q_c^{(2)} \cdot Q_p^{(2)} \right) \quad (4.12)$$

où ε et η sont deux constantes à déterminer par des ajustements.

J_c, j_p sont les opérateurs du moment angulaire du cœur et de la particule résiduelle, respectivement.

Q_c, Q_p sont le quadripôle de masse du cœur et de la particule résiduelle, respectivement.

Cette méthode s'applique aux noyaux ayant A impair en considérant un nucléon résiduel en mouvement dans un potentiel créé par un cœur pair-pair dans son état fondamental ou excité.

Dans ce cas, l'hamiltonien est donné par :

$$H = H_c + H_p + H_{int} \quad (4.13)$$

où H_c est l'hamiltonien du cœur, H_p est l'hamiltonien de la particule résiduelle et H_{int} est celui de l'interaction entre le cœur et la particule résiduelle.

Les niveaux d'énergie sont obtenus par la résolution de l'équation de Schrödinger dans la base $|J_c j_p; IM\rangle$ et l'élément de matrice prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \langle J'_c j'_p; IM | H | J_c j_p; IM \rangle &= \{ \varepsilon_{j_p} + \varepsilon_{J_c} \} \delta_{j_p j'_p} \delta_{J_c J'_c} - \\ &- \left\{ \frac{\varepsilon}{2} \left[\begin{array}{c} I(I+1) - j_p(j_p+1) - \\ J_c(J_c+1) \end{array} \right] \right\} \delta_{j_p j'_p} \delta_{J_c J'_c} - \\ &(-1)^{j'_p + J_c - I} \eta \sqrt{(2j'_p + 1)(2J'_c + 1)} \times \\ &W(j_p J_c j'_p J'_c; I2) \langle j'_p || Q_p || j_p \rangle \langle J'_c || Q_c || J_c \rangle \end{aligned} \quad (4.14)$$

avec

$$\begin{aligned} \left(Q_c^{(2)}\right)_\mu &= \sum_i r_i^2 Y_2^\mu(\theta_i, \varphi_i) \\ \left(Q_p^{(2)}\right)_\mu &= r_p^2 Y_2^\mu(\theta_p, \varphi_p) \end{aligned} \quad (4.15)$$

Notons que l'élément de matrice de $Q_c^{(2)}$ est considéré comme un paramètre.

Ce modèle a été appliqué à l'étude du noyau ^{63}Cu en prenant comme cœur le noyau ^{62}Cu plus un proton comme particule résiduelle qui peut se trouver sur les couches $p_{3/2}$, $p_{1/2}$ et $f_{5/2}$ où l'espacement entre la couche $p_{3/2}$ et $f_{5/2}$, $p_{3/2}$ et $p_{1/2}$ est de 1.36MeV et 1.81MeV respectivement, résultat des travaux de Beuten et Van Leuven [41].

4.1.3 La méthode B-F-Z

Bansal, French et Zamick (B-F-Z) [42, 43] ont développé une interaction assez simple et applicable dans le cas où j_1 ou j_2 est égal à 0 (j_1 est le moment de l'ensemble des nucléons en mouvement collectif et j_2 est celui de la particule résiduelle). Elle dépend du nombre de nucléons dans les deux niveaux en interaction et de l'isospin.

$$H_{int} = \gamma N_1 \cdot N_2 + \beta T_1 \cdot T_2 \quad (4.16)$$

L'hamiltonien total est donné dans le cadre du couplage faible par :

$$H = H_1 + H_2 + H_{int} \quad (4.17)$$

La diagonalisation de H se fait en diagonalisant chaque partie séparément dans la base :

$$\psi_{IM,TT_z} = \left[(l_{j_1})_{j_1, T_1}^{n_1} \times (l_{j_2})_{j_2, T_2}^{n_2} \right]_{IM, TT_z} \quad (4.18)$$

Dans ce cas, on obtient :

$$\begin{aligned} E &= \langle \psi | H | \psi \rangle \\ &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \langle \psi | \gamma N_1 \cdot N_2 + \beta T_1 \cdot T_2 | \psi \rangle \end{aligned} \quad (4.19)$$

Autrement dit :

$$E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \gamma n_1 \cdot n_2 + \frac{\beta}{2} [T(T+1) - T_1(T_1+1) - T_2(T_2+1)] \quad (4.20)$$

avec

$$T = T_1 + T_2 \quad (4.21)$$

Dans le cas de l'excitation des protons, on doit tenir compte de l'énergie coulombienne. Alors, l'énergie devient :

$$E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \gamma n_{1\pi} \cdot n_{2\pi} + n_{1\pi} \cdot n_{2\pi} \varepsilon_c + \frac{\beta}{2} [T(T+1) - T_1(T_1+1) - T_2(T_2+1)] \quad (4.22)$$

où $n_{1\pi}$, $n_{2\pi}$ sont les nombres des protons dans les deux couches en interaction.

ε_1 , ε_2 sont les énergies individuelles des deux couches en interaction, elles sont calculées à partir des énergies de liaison expérimentales des noyaux.

ε_c est l'énergie coulombienne résultante de l'interaction entre les deux couches en interaction.

Les paramètres de cette équation sont γ , β , ε_c ; ils sont déterminés par un ajustement aux énergies d'excitation expérimentales.

Notons que cette interaction donne de bons résultats des énergies d'excitation pour les valeurs étendues de T ; c.à.d ($T = T_1 + T_2$) mieux que ceux pour les quels ($T < T_1 + T_2$).

En analysant la région de masse $A \simeq 40$, Sherr et al. [44] ont obtenu les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.25 \text{ MeV}, \\ \beta &= 2.74 \text{ MeV}, \\ \varepsilon_c &= -0.29 \text{ MeV}. \end{aligned}$$

Fortune [45] a appliqué cette formule pour l'étude des états $6p - 4h$ probables dans le noyau ^{13}O , il a conclu que :

$$\gamma \in [0.2, 0.5] \text{ MeV} \quad \text{et} \quad \varepsilon_c \in [0.5\gamma, \gamma] \text{ MeV} \quad (4.23)$$

En utilisant la formule de Bansal et French, Cunsolo et al. [46] ont pu montrer l'existence de bandes rotationnelles pour la configuration $3p - 2h$ dans le noyau ^{17}O et ont comparé leurs résultats à ceux des réactions nucléaires $^{14}\text{C}(^6\text{Li}, t) ^{17}\text{O}$ à $E(^6\text{Li}) = 34 \text{ MeV}$ et $^{16}\text{O}(^6\text{Li}, t) ^{19}\text{Ne}$ à $E(^6\text{Li}) = 36 \text{ MeV}$. Leurs résultats sont en accord avec ces résultats, ce qui met en évidence la validité du couplage faible et une indication de l'existence de deux bandes de la configuration $3p - 2h$ dans le noyau ^{17}O .

4.2 Application du couplage faible pour la région $A \sim 32$

L'intérêt de cette région a commencé après les mesures faites par Thibault et al. [2] en 1975. Plusieurs données récentes sur les masses, les schémas de niveaux et les probabilités de transition ont permis de raffiner les calculs théoriques pour différentes configurations autour de $N = 20$.

Vu le comportement à particules indépendantes et afin de déterminer l'énergie de liaison (masse) des noyaux de la région, il faut tenir compte du comportement macroscopique et microscopique des noyaux de la région.

Notre travail maintenant consiste à introduire le calcul microscopique pour cette région particulière.

La correction microscopique va être introduite comme un couplage faible en appliquant la méthode B-F-Z [42, 43].

La méthodologie d'application consiste d'abord à prendre le premier terme de cette interaction qui dépend du nombre des nucléons dans les deux couches en interaction, en négligeant le terme de l'isospin ; en raison du gap en énergie élevé entre les dernières couches de protons et de neutrons. Donc, on s'intéresse seulement à l'excitation des neutrons.

Puisque les anomalies dans les énergies de liaison sont produites suivant la variation de N , on prend la constante γ comme une fonction linéaire en Z .

L'énergie devient :

$$E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + n_1 n_2 (a_1 Z + a_2) \quad (4.24)$$

Dans ce cas et pour des calculs dans le cadre du couplage faible, les énergies individuelles sont calculées à partir des énergies de liaison expérimentales des isotopes de l'élément considéré de nombre atomique Z [16, 20].

Pour déterminer les paramètres de la fonction considérée (4.24), on doit faire un ajustement de celle-ci aux énergies d'excitation expérimentales [7, 16, 45] des noyaux de cette région.

Les étapes poursuivies dans notre travail sont :

*Calcul de la valeur de $\frac{E_x - \varepsilon_1 - \varepsilon_2}{n_1 n_2}$ où l'excitation du niveau considéré qui résulte de la configuration $(n_1 p - n_2 h)$ existe expérimentalement.

* Faire un fit linéaire de cette valeur pour extraire les valeurs initiales des paramètres a_1 et a_2 à déterminer. On obtient :

$$a_1 = -0.28082 MeV,$$

$$a_2 = -0.00996MeV.$$

* Injecter ces paramètres considérés comme initiaux dans le programme du fit des moindres carrés [18] pour avoir les paramètres finaux.

Pour les noyaux ^{33}P , ^{34}P , ^{32}Si , les énergies d'excitation de leurs premiers niveaux excités $1/2^+$, 1^+ , 0^+ sont : $5.674MeV$, $1.6076MeV$ et $4.984MeV$ respectivement [16].

Pour le noyau ^{33}Mg , son premier niveau excité $(7/2)^-$ est situé autour de $0.159MeV$ [47].

Pour le noyau ^{34}Si , son premier 0^+ excité est situé autour de $2.1MeV$ [7].

On utilise les paramètres finaux pour le calcul des énergies de liaison de la configuration précédente des noyaux de cette région. Des exemples concernant la méthode du calcul sont présentés dans l'annexe C.

Résultats

Les paramètres finaux obtenus pour a_1 et a_2 sont [14] :

$$a_1 = -33keV,$$

$$a_2 = -8keV.$$

Notons que l'élément de matrice d'interaction des noyaux de cette région est attractif.

4.2.1 Calcul des énergies d'excitation

La formule a été utilisée pour le calcul des énergies d'excitation du type $n\hbar\omega$. Cette dernière est donnée pour un noyau de N neutrons relative à son état fondamental par :

$$E_x(N, n\hbar\omega) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + [BE(N = 20, 0\hbar\omega) - BE(N, 0\hbar\omega)] + n_1n_2(a_1Z + a_2) \quad (4.25)$$

Soit en substituant les énergies individuelles, on obtient :

$$E_x(N, n\hbar\omega) = BE(N' = N - n, 0\hbar\omega) + BE(N'' = N + (n + 1), 0\hbar\omega) - BE(N = 20, 0\hbar\omega) - BE(N, 0\hbar\omega) + n_1n_2(a_1Z + a_2) \quad (4.26)$$

Les énergies d'excitation calculées sont distribuées sur la charte (N, Z) de la figure 4.4.

12	$3\hbar\omega$		0.445	3.793	2.032	4.714	1.933
	$2\hbar\omega$	2.044	-0.057	0.197	0.864	1.439	1.119
	$1\hbar\omega$	3.737	-0.649	3.183	0.847	3.850	1.422
11	$3\hbar\omega$		1.749	3.081	2.402	3.838	2.182
	$2\hbar\omega$	2.564	0.655	0.739	1.465	1.692	1.497
	$1\hbar\omega$	2.358	-0.055	1.701	0.795	2.426	3.398
10	$3\hbar\omega$		1.214	3.798	2.162	4.241	2.172
	$2\hbar\omega$	1.983	1.139	0.944	1.276	1.274	1.387
	$1\hbar\omega$	3.198	0.251	2.327	0.693	2.659	0.691
Z / N		18	19	20	21	22	23

Figure 4.4 : Répartition des énergies d'excitation calculées (Eq. (4.26)) sur une charte (N, Z) .

Les valeurs du gap entre les espaces modèle sd et fp des noyaux : ^{28}O , ^{34}Si , ^{36}S , ^{40}Ca sont représentées sur le tableau suivant :

Tableau 4.1 : Valeurs du gap pour les noyaux ^{28}O , ^{34}Si , ^{36}S , ^{40}Ca .

	^{28}O	^{34}Si	^{36}S	^{40}Ca
$\varepsilon_{d_{3/2}}$	0.309	-6.5874	-8.6416	-14.7938
$\varepsilon_{f_{7/2}}$	3.120	-2.4771	-4.3036	-8.3628
$E_{gap} (MeV)$	2.811	4.1103	4.338	6.4310

L'évolution de chaque type d'excitation $E_x(n\hbar\omega)$ en fonction de N pour les différents isotopes de l'île d'inversion est représentée par la figure 4.5.

L'énergie d'excitation pour chaque isotone des isotopes de l'île d'inversion est représentée par la figure 4.6.

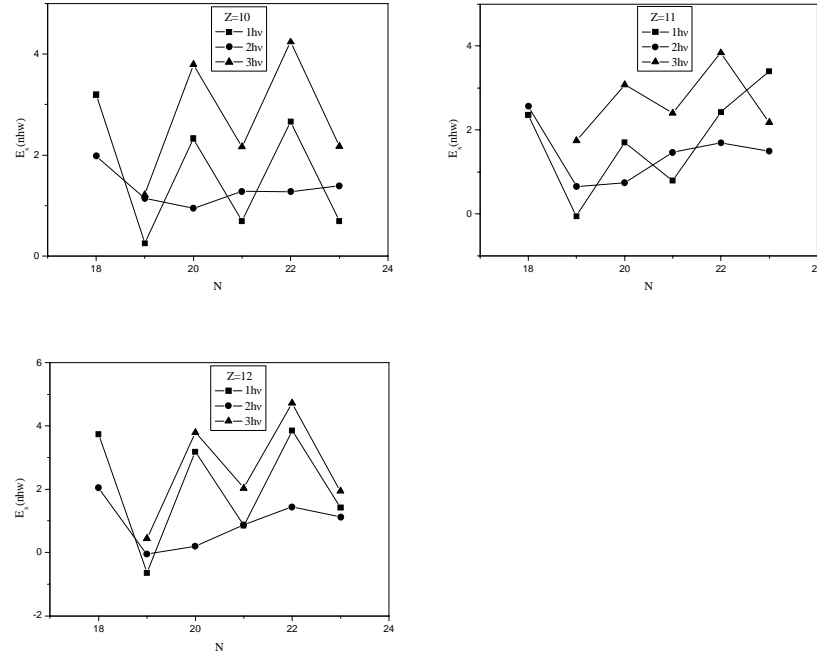


Figure 4.5 : Evolution des excitations $E_x(n\hbar\omega)$ en fonction de N pour les différents isotopes de l'île d'inversion.

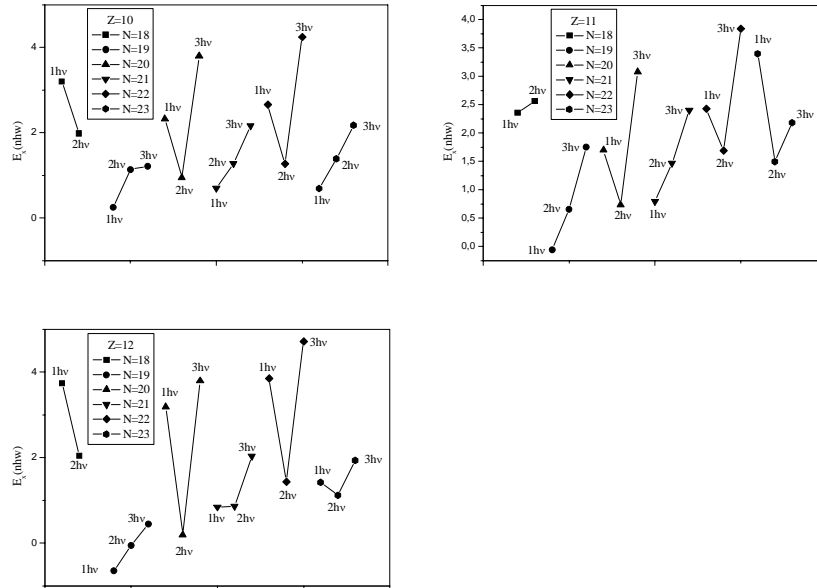


Figure 4.6 : Evolution des excitations $E_x(n\hbar\omega)$ pour pour chaque isotone des isotopes de l'île d'inversion.

Interprétation

Pour les excitations de type $2\hbar\omega$, on remarque une variation parabolique autour du centre de l'île d'inversion suivant Z (figure 4.4). Les énergies d'excitation en moyenne sont inférieures à deux fois le gap entre les espaces modèles sd et fp . Le gap entre l'espace modèle sd et fp est par définition la différence entre les énergies individuelles de la dernière couche de l'espace modèle sd et la première couche de l'espace modèle fp . Autrement dit ; $E_{gap} = \varepsilon_{f_{7/2}} - \varepsilon_{d_{3/2}}$, sa valeur est égale à 2811 keV dans le noyau ^{28}O , 4110 keV dans ^{35}Si , 4338 keV dans ^{36}S et 6431 keV dans ^{40}Ca . On voit que le gap décroît progressivement en allant du noyau ^{40}Ca vers le noyau ^{28}O . Il est à noter que les excitations au voisinage du gap est un signe de fermeture des couches, pour cela, il n'y a pas d'inversion des couches. La réduction de l'énergie du gap est un signe de la présence des configurations intruses. On conclue que la décroissance du gap contribue dans l'inversion d'ordre des couches. L'énergie d'excitation $E_x(2\hbar\omega)$ du type $2p - 2h$ du ^{40}Ca est égale à 6414 keV , elle est au voisinage du gap . Par contre celle du ^{28}O est égale à 7850 keV , elle est supérieure à l'énergie du gap. On conclut que pour les excitations du type $2\hbar\omega$, le gap est très faible alors il y a une probabilité d'inversion des excitations $2\hbar\omega$ par rapport à $0\hbar\omega$.

La figure 4.5 montre que les excitations du type $2\hbar\omega$ sont faibles et presque constantes pour chaque valeur de N . On observe aussi des minima pour les valeurs impaires de N et des maxima pour les valeurs paires de N pour chaque isotope. Pour les noyaux ayant N pair, ils sont stables alors leurs énergies d'excitation du type $1\hbar\omega$ et $3\hbar\omega$ sont plus grandes. Tandis que ceux ayant N impair, ils sont moins stables, alors leurs énergies d'excitation sont faibles. Ce phénomène est plus apparent dans le cas des valeurs paires de Z .

Sur la figure 4.6 on observe la variation parabolique des excitations $n\hbar\omega$ en fonction de n , où les $2\hbar\omega$ ayant les faibles valeurs. Alors, les inversions sont produites surtout pour les excitations du type $2\hbar\omega$. Alors, il y a une possibilité de coexistence entre l'état sphérique normal et l'état déformé intrus.

4.2.2 Calcul des énergies de liaison

D'après ce qui précède, on s'intéresse aux excitations du type $2\hbar\omega$. Les énergies de liaison calculées sont en accord avec celles de l'expérience (voir la figure 4.9). L'écart est donné pour l'ensemble des noyaux dans la figure 4.7.

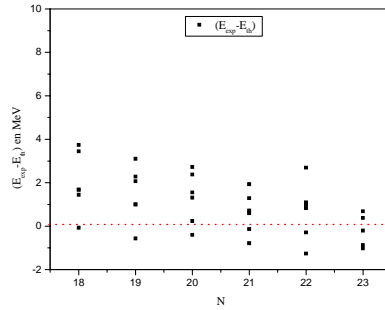


Figure 4.7 : Ecart en énergie en fonction de N pour l'ensemble des noyaux.

On voit d'après la figure 4.7, que l'écart décroît en fonction du nombre des neutrons N .

Une répartition sur une charte (N, Z) des énergies de liaison du calcul microscopique, du calcul macroscopique et de l'expérience est représentée dans la figure 4.8.

15	mcf	277.2065	284.1361	293.2338	297.7912	305.0485	309.8158
	mgl	278.2770	284.5741	294.9341	297.0273	303.2750	306.1011
	Exp	280.9468	287.2384	295.6093	299.0741	305.8844	309.4357
14	mcf	267.9575	273.6048	281.8681	284.9994	291.1907	294.4020
	mgl	269.1925	273.7441	283.7576	284.0582	289.8415	291.1007
	Exp	271.4024	275.2848	283.4212	285.8955	292.0068	294.1981
13	mcf	253.3053	258.1951	264.4385	267.4238	272.6691	275.5144
	mgl	254.2692	258.3327	266.7281	266.5271	270.7470	271.5636
	Exp	254.9878	259.1651	264.6765	267.1078	272.3201	274.4904
12	mcf	241.6968	244.6013	250.0847	251.1640	255.4433	256.1226
	mgl	241.9558	244.1935	252.0243	250.1855	253.9488	253.1441
	Exp	241.6260	244.0373	249.6886	251.7599	256.5313	(256.8026)
11	mcf	221.6968	223.9454	227.6247	229.4380	229.5514	234.1847
	mgl	223.4406	225.1973	231.0954	229.0154	231.1622	229.3906
	Exp	222.8381	224.3394	228.9407	231.3720	232.2433	(233.3147)
10	mcf	205.4440	206.1793	209.3846	212.3720	214.5139	
	mgl	207.4332	207.2845	212.3529	208.8516	210.5612	
	Exp	206.8899	208.2413	212.1126	(211.5839)	(213.2553)	
Z \ N		18	19	20	21	22	23

Figure 4.8 : Répartition des énergies de liaison calculées et expérimentales sur une charte (N, Z) . mcf : les valeurs calculées par le modèle du couplage faible, mgl : les valeurs calculées par le modèle de la goutte liquide reformulé, exp : les valeurs expérimentales. La partie représentée par des pointillées est l'île d'inversion, le nombre magique 20 est sélectionné par des lignes en gras. Les valeurs expérimentales entre parenthèses ne sont pas déterminées avec précision.

Les valeurs des énergies de liaison expérimentales et les valeurs calculées sont représentées sur la figure 4.9.

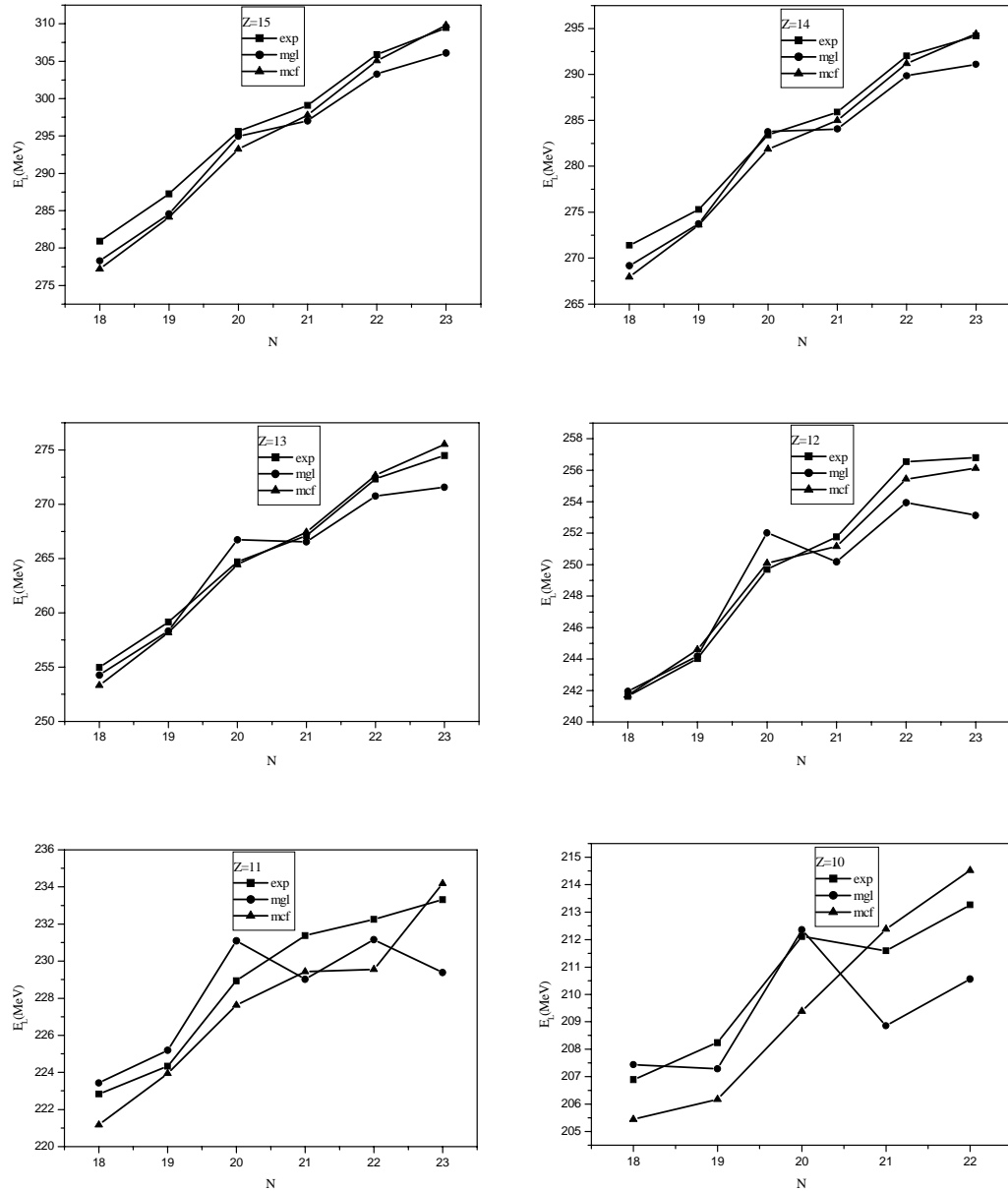


Figure 4.9 : La variation des énergies de liaison expérimentales et calculées en fonction de N pour les noyaux de la région $A \sim 32$. exp : les valeurs expérimentales, mgl : les valeurs du modèle de la goutte liquide reformulé, mcf : les valeurs du modèle du couplage faible.

Les valeurs des énergies de liaison expérimentales et les valeurs des trois calculs sont

représentées sur la figure 4.10.

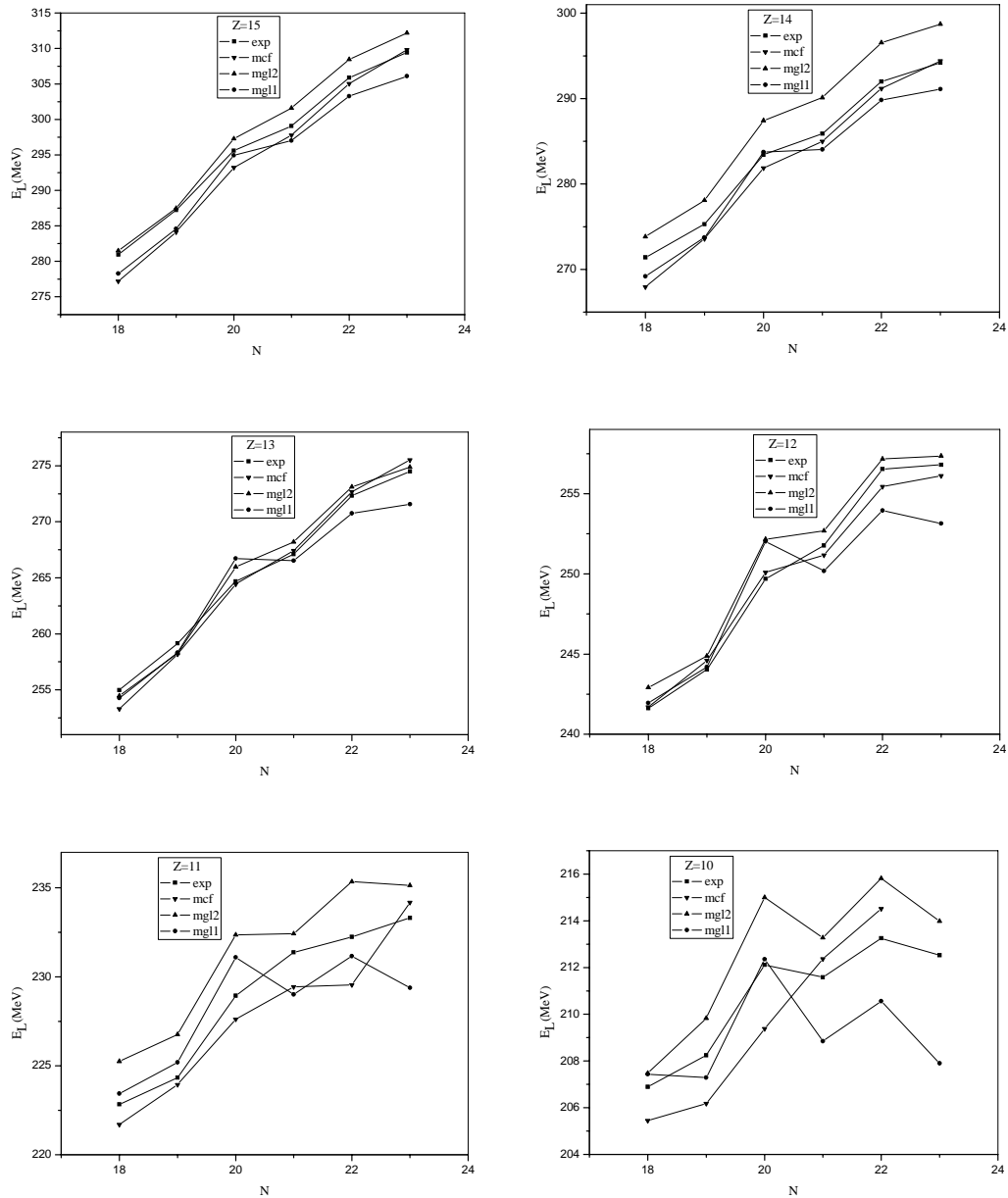


Figure 4.10 : La variation des énergies de liaison expérimentales et calculées en fonction de N pour les noyaux de la région $A \sim 32$. exp : les valeurs expérimentales, mgl1 : les valeurs du modèle de la goutte liquide reformulé, mgl2 : les valeurs du modèle de la goutte liquide approfondi, mcf : les valeurs du modèle du couplage faible.

Interprétation

Sur la charte de la figure 4.8, on voit que la répartition des valeurs de l'énergie de liaison calculées suit celle des valeurs expérimentales. Ce qui justifie l'absence de ces anomalies par l'introduction de ce modèle (couplage faible).

Il faut noter qu'on a ignoré le ^{33}Ne du fait qu'il n'existe aucune information sur son énergie de liaison expérimentale.

D'après la figure 4.9, le calcul du couplage faible converge vers l'expérimental beaucoup mieux que le calcul macroscopique.

La figure 4.10 montre que le calcul utilisant le modèle de la goutte liquide approfondi converge mieux vers l'expérimental que celui du modèle reformulé.

Dans le cas de $Z = 11$, le couplage faible est meilleur que le modèle de la goutte liquide mais n'est pas très exact pour $N > 20$. Dans le cas de $Z = 10$, le couplage faible n'est pas très bon pour les faibles valeurs de N où le modèle de la goutte liquide est le meilleur.

La raison est la forte déformation dans l'île d'inversion centrée autour de $Z = 11$, $N = 12$ et la résistance de ses noyaux à cette déformation. Une autre raison possible est que pour $Z = 10$ et $Z = 11$ (loin de la fermeture des couches $Z = 14$), il y a une interaction possible entre les trous dans la couche des protons et les neutrons excités.

On voit que ce modèle est une bonne approximation pour étudier les énergies de liaison des noyaux ayant des valeurs de Z élevés, et il n'est pas bon pour les petites valeurs de Z .

Conclusion et perspectives

Conclusion

Dans ce travail, on a entamé une étude sur la région déformée $A \sim 32$ appelée "île d'inversion" utilisant deux formalismes : calcul des énergies de liaison et calcul des énergies d'excitation.

Le premier formalisme a été étudié en reformulant le modèle de la goutte liquide de Myers et ses collaborateurs à partir du modèle de la goutte liquide de Weizsäcker. Ce dernier a été pris comme point de départ, en se basant sur l'effet de l'excès relatif de neutrons I . Puis, on a ajouté deux corrections à la formule déduite ; ces deux corrections sont : la correction de Wigner et la correction de couches de Myers et Swiatecki. Ensuite, on a déterminé les paramètres de cette formule grâce à son ajustement aux énergies de liaison expérimentales. Cette formule a été employée pour le calcul des énergies de liaison des noyaux de la région d'intérêt $A = 29 - 44$.

Les résultats obtenus par cette formule ne sont pas en bon accord avec les valeurs expérimentales. L'écart en énergie est caractérisé par un *r.m.s* égal à $2.83 MeV$. Ce dernier est un peu élevé à l'exception pour quelques noyaux qui ont présenté un écart favorable. Ajoutant à ceci la mauvaise répartition des énergies de liaison calculées sur la charte (N, Z) . Les énergies de liaison expérimentales augmentent en fonction de N pour chaque isotope, tandis que les valeurs calculées s'éloignent des valeurs expérimentales dans la région $A \sim 32$. Ceci est dû probablement à une déformation dans cette région. Cet effet n'est pas observé lorsque Z varie.

Afin d'éliminer ces anomalies et en élargissant la région de masses en incluant celle du Nickel, la même formule mais avec un terme de correction de couches approfondi contenant une interaction entre les nucléons a été appliquée dans cette région. On a pu éliminer les anomalies pour les isotopes ayant $Z = 11$ et 12 , mais elles restent dominantes pour les isotopes ayant $Z = 10$.

Le second formalisme, quant à lui, a été étudié dans le cadre du modèle en couches en appliquant des interactions effectives. L'interaction employée est une combinaison de trois termes : un terme d'interaction des nucléons dans le premier espace modèle, un terme d'interaction des nucléons dans le deuxième espace modèle et un terme d'interaction entre les deux espaces modèles. Les données des trois termes précédents sont combinées pour déterminer les éléments de matrice finaux. On remarque une inversion des couches pour chaque noyau de l'île d'inversion. En effet, l'état fondamental déterminé par cette

interaction n'est pas celui déterminé expérimentalement.

En se basant sur cet effet et les arguments expérimentaux ou théoriques trouvés par d'autres auteurs, on a appliqué le modèle du couplage faible à l'étude des différents noyaux de cette région déformée. L'application de ce modèle a deux buts : le premier but est de savoir quel type d'excitation est responsable de l'inversion parmi les quanta $n\hbar\omega$. Le deuxième but est l'application de ce modèle pour le calcul des énergies de liaison pour le cas de $n = 2$.

On a spécifié l'application de ce modèle sur des états particule-trou du fait que la dernière couche de ces noyaux est presque fermée. On a considéré les excitations du type $n\hbar\omega$ en appliquant la formule de Bansal, French et Zamick. Cette dernière a été modifiée en annulant le terme de l'isospin et le terme coulombien, et en remplaçant le paramètre du premier terme dans leur formule par une fonction linéaire en Z . Il faut préciser qu'on a considéré les excitations des neutrons seulement du fait du grand gap d'énergie entre la dernière couche des protons et celle des neutrons. Les paramètres de cette formule ont été déterminés grâce à un ajustement aux énergies d'excitation publiées des noyaux de cette région. Le premier état excité de ces noyaux caractérisant la configuration des excitations de deux neutrons est bien précisé. Enfin, cette méthode a été employée pour le calcul des énergies d'excitation et les énergies de liaison des noyaux de cette région déformée. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux de l'expérience. L'écart en énergie est caractérisé par un r.m.s égal à $1.63MeV$.

La répartition des valeurs de l'énergie de liaison des noyaux calculées par le modèle du couplage faible sur une charte (N, Z) , montre l'absence de ces anomalies trouvées dans le cadre du calcul macroscopique.

D'après les différents résultats obtenus, le modèle développé représente une bonne approximation pour étudier les énergies de liaison des noyaux de cette région déformée.

Perspectives

Le modèle en couches des noyaux sphériques utilise un potentiel d'interaction sphérique pour un nucléon interagissant avec tous les autres par le biais de ce potentiel.

L'on pourrait aussi envisager d'utiliser un potentiel déformé comportant un terme d'interaction quadripolaire pour traiter des noyaux dont la forme d'équilibre est non sphérique, ou potentiel de Nilsson (modèle de Nilsson).

Mais dans ce modèle, on n'a pas défini pour chaque nucléon. Ceci rend difficile de considérer l'interaction résiduelle qu'il faut quand même introduire. Ce qui entraîne plus

grosses difficultés que dans le cas sphérique, car on n'a plus la simplicité de la symétrie rotationnelle (algèbres des tenseurs sphériques et du moment angulaire).

Annexe A

Ajustement des moindres carrés

Cette méthode [23] est utilisée pour ajuster les données y_i avec leur fonction f qui n'est pas en général linéaire en ses paramètres comme par exemple :

$$f(x) = a_1 \sin(a_2 x) \quad (\text{A.1})$$

$$f(x) = a_1 \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - a_2}{a_3}\right)^2\right] + a_4 + a_5 x + a_6 x^2 \quad (\text{A.2})$$

Le meilleur ajustement est donné par la quantité :

$$\chi^2 = \sum_i \left\{ \frac{1}{\sigma_i^2} (y_i - y(x_i))^2 \right\} \quad (\text{A.3})$$

Dans notre cas, les y_i sont les données expérimentales et les σ_i sont les erreurs sur ces données. Autrement dit, cette méthode sert à donner les paramètres d'une fonction. Pour que ces paramètres soient convenables, on doit minimiser le χ^2 c.à.d :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_i} = \frac{\partial}{\partial a_j} \sum_i \left\{ \frac{1}{\sigma_i^2} (y_i - y(x_i))^2 \right\} = 0 \quad (\text{A.4})$$

La résolution de cette équation ramène à son minimum, mais le problème qui se pose c'est ce que certaines fonctions peuvent avoir plusieurs minimum. Pour trouver ce minimum, il existe plusieurs méthodes et on choisit la méthode de recherche de la grille.

A.1 La méthode de la grille

Le calcul dans cette méthode se fait par les étapes suivantes :

* L'un des paramètres initiaux de la fonction est augmenté par une quantité Δa_j . Cette quantité sera spécifique de sorte que χ^2 décroît.

* Le paramètre a_j est augmenté par la même quantité jusqu'à ce que χ^2 commence à croître.

* La variation de χ^2 auprès du minimum est assumée par une fonction parabolique du paramètre a_j , on peut utiliser la valeur de χ^2 pour les trois dernières valeurs de a_j pour déterminer le minimum de la parabole comme l'indique la figure A-1 :

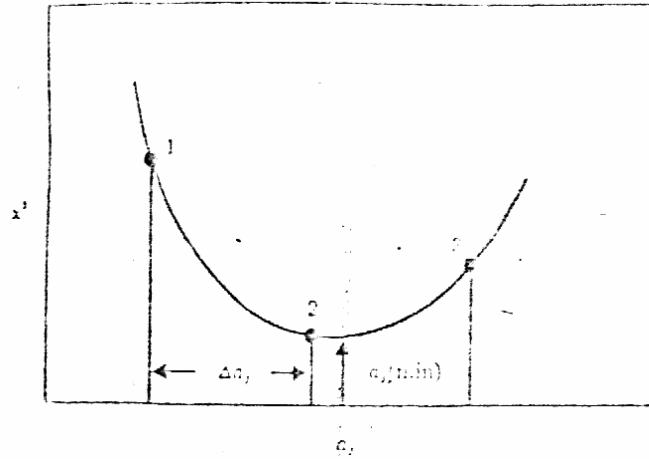


Figure A-1 : Interprétation parabolique pour la recherche du minimum de χ^2 .

On a dans ce cas :

$$\begin{aligned} a_j(3) &= a_j(2) + \Delta a_j \\ &= a_j(1) + 2\Delta a_j \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

et

$$\chi^2(3) > \chi^2(2) \leq \chi^2(1) \quad (\text{A.6})$$

* Le minimum de la parabole est donné par :

$$a_j(\text{min}) = a_j(3) - \Delta a_j \left[\frac{\chi^2(3) - \chi^2(2)}{\chi^2(3) - 2\chi^2(2) + \chi^2(1)} + \frac{1}{2} \right] \quad (\text{A.7})$$

* Le χ^2 est minimisé pour chaque paramètre à part.

* La procédure précédente est répétée jusqu'à ce qu'on obtient un décroissement négligeable de χ^2 dans la dernière itération.

A.2 Principe du programme

Cette méthode est illustrée dans le programme GRIDLS. C'est un programme Fortran 77 utilisé pour optimiser les paramètres a_j d'une fonction $y(x)$ par la méthode de recherche de la grille des moindres carrés.

Les entrées sont données dans deux fichiers :

* Input1 qui contient les données suivantes : $NPTS$, $NTERMS$, $MODE$, X , YY , $SIGMAY$.

Notons que X est une fonction de Z et AX .

* Input2 qui contient les données suivantes : A , $DELTA A$.

On a utilisé la notation AX pour le nombre total des nucléons pour le différencier des données de la colonne des paramètres a_j .

Les sorties (output) sont : A , $SIGMA A$, $YFIT$, $CHISQR$.

Les valeurs des variables indépendantes x_i sont dans la colonne X , et les données des variables indépendantes y_i sont dans la colonne YY avec le même ordre.

Les variables $NPTS = 115$ représentent le pair des points de données (x_i, y_i) et le nombre $NTERMS = n$ représente le nombre des paramètres a_j dans la fonction $y(x)$ à ajuster. La variable $MODE$ détermine la méthode de faire le poids avec les incertitudes $SIGMAY = \sigma$.

Pour un ajustement instrumental, on a : $MODE = 1$ et $pois = \frac{1}{\sigma^2 Y^2(I)}$.

Pour un ajustement sans poids, on a : $MODE = 0$ et $pois = 1$.

Pour un ajustement statistique, on a : $MODE = -1$ et $pois = \frac{1}{Y(I)}$.

La colonne A contient les valeurs des paramètres initiaux a_j , et la colonne $DELTA A$ contient les incertitudes sur ces paramètres initiaux par lesquelles on fait le changement de ces paramètres.

La variable $NFREE = N - n$ (évaluée dans la déclaration 11) est le degré de liberté dans l'ajustement, elle doit être strictement positive pour un ajustement légitime.

La fonction $YFIT(I) = y(x_I)$ et la valeur réduite de Chi-square $CHISQ1 = \chi^2$ pour les paramètres initiaux a_j sont évaluées dans les déclarations 21-23.

La valeur de χ^2 est évaluée par le sous programme de la fonction $FCHISQ$.

La procédure est la suivante : l'un des paramètres est augmenté par une quantité $DELTA A(J) = \Delta a_j$ dans les déclarations 41-43 avec le signe choisi dans les déclarations 45-57 pour que χ^2 décroît. Quand la valeur de χ^2 commence à croître après successives additions de Δa_j comme l'indique la déclaration 66, les conditions des équations (A.6)

sont satisfaites. L'interpolation parabolique de χ^2 dans l'équation (A.7) est utilisée pour déterminer la valeur du minimum local de χ^2 dans les déclarations 81-82.

La boucle DO des déclarations 20-90 répète la procédure pour chacun des paramètres a_j , et les valeurs finales de $YFIT(I) = y(x_I)$ et $\chi^2 = CHISQR$ sont évaluées dans les déclarations 91-93 avant de retourner au programme principal.

Après chaque itération, les paramètres a_j sont modifiés dans la déclaration 84 pour optimiser la vitesse de la recherche.

La recherche doit être répétée jusqu'à ce que l'on obtienne un changement négligeable de χ^2 ou bien jusqu'à l'arrêt du programme, et les Δa_j doivent être choisies pour atteindre le minimum dans le moindre nombre des étapes.

Annexe B

L'interaction SDI

C'est un exemple mathématique simple d'interactions. Quelques suppositions sont proposées pour cette interaction, on cite :

- * L'interaction prend place seulement à la surface nucléaire.
- * La force des deux corps est la force delta.
- * La probabilité de trouver une particule sur la surface nucléaire est indépendante de la couche où la particule est en mouvement.

Tenant compte des deux premières suppositions, l'interaction prend la forme [27] :

$$V^{SDI}(1, 2) = -4\pi\delta(r(1) - r(2))\delta(r(1) - R_0) \quad (\text{B.1})$$

Où $r(1)$, $r(2)$ sont les positions des deux particules, R_0 est le rayon du noyau.

L'élément de matrice s'écrit sous la forme :

$$\langle j_a j_b | V^{SDI}(1, 2) | j_c j_d \rangle_{JT} = -A'_T \langle M_{rad} \rangle \langle M_{ang} \rangle_{JT} \quad (\text{B.2})$$

Où

$$\langle M_{rad} \rangle = (-1)^{n_a + n_b + n_c + n_d} C(R_0) \quad (\text{B.3})$$

Et

$$\langle M_{ang} \rangle_J = -\frac{1}{2} \sqrt{(2j_a + 1)(2j_b + 1)(2j_c + 1)(2j_d + 1)} \times \left[\begin{array}{c} (-1)^{j_a + j_d + l_a + l_c} \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} - \\ \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \end{array} \right] \quad (\text{B.4})$$

Avec la condition : $\delta_{l_a + l_b + l_c + l_d} = \text{paire}$.

Après l'introduction des coefficients de Clebsch-Gordan, l'élément de matrice prend la forme suivante :

$$\langle j_a j_b | V^{SDI}(1, 2) | j_c j_d \rangle_{JT} = (-1)^{n_a + n_b + n_c + n_d} \frac{A_T}{2(2J + 1)} \times \sqrt{\frac{(2j_a + 1)(2j_b + 1)(2j_c + 1)(2j_d + 1)}{(1 + \delta_{ab})(1 + \delta_{cd})}} \times \left\{ \begin{array}{l} (-1)^{j_b + j_d + l_b + l_d} \langle j_b - \frac{1}{2} j_a \frac{1}{2} | J0 \rangle \langle j_d - \frac{1}{2} j_c \frac{1}{2} | J0 \rangle \times \\ \left[1 - (-1)^{l_a + l_b + T} \right] - \langle j_b \frac{1}{2} j_a \frac{1}{2} | J1 \rangle \langle j_b \frac{1}{2} j_a \frac{1}{2} | J1 \rangle \left[1 + (-1)^T \right] \end{array} \right\} \quad (\text{B.5})$$

Où

$$A_T = A'_T C(R_0) \quad (\text{B.6})$$

Pour un système de deux particules dans une même couche, on a :

$$\langle j_a j_b | V^{SDI}(1, 2) | j_c j_d \rangle_J = (-1)^{n_a + n_b + n_c + n_d} \frac{A_T}{2(2J + 1)} \times \sqrt{\frac{(2j_a + 1)(2j_b + 1)(2j_c + 1)(2j_d + 1)}{(1 + \delta_{ab})(1 + \delta_{cd})}} \times (-1)^{j_b + j_d + l_b + l_d} \left\langle j_b - \frac{1}{2} j_a \frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \left\langle j_d - \frac{1}{2} j_c \frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \left[1 - (-1)^{l_a + l_b} \right] \quad (\text{B.7})$$

Pour un système de deux particules sur des couches différentes, on a :

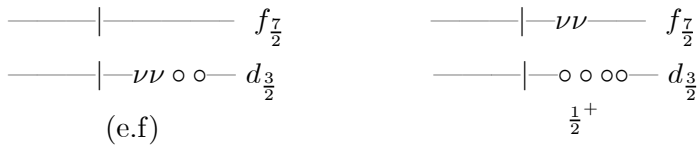
$$\langle j_a j_b | V^{SDI}(1, 2) | j_c j_d \rangle = \frac{1}{2} \left\{ \langle j_a j_b | V^{SDI}(1, 2) | j_c j_d \rangle_{JT=0} + \langle j_a j_b | V^{SDI}(1, 2) | j_c j_d \rangle_{JT=1} \right\} \quad (\text{B.8})$$

Annexe C

Méthode de calcul du couplage faible

On représente le calcul des énergies de liaison dans le cadre du couplage faible. L'état fondamental est représenté à gauche, et l'état excité à droite.

1)- ^{33}P



L'énergie d'excitation de ce niveau est donnée par :

$$\begin{aligned}
 E_{\frac{1}{2}^+} &= \varepsilon_{d_{\frac{3}{2}}} + \varepsilon_{f_{\frac{7}{2}}} + 2 \times 4 \times f(Z). \\
 &= (BE(^{31}\text{P}) - BE(^{35}\text{P})) + (BE(^{37}\text{P}) - BE(^{35}\text{P})) + 8f(Z).
 \end{aligned}$$

$$E_{\frac{1}{2}^+} = BE(^{31}\text{P}) + BE(^{37}\text{P}) - 2BE(^{35}\text{P}) + 8f(Z).$$

Où le BE dénote le négatif de l'énergie de liaison expérimentale des isotopes ayant $Z = 15$.

L'énergie de liaison de ce niveau est donnée par :

$$\begin{aligned}
 BE(^{33}\text{P}) &= BE(^{35}\text{P}) + \varepsilon_{d_{\frac{3}{2}}} + \varepsilon_{f_{\frac{7}{2}}} + 2 \times 4 \times f(Z). \\
 &= BE(^{31}\text{P}) + BE(^{37}\text{P}) - BE(^{35}\text{P}) + 8f(Z).
 \end{aligned}$$

Avec $f(Z) = -(33Z + 8)$ et $Z = 15$.

Détermination de J :

Dans l'espace modèle sd

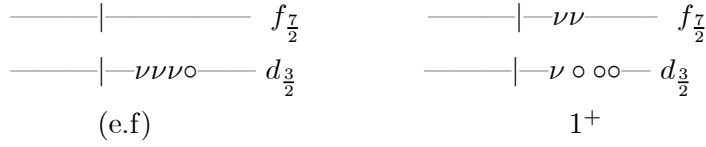
$$J_{1p} = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad J_{1n} = 0 \quad \implies \quad J_1 = \frac{1}{2}$$

Dans l'espace modèle fp

$$0 \leq J_2 \leq 7 \quad \implies \quad J_2 = 0$$

$$\text{et } |J_1 - J_2| \leq J \leq J_1 + J_2 \Rightarrow J = \frac{1}{2}$$

2)- ^{34}P



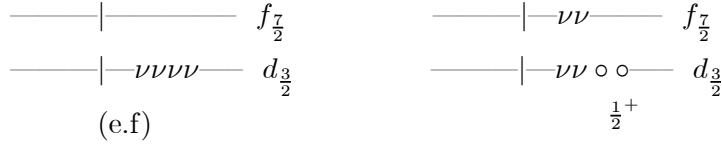
L'énergie d'excitation de ce niveau est donnée par :

$$E_{1^+} = BE(^{32}\text{P}) + BE(^{37}\text{P}) - 2BE(^{35}\text{P}) + 6f(Z).$$

L'énergie de liaison de ce niveau est donnée par :

$$BE(^{34}\text{P}) = BE(^{32}\text{P}) + BE(^{37}\text{P}) - BE(^{35}\text{P}) + 6f(Z).$$

3)- ^{35}P



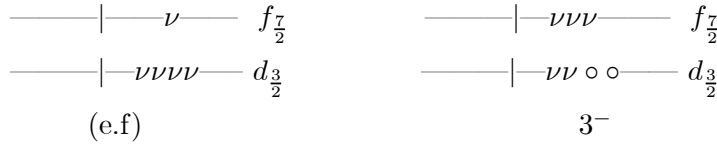
L'énergie d'excitation de ce niveau est donnée par :

$$E_{\frac{1}{2}^+} = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{37}\text{P}) - 2BE(^{35}\text{P}) + 4f(Z).$$

L'énergie de liaison de ce niveau est donnée par :

$$BE(^{35}\text{P}) = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{37}\text{P}) - BE(^{35}\text{P}) + 4f(Z).$$

4)- ^{36}P



L'énergie d'excitation de ce niveau est donnée par :

$$E_{3^-} = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{38}\text{P}) - 2BE(^{35}\text{P}) + 6f(Z).$$

L'énergie de liaison de ce niveau est donnée par :

$$BE(^{36}\text{P}) = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{38}\text{P}) - BE(^{35}\text{P}) + 6f(Z).$$

5)- ^{37}P



L'énergie d'excitation de ce niveau est donnée par :

$$E_{\frac{1}{2}^+} = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{39}\text{P}) - 2BE(^{35}\text{P}) + 8f(Z).$$

L'énergie de liaison de ce niveau est donnée par :

$$BE(^{37}\text{P}) = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{39}\text{P}) - BE(^{35}\text{P}) + 8f(Z).$$

6)- ^{38}P



L'énergie d'excitation de ce niveau est donnée par :

$$E_{3^-} = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{40}\text{P}) - 2BE(^{35}\text{P}) + 10f(Z).$$

L'énergie de liaison de ce niveau est donnée par :

$$BE(^{38}\text{P}) = BE(^{33}\text{P}) + BE(^{40}\text{P}) - BE(^{35}\text{P}) + 10f(Z).$$

N.B : Les ν représentent les neutrons et les cercles représentent les trous de neutrons.

Annexe D

Programmes

D.1 Programme des moindres carrés

```
Dimension X1(150),X2(150),X3(150),X4(150),X5(150),X6(150),  
! X7(150),X8(150),X9(150),Y(150),YFit(150),A(10),DeltaA(10),  
! SigmaA(10),SigmaY(150)
```

```
CHARACTER*20 INP1,INP2,OUT1  
WRITE(*,*)'ENTER INPUT FILE : '  
READ(*,2)INP1  
WRITE(*,*)'ENTER PARAMETERS FILE : '  
READ(*,2)INP2  
WRITE(*,*)'ENTER OUTPUT FILE : '  
READ(*,2)OUT1  
2 FORMAT(A20)  
OPEN(1,FILE=inp1,status='old')  
OPEN(2,FILE=inp2,status='old')  
OPEN(7,FILE=OUT1)  
READ(1,*)Npts,Nterms,Mode  
Write(*,*)Npts,Nterms,Mode  
c Read(2,*)fa  
READ(2,*)(A(J),J=1,NTERMS)  
READ(2,*)(DELTA A(J),J=1,NTERMS)  
WRITE(*,*)(A(J),J=1,NTERMS)
```

```

WRITE(*,*)(DELTA(J),J=1,NTERMS)
DO 111 I=1,Npts
READ(1,*) Z,AX,YY,SigmaYY,F
X1(I)=AX
X2(I)=(AX)*((1-((2*Z)/AX))**2)
X3(I)=(AX)**(2./3.)
X4(I)=((AX)**(2./3.))*((1-((2*Z)/AX))**2)
X5(I)=(Z**2)/(AX**(1./3.))
X6(I)=(Z**2)/AX
X7(I)=F
X8(I)=AX**(1./3.)
IF(I.LE.4) GO TO 15
15  X9(I)=-((12./(AX**(1./2.)))+(20./AX))
IF(I.GT.4.AND.I.LE.27) GO TO 16
16  X9(I)=-((12./(AX**(1./2.)))-(10./AX))-30*abs(1-((2*Z)/AX))
IF(I.GT.27.AND.I.LE.84) GO TO 17
17  X9(I)=-((10./AX))-30*abs(1-((2*Z)/AX))
IF(I.GT.84) GO TO 18
18  X9(I)=-((12./(AX**(1./2.)))-(10./AX))-30*abs(1-((2*Z)/AX))

Y(I)=YY
SigmaY(I)=SigmaYY
c  WRITE(*,*)'Y=',Y(I),'YFIT=',YFIT(I),' I =',I
111  continue
11  NFREE=NPTS-NTERMS
FREE=NFREE
CHISQR=0.
IF(NFREE)100,100,20
20 DO 90 J=1,NTERMS
C
C  EVALUATE CHI SQUARE AT FIRST TWO SEARCH POINTS
C
21  DO 22 I=1,NPTS

```

```

X1I=X1(I)
X2I=X2(I)
X3I=X3(I)
X4I=X4(I)
X5I=X5(I)
X6I=X6(I)
X7I=X7(I)
X8I=X8(I)
X9I=X9(I)
22   YFIT(I)=(A(1)*(X1I))-(A(2)*(X2I))-(A(3)*(X3I))+(A(4)*(X4I))-
!           (A(5)*(X5I))+(A(6)*(X6I))-((A(7)*X7I)-(A(8)*X8I))+(X9I)

23   CALL FCHI(FCHISQ,Y,SIGMAY,NPTS,NFREE,MODE,YFIT)
      CHISQ1=FCHISQ
      FN=0.
      DELTA=DELTA(J)
41   A(J)=A(J)+DELTA
      DO 43 I=1,NPTS

      X1I=X1(I)
      X2I=X2(I)
      X3I=X3(I)
      X4I=X4(I)
      X5I=X5(I)
      X6I=X6(I)
      X7I=X7(I)
      X8I=X8(I)
      X9I=X9(I)
43   YFIT(I)=(A(1)*(X1I))-(A(2)*(X2I))-(A(3)*(X3I))+(A(4)*(X4I))-
!           (A(5)*(X5I))+(A(6)*(X6I))-((A(7)*X7I)-(A(8)*X8I))+(X9I)

44   CALL FCHI(FCHISQ,Y,SIGMAY,NPTS,NFREE,MODE,YFIT)
      CHISQ2=FCHISQ

```



```

45   IF(CHISQ1-CHISQ2) 51, 41, 61
C
C   REVERSE DIRECTION OF SEARCH IF CHI SQUARE IS INCREASING
C
51   DELTA=-DELTA
      A(J)=A(J)+DELTA
      DO 54 I=1,NPTS
      X1I=X1(I)
      X2I=X2(I)
      X3I=X3(I)
      X4I=X4(I)
      X5I=X5(I)
      X6I=X6(I)
      X7I=X7(I)
      X8I=X8(I)
      X9I=X9(I)
54   YFIT(I)=(A(1)*(X1I))-(A(2)*(X2I))-(A(3)*(X3I))+(A(4)*(X4I))-
!      (A(5)*(X5I))+(A(6)*(X6I))-((A(7)*X7I)-(A(8)*X8I))+(X9I)

      SAVE=CHISQ1
      CHISQ1=CHISQ2
57   CHISQ2=SAVE
C
C   INCREMENT A(J) UNTIL CHI SQUARE INCREASES
C
61   FN=FN+1
      A(J)=A(J)+DELTA
      DO 64 I=1,NPTS

      X1I=X1(I)
      X2I=X2(I)
      X3I=X3(I)
      X4I=X4(I)

```

```

X5I=X5(I)
X6I=X6(I)
X7I=X7(I)
X8I=X8(I)
X9I=X9(I)

64   YFIT(I)=(A(1)*(X1I))-(A(2)*(X2I))-(A(3)*(X3I))+(A(4)*(X4I))-
!           (A(5)*(X5I))+A(6)*(X6I)-((A(7)*X7I)-(A(8)*X8I))+(X9I)

      CALL FCHI(FCHISQ,Y,SIGMAY,NPTS,NFREE,MODE,YFIT)
      CHISQ3=FCHISQ
66   IF(CHISQ3-CHISQ2)71,81,81
71   CHISQ1=CHISQ2
      CHISQ2=CHISQ3
      GO TO 61

C
C   FIND MINIMUM OF PARABOLA DEFINED BY LAST THREE POINTS
C
81   DELTA=DELTA*(1./(1.+(CHISQ1-CHISQ2)/(CHISQ3-CHISQ2))+0.5)
82   A(J)=A(J)-DELTA
83   SIGMAA(J)=DELTA*(J)*SQRT(2./(FREE*(CHISQ3-2.*CHISQ2+CHISQ1)))
84   DELTAA(J)=DELTA*(J)*FN/3.

90   CONTINUE

C
C   EVALUATE FIT AND CHI SQUARE FOR FINAL PARAMETERS
C
91   DO 92 I=1,NPTS
      X1I=X1(I)
      X2I=X2(I)
      X3I=X3(I)
      X4I=X4(I)
      X5I=X5(I)

```

```

X6I=X6(I)
X7I=X7(I)
X8I=X8(I)
X9I=X9(I)

92   YFIT(I)=(A(1)*(X1I))-(A(2)*(X2I))-(A(3)*(X3I))+(A(4)*(X4I))-
!           (A(5)*(X5I))+A(6)*(X6I)-((A(7)*X7I)-(A(8)*X8I))+(X9I)

93   CALL FCHI(FCHISQ,Y,SIGMAY,NPTS,NFREE,MODE,YFIT)
      CHISQR=FCHISQ
      SUMME=CHISQR*(NPTS-NTERMS)
c    Write(7,*)fa
      WRITE(7,*)(A(J),J=1,NTERMS)
      WRITE(7,*)(DELTA(A(J),J=1,NTERMS)
      WRITE(7,*)'CHI-SQUARE =',CHISQR,' SUM =',SUMME
      WRITE(*,*)'CHI-SQUARE =',CHISQR,' SUM =',SUMME
100  STOP
      END
      SUBROUTINE FCHI(FCHISQ,Y,SIGMAY,NPTS,NFREE,MODE,YFIT)
      DOUBLE PRECISION CHISQ,WEIGHT
      DIMENSION Y(150),SIGMAY(150),YFIT(150)
11   CHISQ=0.
12   IF(NFREE)13,13,20
13   FCHISQ=0.
      GO TO 40
C
C   ACCUMULATE CHI SQUARE
C
20   DO 30 I=1,NPTS
21   IF(MODE)22,27,29
22   IF(Y(I))25,27,23
23   WEIGHT=1./Y(I)
      GO TO 30

```

```

25   WEIGHT=1./(-Y(I))
      GO TO 30
27   WEIGHT=1.
      GO TO 30
29   WEIGHT=1./SIGMAY(I)**2.
      YYF=Y(I)-YFIT(I)
      YYF2=YYF*YYF
30   CHISQ=CHISQ+WEIGHT*YYF2
C30   CHISQ=CHISQ+WEIGHT*(Y(I)-YFIT(I))**2.
C
C   DIVIDE BY NUMBER OF DEGREES OF FREEDOM
C
31   FREE=NFREE
32   FCHISQ=CHISQ/FREE
40   RETURN
      END

```

D.2 Programme d'interaction de deux particules

```

PROGRAM SDIM
COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),NUM(20)
COMMON/PARAM/A
COMMON/VN06FC/FCT(40)
OPEN(1,file='don.dat')
OPEN(3,file='res.dat')
READ(1,400)A
400 FORMAT(F8.4)
WRITE(3,365)A
365 FORMAT(1H , 'A=',F8.4)
FCT(1)=1.
DO 50 I=2,40
FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1.)/10.
50 CONTINUE
C

```

C IMAX TOTAL NUMBER OF S.P .ORBITS

C

READ(1,31)IMAX

31 FORMAT(I2)

WRITE(3,26)IMAX

26 FORMAT(I4)

DO 38 I=1,IMAX

READ(1,32)E(I),N(I),L(I),J(I),NUM(I)

32 FORMAT(F5.3,4I4)

WRITE(3,33)E(I),N(I),L(I),J(I),NUM(I)

33 FORMAT(1H , 'E=' ,F5.3, ' N L J=' ,3I4, '/2 NUM=' ,I4)

38 CONTINUE

60 READ(1,34)I1,I2,I3,I4,JP,ICON

34 FORMAT(6I2)

Y1=SDI(I1,I2,I3,I4,JP)

WRITE(3,35)JP,Y1

c 35 FORMAT(1H , 'MATRIX EL.=' ,E20.8)

35 FORMAT('JP='I2,3X, 'Y1='F12.8)

IF (ICON.EQ.0) GOTO 60

STOP

END

FUNCTION SDI(I1,I2,I3,I4,JP)

COMMON/PARAM/A

COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),NUM(20)

$XL = \text{SQRT}((J(1)+1.) * (J(2)+1.) * (J(3)+1.) * (J(4)+1.)) *$

$1(A / (2. * JP + 1.)) *$

$1((-1)**((J(2)+J(4))/2+L(1)+L(3)) * (1+(-1)**(L(3)+L(4)+JP)) *$

$1VN02BA(J(I1),J(I2),2*JP,1,-1,0) *$

$1VN02BA(J(I3),J(I4),2*JP,1,-1,0)$

SDI=XL

RETURN

END

```

C
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)
COMMON/VN06FC/FCT(40)
INTEGER Z,ZMIN,ZMAX,FASE
C VN02BA DENOTES THE CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENT
C <J1,M1,J2,M2 I J1,J2,J,M>
CC=0.
IF(M1+M2-M)20,1,20
1 IF(IABS(M1)-IABS(J1))2,2,20
2 IF(IABS(M2)-IABS(J2))3,3,20
3 IF(IABS(M)-IABS(J))4,4,20
4 IF(J-J1-J2)5,5,20
5 IF(J-IABS(J1-J2))20,6,6
6 ZMIN=0
IF(J-J2+M1)7,8,8
7 ZMIN=-J+J2-M1
8 IF(J-J1-M2+ZMIN)9,10,10
9 ZMIN=-J+J1+M2
10 ZMAX=J1+J2-J
IF(J2+M2-ZMAX)11,12,12
11 ZMAX=J2+M2
12 IF(J1-M1-ZMAX)13,14,14
13 ZMAX=J1-M1
14 DO 15 Z=ZMIN,ZMAX,2
JA=Z/2+1
JB=(J1+J2-J-Z)/2+1
JC=(J1-M1-Z)/2+1
JD=(J2+M2-Z)/2+1
JE=(J-J2+M1+Z)/2+1
JF=(J-J1-M2+Z)/2+1
FASE=(-1)**(Z/2)
F2=FASE
15 CC=CC+F2/(FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*

```

```

1FCT(JF))
JA=(J1+J2-J)/2+1
JB=(J1-J2+J)/2+1
JC=(-J1+J2+J)/2+1
JD=(J1+M1)/2+1
JE=(J1-M1)/2+1
JF=(J2+M2)/2+1
JG=(J2-M2)/2+1
JH=(J+M)/2+1
JI=(J-M)/2+1
JJ=(J1+J2+J+2)/2+1
F1=J+1
CC=SQRT(F1*FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*
1FCT(JF)*FCT(JG)*FCT(JH)*FCT(JI)/FCT(JJ))*CC
20 VN02BA=CC /SQRT(10.)
RETURN
END

```

D.3 Programme d'interaction de trois particules

```

PROGRAM TRP
COMMON/VN06FC/FCT(40)
FCT(1)=1.
DO 1 I=2,40
1 FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1.)/10.
OPEN(1,file='3d.dat')
OPEN(2,file='3r.dat')
READ(1,100)A,JA,JB,JC,JD,J1,J2
100 FORMAT(F8.4/4I2/2I2)
WRITE(2,200)JA,JB,JC,JD
200 FORMAT('JA='I2,3x,'JB='I2,3x,'JC='I2,3x,'JD='I2)
Y1=6*A*SQRT((JA+1.)*(JB+1.)*(JC+1.)*(JD+1.))/(3+6*(2.*J1+1.)*
1VN02B9(JA,JB,2*J1,JC,J2,2*J1))
Y2=(1/(2.*J1+1.)+4*VN02B9(JA,JB,2*J1,JC,J2,2*J1))*VN02BA(JA,JB,

```

```

12*J1,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2*J1,1,-1,0)
Y3=0.
DO 150 I=0,6,2
Y3=Y3+4*(2*J1+1)*VN02B9(JA,JB,2*I,JC,J2,2*J1)**2*VN02BA(JA,JB,2*
1I,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2*I,1,-1,0)
150 CONTINUE
WRITE(*,160)Y1,Y2,Y3
160 FORMAT('Y1='F15.10/'Y2='F15.10/'Y3='F15.10)
Y=-Y1*(Y2+Y3)
WRITE(2,300)A,J1,J2,Y
300 FORMAT('A='F8.4,3X,'J1='I2,3X,'J2='I2,3X,'Y='F10.6)
STOP
END
FUNCTION VN02B9(J1,J2,J3,L1,L2,L3)
COMMON/VN06FC/FCT(40)
CC=0.0
IF(J1+J2-J3) 20,1,1
1 IF(IABS( J1-J2)-J3) 2,2,20
2 IF (J1+J2+J3-2*((J1+J2+J3)/2)) 20,3,20
3 IF(J1+L2-L3) 20,4,4
4 IF (IABS(J1-L2)-L3) 5,5,20
5 IF (J1+L2+L3-2*((J1+L2+L3)/2)) 20,6,20
6 IF(L1+J2-L3) 20,7,7
7 IF(IABS(L1-J2)-L3) 8,8,20
8 IF(L1+J2+L3-2*((L1+J2+L3)/2)) 20,9,20
9 IF(L1+L2-J3) 20,10,10
10 IF(IABS(L1-L2)-J3) 11,11,20
11 IF(L1+L2+J3-2*((L1+L2+J3)/2)) 20,12,20
12 OMEGA=0.0
IF(J3) 37,38,37
37 IF(L3) 40,39,40
38 VN02B9=(-1.)*((J1+L2+L3)/2)/SQRT((FLOAT(J1)+1.)*(FLOAT(L2)+1.))
GO TO 41

```



```

39 VN02B9=(-1.)**(((J1+J2+J3)/2)/SQRT((FLOAT(J1)+1.)*(FLOAT(J2)+1.))
GO TO 41
40 IWMIN=J1+J2+J3
IF(IWMIN-J1-L2-L3) 13,14,14
13 IWMIN=J1+L2+L3
14 IF(IWMIN-L1-J2-L3) 15,16,16
15 IWMIN=L1+J2+L3
16 IF(IWMIN-L1-L2-J3) 17,18,18
17 IWMIN=L1+L2+J3
18 IWMAX=J1+J2+L1+L2
IF(IWMAX-J2-J3-L2-L3) 22,22,23
23 IWMAX=J2+J3+L2+L3
22 IF (IWMAX-J1-J3-L1-L3) 24,24,25
25 IWMAX=J1+J3+L1+L3
24 IF(IWMIN-IWMAX) 26,26,20
26 DO 701 IW = IWMIN,IWMAX,2
IW1=IW/2+2
IW2=(IW-J1-J2-J3)/2+1
IW3=(IW-J1-L2-L3)/2+1
IW4=(IW-L1-J2-L3)/2+1
IW5=(IW-L1-L2-J3)/2+1
IW6=(J1+J2+L1+L2-IW)/2+1
IW7=(J1+J3+L1+L3-IW)/2+1
IW8=(J2+J3+L2+L3-IW)/2+1
IF(IW-4*(IW/4)) 30,31,30
31 PH=1.0
GO TO 35
30 PH=-1.0
35 OMEGA=OMEGA+PH*FCT(IW1)/FCT(IW2)/FCT(IW3)/FCT(IW4)/FCT(IW5)
1/FCT(IW6)/FCT(IW7)/FCT(IW8)
701 CONTINUE
CC=OMEGA*VN02BB(J1,J2,J3,FCT)*VN02BB(J1,L2,L3,FCT)*VN02BB(L1,J2,L3
1,FCT)*VN02BB(L1,L2,J3,FCT)

```

```

20 VN02B9=CC*10.0
41 RETURN
END
FUNCTION VN02BB(J1,J2,J3,FCT)
DIMENSION FCT(40)
IW1=(J1+J2-J3)/2+1
IW2=(J1-J2+J3)/2+1
IW3=(-J1+J2+J3)/2+1
IW4=(J1+J2+J3+2)/2+1
FDELTA=SQRT(FCT(IW1)*FCT(IW2)*FCT(IW3)/FCT(IW4))
VN02BB=FDELTA/3.16227765
RETURN
END
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)
COMMON/VN06FC/FCT(40)
INTEGER Z,ZMIN,ZMAX,FASE
CCC VN02BA DENOTES THE CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENT
CCC <J1,M1,J2,M2 I J1,J2,J,M>
CC=0.
IF(M1+M2-M)20,1,20
1 IF(IABS(M1)-IABS(J1))2,2,20
2 IF(IABS(M2)-IABS(J2))3,3,20
3 IF(IABS(M)-IABS(J))4,4,20
4 IF(J-J1-J2)5,5,20
5 IF(J-IABS(J1-J2))20,6,6
6 ZMIN=0
IF(J-J2+M1)7,8,8
7 ZMIN=-J+J2-M1
8 IF(J-J1-M2+ZMIN)9,10,10
9 ZMIN=-J+J1+M2
10 ZMAX=J1+J2-J
IF(J2+M2-ZMAX)11,12,12
11 ZMAX=J2+M2

```

```

12 IF(J1-M1-ZMAX)13,14,14
13 ZMAX=J1-M1
14 DO 15 Z=ZMIN,ZMAX,2
    JA=Z/2+1
    JB=(J1+J2-J-Z)/2+1
    JC=(J1-M1-Z)/2+1
    JD=(J2+M2-Z)/2+1
    JE=(J-J2+M1+Z)/2+1
    JF=(J-J1-M2+Z)/2+1
    FASE=(-1)**(Z/2)
    F2=FASE
15 CC=CC+F2/(FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*
    1FCT(JF))
    JA=(J1+J2-J)/2+1
    JB=(J1-J2+J)/2+1
    JC=(-J1+J2+J)/2+1
    JD=(J1+M1)/2+1
    JE=(J1-M1)/2+1
    JF=(J2+M2)/2+1
    JG=(J2-M2)/2+1
    JH=(J+M)/2+1
    JI=(J-M)/2+1
    JJ=(J1+J2+J+2)/2+1
    F1=J+1
    CC=SQRT(F1*FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*
    1FCT(JF)*FCT(JG)*FCT(JH)*FCT(JI)/FCT(JJ))*CC
20 VN02BA=CC /SQRT(10.)
    RETURN
    END

```

D.4 Programme d'interaction de quatre particules

```

PROGRAM FRP
COMMON/VN06FC/FCT(40)

```

```

FCT(1)=1.
DO 1 I=2,40
1 FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1)/10.
OPEN(1,file='don.dat')
OPEN(2,file='res.dat')
READ(1,100)A,JA,JB,JC,JD,J1,J3,J
100 FORMAT(F8.4/4I2/3I2)
WRITE(2,200)A,JA,JB,JC,JD
200 FORMAT('A='F8.4/'JA='I2,3x,'JB='I2,3x,'JC='I2,3x,'JD='I2)
WRITE(2,300)J1,J3,J
300 FORMAT('J1='I2,3X,'J3='I2,3X,'J='I2)
Y1=(3*SQRT((JA+1.)*(JB+1.)*(JC+1.)*(JD+1.)))/(3+6*(2.*J1+1.))
c
Y2=(1+(-1)**J)*(((1/(2.*J1+1.))*VN02BA(JA,JB,2.*J1,1,-1,0)*
1VN02BA(JC,JD,2.*J1,1,-1,0))+((1/(2.*J3+1.))*
2VN02BA(JA,JB,2.*J3,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2.*J3,1,-1,0)))+
3(1+(-1)**J1)*(1+(-1)**J3)*(2.*J1+1.)*(2.*J3+1.)*
4((WINEJ(JA,JB,J1,JC,JD,J3,J1,J3,J)*
5VN02BA(JA,JB,2.*J1,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2.*J1,1,-1,0))+
6(((1+(-1)**J)*WINEJ(JA,JB,J1,JC,JD,J3,J3,J1,J)*
7VN02BA(JA,JB,2.*J3,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2.*J3,1,-1,0)))
c
Y3=0.
DO 150 J4=0,4,2
DO 150 J2=0,4,2
Y3=Y3+((((1+(-1)**J1)*(1+(-1)**J3))**2)*
1(2.*J1+1.)*(2.*J3+1.)*(2.*J2+1.)*(2.*J4+1.)*
2(WINEJ(JA,JB,J1,JC,JD,J3,J2,J4,J)**2)*(1/(2.*J2+1.))*
3VN02BA(JA,JB,2.*J2,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2.*J2,1,-1,0))
150 CONTINUE
Y=-A*Y1*(Y2+Y3)
WRITE(2,160)Y1,Y2,Y3,Y
160 FORMAT('Y1='F15.10/'Y2='F15.10/'Y3='F15.10/'Y='F15.10)

```

STOP

END

```
      FUNCTION WINEJ(J1,J2,J3,J4,J5,J6,J7,J8,J9)
      COMMON/VN06FC/FCT(40)
      WINEJ=0.
      IF(J1+J4-J7)2,1,1
1     IF(IABS(J1)-IABS(J4))3,3,2
3     IF(J1+J4+J7-2*((J1+J4+J7)/2))2,4,2
4     IF(J4+J5-J6)2,5,5
5     IF(IABS(J4-J5)-J6)6,6,2
6     IF(J4+J5+J6-2*((J4+J5+J6)/2))2,7,2
7     IF(J7+J8-J9)2,2,8
8     IF(IABS(J7-J8)-J9)9,9,2
9     IF(J7+J8+J9-2*((J7+J8+J9)/2))2,10,2
10    IF(J1+J2-J3)2,11,11
11    IF(IABS(J1-J2)-J3)12,12,2
12    IF(J1+J2+J3-2*((J1+J2+J3)/2))2,13,2
13    IF(J2+J5-J8)2,14,14
14    IF(IABS(J2-J5)-J8)15,15,2
15    IF(J2+J5+J8-2*((J2+J5+J8)/2))2,16,2
16    IF(J3+J6-J9)2,17,17
17    IF(IABS(J3-J6)-J9)18,18,2
18    IF(J3+J3+J9-2*((J3+J6+J9)/2))2,19,2
19    KMIN=MAX(IABS(J1-J9),IABS(J8-J4),IABS(J6-J2))
      KMAX=MIN0(J1+J9,J8+J4,J6+J2)
      DO 28 K=KMIN,KMAX,2
28    WINEJ=WINEJ+(-1)**K*(FLOAT(K)+1.)*VN02B9(J1,J4,J7,J8,J9,K)*
1VN02B9(J2,J5,J8,J4,K,J6)*VN02B9(J3,J6,J9,K,J1,J2)
2    RETURN
      END
      FUNCTION VN02B9(J1,J2,J3,L1,L2,L3)
      COMMON/VN06FC/FCT(40)
      CC=0.0
```

```

IF(J1+J2-J3) 20,1,1
1 IF(IABS(J1-J2)-J3) 2,2,20
2 IF (J1+J2+J3-2*((J1+J2+J3)/2)) 20,3,20
3 IF(J1+L2-L3) 20,4,4
4 IF (IABS(J1-L2)-L3) 5,5,20
5 IF (J1+L2+L3-2*((J1+L2+L3)/2)) 20,6,20
6 IF(L1+J2-L3) 20,7,7
7 IF(IABS(L1-J2)-L3) 8,8,20
8 IF(L1+J2+L3-2*((L1+J2+L3)/2)) 20,9,20
9 IF(L1+L2-J3) 20,10,10
10 IF(IABS(L1-L2)-J3) 11,11,20
11 IF(L1+L2+J3-2*((L1+L2+J3)/2)) 20,12,20
12 OMEGA=0.0
IF(J3) 37,38,37
37 IF(L3) 40,39,40
38 VN02B9=(-1.)**((J1+L2+L3)/2)/SQRT((FLOAT(J1)+1.)*(FLOAT(L2)+1.))
GO TO 41
39 VN02B9=(-1.)**((J1+J2+J3)/2)/SQRT((FLOAT(J1)+1.)*(FLOAT(J2)+1.))
GO TO 41
40 IWMIN=J1+J2+J3
IF(IWMIN-J1-L2-L3) 13,14,14
13 IWMIN=J1+L2+L3
14 IF(IWMIN-L1-J2-L3) 15,16,16
15 IWMIN=L1+J2+L3
16 IF(IWMIN-L1-L2-J3) 17,18,18
17 IWMIN=L1+L2+J3
18 IWMAX=J1+J2+L1+L2
IF(IWMAX-J2-J3-L2-L3) 22,22,23
23 IWMAX=J2+J3+L2+L3
22 IF (IWMAX-J1-J3-L1-L3) 24,24,25
25 IWMAX=J1+J3+L1+L3
24 IF(IWMIN-IWMAX) 26,26,20
26 DO 701 IW = IWMIN,IWMAX,2

```

```

IW1=IW/2+2
IW2=(IW-J1-J2-J3)/2+1
IW3=(IW-J1-L2-L3)/2+1
IW4=(IW-L1-J2-L3)/2+1
IW5=(IW-L1-L2-J3)/2+1
IW6=(J1+J2+L1+L2-IW)/2+1
IW7=(J1+J3+L1+L3-IW)/2+1
IW8=(J2+J3+L2+L3-IW)/2+1
IF(IW-4*(IW/4)) 30,31,30
31 PH=1.0
GO TO 35
30 PH=-1.0
35 OMEGA=OMEGA+PH*FCT(IW1)/FCT(IW2)/FCT(IW3)/FCT(IW4)/FCT(IW5)
1/FCT(IW6)/FCT(IW7)/FCT(IW8)
701 CONTINUE
CC=OMEGA*VN02BB(J1,J2,J3,FCT)*VN02BB(J1,L2,L3,FCT)*VN02BB(L1,J2,L3
1,FCT)*VN02BB(L1,L2,J3,FCT)
20 VN02B9=CC*10.0
41 RETURN
END
FUNCTION VN02BB(J1,J2,J3,FCT)
DIMENSION FCT(40)
IW1=(J1+J2-J3)/2+1
IW2=(J1-J2+J3)/2+1
IW3=(-J1+J2+J3)/2+1
IW4=(J1+J2+J3+2)/2+1
FDELTA=SQRT(FCT(IW1)*FCT(IW2)*FCT(IW3)/FCT(IW4))
VN02BB=FDELTA/3.16227765
RETURN
END
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)
COMMON/VN06FC/FCT(40)
INTEGER Z,ZMIN,ZMAX,FASE

```

CCC VN02BA DENOTES THE CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENT

CCC <J1,M1,J2,M2 I J1,J2,J,M>

CC=0.

IF(M1+M2-M)20,1,20

1 IF(IABS(M1)-IABS(J1))2,2,20

2 IF(IABS(M2)-IABS(J2))3,3,20

3 IF(IABS(M)-IABS(J))4,4,20

4 IF(J-J1-J2)5,5,20

5 IF(J-IABS(J1-J2))20,6,6

6 ZMIN=0

IF(J-J2+M1)7,8,8

7 ZMIN=-J+J2-M1

8 IF(J-J1-M2+ZMIN)9,10,10

9 ZMIN=-J+J1+M2

10 ZMAX=J1+J2-J

IF(J2+M2-ZMAX)11,12,12

11 ZMAX=J2+M2

12 IF(J1-M1-ZMAX)13,14,14

13 ZMAX=J1-M1

14 DO 15 Z=ZMIN,ZMAX,2

JA=Z/2+1

JB=(J1+J2-J-Z)/2+1

JC=(J1-M1-Z)/2+1

JD=(J2+M2-Z)/2+1

JE=(J-J2+M1+Z)/2+1

JF=(J-J1-M2+Z)/2+1

FASE=(-1)**(Z/2)

F2=FASE

15 CC=CC+F2/(FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*

1FCT(JF))

JA=(J1+J2-J)/2+1

JB=(J1-J2+J)/2+1

JC=(-J1+J2+J)/2+1


```

JD=(J1+M1)/2+1
JE=(J1-M1)/2+1
JF=(J2+M2)/2+1
JG=(J2-M2)/2+1
JH=(J+M)/2+1
JI=(J-M)/2+1
JJ=(J1+J2+J+2)/2+1
F1=J+1
CC=SQRT(F1*FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*
1FCT(JF)*FCT(JG)*FCT(JH)*FCT(JI)/FCT(JJ))*CC
20 VN02BA=CC /SQRT(10.)
RETURN
END

```

D.5 Programme d'interaction particule-particule

```

PROGRAM SDIM
COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),NUM(20)
COMMON/PARAM/A
COMMON/VN06FC/FCT(40)
OPEN(1,file='don.dat')
OPEN(3,file='res.dat')
READ(1,400)A
400 FORMAT(F8.4)
WRITE(3,365)A
365 FORMAT(1H , 'A=',F8.4)
c READ(1,*)T
c WRITE(3,*)T
FCT(1)=1.
DO 50 I=2,40
FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1.)/10.
50 CONTINUE
C
C IMAX TOTAL NUMBER OF S.P .ORBITS

```

C

```
READ(1,31)IMAX
31 FORMAT(I2)
WRITE(3,26)IMAX
26 FORMAT(I4)
DO 38 I=1,IMAX
READ(1,32)E(I),N(I),L(I),J(I),NUM(I)
32 FORMAT(F5.3,4I4)
WRITE(3,33)E(I),N(I),L(I),J(I),NUM(I)
33 FORMAT(1H , 'E=',F5.3, ' N L J=',3I4, '/2 NUM=',I4)
38 CONTINUE

60 READ(1,34)I1,I2,I3,I4,JP,IT,ICON
34 FORMAT(7I2)
Y1=SDI(I1,I2,I3,I4,IT,JP)
WRITE(3,35)JP,IT,Y1
c 35 FORMAT(1H , 'MATRIX EL.=',E20.8)
35 FORMAT('JP='I2,'IT='I2,3X,'Y1='F12.8)
IF (ICON.EQ.0) GOTO 60
STOP
END
FUNCTION SDI(I1,I2,I3,I4,IT,JP)
COMMON/PARAM/A
COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),NUM(20)

XL=SQRT((J(1)+1.)*(J(2)+1.)*(J(3)+1.)*(J(4)+1.))*
1((-1)**(N(1)+N(2)+N(3)+N(4)))*(A/(2.*JP+1.))*
1(((-1)*(1+(-1)**(L(3)+L(4)+JP+IT)))*
1VN02BA(J(I1),J(I2),2*JP,1,-1,0)*
1VN02BA(J(I3),J(I4),2*JP,1,-1,0))+
1((VN02BA(J(I1),J(I2),2*JP,1,1,2)*
1VN02BA(J(I3),J(I4),2*JP,1,1,2))*(1+(-1)**IT)))
SDI=XL
RETURN
```

```

END
C
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)
COMMON/VN06FC/FCT(40)
INTEGER Z,ZMIN,ZMAX,FASE
C VN02BA DENOTES THE CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENT
C <J1,M1,J2,M2 I J1,J2,J,M>
C
CC=0.
IF(M1+M2-M)20,1,20
1 IF(IABS(M1)-IABS(J1))2,2,20
2 IF(IABS(M2)-IABS(J2))3,3,20
3 IF(IABS(M)-IABS(J))4,4,20
4 IF(J-J1-J2)5,5,20
5 IF(J-IABS(J1-J2))20,6,6
6 ZMIN=0
IF(J-J2+M1)7,8,8
7 ZMIN=-J+J2-M1
8 IF(J-J1-M2+ZMIN)9,10,10
9 ZMIN=-J+J1+M2
10 ZMAX=J1+J2-J
IF(J2+M2-ZMAX)11,12,12
11 ZMAX=J2+M2
12 IF(J1-M1-ZMAX)13,14,14
13 ZMAX=J1-M1
14 DO 15 Z=ZMIN,ZMAX,2
JA=Z/2+1
JB=(J1+J2-J-Z)/2+1
JC=(J1-M1-Z)/2+1
JD=(J2+M2-Z)/2+1
JE=(J-J2+M1+Z)/2+1
JF=(J-J1-M2+Z)/2+1
FASE=((-1)**(Z/2))

```

```

F2=FASE
15 CC=CC+F2/(FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*
  1FCT(JF))
JA=(J1+J2-J)/2+1
JB=(J1-J2+J)/2+1
JC=(-J1+J2+J)/2+1
JD=(J1+M1)/2+1
JE=(J1-M1)/2+1
JF=(J2+M2)/2+1
JG=(J2-M2)/2+1
JH=(J+M)/2+1
JI=(J-M)/2+1
JJ=(J1+J2+J+2)/2+1
F1=J+1
CC=SQRT(F1*FCT(JA)*FCT(JB)*FCT(JC)*FCT(JD)*FCT(JE)*
  1FCT(JF)*FCT(JG)*FCT(JH)*FCT(JI)/FCT(JJ))*CC
20 VN02BA=CC /SQRT(10.)
RETURN
END

```

Bibliographie

- [1] W. D. Myers, W. J. Swiatecki, P. Möller, J. R. Nix, *At. Data. Nucl. Data. Tables* 61 (1995) 127.
- [2] C. Thibault, R. Klapisch, C. Rigaud, A. M. Poskanzer, R. Prieels, L. Lessard, W. Reusdorf, *Phys. Rev. C* 12 (1975) 644.
- [3] C. Detraz, D. Gillemaud, G. Huber, R. klapisch, M. Langevin, F. Naulin, C. Thibault, L. C. Carraz, F. Touchard, *Phys. Rev. C* 19 (1979) 164.
- [4] W. Chung, B. H. Wildenthal, *Phys. Rev. C* 22 (1980) 2260.
- [5] A. Poves, J. Retamosa, *Phys. Lett. B* 184 (1987) 311.
- [6] E. K. Warburton, J. A. Becker, D. J. Millener, B. A. Brown, BNL Report 40890, 1987.
- [7] E. K. Warburton, J. A. Becker, B. A. Brown, *Phys. Rev. C* 41 (1990) 1147.
- [8] S. Nummela, P. Baumann, E. Caurier, P. Dessagne, A. Jokinen, A. Knipper, G. Le Scornet, C. Miché, F. Nowacki, M. Oinonen, Z. Radivojevic, M. Ramdhane, G. Walter, J. Åyströ, et la collaboration de ISOLDE. *Phys. Rev. C* 63 (2001) 44316.
- [9] W. E. Myerhof, *Eléments de Physique Nucléaire* (Dunod, Paris, 1970).
- [10] D. Blanc, *Physique Nucléaire* (Masson, Paris/New York/Barcelone/Milan, 1980).
- [11] W. D. Myers, W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.* 81 (1966) 1.
- [12] P. Möller, J. R. Nix, *Nucl. Phys. A* 361 (1981) 117.
- [13] W. D. Myers, *At. Data. Nucl. Data Tables* 17 (1976) 411.
- [14] S. Khaled, M. Ramdhane, F. Benrachi, *Eur. Phys. J. A* 22 (2004) 17-21.
- [15] S. Khaled, *Mémoire de Magister* (Université Mentouri – Constantine, 2002).
- [16] B. Firestone et al., *Table of isotopes* (Wiley, New York, 1996).
- [17] K. Mahboub, *Thèse de Magister* (Université Mentouri – Constantine, 2000).

- [18] P.R. Bevington, *Data Reduction and Error Analysis in the Physical Sciences* (McGraw-Hill, New York, 1st ed. 1969).
- [19] J. Duffo, *Nucl. Phys.* A576 (1994) 29-64.
- [20] G. Audi, A.H. Wapstra, C. Thibault, *Nucl. Phys.* A729 (2003) 337-404.
- [21] S. Khaled, M. Ramdhane, *Braz. J. Phys.* 37 (2007) 1332-1334.
- [22] J. Duffo, A.P. Zuker, *Phys. Rev.* C52 (1995) 23-27.
- [23] W.E. Myerhof, *Eléments de Physique Nucléaire* (Dunod, Paris, 1970).
- [24] P. Orianna, *Thèse de doctorat des sciences* (Université Paris XI Orsay – France, 2004).
- [25] L. Valentin, *Physique Atomique* (OPU, Alger, 1989) Tome II.
- [26] M.G. Mayer, J.H.D. Jensen, *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure* (John Wiley & son, New York/London, 1960).
- [27] P.J. Brussaard, P.W.M. Glaudemans; *Shell Model Applications in Nuclear Spectroscopy* (North-Holland Publishing Com., Amsterdam/New York/Oxford, 1977).
- [28] T.T.S. Kuo, G.E. Brown; *Nucl. Phys.* 85 (1966) 40-86.
- [29] A. Boukhellout, *thèse de Magister* (Université Mentouri – Constantine, 2001).
- [30] R. D. Lawson; *Theory of Nuclear Shell Model* (ANL Press Oxford, 1980).
- [31] A. deShalit, *Theoretical Nuclear Physics, Volume I : Nuclear Structure* (John Wiley & Sons, Inc., 1974).
- [32] A. deShalit, *Phys. Rev.* 122 (1961) 1530.
- [33] Y. Utsono et al., *Phys. Rev.* C70 (2004) 044307.
- [34] N.K. Glendenning, K. Harada, *Nucl. Phys.* 72 (1965) 481-508.
- [35] M. Belleguic, *Phys. Rev.* C72 (2005) 054316.
- [36] G. Neyens et al., *Phys. Rev. Lett.* 94 (2005) 022501.
- [37] Pritychenko et al., *Phy. Rev.* C65 (2002) 061304.
- [38] *Comptes rendus du congrès international de physique nucléaire* (Dunod, Paris, 1959).
- [39] J.M. Eisenberg, W. Greiner; *Nuclear Models* (North-Holland Publishing Com., Amsterdam/Oxford/American Elsevier Publishing Com., New York, 1975) Vol I.
- [40] V.K. Thankappan, W.W. True; *Phys. Rev.* 137 (1965) B793.
- [41] M. Beuten, P. Van Leuven; *Nucl. Phys.* 32 (1962) 499.
- [42] R.K. Bansal, J.B. French; *Phys. Lett.* 11 (1964) 145.

- [43] L. Zamick; Phys. Lett. 19 (1965) 580.
- [44] R. Sherr, R. Kouzes, R. Del Vecchio; phys. Lett. B52 (1974) 401.
- [45] H.T. Fortune; Phys. Rev. C18 (1978) 1053.
- [46] A. Cunsolo, A. Foti, G. Immé, G. Pappalardo, G. Raciti; Phys. Lett. B124 (1983) 439.
- [47] S. Nummela, F. Nowacki, P. Baumann, E. Caurier, J. Cederkäll, S. Courtin, P. Dessagne, A. Jokinen, A. Knipper, G. Le Scornet, L.G. Lyapin, Ch. Miehé, M. Oinonen, E. Poirier, Z. Radivojevic, M. Ramdhane, W.H. Trzaska, G. Walter, J. Åyströ, et la collaboration de ISOLDE. Phys. Rev. C64 (2001) 54313.

:

.A~32

.

.A~32

.

.

:

.

Abstract:

The goal of this thesis work is to study the deformed mass region $A \sim 32$, called 'island of inversion'. To do so, it was necessary to develop a nuclear model able to resolve the anomaly problems observed between experiment and theory for binding energies (masses) and excitation energies caused by this deformation.

In the context of weak coupling, a model was developed and applied in this work for calculating binding energies for the $A \sim 32$ mass nuclei. The results obtained are in good agreement with those of experiment. This confirms that the model developed represents a good approximation for the study of this mass region.

Keywords:

Binding energy, mass, excitation energy, island of inversion, deformation, weak coupling.

Résumé:

Ce travail a pour but d'étudier la région de masse déformée $A \sim 32$, appelée "île d'inversion". Pour cela, il était nécessaire de développer un modèle nucléaire capable de résoudre les problèmes d'anomalies observées entre l'expérience et la théorie pour les énergies de liaison (masses) et les énergies d'excitation causés par cette déformation.

Dans le cadre du couplage faible, un modèle a été développé et appliqué dans ce travail pour le calcul des énergies de liaison des noyaux de la région $A \sim 32$. Les résultats obtenus sont en bon accord avec ceux de l'expérience. Ce qui confirme, que le modèle développé représente une meilleure approximation pour l'étude de cette région de masse.

Mots clés :

Energie de liaison, masse, énergie d'excitation, île d'inversion, déformation, couplage faible.