

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique
Université MENTOURI Constantine
Faculté Des Sciences De L'ingénieur
Département De Génie Mécanique



MÉMOIRE

Pour obtenir le grade de

MAGISTERE EN GENIE MECANIQUE

OPTION: CONSTRUCTION MECANIQUE

Par

Leila KHAMMAR

Le...../...../2014

Intitulé :

**MODELISATION DU MOUVEMENT DU
CORPS HUMAIN PAR LA METHODE DES
ELEMENTS FINIS**

JURY:

Président : Mr. KADJA Mahfoud	Professeur, Université de Constantine 1
Rapporteur : Mr. NECIB Brahim	Professeur, Université de Constantine 1
Examineur : Mr. MILI Fayçal	Professeur, Université de Constantine 1
Examineur : Melle. MERABET Amel	Maitre de conférences, Université de Constantine 1

Juin 2014

République Algérienne Démocratique Et Populaire
Ministère De L'enseignement Supérieur Et De La Recherche Scientifique
Université MENTOURI Constantine
Faculté Des Sciences De L'ingénieur
Département De Génie Mécanique



MÉMOIRE

Pour obtenir le grade de

MAGISTERE EN GENIE MECANIQUE

OPTION: CONSTRUCTION MECANIQUE

Par

Leila KHAMMAR

Le...../...../2014

Intitulé :

**MODELISATION DU MOUVEMENT DU
CORPS HUMAIN PAR LA METHODE DES
ELEMENTS FINIS**

JURY:

Président : Mr. KADJA Mahfoud	Professeur, Université de Constantine 1
Rapporteur : Mr. NECIB Brahim	Professeur, Université de Constantine 1
Examineur : Mr. MILI Fayçal	Professeur, Université de Constantine 1
Examineur : Melle. MERABET Amel	Maitre de conférences, Université de Constantine 1

Juin 2014

Remerciements

*Je voudrais en premier lieu remercier chaleureusement mon directeur de mémoire de Magistère Monsieur **NECIB Ibrahim** professeur de l'université de Constantine, qui a suivi et a encadré ce travail avec intérêt et disponibilité. Je le remercie aussi de m'avoir initié avec autant de talents à ce travail de recherche. Ses compétences ont fait de ces trois années de formation les plus riches en enseignement de mon cursus.*

*Je souhaite également remercier **Mr. KADJA Mahfoud**, Professeur au département de génie mécanique, Université Mentouri Constantine, qui m'a fait l'honneur d'accepter d'être président du jury de soutenance de ce mémoire.*

*Je tiens aussi à remercier les autres membres de jury Monsieur le Professeur **MILI FAYCAL** et Docteur **MERABET Amel** pour avoir accepté à évaluer ce travail.*

*Je n'oublie pas aussi de remercier tous les enseignants de post graduation qui ont contribué à ma formation et spécialement le responsable **Mr. MEZIENI Salim**.*

*Je tiens aussi à remercier monsieur **MERABET abderrazak** chef de département de génie mécanique de Constantine.*

*Leïla **KHAMMAR***

*Je dédie ce mémoire
À ma mère,
À mon marié,
À mon petit fils,
À toute ma famille et mes amis.*

Résumé :

« Modélisation du mouvement du corps humain par la méthode des éléments finis ».

L'analyse du comportement des différents membres du corps humain est très compliquée en raison de la complexité de ses membres et de ses différents mouvements suivant les différents plans et axes qui régissent ce corps. Donc, en biomécanique la modélisation du corps humain par la méthode des éléments finis est incontournable et fréquemment utilisée pour l'analyse des différents membres du corps humain à l'état statique, dynamique et durant leur mouvement. Les membres sont souvent modélisés par des éléments barres ou poutres, tandis que les articulations sont considérées comme les nœuds. Ceci permettra à la biomécanique d'obtenir des indications sur les modifications possibles visant à améliorer les performances des qualités des prothèses au niveau des articulations et les matériaux constituant les membres.

Dans notre travail, la modélisation est basée sur l'assemblage des membres supérieurs et inférieurs du corps humain séparément à l'état statique ou durant leur mouvement qui est représenté par le mouvement du bras et de la hanche respectivement. Aussi une modélisation tridimensionnelle a été réalisée et l'état de contrainte et de déformation des différents membres a été analysé. Par ailleurs et durant le mouvement réel de ces membres, le changement des angles est souvent négligeable et une analyse cinématique et dynamique des membres a été réalisée où la position, la vitesse et l'accélération ont été déterminées.

Mots clé : Corps humain, membres supérieurs et inférieurs, modélisation, élément finis, contrainte, déformation, Biomécanique.

Abstract:**"Modeling of movement of human body by finite element method" .**

The behavior analysis of the human body various members is very complicated view to the complexity of its members and its various movements following the different planes and axes which governed it. Therefore, in biomechanical the human body modeling using the finite element method is essential and frequently used for the analysis of the various members of the human body in its static, dynamic, and during their movement. The members are often modeled by elements bars or beams, while the joints are considered as nodes. This will allow the biomechanics to obtain indications on the possible changes in order to improve the performance of the qualities of the prosthesis at level joints and constituent materials of the members.

In our work, the modeling is based on the assembly of the upper and lower limbs of the human body separately statically and during their movement which is represented by the movement of the arm and the hip respectively. Also a three-dimensional modeling was carried out and the state of stress and deformation of the various members has been analyzed. Furthermore, and during the real movement of these members, the change of angles is often negligible and a kinematic and dynamic analysis of the members was released where the position of speed and acceleration have been determined.

Keyword: Human body, upper and lower limbs, modeling, finite element, stress, deformation, biomechanics.

لمخصص:

"نموذج حركة التاجس للبشري من خلال طويقاني عناصر ال محدودة".

إن تحليل الحركة الرياضية لمختلف أعضاء الجسم البشري أمر معقد، بل تبدأ من تحديد أعضائه وحركته المتخلفة وفيها لمختلِف لمستويات والمحاوِر لكي يتضبط هذا الجسم، لذلك فإن نموذج الجسم البشري في مجال الميكانيكا البيوميكانيكية لا يغطي إلا الناحية الميكانيكية من حركة الأعضاء في الجسم البشري في حالتي التوازن والحركة. نموذج الأعضاء غالبا ما تكون قضايا أو عرضيات بحيث يمكن اعتبار المفاصل كعقد، هذا ليس من أجل ميكانيكا الجسم بل هو قبول حصول قوى مُشتركة حول تلك المفاصل لغرض تحسين نوعية القيايات لغرض مستوى الفعاصر والمواد للمكونات الأعضاء في عملها، النموذج هو نسبة على تصنيف الأعضا إلى الوية الوية في الجسم الإنسان على حدسي حال التوازن أو أثناء حركته مثل بركة اليد ولورك لغرض الوية. أيضا قضايا نموذج الوية البعاد يتبع ليل حالة الإجهاد لتلشوه لمختلف الأعضاء، من جهة أخرى إناء الحركة الوية لهذه الأعضاء، التي تغير في الزاوية غالبا ما يكون مهم كما أصبحت تحليل حركة وتحويل الأعضاء بحيث حدونا مرض غلاسرعة والتسارع.

الكلمات الوية:

جسم الإنسان، أعضا، الوية الوية، نموذج، عناصر ال محدودة، الإجهاد، التلشوه، الميكانيكا البيومي

Nomenclature

L'insigne : Désignation

M_j : moment articulaire exercé par le segment S_{j-1} sur S_j au niveau du centre de rotation.

w_j : La vitesse de rotation du segment S_j par rapport à S_{j-1} .

F_j : La force articulaire exercée par le segment S_{j-1} sur S_j .

v_j : La vitesse de translation du segment S_j par rapport à S_{j-1} .

m_s : La masse du corps.

C_m : Le coefficient du segment.

α : Angle de rotation suivant l'axe Z.

β : Angle de rotation suivant l'axe X.

γ : Angle de rotation suivant l'axe Y.

R_i : Repère cartésien orthonormé du segment i .

Rot_{i-1} : Matrice de rotation.

H : hauteur d'un homme (m).

L_1 : Longueur du bras (du pied pour le membre inférieur) (m).

L_2 : Longueur de l'avant-bras (du tibia pour le membre inférieur) (m).

L_3 : Longueur de la main (de la cuisse pour le membre inférieur) (m).

m_1 : Masse du bras (du pied pour le membre inférieur) (kg).

m_2 : Masse de l'avant-bras (du tibia pour le membre inférieur) (kg).

m_3 : Masse de la main (du pied pour le membre inférieur) (kg).

θ_1 : Angle de rotation du bras dans le plan sagittal pour le membre supérieur (du tibia pour le membre inférieur) (rad).

θ_2 : Angle de rotation de l'avant-bras dans le plan sagittal pour le membre supérieur (de la cuisse pour le membre inférieur) (rad)

- θ_3 : Angle de rotation de la main dans le plan sagittal (rad).
- x_i : Déplacement de l'élément i du membre supérieur ou inférieur suivant l'axe X(m) (m).
- y_i : Déplacement de l'élément i du membre supérieur ou inférieur suivant l'axe Y(m) (m).
- \dot{x}_i : Vitesse de l'élément i suivant la direction horizontale (m/s).
- \dot{y}_i : Vitesse de l'élément i suivant la direction verticale (m/s).
- \ddot{x}_i : Accélération de l'élément i suivant la direction horizontale (m/s²).
- \ddot{y}_i : Accélération de l'élément i suivant la direction horizontale (m/s²).
- G_i : Centre de gravité de l'élément i .
- l : Longueur de chaque élément du membre supérieur (ou inférieur) (m).
- m : Masse de chaque élément du membre supérieur (ou inférieur) (kg).
- T_i : L'énergie cinétique de l'élément i du pendule double (ou pendule double inversé).
- V_i : L'énergie potentielle l'élément i du pendule double (ou pendule double inversé).
- v_i : Vitesse de l'élément i du pendule double (ou pendule double inversé) (m/s).
- g : Force gravitationnelle (m/s²).
- L : Lagrangien du système.
- $\dot{\theta}_i$: Vitesse angulaire de l'élément i (rad/s).
- $\ddot{\theta}_i$: Accélération angulaire de l'élément i (rad/s²).
- $\theta_i(t)$: Repense de l'élément i du système (rad).
- M : Matrice des masses (m).
- K : Matrice des raideurs (N/m).
- H_i : Vecteur propre de l'élément i .
- ω : Fréquence réelle (rad/ s).
- $w_{1,2}$: Fréquences normales (rad/ s).
- μ : Rapport des masses du pendule double.
- C : Matrice de rigidité (N/mm²).
- E : Module d'Young (N/mm²).

A_i : Section de l'élément i (mm^2).

u_i : Déplacement de l'élément i suivant la direction horizontale dans le repère local (mm).

v_i : Déplacement de l'élément i suivant la direction verticale dans le repère local (mm).

Fx_i : La force de l'élément i suivant la direction horizontale dans le repère local (N).

Fy_i : La force de l'élément i suivant la direction verticale dans le repère local (N).

\bar{u}_2 : Déplacement de l'élément i suivant la direction horizontale dans le repère global (mm).

F_i : La force de l'élément i dans le repère global (N).

Sommaire

Remerciement.....	I
Dédicace.....	II
Résumé.....	III
Nomenclature.....	VI
Sommaire.....	IX
Liste des figures.....	XII
Liste des tableaux.....	XVII
Introduction Générale.....	1
Chapitre I : Recherche bibliographique.	
I-1. Introduction :	3
I-2. La biomécanique	3
I-3. La biomécanique expérimentale.....	9
I-4. La biomécanique et ses applications	15
I-5. Conclusion	16
Chapitre II : Mouvements des membres du corps humain et leurs fonctions.	
II-1. Introduction.....	17
II-2. Caractéristique des Eléments de Mécanique Humaine.....	17
II-2.1. Les Os et leurs caractéristiques mécaniques.....	17
II-2.2. Le Cartilage articulaire.....	18
II-2.3. Les muscles.....	19
II-2.4. Les Tendons.....	20
II-2-5. Les articulations.....	20
II-2-5-1. L'épaule.....	20
II-2.5.2. Le Coude.....	21
II-2-5-3. Le Poignet et la main.....	21
II-2-5-4. La Hanche.....	22
II-2-5-5. Le Bassin	23
II-2-5-6. Le Genou.....	23
II-2-5-7. La Cheville.....	24
II-3. Les éléments des membres supérieurs et leurs fonctions.....	24
II-3-1. Les éléments des membres supérieurs	24
II-3-1-1. Le bras	24
II-3-1-2. L'humérus.....	24
II-3-1-3. L'avant-bras.....	25
II-3-1-4. La main	26
II-3-1-4-1. L'Anatomie de la main	26
II-3-1-4-2. Les os et les articulations de la main.....	26
II-3-1-4-3. Mouvements de la main.....	27
II-3-2. Fonctions et mouvements articulaires des membres supérieurs.....	29
II-3-2-1. Articulation de l'épaule.....	29
II-3.2-2. Articulation du coude.....	32

II-3.2-3. Articulation du poignet.....	33
II-4. Les éléments des membres inférieurs et leurs fonctions.....	35
II-4-1. Les éléments des membres inférieurs.....	35
II-4-1-1. Le bassin.....	35
II-4-1-2 La cuisse.....	36
II-4-1-3 La jambe	37
II-4-1-4 Le pied.....	38
II-4-2 Fonctions et mouvements articulaires des membres inférieurs	39
II-4-2-1. L'articulation de la hanche.....	39
II-4-2-2. L'articulation du genou et de la rotule	40
II-4-2-3 L'articulation de la cheville	42
II-4-2-4 L'articulation sous-astragalienne.....	42
II-4-2-5 Les articulations du pied.....	43
II-5 La tête.....	43
II-5-1. Présentation.....	43
II-5-2 Mouvements de la tête.....	44
II-6 Le cou.....	45
II-6-1 Présentation.....	45
II-7 La colonne vertébrale.....	45
II-7-1 Présentation	45
II-7-2 Mouvements de la colonne vertébrale.....	47
II-6. Analyse des mouvements du corps humain.....	47
II-6-1. Introduction	47
II-6-2. Référentiels de l'espace relatif au corps humain.....	47
II-6-3. Analyse des masses segmentées du corps humain	49
II-6-4. Calcul de la masse d'un segment corporel	49
II-6-5. Analyse du mouvement du corps humain bidimensionnel	50
Chapitre III : Etude cinématique et dynamique du corps humain.....	
III-1. Etude cinématique du corps humain.....	53
III-2. Etude cinématique du mouvement des membres supérieurs du corps humain.....	54
III-2-1. Mise en équation	55
III-2-2. Analyse cinématique des membres supérieurs par la méthode numérique	56
III-3. Etude cinématique du mouvement des membres inférieurs du corps humain.....	57
III-3-1 Mise en équation	57
III-3-2. Analyse cinématique des membres inférieurs par la méthode numérique	58
III-4. Etude dynamique du mouvement du corps humain.....	59
III-4-1. Analyse Oscillations des membres supérieurs par la méthode de Lagrange.....	59
III-4-2. Analyse des oscillations des membres inférieurs par la méthode de Lagrange	68
Chapitre IV : Analyse des contraintes et des déformations dans les membres du corps humain par la méthode des éléments finis	
IV-1. Introduction aux éléments finis	76
IV-2. Le maillage.....	77
IV-2-1. Les différents types de maillage	77
IV-2-2. Qualité de maillage	80
IV-2-3. Méthode du raffinement de l'élément choisi.....	80

IV-2-4. Génération d'un maillage	81
IV-3. Analyse des membres inférieurs du corps humain par élément finis	81
• Matrice de rigidité de l'élément barre	81
IV-4. Analyse des contraintes dans les éléments du corps humain par élément finis	86
IV-4-1. Simulation du membre supérieur	86
IV-4-1-1. Conception d'un modèle géométrique.....	86
IV-4-1-2. Connexions.....	87
IV-4-1-3. Choix du matériau	87
IV-4-1-4. Le Maillage.....	87
IV-4-1-5. Résultats et discussions	89
IV-4-1-5-1. Application de la force du poids sur le membre supérieur du corps humain	89
IV-4-1-5-2. Effet de la force du choc appliquée sur le poignet.....	91
IV-4-1-5-3. L'effet de la force du choc appliquée sur le coude	92
IV-4-2. Simulation du membre inférieur.....	94
IV-4-2-1. Conception d'un modèle géométrique.....	94
IV-4-2-2. Connexions.....	94
IV-4-2-3. Choix du matériau	94
IV-4-2-4. Le Maillage.....	94
IV-4-2-5. Résultats et discussions	95
IV-4-2-5-1. L'effet de l'application de la force du poids sur le membre inférieur du corps humain	95
IV-4-2-5-2. L'effet de la force du choc appliquée sur le genou.....	97
IV-4-2-5-3. L'effet de la force du choc appliquée sur la cheville.....	98
Conclusion générale et perspective.....	101
Références bibliographiques.....	103

Liste des figures

Figure I-1 : Chronophotographie de la marche (**Marey, 1894**) [1].

Figure I-2 : Chronophotographie d'un saut (**Demeny, 1903**) [2].

Figure I-3: Les articulations talo-crurale et sous-talienne.

Figure I-4 : a) Modélisation du corps humain par des barres rigides articulées. b) Modélisation tridimensionnelle du membre inférieur.

Figure I-5 : Matérialisation des segments corporels par des lignes blanches sur habit noir d'après Etienne Jules **Marey. (1873)** [6].

Figure I-6 : Illustration de la méthode de solidification, **Chèze L. (1995)** [17].

Figure I-7 : Rachis scoliotique vu dans le plan frontal.

Figure I-8: Prototypé de mesure du périmètre de marche.

Figure I-9 : Protocole expérimental pour l'étude de l'articulation trapézo-métacarpienne.

Figure I-10 : Protocole expérimental pour l'étude du membre pelvien chez le chien.

Figure I-11: modèle géométrique de l'homme en simple pendule inversé.

Figure II-1 (a) : Représentation du bras.

Figure II-1 (b) : Modélisation du bras.

Figure II-2 (a) : Balance de Pauwels.

Figure II-2 (b) : Bassin du corps humain.

Figure II-3 : Représentation de la cheville : Point d'appuis et voûtes.

Figure II-4 : Humérus.

Figure II-5 : Squelette de la main et de l'avant-bras [**Kapandji I. A**] [56].

Figure II-6 : Les os et les articulations de la main.

Figure II-7: Mouvements d'adduction et d'abduction.

Figure II-8 : Mouvements d'extension et de flexion.

Figure II-9 : Mouvements de Pronation – supination.

Figure II-10: Complexe articulaire de l'épaule.

Figure II-11: Mouvement de flexion / extension [KAP 1994] [55].

Figure II-12: Mouvement de l'abduction & l'adduction [KAP 1994] [55].

Figure II-13: Mouvement de la rotation externe & interne [KAP 1994] [55].

Figure II-14: Mouvement de rétroposition et antéposition [KAP 1994] [55].

Figure II-15: Mouvement de la flexion et l'extension horizontale [KAP, 1994] [55].

Figure II-16: Coude vu de face; une cavité et 3 articulations.

Figure II-17: Les os du poignet.

Figure II-18: Anatomie du bassin [Brizon, 1988] [59].

Figure II-19: Fémur **droit** [Kapandji, 1996] [56] : a) plan frontal, I : angle d'inclinaison, b) extrémité inférieure, D : angle de déclinaison, c) plan horizontal.

Figure II-20: Tibia et péroné droit [Kapandji, 1996] [56] : a) plan frontal, T : angle de torsion externe du squelette jambier, b) plateau tibial, c) mortaise tibio-péronière, d) plan horizontal.

Figure II-21: Os et articulations du pied [Kapandji, 1996] [56]: a) arrière-pied (plan sagittal), b) arrièrepied, médio-pied et avant-pied (plan horizontal).

Figure II-22: Les mouvements de la hanche [Calais-Germain, 1986] [57].

Figure II-23: le genou. Amplitude des mouvements de flexion du genou selon la position de la cuisse et du bassin. Elle est plus élevée si la hanche est fléchie.

Figure II-24: La rotule et sa fixation sur le genou (Calais-Germain, 1986) [57].

Figure II-25: Les mouvements de la cheville [Calais-Germain, 1986] [57].

Figure II-26: Les mobilités de la sous-astragaliennne [Calais-Germain, 1986] [57].

Figure II-27: Les mouvements d'inversion et d'éversion (Calais-Germain, 1986) [57].

Figure II-28: Tête ; coupe sagittal.

Figure II-29: Coupe au niveau de la 6^e vertèbre cervicale.

Figure II-30: Colonne vertébrale humaine.

Figure II-31: Axes et plans délimités par le référentiel (avec le centre de gravité du corps).

Figure II-32 (a): Différents segments du corps humain.

Figure : II-32 (b): Coefficients de masse De Lava(Cm) pour différents segments.

Figure II-33 : Mouvement du corps humain selon les différentes articulations et suivant le plan sagittal.

Figure II-34: Modélisation des déplacements aux articulations par élément finis.

Figure II-35 : Chaîne articulée représentant le rachis thoraco-lombaire pour les membres inférieurs et supérieurs.

Figure III-1 : Représentation des repères au niveau des articulations.

Figure III-2 : Modèle simplifié du membre supérieur du corps humain.

Figure III-3: Kino gramme du membre supérieur avec tous les segments, 60étapes
— bras, — avant-bras, — main.

Figure III-4: Chemin de déplacement du bras.

Figure III-5 : modèle simplifié du membre inférieur.

Figure III-6: Kino gramme des membres inférieurs avec tous les segments, 60étapes
— pied, — tibia, — cuisse.

Figure III-7: Chemin de déplacement membre inférieur.

Figure III-8: Modèle simplifié des membres (pendule double).

Figure III-9 : Evolution des oscillations du membre supérieur en fonction du temps.

Figure III-10 : Modèle simplifié du pendule double inversé.

Figure III-11 : Evolution des oscillations du membre inférieur en fonction du temps.

Figure IV-1: Maillage du domaine en triangles à trois nœuds.

Figure IV-2 : Élément barre ou poutre.

Figure IV-3: Différents éléments surfacique (**ibrahim. GUVEN**) [62].

Figure IV-4: Différents éléments volumiques.

Figure IV-5: Représentation de la compatibilité des deux éléments voisins.

Figure IV-6: Raffinage d'un tétraèdre.

Figure IV-7: Représentation des deux membres du corps humain par deux éléments.

Figure IV-8 : Représentation d'un membre du corps humain en élément barre.

Figure IV-9: Représentation du deuxième membre du corps humain en élément barre.

Figure IV-10: Modèle géométrique du membre supérieur.

Figure IV-11: Aspect structural de l'os compact et de l'os spongieux, [**Grabowski**] [64].

Figure IV-12 : Maillage du membre supérieur.

Figure IV-13: Application d'une charge verticale sur la main.

Figure IV-14: Contrainte équivalente de Von mises.

Figure IV-15: Déformation élastique principale.

Figure IV-16 : Application de la charge du choc sur le poignet.

Figure IV-17: Contrainte équivalente de Von mises.

Figure IV-18: Déformation élastique principal.

Figure IV-19: Charge appliquée sur le coude.

Figure IV-20: Contrainte équivalente de Von mises.

Figure IV-21: Déformation élastique principal.

Figure IV-22: Modèle géométrique du membre inférieur.

Figure IV-23: Maillage du membre inférieur.

Figure IV-24: Application de la charge du poids.

Figure IV-25: Contrainte équivalente de Von mises.

Figure IV-26: Déformation élastique principale.

Figure IV-27: Application de la charge du choc sur le genou.

Figure IV-28: Contrainte équivalente de Von mises.

Figure IV-29: Déformation élastique principal.

Figure IV-30: Charge appliquée sur la cheville.

Figure IV-31: Contrainte équivalente de Von mises.

Figure IV-32: Déformation élastique principal.

Liste des tableaux.

Organigramme I-1 : Les applications de la biomécanique.

Tableau II-1 : Particularités de la machine humaine.

Tableau II-2 : Propriétés des muscles.

Tableau II-3 : anthropométrie -De Leva (utilisé pour calculer la masse des segments).

Tableau IV-1: propriétés mécanique de l'os cortical.

Introduction

La biomécanique peut être définie comme l'application des connaissances mécaniques à l'analyse du corps humain qui est un système très complexe et évolutif. Le domaine de la biomécanique est très vaste. Elle n'est pas uniquement utilisée par les éducateurs sportifs mais aussi dans nombreuses sciences comme la biologie, la physiologie, la robotique, la médecine, la biomédecine, l'orthopédie, la cardiologie et encore chez les ingénieurs et les maquettistes.

L'analyse du comportement des différents membres du corps humain est très compliqué vue la complexité des ses membres et ses différents mouvements. Donc, l'utilité de la modélisation du corps humain par les éléments finis est une méthode très fréquente pour l'analyse statique et dynamique des différents membres du corps humain. Les nœuds des éléments modélisent les différentes articulations les différents membres sont modélisés par les éléments finis. Ce qui permettra à la biomécanique d'obtenir des indications sur les modifications possibles visant à améliorer les performances de la qualité des prothèses et les éléments constituant les membres.

L'objectif de la présente étude consiste à analyser et décrire les différents mouvements en deux et trois dimensions en utilisant la méthode des éléments finis. Cette modélisation est souvent basée sur l'assemblage des différents membres supérieur et inférieur du corps humain durant son mouvement. Ce qui fait conclure que la méthode des éléments finis est incontournable pour décrire, analyser et même optimiser les différents mouvements dans des états plus complexes du corps humain.

Cependant, l'articulation de membres facilite à un certain degré leur analyse et leur modélisation spécialement les membres supérieurs des membres inférieurs. Pour cela l'analyse statique, cinématique et dynamique sont considérées. En conséquence, la modélisation cinématique et dynamique est réalisée dans le plan sagittal basée sur l'assemblage des éléments des membres supérieurs et des membres inférieurs du corps humain durant leur mouvement.

En effet, ce mémoire contient quatre chapitres en plus d'une introduction, une conclusion et des références bibliographiques.

Le premier chapitre présente une recherche bibliographique sur la biomécanique et ses différents axes d'applications contemporains. Aussi, il décrit les études existantes sur la biomécanique depuis le XIX^{ème} siècle jusqu'à nos jours.

Le deuxième chapitre présente une description des différents mouvements des membres du corps humain, leurs fonctions et leurs caractéristiques où une étude anatomique et biomécanique sur les éléments des membres supérieurs et inférieurs du corps humain sont présentés. Aussi une analyse sur segments des différentes parties du corps humains en fonction du coefficient De Lava est calculée au niveau des différentes articulations.

Dans le troisième chapitre une analyse cinématique et dynamique des membres supérieurs et des membres inférieurs a été déterminée en se basant sur un calcul numérique généré par le logiciel Matlab et les équations de Lagrange.

Tandis que le quatrième chapitre évolue une analyse statique par éléments finis des différents membres du corps humain. Cette analyse est réalisée dans deux dimensions utilisant l'élément barre où les déformations et les mouvements dans chaque nœuds (chaque articulation) a été déterminées. Aussi l'état de contraintes dans chaque élément des membres supérieurs et inférieurs ont été déterminées utilisant l'élément tétraèdre tridimensionnel et en se basant sur le calcul numérique Ansys et il est noté que des bons résultats ont été trouvés. Les forces considérées sur les membres supérieurs et inférieurs sont appliquées respectivement au niveau de la main et de la hanche (centre de gravité du corps humain).

Enfin, une conclusion générale ainsi que des perspectives sur l'importance de l'analyse et le comportement du corps humain et des discussions des résultats obtenus ont été présentées.

Chapitre I :
Recherche
bibliographique.

I-1. Introduction

L'étude du mouvement du corps humain au sens des lois de la Mécanique est considérée comme une science du mouvement de chaque élément. Elle vise à faire comprendre et à connaître les capacités fonctionnelles de motricité des êtres humains afin de les améliorer ou de les restaurer.

Dans le domaine médical, les études biomécaniques s'intéressent à la structure des tissus organiques (os, tendons, cartilages, muscles, etc) et à leurs caractéristiques physiques (élasticité, rigidité et résistance à la rupture). En ergonomie, les études se sont focalisées sur l'amélioration du confort des postures et des conditions d'exécution des gestes répétitifs, en vue de réduire la fatigue et de prévenir les gestes maladroits et imprudents qui peuvent provoqués des entorses, des fêlures et même la rupture des os.

Dans le domaine sportif, l'amélioration de la performance et de la sécurité pratique constituent les deux aspects principaux des applications de la biomécanique des mouvements. Le développement des équipements associés à l'amélioration des techniques sportives est en effet de plus en plus influencé par le souci de performance et le niveau de sécurité. Pour dégager des éléments d'interprétations de cette problématique, il est nécessaire de considérer le mouvement et l'être humain dans leur intégralité. C'est pourquoi, certains auteurs préfèrent de substituer au terme **biomécanique** l'expression *mécanique humaine*, mieux adaptée pour désigner l'étude du comportement mécanique global de la machine humaine.

I-2. La biomécanique

La biomécanique du corps est l'analyse du mouvement et des contraintes dans tout le corps humain. Cette analyse consiste en la description et l'explication des causes de ses différents mouvements qui peuvent provoqués des efforts et des contraintes dans les membres du corps. En fait, le mouvement du corps humain peut être décrit par l'intermédiaire des paramètres cinématiques et dynamiques, à savoir les déplacements linéaires et angulaires des articulations, et aussi par l'intermédiaire des vitesses et accélérations correspondantes. Les paramètres dynamiques, c'est-à-dire les forces et les moments résultants aux articulations, permettent de préciser l'origine des mouvements observés.

Dans ce contexte et à la fin du XIXème siècle, **Marey, E. J. (1894)** et **Demeny, G. (1903)** [1-2] ont effectués des travaux de recherche sur les différents types de mouvement. Tandis qu'en **1988 Vigarello, G. [3]**, a ouvert une ère nouvelle dans l'analyse des mouvements en développant la chronophotographie de la marche et du saut (figures I-1 et I-2).



Figure I-1 : Chronophotographie de la marche (**Marey, 1894**) [1].

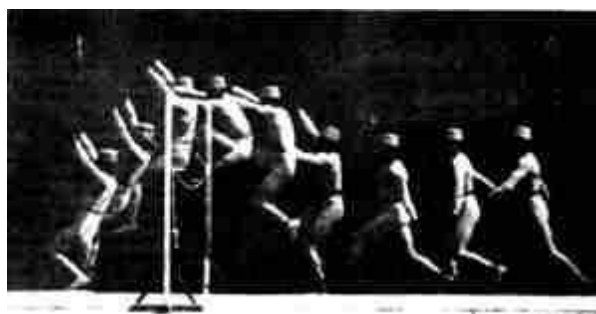


Figure I-2 : Chronophotographie d'un saut (**Demeny, 1903**) [2].

La succession des images du mouvement permet à ces précurseurs d'entrevoir la cinématique, que l'on peut considérer comme le prolongement de l'observation experte des techniciens sportifs. Mais l'approfondissement de la compréhension d'un geste ne peut se satisfaire d'une étude purement cinématique. Une étude approfondie doit remonter à la cause dont le geste observé est l'effet, c'est-à-dire à la dynamique interne du mouvement décrite par les efforts actionneurs articulaires. Cette approche de la mécanique humaine est plus récente car elle implique la détermination conjointe des caractéristiques massiques du corps humain et de la cinématique précise du geste observé. La dynamique inverse permet alors, grâce à des techniques empruntées à la mécanique des systèmes poly-articulés, de déterminer les grandeurs caractéristiques de la dynamique du mouvement que sont les efforts actionneurs.

Par ailleurs, **Maestrom, M.** [4] a fait une étude biomécanique des articulations talo-crurale et soustaliennne. Les résultats obtenus concernant les axes de mouvement, les contacts et les amplitudes articulaires, les charges subies, le rôle des tissus mous varient selon les auteurs et les conditions expérimentales. Le membre inférieur réalise une chaîne cinétique fermée en appui (la rotation externe forcée du pied supprime les possibilités d'inversion). Les articulations peuvent fonctionner selon un axe simple ou

des axes multiples (mouvements ellipsoïdes) en fonction des conditions de charge. L'harmonie et le contrôle du mouvement nécessitent une simultanéité relative des déplacements articulaires, permise par l'interdépendance fonctionnelle des différentes structures anatomiques. Le réglage fin du geste nécessite un contrôle de la vitesse des déplacements articulaires, quelle que soit la valeur de l'angle articulaire de la cheville dans les limites de sa physiologie. L'articulation sub-talaire associée aux articulations de la cheville et de la médio-tarsienne, peut être assimilée au fonctionnement d'un cardan homocinétique plutôt qu'à celui d'un cardan simple avec toutefois un réglage différentiel possible (Figure I-3).

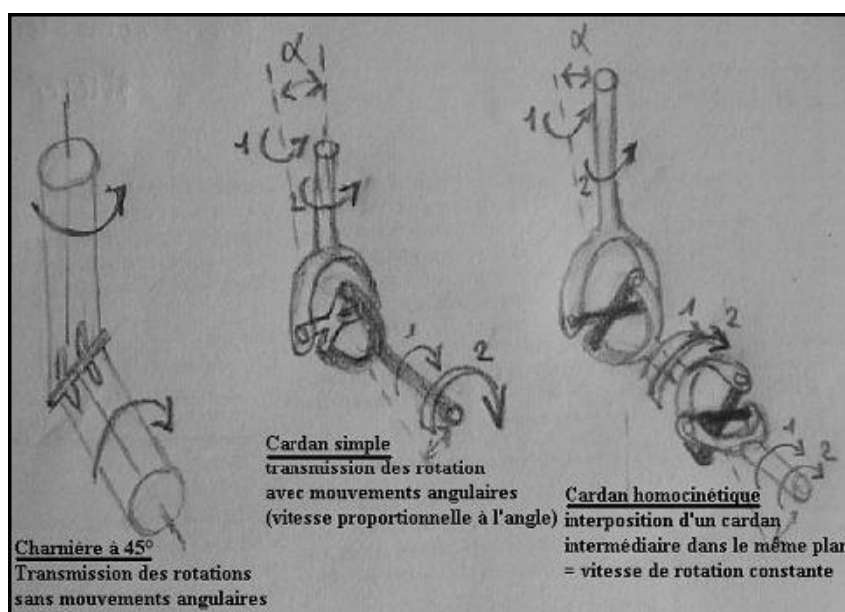


Figure I-3: Les articulations talo-crurale et sous-talienne.

Le Borgne, et al. [5] proposent une approche plus transversale et décrivent les interactions entre mécanique et biochimie, c'est-à-dire : le lien entre les contraintes induites par le mouvement au niveau des structures ostéo ligamentaires et le métabolisme des tissus ; les interactions entre la mécanique et la neurologie, c'est-à-dire, le lien entre ces mêmes contraintes au niveau des mécanorécepteurs et le contrôle neurologique de ce mouvement. Ils ont tenté de présenter les notions et paramètres mécaniques du mouvement dans un modèle général de fonctionnement d'une articulation saine, intégrant à la fois les aspects mécaniques neurologiques et biologiques (approche de la tenségrité et du mécano transduction). Ils ont mis en évidence comment la contrainte mécanique entraîne une réponse biochimique et

neurologique. Les résultats montrent que les mécanismes décrits permettent, à la fois, d'assurer l'intégrité articulaire, et de justifier l'adaptation des tissus, lorsque le niveau de contraintes reste physiologique. Tout autre contexte mécanique articulaire, entraînera, au sein des structures articulaires une modification de la contrainte en dynamique, bouleversant les mécanismes régénératifs et la cinématique intra articulaire. Cette approche permet de justifier que le geste thérapeutique, en restaurant la mobilité interarticulaire, restitue le métabolisme physiologique. De même, dans une approche ergonomique, les actions mécaniques créent à l'interface homme–objet, vont avoir un impact sur le fonctionnement articulaire. La quantification de ces actions mécaniques et de leurs répercussions sur les mécanismes articulaires précédemment décrits permet d'appréhender la notion d'inconfort (Figure I-4).

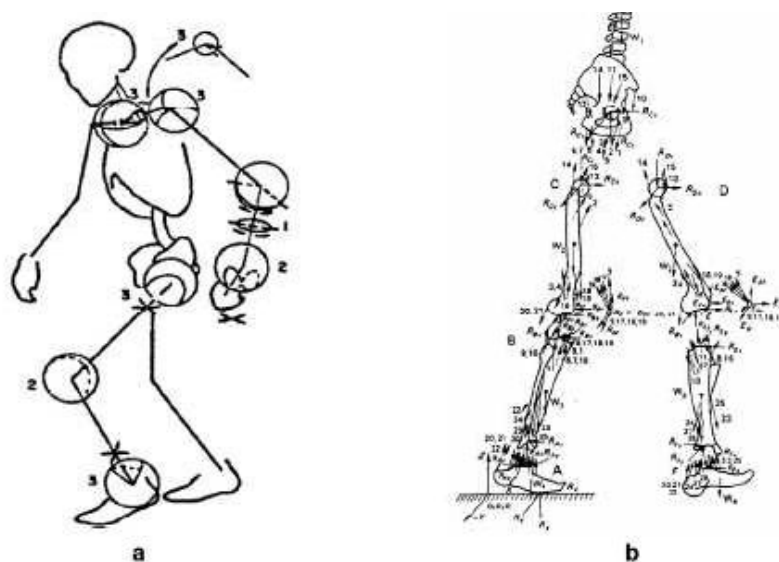


Figure I-4 : a) Modélisation du corps humain par des barres rigides articulées. b) Modélisation tridimensionnelle du membre inférieur.

Les travaux scientifiques concernant l'analyse du mouvement ont été réalisés par **Marey. (1873) [6]** et **Muybridge. (1887) [7]**. Ils consistent en une représentation des positions instantanées d'animaux et d'hommes en mouvement au moyen d'un chronophotographe. Ces études restent qualitatives, faute d'instruments de mesure suffisamment performants, mais introduisent déjà la notion de « segments corporels rigides » à la base des études actuelles (Figure I-5).

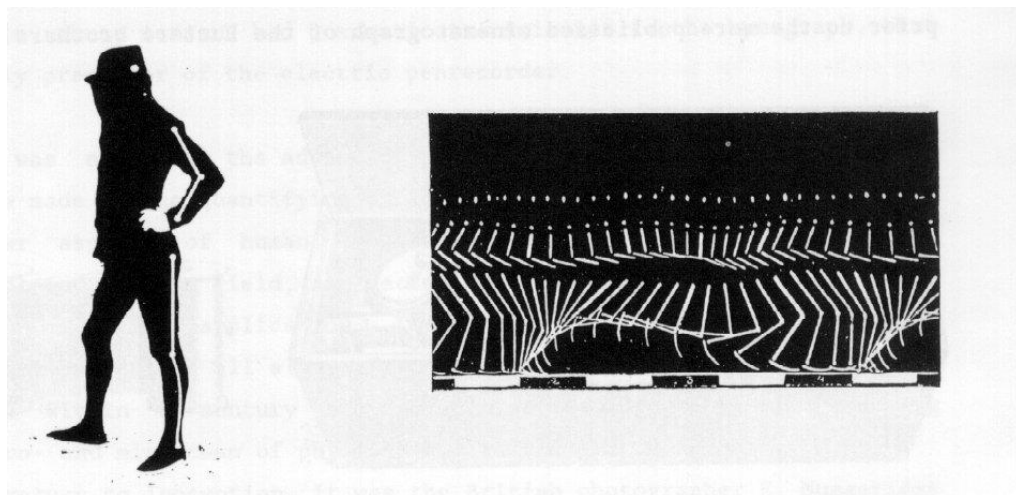


Figure I-5 : Matérialisation des segments corporels par des lignes blanches sur habit noir d'après Etienne Jules **Marey. (1873) [6]**.

Murray et al. (1964) [8] proposent une représentation du mouvement à son étude cinématique, grâce au développement des techniques cinématographiques.

Actuellement, les systèmes de mesure les plus performants pour ce type d'études sont les systèmes d'analyse du mouvement opto-électroniques, utilisant des marqueurs actifs ou passifs pour suivre les trajectoires de segments corporels dans l'espace **Chéze L. (1998) [9]**.

Dans des études comme celles de **Karlsson. (1994) [10]** et **Cappozzo. (1996) [11]**, l'analyse des gestes comme la marche et le pédalage montre que les perturbations entraînent des erreurs de position pouvant atteindre 50 mm pour le marqueur situé au niveau du grand trochanter. Pour atténuer les artéfacts, les expérimentateurs placent d'avantage de marqueurs. Dans ce cas, certains auteurs focalisent leur étude sur un seul membre, voire une seule articulation.

C'est le cas de **Reinshmitt. (1997) [12]** qui, pour analyser la marche, dispose 15 marqueurs et 3 trièdres sur une jambe. Il montre alors que les perturbations créées par le déplacement des masses molles de la cuisse peuvent produire une erreur de 2.1° sur la flexion du genou. Ces travaux cherchent à déterminer l'incertitude sur la configuration cinématique du système polyarticulé, due aux mouvements de peau. Du point de vue dynamique, **Denoth. (1986) [13]** montre que les déplacements des

masses molles sont des variables significatives pour la détermination des forces de contact d'un geste comportant un impact au sol.

Plus tard, **Holden. (1997) (1998) [14] [15]**, suivi récemment par **Manal. (2002) [16]** réalise des études similaires. Celles-ci consistent à comparer l'effet produit, sur les paramètres dynamiques du genou au cours de la marche normale, par deux techniques de pose de marqueurs. La première est basée sur le suivi de marqueurs superficiels. La seconde utilise des marqueurs ancrés dans les régions intra corticales de l'os. Le premier de ces auteurs montre alors que pour diverses cadences de marche, la force et le couple articulaire calculé au genou, suivant l'axe de flexion pour le couple, présentent des différences respectives pouvant atteindre 39 N et 9 N.m.

Pour minimiser ces perturbations, **Chèze L. (1995) [17]** met en place une procédure dite de *solidification* considérée par l'auteur comme indispensable à l'application de la mécanique des systèmes indéformables. Le but de cette procédure est de trouver le mouvement de solide présentant la meilleure compatibilité avec les trajectoires de trois marqueurs placés sur le même segment. La méthode (figure I-6) consiste à substituer à chaque instant un triangle rigide au triangle déformé, le premier se déduisant du second par un ajustement au sens des moindres carrés. Avec cette technique, l'auteur obtient une amélioration d'environ 20% de la précision des données cinématiques quand la distance entre les marqueurs est inférieure à 15 cm.

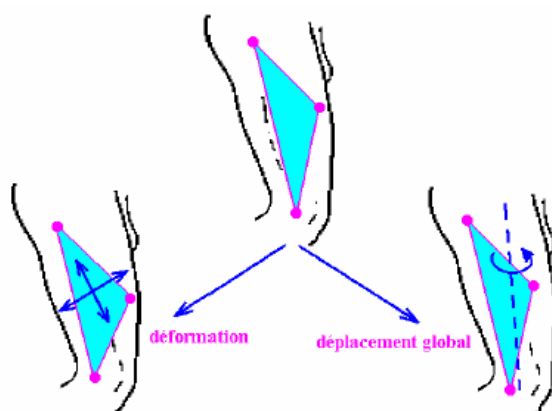


Figure I-6 : Illustration de la méthode de solidification, **Chèze L. (1995) [17]**.

Cobb. (1948) [18] proposent une méthode classique qui consiste à quantifier en clinique la déformation spatiale du rachis dans l'espace à trois dimensions par des

mesures angulaires sur le cliché radiographique représentant sa projection dans le plan frontal ; cette déformation traduit le phénomène de scoliose (Figure 1-7).



Figure 1-7 : Rachis scoliotique vu dans le plan frontal.

L'analyse tridimensionnelle du rachis scoliotique s'est développée selon deux axes principaux. Le premier est une approche analytique où la position spatiale de chacune des vertèbres constitutives du rachis est mesurée par un traitement de plus en plus élaboré d'images radiographiques prises sous deux incidences différentes [– **Guinand. (1982) [19]** – **Dansereau et al. (1988) [20]** – **Descrimes. (1995) [21]**]. Le second s'appuie sur la reconstruction spatiale de la ligne neutre du rachis dans sa globalité. Dans un rachis sain, le plan sagittal contient l'ensemble des plans de symétrie de chaque vertèbre. Dans le cas de scolioses de petite et moyenne amplitude, tout se passe comme si le plan sagittal contenant les plans de symétrie des vertèbres tournait globalement autour d'un axe vertical. Il existe alors une incidence radiographique où le rachis montre ses courbures maximales alors que dans la direction perpendiculaire, il est pratiquement rectiligne. Le plan contenant la ligne neutre du rachis est alors appelé plan d'élection.

I-3. La biomécanique expérimentale

Dans le cadre de son D.E.A., **E. Karabinova. (1995) [22]** a testé deux prototypes d'appareils (réalisés par la société LIPHA) permettant de mesurer le périmètre de marche chez des patients souffrant d'artériopathies. La première méthode consistait à mesurer la distance entre les deux malléoles au cours de la

marche, par un appareil à ultrasons. La distance maximale entre malléoles était supposée représenter la longueur d'un pas. La seconde consistait en un radar (Figure I-8) fonctionnant sur le principe de l'effet Doppler (variation de la fréquence du signal lumineux, de célérité, lorsque la source et le récepteur sont en mouvement relatif), le faisceau faisant un angle θ constant avec le sol. Le récepteur (sol) étant fixe, la vitesse de déplacement de la source (fixée à la ceinture) est donnée par :

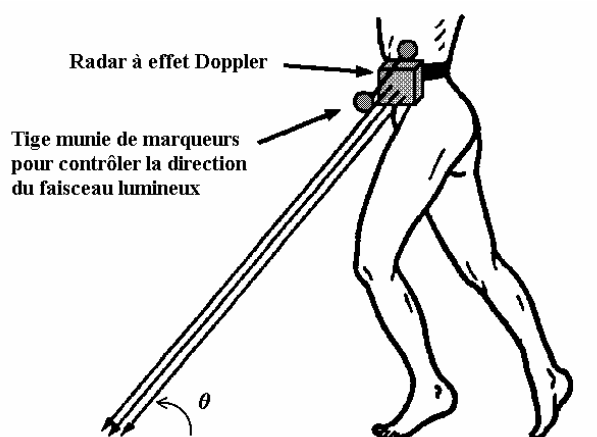


Figure I-8: Prototype de mesure du périmètre de marche.

La validation de la mesure de ces appareils a été réalisée en contrôlant les hypothèses de base, grâce au système Motion Analysis. Ce travail a permis de repérer les sources d'erreurs et de proposer des fonctions de correction pour les deux prototypes.

Tandis que dans l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon (Laboratoire de Mécanique des Solides), **P. Laurent. (1998) [23]** a mis en place un protocole particulier pour l'analyse cinématique du pouce. Etant donné la taille de l'articulation, les enregistrements ont été faits en champ réduit et certaines précautions ont été nécessaires : les autres articulations du pouce ont été immobilisées par une attelle adaptée, la paume de la main était maintenue fixe sur une planchette (Figure I-9). Dans ces conditions, la méthode basée sur le calcul de l'axe de vissage s'est avérée très performante. L'analyse a été réalisée sur 12 sujets sains (référence), puis sur 1 sujet souffrant de rhizarthrose, 1 sujet ayant subi deux arthrodèses et enfin 1 sujet avec prothèse de l'articulation trapézo-métacarpienne. La comparaison entre sujets sains et pathologiques montre des différences significatives sur les amplitudes de mouvements, alors qu'on observe une bonne restitution de celles-ci chez le sujet prothésé.



Figure I-9 : Protocole expérimental pour l'étude de l'articulation trapézo-métacarpienne.

Par et dans le cadre de la thèse de Génie Biologique et Médical de **D. Rémy (1996) [24]**, un protocole particulier a été conçu pour permettre la comparaison des paramètres cinématiques du membre pelvien chez le chien, au pas et au trot, sur une population de 7 bergers allemands sains et un berger allemand souffrant de dysplasie de la hanche (Figure I-10). L'analyse des résultats a montré peu de variabilité intraindividuelle, et au contraire une grande variabilité inter individuelle pour les paramètres d'abduction et de rotation axiale de la hanche. Toutes les amplitudes de l'articulation de la hanche sont réduites chez le chien dysplasique. Enfin, une nette corrélation a été montrée entre la vitesse de déplacement et les amplitudes de mouvements articulaires.



Figure I-10 : Protocole expérimental pour l'étude du membre pelvien chez le chien.

En ce qui concerne l'analyse dynamique, une première étape a été franchie dans le cadre de la thèse de **Kevin Guelton. (2003) [25]** et Productique, aboutissant au calcul

des actions mécaniques intersegmentaires équilibrant les forces extérieures au niveau de chaque articulation du membre inférieur.

Cette étude s'est poursuivie par la thèse de **P. Gignoux. (1994) [26]**, où un certain nombre de muscles ont été pris en compte pour évaluer la réaction articulaire au niveau de la hanche (**P. Gignoux. 1993 et 1994) [27] [28]**. Un modèle dynamique plus complet du membre inférieur est en cours d'élaboration, faisant l'objet du D.E.A. de **N. Doriot & Chéze L. (1998) [29]** Par rapport au précédent, il prend en compte la motorisation de degrés de liberté négligés jusque là (prono-supination de la cheville et rotation interne/externe du genou), plus de muscles **Chéze L. (1992) [30]** et surtout le phénomène de co-contraction des muscles antagonistes.

Nashner & McCollum. (1985) [31] définissent également la stratégie de hanche pure où seule l'articulation de la hanche entre en jeu; néanmoins cette stratégie n'est pas réaliste puisque le mouvement du tronc autour des hanches entraîne un déplacement du centre de gravité qui est compensé par un mouvement autour des chevilles.

Allum & al. (1998) [32] étudient la station debout de sujets sains et de sujets atteints d'une déficience vestibulaire. A partir de mesures électromyographiques, la présence de différentes séquences d'activations musculaires confirment l'existence de deux stratégies différentes employées par deux types de sujets.

Accornero & al. (1997) [33] étudient la rigidité apparente de la posture de deux populations composées respectivement de sujets âgés et de sujets jeunes.

Alexendrov & al. (2001a et 2001b) [34][35] utilisent un modèle en triple pendule inversé articulé aux chevilles, à la hanche et aux genoux. La simulation de ce modèle et la confrontation de celui-ci aux données expérimentales ont permis d'établir, lors de mouvements de flexion/extension du tronc, que la hanche et les chevilles sont les articulations principalement utilisées et que l'articulation des genoux peut être négligée.

De plus **Barin. (1989) [36]** a réalisé une étude comparative des modèles en simple, double, triple et quadruple pendules inversés. Celle-ci a mis en évidence que le double

pendule est un « bon » compromis complexité/représentativité des mouvements en station debout.

Ces résultats confortent le choix d'un modèle en double pendule afin de représenter le corps humain en station debout.

Runge & al. (1999) [37] étudient le changement de stratégies posturales après une perturbation due à un mouvement de la base de support. Ils prédisent le changement de stratégie posturale à l'aide d'un modèle en double pendule inversé. Les données simulées sont confrontées à des mesures du mouvement et des enregistrements électromyographiques. Ils mettent ainsi en évidence que l'analyse des couples articulaires, associée à celle du mouvement (positions et vitesses articulaires), permet d'explicitier les stratégies utilisées.

En ce qui concerne les travaux qui étudient l'influence des imprécisions sur la dynamique du geste, nous pouvons d'abord citer **Holden. (1998) [38]** qui évalue l'influence de la position du centre de rotation du genou sur son moment articulaire lors de différentes vitesses de marche. Son étude, réalisée sur 18 sujets, consiste à perturber de ± 10 mm la position du centre articulaire, puis à calculer le couple articulaire par le formalisme de Newton-Euler.

Ses résultats montrent que l'évolution générale du moment articulaire au genou n'est pas sensiblement modifiée. Cependant, lorsque les efforts sont faibles, le signe de celui-ci peut entraîner des interprétations au sens incertain.

Kirkwood. (1999) [39] utilise quatre méthodes non invasives de détermination du centre articulaire de la hanche. Parmi celles-ci, la technique développée par **Andriacchi. (1980 et 1983) [40] [41]** permet d'estimer le centre articulaire au plus près de la méthode standard issue de la radiographie. La procédure est répétée sur dix sujets. L'auteur estime ensuite un intervalle d'incertitude attribué au couple articulaire, normalisé par rapport à la masse du sujet. Ainsi, l'incertitude portant sur l'évaluation du moment articulaire selon l'axe transverse est comprise entre -0.05 et 0.03 Nm/Kg.

Nagano. (1998 a) [42] définit, dans une étude énergétique de la détente verticale, des valeurs atypiques du travail mécanique effectué lors de rotations et de translations articulaires : L'évolution du travail en rotation est exprimée par l'intégrale suivante :

$$W_{rot,j} = \int M_j w_j dt \quad (1.1)$$

Où M_j est le moment articulaire exercé par le segment S_{j-1} sur S_j au niveau du centre de rotation, et w_j est la vitesse de rotation du segment S_j par rapport à S_{j-1} . L'évolution du travail en translation est exprimée par l'intégrale :

$$W_{trans,j} = \int F_j v_j dt \quad (1.2)$$

Où F_j est la force articulaire exercée par le segment S_{j-1} sur S_j , et où v_j est la vitesse de translation du segment S_j par rapport à S_{j-1} .

Dans la mesure où les mouvements articulaires sont essentiellement des rotations, le sens à attribuer à la seconde intégrale demeure hypothétique. Soucieux de connaître la sensibilité de ses calculs, **Nagano. (2000 b)[43]** perturbe les longueurs segmentaires de $\pm 10\%$, ce qui engendre des perturbations sur les centres de rotation articulaire. Après avoir modélisé la détente verticale par un système élémentaire plan à trois degrés de liberté, il montre qu'avec 28% d'incertitude sur le travail mécanique total, la composante de translation est la plus sensible aux perturbations géométriques du modèle.

Stagni. (2000) [44] analyse la marche. Il perturbe le centre de rotation de la hanche de $\pm 30\text{mm}$, et évalue les erreurs sur la cinématique et la dynamique de la hanche et du genou. Il montre alors qu'une telle perturbation dans le sens postérieur provoque un décalage de l'instant de flexion-extension ; alors que dans le sens antéro-postérieur l'incertitude sur les couples articulaires peut atteindre 22 % suivant l'axe de flexion/extension.

La plupart des travaux cités sont focalisés sur une seule articulation, la hanche particulièrement. Les incertitudes annoncées par les auteurs dépendent du geste analysé et des conditions expérimentales. Il est par conséquent délicat d'associer ces valeurs à des mouvements exécutés avec force et vivacité, comme le sont les mouvements sportifs.

Dempster. (1955) [45] & Clauser et al. (1969) [46] ont fourni une importante base de données en mesurant les masses, les positions des centres de gravité et les dimensions de chaque segment sur un large échantillon de pièces anatomiques. Ces mesures ont été utilisées pour déterminer des lois permettant de calculer les caractéristiques d'un sujet quelconque à partir d'un nombre limité de mesures anthropométriques (taille, poids ...) **Hinrichs. (1985 et 1990) [47] [48]**.

D'autres auteurs **Zatsiorsky& al. (1983) [49]** ont établi le même type d'équations de régression à partir de mesures réalisées sur un échantillon de 100 hommes vivants. Enfin, les accélérations de points particuliers peuvent être mesurées directement par des accéléromètres mono ou triaxes **Chao. (1980) [50]** ou encore être déduites des lois de déplacement en temps **Fioretti et al. (1993) [51]**.

Lorsque l'homme se tient debout en essayant de bouger le moins possible sur un support horizontal stable, les oscillations de son corps peuvent être assimilées à un segment rigide oscillant autour de l'articulation des chevilles **Gurfinkel & Osovets. (1972) [52] & Brenière. (1996) [53]**. Ce type d'oscillations amène à modéliser le bas du corps humain par un pendule inversé, (figure I-11).

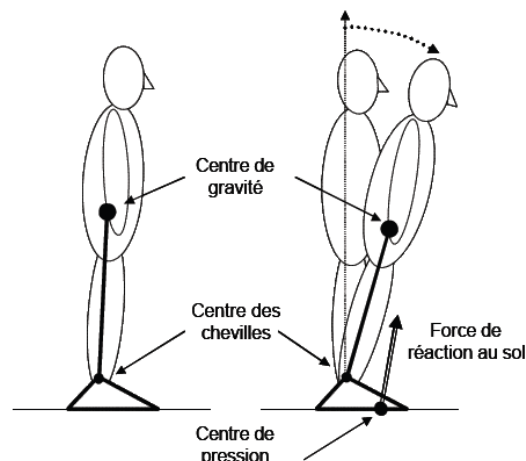


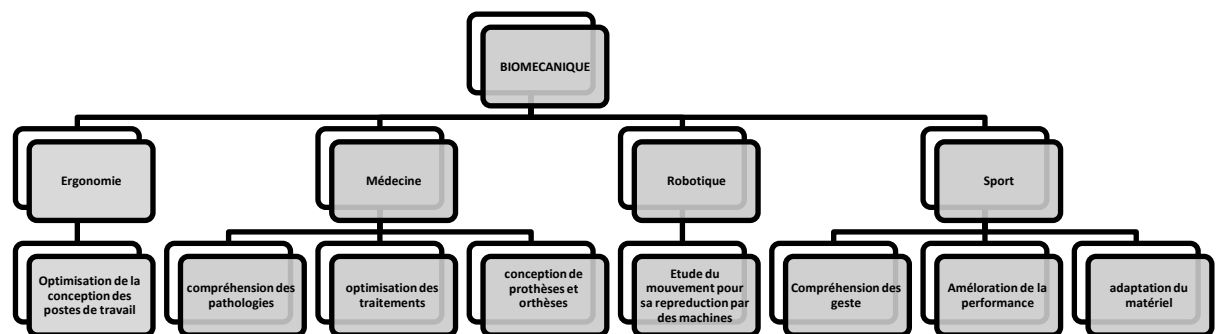
Figure I-11: modèle géométrique de l'homme en simple pendule inversé.

I-4. La biomécanique et ses applications

La biomécanique a un domaine d'application très vaste. Elle est souvent utilisée dans les domaines des éducations sportifs ainsi que dans de nombreuses sciences comme la biologie, la physiologie, la robotique, la médecine, la biomédecine,

l'orthopédie, la cardiologie et encore chez les sciences en engineering telles la mécanique, l'électronique et l'électrotechnique. Elle traite des principes de construction du corps humain et des relations entre les structures et les fonctions du corps. Leurs complexités exigent des approches analytiques spécifiques et complexes pour décrire, analyser et modéliser le système biomécanique. L'adaptation des structures biologiques aux exigences fonctionnelles se heurte à une contrainte particulière qui est la fluctuation des propriétés physiques du corps dans le temps.

En effet, la biomécanique considère des principes de construction du corps humain et des relations entre les structures et les fonctions du corps. Leurs complexités exigent des approches analytiques spécifiques et complexes pour les décrire, les analyser et les modéliser. Pour cela la méthode des éléments finis est souvent la plus utilisée pour déterminer les déformations aux nœuds et les contraintes dans chaque élément du corps humain (voir organigramme des applications de la biomécanique).



Organigramme I-1 : Les applications de la biomécanique.

I-5. Conclusion

Dans ce contexte une étude descriptive des différents membres (supérieurs et inférieurs) du corps humain sera considérée pour analyser le mouvement de ces membres en se basant sur l'énergie des oscillations élémentaires et la méthode des éléments finis. Aussi les contraintes et les forces axiales dans chaque membre seront déterminées.

Chapitre II :
Mouvements des membres
du corps humain et leurs
fonctions.

II-1. Introduction

La biomécanique consiste en l'analyse et l'étude du comportement mécanique global de la machine humaine en se basant sur le mouvement humain. Ce dernier s'appuie sur une description anatomique des membres supérieurs et des membres inférieurs du corps humain impliqués dans les gestes, les mouvements ou la marche. Le squelette constitue la charpente du corps humain, sur laquelle les muscles sont fixés, les tendons et les cartilages sont fixés. Il s'articule par le biais de ses différentes structures segmentaires liées par des articulations de façon à permettre la mobilité du corps.

En anatomie, on divise les membres supérieurs en trois segments qui sont : le bras, l'avant-bras, et la main reliés entre elles par trois groupes d'articulations, l'épaule, le coude, et le poignet. Tandis que les membres inférieurs sont composés en quatre structures (ou segments), le bassin (ou pelvis), la cuisse, la jambe et le pied, reliées entre elles par trois groupes articulaires, la hanche (ou articulation coxo-fémorale), le genou et la cheville.

II-2. Caractéristique des Eléments de Mécanique Humaine

Du point de vue du biomécanicien, les particularités de la machine humaine pourrait se décomposer de la façon suivante :

Structures humaines	Fonctions	Equivalent mécanique
Os, squelette	Porter, supporter, donner une forme	Structure, carrosserie
Articulations	Déformation de la structure	Axes
Tendons	Maintient de la cohésion de la structure	Liaisons mécaniques
Muscles	Création du mouvement, stabilisation du corps	Moteurs

Tableau II-1 : Particularités de la machine humaine.

II-2-1. Les Os et leurs caractéristiques mécaniques

Le corps humain est composé de 206 os (tissu vivant : vascularisé et innervés en remaniement permanent : les ostéoblastes fabriquent l'os (Ca⁺) alors que l'ostéoclaste le détruit. les os sont légers : un squelette sec pèse environ 6/7kg (la teneur en eau en augmente le poids). Le squelette joue un rôle de :

- Soutien (posture) et support des leviers (mouvements)
- Protection
- Donne la forme, la silhouette

Par ailleurs, soumis à une force, l'os se déforme, puis retrouve sa forme initiale (i.e élastique). On parle d'Hystérésis parfait (il n'existe pas de déformation résiduelle), mais il peut y avoir fatigue du tissu osseux, si les sollicitations sont répétées, ce qui entraîne un retour plus long dans le temps. Le module d'Young de l'os est environ de : 2000 kg/mm², par comparaison à celui de l'acier qui de : 20 000, et du bois :

1 000kg/mm². C'est-à-dire que plus le module de Young est grand, plus le corps est "raide" (peu élastique) celui de l'os est donc moyen ; aussi, l'os compact à un module d'élasticité supérieur à l'os spongieux. Les contraintes de flexion ou de rotation s'exercent surtout à la périphérie des os (car ils sont creux).

Aussi, les autres os et les muscles qui les entourent forment des poutres composites dont la résistance est accrue. Leurs propriétés mécaniques varient selon leur direction (l'anisotropie). L'élasticité des os longs dans le sens longitudinal est deux fois supérieure à l'élasticité dans le sens transversal. Les os sont plus résistants en compression qu'en flexion ou en torsion (ex : rotule : 198 kg, tibia : 450 kg, fémur : 756 kg). C'est une prédisposition naturelle. La direction des travées osseuses semble augmenter les qualités mécaniques dans le sens longitudinal. La résistance à la rupture des os dépend de cinq facteurs :

- Section
- Epaisseur
- Architecture
- Configuration extérieure
- Quantité de sels minéraux

La résistance à la fatigue (c'est à dire la résistance à l'application de la demi charge de rupture), l'os peut supporter cette charge jusqu'à 2.8 milliards fois ! (Alors que l'acier ne supporte qu'environ 107 cycles). En réalité, dès l'âge de 25 ans, leur résistance en traction, en compression et en flexion diminue car leur composition histologique évolue.

II-2-2. Le Cartilage articulaire

C'est un tissu ferme (fibres de collagène), légèrement dépressible, élastique, à la surface excessivement lisse. Il est composé à 75% d'eau, de fibres de collagène, gel de protéoglycanes hydrophiles (protéine), de chondrocytes (responsables de la synthèse de la matrice). Il possède deux rôles :

- fonction dynamique (associé au liquide synovial) : diminution des forces de friction
- fonction statique : transmission, répartition des forces de pressions, amortissement des forces de contraintes

Son coefficient de frottement (égale force de tension superficielle/force de compression)= F/N est important (0,01 à 0,003) et permet des glissements 10 à 100 fois supérieur à celui de l'acier sur du nylon. Les contraintes importantes sont transformées en énergie de rotation. Le "principal défaut" du cartilage semble être sa faible capacité de régénération en cas de lésions.

II-2-3. Les muscles

Les muscles sont dotés de propriétés : Contractilité / Elasticité / Tonicité qui ne sont pas également réparties. La forme du muscle (fusiforme / penné / segmenté / large) a un impact sur sa section physiologique et la force maximale qui peut générer.

Leur **rôle** est de créer le mouvement, pour cela ils interviennent sur les os et les articulations pour former des leviers. Il est possible de regrouper les muscles en 2 grandes catégories :

	Muscles du déplacement	Muscles de la posture
Forme	Longs, fins, fusiformes (fibres et muscle ont la même direction, ce qui est favorable au déplacement)	Courts, plats, compacts. Souvent pennés (fibres et direction du muscle n'ont pas la même direction ce qui favorise la puissance par rapport au déplacement)
Lieux	dans les extrémités, squelette distal, c'est à dire les membres	Squelette proximal, tronc, gouttière vertébrale (fessiers, abdo)
Typologie	Travaillent dans des leviers Inter Puissants (les plus nombreux) Les leviers IP privilégient la vitesse et le déplacement à la force. Les fibres musculaires sont plutôt élastiques, peu toniques, fortement et rapidement contractile, mais fatigable	Travaillent dans des leviers inter résistant ou inter appuis Les leviers IR privilégient la force à la vitesse et au déplacement. Les fibres sont généralement moins élastiques mais plus toniques. Elles présentent une grande résistance à la fatigue
S'entraînant par	Contractions dynamiques, ou Effort maximal à vitesse maximale (choc)	Efforts maximaux mais de longues durées, avec de nombreuses répétitions (fatigues)

Tableau II-2 : Propriétés des muscles.

Cette différenciation n'est pas stricte ; certains muscles peuvent participer de ces 2 catégories ou, selon l'utilisation que l'on en fait, changer de statu (ex. porter longtemps un objet avec un bras préférentiel). Par ailleurs, il peut être utile de différencier le rôle stabilisateur du rôle moteur d'un muscle, en fonction de son point fixe dans le mouvement. Ainsi dans l'exemple ci-contre, le Brachio-radial (old. humer-stylo-radial) a un rôle :

- stabilisateur du complexe articulaire du coude qu'il comprime quand le point fixe est le bras
- et un rôle moteur plus important quand le point fixe est l'avant-bras et la main.

Le muscle peut être modélisé et analysé en le décomposant par les éléments suivants (voir figure II-1 (a), (b)).

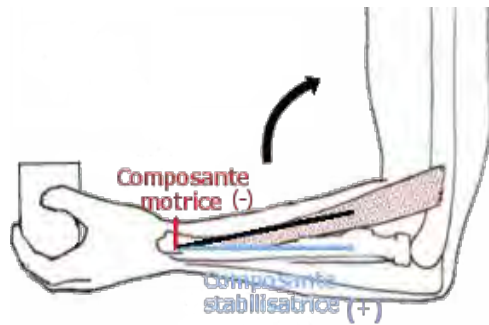


Figure II-1 (a) : Représentation du bras.

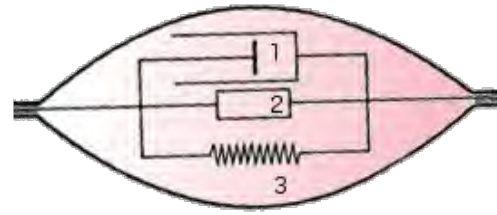


Figure II-1 (b) : Modélisation du bras.

La modélisation du bras se composait de :

- **Composante visqueuse** : Transfert liquidien du muscle joue le rôle d'un amortisseur visqueux
- **Composante contractile** : Fibres musculaires contractiles génératrices de forces
- **Composante élastique passive** : Tissu conjonctif du corps musculaire

II-2-4. Les Tendons

La résistance à la traction des tendons est largement supérieure à la résistance en torsion. Ils sont faiblement élastique et présente une limite de résistance élastique comprise entre 0 à 5%. Ils sont généralement inséré de façon oblique sur le muscle ce qui augmente la surface de contact sur l'os et leur résistance à l'arrachement. Les tendons des muscles bis articulaires sont les plus sollicités. Plus qu'un mouvement est répétitif plus que le tendon travaille et risque de tendinite ou de croissance, c'est-à-dire il risque d'atteindre une épiphysite. Par exemple en course à pied intense (160 km/semaine) le tendon absorbe 140 t/km pour 3 millions d'attaque du talon /an.

II-2-5. Les articulations

II-2-5-1. L'épaule

L'épaule s'oppose à la hanche (stabilité -- ; mobilité ++): évolution par libération de l'appui (de l'appui à la suspension puis libre). Cette liberté, si elle est synonyme de mobilité entraîne de fait une diminution de la stabilité. L'articulation de l'épaule est la plus sujette aux luxations mais présente rarement de l'arthrose (peu d'usure). La flexion totale du membre supérieur aboutit à une préhension, une supination, une flexion du coude et un amené à la bouche : c'est pourquoi le biceps brachial est considéré comme un "muscle nourricier".

Paradoxe de Cod man :

1. Position initiale : bras le long du corps avec la main ouverte, pouce vers le DH
2. Faire une abduction
3. Faire une flexion horizontale
4. Faire une extension vers la position de référence anatomique
5. Position finale : la main a tourné, le pouce est maintenant orienté en avant.

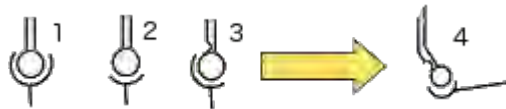
II-2-5-2. Le Coude

C'est l'articulation intermédiaire du membre thoracique, il permet de porter la main à la bouche (cubitus valgus physiologique) sans effort car l'axe de la trochlée humérale est orienté de 10° vers le haut et le DH.

Les solutions biologiques du coude sont :

1. Stabilité ++, amplitude -
2. Stabilité --, amplitude ++
3. Stabilité +/-, amplitude +/-
4. Solution retenue alliant stabilité et amplitude.

Présence d'une fossette olécraniennne et d'un déport vers l'AV de la palette humérale (30°) qui augmente l'amplitude de flexion du coude en évitant aux masses musculaires d'entrer en contact lors de la flexion soit : stabilité +, amplitude +



La stabilité maximale du coude a lieu quand le coude est à 90° de flexion pour un secteur utile de 80 à 100° vers l'avant.

II-2-5-3. Le Poignet et la main

Il existe des ligaments intra-capsulaires qui unissent les os des rangées anti-brachiale et métacarpienne mais pas entre les deux rangées. La 1^{ière} rangée ne reçoit presque pas de muscle et correspond à un "ménisque" de la 2^{ème} rangée. Les mouvements dans le poignet sont le fruit de deux articulations :

- Radio-carpienne (flexion surtout)
- Médio-carpienne (extension surtout)

Médio-carpienne est limitée en rotation par les ligaments et les tendons des fléchisseurs. Les fléchisseurs verrouillent la prono-supination, ce qui constitue un bon compromis entre stabilité et mobilité. en effet, le poignet augmente sa stabilité dès que muscles de la loge antérieure de l'avant-bras sont contractés : c'est à dire quand la main est utilisée. Il existe un mouvement de flexion associé à l'adduction (ou inclinaison cubitale) alors que l'extension est liée à une abduction. Les muscles moteurs de la main sont extrinsèques et sont situés dans l'avant-bras à l'exception des groupes musculaires de l'éminence thénar et hypothénar. L'axe abduction / adduction est le 3^{ème} doigt.

La main est creuse en face ventrale (arches digitales) Opposition du pouce à tous les doigts. En flexion : la fermeture des doigts les oriente vers le trapèze . Le pouce n'a que 2 phalanges mais possède une plus grande liberté de mouvement que les autres doigts. L'amplitude articulaire de ce doigt est accentuée par la liberté de mouvement de son métacarpe (articulation en selle entre le trapèze et M1). En fait, la main est un outil, multiprise et adaptatif, de la préhension

II-2-5-4. La Hanche

La hanche s'oppose à l'épaule (stabilité ++ ; mobilité --), latérale chez la plupart des mammifères, elle s'est verticalisée chez l'homme. Elle participe à la marche (20 à 30°). L'angle entre l'épiphyse supérieure et la diaphyse (angle cervico-diaphysaire) diminue avec âge : passant de 140/145° chez l'enfant à 125°/130° chez l'adulte, jusqu'à 120° chez le vieillard. La tête du fémur regarde vers le HAUT et l'AV (15°), l'acetabulum (*old. cotyle*) aussi.

Avec le temps, l'usure de cette articulation peut être importante (risque d'arthrose). Importance du sourcil (ou toit) de l'acétabuleux dans la résistance aux contraintes verticales subies par cette articulation. Mouvements : l'amplitude dépend de la position du genou (et donc de la tension des muscles de la cuisse) :

- Flexion : 90° (si le genou est fléchi) à 120/140° en passif (si genou tendu)
- Extension : 15° (si genou tendu) ; sinon inférieure à 15° (ce qui paraît très faible, sauf si on considère que l'homme redressé sur ses membres inférieurs, est déjà en extension)

L'abduction des membres inférieurs est de 60° au maximum ; donc le grand écart facial est impossible sans une bascule antérieure du bassin associée à une hyperlordose.

Balance de Pauwels : Lors de la marche, pendant l'appui monomodal, pour empêcher la perte d'horizontalité du bassin, il existe une forte mobilisation des abducteurs du côté de l'appui. Cette action musculaire a pour résultante une augmentation des contraintes au niveau de l'articulation de la hanche. Elle correspond à 4 fois le poids (P) du sujet (voir fig.).

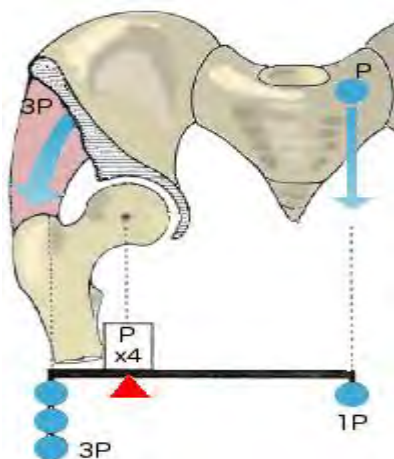


Figure II-2 (a) : Balance de Pauwels.

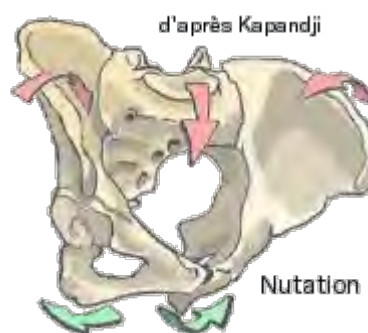


Figure II-2 (b) : Bassin du corps humain.

II-2-5-5. Le Bassin

Le problème est un bon exemple pour les déformations élastiques du bassin lors de l'accouchement: un mobile (le fœtus), des contraintes (le bassin et son col), un mécanisme moteur (les contractions et efforts expulsifs). En effet les mouvements pendant l'accouchement se résument en :

1 : Contre nutation : le sacrum avance, les ailes des os coxaux (*old. os iliaque*) s'écartent, les ischions se rapprochent : le bébé commence sa descente augmentation du diamètre du détroit supérieur). La contre nutation favorise l'engagement.

2 : Nutation (passage du détroit inférieur) : le sacrum bascule vers l'ARR, le coccyx aussi. Les ischions s'écartent, les ailes iliaques se rapprochent. Elle réduit l'hyper lordose. La nutation sacrée facilite l'expulsion du bébé en fin d'accouchement. La nutation favorise le dégagement.

I-2-5-6. Le Genou

Le poids exerce une contrainte de compression proportionnelle à la charge et inversement proportionnelle à la section de la surface portante ce qui explique l'évasement supérieur du tibia (plateau tibial). Il n'existe pas de déformation en flexion car la présence des deux condyles annule ce type de contraintes (voir figure ci-dessous). Le haubanage musculaire de la structure améliore la stabilité. Il existe un angle naturel entre l'axe du genou et celui du fémur (genou valgus physiologique = 7°). La pathologie des jambes arquées se nomme genou varum. L'extension n'existe pas il s'agit d'un retour à la position de référence anatomique (ou hyper recurvatum) qui est de l'ordre de 5 à 10°.

L'arthrose du genou apparaît vers 75 ans. La rotule est le plus gros os sésamoïde du corps : sa fonction est de modifier la direction de la traction du quadriceps et d'en limiter l'usure contre la face antérieure de l'articulation. Asymétrie plateau tibial (le condyle latéral est plutôt convexe, le médial est plutôt concave). le condyle latéral est plus long. Il existe une rotation externe en extension et une rotation interne lors de la flexion du genou.

Genou tendu : le fémur présente une came de grand diamètre, les ligaments latéraux sont tendus augmentant la stabilité. Pas de rotation possible de l'articulation mais celle-ci a lieu dans la hanche.

Genou fléchi : le fémur présente une came de petit diamètre, permettant la rotation (ce deuxième degré de liberté n'apparaît que lorsque le genou est fléchi) Les ménisques améliorent la congruence de l'articulation, ils sont attachés à rotule : l'extension les ramène vers AV, la flexion les fait reculer (Cf. pathologie des carreleurs quand le ménisque ne revient pas assez vite vers l'AV au redressement)

Les ligaments latéraux se croisent en :

- LLI (lame tendu vers le BAS)
- LLE (corde tendu légèrement vers l'ARR)

Le ligament croisé antéro-externe est quasi vertical alors que le lig. croisé postéro-interne est presque horizontal : ils se croisent dans les 2 plans frontal et sagittal. Il y a toujours un ligament tendu, leur rupture entraîne un phénomène de "tiroir". L'amplitude du mouvement de la flexion dépend de la position de la hanche :

120° si la hanche est en extension et 140° si la hanche est en flexion. La flexion passive du genou est de 160°.

II-2-5-7. La Cheville

Il existe un décalage de hauteur entre les 2 malléoles. La malléole tibiale est plus haute que celle de la fibule : cela a une incidence sur le sens de la torsion dans les entorses de la cheville. Les **voûtes** plantaires sont le premier amortisseur de corps. Au repos, lors de l'**appui**, nous reposons sur 3 points :

- 3 points d'appuis
 - tête M1 (33.3%)
 - tête M5 (16.6%)
 - calcanéum (50%)
- 3 voûtes :
 - antérieure (M1- M5)
 - médiale plus haute (calcaneum - M1)
 - latérale plus basse (calcaneum - M5)

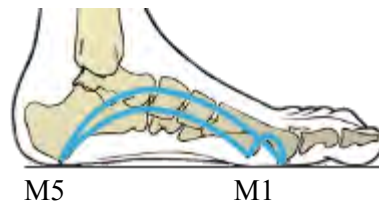


Figure II-3 : Représentation de la cheville : Point d'appuis et voûtes.

II-3. Les éléments des membres supérieurs et leurs fonctions

II-3-1. Les éléments des membres supérieurs

II-3-1-1. Le bras

Un bras, segment du membre supérieur compris entre l'épaule et le coude et est constitué par un os unique, l'humérus, autour duquel s'organisent des parties musculaires, des nerfs, des artères, des veines et des canaux lymphatiques. Le bras se présente sous deux faces, l'une antérieure qui s'expose lorsque le dos de la main est tournée vers le bas, l'autre postérieure lorsque le dos de la main est tourné vers le haut. Deux muscles sont bien visibles sur le bras : le biceps qui forme une bosse sous la peau de la face antérieure lorsque l'avant-bras se replie sur le bras et le triceps qui délimite une saillie charnue à la face postérieure lorsque le bras est tendu.

II-3-1-2. L'humérus

L'humérus, gros os long du membre supérieur qui constitue à lui seul toute la charpente du bras. La partie supérieure de l'humérus s'articule avec l'omoplate, pour réaliser l'articulation de l'épaule. La partie inférieure de l'humérus est reliée aux os de l'avant-bras, le radius et le cubitus, pour former l'articulation du coude. L'humérus apparaît comme tordu sur son axe longitudinal.



Figure II-4 : Humérus.

II-3-1-3. L'avant-bras

L'avant-bras, parti du membre supérieur qui relie le bras à la main. Le squelette de l'avant-bras est formé du radius et du cubitus. L'avant-bras est limité en haut par l'articulation du coude et en bas par celle du poignet. L'avant-bras comprend une vingtaine de muscles.

Le radius et l'ulna constituent les deux os du squelette de l'avant-bras. Lors des mouvements de pronation/supination, ou rotation longitudinale de l'avant-bras autour de son axe longitudinal, le radius s'enroule autour de l'ulna, du fait de sa forme grossièrement en manivelle. L'ulna est donc l'os fixe de l'avant-bras, autour duquel pivote le radius dans le mouvement de pronation/supination. L'ulna a quant à lui une architecture beaucoup plus rectiligne. L'ulna est l'os ante brachial de référence pour la flexion-extension du coude. Le radius est l'os ante brachial de référence pour la flexion/extension du poignet. Ceci se traduit lorsque l'on décrit le squelette ante brachial par le fait que ces deux os ont « globalement une structure triangulaire » à base proximale pour l'ulna et à base distale pour le radius. La tête radiale, petite, est donc au coude et la tête ulnaire au poignet (Figure II-5), [Kapandji I. A] [55].

Au niveau du coude, on parle de flexion/extension. La position de référence est l'avant-bras dans l'axe du bras. L'extension est à 0°. En flexion, les masses musculaires de l'avant-bras viennent en contact de la masse du biceps brachial. Au total, le secteur de mobilité va de 0° d'extension à 150° de flexion. Pour le mouvement de pronation, l'avant-bras peut réaliser un angle de rotation de l'ordre de 80°, alors que pour la supination l'angle de rotation atteint 85°.

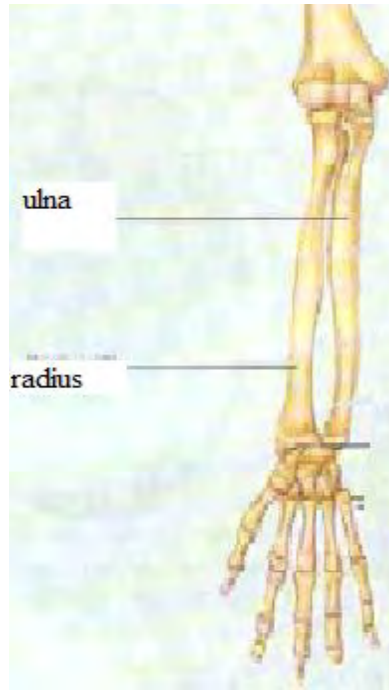


Figure II-5 : Squelette de la main et de l'avant-bras [Kapandji I. A] [56].

II-3-1-4. La main

II-3-1-4-1. L'Anatomie de la main

Située à l'extrémité du poignet, la main est un outil très perfectionné [Calais Germain, 1991] [57], doté d'une grande richesse fonctionnelle qui lui procure une surabondance de possibilités dans les positions, les mouvements et les actions [Kapandji, 1980] [58].

Du point de vue physiologique, la main représente l'extrémité effectrice du membre supérieur. Elle permet au membre supérieur de se présenter dans la position la plus favorable pour une action donnée. Cependant, la main n'est pas seulement un organe d'exécution, c'est aussi un récepteur sensoriel extrêmement sensible et précis dont les données sont indispensables à son action même. Le facteur sensoriel peut donner des informations sur l'objet et, implicitement, sur la posture à réaliser pour une préhension stable. La main est aussi, comme Kapandji le définissait, l'éducateur de la vue. Elle permet de contrôler et d'interpréter les informations. Elle est à la base de ce sens très particulier, la stéréognosie, connaissance du relief, de la forme, de l'épaisseur, de l'espace en un mot.

II-3-1-4-2. Les os et les articulations de la main

La main, vue côté palmaire, montre trois régions osseuses (Figure II-6) :

- La première rangée, antibrachiale, comprend les os du carpe et fait suite aux os de l'avant-bras (cubitus et radius) ;
- La deuxième rangée, métacarpienne, comprend les cinq métacarpiens qui forment les os de la paume ;

- la troisième rangée, les phalanges (proximales, médiales et distales), forment le squelette du doigt.

Les os du squelette sont liés entre eux par des articulations comportant un, deux ou trois degrés de liberté. L'index, le majeur, l'annulaire et l'auriculaire, appelés aussi doigts longs, comportent trois articulations : l'articulation métacarpo-phalangienne (MCP), l'articulation inter-phalangienne proximale (IPP) et l'articulation inter-phalangienne distale (IPD). Contrairement aux autres doigts, le pouce comporte une grande mobilité au niveau de l'articulation carpo-métacarpienne (CMC). Il ne possède que deux phalanges, avec une articulation métacarpo-phalangienne (MCP) et une articulation inter-phalangienne (IP).



Figure II-6 : Les os et les articulations de la main.

II-3-1-4-3. Mouvements de la main

Les mouvements élémentaires de la main sont les mouvements de base générés sur une structure anatomique par un groupe musculaire propre. Ces mouvements, pour le membre supérieur, sont la flexion/extension, l'adduction/abduction et la pronation/supination. On émet l'hypothèse que tout geste de la main est une combinaison de ces trois mouvements.

- **Adduction – abduction**

L'abduction/adduction se définit dans le plan frontal. L'abduction est le mouvement qui éloigne le segment du membre de l'axe considéré (axe de la main ou du corps), par contre l'adduction rapproche le segment de membre de cet axe.

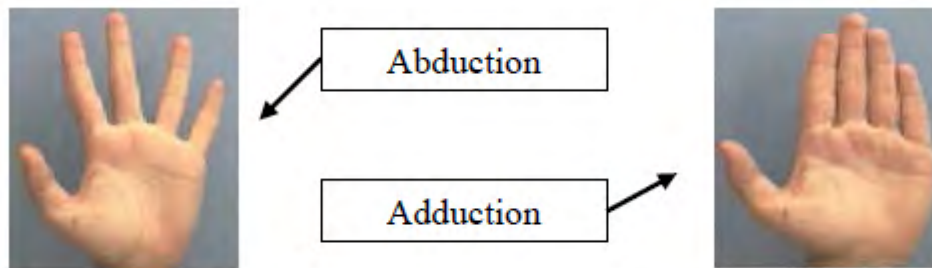


Figure II-7: Mouvements d'adduction et d'abduction.

- **Flexion – extension**

Ce mouvement se décrit dans le plan sagittal. La flexion rapproche en avant le segment de membre considéré du segment anatomique sus-jacent. L'extension est le mouvement inverse.

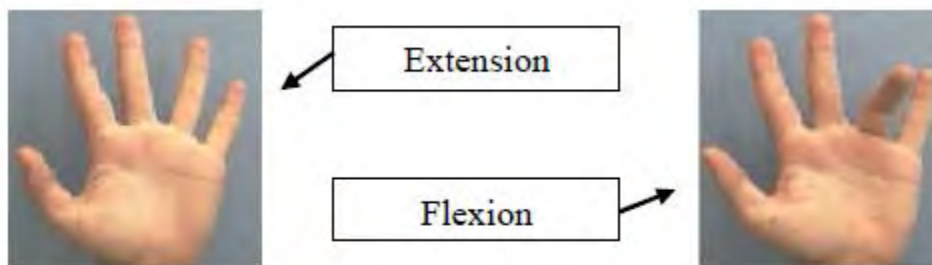


Figure II-8 : Mouvements d'extension et de flexion.

- **Pronation – supination**

Ce mouvement se produit au niveau de l'articulation du coude. Il ne peut être définie que lorsque le coude est fléchi à 90°, la position de référence est la position neutre, pouce vers le haut. Le mouvement de pronation consiste à mettre la paume de la main vers le sol. La supination tourne la paume de la main vers le ciel.

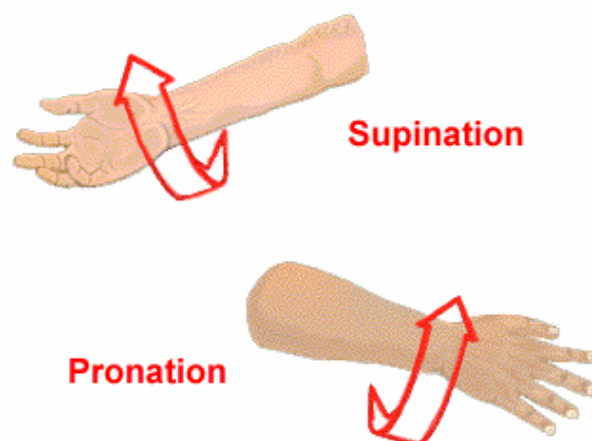


Figure II-9 : Mouvements de Pronation – supination.

II-3-2. Fonctions et mouvements articulaires des membres supérieurs

II-3-2-1. Articulation de l'épaule

a) Présentation

L'épaule, région du membre supérieur qui attache le bras au thorax. L'épaule est constituée de deux os : la clavicule située en avant et l'omoplate située en arrière. La clavicule est un os long, courbé en forme de S qui s'articule avec le sternum d'une part et avec l'omoplate d'autre part. L'omoplate est un os triangulaire, bien visible sous la peau du dos.

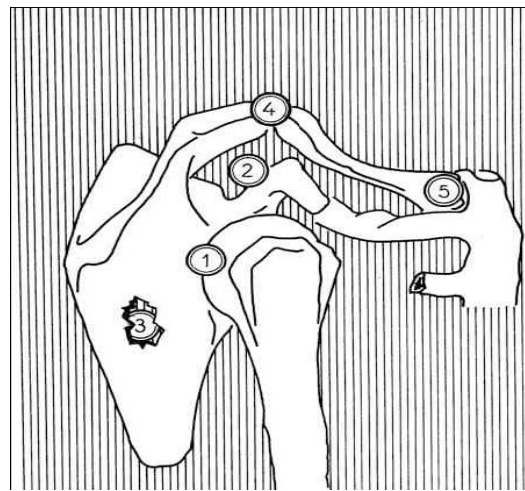


Figure II-10: Complexe articulaire de l'épaule :

- 1 = Articulation gléno humérale;
- 2 = Articulation sous acromiale;
- 3 = Articulation scapulo thoracique ;
- 4 = Articulation acromio claviculaire ;
- 5 = Articulation sterno claviculaire.

b) Anatomie Articulaire de l'épaule

Au niveau de l'épaule, on distingue trois articulations. La première unit la clavicule au sternum et à la première côte, c'est l'articulation sterno-costo-claviculaire. La deuxième unit la clavicule à la partie supérieure de l'omoplate, c'est l'articulation acromio-claviculaire. La dernière, l'articulation scapulo-humérale, unit l'humérus à l'omoplate ; elle présente une importance particulière, puisqu'elle sert de pièce d'assemblage entre le bras et le thorax. Cette articulation jouit d'une très grande mobilité qui permet au bras d'effectuer de très nombreux mouvements de types différents.

c) Mouvements de l'épaule

Lors de chaque mouvement de l'épaule, toutes les articulations sont sollicitées, mais dans des proportions variables. Les mouvements du complexe épaule / membre supérieur selon les différents axes sont les suivants [KAP 1994] [55]:

La flexion et l'extension (Figure II-11) sont des mouvements dans le plan sagittal (OYZ) autour de l'axe transversal (OX). La flexion possède une amplitude maximale de 180° à partir de la position de référence. L'extension possède une faible amplitude (30 à 45°) à partir de la position de référence.

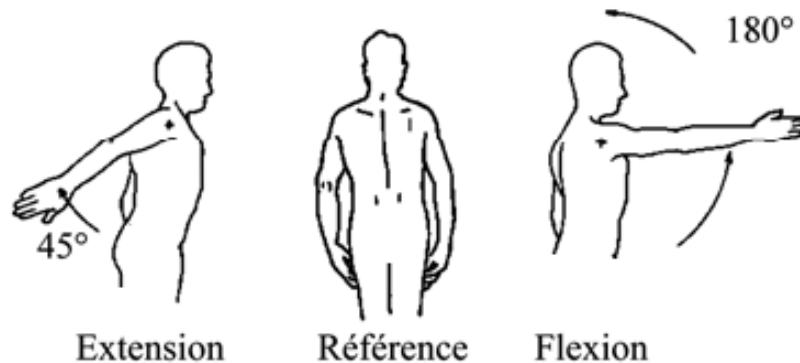


Figure II-11: Mouvement de flexion / extension [KAP 1994] [55].

- **L'abduction et l'adduction**

Ce sont des mouvements dans le plan frontal (OXZ) autour de l'axe antéro postérieur (OY). L'abduction d'amplitude maximale 180° à partir de la position de référence, consiste à écarter le membre supérieur de l'axe du corps. L'adduction consiste à rapprocher le membre supérieur de l'axe du corps ; à partir de la position de référence, l'adduction n'est possible qu'associée à une extension (adduction faible) où à une flexion (adduction 30 à 45°).

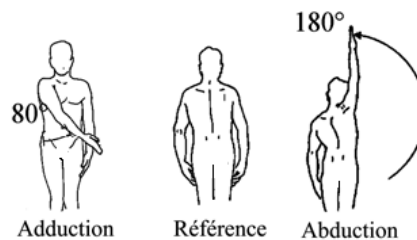


Figure II-12: Mouvement de l'abduction & l'adduction [KAP 1994] [55].

- **La rotation**

Elle est représentée par une rotation du membre supérieur autour de son axe longitudinal. A partir de la position de référence, coude fléchi de 90° , l'amplitude maximum de la rotation externe est de 80° et celle de la rotation interne de 100 à 110° .

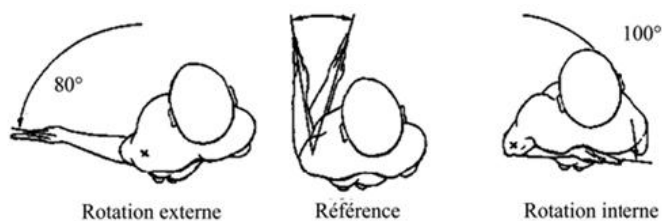


Figure II-13: Mouvement de la rotation externe & interne [KAP 1994] [55].

- **La rétroposition et l'antéposition**

Ce sont des mouvements du moignon de l'épaule dans le plan transversal (OXY). Ces mouvements mettent en jeu l'articulation scapulothoracique. On peut noter que l'antéposition possède une amplitude plus importante que la rétroposition.

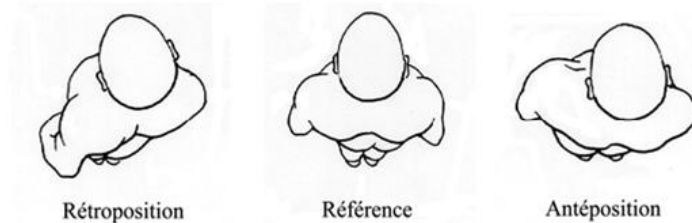


Figure II-14: Mouvement de rétroposition et antéposition [KAP 1994] [55].

- **La flexion et l'extension horizontale**

Ce sont des mouvements du membre supérieur dans le plan transversal (OXY) autour de l'axe vertical (OZ). L'amplitude globale de ce mouvement de Flexion-extension horizontale atteint presque 180°.

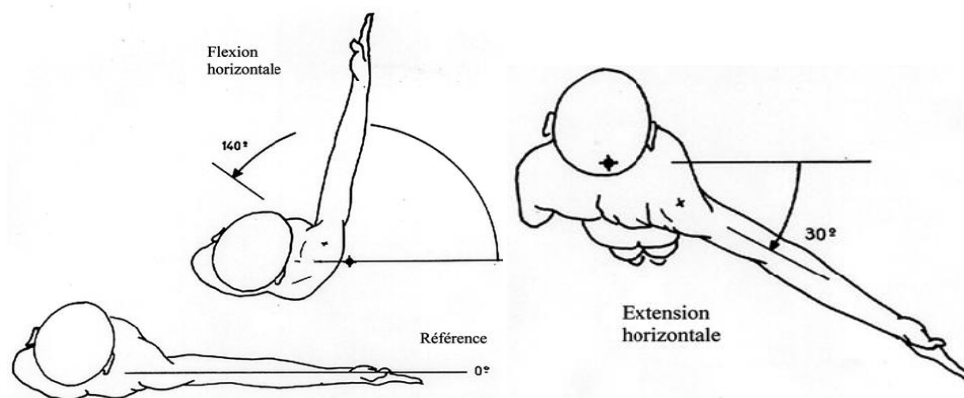


Figure II-15: Mouvement de la flexion et l'extension horizontale [KAP, 1994] [55].

II-3-2-2. Articulation du coude

a) Présentation

Le coude est une région du membre supérieur qui unit le bras à l'avant-bras ; articulation du coude. Le coude regroupe, en fait, trois articulations distinctes, qui mettent en jeu trois os : l'humérus par sa partie inférieure et les deux os de l'avant-bras; le radius et le cubitus, par leurs extrémités supérieures. On distingue ainsi l'articulation huméro-radiale, radio-ulnaire (c'est-à-dire du radius avec le cubitus, du latin ulna, avant-bras) et huméro-ulnaire.

L'articulation huméro-ulnaire est une articulation à un seul axe ; elle engage la gorge d'une poulie, la trochlée de l'humérus, avec l'extrémité supérieure du cubitus et permet uniquement les mouvements de flexion et d'extension de l'avant-bras sur le bras. Grâce à l'articulation radio-ulnaire, le radius peut contourner le cubitus ; elle permet des mouvements de pronation et de supination. Sur la face postérieure du coude on remarque la saillie osseuse de l'olécrane, partie supérieure crochetée du cubitus qui limite en arrière les mouvements de l'avant-bras sur le bras. Le triceps s'insère sur l'olécrane. À cet endroit de la face postérieure du coude, la peau est rugueuse et plissée. La douleur ressentie en heurtant une surface dure au niveau du coude est due au choc sur le nerf cubital qui repose à ce niveau directement sur l'os, à l'endroit où ce dernier fait saillie sous la peau. Les mouvements de l'articulation du coude sont régis par des muscles moteurs. Le coude est une articulation de type synoviale, dans laquelle les cartilages articulaires sont limités par une membrane, dite membrane synoviale.

b) Plis du Coude

C'est la région antérieure du coude qui s'oppose à la région postérieure, ou olécranienne. Au pli du coude, la peau est plus fine qu'à la face postérieure. C'est à ce niveau que passent le nerf médian et l'artère humérale, dont on entend les battements lors de la mesure de la pression artérielle. C'est aussi dans cette région anatomique que l'on pratique le plus souvent les prises de sang et les injections intraveineuses.

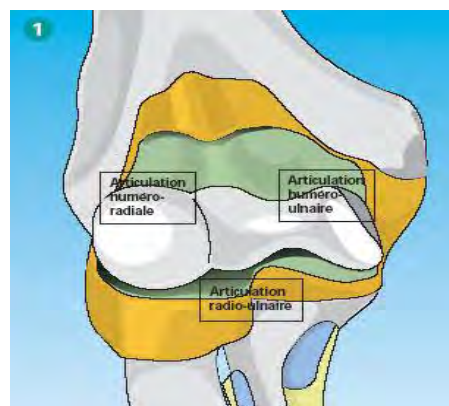


Figure II-16: Coude vu de face; une cavité et 3 articulations.

II-3-2-3. Articulation du poignet

a) Présentation

Le poignet est une région du membre supérieur située entre la main et l'avant-bras, et contenant le carpe, il permet les mouvements (c'est-à-dire les changements de place et d'orientation) de la main par rapport à l'avant-bras, transmet les forces appliquées de la main à l'avant-bras, permet d'adapter la capacité de flexion-extension maximale des doigts et de la préhension.

Les os constituant le poignet sont représentés par l'extrémité inférieure du radius, du cubitus (ou ulna), de la première rangée (rangée proximale) et la deuxième rangée des os du carpe.

L'extrémité inférieure du radius est triangulaire à sommet externe, latéral et à base médiale. Sa surface articulaire est concave vers le bas et est également appelée la glène radiale. Sa face externe se prolonge par le processus styloïde radial. Sa face inférieure présente deux surfaces articulaires : une surface externe pour le scaphoïde et une surface interne pour le semi-lunaire (lunatum). Sa face interne présente une surface articulaire pour la tête du cubitus (ulna).

L'extrémité inférieure du cubitus (tête du cubitus) présente deux saillies osseuses. La tête du cubitus, qui a la forme d'un segment de sphère est couverte par le ligament triangulaire du poignet. La partie antérieure et externe s'articule avec le radius, au niveau de l'incisure ulnaire. L'apophyse styloïde de l'ulna est située en postéro-interne. La première rangée des os du carpe est composée du scaphoïde, du semi-lunaire (ou lunatum), du pyramidal (ou triquetrum), et de l'os pisiforme.

La deuxième rangée (rangée distale) est composée du trapèze (ou trapezium), du trapézoïde (ou trapezoidum), du grand-os (ou capitatum) et de l'os crochu (ou hamatum).

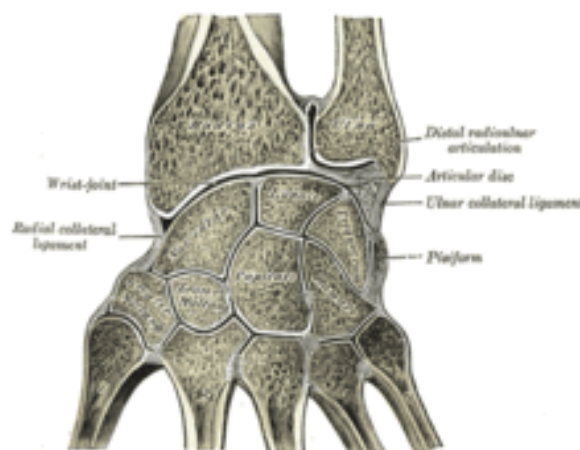


Figure II-17: Les os du poignet.

b) Mouvements du poignet

À partir de la position de repos, le poignet dispose de deux degrés de mobilité :

- Les mouvements de latéralité : l'abduction (ou inclinaison radiale) et l'adduction (ou inclinaison ulnaire),
- La flexion (ou flexion palmaire) et l'extension (ou flexion dorsale).

La combinaison, à divers degrés, de ces mouvements va permettre au poignet un large secteur de mobilité.

- **Les mouvements de latéralité**

Lors des mouvements de latéralité, les os de la première rangée du carpe décrivent un mouvement harmonieux et synchrone de rotation autour d'un axe dorso-palmaire passant par la tête du grand os.

Ces mouvements ont lieu au niveau des articulations radio-carpienne et médio-carpienne selon une répartition variable.

❖ **L'abduction**

Encore appelée déviation radiale, ce mouvement a une amplitude d'environ 15 à 25°, les deux tiers du mouvement ayant lieu au niveau de l'articulation médio-carpienne.

Le scaphoïde bascule selon son grand axe et s'horizontalise, son pôle proximal se dirigeant vers l'arrière, entraînant une diminution de "l'espace utile" entre le bloc trapézo-trapézoïdien et la glène radiale, ce qui permet au trapèze et au trapézoïde de se rapprocher du radius. Le trapézoïde et le deuxième métacarpien étant fermement unis, ceci provoque une traction sur cette unité fonctionnelle. Le semi-lunaire va légèrement basculer sa corne postérieure vers l'avant (flexion palmaire). Le pyramidal, quant à lui, glisse le long de sa surface articulaire commune avec l'os crochu, se mettant lui aussi en flexion palmaire.

Tous ces mouvements individuels vont se traduire par une mise en flexion de la première rangée des os du carpe.

Lors de ce mouvement, les contraintes mécaniques au niveau du ligament interosseux scapho-lunaire sont importantes.

❖ **L'adduction**

Encore appelée déviation cubitale, ce mouvement a une amplitude d'environ 40 à 50°, la moitié de ce mouvement ayant lieu au niveau de l'articulation médio-carpienne.

Le scaphoïde va se verticaliser, accompagné d'une légère bascule palmaire de son pôle proximal, entraînant un glissement radial de la première rangée des os du carpe : le semi-lunaire se voit donc imposer une bascule dorsale (extension), tout en basculant vers le dedans, ce qui l'éloigne du scaphoïde. Le grand os va basculer en dedans au niveau de son extrémité distale et aura tendance à chasser le scaphoïde du côté radial, ce qui augmente l'écart entre le scaphoïde et le semi-lunaire. Le pyramidal va également, lors de ce mouvement, glisser le long de son interface articulaire avec l'os crochu, mouvement qui va se traduire cette fois par une flexion dorsale.

L'association de ces mouvements individuels va se traduire par une mise en extension de la première rangée des os du carpe.

- **Mouvements de flexion – extension**

Les mouvements de flexion et d'extension ont lieu au niveau des articulations radio carpienne et médio-carpienne selon une répartition variable.

Les os de la première rangée du carpe se déplacent vers l'avant lors de l'extension et vers l'arrière lors de la flexion, de façon conjointe même si l'amplitude de mouvement du scaphoïde est plus importante que celle du semi-lunaire ou du pyramidal (ceci en raison de la structure du ligament interosseux scapho-lunaire qui est plus lâche dans sa partie antérieure que postérieure).

L'amplitude des mouvements de flexion et d'extension est d'environ 85°. Le mouvement de flexion a lieu pour 50° dans l'articulation radio-carpienne et pour 35° dans l'articulation médio-carpienne. Le mouvement d'extension a lieu pour 35° dans l'articulation radio-carpienne et pour 50° dans l'articulation médio-carpienne.

En flexion, le scaphoïde bascule en arrière au niveau de son pôle proximal, et tend ainsi à s'horizontaliser. Le semi-lunaire, quant à lui, bascule en flexion. En extension, le scaphoïde va se verticaliser et le semi-lunaire va basculer en extension. L'angle scapho-lunaire s'ouvre donc en extension et se ferme en flexion.

Lors du mouvement de flexion, la flexion du scaphoïde s'accompagne d'une pronation et celle du semi-lunaire d'une supination. Ce qui tend à rapprocher les deux os. En extension, le scaphoïde décrit au contraire un mouvement de supination et le semi-lunaire, un mouvement de pronation, ce qui tend donc à éloigner ces deux os.

Les axes de mouvements sont transversaux et passent par le semi-lunaire pour la première rangée et par le grand os pour la deuxième rangée.

II-4. Les éléments des membres inférieurs et leurs fonctions

II-4-1. Les éléments des membres inférieurs

II-4-1-1. Le bassin

Le bassin est classiquement décomposé en trois éléments osseux (Figure II-18) (Kapandji, 1996) [56]. Un élément central et postérieur : la colonne vertébrale fixe, constituée du sacrum et du coccyx. Deux os pairs et symétriques : les os coxaux nommés aussi os iliaques. Les deux os iliaques sont unis au sacrum par les articulations sacro-iliaques en arrière et par la symphyse pubienne en avant. Ces os présentent une petite mobilité entre eux (de quelques millimètres) destinée à amortir les mouvements.

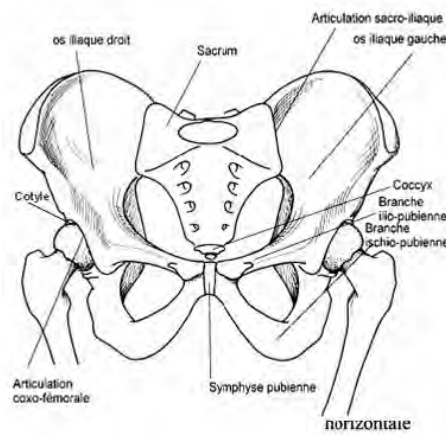


Figure II-18: Anatomie du bassin [Brizon, 1988] [59].

Le pelvis sert de structure de liaison entre le tronc par l'articulation de la colonne vertébrale et donne attache sur les côtés aux membres inférieurs par les articulations coxo-fémorales (hanches) entre la cotyle et la tête fémorale. Le cotyle, appelé aussi acétabulum, est une cavité hémisphérique située sur la face externe de l'os iliaque, où la tête fémorale s'emboîte.

II-4-1-2. La cuisse

La cuisse est constituée d'un seul os, le fémur (Figure II-19). C'est un os long, constitué d'un corps (diaphyse) et de deux extrémités, une supérieure (épiphyse proximale : extrémité proche du tronc) et une inférieure (épiphyse distale : loin du tronc). L'épiphyse proximale présente la tête fémorale, formant les deux tiers d'une sphère, dirigée en haut, en dedans et un peu en avant. Le col unit la tête aux trochanters et forme avec la diaphyse un angle physiologique dit d'inclinaison (I 125°) dans le plan frontal. De la même manière, celui-ci présente avec l'axe des condyles un angle physiologique de déclinaison ou d'antéversion (D 30°) dans le plan horizontal (torsion interne physiologique de l'axe longitudinal du fémur). Le grand trochanter se situe à la partie basse du col. L'épiphyse distale présente une surface articulaire composée de deux éléments en demi-cercles, les condyles. Une surface concave, la trochlée, sépare les condyles.



Figure II-19: Fémur droit [Kapandji, 1996] [56] ; a) plan frontal, I : angle d'inclinaison, b) extrémité inférieure, D : angle de déclinaison, c) plan horizontal.

II-4-1-3. La jambe

La jambe est composée de deux os, le tibia et le péroné qui sont à la fois solidaires et mobiles lors des mouvements de la cheville (Figure II-20). Le tibia est un os long, constitué d'une diaphyse et de deux épiphyses. A l'épiphyse proximale se trouve le plateau tibial qui présente deux surfaces articulaires concaves, les glènes. Sur la face antérieure du plateau se situe la tubérosité antérieure du tibia (TTA). La partie distale du tibia et du péroné constitue la mortaise tibio-péronière ou la pince tibiale malléolaire. Celle-ci forme une articulation prismatique constituée de la malléole tibiale (interne), de la face interne concave de l'extrémité inférieure du tibia et de la malléole externe appartenant au péroné. Il existe une torsion physiologique externe du squelette jambier ($T 20^\circ$) entre l'axe des compartiments tibiaux et l'axe des malléoles. En effet, la malléole externe est en arrière par rapport à la malléole interne, ceci est dû à la position de retrait du péroné par rapport au tibia. Cette torsion permet d'axer correctement le pied sur le reste du squelette jambier lors de la marche.

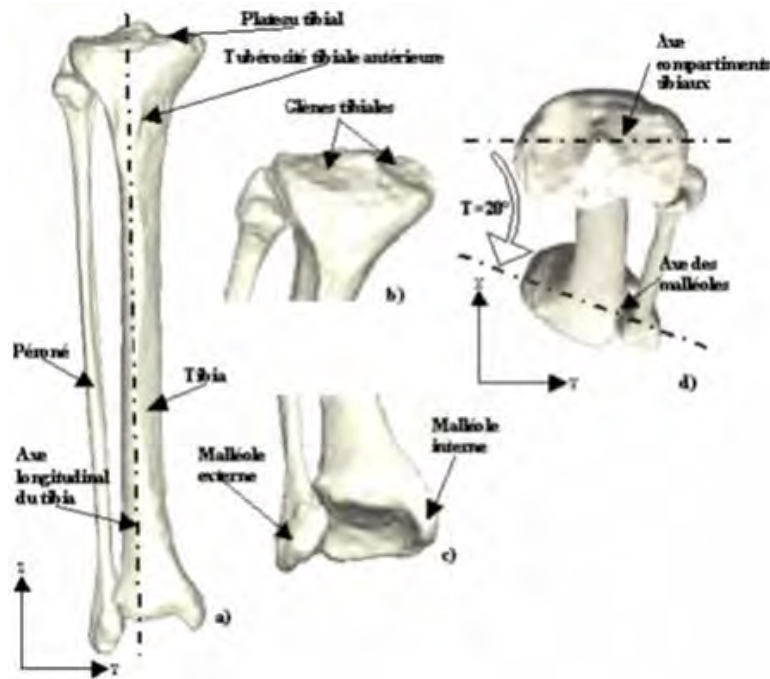


Figure II-20: Tibia et péroné droit [Kapandji, 1996] [56] :

- a) plan frontal, T : angle de torsion externe du squelette jambier, b) plateau tibial, c) mortaise tibio-péronière, d) plan horizontal.

La mortaise tibio-péronière s'emboîte sur l'astragale pour former l'articulation de la cheville.

II-4-1-4. Le pied

Le pied est composé de 26 os organisés en voûte. On distingue trois groupes d'os, l'arrière-pied, le médio-pied et l'avant-pied (Figure II-21). Le squelette de l'arrière-pied est formé de deux os, le calcanéum et l'astragale. L'astragale est situé au-dessus du calcanéum. A l'avant, une surface convexe sur l'astragale correspond à une surface concave sur le calcanéum. A l'arrière, une surface concave sur l'astragale correspond à une surface convexe sur le calcanéum. L'articulation de ces deux os s'appelle l'articulation sous-astagalienne. Le médio-pied ou tarse antérieur est assemblé de cinq os, le scaphoïde, le cuboïde et les trois os cunéiformes. L'avant-pied se présente comme un groupement de cinq colonnes de petits os formant des rayons qui sont composés chacun d'un métatarsien et de phalanges formant le squelette de l'orteil. On nomme premier rayon la colonne des os formant le gros orteil et ainsi de suite pour les suivants.

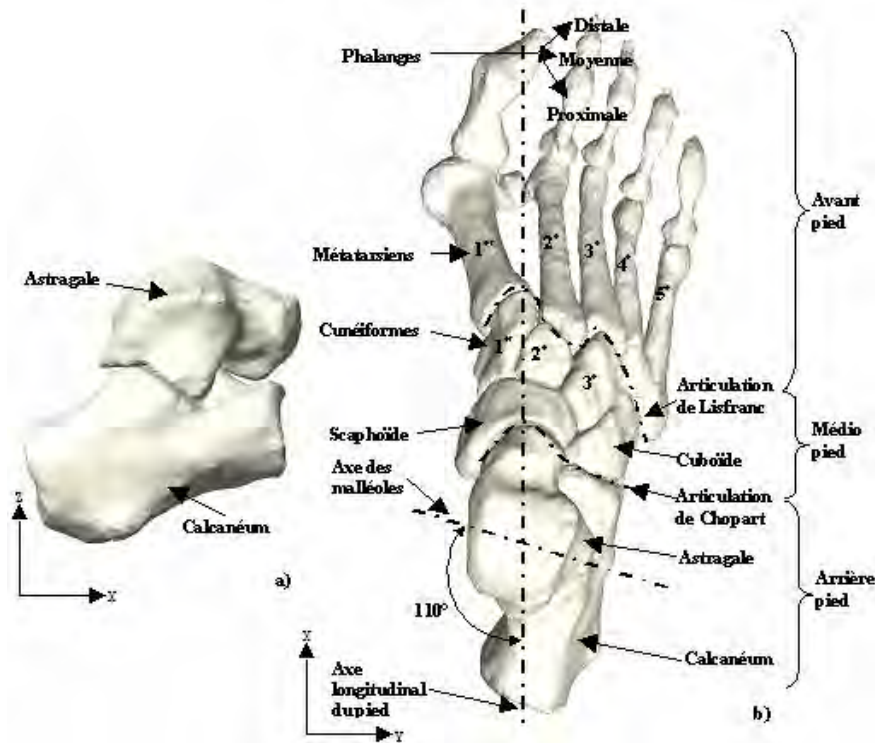


Figure II-21: Os et articulations du pied [Kapandji, 1996] [56]: a) arrière-pied (plan sagittal), b) arrièrepied, médio-pied et avant-pied (plan horizontal).

L'arrière-pied est raccordé au médio-pied par l'articulation médio-tarsienne (ou interligne de Chopart). L'articulation tarso-métatarsienne (ou interligne de Lisfranc) unit le médio-pied à l'avant des cunéiformes et du cuboïde avec l'avant-pied à l'arrière des bases métatarsiennes. Les têtes des métatarsiens et les premières phalanges sont reliées par les articulations métatarso-phalangiennes. Les phalanges sont assemblées par les articulations inter-phalangiennes.

II-4-2. Fonctions et mouvements articulaires des membres inférieurs

Les débattements déficients ou anormaux des articulations peuvent être le signe d'une pathologie émergente. Effectivement, une articulation ankylosée peut être le début d'une usure anormale du cartilage. Il est donc nécessaire de connaître les mouvements physiologiques et les butées articulaires dans l'évaluation d'une pathologie.

II-4-2-1. L'articulation de la hanche

Les mouvements de la hanche peuvent se faire dans tous les plans de l'espace (Figure II-22) et sont décrits à partir de la position de rectitude dans la station debout. En effet, cette articulation est une énarthrose possédant les propriétés mécaniques d'une liaison rotule. Cette liaison confère au fémur trois degrés de liberté en rotation par rapport aux axes de référence. Ainsi, les mouvements de flexion/extension

s'effectuent dans le plan sagittal autour de l'axe médio-latéral. La flexion rapproche les faces antérieures de la cuisse et du tronc. Inversement, l'extension rapproche les faces postérieures de la cuisse et du tronc. Le mouvement par lequel la cuisse se déplace vers l'intérieur est appelé adduction. L'abduction est le mouvement qui rapproche les faces externes de la cuisse et du tronc. Les mouvements d'adduction/abduction s'effectuent autour de l'axe antéro-postérieur dans le plan frontal. Les mouvements de rotation interne/externe de hanche font tourner la jambe sur l'axe longitudinal du fémur. Ils s'effectuent autour de l'axe vertical dans le plan horizontal. Le pied s'oriente en dedans pour le mouvement de rotation interne et vice versa pour la rotation externe.

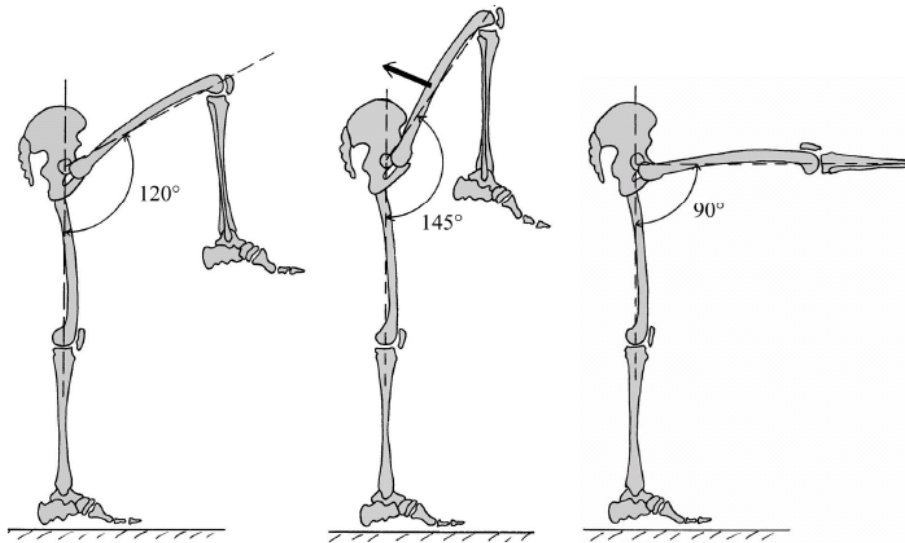


Figure II-22: Les mouvements de la hanche [Calais-Germain, 1986] [57]:

- (1): axe médio-latéral, (2) : axe longitudinal du fémur, (3) : axe antéropostérieur,
(4) : axe longitudinal du pied.

II-4-2-2. L'articulation du genou et de la rotule

Les mouvements du genou s'effectuent autour de deux axes (Figure II-23). Les mouvements de flexion/extension du genou se font dans le plan sagittal suivant l'axe des condyles. Le mouvement qui rapproche les faces postérieures de la jambe et de la cuisse est appelé flexion. L'extension est le mouvement retour, depuis la flexion jusqu'à la position de référence. La position de référence est l'axe de la jambe situé dans le prolongement de l'axe de la cuisse. Le mouvement d'extension n'existe pas, sauf dans le cas d'une hyperextension ou récurvatum. Le genou possède aussi des mouvements de rotation dans le plan horizontal suivant l'axe longitudinal du tibia. La rotation du tibia sous le fémur n'est possible que si le genou est fléchi car les ligaments coapteurs sont détendus. La rotation interne porte la tubérosité du tibia en dedans et vice versa pour la rotation externe. Lors de la flexion, une rotation interne automatique (6° environ entre l'axe des condyles et l'axe des plateaux tibiaux) se produit et inversement pour l'extension. Elle a lieu surtout en fin d'extension ou en

début de flexion. La position de verrouillage du genou est l'extension complète (l'axe des condyles et l'axe des plateaux tibiaux sont parallèles).

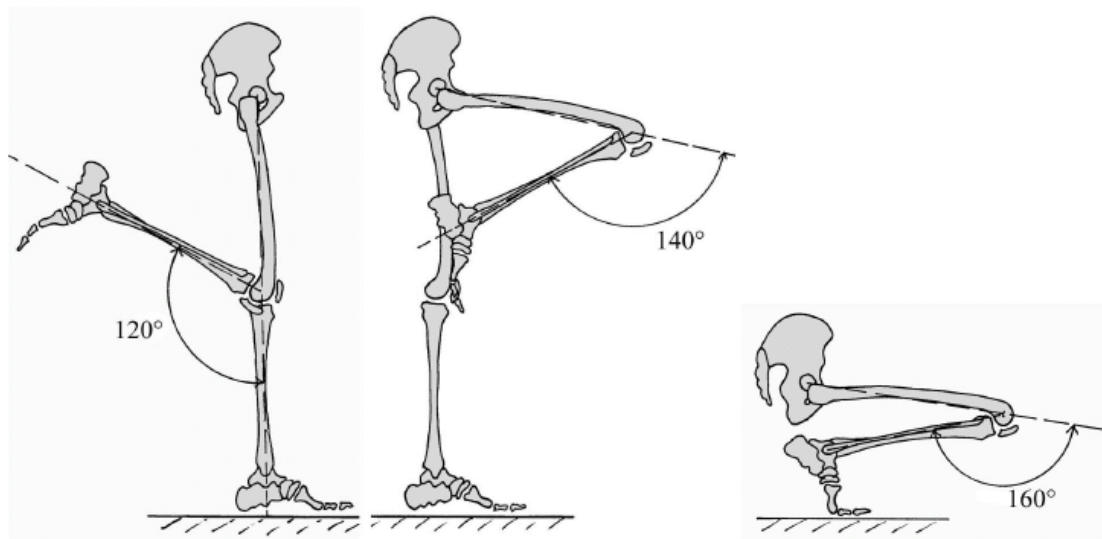
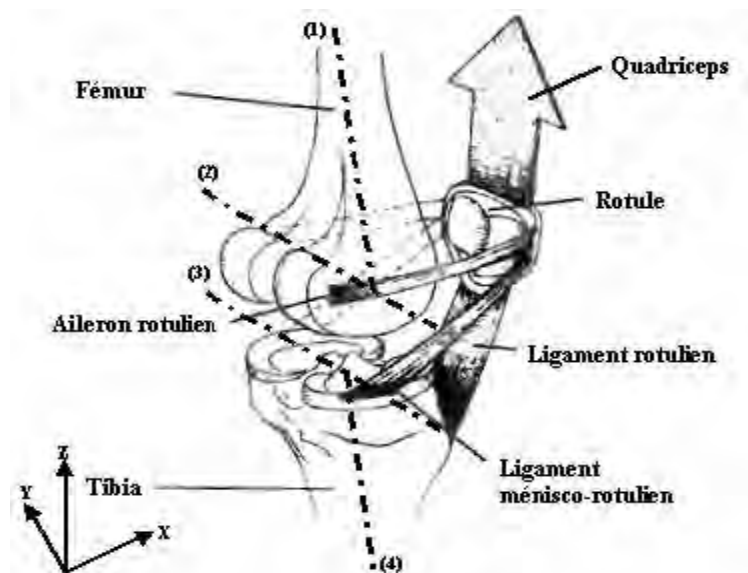


Figure II-23: le genou. Amplitude des mouvements de flexion du genou selon la position de la cuisse et du bassin. Elle est plus élevée si la hanche est fléchie.

L'articulation du genou n'est pas seulement constituée de l'articulation fémoro-tibiale mais aussi de son assemblage fonctionnel avec l'articulation fémoro-patellaire. En effet, la rotule coulisse dans la gorge de la trochlée. Elle est maintenue par des ligaments sur le fémur et le tibia (Figure II-24). Son rôle essentiel est de permettre les mouvements de flexion et d'extension du genou.



(1) : axe longitudinal du fémur, (2) : axe des condyles, (3) : axe des plateaux tibiaux, (4) : axe longitudinal du tibia.

II-4-2-3. L'articulation de la cheville

Les seuls mouvements possibles de la cheville se font d'avant en arrière dans le plan sagittal. Ceux-ci sont la flexion dorsale et la flexion plantaire de l'astragale sur le segment tibia-péroné suivant l'axe des malléoles (Figure II-25).

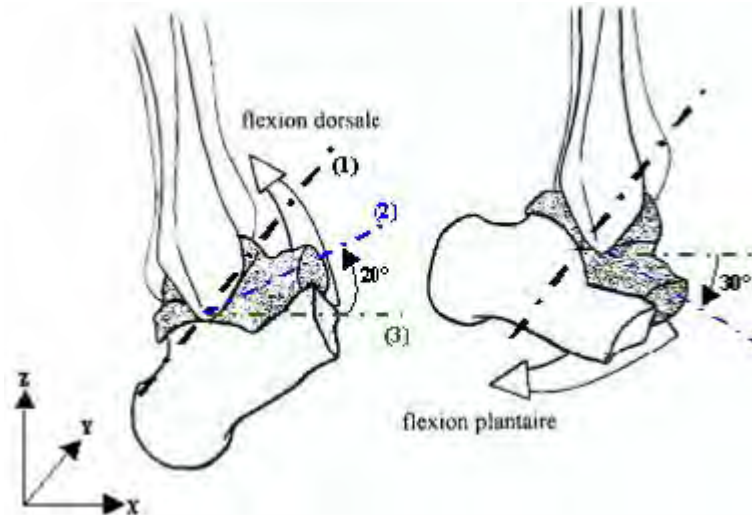


Figure II-25: Les mouvements de la cheville [Calais-Germain, 1986] [57];
(1) : axe des malléoles, (2) : axe longitudinal du pied, (3) : axe antéro-postérieur.

II-4-2-4. L'articulation sous-astragalienne

L'articulation sous-astragalienne combine des mouvements dans les trois plans de l'espace. Le calcanéum tourne par rapport à l'astragale suivant les trois axes anatomiques de référence (Figure II-26). Les mouvements de supination (varus) et de pronation (valgus) s'effectuent dans le plan frontal. Les mouvements de flexion dorsale et plantaire se réalisent dans le plan sagittal. L'abduction et l'adduction sont les mouvements horizontaux.

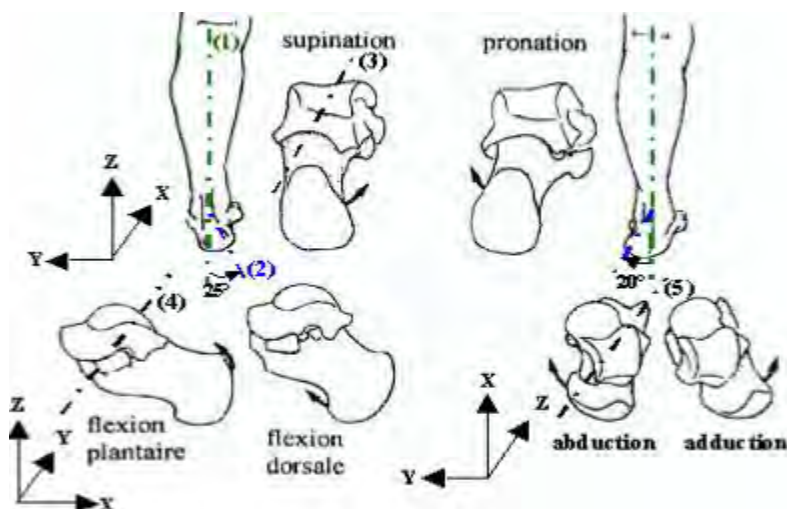


Figure II-26: Les mobilités de la sous-astragalienne [Calais-Germain, 1986] [57];
(1) : axe longitudinal du tibia, (2) : axe du calcanéum, (3) : axe antéro-postérieur, (4) : axe médio-latéral, (5) : axe vertical.

En pratique, les mouvements suivant les trois axes sont interdépendants. En effet, deux mouvements s'observent autour de l'axe de Henké (Figure II-27). Ceux-ci sont composés de l'inversion qui combine la supination, l'adduction et la flexion plantaire et de l'éversion associée à la pronation, l'abduction et la flexion dorsale.

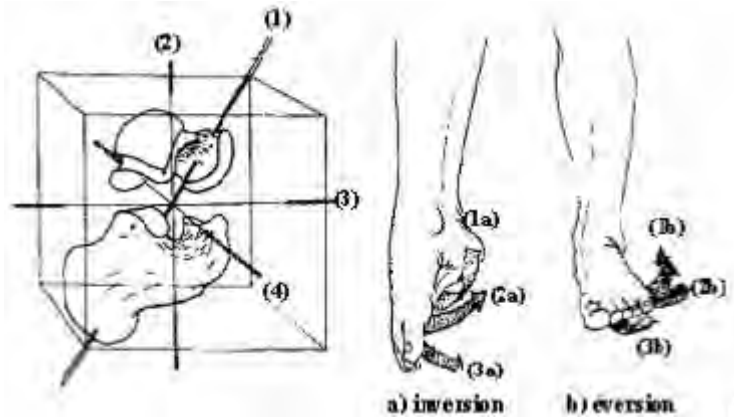


Figure II-27: Les mouvements d'inversion et d'éversion (Calais-Germain, 1986)

[57] : (1) : axe de Henké, (2) : axe vertical, (3) : axe antéro-postérieur, (4) : axe médio-latéral, (1a) : supination, (1b) : pronation, (2a) : adduction, (2b) : abduction, (3a) : flexion plantaire, (3b) : flexion dorsale.

II-4-2-5. Les articulations du pied

Les articulations du pied sont nombreuses et complexes. Lors de la locomotion, chacune d'elles réalise une fonction bien précise, soit dans le système réceptif¹ et propulsif soit dans le système stabilisateur. Le système réceptif se compose de la cheville, et les articulations métatarso-phalangiennes et inter-phalangiennes constituent le système propulsif. Ces deux systèmes effectuent des flexions plantaires et dorsales dans la phase de réception et la phase de propulsion du pied avec le sol. Le système formé par les articulations sous astragaliennes, médio-tarsiennes et tarso-métatarsiennes joue le rôle de stabilisateur. Celui-ci combine des mouvements dans les trois plans de l'espace dans l'objectif d'orienter le pied, de modifier sa forme pour s'adapter au terrain et enfin de stabiliser en souplesse tout le système locomoteur pour transmettre au sol le passage du poids du corps.

II-5. La tête

II-5-1. Présentation

La structure de la tête est complexe. Elle compte 22 os (os du crâne et de la face). Les os de la tête sont reliés entre eux par des sutures, articulations fixes qui apparaissent à l'âge adulte. Tous les os sont reliés par des structures, sauf la mandibule. Les principales sutures sont la suture coronale, située dans le plan frontale, la suture sagittale, située dans le plan sagittal, la suture squameuse, située sur le côté latéral de la tête, et la suture lambdoïde, située derrière la tête.

- **Os du crâne**

Ils protègent le cerveau et les organes de l'ouïe et de l'équilibre, situés dans l'oreille interne. Ils servent de points d'insertion aux muscles de la tête, du visage et du cou. Le crâne compte 8 os : 4 os paires (chacun en deux exemplaires) qui sont les os pariétaux et les os temporaux, 4 os impairs (chacun en un seul exemplaire) qui sont l'os frontal, l'os occipital, l'os sphénoïde et l'os ethmoïde.

- **Os de la face**

La face comprend 14 os (pairs et impairs). La mandibule et le vomer sont les os impairs de la face. Les os de la face déterminent le massif facial, la forme du visage. Généralement, les hommes ont une face plus allongée que celle des femmes.



Figure II-28: Tête ; coupe sagittal.

II-5-2. Mouvements de la tête

Ils sont assurés par des muscles dont au moins une extrémité se trouve sur le squelette axial.

- **Fléchissement de la tête**

Les principaux sont les quatre muscles sterno-mastoïdiens (deux de chaque côté). Ils sont situés sur la face antéro-latérale du cou. Ils constituent un repère musculaire important. Leur origine est le manubrium sternal et la clavicule. Leur insertion est le processus mastoïde de l'os temporal. Lors de la contraction des quatre muscles, on peut fléchir la tête. Lorsque ces muscles présentent un spasme, on a un torticolis.

- **Mouvements latéraux**

Les muscles sterno-cleïdo-mastoïdiens permettent ces mouvements lors de la contraction d'un seul côté de la tête.

Les trois muscles scalènes (moyen, antérieur et postérieur) sont situés en profondeur. Leur origine se situe au niveau des processus transverses des vertèbres cervicales. Leur insertion se situe au niveau des deux premières paires de cotés.

- **Extension de la tête**

L'extension de la tête est assurée par les deux muscles splénius (de la tête et du cou). Ce sont des muscles profonds et larges. Leur origine se situe au niveau des processus épineux des vertèbres C7 à T6. L'insertion du splénius de la tête se situe au niveau du processus mastoïde de l'os temporal et de l'os occipital. L'insertion du cou se situe au niveau des processus transverses des vertèbres de C2 à C4.

II-6. Le cou

II-6-1. Présentation

C'est la région du corps qui est située entre la tête et le thorax. Si on examine une coupe transversale (figure II-29) du cou, on peut distinguer deux parties :

- une antérieure, dite viscérale, comprenant l'oesophage, la trachée et les gros vaisseaux du cou. Sur cette partie antérieure, il n'existe que peu de muscles ;
- une partie postérieure, ostéo-musculaire, avec le corps vertébral, le canal médullaire, la moelle épinière et les apophyses vertébrales flanquées des gros muscles de la nuque.

Schématiquement, les éléments anatomiques du cou sont : un axe osseux, la moelle épinière, le système musculaire et des éléments vasculaires et viscéraux.

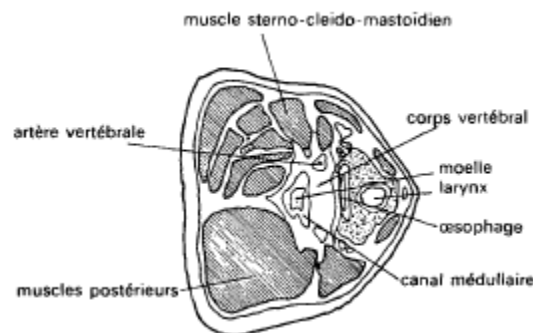


Figure II-29: Coupe au niveau de la 6^e vertèbre cervicale.

II-7. La colonne vertébrale

II-7-1. Présentation

La colonne vertébrale est le pilier du corps humain. Implantée sur le bassin, elle soutient les éléments supérieurs du squelette (tête, membres supérieurs, cage thoracique) permettant leurs mobilités et assure la transmission des charges imposées aux membres supérieurs quelles que soient leurs positions par rapport au squelette. C'est une structure polyarticulée, à la fois mobile et résistante.

La colonne vertébrale se compose de 34 vertèbres : 24 vertèbres mobiles, 5 sacrées et 5 vertèbres coccygiennes soudées.

La grande flexibilité de la colonne est obtenue grâce à sa construction polyarticulée constituée par un empilage de vertèbres formant cinq parties (figure II-30) :

- le rachis cervical constitué de 7 vertèbres cervicales.
- le rachis dorsal ou thoracique comprenant 12 vertèbres dorsales.

- le rachis lombaire formé de 5 vertèbres lombaires.
- le sacrum comprenant 5 vertèbres sacrées soudées.
- le coccyx constitué de 4 à 5 vertèbres coccygiennes soudées.

Les vertèbres sont reliées entre elles par de nombreuses structures fibreuses et sont le siège d'insertions musculaires qui font de la colonne un véritable axe haubané : les ligaments et les muscles sont indispensables à la stabilité et au maintien de l'équilibre en position debout.

Sur le plan cinématique, deux vertèbres adjacentes sont liées entre elles par l'intermédiaire du disque intervertébral et des articulations inter-apophysaires. Ces articulations jouent un rôle dans les mouvements du rachis en servant de guides : leur orientation détermine en partie les mobilités prépondérantes entre deux vertèbres. Ce sont des diarthroses, ou articulations vraies, qui se composent de surfaces articulaires cartilagineuses, d'une capsule articulaire, de ligaments de renfort et d'une bourse synoviale.

On utilise couramment le terme d'unité fonctionnelle vertébrale pour désigner un ensemble constitué de deux vertèbres adjacentes peu déformables et de tissus de liaison (disque et ligaments) beaucoup plus déformables autorisant ainsi des mobilités entre ces deux vertèbres.

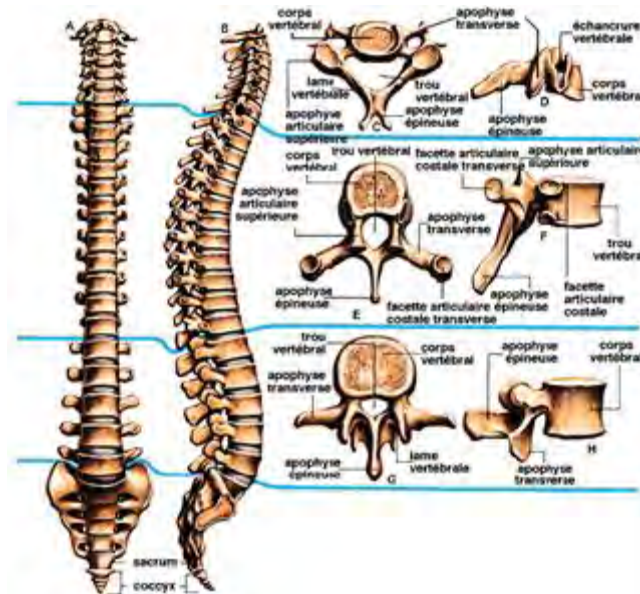


Figure II-30: Colonne vertébrale humaine.

II-7-2. Mouvements de la colonne vertébrale

On distingue trois types de mouvements primaires au niveau de l'unité fonctionnelle :

- les mouvements plans dans le plan sagittal (rotation par rapport à Y et translation suivant X et Z) appelés mouvements d'inclinaison sagittale, ou encore de flexion lorsque le déplacement de la vertèbre sus-jacente a lieu vers l'avant et d'extension dans le cas contraire.

Ils sont la conséquence d'un couple de flexion ou d'extension sagittale.

- les mouvements dus à un couple d'inflexion frontale. Ce sont des mouvements dans le plan frontal (rotation par rapport à X et translation suivant Y et Z) appelés

mouvements d'inclinaison latérale ou inflexion latérale droite ou gauche selon le sens du déplacement. Ils sont accompagnés de mouvements secondaires appelés mouvements de couplage.

- les mouvements dus à un couple de torsion. Ce sont des mouvements de rotation autour de l'axe rachidien (Z) appelés mouvements de rotation axiale droite ou gauche selon le sens du déplacement. Ils sont accompagnés de mouvements secondaires appelés mouvements de couplage.

II-6. Analyse des mouvements du corps humain

II-6-1. Introduction

Pour effectuer l'analyse cinématique, dynamique ou tensoriel du corps humain, il est nécessaire de définir des référentiels d'espace dans lesquels l'observation du mouvement est effectuée ainsi qu'un découpage de temps qui détermine les intervalles de temps séparant 2 observations consécutives.

L'association des analyses cinématiques et temporelles permet donc l'étude de l'organisation spatio-temporelle du geste. Le référentiel temporel permet d'effectuer un découpage temporel du mouvement étudié. Ce découpage temporel se réalise concrètement en déterminant des phases bornées par des instants clés qui caractérisent le mouvement :

- Un instant-clé correspond à un événement particulier facilement observable qui apparaît à un instant donné pendant la réalisation du mouvement. Il constitue un repère temporel indispensable à la description temporelle du mouvement.
- deux instants-clés vont déterminer une phase particulière du mouvement.
- Un découpage temporel précis présente la plupart du temps une hiérarchie des phases décomposée en phases principales (appelées phases) regroupant des phases secondaires (appelées sous-phases) du mouvement.

II-6-2. Référentiels de l'espace relatif au corps humain

Généralement, en biomécanique mouvements du corps humain sont généralement décrits dans un référentiel d'espace qui permet de repérer la position dans l'espace des différents points qui définissent les segments corporels du corps humain. Pour cela, différents référentiels peuvent être choisis selon que les mouvements absolu ou relatif du corps et de ses segments sont étudiés.

Ce système de référence d'espace comporte trois plans et trois axes orthonormés au point O comme origine des repères et centre de gravité du corps humain (CDG) (voir Figure II- 31). Ce référentiel est défini comme suit :

- **Le plan sagittal :** Le plan sagittal divise le corps en deux moitiés droite et gauche. Les Mouvements dans le plan sagittal sont faits autour d'un axe médio-latéral côté à l'autre en cours d'exécution par le centre de masse du

corps. Les Mouvements plan sagittal impliquant l'ensemble du corps en rotation autour du centre de masse comprennent culbutes, renversements amont et en aval, et à la flexion et une position carpé en piqué.

- **Le plan frontal** : Le plan frontal ou coronal divise le corps pour créer moitiés avant et arrière. L'axe qui est autour duquel se produit le mouvement plan frontal ultérieur est l'axe antéro-postérieur qui s'étend antérieure et postérieure du plan. Les Mouvements au plan frontal de l'ensemble du corps autour du centre de masse ne sont pas aussi communs que les mouvements sur les autres plans.
- **Le plan transversal** : Le plan transversal ou horizontal coupe le corps pour créer moitiés supérieure et inférieure. Les mouvements produisant dans ce plan sont essentiellement des rotations autour d'un axe longitudinal. Un exemple de mouvement plan transversal autour du centre du corps de la masse tourne verticalement autour du corps tout en l'air.
- **Axe vertical** : Parcours le corps de bas en haut, i.e. en direction inféro-supérieure.
- **Axe transversal (ou médio-latéral)** : Parcours le corps de gauche à droite, i.e. en direction médio-latéral.
- **Axe sagittal (ou antéro-postérieur)** : Parcours le corps de l'arrière vers l'avant, i.e. en direction postéro-antérieure.

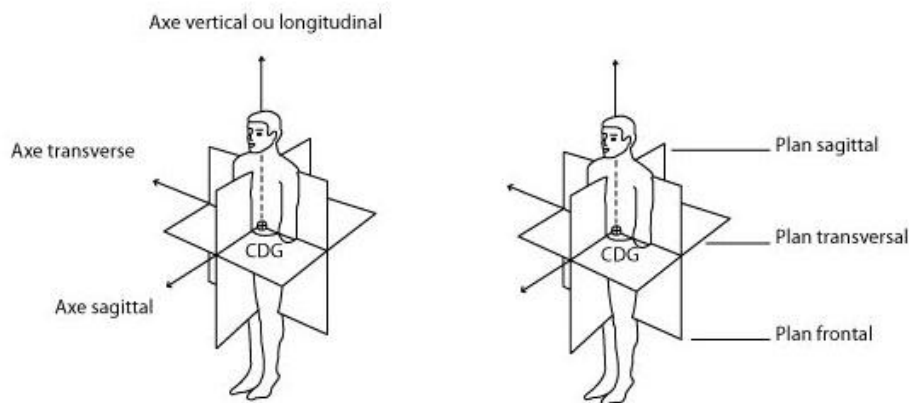


Figure II-31: Axes et plans délimités par le référentiel (avec le centre de gravité du corps).

II-6-3. Analyse des masses segmentées du corps humain

Durant son analyse, le corps humain peut être segmenté en masse suivant ses différentes articulations. La masse d'un segment (m_s) est donc une valeur identifiant sa quantité de matière : elle dépend de la nature des différents tissus (os, muscles, fascias, graisse, peau, liquides, etc.) qui le composent. C'est une caractéristique inertielle du segment car elle représente la résistance du segment à sa mise en mouvement : plus que la masse est importante, plus qu'il est difficile de modifier le mouvement du segment. Elle a une valeur constante qui s'exprime en (kg).

II-6-4. Calcul de la masse d'un segment corporel

Différentes méthodes de mesures anthropométriques (pesée des segments après dissection par exemple) permettent de déterminer le coefficient de masse (Cm) ont été utilisées pour calculer la masse de chaque segment à partir de la masse totale du corps. Ces données sont fournies par la table anthropométrique suivante. Elle est utilisée pour calculer la masse d'un segment exprimée en % de la masse corporelle (Cm).

Segments	Coefficient de Masse (Cm) de De Leva
Tête + Cou	6,94%
Tronc sup	15,96%
Tronc inf	27,50%
Bras	2,71%
Avant bras	1,62%
Main	0,61%
Membre sup.	4,94%
Cuisse	14,16%
Jambe	4,33%
Pied	1,37%
Membre inf.	19,76%
Total (corps humain en kg)	100,00%

Tableau II-3 : Anthropométrie (utilisé pour calculer la masse des segments).

Les différents segments du corps humain d'après les articulations sont présentés sur les figures suivantes - Figures II-32 (a) et (b) :

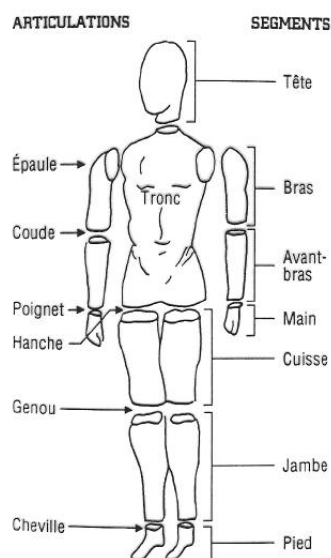


Figure II-32 (a): Différents segments du corps humain.

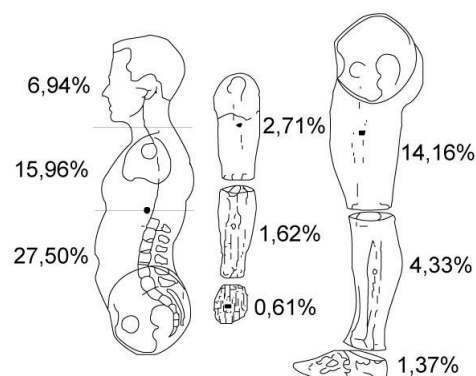


Figure : II-32 (b): Coefficients de masse (Cm) pour différents segments.

Le calcul de la masse d'un segment (m_s) s'effectue utilisant la formule :

$$m_s = C_m * M \quad (2.1)$$

Où m_s est la masse du corps et C_m le coefficient du segment.

Exemple de calcul : Pour un sujet de 70 kg, la masse de sa cuisse est de :

$$0,1416 * 70 = 9,9 \text{kg}$$

II-6-5. Analyse du mouvement du corps humain bidimensionnel

Le mouvement du corps humain est symétrique suivant le plan sagittal. Ce dernier divise en réalité le corps en deux moitiés de droite à gauche. Les mouvements spécialement de la marche peuvent être divisés séparément suivant les membres supérieurs et inférieurs et selon leurs articulations respectives (figure II-33).

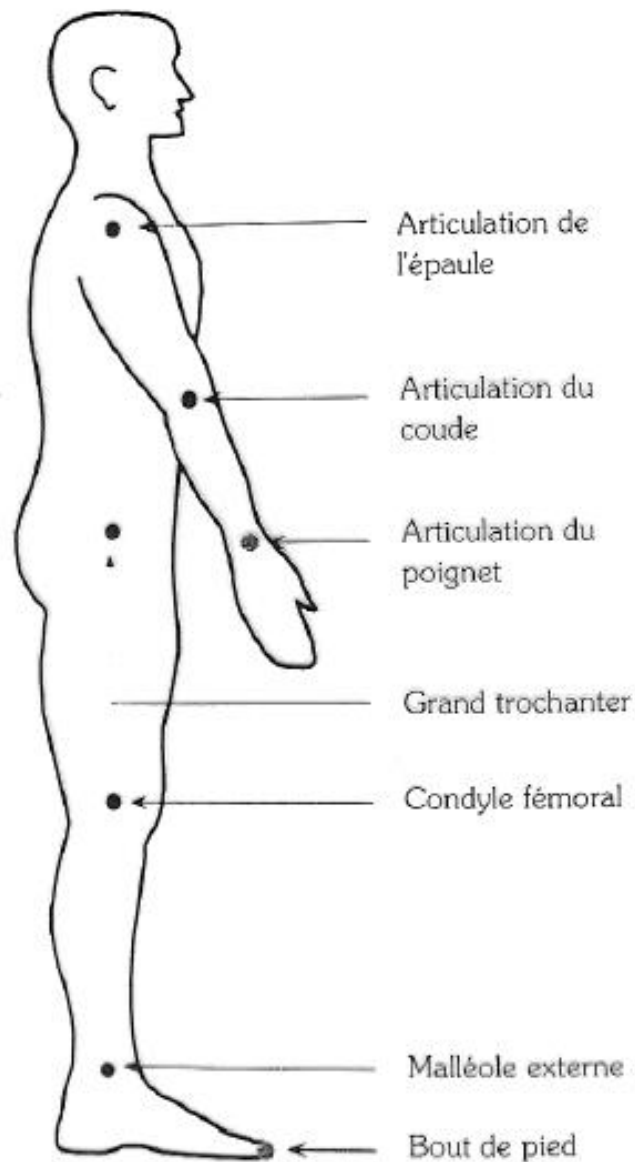


Figure II-33 : Mouvement du corps humain selon les différentes articulations et suivant le plan sagittal.

Ces mouvements de la marche peuvent être donc analysés en bidimensionnel et par rapport au centre de gravité du corps humain où les déplacements aux articulations et les forces dans membre peuvent être déterminés en utilisant la modélisation en éléments finis (Figure II-34). En conséquence une chaîne des angles d'articulations est observée pour les membres inférieurs et supérieurs séparément. Ces angles peuvent être en fonction de la position de l'angle θ_p du pied par rapport au sol. En plus il est très clair d'observer que pour des petites oscillations des membres inférieurs, les angles de la hanche et du genou sont négligeables.

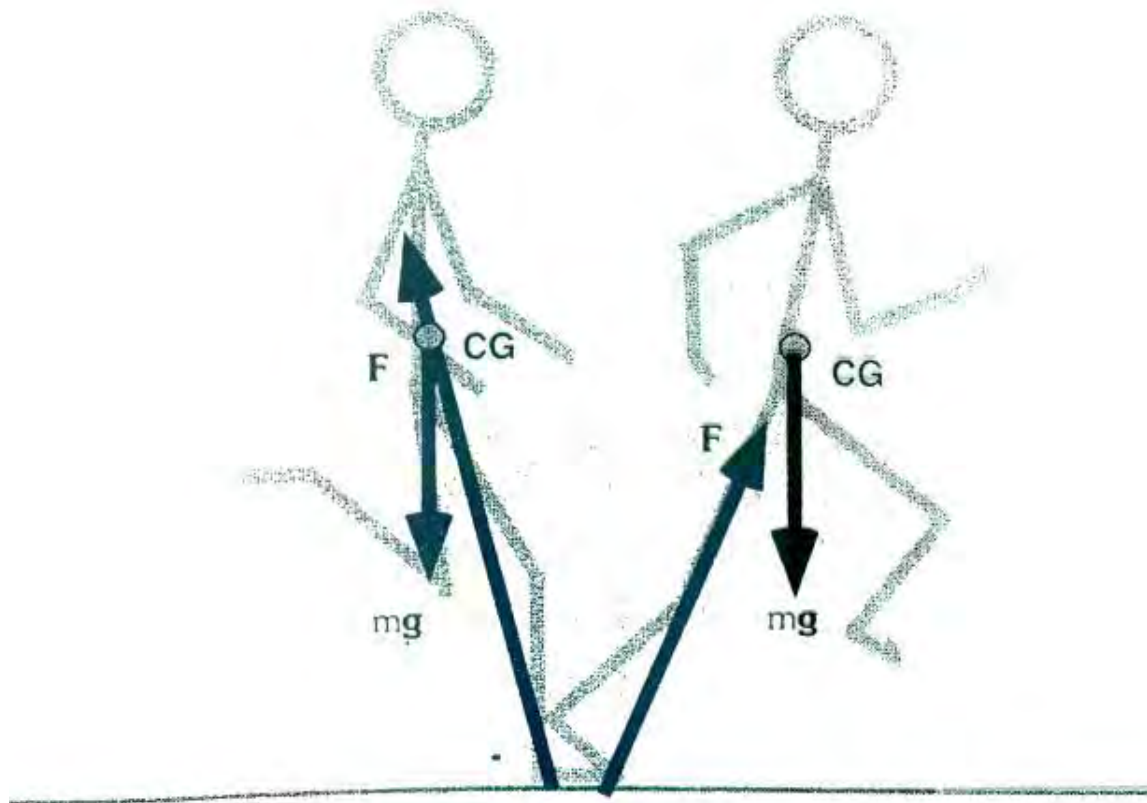


Figure II-34: Modélisation des déplacements aux articulations par élément finis.

En conséquence les angles articulaires au niveau des articulations peuvent être déterminés différemment pour les membres supérieurs ainsi que les inférieurs). Cependant pour des petits mouvements ou bien la marche rapide des membres du corps humain, ces angles peuvent être considérés comme très petits et la théorie de l'oscillation des membres peuvent être appliquée pour analyser les mouvements de vibration des membres du corps humain et les membres sont modélisés corps linéaires (voir figure II-35).

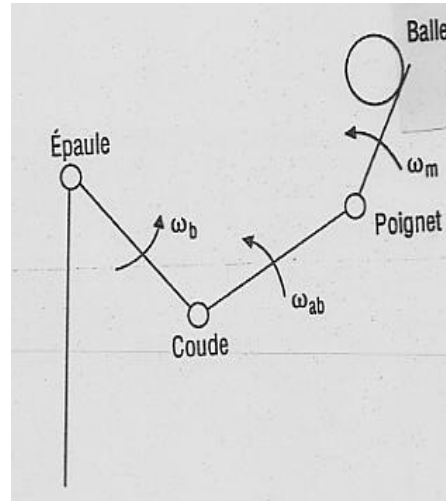
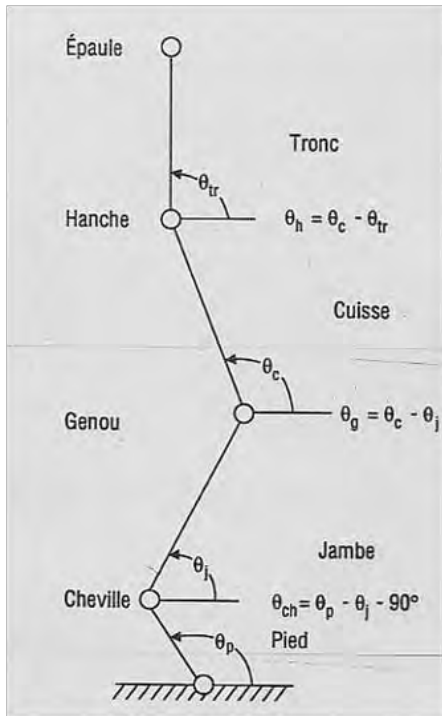


Figure II-35 : Chaîne articulée représentant le rachis thoraco-lombaire pour les membres inférieurs et supérieurs.

Chapitre III :

**Etude cinématique et
dynamique du corps humain.**

III-1. Etude cinématique du corps humain

La méthode adoptée pour le calcul de la cinématique articulaire des membres supérieurs et des membres inférieurs du corps humain est la séquence de rotations successives autour de trois axes mobiles. Les angles articulaires sont calculés à partir de la méthode des séquences de rotation de cardan. La séquence est :

- Première rotation suivant l'axe \vec{Z}_{i-1} du segment $i - 1$ d'angle α_{i-1} ,
- Deuxième rotation suivant l'axe flottant \vec{X}_{i-1} d'angle β_{i-1} ,
- Et enfin la troisième rotation suivant l'axe \vec{Y}_{i-1} du segment i d'angle γ_{i-1} .

De ce fait, les segments sont articulés par trois liaisons mécaniques dont les rotations s'opèrent autour des axes anatomiques. Ainsi, les amplitudes des mouvements inter segmentaires s'interprètent en utilisant les conventions cliniques (rotation interne/externe suivant l'axe \vec{Z}_{i-1} , abduction/adduction suivant l'axe \vec{X}_{i-1} et flexion/extension suivant l'axe \vec{Y}_{i-1}).

On affecte à chaque segment corporel un repère cartésien orthonormé, soit le repère $R_i = (O_i, \vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_i)$ d'axes \vec{X}_i, \vec{Y}_i et \vec{Z}_i , d'origine O_i lié au segment i . Ces référentiels déterminent la position et l'orientation des segments dans le repère fixe $R_0 = (O_0, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ du laboratoire dans la figure III-1. L'origine O_0 est un point fixe par rapport au sol. L'axe \vec{Z}_0 est vertical par rapport au sol dirigé vers le haut. L'axe \vec{X}_0 est parallèle au sol et dirigé dans le sens de la marche. L'axe \vec{Y}_0 est calculé par le produit vectoriel de \vec{Z}_0 et \vec{X}_0 .

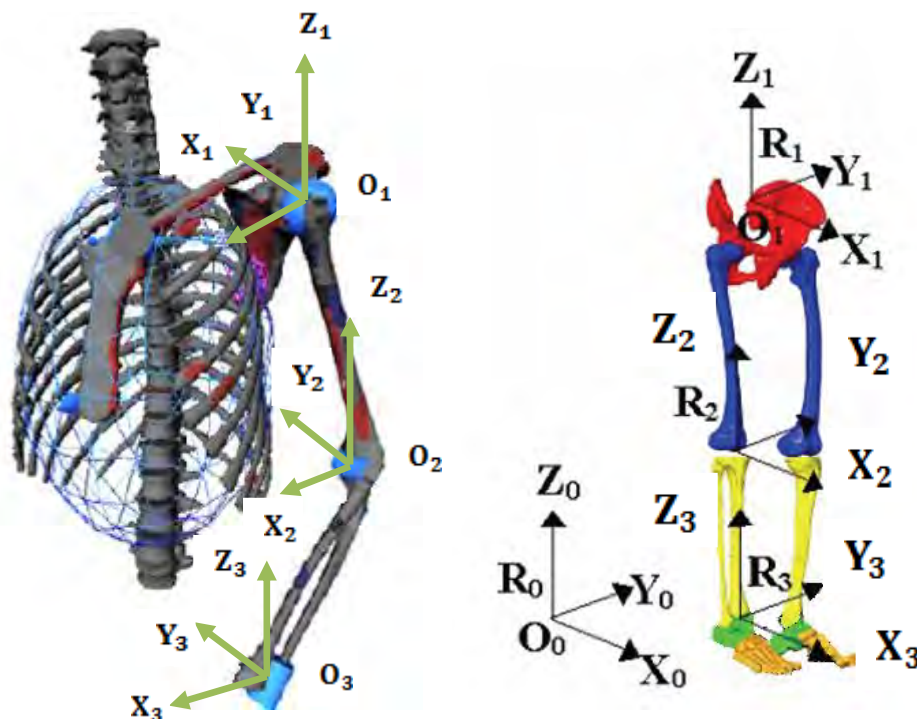


Figure III-1 : Représentation des repères au niveau des articulations.

La matrice de rotation R_{i-1} définit l'orientation du repère $R_i = (O_i, \vec{X}_i, \vec{Y}_i, \vec{Z}_i)$ par rapport au repère $R_{i-1} = (O_{i-1}, \vec{X}_{i-1}, \vec{Y}_{i-1}, \vec{Z}_{i-1})$ à l'aide du produit des matrices de rotation élémentaires dans l'ordre de la séquence.

$$\begin{aligned}
 R_{i-1} &= \overbrace{\begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^{\text{Rot}(\alpha, \vec{z}_{i-1})} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}}^{\text{Rot}(\beta, \vec{x}_{i-1})} \cdot \overbrace{\begin{bmatrix} \cos(\gamma) & 0 & \sin(\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\gamma) & 0 & \cos(\gamma) \end{bmatrix}}^{\text{Rot}(\gamma, \vec{y}_{i-1})} \\
 &= \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & A_{1,3} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & A_{2,3} \\ A_{3,1} & A_{3,2} & A_{3,3} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Avec :

$$A_{1,1} = \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) - \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha)$$

$$A_{1,2} = -\cos(\beta) \cdot \sin(\alpha)$$

$$A_{1,3} = \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\beta) \cdot \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha)$$

$$A_{2,1} = \cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + \sin(\beta) \cdot \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha)$$

$$A_{2,2} = \cos(\beta) \cdot \cos(\alpha)$$

$$A_{2,3} = \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) - \sin(\beta) \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha)$$

$$A_{3,1} = -\cos(\beta) \cdot \sin(\gamma)$$

$$A_{3,2} = \sin(\beta)$$

$$A_{3,3} = \cos(\beta) \cdot \cos(\gamma)$$

Les angles α, β, γ sont calculés en identifiant la matrice T_{i-1}^i à la matrice R_{i-1}^i : et α, β, γ sont données par :

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \tan^{-1} \left(\frac{-A_{1,2}}{A_{2,2}} \right); \\
 \beta &= \sin^{-1}(A_{3,2}) \text{ et} \\
 \gamma &= \tan^{-1} \left(\frac{-A_{3,1}}{A_{3,3}} \right)
 \end{aligned}$$

Nous obtenons, avec la méthode de séquençage, trois angles représentant les rotations du segment aval décrites à partir du segment amont. On suppose dans notre étude que le mouvement du membre supérieur et du membre inférieur du corps humain sont fait dans le plan sagittal.

III-2. Etude cinématique du mouvement des membres supérieurs du corps humain

Le mouvement du corps humain est symétrique suivant le plan sagittal qui est considéré pour diviser le corps humain en deux moitiés de gauche à droite. Par ailleurs les membres supérieurs sont constitués par le bras, l'avant bras et la main ; articulés à l'épaule.

III-2-1. Mise en équation

Le membre supérieur du corps humain peut être simulé par des éléments barres liées par des articulations. Pour étudier ce système on le simplifie à un système physique qui peut déterminer leur comportement chaotique. On considère ces trois barres comme étant rigides, de longueurs l_1, l_2 et l_3 et de masses m_1, m_2 et m_3 respectivement. Chacune de ces barres est liée par un point qui s'appellera une articulation.

Le modèle simplifié est représenté sur la figure III-2 ; Il est composé de segments de longueurs l_1 , l_2 et l_3 articulés à leurs extrémités.

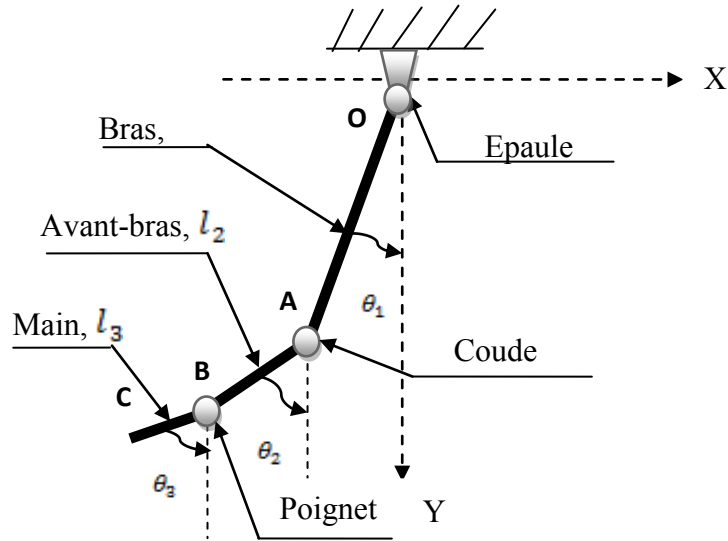


Figure III-2 : Modèle simplifié du membre supérieur du corps humain.

Le déplacement du membre supérieur est provient de la somme vectorielle suivante :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} &= \overline{OC} = \overline{OA} + \overline{AB} + \overline{BC} \\ \overline{OA} &= \begin{pmatrix} -l_1 \sin \theta_1 \\ l_1 \cos \theta_1 \end{pmatrix}; \overline{AB} = \begin{pmatrix} -L_2 \sin \theta_2 \\ L_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix}; \overline{BC} = \begin{pmatrix} -L_3 \sin \theta_3 \\ L_3 \cos \theta_3 \end{pmatrix} \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -\sin \theta_1 & -\sin \theta_2 & -\sin \theta_3 \\ \cos \theta_1 & \cos \theta_2 & \cos \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.1)$$

Les équations de la vitesse du membre supérieur du corps humain proviennent de la première dérivée dans le temps de l'équation du déplacement, elles sont exprimées par les formules suivantes :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 & \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 & \dot{\theta}_3 \cos \theta_3 \\ \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 & \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 & \dot{\theta}_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Les équations de l'accélération du membre supérieur du corps humain proviennent de la première dérivée dans le temps de l'équation de vitesse, elles sont exprimées par les formules suivantes :

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{y}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 & -\ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 + \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 & -\ddot{\theta}_3 \cos \theta_3 + \dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3 \\ -\ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 - \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 & -\ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 & -\ddot{\theta}_3 \sin \theta_3 - \dot{\theta}_3^2 \cos \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

III-2-2. Analyse cinématique des membres supérieurs par la méthode numérique

Durant notre analyse, la méthode numérique utilisée se base sur la solution des équations de mouvement résolue utilisant le programme Matlab. Les résultats de l'analyse cinématique des membres supérieurs du corps humain sont présentés sur les figures III-3 et III-4.

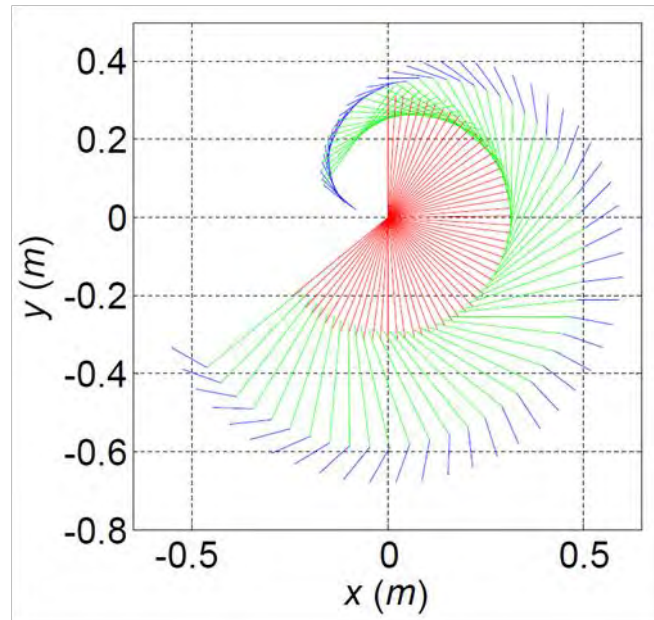


Figure III-3: Kino gramme du membre supérieur avec tous les segments, 60 étapes
 — bras, — avant-bras, — main.

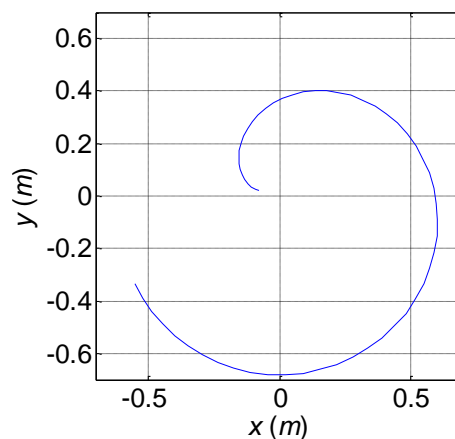


Figure III-4: Chemin de déplacement du bras.

Les figures III-3 et III-4, illustrent le résultat de la simulation du mouvement d'un système de trois segments rigides articulés, dont les paramètres segmentaires coïncident avec ceux d'un membre supérieur du corps humain.

Cette simulation met en évidence le fait que les membres supérieurs adoptent une position arquée au cours de la phase de descente ; c'est-à-dire, les membres supérieurs du corps humain commencent la phase de descente, marquée par une extension prononcée des deux articulations. La phase de montée est caractérisée par une flexion rapide au niveau de l'articulation du coude et une légère flexion au niveau du poignet.

III-3. Etude cinématique du mouvement des membres inférieurs du corps humain

III-3-1 Mise en équation

Les membres inférieurs du corps humain peuvent être considérés comme un pendule triple inversé (Kevin GUELTON. 2003) [25], donc le modèle retenu est articulé autour de la hanche, la cheville et le genou. Le modèle simplifié est représenté à la figure III-5. Il est composé de trois segments de longueurs l_1 , l_2 et l_3 articulés à leurs extrémités.

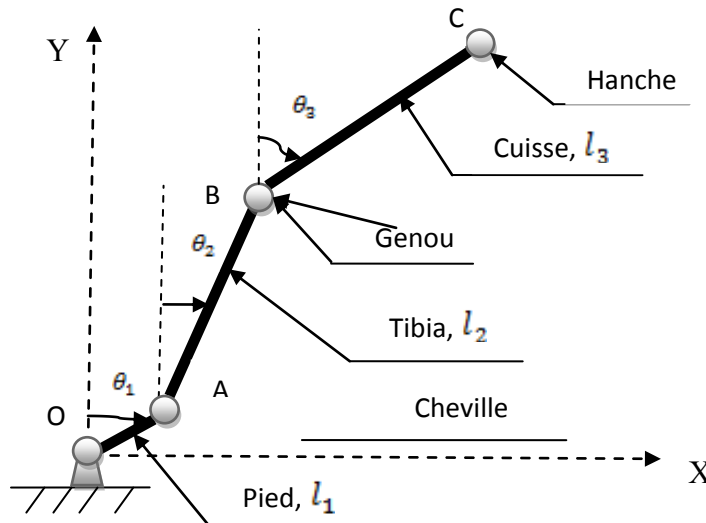


Figure III-5 : modèle simplifié du membre inférieur.

Les équations des différents vecteurs de positions sont donnés par :

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC};$$

$$\text{Où : } \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} l_1 \sin \theta_1 \\ l_1 \cos \theta_1 \end{pmatrix}; \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} L_2 \sin \theta_2 \\ L_2 \cos \theta_2 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} L_3 \sin \theta_3 \\ L_3 \cos \theta_3 \end{pmatrix}$$

Donc :

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta_1 & \sin \theta_2 & \sin \theta_3 \\ \cos \theta_1 & \cos \theta_2 & \cos \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Comme dans on fait ultérieurement, les équations de vitesse et d'accélération du membre inférieur proviennent de la première et deuxième dérivée dans le temps des expressions du déplacement comme suit :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 & \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 & \dot{\theta}_3 \cos \theta_3 \\ -\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 & -\dot{\theta}_2 \sin \theta_2 & -\dot{\theta}_3 \sin \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{y}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{\theta}_1 \cos \theta_1 - \dot{\theta}_1^2 \sin \theta_1 & \ddot{\theta}_2 \cos \theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 & \ddot{\theta}_3 \cos \theta_3 - \dot{\theta}_3^2 \sin \theta_3 \dot{\theta}_3 \\ -\ddot{\theta}_1 \sin \theta_1 - \dot{\theta}_1^2 \cos \theta_1 & -\ddot{\theta}_2 \sin \theta_2 - \dot{\theta}_2^2 \cos \theta_2 & -\ddot{\theta}_3 \sin \theta_3 - \dot{\theta}_3^2 \cos \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

III-3-2. Analyse cinématique des membres inférieurs par la méthode numérique

La méthode numérique utilisée dans notre travail se base sur la solution des équations de mouvement résolue utilisant le programme Matlab. Les résultats de l'analyse cinématique des membres inférieurs du corps humain sont présentés sur les figures III-6 et III-7.

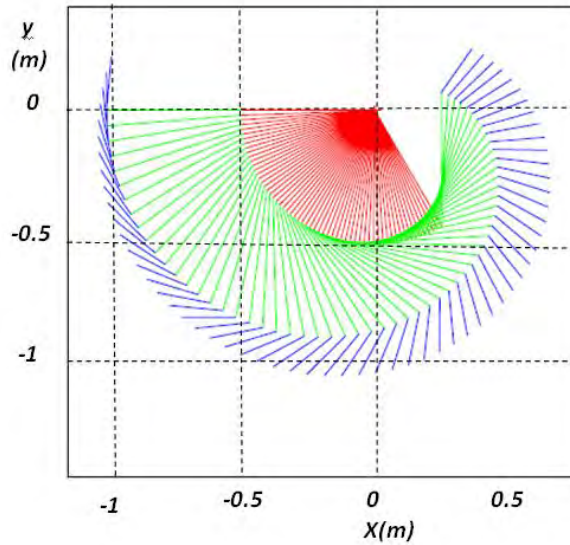


Figure III-6: Kino gramme des membres inferieurs avec tous les segments, 60étapes
 — pied, — tibia, — cuisse.

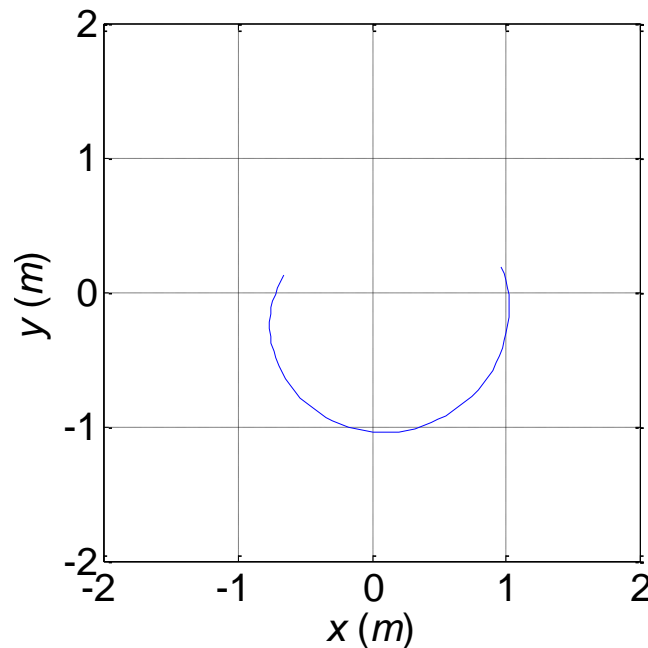


Figure III-7: Chemin de déplacement membre inferieur.

Les figures III-6 et III-7, montrent le résultat de l'analyse cinématique d'un système de 3 segments rigides articulés, dont les paramètres segmentaires coïncident avec ceux d'un membre inférieur du corps humain. Il est appaait alors clairement que l'articulation du genou et de la cheville sont toutes deux impliquées dans la réalisation de la tâche. A partir de la position de descente jusqu'à la remonté du pied, le genou commence la flexion jusqu'à qu'elle devienne rapide, par contre la cheville est marquée par une extension prononcé e.

III-4. Etude dynamique du mouvement du corps humain

III-4-1. Analyse Oscillations des membres supérieurs par la méthode de Lagrange

Dans la mécanique de Lagrange, l'évolution d'un système est décrite en termes de coordonnées généralisées et les vitesses généralisées. Dans notre cas, les angles de déviation des membres (ou pendules) θ_1, θ_2 et les vitesses angulaires peuvent être considérées comme des variables généralisées. En utilisant ces variables, nous construisons le Lagrangien pour le pendule double et écrire les équations différentielles de Lagrange.

Le modèle simplifié du pendule double est illustré dans la figure III-8. Tous les pivots sont supposés être sans frottement.

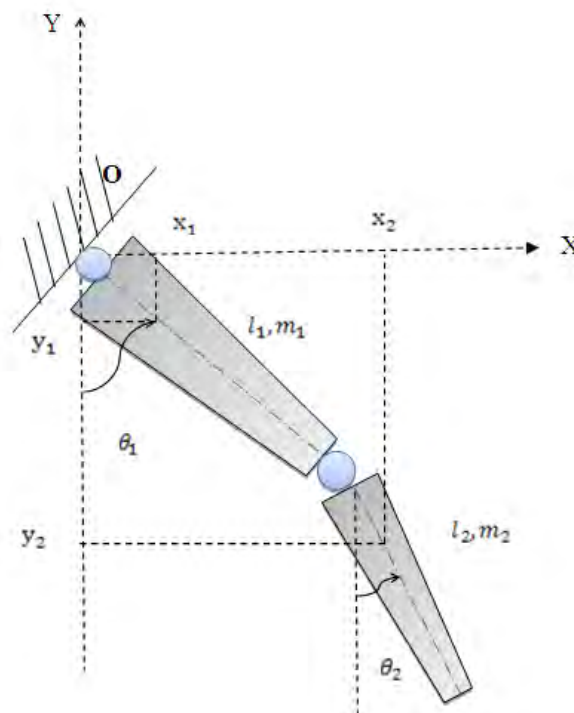


Figure III-8: Modèle simplifié des membres (pendule double).

Nous introduisons le système de coordonnées Oxy, dont l'origine coïncide avec le point du pendule de suspension supérieur. Les coordonnées des pendules sont définies par les relations suivantes :

$$x_1 = \frac{l_1}{3} \sin \theta_1 ; x_2 = l_1 \sin \theta_1 + \frac{l_2}{3} \sin \theta_2. \quad (3.7)$$

$$y_1 = \frac{-l_1}{3} \cos \theta_1 ; y_2 = -l_1 \cos \theta_1 - \frac{l_2}{3} \cos \theta_2.$$

L'énergie cinétique et potentielle des deux membres (respectivement, T et V) sont exprimés par les formules suivantes :

$$T = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 (x_1^2 + y_1^2)}{2} + \frac{m_2 (x_2^2 + y_2^2)}{2}; \quad (3.8)$$

$$V = m_1 g y_1 + m_2 g y_2.$$

Connaissant que le lagrangien s'écrit :

$$L = T - V = T_1 + T_2 - (V_1 + V_2) = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{m_2}{2} (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) - m_1 g y_1 - m_2 g y_2 .$$

Et en prenant en compte que :

$$\dot{x}_1 = \frac{l_1}{3} \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 , \quad \dot{x}_2 = l_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 + \frac{l_2}{3} \cos \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2. \quad (3.9)$$

$$\dot{y}_1 = \frac{l_1}{3} \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 , \quad \dot{y}_2 = l_1 \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 + \frac{l_2}{3} \sin \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2.$$

Les énergies deviennent :

$$T_1 = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) = \frac{m_1}{2} \left(\frac{l_1^2}{9} \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 + \frac{l_1^2}{9} \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 \right) = \frac{m_1}{18} l_1^2 \dot{\theta}_1^2;$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{m_2}{2} (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) = \frac{m_2}{2} \left[(l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \frac{l_2}{3} \dot{\theta}_2 \cos \theta_2)^2 + (l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \frac{l_2}{3} \dot{\theta}_2 \sin \theta_2)^2 \right] \\ &= \frac{m_2}{2} \left[(l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 + \frac{l_2^2}{9} \dot{\theta}_2^2 \cos^2 \theta_2 + \frac{2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + (l_1^2 \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 + \frac{l_2^2}{9} \dot{\theta}_2^2 \sin^2 \theta_2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2) \right] \end{aligned}$$

$$T_2 = \frac{m_2}{2} \left[l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos (\theta_1 - \theta_2) \right].$$

$$V_1 = m_1 g y_1 = -\frac{m_1}{3} g l_1 \cos \theta_1;$$

$$V_2 = m_2 g y_2 = -m_2 g \left(l_1 \cos \theta_1 + \frac{l_2}{3} \cos \theta_2 \right).$$

En conséquence, le lagrangien du système prend la forme suivante:

$$L = T - V = T_1 + T_2 - (V_1 + V_2)$$

$$= \left(\frac{m_1}{18} + \frac{m_2}{2}\right) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{m_2}{18} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \cos \theta_1 + \frac{m_2}{3} g l_2 \cos \theta_2$$

Les équations de Lagrange sont décrites par la relation suivante :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0, i = 1, 2 \quad (3.10)$$

Les dérivées partielles de ces équations sont exprimées par les formules suivantes:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -\frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - \frac{m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2.$$

Ainsi, la première équation de Lagrange peut s'écrire

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \right] \\ + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 [\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ - \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)] + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1 \\ = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1 \\ = 0 \end{aligned}$$

De même, nous dérivons la deuxième équation différentielle:

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left[\frac{m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \right] - \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2 = 0 \\ \Rightarrow & \frac{m_2}{9} l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \\ & - \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2 = 0 \\ \Rightarrow & \frac{m_2}{9} l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ & - \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2 = 0 \\ \Rightarrow & \frac{m_2}{9} l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2 = 0 \\ & \frac{l_2}{3} \ddot{\theta}_2 + l_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 = 0 \end{aligned}$$

Ainsi, le système non linéaire de deux équations différentielles de Lagrange peut s'écrire :

$$\begin{cases} \left(\frac{m_1}{9} + m_2 \right) l_1 \ddot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{m_2}{3} l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{m_1}{3} + m_2 \right) g \sin \theta_1 = 0 \\ \frac{l_2}{3} \ddot{\theta}_2 + l_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 = 0 \end{cases}$$

En supposant que les angles $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ sont de petite taille, les oscillations des pendules à proximité du point d'équilibre de zéro peut être décrit par un système d'équations linéaires. Pour obtenir un tel système, revenons à l'origine de Lagrange du système:

$$\begin{aligned} L = T - V = & \left(\frac{m_1}{18} + \frac{m_2}{2} \right) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{m_2}{18} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ & + \left(\frac{m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 \cos \theta_1 + \frac{m_2}{3} g l_2 \cos \theta_2. \end{aligned}$$

Nous écrivons cette équation de Lagrange sous une forme simple, l'expansion dans une série de Maclaurin et de retenir les termes linéaire et quadratique. Les fonctions trigonométriques peuvent être remplacées par des expressions approchées suivantes:

$$\cos \theta_1 \approx 1 - \frac{\theta_1^2}{2}, \quad \cos \theta_2 \approx 1 - \frac{\theta_2^2}{2}, \quad \cos(\theta_1 - \theta_2) \approx 1 - \left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right)^2 \approx 1.$$

Ici, nous avons tenu compte du fait que le terme avec $\cos(\theta_1 - \theta_2)$ contient le produit de petites quantités $\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$. Par conséquent, nous ne pouvons laisser seulement le terme linéaire dans l'expansion du cosinus.

En remplaçant dans le lagrangien initial et considérant que l'énergie potentielle est définie à une constante, on obtient le lagrangien quadratique pour le double pendule sous la forme:

$$L = T - V = \left(\frac{m_1}{18} + \frac{m_2}{2}\right) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{m_2}{18} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \left(\frac{m_1}{6} + \frac{m_2}{2}\right) g l_1 \theta_1^2 - \frac{m_2}{6} g l_2 \theta_2^2.$$

Nous dérivons les équations différentielles de Lagrange pour le lagrangien donné. Ils sont écrits comme :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = 0, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = 0.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -\left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \theta_1.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -\frac{m_2}{3} g l_2 \theta_2.$$

Nous obtenons le système de deux équations différentielles :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \right] + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \theta_1 = 0; \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \right] + \frac{m_2}{3} g l_2 \theta_2 = 0. \end{cases}$$

Or:

$$\begin{cases} \left[\left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \right] + \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \theta_1 = 0; \\ \frac{m_2}{9} l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 + \frac{m_2}{3} g l_2 \theta_2 = 0. \end{cases}$$

Ce système d'équations peut s'écrire sous forme matricielle compacte.

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 & \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \\ \frac{m_2}{3} l_1 l_2 & \frac{m_2}{9} l_2^2 \end{bmatrix}.$$

$$K = \begin{bmatrix} \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g l_1 & 0 \\ 0 & \frac{m_2}{3} g l_2 \end{bmatrix}.$$

$$M\ddot{\theta} + K\theta = 0.$$

Le système d'équations différentielles peut être représenté comme :

(3.11)

Cette équation décrivant des oscillations libres non amorties avec une certaine fréquence. Dans notre cas, la solution contiendra des oscillations avec deux fréquences caractéristiques, qui sont appelés modes normaux. Les modes normaux sont la valeur de la partie réelle de la fonction complexe.

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} = \text{Re} \left(\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \exp(i\omega t) \right).$$

Où H_1, H_2 sont les vecteurs propres, ω est la fréquence réelle. Les valeurs des fréquences normales $\omega_{1,2}$ sont déterminés par la résolution de l'équation caractéristique

$$\det(K - \omega^2 M) = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) gl_1 - \omega^2 \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 & -\omega^2 \frac{m_2}{3} l_1 l_2 \\ -\omega^2 \frac{m_2}{3} l_1 l_2 & \frac{m_2}{3} \left(gl_2 - \frac{\omega^2 l_2^2}{3}\right) \end{vmatrix} = 0,$$

$$\Rightarrow \left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) g^2 - \left[\left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) \frac{l_2}{3} + \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_2\right] g\omega^2 + l_1 l_2 \frac{m_1}{27} \omega^4 = 0.$$

Qui est une équation biquadratique pour les fréquences.

Or :

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{27g}{2m_1 l_1 l_2} \left[\left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) \frac{l_2}{3} + \left(\frac{m_1}{9} + m_2\right) l_2 \right] \pm \sqrt{\left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) \left[\left(\frac{m_1}{3} + m_2\right) \frac{l_2^2}{9} - \frac{2}{3} \left(\frac{m_1}{27} - m_2\right) l_1 l_2 \right]}$$

Nous considérons dans notre cas que les longueurs des tiges des deux pendules sont égaux : $l_1 = l_2 = l$, les fréquences normales seront établie par la formule plus compacte:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{g}{l} [1 + \mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}]}$$

μ est le rapport des masses $\mu = \frac{m_2}{m_1}$

- **Calcul des vecteurs propres H_1 et H_2 :**

Les fréquences propres $\omega_{1,2}$ sont connues, il faut encore déterminer les vecteurs propres H_1, H_2 et décrire les modes normaux, qui peuvent être trouvés en résolvant l'équation :

$$(k - \omega^2 M)H = 0$$

$$H_1 = (H_{11}, H_{21})^T$$

$$(k - w_1^2 M)H_1 = 0 \text{ où } w_1^2 = \frac{g}{l} [1 + \mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}]$$

$$\Rightarrow m_1 l \begin{bmatrix} (1 + \mu)(g - w_1^2 l) & -w_1^2 \mu l \\ -w_1^2 \mu l & \mu(g - w_1^2 l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11} \\ H_{21} \end{bmatrix} = 0$$

Les coordonnées du vecteur propre H_1 satisfont l'équation :

$$(1 + \mu)(g - w_1^2 l)H_{11} - w_1^2 \mu l H_{21} = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \mu) \left(g - \frac{g}{l} [1 + \mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}] l \right) H_{11} - \frac{g}{l} [1 + \mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}] \mu l H_{21} = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \mu) [-\mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}] H_{11} - \mu [1 + \mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}] H_{21} = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \mu) [\mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}] H_{11} + \mu [1 + \mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}] H_{21} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{H_{21}}{H_{11}} = - \frac{(1 + \mu) [\mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}]}{[1 + \mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}]}$$

$$= - \frac{[\mu + \mu^2 - \sqrt{(1 + \mu)\mu} - \mu\sqrt{(1 + \mu)\mu}]}{\mu + \mu^2 - \mu\sqrt{(1 + \mu)\mu}} \cdot \left(\frac{\mu}{\sqrt{(1 + \mu)\mu}} \right) \cdot \left(\frac{\sqrt{(1 + \mu)\mu}}{\mu} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{H_{21}}{H_{11}} = - \sqrt{\frac{1 + \mu}{\mu}}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} H_{11} \\ H_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{\frac{1 + \mu}{\mu}} \end{bmatrix}$$

De même, nous trouvons les coordonnées du second vecteur propre $H_2 = (H_{12}, H_{22})^T$

$$(k - w_2^2 M)H_2 = 0 \text{ où } w_2^2 = \frac{g}{l} [1 + \mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}],$$

$$\Rightarrow m_1 l \begin{bmatrix} (1 + \mu)(g - w_2^2 l) & -w_2^2 \mu l \\ -w_2^2 \mu l & \mu(g - w_2^2 l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{12} \\ H_{22} \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \mu)(g - w_2^2 l)H_{12} - w_2^2 \mu l H_{22} = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \mu) \left(g - \frac{g}{l} [1 + \mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}] l \right) H_{12} - \frac{g}{l} [1 + \mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}] \mu l H_{22} = 0$$

$$\Rightarrow (1 + \mu) [\mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}] H_{12} + \mu [1 + \mu + \sqrt{(1 + \mu)\mu}] H_{22} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{H_{22}}{H_{12}} = - \frac{(1 + \mu) [\mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}]}{\mu [1 + \mu - \sqrt{(1 + \mu)\mu}]}$$

$$= - \frac{[\mu + \mu^2 - \sqrt{(1 + \mu)\mu} - \mu\sqrt{(1 + \mu)\mu}]}{\mu + \mu^2 - \mu\sqrt{(1 + \mu)\mu}} \cdot \left(-\frac{\mu}{\sqrt{(1 + \mu)\mu}} \right) \cdot \left(-\frac{\sqrt{(1 + \mu)\mu}}{\mu} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{H_{22}}{H_{12}} = \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} H_{12} \\ H_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} \end{bmatrix}$$

La solution générale de l'équation:

$$\begin{aligned} \theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} &= Re \left(\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \exp(i\omega t) \right) \\ &= C_1 \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} \end{bmatrix} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + C_2 \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} \end{bmatrix} \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{aligned}$$

Où les constantes $C_1, C_2, \varphi_1, \varphi_2$ dépendent des positions initiales et des vitesses des pendules.

Considérons le caractère de petites oscillations pour un ensemble spécifique de données initiales. Supposons, que les positions et les vitesses initiales des pendules ont les valeurs suivantes:

$$\theta_1(t=0) = 0, \quad \theta_2(t=0) = \frac{\pi}{6}, \quad \dot{\theta}_1(t=0) = 0, \quad \dot{\theta}_2(t=0) = 0$$

Dans ce cas, les phases initiales sont nulles: $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

• **Détermination des constantes C_1 et C_2 :**

$$\begin{cases} \theta_1(0) = C_1 + C_2 = 0 \\ \theta_2(0) = -C_1 \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} + C_2 \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} = \frac{\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow C_1 = -C_2 \Rightarrow 2C_2 \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{\pi}{12} \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}}, \quad C_1 = -\frac{\pi}{12} \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}}$$

$$\theta_1(t) = -\frac{\pi}{12} \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \cos(\omega_1 t) + \frac{\pi}{12} \sqrt{\frac{\mu}{1+\mu}} \cos(\omega_2 t) \quad (3.12)$$

$$\theta_2(t) = \frac{\pi}{12} \cos(\omega_1 t) + \frac{\pi}{12} \cos(\omega_2 t)$$

Où les fréquences angulaires $\omega_{1,2}$ se donnent par:

$$w_{1,2} = \sqrt{\frac{g}{l} \sqrt{1 + \mu \pm \sqrt{(1 + \mu)\mu}}}$$

Ensuite, la loi des oscillations des pendules est exprimée par les formules ici, les angles $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ sont exprimés en radient, et le temps t en secondes.

La figure III-9, montre des parcelles de petites oscillations pour une valeur de $\mu = 1$, à condition que $l = l_1 = l_2 = 0,5m$, $G = 9.81m/s^2$. Pour plus de commodité, les angles de déviation des pendules sont exprimés en radient. Comme on peut le voir sur le graphique.

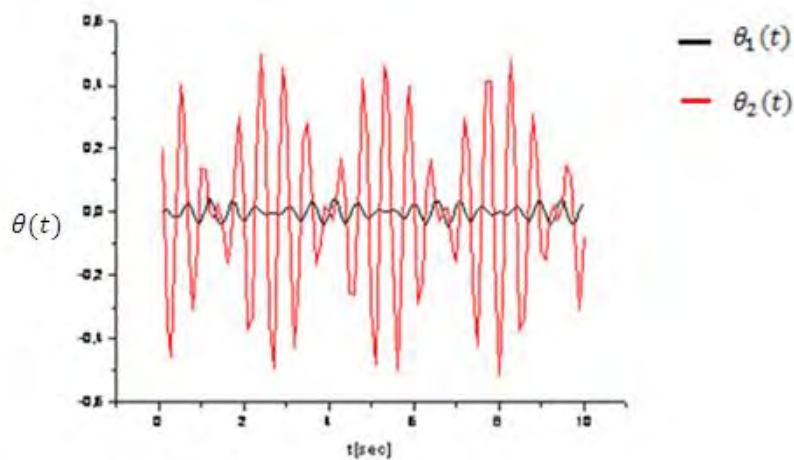


Figure III-9 : Evolution des oscillations du membre supérieur en fonction du temps.

La figure ci-dessous montre les oscillations des deux angles du membre supérieur du corps humain. Il est clair de voir dans notre système que les oscillations se présentent sous forme de rythmes, dont l'énergie est transférée de manière cyclique d'un pendule à l'autre. Lorsque l'un des pendules s'arrête presque, les autres variations d'amplitude maximum. Après quelque temps, les pendules "d'inverser les rôles", et ainsi de suite, le pic du premier élément est égal à 0.05071rad à $t=1,7sec$ par contre le pic du deuxième élément est égal à 0.52231rad à $t=1,6sec$.

III-4-2. Analyse des oscillations des membres inférieurs par la méthode de Lagrange

Le modèle simplifié des membres inférieurs est représenté à des pendules (ou membres) doubles inversés est illustré dans la figure III-10. Nous supposons que les deux éléments du membre inférieur de masse m_1 et m_2 , leurs longueurs sont l_1 et l_2 . Tous les pivots sont supposés être sans frottement.

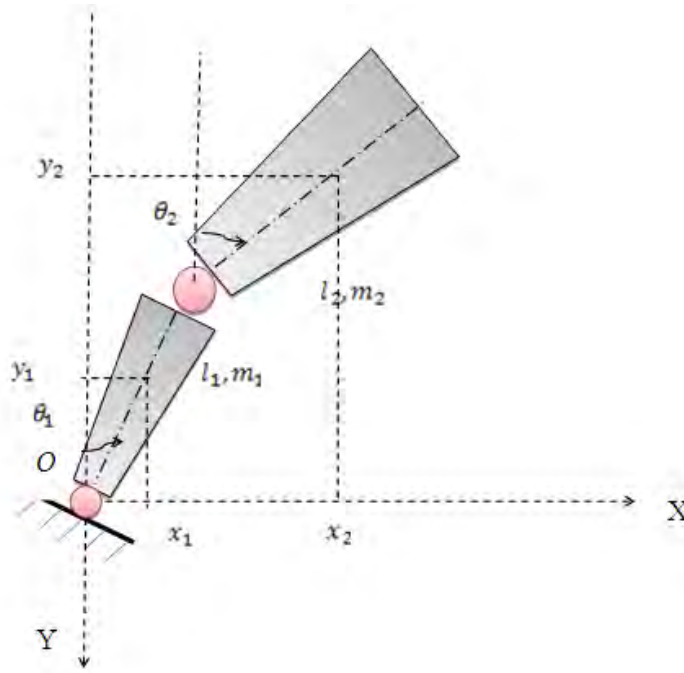


Figure III-10 : Modèle simplifié du pendule double inversé.

Les coordonnées des différents membres du pendule double inversé sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{2l_1}{3} \sin \theta_1 ; x_2 = l_1 \sin \theta_1 + \frac{2l_2}{3} \sin \theta_2. \\ y_1 &= -\frac{2l_1}{3} \cos \theta_1 ; y_2 = -(l_1 \cos \theta_1 + \frac{2l_2}{3} \cos \theta_2). \end{aligned} \quad (3.13)$$

L'énergie cinétique et potentielle (respectivement, T et V), sont exprimés par les formules suivantes :

$$T = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 (x_1^2 + y_1^2)}{2} + \frac{m_2 (x_2^2 + y_2^2)}{2}; \quad (3.14)$$

$$V = m_1 g y_1 + m_2 g y_2.$$

Ensuite, le lagrangien s'écrit :

$$L = T - V = T_1 + T_2 - (V_1 + V_2) = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{m_2}{2} (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) - m_1 g y_1 - m_2 g y_2 .$$

Prenez en compte que :

$$\dot{x}_1 = \frac{2l_1}{3} \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 , \quad \dot{x}_2 = l_1 \cos \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 + \frac{2l_2}{3} \cos \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2. \quad (3.15)$$

$$\dot{y}_1 = \frac{2l_1}{3} \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 , \quad \dot{y}_2 = l_1 \sin \theta_1 \cdot \dot{\theta}_1 + \frac{2l_2}{3} \sin \theta_2 \cdot \dot{\theta}_2.$$

Par conséquent,

$$T_1 = \frac{m_1}{2} (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) = \frac{m_1}{2} \left(\frac{4l_1^2}{9} \dot{\theta}_1^2 \cos^2 \theta_1 + \frac{4l_1^2}{9} \dot{\theta}_1^2 \sin^2 \theta_1 \right) = \frac{4}{18} m_1 l_1^2 \dot{\theta}_1^2;$$

$$T_2 = \frac{m_2}{2} (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) = \frac{m_2}{2} [(l_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + \frac{2l_2}{3} \dot{\theta}_2 \cos \theta_2)^2 + (l_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 + \frac{2l_2}{3} \dot{\theta}_2 \sin \theta_2)^2]$$

$$T_2 = \frac{m_2}{2} [l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{4}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{4}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)].$$

$$V_1 = m_1 g y_1 = -\frac{2}{3} m_1 g l_1 \cos \theta_1;$$

$$V_2 = m_2 g y_2 = -m_2 g \left(l_1 \cos \theta_1 + \frac{2l_2}{3} \cos \theta_2 \right).$$

En conséquence, le lagrangien du système prend la forme suivante:

$$\begin{aligned} L &= T - V = T_1 + T_2 - (V_1 + V_2) \\ &= \left(\frac{2m_1}{9} + \frac{m_2}{2} \right) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{4m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 \cos \theta_1 \\ &\quad + \frac{2m_2}{3} g l_2 \cos \theta_2 \end{aligned}$$

Les équations de Lagrange sont décrites par la relation suivante :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = 0, i = 1, 2$$

Les dérivées partielles de ces équations sont exprimées par les formules suivantes:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = \left(\frac{4m_1}{9} + m_2 \right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -\frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - \left(\frac{2m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 \sin \theta_1;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{8}{9} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_2} = \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) - \frac{2}{3} m_2 g l_2 \sin \theta_2.$$

Ainsi, la première équation de Lagrange peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{4m_1}{9} + m_2 \right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \right] \\ + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 \sin \theta_1 = 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{4m_1}{9} + m_2 \right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 [\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \cdot (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)] \\ + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 \sin \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{4m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(\frac{4m_1}{9} + m_2\right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) g l_1 \sin \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{4m_1}{9} + m_2\right) l_1 \ddot{\theta}_1 + \frac{2m_2}{3} l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) g \sin \theta_1 = 0 \end{aligned}$$

De même, nous dérivons la deuxième équation différentielle:

$$\left[\frac{8m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2)\right] - \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2 = 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{8m_2}{9} l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 - \theta_2) (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) \\ - \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{8m_2}{9} l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ - \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ - \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} g l_2 \sin \theta_2 = 0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{9} m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2}{3} m_2 g l_2 \sin \theta_2 = 0$$

$$\frac{4}{3} l_2 \ddot{\theta}_2 + l_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 = 0$$

Ainsi, le système non linéaire de deux équations différentielles Lagrange peut s'écrire :

$$\begin{cases} \left(\frac{4m_1}{9} + m_2\right) l_1 \ddot{\theta}_1 + \frac{2m_2}{3} l_2 \ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \frac{2m_2}{3} l_2 \dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) g \sin \theta_1 \\ = 0 \\ \frac{4}{3} l_2 \ddot{\theta}_2 + l_1 \ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - l_1 \dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + g \sin \theta_2 = 0 \end{cases}$$

En supposant que les angles $\theta_1(t)$, $\theta_2(t)$ sont de petite taille, les oscillations des pendules à proximité du point d'équilibre de zéro peut être décrit par un système d'équations linéaires. Pour obtenir un tel système, revenons à l'origine de Lagrange du système:

$$L = \left(\frac{2m_1}{9} + \frac{m_2}{2}\right) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{4m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) gl_1 \cos\theta_1 + \frac{2m_2}{3} gl_2 \cos\theta_2.$$

Nous écrivons cette équation de Lagrange sous une forme simple, l'expansion dans une série de Maclaurin et de retenir les termes linéaire et quadratique. Les fonctions trigonométriques peuvent être remplacées par des expressions approchées suivantes:

$$\cos\theta_1 \approx 1 - \frac{\theta_1^2}{2}, \cos\theta_2 \approx 1 - \frac{\theta_2^2}{2}, \cos(\theta_1 - \theta_2) \approx 1 - \left(\frac{\theta_1 - \theta_2}{2}\right)^2 \approx 1.$$

Ici, nous avons tenu compte du fait que le terme avec $\cos(\theta_1 - \theta_2)$ contient le produit de petites quantités $\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2$. Par conséquent, nous ne pouvons laisser seulement le terme linéaire dans l'expansion du cosinus.

En remplaçant dans le lagrangien initial et considérant que l'énergie potentielle est définie à une constante, on obtient le lagrangien quadratique pour le pendule double inversé sous la forme:

$$L = T - V = \left(\frac{2m_1}{9} + \frac{m_2}{2}\right) l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{4m_2}{9} l_2^2 \dot{\theta}_2^2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) \frac{gl_1}{2} \theta_1^2 - \frac{2m_2}{6} gl_2 \theta_2^2.$$

Nous dérivons les équations différentielles de Lagrange pour le lagrangien donné. Ils sont écrits comme :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = q_1, \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = q_2.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = 2 \left(\frac{2m_1}{9} + \frac{m_2}{2}\right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -2 \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) gl_1 \theta_1.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} = \frac{8}{9} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1, \quad \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = -\frac{4}{3} m_2 gl_2 \theta_2.$$

Nous obtenons le système de deux équations différentielles :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left[2 \left(\frac{2m_1}{9} + \frac{m_2}{2}\right) l_1^2 \dot{\theta}_1 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_2 \right] + 2 \left(\frac{2m_1}{3} + m_2\right) gl_1 \theta_1 = 0; \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{8}{9} m_2 l_2^2 \dot{\theta}_2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \dot{\theta}_1 \right] + \frac{4}{3} m_2 gl_2 \theta_2 = 0. \end{cases}$$

Or:

$$\begin{cases} \left[\left(\frac{4m_1}{9} + m_2 \right) l_1^2 \ddot{\theta}_1 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_2 \right] + \left(\frac{2m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 \theta_1 = 0; \\ \frac{8}{9} m_2 l_2^2 \ddot{\theta}_2 + \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \ddot{\theta}_1 + \frac{2}{3} m_2 g l_2 \theta_2 = 0. \end{cases}$$

Ce système d'équations peut s'écrire sous forme matricielle compacte.

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} \left(\frac{4m_1}{9} + m_2 \right) l_1^2 & \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 \\ \frac{2}{3} m_2 l_1 l_2 & \frac{8}{9} m_2 l_2^2 \end{bmatrix}.$$

$$K = \begin{bmatrix} 2 \left(\frac{2m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} m_2 g l_2 \end{bmatrix}.$$

Le système d'équations différentielles peut être représenté comme :

$$M\ddot{\theta} + K\theta = 0.$$

Cette équation décrivant des oscillations libres non amorties avec une certaine fréquence. Dans notre cas, la solution contiendra des oscillations avec deux fréquences caractéristiques, qui sont appelés modes normaux. Les modes normaux sont la valeur de la partie réelle de la fonction complexe.

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix}$$

Les valeurs des fréquences normales $w_{1,2}$ sont déterminés par la résolution de l'équation caractéristique

$$\det(K - w^2 M) = 0.$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} 2 \left(\frac{2m_1}{3} + m_2 \right) g l_1 - w^2 \left(\frac{4m_1}{9} + m_2 \right) l_1^2 & -w^2 \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 \\ -w^2 \frac{2m_2}{3} l_1 l_2 & \frac{4m_2}{3} \left(g l_2 - \frac{2w^2 l_2^2}{3} \right) \end{vmatrix} = 0,$$

Nous considérons dans notre cas que les longueurs des tiges des deux pendules sont égaux : $l_1 = l_2 = l$. et même aussi les masses égaux $m_1 = m_2 = m$, les fréquences normales seront établies par la formule plus compacte, donc la matrice des masse et des raideurs deviennent :

$$M = \begin{bmatrix} \frac{13}{9} m l^2 & \frac{2}{3} m l^2 \\ \frac{2}{3} m l^2 & \frac{8}{9} m l^2 \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} \frac{10}{3} m g l & 0 \\ 0 & \frac{4}{3} m g l \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \det = 10g^2 - 11glw^2 + \frac{17}{9}l^2w^4 = 0.$$

Qui est une équation biquadratique pour les fréquences.

$$\text{Or : } w_{1,2}^2 = \frac{3}{34} (33 \pm \sqrt{409}) \frac{g}{l} ; \Rightarrow w_{1,2} = \sqrt{\frac{3}{34} \frac{g}{l} (33 \pm \sqrt{409})}$$

• **Calcul des vecteurs propres H_1 et H_2 :**

Les fréquences propres $w_{1,2}$ sont connues, il faut encore déterminer les vecteurs propres H_1 , H_2 et décrire les modes normaux, qui peuvent être trouvés en résolvant l'équation :

$$(k - w^2 M)H = 0$$

$$H_1 = (H_{11}, H_{21})^T$$

$$(k - w_1^2 M)H_1 = 0 \text{ où } w_1^2 = \frac{3}{34} (33 + \sqrt{409}) \frac{g}{l}$$

$$\Rightarrow ml \begin{bmatrix} \left(\frac{10}{3}g - w_1^2 \frac{13}{9}l\right) & -w_1^2 \frac{2}{3}l \\ -w_1^2 \frac{2}{3}l & \left(\frac{4}{3}g - w_1^2 \frac{8}{9}l\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{11} \\ H_{21} \end{bmatrix} = 0$$

Les coordonnées du vecteur propre H_1 satisfont l'équation :

$$\left(\frac{10}{3}g - w_1^2 \frac{13}{9}l\right) H_{11} - w_1^2 \frac{2}{3}l H_{21} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{H_{21}}{H_{11}} = \frac{\left(\frac{10}{3}g - w_1^2 \frac{13}{9}l\right)}{w_1^2 \frac{2}{3}l} = \frac{12}{7 - \sqrt{409}}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} H_{11} \\ H_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7 - \sqrt{409}}{12} \end{bmatrix}.$$

De même, nous trouvons les coordonnées du second vecteur propre $H_2 = (H_{12}, H_{22})^T$

$$(k - w_2^2 M)H_2 = 0 \text{ où } w_2^2 = \frac{3}{34} (33 - \sqrt{409}) \frac{g}{l},$$

$$\Rightarrow ml \begin{bmatrix} \left(\frac{10}{3}g - w_2^2 \frac{13}{9}l\right) & -w_2^2 \frac{2}{3}l \\ -w_2^2 \frac{2}{3}l & \left(\frac{4}{3}g - w_2^2 \frac{8}{9}l\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{12} \\ H_{22} \end{bmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \left(\frac{10}{3}g - w_2^2 \frac{2}{3}l\right) H_{12} - w_2^2 \frac{2}{3}l H_{22} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{H_{22}}{H_{12}} = \frac{\left(\frac{10}{3}g - w_2^2 \frac{13}{9}l\right)}{w_2^2 \frac{2}{3}l} = \frac{\left(\frac{10}{3}g - \frac{3}{102}(33 - \sqrt{409})\frac{g}{l} \cdot \frac{13}{9}l\right)}{\frac{3}{102}(33 - \sqrt{409})\frac{g}{l} \cdot \frac{2}{3}l} = \frac{12}{7 + \sqrt{409}}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} H_{12} \\ H_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7 + \sqrt{409}}{12} \end{bmatrix}$$

La solution générale de l'équation:

$$\begin{aligned} \theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} &= Re \left(\begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} \exp(i\omega t) \right) \\ &= C_1 \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7 - \sqrt{409}}{12} \end{bmatrix} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + C_2 \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{7 + \sqrt{409}}{12} \end{bmatrix} \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{aligned}$$

Où les constantes C_1 , C_2 , φ_1 , φ_2 dépendent des positions initiales et des vitesses des pendules.

Considérons le caractère de petites oscillations pour un ensemble spécifique de données initiales. Supposons, que les positions et les vitesses initiales des pendules ont les valeurs suivantes:

$$\theta_1(t=0) = 0, \quad \theta_2(t=0) = \frac{\pi}{6}, \quad \dot{\theta}_1(t=0) = 0, \quad \dot{\theta}_2(t=0) = 0$$

Dans ce cas, les phases initiales sont nulles: $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$.

$$\begin{cases} \theta_1(0) = C_1 + C_2 = 0 \\ \theta_2(0) = C_1 \left[\frac{7 - \sqrt{409}}{12} \right] + C_2 \left[\frac{7 + \sqrt{409}}{12} \right] = \frac{\pi}{6} \Rightarrow C_1 = -C_2 \Rightarrow -2C_1 \sqrt{409} = 2\pi \end{cases}$$

$$\Rightarrow C_1 = -\frac{\pi}{\sqrt{409}}; C_2 = \frac{\pi}{\sqrt{409}}$$

Donc la réponse du système devient :

$$\theta_1(t) = -\frac{\pi}{\sqrt{409}} \cos(\omega_1 t) + \frac{\pi}{\sqrt{409}} \cos(\omega_2 t)$$

$$\theta_2(t) = -\frac{\pi(7 - \sqrt{409})}{12\sqrt{409}} \cos(\omega_1(t)) + \frac{\pi(7 + \sqrt{409})}{12\sqrt{409}} \cos(\omega_2(t))$$

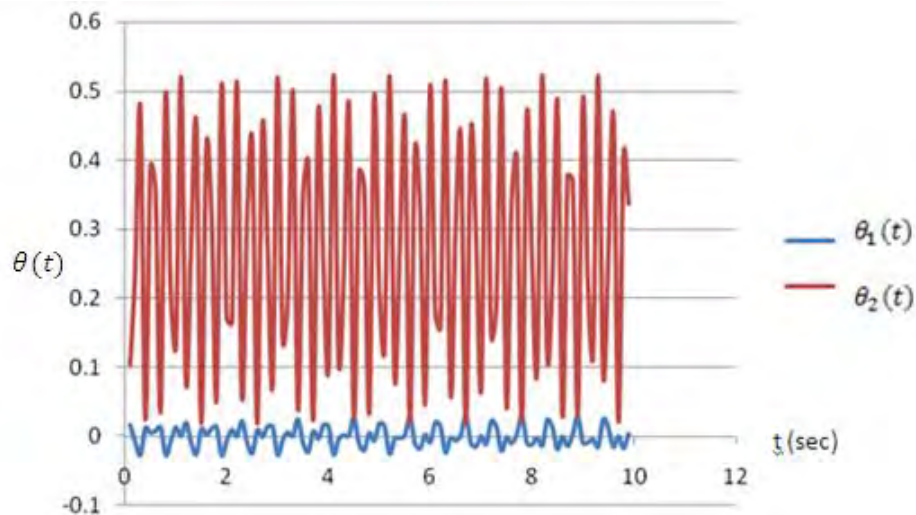


Figure III-11 : Evolution des oscillations du membre inferieur en fonction du temps.

La figure III-11, montre l'évolution des oscillations du membre inferieur du corps humain, il est clair que ces oscillations dans notre système se présentent sous forme de rythmes comme le cas du membre supérieur, le pic du premier élément égal à 0.02977rad à $t=7,8\text{sec}$, par contre le pic du deuxième élément égal à 0.52322 rad à $t=4,1\text{sec}$, nous remarquons aussi que l'oscillation du deuxième élément est toujours positif et elle est toujours la plus grande en valeur absolue.

Chapitre IV :

Analyse des contraintes et des déformations dans les membres du corps humain par la méthode des éléments finis.

IV-1. Introduction aux éléments finis

La méthode des éléments finis fait partie des outils de mathématiques appliquées pour la résolution des problèmes en engineering. Il s'agit de mettre en place, à l'aide des principes hérités de la formulation vibrationnelle ou formulation faible, un algorithme discret mathématique permettant de rechercher une solution approchée d'une équation aux dérivées partielles (ou EDP) sur un domaine compact avec conditions aux bords et/ou dans l'intérieur du compact. On parle couramment de conditions de type Dirichlet (valeurs aux bords) ou Neumann (gradients aux bords) ou de Robin (relation gradient/valeurs sur le bord).

Il s'agit donc avant tout de la résolution approchée d'un problème où, grâce à la formulation vibrationnelle, les solutions du problème vérifient des conditions d'existence plus faibles que celles des solutions du problème de départ et où une discrétisation permet de trouver une solution approchée.

Nous utilisons la méthode des éléments finie dans notre étude pour déterminer le comportement mécanique de la partie supérieur et inférieur du corps humain, et nous choisissons le logiciel de simulation numérique ANSYS.

Ce programme est en fait, un code éléments finis d'usage général dédié à la résolution numérique d'une large variété de problèmes physique en général et de mécanique en particulier. Ces problèmes portent notamment une analyse structurale en statique et en dynamique (linéaire et non linéaire), transfert de chaleur, dynamique des fluides, acoustique, électromagnétique. De façon générale, une résolution par éléments finis comporte trois étapes:

1. Préparation des données: définir le problème; les étapes majeurs sont données ci-dessous:
 - Définition des points clés (keypoints) /lignes/surfaces/volumes ;
 - Définir le type d'élément fini, ses propriétés géométriques et les propriétés physiques des matériaux ;
 - Maillage des lignes /surfaces/volume si cela est requis. Les données nécessaires dépendent évidemment de la dimension du problème. (i.e. 1D, 2D, axisymétrique, 3D).
2. Traitement ou Processing: assigner les charges, contraintes (conditions aux limites) et résolution; on spécifie notamment la nature des charges (localisées et/ou distribuées),

Contraintes ou conditions aux limites (translation et rotation) et, finalement, on résout le système d'équations.

3. Post-processing, analyse et visualisation des résultats ; lors de cette étape, on peut examiner:
 - La liste des déplacements nodaux.
 - Les forces et des moments au niveau des éléments.
 - Tracé des Déformées.
 - Tracé des Iso contours des contraintes.

IV-2. Le maillage

La méthode des éléments finis repose sur un découpage de l'espace selon un maillage. D'habitude l'on choisit un maillage carré ou triangulaire mais rien n'interdit de choisir des maillages plus complexes. Il n'est pas non plus nécessaire que le maillage soit régulier et l'on a tendance à resserrer le maillage près des endroits d'intérêts (par exemple aux endroits où l'on pense que la solution va beaucoup varier), cependant il faut veiller à avoir des éléments faiblement distordus (se rapprocher d'un polygone régulier). Plus ce maillage est resserré plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « vraie » solution de l'équation aux dérivés partielles.

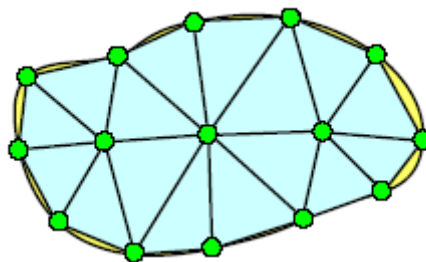


Figure IV-1: Maillage du domaine en triangles à trois nœuds.

IV-2-1. Les différents types de maillage

- **Maillage linéaire**

Il schématise un composant d'une structure qui travaille uniquement en traction ou compression. Dans cet élément, il est supposé que seule la contrainte normale σ_x est différente de zéro et qu'elle est constante sur la section droite.

C'est généralement un élément à 2 nœuds (Figure IV-2) qui comporte 3 inconnues ou degrés de liberté (DDL) par nœud (u, v, w), puisqu'il suffit de connaître l'allongement de l'élément pour déterminer son énergie élastique.

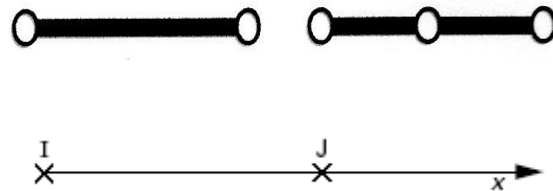


Figure IV-2 : Élément barre ou poutre.

- **Maillage surfacique**

C'est un élément bidimensionnel dans lequel on suppose que les contraintes sont uniformes dans l'épaisseur et que la contrainte normale σ_z est nulle (O_z est l'axe perpendiculaire au plan de l'élément). Il est utilisé pour modéliser :

- Soit des structures minces travaillant en membrane, c'est-à dire sans rigidité de flexion.
- ➔ Maillage qualité moyenne. Le meilleur automatique génère des éléments triangulaires linéaires surfaciques à 3 nœuds.
- ➔ Maillage haute qualité. Le meilleur automatique génère des éléments triangulaires paraboliques surfaciques à 6 nœuds.

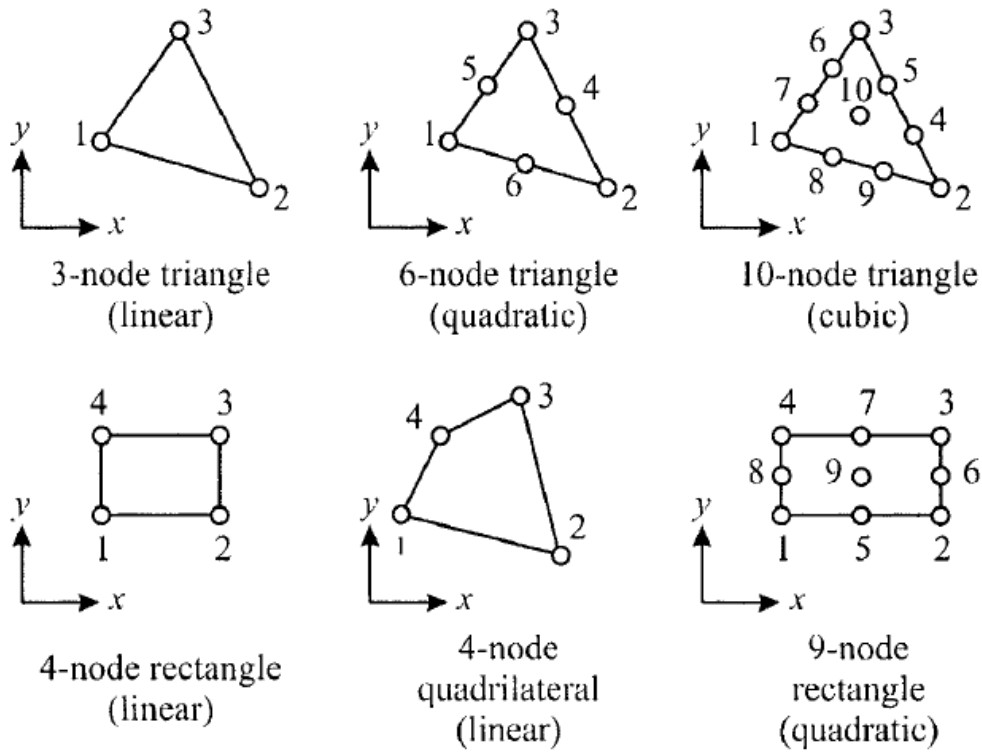


Figure IV-3: Différents éléments surfacique (ibrahim. GUVEN) [62].

- **Maillage volumique**

Dans cet élément, aucune hypothèse simplificatrice n'est posée sur les déformations et les contraintes. Il est, par contre, nécessaire, pour calculer l'énergie élastique, de faire des hypothèses sur l'évolution du champ de déplacement à l'intérieur de l'élément. Chaque nœud comporte 3 inconnues : les trois composantes u , v , w du vecteur déplacement.

- Maillage qualité moyenne. Le mailleur automatique génère des éléments tétraédriques linéaires volumiques à 4 nœuds.
- Maillage haute qualité. Le mailleur automatique génère des éléments tétraédriques paraboliques volumiques à 10 nœuds.

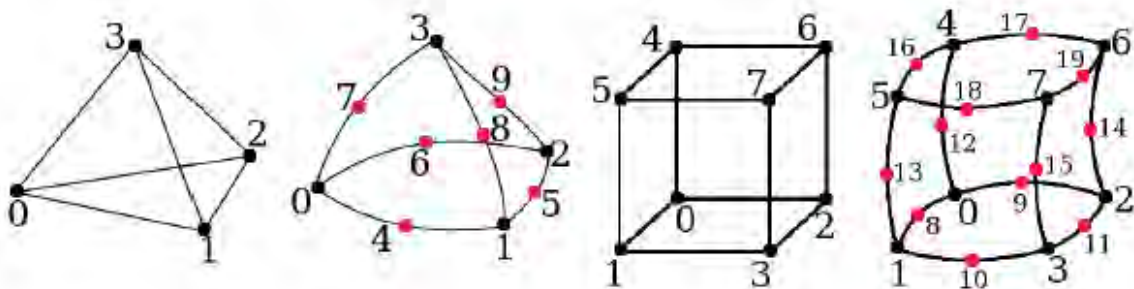


Figure IV-4: Différents éléments volumiques.

IV-2-2. Qualité de maillage

Deux aspects doivent être considérés pour déterminer si un maillage est bon ou pas :

- ➔ Le premier à traiter avec le niveau de représentation du domaine. Cette variable est mesurée comme la différence entre les zones ou les volumes de ce nom de domaine réel et le maillage final.
- ➔ Le deuxième aspect est la qualité. L'élément idéal peut être décrit au sujet de certaines relations entre les angles, la longueur du bord, la distance entre les points de l'élément spécifique, etc.

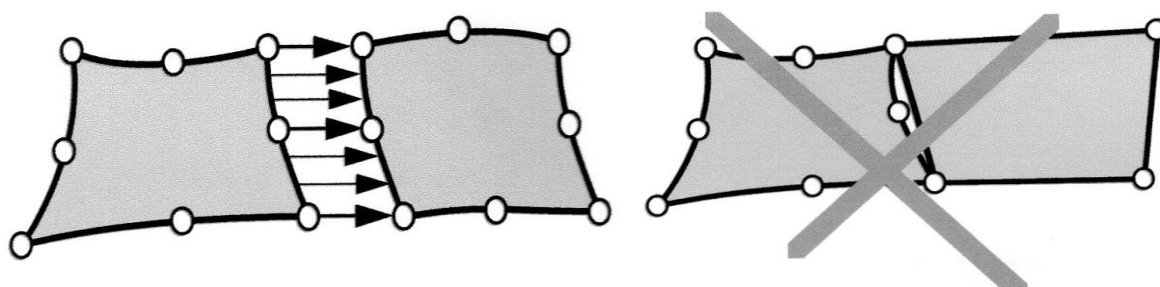


Figure IV-5: Représentation de la compatibilité des deux éléments voisins.

IV-2-3. Méthode du raffinement de l'élément choisi

Le maillage utilisé pour modéliser le corps humain est généré par l'élément tétraédrique. Le principe de raffinement ici est de partir du maillage grossier et de l'enrichir pour obtenir le maillage fin. Une approche consiste à raffiner chaque élément du maillage pour créer un maillage plus fin, chaque tétraèdre donnant 8 tétraèdres (figure IV-6) [63] par exemple.

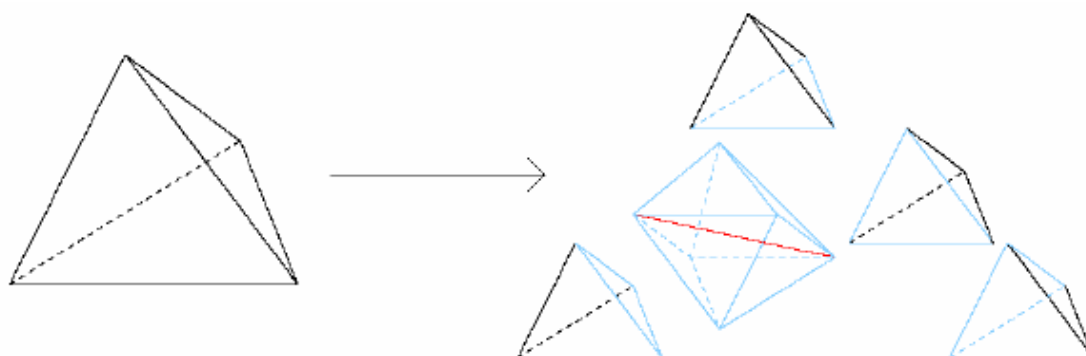


Figure IV-6: Raffinage d'un tétraèdre.

IV-2-4. Génération d'un maillage

Pour générer un maillage surfacique ou volumique, il faut tout d'abord créer un modèle géométrique. Dans l'état actuel, nous envisageons deux solutions :

- Dans les cas simple de géométrie la solution consiste à importer directement un modèle géométrique issu d'un logiciel CAO comme CATIA, SolidWorks, etc. Actuellement, les fichiers de modèle sont au format STEP, IGES ou STL. On peut définir une taille globale des éléments et on peut également choisir la façon de découper une ligne particulière et puis on lance le maillage automatique.
- Dans les cas d'un modèle de forme complexe comme dans le domaine biomédicale, il n'est plus possible d'utiliser des logiciels de CAO pour créer le modèle. Une solution couramment employée consiste à récupérer un nuage de points discrets par un système de numérisation, un scanneur 3D, par exemple. Pourtant, des techniques de simplification doivent être appliquées afin de réduire le nombre de points et, par conséquent, la taille du modèle.

IV-3. Analyse des membres inférieurs du corps humain par élément finis

Les membres inférieurs du corps humain sont modélés par des éléments barres. Et notre but est de déterminer les déplacements (ou les déformations) aux nœuds en chaque articulation [64], connaissant bien les conditions aux limites (forces appliquées aux nœuds). La matrice de rigidité de chaque élément est déterminée puis par assemblage la matrice totale des deux éléments est obtenue par assemblage comme suit (Figure IV-7).

- Matrice de rigidité de l'élément barre

Supposons que les deux membres (supérieur ou inférieur) du corps humain sont constitués de deux éléments barres, orientés arbitrairement dans le plan (XY), faisant un angle θ_1 de l'élément 1 et un angle θ_2 suivant X, la force axiale sera donc composée en deux composantes suivant X et Y et en chaque nœud respectivement (Figure IV-8), donc la matrice de rigidité de l'ensemble deviennent :

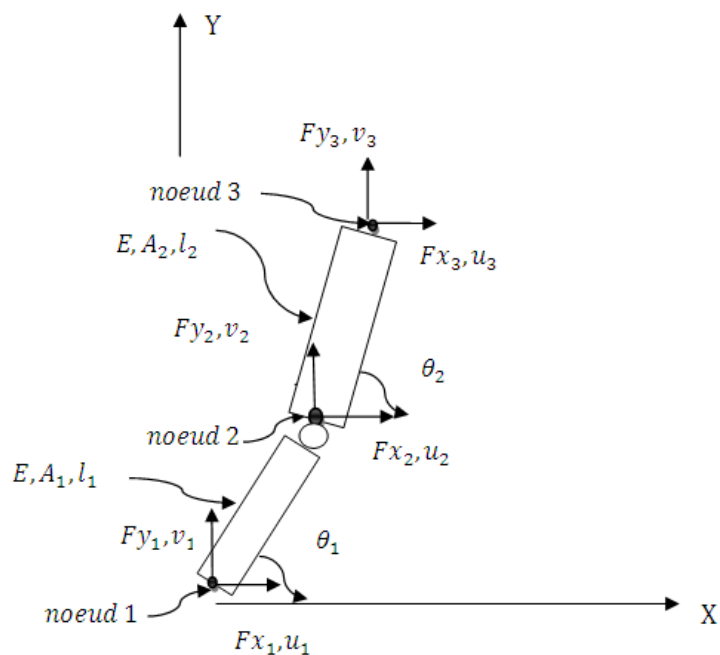


Figure IV-7: Représentation des deux membres du corps humain par deux éléments.

Matrice de rigidité de l'élément I

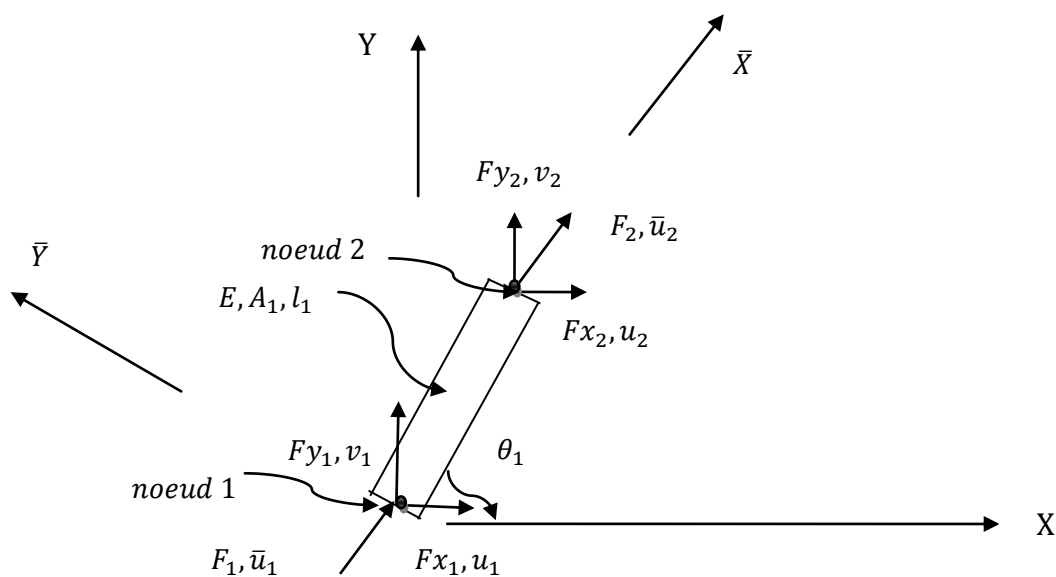


Figure IV-8 : Représentation d'un membre du corps humain en élément barre.

Au nœud 1 :

$$\bar{U}_1 = u_1 \cos \theta_1 + v_1 \sin \theta_1$$

Au nœud 2 :

$$\overline{U}_2 = u_2 \cos \theta_2 + v_2 \sin \theta_2$$

On utilise le symbole $\lambda_1 = \cos \theta_1$ et $\mu_1 = \sin \theta_1$

Sous la forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & \mu_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

L'énergie de déformation emmagasinée dans la barre par rapport aux coordonnées locales ($\bar{x}\bar{y}$) est obtenue par la formule suivante :

$$U^1 = \frac{1}{2} [F_1 \overline{U}_1 + F_2 \overline{U}_2] = \frac{1}{2} [F_1 \ F_2] \begin{Bmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \overline{U}_1 \\ \overline{U}_2 \end{Bmatrix}$$

Connaissant que :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA_1}{l_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & \mu_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

L'énergie devient :

$$\begin{aligned} U^1 &= \frac{1}{2} \frac{EA_1}{l_1} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ \mu_1 & 0 \\ 0 & \lambda_1 \\ 0 & \mu_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & \mu_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_1 & \mu_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix} \\ &= \frac{EA_1}{2l_1} [(\lambda_1^2 u_1 + \lambda_1 \mu_1 v_1 - \lambda_1^2 u_2 - \lambda_1 \mu_1 v_2) u_1 + (\lambda_1 \mu_1 u_1 + \mu_1^2 v_1 - \lambda_1 \mu_1 u_2 - \mu_1^2 v_2) v_1 \\ &\quad + (-\lambda_1^2 u_1 - \lambda_1 \mu_1 v_1 + \lambda_1^2 u_2 + \lambda_1 \mu_1 v_2) u_2 \\ &\quad + (-\lambda_1 \mu_1 u_1 - \mu_1^2 v_1 + \lambda_1 \mu_1 u_2 + \mu_1^2 v_2) v_2] \end{aligned}$$

Utilisant le théorème de CASTIGLIANO :

$$\begin{aligned} Fx_1 &= \frac{\partial U^1}{\partial u_1} = \frac{EA_1}{l_1} [\lambda_1^2 u_1 + \lambda_1 \mu_1 v_1 - \lambda_1^2 u_2 - \lambda_1 \mu_1 v_2] \\ Fy_1 &= \frac{\partial U^1}{\partial v_1} = \frac{EA_1}{l_1} [\lambda_1 \mu_1 u_1 + \mu_1^2 v_1 - \lambda_1 \mu_1 u_2 - \mu_1^2 v_2] \\ Fx_2 &= \frac{\partial U^1}{\partial u_2} = \frac{EA_1}{l_1} [-\lambda_1^2 u_1 + \lambda_1 \mu_1 v_1 + \lambda_1^2 u_2 + \lambda_1 \mu_1 v_2] \\ Fy_2 &= \frac{\partial U^1}{\partial v_2} = \frac{EA_1}{l_1} [-\lambda_1 \mu_1 u_1 - \mu_1^2 v_1 + \lambda_1 \mu_1 u_2 + \mu_1^2 v_2] \end{aligned}$$

Sous la forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA_1}{l_1} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1\mu_1 & -\lambda_1^2 & -\lambda_1\mu_1 \\ \lambda_1\mu_1 & \mu_1^2 & -\lambda_1\mu_1 & -\mu_1^2 \\ -\lambda_1^2 & -\lambda_1\mu_1 & \lambda_1^2 & \lambda_1\mu_1 \\ -\lambda_1\mu_1 & -\mu_1^2 & \lambda_1\mu_1 & \mu_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA_1}{l_1} \begin{bmatrix} \lambda_1^2 & \lambda_1\mu_1 & -\lambda_1^2 & -\lambda_1\mu_1 \\ \lambda_1\mu_1 & \mu_1^2 & -\lambda_1\mu_1 & -\mu_1^2 \\ -\lambda_1^2 & -\lambda_1\mu_1 & \lambda_1^2 & \lambda_1\mu_1 \\ -\lambda_1\mu_1 & -\mu_1^2 & \lambda_1\mu_1 & \mu_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

Pour l'élément 2 :

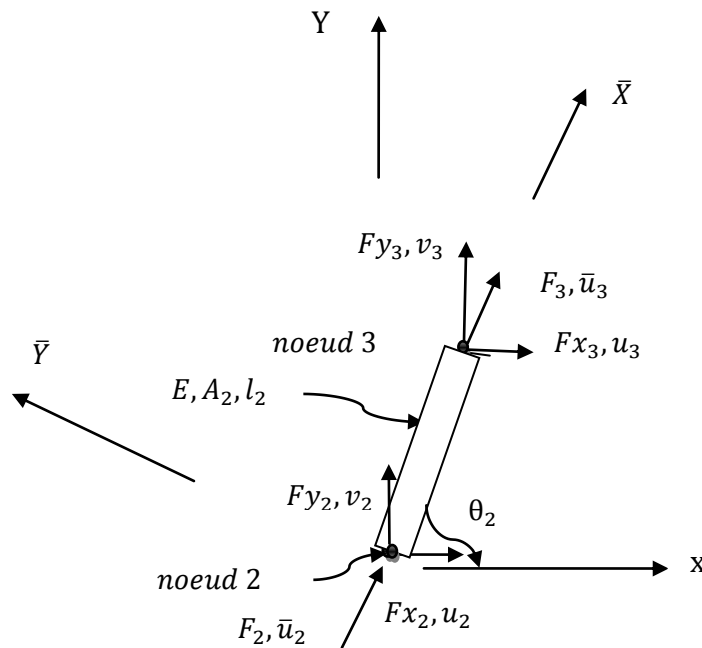


Figure IV-9: Représentation du deuxième membre du corps humain en élément barre.

Si on fait le même raisonnement que dans l'élément 1 ; on obtient la forme matricielle suivant :

$$\begin{Bmatrix} Fx_2 \\ Fy_2 \\ Fx_3 \\ Fy_3 \end{Bmatrix} = \frac{EA_2}{l_2} \begin{bmatrix} \lambda_2^2 & \lambda_2\mu_2 & -\lambda_2^2 & -\lambda_2\mu_2 \\ \lambda_2\mu_2 & \mu_2^2 & -\lambda_2\mu_2 & -\mu_2^2 \\ -\lambda_2^2 & -\lambda_2\mu_2 & \lambda_2^2 & \lambda_2\mu_2 \\ -\lambda_2\mu_2 & -\mu_2^2 & \lambda_2\mu_2 & \mu_2^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

L'assemblage des deux éléments donne :

$$= E \begin{bmatrix} \frac{\lambda_1^2 A_1}{l_1} & \lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} & -\lambda_1^2 \frac{A_1}{l_1} & -\lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} & 0 & 0 \\ \lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} & \mu_1^2 \frac{A_1}{l_1} & -\lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} & -\mu_1^2 \frac{A_1}{l_1} & 0 & 0 \\ -\lambda_1^2 \frac{A_1}{l_1} & -\lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} & \lambda_1^2 \frac{A_1}{l_1} + \lambda_2^2 \frac{A_2}{l_2} & \lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} + \lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} & -\lambda_2^2 \frac{A_2}{l_2} & -\lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} \\ -\lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} & -\mu_1^2 \frac{A_1}{l_1} & \lambda_1 \mu_1 \frac{A_1}{l_1} + \lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} & \mu_1^2 \frac{A_1}{l_1} + \mu_2^2 \frac{A_2}{l_2} & -\lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} & -\mu_2^2 \frac{A_2}{l_2} \\ 0 & 0 & -\lambda_2^2 \frac{A_2}{l_2} & -\lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} & \lambda_2^2 \frac{A_2}{l_2} & \lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} \\ 0 & 0 & -\lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} & -\mu_2^2 \frac{A_2}{l_2} & \lambda_2 \mu_2 \frac{A_2}{l_2} & \mu_2^2 \frac{A_2}{l_2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Fx_1 \\ Fy_1 \\ Fx_2 \\ Fy_2 \\ Fx_3 \\ Fy_3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \end{Bmatrix}$$

• **Application numérique**

Soit une longueur segmentaire de H=170cm (annexe), on peut trouver les longueurs et les sections segmentaires et les longueurs du tibia et de la cuisse comme suit :

$l_1 = 484.5\text{mm};$

$l_2 = 399.5\text{mm};$

$E = 18000\text{N/mm}^2;$

$A_1 = 7854 \text{ mm}^2 \text{ (D=100mm)};$

$A_2 = 31415 \text{ mm}^2 \text{ (D=200mm)};$

$\lambda = \cos 15^\circ = 0.9659;$

$\mu = \sin 15^\circ = 0.2079.$

La matrice de rigidité sera donnée par:

$$C = 18000 * \begin{Bmatrix} 15.120 & 03.250 & -015.120 & -03.250 & 00.00 & 00.000 \\ 03.250 & 0.700 & -03.250 & -0.700 & 00.00 & 00.000 \\ -15.12 & -3.25 & 88.450 & 18.960 & -4.2396 & -0.9125 \\ -03.25 & -00.700 & 018.960 & 04.100 & -15.780 & -03.400 \\ 00.00 & 00.00 & -4.239 & -0.9126 & 4.2396 & 0.9126 \\ 00.00 & 00.00 & -15.780 & -03.40 & 15.780 & 03.400 \end{Bmatrix}$$

D'où:

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 0.0018 & -0.0092 & -0.0000 & -0.0008 & 0.0000 & -0.0008 \\ -0.0084 & 0.0428 & 0.0000 & 0.0037 & 0.0000 & 0.0037 \\ -0.0000 & -0.0008 & -0.0000 & -0.0008 & 0.0000 & -0.0008 \\ 0.0000 & 0.0037 & 0.0000 & 0.0037 & 0.0000 & 0.0037 \\ 0.0000 & -0.0007 & 0.0000 & -0.0007 & 0.0137 & -0.0043 \\ 0.0000 & 0.0032 & 0.0000 & 0.0032 & -0.0635 & 0.0202 \end{pmatrix}$$

Et le vecteur de déplacement donné par :

$$\{U\} = [C]^{-1} * [F]$$

En appliquant les Conditions aux limites avec une appliquée au centre de gravité de corps humain:

$$\{F\} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -800 \end{pmatrix} (N);$$

On trouve les déplacements aux nœuds :

$$\rightarrow U = \begin{pmatrix} 0,064 \\ -2,96 \\ 3,44 \\ 16,16 \end{pmatrix} (\text{mm}).$$

IV-4. Analyse des contraintes dans les éléments du corps humain par élément finis

Afin de déterminer les contraintes en chaque point des éléments inférieurs et supérieurs du corps humain, la modélisation tridimensionnelle en se basant sur l'élément tétraèdre est utilisée en appliquant des forces dans le poignet et au niveau de la hanche (centre de gravité). Le logiciel ANSYS 11 est utilisé, pour simuler les membres supérieurs et les membres inférieurs du corps humain séparément en suivant les étapes suivantes :

IV-4-1. Simulation du membre supérieur

IV-4-1-1. Conception d'un modèle géométrique

Nous avons construit à l'aide du logiciel *SOLID WORKS* le modèle géométrique suivant :

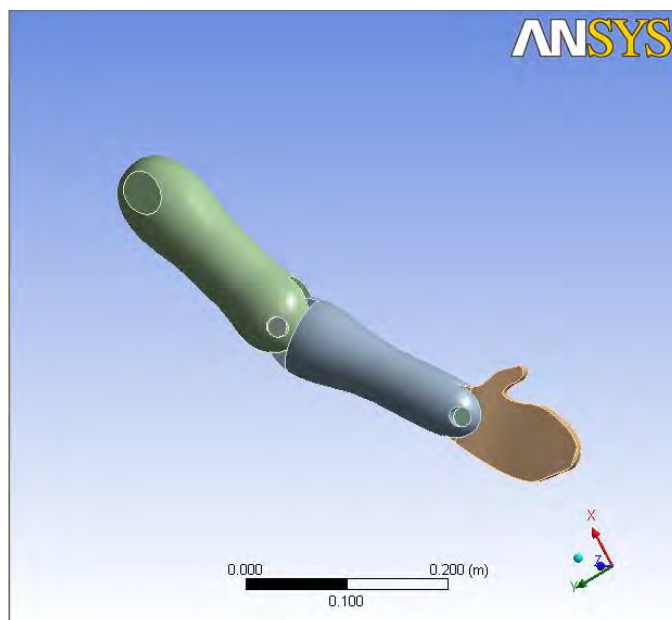


Figure IV-10: Modèle géométrique du membre supérieur.

IV-4-1-2. Connexions

De manière générale, il y a 2 techniques pour prendre en compte les assemblages en simulation ; La première consiste à utiliser des contacts virtuels idéalisant les contacts physiques qui ne sont pas modélisés par des éléments finis mais par des équations gérant les liaisons. La deuxième technique consiste réellement à modéliser les liaisons. Il est alors nécessaire de pouvoir caractériser la loi de comportement, généralement multi physique, de la liaison.

Dans les deux techniques, la simulation d'assemblage reste une affaire de spécialistes, Il faut en effet avoir une bonne connaissance des modèles mathématiques utilisés par les logiciels afin de caractériser correctement les comportements des liaisons.

Suivant l'étude théorique du fonctionnement du membre supérieur, on doit Modéliser les liaisons: Pivot pour le coude et pour le poignet, Rotule pour l'épaule.

IV-4-1-3. Choix du matériau

L'os compact, dur et dense est constitué de lamelles osseuses, de 3 à 7 μm d'épaisseur, disposées de façon concentrique autour de canaux vasculaires longitudinaux, formant des

unités cylindriques appelées ostéons ou systèmes de Havers, d'environ 200 μm de diamètre sur 2 mm de long. Les ostéons sont reliés entre eux par de fines lamelles interstitielles. Les canaux vasculaires de Havers sont reliés entre eux par des canaux transversaux ou obliques, les canaux de Volkmann.

Cet ensemble forme une structure dure et compacte, représentée sur la figure IV-11. Dans notre étude, nous considérerons que l'os cortical est un tissu homogène et isotrope.

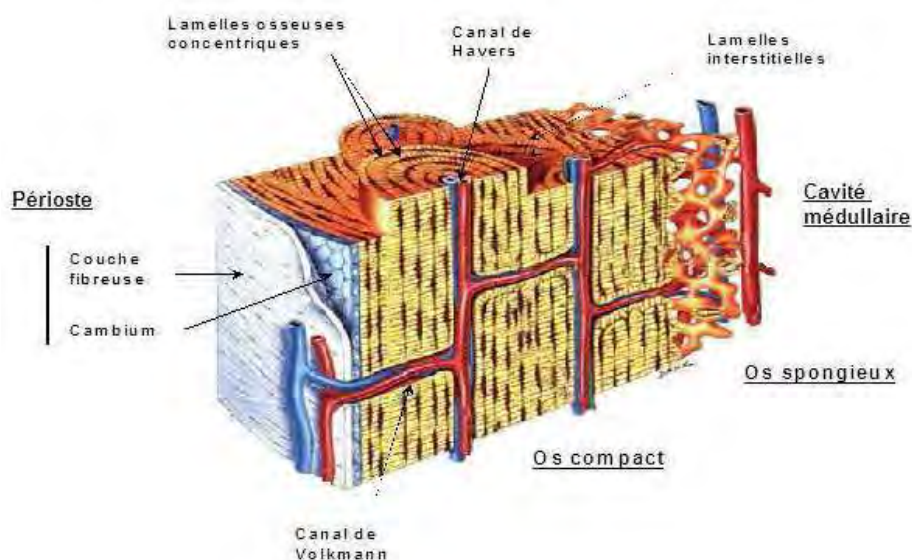


Figure IV-11: Aspect structural de l'os compact et de l'os spongieux, [Grabowski] [65].

Les propriétés mécaniques de l'os cortical varient selon l'âge, le poids, le régime sexuel et nutritif de chaque personne, le tableau ci-dessous montre les caractéristiques de l'os cortical [Grimal, 2007] [65].

Espèce	auteur	Module de Young (Mpa)	Contrainte à la rupture en compression (Mpa)
Homme	Grimal, 2007	18000 à 20000	150

Tableau IV-1: propriétés mécanique de l'os cortical.

IV-3-1-4. Le Maillage

Notre logiciel a ses propres outils de définition et de visualisation d'entités géométriques, il propose un algorithme pour générer plus ou moins automatiquement des maillages.

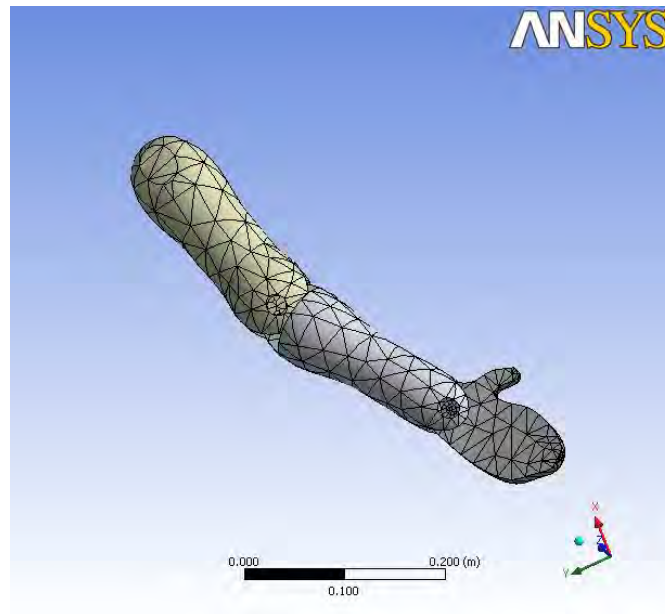


Figure IV-12 : Maillage du membre supérieur.

IV-4-1-5. Résultats et discussions

IV-4-1-5-1. Application de la force du poids sur le membre supérieur du corps humain

Dans le but d'étudier l'effet de la force du poids sur le membre supérieur du corps humain. Nous avons appliqué sur la main une charge verticale dirigée vers le bas de 7,0711N, voir figure IV-13.

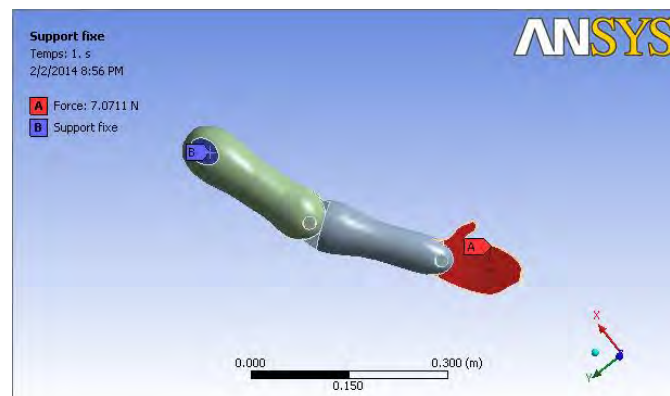


Figure IV-13: Application d'une charge verticale sur la main.

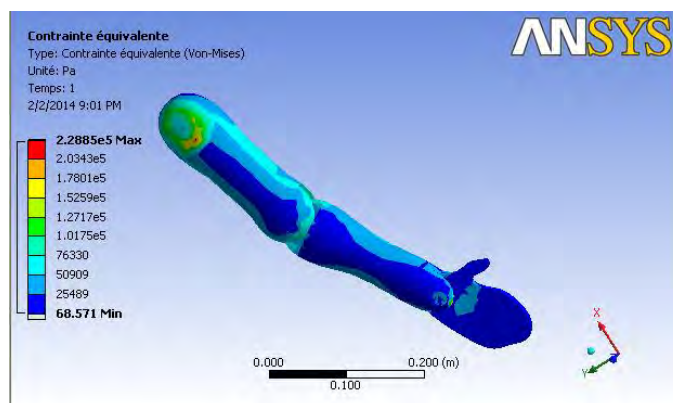


Figure IV-14: Contrainte équivalente de Von mises.

La figure IV-14, montre la distribution de la contrainte de Von mises sur le membre supérieur du corps humain. On peut noter que la contrainte est un peu grande au niveau des articulations et sur la partie haut et bas de l'avant-bras et du bras, elle prend la valeur maximale de $2,2885^{e5}$ Pa, qui est située au niveau de l'articulation de l'épaule, la valeur minimale est de $68,571$ Pa, positionnée au niveau de la main et presque tout le long de la partie gauche du membre supérieur.

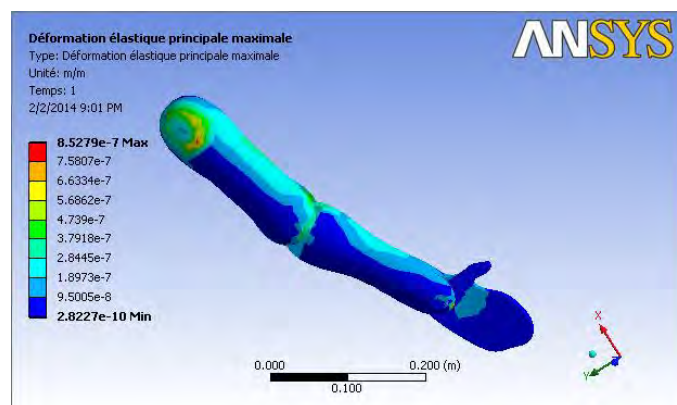


Figure IV-15: Déformation élastique principale.

On observe sur la figure IV-15, que la variation de la déformation élastique principale est semblable avec la variation de la contrainte, elle est de valeur maximale ($8,5279^{e-7}$), et de valeur minimale est de ($2,8227^{e-10}$).

IV-4-1-5-2. Effet de la force du choc appliquée sur le poignet

Pour étudier l'effet de la force du choc sur le membre supérieur, nous avons appliqué une charge de choc qui est perpendiculaire sur le côté du poignet, elle est égale à 5N.

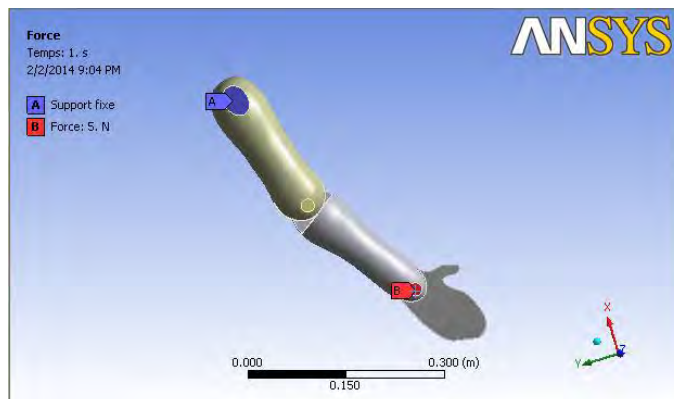


Figure IV-16 : Application de la charge du choc sur le poignet.

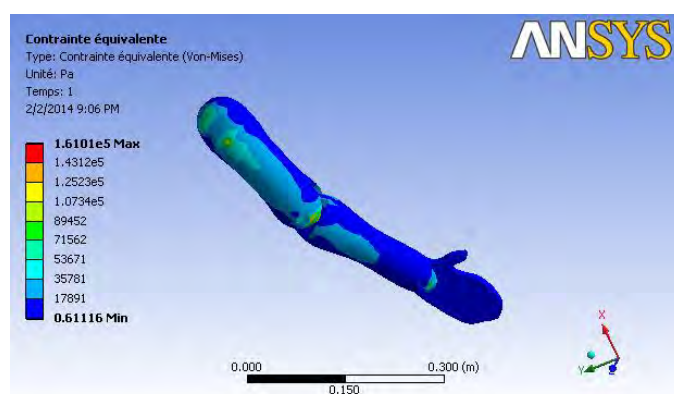


Figure IV-17: Contrainte équivalente de Von mises.

On observe sur la figure IV-17, la distribution de la contrainte sur le même membre. A noter que les contraintes sont importantes au niveau du bras et plus précisément plus proche de l'épaule ($1,6101 \times 10^5$ Pa). En outre, les contraintes sont faibles au niveau du tibia et du pied ($0,61116$ Pa).

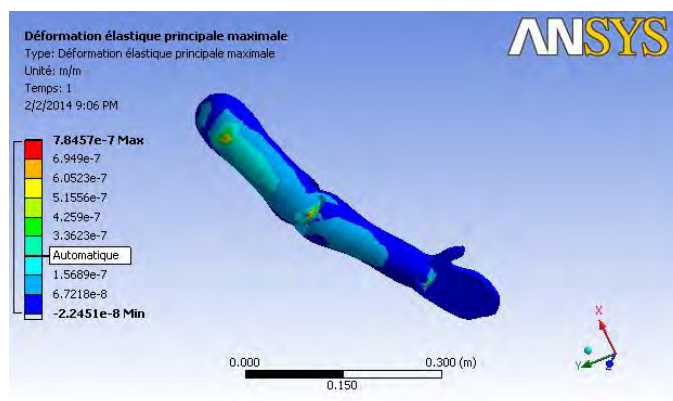


Figure IV-18: Déformation élastique principal.

On ce qui concerne les déformations, il est clair sur la figure IV-18, qu'il y a un même chemin que celui de la contrainte, dont la valeur maximale ($7,8457 \times 10^{-7}$) est située au niveau du coude et de l'épaule, la déformation se dégrade jusqu'à qu'elle prendra sa valeur minimale au niveau de la main ($-2,2451 \times 10^{-8}$).

IV-4-1-5-3. L'effet de la force du choc appliquée sur le coude

Après avoir terminé l'étude de l'effet de la force du choc sur le poignet du corps humain. Dans cette section nous analysons l'influence du même chargement, mais cette fois sur le coude.

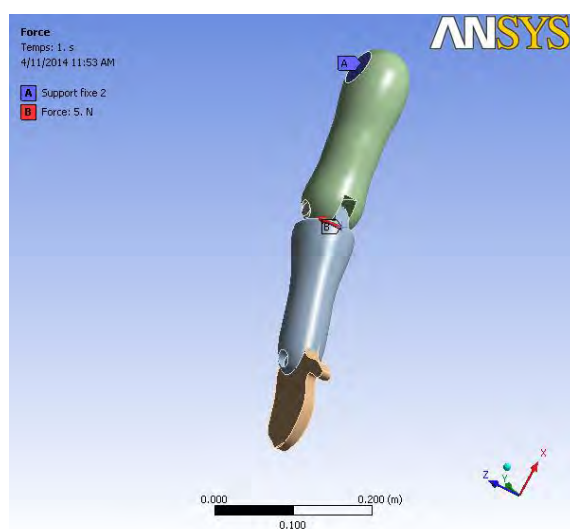


Figure IV-19: Charge appliquée sur le coude.

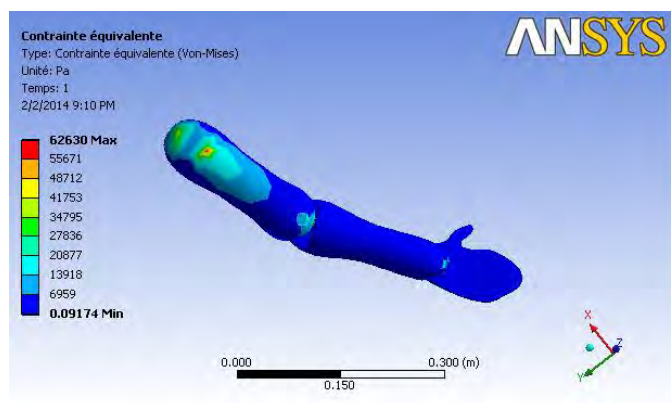


Figure IV-20: Conainte équivalente de Von mises.

La figure IV-20, expose la variation de la conainte sur le membre supérieur du corps humain. Il est clair que la conainte prend des grandes valeurs au niveau des articulations, et plus précisément au niveau de l'épaule (62630Pa), par contre, la valeur minimale de cette conainte est située tout le long de la main et l'avant-bras (sauf les zones des articulations) et presque la moitié du bras (0,09174 Pa).

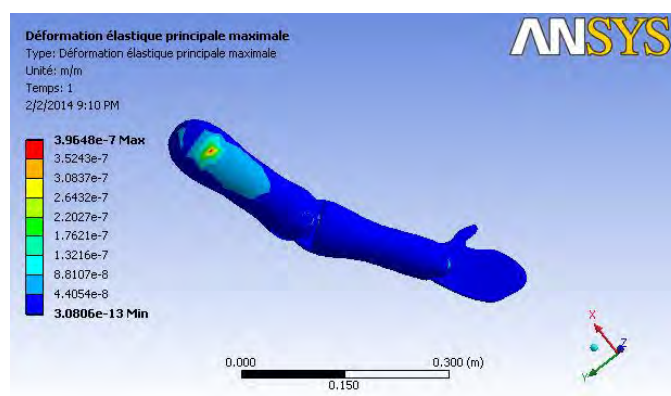


Figure IV-21: Déformation élastique principal.

La figure IV-21, illustre la déformation élastique principale qui a été produite par l'application de la charge du choc sur le coude. Il est clair que la variation de la déformation est presque semblable avec la variation de la conainte. Elle est de valeur maximale de $(3,9648e^{-7})$, est de valeur minimale égal à $3,0806e^{-13}$.

IV-4-2. Simulation du membre inferieur

IV-4-2-1. Conception d'un modèle géométrique

Nous avons construit à l'aide du logiciel **SOLID WORKS** le modèle géométrique suivant :

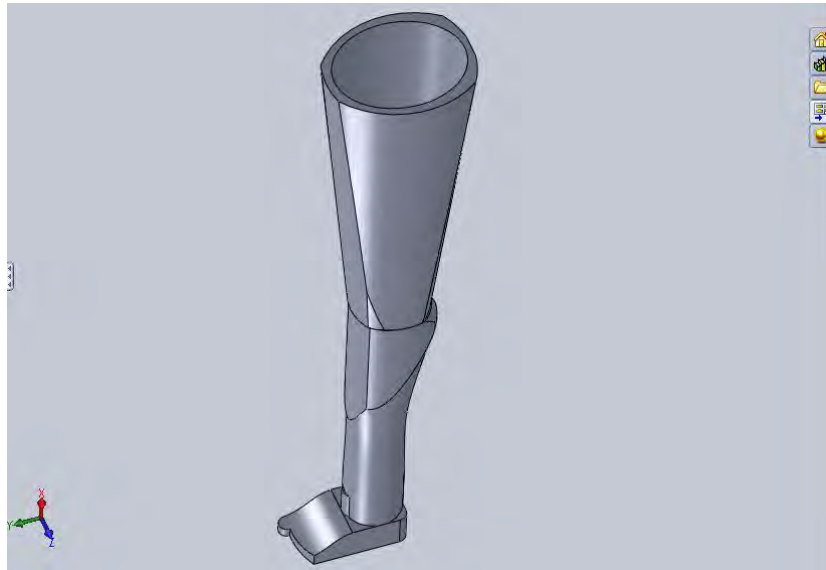


Figure IV-22: Modèle géométrique du membre inferieur.

IV-4-2-2. Connexions

Suivant l'étude théorique du fonctionnement du membre inferieur, on doit Modéliser les liaisons: Pivot pour le genou et la cheville et Rotule pour la hanche.

IV-4-2-3. Choix du matériau

Nous avons choisi le même matériau que précédemment pour modéliser le membre inferieur du corps humain.

IV-4-2-4. Le Maillage

Comme dans la simulation du membre supérieur, nous avons choisi le même élément de maillage, c'est l'élément tétraédrique.

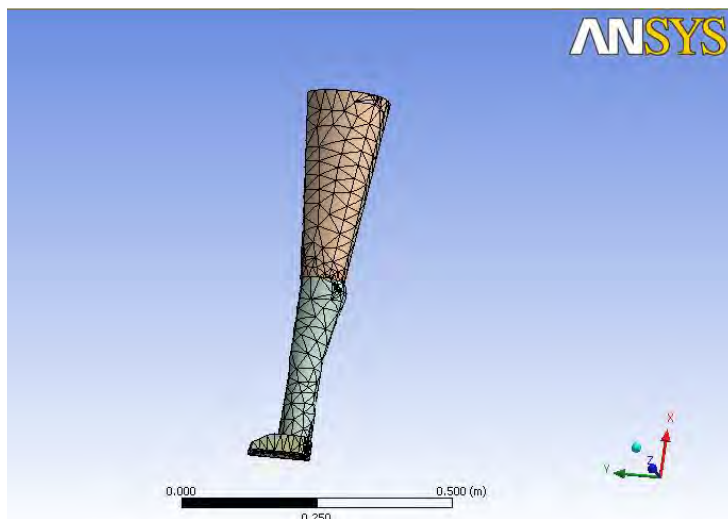


Figure IV-23: Maillage du membre inferieur.

IV-4-2-5. Résultats et discussions

IV-4-2-5-1. L'effet de l'application de la force du poids sur le membre inferieur du corps humain

Dans le but d'étudier l'effet de la force du poids sur le membre inferieur du corps humain. Nous avons appliqué sur le modèle une charge verticale dirigée vers le bas de 5 Pa qui désigne le poids du corps humain, voir figure IV-24.

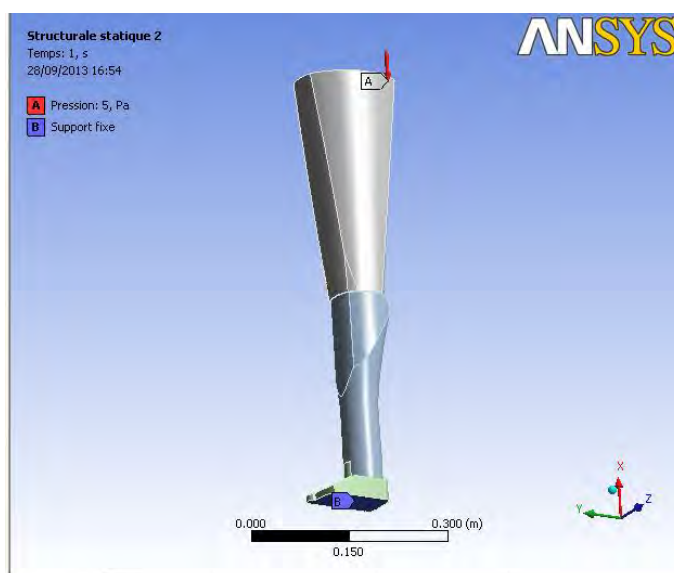


Figure IV-24: Application de la charge du poids.

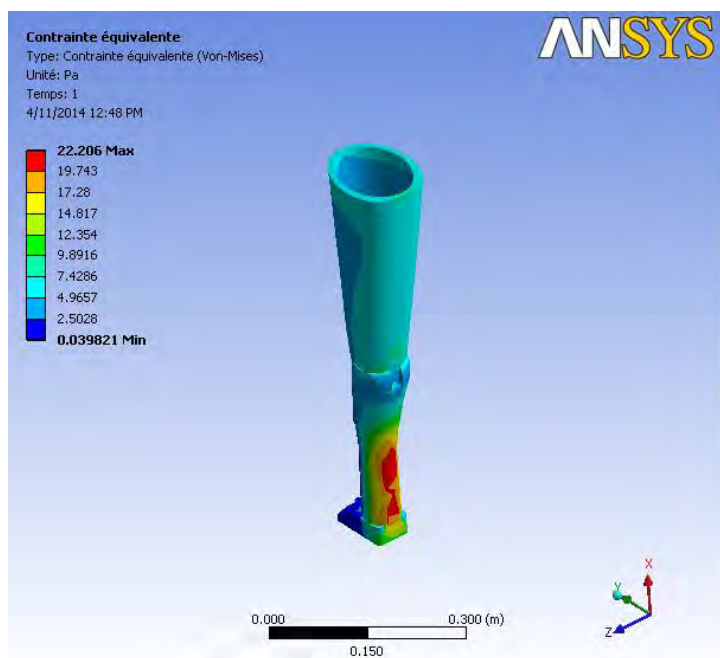


Figure IV-25: Contrainte équivalente de Von mises.

La figure IV-25, montre la distribution de la contrainte de Von mises sur le membre inférieur du corps humain. On peut noter que la valeur maximale de ce membre (22,206 Pa) est située au niveau du coté arrière du tibia, et la valeur minimale (0,039821 Pa) est positionnée au niveau du genou et la moitié du pied.

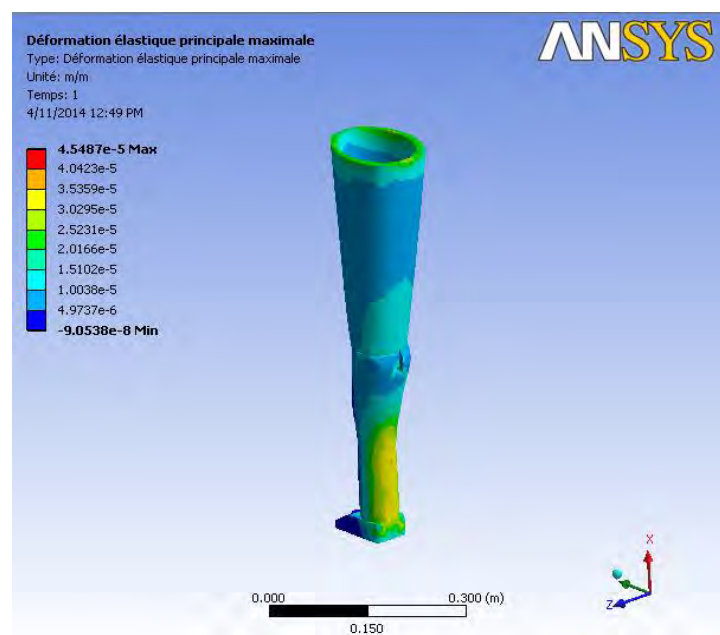


Figure IV-26: Déformation élastique principale.

On observe sur la figure IV-26, que la variation de la déformation élastique principale est presque semblable avec la variation de la contrainte, la valeur maximale égale à $(4,548 \text{ e-}5)$, la valeur minimale est de $(9,0538 \text{ e-}8)$.

IV-4-2-5-2. L'effet de la force du choc appliquée sur le genou

Pour étudier l'effet de la force du choc sur le membre inférieur, nous avons appliqué une force de choc qui est perpendiculaire sur le côté du genou, elle est égale à 5N.

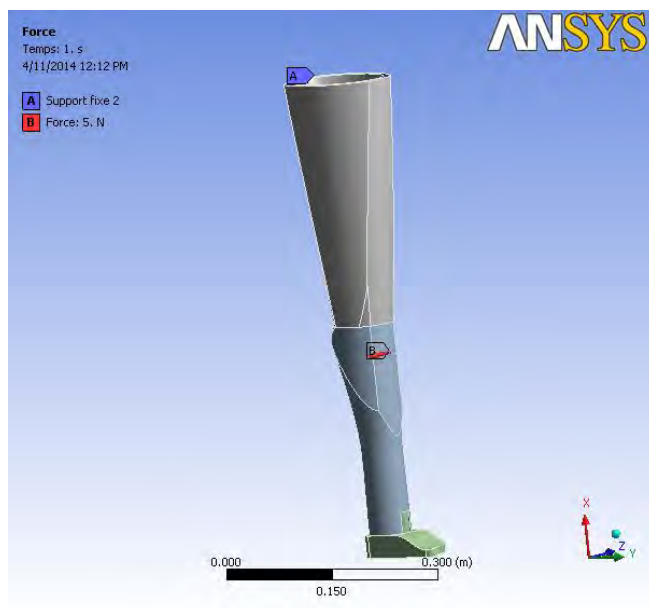


Figure IV-27: Application de la charge du choc sur le genou.

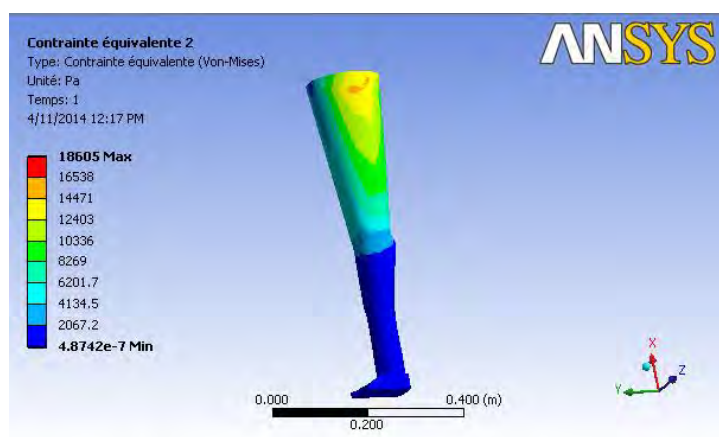


Figure IV-28: Contrainte équivalente de Von mises.

On observe sur la figure IV-28, la distribution de la contrainte sur le même membre. A noter que les contraintes sont importantes au niveau de la cuisse et plus précisément au niveau de la hanche (18605Pa). En outre, les contraintes sont faibles au niveau du tibia et du pied ($4,8742 \times 10^{-7}$ Pa).

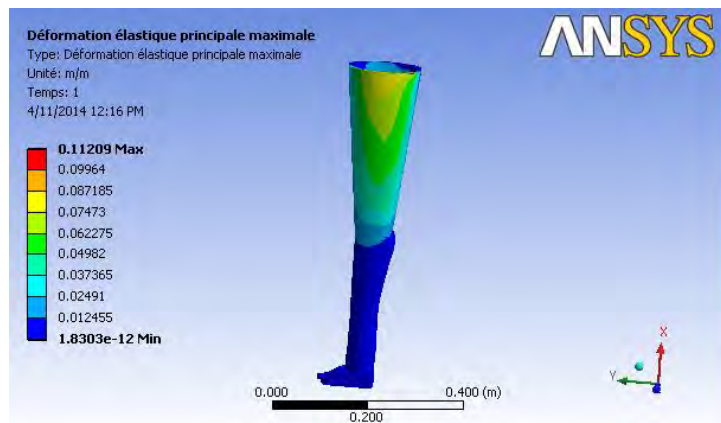


Figure IV-29: Déformation élastique principal.

On ce qui concerne les déformations, il est clair sur la figure IV-29, qu'il y a une dégradation de la valeur de déformation, dont la valeur maximale (0,11209) est au niveau du tibia et du pied et la valeur minimale (0,012455) est au niveau de la hanche.

IV-4-2-5-3. L'effet de la force du choc appliquée sur la cheville

Après avoir terminé l'étude de l'effet de la force du choc sur le genou du corps humain. Dans cette section nous analysons l'influence du même chargement, mais cette fois sur la cheville.

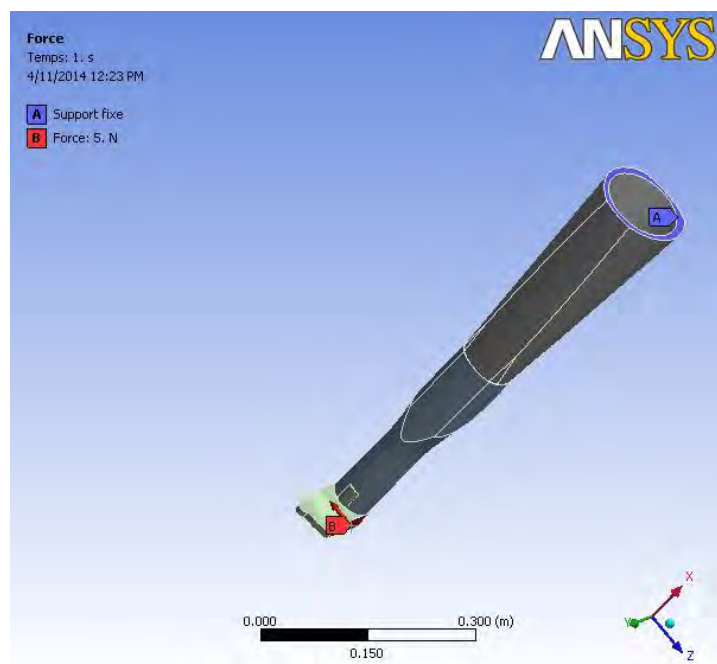


Figure IV-30: Charge appliquée sur la cheville.

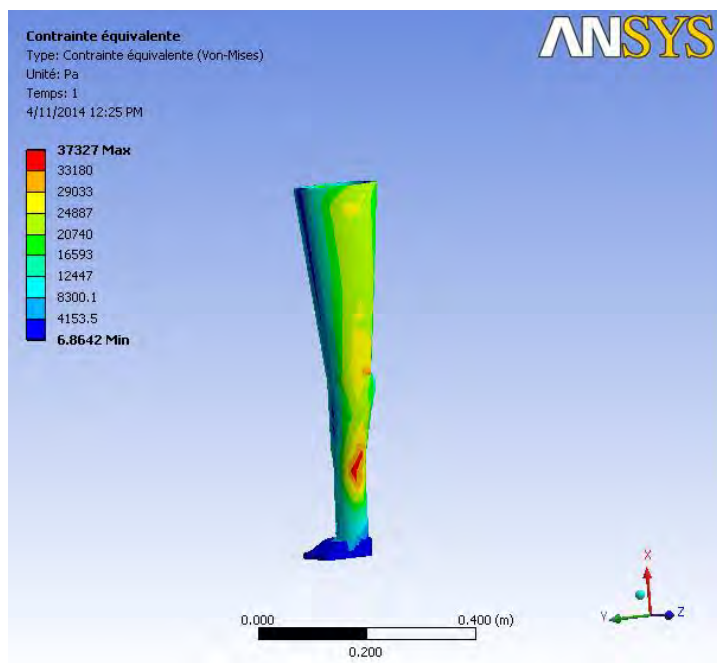


Figure IV-31: Contrainte équivalente de Von mises.

La figure IV-31, expose la variation de la contrainte sur le membre inferieur du corps humain. Il a été montré que la valeur maximale de la contrainte de Von mises (37327Pa) se trouve tout le long de la partie gauche du membre inferieur et précisément au milieu du tibia, par contre, la valeur minimale de cette contrainte (6,8642Pa) est située tout le long de la partie droite du membre inferieur et sur le pied.

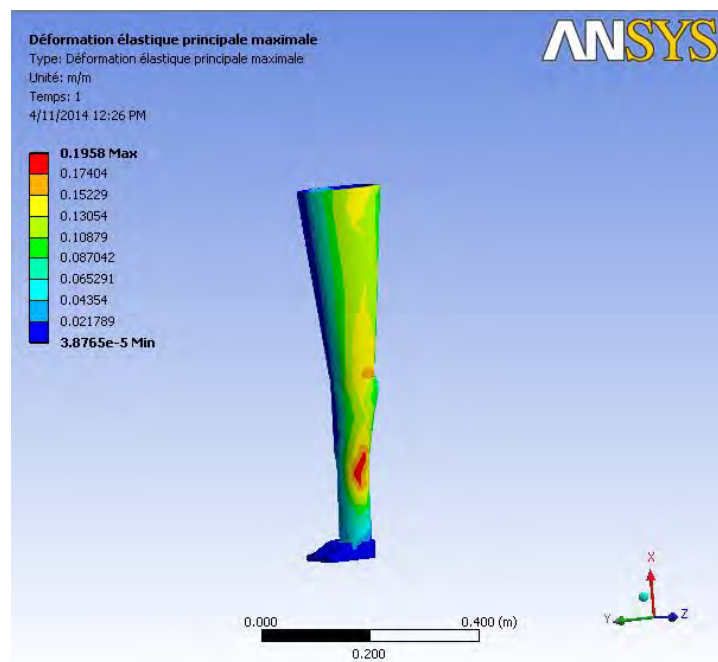


Figure IV-32: Déformation élastique principal.

La figure IV-32, illustre la déformation élastique principale qui a été produite par l'application de la charge de choc sur la cheville. Il est clair que la variation de la déformation est presque semblable avec la variation de la contrainte. Elle est de valeur maximale de 0,1958, est de valeur minimale égal à $3,8756 \times 10^{-5}$.

Conclusion générale

Conclusion générale

Une analyse de mouvements des différents membres du corps humain a été réalisée et les Kino grammes pour différentes étapes ont été déterminées pour les différents membres. Aussi les déplacements utilisant le Lagrangien pour des petits mouvements ont été déterminés.

L'analyse des contraintes et des déformations aux différents nœuds d'articulations pour les différents membres ont été analysées utilisant la méthode des éléments finis. Les déformations aux nœuds de chaque élément ainsi que les contraintes dans chaque élément ont été déterminées après avoir évalué les contraintes équivalentes de Von mises et les Déformations élastiques principales.

En fait, chaque élément des membres supérieurs et des membres inférieurs est modelé par un élément barre où sa matrice de rigidité a été trouvée. Le matériau considéré dans notre étude est de type « os cortical » qui est utilisé dans le domaine de la biomécanique.

La validation des résultats obtenus nous a permis de conclure qu'on a trouvé des résultats proches à la réalité. De ce ci, les conclusions principales de ce travail peuvent être résumées comme suit :

- Lorsqu'on applique un chargement du choc sur un endroit quelconque du corps humain, les contraintes de Von mises et les déformations élastiques principales vont plus importantes sur le même endroit.
- Le chemin de la variation de la contrainte de Von mises est semblable avec celui de la déformation élastique principale, et cela se traduit par la relation de proportionnalité entre la déformation et la contrainte.
- Dans tous les cas étudiés dans le membre supérieur, les forces du choc et du poids qui sont appliquées sur ce dernier, agissent directement sur les articulations et surtout sur l'épaule, par conséquent les autres zones ne subissent pas beaucoup aux forces du choc.
- Il a été constaté que l'application de la force du choc sur le poignet et sur le coude nous a permis de remarquer que la contrainte de Von mises ainsi que la déformation élastique principale sont très importantes dans le cas du poignet que dans le cas du coude, et cela est signifié par l'influence de la section sur les résultats obtenus.

- La cheville est une articulation dont la liberté de mouvement est très limitée. Les deux chevilles supportent plus de 97 % du poids du corps et subissent donc des contraintes très importantes lors de l'application d'une force de poids sur le membre inférieur du corps humain,
- Le genou est une diarthrose à surfaces discordantes, mais c'est aussi une articulation trochléenne un peu particulière qui réunit le fémur au tibia et à la rotule. Il s'agit donc d'une articulation fragile, souvent lésée, c'est pour cela qu'on a trouvé dans le cas de l'application d'une force de choc sur le genou une grande valeur de contrainte et de déformation par rapport aux autres cas.

En perspective

Nos résultats de la simulation sont proches de la réalité mais ces résultats restent à être approfondies où d'autres problèmes seront pris en considération tels que les forces aérodynamiques sur le corps humain qui lui causent un freinage et les frottements aux pieds qui lui causent des glissements et des chutes.

En effet, les complexités que rencontrent récemment la biomécanique se résument essentiellement en :

- La complexité de la géométrie du corps humain, parfois évolutives ;
- La complexité du chargement, états de frontière et interactions, habituellement inconnus (influence des interactions de revêtements de surface, biologiques et biochimiques) ;
- Difficulté à valider les lois constitutives du modèle (manque de données expérimentales).

Références bibliographiques

- [1] **Marey, E. J. (1894)**, « Le mouvement. Alcan ».
- [2] **Demeny, G. (1903)**, « Bases scientifiques de l'éducation physique. Alcan ».
- [3] **Vigarello, G. (1988)**, « Techniques d'hier et aujourd'hui. Revue EPS, Édition Robert Laffont ».
- [4] **MAESTRO M**, « Rappel biomécanique des articulations talo-crurale et sous-talienne, Med Chir Pied », Vol.20, pp.6-10, 2004.
- [5] **LE BORGNE P, GOSSARD C**, « Fondements mécaniques d'un modèle articulaire : biomécanique, mécano biologie et mécano-transduction », ITBM-RBM, Vol.27, pp.107-116, 2006.
- [6] **MAREY E. (1873)**, « De la locomotion terrestre chez les bipèdes et les quadrupèdes » *Journal d'Anatomie* (Paris).
- [7] **MUYBRIDGE, E. (1887)**, « Animal locomotion, an electro-photographic investigation of consecutive phases of animal movements » Philadelphia, P.A. (J.B. Lippincott).
- [8] **MURRAY, P.M., DROUGHT, B.A., KORY, R.C. (1964)**, « Walking patterns of normal men » *Journal of Bone and Joint Surgery*, vol. 64a, p. 335-560.
- [9] **CHEZE, L. (1998)**, « Etat de l'art des systèmes d'analyse du mouvement : outils actuels pour la modélisation du corps humain » Conférence invitée : *IIIème Congrès Numérisation 3D - Human modeling* - mai 1998 – Paris.
- [10] **Karlsson, D., Lundberg, A. (1994)**, “Accuracy estimation of kinematic data derived from bone anchored external markers”. Proc. of *the third International Symposium on 3-D Analysis of Human Motion* , Stockholm, Suede, mai : 27-30
- [11] **Cappozzo, A., Catani, F., Leardini, A., Benedetti, M., Della Croce, U. (1996)**, “Position and orientation in space of bones during movement : experimental artefacts”. *Clinical biomechanics* **11** : 90-100.

[12] Reinschmidt, C., Bogert, A., Nigg, B., Lundberg, A., Murphy, N., Stacoff, A., Stano, A. (1997), "Tibiofemoral and tibiocalcaneal motion during walking : external vs. Skeletal markers". *Gait and posture* 6: 98-109.

[13] Denoth, J. (1986), "The wobbling mass. A relevant variable in gait and load analysis. Proc. of *North American Congress on Biomechanics*", Montreal, Canada.

[14] Holden, J., Orsini, J.A., Siegel, K.L., Kepple, T.M., Gerber, L.H., Stanhope, S.J. (1997), "Surface movement errors in shank kinematics and knee kinematics during gait". *Gait and posture* 5: 217-227.

[15] Holden, J., Stanhope, S.J. (1998), "The effect of variation in knee center location estimates on net knee joint moment". *Gait and posture* 7: 1-6.

[16] Manal, K., McClay, I., Richards, J., Galinat, B., Stanhope, S. (2002), "Knee moment profiles during walking: errors due to soft tissue movement of the shank and the influence of the reference coordinate system". *Gait and posture* 15: 1017.

[17] Cheze, L., Fregly, B., Dimnet, J. (1995), "A solidification procedure to facilitate kinematic analyses based on video system data" . *Journal of biomechanics* 7: 879-884.

[18] Cobb, J.R. (1948), « Outline for the study of scoliosis » *American Academy of Orthopaedic Surgery*, vol. 5, p. 261-275.

[19] Guingand, M. (1982), « Modélisation spatiale de la colonne vertébrale humaine in vivo à partir de ses deux radiographies – Application à la scoliose » *Thèse de Docteur- Ingénieur n° 8208*, INSA Lyon.

[20] Dansereau, J., Stokes I.A.F. (1988), « Measurement of the 3D shape of the rib cage » *Journal of Biomechanics*, vol. 21, p. 893-901.

[21] Descrimes, J.L. (1995) : « Modélisation par éléments finis du rachis thoracique et lombaire pour l'étude des déformations scoliotiques » *Thèse de Doctorat en Mécanique*, ENSAM (Paris).

[22] Erika, KARABINOVA., (DEA Mécanique, sept. 95)
« Influence de la douleur sur les paramètres cinématiques de la marche chez les patients souffrant d'artériopathie – Prototypes d'appareils mesurant la distance parcourue et la vitesse du sujet au cours de la marche »

[23] Laurent, P., Rumelhart, C., Lbath, F., Chéze, L., Comtet, J.J., « Etude in vivo de la circumduction de l'articulation trapezo-métacarpienne, saine ou pathologique ». *XXIII^{ème} Congrès de la Société de Biomécanique* - Sept. 1998 – Lyon.

[24] Denise, REMY, "Thèse GBM., dir. J. Dupuy et J. Dimnet, sept. 96 »
« Amélioration des implants prothétiques pour la hanche du chien : propriétés de surface, nouvelle conception et protocole d'étude cinématique »

- [25] Kevin, GUELTON, « Thèse de doctorat en Génie Informatique et Productique : Estimation des caractéristiques du mouvement humain en station debout. Mise en oeuvre d'observateurs flous sous forme descripteur 16 décembre 2003) ».
- [26] Gignoux, P. (1994), « Etude tridimensionnelle des sollicitations mécaniques d'une hanche en mouvement » *Thèse de Doctorat en Mécanique*, Université Claude Bernard (Lyon I).
- [27] Gignoux, P., Chéze, L., Carret, J.P., Dimnet J. (1993), « Modeling the moving skeleton of a walking subject » *Computerized Medical Imaging and Graphics* - vol. 17, n° 4/5
- [28] Gignoux, P., Chéze, L., Carret, J.P., Dimnet ,J. (1994), « Hip joint loading computation of a walking patient during stance phase » *Clinical Materials* - vol. 15, p. 247-252.
- [29] Doriot, N., Chéze, L., « Estimation des forces musculaires et articulaires mises en jeu pendant la phase d'appui de la marche ». *XXIIIème Congrès de la Société de Biomécanique* - Sept. 1998 – Lyon.
- [30] Chéze, L. CARRET, J.P. DIMNET, J, « Kinematics of the lower limb joints during gait» *VIIIth meeting of the European Society of Biomechanics* - Juin 1992 - Rome (Italie).
- [31] Nashner, L.M., McCollum, G. (1985), “*The organization of human postural movements: a formal basis and experimental synthesis*. Behav. Brain Science, Vol 8”, pp135-172.
- [32] Allum, J. H. J., Bloem, B. R., Carpenter, M. G., Hulliger, M., Hadders-Algra, M., (1998): “*Proprioceptive control of posture: a review of new concepts*, Gait & Posture”, Vol 8, n°3, pp214-242.
- [33] Accornero, N., Capozza, M., Rinalduzzi, S., Manfredi, G. W. (1997), “*Clinical multisegmental posturography: age-related changes in stance control*, Electroencephalography and Clinical Neurophysiology/Electromyography and Motor Control”, Vol 105, n°3, pp213-219.
- [34] Alexandrov, A.V., Frolov, A.A., Massion, J. (2001a), “*Biomechanical analysis of movement strategies in human forward trunk bending. I. Modeling*. Biological Cybernetics”, Vol 84, pp425-434.
- [35] Alexandrov, A.V., Frolov, A.A., Massion, J. (2001b): “*Biomechanical analysis of movement strategies in human forward trunk bending. II. Experimental study*. Biological Cybernetics”, Vol 84, pp435-443.
- [36] Barin, K. (1989), “*Evaluation of a generalized model of human postural dynamics and control in the sagittal plane*. Biological Cybernetics, Vol 61”, pp37-50.

- [37] Runge, C. F., Shupert, C. L., Horak, F. B., Zajac, F. E. (1999), “Ankle and hip postural strategies defined by joint torques”, *Gait & Posture*, Vol 10, n° 2, pp161-170.
- [38] Holden, J., Stanhope, S.J. (1998), “The effect of variation in knee center location estimates on net knee joint moment”. *Gait and posture* 7: 1-6.
- [39] Kirkwood, R., Culhan, E., Costigan, P. (1999), “Radiographic and noninvasive determination of the hip joint center location : effect on hip joint moments. *Clinical Biomechanics*” 14: 227-235.
- [40] Andriacchi, T., Andersson, G., Fermier, R., Stern, D., Galante, J. (1980), “A study of lower limb mechanics during stair climbing”. *Journal of Bone and Joint Surgery* 62: 749-757.
- [41] Andriacchi, T. P., Strickland, A. B. (1983), “Gait analysis as a tool to assess joint kinetics. In *Biomechanics of Normal and Pathologic Human Articulating Joints*”, Eds. Berme N., Engin A.E. Correia de Silva K.M., Dordrecht : 83-98 .
- [42] Nagano, A., Gerritsen, K., Fukashiro, S. (2000 a), “A sensitivity analysis of the calculation of mechanical output through inverse dynamics : a computer simulation study”. *Journal of Biomechanics* 33: 1313-1318.
- [43] Nagano, A., Ishige, Y., Fukashiro, S. (1998 b), “Comparison of new approaches to estimates mechanical output of individual joints in vertical jumps”. *Journal of Biomechanics* 31: 951-955.
- [44] Stagni, R., Leardini, A., Cappozzo, A., Benedetti, M.G., Cappello, A. (2000), “Effects of hip joint centre mislocation on gait analysis results. *Journal of Biomechanics* 33”: 1479-1487.
- [45] Dempster, W.T. (1955), “Space requirements of the seated operator,. In *Technical Report USAF*”, Eds. Wright Patterson Air Force Base, Ohio : 55-159.
- [46] Clauser et al., (1969), «*Journal of Biomechanics*», vol. 23, n°9, p. 949-951.
- [47] Hinrichs, R.N. (1985), « Regression equations to predict segmental moments of inertia from anthropometric measurements : An extension of the data of Chandler et al. (1975) » *Journal of Biomechanics*, vol. 18, n°8, p. 621-624.
- [48] Hinrichs, R.N. (1990), « Adjustements to the segment center of mass proportions”.
- [49] Zatiorsky, V., Seluyanov, V. (1990), “In vivo body segment inertial parameters determination using a gamma scanner method,. In *Biomechanics of Human movement*” : *Applications in rehabilitation, sports and ergonomics*, Eds. Berme N., Cappozzo A., Worthington, U.S.A. : 196-202.

[50] **Chao, E.Y. (1980)**, “Justification of triaxial goniometer for the measurement of human body movements”. *J. Biomechanics* 13, 98991006.

[51] **FIORETTI, S., JETTO, L. (1993)**, « Low a priori statistical information model for optimal smoothing and differentiation of noisy data » *International Journal of Adaptive Control and signal Processing*

[52] **Gurfinkel, V.S., Osovets, M. (1972)**, “*Dynamics of equilibrium of the vertical posture in man*”. Biophysics, 1972.

[53] **Brenière, Y. (1996)**, “*Why we walk the way we do?*” *J. Mot. Behav.* Vol 28, pp291-298. supérieur, Paris, 1980.

[54] **Williams M., Lissner H.R., Le Veau B.F. (1986)** « Biomécanique du mouvement humain, une introduction », Mount Royal, Québec: Décarie Éditeur, 2e Ed.

[55] **KAPANDJI IA.** « Physiologie articulaire 1: Membre supérieur. Paris » : M loine 5éme édition, 1994 .
www.lookfordiagnosis.com

[56] **Kapandji I.A. (1996)** « Physiologie articulaire, Tome 2 : membre inférieur », Maloine, 5e Ed.

[57] **Calais-Germain B. (1986)** « Anatomie pour le mouvement tome 1 : Introduction à l’analyse des techniques corporelles », Limoux, France, Ed. Calais-Germain B.

[58] **[Kapandji, 1980] Kapandji, A., 1980.** « Physiologie articulaire, Tome 1 » : Membre supérieur, 5 edition, Maloine S.A. Editor.

[59] **Brizon J., Castaing J. (1988)** « Arthrologie des membres », Les feuillets d’anatomie, fascicule III, préparation des concours hospitaliers et des examens de la faculté de médecine.

[60] **H.K. Lum, M. Zribi, and Y.C. Soh, 1999**, “Planning and Control of a Biped Robot”, *International Journal of Engineering Science*, 37: 1319-1349.

[61] **Jean-Marie MIREBEAU., (4 janvier 2010)**, « Adaptation de maillage pour les éléments finis ». http://www.anatomiehumaine.com/Humerus.html? Id_document=22, (01 octobre 2009.)

[62] **Ibrahim GUVEN., (2006)**, “The finite element method and applications in engineering using ansys”.

[63] **Benoit REY., (2007)**, « Méthode multigrilles pour les grandes déformations et simulation numérique du procédé de roulage ».

[64] **NECIB B.**, « Cours Méthodes des éléments finis », Université Mentouri Constantine, 2008 .

[65] **GRABOWSKI S. R. and TORTORA G. J.** : “Principles of Anatomy and Physiology”, *Harpercollins College Div ; Édition : 8 ed, juin 1996.*