

**RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITÉ CONSTANTINE 1
FACULTÉ DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE**



N° d'ordre : / ... / 2013

Série : / GM / 2013

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister en

Génie Mécanique

Option : Energétique

Simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse

Présenté par :

BELAHMADI Esma

Soutenu le : / / 2013

Devant le jury composé de :

Président :	M ^r . A. BOUCHOUCHA	Professeur	Université Constantine 1
Rapporteur :	M ^r . R. BESSAIH	Professeur	Université Constantine 1
Examineurs :	M ^r . S. BENISSAAD	Professeur	Université Constantine 1
	M ^r . M-S. MECIBEH	M. Conférences A	Université Constantine 1

ABSTRACT

In this work, we present a numerical study of two-dimensional and steady flow of a fluid generated by a temperature gradient in a porous square cavity. The vertical walls of the enclosure are maintained isotherms, whose left wall at a warm temperature (T_h) and the right wall at a cold temperature (T_c), while the horizontal walls (upper and lower) are adiabatic. A Fortran code based on the finite volume method and the SIMPLER algorithm was used to solve the equations that govern physical phenomena. The results are validated with previous results found in the literature, and presented in graphical form. The effects of the Grashof Gr , Darcy Da and Prandtl Pr numbers, porosity e , size and position of the heat source are studied. The results show that increasing the dimensionless parameters (Gr , Da , Pr , e) improve the heat transfer rate, but increase the entropy generation in the cavity. Also, the Nusselt number is higher for a length greater of the heater, contrary, the total entropy is low when the size of the heating element is small. Finally, the heat transfer rate in the cavity is much higher in the case where the position of the heat source is in the middle of the wall, but the total entropy is small when the heat source is positioned in the section of the upper wall.

Keywords: Natural convection-finite volumes - porous medium.

RESUME

Dans ce travail, nous présentons une étude numérique de l'écoulement bidimensionnel et permanent d'un fluide engendré par un gradient de température dans une cavité carrée poreuse. Les parois verticales de l'enceinte sont maintenues isothermes, dont la paroi gauche à une température chaude (T_c) et la paroi droite à une température froide (T_f), tandis que les parois horizontales (supérieure et inférieure) sont adiabatiques. Un code fortran basé sur la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER a été utilisé pour résoudre les équations gouvernantes les phénomènes physiques. Les résultats obtenus sont validés avec des données trouvées dans la littérature, et présentés sous forme graphique. Les effets des nombres de Grashof Gr , de Darcy Da , de Prandtl Pr , de la porosité e , et de la dimension et la position de la source de chaleur sont étudiés. Les résultats montrent que l'augmentation des nombres adimensionnels (Gr , Da , Pr , e) améliore le taux de transfert de chaleur, mais augmente la génération d'entropie dans la cavité. Egalement, le nombre de Nusselt est plus élevé pour une longueur de la source de chaleur plus grande, par contre l'entropie totale est faible lorsque la dimension de la source est petite. Enfin, le taux de transfert de chaleur dans la cavité est beaucoup plus élevé dans le cas où la position de la source de chaleur est au milieu de la paroi, mais l'entropie totale est faible lorsque la source de chaleur est placée dans la partie supérieure de la paroi.

Les mots clés : Convection naturelle-Volumes finis-Milieu poreux.

ملخص

في هذا العمل، نقدم دراسة عددية لتدفق ثنائي الأبعاد ودائم لسائل تم إنشاؤه بواسطة التدرج في درجة الحرارة داخل تجويف مربع سهل الاختراق. يتم الحفاظ على الجدران العمودية للعلبة، حيث الجدار الأيسر على درجة حرارة دافئة (T_c) والجدار الأيمن على درجة حرارة باردة (T_f)، في حين أن الجدران الأفقية (العلوي والسفلي) هي ثابتة الحرارة.

تم استخدام التعليمية البرمجية على أساس طريقة الاحجام المحدودة والخوارزمية SIMPLER لحل المعادلات التي تحكم الظواهر الفيزيائية. والنتائج المتحصل عليها متسقة مع بعض النتائج السابقة، ويتم عرضها في شكل رسوم بيانية.

الآثار المدروسة هي:

* تأثير عدد غراشوف.

* تأثير عدد دارسي.

* تأثير عدد برنتل.

* تأثير المسامية.

* تأثير حجم عنصر التدفئة.

* تأثير موضع جهاز التدفئة.

النتائج تبين أن:

1/ زيادة عدد غراشوف، عدد دارسي، عدد برنتل والمسامية يحسن من معدل نقل الحرارة، لكنه يزيد من توليد الانتروبي في التجويف.

2/ عدد نسلت يكون اعلى عندما يكون طول عنصر التدفئة اكبر، بينما، الانتروبي الإجمالي يكون ضعيف عندما يكون حجم جهاز التدفئة صغير.

3/ معدل انتقال الحرارة في التجويف هو أعلى بكثير في الحالة التي يكون فيها موضع مصدر الحرارة في منتصف الجدار، ولكن الانتروبي الإجمالي هو ضعيف عندما يتم وضع مصدر الحرارة في القسم العلوي للجدار.

الكلمات الرئيسية: الحمل الحراري الطبيعي، كميات محدودة والمتوسطة التي يسهل اختراقها.

Remerciements

De prime abord, louange à Dieu de m'avoir donné la force, le courage et la patience de mener à bien ce modeste travail.

Ma profonde gratitude et mes remerciements les plus chaleureux vont particulièrement à mon encadreur Mr. **Bessaïh Rachid**, Professeur à l'Université Constantine 1, de m'avoir suivi et dirigé tout au long de la réalisation de ce travail. Aussi, je le remercie pour sa disponibilité permanente, pour son orientation efficace et pour ses idées originales qui ont servi à enrichir ce mémoire.

Je remercie vivement mon enseignant Mr. **A. Bouchoucha**, Professeur à l'Université Constantine 1, pour l'honneur qu'il m'a fait d'avoir accepté d'examiner mon travail et de présider le jury.

Je remercie également mes enseignants Mr. **S. BENISSAAD**, Professeur à l'Université Constantine 1, et Mr. **A. M-S.MECIBEH**, Maître de conférences à l'Université Constantine 1, pour leur participation à l'évaluation du présent travail.

Ma dernière pensée va à mon fiancé, **Raouf**, qui a subi l'envers du décor...Merci pour l'intérêt que tu portes à mon travail, ta patience, ton soutien et tes encouragements à travers les mots doux et les prières, m'ont permis de ne jamais baisser les bras et d'atteindre mon but.

Enfin, je remercie très sincèrement tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réalisation de ce travail et surtout **Linda**.

Esma

Dédicace

A la mémoire de mes chers parents.

A mes grands parents.

A Linda.

A mon fiancé.

A mon frère.

A ma famille et à mes amies.

Esma

Sommaire

ABSTRACT	i
RESUME	ii
ملخص	iii
Remerciements	iv
Dédicace	v
Nomenclature	ix
Liste de figures	xii
Liste des tableaux	xviii
Introduction générale	1

Chapitre I : Généralités et revue bibliographique

I.1 Généralités	2
I.1.1 Description d'un milieu poreux et théorie de la continuité	2
I.1.2 Propriétés du milieu poreux	3
I.1.2.1 Porosité (ε)	3
I.1.2.2 Perméabilité (K)	3
I.1.2.3 Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R)	3
I.1.3 Convection naturelle	4
I.1.4 Modèle d'écoulement dans les milieux poreux	5
I.2 Revue bibliographique	5

Chapitre II : Géométrie du problème et formulation mathématique

II.1 Introduction	22
II.2 Géométrie du problème	22

II.3 Hypothèses simplificatrices	23
II.4 Formulation mathématique	24
II.5 Adimensionnalisation des équations	24
II.6 Conditions initiales et aux limites	25

Chapitre III : Méthode numérique

III.1 Introduction	26
III.2 Maillage	26
III.3 Forme générale de l'équation de transport	28
III.4 Discrétisation de l'équation générale de transport	29
III.5 Schémas numériques	30
III.6 Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques	31
III.7 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X et Y	32
III.7.1 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X	32
III.7.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y	33
III.8 Discrétisation de l'équation de l'énergie	34
III.9 Résolution du système d'équation	35
III.10 Algorithme SIMPLER	36
III.11 Résumé de l'algorithme SIMPLER	39
III.12 Méthode de résolution	40
III.13 Critère de convergence	41
III.14 Nomenclature du code de calcul	41
III.15 Organigramme du code de calcul	43

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV. 1 Présentation des résultats	44
IV. 2 Résultats	46
IV. 2. 1 Paramètres physiques du problème	47
IV. 2. 2 Effet du maillage sur la solution numérique	47
IV. 2. 3 Validation du code de calcul	48
IV. 3 Présentation des effets étudiés	53
IV. 3. 1 Effet du nombre de Grashof	53
IV. 3. 2 Effet du nombre de Darcy	60
IV. 3. 3 Effet du nombre de Prandtl	65
IV. 3. 4 Effet de la porosité	70
IV. 3. 5 Effet de la dimension de la source de chaleur	72
IV. 3. 6 Effet de la position de la source de chaleur	75
Conclusion générale	79
Références bibliographiques	80

Nomenclature

A_P, A_E, A_W, A_N, A_S	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée [-]
$A (P)$	Fonction d'un schéma numérique [-]
a	Élément de la matrice tri-diagonale [-]
$Be (= \frac{S_h}{S_h+S_{fp}})$	Nombre de Bejan [-]
b	Élément de la matrice tri-diagonale [-]
$b (i, j)$	Terme source dans l'équation de transport discrétisée [-]
C_F	Coefficient du terme de Forchheimer [-]
c	Élément de la matrice tri-diagonale [-]
d	Élément de la matrice tri-diagonale [-]
$Da (=K/L^2)$	Nombre de Darcy [-]
D_e, D_w, D_n, D_s	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée [-]
F_e, F_w, F_n, F_s	Flux convectifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée [-]
g	Accélération de la pesanteur [m/s^2]
$Gr (= g \beta \Delta T L^3/\nu^2)$	Nombre de Grashof [-]
i, j	Coordonnées logiques des points [-]
IL, JL	Nombre de volume de contrôle suivant la direction i et j [-]
K	Perméabilité du milieu poreux [m^2]
k	Conductivité thermique [$W/m.k$]
L	Taille de la cavité [m]
n	Nombre entier [-]
$Nu (= \frac{hL}{k})$	Nombre de Nusselt local [-]
$Numoy (= \frac{1}{A} \int_A NudA)$	Nombre de Nusselt [-]
p	Pression [Pa]
P	Pression adimensionnelle [-]
P_e, P_w, P_n, P_s	Nombre de Peclet aux interfaces e, w, n, s [-]
$Pr (= \nu/\alpha)$	Nombre de Prandtl [-]
S	Terme source de l'équation de transport discrétisée [-]

S_{fp}	Entropie locale adimensionnelle due au frottement du fluide et du milieu poreux [-]
S_{gen}	Entropie locale adimensionnelle dans la cavité [-]
S_h	Entropie locale adimensionnelle due au transfert thermique [-]
S_t	Entropie totale adimensionnelle dans la cavité [-]
t	Temps dimensionnel [s]
T_0	Température ambiante [K]
T	Température [K]
u, v	Composantes de la vitesse dimensionnelle [m/s^2]
U, V	Composantes de la vitesse adimensionnelle [-]
x, y	Coordonnées cartésiennes dimensionnelles [m]
X, Y	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles [-]
Symboles grecs	
α	Diffusivité thermique du fluide [m^2/s]
$\beta (= \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T})$	Coefficient d'expansion thermique à pression constante du fluide [1/K]
\square	Variable indépendante [-]
ε	Porosité [-]
ρ	Masse volumique [kg/m^3]
ρ_0	Masse volumique à T_0 [kg/m^3]
μ	Viscosité dynamique du fluide [$kg/m.s$]
ν	Viscosité dynamique du fluide [m^2/s]
σ	Rapport de chaleur spécifique [-]
τ	Temps adimensionnel [-]
ψ	Fonction de courant adimensionnelle [-]
Φ	Fonction de la dissipation visqueuse adimensionnelle [-]
$\Omega (= \Delta T / T_0)$	Différence de température adimensionnelle [-]
φ	Rapport de la distribution de l'irréversibilité [-]
$\Delta \tau$	Incrément du temps adimensionnel [-]
ΔT	Différence de température [K]
Δx	Dimension d'un volume de contrôle [m]
ΔX	Dimension d'un volume de contrôle [-]
Δy	Dimension d'un volume de contrôle [m]

ΔY	Dimension d'un volume de contrôle [-]
Γ	Coefficient de diffusivité [-]
θ	Température adimensionnelle [-]
Indices et exposants	
c	Paroi chaude
f	Paroi froide
n	Compteur d'itérations correspondant au temps τ
n+ 1	Compteur d'itérations correspondant au temps $\tau + 1$
nb	Nœuds adjacents : Est, West, Nord et Sud (E, W, N, S)
0	Valeur initiale
*	Valeur adimensionnelle

Liste des figures

- Figure (I.1)** Représentation schématique de la taille intermédiaire $\langle\langle l \rangle\rangle$ du volume élémentaire représentatif (V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique $\langle\langle L \rangle\rangle$ et à l'échelle des pores $\langle\langle d \rangle\rangle$ (Delache, 2005). 4
- Figure (I.2)** Cavités carrées poreuses avec des parois verticales partiellement actives. Le trait épais sur la paroi gauche représente la section chauffée alors que la section refroidie est représentée par un trait épais sur la paroi droite de la cavité. Le reste des sections sont adiabatiques (Sankar et al., 2011). 6
- Figure (I.3)** Cavités carrées poreuses avec des parois verticales partiellement actives. La paroi supérieure est adiabatique. La ligne épaisse représente la section chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides. (Kaluri et Basak, 2010). 7
- Figure (I.4)** Cavités pour des cas différents. La paroi supérieure est adiabatique. Le trait épais représente la section uniformément chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides (Kaluri et Basak, 2011). 8
- Figure (I.5)** Cavités pour des cas différents. La paroi supérieure est adiabatique. Le trait épais représente la section uniformément chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides (Kaluri et Basak, 2011). 8
- Figure (I.6)** Cavités triangulaires à angle droit avec différentes conditions thermiques (Basak et al., 2012). 9
- Figure (I.7)** Cavités pour des cas différents. Le trait épais représente les sections uniformément chauffées et refroidies alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques (Valencia et Frederick, 1989). 10
- Figure (I.8)** Conditions aux limites des enceintes rectangulaires à parois latérales différentiellement chauffées (Turan et al., 2012). 11

- Figure (I.9)** Cavité rectangulaire avec les parois verticales sont à différentes températures constantes, tandis que les parois horizontales sont adiabatiques (**Ilis et al., 2008**). 12
- Figure (I.10)** Cavité carrée avec les parois verticales sont uniformément refroidies. La paroi horizontale supérieure est adiabatique, tandis que la paroi horizontale de fond est uniformément chauffée (**Basak et al., 2006**). 12
- Figure (I.11)** Cavité rectangulaire avec des parois latérales partiellement actives, tandis que les parois horizontales de la cavité sont maintenues adiabatiques (**Nithyadevi et al., 2007**). 13
- Figure (I.12)** Cavités pour des cas différents. Le trait épais représente les sections uniformément chauffées et refroidies alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques (**Huei Chen et Chen, 2007**). 14
- Figure (I.13)** Enceinte carrée inclinée avec le côté vertical gauche est chauffé avec un flux de chaleur constant, le côté droit est refroidi, tandis que les autres côtés sont maintenues adiabatiques (**Ögüt, 2009**). 15
- Figure (I.14)** Cavité avec une génération de chaleur volumétrique (**Deshmukh et al., 2011**). 16
- Figure (I.15)** Cloison chauffée à l'intérieur d'une cavité. Les parois horizontales de la cavité sont adiabatiques et les parois verticales sont refroidies à température constante (**Famouri et Hooman, 2008**). 17
- Figure (I.16)** Enceinte rectangulaire inclinée contenant une plaque mince verticale chaude (**Altac et Kurtul, 2007**). 17
- Figure (I.17)** Cavités pour des cas différents. Le trait épais représente la section uniformément refroidie et la section hachurée représente la source de chaleur alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques (**Nicolas et Nanstee, 1993**). 18
- Figure (I.18)** Enceinte carrée avec le trait épais représente la source de chaleur, les parois supérieure et gauche sont refroidies, tandis que la paroi de fond et les sections restantes sont adiabatiques (**Delavar et al., 2011**). 19

- Figure (I.19)** Cavité carrée dont le trait épais représente la source de chaleur. Les parois verticales sont refroidies, tandis que la paroi supérieure et les parties restantes de la paroi de fond sont maintenues adiabatiques (**Saravanan et Sivaraj, 2011**). **20**
- Figure (I.20)** Plaque mince chauffée située au milieu d'une cavité carrée inclinée, (a) : position horizontale et (b) : position verticale (**Wang et al., 2012**). **21**
- Figure (I.21)** Enceinte triangulaire bidimensionnelle (**Zeng et al., 2013**). **21**
- Figure (II.1)** Géométrie du problème considéré. **22**
- Figure (III.1)** Volume de contrôle typique. **27**
- Figure (III.2)** Localisation des quantités vectorielles (U et V). **27**
- Figure (III.3)** Organigramme du code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER. **43**
- Figure (IV.1)** Effet du maillage sur la solution numérique ($Gr=10^5$, $Da=10^{-2}$, $Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$). **47**
- Figure (IV.2)** Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Khanafer et Chamkha (1999)** de la vitesse adimensionnelle U ($Gr=100$, $Re=100$, $Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$), pour deux valeurs du nombre de Darcy Da : (a) $Da=0.1$; (b) $Da=0.01$. **49**
- Figure (IV.3)** Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Magherbi et al. (2003)** de la génération d'entropie adimensionnelle S_{gen} en fonction du nombre de Rayleigh Ra, pour deux valeurs de ϕ (validation sans milieux poreux): $\phi=10^{-2}$, $\phi=3.10^{-3}$. **50**
- Figure (IV.4)** Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Basak et al. (2012)** ($Ra=10^5$, $Pr=0.70$). **51**
- Figure (IV.5)** Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Basak et al. (2012)** de la génération d'entropie locale due au transfert thermique S_h ($Ra=10^5$, $Pr=0.70$). **52**

- Figure (IV.6)** Fonction de courant adimensionnelle ψ dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Da = 10^{-3}$, $Pr = 0,71$ et $\varepsilon = 0,99$). **54**
- Figure (IV.7)** Profils des composantes de la vitesse adimensionnelle au milieu de la cavité, pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **55**
- Figure (IV.8)** Champs thermiques représentés par les isothermes dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **56**
- Figure (IV.9)** Distribution de la génération d'entropie locale S_{gen} adimensionnelle dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **57**
- Figure (IV.10)** Distribution de l'entropie locale S_h adimensionnelle due au transfert thermique dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **58**
- Figure (IV.11)** Les différents nombres adimensionnels en fonction du nombre de Darcy Da, pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$). **59**
- Figure (IV.12)** Variation du nombre de Nusselt moyen $Numoy$ en fonction du nombre de Darcy Da, pour différentes valeurs de nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$). **60**
- Figure (IV.13)** La fonction de courant adimensionnelle ψ (en haut) et les champs thermiques, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$). **62**
- Figure (IV.14)** Profils des composantes de la vitesse adimensionnelle au milieu de la cavité, pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$). **63**
- Figure (IV.15)** Les différents nombres adimensionnels en fonction du nombre de Grashof Gr, pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$). **64**

- Figure (IV.16)** Variation du nombre de Nusselt moyen $Numoy$ en fonction du nombre de Grashof Gr , pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$). **65**
- Figure (IV.17)** Fonction de courant adimensionnelle ψ dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Prandtl Pr ($Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **66**
- Figure (IV.18)** Champs thermiques représentés par les isothermes dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Pr ($Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **66**
- Figure (IV.19)** Distribution de l'entropie locale S_h adimensionnelle due au transfert thermique dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Pr ($Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **67**
- Figure (IV.20)** Les différents nombres adimensionnels en fonction du nombre de Darcy Da , pour différentes valeurs du nombre de Pr ($Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$). **68**
- Figure (IV.21)** Variation du nombre de Nusselt local Nu le long de la paroi verticale, pour différentes valeurs de Pr ($Gr=10^4$, $Da=10^{-3}$, $\varepsilon=0,99$). **69**
- Figure (IV.22)** Variation du nombre de Nusselt moyen $Numoy$ en fonction de Da , pour différentes valeurs de Pr ($Gr=10^4$, $\varepsilon=0,99$). **70**
- Figure (IV.23)** Variation de l'entropie totale St en fonction du nombre de Grashof Gr , pour différentes valeurs de la porosité ε ($Pr = 0,71$ et $Da=10^{-3}$). **71**
- Figure (IV.24)** Variation du nombre de Nusselt moyen $Numoy$ en fonction du nombre de Grashof Gr , pour différentes valeurs de la porosité ε ($Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$). **71**
- Figure (IV.25)** Champs thermiques représentés par les isothermes dans la cavité, plan (x-y), pour différentes dimensions de la source de chaleur ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **72**
- Figure (IV.26)** Variation du nombre de Nusselt local Nu le long de la paroi verticale, pour les trois géométries considérées ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$). **73**

- Figure (IV.27)** Variation du nombre de Nusselt moyen $Numoy$, pour les trois géométries considérées ($Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$). **74**
- Figure (IV.28)** Variation de l'entropie totale St , pour les trois géométries considérées ($Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$). **75**
- Figure (IV.29)** Profils des composantes de la vitesse adimensionnelle au milieu de la cavité, pour les trois positions de la source de chaleur ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $Da = 10^3$, $\varepsilon = 0,99$). **76**
- Figure (IV.30)** Variation du nombre de Nusselt moyen $Numoy$ en fonction du nombre de Darcy Da , pour les trois positions de la source de chaleur ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$). **77**
- Figure (IV.31)** Variation de l'entropie totale St en fonction du nombre de Darcy Da , pour les trois positions de la source de chaleur ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$). **78**

Liste des tableaux

Tableau (III.1) Variable ϕ , coefficient de diffusion Γ et le terme source S_ϕ pour les équations de notre problème.

Tableau (III.2) Les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques (**Patankar, 1980**).

Introduction générale

Le transfert de chaleur par convection naturelle dans les cavités, a longtemps présenté un intérêt dans le développement des systèmes d'ingénierie tel que : l'isolation thermique, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des systèmes électroniques, les machines électriques, de la géophysique, les réacteurs nucléaires, l'énergie solaire et ainsi de suite. C'est dans ce contexte que ce travail repose. Au cours de ces dernières décennies, de nombreux scientifiques travaillent sur la deuxième loi de la thermodynamique. L'entropie est devenue un terme utilisé par les biologistes, mathématiciens, sociologues, économistes, architectes, et surtout par les physiciens.

L'utilité de l'analyse de la génération d'entropie dans le problème de la convection naturelle permet d'obtenir une indication sur les modifications possibles visant à améliorer la performance thermique du système.

L'objectif de la présente étude est de simuler numériquement la génération d'entropie et les propriétés de transfert de chaleur d'un écoulement laminaire à l'intérieur d'une cavité carrée poreuse, dont les parois verticales gauche et droite sont chauffées et refroidies, respectivement, tandis que les parois horizontales supérieure et inférieure sont maintenues adiabatiques.

Les effets du nombre de Grashof, du nombre de Darcy, du nombre de Prandtl, de la porosité, et de la dimension et la position de la source de chaleur ont été étudiés à fin d'améliorer le transfert thermique et d'optimiser la génération d'entropie.

Le mémoire est divisé en quatre chapitres :

- ✓ **Le premier chapitre** est consacré à la présentation du milieu poreux et ses caractéristiques, ainsi une recherche bibliographique.
- ✓ **Le second chapitre** détaille la géométrie, le modèle mathématique, les hypothèses simplificatrices, le choix des variables adimensionnelles, et les conditions initiales et aux limites.
- ✓ **Le troisième chapitre** expose la méthode numérique utilisée.
- ✓ **Le quatrième et dernier chapitre** présente les résultats numériques avec discussion, suivie d'une conclusion générale.

Chapitre I : Généralités et revue bibliographique

I.1 Généralités

Dans cette section, on rappelle les différentes grandeurs caractéristiques du milieu poreux. Le lecteur intéressé, pourra consulter l'ouvrage de **Nield et Bejan (1999)**, pour de plus amples informations.

I.1.1 Description d'un milieu poreux et théorie de la continuité

En toute généralité, un milieu poreux est un matériel constitué par une matrice solide et des vides, appelés pores. La fraction volumique de vide d'une roche définit sa porosité totale. Ces vides peuvent être occupés par de l'eau, de l'air ou d'autres fluides.

Les milieux poreux naturels sont caractérisés par une extrême complexité de la distribution des pores, irrégulière, aussi bien en forme qu'en taille. Ainsi, si en théorie il est possible de décrire ce système à l'échelle du pore, les fortes hétérogénéités rendent cette description inatteignable lorsque la taille du système augmente. Ce constat force à envisager une approximation du système qui soit plus facile à manipuler que cette description microscopique. C'est ce que propose la théorie de la continuité. Dans cette théorie, le système physique réel discret est remplacé par un système continu dans lequel les propriétés physiques le décrivant varient continument dans l'espace. L'hypothèse sous-jacente est qu'un système physique réel, qui présente des variations très rapides à petite échelle, peut être approximée par un système dans lequel l'évolution spatiale des propriétés étudiées est suffisamment régulière, pour permettre l'utilisation du calcul différentiel pour décrire les processus s'y déroulant. Dans la représentation continue des milieux poreux, la valeur d'une variable physique en chaque point résulte d'une moyenne de la propriété physique réelle sur un volume élémentaire représentatif. Les dimensions d'un tel volume sont généralement grandes par rapport à la taille du grain, mais petites par rapport à la longueur caractéristique sur laquelle les quantités considérées varient.

I.1.2 Propriétés du milieu poreux

I. 1.2.1 Porosité (ε)

La porosité est définie comme le rapport du volume vide occupé par les pores, sur le volume total du milieu poreux soit :

$$\varepsilon = \frac{\text{Volumes des pores}}{\text{Volume total du milieu poreux}} \quad (\text{I.1})$$

I. 1.2.2 Perméabilité (K)

La perméabilité K se réfère à la capacité du milieu poreux à laisser passer le (ou les) fluides à l'intérieur des pores. D'une autre façon, la perméabilité K caractérise la résistance du milieu poreux à l'écoulement. La perméabilité K dépend de la porosité et de la géométrie de la matrice solide. Elle est indépendante de la nature du fluide utilisé. Généralement, K est déterminée par des mesures expérimentales, par le biais de la loi de Darcy. (1 Darcy = perméabilité d'un milieu poreux de 1 cm^2 de section, 1 cm de longueur, soumis à une différence de pression de 1 bar traversé par un fluide dont la vitesse de filtration est 1 cm/s , $1 \text{ Darcy} = 9.87 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2$).

I.1.2.3 Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R)

L'échelle du pore d varie généralement de $0.05 \text{ }\mu\text{m}$ pour les nano-pores, à 0.5 mm pour les macro-pores. Or, la distribution des pores et des grains est généralement très irrégulière. A cette échelle, la pression, la vitesse, la température varient donc très irrégulièrement d'un point à l'autre du domaine. On est donc menacé à effectuer une moyenne spatiale de ces grandeurs. Elles ont pour but d'éliminer les fluctuations à l'échelle du pore, mais pas les fluctuations à l'échelle macroscopique du milieu poreux L . Cette moyenne s'effectue donc sur des nombreux pores par l'intermédiaire d'un Volume Élémentaire Représentatif (V.E.R) du milieu, (voir figure I.1). De plus l'échelle l du V.E.R doit donc vérifier : $d \ll l \ll L$ (Delache, 2005).

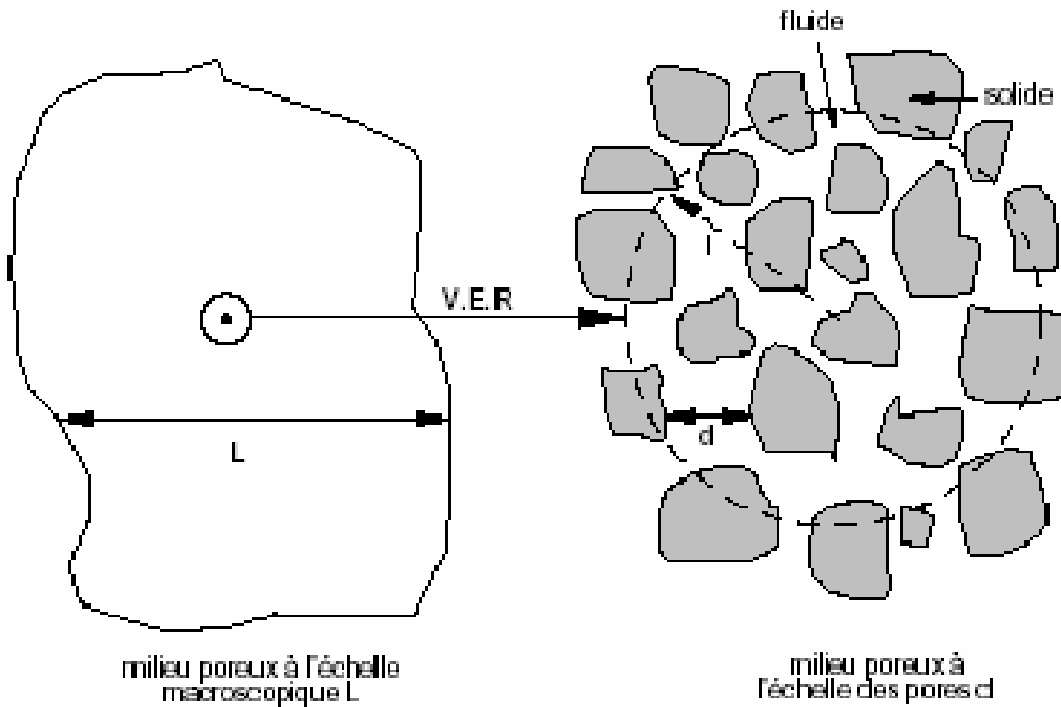


Figure (I.1) : Représentation schématique de la taille intermédiaire $\langle l \rangle$ du volume élémentaire représentatif (V.E.R) entre la taille du milieu poreux à l'échelle macroscopique $\langle L \rangle$ et à l'échelle des pores $\langle d \rangle$ (Delache, 2005).

I.1.3 Convection naturelle

La convection naturelle désigne le processus de transfert thermique résultant du mouvement des particules élémentaires d'un fluide entre des zones ayant des températures différentes. Ce mouvement entraîne un mélange intense des particules fluides, qui échangent de l'énergie et de la quantité de mouvement entre elles.

Contrairement à la convection forcée, dont le mouvement du fluide est dû à un apport externe d'énergie, la convection naturelle a pour origine les variations de la masse volumique au sein même du fluide, liées aux variations de sa température. La structure et l'intensité de la convection naturelle sont en relation directe avec les conditions thermiques qui la déclenchent, la nature du fluide et la géométrie de l'espace où a lieu le processus.

Le phénomène de la convection naturelle en milieu poreux est fréquemment rencontré dans la nature et dans la technologie. En général, on utilise le modèle de Darcy et l'approximation de Boussinesq pour modéliser la convection au sein d'un milieu poreux.

I.1.4 Modèle d'écoulement dans les milieux poreux

On utilise un modèle continu d'un milieu poreux basé sur le concept du volume élémentaire représentatif, pour bien décrire le bilan de quantité de mouvement d'un fluide visqueux newtonien en milieu poreux. Le modèle est de **Darcy -Forchheimer –Brinkman**.

L'équation vectorielle de conservation de la quantité de mouvement à travers un milieu poreux s'écrit (**Nield et Bejan, 1999**) :

$$\rho \underbrace{\left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{v}\vec{v}}{\varepsilon} \right) \right]}_{(a)} = \underbrace{-\frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla}(\varepsilon p)}_{(b)} + \underbrace{\rho \vec{g}}_{(c)} + \underbrace{\frac{\mu}{\varepsilon} \nabla^2 \vec{v}}_{(d)} - \underbrace{\frac{\mu}{K} \vec{v}}_{(e)} - \underbrace{\frac{C_{FP}}{K^{1/2}} |\vec{v}| \vec{v}}_{(f)}$$

A noter que :

\vec{v} : Une quantité moyennée à travers un volume élémentaire.

- (a) Forces inertielles macroscopiques.
- (b) Gradient de pression.
- (c) Forces de volumes.
- (d) Terme visqueux de Brinkman.
- (e) Terme de Darcy.
- (f) Terme de Forchheimer (Forces inertielles microscopiques).

I.2 Revue bibliographique

Les différents travaux expérimentaux et numériques que nous allons exposer dans la section revue bibliographique, ont été réalisés afin d'étudier l'influence de plusieurs paramètres sur la convection naturelle et la génération d'entropie, à l'intérieur des cavités.

Sankar et al. (2011) ont analysé numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée poreuse avec des parois verticales partiellement actives (voir figure I.2). Ils ont trouvé que l'emplacement des zones de chauffage a une influence significative sur le taux de transfert de chaleur, ce dernier se trouve à être plus élevé dans le cas **(b)** et augmente en augmentant le nombre de Grashof, la porosité et le numéro de Darcy (en particulier lorsque $Da \leq 10^{-3}$ et $Gr \geq 10^4$). En outre, les parois de la cavité partiellement (chauffées / refroidies), produisent un taux de transfert de chaleur supérieur par rapport aux parois entièrement (chauffées / refroidies).

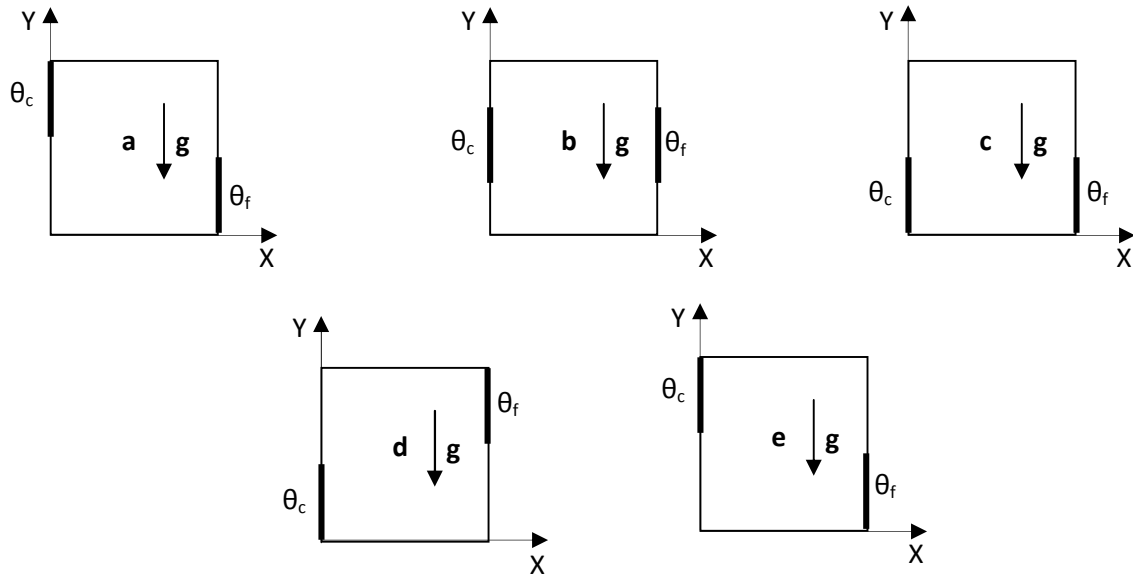


Figure (I.2) : Cavités carrées poreuses avec des parois verticales partiellement actives. Le trait épais sur la paroi gauche représente la section chauffée alors que la section refroidie est représentée par un trait épais sur la paroi droite de la cavité. Le reste des sections sont adiabatiques (**Sankar et al., 2011**).

Les effets de la taille et de l'emplacement de l'appareil de chauffage sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans un anneau poreux vertical ont été étudiés numériquement par **Sankar et al. (2011)**. Ils ont constaté que pour un faible nombre de Darcy (10^{-6}), le taux de transfert de chaleur est plus élevé lorsque l'appareil de chauffage est situé au milieu de la paroi intérieure, mais lors que le nombre de Darcy augmente, l'endroit du dispositif se déplace vers l'extrémité inférieure de la paroi intérieure. En outre, l'effet de la porosité sur le taux global de transfert de chaleur est faible à faible nombre de Darcy, alors que son effet devient significatif à des valeurs plus élevées du nombre de Darcy.

Kaluri et Basak (2010) ont fait une étude qui se concentre sur l'amélioration du traitement thermique des matériaux, pendant la convection naturelle dans quatre cavités carrées poreuses discrètement chauffées (voir figure I.3). Ils ont trouvé que le mélange thermique est élevé dans le cas **(b)**, où les sources de chaleur sont situées au centre de la paroi de la cavité.

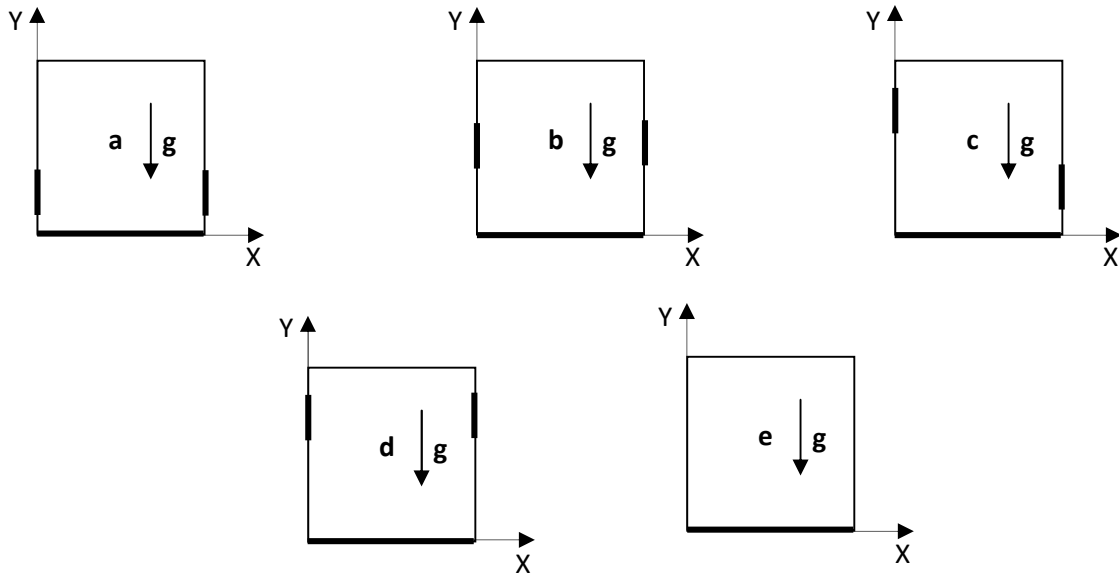


Figure (I.3) : Cavités carrées poreuses avec des parois verticales partiellement actives. La paroi supérieure est adiabatique. La ligne épaisse représente la section chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides. (Kaluri et Basak, 2010).

Soleimani et al. (2011) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée fermée, pour déterminer la localisation optimale de deux sources de chaleur (source-puits). Les résultats numériques révèlent que les configurations optimales sont en fonction du nombre de Rayleigh et les dimensions des sources et des puits ; l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une diminution de la source de chaleur, mais une augmentation du dissipateur de chaleur.

Kaluri et Basak (2011) ont étudié la minimisation d'entropie due à la convection naturelle dans des cavités carrées remplies de milieu poreux, pour les applications du traitement thermique des matériaux (voir figure I.4). Les résultats indiquent que la méthode de chauffage avec la distribution des sources de chaleur dans le cas (c), peut être une stratégie efficace et optimale pour avoir : une uniformité de température, une production d'entropie plus faible et un rendement énergétique plus élevé dans le traitement thermique des matériaux. Par ailleurs, la production totale d'entropie est assez grande pour un nombre de Darcy élevé.

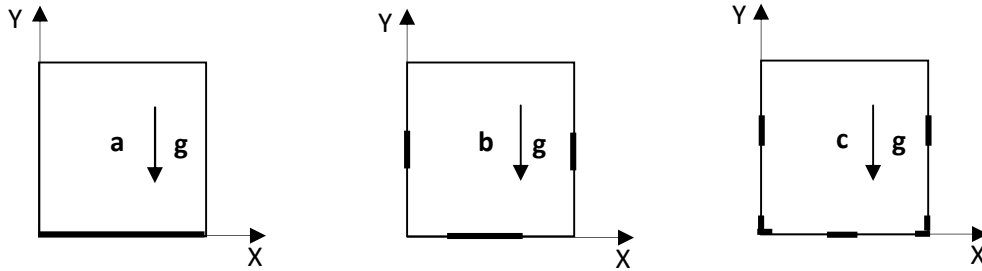


Figure (I.4) : Cavités pour des cas différents. La paroi supérieure est adiabatique. Le trait épais représente la section uniformément chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides (Kaluri et Basak, 2011).

La génération d'entropie des régimes incompressible et compressible avec des propriétés variables a été étudiée numériquement par Alipanah et al. (2010). Il a été constaté que la production d'entropie augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh et diminue également avec l'augmentation de la différence de température. Les résultats ont montré que l'entropie générée pour l'écoulement compressible est toujours plus que l'écoulement incompressible. En outre, la différence entre le flux compressible et incompressible diminue avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Kaluri et Basak (2011) ont fait une étude détaillée sur la génération d'entropie pendant la convection naturelle dans des cavités carrées discrètement chauffées (voir figure I.5). Ils ont démontré que pour minimiser la production d'entropie, le cas (c) peut être préférable mais à un nombre de Prandtl égal à **0.015**, alors que pour des valeurs élevées de ce dernier le cas (b) est optimal. En outre, la production d'entropie totale est similaire pour un nombre de Prandtl supérieur ($Pr = 10, 1000$).

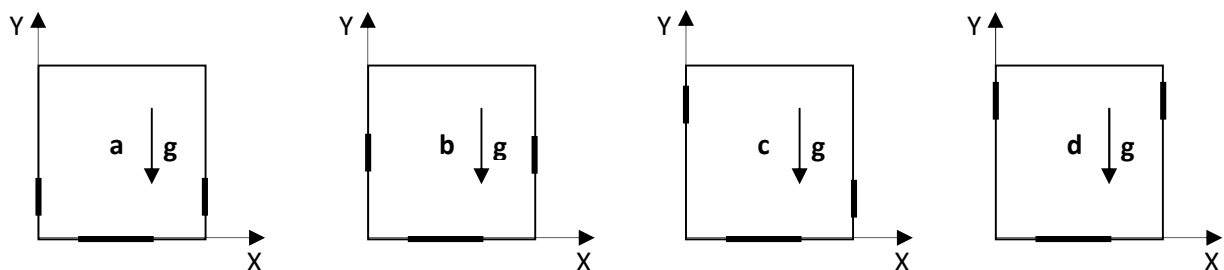


Figure (I.5) : Cavités pour des cas différents. La paroi supérieure est adiabatique. Le trait épais représente la section uniformément chauffée alors que les sections restantes sont maintenues froides (Kaluri et Basak, 2011).

Oztop et al. (2011) ont fait la simulation numérique de la convection naturelle dans des enceintes à parois ondulées (haut et bas) avec des sources de chaleur volumétriques. Les résultats numériques indiquent que le transfert de chaleur est prévu pour être une fonction décroissante de l'ondulation des parois supérieure et inférieure en cas de $Ra_I / Ra_E > 1$ et $Ra_I / Ra_E < 1$.

Basak et al. (2012) ont analysé numériquement la production d'entropie lors de la convection naturelle dans des cavités triangulaires remplies de milieu poreux, à angle droit avec différentes conditions thermiques aux limites (voir figure I.6). Ils ont trouvé que l'angle $\varphi = 15^\circ$, pour les cavités triangulaires, peut être l'angle optimale pour le traitement thermique pour tout type de fluide, en raison du taux élevé de transfert de chaleur, de la production d'entropie du mélange thermique et de l'entropie totale optimale pour toutes les stratégies de chauffage, surtout à un nombre de Darcy égale à 10^{-4} .

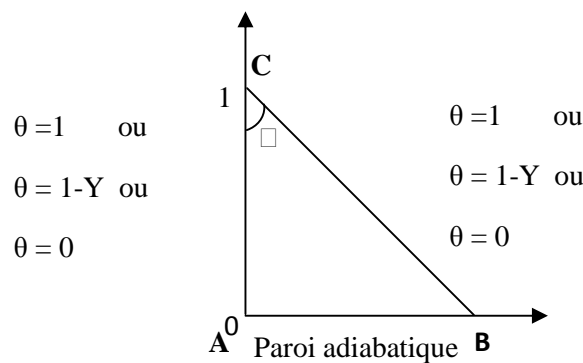


Figure (I.6) : Cavité triangulaire à angle droit avec différentes conditions thermiques (**Basak et al., 2012**).

La génération d'entropie dans des cavités rectangulaires soumises au processus de la convection naturelle, en raison de la différence de température entre les parois verticales, a été étudiée par **Oliveski et al. (2009)**. Les résultats montrent que le problème thermique et hydrodynamique sont fortement couplés. Pour une configuration thermo-physique impliquant la convection naturelle, les configurations géométriques avec des rapports d'aspect mineurs est le meilleur choix (la diminution du rapport d'aspect implique l'accroissement de l'efficacité des systèmes).

Valencia et Frederick (1989) ont présenté une analyse numérique de la convection naturelle de l'air dans des cavités carrées avec des parois verticales partiellement actives, ils ont considéré cinq positions relatives différentes des zones actives (voir figure I.7). Ils ont trouvé que la circulation dépend fortement de la longueur totale de sortie des zones actives, par contre le transfert de chaleur dépend moins de ce paramètre. En outre, le transfert de chaleur dans le cas **(d)** est élevé, car cette situation donne la distance minimale entre les points situés sur les surfaces chaudes et froides.

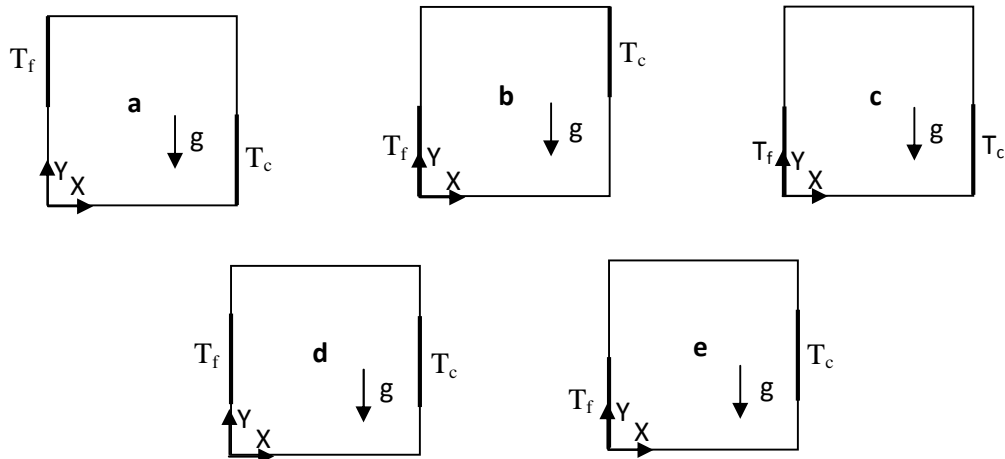


Figure (I.7) : Cavités pour des cas différents. Le trait épais représente les sections uniformément chauffées et refroidies alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques (**Valencia et Frederick, 1989**).

Kandaswamy et Eswaramurthi (2008) ont fait l'étude de la convection induite dans une cavité carrée poreuse avec des températures variables des parois latérales. Les résultats révèlent que l'effet de la densité maximale est de ralentir la convection naturelle et de réduire le transfert de chaleur moyen. La force de la convection et la vitesse de transfert de chaleur deviennent plus faible en raison de la limitation d'écoulement dans le milieu poreux à faible porosité.

L'influence des conditions aux limites sur la convection naturelle laminaire dans des enceintes rectangulaires à parois latérales différentiellement chauffées a été étudiée numériquement par **Turan et al. (2012)** (voir figure I.8). Ils ont démontré que le transport convectif thermique augmente alors que le transport diffusif diminue avec l'augmentation du rapport d'aspect pour les deux conditions aux limites. Cependant, l'intensification de transport convectif par rapport à l'affaiblissement du transport thermique diffusif est plus répandue dans le cas **(b)** que dans le **(a)**, pour les mêmes valeurs numériques du nombre de Rayleigh.

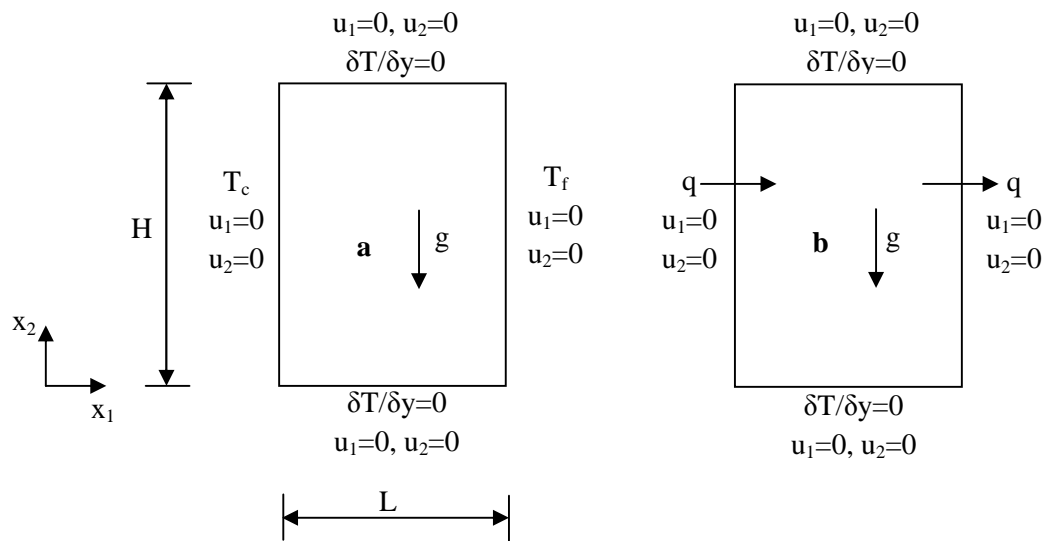


Figure (I.8) : Conditions aux limites des enceintes rectangulaires à parois latérales différentiellement chauffées (Turan et al., 2012).

Hossain et Wilson (2002) ont étudié la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire avec un dégagement de chaleur interne. Les parois, horizontale supérieure et verticale droite de l'enceinte sont refroidies. La paroi de fond est chauffée à une température constante, tandis que la paroi verticale gauche est chauffée mais elle est considérée comme non-isotherme. Ils ont trouvé que la production de chaleur dans le fluide réduit les gradients thermiques proches de la paroi inférieure chauffée de l'enceinte, ce qui entraîne une augmentation des gradients sur les parois froides du haut et à droite. En outre, l'augmentation de la porosité réduit le débit volumétrique du fluide dans le tourbillon dominant et conduit à une réduction générale de transfert de chaleur au niveau des parois.

Ilis et al. (2008) ont fait une étude numérique sur la production totale d'entropie dans des cavités rectangulaires ayant la même aire, mais différents rapports d'aspect. Les parois verticales de la cavité sont à différentes températures constantes, tandis que les parois horizontales sont portées adiabatiques (voir figure I.9). Les résultats montrent que la production totale d'entropie dans une cavité augmente avec le nombre de Rayleigh, mais le taux de croissance dépend du rapport d'aspect. Pour le même nombre de Rayleigh, la production totale d'entropie pour une cavité de hauteur peut être inférieure à celle d'une cavité de hauteur plus moins.

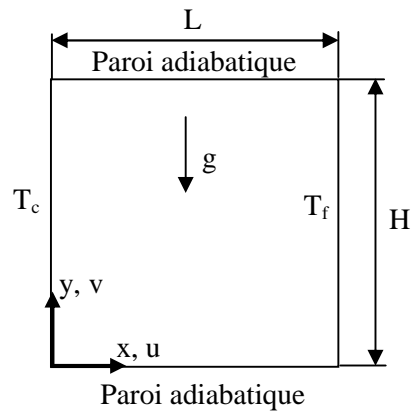


Figure (I.9) : Cavité rectangulaire avec les parois verticales sont portées à différentes températures constantes, tandis que les parois horizontales sont adiabatiques (Ilis et al., 2008).

La répartition optimale des sources de chaleur discrètes sur une paroi lors de la convection naturelle a été étudiée par **Silva et al. (2004)**. Il est indiqué que la distribution optimale n'est pas uniforme (les sources ne sont pas équidistantes), et quand le nombre de Rayleigh augmente les sources de chaleur placées près de la pointe d'une couche limite devraient avoir des espacements zéro.

Basak et al. (2006) ont fait une étude numérique pour l'écoulement laminaire stable au cours de la convection naturelle dans une cavité avec un chauffage uniforme et non-uniforme de la paroi de fond (voir figure I.10). Ils ont observé que le chauffage non-uniforme de la paroi inférieure produit des taux plus élevés de transfert de chaleur au centre de la paroi de fond que le cas de chauffage uniforme, pour tous les nombres de Rayleigh.

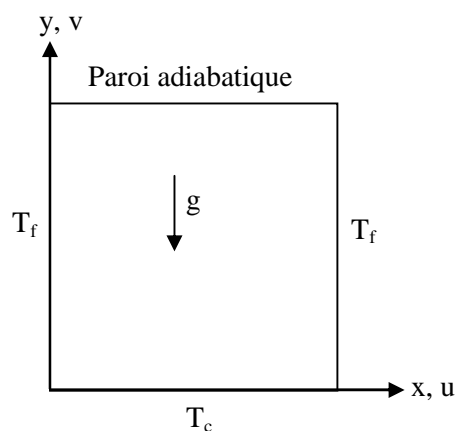


Figure (I.10) : Cavité carrée avec les parois verticales sont uniformément refroidies. La paroi horizontale supérieure est adiabatique, tandis que la paroi horizontale de fond est uniformément chauffée (Basak et al., 2006).

Varol et al. (2009) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée chauffée. Ils ont observé que le transfert de chaleur est maximal ou minimal en fonction de l'angle d'inclinaison et l'effet du nombre de Prandtl sur le nombre de Nusselt moyen est plus importante pour $Pr < 1$.

Nithyadevi et al. (2007) ont étudié la convection naturelle dans une cavité rectangulaire avec des parois latérales partiellement actives (voir figure I.11). Ils ont constaté que le taux de transfert de chaleur est élevé pour la position de bas-haut thermiquement active, tandis que le taux de transfert de chaleur est faible à l'emplacement haut-bas thermiquement actif. Le taux de transfert de chaleur est amélioré, quand la portion froide est placée en haut de l'enceinte. Par ailleurs, le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect.

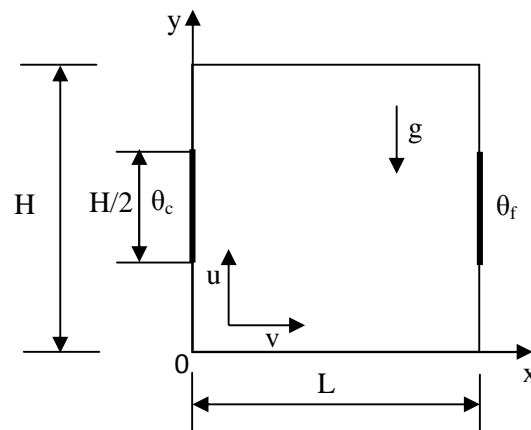


Figure (I.11) : Cavité rectangulaire avec des parois latérales partiellement actives, tandis que les parois horizontales de la cavité sont maintenues adiabatiques (**Nithyadevi et al., 2007**).

Abu-Hijleh et al. (1999) ont prédit numériquement la production d'entropie due à la convection naturelle, pour trois rayons et une large gamme du nombre de Rayleigh pour un cylindre isotherme. Les résultats révèlent que la génération d'entropie totale diminue avec l'augmentation de la dimension du cylindre pour une valeur donnée du nombre de Rayleigh.

Huei Chen et Chen (2007) ont simulé numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée avec des sources de chaleur discrètes pour les parois gauche et inférieure (voir figure I.12). Les résultats numériques indiquent que le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de Rayleigh dans les deux cas. En outre, l'effet de la vitesse du transfert de chaleur due à la résistance de chauffage est plus important dans le cas (b) que dans le cas (a). Pour l'effet de la dimension de chauffage, on constate qu'en augmentant la longueur du segment de la source de chaleur, le taux de transfert de chaleur est progressivement augmenté dans les deux cas.

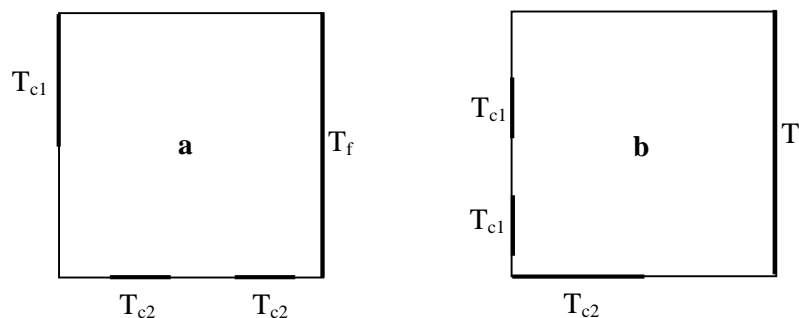


Figure (I.12) : Cavités pour des cas différents. Le trait épais représente les sections uniformément chauffées et refroidies alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques (**Huei Chen et Chen, 2007**).

Nithiarasu et al. (1997) ont fait une étude paramétrique détaillée pour l'écoulement de la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire remplie de milieu poreux saturé de porosité variable. Ils ont montré que l'épaisseur de la couche poreuse et la nature de la variation de la porosité affecte de manière significative la structure de l'écoulement de la convection naturelle, ainsi que les caractéristiques du transfert de chaleur.

Ögüt (2009) ont fait une étude sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte carrée inclinée, où le côté vertical gauche est chauffé avec un flux de chaleur constant, le côté droit est refroidi, tandis que les autres côtés sont maintenus adiabatiques (voir figure I.13). Les résultats montrent que la longueur chauffée est un paramètre important qui influe sur les champs de température et de débit. Le transfert de chaleur moyen diminue avec une augmentation de la longueur de l'élément chauffant.

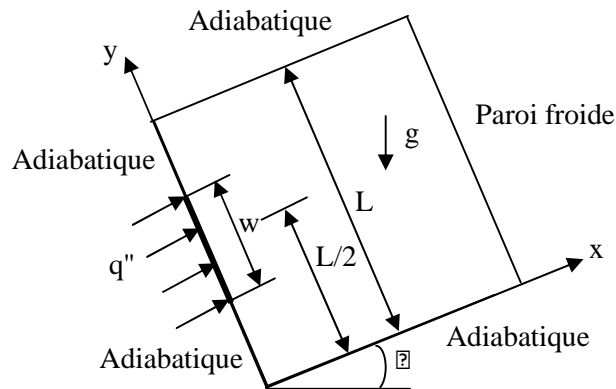


Figure (I.13) : Enceinte carrée inclinée avec le côté vertical gauche est chauffé avec un flux de chaleur constant, le côté droit est refroidi, tandis que les autres côtés sont maintenus adiabatiques (Ögüt, 2009).

La convection naturelle dans une enceinte dont les parois latérales sont partiellement chauffées et les parois horizontales sont adiabatiques, avec une génération de chaleur interne a été étudiée numériquement par **Kandaswamy et al. (2008)**. Il a été observé que le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof en raison d'une augmentation de la force de flottabilité, et diminue avec l'augmentation de la production de chaleur. En outre, le transfert de chaleur est maximal quand les emplacements des parties chauffées/refroidies sont au milieu des parois latérales.

L'effet du nombre de Prandtl sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une enceinte triangulaire avec un chauffage localisé a été analysé par **Koca (2007)**. La paroi de fond du triangle est partiellement chauffée, tandis que la paroi inclinée est maintenue à une température uniforme inférieure à celle de la paroi chauffée. Les parois restantes sont adiabatiques. Il a été constaté que les deux champs de température et de débit sont affectés par le changement du nombre de Prandtl, l'emplacement du dispositif de chauffage et la durée de chauffage, ainsi que le nombre de Rayleigh.

Deshmukh et al. (2011) ont étudié la convection naturelle dans une cavité rectangulaire avec une génération de chaleur uniforme, pour différents nombre de Prandtl (voir figure I.14). Les résultats indiquent que l'écoulement permanent de la convection dans la cavité dépend de la valeur critique du nombre de Rayleigh, dont ce dernier dépend de la température maximale et de son emplacement. Pour un nombre de Rayleigh faible, le nombre de Prandtl n'a aucun effet sur la température maximale, tandis que cette dernière reste indépendante de l'angle d'inclinaison. Par ailleurs, les oscillations sont absentes dans les cavités inclinées, avec un angle supérieur ou égal à 15° .

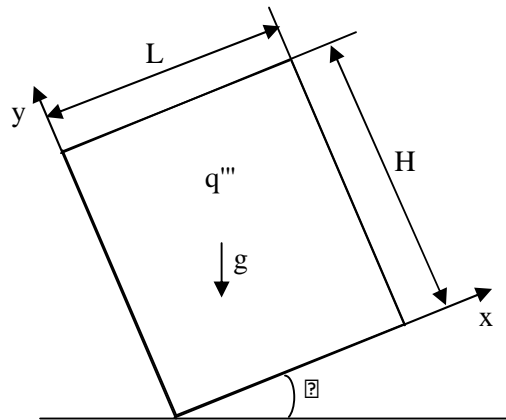


Figure (I.14) : Cavité rectangulaire avec une génération de chaleur volumétrique (**Deshmukh et al., 2011**).

Corvaro et Paroncini (2008) ont analysé expérimentalement et numériquement l'influence de la position de la source de chaleur sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité carrée. Ils ont observé que la configuration de la source de chaleur, qui est située au centre, indique une évolution symétrique de ce phénomène et donc une répartition symétrique du nombre de Nusselt local.

Famouri et Hooman (2008) ont étudié numériquement la génération d'entropie pour la convection naturelle par des cloisons chauffées dans une cavité. Les parois horizontales de la cavité sont maintenues adiabatiques, tandis que les parois verticales sont refroidies à température constante (voir la figure I.15). Ils ont montré que, le terme du frottement du fluide n'a presque aucune contribution à la production d'entropie, par contre, l'irréversibilité de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Nusselt et la différence de température.

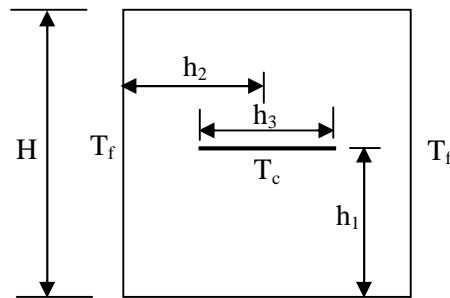


Figure (I.15) : Cloison chauffée à l'intérieur d'une cavité. Les parois horizontales de la cavité sont maintenues adiabatiques et les parois verticales sont refroidies à température constante (**Famouri et Hooman, 2008**).

Varol et al. (2008) ont fait l'analyse numérique de la production d'entropie due à la convection libre dans des boîtiers triangulaires partiellement chauffés. Ils ont dérivé que la production d'entropie due au transfert de chaleur et l'irréversibilité du frottement du fluide, sont affectées par l'inclinaison de l'angle supérieur du triangle et la longueur du chauffage.

Altac et Kurtul (2007) ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans des enceintes rectangulaires inclinées contenant une plaque mince verticale chaude, cette plaque agit comme une source de chaleur dans le milieu (voir figure I.16). Les résultats indiquent que, le nombre de Nusselt moyen reste à peu près le même pour des angles d'inclinaison inférieurs ou égaux à $22,5^\circ$, puis il diminue avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison. En outre, pour un faible nombre de Rayleigh et une hauteur petite de la plaque, les taux de transfert de chaleur par rapport à l'angle d'inclinaison sont presque les mêmes.

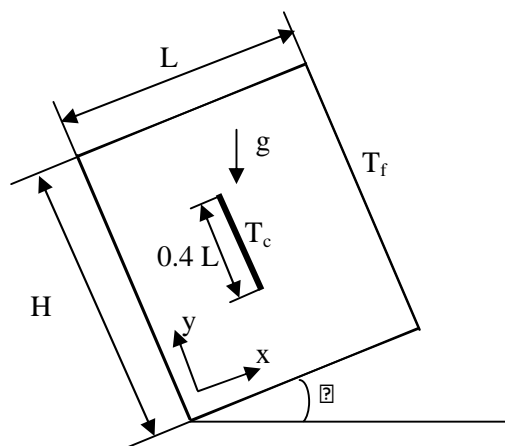


Figure (I.16) : Enceinte rectangulaire inclinée contenant une plaque mince verticale chaude (**Altac et Kurtul, 2007**).

Ridouane et Campo (2006) ont fait l'analyse des performances de la convection libre dans des cavités circulaires ayant deux côtés verticaux courbés actifs et deux côtés horizontaux courbés inactifs. Ils ont démontré que la cavité circulaire possède un meilleur équilibre entre l'amélioration du transfert de chaleur et la dimension en section transversale, par rapport à la cavité carrée standard. Le côté de la cavité carrée est similaire au diamètre de la cavité circulaire.

Nicolas et Nanstee (1993) ont étudié expérimentalement la convection naturelle à l'intérieure d'une enceinte carrée, dans laquelle une partie de la paroi inférieure est chauffée ($2/3 L$), tandis que la paroi droite est refroidie à température constante (voir figure I.17). Les résultats indiquent qu'aucune variation notable dans la structure de l'écoulement de base n'a été observée pour la gamme $1/3 \leq l/L \leq 2/3$. En outre, une légère tendance à l'augmentation du transfert de chaleur de la partie refroidie avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

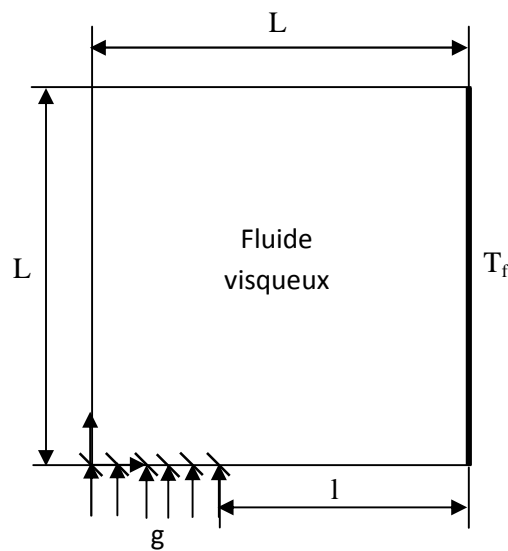


Figure (I.17) : Cavité pour des cas différents. Le trait épais représente la section uniformément refroidie et la section hachurée représente la source de chaleur, alors que les sections restantes sont maintenues adiabatiques (**Nicolas et Nanstee, 1993**).

La génération d'entropie due à la convection naturelle dans une enceinte chauffée localement par le bas, a été étudiée numériquement par **Mukhopadhyay (2010)**. Il a été démontré que le taux minimal de la production d'entropie a été atteint pour la même condition à laquelle a été obtenue la température minimale de chauffage.

L'effet de l'emplacement du dispositif de chauffage sur le transfert de chaleur et la production d'entropie dans une cavité carrée, a été étudié par **Delavar et al. (2011)**. Le dispositif de chauffage est situé à la paroi droite, les parois supérieure et gauche sont refroidies, tandis que la paroi de fond et les sections restantes sont maintenues adiabatiques (voir figure I.18). Les résultats montrent que le transfert de chaleur augmente à partir des parois froides, où le dispositif de chauffage est situé sur la paroi verticale. Le taux de transfert de chaleur augmente à partir de la surface de l'élément chauffant, lorsque le dispositif de chauffage est situé sur la paroi horizontale de la cavité.

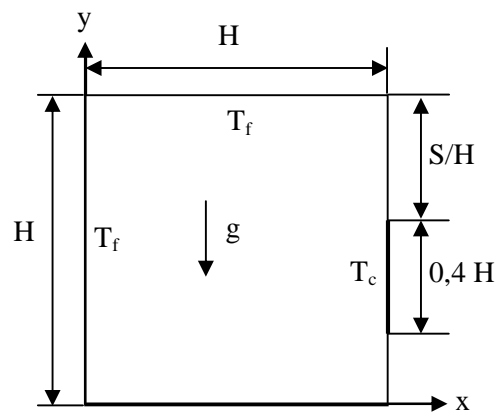


Figure (I.18) : Enceinte carrée avec le trait épais représente la source de chaleur, les parois supérieure et gauche sont refroidies, tandis que la paroi de fond et les sections restantes sont maintenues adiabatiques (**Delavar et al., 2011**).

Krishna et al. (2008) ont analysé numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée contenant un milieu poreux anisotrope, avec génération de la chaleur hydrodynamique et thermique. Ils ont constaté que les propriétés anisotropes ont une influence significative sur le comportement de l'écoulement et le transfert de chaleur.

Saravanan et Sivaraj (2011) ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée remplie d'air, avec une source de chaleur non-uniforme localisée et montée centralement sur la paroi de fond. Les parois verticales sont refroidies, tandis que la paroi supérieure et les parties restantes de la paroi de fond sont maintenues adiabatiques (voir figure I.19). Ils ont constaté que pour $Gr = 10^6$, le chauffage non-uniforme de la source améliore nettement le taux global du transfert de chaleur par rapport à un chauffage uniforme de la source de chaleur, alors que pour $Gr = 10^7$ son effet est négligeable.

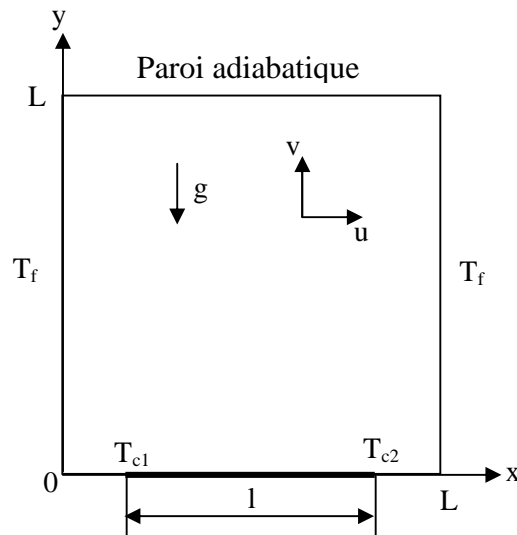


Figure (I.19) : Cavité carrée dont le trait épais représente la source de chaleur. Les parois verticales sont refroidies, tandis que la paroi supérieure et les parties restantes de la paroi de fond sont maintenues adiabatiques (Saravanan et Sivaraj, 2011).

Nabavizadeh et al. (2012) ont fait la simulation numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée contenant un cylindre sinusoïdale à différentes amplitudes. Les résultats montrent que, en augmentant l'amplitude (le nombre d'ondulations) ou en changeant l'angle, peut changer le coefficient de transfert de chaleur, qui a une influence considérable sur la température et le champ de fluide.

Wang et al. (2012) ont fait l'analyse numérique du transfert de chaleur par convection, à partir d'une plaque mince chauffée située au milieu d'une cavité carrée inclinée (voir figure I.20). Ils ont montré que l'écoulement du fluide et les champs de température dépendent fortement du nombre de Rayleigh et des angles d'inclinaison. En outre, pour la position verticale de la plaque mince, le transfert de chaleur augmente avec un angle d'inclinaison ϕ inférieur à différents nombres de Rayleigh.

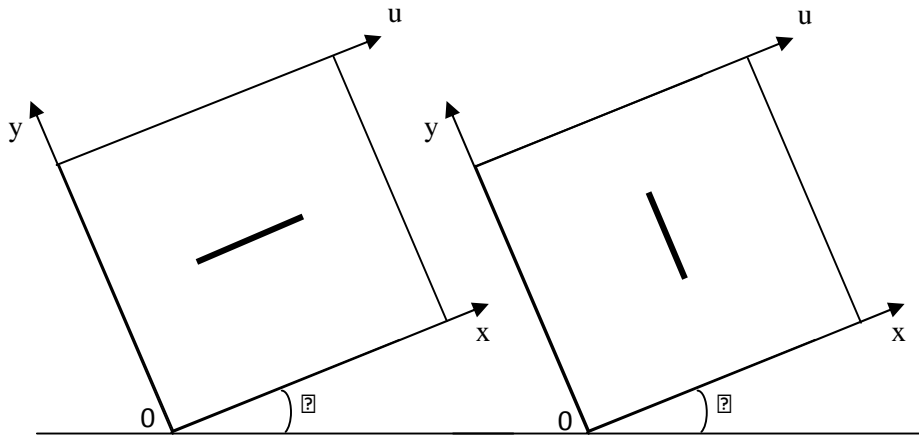


Figure (I.20) : Plaque mince chauffée située au milieu d'une cavité carrée inclinée,

(a) : position horizontale et (b) : position verticale (**Wang et al., 2012**).

Hasan et al. (2012) ont fait une étude numérique sur la convection naturelle dans une enceinte carrée différentiellement chauffée, avec des parois latérales ondulées pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Les résultats montrent que l'augmentation de l'amplitude d'ondulation et de la fréquence d'ondulation réduit le taux de transfert de chaleur, indiqué par la réduction du nombre de Nusselt moyen.

La convection naturelle stable dans une enceinte triangulaire bidimensionnelle remplie de milieu poreux, a été étudiée numériquement par **Zeng et al. (2013)** (voir figure I.21). L'étude démontre que, tant le terme **DaRa** augmente, la convection devient relativement importante. Dans cette situation, la conduction est encore dominée à proximité de la zone d'angle gauche, tandis que la convection devient relativement importante dans la zone de repos.

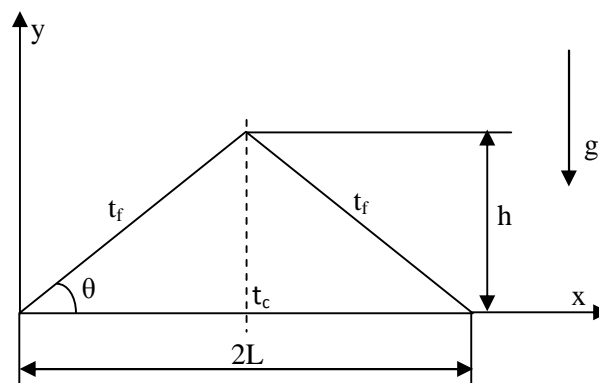


Figure (I.21) : Enceinte triangulaire bidimensionnelle (**Zeng et al., 2013**).

Chapitre II : Géométrie du problème et formulation mathématique

II.1 Introduction

Le transfert de chaleur par convection naturelle est dû à l'action simultanée des différences de température au sein du fluide et d'un champ de forces massiques, au contact d'un corps chaud, la température du fluide augmente, donc sa masse volumique décroît. Le fluide de masse volumique plus élevée, exerce une poussée d'Archimède vers le haut, la masse du fluide chaud s'élève en enlevant de la chaleur au corps, elle est remplacée par une masse de fluide froid qui est au contact du corps, s'échauffe et ainsi de suite.

Les phénomènes de convection naturelle sont décrits par les équations générales de la dynamique des fluides, complétées par l'équation d'énergie déduite de l'application du premier principe de la thermodynamique et une équation de continuité.

II.2 Géométrie du problème

La convection naturelle est étudiée dans une cavité carrée poreuse contenant un fluide visqueux. Les parois verticales de l'enceinte sont maintenues isothermes, dont la paroi gauche à une température chaude (T_c) et la paroi droite à une température froide (T_f). Par ailleurs, les parois horizontales (inférieure et supérieure) sont adiabatiques. Noter que trois cas différents concernant la dimension de la source de chaleur (paroi gauche) sont illustrés dans les figures (II.1a-c).

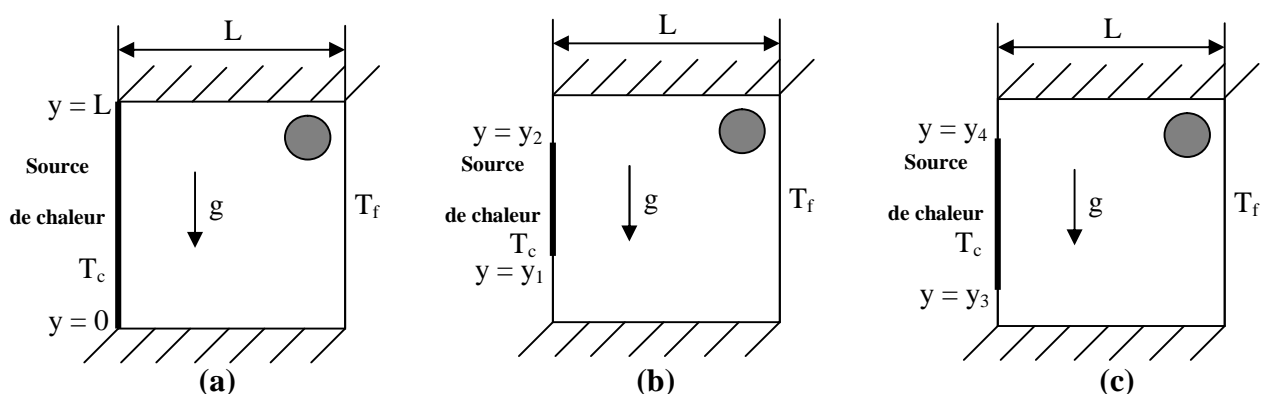


Figure (II.1) : Géométries du problème considéré, avec : $y_1 = 0,375 L$, $y_2 = 0,625 L$, $y_3 = 0,25 L$ et $y_4 = 0,75 L$, où L est la dimension de la cavité carrée.

- (a) La source de chaleur située le long de la paroi gauche ; (b) La source de chaleur située au milieu de la paroi gauche ; (c) La source de chaleur située presque le long de la paroi gauche.

II.3 Hypothèses simplificatrices

- 1- Fluide Newtonien, visqueux et incompressible.
- 2- Écoulement bidimensionnel (suivant les coordonnées cartésiennes x et y).
- 3- Régime laminaire et stationnaire.
- 4- Le milieu poreux est isotrope, homogène et saturé par un seul fluide qui est en équilibre thermique avec la matrice poreuse (**Maougal et Bessaïh, 2013**).
- 5- La dissipation visqueuse dans l'équation d'énergie est négligeable.
- 6- La viscosité du fluide est égale à la viscosité du milieu poreux (**Lundgren, 1972**).
- 7- Les propriétés physiques du fluide (ρ , ν , C_p , k) sont supposées constantes.
- 8- L'approximation de Boussinesq est valide, elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables aux niveaux de tous les termes des équations de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$), sauf au niveau du terme de gravité. La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit (**Bejan, 2004**) :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta (T - T_0)]$$

T_0 : Température de référence.

β : Coefficient d'expansion thermique à pression constante.

ρ_0 : Masse volumique du fluide à T_0 .

II.4 Formulation mathématique

L'écoulement est modélisé par l'équation de **Darcy-Brinkman-Forchheimer** dans le milieu poreux et l'équation de Navier-Stokes dans la région fluide. Le champ thermique par l'équation de l'énergie. Aux parois verticales de la cavité, les températures de la paroi gauche (T_c) et de la paroi droite (T_f) sont imposées.

En prenant compte de toutes ces hypothèses, les équations dimensionnelles peuvent s'écrire comme suit (**Sankar et al., 2011**) :

- ◆ Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (\text{II.1})$$

- ◆ Equation de quantité de mouvement projetée suivant la direction x :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] - \frac{\nu}{K} u - \frac{Fc}{\sqrt{K}} u \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (\text{II.2})$$

- ◆ Equation de quantité de mouvement projetée suivant la direction y :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\nu}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] - \frac{\nu}{K} v - \frac{Fc}{\sqrt{K}} v \sqrt{u^2 + v^2} + g\beta(T - T_0), \quad (\text{II.3})$$

- ◆ Equation de conservation d'énergie :

$$\sigma \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]. \quad (\text{II.4})$$

II.5 Adimensionnalisation des équations

Les équations dimensionnelles sont développées sous forme adimensionnelle par l'utilisation des variables caractéristiques suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{uL}{\nu}, \quad V = \frac{vL}{\nu}, \quad \theta = \frac{T - T_f}{T_c - T_f}, \quad P = \frac{pL^2}{\rho\nu^2}, \quad \tau = \frac{t\nu}{L^2}$$

- ◆ Equation de continuité

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (\text{II.5})$$

- ◆ Equation de quantité de mouvement projetée suivant la direction x :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] - \frac{U}{Da} - \frac{Fc}{\sqrt{Da}} U \sqrt{U^2 + V^2}, \quad (\text{II.6})$$

- ◆ Equation de quantité de mouvement projetée suivant la direction y :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left[U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right] = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] - \frac{V}{Da} - \frac{Fc}{\sqrt{Da}} V \sqrt{U^2 + V^2} + Gr\theta, \quad (\text{II.7})$$

- ◆ Equation de conservation d'énergie :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right]. \quad (\text{II.8})$$

où :

$$Fc \left(= \frac{1.75}{\sqrt{150\varepsilon^{3/2}}} \right) \text{ (Sankar et al., 2011)}. \quad (\text{II.9})$$

U et V sont les vitesses adimensionnelles, respectivement, dans les directions X et Y. Le nombre de Darcy, le nombre de Grashof et le nombre de Prandtl sont définis par : $Da = K/L^2$, $Gr = g\beta\Delta TL^3/\nu^2$ et $Pr = \nu/\alpha$.

II.6 Conditions initiales et aux limites

Les conditions initiales et aux limites sous forme adimensionnelle sont comme suit:

Pour $\tau = 0$, $U = V = 0$, $\theta = 0$

Pour $\tau > 0$:

à $X = 1, 0 \leq Y \leq 1: U = V = 0, \theta = 0$ (Paroi froide)

à $Y = 0, 0 \leq X \leq 1: U = V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$ (Paroi inférieure adiabatique)

à $Y = 1, 0 \leq X \leq 1: U = V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$ (Paroi supérieure adiabatique)

- Géométrie 1:

à $X = 0, 0 \leq Y \leq 1: U = V = 0, \theta = 1$ (Source de chaleur)

- Géométrie 2:

à $X = 0, Y_1 \leq Y \leq Y_2: U = V = 0, \theta = 1$ (Source de chaleur)

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq Y \leq Y_1 \\ Y_2 \leq Y \leq 1 \end{array} \right\} : \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (\text{Sections adiabatiques})$$

- Géométrie 3:

à $X = 0, Y_3 \leq Y \leq Y_4: U = V = 0, \theta = 1$ (Source de chaleur)

$$\left. \begin{array}{l} 0 \leq Y \leq Y_3 \\ Y_4 \leq Y \leq 1 \end{array} \right\} : \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0 \quad (\text{Sections adiabatiques})$$

Avec : $Y_1 = 0,375, Y_2 = 0,625, Y_3 = 0,25$ et $Y_4 = 0,75$.

Chapitre III : Méthode numérique

III.1 Introduction

La méthode des volumes finis est la méthode qui sera pour résoudre les équations précédentes (II.5 à II.8). Il existe des méthodes alternatives comme la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis qui sont également disponibles. Chaque méthode possède ses propres avantages et inconvénients.

La méthode des volumes finis est largement répandue dans la discrétisation des équations régissant dans l'espace et le temps. La discrétisation transforme les équations différentielles du modèle mathématique en équations algébriques. Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volumes finis jointifs, appelés volumes de contrôle, couvrant le domaine physique. La méthode des volumes finis maintient une base physique, qui garantit la conservation de masse et de quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et dans tout le domaine du calcul.

III.2 Maillage

Comme présenté dans la figure III.1, le domaine d'étude est subdivisé en volumes finis. Chaque volume de contrôle a une dimension $\Delta X * \Delta Y * 1$. Au centre de chaque volume de contrôle sont stockées les quantités scalaires (P, θ) et les quantités vectorielles (U, V) sont localisées aux faces des volumes de contrôle e, w, n et s, (voir figure III.2). Notons que P est le centre du volume de contrôle considéré et E, W, N, S sont les centres des volumes de contrôle adjacents situés respectivement à l'Est, à l'Ouest, au Nord et au Sud du centre P.

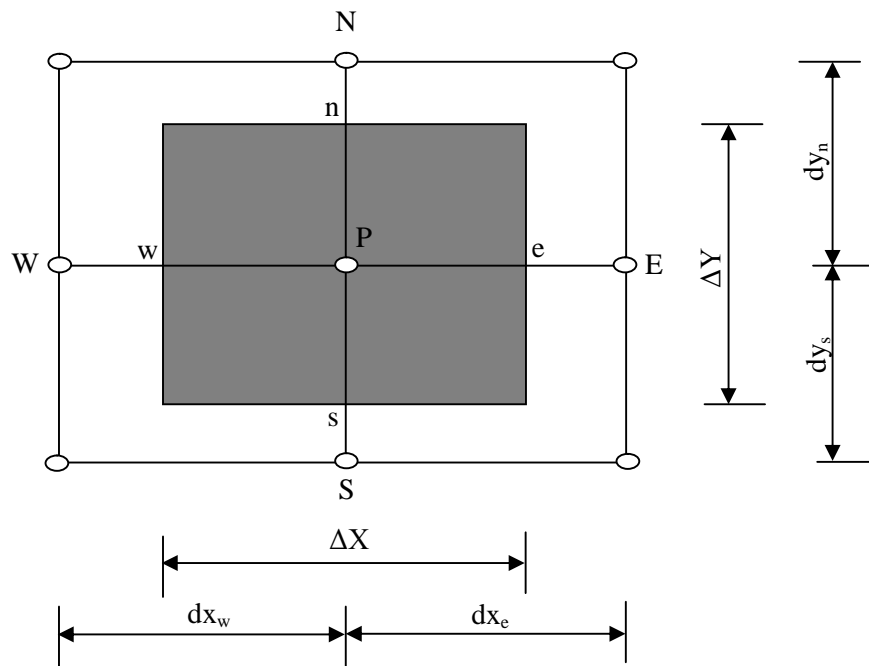
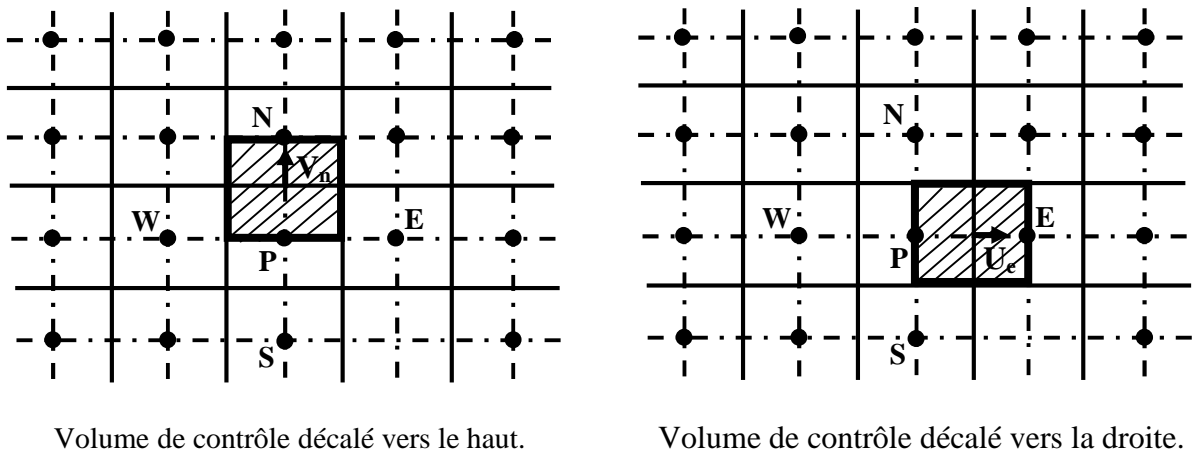


Figure (III.1) : Volume de contrôle typique.



Volume de contrôle décalé vers le haut.

Volume de contrôle décalé vers la droite.

Figure (III.2) : Localisation des quantités vectorielles (U et V).

III.3 Forme générale de l'équation de transport

Les équations différentielles aux dérivées partielles adimensionnelles (II.5 à II.8) présentées dans le chapitre II, peuvent se mettre sous la forme générale d'une équation de transport (eq III.1), dont les expressions des grandeurs physiques, correspondant à chacune des équations (III.5 à III.8) qui sont données dans le tableau III.1.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\phi)}{\partial X} + \frac{\partial(V\phi)}{\partial Y} = \frac{\partial}{\partial X} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right) + S_{\phi} \quad (\text{III.1})$$

Equation	\square	Γ	S_{\square}
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	$\frac{1}{\varepsilon}$	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{U}{Da}$ $-\frac{Fc}{\sqrt{Da}} U \sqrt{U^2 + V^2}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	$\frac{1}{\varepsilon}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} + Gr \theta - \frac{V}{Da}$ $-\frac{Fc}{\sqrt{Da}} V \sqrt{U^2 + V^2}$
Energie	θ	$\frac{1}{Pr}$	0

Tableau (III.1) : Variable \square , coefficient de diffusion Γ et le terme source S_{\square} pour

les équations de notre problème.

III.4 Discrétisation de l'équation générale de transport

La discrétisation de l'équation générale de transport (eq III.1) sur un volume de contrôle typique donne, (voir figure III.1) :

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(U\phi)}{\partial x} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(V\phi)}{\partial y} dx dy d\tau = \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy d\tau \quad (\text{III.2})$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy d\tau = (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \Delta X \Delta Y$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(U\phi)}{\partial x} dx dy d\tau = (U_e \phi_e - U_w \phi_w) \Delta Y \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(V\phi)}{\partial y} dx dy d\tau = (V_n \phi_n - V_s \phi_s) \Delta X \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy d\tau = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta Y \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy d\tau = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta X \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy d\tau = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \Delta \tau$$

Le résultat de l'intégration de l'équation (III.2) divisé par $\Delta \tau$ donne :

$$\begin{aligned} & (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + (U_e \phi_e - U_w \phi_w) \Delta Y + (V_n \phi_n - V_s \phi_s) \Delta X = \\ & \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta Y + \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta X + \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (\text{III.3})$$

où : n et n+1 correspondant respectivement aux incréments du temps τ et $\tau + \Delta \tau$.

En posant :

$$J_x = U \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

$$J_y = V \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

Donc le résultat de l'équation (III.3) donne :

$$(\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + J_e^{n+1} - J_w^{n+1} - J_n^{n+1} - J_s^{n+1} = \overline{S_\phi} \Delta X \Delta Y \quad (\text{III.4})$$

où :

$$\left. \begin{aligned} J_e &= U_e \phi_e \Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e \Delta Y \\ J_w &= U_w \phi_w \Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w \Delta Y \\ J_n &= V_n \phi_n \Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_n \Delta X \\ J_s &= V_s \phi_s \Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_s \Delta X \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.5})$$

Les équations J_e , J_w , J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s). Le terme S_\square est supposé être constant dans le volume de contrôle, et $\overline{S_\phi}$ est évalué au centre du volume de contrôle.

III.5 Schémas numériques

La forme générale de l'équation algébrique discrétisée où les flux de convection et de diffusion sont calculés par une fonction $A(|P|)$, (voir tableau III.2), est présentée comme suit :

$$A_P \phi_P^{n+1} = A_E \phi_E^{n+1} + A_W \phi_W^{n+1} + A_N \phi_N^{n+1} + A_S \phi_S^{n+1} + b \quad (\text{III.6})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \text{Max}(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \text{Max}(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \text{Max}(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \text{Max}(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.7})$$

$$b = \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^n}{\Delta \tau} \right) \Delta X \Delta Y$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) + \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} \quad (\text{III.8})$$

D'où :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U_e \Delta Y, & F_w &= U_w \Delta Y, \\ F_n &= V_n \Delta Y, & F_s &= V_s \Delta Y \end{aligned} \right\} \text{Les flux convectifs} \quad (\text{III.9})$$

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y, & D_w &= \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y, \\ D_n &= \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X, & D_s &= \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \end{aligned} \right\} \text{Les flux diffusifs} \quad (\text{III.10})$$

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\ P_s &= \frac{F_s}{D_s} \end{aligned} \right\} \text{Les nombres de Peclet aux interfaces : e, w, n, s.}$$

III.6 Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Le tableau ci-dessous «Tableau III.2» donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction
Différences centrées	$1 - 0,5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\text{Max} [0,1 - 0,5 P]$
Power Law	$\text{Max} [0,1 - (0,5 P)^5]$
Exponentiel	$ P / [\exp(P) - 1]$

Tableau (III.2) : Les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques (Patankar, 1980).

Dans le présent travail, nous avons utilisé le schéma Power Law, car il permet de fournir une meilleure stabilité de la solution numérique et donne des résultats proches des résultats exacts (Patankar, 1980).

III.7 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X et Y

III.7.1 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant X

La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement (eq II.6) sur un volume de contrôle décalé vers la droite donne, (voir figure III.2) :

$$A_p(i, j).U^{n+1}(i, j) = A_E(i, j).U^{n+1}(i + 1, j) + A_W(i, j).U^{n+1}(i - 1, j) + A_N(i, j).U^{n+1}(i, j + 1) + A_S(i, j).U^{n+1}(i, j - 1) + b(i, j) \quad (\text{III.11})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.12})$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i + 1, j)] \Delta Y(j) + \left[\frac{U^n(i, j)}{\Delta \tau} \right] dX(i) \Delta Y(j) \quad (\text{III.13})$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{dX(i) \Delta Y(j)}{\varepsilon \Delta \tau} + \left\{ \frac{1}{Da} + \frac{Fc}{\sqrt{Da}} \sqrt{U(i, j)^2 + V(i, j)^2} \right\} dX(i) \Delta Y(j) \quad (\text{III.14})$$

où le coefficient Fc est défini dans l'équation (II.9).

Détermination des termes convectifs :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= \frac{1}{2\varepsilon(i, j)^2} [U(i + 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j) \\ F_w &= \frac{1}{2\varepsilon(i, j)^2} [U(i - 1, j) + U(i, j)] \Delta Y(j) \\ F_n &= \frac{1}{2\varepsilon(i, j)^2} [V(i, j) + V(i + 1, j)] dX(i) \\ F_s &= \frac{1}{2\varepsilon(i, j)^2} [V(i, j - 1) + V(i + 1, j - 1)] dX(i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.15})$$

Détermination des termes diffusifs :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i+1)} \\ D_w &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta Y(j)}{\Delta X(i)} \\ D_n &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{dX(i)}{dY(j)} \\ D_s &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{dX(i)}{dY(j-1)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.16})$$

III.7.2 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant Y

La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement (eq II.7) sur un volume de contrôle décalé vers le haut donne, (voir figure III.2) :

$$A_p(i, j) \cdot V^{n+1}(i, j) = A_E(i, j) \cdot V^{n+1}(i + 1, j) + A_W(i, j) \cdot V^{n+1}(i - 1, j) + A_N(i, j) \cdot V^{n+1}(i, j + 1) + A_S(i, j) \cdot V^{n+1}(i, j - 1) + b(i, j) \quad (\text{III.17})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.18})$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i, j + 1)] \Delta X(i) + \left[\frac{v^n(i, j)}{\Delta \tau} + \frac{Gr}{2} (\theta(i, j)) + \theta(i, j + 1) \right] \Delta X(i) dY(j) \quad (\text{III.19})$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{\Delta X(i) dY(j)}{\varepsilon \Delta \tau} + \left\{ \frac{1}{Da} + \frac{Fc}{\sqrt{Da}} \sqrt{U(i, j)^2 + V(i, j)^2} \right\} \Delta X(i) dY(j) \quad (\text{III.20})$$

Détermination des termes convectifs :

$$\left. \begin{aligned}
 F_e &= \frac{1}{2\varepsilon(i,j)^2} [U(i,j) + U(i,j+1)]dY(j) \\
 F_w &= \frac{1}{2\varepsilon(i,j)^2} [U(i-1,j) + U(i-1,j+1)]dY(j) \\
 F_n &= \frac{1}{2\varepsilon(i,j)^2} [V(i,j-1) + V(i,j)]\Delta X(i) \\
 F_s &= \frac{1}{2\varepsilon(i,j)^2} [V(i,j-1) + V(i,j)]\Delta X(i)
 \end{aligned} \right\} \quad (III.21)$$

Détermination des termes diffusifs :

$$\left. \begin{aligned}
 D_e &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{dY(j)}{dX(i)} \\
 D_w &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{dY(j)}{dX(i-1)} \\
 D_n &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j+1)} \\
 D_s &= \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta X(i)}{\Delta Y(j)}
 \end{aligned} \right\} \quad (III.22)$$

III.8 Discrétisation de l'équation de l'énergie

La discrétisation de l'équation adimensionnelle de l'énergie (eq II.8) sur un volume de contrôle typique donne, (voir figure III.1) :

$$\begin{aligned}
 A_p(i,j) \cdot \theta^{n+1}(i,j) &= A_E(i,j) \cdot \theta^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j) \cdot \theta^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j) \cdot \theta^{n+1}(i,j+1) + \\
 &A_S(i,j) \cdot \theta^{n+1}(i,j-1) + b(i,j)
 \end{aligned} \quad (III.23)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned}
 A_E(i,j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\
 A_W(i,j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\
 A_N(i,j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\
 A_S(i,j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)
 \end{aligned} \right\} \quad (III.24)$$

$$b(i,j) = \frac{\theta^n(i,j)}{\Delta \tau} \Delta X(i) \Delta Y(j) \quad (III.25)$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{\Delta X(i)\Delta Y(j)}{\Delta \tau} \quad (\text{III.26})$$

Détermination des termes convectifs :

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U(i, j) \Delta Y(j) \\ F_w &= U(i - 1, j) \Delta Y(j) \\ F_n &= V(i, j) \Delta X(i) \\ F_s &= V(i, j - 1) \Delta X(i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.27})$$

Détermination des termes diffusifs :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{1}{Pr} \frac{\Delta Y(j)}{dX(i)} \\ D_w &= \frac{1}{Pr} \frac{\Delta Y(j)}{dX(i-1)} \\ D_n &= \frac{1}{Pr} \frac{\Delta X(i)}{dY(j)} \\ D_s &= \frac{1}{Pr} \frac{\Delta X(i)}{dY(j-1)} \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.28})$$

III.9 Résolution du système d'équation

La résolution du système d'équation «III.29», coïncide avec deux problèmes :

- Le premier est que les coefficients A_p , A_E , A_W , A_N et A_S des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X, Y dépendent respectivement des variables U, V (équations non linéaires).
- Le deuxième est que le terme source des équations discrétisées de quantité de mouvement contient un gradient de pression et jusqu'à présent nous n'avons pas une équation qui gère cette variable.

$$\left. \begin{aligned} A_p(i, j).U^{n+1}(i, j) &= A_E(i, j).U^{n+1}(i + 1, j) + A_W(i, j).U^{n+1}(i - 1, j) + A_N(i, j).U^{n+1}(i, j + 1) + \\ &\quad A_S(i, j).U^{n+1}(i, j - 1) + b(i, j) \\ A_p(i, j).V^{n+1}(i, j) &= A_E(i, j).V^{n+1}(i + 1, j) + A_W(i, j).V^{n+1}(i - 1, j) + A_N(i, j).V^{n+1}(i, j + 1) + \\ &\quad A_S(i, j).V^{n+1}(i, j - 1) + b(i, j) \\ A_p(i, j).\theta^{n+1}(i, j) &= A_E(i, j).\theta^{n+1}(i + 1, j) + A_W(i, j).\theta^{n+1}(i - 1, j) + A_N(i, j).\theta^{n+1}(i, j + 1) + \\ &\quad A_S(i, j).\theta^{n+1}(i, j - 1) + b(i, j) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.29})$$

La résolution des deux problèmes est possible grâce à un algorithme développé par Patankar dit «Algorithme SIMPLER». **SIMPLER** : **S**emi **I**mplicit **M**ethod for **P**ressure **L**inks **E**quation **R**evised (**Patankar, 1980**).

III.10 Algorithme SIMPLER

Les étapes de l'algorithme «SIMPLER» sont :

➤ **Etape_01 :**

Estimer un champ de vitesse.

➤ **Etape_02 :**

Ecrivons les deux équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X et Y d'une manière à apparaître les deux gradients de pression dans le but de les éliminer, pour obtenir deux champs de vitesse dit pseudo-vitesses :

$$\hat{U}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j) + b_U(i, j)}{A_P(i, j)} \quad (\text{III.30})$$

$$\hat{V}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j) + b_V(i, j)}{A_P(i, j)} \quad (\text{III.31})$$

où :

$b_U(i, j)$ et $b_V(i, j)$ contiennent les termes sources des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X et Y, sauf le terme de pression. D'où les relations suivantes :

$$U^{n+1}(i, j) = \hat{U}(i, j) + P_U(i, j)[P(i, j) - P(i + 1, j)] \quad (\text{III.32})$$

$$V^{n+1}(i, j) = \hat{V}(i, j) + P_V(i, j)[P(i, j) - P(i, j + 1)] \quad (\text{III.33})$$

$$\text{Avec : } P_U(i, j) = \frac{\Delta Y(j)}{A_P(i, j)} \quad \text{et} \quad P_V(i, j) = \frac{\Delta X(i)}{A_P(i, j)}$$

➤ **Etape_03 :**

On calcule les coefficients de pression, pour cela nous discrétisons l'équation de continuité sur un volume de contrôle typique :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

Après la discrétisation on obtient l'équation suivante :

$$[U(i, j) - U(i - 1, j)] \Delta Y(j) + [V(i, j) - V(i, j - 1)] \Delta X(i) = 0 \quad (\text{III.34})$$

On remplace les deux équations «III.32» et «III.33» dans l'équation «III.34», tous les pseudo-vitesses vont s'éliminer et on obtient l'équation de pression discrétisée suivante :

$$A_p(i, j).P(i, j) = A_E(i, j).P(i + 1, j) + A_W(i, j).P(i - 1, j) + A_N(i, j).P(i, j + 1) + A_S(i, j).P(i, j - 1) + b_p(i, j) \quad (\text{III.35})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = P_U(i, j) \Delta Y(j)$$

$$A_W(i, j) = P_U(i - 1, j) \Delta Y(j)$$

$$A_N(i, j) = P_V(i, j) \Delta X(i)$$

$$A_S(i, j) = P_V(i, j - 1) \Delta X(i)$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

$$b_p(i, j) = [\hat{U}(i - 1, j) - \hat{U}(i, j)] \Delta Y(j) + [\hat{V}(i, j - 1) - \hat{V}(i, j)] \Delta X(i)$$

➤ **Etape_04 :**

Considérons le champ de pression déduit de l'équation «III.35» comme un champ estimé $P^*(i, j)$ et le faire remplacer dans l'équation «III.29», nous obtenons donc U^* et V^* :

$$A_p(i, j).U^*(i, j) = A_E(i, j).U^*(i + 1, j) + A_W(i, j).U^*(i - 1, j) + A_N(i, j).U^*(i, j + 1) + A_S(i, j).U^*(i, j - 1) + (P^*(i, j) - P^*(i + 1, j)) \Delta Y(j) + b_U(i, j) \quad (\text{III.36})$$

$$A_p(i, j).V^*(i, j) = A_E(i, j).V^*(i + 1, j) + A_W(i, j).V^*(i - 1, j) + A_N(i, j).V^*(i, j + 1) + A_S(i, j).V^*(i, j - 1) + (P^*(i, j) - P^*(i, j + 1)) \Delta X(i) + b_V(i, j) \quad (\text{III.37})$$

➤ **Etape_05 :**

Les champs corrects de vitesse et de pression sont donnés comme suit :

$$P(i, j) = P^*(i, j) + P'(i, j) \quad (\text{III.38})$$

$$U(i, j) = U^*(i, j) + U'(i, j) \quad (\text{III.39})$$

$$V(i, j) = V^*(i, j) + V'(i, j) \quad (\text{III.40})$$

où :

$P'(i, j)$, $U'(i, j)$ et $V'(i, j)$ sont respectivement les corrections des champs $P^*(i, j)$, $U^*(i, j)$ et $V^*(i, j)$.

En suivant les mêmes étapes élaborées pour la détermination des vitesses estimées, et en substituant les équations «Equation III.39» et «Equation III.40» dans les équations «Equation III.29», et soustrayant avec l'équation «Equation III.36» et «Equation III.37», nous obtenons :

$$A_p(i, j).U'(i, j) = A_E(i, j).U'(i + 1, j) + A_W(i, j).U'(i - 1, j) + A_N(i, j).U'(i, j + 1) + A_S(i, j).U'(i, j - 1) + (P'(i, j) - P'(i + 1, j)) \Delta Y(j) + b_U(i, j) \quad (\text{III.41})$$

$$A_p(i, j).V'(i, j) = A_E(i, j).V'(i + 1, j) + A_W(i, j).V'(i - 1, j) + A_N(i, j).V'(i, j + 1) + A_S(i, j).V'(i, j - 1) + (P'(i, j) - P'(i, j + 1)) \Delta X(i) + b_V(i, j) \quad (\text{III.42})$$

➤ **Etape_06 :**

La détermination des corrections des vitesses $U'(i, j)$ et $V'(i, j)$ depuis les équations «III.41» et «III.42» est compliquée, donc ces deux équations peuvent être approximées par les deux équations suivantes :

$$A_p(i, j).U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i + 1, j)) \Delta Y(j) \quad (\text{III.43})$$

$$A_p(i, j).V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j + 1)) \Delta X(i) \quad (\text{III.44})$$

Donc :

$$U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i + 1, j)) P_U(i, j) \quad (\text{III.45})$$

$$V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j + 1)) P_V(i, j) \quad (\text{III.46})$$

On remplace les deux équations «III.45» et «III.46» dans les équations «III.39» et «III.40», nous avons :

$$U(i, j) = (P'(i, j) - P'(i + 1, j)) P_U(i, j) + U^*(i, j) \quad (\text{III.47})$$

$$V(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j + 1)) P_V(i, j) + V^*(i, j) \quad (\text{III.48})$$

➤ **Etape_07 :**

Remplaçons les deux équations «III.47» et «III.48» dans l'équation discrétisée de continuité «III.34», toutes les vitesses estimées vont s'éliminer pour obtenir l'équation discrétisée de correction de pression suivante :

$$A_p(i, j). P'(i, j) = A_E(i, j). P'(i + 1, j) + A_W(i, j). P'(i - 1, j) + A_N(i, j). P'(i, j + 1) + A_S(i, j). P'(i, j - 1) + b_p(i, j) \quad (\text{III.49})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = P_U(i, j) \Delta Y (j)$$

$$A_W(i, j) = P_U(i - 1, j) \Delta Y (j)$$

$$A_N(i, j) = P_V(i, j) \Delta X(i)$$

$$A_S(i, j) = P_V(i, j - 1) \Delta X(i)$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

$$b_p(i, j) = [U^*(i - 1, j) - U^*(i, j)] \Delta Y(j) + [V^*(i, j - 1) - V^*(i, j)] \Delta X(i)$$

➤ **Etape_08 :**

Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température θ .

➤ **Etape_09 :**

Test de convergence et impression des résultats.

III.11 Résumé de l'algorithme SIMPLER

L'algorithme **SIMPLER** est comme suit :

- ✓ Initier un champ de vitesse.
- ✓ Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et les pseudo-vitesses «Equation III.30» et «Equation III.31».
- ✓ Calculer les coefficients de l'équation de pression discrétisée et la résoudre pour obtenir le champ de pression P (Equation III.35).

- ✓ Considérer le champ de pression obtenu comme une estimation, le faire remplacer dans les équations de quantité de mouvement pour obtenir les vitesses estimées «Equation III.36» et «Equation III.37».
- ✓ Calculer le terme b_p de l'équation de correction de pression et la résoudre pour obtenir $P'(i, j)$.
- ✓ Corriger le champ de vitesse en utilisant les deux équations «Equation III.47» et «Equation III.48».
- ✓ Résoudre l'équation discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température $\theta(i, j)$.
- ✓ Considérer le champ de vitesse comme une nouvelle estimation des vitesses et retourner à l'étape deux jusqu'à la convergence.

III.12 Méthode de résolution

La discrétisation nous a donné un système d'équations algébriques non linéaires, dont la solution nécessite l'utilisation d'une méthode numérique itérative par double balayage pour chaque incrément de temps en utilisant l'algorithme de THOMAS.

L'équation «Equation III.11» peut être sous la forme adimensionnelle qui contient seulement trois inconnus $\varphi^{n+1}(i, j)$, $\varphi^{n+1}(i, j + 1)$ et $\varphi^{n+1}(i, j - 1)$ comme suit :

$$A_p(i, j) \cdot \varphi^{n+1}(i, j) = A_N(i, j) \cdot \varphi^{n+1}(i, j + 1) + A_S(i, j) \cdot \varphi^{n+1}(i, j - 1) + b(i, j) \quad (\text{III.50})$$

$$\text{Avec : } b(i, j) = A_E(i, j) \cdot \varphi(i + 1, j) + A_W(i, j) \cdot \varphi(i - 1, j) + b(i, j)$$

Pour résoudre le système d'équations «Equation III.49» au point «i», on a :

$$a_j \varphi_j = b_j \varphi_{j+1} + c_j \varphi_{j-1} + d_j$$

La relation de récurrence pour φ_j est donnée par :

$$\varphi_j = P_j \varphi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III.51})$$

Calculons φ_{j-1}

$$\varphi_{j-1} = P_{j-1} \varphi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III.52})$$

En substituant l'équation «Equation III.52» dans l'équation «Equation III.49», on obtient :

$$a_j \varphi_j = b_j \varphi_{j+1} + c_j (P_{j-1} \varphi_j + Q_{j-1}) + d_j \quad (\text{III.53})$$

En réarrangeant cette équation, les coefficients P_j et Q_j s'obtiennent comme suit :

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.54})$$

$$Q_j = \frac{d_j + c_j P_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III.55})$$

L'algorithme de THOMAS se résume comme suit (**Patankar, 1980**) :

1. Calculons les quantités P_1 et Q_1 par :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1}, Q_1 = \frac{d_1}{a_1}$$

2. Utilisons les relations «Equation III.54» et «Equation III.55» pour obtenir les équations P_j et Q_j pour $j = 1, 2, 3, \dots, j_l$
3. Poser $\phi_{jl} = Q_{jl}$
4. Finalement on utilise l'équation «Equation III.51» pour $j = j_l - 1, j_l - 2, \dots, 3, 2, 1$ pour obtenir $\phi_{j_l-1}, \phi_{j_l-2}, \dots, \phi_3, \phi_2, \phi_1$.

III.13 Critère de convergence

La convergence est vérifiée après chaque itération en comparant les nombres de Nusselt près des deux parois (chaude et froide) pour obtenir la conservation. Pour la présente étude, la convergence est obtenue comme suit (**Bessaih, 1994**) :

$$|N_{uf} - N_{uc}| \leq 10^{-4}$$

$$\text{Avec :} \quad \left| N_{uc} = \sum_{j=1}^{JL} \frac{\theta(1,j) - \theta(2,j)}{dx(1)} \Delta Y(j) \right| \quad \text{Paroi chaude}$$

$$\left| N_{uf} = \sum_{j=1}^{JL} \frac{\theta(IL-1,j) - \theta(IL,j)}{dx(IL-1)} \Delta Y(j) \right| \quad \text{Paroi froide}$$

III.14 Nomenclature du code de calcul

Le programme principal fait appel à 19 sous-routines :

- Subroutine **INIT** : initialise les vitesses, les températures et les propriétés de transport.
- Subroutine **MESH** : détermine le maillage.
- Subroutine **ZERO** : permet la mise à zéro des coefficients des équations algébriques de discrétisation avant de les réutiliser.

- Subroutine **XMOM** : calcule les coefficients de l'équation de discrétisation de quantité de mouvement suivant $\langle\langle X \rangle\rangle$.
- Subroutine **YMOM** : calcule les coefficients de l'équation de discrétisation de quantité de mouvement suivant $\langle\langle Y \rangle\rangle$.
- Subroutine **COEFP** : calcule les coefficients de l'équation de discrétisation de la pression.
- Subroutine **ENERGY** : calcule les coefficients de l'équation de discrétisation de la température.
- Subroutine **BOUNDU** : met à jour les valeurs des conditions aux limites de la vitesse horizontale $\langle\langle U \rangle\rangle$.
- Subroutine **BOUNDP** : met à jour les valeurs des conditions aux limites de la pression $\langle\langle P \rangle\rangle$.
- Subroutine **BOUNDV** : met à jour les valeurs des conditions aux limites de la vitesse verticale $\langle\langle V \rangle\rangle$.
- Subroutine **BOUNDT** : met à jour les valeurs des conditions aux limites de la température $\langle\langle \theta \rangle\rangle$.
- Subroutine **XSWEET** : transforme l'équation algébrique de discrétisation multidimensionnelle en une équation unidimensionnelle suivant la direction X en faisant appel à TDMA pour résoudre le système d'équations tri-diagonal.
- Subroutine **YSWEET** : transforme l'équation algébrique de discrétisation multidimensionnelle en une équation unidimensionnelle suivant la direction Y en faisant appel à TDMA pour résoudre le système d'équations tri-diagonal.
- Subroutine **TDMA** : résoudre le système d'équations obtenu par l'algorithme à matrice tri-diagonale.
- Subroutine **BALANC** : calcule le nombre de Nusselt dans chaque nœud du maillage, et vérifie le critère de convergence.
- Subroutine **ENTROP** : calcule l'entropie dans chaque nœud du maillage, et vérifie le critère de convergence.
- Subroutine **DIFTEN** : calcule le maximum des différences des variables calculées (U, V et θ) aux temps $\langle\langle \tau \rangle\rangle$ et $\langle\langle \tau + 1 \rangle\rangle$.
- Subroutine **VORTIC** : calcule les lignes de courant et la vorticité de l'écoulement.
- Subroutine **PRINT** : permet l'impression des résultats finaux.

III.15 Organigramme du code de calcul

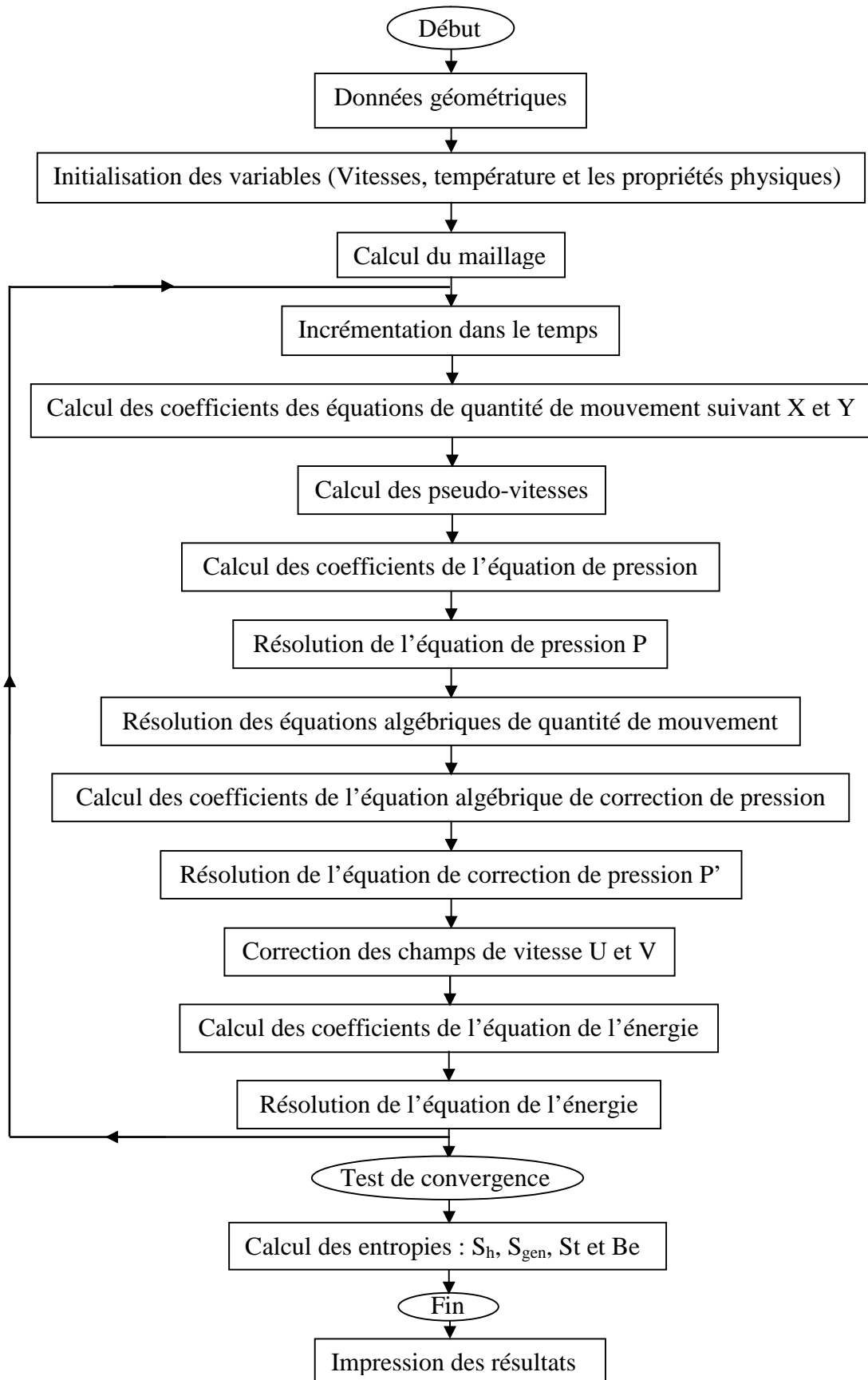


Figure (III.3) : Organigramme du code de calcul basé sur l'algorithme SIMPLER.

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV. 1 Présentation des résultats

Les résultats de nos simulations numériques pour le champ d'écoulement et le champ thermique sont visualisés graphiquement comme suit :

- Les contours de la fonction de courant (ψ) dans le plan (X-Y).
- Les contours d'isothermes dans le plan (X-Y).
- Les profils des composantes de la vitesse, verticale et horizontale (U) et (V), au milieu de la cavité.
- La variation du nombre de Nusselt local (Nu) et moyen (Numoy), de l'entropie totale (St) et du nombre de Bejan (Be).

La structure de l'écoulement est visualisée à l'aide de la fonction de courant (ψ) définie par :

$$V = -\frac{\partial\psi}{\partial X} \text{ et } U = \frac{\partial\psi}{\partial Y} \quad (\text{IV.1})$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\int_1^2 d\psi = \int_1^2 U dY = -\int V dX \quad (\text{IV.2})$$

Physiquement, la différence entre deux lignes de courant représente le débit du fluide écoulé à travers la distance séparant, donc :

$$\psi_2 - \psi_1 = -V\Delta X \quad (\text{IV.3})$$

Le vecteur de vitesse est la résultante des deux composantes de la vitesse (U et V) :

$$\|\vec{V}_V\| = \sqrt{\|\vec{U}\|^2 + \|\vec{V}\|^2} \quad (\text{IV.4})$$

Le nombre de Nusselt local est défini par le rapport du flux de chaleur convectif sur le flux de chaleur diffusif (**Bejan, 2004**).

$$Nu = \frac{hL}{k} \quad (\text{IV.5a})$$

$$\text{Avec : } h = \frac{k(\partial T / \partial x)_{x=0}}{\Delta T} \quad (\text{IV.5b})$$

où : h est le coefficient de transfert de chaleur local le long de la paroi gauche.

En utilisant les variables caractéristiques, le nombre de Nusselt local adimensionnel devient alors (**Sivasankaran et al., 2010**) :

$$Nu = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} \quad (\text{IV.6})$$

Le nombre de Nusselt moyen est défini comme suit :

$$Numoy = \frac{1}{A} \int_A Nu dA \quad (\text{IV.7})$$

La génération d'entropie est définie par l'équation (IV.8), qui comprend trois termes permettant de quantifier l'irréversibilité :

- ◆ Le premier terme correspond au transfert de chaleur.
- ◆ La deuxième est liée au milieu poreux.
- ◆ Le dernier terme correspondant au frottement visqueux.

La génération d'entropie locale, en situation bidimensionnelle (**Bejan, 1982**):

$$s_{\text{gen}} = \frac{k}{T_0^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{KT_0} (u^2 + v^2) + \frac{\mu}{T_0} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right\} \quad (\text{IV. 8})$$

En utilisant $k\Omega^2/L^2$, la génération de l'entropie locale adimensionnelle devient comme suit (**Bejan, 1982**):

$$S_{\text{gen}} = \left[(\nabla_x \Theta)^2 + (\nabla_y \Theta)^2 \right] + \frac{\varphi}{Da} (U^2 + V^2) + \varphi \Phi \quad (\text{IV. 9})$$

$$\text{Avec : } \Omega = \frac{T_c - T_f}{T_0} \quad \text{et} \quad T_0 = \frac{T_c + T_f}{2}$$

∇_x et ∇_y sont les gradients le long des coordonnées x et y, respectivement. Le rapport de la distribution de l'irréversibilité est défini comme suit :

$$\varphi = \frac{\text{Irréversibilité due au frottement fluide}}{\text{Irréversibilité due au transfert de chaleur}} \quad (\text{IV. 10})$$

$$T_0 = (T_c + T_f) / 2$$

La production d'entropie totale adimensionnelle S_t , est obtenue en intégrant l'équation (IV.9) en tant que:

$$S_t = \int_V \left\{ [(\nabla_x \Theta)^2 + (\nabla_y \Theta)^2] + \frac{\varphi}{Da} (U^2 + V^2) + \varphi \Phi \right\} dV \quad (\text{IV. 11})$$

Afin de connaître l'irréversibilité dominante, il est nécessaire d'introduire le nombre de Bejan local, qui possède l'expression suivante:

$$Be = \frac{S_h}{S_h + S_{fp}} \quad (\text{IV. 12})$$

où : S_h et S_{fp} sont, respectivement, la génération d'entropie locale due au transfert de chaleur et au frottement du fluide.

Quand $Be > 0,5$, l'irréversibilité de transfert de chaleur domine et quand $Be < 0,5$ l'irréversibilité est dominée par des effets de frottement du fluide (**Bejan, 2006**).

Le nombre de Bejan moyen \overline{Be} se trouve en intégrant le nombre de Bejan local :

$$\overline{Be} = \frac{\int_A Be(X, Y).dA}{\int_A dA} \quad (\text{IV. 13})$$

Pour notre étude, nous avons calculé le nombre de Nusselt, la génération d'entropie totale et le nombre de Bejan à l'intérieur d'une cavité carrée poreuse contenant un fluide.

IV. 2 Résultats

Le principal objectif de ce présent travail est l'étude de l'écoulement et du transfert de chaleur dans une cavité carrée poreuse contenant un fluide. Les effets étudiés sont :

- ❖ L'effet du nombre de Grashof.
- ❖ L'effet du nombre de Darcy.
- ❖ L'effet du nombre de Prandtl.
- ❖ L'effet de la porosité.
- ❖ L'effet de la dimension de la source de chaleur.
- ❖ L'effet de la position de la source de chaleur.

IV. 2. 1 Paramètres physiques du problème

Les paramètres géométriques sous forme adimensionnelle sont comme suit : $Gr = (10^3, 10^4, 10^5, 10^6)$, $Da = (10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5})$, $Pr = (0.015, 0.71, 10, 1000)$ et $\varepsilon = (0.4, 0.6, 0.8, 0.99)$.

IV. 2. 2 Effet du maillage sur la solution numérique

Pour examiner et évaluer l'indépendance du maillage sur la solution numérique, onze maillages uniformes sont employés dans ce travail : 42×42 , 62×62 , 82×82 , 102×102 , 122×122 , 142×142 , 162×162 , 182×182 , 202×202 , 242×242 et 282×282 nœuds, pour $Gr = 10^5$, $Da = 10^{-2}$, $Pr = 0,71$ et $\varepsilon = 0,99$. Les résultats de la variation du maillage sont présentés dans la figure IV.1. On constate que la variation du nombre de Nusselt moyen reste presque constante à compter du maillage 182×182 nœuds. Dans notre étude, le maillage 182×182 nœuds est le maillage qui sera adopté pour tout le calcul.

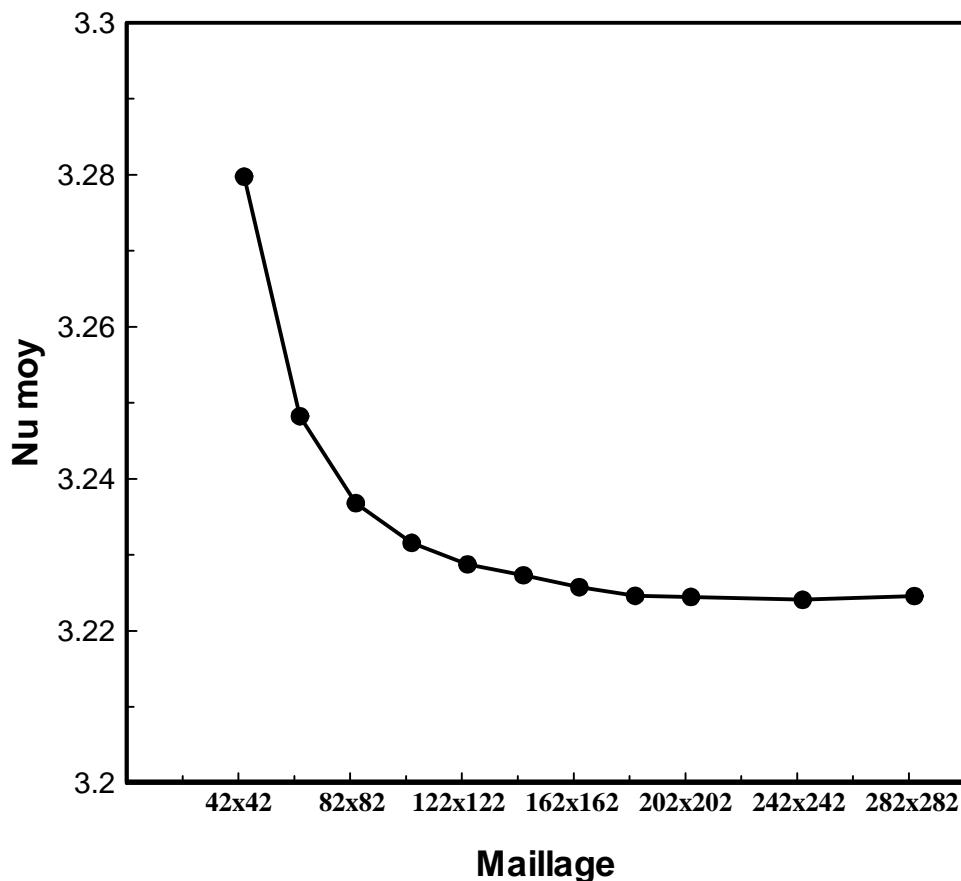


Fig. IV. 1 : Effet du maillage sur la solution numérique ($Gr=10^5$, $Da=10^{-2}$, $Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$).

Noter que les différents maillages utilisés sont respectivement 42×42 , 62×62 , 82×82 ,, 282×282 nœuds.

IV. 2. 3 Validation du code de calcul

Afin de vérifier l'exactitude de l'étude numérique actuelle, le code numérique a été validé avec les résultats numériques de **Khanafer et Chamkha (1999)**, de **Magherbi et al. (2003)** et de **Basak et al. (2012)**.

Pour **Khanafer et Chamkha (1999)**, voir figure IV.2. Une comparaison de la vitesse adimensionnelle U , pour deux valeurs du nombre de Darcy, pour la convection mixte laminaire dans une enceinte remplie de milieu poreux homogène. Les deux parois verticales de l'enceinte sont isolées tandis que les parois horizontales sont maintenues à une température constante avec la surface supérieure se déplace à une vitesse constante.

Pour **Magherbi et al. (2003)**, voir figure IV.3. Une comparaison de la génération d'entropie adimensionnelle S_{gen} en fonction du nombre de Rayleigh Ra , pour la convection naturelle dans une cavité carrée, pour deux valeurs de ϕ (où ϕ est le rapport de la distribution de l'irréversibilité).

Pour **Basak et al. (2012)**, voir figure IV.4. Une comparaison de la fonction de courant adimensionnelle ψ et du champ thermique (isothermes), pour la génération d'entropie lors de la convection naturelle dans une cavité, pour $Ra = 10^5$, $Pr = 0,70$.

Pour **Basak et al. (2012)**, voir figure IV.5. Une comparaison de la génération d'entropie locale due au transfert thermique S_h , pour la convection naturelle dans une cavité, pour $Ra = 10^5$, $Pr = 0.70$.

D'après ces figures, on constate que nos simulations numériques sont en bon accord avec les résultats obtenus par **Khanafer et Chamkha**, **Magherbi et al.**, et **Basak et al.**.

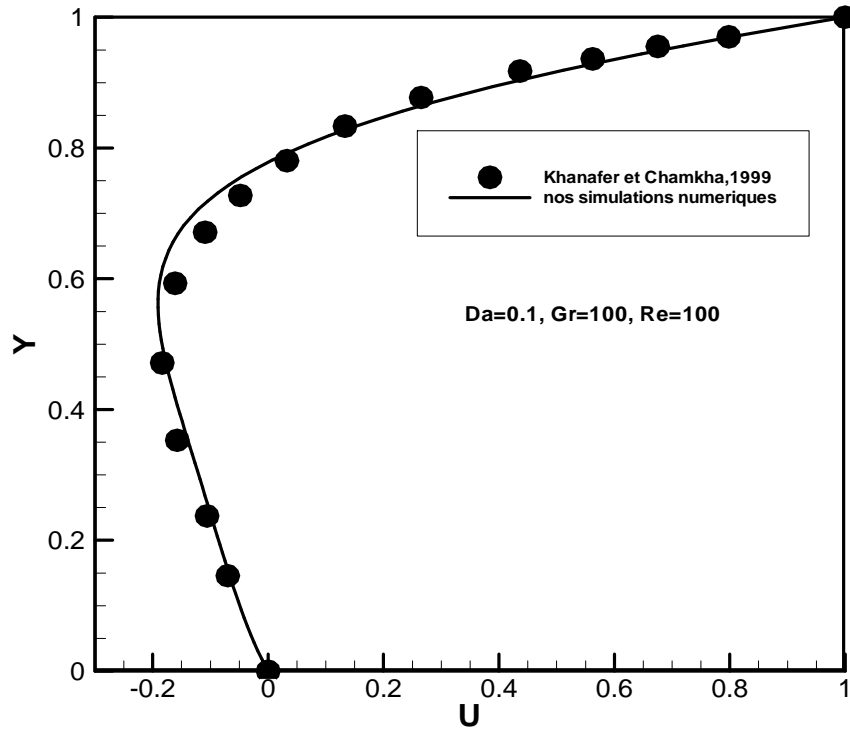
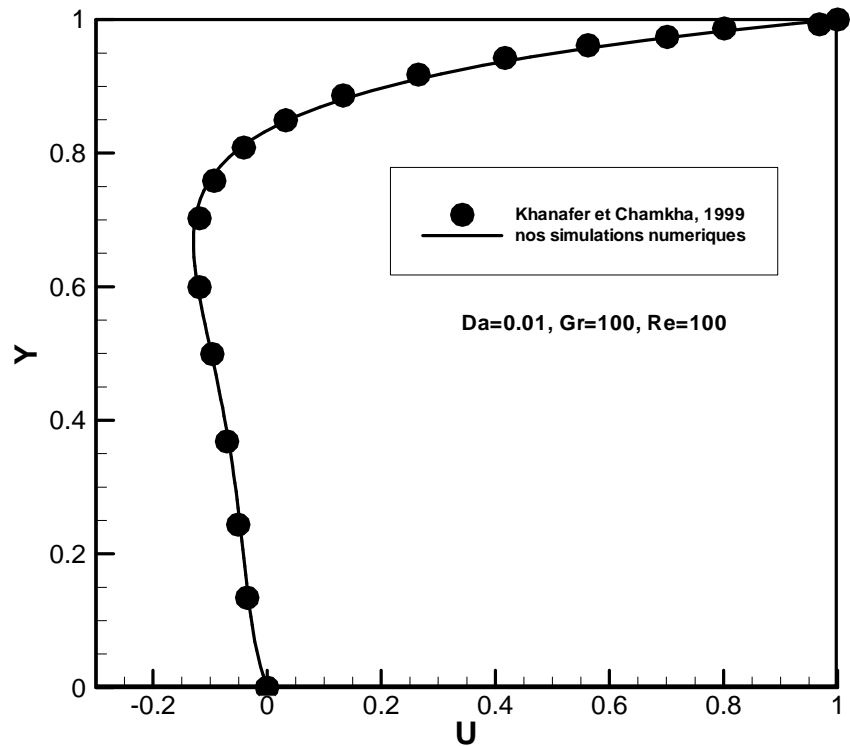
(a) $Da=0.1$ (b) $Da=0.01$

Figure (IV.2) : Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Khanafer et Chamkha (1999)** de la vitesse adimensionnelle U ($Gr=100$, $Re=100$, $Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$), pour deux valeurs du nombre de Darcy Da : (a) $Da=0.1$; (b) $Da=0.01$.

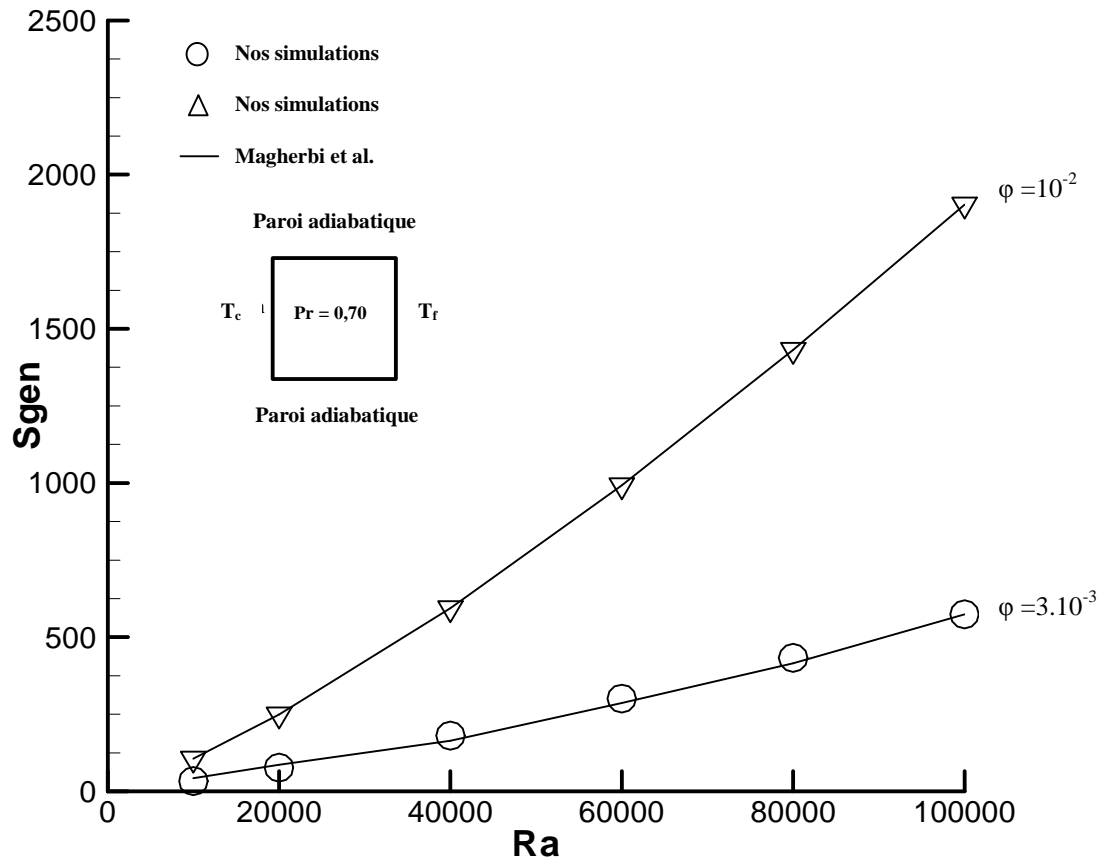
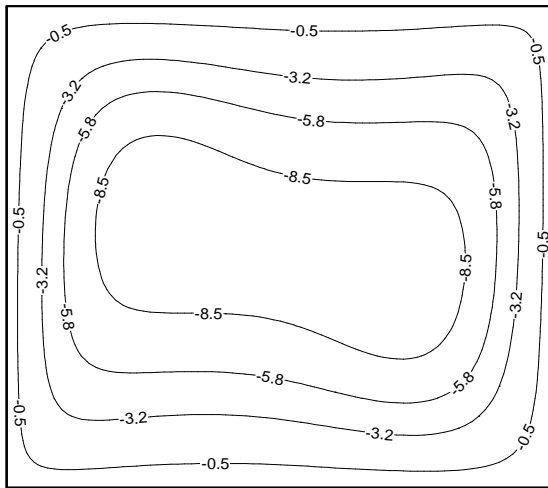
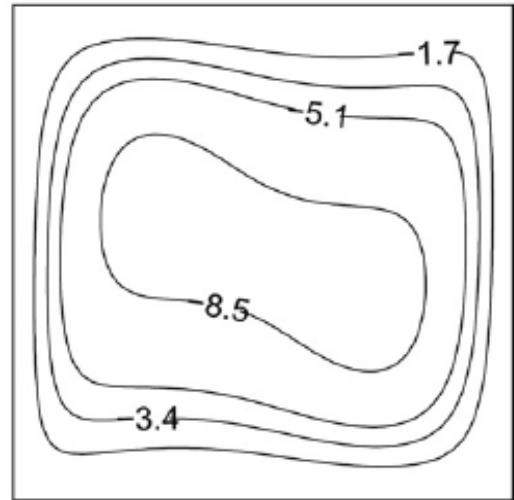


Figure (IV.3) : Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Magherbi et al. (2003)** de la génération d'entropie adimensionnelle S_{gen} en fonction du nombre de Rayleigh Ra , pour deux valeurs de ϕ (validation sans milieux poreux): $\phi = 10^{-2}$, $\phi = 3.10^{-3}$.

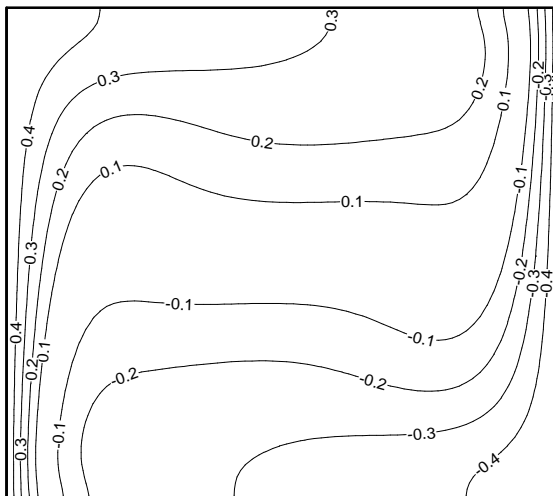
Nos simulations numériques



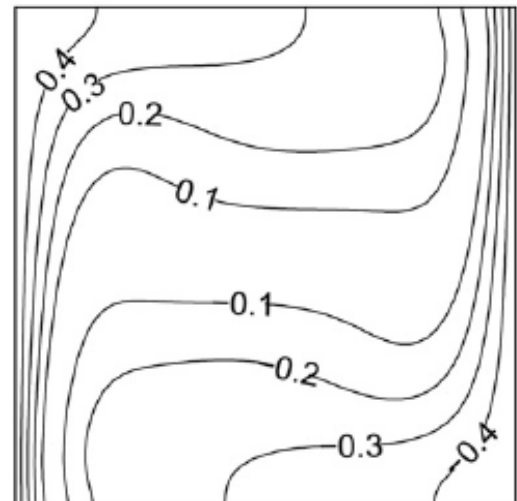
Basak et al. 2012

(a) Fonction de courant adimensionnelle dans la cavité ψ .

Nos simulations numériques



Basak et al. 2012

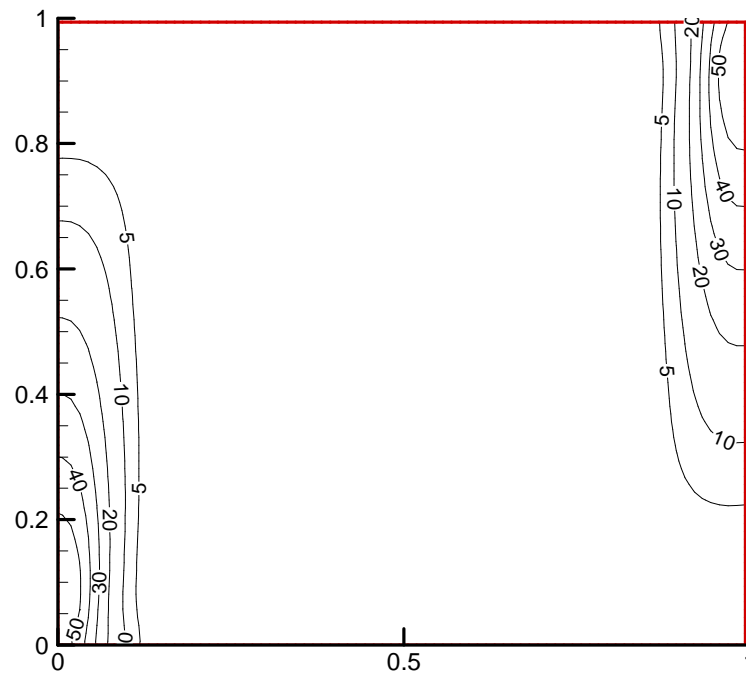


(b) Champ thermique (isothermes) dans la cavité

Figure (IV.4) : Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Basak et al. (2012)** ($Ra=10^5$, $Pr=0.70$).

(a) Fonction de courant adimensionnelle dans la cavité ψ .

(b) Champ thermique (isothermes) dans la cavité.



(a) Nos simulations numériques.

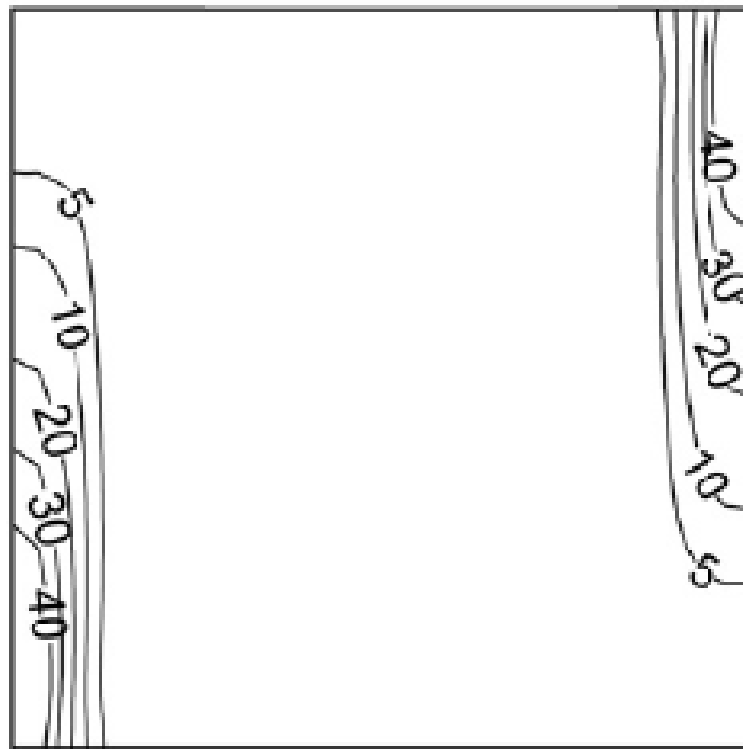
(b) Résultats numériques de **Basak et al.**, (2012).

Figure (IV.5) : Comparaison entre nos simulations numériques et celles de **Basak et al. (2012)** de la génération d'entropie locale due au transfert thermique S_h ($Ra=10^5$, $Pr=0.70$).

(a) Nos simulations numériques, (b) Résultats numériques de **Basak et al. (2012)**.

IV. 3 Présentation des effets étudiés

Les effets étudiés sont :

- ❖ L'effet du nombre de Grashof.
- ❖ L'effet du nombre de Darcy.
- ❖ L'effet du nombre de Prandtl.
- ❖ L'effet de la porosité.
- ❖ L'effet de la dimension de la source de chaleur.
- ❖ L'effet de la position de la source de chaleur.

La valeur du nombre de Grashof est maintenue constante, sauf pour l'effet du nombre de Grashof.

La valeur du nombre de Darcy est maintenue constante, sauf pour l'effet du nombre de Darcy.

La valeur du nombre de Prandtl est maintenue constante, sauf pour l'effet du nombre de Prandtl.

La valeur de la porosité est maintenue constante, sauf pour l'effet du nombre de la porosité.

IV. 3. 1 Effet du nombre de Grashof

Dans le but d'étudier l'effet du nombre de Grashof sur l'écoulement, le transfert de chaleur et la génération d'entropie en convection naturelle au sein d'une cavité, des simulations numériques ont été faites pour différentes valeurs du nombre de Grashof ($Gr = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$), en fonction du nombre de Darcy ($Da = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$).

La géométrie considérée est une cavité carrée contenant de l'air, les parois verticales de l'enceinte sont maintenues isothermes, dont la paroi gauche à une température chaude (T_c) et la paroi droite à une température froide (T_f), tandis que les parois horizontales (inférieure et supérieure) sont adiabatiques. Les paramètres maintenus constants dans cette section sont : $Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$ et $Da = 10^{-3}$ (pour certaines figures).

La figure IV.6 (a) - (d) représente les contours de la fonction de courant ψ dans la cavité, pour quatre nombres de Grashof ($Gr = 10^3, 10^4, 10^5$ et 10^6).

On remarque tout d'abord sur la figure qu'il y a un mouvement du fluide dans le sens horaire, c'est-à-dire de la paroi chaude vers la paroi froide. Au cours de son trajet, la particule fluide absorbe de la chaleur de la paroi chaude, sa température s'élève en faisant un

mouvement ascendant pour céder de la chaleur à la paroi froide tout en descendant, et après elle revient lécher la paroi froide et les mêmes phénomènes se produisent.

On distingue trois structures sur la figure IV.6 (a) - (d) : les couches limites verticales, les couches limites horizontales et la région de la cellule. Pour des nombres de Grashof croissants, les couches limites deviennent minces et la région de la cellule s'élargie, si on continuait à augmenter le nombre de Grashof, la cellule s'élargirait et se disloquerait. Dans ce cas apparaîtrait un autre régime à étudier. Ce phénomène est expliqué par l'augmentation de l'inertie, donc des vitesses de convection.

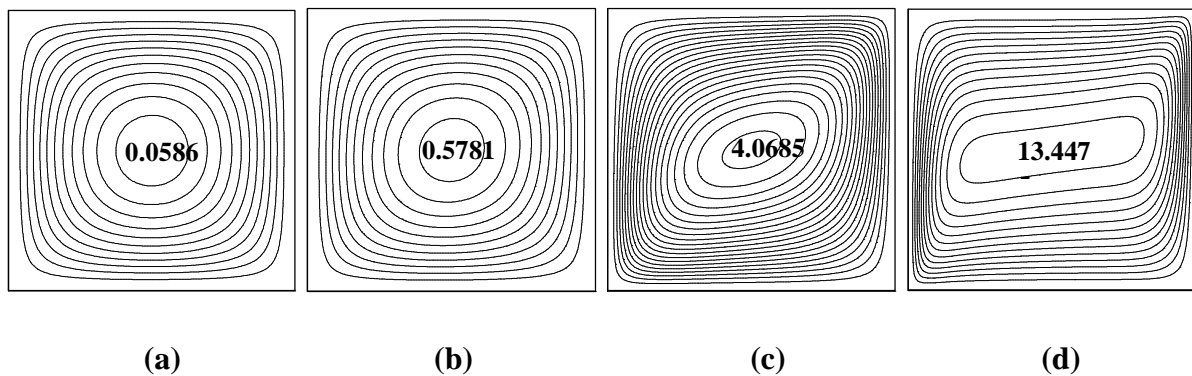
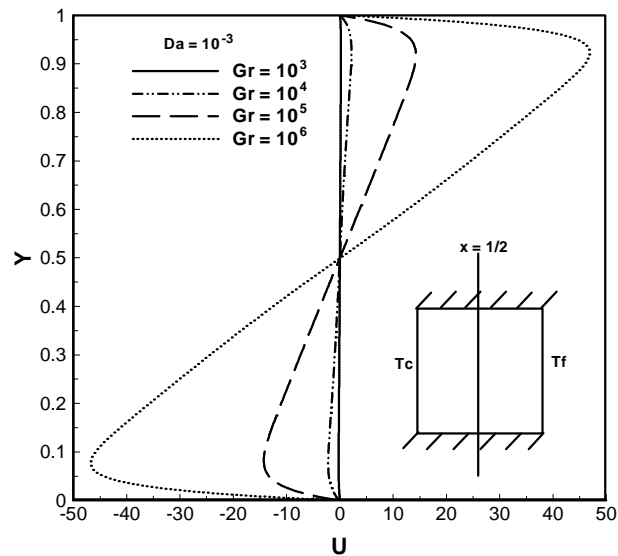


Figure (IV.6) : Fonction de courant adimensionnelle ψ dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Da = 10^{-3}$, $Pr = 0,71$ et $\varepsilon = 0,99$) :

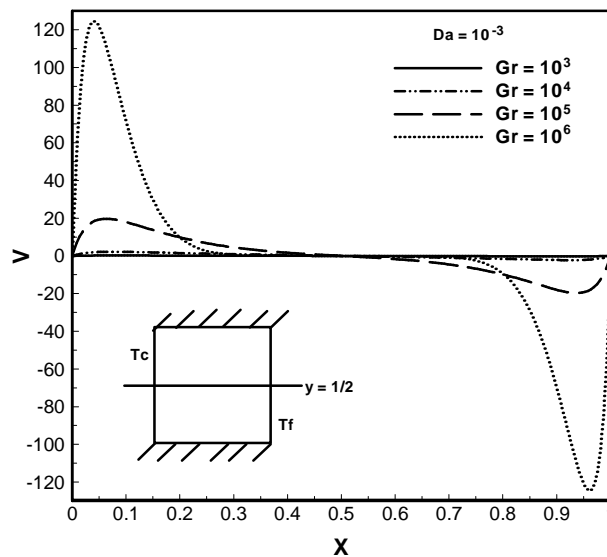
(a) $Gr = 10^3$; (b) $Gr = 10^4$; (c) $Gr = 10^5$; (d) $Gr = 10^6$.

Noter que les valeurs indiquées sur les figures représentent le maximum de la fonction de courant ψ_{\max}

Les profils des composantes de la vitesse au milieu de l'enceinte pour quatre nombres de Grashof ($Gr = 10^3, 10^4, 10^5$ et 10^6) sont représentés sur la figure IV.7 (a) et (b). La première remarque à faire est qu'il y a une conservation du débit, la deuxième remarque est que la couche limite se développe et la région de stratification s'agrandie avec l'augmentation du nombre de Grashof, et ce qui est particulièrement intéressant, le renversement du mouvement du fluide au centre de la cavité. Cela est dû au cisaillement près des parois.



(a)



(b)

Figure (IV.7) : Profils des composantes de la vitesse adimensionnelle au milieu de la cavité, pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) Vitesse U ; (b) Vitesse V .

(b)

Les champs thermiques présentés par les contours de température pour les différents nombres de Grashof sont exposés sur la figure IV.8 (a) - (c), on peut voir qu'à $Gr = 10^3$, les lignes isothermes sont presque alignées verticalement, ce qui désigne que la conduction est le mécanisme de transfert de chaleur dominant. Quand le nombre de Grashof augmente, les

forces de flottabilité augmentent de plus en plus les forces visqueuses, puis les lignes isothermes sont de plus en plus faussées et déformées autour du centre de rotation, et en même temps compressées vers les parois thermiquement actives, ce qui conduit à une amélioration du taux de transfert de chaleur. A $Gr = 10^6$, la formation des couches limites minces près à la paroi chauffée et à la paroi refroidie, la stratification horizontale bien définie du fluide au milieu de la cavité, reflète que l'advection est le mécanisme de transfert de chaleur dominant à l'intérieur de l'enceinte.

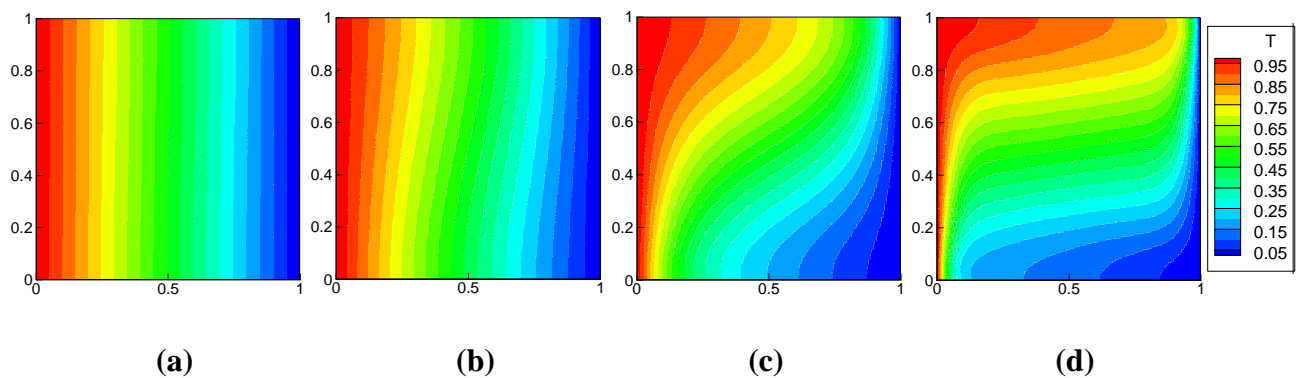


Figure (IV.8) : Champs thermiques représentés par les isothermes dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) $Gr = 10^3$; (b) $Gr = 10^4$; (c) $Gr = 10^5$; (d) $Gr = 10^6$.

Noter que les températures max. et min. se situent respectivement à la paroi verticale gauche (couleur rouge) et à la paroi verticale droite (couleur bleu).

La Figure IV.9 montre la distribution de la génération d'entropie locale S_{gen} en raison du transfert de chaleur et du frottement du fluide. On peut noter que la production d'entropie couvre l'ensemble du domaine pour $Gr = 10^3$ et $Gr = 10^4$, figure IV.10 (a) et (b), respectivement. Ce domaine couvert diminue avec l'augmentation du nombre de Grashof, (figure IV.9 (c) et (d)). Pour un nombre de Grashof plus grand, (figure IV.9 (d)), la production d'entropie est localisée seulement, le long de la partie inférieure de la paroi chaude et de la partie supérieure de la paroi froide. Cela est dû aux gradients de vitesse et de température élevés près des parois verticales.

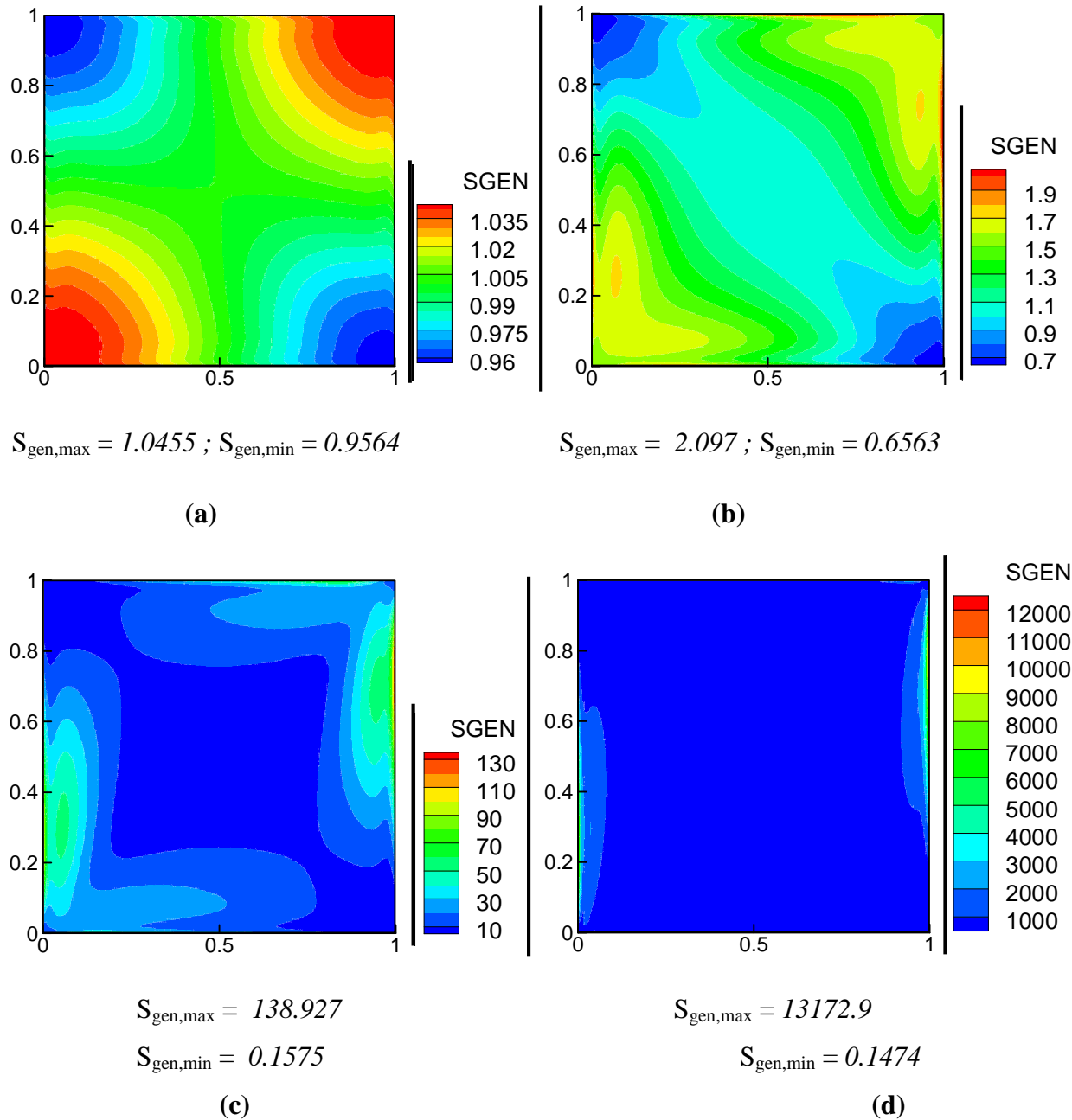


Figure (IV.9) : Distribution de la génération d'entropie locale S_{gen} adimensionnelle dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr

(Pr = 0,71, Da = 10^{-3} , $\varepsilon = 0,99$) :

(a) Gr = 10^3 ; (b) Gr = 10^4 ; (c) Gr = 10^5 ; (d) Gr = 10^6 .

La distribution de l'entropie locale S_h due au transfert thermique dans la cavité pour différents nombres de Grashof est exposée sur la figure IV.10. On peut voir sur la figure IV.10 (a) et (b) pour Gr = 10^3 et Gr = 10^4 , respectivement, que la production d'entropie couvre l'ensemble du domaine, sauf aux coins supérieur et inférieur pour la paroi chauffée et refroidie, respectivement. La Figure IV.10 (c) et (d), montre que plus le nombre de Grashof

augmente, la production d'entropie locale est de plus en plus confinée à la région des parois actives de l'enceinte. Cela est dû à l'irréversibilité de transfert de chaleur, parce que le transfert de chaleur se limite à ces endroits.

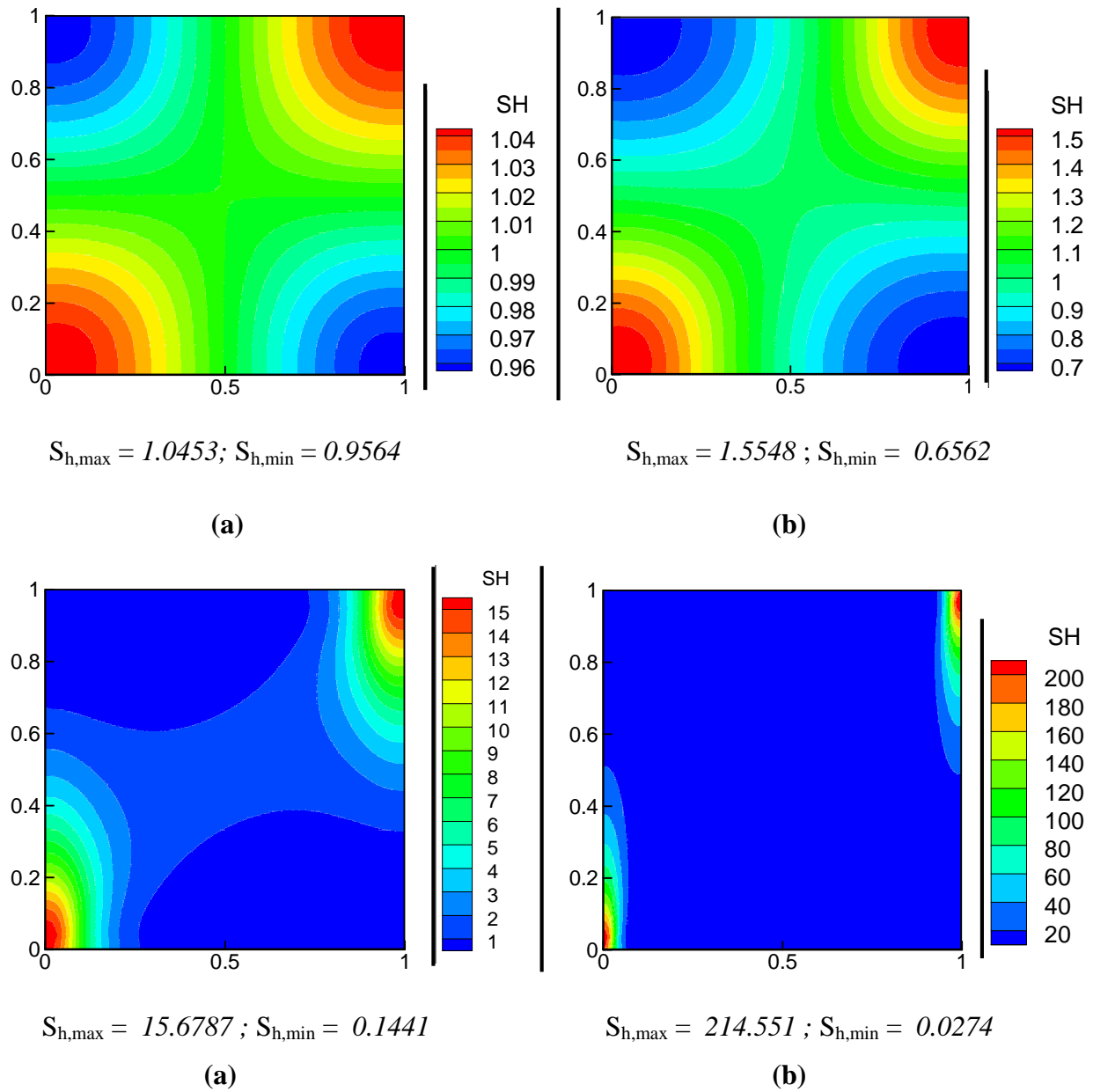


Figure (IV.10) : Distribution de l'entropie locale S_h adimensionnelle due au transfert thermique dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71, Da = 10^{-3}, \epsilon = 0,99$) :

(a) $Gr = 10^3$; (b) $Gr = 10^4$; (c) $Gr = 10^5$ et (d) $Gr = 10^6$.

La figure IV.11 (a) et (b) montre respectivement, la variation de l'entropie totale St et la variation du nombre de Bejan total Be , en fonction du nombre de Darcy et pour différents

nombre de Grashof. L'entropie totale augmente avec l'augmentation du nombre de Darcy. A noter que la variation de St à $Da = 10^{-5}$ est la même que celle à $Da=10^{-3}$, donc la variation est seulement significative dans la rangée $Da = 10^{-3} - 10^{-2}$. Par ailleurs, cette variation est observée seulement pour Grashof égal à 10^6 , mais elle est nulle pour les autres nombres de Grashof.

L'augmentation du nombre de Darcy provoque une diminution du nombre de Bejan, mais cette variation de Bejan est indiquée seulement de $Da = 10^{-3}$ à $Da = 10^{-2}$. On peut noter que le nombre de Bejan ne varie pas en fonction du nombre de Darcy pour un nombre de Grashof $Gr = 10^3$ et $Gr = 10^6$. La valeur de $Be = 1$ est la limite à laquelle l'irréversibilité de transfert de chaleur domine, $Be = 0$ est la limite opposée à laquelle l'irréversibilité est dominée par des effets de frottement du fluide et $Be = 0.5$ est le cas dans lequel le transfert de la chaleur et le frottement du fluide sont égaux.

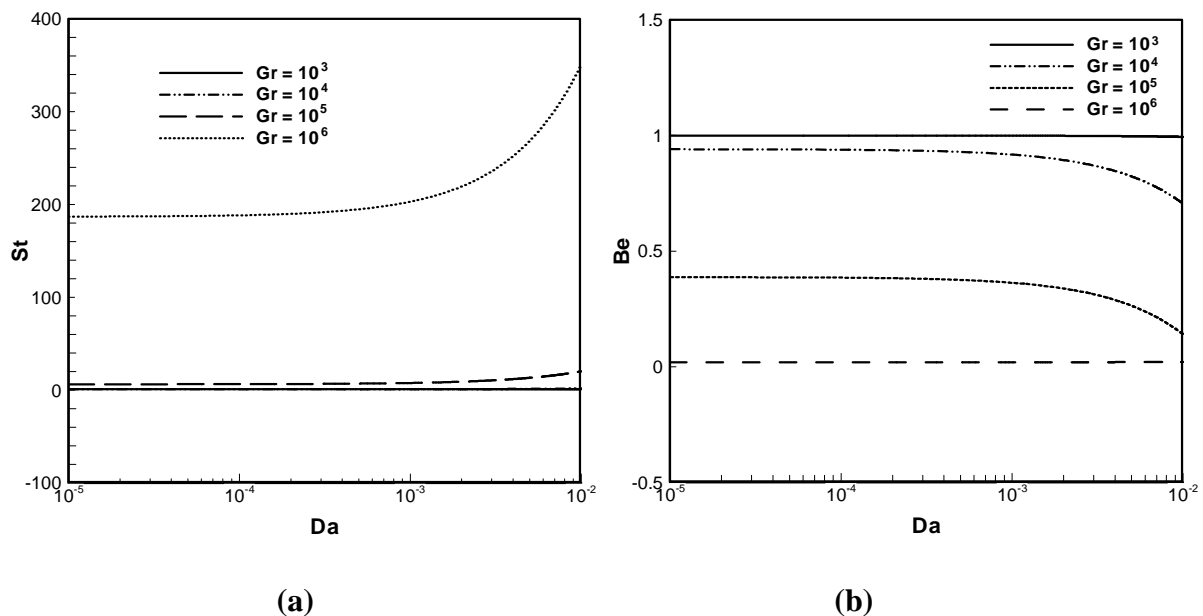


Figure (IV.11) : Les différents nombres adimensionnels en fonction du nombre de Darcy Da , pour différentes valeurs du nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$):
(a) St (Entropie totale); (b) Be (Nombre de Bejan).

La figure IV.12 représente la variation du nombre de Nusselt moyen, pour quatre valeurs différentes du nombre de Grashof, à différentes valeurs du nombre de Darcy. On peut voir sur la figure que le nombre de Nusselt moyen augmente régulièrement avec le nombre de Darcy et, en particulier, augmente de manière significative pour $Da > 10^{-3}$. Cependant, la valeur du nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Grashof et cette augmentation produit un taux de transfert de chaleur nettement plus élevé. Ce problème

peut être lié à la transition du mécanisme de transfert de chaleur à partir de la conduction (faible nombre de Grashof) à la convection (nombre de Grashof élevé), qui domine l'écoulement lorsque le nombre de Grashof augmente. Il est intéressant de noter que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre Grashof comme il a été indiqué sur la figure, alors qu'il s'approche d'une valeur constante pour des valeurs faibles du nombre de Grashof.

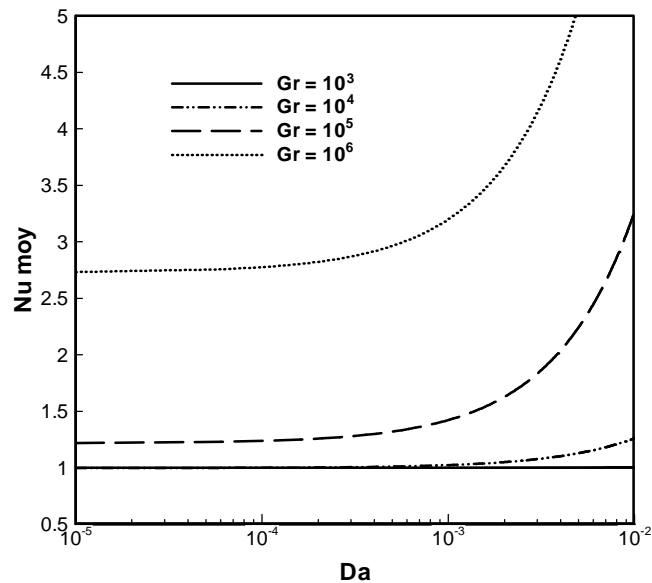


Figure (IV.12) : Variation du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} en fonction du nombre de Darcy Da , pour différentes valeurs de nombre de Grashof Gr ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$).

IV. 3. 2 Effet du nombre de Darcy

Comme vu dans la partie précédente, l'effet du nombre de Grashof affecte vraiment les caractéristiques de l'écoulement, le transfert de chaleur et la génération d'entropie. Par conséquent, il est important d'étudier l'effet du nombre de Darcy, qui est directement lié à la perméabilité de la matrice poreuse.

Pour étudier l'effet du nombre de Darcy sur l'écoulement et le transfert thermique, des calculs seront effectués pour une gamme du nombre de Darcy ($Da = 10^{-5}$, 10^{-4} , 10^{-3} , 10^{-2}), en fonction du nombre de Grashof ($Gr = 10^3$, 10^4 , 10^5 , 10^6). Les paramètres maintenus constants dans cette section sont : $Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$ et $Gr = 10^4$ (pour certaines figures).

La Figure IV.13 présente les lignes de courant et les isothermes, pour révéler l'écoulement hydrodynamique et les champs thermiques à l'intérieur d'une cavité carrée poreuse, pour quatre nombres de Darcy différents. Une vue d'ensemble de la figure montre que le débit dépend fortement du nombre Darcy. Ceci est prévu, puisque le nombre de Darcy est directement associé à la perméabilité du milieu poreux, et en conséquence, il affecte de manière significative le flux et le transfert de chaleur dans la cavité. A faible nombre de Darcy, $Da = 10^{-5}$, le mouvement de la convection dans la cavité se trouve être faible en raison de la résistance produite par la force du frottement induite par la matrice solide. Ceci est tout à fait évident à partir du faible nombre de Darcy. Il révèle que, bien que le nombre de Grashof soit relativement élevé, le débit est incapable de pénétrer plus profondément dans le milieu poreux en raison de la forte résistance produite par le milieu poreux. A partir des isothermes parallèles, on voit que le transfert de chaleur est principalement dominé par le mode de conduction.

Cependant, comme le nombre de Darcy est augmenté de 10^{-5} à 10^{-2} , les effets visqueux deviennent plus importants. Les isothermes presque parallèles, à $Da = 10^{-5}$, révèle une variation significative en raison de la présence de convection. Lorsque le nombre de Darcy augmente, $Da = 10^{-2}$, la perméabilité du milieu poreux augmente et donc la résistance du frottement a été progressivement réduite. A ce nombre de Darcy, les effets des forces visqueuses seront dominants et donc la vitesse d'écoulement devient significative. Par conséquent, les lignes de courant présentent une configuration d'écoulement fort avec le tourbillon principal déplacé vers la paroi froide. En comparant la figure IV.14(a) et (d), on peut noter que l'intensité du flux convectif devient plus forte que la valeur du nombre de Darcy est augmentée. En outre, lorsque le nombre de Darcy augmente, le flux pénètre plus profondément dans le milieu poreux comme on peut le voir à partir de lignes de courant et les champs isothermes. Les isothermes montrent la présence des gradients relativement forts au milieu de la cavité. La conclusion générale est que l'augmentation du nombre de Darcy permet à l'écoulement de pénétrer plus profondément dans la couche poreuse.

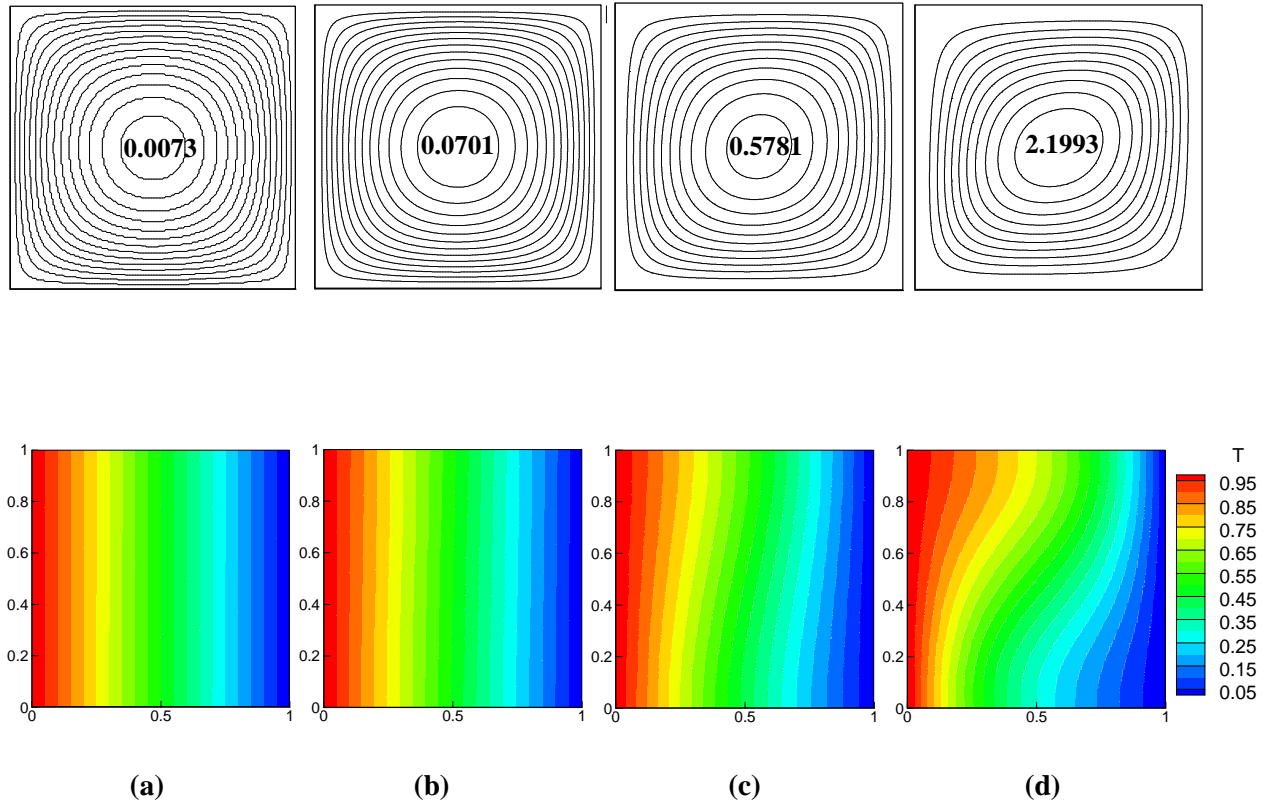


Figure (IV.13) : La fonction de courant adimensionnelle ψ (en haut) et les champs thermiques, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) $Da = 10^{-5}$; (b) $Da=10^{-4}$; (c) $Da=10^{-3}$; (d) $Da=10^{-2}$.

Noter que les valeurs indiquées sur les figures (en haut) représentent le maximum de la fonction de courant ψ_{\max} .

Afin d'avoir une meilleure compréhension du comportement de l'écoulement, du fait de la présence du nombre de Darcy, les vitesses d'écoulement horizontale et verticale le long de la section centrale de l'enceinte sont présentées sur la Figure IV. 14. Il est clair que la vitesse diminue avec l'augmentation du nombre de Darcy. En outre, les profils de vitesse symétriques sont observés, ce qui indique la direction de l'écoulement à l'intérieur de l'enceinte. Il est intéressant de noter que la grandeur de la vitesse verticale (V) est plus élevée que celle de la vitesse horizontale (U).

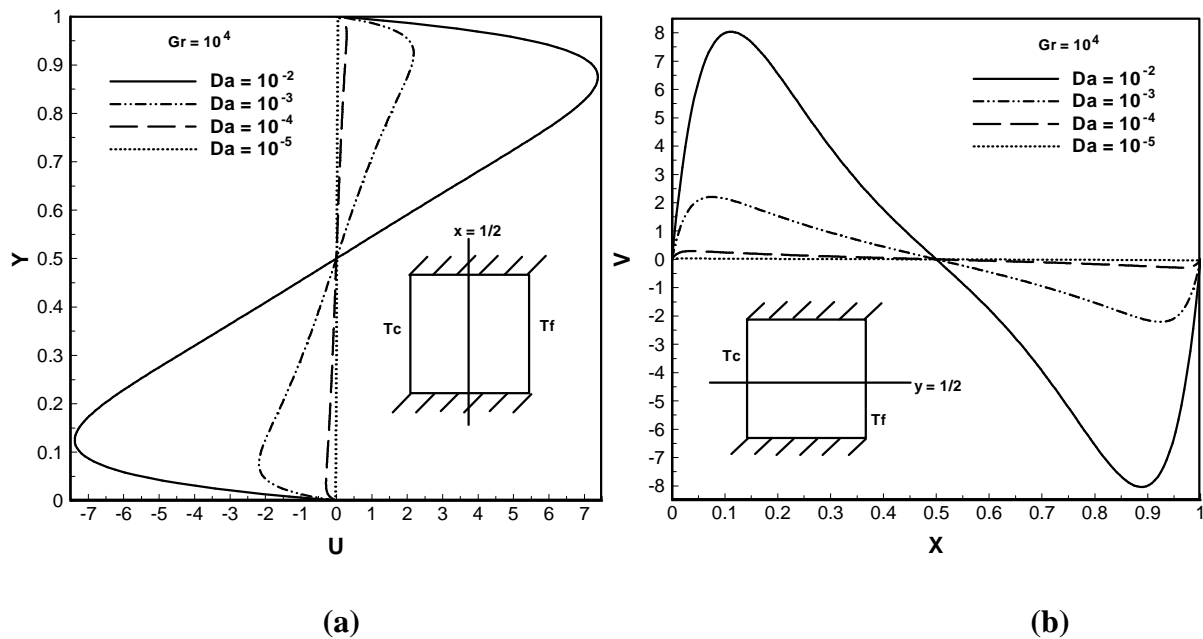


Figure (IV.14) : Profils des composantes de la vitesse adimensionnelle au milieu de la cavité, pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$) :

(c) Vitesse U ; (b) Vitesse V .

La figure IV. 15 (a) et (b) montre la variation de l'entropie totale et le nombre de Bejan total, respectivement, en fonction du nombre de Grashof, pour différents nombres de Darcy. Il peut être confirmé par la figure IV. 15 (a) qu'une tendance commune de l'augmentation de l'entropie totale par rapport au nombre de Grashof, pour tous les nombres de Darcy choisis. Selon la figure IV. 15 (b), on peut noter que le nombre de Bejan total diminue fortement avec l'augmentation du nombre de Grashof, pour toutes les valeurs du nombre de Darcy.

La variation de St par rapport au nombre de Grashof indique que la production totale d'entropie est nulle à des valeurs basses du nombre de Grashof. En outre, l'entropie totale diminue avec la diminution du nombre de Darcy. A noter que St à $Da = 10^{-3}$ est la même que celle à $Da = 10^{-2}$.

La valeur de Be est observée à environ égal à 1, ce qui indique que la production d'entropie est dominée par l'irréversibilité de transfert de chaleur à des valeurs basses du nombre de Darcy. Lorsque le nombre de Grashof augmente, le nombre de Bejan diminue ($Be \approx 0$), indiquant la domination de l'irréversibilité due aux frottements du fluide.

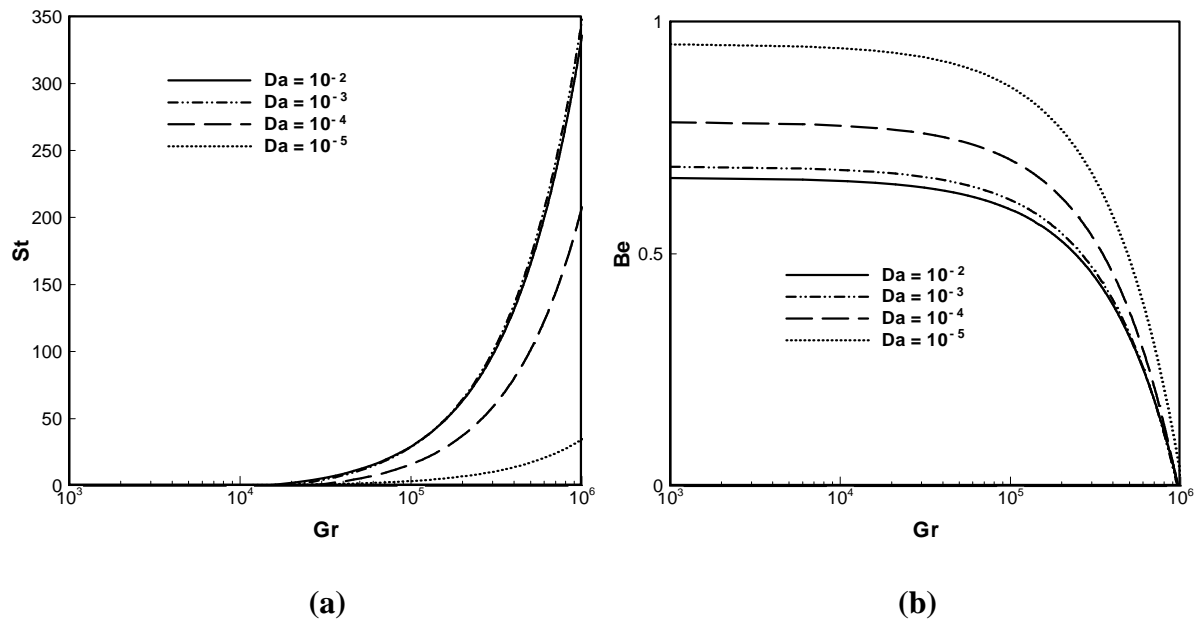


Figure (IV.15) : Les différents nombres adimensionnels en fonction du nombre de Grashof Gr , pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) St (Entropie totale); (b) Be (Nombre de Bejan).

La figure IV.16 présente la variation du nombre de Nusselt moyen, pour quatre valeurs différentes du nombre de Darcy, à différents nombres de Grashof. Un aperçu de la figure montre que la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Grashof est observée seulement pour $Gr > 10^5$, en raison de l'augmentation du transfert de chaleur près des parois verticales. Cependant, le nombre de Nusselt moyen dépend fortement du nombre de Darcy, une augmentation du nombre de Darcy produit un taux de transfert de chaleur nettement plus élevé. Ce problème peut être lié à la transition du mécanisme de transfert de chaleur à partir de la conduction (faible nombre de Darcy) à la convection (nombre de Darcy élevé) qui domine l'écoulement lorsque le nombre de Darcy augmente. Il est intéressant de noter que le nombre de Nusselt augmente avec une augmentation du nombre de Darcy, comme indiqué sur la figure, alors qu'il s'approche d'une valeur constante pour des valeurs très faibles du nombre de Darcy.

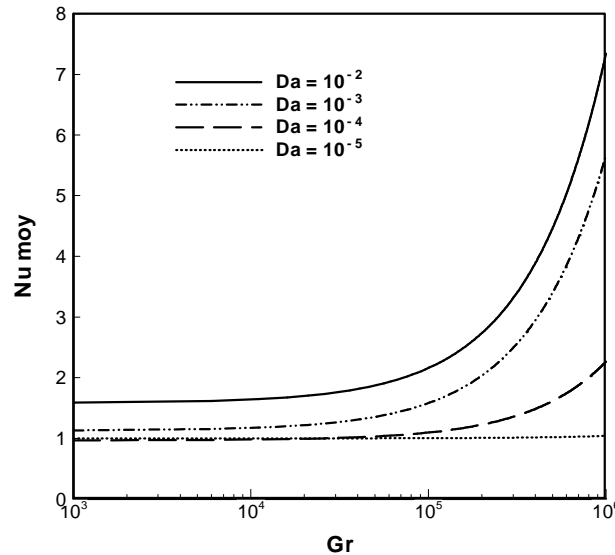


Figure (IV.16) : Variation du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} en fonction du nombre de Grashof Gr , pour différentes valeurs du nombre de Darcy Da ($Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$).

IV. 3. 3 Effet du nombre de Prandtl

Après avoir terminé l'étude des effets du nombre de Grashof et du nombre de Darcy. Dans cette section, nous analysons l'influence de la nature du fluide sur le transfert thermique et la génération d'entropie dans une cavité carrée poreuse. Une série de calculs a été effectuée en balayant toute la gamme du nombre de Prandtl, en fonction du nombre de Darcy ($Da = 10^{-2}$, 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5}). Les valeurs du nombre de Prandtl choisies sont : $Pr = 0,015$ (l'aluminium liquide), $Pr = 0,71$ (l'air), $Pr = 10$ (les solutions aqueuses) et $Pr = 1000$ (les huiles). Les paramètres maintenus constants dans cette section sont : $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$ et $Da = 10^{-3}$ (pour certaines figures).

Dans la figure IV.17, on peut voir la structure d'écoulement qui se compose d'une structure à cellules fermées aux nombres de Grashof et de Darcy donnés. Il est montré que la structure de la courbe des lignes de courant devient plus de forme circulaire pour un nombre de Prandtl plus petit, cette observation est plus importante dans la région centrale de la cavité. Ceci est prévu, étant donné que la diminution du nombre de Prandtl entraîne une diminution des effets visqueux entre les couches du fluide. Toutefois, la valeur maximale de la fonction de courant se produit dans la région centrale de la cavité. Cette portion peut être identifiée comme une petite zone de recirculation d'écoulement qui sert à classer le sens de l'écoulement.

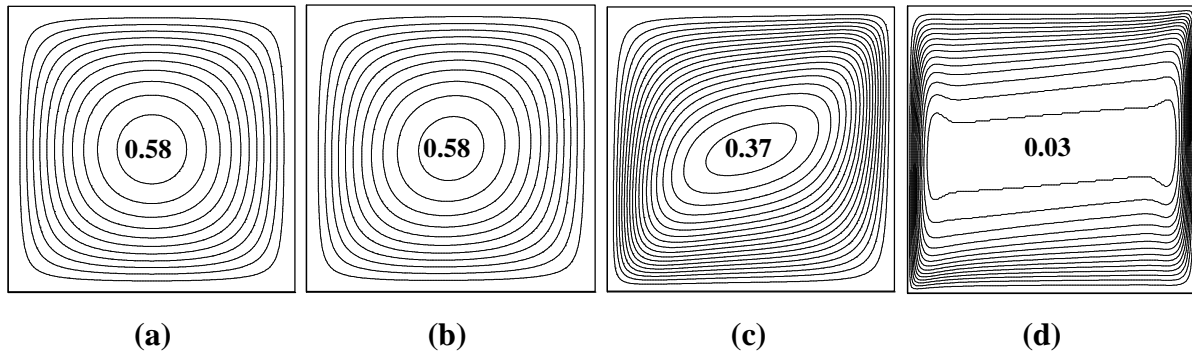


Figure (IV.17) : Fonction de courant adimensionnelle ψ dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Prandtl Pr ($Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) $Pr = 0,015$; (b) $Pr = 0,71$; (c) $Pr = 10$; (d) $Pr = 1000$.

Noter que les valeurs indiquées sur les figures représentent le maximum de la fonction de courant

Ψ_{\max} .

La figure IV.18 illustre les isothermes pour différentes valeurs du nombre de Prandtl ($Pr = 0,015, 0,71, 10, 1000$). De toute évidence, la concentration des isothermes à proximité des parois verticales pour $Pr = 10$ et 1000 dans la figure IV.18 (c) et (d), respectivement, est justifiée par la propriété bien établie que, la couche limite thermique est faible pour un grand nombre de Prandtl. Une comparaison entre les figures IV.18 (a) et (c) montre que la couche limite thermique diminue avec l'augmentation du nombre de Prandtl. Ce résultat est similaire avec celui obtenu théoriquement par **Bejan (2004)**, en convection naturelle laminaire.

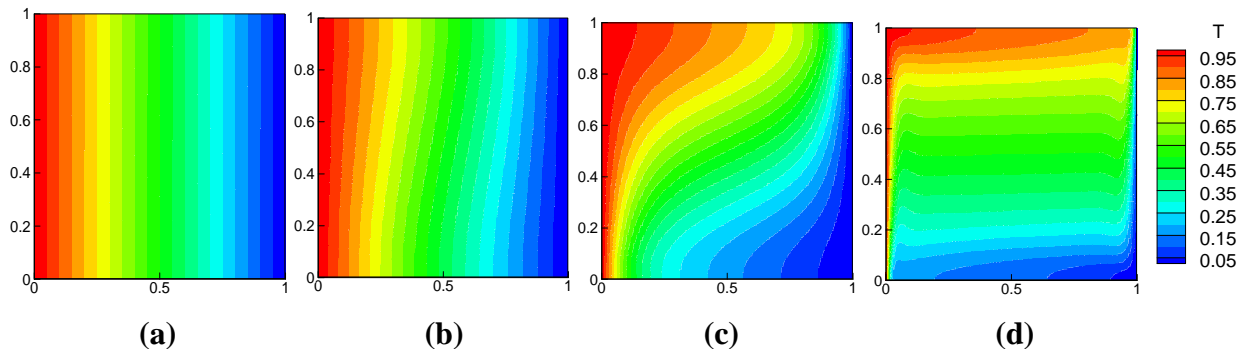


Figure (IV.18) : Champs thermiques représentés par les isothermes dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Pr ($Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) $Pr = 0,015$; (b) $Pr = 0,71$; (c) $Pr = 10$; (d) $Pr = 1000$.

Noter que les températures max. et min. se situent respectivement à la paroi verticale gauche (couleur rouge) et à la paroi verticale droite (couleur bleu).

La distribution de l'entropie locale S_h , pour différentes valeurs du nombre de Prandtl ($Pr = 0,015, 0,71, 10, 1000$), est présentée sur la figure IV.19 (a) - (c). Il est clair que la génération d'entropie maximale se localise dans la région supérieure de la paroi verticale

droite et dans la région inférieure de la paroi verticale gauche, où les isothermes ont été regroupées.

Maintenant, à partir d'une comparaison entre les différents nombres de Prandtl, on observe que la production d'entropie maximale augmente avec l'augmentation du nombre de Prandtl. En outre, la figure montre la contribution de la conductivité thermique à la production d'entropie, la diminution de la conductivité thermique provoque une diminution de l'irréversibilité de transfert de chaleur.

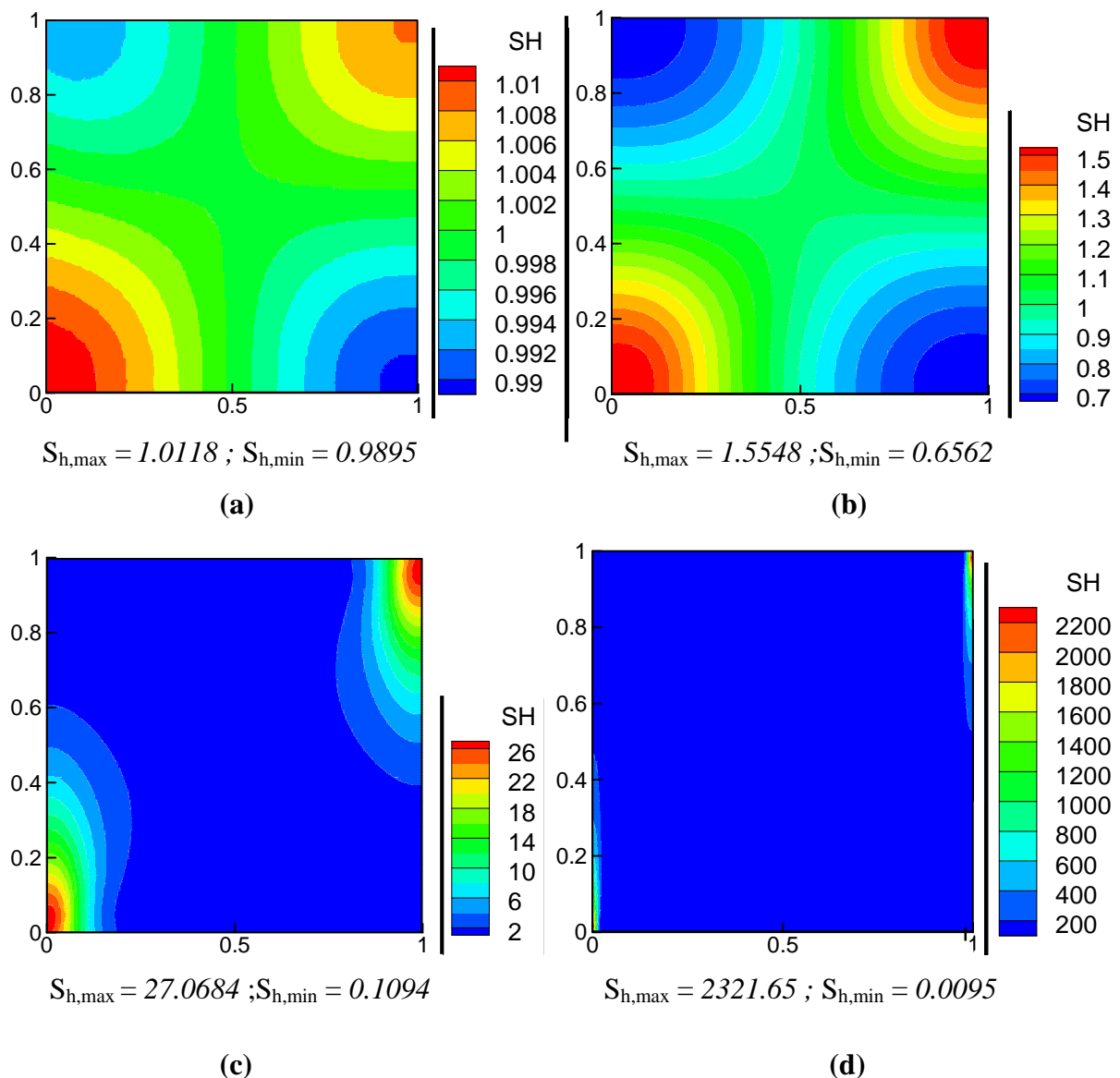


Figure (IV.19) : Distribution de l'entropie locale S_h adimensionnelle due au transfert thermique dans la cavité, plan (x-y), pour différentes valeurs du nombre de Pr ($Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) $Pr = 0,015$; (b) $Pr = 0,71$; (c) $Pr = 10$; (d) $Pr = 1000$.

La Figure IV.20 (a) et (b) présente la variation de l'entropie totale et du nombre de Bejan total, respectivement, en fonction du nombre de Darcy, pour différents nombres de Prandtl. A noter de la figure (a) que, la variation de St à $Da = 10^{-5}$ est la même que celle à $Da=10^{-3}$, donc la variation est représentée seulement dans $Da = 10^{-3} - 10^{-2}$, pour toutes les valeurs du nombre de Prandtl. En outre, il n'y a qu'une légère différence dans les ordres de grandeurs pour $Pr = 0.015$ et 0.71 . Cependant, St est observée à être élevée pour $Pr = 10$. Par ailleurs, St se trouve à être plus élevée pour $Pr = 1000$.

On observe sur la Figure IV.20 (b) que le nombre de Bejan diminue avec l'augmentation de nombre de Darcy et cette variation est observée seulement pour $Da = 10^{-3} - 10^{-2}$, et la valeur du nombre de Bejan est représentée égale à environ 1. Pour $Pr = 10$ et 1000 , le nombre de Bejan reste constant par rapport au nombre de Darcy. En outre, pour $Pr = 0.015$ et 0.71 le nombre de Bejan diminue ($Be \approx 0.6 - 0.7$), ce qui implique que la production d'entropie est dominée par l'irréversibilité de transfert de chaleur. Lorsque le nombre de Prandtl est grand, le minimum du nombre de Bejan est plus grand que 0,9, ce qui signifie que l'irréversibilité due à l'effet visqueux peut être négligé.

On peut constater que lorsque Pr est très faible, la conduction thermique est prédominante. En outre, lorsque $Pr > 1$ la convection devient signifiante.

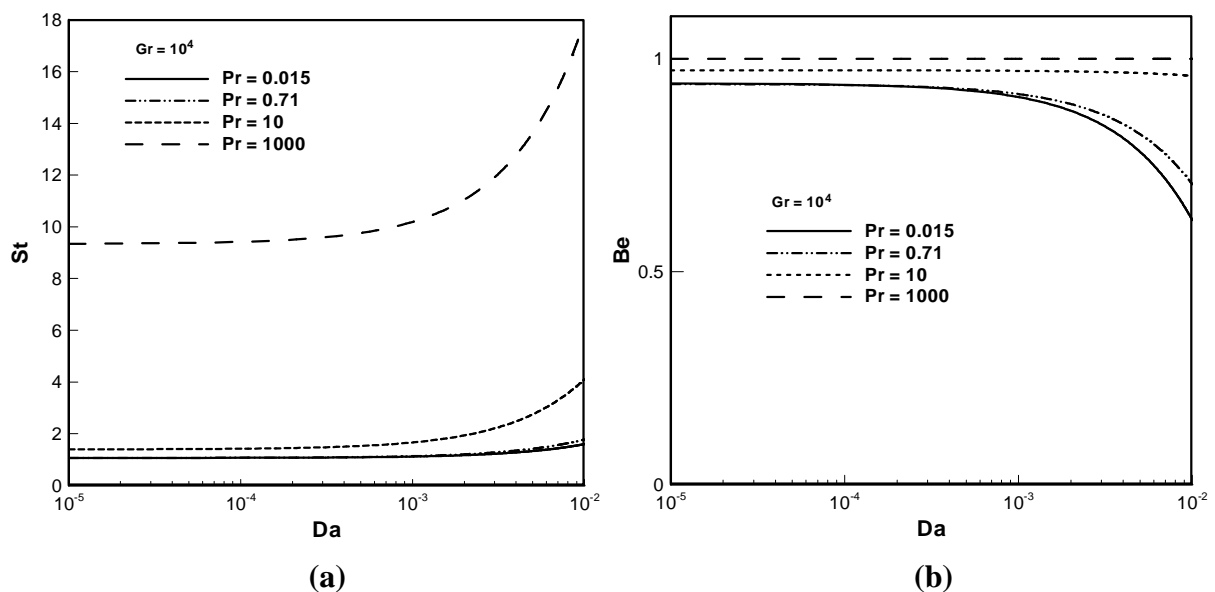


Figure (IV.20) : Les différents nombres adimensionnels en fonction du nombre de Darcy Da , pour différentes valeurs du nombre de Pr ($Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$) :

(a) St (Entropie totale); (b) Be (Nombre de Bejan).

La Figure IV.21 présente la variation du nombre de Nusselt local Nu , pour différents nombres de Prandtl ($Pr = 0,015, 0,71, 10, 1000$). La valeur de Nusselt indique clairement que, le mode de conduction de transfert de chaleur est dominant pour les valeurs basses du nombre de Prandtl ($Pr = 0,015$). Par ailleurs, pour les valeurs élevées du nombre de Prandtl ($Pr = 1000$), le nombre de Nusselt local est nettement élevé par rapport aux autres valeurs de Pr . Ces résultats obtenus sont en bon accord avec ceux de **Satish et Basak (2011)**.

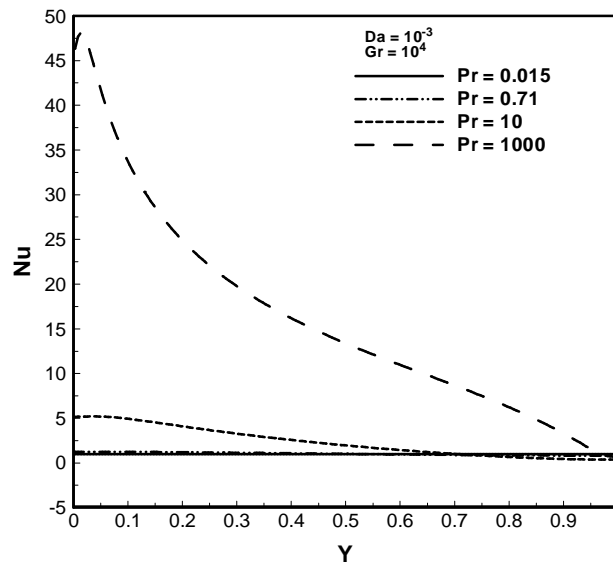


Figure (IV.21) : Variation du nombre de Nusselt local Nu le long de la paroi verticale, pour différentes valeurs de Pr ($Gr=10^4$, $Da=10^{-3}$, $\varepsilon=0.99$).

La Figure IV.22 indique les distributions du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Darcy, pour différents nombres de Prandtl. La tendance générale est que le nombre de Nusselt moyen augmente avec le nombre de Darcy. Pour $Pr = 10$ et 1000 , la figure montre que le nombre de Nusselt moyen reste presque constant jusqu'à environ $Da = 10^{-3}$. Ensuite, le nombre de Nusselt moyen pour $Pr = 1000$ augmente rapidement, alors que pour $Pr = 10$ le taux de l'augmentation est faible. Pour $Pr = 0.015$ et 0.71 , le nombre de Nusselt moyen reste constant jusqu'à $Da = 10^{-2}$. Il est montré que l'augmentation du nombre de Prandtl améliore le taux de transfert de chaleur. Une augmentation du nombre de Prandtl diminue l'épaisseur de la couche limite thermique en comparaison de l'épaisseur de la couche limite hydrodynamique, qui agit de façon à augmenter le flux de chaleur qui se traduit par l'augmentation du nombre de Nusselt.

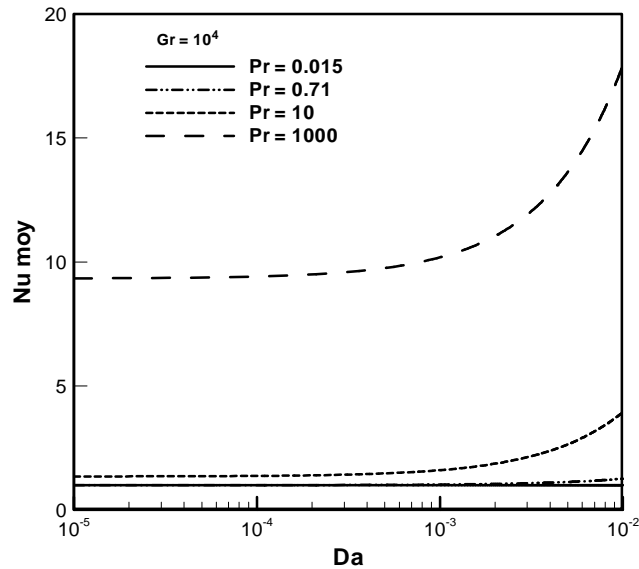


Figure (IV.22) : Variation du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} en fonction de Da , pour différentes valeurs de Pr ($Gr=10^4$, $\varepsilon=0.99$).

IV. 3. 4 Effet du nombre de la porosité

L'effet de la porosité sur le transfert de chaleur et la génération d'entropie dans une cavité carrée est étudié en effectuant une série de calculs pour différentes valeurs de la porosité ($\varepsilon = 0,4, 0,6, 0,8, 0,99$), en fonction du nombre de Grashof ($Gr = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$). Les paramètres maintenus constants sont : $Pr = 0,71$, $Da = 10^{-3}$ et $Gr = 10^4$ (pour certaines figures).

La figure IV.23 expose la variation de l'entropie totale en fonction du Gr , pour quatre différentes valeurs de la porosité ($\varepsilon = 0,4, 0,6, 0,8, 0,99$), pour un nombre de Darcy $Da = 10^{-3}$. A noter que la variation de St à $Gr = 10^3$ est la même que celle à $Gr = 10^5$, donc la variation est représentée seulement dans $Gr = 10^5$ à 10^6 , pour toutes les valeurs de la porosité. En outre, la variation de St dépend considérablement du nombre de Grashof. Il a été montré que l'augmentation de la porosité entraîne une augmentation de l'entropie, en particulier, à des valeurs supérieures du nombre de Grashof. Il se trouve que l'augmentation de la porosité augmente le taux de production d'entropie ce qui conduit à l'amélioration du transfert de chaleur.

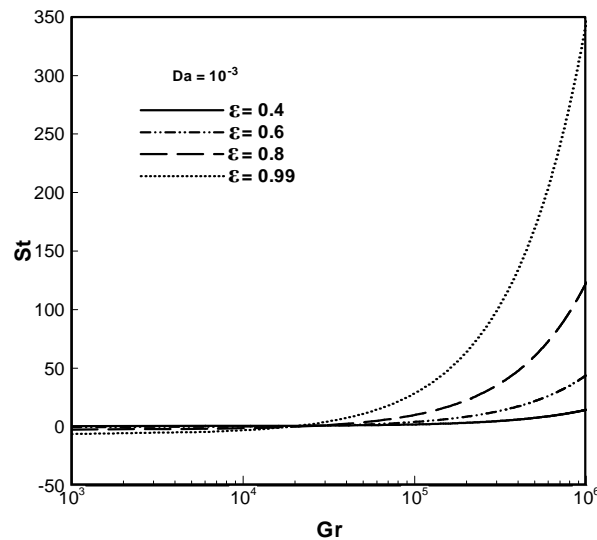


Figure (IV.23) : Variation de l'entropie totale St en fonction du nombre de Grashof Gr , pour différentes valeurs de la porosité ε ($Pr = 0,71$ et $Da=10^{-3}$).

La figure IV.24 montre la variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Grashof, pour différentes valeurs de la porosité ($\varepsilon = 0,4, 0,6, 0,8, 0,99$), pour un nombre de Darcy $Da = 10^{-3}$. On voit sur la figure que, la variation du nombre de Nusselt moyen est observée seulement pour $Gr \geq 10^5$. Par ailleurs, l'augmentation de la porosité améliore le transfert de chaleur. On peut noter que, quand la porosité du milieu poreux augmente, l'intensité de la convection augmente au sein de la cavité poreuse et elle est associée à une diminution de la force de frottement fournie par la matrice poreuse.

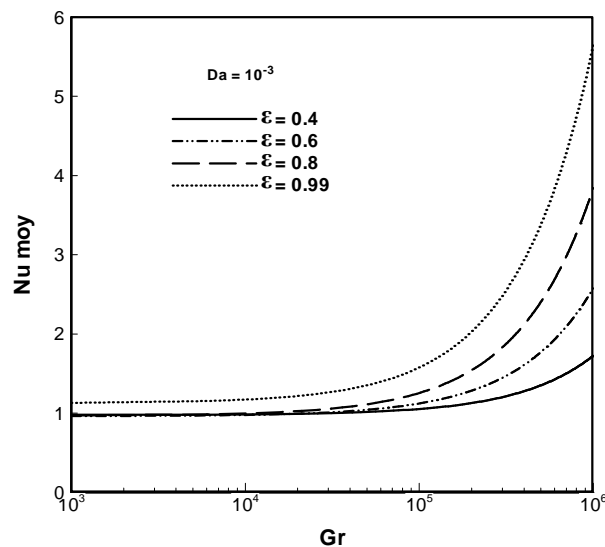


Figure (IV.24) : Variation du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} en fonction du nombre de Grashof Gr , pour différentes valeurs de la porosité ε ($Pr = 0,71, Da = 10^{-3}$).

IV. 3. 5 Effet de la dimension de la source de chaleur

Dans le but d'étudier la convection naturelle dans une cavité carrée contenant une source de chaleur, située à la paroi gauche de la cavité. Des simulations ont été accomplies, pour l'effet de la dimension de la source de chaleur sur le transfert thermique et la génération d'entropie, en fonction du nombre de Darcy ($Da = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$) et du nombre de Grashof ($Gr = 10^3, 10^4, 10^5, 10^6$). Les paramètres maintenus constants dans cette section sont : $Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$, et $Da = 10^{-3}$, $Gr = 10^4$ (pour certaines figures).

Les champs thermiques pour trois positions de la source de chaleur sont exposés sur la figure IV.25. Il convient de noter que la dimension de la source a une influence directe sur l'intensité du mouvement. En fait, puisque le fluide en dessous de la source de chaleur a tendance à rester relativement stagnant, l'enceinte est significativement affectée par le flux entraîné de flottabilité lorsque la dimension de la source soit grande, ou elle occupe une position inférieure dans la cavité. Il est clairement indiqué que l'efficacité du chauffage de la source de chaleur augmente avec l'augmentation de la dimension de la source de chaleur.

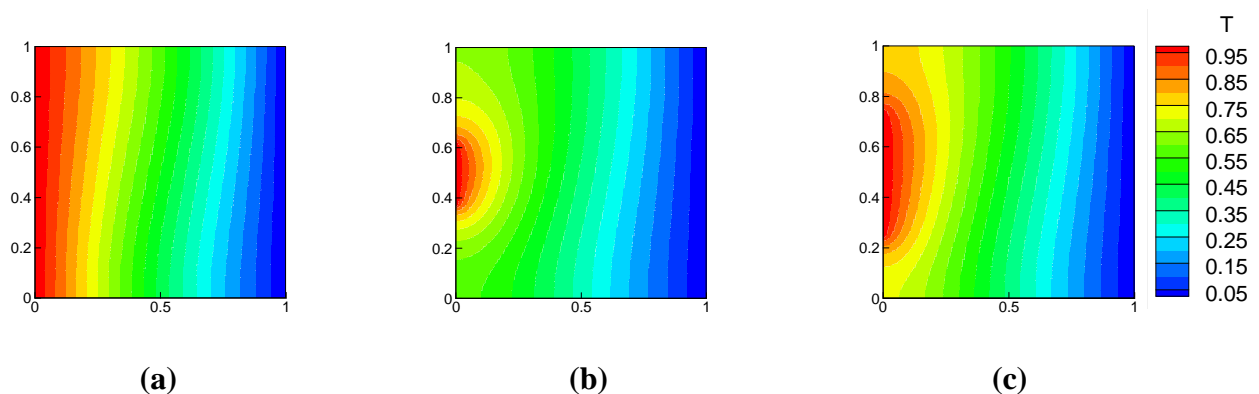


Figure (IV.25) : Champs thermiques représentés par les isothermes dans la cavité, plan (x-y), pour différentes dimensions d'une source de chaleur placée à la paroi gauche de la cavité ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$) :

- (a) Cas 1 : Le long de la paroi ; (b) Cas 2 : Au milieu de la paroi ;
(c) Cas 3 : Presque le long de la paroi.

Noter que les températures max. et min. se situent respectivement à la paroi verticale gauche (couleur rouge) et la paroi verticale droite (couleur bleu).

La variation du nombre de Nusselt local, pour trois dimensions différentes de la source de chaleur, pour $Da = 10^{-3}$ et $Gr = 10^4$, est présentée sur la figure IV.26. On constate que le

nombre de Nusselt local augmente avec la diminution de la dimension de la source de chaleur, mais pour le cas (1) la variation du nombre de Nusselt local est à peu près constante au niveau de la paroi, ce qui indique que l'effet de convection est extrêmement faible.

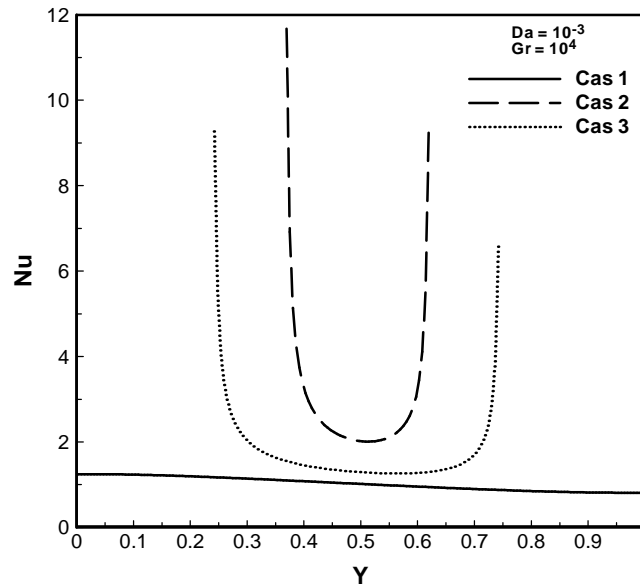
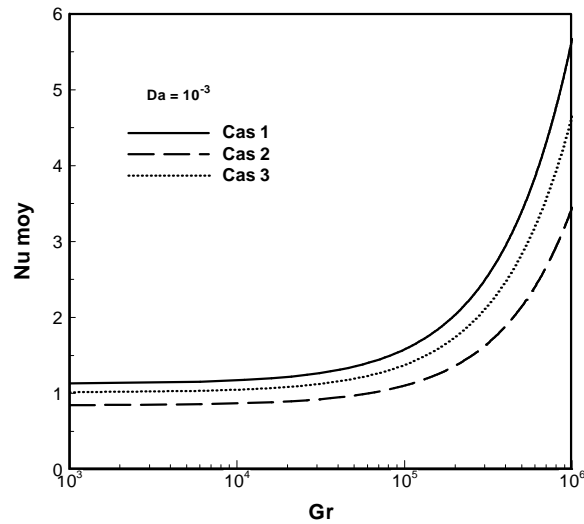
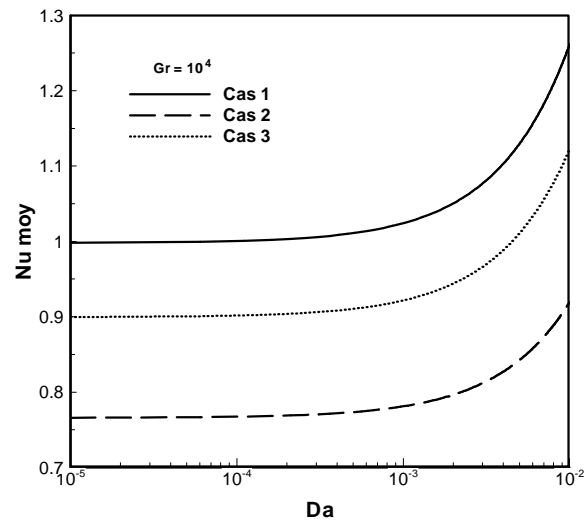


Figure (IV.26) : Variation du nombre de Nusselt local Nu le long de la paroi verticale, pour les trois géométries considérées ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$).

L'effet de la longueur de la source de chaleur sur le transfert de chaleur peut être mieux compris à partir de la figure IV. 27 (a) et (b), en fonction du nombre de Grashof et du nombre de Darcy, respectivement. Le nombre de Nusselt moyen est tracé pour une gamme des nombres, de Grashof et de Darcy. On constate de la figure (a) que le transfert de chaleur diminue lorsque la source de chaleur diminue, et cette variation est observée seulement à $Gr \ll 10^5$. L'effet de la longueur de la source de chaleur sur l'augmentation du transfert de chaleur est plus important à un nombre de Grashof élevé. Pour la figure (b), on distingue les mêmes remarques. Seulement, l'accroissement du nombre de Nusselt est faible, pour les trois cas. En outre, les trois courbes pour la figure (a), elles sont plus proches que dans la figure (b).



(a)



(b)

Figure (IV.27) : Variation du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} , pour les trois géométries considérées ($Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$) : (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Gr = 10^4$.

La figure IV.28 (a) et (b) représente la variation de la génération d'entropie totale, en fonction du nombre de Grashof et du nombre de Darcy, respectivement, pour trois différentes dimensions de la source de chaleur située à la paroi gauche de la cavité. La figure IV.28(a) montre, lorsque la longueur de la source augmente, le gradient de température augmente, au fur et à mesure, ce qui conduit à l'augmentation de la génération d'entropie. On peut voir que la valeur maximale de la production d'entropie dans les trois cas de chauffage est réalisée

lorsque le nombre de Grashof égale à 10^6 . Pour la figure IV.28(b), on distingue les mêmes remarques. Seulement, l'accroissement de la génération d'entropie est faible, pour les trois cas. En outre, les trois courbes pour la figure IV.28(a), elles sont plus proches que dans la figure IV.28(b).

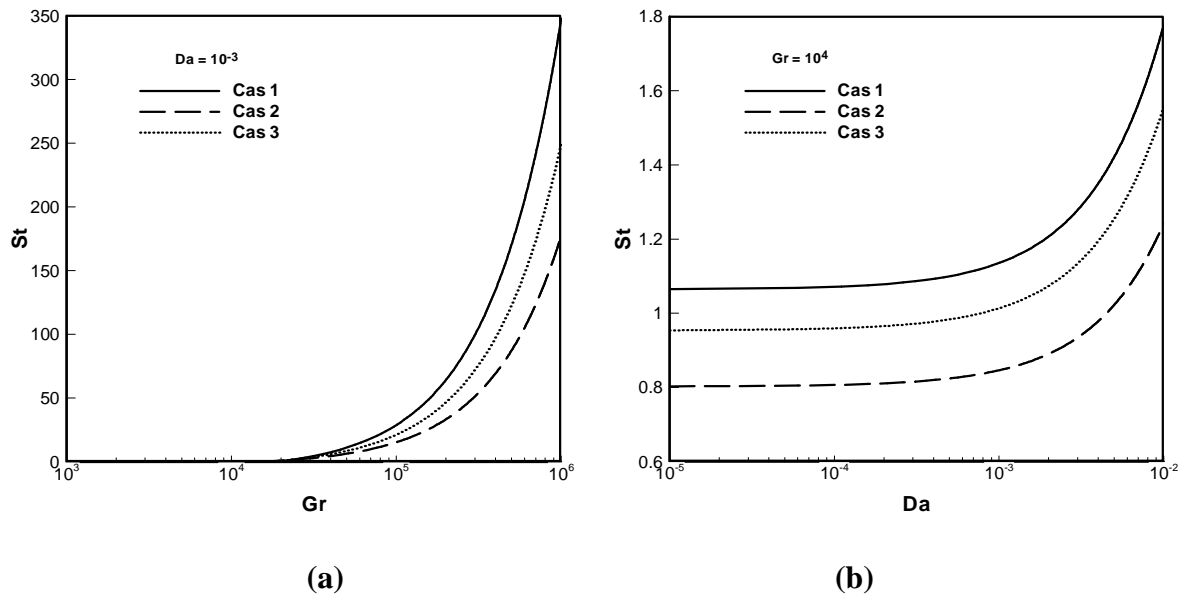


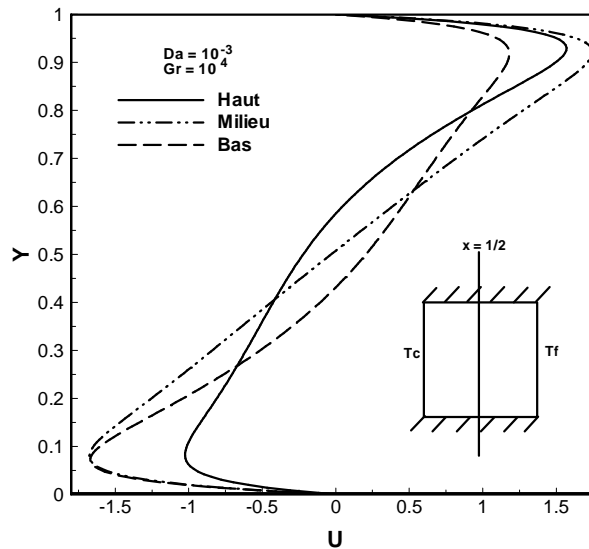
Figure (IV.28) : Variation de l'entropie totale St , pour les trois géométries considérées ($Pr=0.71$, $\varepsilon=0.99$) : (a) $Da = 10^{-3}$; (b) $Gr = 10^4$

IV. 3. 6 Effet de la position de la source de chaleur

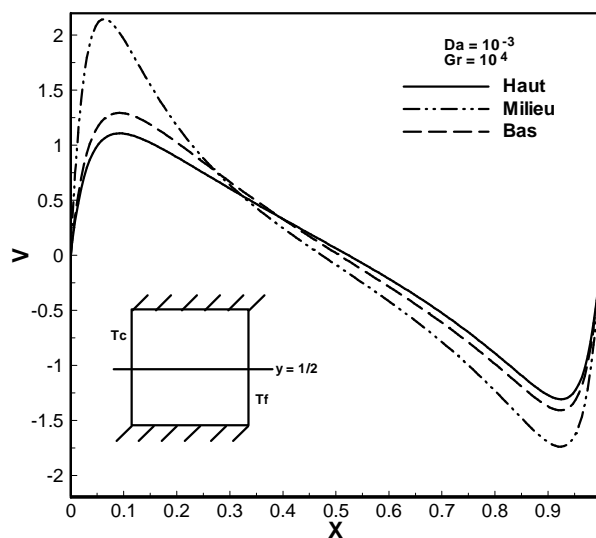
Après avoir terminé l'étude de l'effet de la dimension de la source de chaleur, située à la paroi gauche d'une cavité carrée. Dans cette section, nous analysons l'influence de la position de la source de chaleur sur le transfert thermique et la génération de l'entropie. Une série de calculs a été effectuée, en variant la position de l'élément chauffant, en fonction du nombre de Darcy ($Da = 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}$). Les paramètres maintenus constants dans cette section sont : $Gr = 10^4$, $Pr = 0,71$, $\varepsilon = 0,99$ et $Da = 10^{-3}$ (pour certaines figures).

Pour étudier l'effet de différentes positions sur la vitesse d'écoulement, les vitesses horizontale et verticale sont respectivement affichées, à mi-largeur et à mi-hauteur de l'enceinte, sur la figure IV.29 pour $Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$. Un examen attentif des profils de vitesse horizontale et verticale révèle que, l'emplacement de la source a une grande influence sur la vitesse près des limites supérieure et inférieure de la cavité. Pour la vitesse verticale, quand la partie médiane de la paroi de gauche est chauffée, le fluide à côté de la zone de

chauffage se déplace verticalement jusqu'à la paroi supérieure, et se déplace vers la paroi froide avec une amplitude plus élevée. Mais, lorsque la partie supérieure ou inférieure de la paroi gauche est chauffée, la vitesse du fluide à proximité de la paroi supérieure est d'une grandeur inférieure. Il est intéressant de noter que les ordres de grandeurs de la vitesse verticale sont presque similaires. Pour la vitesse horizontale, près de la limite supérieure, la vitesse est maximale dans le cas de chauffage du Milieu, alors que la vitesse maximale près de la paroi de fond apparaît pour les deux cas du chauffage (Milieu et Bas).



(a)



(b)

Figure (IV.29) : Profils des composantes de la vitesse adimensionnelle au milieu de la cavité, pour les trois positions de la source de chaleur ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $Da = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,99$) :

(c) Vitesse U ; (b) Vitesse V .

La Figure IV.30 montre la variation du nombre de Nusselt moyen à différents nombres de Darcy pour trois positions de la source de chaleur (chauffage partiel) sur la paroi gauche d'une cavité carrée, pour $Gr = 10^4$. Il peut être évidemment considéré que le taux de transfert de chaleur, pour les positions Haut et Bas sont presque identiques pour la gamme $10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$, et au-delà de $Da = 10^{-3}$ le taux de transfert de chaleur est plus élevée pour la position Bas. En outre, le taux de transfert de chaleur dans la cavité se trouve à être beaucoup plus élevé dans le cas où la position de la source de chaleur est au milieu de la paroi, que les autres positions. Ceci peut s'expliquer par, le fait que le fluide montant ne peut pas essayer toute la surface de l'élément de chauffage, lorsque la source de chaleur est placée très près de la partie inférieure ou supérieure de la paroi gauche de l'enceinte.

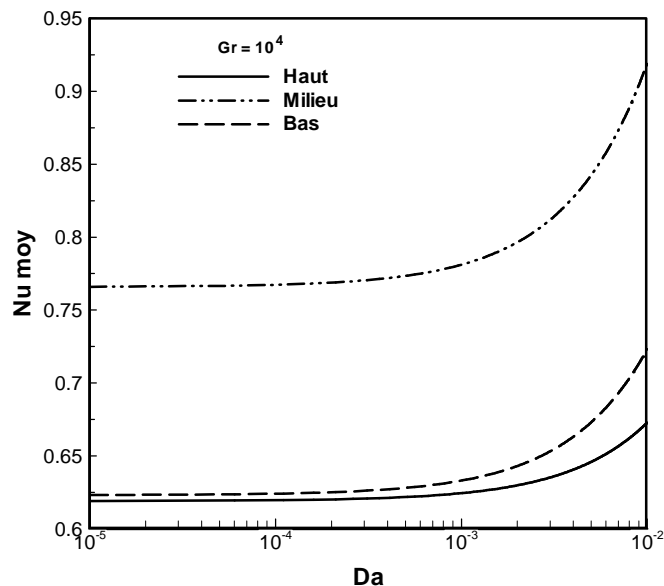


Figure (IV.30) : Variation du nombre de Nusselt moyen Nu_{moy} en fonction du nombre de Darcy Da , pour les trois positions de la source de chaleur ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$).

La variation de la production d'entropie totale, due au transfert de chaleur et au frottement du fluide, par rapport au nombre de Darcy dans chacun des trois positions de la source de chaleur située à la paroi gauche de la cavité, est présentée sur la figure IV.31. A noter que la variation de l'entropie totale à $Da = 10^{-5}$ est la même que celle à $Da = 10^{-3}$ et donc la variation est représentée seulement pour $Da = 10^{-3}$ à 10^{-2} . Une tendance commune de l'augmentation de l'entropie totale par rapport au nombre de Darcy est observée dans tous les

trois cas. L'entropie totale est plus élevée dans le cas Milieu, suivie par le cas Bas et le cas Haut. En outre, il n'y a qu'une légère différence dans les ordres de grandeur pour les cas Haut et Bas. Donc, l'emplacement optimal de la source de chaleur est au milieu de la paroi, en raison que le dispositif de chauffage améliore la circulation à l'intérieur de la cavité.

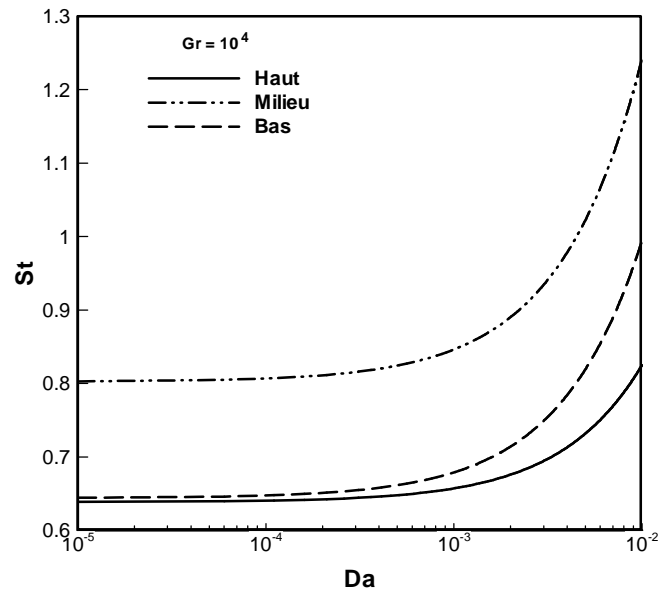


Figure (IV.31) : Variation de l'entropie totale St en fonction du nombre de Darcy Da , pour les trois positions de la source de chaleur ($Pr = 0,71$, $Gr = 10^4$, $\varepsilon = 0,99$).

Conclusion générale

L'étude numérique du transfert thermique par convection naturelle dans une cavité carrée poreuse contenant un fluide, a été effectuée. Les parois gauche et droite de l'enceinte sont chauffée et refroidie, respectivement, tandis que les parois supérieure et inférieure sont maintenues adiabatiques. Les effets du nombre de Grashof, du nombre de Darcy, du nombre de Prandtl, de la porosité, de la dimension et de la position de la source de chaleur sur le transfert thermique et la génération d'entropie ont été considérés.

Les conclusions principales de ce présent travail sont :

- La valeur du nombre de Nusselt augmente en augmentant le nombre de Grashof. En outre, l'entropie diminue avec la diminution du nombre de Grashof et elle est nulle pour des valeurs faibles de ce dernier.
- Une augmentation du nombre de Darcy produit un taux de transfert de chaleur nettement plus élevé. Par ailleurs, l'entropie totale diminue avec la diminution du nombre de Darcy, mais il n'y a qu'une légère différence dans les ordres de grandeur pour $Da = 10^{-3}$ et 10^{-2} .
- L'augmentation du nombre de Prandtl améliore le taux de transfert de chaleur. En plus, la diminution du nombre de Prandtl entraîne une diminution de l'entropie, mais il n'y a qu'une légère différence dans les ordres de grandeur pour $Pr = 0,015$ et $0,71$.
- En augmentant la porosité, le nombre de Nusselt moyen et l'entropie totale augmentent.
- La diminution de la dimension de la source de chaleur entraîne une diminution du nombre de Nusselt et de l'entropie totale.
- Le taux de transfert de chaleur dans la cavité est beaucoup plus élevé dans le cas où la position de la source de chaleur est au milieu de la paroi. Par contre, l'entropie totale est faible lorsque la source de chaleur est placée dans la partie supérieure de la paroi gauche.

Références bibliographiques

Abu-Hijleh, B.K., Abu-Qudais, M. and Abu Nada, E. (1999) : The numerical prediction of the production of entropy due to the natural convection of a horizontal cylinder, *Energy*, vol. 24, pp. 327-333.

Alipanah, M., Hasannasab, P., Hosseinizadeh, S.F. and Darbandi, M. (2010) : Entropy generation for compressible natural convection with high gradient temperature in a square cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 37, pp. 1388-1395.

Altac, Z. and Kurtul, O. (2007) : Natural convection in tilted rectangular enclosures with a vertically situated hot plate inside, *Applied Thermal Engineering*, vol. 27, pp. 1832-1840.

Basak, T., Roy, S. and Balakrishnan, A.R. (2006) : Effects of thermal boundary conditions on natural convection flows within a square cavity, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49, pp. 4525-4535.

Basak, T., Gunda, P. and Anandalakshmi, R. (2012) : Analysis of entropy generation during natural convection in porous right-angled triangular cavities with various thermal boundary conditions, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 4521-4535.

Bejan, A. (1982): Entropy generation through heat and fluid flow, *Willey & Sons*, New-York.

Bejan, A. (2004) : Convection heat transfer, 3rd edition, *Wiley*, New-York.

Bejan, A. (2006): Advanced engineering thermodynamics, 3rd Edition, *Willey & Sons*.

Bessaih, R. (1994) : Effet d'un craque mécanique dans un microprocesseur, Thèse de Magister, Université de Constantine.

Chen, Q., Wang, M., Pan, N. and Guo, Z.Y. (2009) : Optimization principles for convective heat transfer, *Energy*, vol. 34, pp.1199-1206.

Corvaro, F. and Paroncini, M. (2008) : A numerical and experimental analysis on the natural convective heat transfer of a small heating strip located on the floor of a square cavity, *Applied Thermal Engineering*, vol. 28, pp. 25-35.

Da Silva, A.K., Lorente, S. and Bejan, A. (2004) : Optimal distribution of discrete heat sources on a wall with natural convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47, pp. 203-214.

Delache, A. (2005): Etude analytique et numérique des instabilités spatio-temporelles des écoulements de convection mixte en milieuporeux: comparaison avec l'expérience, Thèse de Doctorat de l'Université des Sciences et Technologies de Lille.

- Delavar, M.A., Farhadi, M. and Sedighi, K. (2011)** : Effect of discrete heater at the vertical wall of the cavity over the heat transfer and entropy generation using Lattice Boltzmann method, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 15, pp. 423-435.
- Deshmukh, P., Mitra, S.K. and Gaitonde, U.N. (2011)** : Investigation of natural circulation in cavities with uniform heat generation for different Prandtl number fluids, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 1465-1474.
- Famouri, M. and Hooman, K. (2008)** : Entropy generation for natural convection by heated partitions in a cavity, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 35, pp. 492-502.
- Hasan, M.N., Saha, S.C. and Gu, Y.T. (2012)** : Unsteady natural convection within a differentially heated enclosure of sinusoidal corrugated side walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 5696-5708.
- Huei Chen, T. and Chen, L.Y. (2007)** : Study of buoyancy-induced flows subjected to partially heated sources on the left and bottom walls in a square enclosure, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 46, pp. 1219-1231.
- Hossain, M.A. and Wilson, M. (2002)** : Natural convection flow in a fluid-saturated porous medium enclosed by non-isothermal walls with heat generation, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 41, pp. 447-454.
- Ilis, G.G., Mobedi, M. and Sunden, B. (2008)** : Effect of aspect ratio on entropy generation in a rectangular cavity with differentially heated vertical walls, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 35, pp. 696-703.
- Kaluri, R.S. and Basak, T. (2010)** : Heatline analysis of thermal mixing due to natural convection in discretely heated porous cavities filled with various fluids, *Chemical Engineering Science*, vol. 65, pp. 2132-2152.
- Kaluri, R.S. and Basak, T. (2011)** : Entropy generation due to natural convection in discretely heated porous square cavities, *Energy*, vol. 36, pp. 5065-5080.
- Kaluri, R.S. and Basak, T. (2011)** : Analysis of entropy generation for distributed heating in processing of materials by thermal convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 2578-2594.
- Kandaswamy, P. and Eswaramurthi, M. (2008)** : Density maximum effect on buoyancy-driven convection of water in a porous cavity with variable side wall temperatures, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, pp. 1955-1961.
- Kandaswamy, P., Nithyadevi, N. and Ng, C.O. (2008)** : Natural convection in enclosures with partially thermally active side walls containing internal heat sources, *Physics of Fluids*, vol. 20, pp. 1063-1834.

- Khanafar, K.M. and Chamkha, A.J. (1999)** : Mixed convection flow in a lid-driven enclosure filled with a Fluid-saturated porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 42, pp. 2465-2481.
- Koca, A., Oztop, H.F. and Varol, Y. (2007)** : The effects of Prandtl number on natural convection in triangular enclosures with localized heating from below, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 34, pp. 511-519.
- Krishna, D.J., Basak, T. and Das, S.K. (2008)** : Natural convection in a heat generating hydrodynamically and thermally anisotropic non-Darcy porous medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, pp. 4691-4703.
- Lundgren, T.S. (1972)** : Slow flow through stationary random beds and suspension of spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 51, pp. 273-299.
- Magherbi, M., Abbassi, H. and Ben Brahim, A. (2003)** : Entropy generation at the onset of natural convection, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, pp. 3441-3450.
- Maougal, A. and Bessaïh, R. (2013)** : Heat transfer and entropy analysis for mixed convection in a discretely heated porous square cavity, *FDMP*, vol. 9, no.1, pp.35-59.
- Mukhopadhyay, A. (2010)** : Analysis of entropy generation due to natural convection in square enclosures with multiple discrete heat sources, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 37, pp. 867-872.
- Nabavizadeh, S.A., Talebi, S., Sefid, M. and Nourmohammadzadeh, M. (2012)** : Natural convection in a square cavity containing a sinusoidal cylinder, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 51, pp. 112-120.
- Nicolas, J.D. and Nansteel, M.W. (1993)** : Natural convection in a rectangular enclosure with partial heating of the lower surface : experimental results, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 36, pp. 4067-4071.
- Nield, A.D. and Bejan, A. (1999)**: Convection in porous media, 2nd edition, *Springer-Verlag*, New York (1999).
- Nithiarasu, P., Seetharamu, K.N. and Sundararajan, T. (1997)** : Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3955-3967.
- Nithyadevi, N., Kandaswamy, P. and Lee, J. (2007)** : Natural convection in a rectangular cavity with partially active side walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, pp. 4688-4697.
- Ogut, E.B. (2009)** : Natural convection of water-based nanofluids in an inclined enclosure with a heat source, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 48, pp. 2063-2073.

- Oliveski, R.D., Macagnan, M.H. and Copetti, J.B. (2009)** : Entropy generation and natural convection in rectangular cavities, *Applied Thermal Engineering*, vol. 29, pp. 1417-1425.
- Oztop, H.F., Abu-Nada, E., Varol, Y. and Chamkha, A. (2011)** : Natural convection in wavy enclosures with volumetric heat sources, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, pp. 502-514.
- Patankar, S.V. (1980)** : Numerical heat transfer and fluid flow, *McGraw-Hill*, New York.
- Ridouane, E.H. and Campo, A. (2006)** : Free convection performance of circular cavities having two active curved vertical sides and two inactive curved horizontal sides, *Applied Thermal Engineering*, vol. 26, pp. 2409-2416.
- Sankar, M., Bhuvaneswari, M., Sivasankaran, S. and Younghae, D. (2011)**: Buoyancy induced convection in a porous cavity with partially thermally active sidewalls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 5173-5182.
- Sankar, M., Youngyong, P., Lopez, J.M. and Younghae, D. (2011)** : Numerical study of natural convection in a vertical porous annulus with discrete heating, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 1493-1505.
- Saravanan, S. and Sivaraj, C. (2011)** : Natural convection in an enclosure with a localized nonuniform heat source on the bottom wall, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54, pp. 2820-2828.
- Satish, R. and Basak, T. (2011)** : Role of entropy generation on thermal management during natural convection in porous square cavities with distributed heat sources, *Chemical Engineering Science*, vol. 66, pp. 2124-2140.
- Sivasankaran, K., Seetharamu, K.N. and Natarajan, R. (2010)**: Numerical study on mixed convection in a lid-driven cavity with non uniform heating on both sidewalls. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 53, pp. 4304-4315.
- Soleimani, S., Ganji, D.D., Gorji, M., Bararnia, H. and Ghasemi, E. (2011)** : Optimal location of a pair heat source-sink in an enclosed square cavity with natural convection through PSO algorithm, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 38, pp. 652-658.
- Valencia, A. and Frederick, R.L. (1989)** : Heat transfer in square cavities with partially active vertical walls, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 32, pp. 1567-1574.
- Varol, Y., Oztop, H.F. and Koca, A. (2008)** : Entropy production due to free convection in partially heated isosceles triangular enclosures, *Applied Thermal Engineering*, vol. 28, pp. 1502-1513.

Varol, Y, Oztop, H.F., Koca, A. and Ozgen, F. (2009) : Natural convection and fluid flow in inclined enclosure with a corner heater, *Applied Thermal Engineering*, vol. 29, pp. 340-350.

Wanga, X., Shi, D. and Li, D. (2012) : Natural convective flow in an inclined lid-driven enclosure with a heated thin plate in the middle, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 55, pp. 8073-8087.

Zeng., M., Yu, P., Xu, F. and Wang, Q.W. (2013) : Natural convection in triangular attics filled with porous medium heated from below, *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 63, pp. 735-754.