

CH
N° d'ordre : A.O.11.976

THÈSES

PRESENTEES
DEVANT L'UNIVERSITE DE NANCY I
POUR OBTENIR
LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR
PAR

Alain CAILLOCE
INGENIEUR ENSIC

Sujet de la première thèse

ETUDE DE LA CINETIQUE DE FLOTTATION
INFLUENCE DE LA MOUSSE EN SURFACE
DRAINAGE DU LIQUIDE INTERSTITIEL

Sujet de la deuxième thèse

SEPARATION PAR MEMBRANE LIQUIDE
SUIVANT LE PROCESSUS DE TRANSFERT FACILITE

Soutenues le 3 octobre 1975 devant la Commission d'Examen

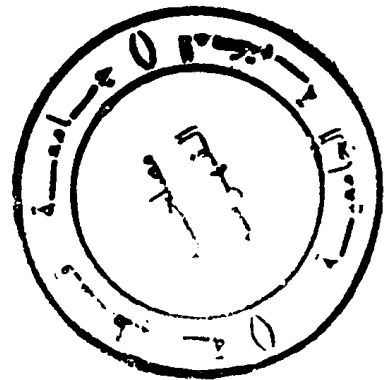
<i>MM. les Professeurs</i>	<i>P. LE GOFF</i>	<i>Président</i>
	<i>J. VILLERMAUX</i>	} <i>Examineurs</i>
	<i>C. PROST</i>	
	<i>D. DEFIVES</i>	<i>Invité</i>

N° d'ordre : A.O.11.976

THÈSES

PRESENTEES
DEVANT L'UNIVERSITE DE NANCY I
POUR OBTENIR
LE TITRE DE DOCTEUR-INGENIEUR
PAR

Alain CAILLOCE
INGENIEUR ENSIC



Sujet de la première thèse

ETUDE DE LA CINETIQUE DE FLOTTATION
INFLUENCE DE LA MOUSSE EN SURFACE
DRAINAGE DU LIQUIDE INTERSTITIEL

Sujet de la deuxième thèse

SEPARATION PAR MEMBRANE LIQUIDE
SUIVANT LE PROCESSUS DE TRANSFERT FACILITE

54/10560

Soutenues le 3 octobre 1975 devant la Commission d'Examen

MM. les Professeurs P. LE GOFF	Président
J. VILLERMAUX	} Examineurs
C. PROST	
D. DEFIVES	Invité

Je suis sensible à l'honneur que me fait Monsieur le Professeur P. LE GOFF pour avoir bien voulu présider la commission d'examen.

J'adresse mes remerciements à Monsieur le Professeur J. VILLERMAUX et à Monsieur le Professeur C. PROST pour avoir accepté de faire partie du jury.

Je remercie Monsieur D. DEFIVES et Monsieur A. ROJEY pour l'aide qu'ils m'ont prodiguée dans l'élaboration de cette thèse.

En la personne de Monsieur J. DURANDET, je remercie l'INSTITUT FRANCAIS DU PETROLE pour les moyens matériels qui ont été mis à ma disposition.

Enfin, je tiens à associer à ces remerciements toutes les personnes qui ont participé à la frappe et à l'impression de cette thèse, en particulier Madame MICHAUD de la Division Engineering-Ventes de l'Institut Français du Pétrole.

PLAN GENERAL DE LA THESE

	Pages
<u>PRINCIPALES NOTATIONS</u>	
<u>LISTE DES FIGURES</u>	
<u>LISTE DES TABLEAUX</u>	
<u>INTRODUCTION GENERALE</u>	1
<u>CHAPITRE 1</u> : DETERMINATION DE LA TAILLE DE BULLES PRODUITES A PARTIR D'UN VERRE FRITTE.....	5
<u>CHAPITRE 2</u> : CINETIQUE DE FLOTTATION.....	29
<u>CHAPITRE 3</u> : ETUDE DE L'EQUILIBRE MECANIQUE DU SYSTEME BULLE PARTICULE SOLIDE CALCUL DE L'ENERGIE DE STABILITE.....	75
<u>CHAPITRE 4</u> : ETUDE DU DRAINAGE DE L'HUILE DANS LA MOUSSE INFLUENCE DE LA PRESENCE D'UNE PHASE AUXILIAIRE.....	89
<u>CONCLUSION</u>	109
<u>ANNEXES</u>	111
<u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	157

PRINCIPALES NOTATIONS

a, b, c	dimensions de la particule parallélépipédique	(L)
a	rapport r/R	(-)
\bar{A}	constante du modèle de KUMAR-KULLOOR	(-)
A_1	constante du modèle de captation à un paramètre	(M^{-1})
A_2	constante du modèle de captation à un paramètre	(-)
\bar{A}_G	Aire totale des bulles de la phase liquide arrivant, par unité de temps, au contact de la mousse	($L^2 T^{-1}$)
A_{CP}	Aire de la section droite d'un capillaire de PLATEAU	(L^2)
A_R	Aire de la section droite du volume de mousse	(L^2)
—————		
B	constante du modèle de captation à un paramètre	($M^2 T^{-1}$)
B	constante du modèle de KUMAR-KULLOOR	($L^{-2} T^{-1}$)
—————		

C	concentration du solide à l'instant t	(ML-3)
C _{RO}	concentration en solide dans le réacteur avant manipulation	(ML-3)
C _{RI}	concentration en solide dans le réacteur à la fin de la manipulation	(ML-3)
C _{TO}	concentration en solide dans le bac tampon avant manipulation	(ML-3)
C _{TI}	concentration en solide dans le bac tampon à la fin de la manipulation	(ML-3)
C _O	constante caractérisant la géométrie d'un capillaire de PLATEAU	(-)
\bar{C}	constante du modèle de KUMAR-KULLOOR	(L ² T-1)
<hr/>		
d _f	diamètre de pore du verre fritté	(L)
d _L	diamètre de bulle dans la phase liquide	(L)
d _M	diamètre de bulle dans la mousse	(L)
\bar{d}	diamètre de SAUTER	(L)
D	constante du modèle de captation à un paramètre	(MT ^{-1/2})
\bar{D}	constante du modèle de KUMAR-KULLOOR	(L ³ T-1)
<hr/>		
e	épaisseur du film séparant deux bulles voisines dans la mousse	(L)
E	rétention en liquide de la mousse	(-)

\bar{E}	constante du modèle de KUMAR-KULLOOR	(LT ⁻¹)
<hr/>		
f	flux de bulles arrivant dans la mousse	(T ⁻¹)
F	constante du modèle de captation à un paramètre	(MT ⁻¹)
<hr/>		
g	accélération de la pesanteur	(LT ⁻²)
G	débit de gaz pour une section unité du volume de mousse	(LT ⁻¹)
<hr/>		
h	hauteur immergée de la particule solide dans la phase liquide	(L)
h _o	position de la prise de pression statique par rapport au fond du verre fritté	(L)
h ₁	hauteur d'immersion du système bulle-particule dans la phase liquide	(L)
H	hauteur de phase liquide	(L)
H _o	hauteur de la phase liquide au repos dans le verre fritté	(L)
<hr/>		
K	constante de vitesse	(L ³ⁿ T ⁻¹ M ¹⁻ⁿ)
K	rapport $\frac{A_2}{SHxA_1}$, constante du modèle de captation à trois paramètres	(ML ⁻³)
<hr/>		

l	hauteur de la particule cylindrique	(L)
<hr/>		
m_o	masse de solide à l'instant initial dans le réacteur	(M)
m_s	masse de solide retenu dans la mousse, à l'instant t	(M)
<hr/>		
n_M	nombre de bulles par unité de temps dans la mousse	(T ⁻¹)
\dot{n}	nombre de collisions par unité de temps et de volume	(T ⁻¹ L ⁻³)
n_{SA}	nombre de sites actifs par unité de surface	(L ⁻²)
n_{SR}	nombre de particules qui retombent par unité de temps	(T ⁻¹)
N'	concentration en bulles dans la phase liquide	(L ⁻³)
N_s	nombre de particules dans la mousse à l'instant t	(-)
N_T	nombre de chocs par temps de séjour moyen d'une bulle dans la phase liquide	(-)
<hr/>		
P	constante de temps du modèle de captation à un paramètre	(T ⁻¹)
P'	degré de couverture	(-)
P_o	pression statique dans la phase liquide	(ML ⁻¹ T ⁻²)
P	pression dans la bulle après captation	(ML ⁻¹ T ⁻²)

P_G	pression à l'intérieur d'une bulle dans la mousse	($ML^{-1}T^{-2}$)
P_O	pression dans la bulle avant captation	($ML^{-1}T^{-2}$)
P_n	polynôme de Legendre de lère espèce, de degré n	(-)
P_{kn}	fonction de Legendre associée de lère espèce	(-)
<hr/>		
q	débit gazeux global	(L^3T^{-1})
q_F	débit de fuite	(L^3T^{-1})
Q	débit gazeux traversant un seul pore du verre fritté	(L^3T^{-1})
<hr/>		
r	rayon d'une particule sphérique	(L)
r_{CP}	rayon de courbure du capillaire de PLATEAU	(L)
REQ	rayon équivalent	(L)
R_1	vitesse de collision	(MT^{-1})
R_2	vitesse caractérisant le flux de départ de particules captées	(MT^{-1})
R_c	vitesse de captation	(MT^{-1})
R_R	vitesse de reflux	(MT^{-1})
R_e	nombre de Reynolds	(-)

R_T	vitesse de flottation	(MT^{-1})
\bar{R}_1	rayon moyen de bulle local	(L)
\bar{R}	rayon de bulle dans la phase liquide	(L)
<hr/>		
s	aire de la section droite de la branche large du manomètre annexe	(L^2)
S	aire de la section droite du verre fritté	(L^2)
S	coefficient de glissement	($M^{-1} L^2 T^2$)
S_L	apport de surface commune du flux de bulles arrivant au contact de la mousse	($L^2 T^{-1}$)
S_M	apport de surface par unité de temps dans la mousse	($L^2 T^{-1}$)
S_R	surface commune entre une particule et une bulle	(L^2)
S_S	manque de surface disponible dans la mousse par unité de temps	($L^2 T^{-1}$)
<hr/>		
t	temps	(T)
T	température	(-)
T	constante du modèle de KUMAR-KULOOR	(L^3)
<hr/>		
U	vitesse relative de la bulle par rapport à la particule	(LT^{-1})

U_1	vitesse relative à l'instant t du liquide par rapport à la bulle	(LT^{-1})
U_{1r}	composante radiale de la vitesse relative u_1	(LT^{-1})
u_{pr}	composante radiale de la vitesse à l'instant t de la particule par rapport à la bulle	(LT^{-1})
u_{pt}	vitesse terminale de chute libre de la particule solide	(LT^{-1})
<hr/>		
v_h	volume d'huile retenue dans la mousse à l'instant t	(L^3)
v_{S1}	vitesse superficielle	(LT^{-1})
v_{S2}	vitesse de montée du liquide dans la mousse	(LT^{-1})
v	volume de la bulle à l'instant t	(L^3)
v_1	volume de la bulle à la fin de la première étape	(L^3)
v_2	volume final de la bulle à la fin de l'étape de détachement	(L^3)
\bar{v}_i	vitesse moyenne locale d'une bulle	(LT^{-1})
<hr/>		
w	indice de coalescence	(-)
W	énergie de stabilité	($ML^2 T^{-2}$)
<hr/>		
x	rapport $\frac{S_L}{S_M}$	(-)

x_G rétention moyenne de gaz globale (-)

x_I rétention en gaz moyenne entre le fond
du verre fritté et le plan de la prise
de pression (-)

x_{SUP} rétention en gaz moyenne au-dessus du
plan de la prise de pression (-)

y masse de solide à l'instant t
dans la phase de liquide (M)

LETTRES GRECQUES

α	angle d'accrochage pour une particule sphérique	(-)
β	angle de contact	(-)
γ	tension interfaciale ou superficielle	(MT^{-2})
δ	longueur du côté d'un dodécaèdre régulier	(L)
δ_R	dénivellation mesurée dans la branche large du manomètre annexe, par rapport à une rétention en gaz nulle	(L)
ΔH	dénivellation dans le verre fritté	(L)
ΔP_0	surpression dans la bulle	($ML^{-1}T^{-2}$)
ϵ	rétention en gaz dans la mousse	(-)
λ	constante du modèle de captation à 1 paramètre	(T^{-1})
$\lambda_{cp} = P - P_L$	gz, P étant la pression statique	($ML^{-1}T^{-2}$)
$\bar{\lambda}$	temps d'induction	(T)
μ	viscosité dynamique	($ML^{-1}T^{-1}$)
π	= 3,141592	
ν	viscosité cinématique	($L^2 T^{-1}$)
ρ_G	masse volumique du gaz	(ML^{-3})
ρ_L	masse volumique du liquide	(ML^{-3})

ρ_s	masse volumique du solide	(ML ⁻³)
τ	temps de fonctionnement	(T)
φ	potentiel des vitesses	(L ² T ⁻¹)
χ	facteur de dissymétrie	(-)
θ	facteur d'efficacité	(-)

INDICES

CP	capillaire de PLATEAU
g	phase gazeuse
h	phase huile
l	phase liquide
M	phase mousse
RO	réacteur avant manipulation
Rl	réacteur après manipulation
s	phase solide
SA	sites actifs du verre fritté
TO	bac tampon avant manipulation
Tl	bac tampon après manipulation

LISTE DES FIGURES

- 1 Technique des mesures manométriques
2. Les deux étapes de formation du modèle de KUMAR-KULOOR.....
- 3 Modèle de KUMAR-KULOOR-système EAU + GLYCEROL - Influence de la viscosité cinématique
- 4 Modèle de KUMAR-KULOOR : influence du débit gazeux Q en prenant le diamètre d_f de pore comme paramètre.....
- 5 Rayon moyen de bulle - CAS 1 : $\nu = 0,01005$ stoke.....
- 6 Rayon moyen de bulle - CAS 2 : $\nu = 0,0137$ stoke.....
- 7 Rayon moyen de bulle - CAS 3 : $\nu = 0,0282$ stoke.....
- 8 Rayon moyen de bulle - CAS 4 : $\nu = 0,0732$ stoke.....
- 9 Rayon moyen de bulle - CAS 5 : $\nu = 0,766$ stoke.....
- 10 Schéma de l'appareillage fonctionnant en discontinu
- 11 Schéma de l'appareillage fonctionnant en semi-continu.....
- 12 Influence de la granulométrie du solide - Résultats expérimentaux.
- 13 Lignes de courant en écoulement potentiel
- 14 Influence du temps de fonctionnement - $\bar{r} = 115\mu$ - $q = 1.46$ cc/s
- 15 Influence du temps de fonctionnement - $\bar{r} = 48\mu$ - $q = 1.46$ cc/s
- 16 Influence du temps de fonctionnement - $\bar{r} = 115\mu$ - $q = 0.71$ cc/s
- 17 Influence du temps de fonctionnement - $\bar{r} = 48\mu$ - $q = 0.71$ cc/s
- 18 Influence du temps de fonctionnement - Résultats expérimentaux dans le cas du système {verre + eau + glycérol}
- 19 Influence du rayon moyen de grain
- 20 Influence du débit gazeux global Q
- 21 Influence du débit gazeux - $\bar{r} = 115\mu$
- 22 Influence du débit gazeux - Cas du verre
- 23 Influence de la concentration initiale - Exemple 1
- 24 Influence de la concentration initiale - Exemple 2

45	Vue de face du tensiomètre superficiel à main LECOMTE DU NOUY
46	Modèle à trois bulles
47	Profils de bulles-Influence du paramètre K
48	Cas de l'interface {gaz-liquide} initialement plat et d'une particule sphérique

LISTE DES TABLEAUX

	Pages
1 Méthodes de séparation par fixation sur bulle	2
2 Mesures manométriques - CAS 1 : Diamètre de pore = 10 microns - 1 litre d'eau pure, soit $\nu = 1,005 \times 10^{-2}$ stoke	17
3 Mesures manométriques - CAS 2 : Diamètre de pore = 10 microns - 100 cm ³ de glycérol + 900 cm ³ H ₂ O	18
4 Mesures manométriques - CAS 3 : Diamètre de pore = 10 microns - 300 cm ³ de glycérol + 700 cm ³ H ₂ O	19
5 Mesures manométriques - CAS 4 : Diamètre de pore = 10 microns - 500 cm ³ de glycérol + 500 cm ³ H ₂ O	20
6 Mesures manométriques - CAS 5 : Diamètre de pore = 10 microns - 800 cm ³ de glycérol + 200 cm ³ H ₂ O	21
7a Effets des divers facteurs influant sur la taille des bulles à et leur formation prédite par le modèle de KUMAR-KULLOOR	24 et 2
7b	
8 Influence du débit gazeux Q, le diamètre de pore du verre fritté d _f étant le paramètre	26
9 Influence de la viscosité cinématique ν sur le modèle de KUMAR-KULLOOR	27
10 Calcul de la fréquence	28
11 Influence du temps de fonctionnement - Résultats expérimentaux pour diverses conditions opératoires	43
12 Influence du temps de fonctionnement dans le cas du système {verre + eau + glycérol}	44
13 Influence du rayon moyen de grain - Résultats expérimentaux ...	45
14 Influence du débit gazeux - Résultats expérimentaux - $\bar{r} = 35\mu$	46
15 Influence du débit gazeux - Résultats expérimentaux - $\bar{r} = 115\mu$	47
16 Influence du débit gazeux dans le cas du verre	49
17 Influence de la concentration initiale - Exemple 1	56
18 Influence de la concentration initiale - Exemple 2	57
19 Influence de la concentration initiale - Exemple 3	58
20 Influence de la concentration initiale - Exemple 4	59

21	Modèle de captation "complet", avec flux de retour appliqué à l'influence de la concentration initiale en solide	60
22	Influence de la dilution - Résultats expérimentaux et calcul du facteur w	63
23	Nombre de chocs total, en écoulement visqueux, pour une bulle non-chargée	71
24	Nombre de chocs total, en écoulement visqueux, pour une bulle à demi-recouverte de solide	72
25	Nombre de chocs total en écoulement potentiel	72
26	Caractéristiques de l'huile "250 Neutral Solvent".....	114
27	Variations de la viscosité dynamique du glycérol avec la température	115
28	Viscosité du mélange {eau-glycérol} à 20°C.....	116
29	Viscosité du mélange {huile 250NS - trichloréthylène}	116
30	Viscosité du mélange {huile 250NS - Cétane}	117
31	Tension superficielle/air du mélange {eau + glycérol} à 20°C	120
32	Tension superficielle/air du mélange {eau + glycérol + teepol} à 20°C	120
33	Tensions superficielle et interfaciale du système {eau + mélange (huile 250NS - trichloréthylène)}	121

I N T R O D U C T I O N G E N E R A L E

Le travail que nous présentons traite d'une méthode de séparation par fixation de particules solides suivant un processus de flottation.

Le tableau (1) fait la synthèse des différentes méthodes de séparation par fixation sur bulles.

En suivant sa nomenclature, notre travail s'insère donc dans le cadre de la macroflottation.

Contrairement à la flottation classique qui assure une séparation entre deux solides au sein d'une phase liquide, il s'agit essentiellement pour nous de réaliser la séparation d'un solide de la phase liquide où il se trouve.

Cette méthode de séparation trouve une application importante dans le déparaffinage d'huiles.

Du point de vue descriptif, elle se caractérise par la montée de bulles de gaz à travers l'huile refroidie avec captation sur leur surface de cristaux de paraffine qui se séparent en formant une mousse au-dessus de l'huile.

Ce domaine d'application est d'un réel intérêt puisqu'en effet, actuellement, dans le but d'extraire les paraffines cristallisables contenues dans les huiles de lubrification, l'industrie utilise des procédés qui nécessitent des installations très coûteuses.

Les procédés les plus courants font intervenir un refroidissement des huiles brutes, suivi d'une filtration des paraffines ainsi cristallisées.

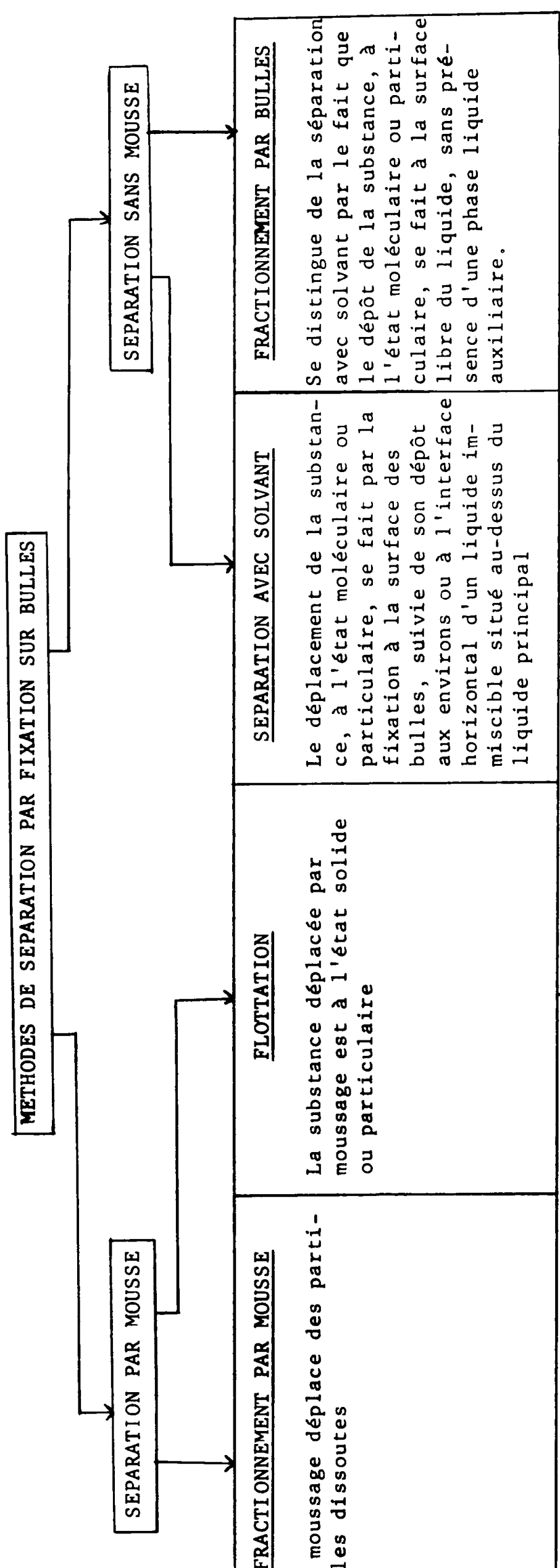
L'installation standard de déparaffinage comprend des batteries de filtres à tambour rotatif, de plusieurs mètres de diamètre, avec lavage du gâteau par des quantités importantes de solvant, traitant les paraffines issues de tubes refroidis extérieurement et possédant des râcleurs mécaniques pour lutter contre la prise en masse.

Dans ces conditions, la méthode de séparation étudiée permettrait, dans le même réacteur, de réaliser la cristallisation des paraffines par un refroidissement à contact direct, ainsi qu'une première séparation des cristaux, sans avoir recours au moindre filtre.

Dans la mesure où elle serait utilisée à l'échelle industrielle, son intérêt sur le plan économique paraît également évident.

Des applications intéressantes pourraient aussi concerner la purification de produits organiques et celle des eaux usées industrielles dans le but d'en éliminer les matières en suspension.

Ces matières peuvent soit se trouver déjà dans l'eau usée (pigments, huiles, fibres de cellulose), soit provenir d'un traitement chimique préalable (hydroxydes métalliques, phosphates ou fluorures de calcium). La plupart du temps, ces matières se trouvent à l'état très divisé ou sous forme colloïdale et il est alors nécessaire de commencer par les rassembler, par floculation, en particules plus aisément séparables.



<u>FLOTATION DE MINERAL</u> Opère la séparation du minéral de gangue	<u>MACROFLOTATION</u> Opère sur des macroparticules	<u>MICROFLOTATION</u> Opère surtout sur des micro-organismes	<u>FLOTATION PAR PRECIPITATION</u> Déplace un précipité, l'agent précipitant étant autre que le tensio-actif
<u>FLOTATIONS IONIQUE ET MOLECULAIRE</u> Déplacent par moussage le produit insoluble formé par un ion (une molécule) non tensio-actif (non tensio-active) avec un agent tensio-actif.		<u>FLOTATION PAR FIXATION SUR DES PARTICULES COLLOIDALES</u> Déplace des particules dissoutes adsorbées sur des particules colloïdales	

TABEAU I - METHODES DE SEPARATION PAR FIXATION SUR BULLES

La méthode de séparation la plus anciennement utilisée est la décantation suivie ou non de filtration.

Son application se révèle peu avantageuse dans le cas de certaines des impuretés mentionnées plus haut qui ont des densités, soit à peine supérieures à celle de l'eau, soit même franchement inférieures, ce qui rend leur décantation soit impossible, soit malaisée lorsqu'on y ajoute des doses très importantes de coagulants minéraux.

Dans ce présent travail, la préoccupation centrale est d'étudier les diverses variables affectant la cinétique de flottation.

Dans la première partie, nous montrons comment l'emploi d'un verre fritté permet d'obtenir une dispersion de bulles de gaz calibrées et de prédire, grâce à des travaux antérieurs, la distribution des tailles de bulles suivant les conditions de viscosité et de débit gazeux, dans la mesure où le phénomène de coalescence reste secondaire.

Le calibrage des bulles du courant gazeux ainsi réalisé et celui des particules solides utilisées par tamisage permettent alors d'obtenir des résultats reproductibles.

Nous consacrons la seconde partie à l'étude de la cinétique de flottation. Dans le cas de mousses stables, nous proposons un modèle à un seul paramètre considérant la collision entre une bulle et une particule solide comme l'étape initiatrice du processus.

Dans le cas de mousses instables, nous proposons un modèle à trois paramètres qui est l'extension du précédent aux situations où les phénomènes de réajustements permanents dans la mousse constituent un facteur prépondérant de la cinétique de flottation.

Dans les deux cas, les modèles utilisés ont une valeur prédictive satisfaisante, tant que la coalescence entre bulles au sein de la phase liquide reste faible.

Dans la troisième partie nous faisons le calcul des conditions d'équilibre mécanique du système { bulle - particule solide captée } en supposant initialement courbe l'interface { gaz - liquide } et diverses géométries de la particule solide, pour rendre compte de la chute de la vitesse de flottation au-delà d'une certaine taille expérimentale de particule solide.

Enfin, dans la quatrième partie, nous étudions le drainage du liquide interstitiel au sein de la mousse en montrant l'importance de la présence du solide sur la vitesse d'écoulement du liquide.

Nous montrons aussi l'intérêt d'une phase liquide auxiliaire légère, notamment dans le cas du déparaffinage d'huiles.

CHAPITRE I

DETERMINATION DE LA TAILLE
DE BULLES PRODUITES A PARTIR D'UN VERRE FRITTE

S O M M A I R E

	Pages
<u>INTRODUCTION</u>	7
I. <u>TECHNIQUES DE MESURE</u>	7
a) La technique mesurant un effet hydrostatique	7
b) La technique photographique	8
c) La technique manométrique	9
II. <u>MODELE DE KUMAR-KULLOOR</u>	11
a) Revue bibliographique	11
b) Modèle de Kumar-Kuloor dans le cas d'un seul pore producteur	12
c) Modèle de Kumar-Kuloor dans le cas d'une surface poreuse productrice de gaz	15
d) Système et méthode de résolution	16
III. <u>RESULTATS</u>	16
a) Mesures manométriques	16
b) Technique photographique	22
c) Modèle de KUMAR-KULLOOR	22
d) Comparaison des résultats expérimentaux avec les prévisions du modèle de KUMAR-KULLOOR	22
<u>CONCLUSION</u>	23

INTRODUCTION

Nous avons commencé notre étude expérimentale avec des composés solides tels le talc, le soufre en fleur ou la poudre de verre pris dans leur état commercial, en utilisant un courant gazeux dont on maintient seulement constant le débit global.

Il s'est avéré rapidement que nos résultats quantitatifs n'étaient pas représentatifs du phénomène étudié : leur médiocre reproductibilité notamment en attestait.

Nous avons été alors amenés à chercher à contrôler la granulométrie des composés solides utilisés et la taille des bulles composant le courant gazeux.

En premier lieu, nous nous sommes intéressés à la dimension des bulles et à la distribution de leurs tailles, paramètres a priori importants du système dans la mesure où ce sont eux qui déterminent la surface de contact disponible entre les bulles de gaz et la suspension solide.

Pour ce faire, nous avons cherché un système fournissant des bulles relativement calibrées.

L'essai de diverses surfaces poreuses de nature métallique (alliages de nickel notamment) s'est révélé peu satisfaisant : les dimensions d'une maille du réseau métallique et celles de la paroi séparant deux mailles voisines étaient du même ordre de grandeur, d'où des phénomènes de coalescence très importants au niveau de la surface poreuse elle-même. Les pertes de charge généralement élevées au passage de cette surface poreuse constituaient un handicap supplémentaire.

Par contre, l'essai d'un verre fritté constitué d'une surface poreuse en terre de diatomées nous a donné un calibrage de tailles de bulles dont nous avons testé la qualité par des mesures que nous allons présenter succinctement au cours de ce chapitre.

I. TECHNIQUES DE MESURES

Nous avons mis en oeuvre trois techniques de mesures des dimensions d'une bulle moyenne du courant gazeux, à sa naissance au niveau de la surface poreuse et durant son évolution dans le réacteur.

Nous avons opéré avec un verre fritté de 250 cm² de section et de diamètre moyen de pore égal à 10 microns, et avec des solutions aqueuses de glycérol, en l'absence de particules solides.

Nous avons effectué nos mesures pour différents débits gazeux :

a) La technique mesurant un effet hydrostatique

En fonction du débit gazeux, il s'agit de faire des mesures de la poussée qui s'exerce sur un corps solide relié à un des plateaux d'une balance hydrostatique. Ces mesures doivent alors permettre d'atteindre les valeurs de la rétention en gaz.

Dans la pratique, nos mesures n'ont pas apporté de conclusions satisfaisantes pour les deux raisons suivantes :

- la distribution des bulles n'est pas homogène dans le système puisque seule une partie de la surface poreuse est productrice de bulles, ce qui induit des mouvements du fluide.

Ce manque d'homogénéité et le fait que ce soit des bulles en mouvement qui atteignent le corps relié à la balance ne permettent pas d'identifier la force qui s'y exerce à la simple poussée d'Archimède.

- d'autre part, les bulles en mouvement cèdent au contact du corps solide une partie de leur énergie et confèrent ainsi à ce dernier un mouvement de bas en haut qui enlève une grande part de signification aux mesures.

Nous avons tenté de minimiser ces effets en prenant un corps solide sphérique, puis sphéro-cônique. Ce dernier cas se révèle moins aléatoire mais ne fournit pas une précision suffisante pour permettre une exploitation ultérieure des résultats.

b) La technique photographique

Cette méthode offre l'avantage de permettre la mesure directe du diamètre moyen de bulles dans une certaine région du réacteur et pour des conditions opératoires bien définies.

Les prises de vues ont été effectuées au travers d'une cuve parallélépipédique en plexiglas dont la face opposée à l'appareil de prises de vue avait été rendue opaque. Ses dimensions étaient de : 300 mm x 290 mm x 190 mm . Cette cuve contenait un verre fritté de diamètre de pore moyen égal à 10 microns, immergé dans une solution aqueuse de glycérol.

Le système de photographie utilisé, un appareil HP 4 F 32 muni de deux flashes pleine puissance, permet des prises de vue au 1/700 s, ce qui suffit, sur l'épreuve, à immobiliser chaque bulle de façon très satisfaisante.

Une règle graduée est placée verticalement aussi près que possible de la paroi faisant face à l'appareil de prises de vue et sert ainsi d'étalon de longueur.

La mesure consiste alors à mettre au point sur un chiffre de la règle et de prendre le cliché du milieu ambiant au voisinage de ce chiffre

La répétition de l'opération pour d'autres chiffres de la règle et le déplacement de cette dernière permet l'exploration locale du milieu et la mise en évidence du phénomène de coalescence.

Pratiquement nous avons centré nos clichés autour de 3 chiffres de la règle, de façon à opérer successivement dans la phase liquide en position basse, moyenne et haute. Nous avons également envisagé diverses viscosités de la solution aqueuse de glycérol. Pour un niveau sur la règle et une viscosité donnés, nous avons alors étudié l'influence du débit gazeux sur les dimensions moyennes des bulles du courant gazeux.

L'interprétation, sur chaque épreuve, consiste à mesurer les diamètres des bulles d'un échantillonnage à l'aide d'un micromètre et d'en déduire un diamètre moyen de bulles, le diamètre de SAUTER, selon

$$\bar{d} = \frac{\sum n_i d_i^3}{\sum n_i d_i^2}$$

De telles mesures sont sujettes essentiellement à deux sources d'erreurs qu'il est difficile d'éliminer complètement :

- les effets de paroi
- la distorsion optique.

c) La technique manométrique

La figure 1 représente le montage utilisé.

Le tube manométrique annexe possède une partie capillaire permettant une mesure de pression statique sans perturbation sensible du milieu et une partie où se fait la mesure suffisamment large pour éviter les phénomènes de capillarité.

La mesure se fait par visée au cathétomètre, au 1/50 mm, après avoir attendu l'équilibre de l'ensemble, pour un débit de gaz donné et fournit une précision de quelques %.

L'intérêt du manomètre annexe est de permettre des mesures sur un milieu au repos d'un effet en milieu agité, d'accroître éventuellement l'effet mesuré $\int h$ par un choix approprié de h_0 et de s (figure 1).

Cette méthode fournit directement la rétention x_I de gaz moyenne dans la région située au-dessous du plan de la prise de pression moyennant la mise en équation suivante :

- Equation d'équilibre de pression statique

Nous l'écrivons dans le plan horizontal contenant le point A, en conservant les notations de la figure 1.

$$P_A = P_{atm} + (H_0 - h_0 + \Delta H) (1 - \bar{x}_{SUP}) \times \rho_L \times g = P_{atm} + (H_0 - h_0 + \int R) \times \rho_L \times g$$

soit la forme équivalente

$$\boxed{\Delta H = (H_0 - h_0) \times \frac{\bar{x}_{SUP}}{1 - \bar{x}_{SUP}} + \frac{\int R}{1 - \bar{x}_{SUP}}} \quad (1)$$

en désignant par \bar{x}_{SUP} la rétention moyenne en gaz dans la partie supérieure au plan horizontal de prise de pression contenant le point A.

- Equation de bilan de matière

Nous écrivons que le volume de la solution aqueuse se conserve, soit

$$\int h \times s = \underbrace{H_0 S}_{\text{Volume d'eau au repos dans le réacteur}} - \underbrace{(H_0 + \Delta H) (1 - \bar{x}_G) S}_{\text{Volume d'eau actuel dans le réacteur}}$$

soit la forme équivalente :

$$\Delta H = H_0 \times \frac{\bar{x}_G}{1 - \bar{x}_G} - \frac{\rho}{S} \times \frac{\delta h}{1 - \bar{x}_G} \quad (2)$$

en désignant par \bar{x}_G la rétention moyenne de gaz globale, dans tout le réacteur

. Nous introduisons la quantité \bar{x}_I , rétention moyenne de gaz dans la région située au-dessous du point A par l'équation de définition

$$\boxed{(H_0 - h_0 + \Delta H) \times \bar{x}_{SUP} + h_0 \times \bar{x}_I = (H_0 + \Delta H) \times \bar{x}_G} \quad (3)$$

Les équations (1), (2) et (3) permettent d'écrire successivement

$$\Delta H = (H_0 - h_0) \times \frac{\bar{x}_{SUP}}{1 - \bar{x}_{SUP}} + \frac{\delta h}{1 - \bar{x}_{SUP}} = H_0 \times \frac{\bar{x}_G}{1 - \bar{x}_G} - \frac{\rho}{S} \times \frac{\delta h}{1 - \bar{x}_G}$$

ou

$$\bar{x}_I + \Delta H - \delta h = (H_0 + \Delta H) \times \bar{x}_G \times \left(1 - \frac{1 - \bar{x}_{SUP}}{1 - \bar{x}_G}\right) + \Delta H \times \frac{1 - \bar{x}_{SUP}}{1 - \bar{x}_G} + \frac{\rho}{S} \times \frac{1 - \bar{x}_{SUP}}{1 - \bar{x}_G} \times \delta h$$

ou

$$\bar{x}_I + (\bar{x}_{SUP} - \bar{x}_G) \times \Delta H = H_0 \times (\bar{x}_{SUP} - \bar{x}_G) \times \frac{\bar{x}_G}{1 - \bar{x}_G} + \delta h \times \left(1 + \frac{\rho}{S} \times \frac{1 - \bar{x}_{SUP}}{1 - \bar{x}_G}\right)$$

soit après simplifications

$$\boxed{\bar{x}_I = \left(1 + \frac{\rho}{S}\right) \times \frac{\delta h}{h_0}} \quad (4)$$

où, rappelons-le :

δh est la dénivellation mesurée dans la branche large du manomètre annexe, par rapport à une rétention en gaz nulle

h_0 est la position, par rapport au fond du verre fritté, de la prise de pression statique

s, S sont les sections respectivement de la branche large du manomètre annexe et du verre fritté

\bar{x}_I est la rétention de gaz moyenne entre le fond du verre fritté et le plan de la prise de pression

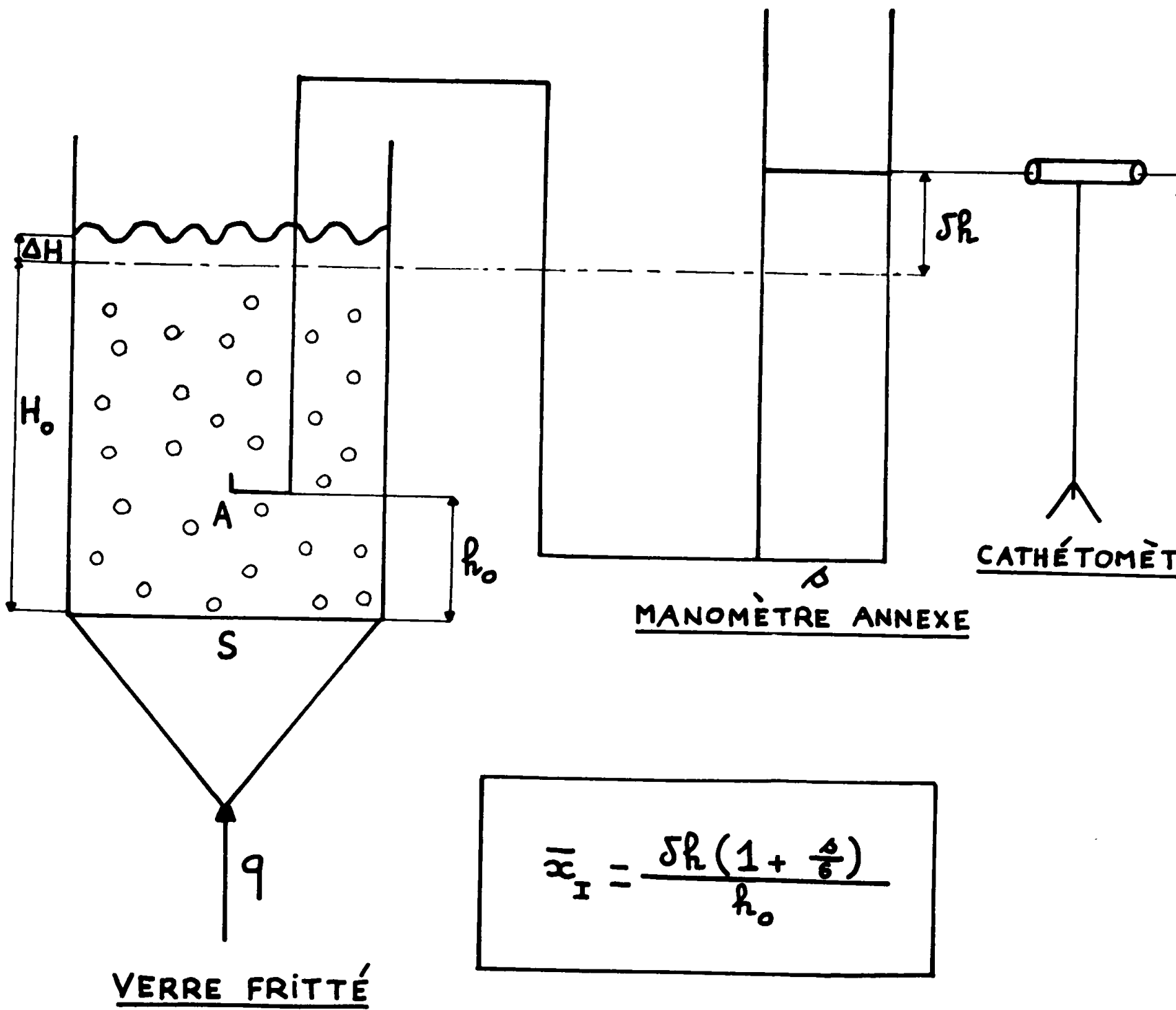


FIGURE 1: TECHNIQUE DES MESURES MANOMÉTRIQUES

Ces diverses mesures, de bonne reproductibilité, fournissent les variations de la rétention \bar{x}_I en fonction des conditions opératoires et permettent ainsi une étude sur les paramètres du système tels le débit gazeux, la viscosité, la densité, une étude locale de la coalescence en déplaçant la prise de pression statique dans le sens longitudinal, enfin une étude de l'homogénéité du verre fritté en déplaçant la prise de pression dans le sens radial, pour une valeur h_0 donnée.

Pour atteindre le diamètre moyen local des bulles, il nous faut alors utiliser une théorie basée sur l'hydrodynamique de notre système.

. Nous définissons d'abord la vitesse moyenne locale d'une bulle par la relation

$$\bar{V}_i = \frac{q}{S \times \bar{x}_I}$$

q étant le débit gazeux global produit par la surface poreuse

. Nous calculons ensuite le rayon moyen de bulle local \bar{R}_i par la formule d'ALLEN, applicable dans le cas du régime intermédiaire, soit pour un nombre de REYNOLDS plus grand que 1,

$$\bar{V}_i = 0.5 \times \left(\frac{P_L - P_G}{P_L} \right)^{2/3} \times g^{2/3} \times \frac{(\bar{R}_i - 0.0034)}{\nu_L^{1/3}}$$

\bar{R}_i étant exprimé en centimètres, $> 50 \mu$

Nous vérifierons a posteriori la validité de l'hypothèse du régime intermédiaire.

II. MODELE DE KUMAR - KULLOOR

Pour confronter nos résultats purement expérimentaux issus de la technique photographique et nos résultats semi-expérimentaux issus de la technique manométrique précédente à un support théorique, nous avons utilisé un modèle mathématique concernant la naissance de bulles de gaz à partir des pores d'un verre fritté.

a) Revue bibliographique

Le processus de la production de bulles à partir d'un orifice circulaire horizontal a été étudié par de nombreux auteurs (K 7, R 10, B 6, C 1, N 2). Leurs résultats diffèrent souvent dans de grandes proportions : généralement en effet, les conditions d'étude ne sont pas les mêmes (liquides peu visqueux ou très visqueux, débits faibles ou débits élevés : (D 2, M 5), effet du volume de la chambre : D 3, H 9)

Le modèle de KUMAR-KULLOOR fait la synthèse de tous ces résultats en prenant en compte a priori tous les paramètres du système.

b) Modèle de KUMAR-KULOOR dans le cas d'un seul pore producteur

. Hypothèses de départ

Le processus s'effectue suivant deux étapes distinctes (figure 2)

- une étape d'expansion : la bulle grossit sans qu'il y ait mouvement de son centre.

- une étape de détachement : la bulle continue à grossir mais son centre se déplace jusqu'à ce que sa base se détache du pore. La condition de détachement à la fin de la seconde étape s'énonce : le détachement de l'orifice se produit lorsque le centre de la bulle, dans son mouvement au cours de l'étape de détachement, a parcouru une distance égale à la somme du rayon de la bulle, à la fin de la première étape d'expansion, et du rayon du pore. (souvent négligeable devant le premier, comme cela est le cas pour notre fritté)

. Forces en présence au cours de l'étape d'expansion

- La poussée d'Archimède dirigée vers le haut qui, combinée au poids, donne l'expression :

$$V \times (\rho_L - \rho_G) \times g$$

- Les forces dirigées vers le bas, se décomposent ainsi :

. La dérivée par rapport au temps de la quantité de mouvement de l'ensemble {bulle - film liquide entourant la bulle}

A l'instant t, le volume de la bulle est Q_t . Le film liquide emporté représente les $\frac{11}{16}$ en volume de cette même bulle (globule quittant une paroi, en écoulement irrotationnel (K 4))

soit une masse fictive de $M = (\rho_G + \frac{11}{16} \rho_L) Q_t$

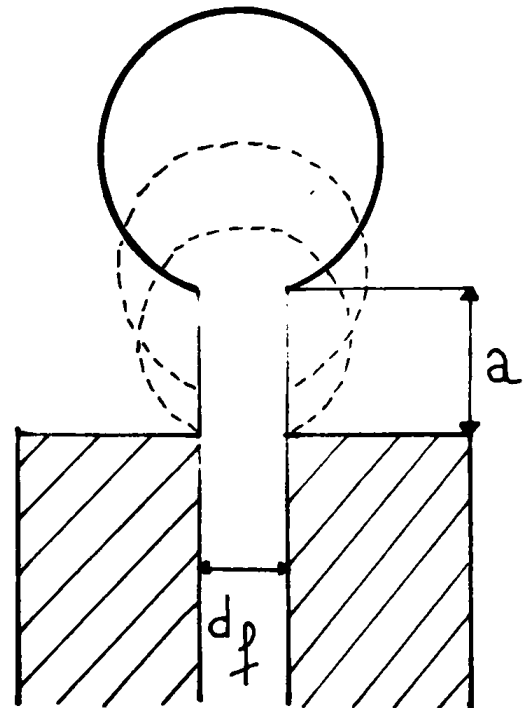
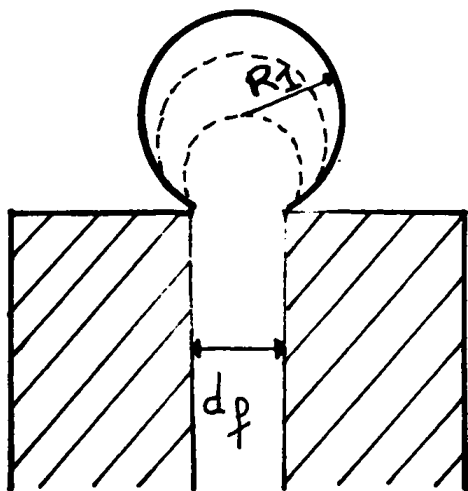
$$\text{Comme } v = \frac{dR}{dt} = \frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{Q V^{-2/3}}{4\pi (3/4\pi)^{2/3}}$$

$$\frac{d}{dt} [Mv] = M \frac{dv}{dt} + v \frac{dM}{dt} = \frac{Q^2 \times (\rho_G + \frac{11}{16} \rho_L) \times V^{-2/3}}{4\pi \times (3/4\pi)^{2/3}} - \frac{Q^2 \times V^{-2/3} \times (\rho_G + \frac{11}{16} \rho_L)}{6\pi \times (3/4\pi)^{2/3}}$$

puisque $Q_t = V$

Soit

$$\frac{d}{dt} [Mv] = \frac{Q^2 \times (\rho_G + \frac{11}{16} \rho_L) \times V^{-2/3}}{12\pi \times (3/4\pi)^{2/3}}$$



I: ÉTAPE D'EXPANSION

II: ÉTAPE DE DÉTACHEMENT

DÉTACHEMENT QUAND $a = R_1 + \frac{d_f}{2}$

FIGURE 2: LES DEUX ÉTAPES DE FORMATION DU
MODÈLE DE KUMAR-KULLOOR

. La force de tension superficielle qui s'écrit

$$\pi d_f \gamma \cos \beta$$

. La force de résistance visqueuse, qui peut s'écrire, en première approximation, suivant la loi de STOKES :

$$6\pi \bar{R} \mu_L v = \frac{3\mu_L Q}{2(3/4\pi)^{1/3}} \times V^{-1/3}$$

Dans ces conditions, si le temps t_1 caractérise la fin de la première étape qui voit les diverses forces précitées s'équilibrer, nous pouvons écrire, en négligeant ρ_g devant ρ_L et en appelant V_1 le volume de la bulle au temps t_1 .

$$\rho_L g V_1^{5/3} = \frac{11Q^2 \rho_L}{192\pi \times (3/4\pi)^{2/3}} + \frac{3\mu_L Q \times V_1^{1/3}}{2(3/4\pi)^{1/3}} + \pi d_f \gamma \cos \beta \times V_1^{2/3}$$

Numériquement et dans le système C.G.S., nous aboutissons à :

$$V_1^{5/3} = (4.85 \times 10^{-5}) \times Q^2 + (2.47 \times 10^{-3}) \times \frac{\mu_L Q V_1^{1/3}}{\rho_L} + \frac{\pi d_f \gamma \cos \beta \times V_1^{2/3}}{g \rho_L} \quad (1)$$

Cette équation implicite en V_1 caractérise donc la fin de la première étape.

. Forces en présence au cours de l'étape de détachement

En se référant à la façon dont elle a été précédemment définie, la vitesse v' globale comprend la vitesse due au mouvement de la bulle et celle due à l'expansion de cette dernière, ce qui se traduit par la relation :

$$v' = v + \frac{d\bar{R}}{dt}$$

La fin de la seconde étape, moment où la bulle s'individualise, se caractérise toujours par l'équilibre des forces en présence, qui sont restées les mêmes que celles présentes lors de la première étape :

A l'instant t, nous avons ici :

$$V = V_1 + Qt,$$

nous écrivons l'équilibre des forces selon :

$$(V_1 + Qt) \times (P_L - P_G) \times g = \frac{d}{dt} (Mv) + \frac{Q^2 \times (P_G + \frac{11}{16} P_L) \times (V_1 + Qt)^{-2/3}}{12 \pi (3/4\pi)^{2/3}} + 6 \pi \bar{R} \mu_L v'$$

Après arrangement des divers termes de l'équation ci-dessus, nous aboutissons à la nouvelle équation développée suivante :

$$(V_1 + Qt) \times (P_G + \frac{11}{16} P_L) \times \frac{dv}{dt} + (P_G + \frac{11}{16} P_L) \times Qv = (V_1 + Qt) \times (P_L - P_G) \times g - \frac{3 \mu_L Q (V_1 + Qt)^{-1/3}}{2 (3/4\pi)^{1/3}} - \frac{Q^2 (P_G + \frac{11}{16} P_L) \times (V_1 + Qt)^{-2/3}}{12 \pi (3/4\pi)^{2/3}} - 6 \pi (3/4\pi)^{1/3} \times \mu_L (V_1 + Qt)^{1/3} v'$$

Dans le but de simplifier cette dernière équation, nous faisons l'hypothèse suivante, dont la validité se justifie a posteriori par le calcul :

- . Nous prenons pour valeur de R correspondant au volume V la valeur moyenne $1,25 R_1$, valable durant toute l'étape de détachement (R_1 désignant le rayon correspondant au volume V_1) : cette valeur moyenne est retenue par la majorité des auteurs exploitant ce modèle.

Dans ces conditions, si nous posons :

$$\bar{A} = 1 + \frac{1.25 \times 6 \pi (3/4\pi)^{1/3} \times \mu_L \times V_1^{1/3}}{Q \times (P_G + \frac{11}{16} P_L)}$$

$$\bar{B} = \frac{(P_L - P_G) g}{Q \times (P_G + \frac{11}{16} P_L)}$$

$$\bar{C} = \frac{3 \mu_L}{2 (3/4\pi)^{1/3} \times (P_G + \frac{11}{16} P_L)}$$

$$\bar{D} = \frac{Q}{12 \pi (3/4\pi)^{2/3}}$$

$$\bar{E} = \frac{\pi d_f \delta \times \cos \beta}{Q \times (P_G + \frac{11}{16} P_L)}$$

$$\bar{T} = V_1 + Qt$$

L'équation générale précédente s'écrit plus simplement :

$$\frac{dv}{d\bar{T}} + \bar{A} \left(\frac{v}{\bar{T}} \right) = \bar{B} - \bar{C} \bar{T}^{-\frac{4}{3}} - \bar{D} \bar{T}^{-\frac{5}{3}} - \bar{E} \bar{T}^{-1} \quad (2)$$

équation différentielle entre la fonction $v(\bar{T})$ et la variable \bar{T}

L'intégration de l'équation différentielle (2) avec les conditions aux limites : $\left\{ \text{pour } t = 0 \text{ ou } \bar{T} = V_1, v = 0 \right\}$ donne alors :

$$\begin{aligned}
 QR_1 = & \frac{\bar{B}}{2(\bar{A}+1)} \times \left[\bar{A} (V_2^2 - V_1^2) \right] - \frac{\bar{E}}{\bar{A}} \times (V_2 - V_1) - \frac{3\bar{C}}{2(\bar{A} - \frac{1}{3})} \times (V_2^{2/3} - V_1^{2/3}) \\
 & - \frac{3\bar{D}}{\bar{A} - 2/3} \times (V_2^{1/3} - V_1^{1/3}) - \left(\frac{V_2^{(1-\bar{A})}}{1-\bar{A}} - \frac{V_1^{(1-\bar{A})}}{1-\bar{A}} \right) \times \left[\frac{2(\bar{A} - \frac{1}{3})}{\bar{A}+1} \times V_1^{(\bar{A}+1)} - \frac{\bar{E}}{\bar{A}} \times V_1^{\bar{A}} \right] \\
 & - \frac{\bar{C}}{\bar{A} - 1/3} \times V_1^{(\bar{A} - 1/3)} - \frac{\bar{D}}{\bar{A} - 2/3} \times V_1^{(\bar{A} - 2/3)} \quad (3)
 \end{aligned}$$

en désignant par V_2 le volume final de la bulle à la fin de l'étape de détachement.

Ayant déterminé V_1 par l'équation implicite (1), V_2 s'obtient alors en fonction de V_1 par l'équation (3).

c) Modèle de KUMAR-KULLOOR dans le cas d'une surface poreuse productrice de gaz

Nous procédons à l'extension du cas précédent au cas d'une surface poreuse moyennant les hypothèses suivantes :

- . chaque pore se comporte indépendamment de ses voisins pour ce qui est de la production de bulles
- . il existe des sites actifs constitués par des pores producteurs de bulles et des sites passifs, non producteurs (cette distinction est confirmée par l'expérience)
- . chaque site actif reçoit le même débit gazeux
- . le nombre de sites actifs est tel que les bulles formées, indépendamment les unes des autres, sont en nombre suffisant pour recouvrir l'aire totale du verre fritté suivant un réseau hexagonal compact.

L'ensemble de ces hypothèses se traduit par les 2 égalités suivantes

$$Q = \frac{q}{n_{SA} \times S} \quad (4)$$

$$n_{SA} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \left(\frac{4\pi}{3V_2} \right)^{2/3} \quad (5)$$

en désignant par q le débit global relatif à la surface poreuse toute entière, et par n_{SA} le nombre de sites actifs.

d) Système et méthode de résolution

Le système de résolution est constitué par la réunion des équations (1), (3), (4), et 5.

La méthode de résolution consiste à opérer par itérations successives selon la démarche suivante :

- . on choisit pour n_{SA} une valeur initiale $(n_{SA})_0$,
par exemple $n_{SA} = 1$
- . on calcule Q par l'équation (4)
- . on calcule V_1 par itérations à partir de l'équation (1)
- . connaissant V_1 , on calcule V_2 par itérations à partir de l'équation (2).
- . L'équation (5) fournit une autre valeur de V_2 . Un test de comparaison sur ces deux valeurs de V_2 amène, soit la fin du calcul, soit une re-initialisation de n_{SA} et la poursuite du calcul.

Nous avons effectué l'ensemble de nos calculs sur CDC 3600 et nous donnons, dans l'annexe 4, le programme de calcul correspondant.

III. RESULTATS

a) Mesures manométriques

Les tableaux 2, 3, 4, 5 et 6 présentent les valeurs des rayons moyens de bulles en fonction du débit gazeux global, pour différentes viscosités de la phase aqueuse.

Ces mesures prennent en compte le phénomène de turbulence puisqu'elles affectent la rétention globale en gaz. Par contre, la relation d'ALLEN que nous leur appliquons ne tient pas compte des phénomènes de coalescence et de mouvements tourbillonnaires du fluide qui font que le temps de séjour moyen d'une bulle s'en trouve accru : ces mouvements tourbillonnaires viennent de ce que chaque site du verre fritté n'est pas générateur de bulles, d'où l'existence d'une distribution de pressions dans une section arbitraire du réacteur, ce qui entraîne une recirculation interne du fluide qui est une fonction croissante du débit gazeux global.

Néanmoins, l'hypothèse du régime intermédiaire reste valable puisque, au vu de nos résultats, le calcul du nombre de Reynolds à partir de grandeurs moyennes donne :

$$Re \sim 2$$

La mesure dans un tube annexe et le fait que ce soit la rétention inférieure x_I qui est ainsi mesurée permet de s'affranchir du phénomène de moussage à la surface du réacteur : ainsi, pour une solution aqueuse de 83,4 % en poids de glycérol, la mousse persistante en surface rend aléatoire toute mesure directe au sein du réacteur.

H ₀ = 19,1 cm ; h ₀ = 4,8 cm				H ₀ = 19,0 cm , h ₀ = 7,2 cm				H ₀ = 19,0 cm ; h ₀ = 12,5 cm						
q (cc/s)	δ _h (cm)	\bar{x}_I	\bar{V}_I (cm/s)	\bar{R}_I (microns)	q	δ _h	\bar{x}_I	\bar{V}_I	\bar{R}_I	q	δ _h	\bar{x}_I	\bar{V}_I	\bar{R}_I
1,4	0,012	0,0025	2,23	134	1,4	0,012	0,0016	3,55	189	1,4	0,014	0,0011	5,32	266
10,2	0,058	0,0122	3,40	183	10,2	0,054	0,0075	5,56	277	10,2	0,075	0,0059	7,05	342
15,9	0,081	0,0169	3,82	201	15,9	0,067	0,0092	6,97	338	15,9	0,088	0,0069	9,38	443
25,1	0,104	0,0217	4,70	239	25,1	0,099	0,0137	7,45	360	25,1	0,112	0,0089	11,5	534
54,7	0,221	0,0460	4,83	245	54,7	0,168	0,0233	9,55	451	54,7	0,167	0,0132	16,8	768
71,8	0,252	0,0524	5,56	277	71,8	0,192	0,0267	10,9	509	71,8	0,188	0,0148	19,6	891
98,8	0,329	0,0685	5,85	290	98,8	0,226	0,0314	12,7	592	98,8	0,199	0,0157	25,6	1155

TABEAU 2 : MESURES MANOMETRIQUES - CAS I : DIAMETRE DE PORE = 10 MICRONS - 1 LITRE D'EAU PURE,

SOIT $\bar{V}_L = 1,005 \times 10^{-2}$ st

H ₀ = 18,7 cm ; h ₀ = 4,8 cm							H ₀ = 18,6 cm ; h ₀ = 7,2 cm							H ₀ = 18,6 cm ; h ₀ = 12,5 cm						
q	∫h	x _I	V̄ _i	R̄ _i	q	∫h	x̄ _I	V̄ _i	R̄ _i	q	∫h	x̄ _I	V̄ _i	R̄ _i	q	∫h	x̄ _I	V̄ _i	R̄ _i	
1,4	0,014	0,0029	1,94	128	1,4	0,012	0,0016	3,47	202	1,4	0,018	0,0014	4,10	233						
10,2	0,070	0,0145	2,86	173	10,2	0,059	0,0082	5,05	279	10,2	0,094	0,0074	5,61	306						
15,9	0,092	0,0192	3,36	197	15,9	0,082	0,0114	5,65	308	15,9	0,107	0,0084	7,61	406						
25,1	0,145	0,0302	3,38	198	25,1	0,114	0,0158	6,47	348	25,1	0,142	0,0112	9,10	476						
39,8	0,188	0,0391	4,14	235	39,8	0,173	0,0240	6,75	362	39,8	0,167	0,0132	12,2	628						
54,7	0,225	0,0468	4,75	264	54,7	0,199	0,0276	8,06	426	54,7	0,197	0,0155	14,3	728						
71,8	0,294	0,0612	4,78	266	71,8	0,251	0,0348	8,40	441	71,8	0,222	0,0175	16,7	845						
98,8	0,388	0,0808	4,96	275	98,8	0,270	0,0375	10,7	552	98,8	0,256	0,0202	19,8	997						

TABLEAU 3 : MESURES MANOMETRIQUES - CAS 2 : DIAMETRE DE PORE = 10 MICRONS-100 cm³ DE GLYCEROL + 900 cm³ H₂O ,
SOIT 12,3 % EN POIDS DE GLYCEROL V_L = 1,369 x 10⁻² st

$H_0 = 18,7 \text{ cm}$, $h_0 = 4,8 \text{ cm}$						$H_0 = 18,6 \text{ cm}$; $h_0 = 7,2 \text{ cm}$						$H_0 = 18,6 \text{ cm}$; $h_0 = 12,5 \text{ cm}$							
q	$\int h$	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i	q	$\int h$	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i	q	$\int h$	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i	q	$\int h$	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i
1,4	0,014	0,0030	1,90	151	1,4	0,017	0,0024	2,42	183	1,4	0,025	0,0020	2,86	211	1,4	0,025	0,0020	2,86	211
10,2	0,092	0,0191	2,17	168	10,2	0,082	0,0113	3,68	261	10,2	0,124	0,0098	4,23	295	10,2	0,124	0,0098	4,23	295
25,1	0,195	0,0406	2,51	189	25,1	0,157	0,0218	4,66	322	25,1	0,204	0,0161	6,35	426	25,1	0,204	0,0161	6,35	426
39,8	0,247	0,0515	3,14	228	39,8	0,234	0,0325	4,98	342	39,8	0,269	0,0212	7,65	507	39,8	0,269	0,0212	7,65	507
54,7	0,312	0,0650	3,42	245	54,7	0,277	0,0385	5,77	390	54,7	0,312	0,0246	9,02	580	54,7	0,312	0,0246	9,02	580
71,8	0,392	0,0815	3,58	255	71,8	0,334	0,0463	6,30	423	71,8	0,363	0,0286	10,2	665	71,8	0,363	0,0286	10,2	665
98,8	0,509	0,1060	3,78	267	98,8	0,405	0,0561	7,15	476	98,8	0,412	0,0324	12,4	796	98,8	0,412	0,0324	12,4	796

TABLEAU 4 : MESURES MANOMETRIQUES - CAS 3 : DIAMETRE DE PORE = 10 MICRONS ; 300 cm³ DE GLYCEROL + 700 cm³ d'H₂O,
SOIT 35 % EN POIDS DE GLYCEROL - $\checkmark_L = 2,82 \times 10^{-2}$ st

H ₀ = 18,7 cm ; h ₀ = 4,8 cm							H ₀ = 18,6 cm ; h ₀ = 7,2 cm							H ₀ = 18,6 cm ; h ₀ = 12,5 cm						
q	δ _h	\bar{x}_I	\bar{V}_I	\bar{R}_I	q	δ _h	\bar{x}_I	\bar{V}_I	\bar{R}_I	q	δ _h	\bar{x}_I	\bar{V}_I	\bar{R}_I	q	δ _h	\bar{x}_I	\bar{V}_I	\bar{R}_I	
1,4	0,021	0,0044	1,30	144	1,4	0,027	0,0038	1,51	162	1,4	0,042	0,0033	1,74	181						
10,2	0,135	0,0282	1,47	159	10,2	0,119	0,0165	2,51	247	10,2	0,187	0,0147	2,82	273						
25,1	0,280	0,0584	1,75	182	25,1	0,239	0,0332	3,08	295	25,1	0,361	0,0285	3,58	337						
39,8	0,384	0,0796	2,03	206	39,8	0,315	0,0437	3,70	313	39,8	0,490	0,0385	4,20	390						
54,7	0,445	0,0927	2,40	237	54,7	0,412	0,0573	3,88	362	54,7	0,660	0,0520	4,28	396						
71,8	0,571	0,119	2,46	242	71,8	0,492	0,0683	4,28	396	71,8	0,750	0,0590	4,95	453						
98,8	0,735	0,153	2,63	257	98,8	0,607	0,0842	4,76	438	98,8	0,938	0,0738	5,45	495						

TABLEAU 5 : MESURES MANOMETRIQUES - CAS 4 : DIAMETRE DE PORE = 10 MICRONS ; 500 cm³ DE GLYCEROL + 500 cm³ H₂O, SOIT 55,7 % EN POIDS DE GLYCEROL $V_L = 7,32 \times 10^{-2}$ st

$H_o = 18,7 \text{ cm} ; h_o = 4,8 \text{ cm}$							$H_o = 18,6 \text{ cm} ; h_o = 7,2 \text{ cm}$							$H_o = 18,6 \text{ cm} ; h_o = 12,5 \text{ cm}$						
q	Δh	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i	q	Δh	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i	q	Δh	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i	q	Δh	\bar{x}_I	\bar{V}_i	\bar{R}_i	
1,4	0,045	0,0095	0,600	141	1,4	0,055	0,0076	0,750	168	1,4	0,087	0,0068	0,835	183	10,2	0,291	0,0606	0,685	156	
10,2	0,291	0,0606	0,685	156	10,2	0,296	0,0412	1,01	215	10,2	0,447	0,0352	1,18	245	25,1	0,638	0,133	0,769	171	
25,1	0,638	0,133	0,769	171	25,1	0,344	0,0477	1,29	264	25,1	0,522	0,0412	1,50	301	39,8	0,821	0,171	0,950	203	
39,8	0,821	0,171	0,950	203	39,8	0,844	0,117	1,38	281	39,8	1,210	0,0948	1,71	339	54,7	1,045	0,216	1,03	217	
54,7	1,045	0,216	1,03	217	54,7	1,072	0,149	1,49	300	54,7	1,604	0,126	1,76	348	71,8	1,196	0,247	1,18	245	
71,8	1,196	0,247	1,18	245	71,8	1,210	0,168	1,73	342	71,8	1,938	0,152	1,91	374	98,8	1,525	0,316	1,27	261	
98,8	1,525	0,316	1,27	261	98,8	1,584	0,220	1,83	357	98,8	2,370	0,187	2,15	418						

TABLEAU 6 : MESURES MANOMETRIQUES - CAS 5 : DIAMETRE DE PORE = 10 MICRONS; 800 cm³ DE GLYCEROL

+ 200 cm³ d'H₂O SOIT 83,4 % EN POIDS DE GLYCEROL - $\sqrt{L} = 76,6 \times 10^{-2}$ st

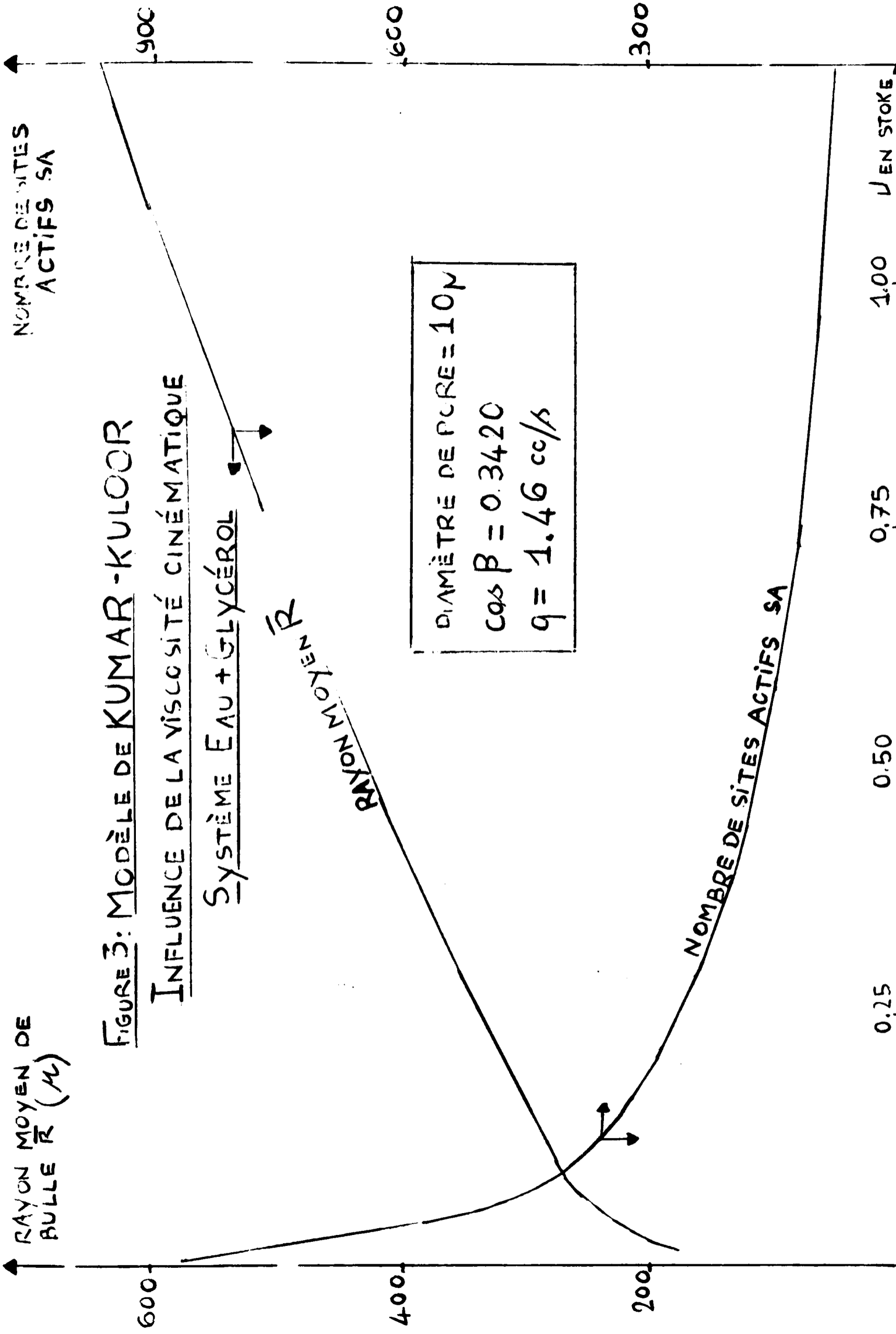
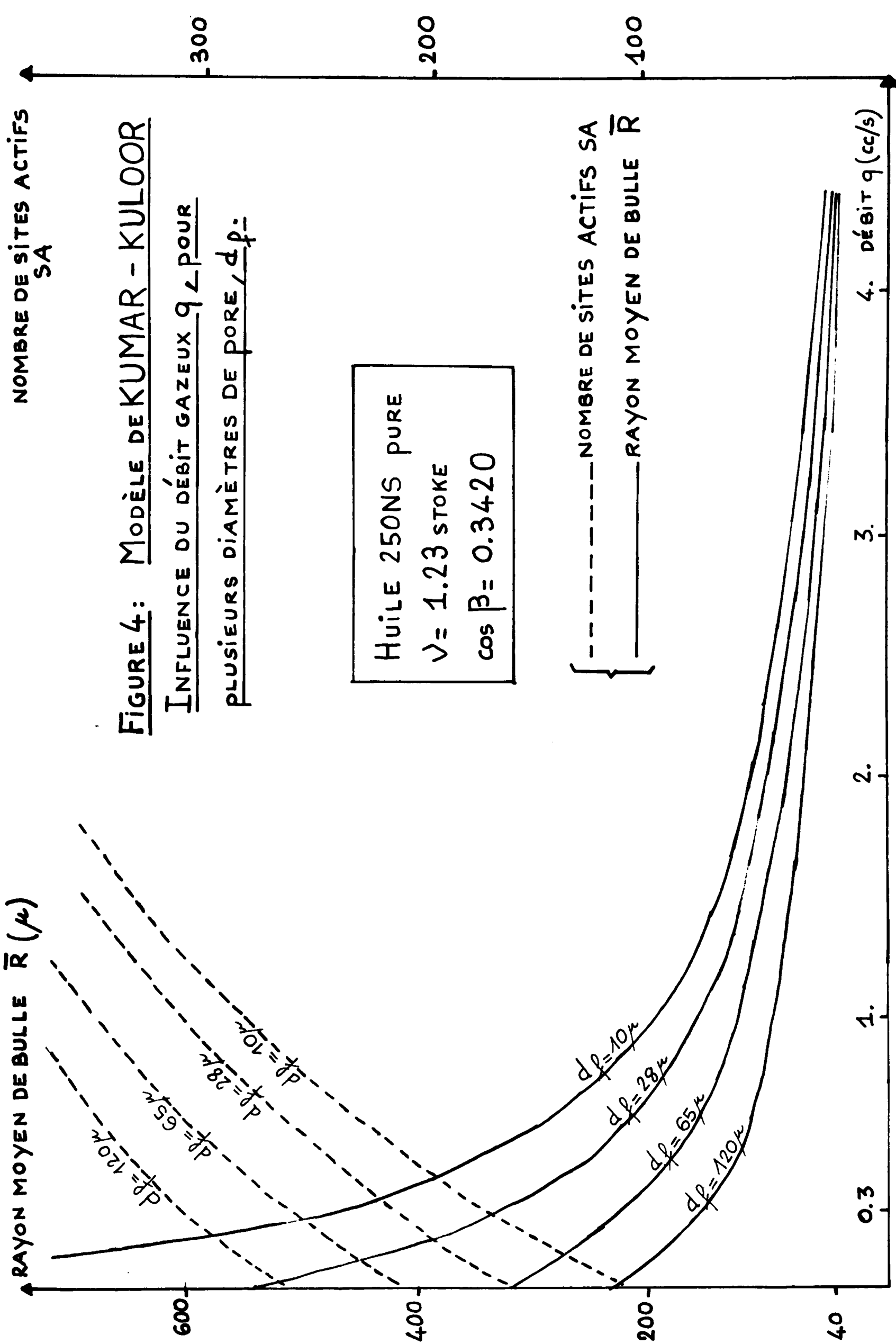


FIGURE 3: MODÈLE DE KUMAR-KULLOOR
 INFLUENCE DE LA VISCOSITÉ CINÉMATIQUE

SYSTÈME EAU + GLYCÉROL



NOMBRE DE SITES ACTIFS
SA

FIGURE 4: MODELE DE KUMAR - KULOOR

INFLUENCE DU DEBIT GAZEUX q POUR

PLUSIEURS DIAMETRES DE PORE, d_p :-

HUILE 250NS PURE
 $\nu = 1.23$ STOKE
 $\cos \beta = 0.3420$

----- NOMBRE DE SITES ACTIFS SA
 _____ RAYON MOYEN DE BULLE \bar{R}

4. DEBIT q (cc/s)

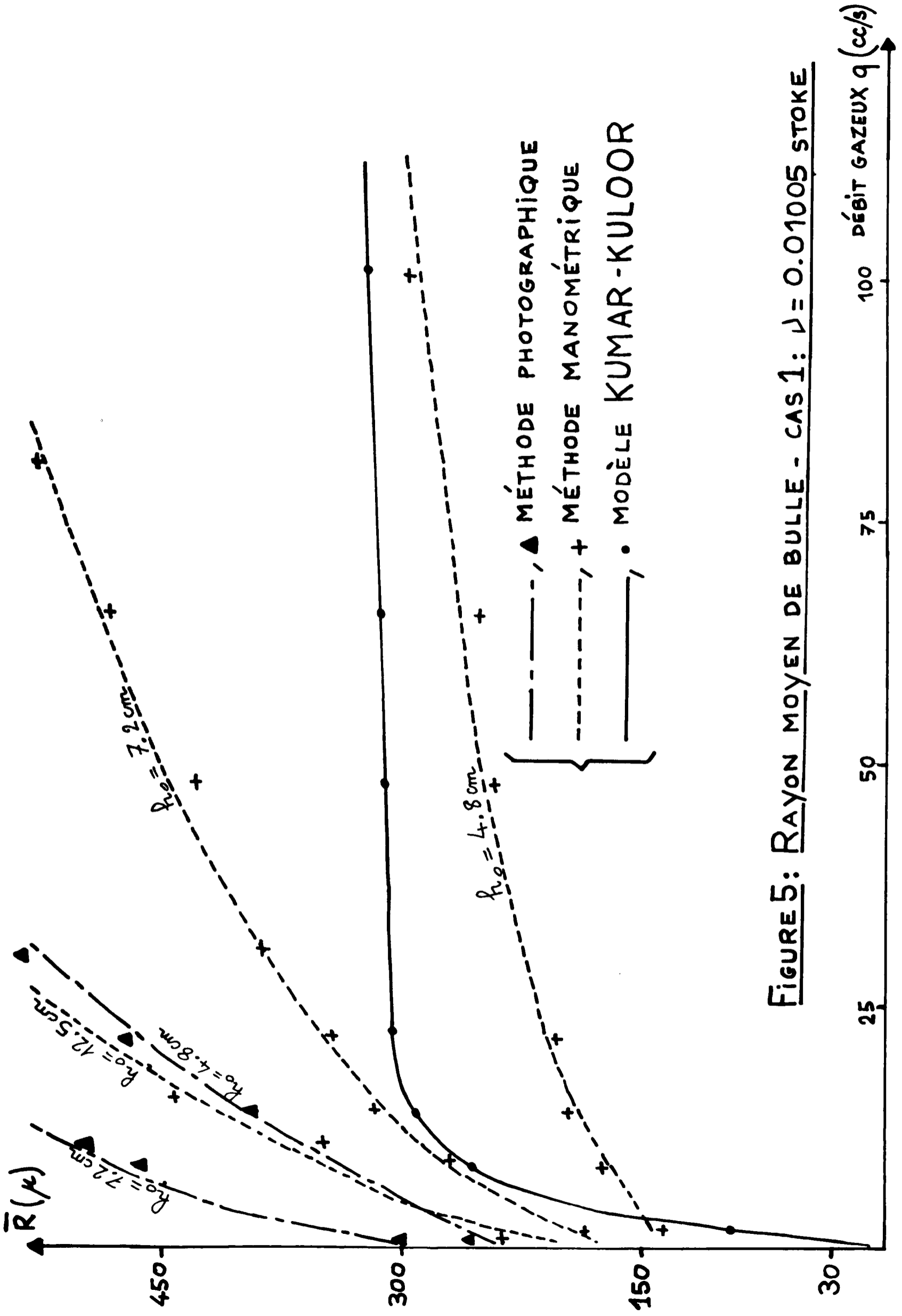


FIGURE 5: RAYON MOYEN DE BULLE - CAS 1: $\nu = 0.01005$ STOKE

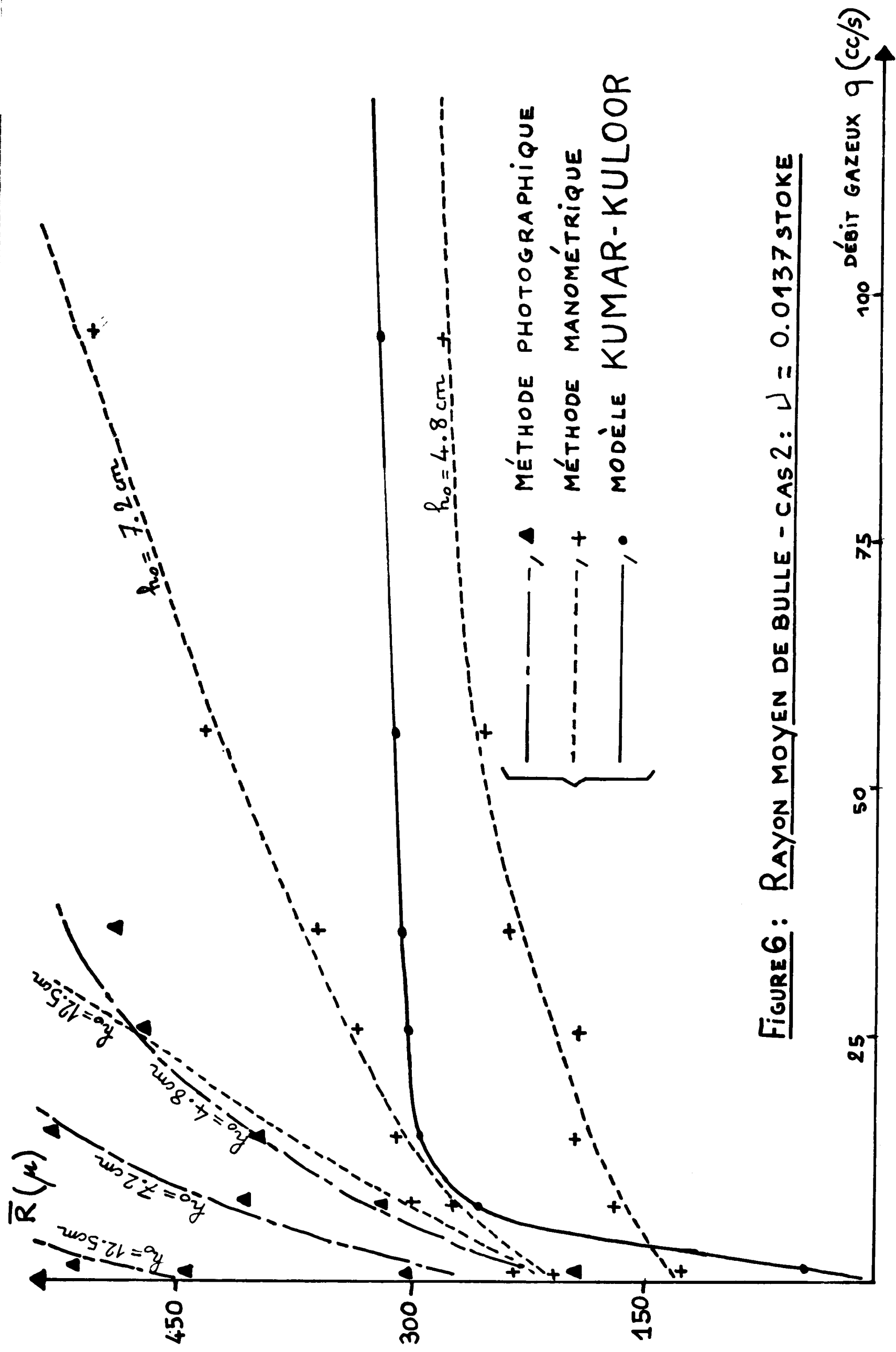


FIGURE 6: RAYON MOYEN DE BULLE - CAS 2: $\nu = 0.0137$ STROKE

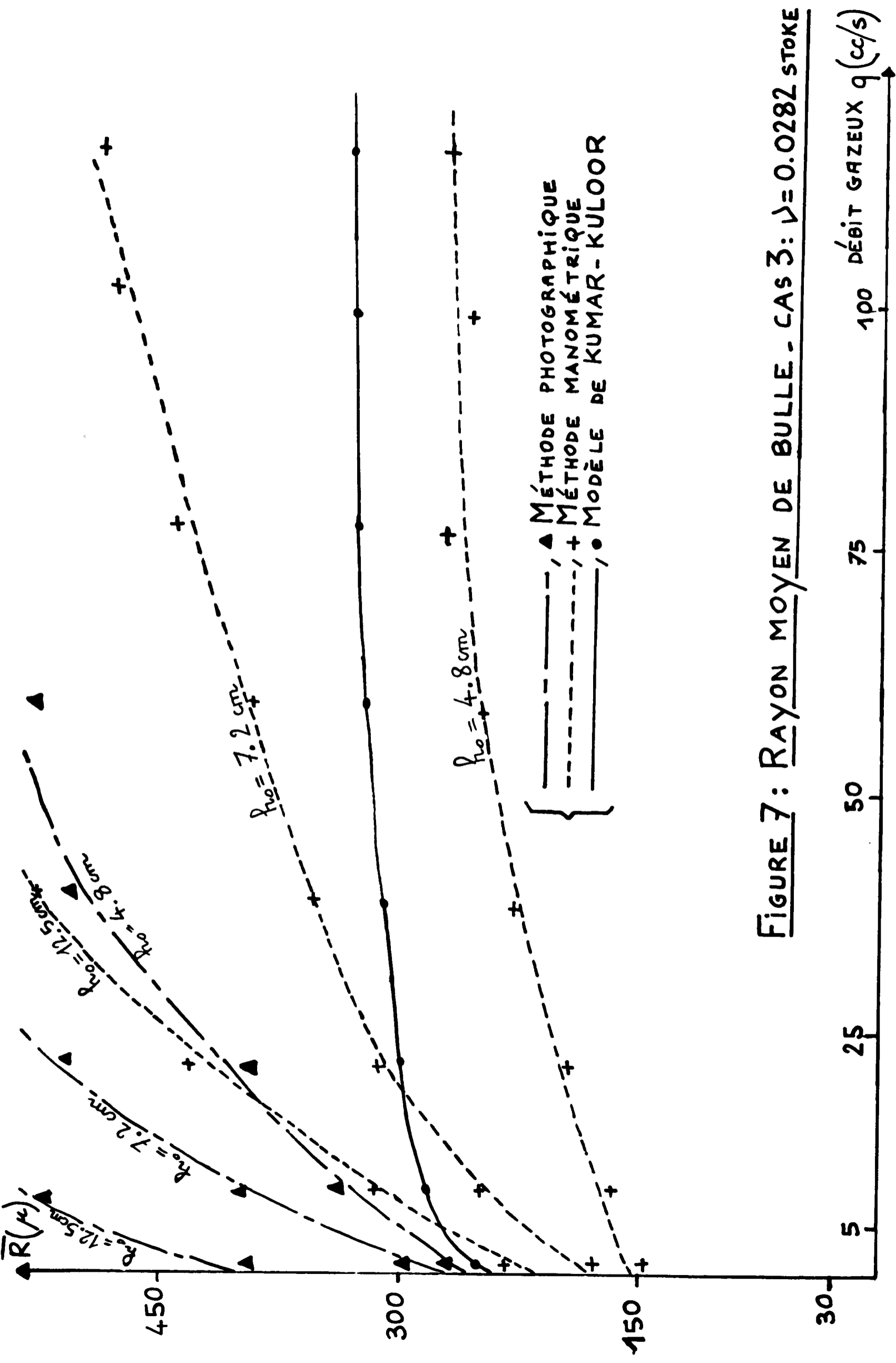


FIGURE 7: RAYON MOYEN DE BULLE - CAS 3: $\nu = 0.0282$ STOKE

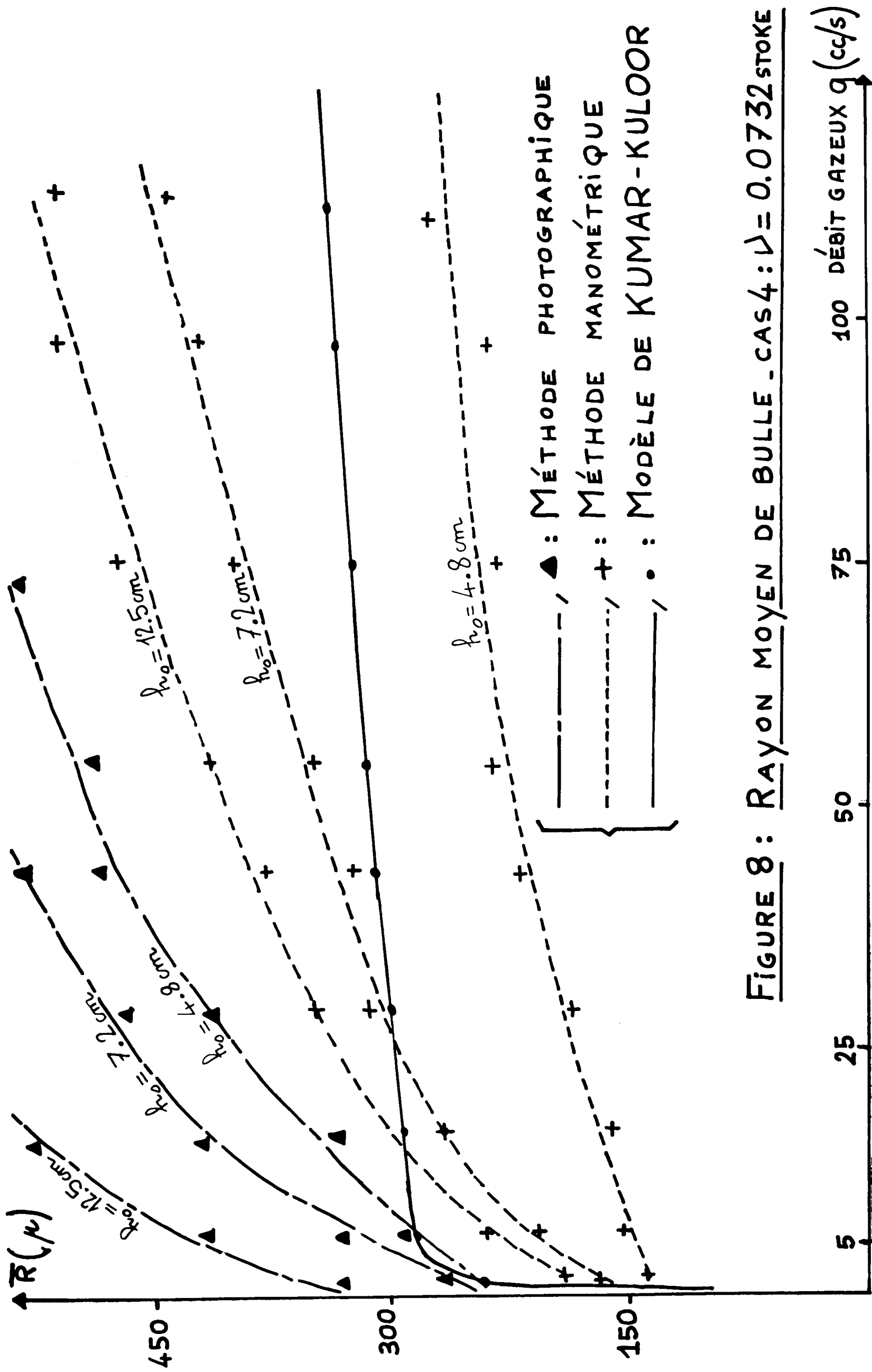


FIGURE 8: RAYON MOYEN DE BULLE - CAS 4: $\nu = 0.0732$ STROKE

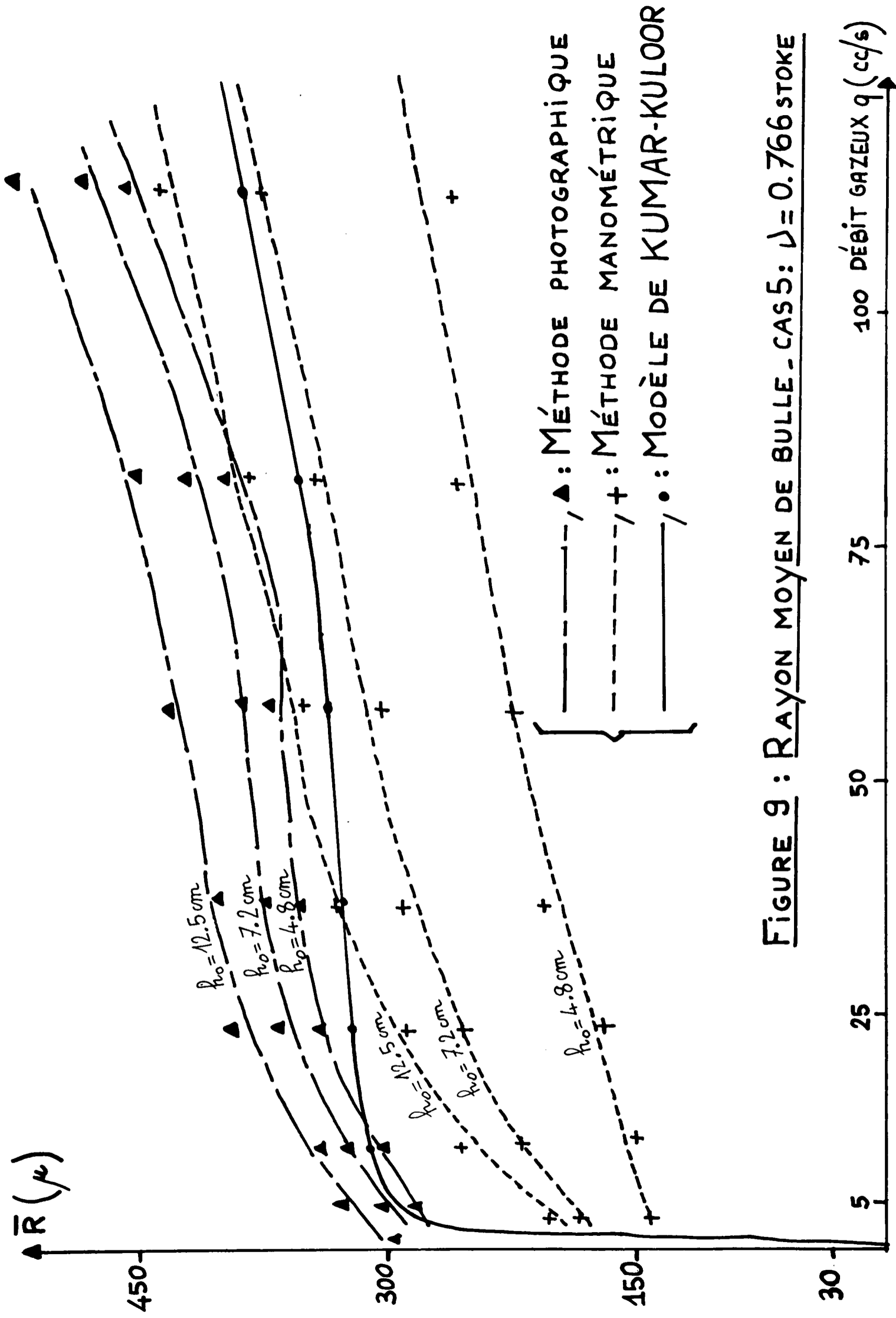


FIGURE 9 : RAYON MOYEN DE BULLE - CAS 5: $\nu = 0.766$ STROKE

Les courbes provenant de la méthode photographique montrent la diminution de la coalescence lorsque la viscosité du système croît et sont en bon accord avec le modèle pour des viscosités cinématiques de l'ordre de 0,5 à 1 stoke (figure 9).

CONCLUSION

Le modèle de KUMAR-KULLOOR ne se révèle être en bon accord avec les résultats issus de la technique photographique que pour une zone de viscosités qui correspond précisément à celle de notre étude expérimentale de la cinétique de flottation avec l'huile 250 NS et les mélanges (huile 250 NS - trichloréthylène). De plus, la technique photographique qui permet d'atteindre directement la dimension moyenne des bulles montre que, dans cette même zone de viscosités, la coalescence entre bulles est négligeable.

Ces résultats font que nous utiliserons désormais le modèle de KUMAR-KULLOOR pour déterminer la taille des bulles entrant en jeu, pour des conditions opératoires données, dans la cinétique de captation de particules solides que nous exposons dans le chapitre 2.

-.o-.o-.o-.o-

Les courbes provenant de la méthode photographique montrent la diminution de la coalescence lorsque la viscosité du système croît et sont en bon accord avec le modèle pour des viscosités cinématiques de l'ordre de 0,5 à 1 stoke (figure 9).

CONCLUSION

Le modèle de KUMAR-KULLOOR ne se révèle être en bon accord avec les résultats issus de la technique photographique que pour une zone de viscosités qui correspond précisément à celle de notre étude expérimentale de la cinétique de flottation avec l'huile 250 NS et les mélanges (huile 250 NS - trichloréthylène). De plus, la technique photographique qui permet d'atteindre directement la dimension moyenne des bulles montre que, dans cette même zone de viscosités, la coalescence entre bulles est négligeable.

Ces résultats font que nous utiliserons désormais le modèle de KUMAR-KULLOOR pour déterminer la taille des bulles entrant en jeu, pour des conditions opératoires données, dans la cinétique de captation de particules solides que nous exposons dans le chapitre 2.

._._._._.

G A Z · L I Q U I D E	TENSION SUPERFICIELLE	Trois constatations sont possibles : 1) A très petits débits ($Q < 0,1 \text{ cm}^3/\text{s}$), le volume de la bulle en formation est gouverné entièrement par la tension superficielle et par la force de remontée 2) Pour des liquides de faible viscosité, la force de tension superficielle est importante à faibles débits gazeux, perd son importance avec la croissance du débit, pour devenir négligeable à partir d'un certain débit gazeux critique Q_c 3) Pour des liquides très visqueux, lorsque le débit gazeux augmente, cette force de tension superficielle perd encore de son importance, mais à des débits beaucoup plus petits que pour les liquides peu visqueux.
	HAUTEUR D'IMMER SION	La hauteur d'immersion n'a pas d'influence sur le volume final de la bulle, aux régimes de débit gazeux constant et de pression constante. Elle a une influence appréciable dans le domaine intermédiaire.
//		
G A Z	V O L U M E D E L A C H A M B R E	Lorsque la perte de charge est grande au travers de l'orifice et les variations de pression durant la formation des bulles petites par rapport à cette perte de charge, nous sommes dans des conditions de débit gazeux constant et le volume de la chambre précédant l'orifice ne joue aucun rôle. De façon générale, HAYES a constaté que, si le diamètre de la chambre est égal ou supérieur à 4,5 fois celui de l'orifice, l'effet est nul. Pour des pertes de charge plus petites, des effets de résonance se manifestent.
	P R O P R I E T E S	Les propriétés physiques du gaz, sa viscosité et sa densité notamment, sont le plus souvent négligées devant celles du liquide
	D E B I T S	Deux distinctions : 1) <u>liquides peu visqueux</u> , où la force de tension superficielle joue un rôle important Lorsque le débit gazeux croît, en partant de la valeur 0, le volume de la bulle, en une 1ère étape, ne suit pas cette variation, tandis que la fréquence de formation augmente. En une 2ème étape, le volume croît alors avec le débit. 2) <u>liquides très visqueux</u> ($\mu > 500 \text{ cp}$) : le volume et la fréquence croissent très vite avec le débit gazeux. Il arrive une valeur Q^* où la fréquence de formation reste essentiellement constante, tandis que le volume de la bulle continue à croître.
//		
	T E M P E R A T U R E	Elle influe indirectement, par l'intermédiaire des propriétés physiques du système gaz-liquide

TABLEAU 7b : EFFETS DES DIVERS FACTEURS INFLUANT SUR LA TAILLE DES BULLES A LEUR FORMATION PREDITE PAR LE MODELE DE KUMAR-KULOOR

$d_f = 120$ microns			$d_f = 65$ microns			$d_f = 28$ microns			$d_f = 10$ microns		
Q (cm^3/s)	rayon de bulle R(en μ)	sites actifs SA	Q	R	SA	Q	R	SA	Q	R	SA
0.05	516	109	0.05	429	157	0.05	336	258	0.05	260	409
0.12	550	96	0.12	458	137	0.12	366	216	0.12	284	365
0.22	569	89	0.22	485	123	0.22	394	187	0.22	322	285
0.35	612	77	0.35	523	106	0.35	432	155	0.35	357	227
0.52	652	68	0.52	555	94	0.52	475	128	0.52	410	179
0.71	665	65	0.71	594	82	0.71	518	106	0.71	462	142
0.94	719	56	0.94	645	69	0.94	557	93	0.94	510	111
1.19	739	53	1.19	675	63	1.19	619	75	1.19	561	92
1.46	817	43	1.46	708	58	1.46	659	67	1.46	635	78
1.73	845	40	1.73	743	52	1.73	696	60	1.73	660	66
2.00	874	38	2.00	831	42	2.00	777	54	2.00	718	56
2.32	910	35	2.32	835	38	2.32	827	42	2.32	792	46
2.64	948	32	2.64	890	36	2.64	871	38	2.64	848	40
2.95	995	29	2.95	958	31	2.95	903	35	2.95	874	38
3.27	1032	27	3.27	997	29	3.27	927	34	3.27	949	35
3.58	1054	26	3.58	1040	27	3.58	1026	28	3.58	962	33
3.90	1083	25	3.90	1075	25	3.90	1035	27	3.90	999	29
4.20	1134	22	4.20	1096	24	4.20	1062	27	4.20	1031	27
4.52	1196	20	4.52	1160	24	4.52	1148	22	4.52	1058	25

TABLEAU 8 : INFLUENCE DU DEBIT GAZEUX q , LE DIAMETRE DE PORE DU VERRE FRITTE d_f ETANT LE PARAMETRE

ν en stoke	nombre de sites actifs SA	R ₂ en microns
1,230	72	635
1,152	84	624
1,053	95	592
0,948	99	568
0,805	111	524
0,675	138	483
0,571	157	442
0,450	181	411
0,323	218	365
0,177	312	303
0,104	376	277
0,055	458	251
0,033	534	235
0,018	660	220
0,012	691	212
0,008	719	205
0,004	773	195
0,003	803	191

TABLEAU 9 : INFLUENCE DE LA VISCOSITE CINEMATIQUE ν
SUR LE MODELE DE KUMAR-KULLOOR

Diamètre de pore = 10 microns - $\nu = 1,23$ Stoke

R en microns	Q en cm^3/s	R^3 en cm^3	Fréquence f
260	0,06	$17,6 \times 10^{-6}$	852
285	0,12	$23,3 \times 10^{-6}$	1 290
320	0,24	$33,0 \times 10^{-6}$	1 820
360	0,38	$47,0 \times 10^{-6}$	2 020
415	0,52	$72,0 \times 10^{-6}$	1 800
460	0,70	$98,1 \times 10^{-6}$	1 790
510	0,95	134×10^{-6}	1 770
560	1,20	178×10^{-6}	1 690
640	1,45	265×10^{-6}	1 570
660	1,70	290×10^{-6}	1 460
710	2,00	360×10^{-6}	1 390
780	2,40	480×10^{-6}	1 260

TABLEAU 10 - CALCUL DE LA FREQUENCE

CHAPITRE 2

CINETIQUE DE FLOTTATION

S O M M A I R E

	Pages
INTRODUCTION	32
I. <u>SYSTEMES ET COMPOSES SOLIDES UTILISES</u>	32
a) Systèmes liquides	32
b) Composés solides	32
II. <u>PROCEDURE EXPERIMENTALE</u>	33
III. <u>EFFET DE LA GRANULOMETRIE DU SOLIDE</u>	34
a) Revue bibliographique	34
b) Résultats expérimentaux	34
IV. <u>SYNTHESE QUALITATIVE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX</u>	35
a) Mousses stables	35
b) Mousses évolutives	35
V. <u>MODELE DE CAPTATION A 1 PARAMETRE</u>	36
a) Revue bibliographique	36
b) Présentation du modèle	37
VI. <u>ACCORD ENTRE LE MODELE A 1 PARAMETRE ET LES RESULTATS EXPERI- MENTAUX</u>	41
a) Influence du temps de fonctionnement τ	41
b) Influence du diamètre de grain	42
c) Influence du débit gazeux	42
VII. <u>MODELE DE CAPTATION A 3 PARAMETRES</u>	48
a) Faits expérimentaux	48
b) Présentation du modèle	48
c) Intégration de la loi de vitesse	52

VIII. <u>ACCORD ENTRE LE MODELE DE CAPTATION A 3 PARAMETRES ET LES POINTS EXPERIMENTAUX</u>	54
a) Influence de la concentration initiale en particules solides, c_0	55
b) Influence du débit gazeux pour différents diamètres de pores du verre fritté - Intervention d'un débit de fuite	55
c) Influence de la dilution	61
IX. <u>DISCUSSION</u>	64
X. <u>CALCUL DU NOMBRE DE CHOCS</u>	66
a) Ecoulement visqueux	66
b) Ecoulement potentiel	69
c) Applications numériques	70
CONCLUSION	74

INTRODUCTION

Après avoir réalisé et testé le calibrage du courant gazeux comme cela a été exposé dans le chapitre précédent, nous avons été amenés à utiliser des composés solides ayant une granulométrie bien définie, condition nécessaire pour l'obtention de résultats reproductibles.

Nous avons alors étudié l'influence des divers paramètres du système sur la cinétique de montée des particules solides.

Nous proposons, dans ce chapitre, un modèle de captation, à 1 ou à 3 paramètres suivant l'état de la mousse en surface, qui rend compte des résultats expérimentaux obtenus.

I. SYSTEMES ET COMPOSES SOLIDES UTILISES

Le but de notre étude est de réaliser la séparation d'un solide d'une phase liquide où il se trouvait initialement à l'état de suspension par l'intermédiaire d'un courant gazeux formant une mousse en surface.

a) Systèmes liquides

Nous avons essentiellement utilisé deux systèmes liquides :

- . de l'huile de base 250 Neutral Solvent, pure ou diluée, suivant les besoins, avec du trichloréthylène, du cétane ou du diéthylène-glycol.
- . du glycérol en phase aqueuse renfermant du teepol, agent tensio-actif servant à ajuster la tension superficielle à celle du premier milieu.

b) Composés solides

Bien que notre travail trouve son intérêt premier dans le déparaffinage d'huiles, nous avons assez rapidement écarté la paraffine d'huile de base comme matériau d'étude pour les deux raisons suivantes :

. les paraffines cristallisent suivant des formes géométriques très diverses de sorte qu'il est difficile de définir une granulométrie représentative.

. le phénomène de cristallisation, assez mal connu, s'ajouterait au phénomène de captation que nous cherchons plus spécialement à étudier et ferait que nos résultats expérimentaux dépendraient pour une bonne part des conditions thermodynamiques du système.

Nous avons utilisé diverses poudres dont nous avons réalisé le calibrage par broyage suivi d'un tamisage précis de 25 microns d'amplitude en moyenne entre deux tamis.

Ce tamisage fut appliqué aux composés solides suivants :

- . le polyéthylène Basse Pression

- . l'ORGALACQ G, qui est un copolyamide 11 résultant de la polycondensation de l'acide 11-Amino-Undécanoïque
($\text{NH}_2 - (\text{CH}_2)_{10} - \text{COOH}$)
- . du chlorure de polyvinyle
- . du verre en poudre
- . du soufre en fleur

Nous avons éliminé le talc pour sa grande facilité à s'auto-associer en formant des agrégats qu'il est difficile de briser sans perturber grandement la structure de la mousse en surface.

Nous donnons, dans l'annexe 1, les constantes physico-chimiques caractéristiques de ces divers systèmes liquides et composés solides qui nous ont été utiles pour l'exploitation de nos résultats expérimentaux.

II. PROCEDURE EXPERIMENTALE

Nous avons concentré nos expériences sur les deux premières espèces citées plus haut, à savoir le polyéthylène Basse Pression et l'ORGALACQ G, tout d'abord en régime discontinu, puis en régime semi-continu qui présente l'avantage de maintenir une concentration constante dans le temps au sein du réacteur.

Les figures (10) et (11) montrent les schémas représentatifs des deux appareillages utilisés.

En conservant les notations de ces deux figures, les mesures effectuées concernent, en régime discontinu, les quantités m_s et v_h , en régime semi-continu, les quantités m_s , v_h , C_{R0} , C_{R1} , C_{T0} , C_{T1} .

Pour ces dernières, il s'agit de vérifier que :

$$C_{R0} \neq C_{R1} \neq C_{T0} \neq C_{T1}$$

Nous avons opéré avec une agitation suffisante pour assurer une concentration uniforme dans la phase liquide tout en évitant de perturber notablement la structure de la mousse en surface.

Nous nous sommes assurés de la bonne reproductibilité de nos résultats qui proviennent du processus suivant, en régime discontinu.

- . recueil de la mousse par un balayage suivant des plans horizontaux pour éviter d'emporter une quantité appréciable de liquide sous-jacent.
- . mesure du volume de phase liquide retenue dans la mousse recueillie.
- . filtration avec lavage du gâteau par un solvant de la phase liquide, du trichloréthylène dans le cas de l'huile 250 NS, l'eau pure dans le cas d'une solution aqueuse de glycérol.
- . pesée du gâteau de solide.

Nous nous sommes assurés du caractère reproductible de notre mode de prélèvement en répétant plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions.

Après avoir testé la qualité du filtre, nous avons vérifié que les solides employés, en l'occurrence donc, le polyéthylène Basse Pression et le copolyamide 11 ORGALACQ G, n'étaient pas affectés par leur contact avec les solvants employés : le trichloréthylène, le diéthylène-glycol, le ~~cétane~~ : pas de dissolution, ni de rétention par gonflement notables, dans les conditions d'utilisation.

Nous avons aussi vérifié que la filtration, suivie du lavage sous un prévide fourni par une trompe à eau nous donnait un gâteau solide exempt d'huile 250 NS et du solvant de lavage.

Enfin, pour ce qui est de la précision des mesures, la masse de solide remontée est déterminée à 1 mg près, le volume de phase liquide interstitielle dans la mousse à 0,1 cm³ près.

III. EFFET DE LA GRANULOMETRIE DU SOLIDE

a) Revue bibliographique

La plupart des études sur cet effet ont trait à des problèmes très particuliers, notamment le problème de la séparation des minerais ; les auteurs rapportent les courbes expérimentales (vitesse de flottation - diamètre de grain) relatives souvent à un minéral bien défini, sans proposer de théorie explicative.

REAY et RAT CLIFF (R3) ont, pour leur part, étudié l'effet de granulométrie pour des rapports $P = \frac{\text{taille de bulles}}{\text{taille de particules}}$ variant de 5 à 500 et obtiennent une courbe à minimum.

Ils expliquent la partie décroissante de leur courbe, correspondant à des valeurs de P comprises entre 50 et 500 en faisant l'hypothèse que la rencontre { bulle - particule solide } se fait par diffusion des particules vers les bulles suivant la théorie du mouvement brownien. Ils supposent un régime de collision directe entre bulles et particules pour la partie croissante de leur courbe ($P < 10$) le minimum correspondant alors à un régime intermédiaire. Ces hypothèses conduisent à un bon accord avec leurs mesures.

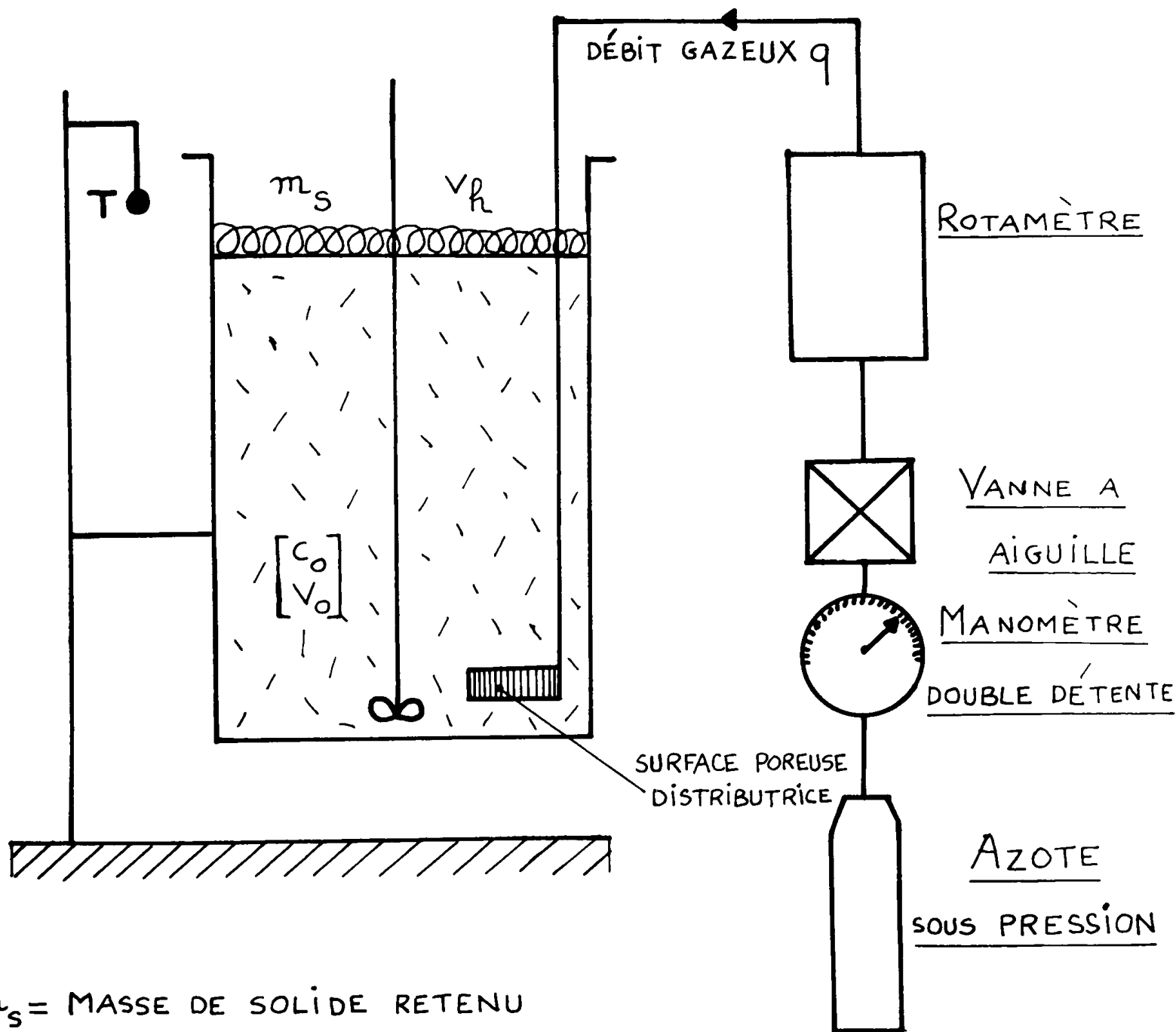
b) Résultats expérimentaux

Notre travail expérimental correspond à des valeurs de P de l'ordre de 2 à 10.

La figure (12) montre la courbe obtenue que nous avons construite par strates correspondant aux diverses classes granulométriques de 25 microns d'amplitude en moyenne issues du tamisage du Polyéthylène Basse Pression.

Il apparaît un maximum pour un rayon moyen de 125 microns. Les résultats sont pratiquement identiques avec le copolyamide 11 ORGALACQ G, de densité très voisine de celle du polyéthylène Basse Pression.

En deçà de ce maximum, la partie croissante correspond au régime de collision de REAY et RAT CLIFF. Nous en rendons compte par le modèle de captation à 1 paramètre que nous exposons plus loin.



m_s = MASSE DE SOLIDE RETENU
DANS LA MOUSSE

V_R = VOLUME D'HUILE RETENUE
DANS LA MOUSSE

**FIGURE 10: SCHEMA DE L'APPAREILLAGE FONCTIONNANT
EN DISCONTINU**

π_s = MASSE DE SOLIDE RETENU DANS LA MOUSSE

V_R = VOLUME D'HUILE RETENUE DANS LA MOUSSE

C_{R0} = CONCENTRATION EN SOLIDE DANS LE RÉACTEUR AVANT LA MANIPULATION

C_{R1} = CONCENTRATION EN SOLIDE DANS LE RÉACTEUR A LA FIN DE LA MANIPULATION

C_{T0} = CONCENTRATION EN SOLIDE DANS LE BAC TAMPON AVANT LA MANIPULATION

C_{T1} = CONCENTRATION EN SOLIDE DANS LE BAC TAMPON A LA FIN DE LA MANIPULATION

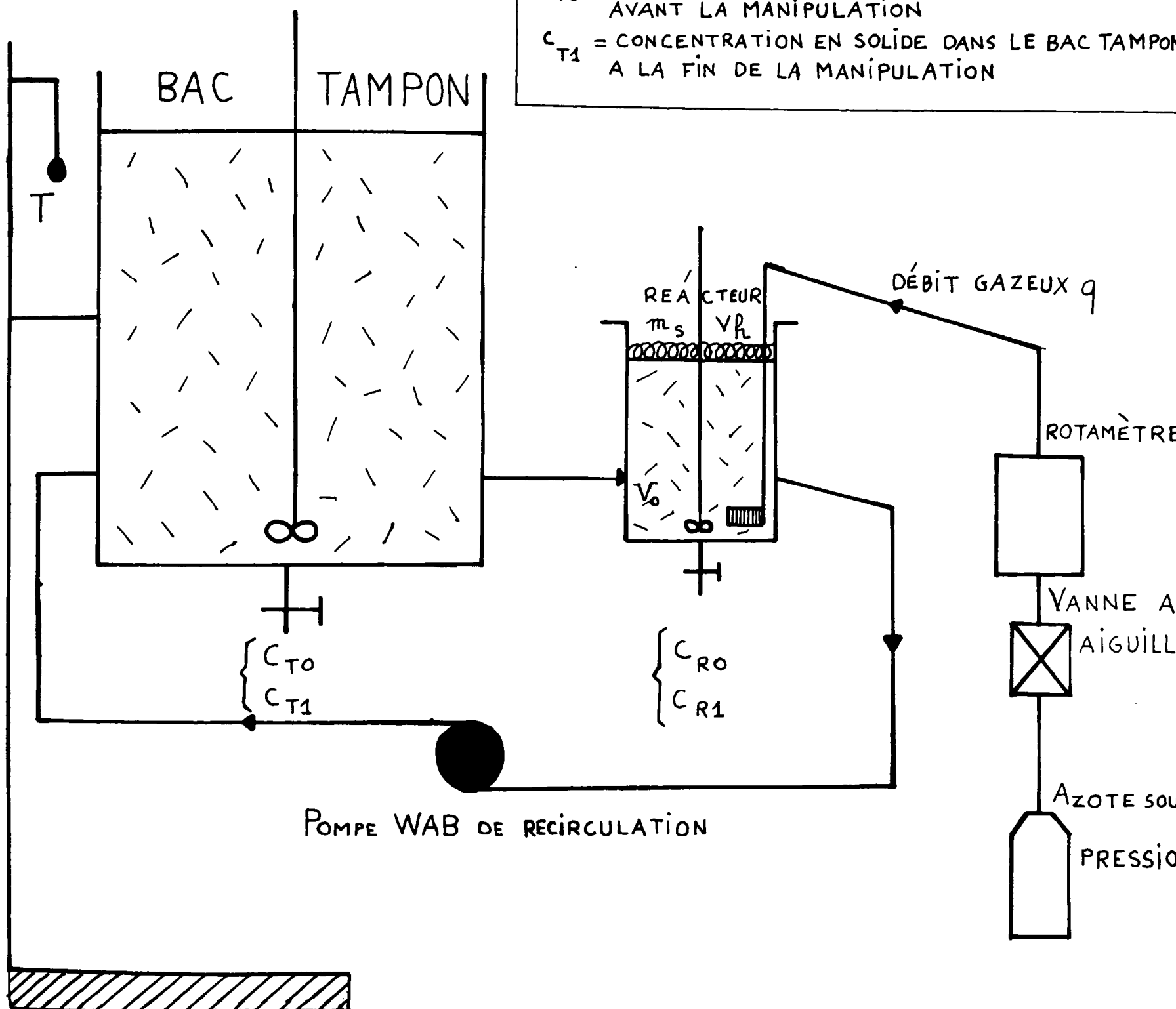


FIGURE 11: SCHÉMA DE L'APPAREILLAGE FONCTIONNANT EN SEMI-CONTINU

MASSE DE SOLIDE REUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

1.5
1.0
0.5

CONDITIONS OPÉRATOIRES
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $c_0 = 25500$ PARTICULES/ cm^3 - $T = 22^\circ C$
 $q = 1.46$ cc/s - HUILE 250 NS
DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

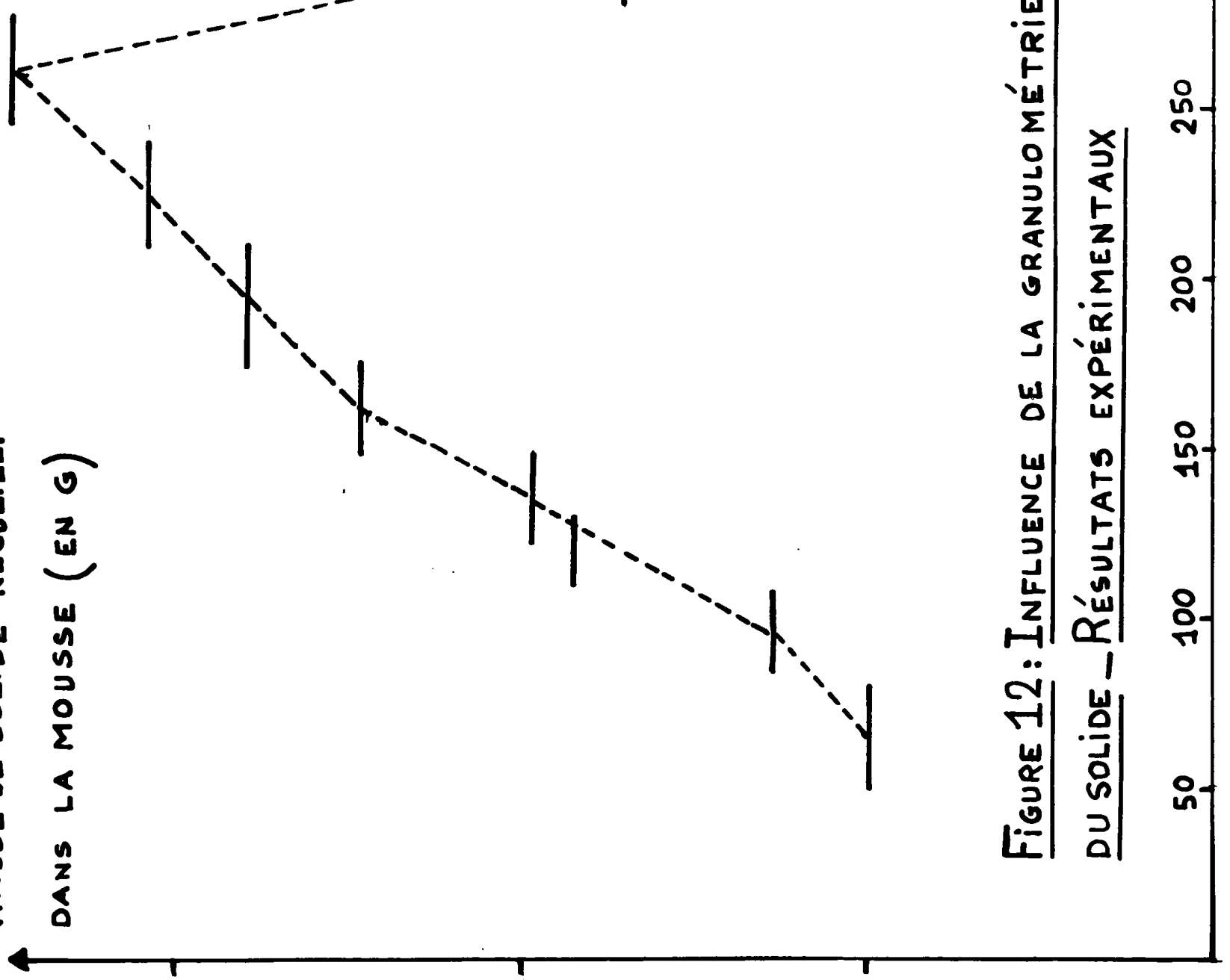


FIGURE 12: INFLUENCE DE LA GRANULOMÉTRIE
DU SOLIDE - RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

DIAMÈTRE MOYEN DE
GRAIN PAR PLAGES (EN μ)

Au-delà du maximum, la partie décroissante est très abrupte. Nous en rendons compte en faisant l'hypothèse que le maximum correspond au volume de particule limite satisfaisant aux conditions d'équilibre mécanique du système { bulle - particule } . Au-delà de ce volume limite, les conditions d'équilibre mécanique ne peuvent plus être satisfaites.

Nous consacrons le chapitre suivant à l'étude de ces conditions d'équilibre pour diverses formes de particule.

IV. SYNTHESE QUALITATIVE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous pouvons les classer en deux catégories suivant le comportement de la mousse en surface.

a) Mousses stables

Le courant gazeux se retrouve intégralement dans la mousse. (cela revient à négliger les effets de coalescence de surface). Les particules qui y sont véhiculées par les bulles y demeurent. Nous avons étudié dans ces conditions l'influence des diverses variables opératoires et nous montrons plus bas comment le modèle de captation à un seul paramètre rend compte des points expérimentaux obtenus.

b) Mousses instables

Elles sont le siège de perpétuels ajustements par coalescence plus ou moins marquée entre bulles voisines.

Le courant gazeux initialement produit ne se conserve pas totalement : une fraction se perd par éclatement de bulles à la surface de la mousse selon ce que nous appelons un débit de fuite.

Du fait des ajustements permanents internes au sein de la mousse, une fraction des particules solides amenées par les bulles dans la mousse réintègre le milieu liquide sous-jacent selon ce que nous appelons un flux de retour.

Nos observations expérimentales nous ont conduit aux conclusions qualitatives suivantes :

. Pour une viscosité donnée de la phase liquide sous-jacente, il existe une concentration critique initiale en particules solides où se produit dans la mousse un flux de retour.

Plus la viscosité de la phase liquide diminue, plus cette concentration critique initiale diminue.

A partir de l'apparition de ce flux de retour et au-delà, la mousse devient de plus en plus instable.

. Conséquemment au flux de retour, apparaît un débit de fuite lié à l'instabilité de la mousse et dû à l'éclatement des bulles en surface. Les réarrangements internes deviennent de plus en plus importants quand la viscosité de la phase liquide diminue et font que, de négligeable au niveau de la concentration initiale critique en particules solides, le débit de fuite devient peu à peu prépondérant au-delà.

Dans ce cas de mousses instables, et au vu de nos résultats expérimentaux, nous proposons ci-après un modèle de captation à 3 paramètres.

V. MODELE DE CAPTATION A 1 PARAMETRE

Il est relatif aux mesures effectuées sur des mousses stables

a) Revue bibliographique

Le premier essai d'une étude quantitative de la flottation a été réalisé par MERLIN et GAZO en 1928 (M 10)

Dans de nombreuses études sur la cinétique proprement dite (S 8, B 3, H 4, M 14, E 2) est utilisé l'équation :

$$R_T = K c^n$$

où R_T est la vitesse de flottation

c est la concentration du solide que l'on fait flotter

K est une constante de vitesse

n est analogue à un ordre de réaction

L'emploi de cette équation est basé sur l'analogie formelle entre la flottation et la réaction chimique : en effet, dans les deux cas, ce sont les chocs, entre particules et bulles pour le premier cas, entre atomes ou molécules pour le second cas, qui engendrent le processus.

Généralement, l'ordre de réaction n , non entier, est pris entre 0 et 3; il présente l'inconvénient majeur de n'avoir pas de véritable signification physique.

D'autres auteurs (S 3, S 10, D 6) étudient les processus qui influencent la flottation sous un aspect statistique, en décomposant le processus total en étapes partielles.

Chaque étape partielle, par exemple le choc grain-bulle, l'adhésion du grain sur la bulle, le maintien de ce grain sur la bulle, possède une probabilité de flottation, d'où l'on peut conclure à une vitesse de flottation.

Cette méthode possède l'avantage de tenir compte des réalités physiques mais n'a pas conduit jusqu'ici à des résultats intéressants essentiellement parce que les calculs théoriques sur les probabilités partielles donnent des expressions compliquées, avec de nombreux paramètres, dont la définition et la détermination expérimentales sont difficiles.

Nous prendrons l'exemple des travaux de SUTHERLAND (S 10) qui a été le premier à développer une théorie comportant une étape de collision comme processus initial. Il obtient comme constante de vitesse k l'expression :

$$k = 3\pi\theta R r UN' / ch^2 \left(\frac{3 U \bar{\lambda}}{4 R} \right)$$

où r et R sont les rayons de particule et de bulle

U est la vitesse relative de la bulle par rapport à la particule

N' est la concentration en bulle

$\bar{\lambda}$ est un temps d'induction, θ est un facteur d'efficacité.

Le temps d'induction $\bar{\lambda}$ est défini comme étant le temps qui s'écoule entre le contact apparent lors de la collision et la formation de l'interface solide-liquide-gaz.

$\bar{\lambda}$, de l'ordre de quelques millièmes de seconde, est de détermination expérimentale difficile.

Enfin, on trouve aussi des formules purement empiriques, par exemple sous forme d'une série de puissances (V 5, M 7, M 8),

$$R_T = K_0 + K_1 C + K_2 C^2 + \dots$$

K_0, K_1, K_2, \dots étant des constantes, R_T et c étant toujours respectivement la vitesse de flottation et la concentration du solide que l'on fait flotter.

Cette équation contient plus de paramètres que l'équation :

$$R_T = K c^n$$

et peut donc représenter les résultats d'essais expérimentaux de façon plus précise. Cet avantage est toutefois contrarié par la difficulté de déterminer ces paramètres.

b) Présentation du modèle

En définitive ces diverses études ne répondent que de façon médiocre, car souvent partielle, à nos observations et résultats expérimentaux.

Aussi avons-nous cherché un support théorique plus satisfaisant que nous exposons brièvement maintenant.

Nous rappelons que nous traitons pour le moment le cas de mousses stables, ce qui nous affranchit du flux de retour et du débit de fuite que nous avons définis plus haut.

Cela étant, nous posons que l'étape initiatrice est l'étape de captation au sein de la phase liquide, étape qui comprend un processus de choc entre particule et bulle, suivi du maintien ou non de la particule sur la bulle.

Dans ce cas, la vitesse de captation sera aussi la vitesse globale de flottation

$$R_T = R_C = R_1 - R_2$$

où R_T est la vitesse de flottation

R_C est la vitesse de captation

R_1 est la vitesse de collision, caractérisant le flux d'arrivée des particules solides sur les bulles

R_2 est la vitesse caractérisant le flux de départ d'une partie de ces particules

Cette écriture tient compte de la réalité expérimentale que nous avons observée et qui veut qu'une collision bulle-particule n'implique pas forcément l'adhésion et le maintien de cette dernière sur la bulle.

. Evaluation de R_1

Nous évaluons la vitesse de collision R_1 en grandeur massique.

Pour ce faire, nous faisons l'hypothèse de base que la phase liquide se comporte vis à vis des bulles comme un fluide idéal et que les particules véhiculées ont par leur masse un effet d'inertie négligeable, ce qui fait qu'elles ne modifient en rien les lignes de courant qui les transportent au contact des bulles.

Supposer le fluide idéal revient à supposer l'écoulement potentiel.

Prenons un référentiel fixé à la bulle et appelons U la vitesse relative du liquide par rapport à la bulle. Alors, en tout point, pour un fluide incompressible, l'équation de continuité s'écrit :

$$\text{div } V = 0$$

L'équation de NAVIER - STOKES s'écrit quant à elle

$$(V \text{ grad}) V = - \frac{1}{\rho_L} \text{ grad } p$$

Les conditions aux limites sont :

$$\begin{array}{l} \text{quand } r \longrightarrow +\infty \\ \text{quand } r = \bar{R} + r \end{array} \quad , \quad \begin{array}{l} v \longrightarrow U \\ (v)_r = 0 \end{array}$$

(au contact de la sphère, de rayon R , la vitesse normale est nulle).

En fait, l'hypothèse de l'écoulement irrotationnel n'est plus valable au voisinage de la surface de la sphère où des effets de viscosité jouent dans la couche-limite. Dans notre cas, la sphère étant gazeuse, nous pouvons négliger ces effets de couche-limite. Il en serait tout autrement avec une sphère solide.

Si $\varphi(\theta, r)$ désigne le potentiel des vitesses, il vient

$$\vec{V} = \text{grad } \varphi \quad , \quad \text{soit } \Delta \varphi = 0$$

Si nous cherchons pour φ une solution de la forme

$$\varphi(r, \theta) = f(r) \cos \theta \quad ,$$

il vient, en coordonnées sphériques, l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) - 2 f = 0$$

dont la solution générale est :

$$f = Ar + \frac{B}{r^2}$$

Les conditions aux limites imposent finalement :

$$\varphi(\theta, r) = Ur \cos \theta + \frac{1}{2} U \frac{\bar{R}^3}{r^2} \cos \theta$$

Les lignes de courant sont données par l'équation différentielle

$$\frac{dr}{\frac{\partial \varphi}{\partial r}} = \frac{rd\theta}{\frac{\partial \varphi}{r\partial \theta}}$$

soit ici

$$\frac{dr}{(1 - \frac{\bar{R}^3}{r^3}) \times \cos \theta} = \frac{rd\theta}{-(1 + \frac{\bar{R}^3}{2r^3}) \times \sin \theta}$$

ou

$$- 2 \cotg \theta \times d\theta = \frac{2r^3 + \bar{R}^3}{r^3 - \bar{R}^3} \times \frac{dr}{r} = \left(\frac{3r^2}{r^3 - \bar{R}^3} - \frac{1}{r} \right) \times dr$$

soit finalement, après intégration

$$\boxed{\sin^2 \theta = \frac{Cr}{r^3 - \bar{R}^3}} \quad C \text{ étant une constante}$$

En se plaçant sur une ligne de courant arbitraire (figure 13), on calcule C en écrivant que, lorsque ($\varphi \longrightarrow 0$ et $x \longrightarrow +\infty$), $x \sin \varphi \longrightarrow E$, E étant la distance à l'infini d'une ligne de courant à l'axe de symétrie.

Il s'en suit que $C = E^2$ nécessairement.

Pour la ligne de courant limite où $E = D$ (figure 13), caractérisée par la condition ($x = \bar{R} + r$, $\varphi = +\frac{\pi}{2}$), il vient

$$\boxed{C = \frac{(\bar{R} + r)^3 - \bar{R}^3}{\bar{R} + r} = D^2}$$

Cette ligne de courant limite et sa symétrique par rapport à l'axe de symétrie \vec{O}_z détermine un faisceau qui contient toutes les particules susceptibles d'entrer en collision avec la bulle.

Faisant l'évaluation sur une durée de temps unité, à un instant arbitraire t, le nombre de collisions par seconde et par cm^3 , \dot{n} , s'écrit :

$$\boxed{\dot{n} = \pi \times D^2 \times U \times N' \times (N_0 - N_s)}$$

pour une suspension solide de N_0 particules/ cm^3 à l'instant initial, de $(N_0 - N_s)$ particules/ cm^3 à l'instant t, et pour une concentration de N' bulles/ cm^3 dans le réacteur.

Mais, à l'instant t,

$$N_0 - N_s = \frac{1}{\frac{4}{3} \pi r^3 \times \rho_s} \times \frac{m_0 - m_s}{SH - Vh}$$

et
$$N' = \frac{q}{\frac{4}{3} \pi \bar{R}^3 s U}$$

en désignant par

- S, la section du réacteur
- s, la section du verre fritté producteur de bulles
- ρ_s , la densité des particules solides
- H, la hauteur de la phase liquide
- m_0 , la masse de solide, à l'instant initial, dans le réacteur
- m_s , la masse de solide, à l'instant t, dans la mousse
- V_h , le volume, à l'instant t, de liquide interstitiel dans la mousse

Pour l'ensemble du réacteur, il vient :

$$R_1 = \dot{n} \times \frac{4}{3} \pi r^3 \times \rho_s \times S \times H$$

Soit encore, en négligeant la variation de volume de la phase liquide V_h due à la montée permanente de liquide dans la mousse (cette approximation introduit une erreur inférieure à 1 % en moyenne).

$$R_1 = \frac{3 q r^3 [(\bar{R} + r)^3 - (\bar{R}^3)] \times (m_0 - m_s)}{4 \bar{R}^3 \times (\bar{R} + r) S} \quad (1)$$

. Evaluation de R_2 :

Nous évaluons R_2 caractérisant le flux de départ d'une partie des particules solides en posant, à un instant t

$$R_2 = k \times \frac{R_T}{f} \quad (2)$$

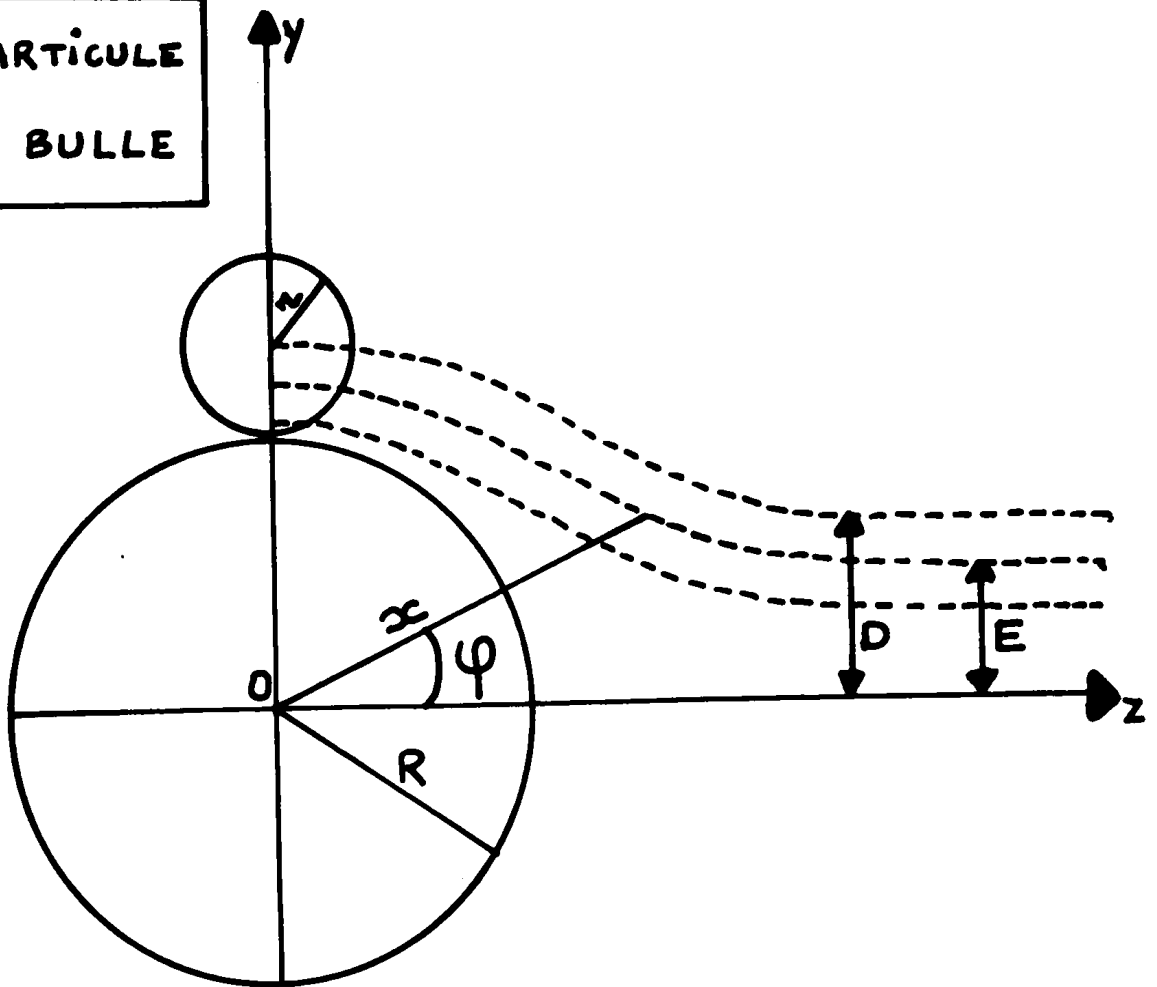
où k est une constante, f est le flux de bulles arrivant dans la mousse et R_T désigne toujours la vitesse globale de flottation.

Cela revient à affirmer que, dans des conditions données et à un instant donné t, le flux de départ est proportionnel au degré de couverture moyen en particules de chaque bulle.

Comme $f = \frac{q}{\frac{4}{3} \pi \bar{R}^3}$, en posant $\lambda = \frac{4}{3} \pi k$

r = RAYON DE LA PARTICULE

\bar{R} = RAYON DE LA BULLE



$$\sin^2 \varphi = \frac{C \cdot \alpha}{\alpha^3 - \bar{R}^3} \quad \text{AVEC} \quad C = \frac{(\bar{R} + r)^3 - \bar{R}^3}{\bar{R} + r}$$

FIGURE 13 : LIGNES DE COURANT EN ÉCOULEMENT POTENTIEL

Il vient :

$$R_T = R_c = R_1 - R_2 = \frac{3q r \times ((\bar{R}+r)^3 - \bar{R}^3) \times (m_0 - m_s)}{4 \bar{R}^3 (\bar{R} + r) \times S \times (1 + \frac{\lambda \bar{R}^3}{q})} \quad (3)$$

. Forme intégrée de l'équation (3)

L'équation différentielle (3) peut encore s'écrire :

$$R_T = \frac{dms}{dt} = p (m_0 - m_s)$$

soit, compte-tenu des conditions initiales

$$m_s (t) = m_0 \times (1 - e^{-pt}) \quad (4)$$

où nous avons posé :

$$p = \frac{3 q r \times [(\bar{R} + r)^3 - \bar{R}^3]}{4 \bar{R}^3 (\bar{R} + r) \times S \times (1 + \frac{\lambda \bar{R}^3}{q})} \quad \text{avec} \quad [p] = [\lambda] = T^{-1}$$

VI. ACCORD ENTRE LE MODELE A 1 PARAMETRE ET LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous venons de définir une vitesse globale de flottation R_T à 1 paramètre,

Nous avons ajusté la valeur du paramètre λ à partir des courbes donnant l'influence du temps de fonctionnement τ , et cela pour deux systèmes différents, à savoir le système {Polyéthylène Basse Pression + huile 250 NS} et le système {Poudre de verre + eau + glycérol}

Nous avons ensuite testé la valeur prédictive du modèle en le comparant aux courbes expérimentales rendant compte de l'influence du débit gazeux et du diamètre de grain

a) Influence du temps de fonctionnement τ

Nous plaçant dans des conditions opératoires données, l'ajustement du paramètre λ à partir des points expérimentaux correspondants, nous a donné :

. pour le polyéthylène Basse Pression :

$$\lambda = 5,22 \times 10^{+6} \text{ (seconde)}^{-1}$$

. Pour la poudre de verre :

$$\lambda = 2,38 \times 10^{+9} \text{ (seconde)}^{-1}$$

Les figures (14), (15), (16), (17) et le tableau (11), dans le cas du polyéthylène Basse Pression, la figure (18) et le tableau (12), dans le cas de la poudre de verre, correspondant à diverses conditions opératoires, montrent l'accord satisfaisant entre nos résultats expérimentaux et ce que prévoit ce modèle simple de captation à 1 paramètre.

Il apparaît aussi que le modèle se révèle moins satisfaisant pour des temps de fonctionnement τ élevés.

b) Influence du diamètre de grain

La figure (19) associée au tableau (13) montrent, dans le cas du système { Polyéthylène Basse-Pression + Huile 250 NS }, l'accord entre le modèle et les points expérimentaux jusqu'à la valeur $\bar{r} = 125 \mu$ qui correspond à un maximum expérimental, comme nous l'avons vu précédemment. Nous donnons le programme de calcul dans l'annexe 5. Au-delà de la valeur $\bar{r} = 125 \mu$, les quantités expérimentales recueillies sont très faibles alors que le modèle continue à croître.

Nous rendrons compte de cette décroissance brutale, constatée expérimentalement, dans le chapitre 3.

c) Influence du débit gazeux

Les figures (20) et (21) associées aux tableaux (14) et (15) pour le polyéthylène Basse Pression rendent compte d'une même évolution : courbe croissante, présentant un maximum suivi d'un palier, avec un accord satisfaisant entre le modèle et les points expérimentaux. Cette évolution tient au mode de production des bulles lui-même et se justifie à l'aide du tableau (10) du chapitre I.

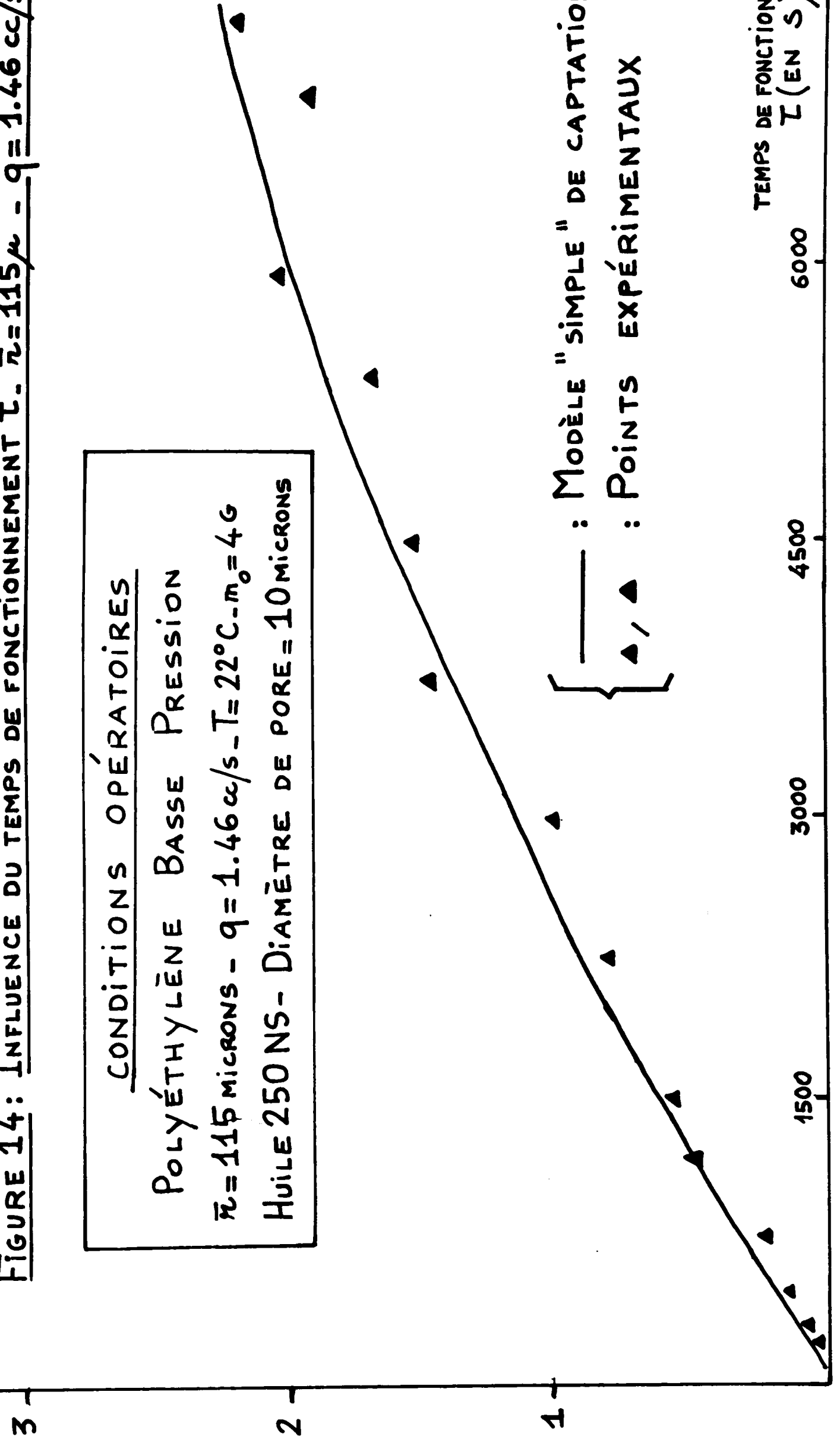
Ce tableau montre, en effet, qu'en augmentant le débit gazeux, le rayon moyen de bulle augmente de moins en moins vite mais constamment alors que la fréquence des bulles augmente, plus vite que ce dernier pour des débits gazeux faibles, pour se stabiliser à partir d'un débit critique q_0 .

Il s'ensuit que l'aire de contact spécifique $a_s = \frac{3}{R}$ disponible offerte par les bulles passe par un maximum pour cette valeur critique du débit, d'où l'existence d'un maximum sur nos courbes.

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

FIGURE 14: INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT τ - $\bar{\nu} = 115 \mu$ - $q = 1.46 \text{ cc/s}$

CONDITIONS OPÉRATOIRES
 POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $\bar{\nu} = 115 \text{ microns}$ - $q = 1.46 \text{ cc/s}$ - $T = 22^\circ \text{C}$ - $m_0 = 4 \text{ G}$
 HUILE 250 NS - DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS



— : MODÈLE "SIMPLE" DE CAPTATION
 ▲ : POINTS EXPÉRIMENTAUX

TEMPS DE FONCTIONNEMENT
 τ (EN S)

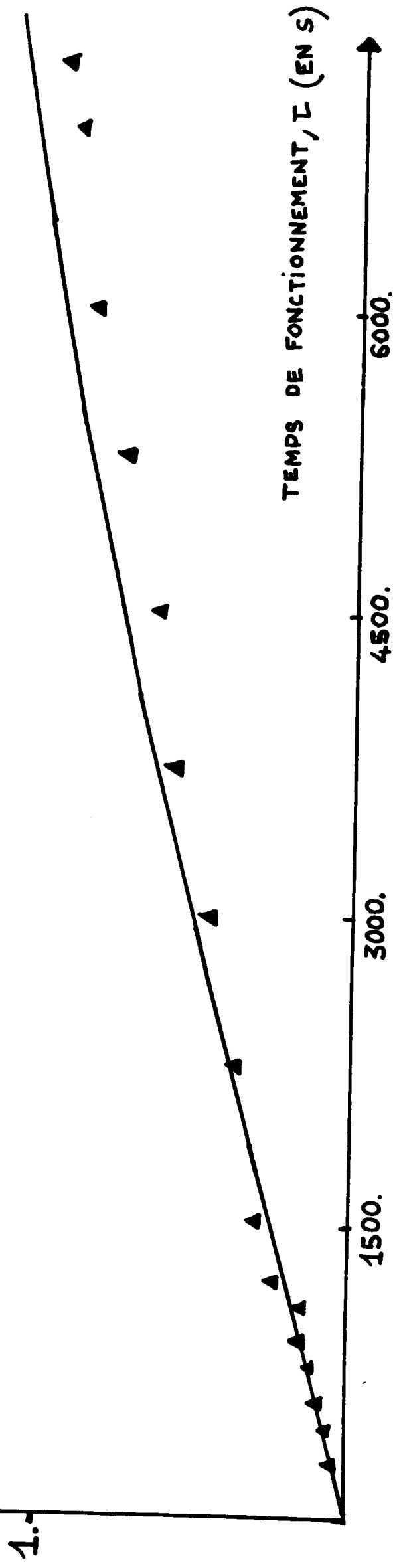
MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

3.
2.
1.

FIGURE 15 : INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT L.

CONDITIONS OPÉRATOIRES
 POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $\bar{r} = 48$ MICRONS - $q = 1.46$ cc/s - $T = 22^\circ\text{C}$
 $\pi_0 = 46$ - HUILE 250 NS PURE
 DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

— : MODÈLE " SIMPLE " DE CAPTATION
 ▲ : POINTS EXPÉRIMENTAUX



TEMPS DE FONCTIONNEMENT, L (EN S)

1500.

3000.

4500.

6000.

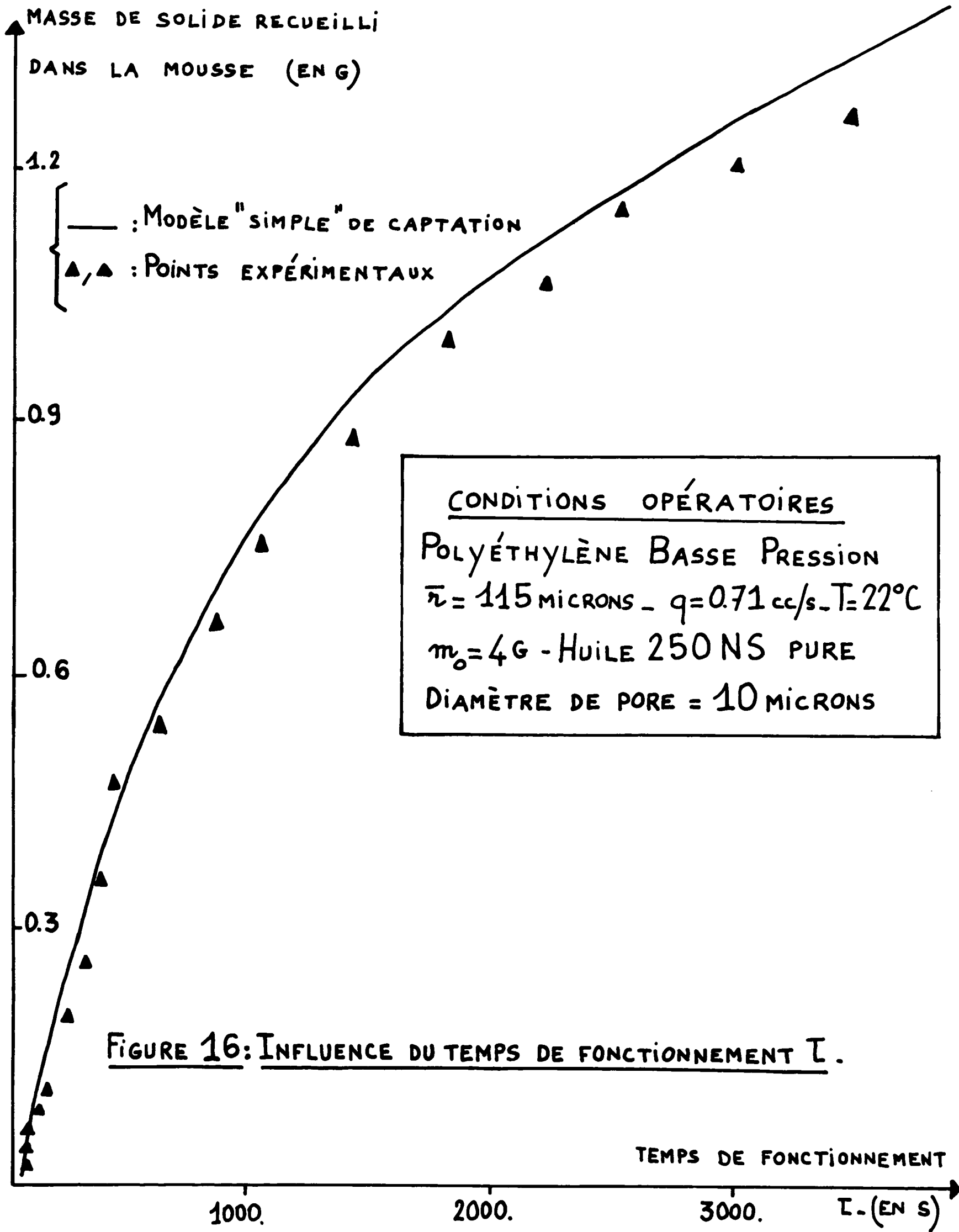
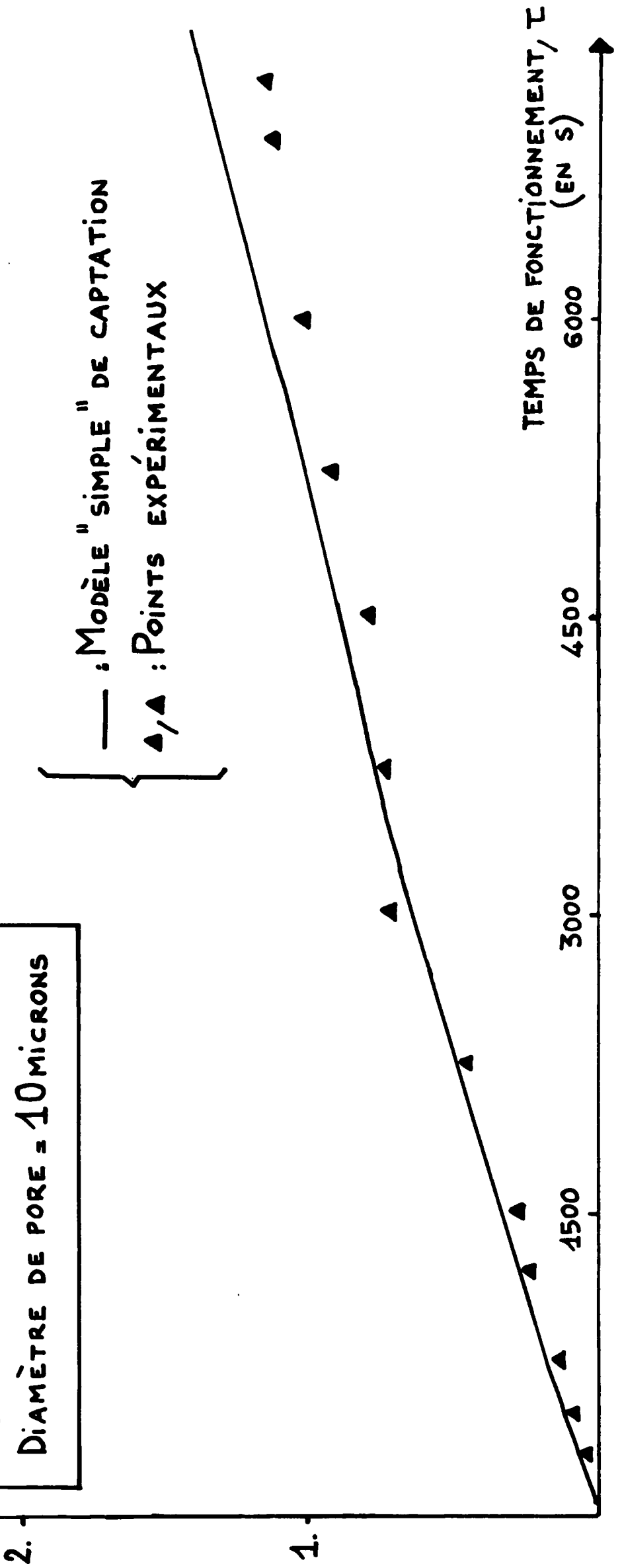


FIGURE 16: INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT τ .

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (ENG)

FIGURE 17: INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT, T -

CONDITIONS OPÉRATOIRES
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $\bar{r} = 48 \text{ MICRONS} - q = 0.71 \text{ cc/s}$
 $m_0 = 4g - T = 22^\circ\text{C} - \text{HUILE } 250\text{NS}$
DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS



MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

1.5

1.0

0.5

FIGURE 18: INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT T

SYSTÈME (VERRE + EAU + GLYCÉROL)

— : MODÈLE "SIMPLE" DE CAPTATION

▲ : POINTS EXPÉRIMENTAUX

CONDITIONS OPÉRATOIRES :

VERRE - $\bar{r} = 163$ MICRONS - $T = 22^\circ\text{C}$

$q = 1.46 \text{ cc/s} - \nu = 0.86 \text{ STROKE} - \frac{\nu}{\rho} = 26.2 \text{ CGS}$

SYSTÈME (EAU + GLYCÉROL)

DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

600.

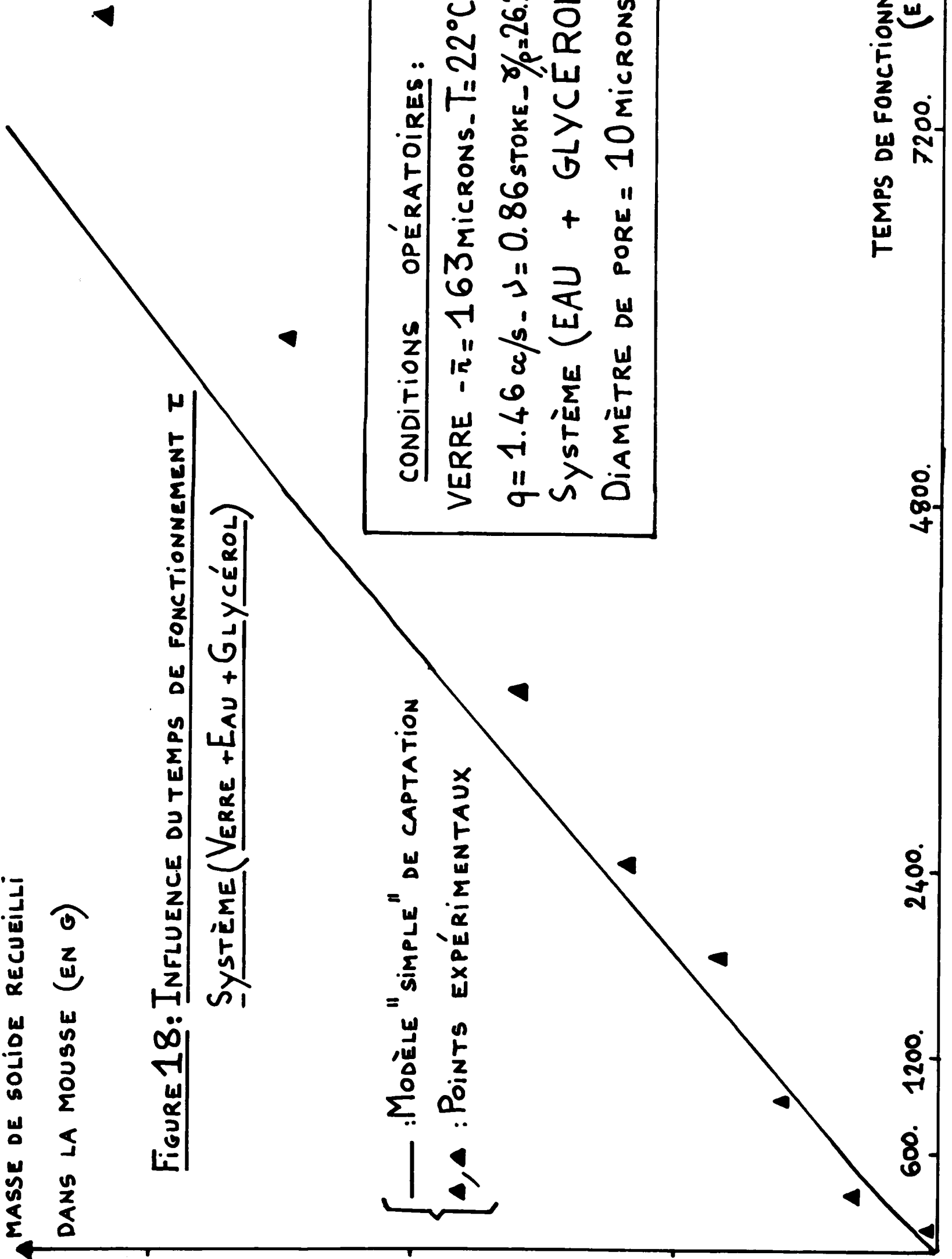
1200.

2400.

4800.

7200.

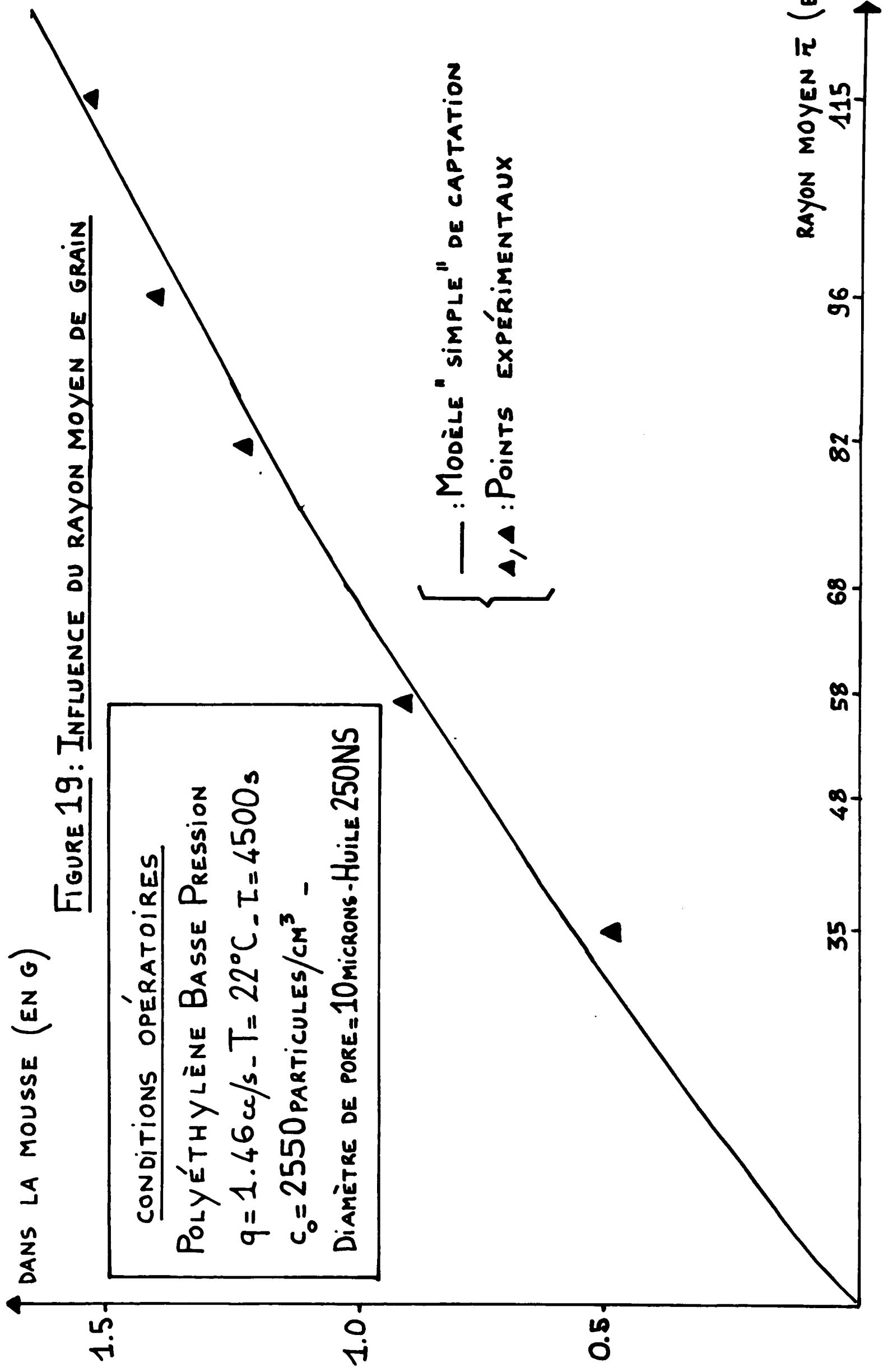
TEMPS DE FONCTIONNEMENT, T
(EN S)



MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

FIGURE 19: INFLUENCE DU RAYON MOYEN DE GRAIN

CONDITIONS OPÉRATOIRES
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $q = 1.46 \text{ cc/s}$ - $T = 22^\circ\text{C}$ - $t = 4500 \text{ s}$
 $c_0 = 2550 \text{ PARTICULES/CM}^3$ -
DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS - HUILE 250NS



— : MODÈLE "SIMPLE" DE CAPTATION
▲, ▲ : POINTS EXPÉRIMENTAUX

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

CONDITIONS OPÉRATOIRES:
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $\bar{r} = 35\mu$. $T = 22^{\circ}\text{C}$ - HUILE 250NS
DIAMÈTRE DE PORE = 10μ

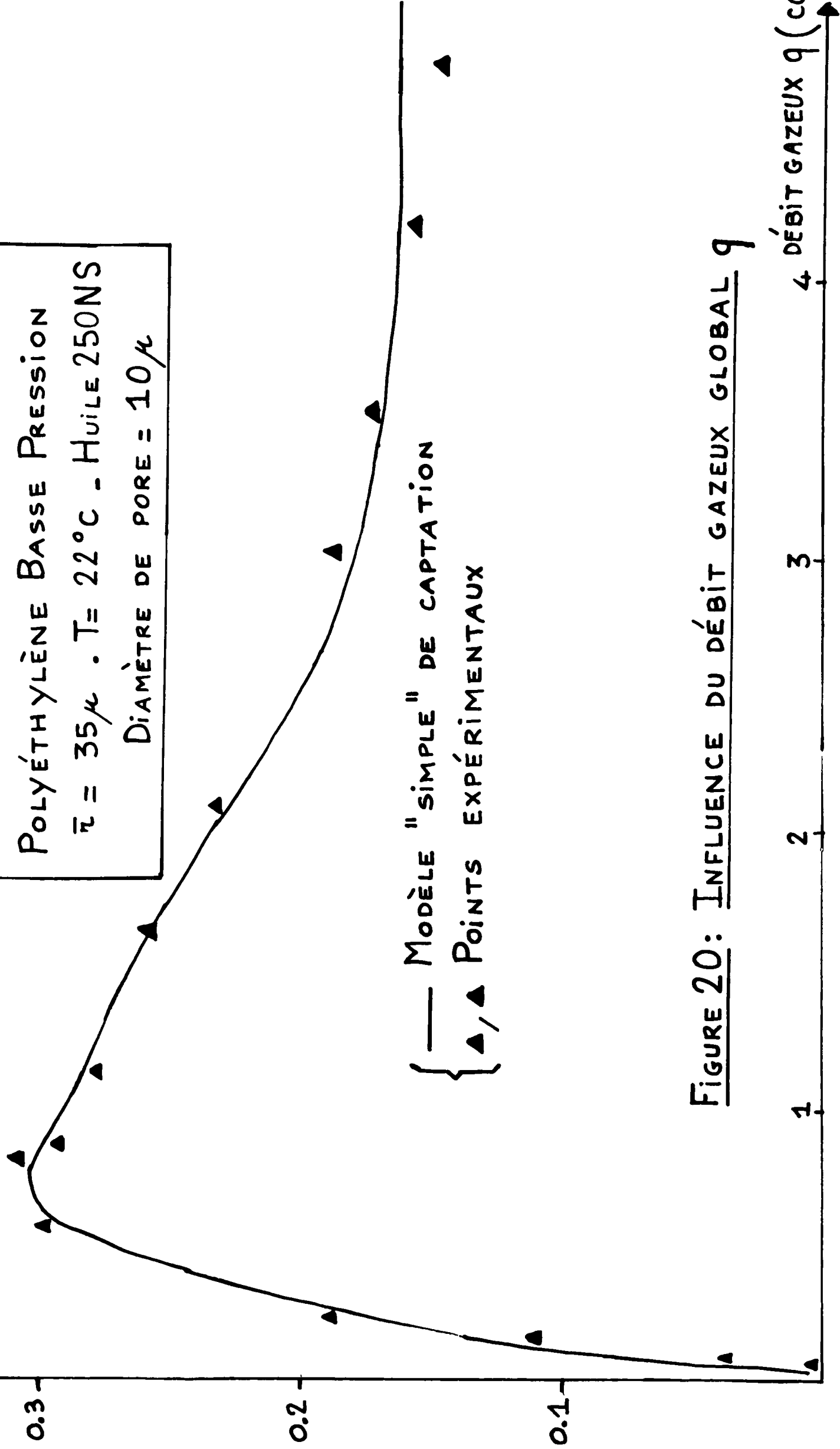


FIGURE 20: INFLUENCE DU DÉBIT GAZEUX GLOBAL q

DÉBIT GAZEUX q (cc/p)

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

CONDITIONS OPÉRATOIRES:
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $\bar{r} = 115 \mu$ - $T = 22^\circ\text{C}$ - $m_0 = 4g$
DIAMÈTRE DE PORE = 10μ
HUILE 250NS - $\tau = 1800 \mu$

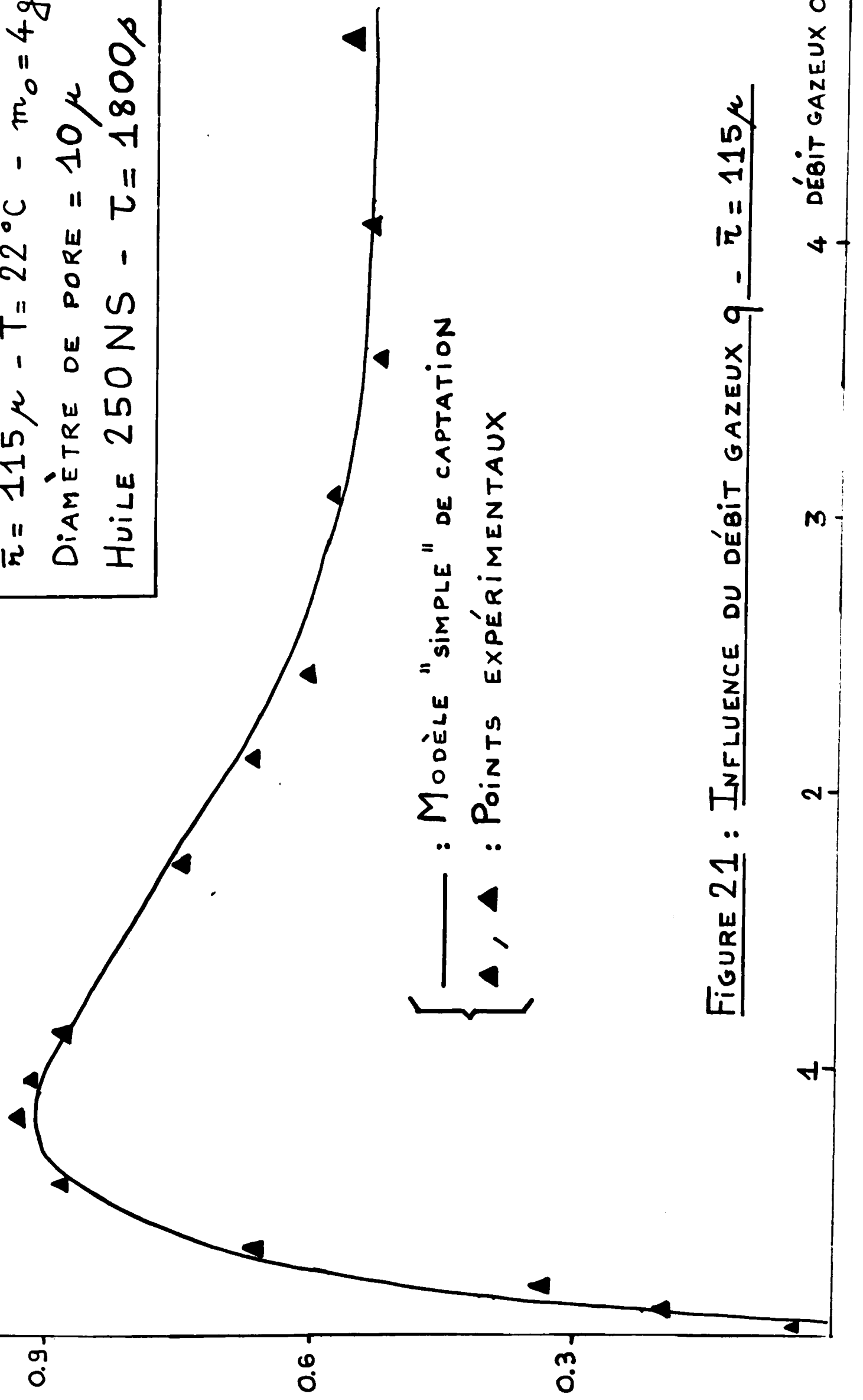


FIGURE 21 : INFLUENCE DU DÉBIT GAZEUX q - $\bar{r} = 115 \mu$

CONDITIONS OPERATOIRES COMMUNES : Polyéthylène basse pression - T = 22°C
Diamètre de pore = 10 μ , Huile 250 NS

Temps de fonctionnement τ (en s)	Masse de solide recueillie dans la mousse (en g)			
	$\bar{r} = 48\mu$ Q = 0,71 cc/s	$\bar{r} = 48\mu$ Q = 1,46 cc/s	$\bar{r} = 115\mu$ Q = 0,71 cc/s	$\bar{r} = 115\mu$ Q = 1,46 cc/s
10	0,010	0,005	0,012	0,008
30	0,019	0,009	0,026	0,014
150	0,031	0,014	0,051	0,031
240	0,047	0,031	0,138	0,077
750	0,136	0,129	0,391	0,242
1200	0,242	0,248	0,608	0,417
1500	0,281	0,303	0,811	0,583
2250	0,477	0,387	1,010	0,797
3000	0,731	0,481	1,334	0,985
3750	0,764	0,576	1,541	1,206
4500	0,805	0,657	1,816	1,511
5250	0,927	0,760	1,909	1,660
6000	1,023	0,852	2,147	1,764
6900	1,138	0,948	2,400	1,884
7200	1,160	0,995	2,449	1,929
8100	1,235	1,073	2,571	2,055

TABLEAU 11 : INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT - RESULTATS EXPERIMENTAUX
POUR DIVERSES CONDITIONS OPERATOIRES

TABLEAU 12 - INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT τ
DANS LE CAS DU SYSTEME { VERRE + EAU + GLYCEROL }

$\bar{r} = 163\mu$, $Q = 1,46$ cc/s, $\nu = 0,86$ stoke

Temps de fonctionnement τ (en s)	Masse de solide recueilli expérimentale, m_{exp} (en g)
150	0,018
450	0,161
900	0,286
1800	0,409
2400	0,577
3600	0,780
6000	1,235
7800	1,592

CONDITIONS OPERATOIRES :

Polyéthylène Basse Pression

Q = 1,46 cc/s - T = 22°C

Diamètre de pore = 10 μ

C_o = 25 500 particules/cm³ - Huile 25ONS

rayon moyen de grain \bar{r} (en microns)	masse de solide recueilli dans la mousse (en g)
35	0,508
48	0,642
58	0,917
68	0,975
82	1,230
96	1,401
115	1,535
137	1,724

TABLEAU 13 : INFLUENCE DU RAYON MOYEN DE GRAIN - RESULTATS EXPERIMENTAUX

TABLEAU 12 - INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT τ
DANS LE CAS DU SYSTEME {VERRE + EAU + GLYCEROL}

$\bar{r} = 163\mu$, $Q = 1,46$ cc/s, $\nu = 0,86$ stoke

Temps de fonctionnement τ (en s)	Masse de solide recueilli expérimentale, m_{exp} (en g)
150	0,018
450	0,161
900	0,286
1800	0,409
2400	0,577
3600	0,780
6000	1,235
7800	1,592

CONDITIONS OPERATOIRES :

Polyéthylène Basse Pression

Q = 1,46 cc/s - T = 22°C

Diamètre de pore = 10 μ

C₀ = 25 500 particules/cm³ - Huile 250NS

rayon moyen de grain \bar{r} (en microns)	masse de solide recueilli dans la mousse (en g)
35	0,508
48	0,642
58	0,917
68	0,975
82	1,230
96	1,401
115	1,535
137	1,724

TABLEAU 13 : INFLUENCE DU RAYON MOYEN DE GRAIN - RESULTATS EXPERIMENTAUX

TABLEAU 12 - INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT τ
DANS LE CAS DU SYSTEME { VERRE + EAU + GLYCEROL }

$\bar{r} = 163\mu$, $Q = 1,46$ cc/s, $\nu = 0,86$ stoke

Temps de fonctionnement τ (en s)	Masse de solide recueilli expérimentale, m_{exp} (en g)
150	0,018
450	0,161
900	0,286
1800	0,409
2400	0,577
3600	0,780
6000	1,235
7800	1,592

CONDITIONS OPERATOIRES :

Polyéthylène Basse Pression

Q = 1,46 cc/s - T = 22°C

Diamètre de pore = 10 μ

C₀ = 25 500 particules/cm³ - Huile 250NS

rayon moyen de grain \bar{r} (en microns)	masse de solide recueilli dans la mousse (en g)
35	0,508
48	0,642
58	0,917
68	0,975
82	1,230
96	1,401
115	1,535
137	1,724

TABLEAU 13 : INFLUENCE DU RAYON MOYEN DE GRAIN - RESULTATS EXPERIMENTAUX

CONDITIONS OPERATOIRES : Polyéthylène Basse Pression - $\bar{r} = 35\mu$ - T = 22°C
Huile 25ONS - Diamètre de pore = 10μ

TABLEAU 14 - INFLUENCE DU DEBIT GAZEUX - RESULTATS EXPERIMENTAUX - $\bar{r} = 35\mu$

débit gazeux total Q (en cc/s)	Masse de solide recueilli dans la mousse (en g)
0,036	0,008
0,064	0,016
0,149	0,056
0,185	0,098
0,364	0,207
0,621	0,284
0,785	0,292
0,940	0,282
1,221	0,273
1,460	0,266
1,740	0,247
2,061	0,229
2,681	0,199
3,112	0,184
3,605	0,181
4,461	0,180

CONDITIONS OPERATOIRES : Polyéthylène Basse Pression - $\bar{r} = 115\mu$ - T = 22°C
Huile 25ONS - Diamètre de pore = 10μ

TABLEAU 15 : INFLUENCE DU DEBIT GAZEUX - RESULTATS EXPERIMENTAUX - $\bar{r} = 115\mu$

Débit gazeux total Q (en cc/s)	Masse de solide recueilli dans la mousse (en g)
0,036	0,011
0,064	0,072
0,149	0,215
0,185	0,338
0,364	0,713
0,621	0,805
0,785	0,911
0,940	0,950
1,221	0,921
1,460	0,879
1,740	0,784
2,061	0,722
2,681	0,651
3,112	0,542
3,605	0,549
4,46	0,561

De même, pour des valeurs du débit gazeux élevées, le rayon de bulle produite et la fréquence de production ne varient plus, d'où une aire spécifique constante et le palier constaté sur nos courbes.

Dans le cas de la poudre de verre (figure (22) et tableau (16)), l'accord modèle - points expérimentaux est satisfaisant, mais n'affecte plus que la partie croissante de l'évolution précédente.

VII. MODELE DE CAPTATION A 3 PARAMETRES

a) Faits expérimentaux

Nous avons constaté le passage de mousses stables à des mousses instables (c'est-à-dire donnant lieu à des réarrangements internes et à une coalescence en surface) dans les deux cas suivants :

. variation de la concentration initiale c_0 en particules solides :

Pour de faibles concentrations, les points expérimentaux suivent convenablement les prévisions du modèle de captation à 1 paramètre. La divergence apparaît pour une certaine concentration critique où la mousse perd peu à peu son caractère stable.

. variation de la viscosité de la phase liquide

En abaissant la viscosité par dilution, la divergence avec les prévisions du modèle de captation à 1 paramètre, liée à une instabilité de la mousse de plus en plus grande, apparaît très rapidement.

b) Présentation du modèle

Ce modèle a pour but de rendre compte des points expérimentaux obtenus en présence de mousses instables.

Nous allons montrer l'importance de ce caractère évolutif sur la cinétique de flottation.

A ce propos, nous n'avons pas trouvé dans la littérature d'étude précisant l'influence du comportement de la mousse sur cette cinétique de flottation.

Nous définissons une vitesse globale de flottation qui prend en compte le flux de retour de particules solides de la mousse vers la phase liquide sous-jacente, en posant :

$$R_T = R_C - R_R \quad (5)$$

En désignant par R_T la vitesse globale de flottation

R_C la vitesse de captation

R_R la vitesse de reflux

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

CONDITIONS OPÉRATOIRES
 $\mu_0 = 8 \text{ G} - \mu/\rho = 0.86 \text{ STOKE} -$
 $\delta/\rho = 26.2 \text{ CGS} - \tau = 1800 \text{ S} -$
 VERRE DE GRANULOMÉTRIE MOYENNE
 $\bar{z} = 163 \text{ MICRONS}$
 DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS
 SYSTÈME (EAU + GLYCÉROL)

— : MODÈLE "SIMPLE" DE CAPTATION
 ▲, ▲ : POINTS EXPÉRIMENTAUX

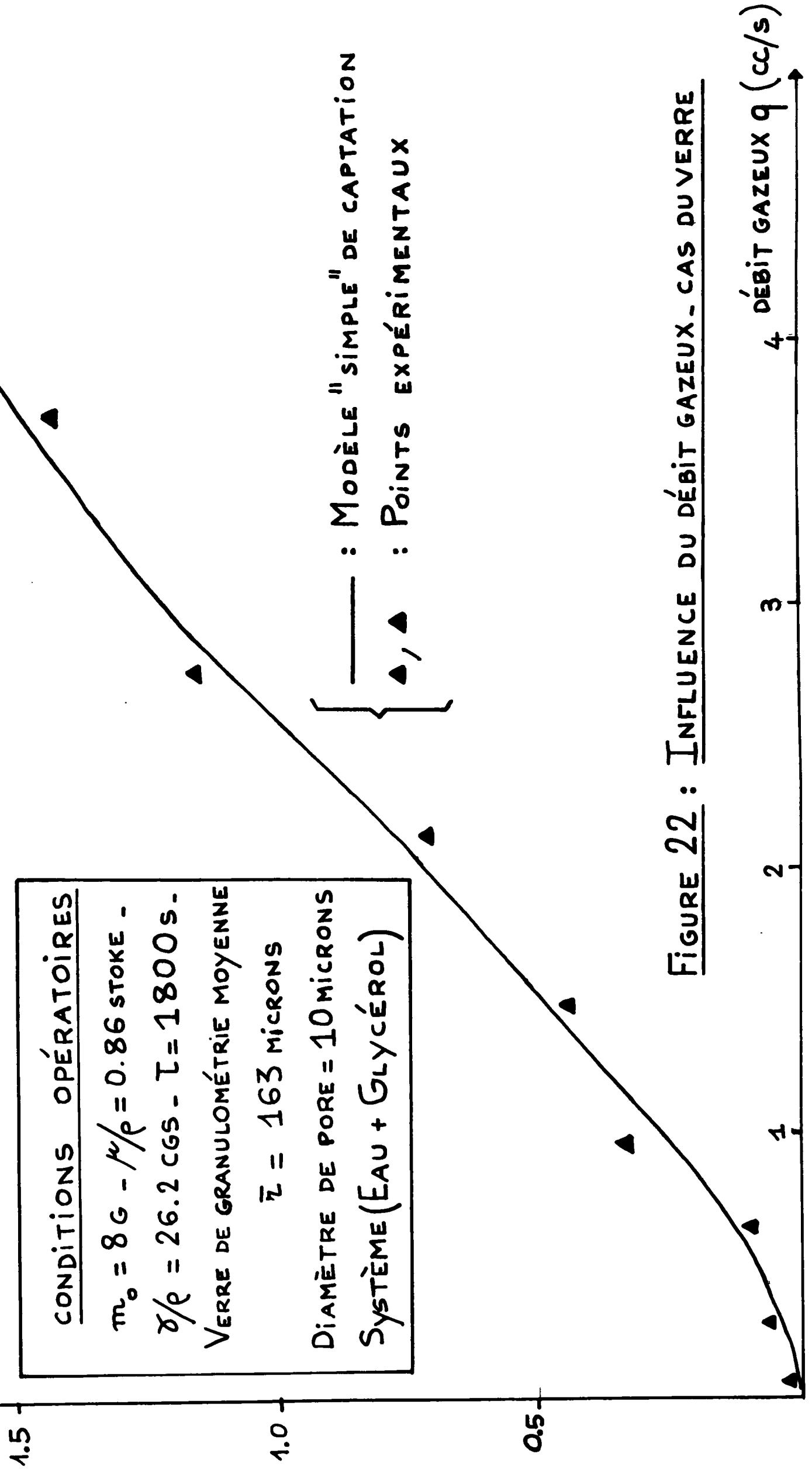


FIGURE 22 : INFLUENCE DU DÉBIT GAZEUX - CAS DU VERRE

TABLEAU 16 : INFLUENCE DU DEBIT GAZEUX DANS LE CAS DU VERRE
DE GRANULOMETRIE MOYENNE $\bar{r} = 163\mu$ - RESULTATS
EXPERIMENTAUX

Débit gazeux global Q (en cc/s)	Masse de solide recueilli expérimentale, m_{exp} (en g)
0,05	0,017
0,22	0,056
0,50	0,062
0,94	0,325
1,46	0,440
2,0	0,638
2,64	1,071
3,26	1,195

Nous définissons la vitesse de reflux R_R en faisant l'hypothèse qu'il y a reflux à partir du moment où, pour des conditions données, la surface totale commune {solide - bulle} des particules fixées aux bulles et montant avec elles dans la phase liquide est égale ou supérieure à la surface disponible des bulles de gaz dans la mousse, cette mousse ayant une structure fonction essentiellement de la finesse du verre fritté, producteur du courant gazeux, de la viscosité de la phase liquide et de la teneur initiale en particules solides du milieu liquide.

En appelant :

- . S_M l'apport de surface du flux de bulles dans la mousse
- . S_L l'apport par unité de temps de surface commune {bulle - particule} des bulles de la phase liquide qui arrivent au contact de la mousse.

Nous définissons S_R , le manque de surface disponible dans la mousse, par unité de temps, selon :

$$S_R = S_L - S_M \quad \text{si } S_L > S_M$$

$$S_R = 0 \quad \text{si } S_L \leq S_M$$

Les indices L et M affectent respectivement la phase liquide et la mousse

En posant $x = \frac{S_L}{S_M}$, il vient alors

$S_R = (S_L - S_M) x \int(x) \quad \text{avec}$	$\int(x) = 1 \quad \text{si } x > 1$ $\int(x) = 0 \quad \text{si } x \leq 1$	(6)
---	--	-----

D'autre part, dans la mousse

$$S_M = n_M \times \pi \times d_M^2$$

n_M étant le nombre de bulles par unité de temps dans la mousse et d_M leur diamètre.

et
$$n_M = \frac{n_L}{W}$$

n_L étant le nombre de bulles par unité de temps dans la phase liquide et W étant l'indice de coalescence caractérisant le passage des bulles chargées de la phase liquide dans la mousse.

Nous traiterons le cas où le débit de fuite q_F est négligeable

Le débit q au niveau du verre fritté se conserve dans la phase liquide, puis dans la mousse, ce qui se traduit par :

$$n_L \times \frac{\pi}{6} \times d_L^3 = \frac{n_M}{W} \times \frac{\pi}{6} \times d_M^3$$

soit

$$d_M = \sqrt[3]{\frac{W}{n_M}} \times d_L$$

En appelant p' le degré de couverture moyen d'une bulle qui achève son parcours dans la phase liquide, \bar{A}_G l'aire totale des bulles par unité de temps de la phase liquide qui arrivent au contact de la mousse, il vient :

$$S_L = \bar{A}_G \times p' \quad p' < 1$$

et $\bar{A}_G = n_L \times \pi \times d_L^2$

Il en résulte, après substitution

$$x = p' \times \sqrt[3]{\frac{W}{n_M}} \quad (7)$$

. Evaluation du degré de couverture p' et de la vitesse de reflux R_R

Nous définissons la vitesse de reflux R_R en grandeur massique par :

$$R_R = V_S \times \rho_S \times n_{SR} \quad \text{avec} \quad n_{SR} = \frac{S_R}{S_S}$$

où S_S est la surface commune entre une particule et une bulle

• S_R est le manque de surface disponible dans la mousse par unité de temps

• n_{SR} est le nombre de particules qui retombent par unité de temps

• V_S, ρ_S sont le volume et la masse volumique de ces particules.

Nous prenons :

$$S_S = 4 r^2 \quad , \quad r \text{ étant toujours le rayon de la particule solide, supposée sphérique correspondant à la disposition la plus dense de sphères sur une surface dont on néglige la courbure.}$$

En toute rigueur cette hypothèse amène à écrire :

$$S_S = \frac{\pi}{2\sqrt{3}} \times 4 r^2 \quad \neq \quad 0,91 \times 4 r^2$$

Pour évaluer p' , nous faisons l'hypothèse que la bulle qui, ayant achevé son parcours dans la phase liquide, s'apprête à pénétrer dans la mousse, se trouve en équilibre, c'est-à-dire que le flux net de particules solides qu'elle reçoit est nul.

Cela amène à poser, A_1 et A_2 étant 2 constantes

$$A_1 (\bar{A}_G - S_L) (m_0 - m_S) = A_2 S_L$$

Comme nous avons $S_L = \bar{A}_G p'$, nous obtenons

$$p' = \frac{m_0 - m_S}{m_0 - m_S + \bar{K}} \quad (8)$$

$$\text{avec } \bar{K} = \frac{A_2}{A_1}$$

m_0 étant toujours la masse de solide à l'instant initial dans le réacteur et m_S la masse de solide, à l'instant t , dans la mousse.

Après substitutions pour évaluer n_{SR} , il vient finalement :

$$R_R = \frac{4 \pi \rho_s r q}{\bar{R}} \left[\frac{m_0 - m_S}{m_0 - m_S + \bar{K}} - \frac{1}{\sqrt{\frac{3}{W}}} \right] x \sqrt{x} \quad (9)$$

q étant toujours le débit gazeux global et \bar{R} le rayon moyen de bulle dans la phase liquide.

La formule (9) donne un flux de retour non nul si $x > 1$

c) Intégration de la loi de vitesse :

La vitesse globale de flottation a pour expression :

$$R_T = R_C - R_R$$

où $R_C = R_1 - R_2$, vitesse de captation, s'évalue comme la vitesse globale précédemment calculée pour le modèle de captation à un seul paramètre.

Autrement dit :

$$R_c = \frac{3q\tau [(\bar{R} + r)^3 - \bar{R}^3] \times (m_o - m_s)}{4\bar{R}^3 (\bar{R} + r) \times S \times \left(1 + \frac{\lambda \bar{R}^3}{q}\right)}$$

L'intégration de l'équation différentielle :

$$R_T = \frac{dm_s}{dt} = \frac{3q\tau (\bar{R} + r)^3 - \bar{R}^3 \times m_o - m_s}{4\bar{R}^3 (\bar{R} + r) \times S \times \left(1 + \frac{\lambda \bar{R}^3}{q}\right)} - \frac{4\pi p_s \tau q}{\bar{R}} \left[\frac{m_o - m_s}{m_o - m_s + K} - \frac{1}{\sqrt[3]{W}} \right]$$

en supposant $x > 1$

n'offre pas de difficulté particulière et conduit à l'équation implicite donnant la masse de solide m dans la mousse en fonction du temps :

$$\int \left[\frac{pm_o^2 + m_o(p\bar{K} - F) - F\bar{K} - B}{py^2 + y(p\bar{K} - F) - F\bar{K} - B} \right] + \frac{p\bar{K} + F}{2D\sqrt{p}} \times \log \left[\frac{1 - \frac{2D}{\sqrt{pm_o + \frac{p\bar{K} - F}{2\sqrt{p}} + D}}}{1 - \frac{2D}{\sqrt{py + \frac{p\bar{K} - F}{2\sqrt{p}} + D}}} \right] = 2pt$$

où nous avons posé :

$$B = \frac{-4\pi \bar{K} p_s \tau q}{\bar{R}}$$

$$D = \sqrt{(F\bar{K} + B) + \frac{(F - p\bar{K})^2}{4p}}$$

$$F = \frac{4\pi p_s \tau q \left(1 - \frac{1}{\sqrt[3]{W}}\right)}{\bar{R}}$$

$$y = m_o - m_s$$

p, \bar{K}, λ ayant les valeurs précédemment définies.

Si $x \leq 1$, $R_R = 0$ et nous retrouvons le modèle de captation à un seul paramètre.

Nous allons procéder à une extension de notre modèle en tenant compte de la présence d'un débit de fuite q_F

En effet, nous avons observé expérimentalement que plus les réarrangements internes au sein de la mousse devenaient importants, plus l'éclatement de bulles à la surface de la mousse le devenait aussi, pour finalement constituer le phénomène prépondérant. Autrement dit, plus x est grand, plus le débit de fuite q_F prend de l'importance.

Dans ces conditions, le débit gazeux produit par le verre fritté ne se retrouve plus intégralement dans la mousse et l'équation de conservation s'écrit, avec les notations précédentes :

$$n_L \times \frac{\pi}{6} \times d_L^3 = \frac{n_L}{W} \times \frac{\pi}{6} \times d_M^3 + q_F$$

ce qui, après substitutions, amène à :

$$x = \frac{p' \times \sqrt[3]{W}}{\left(1 - \frac{q_F}{q}\right)}$$

q étant toujours le débit gazeux produit par le verre fritté.

Le calcul de R_R demeure identique, compte-tenu de la nouvelle expression de x

VIII. ACCORD ENTRE LE MODELE DE CAPTATION A 3 PARAMETRES ET LES POINTS EXPERIMENTAUX

Nous venons de présenter un modèle de captation à trois paramètres, λ , \bar{K} , W .

Le paramètre λ , caractéristique de l'étape de captation, n'est fonction que du système { liquide - solide } étudié et par conséquent garde sa valeur précédemment définie, à savoir :

. pour le polyéthylène Basse-Pression

$$\lambda = 5,22 \times 10^{+6} \text{ (seconde)}^{-1}$$

. pour la poudre de verre

$$\lambda = 2,38 \times 10^{+9} \text{ (seconde)}^{-1}$$

Nous avons ajusté les valeurs de 2 paramètres \bar{K} et W au moyen des courbes rendant compte de l'influence de la concentration initiale en particules solides, c_0 , sur la masse présente dans la mousse.

Pour la concentration initiale critique c_0^* amenant un point de rupture sur ces courbes, nous postulons que $x = +1$, ce qui nous permet d'éliminer l'un des deux paramètres, en l'occurrence W , ici.

Nous ajustons l'autre paramètre, \bar{K} , au moyen des résultats expérimentaux obtenus pour des concentrations initiales supérieures à la concentration initiale critique c_o^*

Ainsi, pour le système {huile 250NS - polyéthylène Basse Pression - Azote } , nous avons trouvé, comme valeurs moyennes :

$$W \# 22$$

W est caractéristique du système {gaz - liquide} étudié

$$\bar{K} \# 6,7 \text{ grammes}$$

\bar{K} est caractéristique du système {gaz - solide} étudié

a) Influence de la concentration initiale en particules solides, c_o

La courbe de la figure (23) nous a servi à ajuster les valeurs de \bar{K} et de W précédentes, en supposant $q_F = 0$.

Nous avons testé la valeur prédictive du modèle en nous plaçant dans d'autres cas de figure, en supposant toujours un débit de fuite q_F nul, ce qui est conforme à l'observation expérimentale d'un faible éclatement des bulles en surface.

Les courbes des figures (24), (25), et (26) et les tableaux (17) à (21) rendent compte du bon accord global entre le modèle à 3 paramètres et les points expérimentaux, au-delà de la concentration critique initiale c_o .

En deçà de cette concentration critique initiale c_o , c'est-à-dire en l'absence de flux de retour, le modèle de captation à un seul paramètre est d'accord satisfaisant avec les points expérimentaux correspondants.

Nous donnons dans l'annexe 6 le programme du calcul sur C.D.C. 3600 qui a été mené à partir de la forme intégrée de la loi de vitesse.

b) Influence du débit gazeux pour différents diamètres de pore du verre fritté - Intervention d'un débit de fuite

Nous avons opéré successivement avec 4 diamètres de pore différents, en présence d'huile 250NS.

Nous avons observé expérimentalement un éclatement de bulles

Polyéthylène Basse Pression - $\bar{r} = 58\mu$ - $\tau = 1800s$ - Huile 25ONS pure

masse de solide initiale m_0 (en g)	masse de solide remontée expérimentale m_{exp} (en g)	masse de solide calculée suivant le modèle de captation	
		"Simple" (en g)	"Complet" (en g)
0,40	0,031	0,0380	0,0380
0,80	0,074	0,0759	0,0759
1,20	0,110	0,114	0,114
2,00	0,183	0,190	0,190
3,00	0,286	0,285	0,285
4,00	0,384	0,380	0,380
4,50	0,433	0,427	0,427
5,00	0,479	0,474	0,474
6,00	0,400	0,569	0,469
6,50	0,396	0,617	0,458
7,00	0,394	0,664	0,450
7,50	0,392	0,712	0,441
8,00	0,390	0,759	0,435
10,00	0,396	0,949	0,470
12,00	0,404	1,144	0,528
15,00	0,586	1,428	0,682
20,00	0,850	1,905	0,963
30,00	1,325	2,831	1,630
40,00	2,213	3,805	2,361

TABLEAU 17 - INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE

Polyéthylène Basse Pression - $\bar{r} = 58 \mu$ - $\tau = 4500s$ - Huile 250NS pure

Masse de solide initiale m_0 (en g)	Masse de solide remontée expéri- mentale m_{exp} (en g)	Masse de solide calculée selon le modèle de captation	
		"simple" (en g)	"complet"
0,40	0,081	0,088	0,088
0,80	0,169	0,176	0,176
1,20	0,264	0,265	0,265
2,00	0,443	0,441	0,441
3,00	0,648	0,662	0,662
4,00	0,851	0,882	0,882
4,50	1,011	0,993	0,993
5,00	1,198	1,105	1,105
6,00	0,641	1,326	1,088
6,50	0,680	1,435	1,013
7,00	0,803	1,540	0,920
7,50	0,831	1,655	0,956
8,00	0,895	1,769	1,043
9,00	0,914	2,052	1,121
10,00	1,048	2,213	1,216
12,00	1,166	2,657	1,292
15,00	1,352	3,311	1,685
20,00	1,931	4,415	2,243
30,00	3,306	6,510	3,721
40,00	4,880	8,826	5,679

TABLEAU 18 - INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE

EXEMPLE 2

Polyéthylène Basse Pression - $\bar{r} = 115\mu$ - $\tau = 1800s$ - Huile 25ONS pure

Masse de solide initiale m_0 (en g)	Masse de solide remontée expéri- mentale, m_{exp} (en g)	Masse de solide calculée selon le modèle de captation	
		"simple" (en g)	"complet" (en g)
0,40	0,070	0,072	0,072
0,80	0,140	0,144	0,144
1,20	0,212	0,217	0,217
2,00	0,354	0,361	0,361
3,00	0,535	0,541	0,541
4,00	0,718	0,722	0,722
4,50	0,814	0,812	0,812
5,00	0,909	0,902	0,902
6,00	1,101	1,085	1,085
6,50	1,268	1,170	1,170
7,00	1,301	1,265	1,265
7,50	1,413	1,361	1,361
8,00	1,209	1,440	1,162
10,00	1,173	1,806	1,205
12,00	1,209	2,175	1,318
15,00	1,371	2,718	1,523
20,00	1,705	3,610	2,081
30,00	3,528	5,336	3,360
40,00	4,357	7,223	4,849

TABLEAU 19 - INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE - EXEMPLE 3

Polyéthylène Basse Pression - $\bar{r} = 115\mu$ - $\tau = 4500s$ - Huile 250NS pure

Masse de solide initiale m_0 (en g)	Masse de solide remontée expéri- mentale, m_{exp} (en g)	Masse de solide calculée selon le modèle de captation	
		"Simple" (en g)	"Complet" (en g)
0,40	0,091	0,157	0,157
0,80	0,213	0,314	0,314
1,20	0,335	0,470	0,470
2,00	0,788	0,784	0,784
3,00	1,350	1,181	1,181
4,00	1,581	1,577	1,577
4,50	1,972	1,762	1,762
5,00	2,170	1,969	1,969
6,00	2,681	2,359	2,359
6,50	2,900	2,557	2,557
7,00	3,099	2,748	2,748
7,50	3,437	2,946	2,946
8,00	2,405	3,141	2,381
10,00	2,425	3,929	2,496
12,00	2,466	4,703	2,609
15,00	2,940	5,887	3,170
20,00	3,883	7,846	4,184
30,00	6,552	11,725	7,312
40,00	10,361	15,708	11,338

TABLEAU 20 - INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE - EXEMPLE 4

$q = 1,46 \text{ cc/s}$

$T = 22^\circ\text{C}$

$\tau = 1800\text{s}$

Huile 250NS - Diamètre de pore = 10μ

Masse de solide initiale m_o (en g)	Masse de solide calculée suivant le modèle complet de captation (en g)			
	$\bar{r} = 58\mu$ $\tau = 1800\text{s}$	$\bar{r} = 58\mu$ $\tau = 4500\text{s}$	$\bar{r} = 115\mu$ $\tau = 1800\text{s}$	$\bar{r} = 115\mu$ $\tau = 4500\text{s}$
8	0,435	1,043	1,162	2,381
9	0,453	1,121	1,184	2,442
10	0,470	1,216	1,205	2,496
12	0,528	1,292	1,318	2,609
14	0,631	1,516	1,46	2,943
16	0,732	1,730	1,64	3,381
18	0,833	1,957	1,86	3,823
20	0,963	0,249	2,08	4,270
22	1,091	2,531	2,32	4,858
25	1,280	3,037	2,71	5,632
28	1,505	3,528	3,10	6,515
30	1,636	3,812	3,38	7,345
35	2,029	4,724	4,08	9,180
38	2,244	5,225	4,50	11,461

TABEAU 21 - MODELE DE CAPTATION "COMPLET", AVEC FLUX DE RETOUR APPLIQUE A L'INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE EN SOLIDE

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

FIGURE 23: INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE - EXEMPLE 1

CONDITIONS OPÉRATOIRES

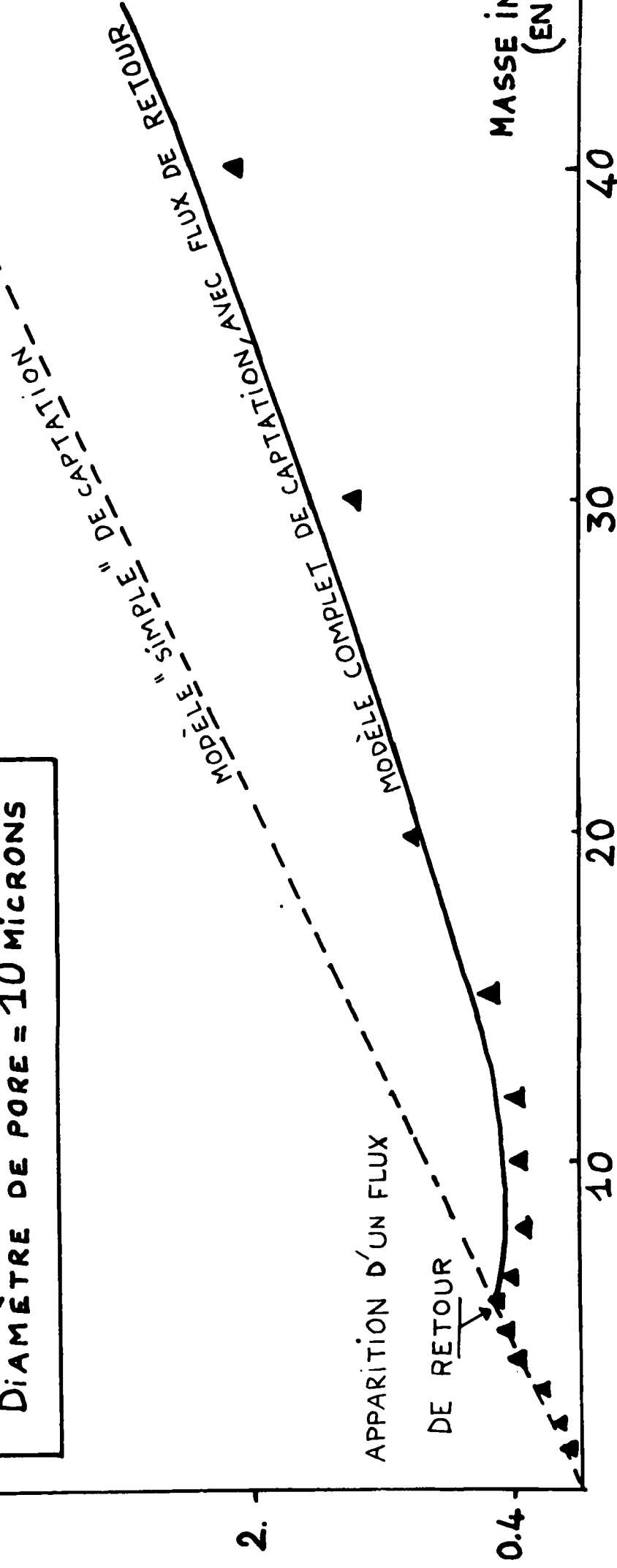
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION

$\bar{r} = 58$ MICRONS - $T = 22^\circ\text{C}$ - $t = 1800\text{s}$

$q = 1.46\text{ cc/s}$ - HUILE 250NS PURE

DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

▲: POINTS EXPÉRIMENTAUX

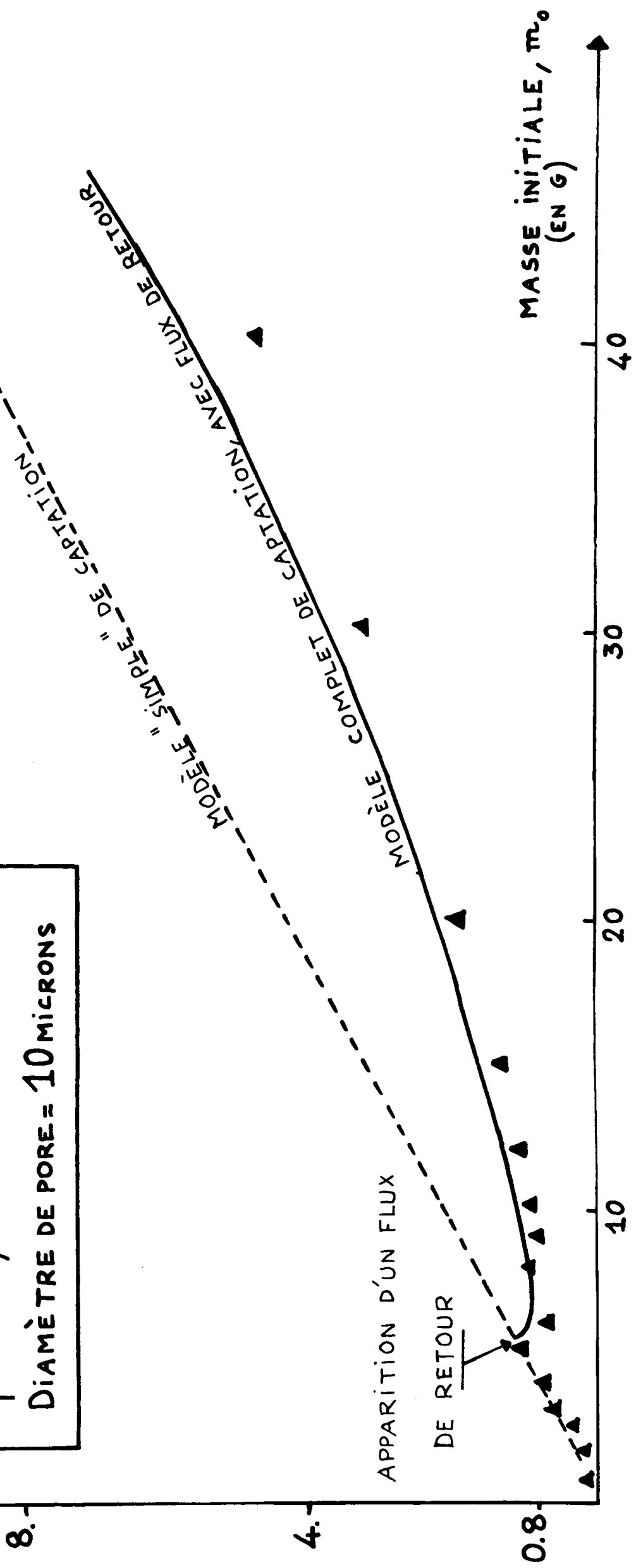


MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

FIGURE 24: INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE - EXEMPLE 2

CONDITIONS OPÉRATOIRES
 POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
 $\bar{r} = 58$ MICRONS - $T = 22^\circ\text{C}$ - $I = 4500\text{s}$
 $q = 1.46\text{cc/s}$ - HUILE 250NS PURE
 DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

▲: POINTS EXPÉRIMENTAUX



MASSE INITIALE, m_0
(EN G)

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

FIGURE 25: INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE - EXEMPLE 3

CONDITIONS OPÉRATOIRES

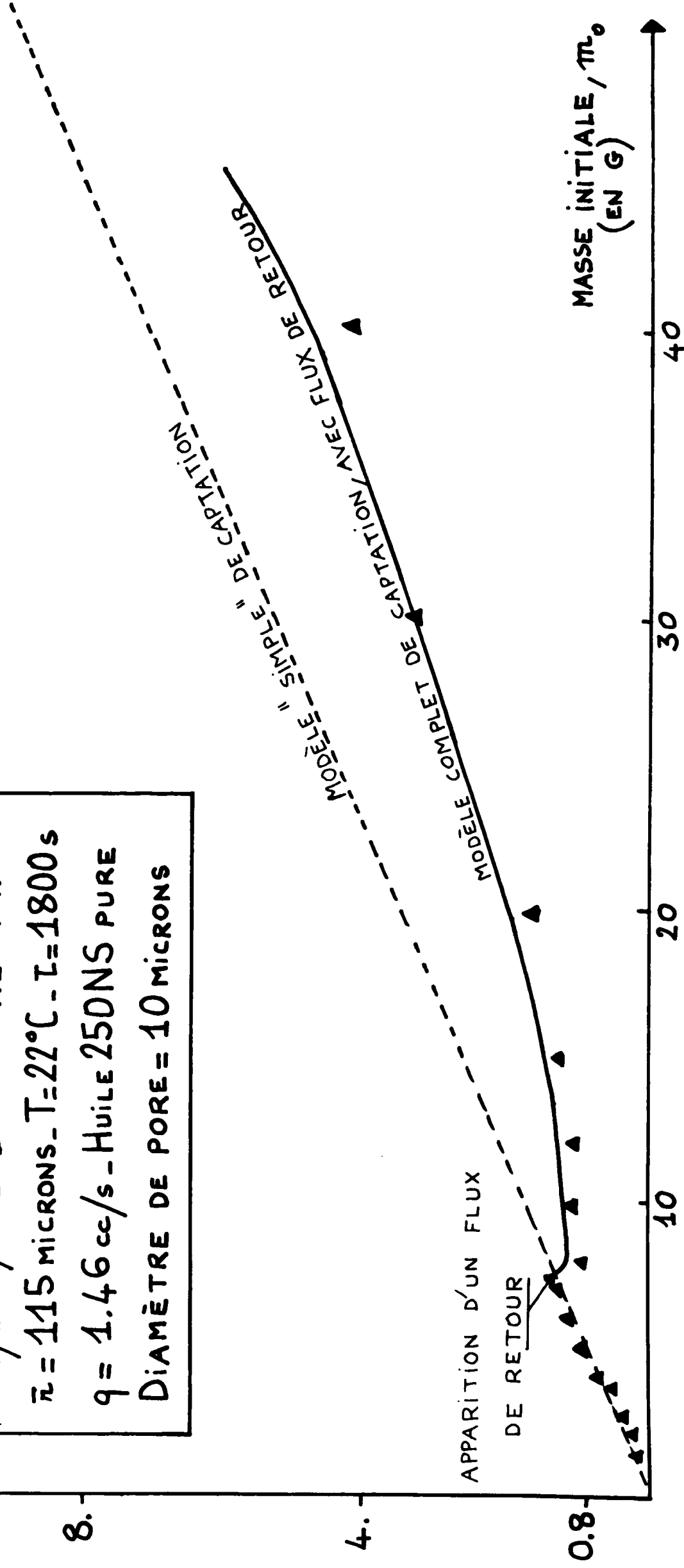
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION

$\bar{r} = 115$ MICRONS - $T = 22^\circ\text{C}$ - $t = 1800$ s

$q = 1.46$ cc/s - HUILE 250NS PURE

DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

▲: POINTS EXPÉRIMENTAUX



MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

15.

10.

5.

1.

FIGURE 26: INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE

EXEMPLE 4.

CONDITIONS OPÉRATOIRES

POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION

$\bar{r} = 115$ MICRONS - $T = 22^\circ\text{C}$ - $t = 4500\text{s}$

$q = 1.46$ cc/s - HUILE 250NS PURE

DIAMÈTRE DE PORE ≈ 10 MICRONS

MODÈLE "SIMPLE" DE CAPTION
MODÈLE COMPLET DE CAPTION AVEC FLUX DE RETOUR

▲: POINTS EXPÉRIMENTAUX

APPARITION D'UN FLUX
DE RETOUR

MASSE INITIALE, m_0
(EN G)

10

20

30

40

à la surface de la mousse de plus en plus marqué au fur et à mesure que le verre fritté avait une porosité plus médiocre (diamètre de pore de plus en plus grand).

Les courbes de la figure (27) font la synthèse des résultats obtenus et font apparaître que, le diamètre de pore croissant, l'accord entre les points expérimentaux et ce que prévoit le modèle "simple" de captation à 1 paramètre est de moins en moins satisfaisant.

Dans le cas d'un diamètre de pore de 65 microns, la figure (28) montre que le modèle à 3 paramètres, sans débit de fuite, se révèle le plus satisfaisant.

Dans le cas d'un diamètre de pore de 120 microns enfin, la figure (29) montre que le modèle à 3 paramètres, où l'on a supposé un débit de fuite égal environ à 10 % du débit gazeux initial, est en bon accord avec les points expérimentaux correspondants.

Les calculs ont été menés avec les mêmes valeurs des paramètres que précédemment, à savoir :

$$\lambda = 5,22 \times 10^{+6} (\text{seconde})^{-1}$$

$$\bar{K} = 6,7 \text{ grammes}$$

$$W = 22$$

Les distinctions que nous venons de faire à propos des diamètres de pore du verre fritté, vont bien dans le sens des différences de comportement des mousses observées expérimentalement.

c) Influence de la dilution

Dans le cas de la dilution avec le trichloréthylène, les courbes de la figure (30) montrent que le modèle simple de captation à 1 paramètre ne convient plus.

Gardant la même valeur de \bar{K} , caractéristique du système {gaz - solide} qui n'est pas affectée par la dilution ($\bar{K} = 6,73$ grammes), nous nous sommes servis de la courbe expérimentale pour ajuster les valeurs de W du modèle à 3 paramètres (l'annexe 7 donne le programme de calcul correspondant).

Pour tester la valeur prédictive du modèle dans le cas d'une dilution de la phase liquide, nous avons d'abord réalisé, pour les 5 viscosités de la phase liquide pour lesquelles nous avons ajusté les valeurs de W (tableau (22)), l'étude de l'influence de la concentration initiale en particules solides sur la masse de solide recueilli dans la mousse, pour des conditions opératoires identiques.

L'application du modèle à 3 paramètres, pour les valeurs de W correspondant à chacune des viscosités et pour diverses valeurs du débit de fuite, ne rend pas compte des résultats expérimentaux dans les cas de dilution effective par le trichloréthylène (c'est-à-dire hormis le cas { $\nu_L = 1,230$ stcke, $W = 22$ } qui correspond à l'huile 25ONS pure).

Cette carence provient du fait que la dilution par le trichloréthylène amène des taux de coalescence élevés dans la phase liquide, ce qui revient encore à dire que le modèle de KUMAR - KULLOOR, jusqu'ici utilisé, ne convient plus pour prédire les rayons de bulles entrant en jeu lors de l'étape de captation dans la phase liquide.

MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

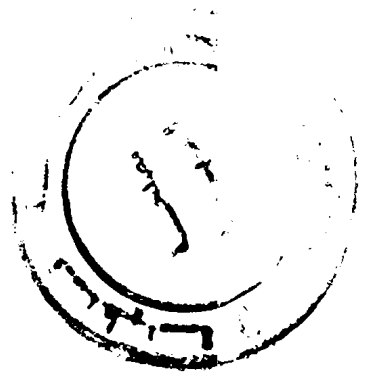


FIGURE 27: INFLUENCE DU DÉBIT GAZEUX - MODÈLE "SIMPLE"
DE CAPTATION

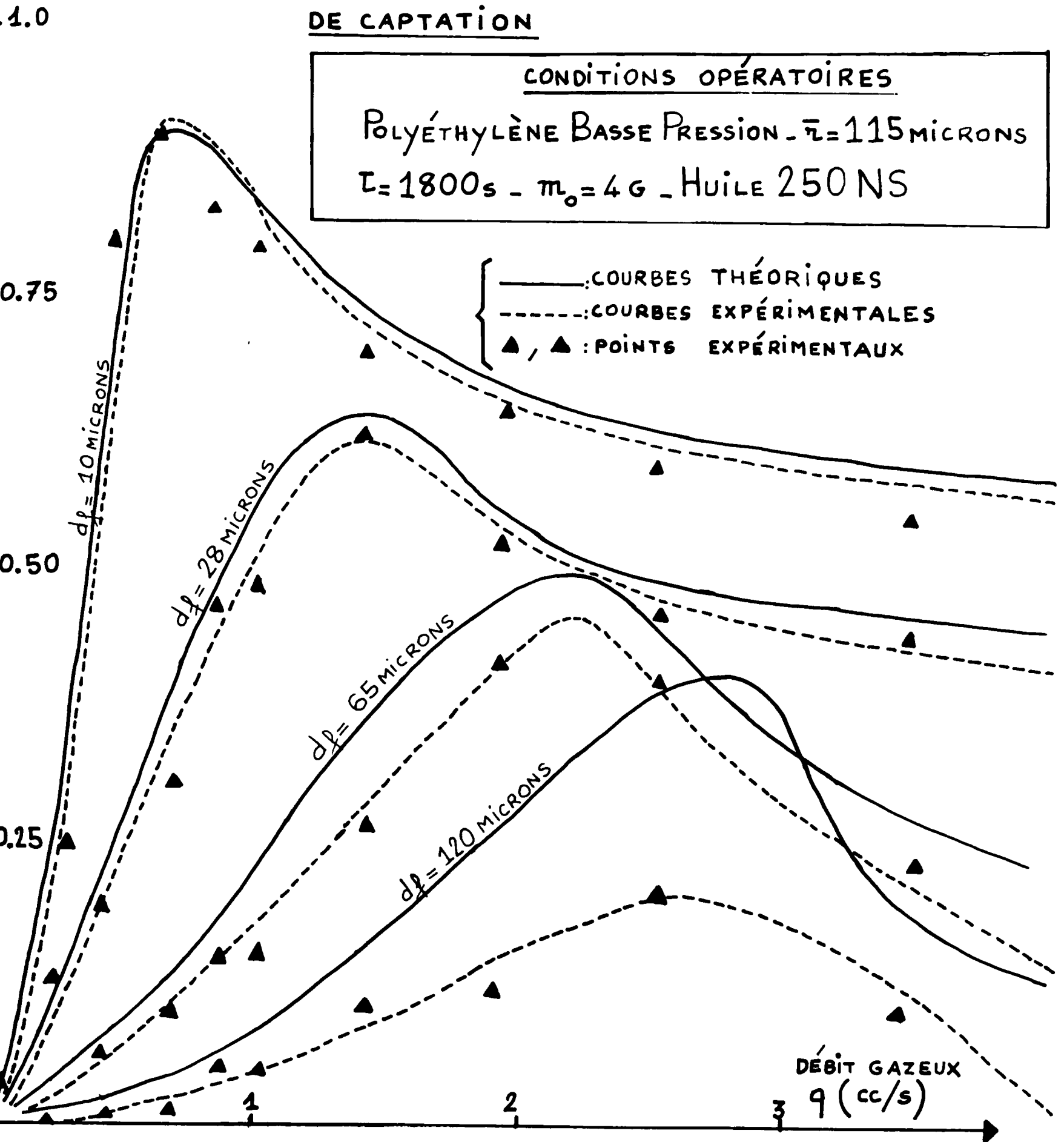
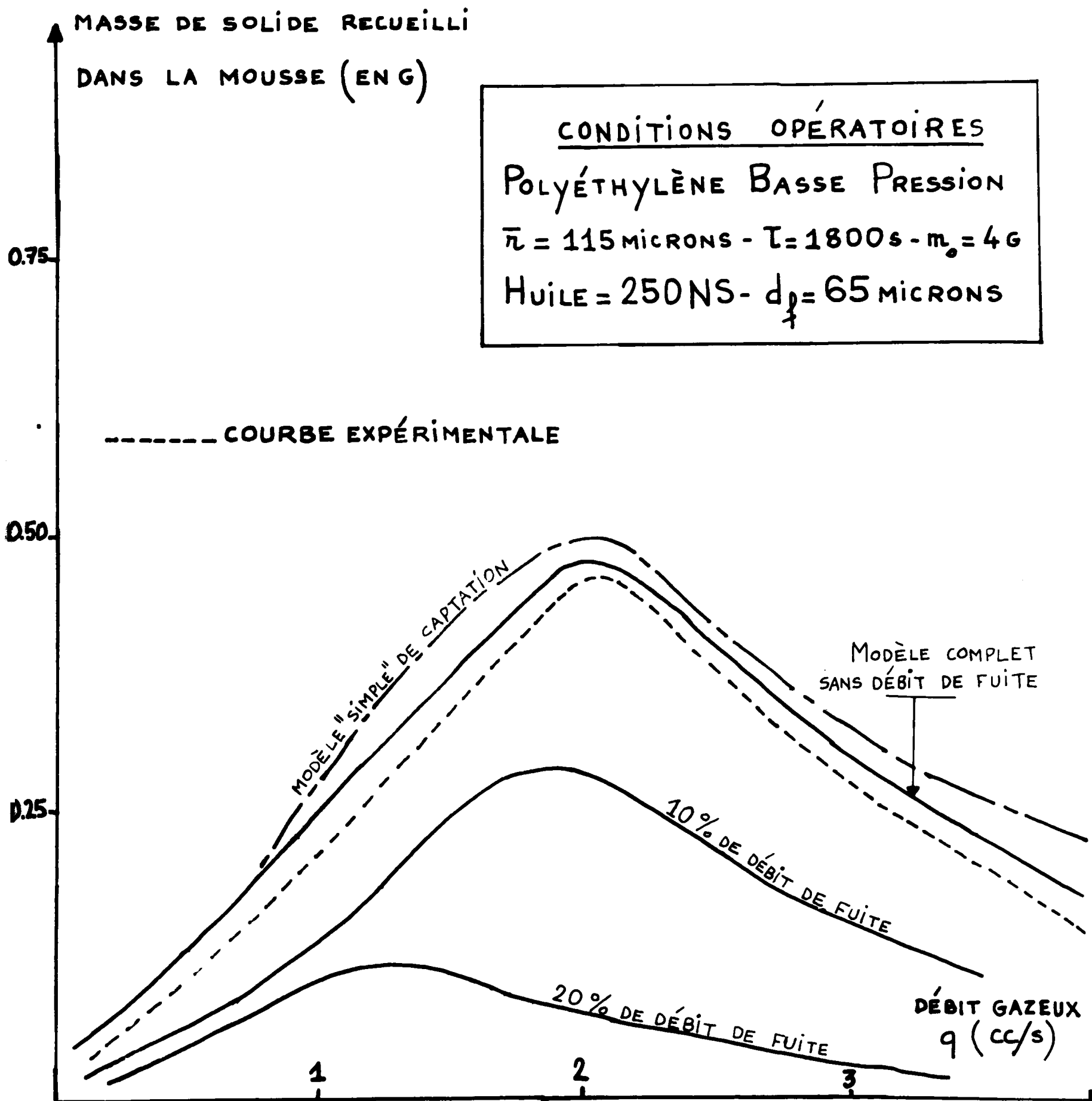


FIGURE 28: MODÈLE COMPLET DE CAPTATION, AVEC FLUX DE RETOUR ET DÉBIT DE FUIITE - DIAMÈTRE DE PORE = 65 MICRONS



MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

FIGURE 29: MODÈLE COMPLET DE CAPTATION AVEC FLUX DE
RETOUR ET DÉBIT DE FUIITE - DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

CONDITIONS OPÉRATOIRES

POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION

$\bar{r} = 115$ MICRONS - $\tau = 1800$ s - $m_0 = 4$ G

HUILE 250 NS - $d_p = 10$ MICRONS

0.75

0.50

0.25

----- COURBE EXPÉRIMENTALE

MODELE "SIMPLE" DE CAPTATION

MODELE COMPLET
SANS DÉBIT DE FUIITE

10% DE DÉBIT DE FUIITE

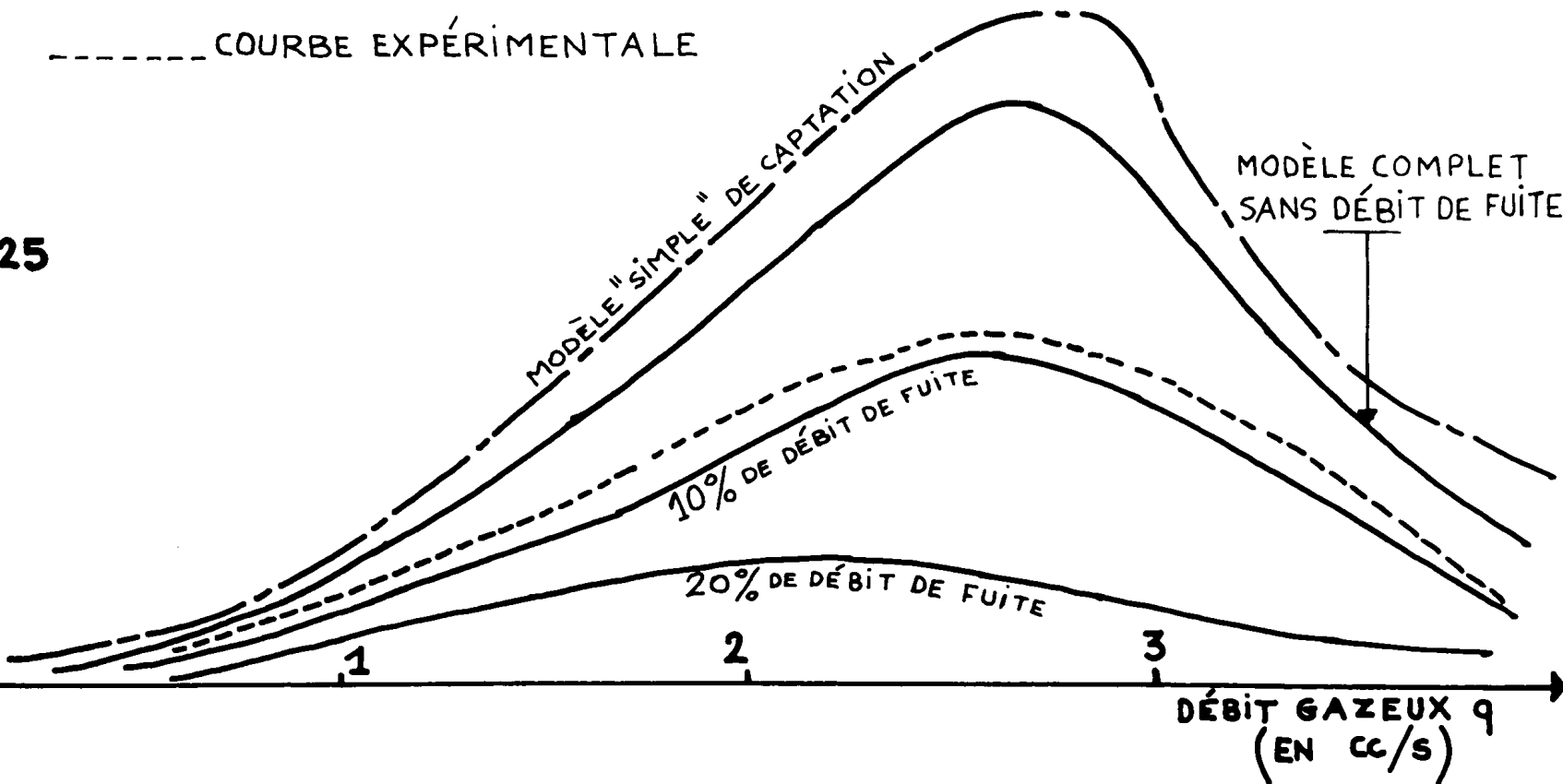
20% DE DÉBIT DE FUIITE

1

2

3

DÉBIT GAZEUX q
(EN CC/S)

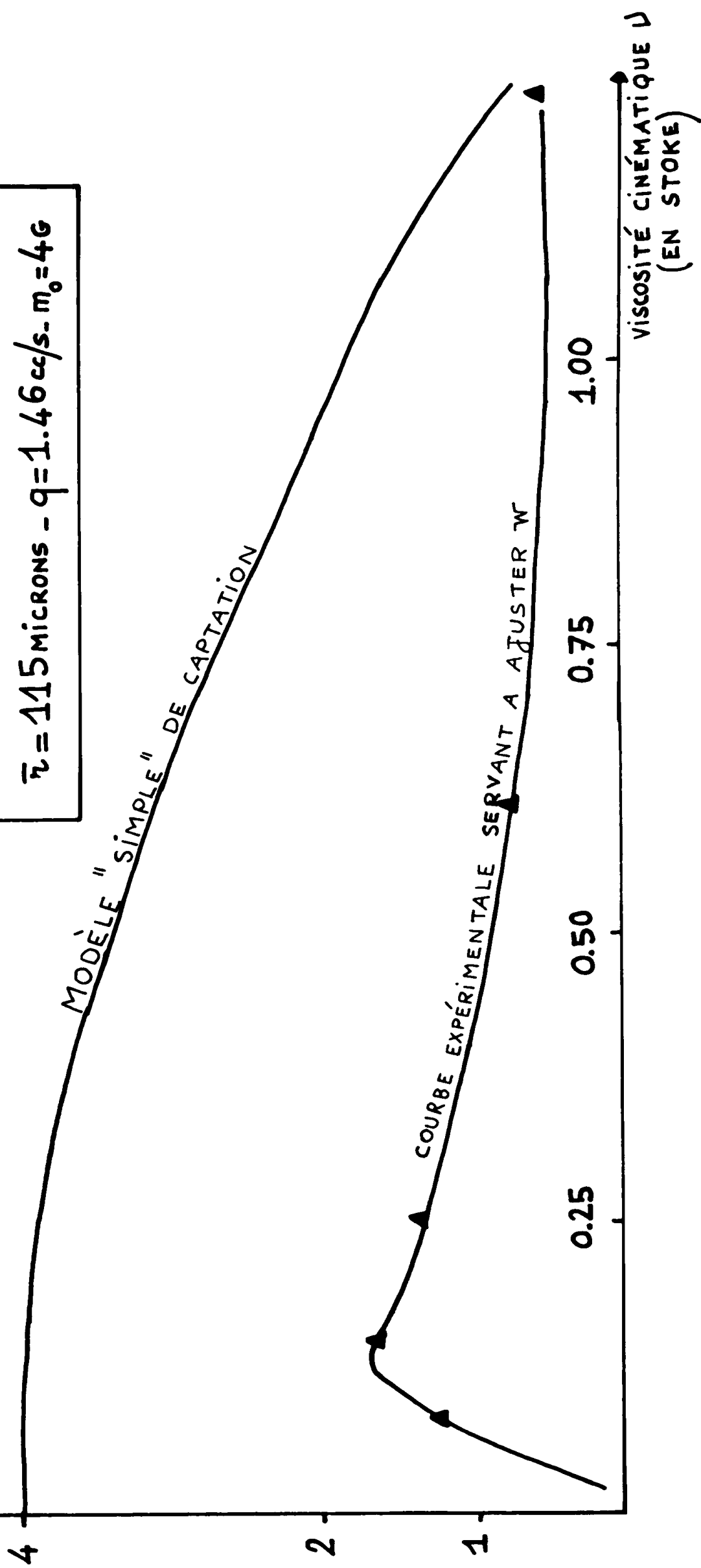


MASSE DE SOLIDE RECUEILLI
DANS LA MOUSSE (EN G)

FIGURE 30: INFLUENCE DE LA DILUTION PAR LE TRICHLORÉTHYLÈNE

CALCUL DU FACTEUR W

CONDITIONS OPÉRATOIRES
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS
 $\bar{r} = 115 \text{ microns} - q = 1.46 \text{ cc/s} \cdot m_0 = 4G$



CONDITIONS OPERATOIRES : Polyéthylène Basse Pression ; $\bar{r} = 115\mu$
 $q = 1,46 \text{ cc/s}$ - $T = 22^\circ\text{C}$ - $\tau = 1800\text{s}$
 $m_0 = 4 \text{ g}$ - Diamètre de pore = 10μ
 Mélanges {Huile 25ONS + Trichloréthylène}

\checkmark_L en stoke	Masse de solide recueillie dans la mousse (en g)	\bar{R} (bulle) par le modèle de KUMAR KULLOOR (en microns)	facteur W du modèle complet de captation
0,0797	1,192	265	3 170
0,133	1,650	290	1 060
0,251	1,353	337	370
0,604	0,797	449	100
1,230	0,705	635	22

TABLEAU 22 - INFLUENCE DE LA DILUTION - RESULTATS EXPERIMENTAUX
ET CALCUL DU FACTEUR W

IX. DISCUSSION

Les deux modèles de captation complémentaires, à 1, puis à 3 paramètres que nous venons de présenter rendent compte de la plupart de nos points expérimentaux avec une précision satisfaisante.

Ils mettent en jeu diverses hypothèses que nous allons discuter maintenant.

Nous avons successivement admis que nous avons :

. Un mouvement irrotationnel

Cette hypothèse est raisonnable dans la mesure où les liquides étudiés ne sont pas très visqueux et où les lignes de courant du liquide viennent au contact de sphères gazeuses, les bulles, et non de sphères solides, auquel cas les effets de viscosité dans la couche-limite au voisinage de ces sphères solides ne sont plus négligeables.

D'autre part, l'hypothèse de l'écoulement visqueux amène, dans le cas de mousses stables, un accord relativement médiocre avec nos points expérimentaux.

Nous proposons plus bas le calcul du nombre de chocs auxquels est soumise une bulle durant son temps de séjour dans la phase liquide, en supposant successivement l'écoulement visqueux, puis potentiel.

. Une particule solide sphérique

En fait, les particules solides utilisées n'avaient pas de géométrie bien définie; il s'ensuit une incertitude sur l'aire commune {bulle-particule} que nous avons estimée, dans l'hypothèse d'une particule sphérique à $4 r^2$, r étant le rayon de cette particule.

. Une particule sans effet d'inertie sur les lignes de courant :

Cette hypothèse est nécessaire pour permettre le traitement mathématique.

Elle se justifie par le fait que, dans notre étude expérimentale, les particules solides et les liquides utilisés sont de densités relativement voisines (annexe 1)

. Une bulle sphérique pendant toute son évolution

En fait, suivant le régime hydrodynamique, les bulles sont plus ou moins déformées en étant aplaties au sommet. Leur géométrie se rapproche alors davantage de celle d'un ellipsoïde que de celle d'une sphère.

De plus, à partir d'une certaine taille, également variable avec le régime hydrodynamique, les bulles deviennent instables et sont le siège d'oscillations qui peuvent amener la scission d'une bulle en plusieurs bulles de plus faibles dimensions.

Enfin la captation d'une ou plusieurs particules à la surface modifie le profil de la bulle (chapitre III).

Ces différents facteurs de la non-sphéricité de la bulle jouent sur sa vitesse de montée, donc sur la vitesse globale de flottation. La constante du modèle de captation à 1 paramètre tient compte de ces différents facteurs.

. Une bulle se comportant indépendamment de ses voisines

Cela suppose qu'il n'y ait pas d'aggrégats de bulles autour d'une particule solide et qu'il n'y ait pas de coalescence entre bulles : l'étude menée avec l'huile 25ONS répond convenablement à la dernière condition.

En fait, l'étude expérimentale a utilisé des essais de bulles et, s'il a été possible de minimiser les phénomènes de coalescence en prenant un liquide suffisamment visqueux et des débits gazeux peu élevés, il n'en demeure pas moins que les interactions entre bulles jouent forcément sur les lignes de courant lors de l'étape de captation des particules solides.

Il s'ensuit que nos modèles précédents, individualisant chaque bulle, ne sont pas, sous cet angle, tout à fait représentatifs de la réalité expérimentale.

Nous proposons, dans l'Annexe 2, une extension de ces modèles de captation en envisageant un triplet de bulles identiques montrant de front à la même vitesse et en calculant le nombre de chocs affectant la bulle centrale en tenant compte des interactions de ses deux voisines.

. Les bulles et les particules sont les seuls éléments perturbateurs de la cellule

Cela est vrai en bonne approximation quoique la faible agitation maintienne un certain degré de turbulence au sein de la phase liquide et que l'hétérogénéité du verre fritté crée des courants de recirculation dont l'effet est accentué par des débits gazeux élevés.

Nous dirons quelques mots du système { glycérol aqueux + poudre de verre }

Nous avons été amenés, en effet, à ajouter une certaine quantité de teepol au glycérol aqueux pour obtenir des mousses stables.

Le teepol s'éliminant en permanence dans la mousse, en fonction du temps, il existe un gradient permanent de la concentration en teepol dans la phase liquide, notamment au voisinage de la surface du verre fritté où naissent les bulles. Mais, pour les débits gazeux utilisés, le modèle de KUMAR-KULLOOR est peu sensible à cette variation de tension superficielle.

Nous achèverons cette discussion en rappelant que nos deux modèles ne sont plus prédictifs de la cinétique de flottation dans le cas d'une viscosité trop faible de la phase liquide.

La raison en est que, les phénomènes de coalescence devenant prépondérants, le modèle de KUMAR-KULLOOR donne des rayons de bulles qui sont très inférieurs à ceux réels, d'où une cinétique de flottation surestimée par rapport à celle qui existe en fait.

X. CALCUL DU NOMBRE DE CHOCS

Nous allons faire une estimation du nombre de chocs moyen affectant une bulle durant son temps de séjour dans la phase liquide, en supposant l'écoulement hydrodynamique visqueux, puis potentiel.

a) Écoulement visqueux

En prenant les notations de la figure (31), considérons la surface élémentaire tracée sur la demi-sphère supérieure.

$$ds = dl \times \pi R \sin \theta = R \times \pi R \sin \theta \, d\theta$$

. Cas d'une bulle non chargée

La vitesse de collision des particules avec la bulle est donnée par le flux N de particules à travers la demi-sphère définie par les conditions :

$$R' = R + r \quad \text{et} \quad -\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{\pi}{2}$$

Pour ce faire, la surface élémentaire considérée sera :

$$ds' = (R+r) \pi (R+r) \sin \theta \, d\theta$$

Alors

$$N = -2c_0 \int_{\theta=0}^{\theta=+\frac{\pi}{2}} (U_{PR})_{R+r} \times \pi \times (R+r)^2 \sin \theta \, d\theta$$

U_{PR} étant la composante radiale de la vitesse à l'instant t de la particule par rapport à la bulle

N s'écrit

$$N = -2c_0 \int_{\theta=0}^{\theta=+\frac{\pi}{2}} (U_{Pt} \cos \theta + u_{lr})_{R+r} \times \pi \times (R+r)^2 \sin \theta \, d\theta$$

Comme :

$$U_{PR} = U_{Pt} \cos \theta + u_{lr}$$

où U_{Pt} est la vitesse terminale de chute libre de la particule, sous l'effet de son propre poids.

U_{lr} est la composante radiale de la vitesse relative, u_l , à l'instant t , du liquide par rapport à la bulle.

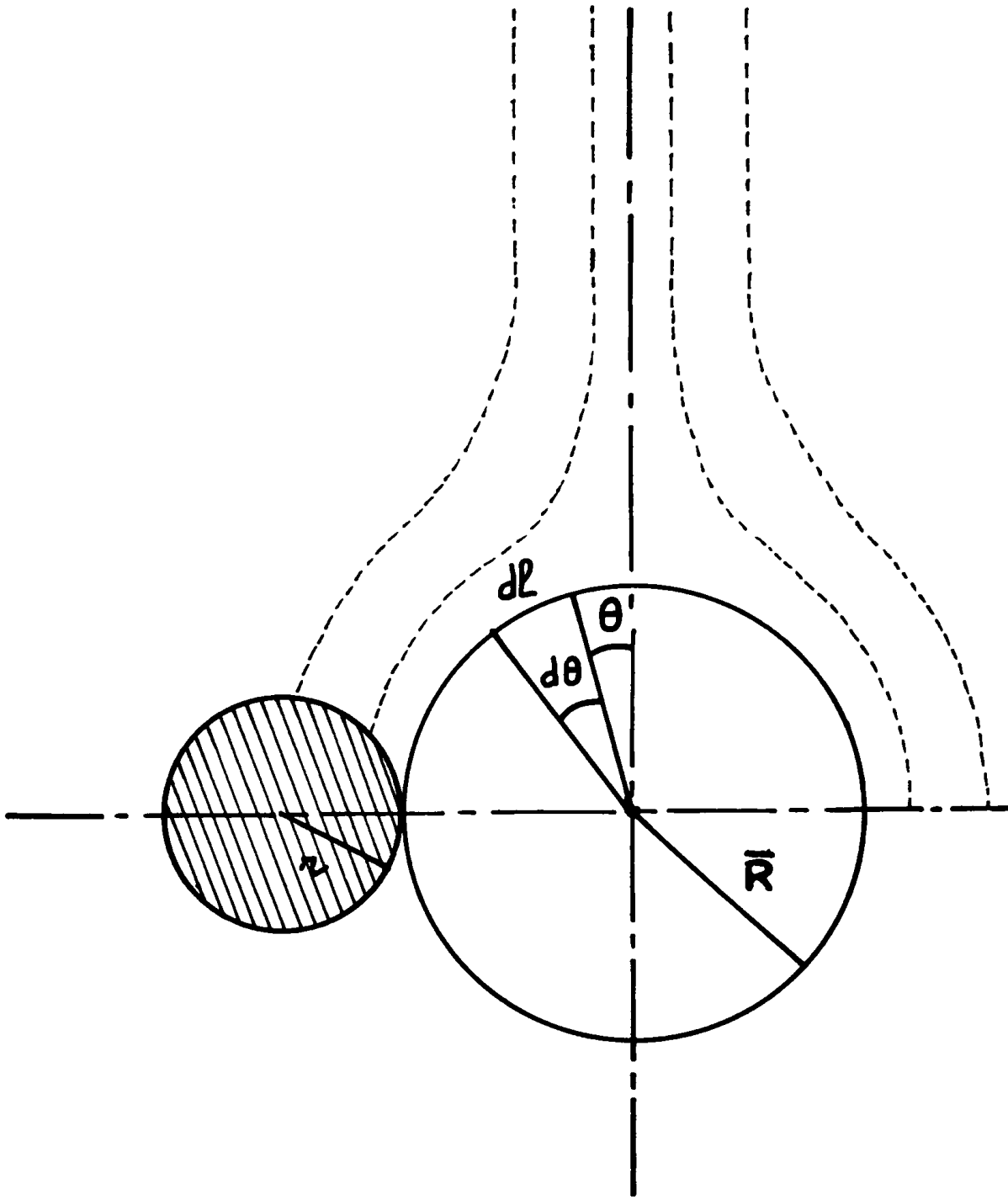


FIGURE 31: SYSTÈME {BULLE - PARTICULE} EN COLLISION
MOUVEMENT IRROTATIONNEL

Or, la théorie de l'écoulement visqueux autour d'un obstacle sphérique donne pour $u_{lR'}$.

$$u_{lR'} = u_l \cos \theta = U \cos \theta \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{R}}{R'} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{R}}{R'} \right)^3 \right]$$

U désignant la vitesse de la bulle

Comme $R' = \bar{R} + r$, en posant $a = \frac{r}{\bar{R}}$ et après substitutions,

Il vient :

$$(U_{PR})_{\bar{R}+\pi} = U \cos \theta \left[1 + \frac{U_{Pt}}{U} - \frac{3}{2} \left(\frac{1}{1+a} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+a} \right)^3 \right]$$

Dans ces conditions

$$N = -2c_0 \pi \bar{R}^2 U \left[\left(1 + \frac{U_{Pt}}{U} \right) (1+a)^2 - \frac{3}{2} (1+a) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+a} \right) \right] \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \sin \theta d\theta$$

Soit

$$N = -c_0 \pi \bar{R}^2 U \left[\left(1 + \frac{U_{Pt}}{U} \right) (1+a)^2 - \frac{3}{2} (1+a) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+a} \right) \right]$$

Nous supposons (nous en vérifierons a posteriori la validité) que les mouvements des particules et des bulles obéissent tous deux à la loi de STOKES (pour la particule, il s'agit de sa vitesse de chute libre).

Alors

$$\frac{U_{Pt}}{U} = \left(\frac{r}{\bar{R}} \right)^2 \left[\frac{\rho_s}{\rho_L} - 1 \right]$$

ρ_L, ρ_s masses volumiques du liquide et du solide.

et

$$U = \frac{2g \rho_L \bar{R}^2}{9 \mu_L}$$

Dans ces conditions, nous obtenons comme expression finale de la vitesse de collision :

$$N = - \frac{2\pi c_0 \bar{R}^4 g}{9 \mu_L} \left[\left(1 + a^2 \left(\frac{\rho_s}{\rho_L} - 1 \right) \right) (1+a)^2 - \frac{3}{2} (1+a) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+a} \right) \right]$$

μ_L désignant la viscosité cinématique du liquide.

Le nombre de chocs affectant la bulle durant son temps de séjour moyen $\bar{t} = \frac{H}{U}$, soit N_T , est :

$$N_T = N \times \bar{t} = -\pi \bar{R}^2 c_0 H \left[\left(1 + a^2 \left(\frac{\rho_s}{\rho_L} - 1 \right) \right) (1+a)^2 - \frac{3}{2} (1+a) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1+a} \right) \right] \quad (a)$$

en appelant H la hauteur de phase liquide.

. Justifications

Pour une bulle moyenne

$$\bar{R} \neq 600 \mu = 6 \times 10^{-2} \text{ C.G.S.}$$

$$\left(\frac{\mu_L}{\rho_L} \right) \neq 50 \times 10^{-2} \text{ stoke} = 0,5 \text{ C.G.S.}$$

$$g \neq 10^3 \text{ C.G.S.}$$

$$\text{D'où } U = \frac{2 \times 10^3 \times 36 \times 10^{-4}}{9 \times 0,5} = 1,6 \text{ cm/s}$$

$$\text{et } Re = \frac{2 \rho_L U R}{\mu_L} = \frac{1,6 \times 12 \times 10^{-2}}{0,5} \neq 0,38$$

Pour une particule moyenne

$$r \neq 100 \mu = 10^{-2} \text{ C.G.S.}$$

$$\bar{V}_L = 0,5 \text{ C.G.S.}; \quad \rho_s \neq 1,05; \quad \rho_L \neq 0,85$$

Alors

$$U_{pt} = \frac{2 \times 10^3 \times 10^{-4} \times 0,2}{9 \times 0,5} \neq 9 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$$

et

$$Re = \frac{9 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^{-2}}{0,5} \neq 3,6 \times 10^{-4}$$

ce qui justifie, dans les 2 cas, l'hypothèse du régime laminaire.

. Cas du système {1 bulle + n particules}

Nous supposons, cas extrême, que la bulle possède, tout au long de son trajet, le nombre maximal de particules, c'est-à-dire une masse de solide égale à $\frac{R_T}{f}$, R_T étant la vitesse globale de flottation et f le flux de bulles arrivant au contact de la mousse.

Nous avons fait précédemment le calcul qui nous donne un nombre de particules moyen maximal z égal à :

$$z = \frac{3(3\bar{R}^2 + 3n\bar{R} + n^2) \times (m_o - m_s)}{4n^2 (\bar{R} + n) S \rho_s \times \left(1 + \frac{\lambda \bar{R}^3}{q}\right)}$$

La densité de la bulle moyenne est alors :

$$\bar{\rho}_G \neq \frac{\frac{4}{3} \pi \bar{R}^3 \rho_G + \frac{4}{3} \pi n^3 z \rho_s}{\frac{4}{3} \pi \bar{R}^3} = \rho_G + \left(\frac{n}{\bar{R}}\right)^3 z \rho_s$$

en négligeant le volume des particules par rapport à celui de la bulle.

En supposant le régime de STOKES valable pour le mouvement de la bulle et celui de la particule en chute libre, il vient

$$\frac{U_{pe}}{U} = \left(\frac{n}{\bar{R}}\right)^2 \times \left(\frac{\rho_s - \rho_L}{\rho_L - \bar{\rho}_G}\right)$$

Moyennant cette correction sur la densité moyenne de la bulle, le calcul du nombre de chocs total moyen demeure identique à celui du cas précédent d'une bulle non chargée.

b) Ecoulement potentiel

Nous allons faire la même évaluation, en supposant ici les particules sans masse, comme cela avait été fait précédemment dans ce cas.

Nous avons vu que, pour une suspension solide de c_o particules par cm^3 , le nombre de collisions par seconde N , pour 1 bulle, est :

$N = \pi D^2 \times C_o \times U$, D étant la distance à l'infini de la ligne de courant-limite à l'axe de symétrie (figure 13), soit, avec nos notations :

$$N = \frac{\pi \bar{R}^2 \times \left[(1+a)^3 - 1 \right] \times U \times c_o}{1+a}$$

La vitesse relative particules/bulles est donnée par la relation d'ALLEN :

$$U = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\rho_L - \bar{\rho}_G}{\rho_L} \right) \times g \right]^{\frac{2}{3}} \times \frac{\bar{R} - 0.0034}{\nu_L^{1/3}} \text{ en C.G.S.}$$

formule valable avec une précision de l'ordre de 10 %

jusqu'à $\bar{R} = 800 \mu$

Comme précédemment :

$$\bar{\rho}_G = \rho_g + a^3 \times \rho_s, \quad z \text{ étant le nombre de particules}$$

portées par la bulle.

Le nombre total de chocs affectant la bulle durant son temps de séjour moyen $\bar{t} = \frac{H}{U}$, soit N_T , est ici

$$N_T = \frac{\pi \times \bar{R}^2 \times ((1+a)^3 - 1) \times H \times c_0}{1+a} \quad (b)$$

c) Applications numériques

Nous distinguerons deux cas limites :

. $z = 0$ bulle non chargée

. $z = \frac{\pi}{2a^2}$ demi-sphère inférieure entièrement couverte

Il apparaît immédiatement que, dans l'hypothèse d'un écoulement potentiel, le degré de couverture en particules solides n'intervient pas dans le nombre total de chocs que doit subir une bulle au cours de la traversée du réacteur. La vitesse de montée s'en trouve affectée, d'où un temps de séjour différent, mais pour un nombre de chocs total identique.

. Écoulement visqueux

Nous prenons les valeurs numériques suivantes, correspondant aux cas expérimentaux étudiés :

$$\bar{R} = 600 \mu = 6 \times 10^{-2} \text{ C.G.S.}$$

$$\rho_L = 0.85 \text{ C.G.S.}$$

$$\rho = 0.90 \text{ C.G.S.}$$

$$\rho_G^S = 1,17 \times 10^{-3} \text{ C.G.S.}$$

$$g = 981 \text{ C.G.S.}$$

$$H = 4,3 \text{ C.G.S.}$$

Faisant varier la concentration initiale en particules solides C_0 , et leur granulométrie moyenne, r , nous donnons, sous forme de tableaux le nombre de chocs total N_T calculé par l'expression (a)

1er cas limite $z = 0$

Pratiquement

$$\frac{\rho_S - \rho_L}{\rho_L - \rho_G} \neq \frac{\rho_S}{\rho_L} - 1 \neq 0,06$$

a C_0	$r = 60 \mu$ $a = 0,1$	$r = 120 \mu$ $a = 0,2$	$r = 200 \mu$ $a = 0,33$
2550 particules/cc	$N_T = 3$ chocs	$N_T = 8$ chocs	$N_T = 20$ chocs
12750 particules/cc	$N_T = 13$ chocs	$N_T = 39$ chocs	$N_T = 99$ chocs
25500 particules/cc	$N_T = 26$ chocs	$N_T = 78$ chocs	$N_T = 198$ chocs

TABLEAU 23 - NOMBRE DE CHOCS TOTAL EN ECOULEMENT VISQUEUX POUR UNE BULLE NON-CHARGÉE

2ème cas-limite $z = \frac{\pi}{2a^2}$ La demi-sphère inférieure est entièrement couverte et P_G n'est plus négligeable devant P_S et P_L

a C_0	$r = 60 \mu$ $a = 0,1$	$r = 120 \mu$ $a = 0,2$	$r = 200 \mu$ $a = 0,33$
$\frac{P_S - P_L}{P_L - P_G} =$	0,0706 C.G.S.	0,0882 C.G.S.	0.130 C.G.S.
2550 particules/cc	$N_T = 3$ chocs	$N_T = 8$ chocs	$N_T = 21$ chocs
12750 particules/ cc	$N_T = 13$ chocs	$N_T = 40$ chocs	$N_T = 105$ chocs
25500 particules/ cc	$N_T = 26$ chocs	$N_T = 80$ chocs	$N_T = 210$ chocs

TABLEAU 24 : NOMBRE DE CHOCS TOTAL, EN ECOULEMENT VISQUEUX, POUR UNE BULLE A-DEMI RECOUVERTE DE SOLIDE

. Ecoulement potentiel

La distinction en 2 cas-limites précédente n'est plus nécessaire avec les mêmes valeurs numériques, nous obtenons le tableau suivant :

a C_0	$r = 60 \mu$ $a = 0,1$	$r = 120 \mu$ $a = 0,2$	$r = 200 \mu$ $a = 0,33$
2550 particules/cc	$N_T = 27$ chocs	$N_T = 75$ chocs	$N_T = 125$ chocs
12 750 particu- les/cc	$N_T = 136$ chocs	$N_T = 376$ chocs	$N_T = 626$ chocs
25 500 particu- les/cc	$N_T = 271$ chocs	$N_T = 752$ chocs	$N_T = 1252$ chocs

TABLEAU 25 - NOMBRE DE CHOCS TOTAL EN ECOULEMENT POTENTIEL

. Conclusions

Les 3 tableaux ci-avant font apparaître les conclusions suivantes :

- . En écoulement visqueux, la distinction entre une bulle non-chargée et une bulle chargée n'apporte pas grand changement sur le nombre de chocs.
- . L'hypothèse de l'écoulement potentiel conduit à un nombre de chocs calculé plus important que celui correspondant à l'hypothèse de l'écoulement visqueux, toutes choses égales par ailleurs.

CONCLUSION

Nos résultats expérimentaux ont mis en évidence l'importance du comportement de la mousse en surface sur la cinétique de flottation.

Dans le cas d'une mousse stable, le modèle de captation à un paramètre que nous avons proposé rend bien compte de l'ensemble de nos points expérimentaux issus de l'étude des diverses variables opératoires du système.

Dans le cas de mousses instables, le modèle à trois paramètres proposé se révèle satisfaisant tant que les phénomènes de coalescence restent faibles dans la phase liquide.

Dans tous les cas, les grandeurs introduites dans les modèles (débit de fuite, flux de retour, etc...) restent conformes aux phénomènes observés expérimentalement.

C H A P I T R E 3

ETUDE DE L'EQUILIBRE MECANIQUE DU SYSTEME

{ BULLE - PARTICULE SOLIDE }

CALCUL DE L'ENERGIE DE STABILITE

S O M M A I R E

	Pages
INTRODUCTION	77
I. CONDITIONS DE MONTEE DE L'ENSEMBLE {BULLE-PARTICULE CYLINDRIQUE}	77
II. EXPRESSION DE L'ENERGIE DE STABILITE DANS LE CAS D'UNE PARTICULE CYLINDRIQUE	82
III. CONDITIONS DE MONTEE DE L'ENSEMBLE {BULLE-PARTICULE SPHERIQUE} .	83
IV. EXPRESSION DE L'ENERGIE DE STABILITE DANS LE CAS D'UNE PARTICULE SPHERIQUE	86
CONCLUSION	88

INTRODUCTION

Nous nous proposons dans ce chapitre de déterminer les conditions de montée du système constitué par une bulle liée à une particule solide.

Nous avons effectué notre étude sur le système { bulle-particule } supposé statique et pour des interfaces {gaz-liquide} et {gaz-solide} en équilibre.

Une recherche bibliographique des travaux sur le sujet fait remonter à 1960 où NUTT (N 3) propose des calculs approchés relatifs à un interface {gaz-liquide} initialement plat.

Nous traiterons ici le cas d'un interface initialement courbe et d'une particule successivement cylindrique, puis sphérique.

Ne faisant d'autre hypothèse que celle supposant le gaz parfait au sein de la bulle, avant et après captation de la particule et mise en équilibre, nous avons entrepris l'étude successivement :

- des conditions de montée de l'ensemble { bulle -particule }
- de l'énergie de stabilité, énergie nécessaire pour séparer la particule de la bulle, à partir de sa position d'équilibre par rapport à la bulle, en supposant l'ensemble stationnaire.

I. CONDITIONS DE MONTEE DE L'ENSEMBLE BULLE-PARTICULE CYLINDRIQUE

L'hypothèse que le gaz que renferme la bulle est parfait implique, avec les notations de la figure (32); que :

$$P_0 \times V_0 = P \times \left[V - \pi r^2 \times (\ell - h) \right]$$

V_0 désignant le volume de la bulle avant captation

P_0 pression dans la bulle avant captation, se calcule à partir de l'équation de YOUNG-LAPLACE :

$$P_0 - P_0' = \frac{2\sigma}{R_0}$$

P_0' étant la pression hydrostatique dans le liquide, au niveau du verre fritté.

R_0 étant le rayon de la bulle de volume V_0 , déterminé par le modèle de KUMAR - KULOOR exposé au chapitre I.

Enfin, V désigne le volume de la bulle après captation de la particule solide.

L'Annexe (8) donne les modalités du calcul du profil de la bulle après captation.

D'autre part, la condition exprimant la fixité de la bulle par rapport à la particule solide s'écrit :

$$\rho_L g V + \pi r^2 (P - p_0) = 2 \pi r \delta \cos \beta$$

solide } Enfin, la condition de montée de l'ensemble { bulle-particule est :

$$\rho_s g \pi r^2 l \leq \rho_L g V + \rho_L g h \pi r^2$$

l'égalité correspondant au cas où l'ensemble reste stationnaire dans le milieu.

Finalement, nous disposons du système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \rho_L g V + \pi r^2 (P - p_0) &= 2 \pi r \delta \cos \beta & (1) \\ p_0 V_0 &= P_x (V - \pi r^2 (l - h)) & (2) \\ \rho_s g \pi r^2 l &\leq \rho_L g V + \rho_L g h \pi r^2 & (3) \end{aligned}$$

De l'équation (1) on tire $\Delta P = P - p_0 = \frac{2 \pi r \delta \cos \beta - \rho_L g V}{\pi r^2}$

L'équation (2) devient :

$$p_0 V_0 = \left(p_0 + \frac{2 \pi r \delta \cos \beta - \rho_L g V}{\pi r^2} \right) \times (V - \pi r^2 (l - h))$$

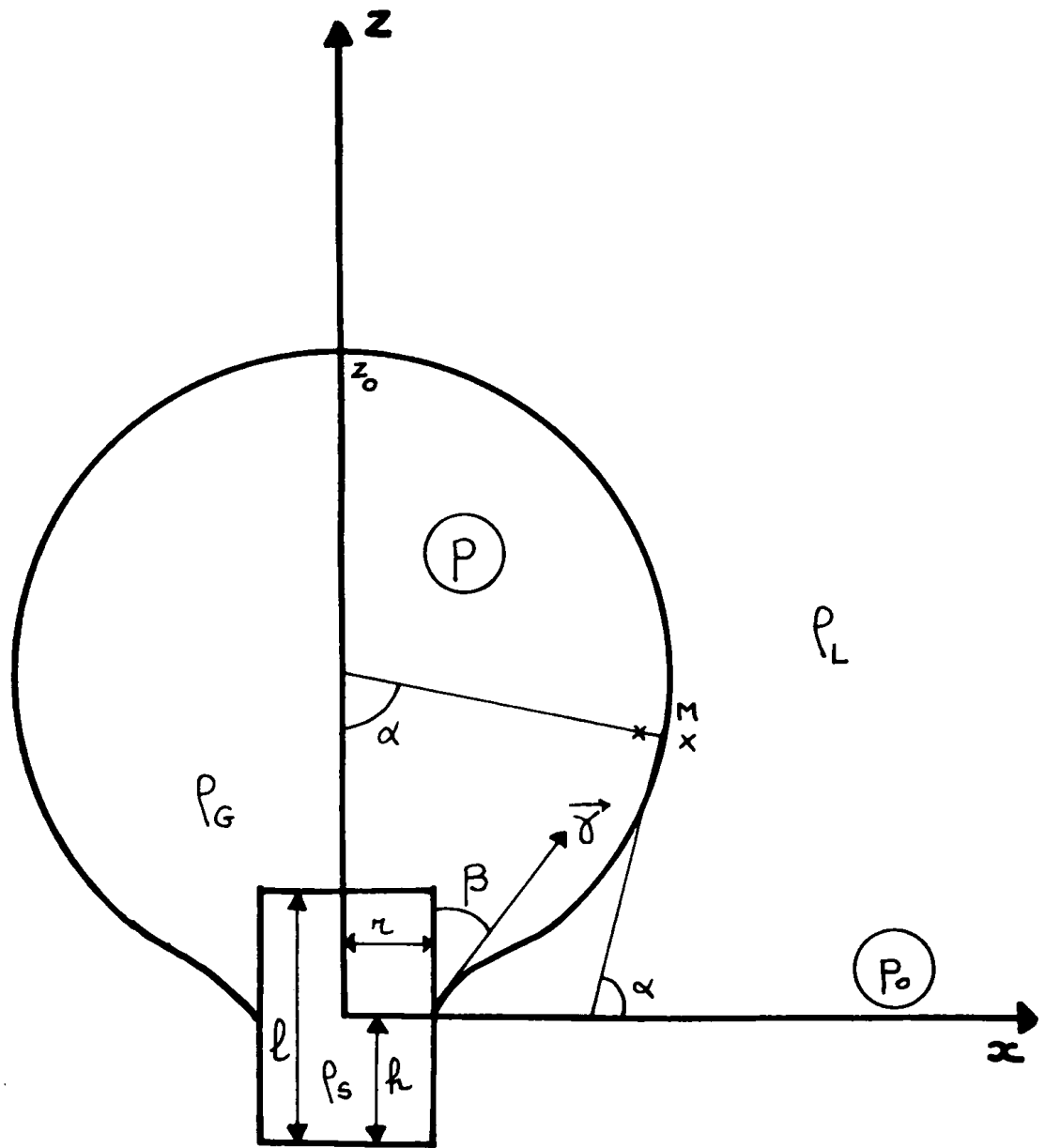


FIGURE 32: CAS DE L'INTERFACE (GAZ - LIQUIDE) INITIALEMENT COURBE ET D'UNE PARTICULE CYLINDRIQUE

Les termes en h^2 disparaissent et il vient l'inéquation

$$h \leq \frac{\rho_s}{\rho_L} l - \frac{2\gamma}{r} \cdot \frac{\cos \beta}{\rho_L g} - \frac{P_0 V_0}{\pi r^2 g l (\rho_s - \rho_L)} - \frac{r_0}{\rho_L g} \quad (4)$$

à laquelle il faut ajouter la double condition :

$$0 \leq h \leq 1 \quad (5)$$

La compatibilité de ces inéquations exige que l'on ait :

$$0 \leq \frac{\rho_s}{\rho_L} l - \frac{2\gamma}{r} \times \frac{\cos \beta}{\rho_L g} + \frac{P_0 V_0}{\pi r^2 g l (\rho_s - \rho_L)} - \frac{r_0}{\rho_L g} \quad (6)$$

qui définit l'ensemble des valeurs (r, l) permises.

APPLICATION NUMERIQUE

Nous allons construire le domaine des valeurs (r, l) qui donnent une solution pour y .

Les valeurs des constantes sont nos valeurs expérimentales, à savoir :

$$\rho_s = 0,93 \text{ g/cm}^3 \quad \cos \beta = \frac{1}{2}$$

$$\rho_L = 0,86 \text{ g/cm}^3$$

$$\gamma = 32 \text{ dynes/cm}$$

$$g = 981 \text{ m/s}^2$$

$$R_0 = 635 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

$$P_0 = 1017230 \text{ baryes}$$

$$P_0 = 1022460 \text{ baryes}$$

Alors :

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi (635 \times 10^{-4})^3 = 1.07 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$$

$$\rho_s - \rho_L = 0.07 \text{ g/cm}^3 \quad ; \quad \frac{\rho_s}{\rho_L} = 1.082$$

$$\frac{2\sigma \cos\beta}{\rho_L g} = 3.79 \times 10^{-2} \text{ CGS}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_L g} = 1206 \text{ CGS}$$

$$\frac{\rho_0 V_0}{\pi g (\rho_s - \rho_L)} = 5.07 \text{ CGS}$$

et l'inéquation (6) s'écrit :

$$r^2 (1,082 \text{ l}^2 - 1206 \text{ l}) - 3,8 \times 10^{-2} r \text{ l} + 5,07 \geq 0$$

Si nous imposons d'autre part que le facteur de dissymétrie, $\chi = \frac{2r}{l}$

soit tel que :

$$\frac{1}{100} < \chi < 100 \quad , \text{ ce qui correspond aux particules solides}$$

utilisées expérimentalement, le domaine acceptable est représenté par la partie hachurée de la figure (33).

Nous y avons fait figurer également une courbe en pointillés qui correspond à un rayon équivalent de particule de 125 microns, valeur expérimentale au-delà de laquelle nous ne parvenions plus à obtenir du solide dans la mousse. (pratiquement, il s'agit de la courbe d'équation $r^2 l = 7,81 \times 10^{-6} \text{ cm}^3$).

Il apparaît ainsi que la courbe théorique prévoyant les conditions limites d'accrochage est bien au-dessus de celle issue de nos résultats expérimentaux, ce qui peut s'expliquer par le fait que nous n'avons pas tenu compte des forces de nature dynamique liées au système.

II. EXPRESSION DE L'ENERGIE DE STABILITE DANS LE CAS D'UNE PARTICULE CYLINDRIQUE

Nous calculons l'énergie nécessaire pour séparer la particule de la bulle en évaluant le travail de chacune des forces auxquelles est soumise la particule de sa position d'équilibre à celle où elle s'individualise de la bulle, dans le cas où l'ensemble {bulle-particule} est au départ stationnaire dans le milieu.

Nous comptons positivement le travail des forces qui tend à ramener la particule vers la bulle.

. Travail du poids de la particule :

$$\mathcal{E}_1 = - \int_0^{l-h} \pi r^2 l \rho_s dh' = - \pi r^2 l \rho_s g (l-h)$$

. Travail de la force de tension superficielle :

$$\mathcal{E}_2 = + \int_0^{l-h} 2\pi r \delta \cos \beta dh' = + 2\pi r \delta \cos \beta (l-h)$$

. Travail de la poussée d'Archimède sur la particule :

$$\mathcal{E}_3 = + \int_0^{l-h} \pi r^2 (h' \rho_L g + p_0) dh' = + \pi r^2 (l-h) \times \left[p_0 + \frac{\rho_L g (l-h)}{2} \right]$$

. Travail de la force de surpression dans la bulle :

Dans le cas d'une position initiale stationnaire ,

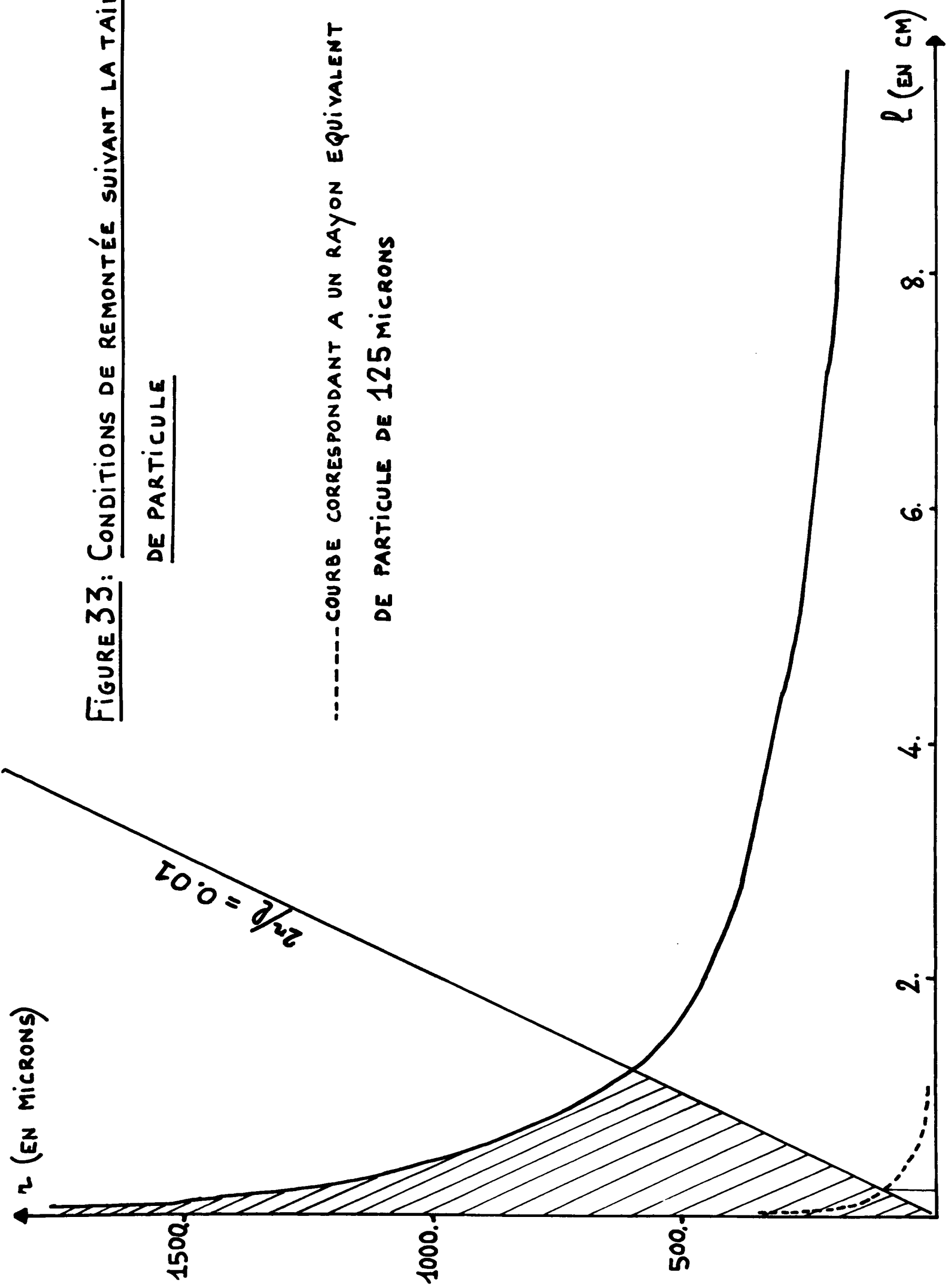
$$\mathcal{E}_4 = - \int_0^{l-h} p \pi r^2 dh' = - \frac{p_0 V_0}{l \left(\frac{\rho_s}{\rho_L} - 1 \right)} \times (l-h)$$

Le travail total des forces liées à la particule est donc :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 = (l-h) \left[2\pi r \delta \cos \beta + \pi r^2 p_0 - \pi r^2 l \rho_s g - \frac{p_0 V_0}{l \left(\frac{\rho_s}{\rho_L} - 1 \right)} \right] + \pi r^2 \rho_L g \left(\frac{l^2 - h^2}{2} \right)$$

FIGURE 33: CONDITIONS DE REMONTÉE SUIVANT LA TAILLE DE PARTICULE

----- COURBE CORRESPONDANT A UN RAYON EQUIVALENT DE PARTICULE DE 125 MICRONS



Comme précisément, ici

$$h = \frac{\rho_s l}{\rho_L} - \frac{2\delta \cos \beta}{r \rho_L g} + \frac{P_0 V_0}{\pi r^2 g l (\rho_s - \rho_L)} - \frac{P_0}{\rho_L g}$$

il vient

$$\mathcal{E} = \frac{\pi r^2 \times \rho_L \times g \times (l - h)^2}{2}$$

dans le cas d'un ensemble initialement stationnaire.

\mathcal{E} est essentiellement positif ; la position "d'équilibre stationnaire" de la particule est donc une position stable ; plus la partie de la particule solide restant immergée dans le liquide est grande, plus \mathcal{E} est petit, donc plus grande est la facilité de la particule à quitter la bulle.

III. CONDITIONS DE MONTEE DE L'ENSEMBLE {BULLE - PARTICULE SPHERIQUE}

Dans le cas d'une particule sphérique, et avec les notations de la figure (34), la mise en équation donne, compte-tenu du fait que le segment sphérique immergé dans la bulle a pour volume

$$\frac{\pi}{3} r^3 (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) :$$

$$P_0 V_0 = P \left[V - \frac{\pi}{3} r^3 (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right]$$

équation exprimant que le gaz contenu dans la bulle suit la loi des gaz parfaits.

(P_0 , V_0 , V ont les mêmes significations que précédemment)

$$\rho_L g V + \pi r^2 (P - P_0) \cos^2 \alpha = 2 \pi r \delta \cos \alpha \cos \beta$$

équation exprimant la fixité de la bulle par rapport à la particule solide.

Enfin, la condition de montée de l'ensemble {bulle-particule sphérique} est ici :

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s g \leq \rho_L g V + \rho_L g \left[\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right]$$

L'égalité correspondant au cas où l'ensemble reste stationnaire dans le milieu.

Finalement, nous disposons du système d'équations suivant :

$$\rho_L g V + \pi r^2 (P - p_0) \cos^2 \alpha = 2 \pi r \delta \cos \alpha \cos \beta \quad (1)$$

$$p_0 V_0 = P \left[V - \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right] \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s g \leq \rho_L g V + \rho_L g \left[\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right] \quad (3)$$

De façon tout à fait similaire à ce qui a été fait pour une particule cylindrique, les équations (1) et (2) permettent d'éliminer P et de calculer V selon l'équation du second degré :

$$\rho_L g V^2 - V \left[A + \frac{\pi \rho_L g r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right] + p_0 V_0 \pi r^2 \cos^2 \alpha + \frac{\pi r^3}{3} A (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) = 0$$

où l'on a posé

$$A = p_0 \pi r^2 \cos^2 \alpha + 2 \pi r \delta \cos \alpha \cos \beta$$

D'où

$$2 \rho_L g V = A + \frac{\pi \rho_L g r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \pm \sqrt{\left(A + \frac{\pi \rho_L g r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right)^2 - 4 \rho_L g \left[p_0 V_0 \pi r^2 \cos^2 \alpha + \frac{\pi r^3}{3} A (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right]}$$

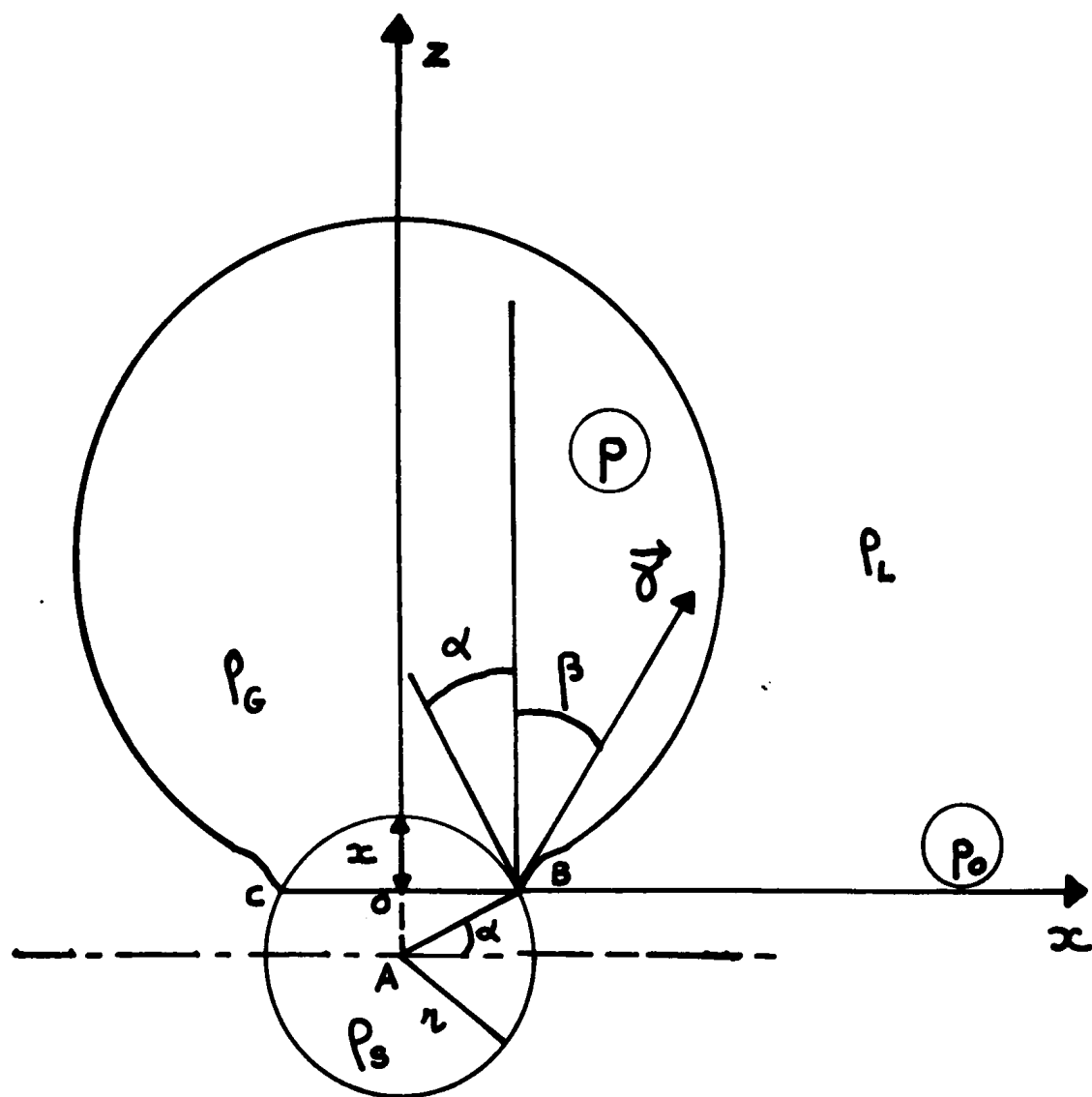


FIGURE 34: CAS DE L'INTERFACE (GAZ-LIQUIDE) INITIALEMENT COURBE
ET D'UNE PARTICULE SPHÉRIQUE

En remarquant que la quantité

$$\frac{8}{3} \pi r^3 \rho_s g - 2 \rho_L g \left[\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right] - A - \frac{\pi \rho_L g r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha)$$

$$< 0$$

pour les valeurs expérimentales des paramètres qui la composent et après élévation au carré des deux membres de l'inéquation (3), il vient :

$$\left[\frac{8}{3} \pi r^3 \rho_s g - 2 \rho_L g \left(\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right) - A - \frac{\pi \rho_L g r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right]^2$$

$$\gg \left[A + \frac{\pi \rho_L g r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right]^2 - 4 \rho_L g \left[\rho_0 V_0 \pi r^2 \cos^2 \alpha + \frac{\pi r^3}{3} A (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right]$$

Après simplifications, il vient finalement :

$$\frac{4}{3} \pi r^3 g \rho_s - \rho_L g \left[\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right] \gg \pi r^2 \cos^2 \alpha \left(\rho_0 - \frac{\rho_L \rho_0 V_0}{\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_s - \rho_L)} \right) + 2 \pi r \delta \cos \alpha \cos \beta$$

APPLICATION NUMERIQUE

Nous prenons pour valeurs des constantes celles utilisées dans le cas d'une particule cylindrique.

Si, dans l'inéquation précédente, nous faisons $r = 125$ microns nous trouvons :

$$89,95^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$$

La valeur $89,9^\circ$ correspondant à la position stationnaire de l'ensemble, soit une valeur de α correspondant à un équilibre effectif peu probable, comme le confirme le calcul de l'énergie de stabilité qui suit.

IV. EXPRESSION DE L'ENERGIE DE STABILITE DANS LE CAS D'UNE PARTICULE SPHERIQUE

Nous nous limitons toujours au cas où l'ensemble bulle-particule est au départ stationnaire dans le milieu.

Comptant toujours positivement le travail des forces qui tend à ramener la particule vers la bulle, il vient :

. Travail du poids de la particule :

$$\mathcal{E}_1 = - \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_s g r \cos \alpha \, d\alpha = - \frac{4}{3} \pi r^4 \rho_s g (1 - \sin \alpha)$$

. Travail de la force de tension superficielle

$$\mathcal{E}_2 = + \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} 2\pi r \delta \cos \alpha \cos \beta r \cos \alpha \, d\alpha = + \pi r^2 \delta \cos \beta \left[\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \frac{\sin 2\alpha}{2} \right]$$

. Travail de la poussée d'Archimède sur la particule :

$$\mathcal{E}_3 = \pi r^3 \rho_0 \left[\frac{2}{3} - \sin \alpha + \frac{\sin^3 \alpha}{3} \right] + \frac{\pi}{3} r^4 \rho_L g \left[\frac{13}{4} - (2 \sin \alpha - \frac{3 \sin^2 \alpha}{2} - \frac{\sin^4 \alpha}{4}) \right]$$

. Travail de la force de surpression dans la bulle

$$\mathcal{E}_4 = - \int_{\alpha}^{\frac{\pi}{2}} P \pi r^3 \cos^3 \alpha \, d\alpha = - \pi r^3 P \left(\frac{2}{3} - \sin \alpha + \frac{\sin^3 \alpha}{3} \right)$$

. Le travail total des forces liées à la particule est alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = & \pi r^2 \delta \cos \beta \left[\left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) - \sin \alpha \cos \alpha \right] - \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \left[\frac{P_0 V_0}{\frac{4}{3} \pi r^3 \left(\frac{\rho_s}{\rho_L} - 1 \right)} - P_0 \right] \\ & - \frac{4}{3} \pi r^4 \rho_s g (1 - \sin \alpha) + \frac{\pi r^4 \rho_L g}{3} \left[\frac{13}{4} - 2 \sin \alpha - \frac{3 \sin^2 \alpha}{2} + \frac{\sin^4 \alpha}{4} \right] \end{aligned}$$

auquel il faut ajouter la relation qui exprime que l'ensemble { bulle-particule } était stationnaire au départ, à savoir :

$$\frac{4}{3} \pi r^3 g \rho_s - \rho_L g \left[\frac{4}{3} \pi r^3 + \frac{\pi r^3}{3} (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) \right] = \pi r^2 \cos^2 \alpha \left(\rho_0 - \frac{\rho_L \rho_0 V_0}{\frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_s - \rho_L)} \right) + 2 \pi r \gamma \cos \alpha \cos \beta$$

APPLICATION NUMERIQUE

Avec les mêmes valeurs des constantes que précédemment, nous savons que, pour $r = 125$ microns, le système est stationnaire pour $\alpha \neq 89,95^\circ$

Evaluons l'énergie de stabilité correspondante :

le calcul donne $\mathcal{E}_n + 4,2 \times 10^{-10}$ erg , soit

un travail très faible, ce qui s'explique par le petit cercle de contact { bulle-particule }

CONCLUSION

Nous avons déterminé, pour un système initialement statique, les conditions de montée de l'ensemble {bulle-particule solide}, en supposant cette dernière cylindrique, puis sphérique.

Dans le cas où l'ensemble reste stationnaire, nous avons montré que la position d'équilibre de la particule solide par rapport à la bulle est une position stable.

Nous achevons ce chapitre en attirant l'attention sur le fait que notre étude théorique a utilisé un angle de contact β défini par la relation classique de YOUNG

$$\gamma_{s/G} - \gamma_{s/L} = \gamma_{G/L} \cos \beta$$

qui suppose réalisées les conditions d'équilibre au point de contact des trois interfaces, en l'absence de toute forme d'énergie extérieure.

Or l'angle de contact est une mesure de la déformation de la surface commune {Gaz-Liquide} et, pour ce qui nous concerne, la déformation résulte de l'action combinée de plusieurs effets, à savoir la forme du solide, l'énergie de gravitation et l'énergie cinétique du système {bulle - particule}

Il s'ensuit un angle de contact dynamique qui peut être très différent de l'angle de contact statique que donne l'équation de YOUNG, notamment pour les petites valeurs de β

Enfin, il faut noter que, pour des particules présentant des points anguleux comme la particule cylindrique étudiée précédemment, la valeur de l'angle de contact est indéterminée pour ces points anguleux (G2).

C H A P I T R E 4

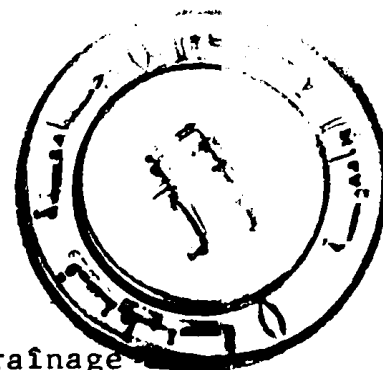
ETUDE DU DRAINAGE DE L'HUILE

DANS LA MOUSSE

INFLUENCE DE LA PRESENCE D'UNE PHASE AUXILIAIRE

S O M M A I R E

	Pages
<u>INTRODUCTION</u>	91
I. <u>DRAINAGE DE L'HUILE EN L'ABSENCE DE PARTICULES CAPTEES</u>	92
1. Revue bibliographique	92
2. Présentation du modèle	92
3. Structure de la mousse	92
4. Ecoulement du liquide interstitiel	94
5. Effet de surface du film interfacial	95
6. Evaluation de $(- d \lambda_{CP} / dz)$	96
7. Détermination des valeurs moyennes de S , ϵ et A_{CP}	99
II. <u>DRAINAGE DE L'HUILE EN PRESENCE DE PARTICULES CAPTEES DANS LA MOUSSE</u>	100
1. Influence du temps de fonctionnement τ	101
2. Influence de la concentration initiale en particules solides dans la phase sous-jacente	102
3. Influence du débit gazeux	102
4. Influence de la granulométrie du solide	103
III. <u>INFLUENCE DE LA PRESENCE D'UNE PHASE AUXILIAIRE</u>	103
<u>CONCLUSION</u>	107



INTRODUCTION

Nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier le drainage l'huile dans la mousse et de montrer l'influence et l'intérêt sur la sélectivité de la présence d'une phase auxiliaire.

Deux cas sont à considérer, suivant que l'on se trouve en présence ou en l'absence de particules solides captées dans la mousse.

- . En l'absence de particules, l'étude directe du drainage est possible

Pour cela, il faut se placer dans des conditions opératoires défavorables : par exemple, de faibles concentrations initiales en particules solides, des granulométries donnant une vitesse de remontée médiocre.

Les courbes expérimentales, issues de ces conditions défavorables, montrent que le volume d'huile recueilli au bout d'un certain temps est proportionnel au temps de fonctionnement du verre fritté, ce qui amène à supposer la vitesse de drainage constante puisque celle de montée de l'huile l'est aussi pour des mousses de structure stable.

- . En présence de particules solides captées dans la mousse, le drainage de l'huile se trouve favorisé ou empêché suivant les cas.

Le facteur d'interaction entre l'huile interstitielle et ces particules captées est complexe et dépend des mêmes paramètres que ceux affectant la cinétique de remontée : débit gazeux, granulométrie, concentration initiale en particules solides.

Nous proposons une discussion d'ordre qualitatif sur les courbes expérimentales illustrant ce deuxième cas.

I. DRAINAGE DE L'HUILE EN L'ABSENCE DE PARTICULES CAPTEES

1. Revue bibliographique

De nombreux auteurs ont étudié le phénomène de drainage au sein d'une mousse en proposant des modèles théoriques ou semi-empiriques rendant compte de leurs données expérimentales (A2, B9, C4, E3, J1, W1)

Ces modèles, mis à part celui présenté par LEONARD et LEMLICH (L13) négligent l'effet de surface du film interfacial et, de ce fait, n'expliquent pas les différences relevées sur l'écoulement interstitiel contenant divers agents tensio-actifs ajoutés successivement.

LEONARD et LEMLICH (L 13) font intervenir une viscosité de surface de type Newtonien et parviennent, à l'issue d'une solution numérique par itérations successives, à déterminer l'écoulement interstitiel dans la mousse.

Mais l'obtention des solutions nécessitent l'emploi d'abaques normalisées, en régime continu, ce qui ne permet pas l'extension à un drainage de la mousse en régime discontinu.

Le modèle que nous allons proposer permet cette extension et offre l'avantage sur celui de LEONARD et LEMLICH, de prédire, à partir de mesures en régime continu, la vitesse de drainage et le profil de densité de la mousse.

2. Présentation du modèle

Le modèle, utilisé antérieurement par MORGAN (M 13), fait entrer en ligne de compte trois éléments :

- . la structure de la mousse
- . l'écoulement du liquide interstitiel
- . le coefficient de glissement, caractérisant l'effet de surface du film interfacial.

3. Structure de la mousse

Généralement, les mousses sont classées suivant deux types extrêmes :

- . les mousses "lâches", à haute rétention en liquide. Leur structure est faite de bulles sphériques séparées par des films épais du liquide.
- . les mousses sèches, à faible rétention en liquide. Leur structure se caractérise par des éléments polyédriques individualisés par des films liquides de faible épaisseur.

Nous nous limiterons au second type car il correspond aux mousses étudiées expérimentalement.

Nous allons utiliser les résultats de travaux antérieurs qui montrent que l'équilibre entre bulles adjacentes le plus stable, étudié par PLATEAU (P 3) et GIBBS (G 5) se caractérise par la configuration schématisée par la figure (35).

L'intersection des trois films de liquide fait apparaître un canal que nous appellerons capillaire de PLATEAU.

Quatre lignes de contact voisines se rencontrent suivant des angles de $109^{\circ}28'$ de façon que les faces communes de bulles forment des angles de 120° .

Dans ces conditions, le dodécaèdre à faces pentagonales répond le mieux à ces exigences.

La structure de la mousse sera figurée désormais par un réseau compact de dodécaèdres réguliers à faces pentagonales.

Si ϵ désigne la rétention en gaz dans la mousse, si J est la longueur du côté d'un dodécaèdre régulier, le nombre total de bulles par unité de volume de mousse est :

$$\frac{\epsilon}{7,663 J^3} \quad (1)$$

Comme chaque bulle a trente côtés communs avec chaque film formé par trois bulles voisines (figure 35), chacune de ces bulles fournit 10 capillaires de PLATEAU, ce qui correspond à un volume de liquide égal à $10 \times J \times A_{CP}$ en désignant par A_{CP} l'aire de la section droite d'un capillaire de PLATEAU.

Négligeant le volume de liquide interstitiel présent dans le film d'épaisseur e , la rétention en liquide dans la mousse est alors donnée par :

$$1 - \epsilon = \frac{\epsilon}{7,663 J^3} \times 10 \times J \times A_{CP} \quad (2)$$

En écrivant que le volume d'une bulle sphérique de diamètre d_L est égal à celui d'un dodécaèdre régulier de côté J , il vient :

$$J = 0,409 d_L \quad (3)$$

I. DRAINAGE DE L'HUILE EN L'ABSENCE DE PARTICULES CAPTEES

1. Revue bibliographique

De nombreux auteurs ont étudié le phénomène de drainage au sein d'une mousse en proposant des modèles théoriques ou semi-empiriques rendant compte de leurs données expérimentales (A2, B9, C4, E3, J1, W1)

Ces modèles, mis à part celui présenté par LEONARD et LEMLICH (L13) négligent l'effet de surface du film interfacial et, de ce fait, n'expliquent pas les différences relevées sur l'écoulement interstitiel contenant divers agents tensio-actifs ajoutés successivement.

LEONARD et LEMLICH (L 13) font intervenir une viscosité de surface de type Newtonien et parviennent, à l'issue d'une solution numérique par itérations successives, à déterminer l'écoulement interstitiel dans la mousse.

Mais l'obtention des solutions nécessitent l'emploi d'abaques normalisées, en régime continu, ce qui ne permet pas l'extension à un drainage de la mousse en régime discontinu.

Le modèle que nous allons proposer permet cette extension et offre l'avantage sur celui de LEONARD et LEMLICH, de prédire, à partir de mesures en régime continu, la vitesse de drainage et le profil de densité de la mousse.

2. Présentation du modèle

Le modèle, utilisé antérieurement par MORGAN (M 13), fait entrer en ligne de compte trois éléments :

- . la structure de la mousse
- . l'écoulement du liquide interstitiel
- . le coefficient de glissement, caractérisant l'effet de surface du film interfacial.

3. Structure de la mousse

Généralement, les mousses sont classées suivant deux types extrêmes :

- . les mousses "lâches", à haute rétention en liquide. Leur structure est faite de bulles sphériques séparées par des films épais du liquide.
- . les mousses sèches, à faible rétention en liquide. Leur structure se caractérise par des éléments polyédriques individualisés par des films liquides de faible épaisseur.

Nous nous limiterons au second type car il correspond aux mousses étudiées expérimentalement.

Nous allons utiliser les résultats de travaux antérieurs qui montrent que l'équilibre entre bulles adjacentes le plus stable, étudié par PLATEAU (P 3) et GIBBS (G 5) se caractérise par la configuration schématisée par la figure (35).

L'intersection des trois films de liquide fait apparaître un canal que nous appellerons capillaire de PLATEAU.

Quatre lignes de contact voisines se rencontrent suivant des angles de $109^{\circ}28'$ de façon que les faces communes de bulles forment des angles de 120° .

Dans ces conditions, le dodécaèdre à faces pentagonales répond le mieux à ces exigences.

La structure de la mousse sera figurée désormais par un réseau compact de dodécaèdres réguliers à faces pentagonales.

Si ϵ désigne la rétention en gaz dans la mousse, si J est la longueur du côté d'un dodécaèdre régulier, le nombre total de bulles par unité de volume de mousse est :

$$\frac{\epsilon}{7,663 J^3} \quad (1)$$

Comme chaque bulle a trente côtés communs avec chaque film formé par trois bulles voisines (figure 35), chacune de ces bulles fournit 10 capillaires de PLATEAU, ce qui correspond à un volume de liquide égal à $10 \times J \times A_{CP}$ en désignant par A_{CP} l'aire de la section droite d'un capillaire de PLATEAU.

Négligeant le volume de liquide interstitiel présent dans le film d'épaisseur e , la rétention en liquide dans la mousse est alors donnée par :

$$1 - \epsilon = \frac{\epsilon}{7,663 J^3} \times 10 \times J \times A_{CP} \quad (2)$$

En écrivant que le volume d'une bulle sphérique de diamètre d_L est égal à celui d'un dodécaèdre régulier de côté J , il vient :

$$J = 0,409 d_L \quad (3)$$

L'équation (2) s'écrit alors :

$$A_{CP} = \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right) \times 0.128 \times d_L^2 \quad (4)$$

4. Écoulement du liquide interstitiel

Le drainage du liquide se fait d'une part à travers les films de faible épaisseur e (figure 35) et à travers le réseau des capillaires de PLATEAU qui servent de canaux collecteurs.

Nous faisons l'hypothèse que l'écoulement à travers ces derniers est le facteur déterminant de la vitesse de drainage dans la mousse.

Supposant cet écoulement laminaire et les parois des bulles pour le moment rigides, l'application de la loi de POISEUILLE

$$\frac{d\sigma_z}{dn} = - \frac{n}{2\mu_L} \left(- \frac{d\lambda}{dz} \right) \quad (5)$$

où

z désigne la direction de l'écoulement

$\lambda = P - \rho_L g z$, P pression statique

μ_L est la viscosité dynamique du liquide

donne, dans le cas d'un cylindre vertical de rayon R , une distribution des vitesses caractérisée par :

$$v_z = \frac{R^2 - r^2}{4\mu_L} \left(- \frac{d\lambda}{dz} \right) \quad (6)$$

soit une vitesse moyenne

$$v_z = \frac{A_0}{8\pi\mu_L} \left(- \frac{d\lambda}{dz} \right) \quad (7) \text{ avec } A_0 = \pi R^2$$

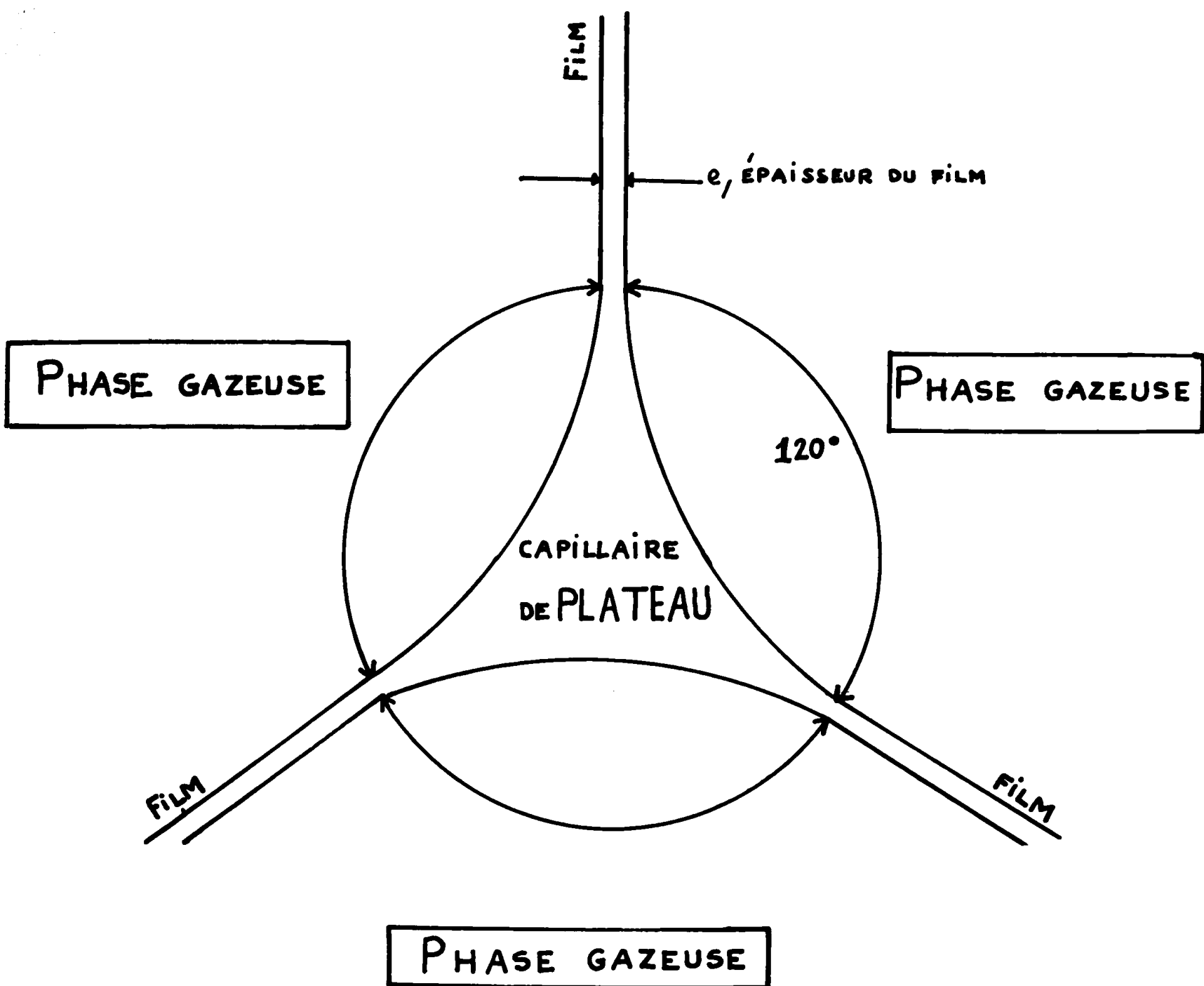


FIGURE 35: SECTION DROITE D'UN CAPILLAIRE DE PLATEAU

Dans le cas d'un capillaire de PLATEAU dont la géométrie est plus complexe, nous écrivons :

$$\bar{v}_z = \frac{C_0 \times A_{CP}}{\mu_L} \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) \quad (8)$$

C_0 étant une constante généralement prise égale à 0.02 (L 12, S 7)

5. Effet de surface du fil interfacial

Pour tenir compte de la mobilité du film à la paroi et de l'écoulement par glissement qui en résulte, nous introduisons un coefficient de glissement S , fonction de la distribution vraie de la vitesse de glissement à la paroi.

Cette distribution dépend a priori de plusieurs facteurs. En effet, la vitesse de glissement varie le long du périmètre d'un capillaire de PLATEAU du fait de l'existence du modèle d'écoulement obtenu en supposant les parois rigides.

De plus, l'élasticité du film varie probablement selon la position sur la paroi.

Comme il s'avère difficile d'évaluer séparément ces divers facteurs, nous postulons que l'effet global dû à la paroi peut être représenté par un coefficient de glissement S donnant, pour un capillaire vertical, la vitesse d'écoulement moyenne : (L 11)

$$\bar{v}_{CP} = \frac{C_0 A_{CP}}{\mu_L} \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) + S \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) \quad (9)$$

S étant supposé indépendant de $d\lambda_{CP}/dz$

Pour un capillaire incliné de l'angle α sur la verticale, la vitesse moyenne est de :

$$\bar{v}_{CP}^\alpha = \left[\frac{C_0 A_{CP}}{\mu_L} \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) + S \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) \right] \cos \alpha \quad (10)$$

dont la composante verticale est

$$\bar{v}_{CP}^\alpha \times \cos \alpha$$

En supposant l'orientation d'un capillaire dans la mousse parfaitement aléatoire, la probabilité pour ce dernier d'être incliné sur la verticale de l'angle α est $\sin \alpha \, d\alpha$

Comme l'aire disponible à l'écoulement dans une section droite de la mousse est $(1 - \epsilon) A_R$, A_R désignant l'aire de la section droite du volume de mousse, la vitesse volumique d'écoulement du liquide q_L , pour une colonne à mousse en régime stationnaire, s'écrit :

$$q_L = \int_{A_R} (1 - \epsilon) dA_R \int_0^{\frac{\pi}{2}} \bar{v}_{CP}^\alpha \cos \alpha \sin \alpha \, d\alpha$$

soit, après substitution :

$$q_L = \frac{1 - \epsilon}{3} \left[\frac{c_0 A_{CP}}{\mu_L} \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) + S \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) \right] \times A_R$$

Définissant une vitesse superficielle v_{S1} par :

$$v_{S1} = \frac{q_L}{A_R}$$

Il vient finalement, en régime stationnaire

$$v_{S1} = \frac{1 - \epsilon}{3} \left[\frac{c_0 A_{CP}}{\mu_L} \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) + S \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) \right] \quad (11)$$

6. Evaluation de $\left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right)$

Comme $\lambda_{CP} = P - \rho_L g z$, P étant la pression statique dans le capillaire, $\frac{d\lambda_{CP}}{dz} = \frac{dP}{dz} - \rho_L g$

La relation de YOUNG-LAPLACE appliquée entre deux points de part et d'autre de la paroi donne :

$$P_G - P = \frac{\gamma}{r_{CP}} \quad (12)$$

où r_{CP} est le rayon de courbure du capillaire
 P_G est la pression à l'intérieur de la bulle
 γ est la tension superficielle gaz/liquide

Alors

$$\frac{dP_G}{dz} - \frac{dP}{dz} = - \frac{\gamma}{r_{CP}^2} \times \left(\frac{dr_{CP}}{dz} \right) \quad \text{au sein de la mousse}$$

$$\frac{dP_G}{dz} = P_L g (1 - \epsilon)$$

Il s'en suit que :

$$- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} = P_L g - P_L g (1 - \epsilon) - \frac{\gamma}{r_{CP}^2} \times \frac{dr_{CP}}{dz} \quad (13)$$

Cela étant, des considérations géométriques concernant le calcul de A_{CP} montrent que :

$$A_{CP} = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) r_{CP}^2 + \sqrt{3} r_{CP} e + \frac{\sqrt{3}}{4} e^2$$

ce qui s'écrit encore, en négligeant e devant r_{CP} comme précédemment :

$$A_{CP} = 0.163 r_{CP}^2 \quad (14)$$

En supposant l'orientation d'un capillaire dans la mousse parfaitement aléatoire, la probabilité pour ce dernier d'être incliné sur la verticale de l'angle α est $\sin \alpha \, d\alpha$

Comme l'aire disponible à l'écoulement dans une section droite de la mousse est $(1 - \epsilon) A_R$, A_R désignant l'aire de la section droite du volume de mousse, la vitesse volumique d'écoulement du liquide q_L , pour une colonne à mousse en régime stationnaire, s'écrit :

$$q_L = \int_{A_R} (1 - \epsilon) \, dA_R \int_0^{\frac{\pi}{2}} \bar{v}_{CP}^\alpha \cos \alpha \sin \alpha \, d\alpha$$

soit, après substitution :

$$q_L = \frac{1 - \epsilon}{3} \left[\frac{c_0 A_{CP}}{\mu_L} \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) + S \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) \right] \times A_R$$

Définissant une vitesse superficielle v_{S1} par :

$$v_{S1} = \frac{q_L}{A_R}$$

Il vient finalement, en régime stationnaire

$$v_{S1} = \frac{1 - \epsilon}{3} \left[\frac{c_0 A_{CP}}{\mu_L} \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) + S \left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right) \right] \quad (11)$$

6. Evaluation de $\left(- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} \right)$

Comme $\lambda_{CP} = P - \rho_L g z$, P étant la pression statique dans le capillaire, $\frac{d\lambda_{CP}}{dz} = \frac{dP}{dz} - \rho_L g$

La relation de YOUNG-LAPLACE appliquée entre deux points de part et d'autre de la paroi donne :

$$P_G - P = \frac{\gamma}{r_{CP}} \quad (12)$$

où r_{CP} est le rayon de courbure du capillaire
 P_G est la pression à l'intérieur de la bulle
 γ est la tension superficielle gaz/liquide

Alors

$$\frac{dP_G}{dz} - \frac{dP}{dz} = - \frac{\gamma}{r_{CP}^2} \times \left(\frac{dr_{CP}}{dz} \right) \quad \text{au sein de la mousse}$$

$$\frac{dP_G}{dz} = P_L g (1 - \epsilon)$$

Il s'en suit que :

$$- \frac{d\lambda_{CP}}{dz} = P_L g - P_L g (1 - \epsilon) - \frac{\gamma}{r_{CP}^2} \times \frac{dr_{CP}}{dz} \quad (13)$$

Cela étant, des considérations géométriques concernant le calcul de A_{CP} montrent que :

$$A_{CP} = \left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2} \right) r_{CP}^2 + \sqrt{3} r_{CP} e + \frac{\sqrt{3}}{4} e^2$$

ce qui s'écrit encore, en négligeant e devant r_{CP} comme précédemment :

$$A_{CP} = 0.163 r_{CP}^2 \quad (14)$$

Comme nous avons antérieurement établi que

$$A_{CP} = \left(\frac{1-\epsilon}{\epsilon} \right) \times 0.128 d_L^2$$

Il s'ensuit que :

$$r_{CP} = 0.89 d_L \times \left(\frac{1-\epsilon}{\epsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

sous réserve que la dimension des bulles au sein de la mousse varie peu (cela ne serait plus le cas pour une colonne de mousse de grande hauteur et renfermant un liquide de haute densité), il vient :

$$-\frac{d\lambda_{CP}}{dz} = \rho_L g - \rho_L g (1-\epsilon) - \left[\frac{\gamma}{2 \times 0.89 d_L} \times \frac{\epsilon^{-\frac{1}{2}}}{(1-\epsilon)^{\frac{3}{2}}} \times \frac{d\epsilon}{dz} \right] \quad (16)$$

si nous prenons le cas d'une mousse homogène, de densité moyenne constante,

$\frac{d\epsilon}{dz} = 0$ et il en résulte

$$-\frac{d\lambda_{CP}}{dz} = \rho_L g \epsilon \quad (17)$$

$$\text{et } v_{s1} = \left(\frac{1-\epsilon}{3} \right) \left[\frac{C_0 A_{CP} \rho_L g \epsilon}{\mu_L} + S \rho_L g \epsilon \right] \quad (18)$$

Dans le cas d'une mousse non homogène, dans le temps et dans l'espace, nous proposons, dans l'Annexe 3, la suite du traitement théorique.

Pour en revenir au cas d'une mousse homogène, lorsqu'existe un contre-courant gazeux arrivant en continu dans la mousse, la vitesse nette de montée du liquide dans la mousse, v_{S2} , est

$$v_{S2} = \frac{G(1-\epsilon)}{\epsilon} \quad (19)$$

G étant le débit de gaz pour une section unité du volume de mousse.

Ainsi, l'apport de liquide par unité de temps et par unité de section de réacteur, v , est égal à :

$$v = v_{S2} - v_{S1}$$

soit encore :

$$v = \frac{G(1-\epsilon)}{\epsilon} - \frac{\epsilon(1-\epsilon)}{3} \left[\frac{C_0 A_{CP}}{\mu_L} \times P_L g + S P_L g \right] \quad (20)$$

7. Détermination des valeurs moyennes de S, ϵ et A_{CP}

Nos données expérimentales font apparaître que la vitesse nette de montée d'huile v est constante, à G constant (le volume recueilli est proportionnel au temps de fonctionnement) et pour une cinétique de montée du solide médiocre (figure 36).

D'autre part, il apparaît aussi sur nos résultats expérimentaux que, pour des débits gazeux ne dépassant pas $2 \text{ cm}^3/\text{s}$ (figure 37), v est proportionnel à G, ce qui est conforme à ce que prévoit l'équation (20).

Expérimentalement, pour un temps de fonctionnement τ de 600 secondes, nous avons obtenu, respectivement :

$$\text{pour } q = 1,46 \text{ cc/S} \quad v_{\text{total}} = 9,5 \text{ cm}^3$$

$$\text{pour } q = 0,96 \text{ cc/S} \quad v_{\text{total}} = 4,6 \text{ cm}^3$$

en présence d'une faible concentration initiale de polyéthylène-Basse Pression de granulométrie (20μ , 53μ), pratiquement absent dans la mousse (nous avons contrôlé qu'en l'absence initiale du solide de cette granulométrie, les résultats restent très sensiblement identiques).

q désigne le débit gazeux global et V_{total} le volume total d'huile recueillie dans la mousse.

Les conditions opératoires étaient les suivantes :

$$\begin{aligned} \mu_L &= 0,578 \text{ poise} & , & \rho_L = 0,865 \text{ g/cm}^3 \\ g &= 981 \text{ cm/s}^2 & , & A_R = 93 \text{ cm}^2 \quad , \quad C_o = 0,02 \\ d_L &= 1146 \text{ microns} & , & N_o (\text{polyéthylène } 20\mu, 53\mu) = 255 \text{ particules/cm}^3 \end{aligned}$$

Ainsi $G = \frac{q}{93}$ et $v = \frac{V_{total}}{600 \times 93}$

L'équation (4) permet d'écrire l'équation (20) sous la forme :

$$v = \frac{G(1-\epsilon)}{\epsilon} - \frac{\epsilon(1-\epsilon)}{3} \left[\frac{0.128 d_L^2 \times C_o (1-\epsilon) \rho_L g}{\mu_L \epsilon} + S \rho_L g \right] \quad (21)$$

Supposant ϵ constant dans la zone étudiée, l'application numérique donne les valeurs

$$\begin{aligned} \epsilon & \# & 0,984 \\ S & \# & 1,83 \times 10^{-5} \text{ cm}^4 / (\text{dyne} \times \text{cm}) \\ A_{CP} & \# & 2,81 \times 10^{-5} \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

II. DRAINAGE DE L'HUILE EN PRESENCE DE PARTICULES CAPTEES DANS LA MOUSSE

Le modèle précédent se révèle, dans ces conditions, pratiquement inapplicable.

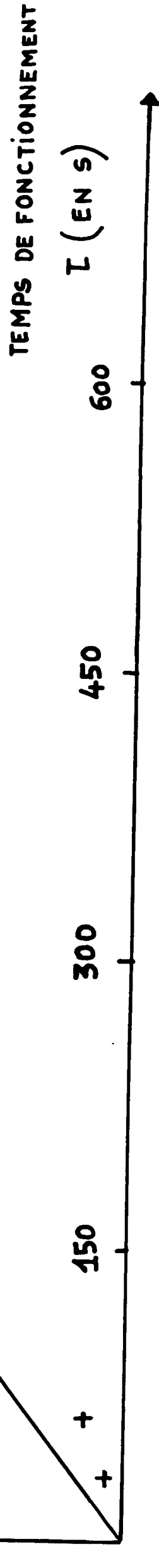
En effet, la présence de particules solides captées dans la mousse a essentiellement deux actions sur le drainage de l'huile interstitielle.

- elle modifie la structure de la mousse, de sorte qu'il devient peu plausible d'envisager une structure régulière avec drainage de l'huile au travers d'un réseau de capillaires de PLATEAU, comme cela avait été fait précédemment.

VOLUME D'HUILE RECUEILLIE
(EN CM³)

FIGURE 36: INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT
SUR LE DRÃINAGE D'UNE MOUSSE NON CHARGÉE
EN PARTICULES SOLIDES

CONDITIONS OPÉRATOIRES
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
GRANULOMÉTRIE [20-53] μ
 $c_0 = 255$ PARTICULES/CM³
DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS
 $T = 22^\circ\text{C}$ - $q = 1.46$ cc/s



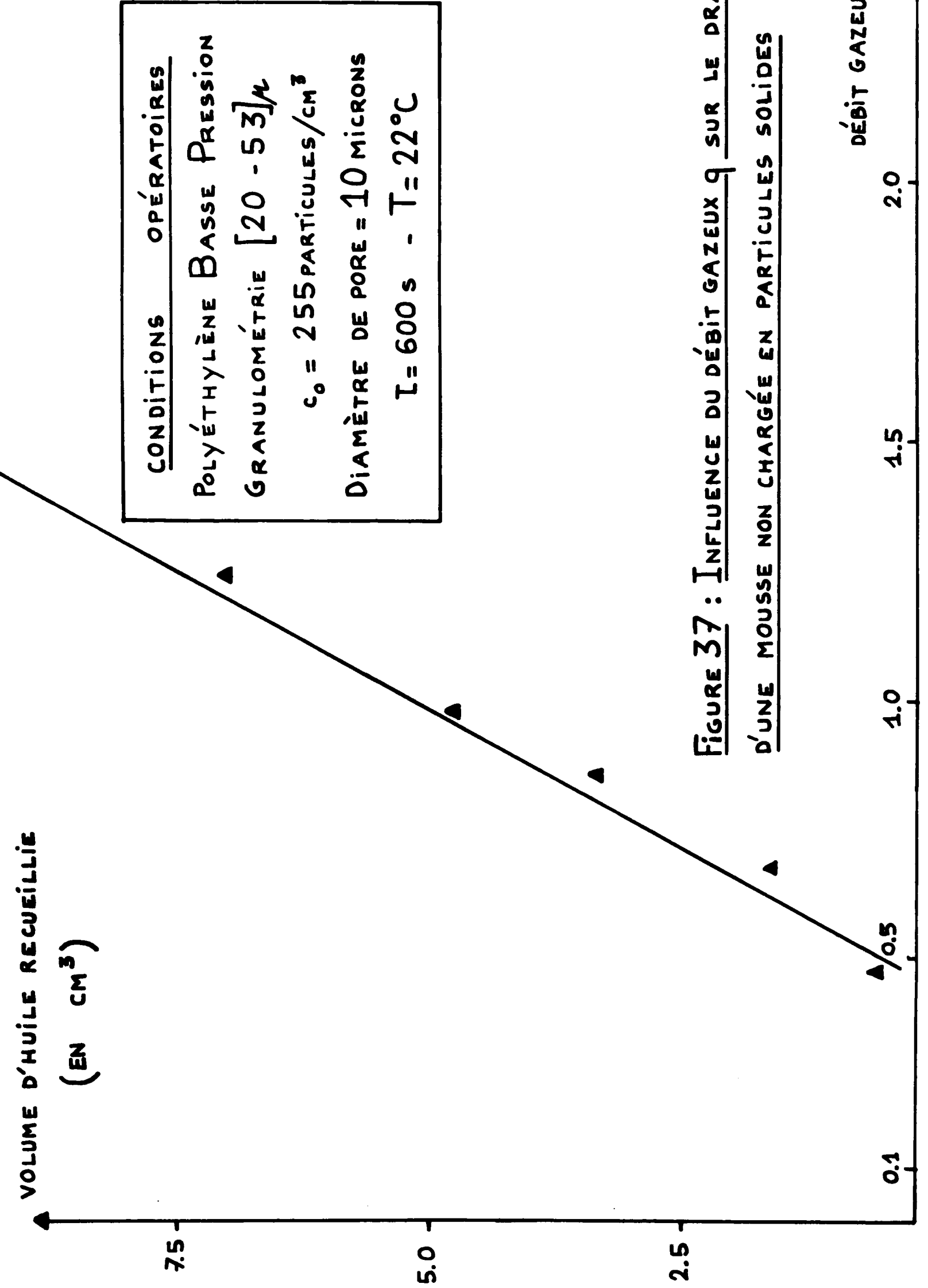


FIGURE 37 : INFLUENCE DU DÉBIT GAZEUX q SUR LE DRAINAGE D'UNE MOUSSE NON CHARGÉE EN PARTICULES SOLIDES

Ces modifications de structure sont même d'importance primordiale dans le cas d'un flux de retour des particules solides vers le milieu sous-jacent puisque ce dernier s'accompagne d'un réajustement important du réseau de bulles.

- elle modifie l'écoulement interstitiel en créant des pertes de charge supplémentaires et en élargissant les films interfaciaux entre bulles dans le cas où il est encore possible de parler de capillaires de PLATEAU. Les figures (38a, 38b, 38c) montrent comment la finesse du verre fritté, facteur favorisant la présence de solide dans la mousse, modifie très sensiblement la structure de cette dernière, toutes choses égales par ailleurs.

Nous ne sommes pas en mesure de proposer un modèle prédictif rendant compte du drainage en présence de solide. Néanmoins, nous avons réalisé l'étude expérimentale de l'influence de divers paramètres liés au solide sur la vitesse de drainage.

Nous présentons une discussion qualitative sur les courbes obtenues.

1°. Influence du temps de fonctionnement

La quantité portée en ordonnée est le volume d'huile recueillie dans des conditions opératoires données, résultat de la différence entre le flux d'arrivée d'huile associé au flux d'arrivée des bulles et le flux de drainage dans la mousse.

La présence de particules solides dans la mousse résulte d'une cinétique de montée du solide non négligeable.

On voit sur la figure (39) que, le temps t croissant, le volume d'huile recueillie croît, mais de moins en moins vite.

Légende des figures 38a, 38b, 38c

ORGALACQ G

400 cm³ d'huile 250 NS

$\tau = 900$ s $T = 22^\circ\text{C}$

$q = 1,46$ cc/s $m_0 = 4$ g

Granulométrie $\bar{r} = 120 \mu$

	Figure a	Figure b	Figure c
Diamètre du verre fritté	28 μ	65 μ	120 μ

Le fait de prendre des diamètres de verre fritté plus petits diminue la taille moyenne des bulles produites. Néanmoins, comme le montrent ces trois figures, la mousse a une structure de plus en plus grossière et hétérogène : cette évolution s'explique par la présence de plus en plus marquée de particules solides dans la mousse. En effet, les mêmes expériences effectuées en l'absence initiale de particules solides ne donnent pas cette évolution vers l'hétérogénéité.

En se rappelant que le modèle de captation prévoit que la masse m de solide recueilli dans la mousse, lorsqu'il n'y a pas de flux de retour, suit la loi

$$m = m_0 (1 - e^{-Pt}), \text{ il s'en suit qu'à } \tau \text{ croissant,}$$

la masse m de solide recueilli croît et rend le drainage plus difficile, d'où des volumes d'huile recueillie plus grands que ceux prévisibles en l'absence de solide par le modèle de la partie I) précédente.

De plus, le drainage se trouve proportionnellement de moins en moins "gêné", pour τ de plus en plus grand, du fait que la vitesse de croissance de la masse recueillie m diminue.

Il est donc normal que le volume d'huile recueillie continue à croître de moins en moins rapidement.

2°. Influence de la concentration initiale en particules solides dans la phase sous-jacente

La courbe de la figure (40) caractérisant l'influence de la concentration initiale en solide fait apparaître un point de rupture de pente entre la partie initiale ascendante et l'autre partie en forme de pallier.

Ce point de rupture de pente correspond précisément à une concentration initiale en particules provoquant un flux de retour : c'est là une confirmation de la singularité que présente la courbe de la figure (23)

La partie initiale ascendante présente une croissance plus grande que celle prévue par le modèle de la partie I) précédente, ce qui est normal dans la mesure où, la masse de solide présent dans la mousse augmentant, le drainage s'effectue de façon de plus en plus malaisée.

Après le point de rupture, le volume d'huile recueillie varie peu, ce que justifie, d'une part la croissance modérée de la masse de solide dans la mousse, d'autre part les réajustements de la structure de cette mousse qui rendent plus facile le drainage, par effet dynamique.

3°. Influence du débit gazeux

La courbe expérimentale précisant cette influence (figure (41)) fait apparaître un maximum qui correspond sensiblement au débit gazeux critique caractérisant le maximum de la masse de solide recueilli dans la mousse (figure (21))

En deçà du maximum, deux effets contradictoires sont en présence

- d'une part, quand le débit gazeux q croît, la masse de solide recueillie dans la mousse croît, d'où un drainage rendu de plus en plus difficile.
- d'autre part, dans les mêmes conditions, la taille des bulles croît, d'où une mousse de plus en plus lâche et un drainage facilité en conséquence.

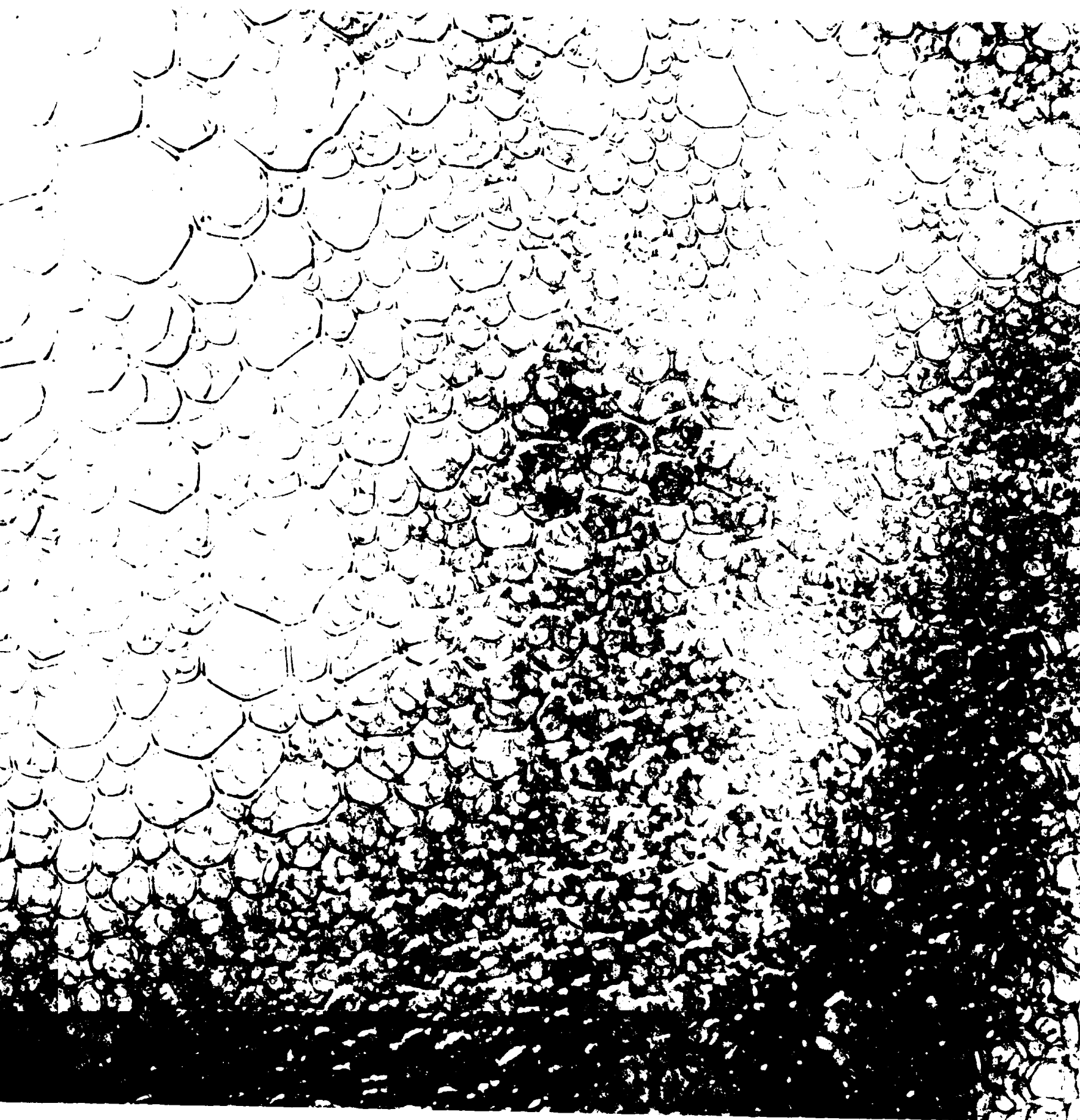


Fig. 38 a. Influence de la présence du solide
sur la structure de la mousse. Diamètre de pore $d_f = 28 \mu$

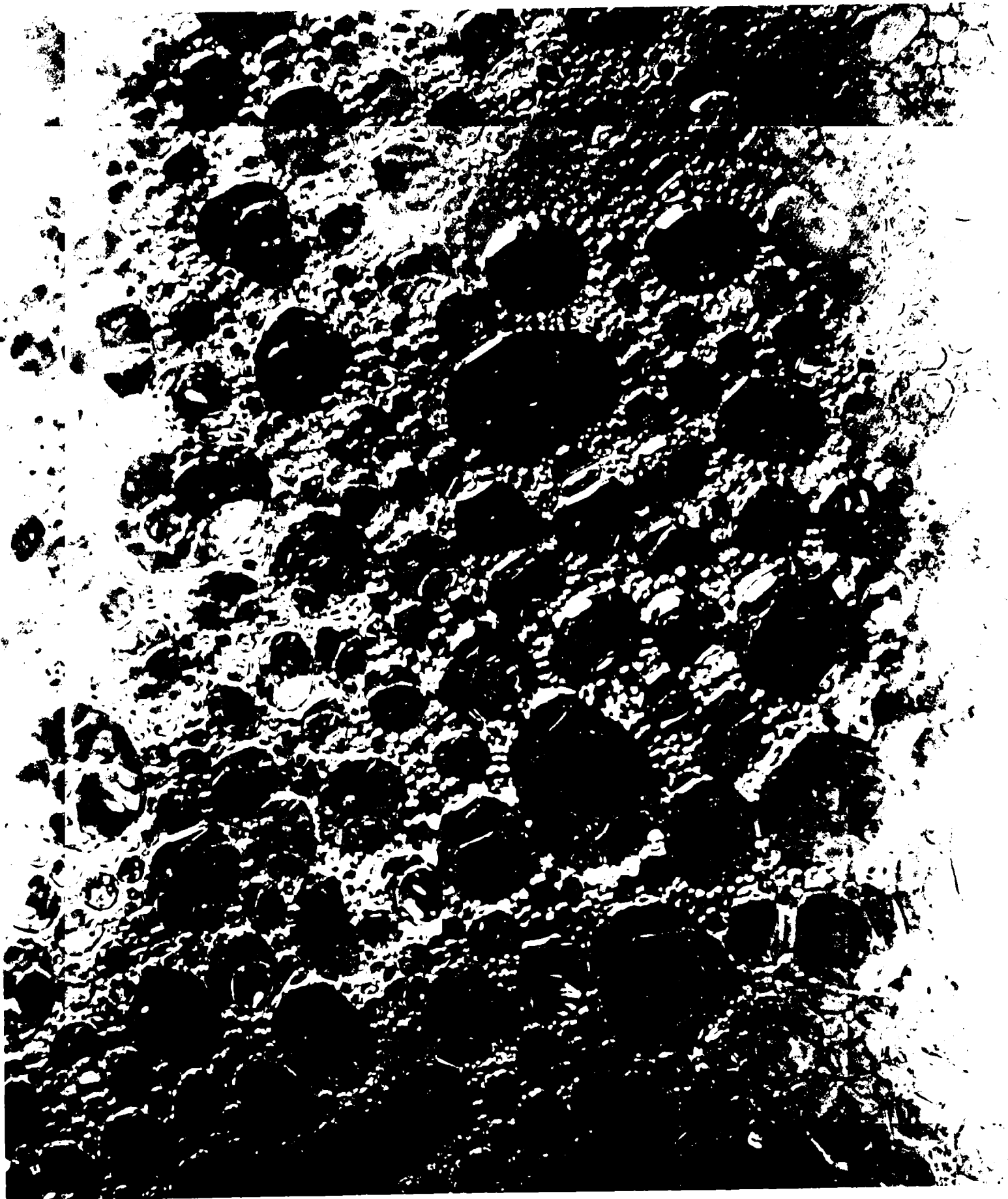


Fig. 38 b. $d_f = 65 \mu$



Fig. 38 c. $d_f = 120 \mu$

VOLUME D'HUILE RECUEILLIE
(EN CM³)

FIGURE 39: INFLUENCE DU TEMPS DE FONCTIONNEMENT T

SUR LE DRÃINAGE D'UNE MOUSSE CHARGÉE

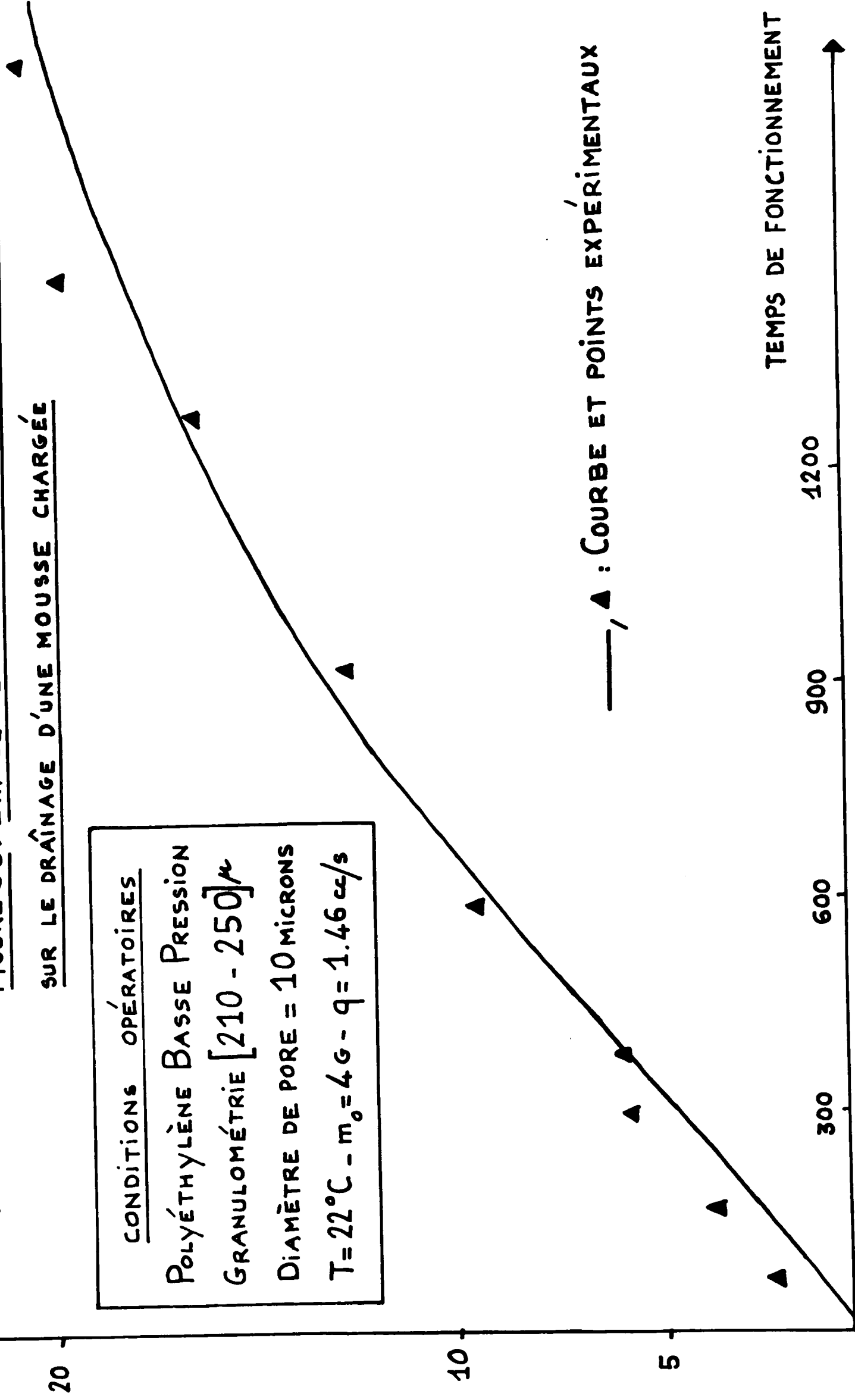
CONDITIONS OPÉRATOIRES

POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION

GRANULOMÉTRIE [210 - 250] μ

DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS

$T = 22^{\circ}\text{C}$ - $m_0 = 4\text{g}$ - $q = 1.46\text{ cc/s}$



TEMPS DE FONCTIONNEMENT T (EN S)

VOLUME D'HUILE RECUEILLIE
(EN CM³)

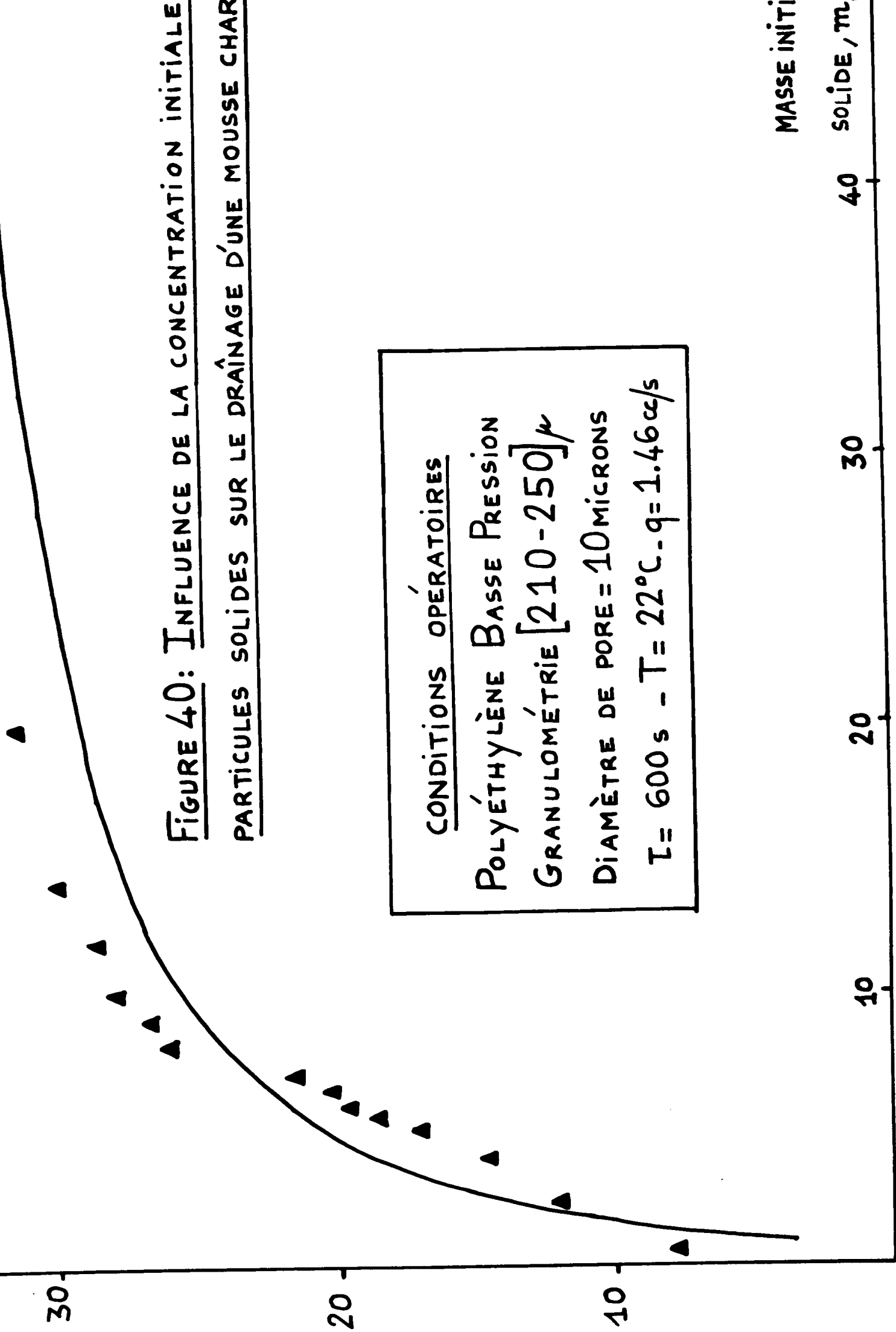


FIGURE 40: INFLUENCE DE LA CONCENTRATION INITIALE EN PARTICULES SOLIDES SUR LE DRAINAGE D'UNE MOUSSE CHARGÉE

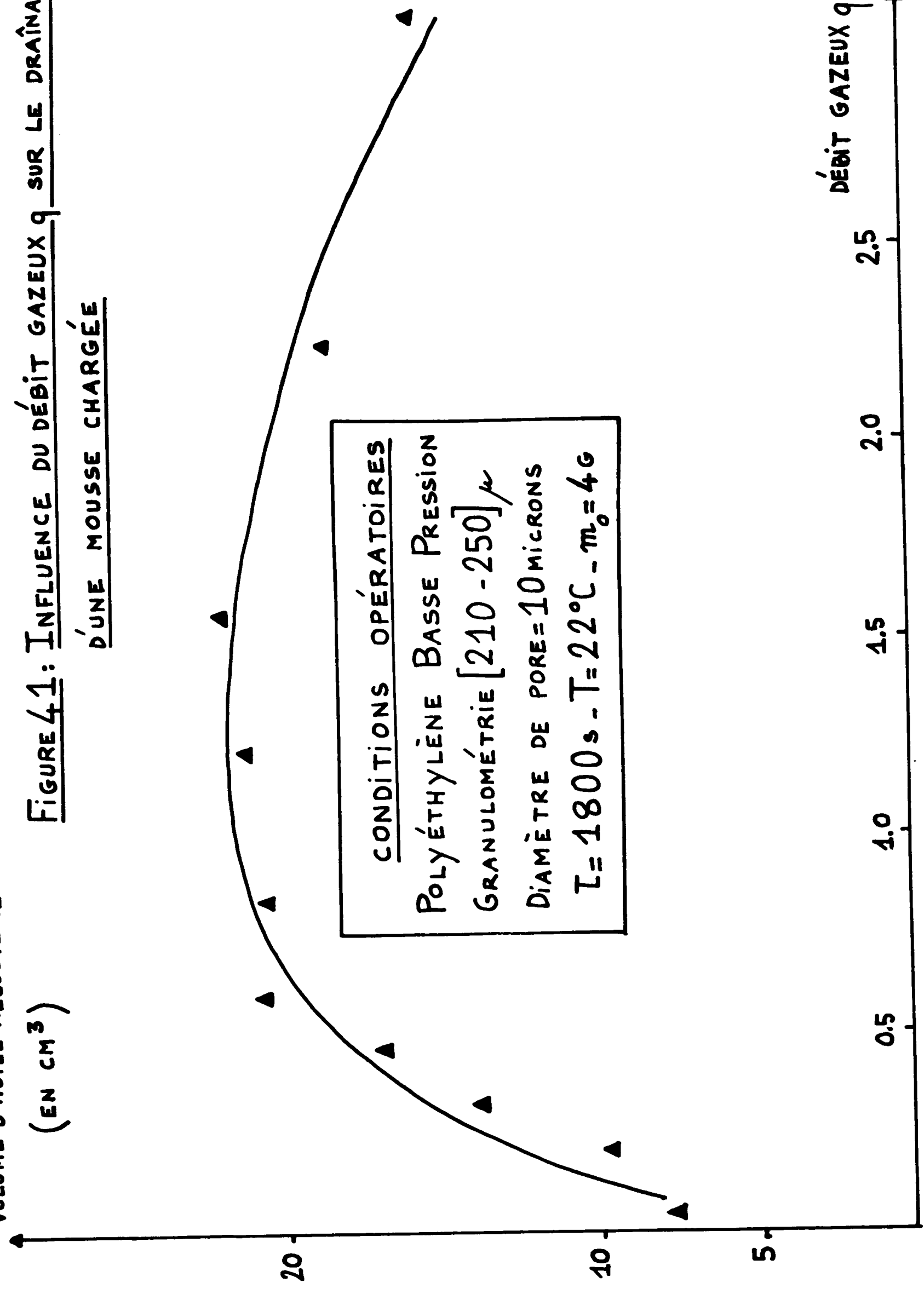
CONDITIONS OPÉRATOIRES
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
GRANULOMÉTRIE [210-250] μ
DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS
T = 600 s - T = 22°C - q = 1.46 cc/s

MASSE INITIALE EN SOLIDE, m_0 (EN G)

VOLUME D'HUILE RECUEILLIE

FIGURE 41: INFLUENCE DU DÉBIT GAZEUX q SUR LE DRAÎNAGE

D'UNE MOUSSE CHARGÉE



CONDITIONS OPÉRATOIRES
POLYÉTHYLÈNE BASSE PRESSION
GRANULOMÉTRIE [210 - 250] μ
DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS
T = 1800 s - T = 22°C - m₀ = 4g

La croissance de la courbe indique que le premier effet l'emporte sur le second.

Au-delà du maximum, par contre, nous notons une légère décroissance, ce qui se justifie par le fait que la masse de solide recueilli dans la mousse reste stationnaire et se situe dans une mousse de plus en plus lâche.

4°. Influence de la granulométrie du solide

Le maximum qui apparaît sur la figure (42) correspond à un rayon moyen de particule de 125 microns, comme dans le cas de la masse de solide recueilli.

La partie décroissante de la courbe, correspondant à un drainage accéléré, n'a pas le caractère abrupt de son homologue obtenue avec la masse de solide.

En effet, au-delà du rayon de particule critique de 125 microns, la particule ne peut plus être en équilibre mécanique avec la bulle (chapitre 3) tandis que le drainage de l'huile interstitielle se trouve seulement facilité du fait de la diminution ou de l'absence de particules captées dans la mousse.

III. INFLUENCE DE LA PRESENCE D'UNE PHASE AUXILIAIRE

Dans le but de diminuer la rétention de liquide interstitiel présent dans la mousse en surface, nous avons pensé à opérer avec une phase liquide auxiliaire non miscible avec la phase liquide contenant initialement la suspension de particules solides et plus légère que cette dernière.

Dans le cas du déparaffinage, la présence d'une phase auxiliaire est a priori particulièrement intéressante dans la mesure où elle permet, d'accroître la sélectivité de la séparation en diminuant la rétention d'huile dans la mousse et où elle peut également servir de phase de refroidissement pour la cristallisation. Dans ces conditions, la création d'un contre-courant (phase riche en paraffines - phase auxiliaire) permet des séparations à des niveaux de températures différents et de meilleurs rendements thermiques.

Expérimentalement, nous avons opéré en plaçant d'abord le verre fritté producteur du courant gazeux dans la phase liquide lourde, au fond du réacteur, puis dans la phase auxiliaire en y adjoignant dans ce cas un débit de recirculation.

. Cas où le verre fritté est immergé dans la phase liquide lourde

Nous avons étudié le système

phase lourde : huile 250 NS diluée avec du trichloréthylène

phase auxiliaire : eau distillée

Nous avons dégagé les faits expérimentaux suivants :

- . Pour un même volume de phase liquide lourde et pour des valeurs identiques des variables opératoires du système la présence de la phase auxiliaire n'affecte pratiquement pas la masse de solide remonté.

Autrement dit, l'étape décisive qui gouverne la montée du solide dans la mousse en surface est l'étape de captation dans la phase liquide lourde.

. La quantité de liquide interstitiel dans la mousse se trouve, par contre, modifiée pour deux raisons par la présence de cette phase auxiliaire.

a) à l'interface des deux phases se produit un phénomène d'agglomération des bulles. Après traversée de l'interface, le globule qui poursuit son ascension dans la phase auxiliaire se trouve composé, dans sa partie supérieure, d'une dispersion de bulles chargées en particules solides, dans sa partie inférieure, de phase liquide lourde.

Le phénomène de résistance à l'interface constitue la première étape de la cinétique de montée de l'huile.

b) tout au long de l'ascension du globule de fluide, sa partie inférieure décante et retourne à son milieu originel, dans des proportions plus ou moins importantes, ce qui donne des mousses beaucoup plus "sèches" que celles obtenues en l'absence de phase auxiliaire.

Le phénomène de décantation au sein de la phase auxiliaire constitue une deuxième étape dans la cinétique de montée de l'huile, la troisième étape étant constituée par le drainage de l'huile dans la mousse en surface.

. La hauteur de phase auxiliaire croissant, la sélectivité dans la mousse s'en trouve accrue tout d'abord, puis se stabilise pour des hauteurs suffisantes.

La figure (43) montre le gain en sélectivité qu'apporte la présence d'une phase auxiliaire dans le cas de l'étude du débit gazeux global. La sélectivité portée en ordonnée est définie par le rapport de la concentration en particules solides dans la mousse sur la concentration qui s'établit dans la phase liquide lourde.

Il apparaît ainsi que, pour les conditions opératoires de l'étude, la sélectivité maximale se trouve multipliée par le facteur 3,5 environ.

En nous plaçant dans des conditions optimales de granulométrie du solide et de débit gazeux, nous avons pu multiplier cette sélectivité par un facteur de l'ordre de 25.

Comme nous avons dû diluer l'huile 250NS pour en faire la phase lourde du système, nous avons des conditions de viscosité défavorables pour la cinétique de flottation des particules solides, comme cela a été vu dans le chapitre (2) (mousses évolutives). Pour une phase liquide lourde de viscosité plus élevée et de densité nettement supérieure à celle de l'eau, le facteur multiplicatif précédent doit très probablement être nettement plus grand.

Nous n'avons pas étudié ce cas car il aurait fallu, en premier lieu, reprendre l'étude complète de l'influence des variables opératoires du système, en l'absence de phase auxiliaire.

**FIGURE 42: INFLUENCE DE LA GRANULOMÉTRIE DU SOLIDE
SUR LE DRAÎNAGE D'UNE MOUSSE CHARGÉE**

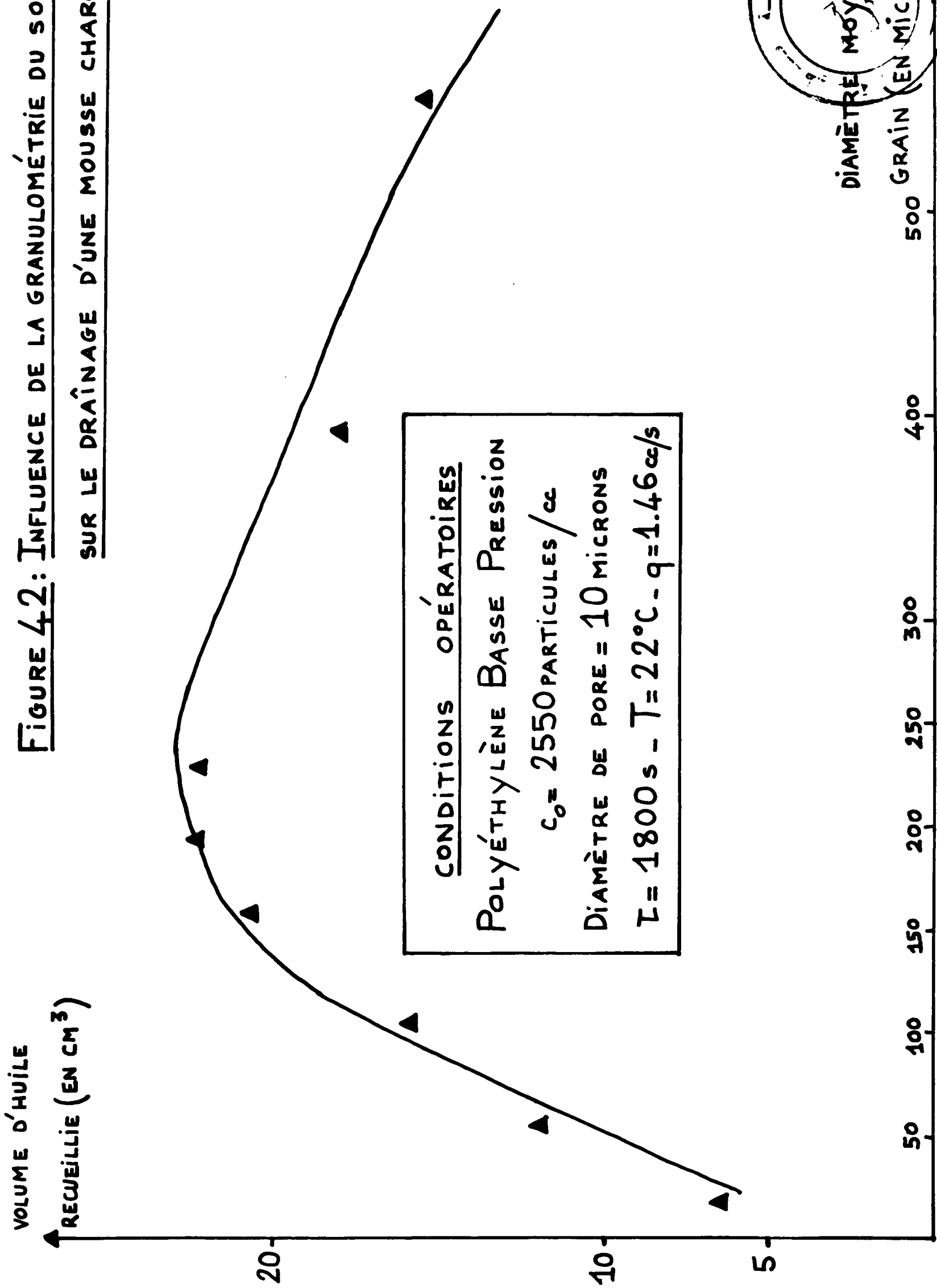
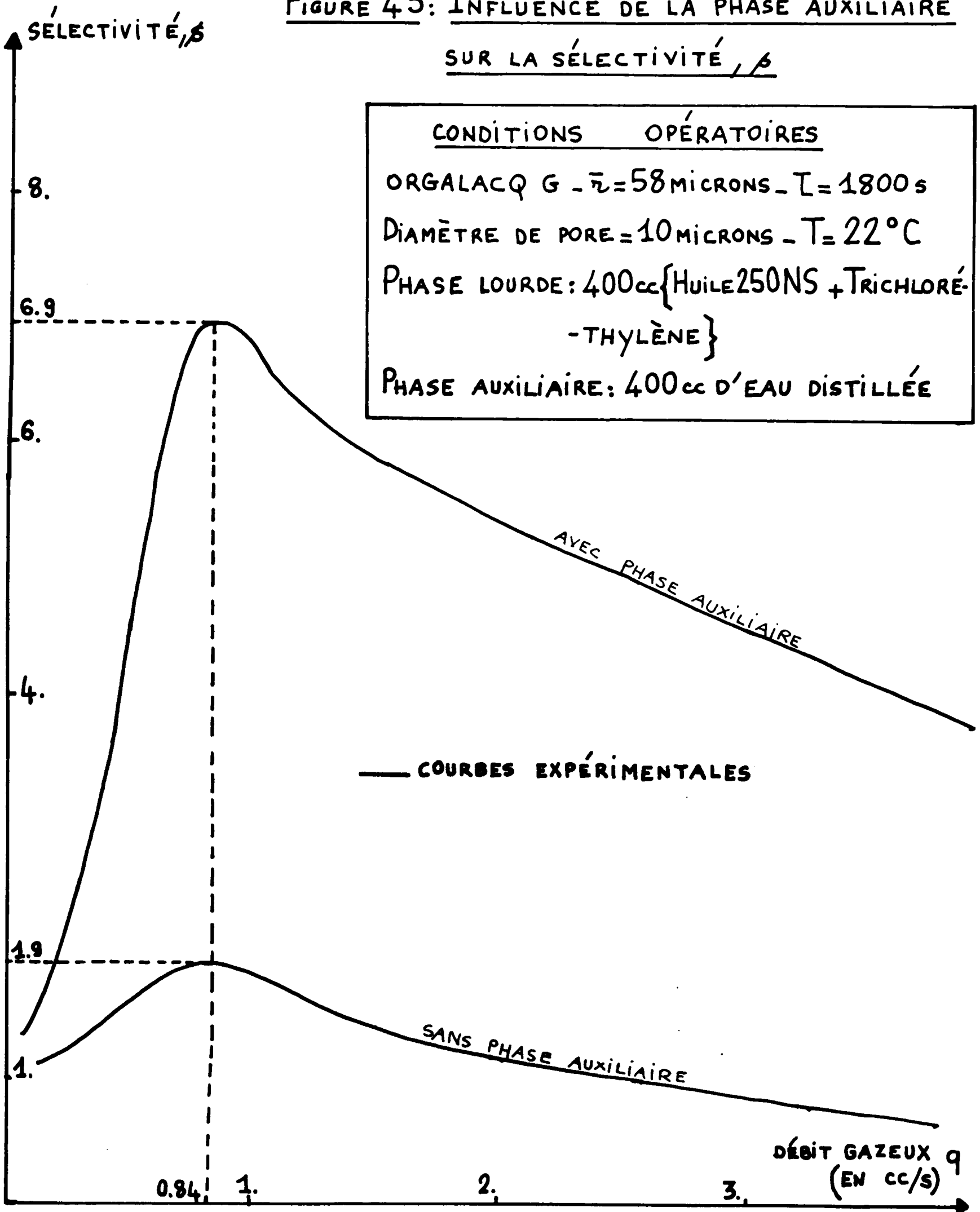


FIGURE 43: INFLUENCE DE LA PHASE AUXILIAIRE SUR LA SÉLECTIVITÉ, β

CONDITIONS OPÉRATOIRES
 ORGALACQ G - \bar{r} = 58 MICRONS - τ = 1800 s
 DIAMÈTRE DE PORE = 10 MICRONS - T = 22°C
 PHASE LOURDE: 400 cc { HUILE 250NS + TRICHLORÉ-
 -THYLÈNE }
 PHASE AUXILIAIRE: 400 cc D'EAU DISTILLÉE



Nous avons, par contre, utilisé l'acétonitrile comme phase auxiliaire. Ce dernier nous a donné des résultats peu satisfaisants du fait de sa facilité à donner des émulsions avec le mélange Huile 25ONS + trichloréthylène utilisé.

Le manque de données expérimentales sur la vitesse de montée de l'huile, en présence de phase auxiliaire, ne nous a pas permis de développer un support théorique satisfaisant, comme nous l'avons fait par exemple dans le chapitre (2).

. Cas où le verre fritté est immergé dans la phase auxiliaire

Il est alors nécessaire d'assurer un débit de recirculation qui amène la phase liquide lourde au contact direct des bulles produites par le verre fritté au sein, par conséquent, de la phase auxiliaire.

Nous avons réalisé un montage fonctionnant en continu que schématise la figure (44).

Le système étudié était : phase auxiliaire = huile 25ONS
phase liquide lourde = eau distillée
renfermant des particules de verre

Ce cas est particulièrement intéressant dans le déparaffinage d'huiles puisque cristallisation et captation ont lieu dans la même phase.

Après avoir ajusté les variables opératoires pour une marche en régime continu, nous nous sommes heurtés au manque de reproductibilité de nos résultats expérimentaux dû aux phénomènes très marqués de turbulence au niveau du verre fritté, créés par le contre-courant {phase lourde-gaz}

Ce manque de reproductibilité allié à une cinétique de flottation par elle-même médiocre ne nous a pas permis d'aboutir à des conclusions satisfaisantes.

LEGENDE DE LA FIGURE (44)

- A : bac de charge à niveau constant
- B : déversoir du trop plein
- C : circuit d'alimentation en phase liquide lourde
- D : vanne électro-magnétique, de régulation du débit d'alimentation en phase liquide lourde
- E : circuit de recirculation
- F : verre fritté, générateur des bulles de gaz du système
- G : système permettant d'ajuster les niveaux des deux phases liquides présentes dans le réacteur
- H_i (i = 1,5) : points de soutirage
- I : circuit d'alimentation en phase gazeuse, avec système de régulation

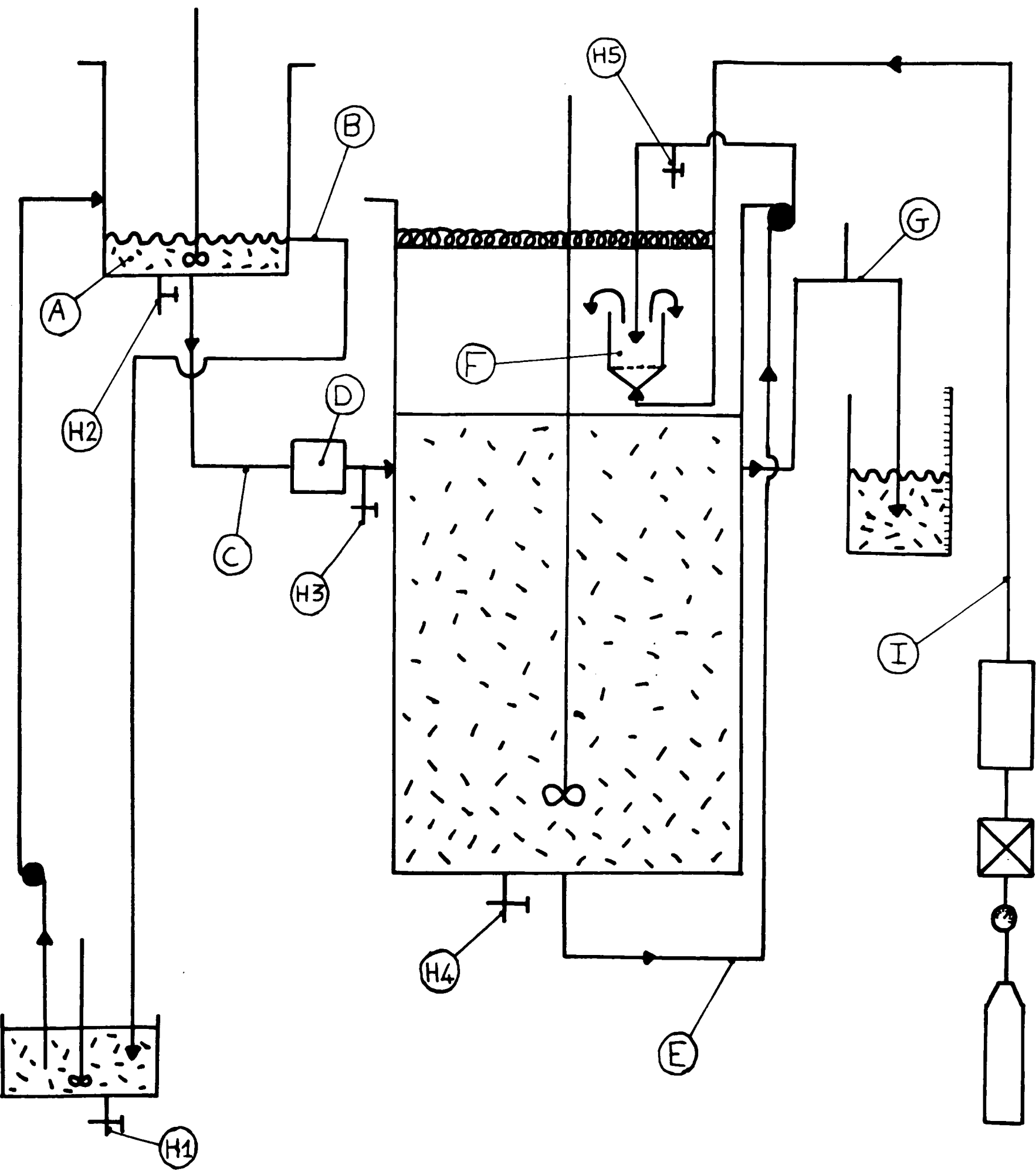


FIGURE 4.4: SCHEMA DE L'APPAREILLAGE FONCTIONNANT EN CONTINU,
AVEC DÉBIT DE RECIRCULATION

CONCLUSION

Dans le cas de mousses ne renfermant pas de particules solides captées, nous avons proposé un support théorique satisfaisant. Dans le cas contraire, les courbes expérimentales présentées montrent des écarts importants avec ce dernier.

Une approche théorique de ce deuxième cas serait possible moyennant une masse plus importante de données expérimentales et une étude plus individualisée des phénomènes qui se produisent au sein de la mousse.

Dans l'optique d'accroître la sélectivité, nous avons vu l'intérêt de la présence d'une phase auxiliaire.

Une approche théorique nécessiterait des données expérimentales sur la cinétique de traversée de l'interface et sur celle de la décantation de la phase lourde au sein de la phase auxiliaire. Néanmoins, nos résultats montrent que la présence d'une phase auxiliaire n'affecte pas la cinétique de captation des particules solides.

CONCLUSION GENERALE

Le travail qui vient d'être présenté rend compte de la cinétique de flottation de particules solides dans les cas où la taille des bulles dispersées dans la phase liquide et la granulométrie du composé solide utilisé peuvent être rendues constantes expérimentalement.

Dans les cas contraires, correspondant à une viscosité trop faible de la phase liquide donnant lieu à des taux de coalescence importants ou à un solide non calibré, les résultats expérimentaux manquent totalement de reproductibilité.

En une première partie, nous avons montré comment la mousse en surface peut avoir un rôle prépondérant sur la cinétique de flottation suivant les valeurs des variables opératoires du système.

Le modèle à un paramètre proposé rend compte de la cinétique dans le cas de mousses stables.

Le modèle à trois paramètres rendant compte de la cinétique en présence de mousses évolutives possède une valeur prédictive satisfaisante pour des taux de coalescence dans la phase liquide faibles.

Ayant constaté une chute de la vitesse de flottation fonction de la taille des particules solides utilisées, nous avons développé, dans une seconde partie, le calcul des dimensions critiques de particules ayant des géométries bien définies, en faisant successivement l'hypothèse d'une particule cylindrique, puis sphérique, captée par un interface gaz-liquide initialement courbe. Les valeurs calculées sont très supérieures à celles expérimentales.

Nous avons consacré la troisième partie à l'étude du drainage du liquide interstitiel dans la mousse ; nous avons montré comment la présence de particules solides dans les canaux séparant les bulles entre elles modifiait considérablement la vitesse de drainage du liquide et rendait inapplicable le support théorique proposé dans le cas d'une mousse de structure homogène.

Nous avons enfin mis en évidence l'intérêt d'une phase auxiliaire plus légère que la phase liquide chargée en particules solides et immiscible avec cette dernière : ne modifiant pas la vitesse de montée des particules solides dans la mousse, elle assure un rôle de décantation pour la phase liquide lourde et fournit ainsi des sélectivités nettement améliorées.

A N N E X E S

S O M M A I R E

	Pages
<u>ANNEXE 1</u>	
<u>Données physico-chimiques relatives aux systèmes et corps étudiés</u>	113
<u>ANNEXE 2</u>	
<u>Extension du modèle de captation</u>	125
<u>ANNEXE 3</u>	
<u>Cas d'une mousse non homogène et sans particules captées...</u>	129
<u>ANNEXE 4</u>	
<u>Programme de calcul des tailles de bulles à leur naissance</u>	135
<u>ANNEXE 5</u>	
<u>Influence de la granulométrie du solide : programme de calcul</u>	139
<u>ANNEXE 6</u>	
<u>Influence de la concentration en particules solides : programme de calcul</u>	141
<u>ANNEXE 7</u>	
<u>Influence de la dilution : programme de calcul</u>	143
<u>ANNEXE 8</u>	
<u>Profils de bulles</u>	147
<u>ANNEXE 9</u>	
<u>Evaluation de la poussée d'Archimède sur la partie immergée de la sphère dans le liquide</u>	155

ANNEXE I

DONNEES PHYSICO-CHIMIQUES RELATIVES AUX SYSTEMES ET CORPS ETUDIES

I. COMPOSES CHIMIQUES UTILISES

Trichloréthylène

Température (°C)	densité
15	1,4762
30	1,4514

Pression de vapeur saturante
à 25°C = 47,31 mmHg

Acétonitrile CH₃ - CN

Température (°C)	densité
20	0,7822
25	0,7766
30	0,7713

Pression de vapeur saturante
à 25°C = 88,81 mmHg

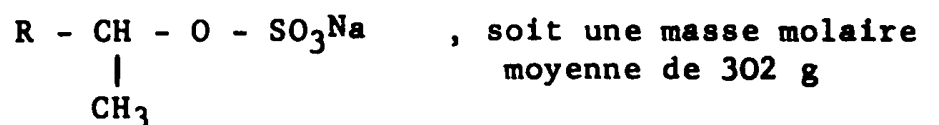
Diéthylène-glycol HO CH₂ CH₂ O CH₂ CH₂ OH

Densité à 20°C = 1,1164

Pression de vapeur saturante
à 20°C < 0,01 mmHg

Agents tensio-actifs

- . Le teepol, alcool secondaire sulfoné, issu d'une coupe pétrolière C8 - C18, de formule

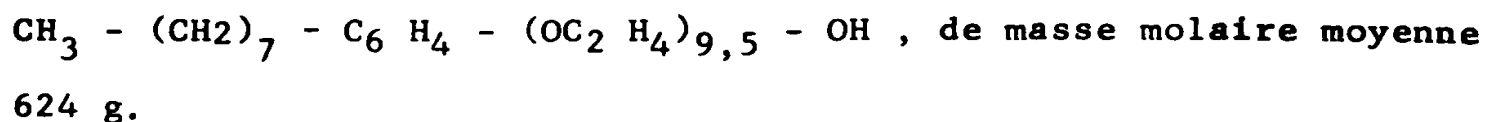


Les solutions utilisées avaient une concentration en teepol de l'ordre de $1,1 \times 10^{-4}$ mole/l

- . La saponine, saponoside de formule brute $C_{32}H_{54}O_{18}$ issu de glucosides végétales, soit une masse molaire moyenne de 726,5 g

Le teepol et la saponine sont deux agents tensio-actifs anioniques

- . Le triton X-100 , composé non ionique de formule



<u>Talc</u>	Densité moyenne 2,35	(20°C)
<u>Verre</u>	Densité moyenne 2,21	(20°C)
<u>Polyéthylène Basse Pression</u>	Densité moyenne 0,93 (20°C)	
<u>Orgalacq G</u>	Densité moyenne 1,05	(20°C)
<u>Glycérine</u>	Densité moyenne 1,26	(20°C)

Les diverses manipulations de flottation ont été effectuées dans un réacteur de 1 l et avec une phase liquide de 400 cm³.

Huile de base 25ONS

Les différentes huiles de base à tendance paraffinique sont souvent désignées par des termes d'origine américaine, tels que "NEUTRAL", "SOLVENT" et "NEUTRAL SOLVENT" qui sont indicatifs en général du cycle des traitements de raffinage appliqué.

Ces termes sont précédés de chiffres représentatifs des viscosités approximatives en secondes SAYBOLT UNIVERSEL à 100°F, soit 37,8°C. Ainsi, une huile dite "200 Neutral Solvent" a une viscosité voisine de 200 S.S.U à 100°F, soit 42 centistokes à 37,8°C.

Tableau 26 : Caractéristiques de l'huile "250 Neutral Solvent"

	Min.	Max.
Masse volumique 15°C	0,860 g/cm ³	0,875 g/cm ³
Couleur		1,5
Point d'éclair	215	
Viscosité cinématique	20°C	33 cst
	38°C	
	50°C	
Point d'écoulement		- 15°C
Résidu Carbone Conradson	0,06	0,06

II. MESURES DE VISCOSITE

Dans les conditions expérimentales des mesures, le régime de l'écoulement des liquides dans les tubes capillaires du viscosimètre UBBELOHDE est laminaire et suit la loi de POISEUILLE

$$\eta = \frac{R^4 \times p \times t}{8 LV}$$

dans laquelle :

R est le rayon du tube capillaire

p est l'écart de pression entre deux tranches de liquide distantes de L

t représente le temps

L est la longueur du tube capillaire

V est le volume du liquide écoulé pendant le temps t

η est la viscosité dynamique

L'application de cette formule suppose que le liquide arrive à l'orifice de sortie de tube avec une énergie cinétique négligeable. Sinon, il est nécessaire d'effectuer une correction dite "d'énergie cinétique".

Principe de la mesure

On mesure le temps mis par un volume déterminé de prise d'essai contenue dans le réservoir d'un viscosimètre en verre pour s'écouler par un capillaire calibré sous une charge de liquide exactement reproductible et à une température exactement contrôlée.

La viscosité cinématique est calculée à partir du temps nécessaire à l'écoulement selon

$$\nu = Ct - \frac{B}{t}$$

où B et C sont des constantes du viscosimètre et t le temps d'écoulement mesuré.

Tableau 27 : Variations de la viscosité dynamique du glycérol avec la température

Température (°C)	6	15	20	25	30
Viscosité (en cp)	6260	2330	1490	954	629

TABLEAU 28 - VISCOSITE DU MELANGE {EAU-GLYCEROL} A 20°C

% en poids de glycerol	viscosité dynamique μ , en centipoises	viscosité cinématique ν , en centistokes
0	1,005	1,005
6,2	1,182	1,162
12,3	1,402	1,369
18,2	1,675	1,612
35,0	3,051	2,82
55,7	8,282	7,32
83,4	92,85	76,6

TABLEAU 29 - VISCOSITE DU MELANGE {HUILE 25ONS-TRICHTHLORETHYLENE}

Teneur en volume d'huile 25 ONS	Viscosité cinématique ν à 20°C en centistokes	Viscosité cinématique ν à 25° (cst)	Viscosité cinématique ν à 30°C (cst)
0 %	0,435	0,411	0,394
10 %	0,581	0,547	0,527
20 %	0,805	0,754	0,727
30 %	1,054	0,996	0,941
40 %	1,526	1,445	1,349
50 %	2,203	2,053	1,870
60 %	3,752	3,675	3,190
70 %	6,496	5,694	4,953
80 %	12,535	10,251	9,043
90 %	38,581	30,057	25,632
100 %	142,10	106,31	78,028

Teneur en volume d'huile 25 ONS	Viscosité cinématique \checkmark à 20° centistokes	Viscosité cinématique \checkmark à 25°C (en cst)	Viscosité cinématique \checkmark à 30°C (en cst)
0 %	4,506	4,039	3,585
10 %	5,481	4,877	4,331
20 %	6,877	6,106	5,332
30 %	8,688	7,604	6,595
40 %	11,599	9,975	8,569
50 %	15,107	12,673	10,740
60 %	20,907	17,219	14,355
70 %	30,107	24,487	19,797
80 %	43,559	34,940	27,852
90 %	66,349	51,874	40,131
100 %	142,10	106,35	78,191

TABLEAU 30 - VISCOSITE DU MELANGE {HUILE 25 ONS - Cétane}

III. MESURES DE TENSIONS SUPERFICIELLES ET INTERFACIALES

Elles ont été effectuées avec un tensiomètre LECOMTE DU NOUÏY (figure 45) par la méthode de l'arrachement de l'anneau.

Les tensiomètres LECOMTE DU NOUÏY sont des balances de torsion extrêmement sensibles destinées à mesurer des tensions superficielles par la méthode de l'anneau.

Cette méthode est l'une des rares qui permettent de faire des mesures absolues.

Tels qu'ils sont réalisés, les tensiomètres LECOMTE DU NOUÏY sont les seuls instruments permettant la mesure d'une tension superficielle ou interfaciale en quelques secondes, avec 2 cm³ de liquide, à 0,1 dyne près, et l'étude de l'action du temps sur les tensions superficielles des solutions. Enfin, ils se prêtent aussi bien aux mesures statiques que dynamiques.

Ils sont constitués essentiellement d'un fil de torsion encastré à une extrémité et soumis à l'autre extrémité à une tension mesurée. A ce fil est fixé un fléau d'où un anneau plonge dans le liquide.

LEGENDE DE LA FIGURE (45)

- C** : Bras supportant par un crochet l'anneau A et fixé sur un fil de torsion
- D** : Anneau en platine irridié, soigneusement contrôlé. Il doit être flambé avant chaque mesure
- L** : Bouton de commande du vernier au 1/10mm
- N** : Ecrou moleté commandant la montée ou la descente très douce de la partie supérieure de l'appareil
- P** : Bouton moleté commandant la montée ou la descente de la tablette sur laquelle repose le récipient. Agissant sur lui, on peut amener la surface du liquide à toucher l'anneau A
- Q** : Bras pivotant, mobile en hauteur et immobilisé par une vis. Il permet d'amener la tablette en-dessous de l'anneau A. Il peut aussi s'escamoter et laisser la place libre pour des récipients spéciaux
- H** : Lunette avec 2 traits de repère visibles à l'oculaire; mise au point sur le bras C. Ce bras est horizontal lorsqu'il apparaît encadré par les 2 traits de repère, l'appareil ayant été préalablement nivelé.
- Grâce à cette lunette, la position horizontale du bras C peut être déterminée avec précision lors de l'étalonnage ; de plus, quand on effectue des mesures absolues, il est nécessaire que, lors de l'arrachement de l'anneau, le bras C soit rigoureusement horizontal, c'est-à-dire dans la position exacte où il se trouvait au moment de l'étalonnage.

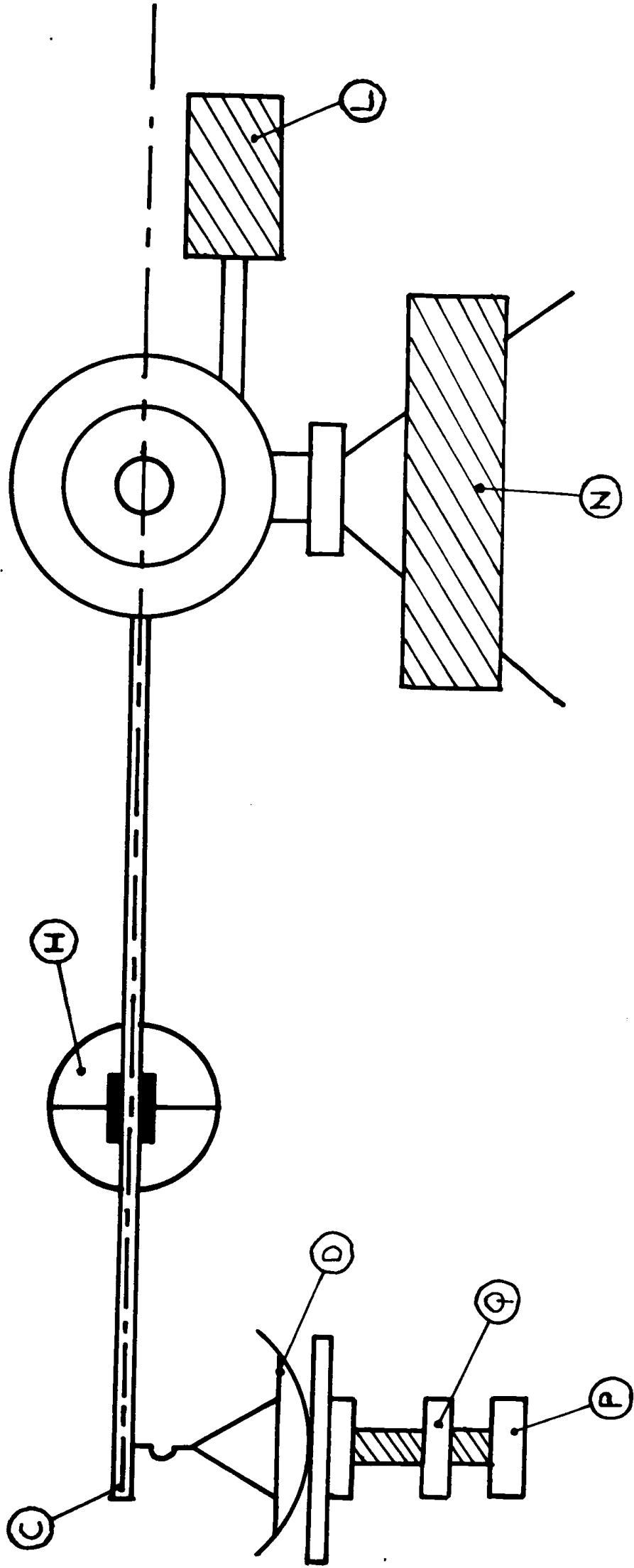


FIGURE 45: VUE DE FACE DU TENSIONNÈTRE SUPERFICIEL A MAIN LECOMTE DU NOÛY

Chaque appareil est réglé pour la longueur-type de l'anneau livré avec lui et la lecture se fait directement en dyne/cm si l'anneau employé est conforme à ce type.

Dans ces conditions,

$$\gamma = \frac{mg}{2l}$$

- où γ est la tension superficielle
- m est la masse correspondant à la force nécessaire pour arracher l'anneau
- g est l'accélération de la pesanteur
- l est la longueur de la circonférence moyenne de l'anneau

Le facteur 2 tient compte du fait que l'anneau déchire 2 films, l'un en son intérieur, l'autre en son extérieur. La méthode conduit à une précision de 1 % en moyenne.

Ne pouvant effectuer que des tractions vers le haut, l'appareil ne peut mesurer que la tension interfaciale d'un liquide plus dense vers un liquide moins dense, et non celle qu'on obtiendrait dans le parcours inverse, et qui n'est pas forcément la même.

La mesure se fait selon deux étapes (figure 45)

1. Manipulations préliminaires

- . tendre le fil de torsion
- . Amener le bras C horizontal par réglage de la torsion du fil. Régler les vis calantes par le niveau à bulle
- . Nettoyer le récipient contenant le liquide étudié avec le plus grand soin (acide chromique chaud)
- . Décrocher l'anneau, le flamber, le raccrocher et verser par dessus le liquide dans lequel il doit plonger. L'anneau doit être parfaitement rond
- . Agir sur les vis calantes du tensiomètre pour rendre le plan de l'anneau parallèle à celui de la surface libre du liquide.

TABLEAU 31 - TENSION SUPERFICIELLE DU MELANGE { EAU - GLYCEROL } A 20°C

% en poids de glycérol	0 %	6,2 %	12,3 %	18,2 %	35,0 %	55,7 %	83,4 %
σ / ρ_L (en $\frac{\text{dynes} \times \text{cm}^2}{\text{g}}$)	72,8	71,7	70,8	69,8	65,6	61,0	54,0

TABLEAU 32 - TENSION SUPERFICIELLE/AIR DU MELANGE { EAU + GLYCEROL + TEEPOL } A 20°C

La solution de teepol utilisé est toujours à $1,14 \times 10^{-4}$ mole/l

solution de teepol	50cc H ₂ O	20cc H ₂ O 30cc + glycerol	10cc H ₂ O 30cc + glycerol	5cc H ₂ O 45cc + glycerol
0,1cc	$\gamma = 68 \text{ dynes/cm}$	$\gamma = 64 \text{ dynes/cm}$	$\gamma = 63 \text{ dynes/cm}$	$\gamma = 62 \text{ dynes/cm}$
0,5cc	45	57	62	61
2cc	34	49	56	57
5cc	33	42	48	53
10cc	32	35	39	43

. Dans le cas de la mesure de la tension interfaciale d'un liquide A vers un liquide B, on place l'anneau de telle manière qu'il ne soit pas mouillé au départ par le liquide B.

2. Mesure par arrachement de l'anneau

Manoeuvrer simultanément le bouton L et le bouton P pour maintenir le bras C entre ses repères. S'arrêter au moment de l'arrachement et lire.

TABLEAU 33 - TENSIONS SUPERFICIELLES ET INTERFACIALES DU SYSTEME
EAU-MELANGE (HUILE 250NS - TRICHLORETHYLENE)

Teneur en volume d'huile 250 NS	Tension superficielle/air à 25°C (en dynes/cm)	Tension interfaciale/eau pure, à 25°C (en dynes/cm)	Tension interfaciale /H ₂ O + teepol à 25°C (en dynes/cm) (Proportions : 1,5cc de teepol à 1,14.10 ⁻⁴ mole/l)
0 %	33		
10 %	32	26 (dans 1 l d'eau)	11
20 %	32	25	9
30 %	32	20	5
40 %	32	17	4
50 %	32	14	3
60 %	32	11	3
70 %	32		
80 %	32		
90 %	32		
100 %	32		

IV. DETERMINATION DE LA SOLUBILITE RECIPROQUE DES MELANGES

HUILE 25ONS + TRICHLORETHYLENE + ACETONITRILE

Pour la détermination du trichloréthylène et de l'acétonitrile, la mesure se fait par chromatographie en phase gazeuse, à la température $T = 160^{\circ}\text{C}$, dans une colonne de 1 m de longueur garnie de polystyrène PORALAK Q comme phase stationnaire, par l'intermédiaire d'un détecteur catharométrique, le gaz porteur étant l'hélium.

Le teneur en huile est obtenue par différence de densité des échantillons. Nous distinguons une phase inférieure INF(i) caractérisée par sa teneur initiale en trichloréthylène et une phase supérieure SUP(i) renfermant initialement de l'acétonitrile pure, mise au contact de la phase INF(i) correspondante.

Les phases INF(i) sont caractérisées par le tableau suivant :

INF(i)	Teneur en trichloréthylène en volume
INF 0	0 %
INF 1	2,5 %
INF 2	5,0 %
INF 3	7,5 %
INF 4	10 %
INF 5	12,5 %
INF 6	15,0 %

La teneur en huile dans les phases SUP(i) est pratiquement négligeable.

Les mesures par détection catharométrique donnent les résultats ci-après, exprimés en $\text{g}/100 \text{ cm}^3$.

	Acétonitrile		Acétonitrile	Trichloréthylène
INF 0	-	SUP 0	78,3	-
INF 1	0,17	SUP 1	75	0,06
INF 2	0,19	SUP 2	67	0,11
INF 3	0,24	SUP 3	66	0,12
INF 4	0,26	SUP 4	65,5	0,23
INF 5	0,28	SUP 5	64	0,28
INF 6	0,32	SUP 6	63	0,34

A N N E X E 2

EXTENSION DU MODELE DE CAPTATION

Nous reprenons le calcul du Chapitre II du nombre de chocs par bulle, en tenant compte des interférences dues à la présence de bulles voisines.

Dans le cas des lignes de courant en mouvement irrotationnel, nous avons vu que l'équation donnant le potentiel des vitesses, dans la représentation sphérique (r , rayon vecteur, θ colatitude, φ longitude) est :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \mu} \left\{ (1 - \mu^2) \frac{\partial \phi}{\partial \mu} \right\} = 0$$

où $\mu = \cos \theta$ et ϕ est le potentiel des vitesses

Il s'agit d'une équation de Laplace qui a des solutions de la forme :

$$r^n \times P_n(\mu) \quad ; \quad \frac{P_n(\mu)}{r^{n+1}}$$

où P_n est le polynôme de Legendre de lère espèce, de degré n

Nous rappelons que l'ensemble des polynômes de Legendre forme une famille orthogonale, normée sur le segment $[-1, +1]$

. Fonctions sphériques de Laplace ou fonctions de Legendre associées

Soit $P_k(\mu)$ le polynôme de Legendre de degré k

Le polynôme défini par :

$$\text{si } n \leq k \quad P_{kn}(\mu) = (1 - \mu^2)^{\frac{n}{2}} \frac{d^n P_k(\mu)}{d\mu^n}$$

$$\text{si } n > k \quad P_{kn}(\mu) = 0$$

est une fonction de Legendre associée de lère espèce.

Ces préliminaires étant posés, en prenant les notations de la figure (46) nous nous intéressons au nombre de chocs sur la bulle centrale, compte tenu des interférences dues à ses 2 voisines.

Les 3 bulles sont supposées identiques, à la même distance les unes des autres, et montant de front à la même vitesse.

Dans ces conditions, le champ des vitesses et celui des pressions sont les résultantes des champs dûes à chaque sphère prise isolément.

En appliquant les conditions de symétrie et les conditions aux limites (vitesses et pressions nulles à l'infini), la résolution de l'équation de Laplace appliquée à chaque bulle donne, au point M, la vitesse définie par : (i variant de 1 à 3)

$$u_{xi} = \sum_{m=0}^{\infty} A_{im} \left(\frac{R_i}{r_i} \right)^{m+1} \times P_m(\mu_i) + \sum_{m=2}^{\infty} \alpha_{im} \left(\frac{R_i}{r_i} \right)^{m+1} \times P_{m2}(\mu_i) \times \cos 2\varphi$$

$$- \frac{r_i^2}{R_i} \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_{im} \frac{R_i^{m+1}}{2r_i^{m+2}} \left\{ P_{(m+1)2}(\mu_i) \cos 2\varphi - m(m+1) P_{m+1}(\mu_i) \right\}$$

$$u_{yi} = \sum_{m=2}^{\infty} a_{im} \left(\frac{R_i}{r_i} \right)^{m+1} - \frac{1}{2} \alpha_{i,m-1} \left(\frac{R_i}{r_i} \right)^{m-1} P_{m2}(\mu_i) \sin 2\varphi$$

$$u_{zi} = \sum_{m=1}^{\infty} \left\{ c_{im} \left(\frac{R_i}{r_i} \right)^{m+1} + (m-1) \alpha_{i,m-1} \left(\frac{R_i}{r_i} \right)^{m-1} \right\} P_{m1}(\mu_i) \cos \varphi$$

où $\mu_i = \cos \theta_i$ (figure (46))
 $P_{m1}(\mu_i)$ et $P_{m2}(\mu_i)$ sont 2 fonctions associées de Legendre de lère espèce

$\alpha_{im} / c_{im} / A_{im} / a_{im}$ constantes

Ces coefficients sont déterminés par des conditions aux limites sur chaque sphère :

$$\sum u_{xi} = U_i \quad \text{pour } r_i = R_i$$

$$\sum u_{yi} = 0$$

$$\sum u_{zi} = 0$$

et en écrivant les relations de symétrie

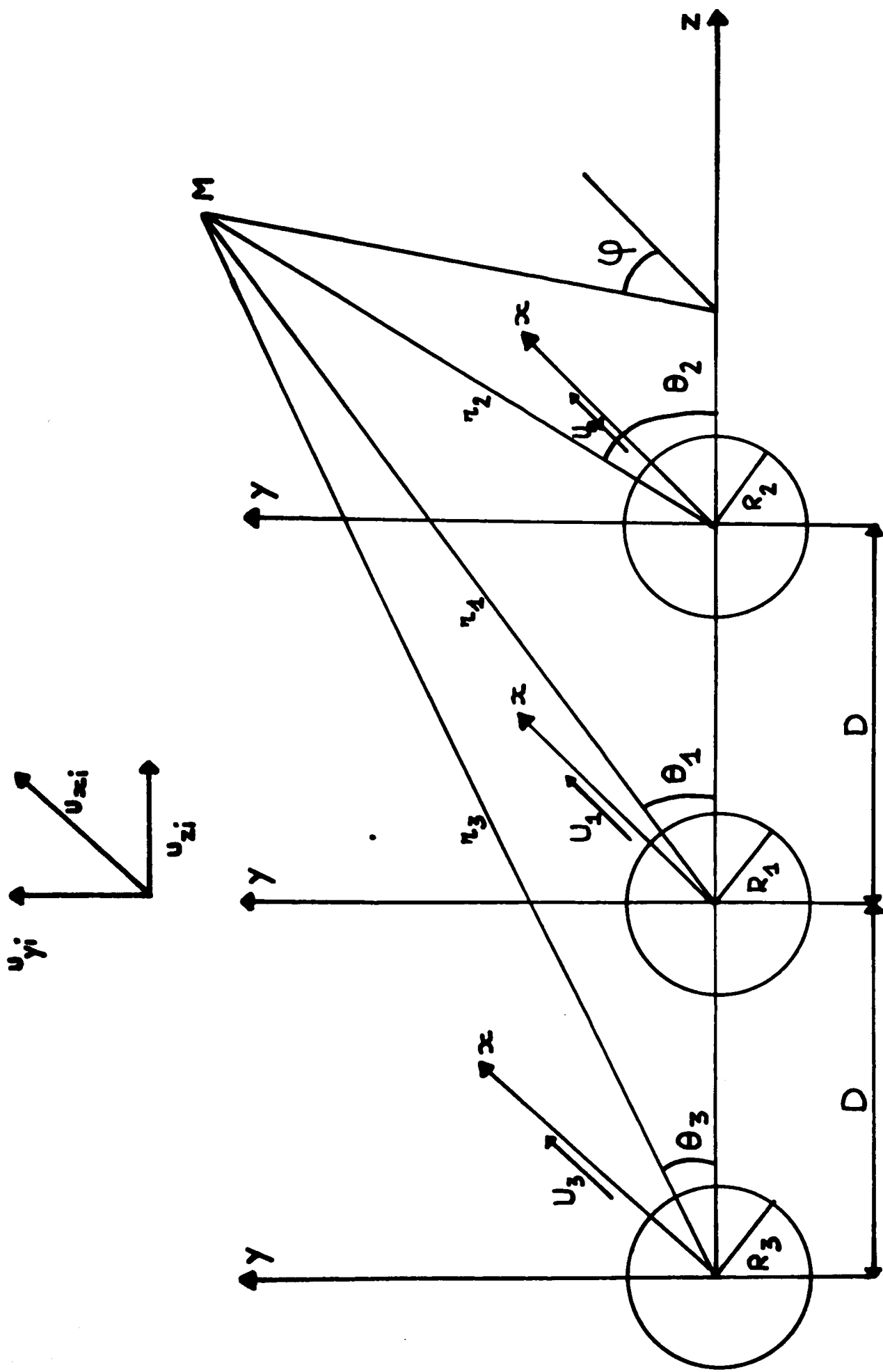


FIGURE 46: MODÈLE A TROIS BULLES

Supposant $U_1 = U_2 = U_3 = 1$ et $R_1 = R_2 = R_3 = 1$, ces diverses conditions donnent, pour la sphère centrale, les relations suivantes :

. Composante sur l'axe \vec{Ox}

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_{2m} (-1)^m x (m+s)!}{C^{m+s+1} x m! x \rho!} + (-1)^s \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_{3m} x (m+s)!}{C^{m+s+1} x m! x \rho!}$$

$$+ \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\alpha_{2,m-1} x (-1)^m}{C^{m+s-1} x 2(m-2)!} \times \left[\frac{(2ms - m - s)(m+s-1)!}{(2s-1)s!} - \frac{(2m-1)(m+s)!}{C^2 x (2s+3)s!} \right]$$

$$+ (-1)^s \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\alpha_{3,m-1}}{C^{m+s-1} x 2(m-2)!} \times \left[\frac{(2ms - m - s)(m+s-1)!}{(2s-1)s!} - \frac{(2m-1)(m+s)!}{C^2 x (2s+3)s!} \right]$$

$$+ A_{1s} + \frac{1}{2} s(s-1) \alpha_{1,s-1} = \begin{cases} 1 & \text{si } s=0 \\ 0 & \text{si } s \geq 1 \end{cases}$$

. Composante sur l'axe \vec{Oy}

$$\sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_{2m} (-1)^m x (m+s)!}{C^{m+s-1} x (m-2)! x (s+2)!} + (-1)^s \sum_{m=2}^{\infty} \frac{a_{3m} (m+s)!}{C^{m+s-1} x (m-2)! x (s+2)!}$$

$$- \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\alpha_{2,m-1} (-1)^m}{C^{m+s-1} x 2(m-2)!} \times \left[\frac{(2ms - m - s + 8)(m+s-1)!}{(2s-1)(s+2)!} - \frac{(2m-1)(m+s)!}{C^2 x (2s+3)(s+2)!} \right]$$

$$- (-1)^s \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\alpha_{3,m-1}}{C^{m+s-1} x 2(m-2)!} \times \left[\frac{(2ms - m - s + 8)(m+s-1)!}{(2s-1)(s+2)!} - \frac{(2m-1)(m+s)!}{C^2 x (2s+3)(s+2)!} \right]$$

$$+ a_{1s} - \frac{1}{2} \alpha_{1,s-1} = 0 \quad \text{pour } s \geq 2$$

. Composante sur l'axe O_z

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_{2m} (-1)^{m+1}}{C^{m+s+1}} x \left(\frac{(m+s)!}{(s+1)!(m-1)!} \right) + (-1)^{s+1} x \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_{3m} (m+s)!}{C^{m+s+1} x (s+1)!(m-1)!}$$

$$+ \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\alpha_{2,m-1} x (-1)^{m+1}}{C^{m+s-1} x (m-2)!} x \left[\frac{(2ms - s - m + 2)(m+s-1)!}{(2s-1)(s+1)!} - \frac{(2m-1)(m+s)!}{C^2 x (2s+3)(s+1)!} \right]$$

$$+ (-1)^{s+1} x \sum_{m=2}^{\infty} \frac{\alpha_{3,m-1}}{C^{m+s-1} x (m-2)!} x \left[\frac{(2ms - s - m + 2)(m+s-1)!}{(2s-1)(s+1)!} - \frac{(2m-1)(m+s)!}{C^2 x (2s+3)(s+1)!} \right]$$

$$+ C_{1s} + (s-1) \alpha_{1,s-1} = 0 \quad \text{pour } s \geq 1$$

. La condition de symétrie s'écrit :

$$2(s+2) \alpha_{1,s+1} + A_{1s} - s(s-1) \alpha_{1s} - s C_{1s} = 0, \text{ pour } s \geq 0$$

Dans les expressions précédentes, C est égal à $\frac{D}{R_1}$ (voir figure 46)

On peut montrer que des relations similaires caractérisent les conditions aux limites pour les deux autres sphères.

Avec une précision convenable, inférieure à 10 %, il est possible de se limiter à $s = m = 4$ dans les relations précédentes, ce qui amène un système à 51 équations qu'on résoud pour diverses valeurs du paramètre

$$C = \frac{D}{R_1}$$

Le calcul montre qu'à partir de cette description simplifiée d'un ensemble de bulles, le rendement de collision des particules avec des bulles en groupe peut être, suivant les valeurs de C, plusieurs fois supérieur à celui calculé par les modèles à sphère unique que nous avons présentés dans le chapitre (2).

Pour notre cas, c'est-à-dire pour des rétentions de gaz en phase liquide faible, de l'ordre de 10 %, les différences du rendement de collisions sont minimes.

Pour des rétentions plus élevées, il n'en est plus de même et cette représentation simplifiée d'un essaim de bulles doit être préférée à notre modèle à une seule bulle que nous avons développé précédemment.

A N N E X E 3

CAS D'UNE MOUSSE NON HOMOGENE ET
SANS PARTICULES CAPTEES

En se plaçant à une échelle suffisante pour pouvoir considérer la mousse comme un milieu continu, les équations de continuité et du mouvement donnent, sur un volume élémentaire de mousse :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial v_{s1}}{\partial z} \quad (1)$$

v_{s1} étant toujours la vitesse de drainage pour une section unité de réacteur et $E = 1 - \epsilon$ étant la rétention en liquide de la mousse.

E et v_{s1} sont maintenant fonctions de t et de z

De l'équation :

$$v_{s1} = \frac{E(1-E)}{3} \left[\frac{C_0 A_{cp} P_L g}{\mu_L} + S P_L g \right]$$

il vient alors :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \left[\left(\frac{C_0 A_{cp} P_L g}{3\mu_L} + \frac{S P_L g}{3} \right) (1-2E) \right] \frac{\partial E}{\partial z} + E(1-E) \left[\frac{C_0 A_{cp} P_L g}{3\mu_L} \times \frac{\partial A_{cp}}{\partial z} + \frac{P_L g}{3} \times \frac{\partial S}{\partial A_{cp}} \times \frac{\partial A_{cp}}{\partial z} \right]$$

Comme

$$\frac{\partial A_{cp}}{\partial z} = \frac{0.128 d^2}{(1-E)^2} \times \frac{\partial E}{\partial z} \quad (2)$$

Il vient finalement l'équation différentielle :

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \left[\left(\frac{C_0 A_{cp} P_L g}{3 \mu_L} + \frac{S P_L g}{3} \right) (1-2E) + \frac{C_0 A_{cp} P_L g}{3 \mu_L} + \frac{A_{cp} P_L g}{3} \times \frac{\partial S}{\partial A_{cp}} \right] \times \frac{\partial E}{\partial z} \quad (3)$$

Solution particulière de (3)

(3) peut s'écrire

$$\frac{\partial E}{\partial t} = f(E) \times \frac{\partial E}{\partial z} \quad (4)$$

où $f(E)$ est une fonction croissante de E

La solution générale de l'équation (4) est

$$E = \phi \left(t + \frac{z}{f(E)} \right)$$

ou encore

$$\phi^{-1}(E) = t + \frac{z}{f(E)} \quad (5)$$

Nous prenons comme conditions initiales et aux limites :

$$E_i(z) = \begin{cases} E_0 & \text{si } 0 \leq z < h \\ E_f & \text{si } z \geq h \end{cases} \quad \text{à l'instant } t = 0 \quad (6)$$

$E_i(z)$ caractérise le profil de densité de la mousse à l'instant initial ; h désigne la hauteur de la colonne de mousse.

Dans ces conditions, il vient :

$$\phi^{-1}[E_i(z)] = \frac{z}{f[E_i(z)]}$$

Nous représenterons l'ensemble (6) des conditions initiales par la fonction unique :

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \log \left(\frac{E_0 - E_f}{E_i(z) - E_f} - 1 \right) = z - h \quad (7)$$

Il en découle, après substitution, que :

$$t + \frac{z}{f(E)} = \frac{1}{f(E)} \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{K} \log \left(\frac{E_0 - E_f}{E - E_f} - 1 \right) + h \right]$$

soit encore

$$\frac{E - E_f}{E_0 - E_f} = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[1 + e^{K(Lf(E) + z - h)} \right]^{-1} \quad (8)$$

Le caractère implicite de la fonction (8) et la présence d'une limite rendent son emploi malaisé.

Il est possible d'en prendre une forme simplifiée en faisant les hypothèses suivantes :

$$\begin{aligned} \text{quand } (Lf(E) + z - h) < 0 & \quad , \quad E = E_0 \\ \text{quand } (Lf(E) + z - h) > 0 & \quad , \quad E = E_f \end{aligned}$$

Comme $f(E)$ est une fonction croissante de E , il s'ensuit que les valeurs maximale et minimale de $f(E)$ sont respectivement $f(E_0)$ et $f(E_f)$.

Alors, pour toute valeur de z , $(tf(E_0) + z - h)$ sera toujours négatif tant que $t < t_0(z) = \frac{h - z}{f(E_0)}$

De même, $(tf(E_f) + z - h)$ sera toujours positif tant que

$$t > t_f(z) = \frac{h - z}{f(E_f)}$$

On peut conclure que $E = E_0$ pour $0 < t < t_0(z)$

et que $E = E_f$ pour $t > t_f(z)$, quel que soit z

$$\text{si } [t f(E) + z - h] = 0 \quad , \quad E \text{ est déterminé par :}$$

$$f(E) = \frac{h - z}{t} \quad \text{avec} \quad t_0(z) < t < t_f(z) \quad (9)$$

Cela revient à dire qu'en régime non stationnaire, la rétention en liquide de la mousse demeure constante et égale à E_0 tant que $t < t_0(z)$

Quand $t_0(z) < t < t_f(z)$, E décroît et se calcule d'après l'équation (9)

Enfin, lorsque $t \geq t_f(z)$ E demeure constante et égale à E_f

Après substitution, l'équation (9) s'écrit encore :

$$\left(\frac{C_0 A_{cp} P_L g}{3 \mu_L} + \frac{5 P_L g}{3} \right) (1 - 2E) + \left(\frac{C_0 A_{cp} P_L g}{3 \mu_L} + \frac{A_{cp} P_L g}{3} \times \frac{\partial S}{\partial A_{cp}} \right) = \frac{h - z}{t} \quad (10)$$

Une résolution numérique, par itérations successives, permet d'obtenir

$$v_{1s}(t, z) = f_1 \left[E(t, z), c_0, d, S, \frac{\partial S}{\partial A_{cp}} \right]$$

La quantité de liquide drainé, à la position z et à l'instant t , est alors donnée par :

$$W(t, z) = \int_0^t v_{1,0}(t, z) dt \quad (11)$$

A N N E X E 4

PROGRAMME DE CALCUL DES TAILLES DE BULLES
A LEUR NAISSANCE

```
PROGRAM NAIS (INPUT, OUTPUT, PRINT, TAPE 5 = INPUT, TAPE 3 = OUTPUT)
DIMENSION AMURO (11), GARO (11), D(19), COST (19), BEAM (4)
READ (5,1) (AMURO (I), I = 1,11)
READ (5,2) (GARO(K), K = 1,11)
READ (5,3) (D(j), j = 1,19)
READ (5,4) (BEAM(L), L = 1,4)
READ (5,5) (COST (M), M = 1,19)
1  FORMAT (6 (F 7.5)/5 (F 7.5))
2  FORMAT (11 (F 4.1))
3  FORMAT (10 (F 4.2)/9 (F 4.2))
4  FORMAT (4 (F 6.4))
5  FORMAT (10 (F 6.4)/9 (F 6.4))
WRITE (3,23)
23  FORMAT (1 X, 10 (1H *), * CAS DE L'HUILE 25ONS ET DU
1 TRICHLORETHYLENE *, 10 (1 H *) //)
DO 20 I = 1,11
DO 20 J = 1,19
DO 20 M = 1,18
DO 20 L = 1,4
A = 1
60  CONTINUE
K = I
C 1 = 3.18 * 1.0E - 03 * BEAM(L)* COST (M) * GARO (K)
Y = C 1 * * 0.333
111 CONTINUE
A 1 = 8.65 E - 06 * (D(J) * * 2) * (Y * * 2)
B 1 = 1.05 E - 03 * D (J) * AMURO (I) * Y
P 1 = A 1 + B 1 + C 1
P 2 = Y * * 3
IF ((P 1 - P 2)/P 1). LE. (5.E-02)) 600, 601
```

```
601 Y = P1 * * 0.333
    GO TO 111

600 CONTINUE
    VL = Y * * 3
    WRITE (3, 603) V 1
603 FORMAT (1 X, * VALEUR DE V 1 = * , F 12.9/)
    A = 1./ 0.768 * 1.732 * (V 1 * * 0.667))
    WRITE (3,604) A
604 FORMAT (1 X, * VALEUR DE A = * , F 13.5)
    GO TO 900

6 S = 3.142
  Q = D(J)/(A * 5)
  V1= (4.85 * * 0.6) * (Q * * 1.2) * 0.001
  Y1= VL * * 1.667
  P1= 4.85 * (Q * * 2)
21 S1= AMURO (I) * Q
   S2= 247. * S 1
   S3= V1 * * 0.333
   P2= S2 * S3
   P3= 320. * (V1 * * 0.667) * COST (M) * BEAM (L) * GARO (K)
   Y2= (P1 + P2 + P3) * 0.00001
   IF(ABS((Y2 - Y1)/Y1).LE.(5.OE - 02)) 9,7
7 Y1 = Y2
  V1 = Y2 * * 0.6
  GO TO 21

0 CONTINUE
  WRITE (3, 25) Y 2
  WRITE (3, 26) Y 1
25 FORMAT (1 X, * Y 2 = * , E 13.6)
26 FORMAT (1 X, * Y 1 = * , E 13.6)
  WRITE (3, 103) A, V2
103 FORMAT (1X, * A = * , F 6.2, * V = * , E 13.6 //)
70 CONTINUE
900 CONTINUE
    V2 = (0.746 * * 1.5)/(A * * 1.5)
    PI = 3.141592
    B = 1. + 21.3 * (V 1 * * 0.333) * AMURO (I) / Q
```

```
C = 1430./Q
E = 3.51 * AMURO (I)
F = 0.0686 * Q
G = 4.56 * COST (M) * BEAM (L) * GARO (K) / Q
V3= ((2. * Q * (B + 1.) * (((3. * V1) / (4. * PI)) * * 0.333))
1/C + V1 * * 2) * * 0.5
15 Z1 = ((G/B) * (V3 - V1)) + (Q * (((3. * V1)/(4. *PI)
1 * * 0.333))
T1 = (C/(2. * (B + 1))) * ((V3 * * 2) - (V1 * * 2))
T2 = (3. * E/(2.* (B - 0.333))) * (( V3 * * 0.667) - (V1 * * 0.667))
T3 = (3. * F/(B - 0.667)) * ((B * * 0.333) - (V1 * * 0.333))
T4 = (C/(1. - (B * * 2))) * (( V1/V" ) * * (B - 1.)) * (V1 * * 2)
T5 = (G/(B * (1.-B))) * ((V1/V3) * * (B - 1.)) * V1
T6 = (E/((B - 0.333) * (1.-B))) * ((V1/V3) * * (B - 1.)) * 1 (V1 * * 0.667)
T7 = (F/((B - 0.667) * (1.-B))) * ((V1/V3) * * (B - 1.)) * 1 (V1 * * 0.333)
T8 = (C/(1.-(B * * 2))) * (V1 * * 2)
T9 = (G/(B * (1.-B))) * V1
T10= (E/((1.-B) * (B - 0.333))) * (V1 * * 0.667)
T11= (F/((1.-B) * (B - 0.667))) * (V1 * * 0.333)
Z2 = T1 - T2 - T3 - T4 + T5 + T6 + T7 + T8 + T9 - T 10 - T 11
28 CONTINUE
IF((Z1 - Z2).LE.O.) 89,120
89 WRITE (3,88)
88 FORMAT (1X, 30(1H *), * DIVERGENCE DUE A L'INCRE
1 MENTAT'ON * , 30 (1H *)/)
GO TO 20
120 IF (ABS ((Z1 - Z2)/Z1).LE.(5.E - 02)) 11, 12
12 V3 = V3 + (5.E - 06)
GO TO 15
11 V = ((V3 - V2)/((10 * * 5) * V2))
IF (ABS(V).LE.(1.E-06)) 100, 101
100 CONTINUE
WRITE (3,55) A
55 FORMAT (1X, * A = * , F 6.2)
WRITE (3,50) Z1, Z2, B
50 FORMAT (1X, * VALEUR DE Z1 = * , E 13.6, * VALEUR DE 1 Z2 = * , E 13.6,
* VALEUR DE B = * , E 13.6/)
```

```
WRITE (3,8) V1, AMURO (I), GARO (K), D(J)
8  FORMAT (1 X, * VALEUR DE V1 = * , E 13.6, * POUR 1 AMURO (I) = * ,
    F 10.5, * GARO (K) = * , F 5.1, * 2 POUR D(J) = * , F 6.2)
    write (3,27) T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7, T8, T9
27  FORMAT (1 X, * T1 = * , E 13.3, * T2 = * , E 13.3, * 1 T3 = * ,
    E 13.3, * T4 = * , E 13.3/1X, * T5 = * , E 13. 23, * T6 = * E 13.3,
    * T7 = * , E 13.3, * T8 = * , 3 E 13.3, * T9 = * , E 13.3/)
    WRITE (3,13) V3, AMURO(I), GARO (K), D(J)
13  FORMAT (1X, * VALEUR DE V3 = * , E 13.6, * POUR 1 AMURO (I) = * ,
    F 105, * POUR GARO (K) = * , F 5.1, 2 * POUR D(J) = * , F 6.2/)
    WRITE (3,80) V
80  FORMAT (1X, * V = * , E 13.6)
101 CONTINUE
    IF(ABS(V).LE. (9.E - 07)) 16, 17
17  CONTINUE
    IF (V2.GE.V3) 522, 523
522  A = A + 4
    GO TO 524
523  A = A - 4.5
524  CONTINUE
    IF(A.LE.10 000) 19, 20
19  GO TO 6
16  WRITE (3,18) V2, D(J), AMURO (I), GARO (K)
18  FORMAT (1X, * VALEUR FINALE DE V2 = * , E 13.6, * POUR 1 D(J) = * ,
    F 6.2, * ET POUR AMURO (I) = * , F 2 10.5, * POUR GARO (K) = * ,
    F 5.1/)
    T 12 = (G/B) * (V3 - V1)
    T = T4 - T5 - T6 - T7 - T8 + T9 + T 10 + T 11
    WRITE (3,301) P1, T12, T3, T
301  FORMAT (1X, * P1 = * , E 13.6, 5 (1 H *), * T 12 = * ,
    1 E 13.6, 5(1 H *), * T3 = * , E 13.6, 5 (1 H *), * T = * ,
    2 E 13.6, 5 (1 H *) //)
    WRITE (3,78) BEAM (L), COST (M)
78  FORMAT (1X, * VALEUR DE BEAM (L) = * , F 6.4,
    1 * VALEUR DE COST(M) = * , F 6.4/)
    R2 = (((3.0 * V2)/(4.0 * PI)) * * 0.333)
    WRITE (3,77) R2
77  FORMAT (1X, 30 (1 H *), * VALEUR FINALE DU RAYON
    1 R2 = R3 = * , E 13.6, 30 (1 H *)//)
20  CONTINUE
    CALL EXIT
    END
```

A N N E X E 5

INFLUENCE DE LA GRANULOMETRIE DU SOLIDE :
PROGRAMME DE CALCUL

```
PROGRAM RAYON (INPUT, OUTPUT, PRINT, TAPE 5 = INPUT, TAPE 3 = OUTPUT)
DIMENSION BEAM (30)
T = 4500
R = 0.06
S = 3.142
Q = 1.46
XMO = 4.
A = (3.* (R ** 2)) + (3.* R * 0.0058) + (0.0058 ** 2)
B = (0.0058)/((R ** 3) * (R + 0.0058))
P1 = (-1./4500.) * ALOG (1.-(0.148/4.))
PAMB1 = (P1 * S)/(Q * A * B)
A = (3. * (R ** 2)) + (3. * R * 0.0097) + (0.0097 ** 2)
B = (0.0097)/((R ** 3) * (R + 0.0097))
P2= (-1./4500.) * ALOG (1.- (1.341/4.))
PAMB2 = (P2 * S)/(Q * A * B)
A = (3. * (R ** 2)) + (3. * R * 0.0082) + (0.0082 ** 2)
B = (0.0082)/((R ** 3) * (R + 0.0082))
P3= (-1./4500.) * ALOG (1.- (0.658/4.))
PAMB3 = (P3 * S) / (Q * A * B)
A = (3. * (R ** 2)) + (3. * R * 0.0115) + (0.0115 ** 2)
B = (0.0115)/((R ** 3) * (R + 0.0115))
P4= (-1./4500.) * ALOG (1.-(1.801/4.))
PAMB4 = (P4 * S)/(Q * A * B)
PAMB = ((3. * PAMB 1) + PAMB2 + PAMB3 + (15. * PAMB4))/20.
WRITE (3,100) PAMB
100 FORMAT (1X, 10(1H *), * VALEUR DE PAMB = * , E 10.2/)
READ (5,1) (BEAM (I), I = 1,30)
1 FORMAT (10 F 6.4)
WRITE (3,2) (BEAM(I), I = 1,30)
```

```
2  FORMAT (1X, 5(1 H *) 10 (* BEAM = * F 6.4)/)
   DO 20  I = 1,30
   A = (3. * (R ** 2) + (3. * BEAM (I) * R) + (BEAM (I) ** 2)
   B = (R + BEAM (I)) * (R ** 3)/BEAM (I)
   C = A/B
   P = (PAMB * Q * C)/S
   F = P * T
   U = (2.718) ** (F/(10. ** 6))
   V = 1./U
   W = V ** 100
   Z = W ** 100
   XM = XMO * (1. - (Z ** 100))
   WRITE (3,5) F, Z
5  FORMAT (1X, 15(1H *), * VALEUR DEF = * , F 19.9, * VA
   1 LEUR DE Z = * , F 15.9, 10(1H *)/)
   WRITE (3,3) P, XM, BEAM (I)
3  FORMAT (1X, 10(1H *), * VALEUR DE P = * , E 10.3, *
   1 VALEUR DE XM = * , F 12.5, * POUR BEAM (I) = * ,
   F 6.4/)
20 CONTINUE
   CALL EXIT
   END
```


A N N E X E 6

INFLUENCE DE LA CONCENTRATION EN PARTICULES SOLIDES

PROGRAMME DE CALCUL

```
PROGRAM CONC (INPUT, OUTPUT, PRINT, TAPE 5 = INPUT, TAPE 3 = OUTPUT)
DIMENSION XO (18), RO(2), T(2)
READ (5,1) (XO(I), I = 1,18)
1  FORMAT (18 F 4.1)
   READ (5,2) (RO(J), J = 1,2)
2  FORMAT (2 F 6.4)
   READ (5,3) (T(K), K = 1,2)
3  FORMAT (2 F 6.1)
   Q = 1.46
   R = 0.0635
   S = (3.1416 * (10.9 * * 2))/4.
   XK = 0.522 E + 07
   A = (3. * Q)/(4. * (R * * 3) * S)
   DO 20  I = 1,18
   DO 20  J = 1,2
   DO 20  K = 1,2
   B = RO(J) * ((3. * (R * * 2)) + (3. * R * RO(J)) + (RO(J) * * 2))
   C = R + RO(J)
   D = 1. + ((XK * (R * * 3))/Q)
   P = (A * B)/(C * D)
   P1 = P * T(K)
   P2 = 2.718 * * (P1/(10. * * 5))
   P3 = 1./P2
   P4 = P3 * * 100.
   P5 = P4 * * 100.
WRITE (3,5) P2, P3, P4, P5
5  FORMAT (1X, 10(1H *), * P2 = * , E 12.3, * P3 = *,
1  E 12.3, * P4 = *, E 12.3, * P5 = *, E 12.3)
XASS = XO(I) * (1. - (P5 * * 10.))
WRITE (3,4) P, P3, XO(I), RO(J), XASS, T(K)
4  FORMAT (1X, 10(1 H *), * P = * , E 12.3, * P3 = *,
1  E 12.3, * XO( ) = * , E 12.3, * RO(J) = *, E 12.3,
2  * ET LA VALEUR DE XASS EN G EST *, E 12.3,
3  * POUR T = *, E 12.3//)
20 CONTINUE
CALL EXIT
END
```

A N N E X E 7

INFLUENCE DE LA DILUTION : PROGRAMME DE CALCUL

```
PROGRAM DILU (INPUT, OUTPUT, PRINT, TAPE 5 = INPUT, TAPE 3 = OUTPUT)
DIMENSION XMO(2), R(5), W(5)
XK = 0.522 E + 07
S = (3.1416 * (10.9 * * 2))/4.
ROS = 0.93
PAMB = 6.73
Q = 1.46
RO = 0.0115
T = 1800.
READ (5,1) (R(I), I = 1,5)
READ (5,2) (W(J), J = 1,5)
READ (5,3) (XMO(K), K = 1,2)
1  FORMAT (5 F 6.4)
2  FORMAT (5 F 6.1)
3  FORMAT (2 F 3.1)
DO 20  I = 1,5
DO 20  K = 1,2
J = I
XM = 0.
22 CONTINUE
X = XMO (K) - XM
A = 1. + ((XK * (R(I) * * 3))/Q)
B = (3. * Q * RO)/(4.* S)
C = (R(I) * * 3) * (R(I) + RO)
G = (3. * (R(I) * * 2)) + (3. * RO * R(I)) + (RO * * 2)
P = (B * G)/ (C * A)
WRITE (3,140) X, A, B, C, G, P
140 FORMAT (1X, 10(1H*), * X = *, E 12.3, * A = *, E 12.13,
* B = * , E 12.3, * C = *, E 12.3, * G = * , E 12.3,
2 * P = *, E 12.3/)
F1 = (4. * 3.1416 * ROS * Q * PAMB) / R(I)
F2 = (-F1)/A
V = 2. * P * T
WR = 1./(W(J) * * 0.333)
WRITE (3,104) WR
```

```
104  FORMAT (1X, 10 (1 H *), * WR = *, E 12.3)
      E = ((4. * 3.1416 * ROS * RO * Q) * (1.-WR)/(A * R(I))
      D1 = - ((E * PAMB) + F2) - (((E - (P * PAMB)) * * 2)/(4.*P))
      IF (D1 . GE.0.) 101, 100
101  WRITE (3, 102) D1
102  FORMAT (1X, 10 (1H *), * * * D1 = *, E 12.3/)
      U = ((P * PAMB) + E)/(SQRT(P * D1))
      W1= XMO(K) * (SQRT (P/D1))
      W2=((-E) + (P * PAMB))/(2.*SQRT (P * D1))
      W3= W1 + W2
      W4= ATAN (W3)
      W5= X * SQRT (P/D1)
      W6= W2
      W7= W5 + W6
      W8= ATAN(W7)
      W9= W4 - W8
      W10 = W9 * U
      Z1 = (P * (XMO(K) * * 2)) + XMO(K) * ((-E) + (P * PAMB)) - ((E * PAMB 1)
      + F2)
      Z2 = (P * (X * * 2)) + (X * ((-E) + (P * PAMB))) - ((E * PAMB 1) + F2)
      Z3 = Z1/Z2
      Z4 = ALOG (ABS(Z3))
      WRITE (3,37) Z1, Z2
37  FORMAT (1X, 10 (1 H *), * Z1 = *, E 12.3, * Z2 = *, E 12.3/)
130  CONTINUE
      Z = W10 + Z4
      IF (ABS ((Z - V)/V). LE . 1 . E -01) 60, 50
50  XM = XM + 0.05
      GO TO 22
60  WRITE (3,61) Z, Z4, W10, D1
      WRITE (3,62) W(J), R(I), XM, V, XMO (K)
61  FORMAT (1X, 10 (1 H *), * Z = *, E 12.3, * Z4 = *, E 12.3,
      1 * W10 = *, E 12.3, * D1 = *, E 12.3/)
62  FORMAT (1X, 10 (1 H *), * W = *, E 12.3, * R(I) = *, E 1 12.3,
      * XM = *, E 12.3, * V = *, E 12.3, * XMO(K) *,
      2 E 12.3/)
      GO TO 20
100  CONTINUE
      WRITE (3,10) I, J, K, D1, P, E, F1
```

```
10 FORMAT (1X, 10 (1H * ), * I = * , I 2, * J = * , I 2, * K = * ,
1 I 2, * D 1 = * , E 12.3, * P = * , E 12.3, * E = * ,
2 E 12.3, * F 1 = * , E 12.3 //)
D = SQRT (-D1)
Z1 = (P * (XMO (K) * * 2)) + (XMO (K) * ((-E) + (P * PAMB))) - ((E * PAMB)
+ F 2)
Z2 = (P * (X * * 2)) + (X * ((-E) + (P * PAMB))) - ((E * PAMB) + F2)
Z3 = Z1/Z2
WRITE (3,27) Z1, Z2
27 FORMAT (1X, 10 (1 H * ), * Z1 = * , E 12.3, * Z2 = * , E 12.3//)
Z4 = ALOG (ABS(Z3))
U = ((P * PAMB) + E)/(2.* D * SQRT (P))
Y1= (2. * D)/((SQRT(P) * XMO (K)) + D + (((-E) + (P * PAMB))/(2.* SQRT(P))))
Y2= 1. - Y1
Y3= (2. * D)/((SQRT(P) * X)+D+(((E)+P * PAMB))/(2.* SQRT(P)))
Y4= 1.-Y3
WRITE (3,28) Y2, Y4
28 FORMAT (1X, 10 (1H * ), * Y2 = * , E 12.3, * Y4 = * , E 12.3//)
Y5 = Y2/Y4
Y6 = ALOG (ABS(Y5))
Y7 = U * Y6
Z = Z4 + Y7
WRITE (3, 14) A, P, F2, E, Z4, Y7, U, Z2, W/J)
14 FORMAT (1X, 10 (1H * ), * A = * , E 12.3, * P = * , E 12.3, * P = * , E 12.3,
* F2 = * ,
1 E 12.3, * E = * , E 12.3/1 X, * Z4 = * , E 12.3, * Y7 = * , E 12.3,
2 * U = * , E 12.3, * Z 2 = * , E 12.3, * W(J)= * , E 12.3//)
13 CONTINUE
WRITE (3,8) D1, Z, V
8 FORMAT (1X, 10(1 H * ), * D1 = * , E 12.3, * Z = * , E 12.3, * V = * , E 1 12.3//)
IF (ABS((Z-V)/V). LE. 1.E-01) 6,5
5 XM = XM + 0.005
GO TO 22
6 WRITE (3,7)
7 FORMAT (1X, 120 (1 H * )//)
WRITE (3,9) Z, V, XMO(K), W(J), XM, R(I)
9 FORMAT (1 X, 10(1 H * ), * VALEUR DE Z = * , E 12.3, *
1 VALEUR DE V = * , E 12.3, * VALEUR DE XMO (K) = * ,
2 E 12.3, * VALEUR DE W = * , E 12.3/1X, * POUR
3 XM(J) = * , E 12.3, * POUR R(I) = * , E 12.3//)
WRITE (3,11)
```

11 FORMAT (1 X, 120 (1 H *)/)

20 CONTINUE

CALL EXIT

END

A N N E X E 8

PROFILS DE BULLES

I. PRESENTATION DU CALCUL DU PROFIL DE BULLE APRES CAPTATION

Les notations utilisées par la suite sont réunies sur la figure (32) (particule cylindrique)

Nous rappelons en premier lieu le mode d'obtention des 2 rayons de courbures d'une surface de révolution.

- . Au point courant M, on prend la normale à la surface. On trace le plan contenant cette normale et l'axe de rotation. L'intersection de ce plan et de la surface est une courbe et R_1 , rayon de courbure principal, est le rayon du cercle tangent à cette courbe au point considéré M.
- . On trace le plan contenant aussi la normale en M à la surface et perpendiculaire au plan précédent. R_2 , le rayon de courbure secondaire, est alors le rayon du cercle tangent au point M à la courbe intersection de ce deuxième plan avec la surface.

soit s l'abscisse curviligne sur une méridienne de la surface.

Dans le système (s, α) , les rayons de courbure principal et secondaire s'écrivent :

$$R_1 = \frac{ds}{d\alpha} \quad \text{et} \quad R_2 = \frac{x}{\sin\alpha}$$

L'équation de YOUNG-LAPLACE, appliquée aux environs du point courant M (intérieur-extérieur de la bulle) s'écrit :

$$P - (p_0 - \rho_l g z) = \gamma \frac{d\alpha}{ds} + \frac{\sin\alpha}{x} \quad (1)$$

Posant $P - p_0 = \Delta P_0$

Le système de résolution donnant le profil de la bulle s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{ds} &= - \frac{\sin\alpha}{x} + \frac{\Delta P_0}{\gamma} + \frac{\rho_l g z}{\gamma} \\ \frac{dz}{ds} &= \sin\alpha \\ \frac{dx}{ds} &= \cos\alpha \end{aligned} \quad (2)$$

Conditions initiales :

Quand $s = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$, $x = r$ et $z = 0$

Bilan des forces agissant sur la particule captée en équilibre :

Avec les notations de la figure (32), il vient l'équation d'équilibre :

$$\pi r^2 [P + P_s l g - P_0 - P_L g h] = 2 \pi r \gamma \cos \beta$$

soit encore :

$$h = \frac{P_s l}{P_L} + \frac{\Delta P_0}{P_L g} - \frac{2 \gamma \cos \beta}{P_L g r} \quad (3)$$

Réduction à un système adimensionnel

En passant en coordonnées réduites suivant :

$$s' = \frac{s}{r} , \quad x' = \frac{x}{r} , \quad z' = \frac{z}{r}$$

Le système différentiel de résolution s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{ds'} &= - \frac{\sin \alpha}{x'} + \frac{r \Delta P_0}{\gamma} + \frac{P_L g r^2}{\gamma} z' \\ \frac{dz'}{ds'} &= \sin \alpha \\ \frac{dx'}{ds'} &= \cos \alpha \end{aligned} \quad (4)$$

Les conditions initiales s'écrivent :

$$\text{quand } \alpha = \frac{\pi}{2} - \beta \text{ et } s' = 0, z' = 0 \text{ et } x' = +1$$

Le profil de bulle obtenu dans ce système réduit sera donc représentatif de toutes les valeurs de r permises, toutes choses égales par ailleurs.

Nous avons envisagé les cas de particules cylindrique et sphérique.

Nous traiterons d'abord le cas d'une particule cylindrique

3°. Technique de calcul

L'équation de YOUNG-LAPLACE fournit le système différentiel qui donne par intégration, r et ΔP_0 étant fixés au départ, le profil de la bulle dans le système de coordonnées (s, α)

. On calcule alors $V = \sum \pi x^2 ds$ (figure (32))

puis $SOM = V - \pi r^2 (l - h)$

. Si V_0 était le volume de la bulle avant captation, nous écrivons :

$$P_0 V_0 = P \times SOM \quad (5)$$

P_0 est calculé par :

$$P_0 - p'_0 = \frac{2\gamma}{R_0}$$

p'_0 étant la pression hydrostatique dans le liquide, au niveau du verre fritté

R_0 étant le rayon de la bulle de volume V_0 , déterminé par le modèle de KUMAR-KULOOR exposé au chapitre 1

Moyennant l'équation (3) de l'équilibre mécanique des forces $h = t (l)$, on calcule alors l et h par résolution du système $\{(3) + (4)\}$

Les conditions de plausibilité sont :

$l \geq 0$
et $0 \leq h \leq 1$

(6)

En résumé,

- . On fixe les valeurs de r et de ΔP_0
- . On calcule le profil de la bulle par incréments successifs sur ds'
- . On calcule les grandeurs SOM, l, h
- . On vérifie si $P_0 V_0 = P \times SOM$
- . Si ce n'est pas le cas, on re-initialise ΔP_0 dans le bon sens jusqu'à convergence

. On retient les valeurs de h et de l, si

$$l \geq 0 \quad \text{et} \quad 0 \leq h \leq 1 \quad \text{et on calcule}$$

le rayon équivalent de particule $REQ = \sqrt[3]{\frac{3r^2l}{4}}$

Le réseau de courbes de la figure (47) montre, en coordonnées réduites (Z', X') la déformation du profil de la bulle suivant la valeur du paramètre adimensionnel

$$K = \frac{r\Delta P_0}{\gamma \cos \beta}$$

De plus, le calcul du volume gazeux de la bulle après captation, par intégration à partir des profils précédents, fait apparaître que, suivant la taille des particules captées, le volume gazeux reste constant et égal au volume de la bulle sphérique avant captation à moins de 10 % près.

II. PROGRAMME DE CALCUL DES CONDITIONS D'EQUILIBRE MECANIQUE ET DE L'ENERGIE DE STABILITE DANS LE CAS D'UN INTERFACE INITIALEMENT COURBE ET D'UNE PARTICULE CYLINDRIQUE

PROGRAM RUN 1 (INPUT, OUTPUT, PRINT, TAPE 5 = INPUT, TAPE 3 = OUTPUT)

DIMENSION HF(5), B(17), GAM (10), RO(7)

READ (5,1) (RO(I), I = 1,7)

READ (5,2) (B(M), M = 1,17)

READ (5,3) (HF(J), J = 1,5)

READ (5,4) (GAM(K), K = 1,10)

1 FORMAT (7 F 6.4)

2 FORMAT (10 F 6.4/7 F 6.4)

3 FORMAT (5 F 5.1)

4 FORMAT (10 F 4.2)

WRITE (3,40)

40 FORMAT (1X, 120 (1H *)/ 1 X, 20 (1H *), * CALCULS DE PROFILS DE 1 BULLES ET DE L'ENERGIE DE STABILITE * , 20(1 H *)/1 X, 120 (21 H *)///)

WRITE (3,41)

41 FORMAT (1X, 15(1H*), * CAS DE LA PARTICULE SOLIDE CYLINDRIQUE *, 10(1H *)/1X, 120(1H *)///)

SIGMA = 32

ROS = 0.93

ROL = 0.86

GE = 981

SOM = 0.

ZPRIM = 0

```
DSP = 0.05
XPRIM = 1.
DO 20 I = 1,7
DO 20 M = 1,17
DO 20 J = 1,5
DO 20 K = 1,10
DELPO = 1043.
AL = 1.5708 - B(M)
R = 0.0635
HUN = GAM(K) * HF(J)
POHUN = 1013000. + (843 . * HUN)
PZ = DELPO + POHUN
DPZE = (2. * SIGMA)/R
PO = DPZE + 1013000. + (843. * HF(J))
DO 209 L = 1,19,2
33 DXPRIM = COS(AL) * DSP
DZPRIM = SIN(AL) * DSP
DAP = DSP * ((-SIN(AL)/XPRIM) + ((RO(I) * DELPO)
1/SIGMA) + ((ROL * GE * (RO(I) * * 2) * ZPRIM)/SIGMA))
P- DAP/6.2832
IF (P.GE 0.) 21, 22
21 N = P
DAL = (P - FLOAT (N)) * 6.2832
GO TO 23
22 N = - P
DAL = (P + FLOAT (N)) * 6.2832
23 CONTINUE
S1 = 3.1416 * (RO(I) * * 3) * (XPRIM * * 2) * DSP
SOM = SOM + S1
XPRIM = XPRIM + DXPRIM
WRITE (3,6) XPRIM, ZPRIM, AL, DAL
6 FORMAT (1 X, 10 (1 H *), * XPRIM = *, E 12.3, * ZPRIM
1 = * , E 12.3, * AL = *, E 12.3, * DAL = * , E 12.3//)
IF (ABS(AL).GE.(3.14)) 19, 18
18 AL = AL + DAL
ZPRIM = ZPRIM + DZPRIM
GO TO 33
19 CONTINUE
```

```
H1 = ROS/ROL
H2 = (DELPO/(ROL * GE)) - ((2. * SIGMA * COS(
1 B(M)))/(ROL * GE * RO (I)))
V = ((0.0635 * * 3) * 4 . * 3.1416)/3.
WRITE (3, 407) XPRIM, B(M), RO(I), DAL, GAM(K), HF(J)
WRITE (3,408) L,N
408 FORMAT (1X, 50(1H *), * L = *, I2, * N = *, I2/)
407 FORMAT (1X, 10(1H *), * XPRIM = * , E 12.3, * B(M) = *,
1 E 12.3, * RO(I) = * , E 12.3, * DAL = * , E 12.3,
2 * GAM (K) = * , E 12.3, * HF(J) = * , E 12.3//)
WRITE (3,500) SOM
500 FORMAT (1X, 60(1H *), * VALEUR DE SOM = * ,
1 E 12.3/)
WRITE (3,501) V, SOM, PO, PZ
501 FORMAT (1X, 10(1H *), * V = * , E 12.3, * SOM = * ,
1 E 12.3, * PO = * , E 15.6, * PZ = * , E 15.6/)
WRITE (3,504) POHUN
504 FORMAT (1X, 30(1H *), * VALEUR DE POHUN = * ,
1 E 15.6/)
U 1 = PO * V
U 2 = PZ * SOM
U = (U1 - U2)/U1
WRITE (3,503) U1, U2, U
503 FORMAT (1X, 10(1H *), * U1 = * , E 15.6, *
1 U 2 = * , E 15.6, * VALEUR DE U = * , E 15.6//)
T1 = SOM - ((PO * V)/PZ)
T2 = T1 / (3.1416 * (RO(I) * * 2))
XL3 = (T2 + H2)/(1. - H1)
H3 = (H1 * XL3) + H2
WRITE (3,7) I, K, M
7 FORMAT (1X, 10(1H *), * RESULTATS FINAUX
1 APRES CALCUL DU PROFIL DE LA BULLE,
2 POUR I = * , I3, * POUR K = * , I3, * POUR
M = * , I3/1X, 120 (1 H *)/)
WRITE (3,30) H3, XL3
30 FORMAT (1X, 10(1 H *), * VALEUR DE H3 = * ,
1 E 12.3, * VALEUR DE XL3 = * , E 12.3///)
WRITE (3,8)
8 FORMAT (1X, 120 (1 H *)/)
```

```
REQ = ((3 . * (RO(I) ** 2) * XL3)/4.) ** 0.333
WRITE (3,9) REQ
9  FORMAT (1X, 10(1H *), * VALEUR DU RAYON E
1  QUIVALENT = * , E 12.3///)
IF (XL3 . GE . 0.) 401 , 402
401 CONTINUE
IF (H3. GE . 0.) 403, 402
403 CONTINUE
IF (XL3 . GE . H3) 404, 402
404 CONTINUE
WRITE (3, 405)
405  FORMAT (1X, 120 (1H *)// 1X, 25 (1 H *), * CALCUL
1  DE L'ENERGIE DE STABILITE *, 30 (1 H *)/
2  1X, 120 (1 H *) ///)
B1 = 2. * 3.1416 * SIGMA * COS (B (M)) * RO(I)
B2 = 3.1416 * (RO (I) ** 2) * (POHUN - (XL3 *
GE * ROS))
B3 = B1 + B2
W1 = B3 * (XL3 - H3)
C1 = (XL3 ** 2) - (H3 ** 2)
C2 = (3.1416 * ROL * GE * (RO(I) ** 2))/2.
W2 = C1 * C2
D1 = PO * V
D2 = 1. + (((H3 - XL3) * 3.1416 * (RO(I) ** 2))/
1 SOM)
D3 = ALOG (D2)
W3 = D3 * D1
W = W1 + W2 + W3
WRITE (3,406) W1, W2, W3, W
406  FORMAT (1X, 10(1 H *), * W1 = * , E 12.3, * W2 = *
1  E 12.3, * W3 = * , E 12.3, * W = * , E 12.3/)
WRITE (3, 409) W
409  FORMAT (1X, 30(1 H *), * L'ENERGIE DE STABILITE
1  EN ERGS VAUT * , E 12.3/)
402 CONTINUE
PZ = PZ + 0.10
DELPO = PZ - POHUN
SOM = 0.
```

AL = 1.5708 - B(M)

ZPRIM = 0.

XPRIM = 1.

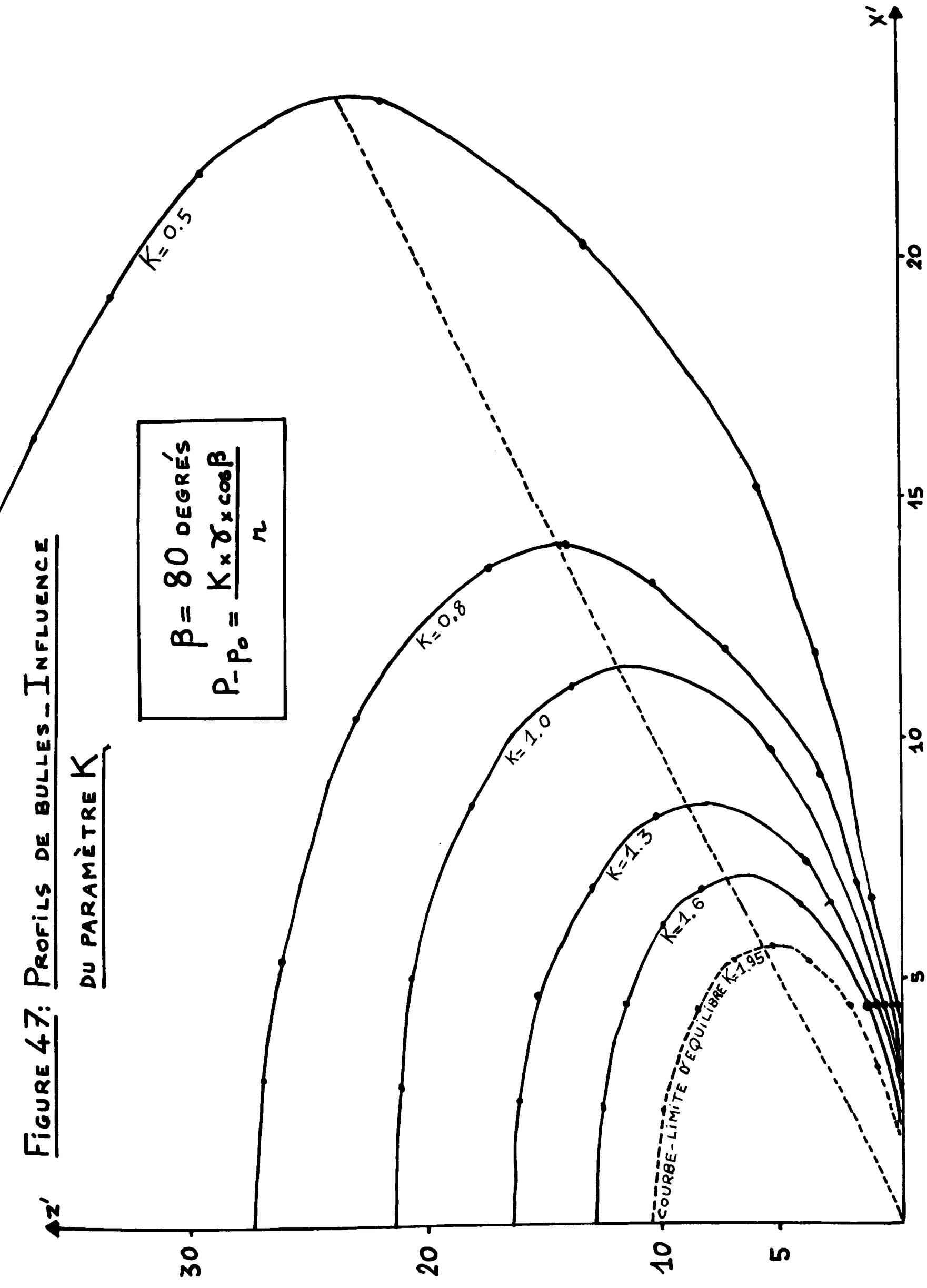
209 CONTINUE

20 CONTINUE

CALL EXIT

END

FIGURE 47: PROFILS DE BULLES - INFLUENCE DU PARAMÈTRE K



A N N E X E 9

EVALUATION DE LA POUSSEE D'ARCHIMEDE SUR LA PARTIE IMMERGEE
DE LA SPHERE DANS LE LIQUIDE

Nous utilisons les notations de la figure (48)

Soit F_A cette poussée d'Archimède

Il vient :

$$F_A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\alpha} 2\pi r \cos \omega \times r d\omega \times \sin \omega \rho_L g h'$$

$$\text{où } h' = h + r (\sin \alpha - \sin \omega), \quad \forall \omega, \omega \in \left[-\frac{\pi}{2}, \alpha\right]$$

soit

$$F_A = 2\pi r^2 \rho_L g \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\alpha} \cos \omega \sin \omega \left[h + r (\sin \alpha - \sin \omega) \right] d\omega$$

ou

$$F_A = 2\pi r^2 \rho_L g \left[(h + r \sin \alpha) \frac{\sin^2 \omega}{2} - \frac{r \sin^3 \omega}{3} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\alpha}$$

ou

$$|F_A| = \pi r^2 \rho_L g h \cos^2 \alpha + \frac{\pi r^3 \rho_L g}{3} (2 + 3 \sin \alpha - \sin^3 \alpha)$$

Il est facile de vérifier que :

$$\frac{4}{3} \pi r^3 - \frac{\pi}{3} r^3 (1 - \sin \alpha)^2 (2 + \sin \alpha) = \frac{\pi r^3}{3} (2 + 3 \sin \alpha - \sin^3 \alpha)$$

ce qui justifie donc qu'ici, la poussée d'Archimède soit égale au poids du liquide dans le cylindre BCFG, complété par le poids en liquide de la portion sphérique de la particule immergée dans la phase liquide.

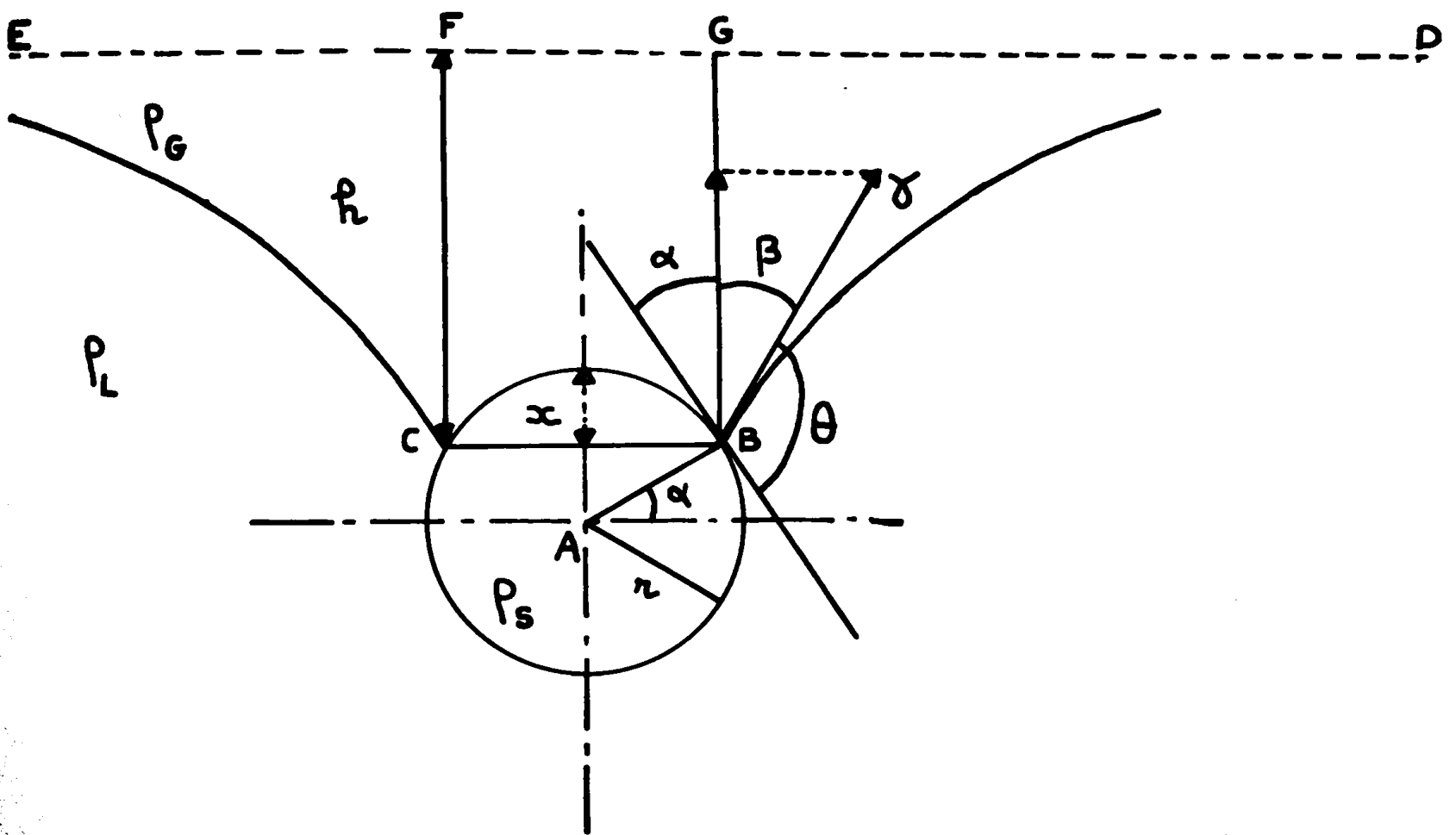


FIGURE 48 : CAS DE L'INTERFACE {GAZ - LIQUIDE} INITIALEMENT PLAT
ET D'UNE PARTICULE SPHÉRIQUE.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

A 1	ALKIVIADES C, CHI TIEN, TURIAN R. A.I.Che Jr. 1973, <u>19</u> , n° 1, 58-67
A 2	AMERINE M A, MARTINI L.P, DE MATTEI W. Ind. Eng. Chem. 1942, <u>34</u> , 152
A 3	ARBITER N. Transactions AIME, 1951, 791 - 796
B 1	BABALJAN G.A, OVANESOV G.P. - Nedra - 1970 - 19 - 33
B 2	BABALJAN G.A., OVANESOV G.P. Nedra - 1970 - 64-76
B 3	BENNETT A.J.R., CHAPMAN W.R., DELL C.C. - 3ème Int. Col. Prep. Congr. Liège 1958
B 4	BHATTACHARYYA D, CARLTON J.A., GRIEVES R.B. - A.I.Che Jr, 1971, <u>17</u> , n° 2, 419 - 424
B 5	BIKERMAN J.J. - Separation Science - 1972 - <u>7</u> , n° 6 - 647 - 651
B 6	BLOORE P.P., BOTTERILL J.S.M. - Nature, 1961, <u>19</u> , 250
B 7	BOGDANOV O.S., POSNEK A.K., HAINMAN V.J, MIKHAILOVA N.S. - Int. Min. Pr. Congr. 1960 - n° 11
B 8	BOGDANOV O.S., HAINMAN V.J., MAXIMOV I.I. - Int. Min. Pr. Congr. New-York - 1964
B 9	BRADY A.P., ROSS S. - J. Am. Chem. Soc. 1944, 66 - 1348
B 10	BRUNNER J.J. Thèse Montana School of Mines - 1931
B 11	BRUNNER C, LEMLICH R. - I.E.C. Fund - 1963 - <u>2</u> , n° 4 - 297-300
C 1	CALDERBRANK P.H. - Trans. Inst. Chem. Engrs. (London) 1956, 34-79
C 2	CALDERBRANK P.H. - The Chemical Engineer - 1967 - 209 - 233
C 3	CARLETON A.J., FLAIN R.J., RENNIE J, VALENTIN F.H.H. Chem. Eng. Sci. 1967, <u>22</u> , 1839 - 1845
C 4	CLARK G.L., ROSS S. Ind. Eng. Chem. 1940, 32, 1594
C 5	CLEMENT M. Freiburger Forschungshefte - 1966 - A 401 - 53

C 6	COLLINS R. Jr. Fluid. Mech. 1965, <u>22</u> , n° 4 - 763 - 771
C 7	CRABREE J.R., BRIDGWATER J. Chem. Eng. Sci. 1969, 24, 1755 - 1768
C 8	CRABTREE J.R., BRIDGWATER J. Chem. Eng. Sci. 1971, <u>26</u> , 839 - 851
D 1	DANIELLI J.F., PANKHURST K.G.A., RIDDIFORD A.C. - Recent Progress in Surface Science - 1964 - <u>2</u> - Academic Press
D 2	DATTA R.L., NAPIER D.H., NEWITT D.M. Trans. Inst. Chem. Engrs. (London) 1950, <u>28</u> , 14
D 3	DAVIDSON J.F., SCHULER B.O. - Trans. Inst. Chem. Engrs (London) 1960 <u>38</u> , 144
D 4	DAVIES T.V., HAYDONO A. Proceedings of the Royal Society of London - 1958 - <u>243</u> , 492 - 499
D 5	DAVIES W.J.N. Proc. Austr. Inst. Min. Met - 1964 - 212 - 61
D 6	DE BRUYN P.L., MODI H.J. - Min. Eng. 1956, <u>8</u> , 415
D 7	DERJAGUIN B.V., DUKHIN S.S. - Trans. Inst. Min. Met. 1960, <u>70</u> , 221
D 8	DREW T.B., COKELET G.R. - Advances in Chemical Engineering - 1970 - <u>8</u> 256 - 365
E 1	EIGELES M.A. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'U.R.S.S., 1939, <u>24</u> , n° 4, 340 - 344
E 2	EK C. Ind. Chim. Belg. - 1967 - T 32 - 281
E 3	ERBING C., PETER H., KOLLOÏD - Z, 1941, <u>96</u> , 47
F 1	FANG SHUNG SHIH, LEMLICH R. A.I.ChE Jr. 1967 - <u>13</u> , n° 4, 751 - 754
F 2	FANG SHUNG SHIH, LEMLICH R. Ind. Eng. Chem. Fund. 1971, <u>10</u> , n° 2, 253 - 259
F 3	FOGLER S. The Can. Jr. of Chem. Eng. 1969, <u>47</u> , 242 - 247
F 4	FORBES E.S., WOOD J.M. - Journal of the Institute of Petroleum - 1969 - <u>55</u> , n° 544 - 237 - 243
F 5	FOSTER J.M., BOTTS J.A., BARBIN A.R., VACHON R.I. Journal of Basic Engineering - 1968 - 125 - 132

F 6	FREEDMAN N., DAVIDSON J.F. Trans. Instn. Chem. Eng. 1969, <u>47</u> , 251 - 261
F 7	FUERSTENAU D.W. Froth flotation - 1962 - Rocky Mountain Fund. Series
G 1	GABOR J., KOPPEL L. Chem. Eng. Progress Symposium Series - 1970 - <u>66</u> , 28 - 36
G 2	GAL-OR B, KLINZING G., TAVLARIDES L; , Ind. and Eng. Chem. 1969, <u>61</u> , n° 2, 21 - 34
G 3	GAUDIN A.M. Flotation - Mac Graw Hill Book Company - 1962
G 4	GAUDIN A.M., FINKELSTEIN N.P. - Nature - 1965 - <u>207</u> , 4389 - 4495
G 5	GIBBS J.W. "Collected Works", Longmans Green, New-York - N.Y. - 1928
G 6	GRACE J.R., HARRISON D. Chem. Eng. Sci. 1967 - <u>22</u> , 1337 - 1347
G 7	GRUNDER W., KADURE. Metall. und Erz. 1940 - <u>37</u> , n° 18 - 367
H 1	HAAS P., JOHNSON H.F., A.I.ChE Journal - 1965, <u>11</u> , n° 2, 319 - 323
H 2	HAAS P., HOHNSON H.F. I.E.C. Fund. 1967 - <u>6</u> , n° 2, 225 - 233
H 3	HARPER D., LEMLICH R, I.E.C. Process Design and Development - 1965, <u>4</u> , n° 1, 13 - 17
H 4	HARRIS C.C., RIMMER H.W. Bull. Inst. Min. Met. Trans. Sec. 1966, <u>75</u> , 715
H 5	HORST W.R., MORRIS T.M. Eng. Min. Jr. 1956, <u>157</u> , n° 10, 81
H 6	HORVATH I., NAGY L. Hidrologiai Közlöny - 1970 - <u>7</u> - 307 - 317
H 7	HUBER-PANU I. Rev. Roum. Sci. Techn. Met. (Bucarest) 1965, <u>10</u> , n° 1, 5
H 8	HUBER-PANU I. Aufbereitungstechnik - 1967 - <u>8</u> , n° 9, 465
H 9	HUGHES R.R., HANDLOS A.E, EVANS H.D., MAYCOCK R.L., Chem. Eng. Progr. 1955, <u>51</u> , 557
I 1	IMAIZUMI T., INOUE T. Intern. of Min. Proc. Cong. CANNES - 1963 - n° 38
I 2	IMAIZUMI T., INOUE T. - Intern. of Min. Proc. Cong. LENINGRAD - 1968 - N° 15

J 1	JACOBI W.M., WOODCOCK K.E., GROVE C.S., Ind. Eng. Chem, 1956, <u>48</u> , 2046
J 2	JASHANI I.L. Coalescence and H.T.V. in foam fraction columns - 1971 Thèse - Technical Indian Institute of Technology of Bombay
J 3	JOHNSON A.I., BESIK F., HAMIELEC A.E. The Can. Jr. of Chem. Eng., 1969, <u>47</u> , 559 - 564
J 4	JOINT MEETING ON BUBBLES AND FOAMS - 1971 - Dusseldorf - Preprint n° 1
J 5	JOINT MEETING ON BUBBLES AND FOAMS - 1971 - Dusseldorf - Preprint n° 2
J 6	JOYA S. Res. Techn. Intr. 1965 - <u>6</u>
K 1	KELSALL D.F. Bull. Inst. of Min. Met. 1961, <u>650</u> , 191
K 2	KHURANA A.K., KUMAR R. Chem. Eng. Sci. - 1969, <u>24</u> , 1711-1723
K 3	KLASSEN V.I. International Mineral Processing Congress - 1960 - N° 16
K 4	KOZO K, TAKASHI H., MEIZO N. Jr. of Chem. Eng. of Japan - 1972 - <u>5</u> , N° 3, 236 - 241
K 5	KRISHNAMURTHI S., KUMAR R., KULLOOR N.R. - I.E.C. Fund. 1968 - <u>7</u> , n° 4, 549 - 554
K 6	KRUG J. Air and Water Requirements for foam drilling operations - Thèse 1970 - Colorado School of Mines
K 7	KUMAR R. Chem. Eng. Sci. 1971 - <u>26</u> , 177 - 184
K 8	KUMAR R., KULLOOR N.R., Chem. Tech. 1967, <u>19</u> , 733
K 9	KUMAR R., KULLOOR N.R., Brit. Chem. Eng. 1964, <u>9</u> , 400
K 10	KUPFERBERG A., JAMESON G.J., Trans. Instn. Chem. Eng. 1969, <u>47</u> , 241 - 250
L 1	LA NAUZE R.D., HARRIS I.J., Chem. Eng. Sci. 1972, <u>27</u> , 2102 - 2105
L 2	LANDAU L.D., LIFSHITZ E.M. Fluid Mechanics 1959, <u>6</u> , PERGAMON PRESS

L 3	LEFEVRE DU PREY E. Revue de l'Institut Français du Pétrole, 1968, <u>23</u> , n° 3, 365 - 373
L 4	LEFEVRE DU PREY E. Revue de l'Institut Français du Pétrole, 1969, <u>24</u> , n° 6, 701 - 709
L 5	LEJA J., POLING G.W., International Mineral Processing Congress 1960 - n° 28
L 6	LEMLICH R. Jr. Soc. Cosmet. Chem. 1972, <u>23</u> , 299 - 311
L 7	LEMLICH R. Ind. and Eng. Chemistry - 1968 - 60 - n° 10, 16-29
L 8	LEMLICH R. Chem. Eng. 1968 - <u>16</u> , 95 - 101
L 9	LEMLICH R. Adsorptive Bubble Separation Techniques - 1972 Academic Press
L 10	LEMLICH R. Adsorptive Bubble Separation Methods Ind. Eng. Chem. 1968 - <u>60</u> , n° 10, 16-29
L 11	LENGLER P. Untersuchungen zur Flotationskinetik - Thèse Erlangen -1969
L 12	LEONARD R., LEMLICH R. - A.I.ChE Journal - 1965 - <u>17</u> , n° 2, 18-32
L 13	LEONARD R., LEMLICH R. - A.I.ChE Journal - 1965 - <u>11</u> , 18
L 14	LEONARD R., Chem. Eng. Sci. 1965, <u>20</u> , 790
L 15	LESLIE R. Petroleum - 1951, 36 - 39
L 16	LEVICH - Physicochemical Hydrodynamics - The Physical and Chemical Engineering Sciences
L 17	LIN I.J. Israel Journal of Technology - 1971 - <u>9</u> , n° 6, 621 - 624
M 1	MAC CANN D.J., PRINCE R.G. Chem. Eng. Sci., 1969, <u>24</u> , 801 - 814
M 2	MAC INTYRE F. Journal of geophysical Research 1972, <u>77</u> , n° 27, 5211 - 5228
M 3	MAC KENZIE J.M.N., MATHESON G.M., Trans. Soc. Min. Eng. 1963, <u>224</u> , 68
M 4	MAC NEIL K.H. The Can. Jr. of Chem. Eng. 1970 - 48, 252 - 255

M 5	MAIER C.G., U.S. Bur. Mines Bull., 1927, 269
M 6	MARU H.C., WASAN D.T., KINTNER R.C. - Chem. Eng. Sci. 1971, <u>26</u> , 1615 - 1628
M 7	MATVEENKO N.N. - Cvetnye Metally - 1957, <u>30</u> , n° 7, 5
M 8	MATVEENKO N.N. - Cvetnye Metally - 1959, <u>32</u> , n° 6, 11
M 9	MENDELSON H.D., A.I.ChE Journal, 1967, <u>13</u> , n° 2, 250 - 252
M 10	MERLIN-GAZO - Revue de l'Industrie Minérale - 1928 - N° 172
M 11	MILLER K.J., BAKER A.F. Pittsburgh Energy Research Center - 1972
M 12	MIZRAHI J, BARNEA E., Br. Chem. Eng. 1970, <u>15</u> , n° 4, 199 - 205
M 13	MORGAN, Ph. D. Thesis - Université de Iowa - 1969
M 14	MORRIS T.M., Trans. AIME - 1952 - <u>193</u> , 794
M 15	MORRIS T.M., Trans. AIME - 1950 - <u>187</u> , 91 - 95
M 16	MORRIS T.M., EDWARDS R.M., Min. Eng., 1964, <u>16</u> , n° 8, 67
N 1	NESIS E.I., CHIGAREVA T.S., Zhurn. Fiz. Khim., 1972, <u>46</u> , n° 6, 1442 - 1446
N 2	NEWMAN A.O., LERNER B.J., Anal. Chem., 1954, <u>26</u> , 417
N 3	NUTT C.W., Chem. Eng. Sci. 1960, <u>12</u> , 133 - 141
P 1	PAN F.Y., ACRIVOS A., I.E.C. Fund. 1968, <u>7</u> , n° 2, 227 - 231
P 2	PERRY E.S., Progress in Separation and Purification 1968, <u>1</u> , 2-56- Interscience Publishers
P 3	PLATEAU J., Mem. Acad. Roy. Soc. Belgique, 1861, <u>33</u>
P 4	PRECUP-COVACI V., BURICATU I., SHANKAR Y.B., Petrol di Gaze - 1972, <u>23</u> , n° 5, 282 - 285
R 1	RAFFINOT P. International of Mineral Processing Congress 1960, n° 50
R 2	RAMAKRISHNAN S., KUMAR R., KULLOOR N.R., Chem. Eng. Sci. 1969, <u>24</u> , 731 - 747
P 3	REAY D., RATCLIFF G.A., Congrès International "Le Génie Chimique au ... de Chimie Industrielle

R 4	RENNIE J. , VALENTIN J.F. - Chem. Eng. Sci. 1968, <u>23</u> , 663 - 664
R 5	RIPPIN D.W., DAVIDSON J.F. - Chem. Eng. Sci. 1967, <u>22</u> , 217 - 228
R 6	ROBERTSON N.M., LEHMMAN G.W., Journal of Applied physics, 1968 - <u>39</u> , n° 4, 1194 - 1199
R 7	ROBINSON J.P., HARTLAND S., Tenside Detergents - 1972 - <u>6</u>
R 8	ROBINSON A. Communications on pure and applied Mathematics - 1956 <u>9</u> , 69 - 84
R 9	ROUSTAN M., ROQUES H. Contribution à l'étude du fractionnement par moussage considéré comme opération unitaire - Thèse - TOULOUSE k972
R 10	ROWE P.N., PARTRIDGE B.A., LYALL E., Nature, 1962, <u>195</u> , 278
R 11	RUCKENSTEIN E., MUNTEANO - The Con. Jr. of Chem. Eng. 1967 - <u>45</u> 95, 98
R 12	RUFF K, Chem. Ing. Techn., 1972, <u>44</u> , n° 24, 1360 - 1366
S 1	SATOH T., ATSUMI K., Jr. of Chem. Eng. of Japan 1970 - <u>3</u> , n° 1 92 - 97
S 2	SCHOEN H.M., New Chemical Eng. Separation Techniques - 1962 - 1, 319 - 385 - Interscience Publishers
S 3	SCHUHMAN R. The Journal of Physical Chemistry - 1942 - <u>46</u> , n° 6, 891 - 902
S 4	SCRIVEN L.E., Chem. Eng. Sci., 1960 - 12, 98 - 108
S 5	SHERONY D.F., KINTNER R.C., A.I.ChE Journal, 1971, <u>17</u> , n° 2, 291-294
S 6	SHULTS E.Z. Zhurn. Prikladnoĭ Khim 1972, <u>45</u> , n° 7, 1620 - 1623
S 7	SPARROW E.M., LOEFFLER A.L., A.I.ChE Journal, 1959, <u>5</u> , 325
S 8	SPURNY J., DOBIAS B., HEYL V. Collection Czechoslov. Chem. Com., 1957, <u>22</u> , 1530
S 9	SPURNY J. DOBIAS B., Chem. Listy - PRAGUE 1963, <u>57</u> , n° 5, 449
S 10	SUTHERLAND K.L., Journal of Physical and Colloid Chemistry - 1948 <u>52</u> , 394 - 425

T 1	TAGGART A.F. "Handbook of Mineral Dressing", 1966 - New-York PERGAMON PRESS
T 2	TAVLARIDES L., COULALOGLOU C., ZEITLIN M., KLINZING G., GAL-OR B., Ind. and Chem. Chem., 1970, <u>62</u> , n° 11, 7, 27
T 3	THEOFANOUS T., BIASI L., ISBIN H.S., Chem. Eng. Sci., 1969, <u>24</u> , 885 - 897
T 4	TOEI R., MATSUNO R., SUMITANI T., MORI M., Intern. Chem. Eng. 1968 8, n° 2, 351, 357
T 5	TOMLINSON H.S., FLEMING H.G., Intern. Min. Proc. Congr. CANNES 1963
V 1	VALENTAS K.J., AMUNDSON N.R., I.E.C. Fund., 1966, <u>5</u> , n° 4, 533 - 552
V 2	VALENTAS K.J., AMUNDSON N.R., I.E.C. Fund., 1966, 66 - 71
V 3	VALENTIN F.H.H., Absorption in gas-liquid dispersions 1967, 1, 45 - SPON's Chem. Eng. Series
V 4	VEREZHNIKOV V.N., KOTLJAR L.S., NEJMAN R.E., Kholloĭdnyj Zhurnal 1971 - <u>33</u> , n° 1
V 5	VOLIN M.E., SWAMI D.V. Int. Min. Proc. Congr. New-York - 1964
V 6	VOLKOVA Z.V., Zhurn. Fiz. Khim., 1946, <u>20</u> , n° 9, 1213 - 1224
W 1	WEISSMAN E.Y., A.I.ChE Jr. 1967, <u>13</u> , 788
W 2	WESTERTER P., Chem. Eng. Sci., 1967, <u>22</u> , 1519 - 1523
W 3	WOOD BURN E.T., LOVEDAY B.K., Journal South Africa Mining Met., 1966, 66, n° 11, 649
W 4	WOOD BURN E.T., LOVEDAY B.K., Journal South Africa Mining Met., 1965, <u>65</u> , n° 12, 612
Z 1	ZENZ F.A., Hydrocarbon Processing, 1967, <u>46</u> , n°4, 171 - 175
Z 2	ZUIDEMA H.H. The Oil and Gas Journal, 1966, 84 - 85

VU, APPROUVE

& PERMIS D'IMPRIMER

NANCY, le 8 Septembre 1975.

LE PRESIDENT DE L'UNIVERSITE DE NANCY I

