

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ MENTOURI - CONSTANTINE
FACULTÉ DES SCIENCES DE L'INGÉNIEUR
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE



N° d'ordre :/ Mag / 2010

Série : / GM / 2010

MÉMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister
En Génie Mécanique

OPTION

Energétique Appliquée en Engineering

THÈME :
INTERACTION DES STRUCTURES
TOURBILLONNAIRES AVEC LA COUCHE LIMITE
DANS UNE CAVITÉ DIFFÉRENTIELLEMENT
CHAUFFÉE

Par :
Mohamed CHAOUR

Devant les membres de jury :

- | | | |
|----------------|------------------------|---------------------------------------|
| • Président : | Mr. Salim MEZIANI | Prof. Université Mentouri Constantine |
| • Rapporteur : | Mr. Abdelhadi BEGHIDJA | Prof. Université Mentouri Constantine |
| • Examineurs : | Mr. Ali BOUCHOUCHA | Prof. Université Mentouri Constantine |
| | Mr. Otmane KHEMIS | M.C. Université Mentouri Constantine |

Soutenu le 30 / 06 / 2010

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je témoigne une immense reconnaissance à Monsieur Abdelhadi BEGHIDJA mon Professeur et Encadreur au département de Génie Mécanique de l'Université Mentouri – Constantine pour m'avoir assisté et orienté tout au long de mon parcours étudiant et surtout dans l'établissement de ce rapport de thèse.

Je le remercie également d'avoir cru en moi ainsi qu'en mes capacités de mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur Salim MEZIANI qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur Ali BOUCHOUCHA Professeur à l'université Mentouri – Constantine et Monsieur Otman KHEMIS Maître de conférence à l'université Mentouri – Constantine d'avoir accepté de participer au jury.

A l'ensemble de mes professeurs qui m'ont inculqué ce savoir le long de mon cursus universitaire... Merci.

Dédicaces

Je dédie ce mémoire

À

....Ma chère mère

.... Et mon cher père

....mes chères sœurs

... toute ma famille et amis

Merci à tous

Mohamed

SOMMAIRE

Remerciement	i
Dédicaces	ii
Sommaire	iii
Nomenclature	v
Introduction générale	1

Chapitre I

GENERALITE ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

I.1. Généralité	3
I.1.1. Convection dans les cavités	3
I.1.2. Cavité avec gradient de température vertical	5
I.1.3. Cavité avec gradient de température horizontal	6
I.2. Revue bibliographique	7

Chapitre II

FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1. Introduction	12
II.2. Description du problème	12
II.3. Conditions aux limites	14
II.4. Hypothèses simplificatrices	15
II.5. Equations générales et modélisation de la turbulence	16
II.5.1. Equations instantanées	16
II.5.2. Décomposition de Reynolds et équations moyennes	19
II.5.3. Equations pour les grandeurs fluctuantes	20
II.5.3.1. La Modélisation sous-maille (L.E.S)	22
II.5.3.2. La Simulation numérique directe (D.N.S)	23
II.2.3.3. Modèle k- ϵ standard	23

Chapitre III

METHODES NUMERIQUES

III.1. Introduction	27
III.2. Choix de la méthode numérique	27
III.3. Maillage	28
III.4. Equation générale de transport	30
III.4.1. Intégration de l'équation générale de transport	31
III.5. Présentation des logiciels Gambit et Fluent	34
III.5.1. Préprocesseur Gambit	34
III.5.2. Code Fluent	37

Chapitre IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. Choix du maillage	41
IV.2. Validation	43
IV.3. Résultats : Discussion et analyse	44
IV.3.1 Effets des conditions aux limites (configurations)	44
IV.3.2 Effet du nombre de Rayleigh	56
IV.3.3 Effet du flux de chaleur	64
Conclusion générale	73
Bibliographie	74
Annexe	77
Résumé	
Abstract	
ملخص	

Nomenclature

A	Rapport d'aspect, $A = L/H$.
A_P, A_E, A_W, A_N, A_S	Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisé.
$A(P)$	Fonction d'un schéma numérique.
C_p	Chaleur spécifique à pression constante, [J/kg.K].
D	Profondeur de la cavité, [m].
D_e, D_w, D_n, D_s	Flux diffusifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée.
F_e, F_w, F_n, F_s	Flux convectifs aux interfaces e, w, n, s de l'équation de transport discrétisée.
g	Accélération de la pesanteur, [$m.s^{-2}$].
Gr	Nombre de Grashof, $Gr = \frac{\beta (T_c - T_f) L H^4}{\nu^2}$.
H	Hauteur de la cavité, [m].
i,j,k	Coordonnées logiques des points.
L	Longueur de la cavité, [m].
LD	Paroi latérale droite.
LG	Paroi latérale gauche.
N_u	Nombre de Nusselt.
P	Pression totale, [Pa].
P^*	Pression adimensionnelle.
\bar{P}	Composante moyenne de Pression, [Pa].
p	Composante fluctuante de Pression, [Pa].
Pc	Plancher.
Pd	Plafond.
P_e, P_w, P_n, P_s	Nombre de Peclet aux interfaces e, w, n, s.

Pr	Nombre de Prandtl, $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$.
Ra	Nombre de Rayleigh, $Ra = \frac{\beta g (T_c - T_f) L^3}{\nu \alpha}$.
T	Température du fluide, [K].
T*	Température adimensionnelle.
\bar{T}	Composante moyenne de Température, [K].
T _c	Température de la paroi chaude, [K].
T _f	Température de la paroi froide, [K].
U, V, W	Composantes des vitesses, [m/s].
U*, V*, W*	Composantes des vitesses adimensionnelles.
\bar{U}_i	Composantes moyennes des vitesses, [m/s].
u_i	Composantes fluctuantes des vitesses, [m/s].
x, y, z	Coordonnées cartésiennes, [m].
x*, y*, z*	Coordonnées cartésiennes adimensionnelles.

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique, [m ² /s].
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante, [K ⁻¹].
ν	Viscosité cinématique, [m ² /s].
μ	Viscosité dynamique, [Kg/m.s].
λ	Conductivité thermique, [W/m.K].
ρ	Masse volumique du fluide, [Kg/m ³].
ρ_0	Masse volumique du fluide à T ₀ , [Kg/m ³].
θ	Composante fluctuante de Température, [K].

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale

Depuis de nombreuses années, les écoulements de convection naturelle en cavité fermée font l'objet de multiples études numériques et expérimentales. L'intérêt porté à ce type d'écoulement provient du fait que, pour de nombreuses applications industrielles, l'analyse des phénomènes fait intervenir des forces de poussées d'Archimède qui, combinées à un effet de confinement, donnent naissance à des écoulements complexes et variés. Cette complexité, accentuée par le caractère généralement instationnaire, voire turbulent, des mouvements des fluides concernés, a motivé des études fondamentales visant à mieux appréhender les couplages entre la dynamique et la thermique de tels systèmes, les interactions entre le fluide en mouvement et les parois, l'influence de la géométrie ou des conditions aux limites, l'apparition et le développement d'instabilités.

Le cas de la cavité parallélépipédique aux parois verticales différentiellement chauffées constitue une configuration de base de dispositifs industriels variés et, surtout, un cas de référence d'une grande simplicité pour la mise au point et la validation de codes de simulation numérique d'écoulements de convection naturelle.

Les phénomènes turbulents font partie de la vie courante et se manifestent dans de nombreux cas de figures : marchés financiers, météorologie, etc.." En mécanique des fluides un exemple classique est celui des volutes de fumée de cigarette ou cheminée s'élèvent sous l'effet de la convection naturelle. Celles-ci se mettent à osciller avant d'éclater plus loin en bouffées désordonnées qu'on appelle la turbulence.

La turbulence est décrite généralement comme étant un écoulement désordonné, en temps et en espace. Elle est imprévisible au sens qu'une petite perturbation initiale à un instant donné s'amplifie rapidement et rend impossible une prédiction déterministe de son évolution. Elle présente des structures en mouvement organisés et identifiables (structures cohérentes) ou parfaitement désordonnées, contribuant ainsi à amplifier le transfert et à renforcer les mécanismes de mélange.

Notre étude présentée en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à des généralités sur la convection dans les cavités avec gradient de température vertical et horizontal. Une synthèse bibliographique sur la convection naturelle dans les cavités et qui sont en relation directe avec notre étude.

Le deuxième chapitre présente la formulation mathématique de l'équation générale et de la turbulence, et nous détaillons Les équations des grandeurs fluctuantes et l'équation de fermeture le modèle k- ϵ standard.

Le troisième chapitre présente la modélisation du problème et présentation de logiciel Gambit et le code du calculer Fluent.

Le dernier chapitre est consacré à la présentation des résultats numériques avec des interprétations et comparaisons avec les résultats contenus dans la littérature.

Chapitre I

GENERALITE ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

I.1. Généralité

I.1.1. Convection dans les cavités :

La convection est le mécanisme le plus important de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz.

Le transfert par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure (Figure I.1) s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux molécules adjacentes du fluide. La chaleur ainsi transmise sert à faire augmenter la température et l'énergie interne de ces molécules. Ensuite les molécules vont se mélanger avec d'autres molécules situées dans une région à une température inférieure et transférer une partie de leur énergie. Dans ce cas l'écoulement transporte le fluide et l'énergie. L'énergie est, à présent, emmagasinée dans les molécules du fluide et elle est transportée sous l'effet de leur mouvement.

La transmission de chaleur par convection est désignée, selon le mode d'écoulement du fluide, par convection libre ou convection forcée. Lorsqu'il se produit au sein du fluide des courants dus simplement aux différences de température, on dit que la convection est naturelle ou libre. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est alors appelé convection forcée.

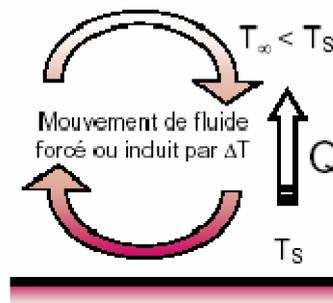


Figure I.1 : Schéma du phénomène de transfert de chaleur par convection.

L'étude de la convection naturelle des fluides dans les cavités a fait l'objet d'un très grand nombre de travaux tant théoriques qu'expérimentaux. L'intérêt de son étude réside dans son implication dans de nombreux phénomènes naturels et industriels, tels que le refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, l'isolation des bâtiments (cas du double vitrage), industrie métallurgique, la croissance des cristaux pour l'industrie des semi-conducteurs,...etc.

La cavité rectangulaire (Figure I.2) continue à être la géométrie qui présente le plus d'intérêt. Dans ce type de cavité (Figure I.2), généralement deux parois sont maintenues à des températures différentes ($T_2 < T_1$), tandis que les autres sont isolées. L'angle d'inclinaison (τ) entre les surfaces chauffée et refroidie et l'horizontale peut varier de 0° (cavité horizontale avec paroi chaude en dessous), à 90° (cavité verticale différentiellement chauffée), à 180° (cavité horizontale avec paroi chaude en dessus).

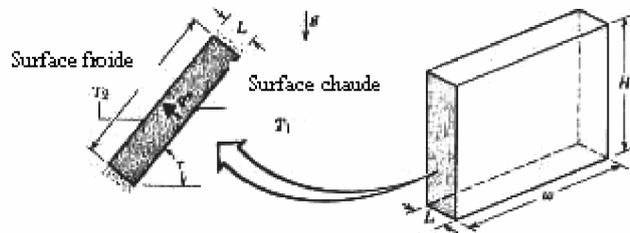


Figure I.2 : Convection naturelle dans les cavités rectangulaires.

I.1.2. Cavité avec gradient de température vertical :

La cavité horizontale chauffée par le bas et refroidie par le haut ($\tau=0$) correspond à la configuration de la convection de Rayleigh-Bénard qui traite de la stabilité et le mouvement d'un fluide, confiné entre deux plaques horizontales, maintenues à des températures uniformes et distinctes et soumis au champ de la gravitation. La convection de Rayleigh-Bénard a une longue et riche histoire, elle a été étudiée durant des décennies aussi bien pour ses différentes applications industrielles que du point de vue recherche fondamentale. Le mécanisme de base de cette convection est comme suit (Figure I.3):

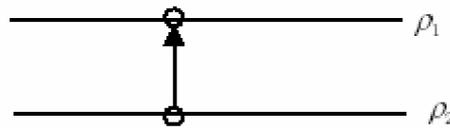


Figure I.3 : Schéma représente la particule fluide et le mécanisme de base de la convection de Rayleigh-Bénard.

Une perturbation fait monter rapidement une particule de façon qu'elle garde sa masse volumique constante (Figure I.3). Deux cas peuvent se produire :

- Si $\rho_2 > \rho_1$, la force d'Archimède est inférieure à son poids, la particule redescend, le mouvement est stable.

- Si $\rho_2 < \rho_1$, la force d'Archimède est supérieure à son poids, la particule continue à monter, le mouvement est instable.

Au delà d'une valeur critique de l'écart de température, des rouleaux contra-rotatifs, d'axes horizontaux apparaissent au sein du fluide (Figure I.4).

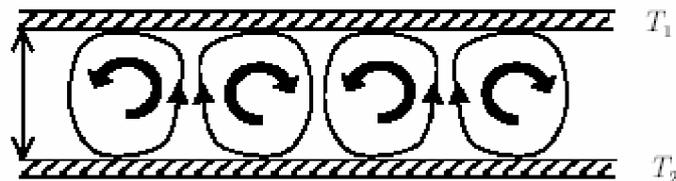


Figure I.4 : Schéma représentant les rouleaux de la convection de Rayleigh-Bénard.

I.1.3. Cavity avec gradient de température horizontal :

Dans cette configuration, les parois verticales sont chauffée et refroidie [16], alors que les parois horizontales sont considérées comme adiabatiques (Figure I.5). L'écoulement est alors monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendant suivant la paroi froide. Pour $Ra \leq 10^3$.

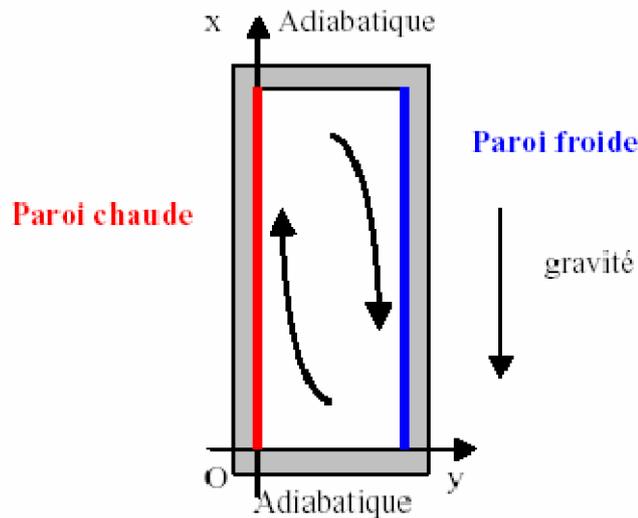


Figure I.5 : Schéma de la convection dans une cavité avec gradient de température horizontal

C'est cette dernière configuration qui fera l'objet de notre étude avec des cavités qui contiennent de l'air comme fluide de convection.

I.2. Revue Bibliographique

Peeters and Henkes (1992) ^[1] On étudie numériquement la couche limite turbulente de convection naturelle d'air le long d'une plaque verticale avec un modèle algébrique (ASM) et un autre différentiel de tension de Reynolds (RSM). On sélectionne un jeu de constantes de façon à prédire le transfert thermique pariétal et la structure de l'écoulement moyen en bon accord avec l'expérience. Des tests de sensibilité sur les constantes RSM montrent quelles constantes dominent la prédiction de l'écoulement et quelles autres affectent seulement les grandeurs de la turbulence. Des modifications de paroi sont utilisées pour améliorer les prédictions de la turbulence proche de la paroi. Des calculs RSM des grandeurs de turbulence s'accordent bien avec les données expérimentales disponibles. Les résultats ASM sont moins bons mais néanmoins en accord qualitatif avec les expériences. Dans les couches limites de convection naturelle, l'hypothèse d'équilibre local n'a qu'une applicabilité limitée. En outre on teste le concept de viscosité turbulente utilisé dans le modèle $k-\varepsilon$. Celui-ci donne de bons résultats pour l'écoulement moyen mais pour une bonne prédiction de la structure détaillée de la turbulence on a besoin du RSM.

A. Beghidja et al (1995) ^[2] le but de cette étude expérimentale est de déterminer les échanges convectifs sur les faces verticales de deux grandes cavités d'allongements différents et pour des valeurs du nombre de Rayleigh variant de 10^9 à 10^{11} , lorsque les écoulements sont générés par une différence de température entre faces verticales opposées. On montre que l'écart de température caractéristique pour définir les transferts moyens convectifs sur chaque face doit absolument tenir compte de la température d'équilibre au centre de la cavité. On établit que cette température peut être calculée avec précision si l'on détermine la température moyenne de surface relative à l'ensemble des parois de la cavité. Les nombres de Nusselt sur les quatre faces verticales obéissent alors à une seule corrélation quelles que soient les configurations de chauffage ou de refroidissement sur les faces verticales.

Mergui et Penot (1996) ^[3] qui ont étudié expérimentalement la convection naturelle dans une cavité carrée, remplie d'air, dont deux parois verticales opposées sont différentiellement chauffées à température constante, les deux parois horizontales sont isolées thermiquement, les deux parois verticales latérales sont adiabatiques. Le dispositif expérimental utilisé pour obtenir des conditions aux limites bien contrôlées. Les résultats se rapportent à une valeur du nombre de Rayleigh caractéristique de $1,69 \times 10^9$. Le soin apporté aux conditions aux limites thermiques régnant sur les différentes parois de la cavité a permis d'obtenir un très bon degré d'isolation de la cavité. Des mesures locales de température, à proximité immédiate des parois horizontales, isolées thermiquement, ont permis de préciser les répartitions de température obtenues réellement et de donner des lois d'évolution facilement intégrables dans les codes de calcul, dans la partie centrale de la cavité, de deux grands mouvements secondaires de recirculation, affectant les parties supérieure et inférieure de la cavité.

Sergent et al (2000) ^[9] Dans le cadre de la simulation des grandes échelles en écoulements turbulents anisothermes, le modèle d'échelles mixtes est étendu à la diffusivité de sous-maille, afin d'évaluer indépendamment viscosité et diffusivité. L'identification du terme de dissipation thermique dans l'équation de conservation du flux de sous-maille permet d'obtenir une expression algébrique de la diffusivité, produit d'un modèle de type Smagorinsky et d'un modèle basé sur le flux de sous-maille. Appliqué à un cas de convection naturelle turbulente, ce modèle conduit à une amélioration sensible de la représentation du champ thermique, relativement à une analogie de Reynolds à nombre de Prandtl de sous-maille constant.

Gassowski, Xin et Daube (2003)^[11] Dans cet article, ont étudié par simulation numérique directe tridimensionnelle, l'écoulement de convection naturelle dans une cavité carrée/cubique différentiellement chauffée. Nos calculs mettent en évidence à la première bifurcation ($Ra \approx 3,2 \times 10^7$) l'apparition de structures tourbillonnaires tridimensionnelles à la sortie des couches limites verticales. Les principaux résultats de cette Note sont d'une part, que l'écoulement redevient stationnaire pour des valeurs du nombre de Rayleigh Ra plus élevées ($Ra = 7 \times 10^7$ et 10^8 par exemple) tout en conservant ces structures tourbillonnaires tridimensionnelles et d'autre part, que des solutions stationnaires multiples différentes par leurs propriétés de symétrie, ont été obtenues pour $Ra = 10^8$. Enfin, l'écoulement redevient instationnaire aux alentours de $Ra = 3 \times 10^8$, l'instabilité en jeu dans ce cas étant du type couches limites verticales.

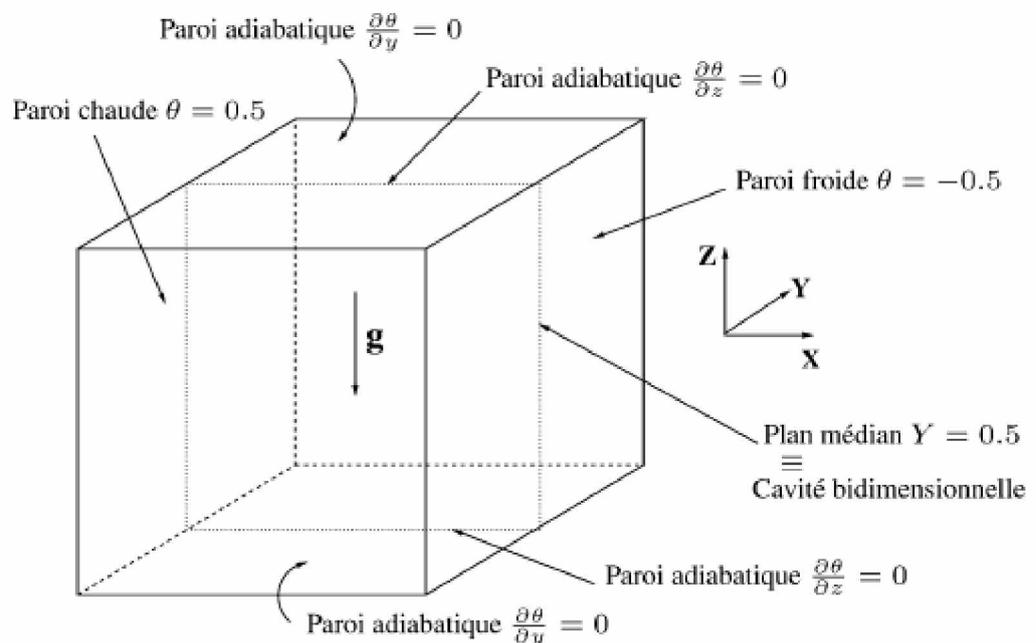


Figure I.6 : Schéma de la cavité tridimensionnelle [11].

F. Ampofo and T.G. Karayiannis (2003)^[12] ont étudié expérimentalement la convection normale turbulente dans une cavité carrée. Les parois verticales sont chauffées et refroidies, remplies d'air. La cavité était en 2D, 0,75 m de haut, 0,75 m de large. Les murs chauds et froids de la cavité étaient isothermes à 50 et 10 °C, le plafond et le plancher sont adiabatiques, donnant respectivement un nombre de Rayleigh de $1,58 \times 10^9$. La vitesse et la température locales ont été simultanément mesurées à différents endroits dans la cavité, avec toutes les deux quantités, de moyenne et de fluctuation, sont présentées. Les expériences ont été conduites avec une exactitude très élevée et comme tels, les résultats peuvent former des données expérimentales de référence et seront utiles pour la validation des codes de calcul pour la dynamique des fluides CFD (computational fluid dynamics) [14, 16].

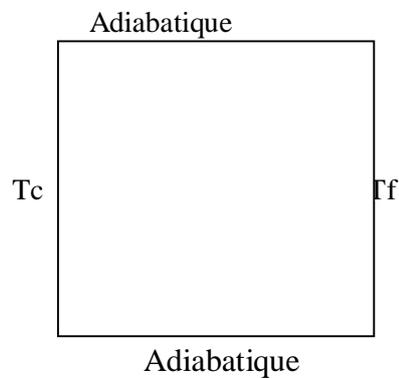


Figure I.7 : Schéma de la cavité bidimensionnelle [12].

J. Salat et al (2004)^[13] qui ont étudié expérimentalement et numériquement l'écoulement turbulent de convection naturelle qui se développe dans une cavité différentiel de chauffage de hauteur $H = 1$ m, largeur $W = H$ et profondeur $D = 0.32H$, soumis à une différence de la température entre les murs verticaux actifs égaux à 15 K ayant pour résultat un nombre caractéristique de Rayleigh égal à $1,5 \times 10^9$. Dans l'expérience la température est mesurée par 25 micro-thermocouples et vitesse de μm par un anémomètre de laser Doppler. Les deux le 2d et 3d LES et 3d DNS sont exécutés. Le DNS emploie une méthode de Chebyshev et un LES spectraux une méthode finie de volume avec un modèle local de diffusivité de subgrid. Des simulations numériques sont effectuées pour des conditions adiabatiques et la température expérimentalement mesurée sur les murs horizontaux. Des quantités Temps-faites la moyenne et les statistiques turbulentes dans le plan vertical médian sont présentées et comparées.

Chapitre II

FORMULATION MATHÉMATIQUE

II.1. Introduction

Un écoulement turbulent présente un grand nombre de degrés de liberté spatiale proportionnel à $Re^{9/4}$ pour une turbulence tridimensionnelle (respectivement temporelles en $Re^{11/4}$). Par conséquent, il est difficile de prédire théoriquement son évolution à partir des conditions initiales notamment dans la plupart des applications industrielles.

Un écoulement turbulent est en effet composé d'une grande hiérarchie de structures tourbillonnaires. Les plus grandes, "structures porteuses d'énergie", présentent des dimensions comparables à la longueur caractéristique du domaine de l'écoulement L (diamètre du canal, épaisseur de la couche de mélange,...), les plus petites sont des "structures dissipatrices" dites structures de Kolmogorov (1941) dont les dimensions sont proportionnelles à $Re^{-3/4}$.

II.2. Description du problème

Le modèle physique considéré est schématisé sur la figure II.1. Il s'agit d'une cavité parallélépipédique tridimensionnelle de grande dimension ($H=2.46$ m de hauteur, $L= 0.385$ m de largeur, $D=0.72$ m de profondeur), remplie d'air, dont deux parois verticales opposées sont différentiellement chauffées à température constante, les deux parois horizontales sont isolés thermiquement, les deux parois verticales latérales sont adiabatiques. Nous étudions huit configurations différentes.

L'écoulement dans cette cavité est turbulent $R_a > 10^9$.

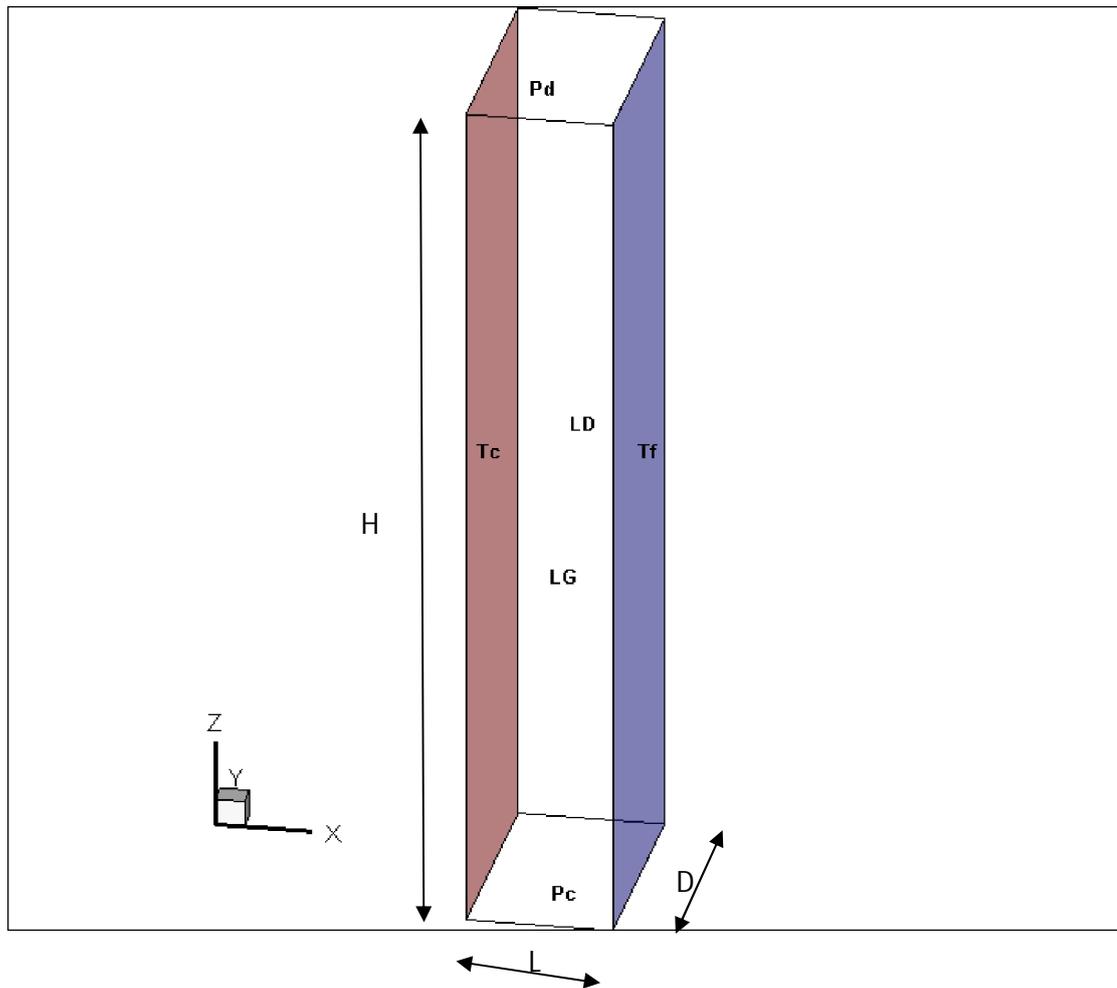


Figure II.1 : Schéma de la cavité

T_c : paroi chaud

T_f : paroi froid

LD : paroi latérale droite

LG : paroi latérale gauche

Pd : plafond

Pc : plancher

C1	C2	C3	C4
F F C C C C	F F F C F C	C F C C C C	F F M C M F
C5	C6	C7	C8
F F F C F F	C F C C C F	C F M C M TF	F F F C F TF

F : froid, C : chaud, M : moyen, TF : très froid

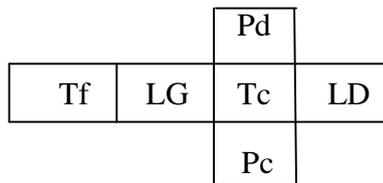


Figure II.2 : Diverses configurations étudiées et leur mode de représentation

II.3. Conditions aux limites

Les conditions aux limites utilisées, sont comme suit :

$$x = 0 \Rightarrow u = v = w = 0, T = T_c$$

$$x = L \Rightarrow u = v = w = 0, T = T_f$$

$$y = 0, y = P \Rightarrow u = v = w = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$z = 0, z = H \Rightarrow u = v = w = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

II.4. Hypothèses simplificatrices

De façon à obtenir un modèle mathématique simple, on adopte les hypothèses suivantes :

- Ø L'écoulement est tridimensionnel.
- Ø Le fluide est newtonien et incompressible.
- Ø L'écoulement engendré est turbulent.
- Ø le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- Ø le travail, induit par les forces visqueuses et de pression, est négligeable.
- Ø Les propriétés physiques du fluide sont constantes hormis la masse volumique qui obéit à l'approximation de Boussinesq dans le terme de la poussée d'Archimède.

II.5. Equations générales et modélisation de la turbulence

II.5.1. Equations instantanées

Ces sont les équations de la mécanique des fluides dans le cas général : conservation de la masse, conservation de la quantité de mouvement, conservation de l'énergie et Pour une formulation simple du problème, nous allons considérer quelques approximations entre autres les approximations de Boussinesq.

Nous supposons alors que l'influence de la variation de la masse volumique n'est prise en compte que par l'intermédiaire des forces de volume; le fluide étant supposé newtonien, incompressible et l'écoulement stationnaire.

La masse volumique du fluide varie linéairement avec la température et est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (II.1)$$

Où :

β : coefficient de dilatation cubique

ρ_0 : masse volumique de référence.

T_0 : température de référence.

Les équations de base régissant l'écoulement et les transferts de chaleur sont données respectivement par :

Equation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (II.2)$$

Pour un écoulement incompressible, et après simplification devient :

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \quad (II.3)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement :

Les équations de la quantité de mouvement s'écrivent de la manière suivante :

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) \quad (II.4)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right) \quad (II.5)$$

$$U \frac{\partial W}{\partial x} + V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} \right) + g \beta (T - T_f) \quad (II.6)$$

Equation de conservation de l'énergie :

Pour un écoulement à faible nombre de Mach, l'équation se simplifie et donne l'équation de la chaleur :

$$(\rho C_p) \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho C_p) \vec{u} \cdot \nabla T = \lambda \nabla^2 T \quad (II.7)$$

$$U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} + W \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\lambda}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (II.8)$$

Où l'on néglige le transfert par rayonnement et les effets dus à la dissipation visqueuse.

Où :

U, V, W : composantes du vecteur vitesse.

p : pression.

ρ : masse volumique.

g : accélération de la pesanteur.

β : coefficient d'expansion thermique à pression constante.

ν : viscosité cinématique.

λ désigne la conductivité thermique et C_p , la chaleur spécifique du fluide à pression constante.

Pour mettre les équations (II.3), (II.4), (II.5), (II.6) et (II.8) sous formes adimensionnelles ont introduits les variables adimensionnelles suivantes :

$$\left. \begin{aligned} x^* &= \frac{x}{L} & U^* &= \frac{U}{\left(\frac{\alpha}{L}\right)} \\ y^* &= \frac{y}{D} & V^* &= \frac{V}{\left(\frac{\alpha}{D}\right)} \\ z^* &= \frac{z}{H} & W^* &= \frac{W}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)} \\ P^* &= \frac{P}{\rho \left(\frac{\alpha}{H}\right)^2} & T^* &= \frac{T - T_f}{T_c - T_f} \end{aligned} \right\} \quad (II.9)$$

Où : H : hauteur de la cavité.

L : largeur de la cavité.

D : profondeur de la cavité.

Tc: température chaude.

Tf: température froide.

α : diffusivité thermique.

En introduisant les variables adimensionnelles (II.9) dans les équations de conservation, les équations gouvernantes adimensionnelles sont comme suit :

$$\nabla \cdot U = 0 \quad (II.10)$$

$$U \cdot \nabla U = -\nabla p + P_r \nabla^2 U \quad (II.11)$$

$$U \cdot \nabla V = -\nabla p + P_r \cdot \nabla^2 V \quad (II.12)$$

$$U \cdot \nabla W = -\nabla p + P_r \cdot \nabla^2 W + A \cdot R_\alpha \cdot P_r \cdot T \quad (II.13)$$

$$U \cdot \nabla T = \nabla^2 T \quad (II.14)$$

Où, U est le vecteur vitesse ($U = (U, V, W)$) en 3D, $A = L/H$ est le rapport d'aspect de la cavité.

Dans les équations ci-dessus nous notons la présence des nombres caractéristiques, à savoir le nombre de Rayleigh (R_α) et le nombre de Prandtl (Pr). Ces nombres adimensionnels sont définis par :

$$R_\alpha = \frac{g \beta (T_c - T_f) L H^4}{\nu \alpha} \quad (II.15)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (II.16)$$

Le nombre de Grashof (Gr) est défini comme étant :

$$Gr = \frac{R_\alpha}{Pr} \quad (II.17)$$

Donc

$$Gr = \frac{g \beta (T_c - T_f) L H^4}{\nu^2} \quad (II.18)$$

II.5.2. Décomposition de Reynolds et équations moyennes ^[15]

Puisque la résolution directe n'est pas accessible, l'alternative classique comme nous avons signalée, est la résolution du champ d'écoulement moyen dans le temps (RANS). Cette technique consiste à écrire chaque paramètre de l'écoulement turbulent comme la somme d'une composante moyenne et d'une composante fluctuante : c'est la décomposition de Reynolds, soit :

$$\begin{aligned} U_i &= \bar{U}_i + u_i \\ P &= \bar{P} + p \\ T &= \bar{T} + \theta \end{aligned} \quad (II.19)$$

Où \bar{U}_i, \bar{P} et \bar{T} sont les composantes moyennes et u_i, p et θ les composantes fluctuantes. On a évidemment $\bar{u}_i = 0, \bar{p} = 0$ et $\bar{\theta} = 0$.

On introduit cette décomposition dans les équations de l'écoulement. Puis on effectue une opération de moyenne sur ces dernières, afin d'obtenir les équations des grandeurs moyennes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_i} &= 0 \\ \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu \bar{D}_{ij} - \overline{u_i u_j}) - g_i \beta (\bar{T} - T_0) \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \overline{u_i \theta_j} \right) \end{aligned} \quad (II.20)$$

Où \bar{D}_{ij} représente le tenseur de déformation.

De nouvelles inconnues apparaissent donc dans ces équations. Ce sont les corrélations doubles de fluctuation vitesse-vitesse et vitesse-température appelées respectivement tension de Reynolds et flux thermique turbulent. Pour la fermeture de ce système d'équation, deux possibilités se présentent pour la modélisation de ces termes supplémentaires, soit directement à partir des grandeurs connues, soit à l'aide des équations supplémentaires à résoudre.

II.5.3. Equations pour les grandeurs fluctuantes ^[15]

Nous exposons ci-dessous à titre indicatif, les équations régissant les termes supplémentaires, à savoir les tensions de Reynolds et le flux turbulent. Les équations des grandeurs fluctuantes sont obtenues par un simple développement mathématique à partir des équations instantanées de l'écoulement.

On déduit d'abord, les équations des grandeurs fluctuantes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \bar{U}_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} + u_k \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_k} (u_i u_k - \bar{u}_i \bar{u}_k) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} (2\nu \bar{d}_{ik}) - g_i \beta \theta \quad (II.21)$$

$$\text{Où } d_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \theta}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i \theta - \bar{u}_i \bar{\theta}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right)$$

- Les équations pour les tensions de Reynolds s'en déduisent en multipliant l'équation précédente par u_j . On écrit ensuite la même équation en inversant les indices i et j et on effectue la somme et la moyenne. L'équation finale peut se mettre ainsi sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + \bar{U}_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(-\overline{u_i u_j u_k} + 2\nu \overline{u_j d_{ik}} + 2\nu \overline{u_i d_{jk}} \right) \\ \text{A} \quad \text{B} \quad & \quad \quad \quad \text{1} \quad \quad \quad \text{2} \\ -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \overline{u_j p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u_i p}}{\partial x_j} \right) &- \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_k} \right) \\ & \quad \quad \quad \text{3} \quad \quad \quad \text{4} \\ + \frac{2}{\rho_0} \overline{p d_{ij}} - 2\nu \left(\overline{d_{ik} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} + \overline{d_{jk} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} \right) &- g_i \beta \overline{u_i \theta} - g_i \beta \overline{u_j \theta} \quad (II.22) \\ \text{5} \quad \quad \quad \text{6} \quad \quad \quad & \quad \quad \quad \text{7} \end{aligned}$$

Dans cette équation, les termes de gauche se composent de l'évolution temporelle de tension de Reynolds ainsi que de la convection par l'écoulement moyen. Les termes de droite (source) représentent respectivement :

- 1 : Transport par diffusion dû aux fluctuations de vitesse,
- 2 : Transport par diffusion dû à la viscosité,
- 3 : Transport par diffusion dû aux fluctuations de pression,
- 4 : Production par le gradient de l'écoulement moyen,
- 5 : Corrélation entre les fluctuations de p et le taux de déformation de la turbulence,
- 6 : Dissipation par effet visqueux,
- 7 : Production due aux forces de volumes,

- Par un calcul similaire on l'équation du flux thermique :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\underbrace{-\overline{u_i u_j \theta}}_C + \underbrace{2\nu \overline{\theta d_{ij}}}_D + \underbrace{\alpha \overline{u_i \frac{\partial \theta}{\partial x_j}}}_E \right) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \overline{\theta p}}{\partial x_i} \\
 \text{A} \quad \text{B} \quad \quad \quad \text{C} \quad \quad \text{D} \quad \quad \text{E} \quad \quad \text{F} \\
 - \left(\underbrace{\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j}}_G + \underbrace{\overline{\theta u_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_H + \underbrace{\frac{1}{\rho_0} \overline{p \frac{\partial \theta}{\partial x_i}}}_I \right) &- \underbrace{2\nu \overline{d_{ij} \frac{\partial \theta}{\partial x_j}}}_J - \underbrace{\alpha \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_K - \underbrace{g_i \beta \overline{\theta^2}}_L
 \end{aligned} \tag{II.23}$$

Les termes de gauche se composent de l'évolution temporelle des flux thermiques turbulents ainsi que de la convection par l'écoulement moyen. Les termes de droite (sources) représentent respectivement :

- C** : Transport par diffusion dû aux fluctuations de vitesse
- D** : Transport par diffusion dû à la viscosité
- E** : Transport par diffusion dû à la diffusivité thermique
- F** : Transport par diffusion dû aux fluctuations de pression
- G** : Production par le gradient de température
- H** : Production par le gradient de l'écoulement moyen
- I** : Corrélation entre les fluctuations de p et gradient de fluctuations de température
- J** : Dissipation par effets visqueux
- K** : Dissipation par effets de la diffusivité thermique
- L** : Production dû aux forces de volumes

Le problème de fermeture n'est pas résolu puisque cet ensemble de termes (II.22 et II.23) fait apparaître des inconnues supplémentaires et des corrélations d'ordre supérieur telles que :

- Corrélations triples de fluctuations mutuelles de vitesse
- Corrélations doubles entre la vitesse et la pression fluctuante
- Corrélations entre les gradients des fluctuations de vitesses
- Corrélations entre la pression fluctuante et le tenseur de déformations du champ fluctuant.

Les modèles de turbulence existant sont généralement classés sur la base du nombre d'équations de transport de paramètres caractéristiques de la turbulence. Tous ces modèles ont pour but la détermination du tenseur des doubles corrélations $\overline{u_i u_j}$, pour résoudre le problème de fermeture.

La modélisation de ces nouvelles corrélations supplémentaires permettra la fermeture du système d'équations. Ces termes sont régis par des équations d'ordre supérieur. Etant données les difficultés, il est rare en littérature de trouver des fermetures de niveau plus élevé que le second ordre et on se contente ainsi d'une modélisation directe de ces dernières corrélations

II.5.3.1. La Modélisation sous-maille (L.E.S)

La L.E.S pour (Large Eddy Simulation) [13], est une simulation numérique des grandes structures turbulentes. C'est une approche basée sur une simulation partielle (des grands tourbillons) et une modélisation partielle (des petits tourbillons). Elle est appelée aussi modélisation "Sous-maille" (Subgrid scale modelling). L'attraction de cette méthode est que les grandes échelles de turbulence étant fortement dépendantes de l'écoulement moyen sont carrément simulées (par la résolution des équations du mouvement instationnaire tri-dimensionnel les petites structures étant beaucoup moins dépendante pour un problème donné, peuvent être représentées par un modèle relativement simple, le filtrage des gros tourbillons est effectué par l'introduction d'une largeur de filtre de l'ordre de la dimension des mailles d'1 maillage choisi.

II.5.3.2. La Simulation numérique directe (D.N.S)

On peut dire que c'est la dernière génération dans le calcul des écoulements turbulents. La D.N.S (Direct Numerical Simulation) [5,11] attaque les équations Navier-Stokes directement pour capter toutes les échelles de turbulence (l'échelle de l'écoulement moyen jusqu'à l'échelle de Kolmogorov). Aucune modélisation n'est faite. Malheureusement, la D.N.S nécessite des ressources informatiques d'une ampleur trop grande pour qu'elle soit utilisée dans le secteur industriel actuellement.

II.5.3.3. Modèle k-ε standard ^[15]

Nous allons présenter le modèle k-ε standard [18-20] qui a l'avantage d'être un bon compromis entre simplification et précision. L'utilisation de ce modèle est très répandue puisqu'il n'implique que la résolution de deux équations supplémentaires, l'une pour l'énergie cinétique turbulente :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_i^2} \quad (II.24)$$

Et l'autre pour le taux de la dissipation de cette énergie définie par la demi-trace du tenseur de dissipation :

$$\varepsilon = \frac{\nu}{2} \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (II.25)$$

A l'aide d'une analyse d'ordre de grandeur cette expression se simplifie pour des Reynolds élevés, et on obtient :

$$\varepsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)} \quad (II.26)$$

L'énergie cinétique turbulente est essentiellement due aux grandes structures tourbillonnaires de l'écoulement. Celles-ci, par les effets non linéaires, s'étirent en réduisant leurs taille et en accroissant les gradients de vitesse locaux, jusqu'à ce qu'elles atteignent de petites tailles (échelles de Kolmogorov) où elles se dissipent par les effets visqueux. Comme

la dissipation se manifeste aux niveaux des petites échelles, on peut, à des Re élevés, supposer l'isotropie du tenseur de dissipation qui s'écrit ainsi :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (II.27)$$

A partir de ces deux grandeurs caractéristiques de la turbulence, k et ε , et à l'aide d'une analyse dimensionnelle, la viscosité turbulente peut s'exprimer comme suit :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (II.28)$$

Le coefficient C_μ est pris égal au carré du paramètre de structure $(\overline{uv}/k)^2 \sim 0,09$.

Nous allons expliciter ci-dessous les deux équations k et ε régissant ce modèle :

a) Equation de l'énergie cinétique turbulente :

Elle est obtenue à partir de l'équation de tension de Reynolds écrite pour $i=j$, soit :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial k}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} - \overline{u_j k} - \frac{1}{\rho} \overline{u_j p} \right)}_A - \underbrace{\overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i}}_B - \underbrace{g \beta \overline{u_i \theta}}_C - \underbrace{\nu \frac{\partial \overline{u_j} \partial \overline{u_j}}{\partial x_i \partial x_i}}_D \quad (II.29)$$

Le second membre représente respectivement le transport par diffusion (A), la production de la turbulence par cisaillement de l'écoulement moyen (B), la production par la force de flottabilité (C) et finalement la dissipation (D).

Les différentes corrélations doubles seront modélisées à l'aide du modèle, type premier gradient, soit :

$$-\overline{u_j k} = \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (II.30)$$

Les termes $\overline{u_j p}$ sont négligés ou considérés comme inclus dans l'expression précédente approchée (II.30). Les tensions de Reynolds et les fluctuations turbulentes sont également modélisées par l'approche de type premier gradient. Ainsi l'équation s'écrit finalement :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{u_i u_j} \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - g \beta \overline{u_i \theta} - \varepsilon \quad (II.31)$$

b) Equation de la dissipation :

L'équation de la dissipation est plus difficile à obtenir. Elle est donnée par : $\varepsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)}$

On dérive l'équation de transport des fluctuations de vitesse par rapport à x_k . On multiplie par $\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k}$ et on moyenne l'expression obtenue. L'équation résultante après quelques arrangements

peut être mise sous la forme :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} &= \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} - 2\nu \overline{\frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_i}} - \overline{u_k \varepsilon'} \right) && \text{Diffusion} \\
 -2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_i} \left(\overline{\frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j}} + \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} \right) &&& \left. \begin{array}{l} \text{Production par interaction avec} \\ \text{l'écoulement moyen} \end{array} \right\} \quad (II.32) \\
 -2\nu \overline{u_k} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \right) &&& \\
 -2\nu g_i \beta \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} &&& \text{Production due aux forces de volumes} \\
 -2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}} &&& \text{Interaction entre les gradients de } u \\
 2\nu^2 \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_j} \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_k \partial x_j} &&& \text{Dissipation}
 \end{aligned}$$

L'équation fait ainsi apparaître de nombreux termes qu'il faut estimer. Pour cette modélisation, il convient de réaliser tout d'abord, une étude d'ordre de grandeur et de ne modéliser que ceux des termes qui sont dominants. On globalise en général les deux contributions du terme de diffusion et on les modélise à l'aide du premier gradient

Pour le code Fluent il y'a cinq modèles de turbulence

- Spalart –Allmaras (1 équation)
- K-epsilon (2 équations)
- K-Omega (2 équations)
- Reynolds Stress (5 équations)
- Large Eddy Simulation (LES)

Pour notre simulation en régime turbulent, on a utilisé le modèle K-epsilon standard à deux équations de transport qui est le plus utilisé et qui donne, en général, de bons résultats dans les configurations simples.

Les équations standard de l'énergie cinétique turbulente (K), et de son taux de dissipation (ε) ont respectivement la forme suivante :

Equation de l'énergie cinétique turbulente K :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{C_\mu k^2}{\sigma_k \varepsilon} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \frac{C_\mu k^2}{\sigma_k} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (II.33)$$

Equation de la dissipation ε :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{C_\mu k^2}{\sigma_k \varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} C_\mu k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (II.34)$$

Les valeurs des coefficients du modèle K- ε standard sont :

$$C_\mu = 0.09, \sigma_k = 1, \sigma_\varepsilon = 1.22, C_{\varepsilon 1} = 1.44, C_{\varepsilon 2} = 1.9$$

Chapitre III

METHODES NUMERIQUES

III.1.Introduction

Les écoulements de fluides, que ce soit en régime laminaire ou turbulent, sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P). Ainsi, tous les phénomènes physiques sont régis par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques du champ thermique et du champ d'écoulement. Malheureusement, il est pratiquement impossible de trouver une solution analytique et exacte à de tels systèmes du fait que les équations citées précédemment soient très complexes, c'est-à-dire non linéaires d'une part et couplées d'autre part. Dans ce cas, le recours à la résolution numérique s'impose et nous incite à choisir la méthode numérique adéquate pour obtenir les meilleures approximations.

III.2.Choix de la méthode numérique

Pour obtenir une solution numérique du problème étudié, nous devons transformer les équations différentielles du model mathématique au moyen d'un processus de discrétisation en un format abordable destiné au processus numérique. Ce format n'est autre que le système d'équations algébriques obtenu après la discrétisation. Parmi les méthodes de discrétisation les plus fréquemment utilisées dans les problèmes d'écoulements et de transferts thermiques on peut citer : la méthode des différences finies ; la méthode des volumes finis et la méthode des éléments finis.

En ce qui nous concerne, nous avons choisi la méthode des volumes finis, car elle présente des avantages considérables du fait qu'elle soit simple, qu'elle garantisse la conservation de masse et de quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle et dans tout le domaine de calcul et qu'elle soit applicable pour les géométries complexes. Elle est aussi avantageuse, parce qu'elle facilite la linéarisation des termes sources s'ils ne le sont pas et permet un traitement plus facile des milieux hétérogènes (**Patankar, 1980**)^[23].

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volumes finis jointifs, appelés volumes de contrôle, couvrant ainsi tout le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins.

III.3. Maillage

Chaque oint du domaine physique stockant une grandeur scalaire ou vectorielle vérifie les équations différentielles qui gouvernent notre phénomène physique. Pour projeter ces équations sur ce domaine, on subdivise ce dernier en un certain nombre de volumes finis, localisés à l'aide des indices i et j , et en chaque milieu de chaque volume on considère les points P , appelés centres des volumes de contrôle E , W , N et S sont les centres des volumes de contrôle adjacents, situés respectivement à l'Est, à l'Ouest, au Nord et au Sud du centre P (figure III.1) les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées aux points e , w , n et s . chaque volume de contrôle a une dimension $\Delta X \times \Delta Y \times 1$. Au centre de chaque volume de contrôle sont stockées les variables scalaires (P et θ), par contre, pour les quantités vectorielle (les vitesses U et V), elles sont localisées sur les faces du volume de contrôle (figure III.2).

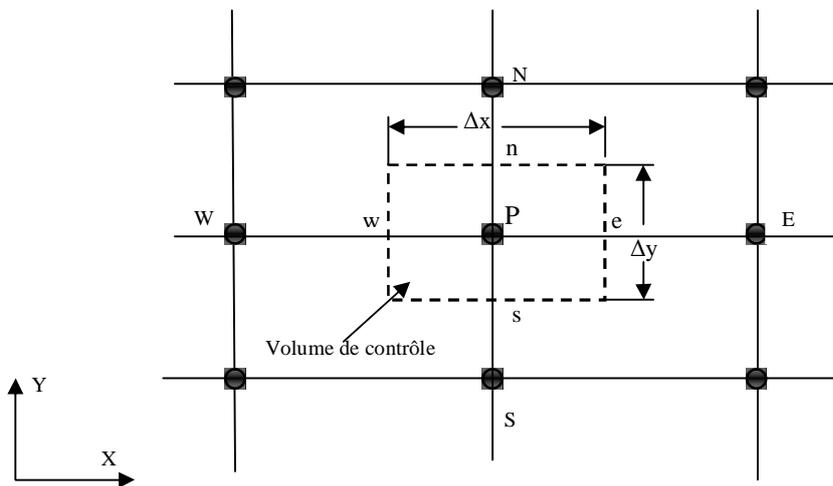


Fig. III.1 : volume de contrôle pour une situation bidimensionnelle

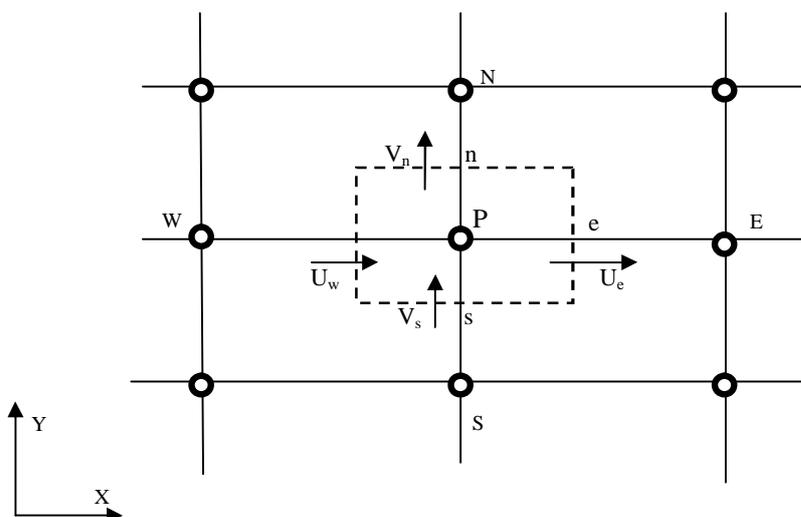


Fig. III.2 : Volume de contrôle montrant les entités vectorielles

L'une des questions qui se sont posée est de savoir quel type de maillage (pas réguliers ou resserré aux parois) utiliser pour les différents nombres de Rayleigh et les différentes configurations (2D ou 3D) considérés. Ceci, car on ne considère les résultats comme satisfaisants qu'à partir du moment où raffiner encore le pas d'espace ne les influence plus significativement.

On a dans un premier temps essayé d'utiliser un maillage aux pas d'espace réguliers, mais les résultats n'étaient pas très satisfaisants. De plus, de par la connaissance des phénomènes de couche limite, il est apparu évident qu'il était préférable d'utiliser un maillage plus fin aux parois. Ce type de maillage a donc été utilisé pour la suite de l'étude. On donne dans la figure suivante un exemple de maillage resserré aux parois qui à été créé avec Gambit.

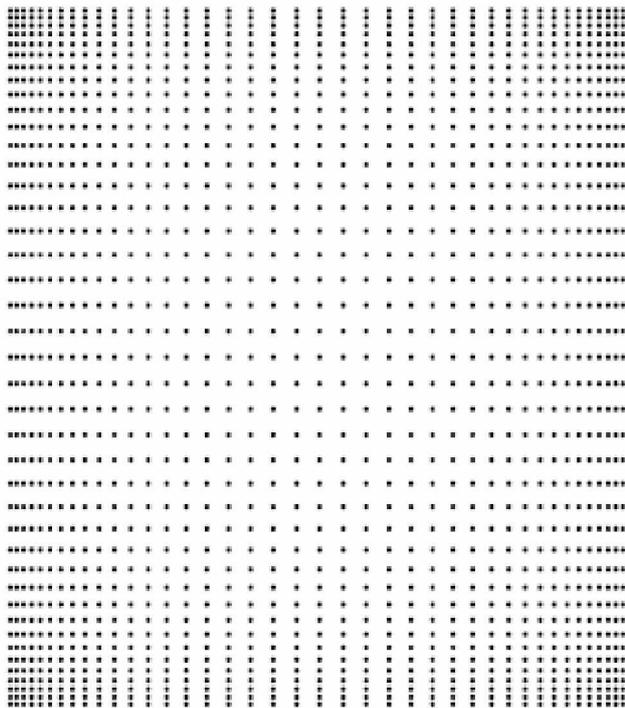


Fig. III.3 : Exemple de maillage resserré aux parois

III.4. Equation générale de transport

L'équation générale de transport d'une variable évoluant dans un écoulement tridimensionnel incompressible, s'écrit dans le système cartésien comme suit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (III.1)$$

Avec : $j=1,2,3$ (indice de sommation dans le cas tridimensionnel)

$\frac{\partial \phi}{\partial \tau}$: Terme temporel transitoire

$\frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi)$: Terme convectif (transport par convection)

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$: Terme diffusif (transport par diffusion)

S_ϕ : Terme source

Avec :

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	$P_r \cdot \nu$	$-\frac{\partial P}{\partial X}$
Quantité de mouvement suivant Y	V	$P_r \cdot \nu$	$-\frac{\partial P}{\partial Y}$
Quantité de mouvement suivant Z	W	$P_r \cdot \nu$	$-\frac{\partial P}{\partial Z} + G_r \cdot P_r^2 \cdot \theta$
Energie	θ	k	0

Tab.III.1 : coefficients des équations gouvernant le phénomène

II.4.1. Intégration de l'équation générale de transport

Pour obtenir l'équation de discrétisation de la variable dépendante ϕ dans un volume cartésien bidimensionnel, on intègre l'équation générale de transport sur un volume de contrôle :

$$\begin{aligned} & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial \tau} dXdYd\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_x}{\partial X} dXdYd\tau + \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial J_y}{\partial Y} dXdYd\tau \\ & = \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_s^n \int_w^e S_{\phi} dXdYd\tau \end{aligned} \quad (III.2)$$

Avec :

$$J_x = U\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

$$J_y = V\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

Le résultat de l'intégration de l'équation (III.2) et la division par $\Delta\tau$ donne :

$$\frac{\phi_p^{n+1} - \phi_p^n}{\Delta\tau} \Delta X \Delta Y + J_s^{n+1} - J_w^{n+1} + J_n^{n+1} - J_s^{n+1} = \bar{S}_{\phi} \Delta X \Delta Y \quad (III.3)$$

Où : n et n+1 correspondant les incréments du temps τ et $\tau+\Delta\tau$.

$$J_s = U_s \phi_s \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial X} \right|_s \Delta Y$$

$$J_w = U_w \phi_w \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial X} \right|_w \Delta Y$$

$$J_n = U_n \phi_n \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right|_n \Delta X \quad (III.4)$$

$$J_s = U_s \phi_s \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial Y} \right|_s \Delta X$$

Les quantités J_e , J_w , J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s). le terme S_ϕ est supposé être constant dans le volume de contrôle. $\overline{S_\phi}$ est évalué au centre du volume de contrôle.

II.4.1.1. Les Schémas numériques

Nous allons présenter une forme générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux total de convection et diffusion est calculé par une fonction $A(|P|)$, on peut écrire l'équation discrétisée sous forme compact comme :

$$A_P \phi_P^{n+1} = A_E \phi_E^{n+1} + A_W \phi_W^{n+1} + A_N \phi_N^{n+1} + A_S \phi_S^{n+1} + b \quad (III.5)$$

Avec :

$$A_E = D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0)$$

$$A_W = D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0)$$

$$A_N = D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \quad (III.6)$$

$$A_S = D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0)$$

$$b = \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^n}{\Delta\tau} \right) \Delta X \Delta Y$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) + \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta\tau} \quad (III.7)$$

$$F_e = U_e \Delta Y$$

$$F_w = U_w \Delta Y$$

$$F_n = V_n \Delta X \quad (III.8)$$

$$F_s = V_s \Delta X$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X \quad (III.9)$$

$$D_s = \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X$$

$$P_e = \frac{F_e}{D_e}, \quad P_w = \frac{F_w}{D_w}, \quad P_n = \frac{F_n}{D_n}, \quad P_s = \frac{F_s}{D_s}.$$

Où : (F_e, F_w, F_n, F_s) , (D_e, D_w, D_n, D_s) et (P_e, P_w, P_n, P_s) sont respectivement, les flux convectifs et diffusifs, et les nombres de Peclet aux interfaces e, w, n et s.

- **Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques**

Le tableau ci-dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction $A(P)$
Différences centrées	$1-0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\text{Max}[0, 1-0.5 P]$
Power Law	$\text{Max}[0, (1-0.1 P)^5]$
Exponentiel	$ P / [\exp(P) - 1]$

Tab.III.2 : Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Dans le présent travail nous utilisons :

- ∅ Le schéma power-law ce schéma est mieux placé pour capter les phénomènes physiques de transfert de chaleur.
- ∅ Le schéma de discrétisation du couplement Pression vitesse est le SIMPLE.
- ∅ Le critère de convergence utilise par FLUENT est la sous-relaxation.

III.5. Présentation des logiciels Gambit et Fluent

III.5.1. Préprocesseur Gambit :

C'est un préprocesseur intégré pour l'analyse en CFD (Computational Fluid Dynamics), il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindriques ou axisymétriques. Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle.

Il peut être utilisé pour construire une géométrie et lui générer un maillage éventuellement, une géométrie d'un autre logiciel de CAO peut être importée dans ce préprocesseur. Les options de génération de Gambit offrent une flexibilité de choix. On peut décomposer la géométrie en plusieurs parties pour générer un maillage structuré. Sinon, Gambit génère automatiquement un maillage non structuré adapté au type de géométrie construite. Avec les outils de vérification du maillage, les défauts sont facilement détectés.

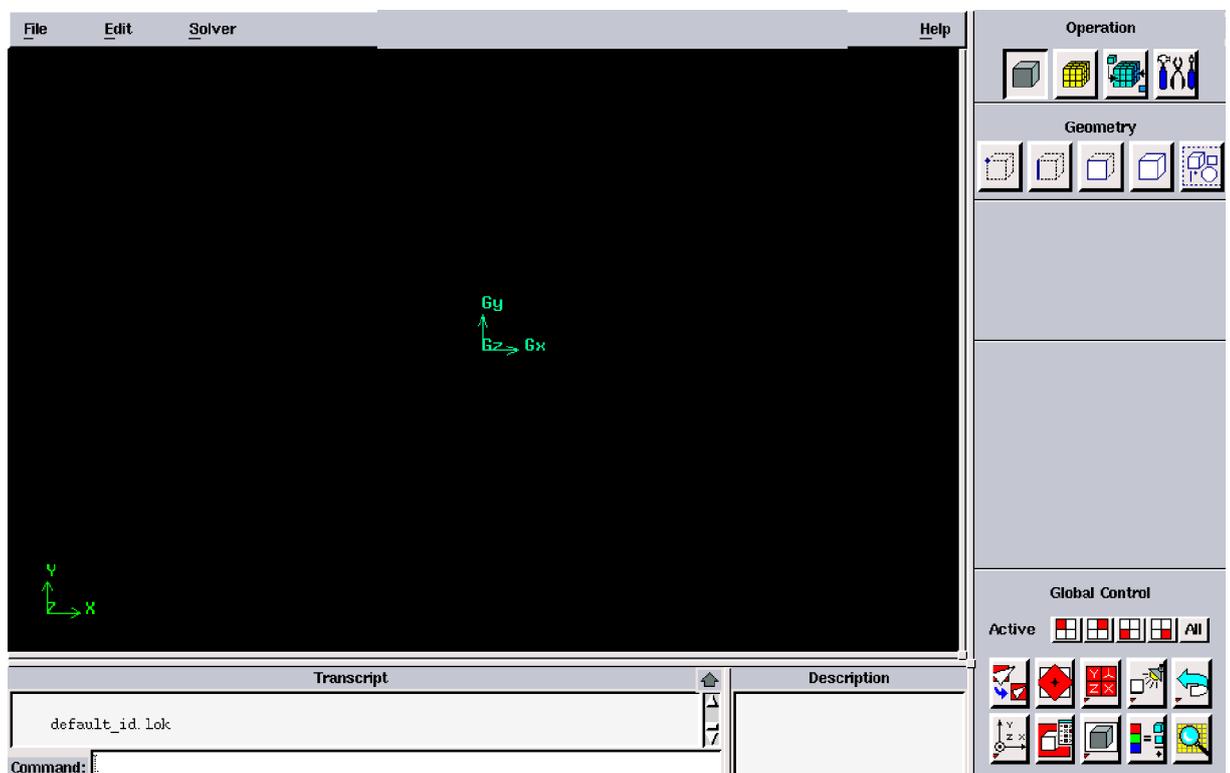


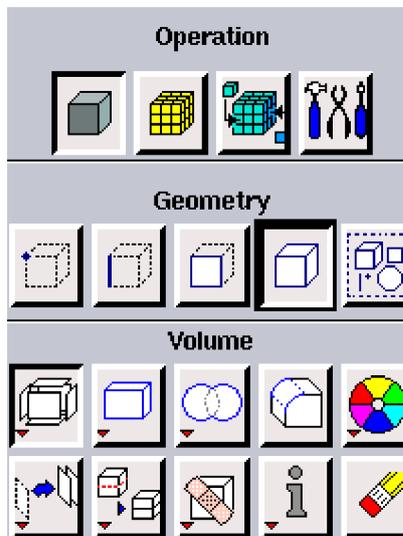
Figure III.1 Interface de Gambit

a. Fenêtre d'outils d'opération :

Chaque bouton de cette fenêtre correspond à une fonction bien définie figure III.2.

**Figure III.2****b. Construction de la géométrie :**

Elle est créée à partir de points, de cotés, de surfaces, de volumes ou d'un groupe de tous ces éléments. On peut effectuer des opérations d'union, d'intersection, de séparation d'effacement de décomposition figure III.3.

**Figure III.3****c. Génération de maillage :**

Cette fonction permet la génération de tous types de maillage, la manipulation du maillage généré et même la création d'une couche limite s'il y a lieu figure III.4.

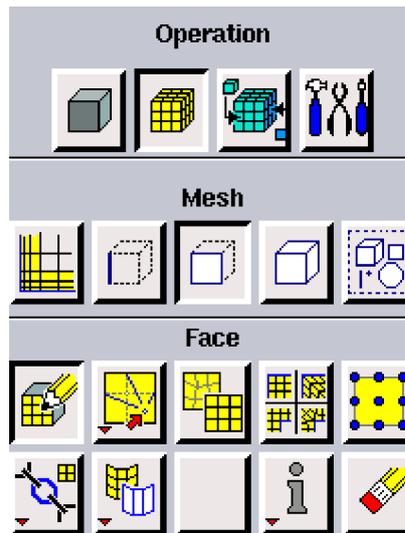


Figure III.4

d. Incorporation des conditions aux limites :

Plusieurs types de conditions aux limites sont disponibles selon le problème traité. A noter que l'espace maillé est pris par défaut comme étant fluide figure III.5.

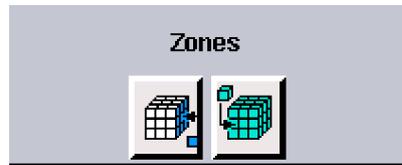


Figure III.5

e. Boutons d'outils :

Ils permettent de spécifier le système de coordonnées par exemple ou d'autres opérations spécifiques figure III.6.



Figure III.6

f. Fenêtre de contrôle global :

Elle concerne l'orientation, l'affichage, la lumière et la vérification du maillage figure III.7.

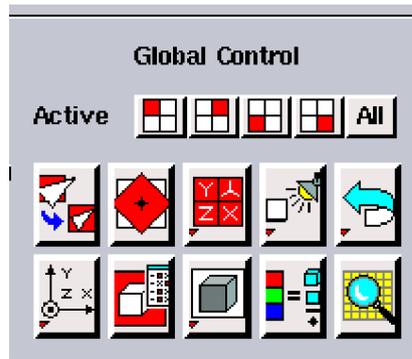


Figure III.7

III.5.2. Code Fluent

Fluent est un programme informatique conçu pour la simulation des écoulements de fluide et du transfert de chaleur dans des géométries complexes.

Il présente une grande flexibilité des résultats et une adaptation avec n'importe quel type de maillage. Il permet le raffinement du maillage en fonction des conditions aux limites, des dimensions et même des résultats déjà obtenue. Cela est très utile dans la région à gradients importants (couches limites, couches à cisaillement libre).

Fluent écrit en langage C, il emploie toute la flexibilité et la puissance qu'offre ce langage. Il utilise l'architecture serveur client nécessaire au calcul parallèle sur plusieurs machines.

Fluent dispose d'un outil de graphisme pour l'affichage des résultats et leur exploitation. On peut aussi exporter les résultats vers un autre logiciel de graphisme, et l'option UDF permet de résoudre des équations additionnelles ou des termes sources additionnelles définies par l'utilisateur.

III.5.2.1. Interface du code Fluent

On peut démarrer 4 versions de Fluent 2D, 3D, 2DDP et 3DDP ayants la même interface figure III.8.



Figure III.8

- § 2D (2 Dimensions)
- § 2DDP (2 Dimensions Double Précision)
- § 3D (3 Dimensions)
- § 3DDP (3 Dimensions Double Précision)

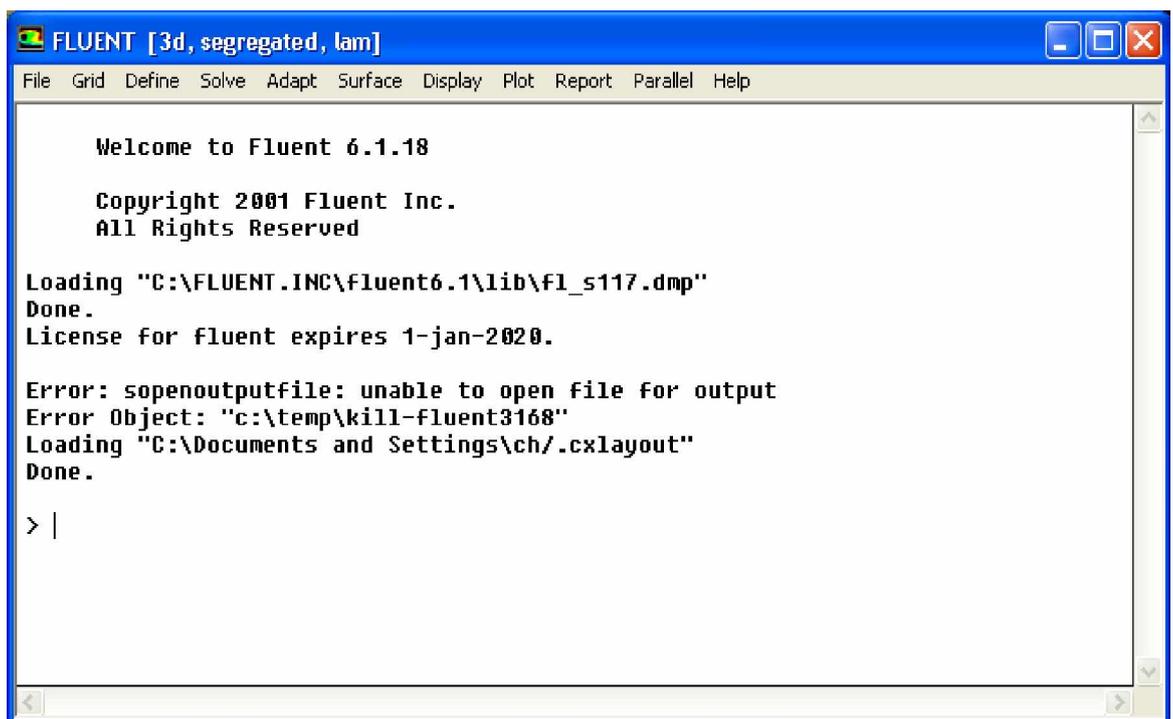


Figure III.9

Les fonctions figure III.9 disponibles pour la procédure numérique sont :

File : pour les opérations concernant les fichiers : lecture, sauvegarde, importation... etc.

Grid : pour la vérification et la manipulation du maillage et de la géométrie.

Define : pour définir les phénomènes physiques, les matériaux et les conditions aux limites.

Solve : pour choisir les équations à résoudre, les schémas de discrétisations, les facteurs de sous relaxation, les critères de convergence et pour initialiser et procéder au calcul.

Adapt : pour l'adaptation du maillage selon plusieurs paramètres.

Surface : pour créer des points, des lignes et des plans nécessaires à l'affichage des résultats.

Display et plot : pour l'exploitation des résultats.

Report : pour afficher des rapports contenant les détails du problème traité.

Parallel : pour le calcul parallèle.

Help : pour l'exploitation du contenu du code.

III.5.2.2. Condition aux limites utilisée par le code Fluent :

Pour le code Fluent les types disponibles des conditions aux limites sont classés comme suite

- a) **Conditions d'entrée et de sortie de l'écoulement** : Pression d'entrée (pressure inlet), vitesse de l'entrée (velocity inlet), débit massique à l'entrée (mass flow inlet), admission (intake), pression de sortie (pressure outlet) ; sortie (outflow), champ de pression lointain (pressure far-field), échappement (exhaust)
- b) **Mur et condition du pôle** : mur (wall), axe de symétrie (axis), conditions périodique, plan de symétrie (symétrie).
- c) **Cellules des zones internes** : fluide ou solide (de différent type).
- d) **Condition des faces internes** : ventilation, radiation, mur intérieur.

Mais si on parle d'une façon plus générale nous aurons quatre types de conditions aux limites ou chacun d'eux nécessite une étude approfondie :

- **A l'entrée du domaine** : la valeur du variable est connue.
- **A la sortie du domaine** : soit qu'en connaît la valeur de le variable donné ou on suppose que le régime est établi.
- **A la paroi** : soit on connaît la variable posée (la vitesse ou la température par exemple), soit on connaît d'autres grandeurs physiques (gradient de vitesse, flux thermique).
- **Sur l'axe de symétrie** : où le gradient de la variable posé suivant la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie est nul.

III.5.2.3. Modèle numérique utilisée par le code Fluent :

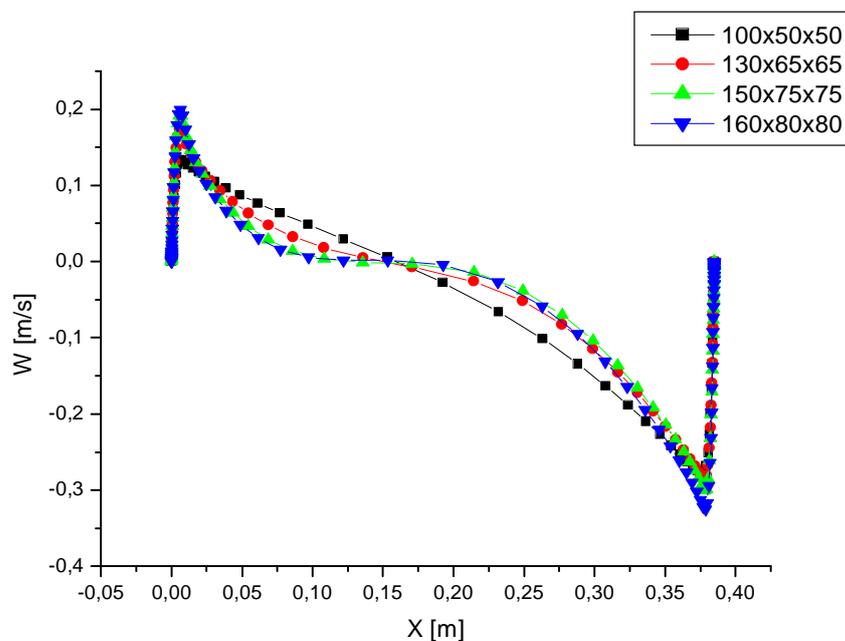
Le code Fluent utilise la méthode des volumes finis pour discrétiser les équations de transport. Dans cette méthode, on intègre des équations de conservation que l'on applique sur chaque volume de contrôle élémentaire. A partir des variables connues aux centres des volumes, on évalue les flux aux surfaces des volumes par interpolation. La grille est a priori quelconque, permettant ainsi de traiter des écoulements à géométrie complexe. Cette méthode donne de très bon résultat, car elle garantit la conservation des bilans massique et thermique sur tout le domaine étudié.

Chapitre IV

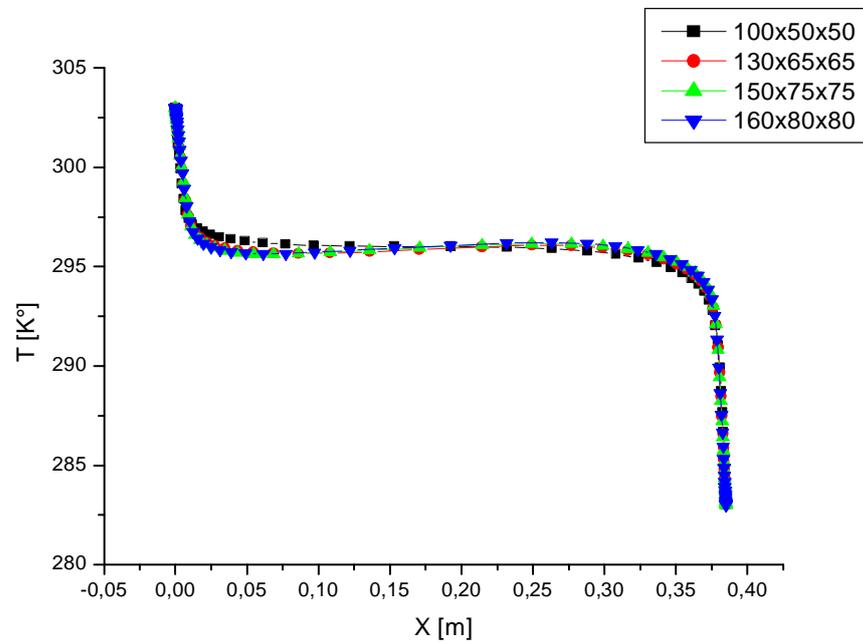
RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. Choix du maillage

L'influence de la taille et du nombre des nœuds sur la solution exprimée par le transfert thermique à la partie active « chauffée » est illustrée par le profil de vitesse verticale au plan médian par le graphe IV.1 et graphe IV.2 pour la température, pour la configuration 1. Une répartition irrégulière « suite géométrique » des nœuds est utilisée pour résoudre plus précisément les phénomènes physiques présents notamment en régime de couche limite caractérisée par l'existence de forts gradients dans les zones pariétales. Le profil de vitesse verticale devient insensible au nombre de nœuds à partir de la grille 150×75×75.



Graphe IV.1 : Convergence du profil de vitesses verticales pour C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.

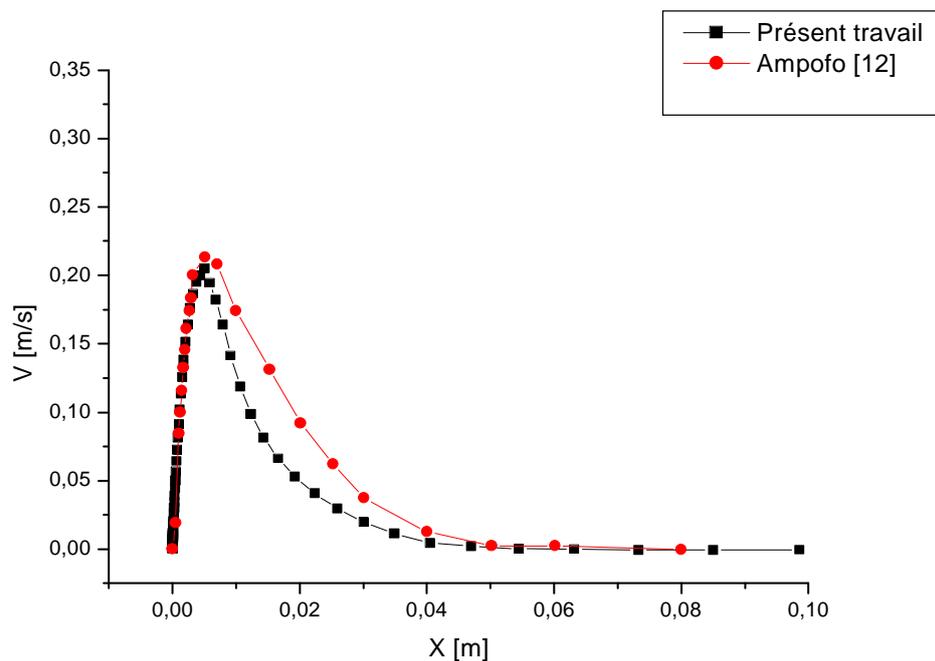


Graphe IV.2 : Convergence du profil de température pour C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.

IV.2. Validation

De manière à vérifier l'exactitude des résultats numérique obtenus dans le présent travail, une validation du code numérique à été faite en prenant en compte certaines études numériques disponibles dans la littérature. Les résultats d'**Ampofo** ^[12], obtenus dans le cas d'une cavité carré en 2D contenant de l'air, ont été utilisés pour tester notre simulation par Fluent.

La comparaison a été faite en considérant à nombre de Rayleigh $1,58 \times 10^9$. La comparaison de profils de vitesse V le long du plan médium (graphe IV.3) présente une excellente concordance.



Grphe IV.3 : Comparaison du profil de vitesse V le long du $y=0.375m$.

IV.3. Résultats : Discussion et analyse

IV.3.1. Effets des conditions aux limites (configurations)

Les résultats sont représentés dans ce cas pour un nombre de Rayleigh fixé à $2,5 \cdot 10^{10}$ et le gradient de température $\Delta T = 20^\circ\text{C}$, nous allons fixé le nombre de Prandtl $Pr = 0,71$.

Les champs thermiques sont représentés dans le graphe IV.4 pour différentes configurations comme Représentés dans la figure II.2.

La chaleur récupérée de la paroi chaude est transportée par convection vers la paroi froide et vers le haut, c'est ce qui explique la température relativement élevée près du plafond. On peut remarquer que la température de l'air élevée dans le cas des deux parois latérales chaudes (configuration C1, C3 et C6), alors que dans les autres configurations la température de l'air est moins chaude.

On peut remarquer la présence de l'effet du gradient de température verticale manifesté par la poussée d'Archimède dans le phénomène convectif.

En effet l'effet de la configuration C1 et C2 tend à amplifier le transfert en revanche dans les configurations C6, C7 et C8 il est moins présent.

Le graphe IV.9 représente les profils de température dans le plan médium et pour une hauteur égale 1,23m, nous remarquons que chaque configuration à une température moyen de l'air dans le cœur de la cavité.

On peut remarquer la couche limite thermique près de la paroi chaude et froide avec une épaisseur de la couche limite thermique environ 0,03m.

Dans le graphe IV.10 on peut clairement voir la stratification de la masse d'air avec le profile de la température le long de la haute et la cavité.

Les vecteurs vitesses sont représentés dans le graphe IV.5. L'écoulement est à priori monocellulaire avec le fluide ascendant le long de la paroi chaude et descendent le long de la paroi froide. Cependant on constate une perturbation ainsi que l'apparition de plusieurs zones de recirculation indiquant une plus grande complexité et un degré plus élevé de turbulence.

Dans le graphe IV.6 nous représentons le champ des vitesses verticales, nous observons clairement la montée du fluide près de la paroi chaude et la descende près de la paroi froide.

Le graphe IV.7 présente le champ de vitesse horizontal. Nous observons près du plancher, le fluide s'écoule de la paroi froide vers la paroi chaude, par contre près du plancher c'est l'inverse. L'écoulement est monocellulaire, comme il apparaît dans le graphe IV.15. Par ailleurs il comporte première structure tourbillonnaire dominante, située à une hauteur variant d'une configuration à l'autre.

Pour le graphe IV.8 nous représentons le profil de vitesse verticale. Dans ce graphe on peut voir la couche limite dynamique près de la paroi chaude et froide, l'épaisseur de cette couche est égale environ 0,1m.

Dans cette étude on a pris en évidence l'influence des parois sur les écoulements convectifs par différentes configurations à haut nombre de Rayleigh, par la suite. Nous avons établi en premier lieu, le phénomène d'interaction des structures tourbillonnaires de l'écoulement avec la couche limite.

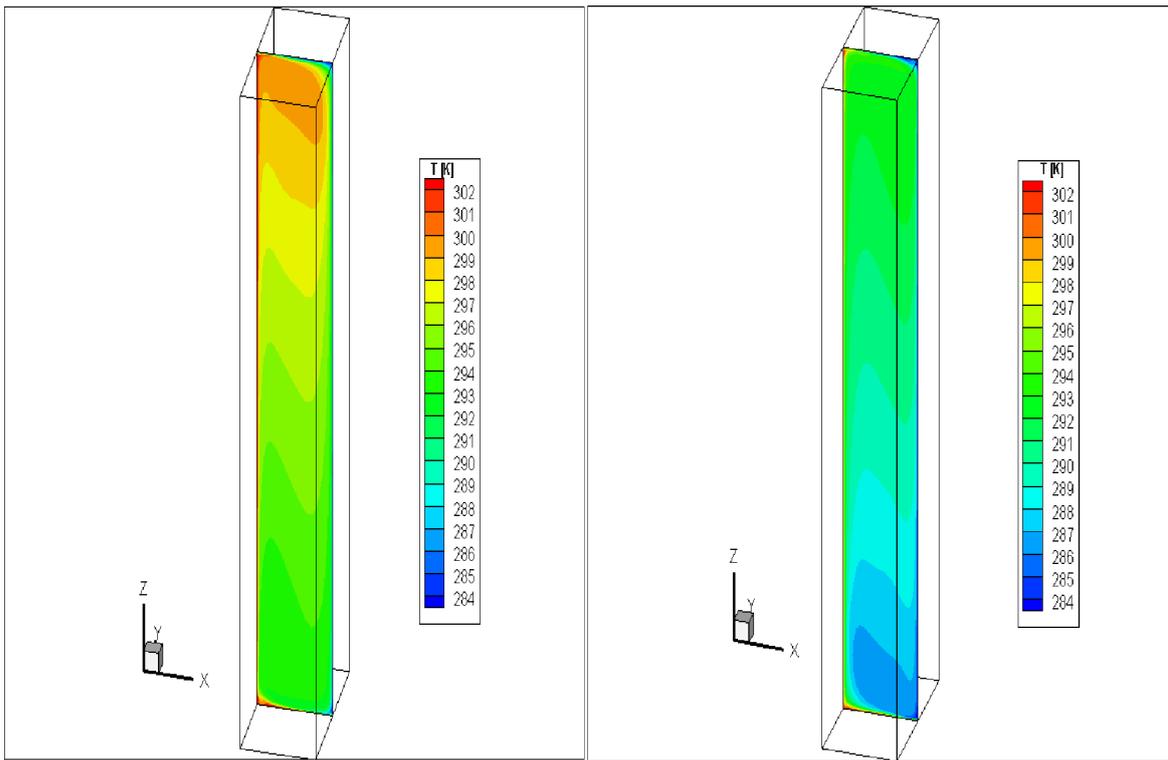
Nous remarquons les effets sur les profils de température donnés dans le graphe IV.9 et ceux les vitesses IV.8.

Il apparaît clairement pour certaines configurations C1, C3 et C6, un fort déséquilibre de la stratification (non parfaitement horizontale).

A la même hauteur $z = H/2 = 1,23\text{m}$ les faces latérales ont une influence directe sur le vecteur vitesse respectivement côté chaud C2 et côté froid C1 et intensité de vitesse 0,2m/s et 0,3m/s (voir figure IV.6 C1 et C2).

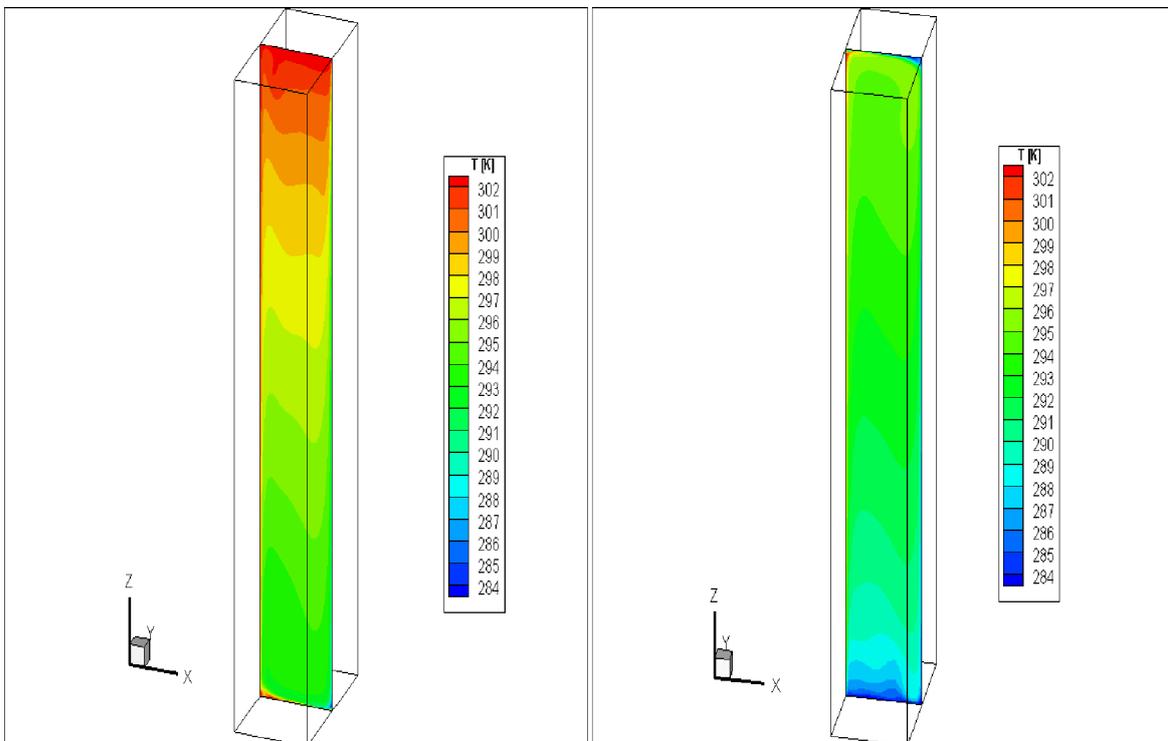
Dans la figure IV.5, nous constatons l'apparition des nœuds de recirculation, qu'on pourrait attribuer à des zones et lieux d'interaction structure tourbillonnaire / couche limite.

En effet, il est possible que ce soit le lieu aussi de déclenchement de la turbulence.



C1

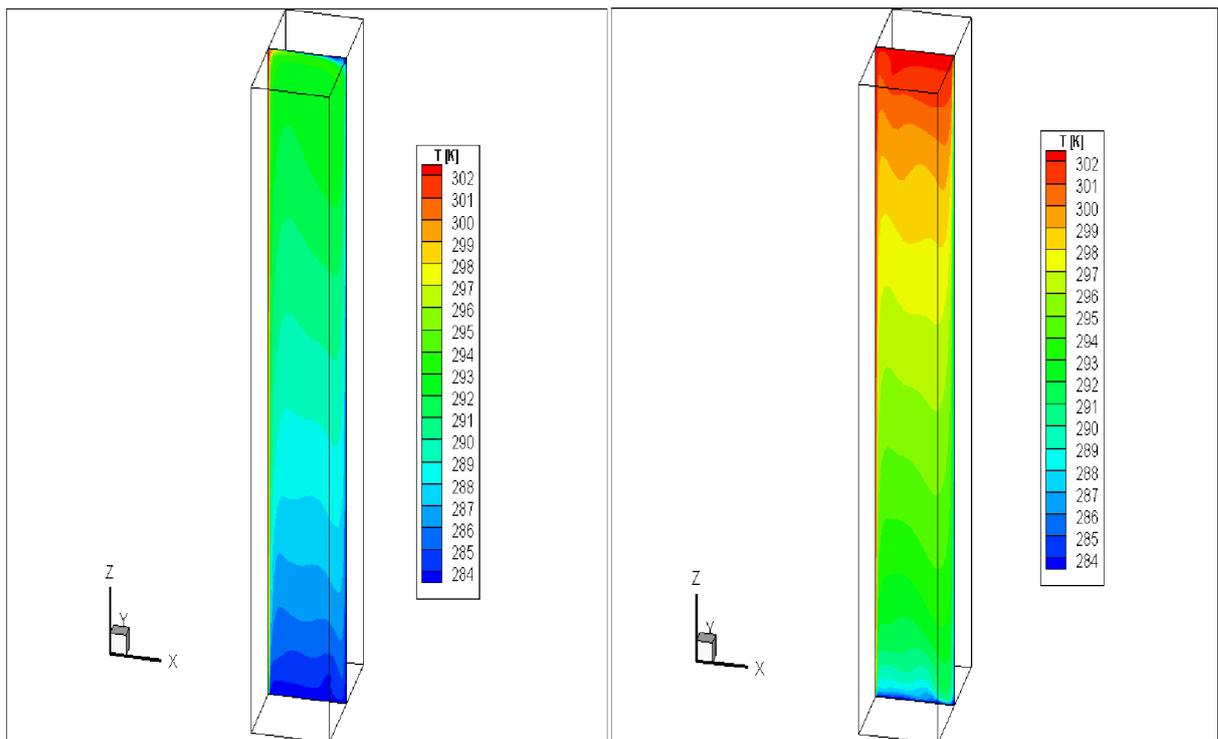
C2



C3

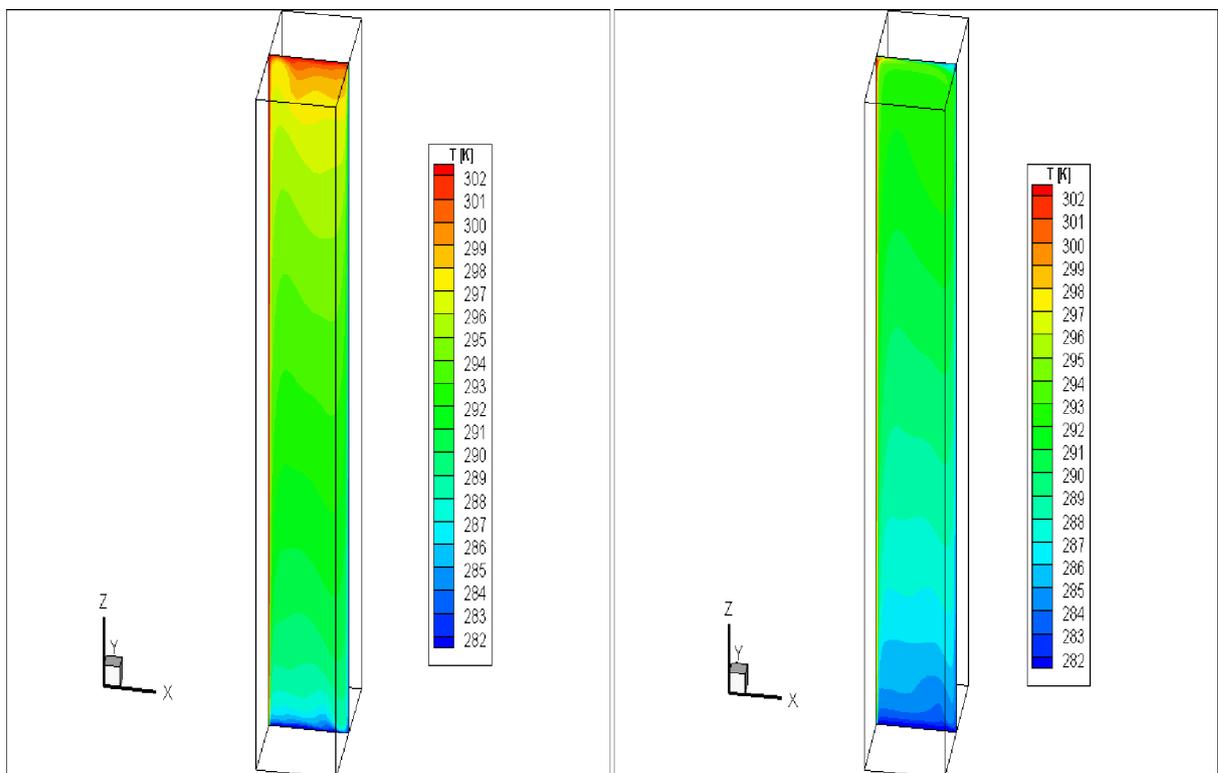
C4

Graphe IV.4 : Champs thermiques pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36m$.



C5

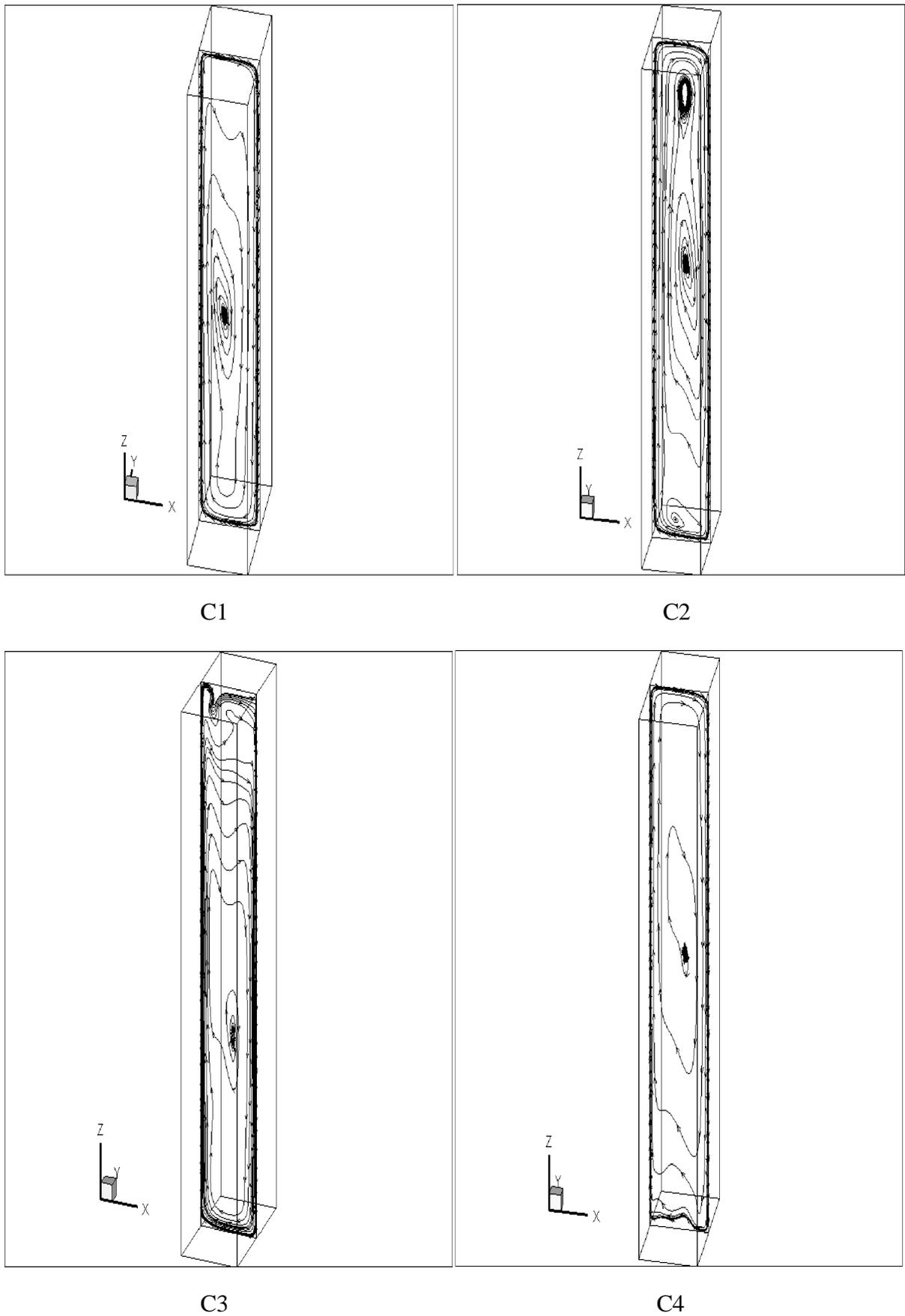
C6



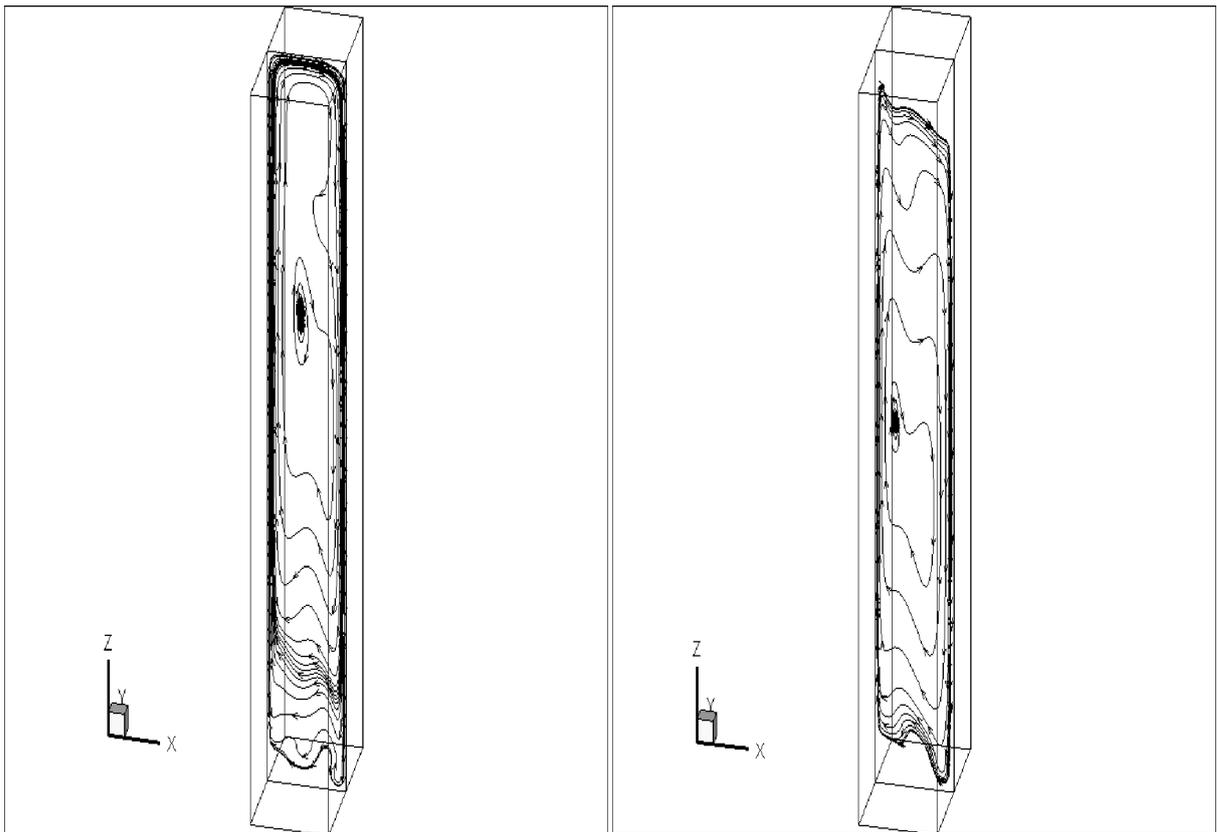
C7

C8

Grphe IV.4 : suite.

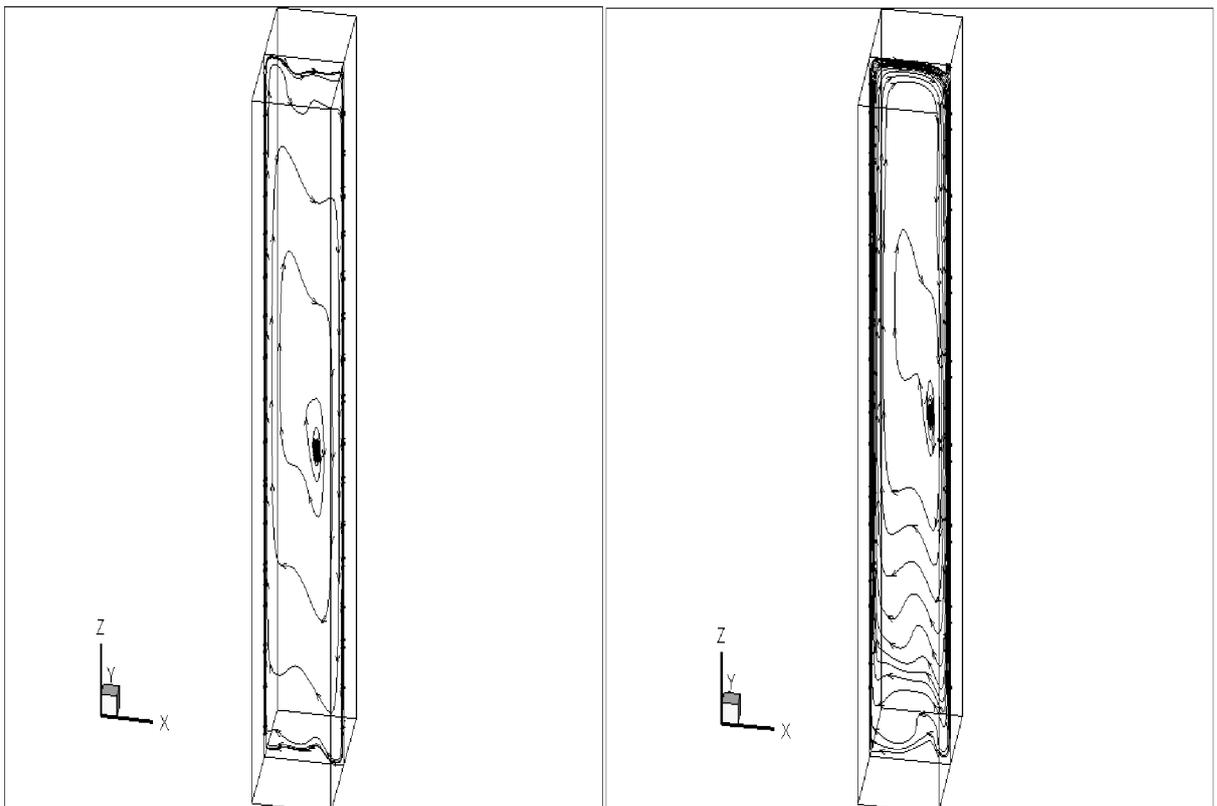


Grphe IV.5 : Vecteurs vitesses (U-W) pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$.



C5

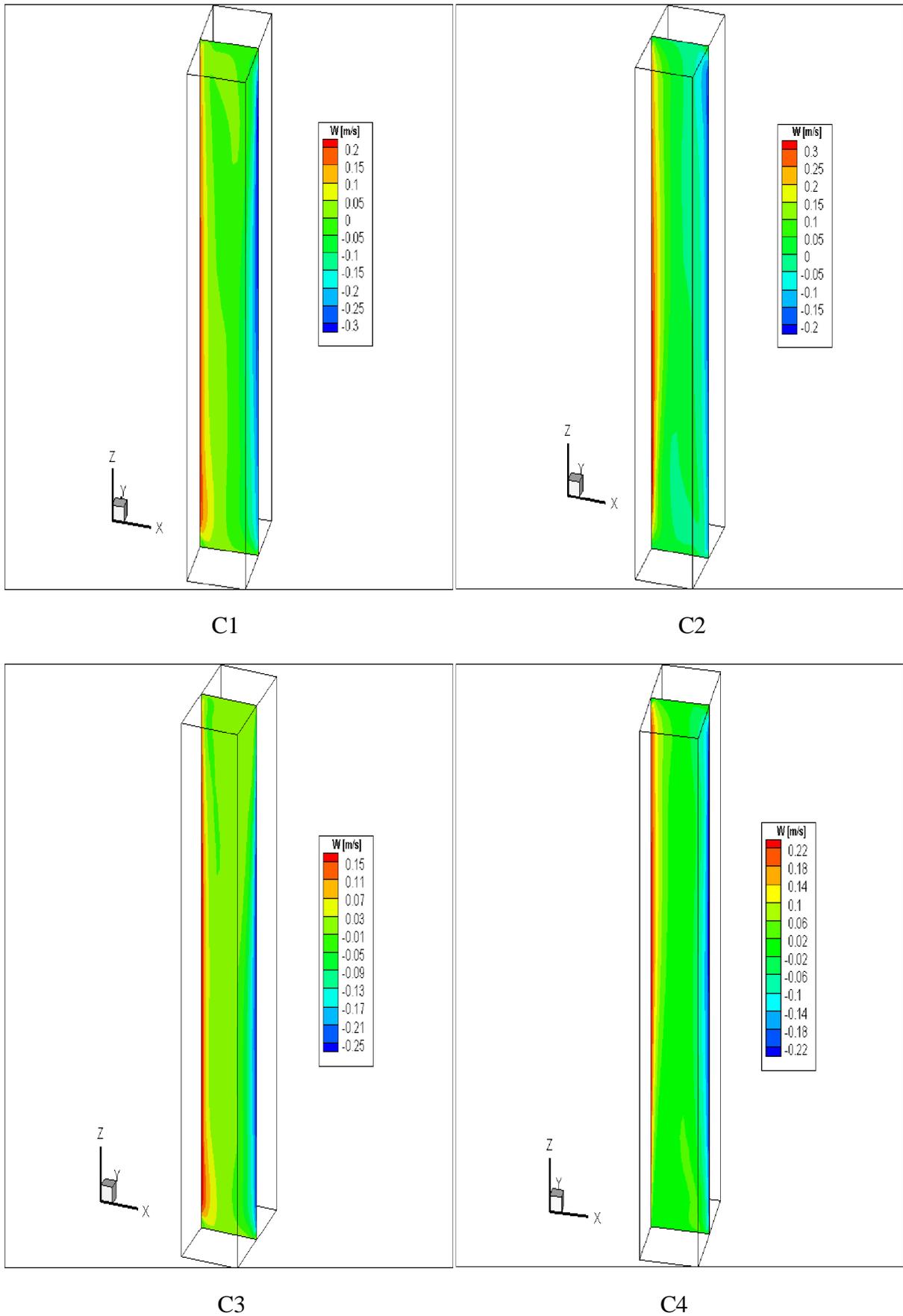
C6



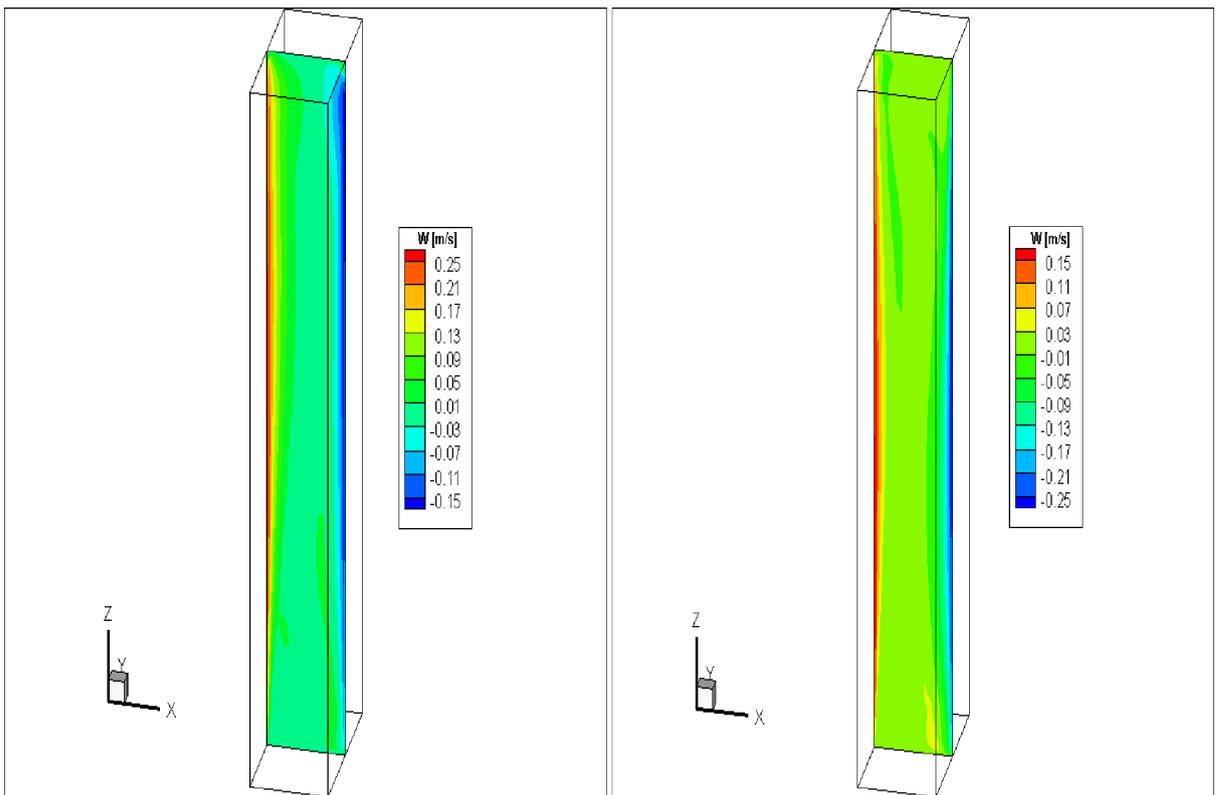
C7

C8

Grphe IV.5 : suite.

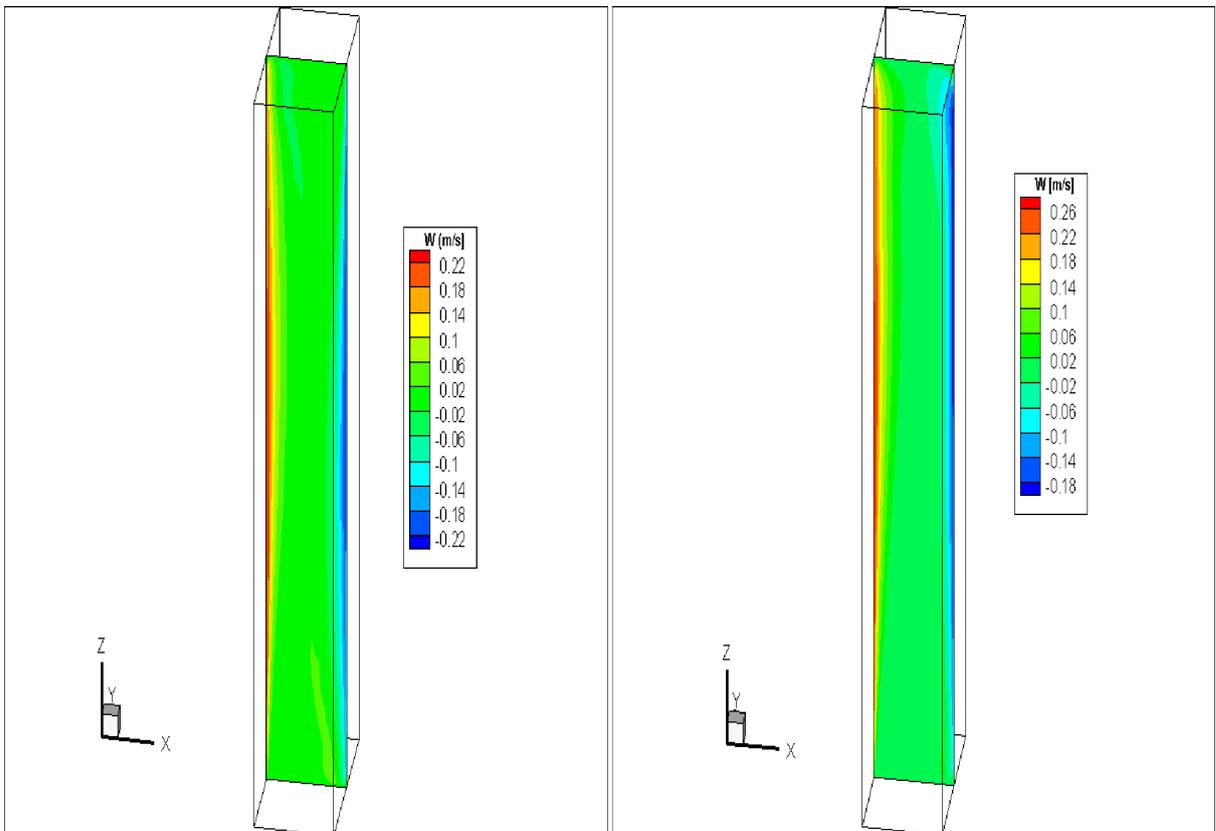


Graphe IV.6 : Champs de vitesses verticale pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36m$.



C5

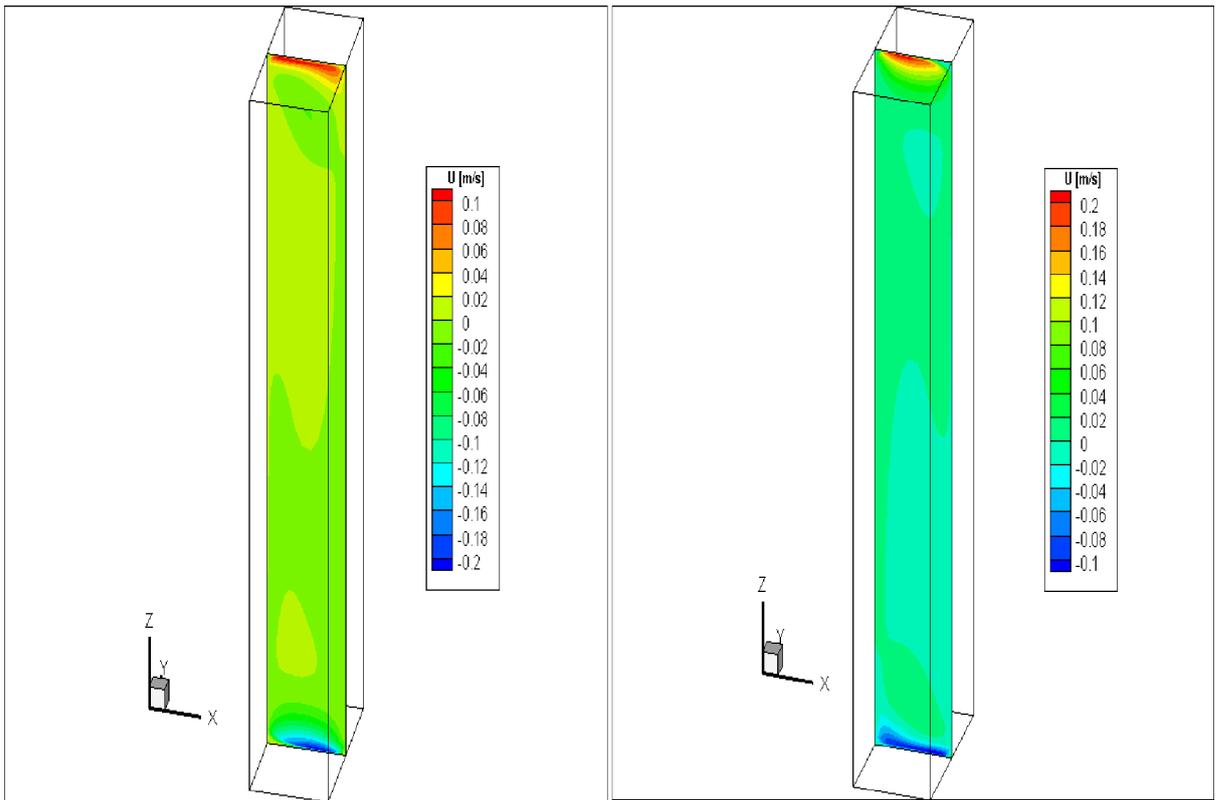
C6



C7

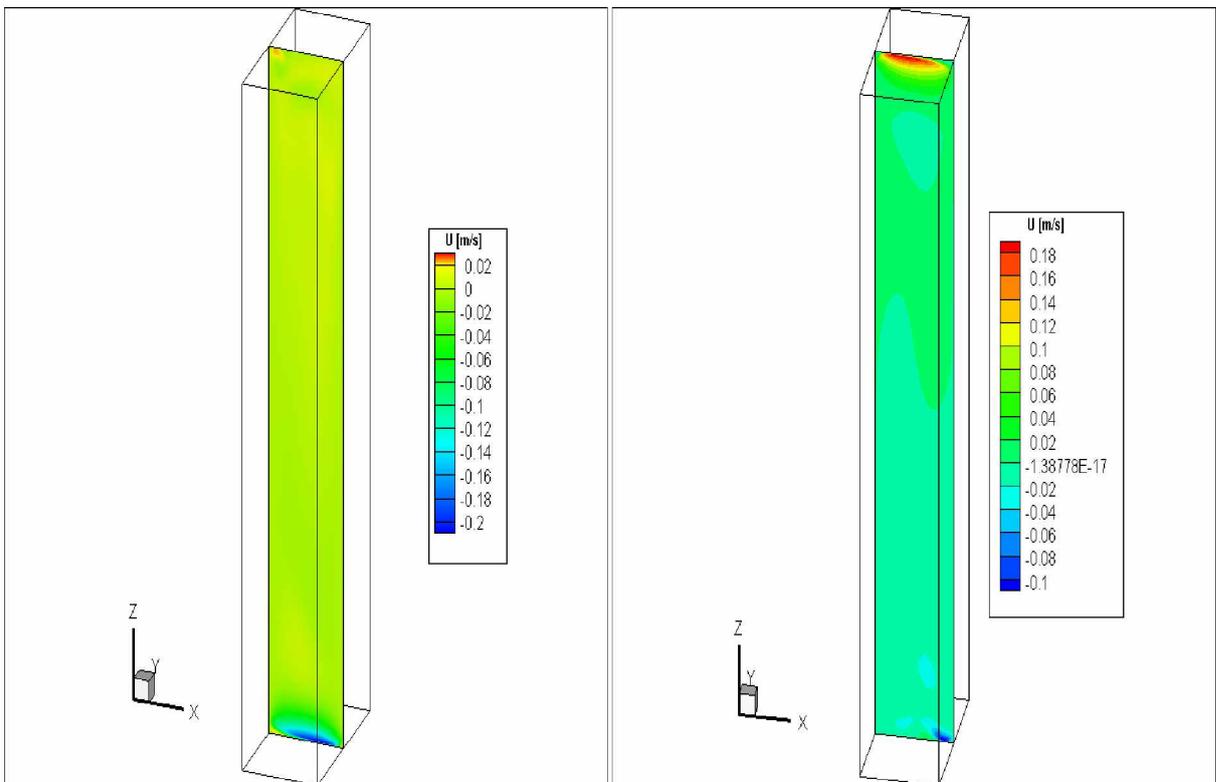
C8

Graphe IV.6 : suite.



C1

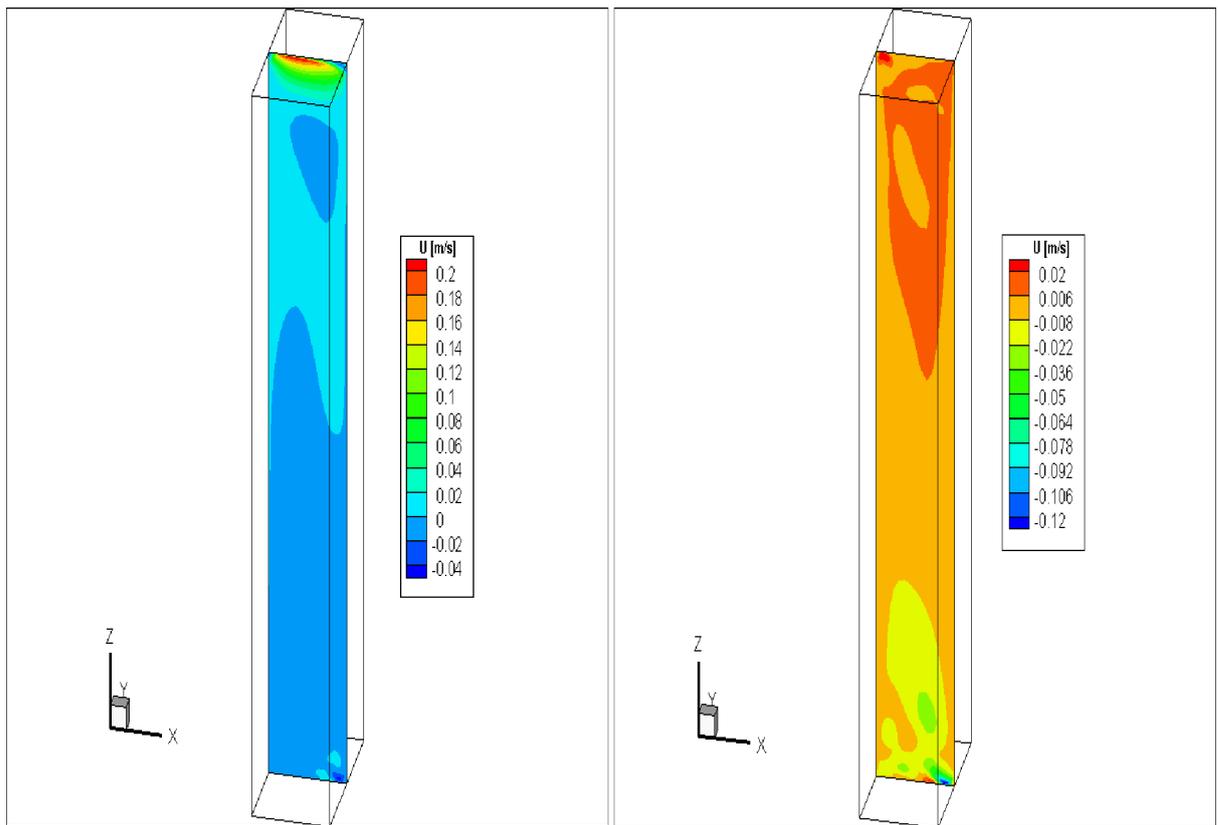
C2



C3

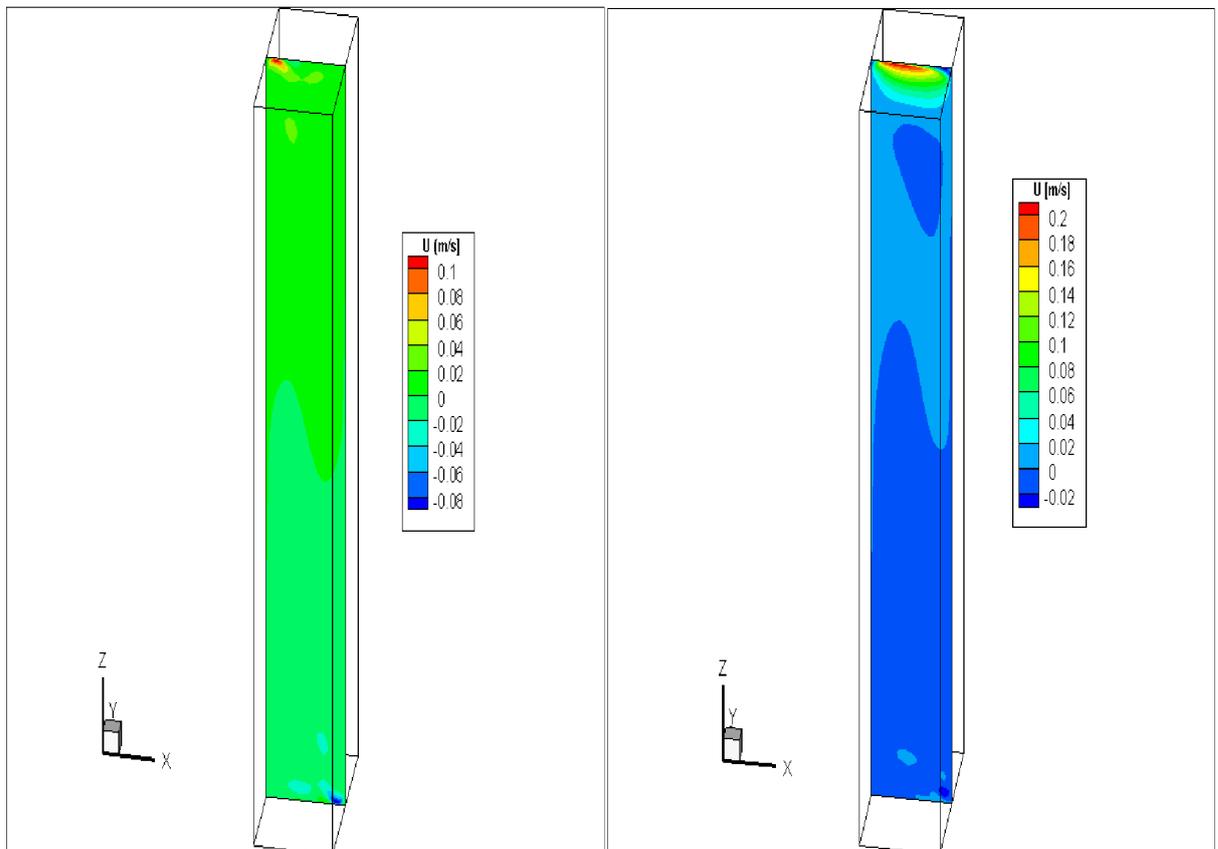
C4

Graphe IV.7 : Champs de vitesses horizontales pour les huit configurations dans le plan $y=D/2= 0.36m$.



C5

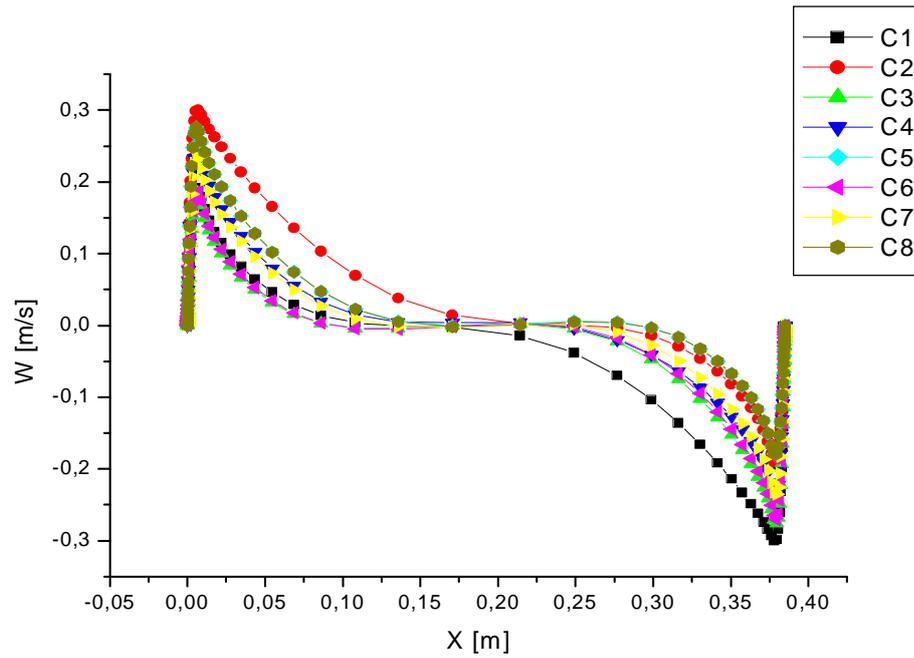
C6



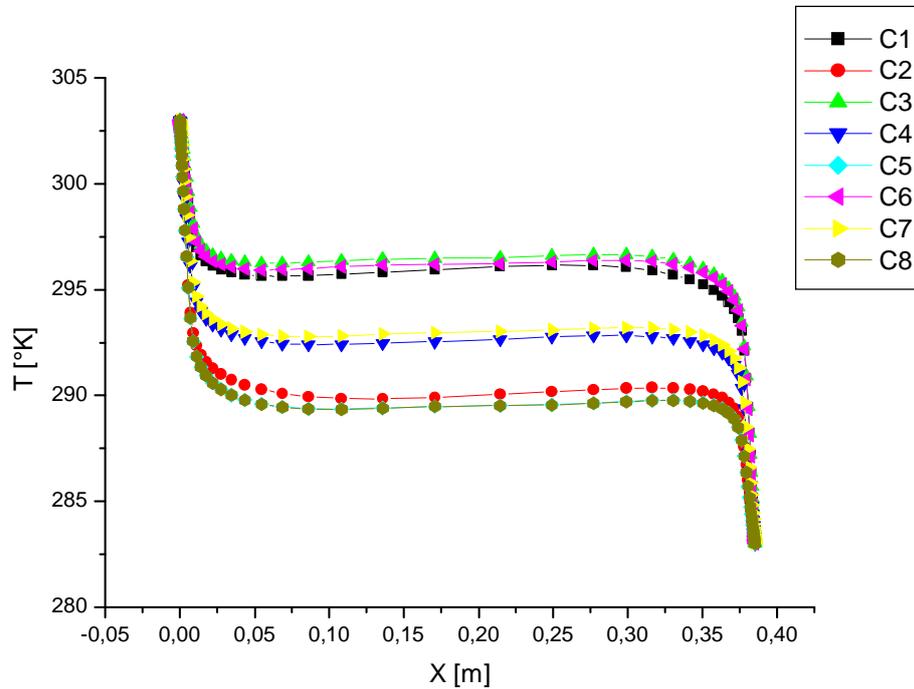
C7

C8

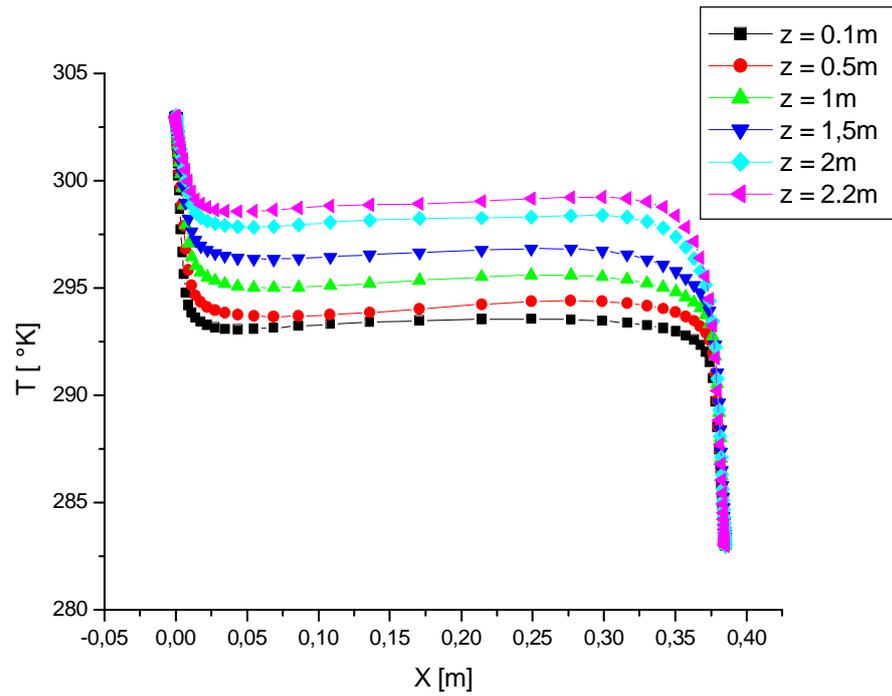
Graphe IV.7 : suite.



Grphe IV.8 : Profil de vitesses verticales pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.



Grphe IV.9 : Profil de température pour les huit configurations dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.



Grappe IV.10 : Profil de température pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et z variée.

IV.3.2. Effet du nombre de Rayleigh

L'effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh correspond à l'augmentation de la convection naturelle. Dans ce qui suit, nous allons fixer le nombre de Prandtl $Pr = 0.71$, en faisant varier le nombre de Rayleigh en fonction de ΔT .

$$\Delta T = 2^{\circ}\text{C}, Ra = 2,5 \cdot 10^9.$$

$$\Delta T = 5^{\circ}\text{C}, Ra = 6,8 \cdot 10^9.$$

$$\Delta T = 20^{\circ}\text{C}, Ra = 2,5 \cdot 10^{10}.$$

$$\Delta T = 50^{\circ}\text{C}, Ra = 6,8 \cdot 10^{10}.$$

$$\Delta T = 80^{\circ}\text{C}, Ra = 10^{11}.$$

Le but est de saisir les effets de cette variation sur les forces de flottabilité (Buoyancy).

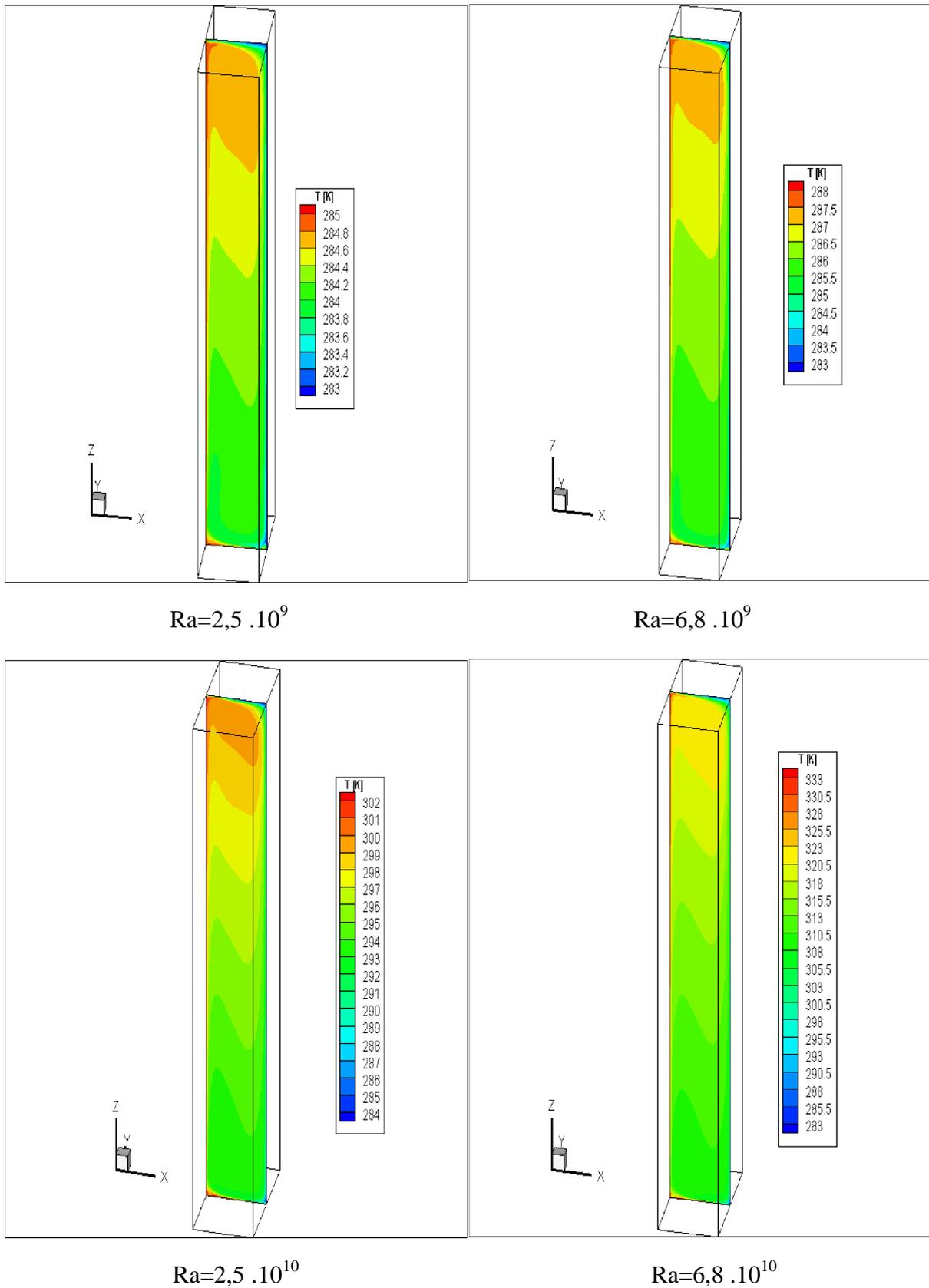
Le graphe IV.11 représente le champ thermique. Dans le graphe IV.12 nous représentons le champ de vecteur de vitesse, on peut remarquer qu'à l'augmentation du nombre de Rayleigh génère des zones de recirculation.

Pour le graphe IV.13 nous représentons le champ de vitesse verticale. On remarque que la valeur maximale augment avec l'augmentation du nombre de Rayleigh, la même remarque est valable pour le champ de vitesse horizontal représenté dans le graphe IV.14.

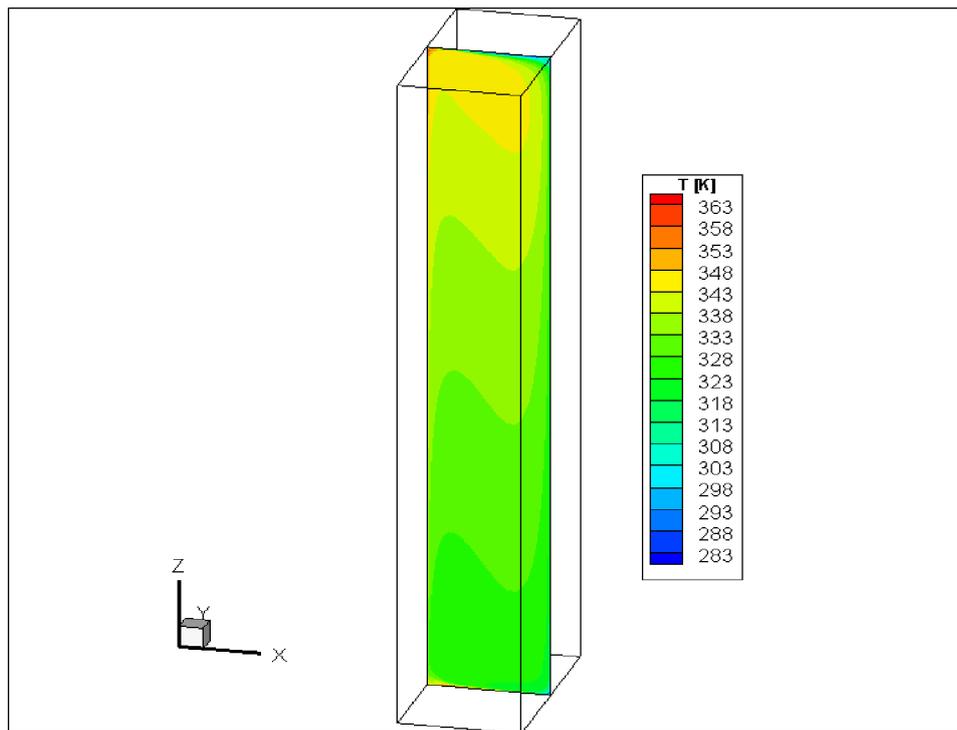
En ce qui concerne les profils de vitesse verticale (graphe IV.15), elles nous montrent pour différent nombre de Rayleigh, on peut remarquer que la valeur maximale de la vitesse verticale augment avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.

Dans le graphe IV.15 l'augmentation de la vitesse verticale est proportionnelle à l'augmentation du nombre de Rayleigh c'est-à-dire l'augmentation de ΔT .

Par conséquent la turbulence est liée directement à un nombre de Rayleigh critique qu'il faut définir.

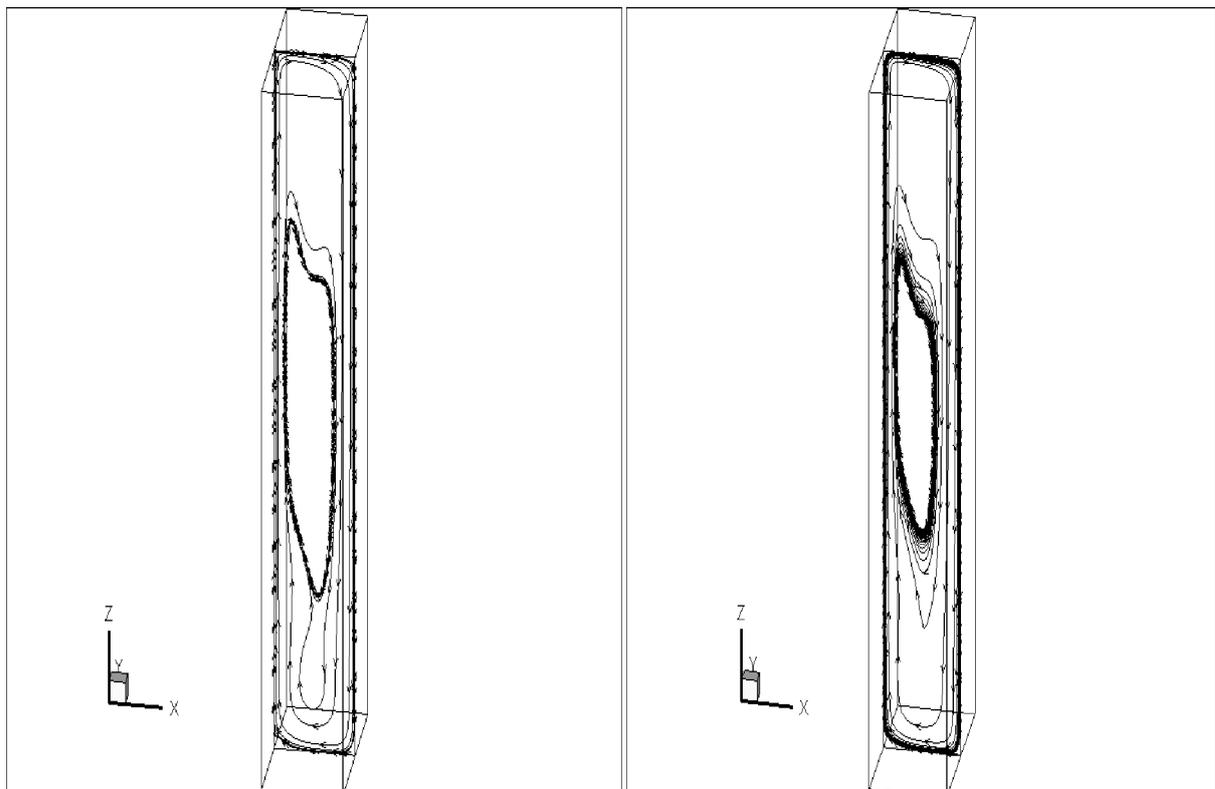


Grphe IV.11 : Champs thermiques pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36m$.



$Ra=10^{11}$

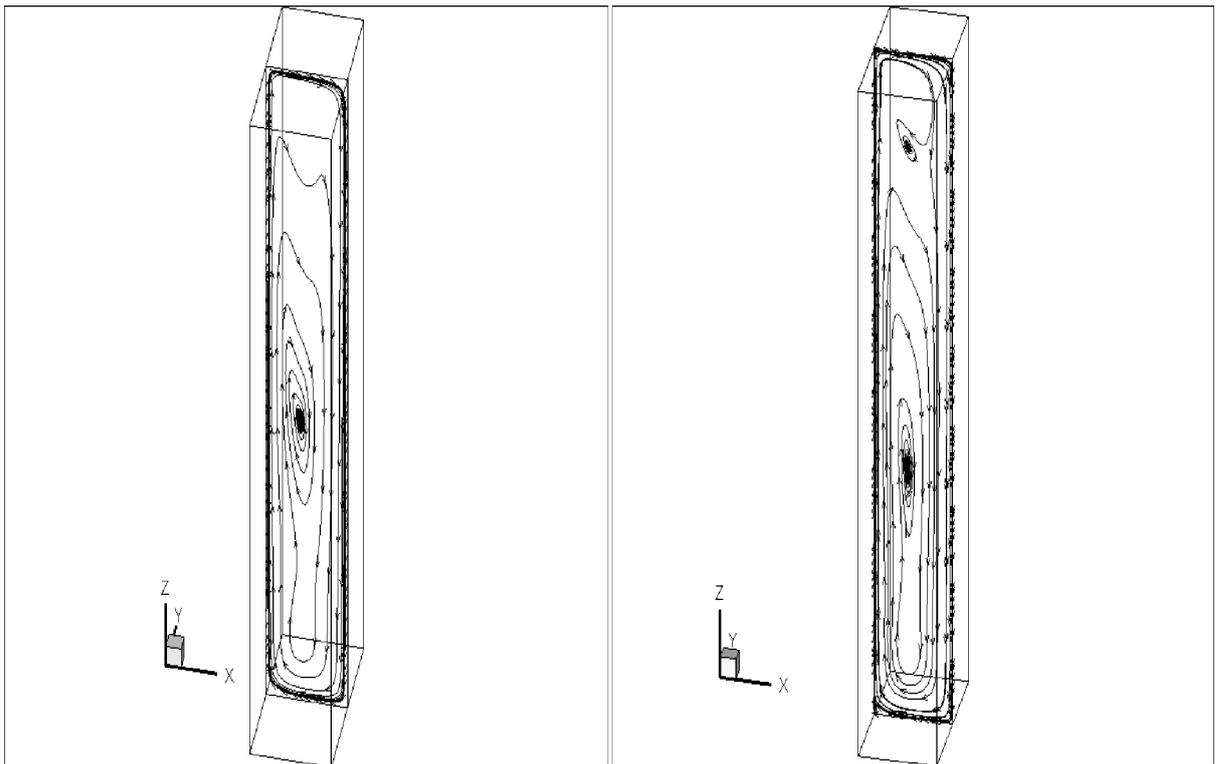
Graphe IV.11 : suite.



$Ra=2,5 \cdot 10^9$

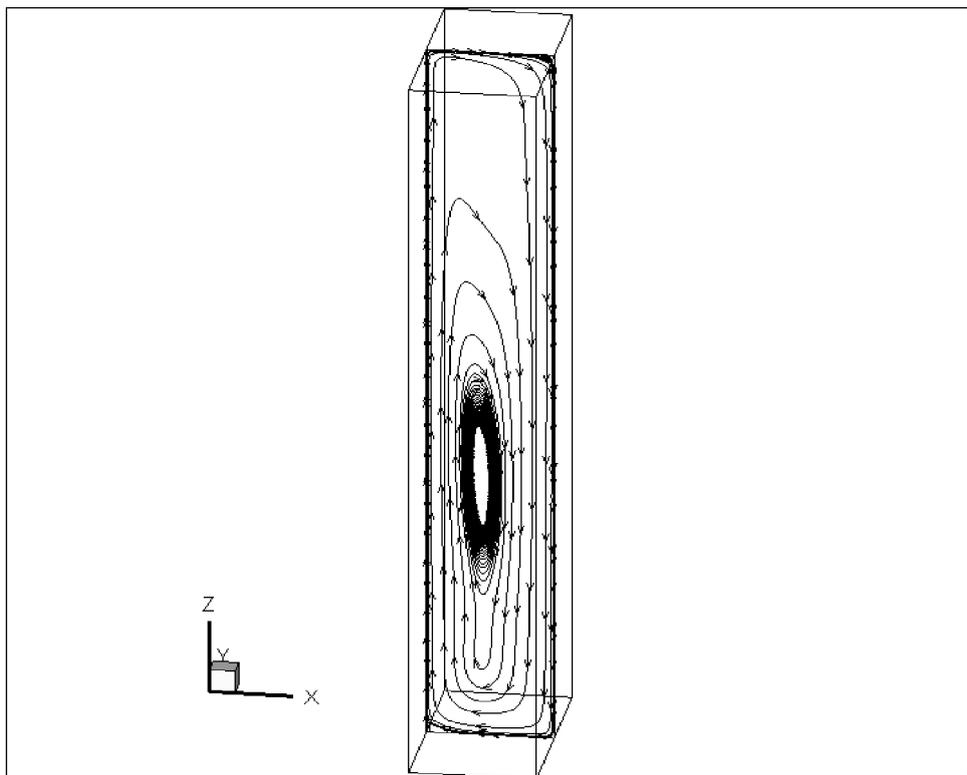
$Ra=6,8 \cdot 10^9$

Graphe IV.12 : Vecteurs vitesses (U-W) pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36m$.



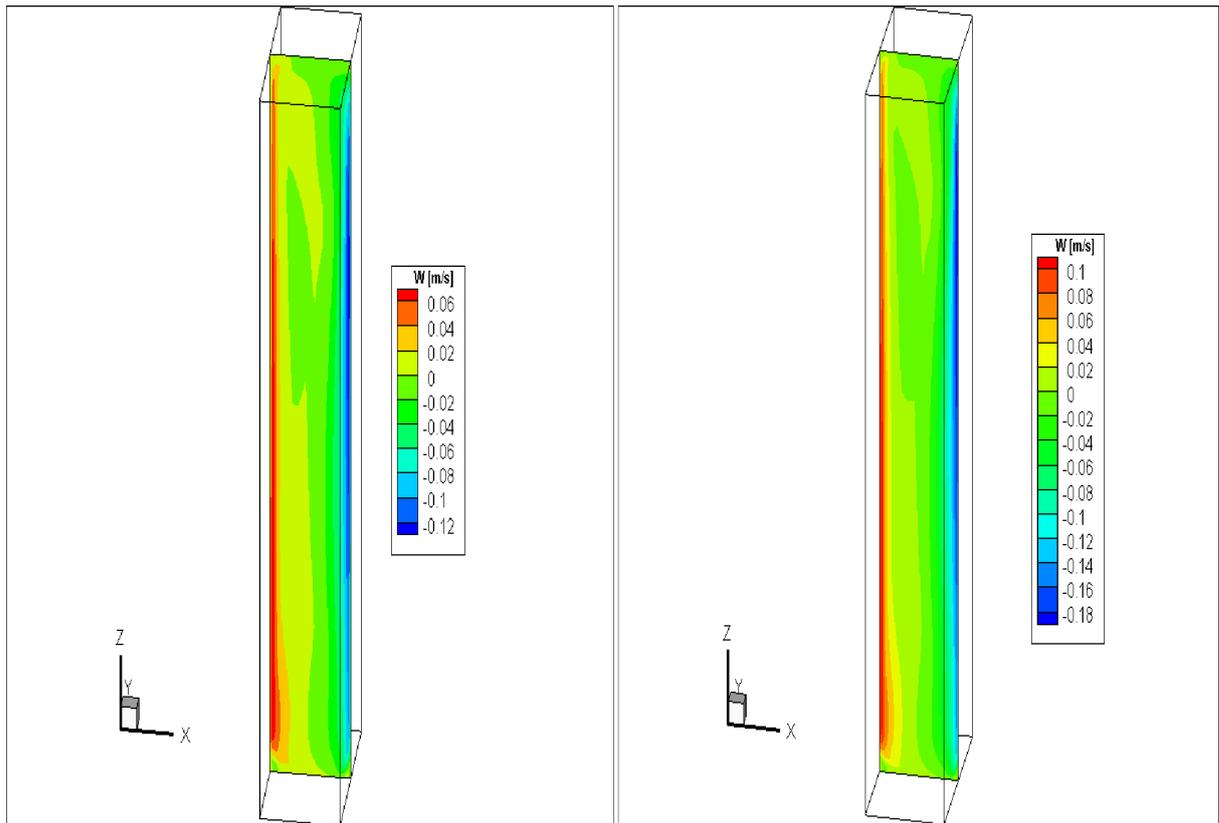
$Ra = 2,5 \cdot 10^{10}$

$Ra = 6,8 \cdot 10^{10}$



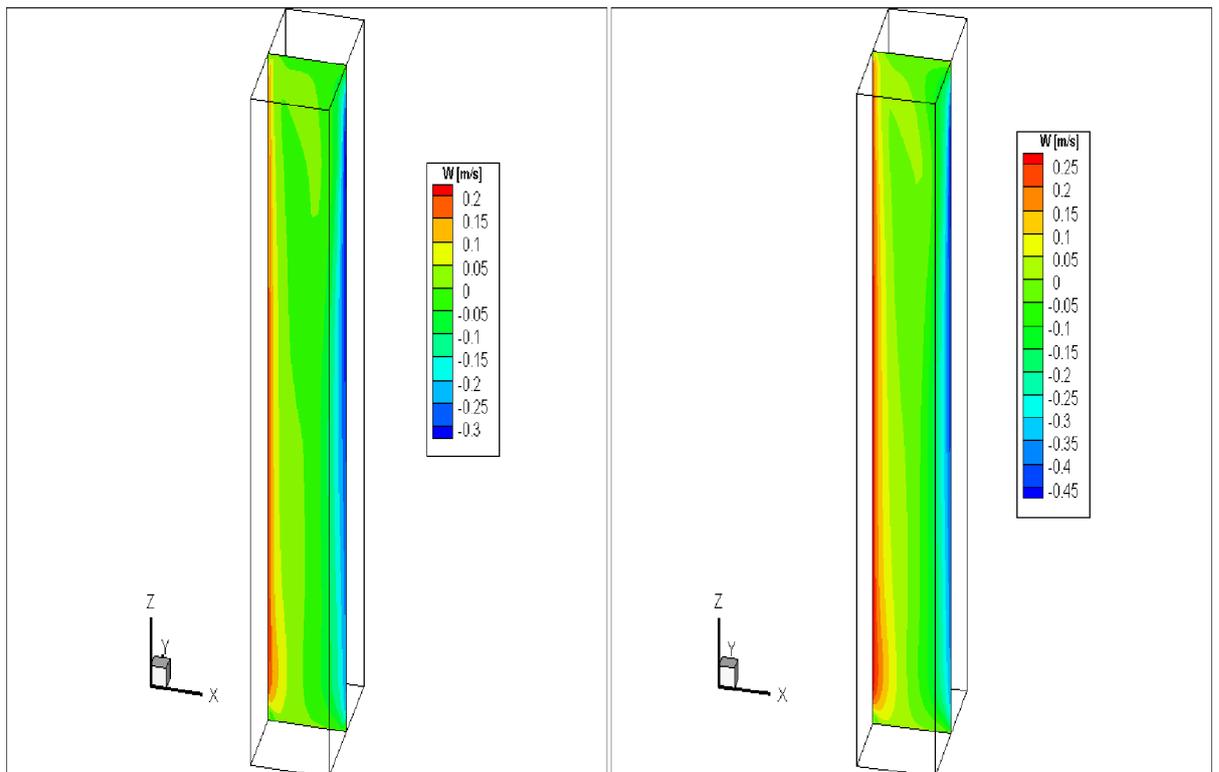
$Ra = 10^{11}$

Graphe IV.12 : suite.



$Ra=2,5 \cdot 10^9$

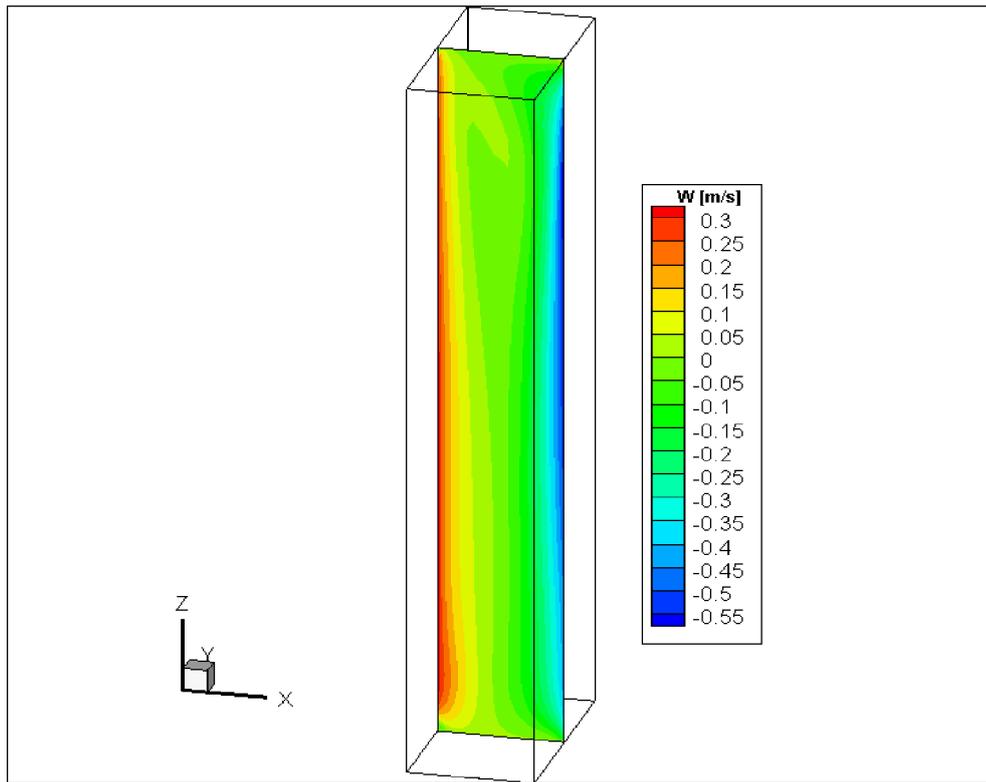
$Ra=6,8 \cdot 10^9$



$Ra=2,5 \cdot 10^{10}$

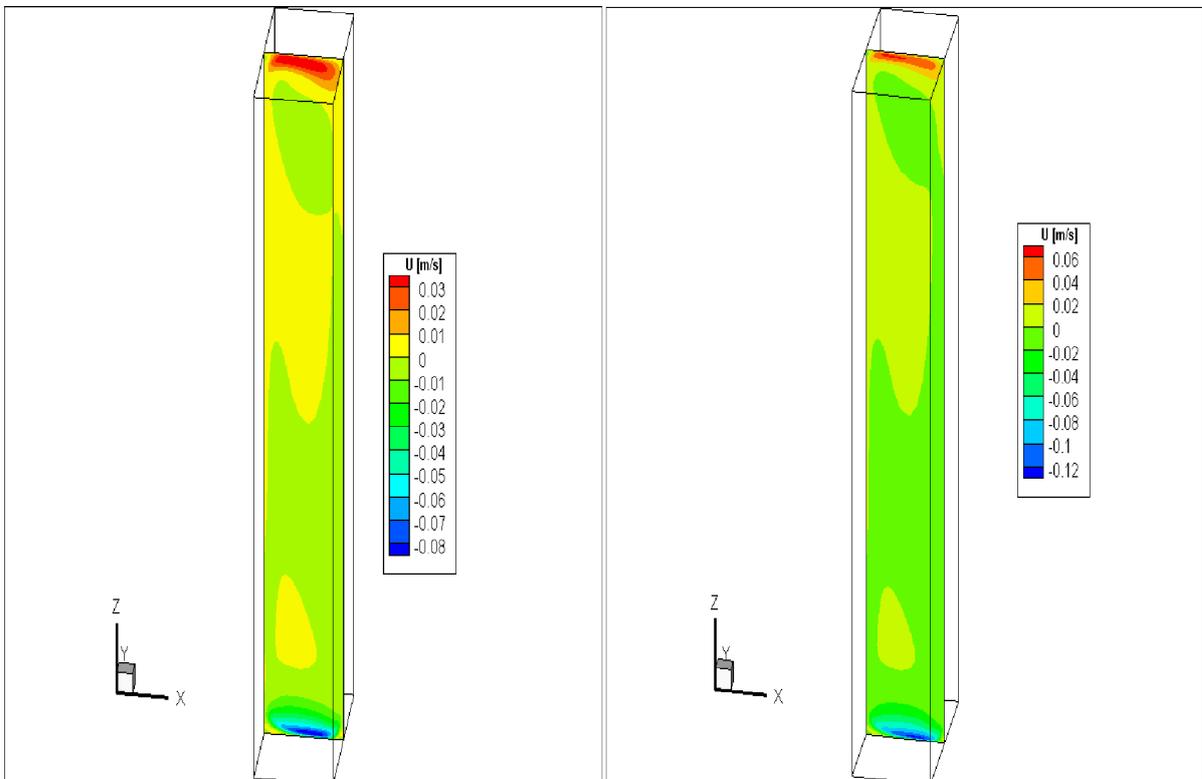
$Ra=6,8 \cdot 10^{10}$

Grphe IV.13 : Champ de vitesse verticale pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36m$.



$Ra=10^{11}$

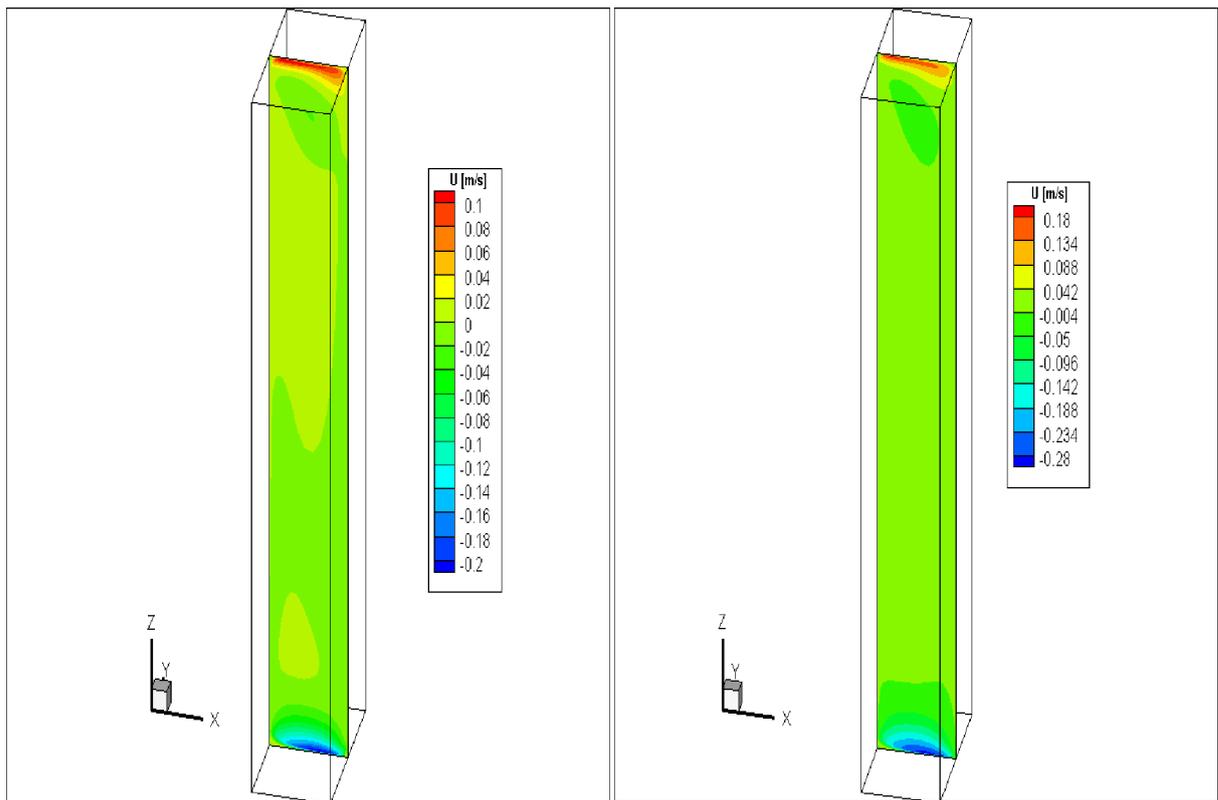
Graphe IV.13 : suite.



$Ra=2,5 \cdot 10^9$

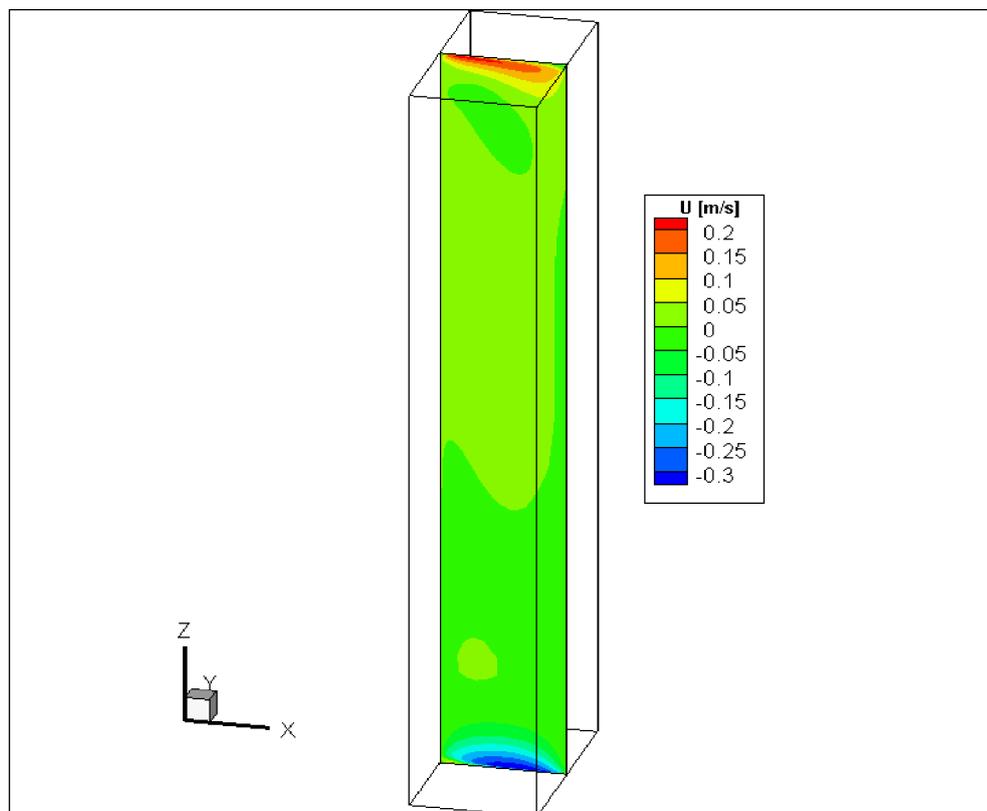
$Ra=6,8 \cdot 10^9$

Graphe IV.14 : Champs de vitesses horizontal pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36m$.



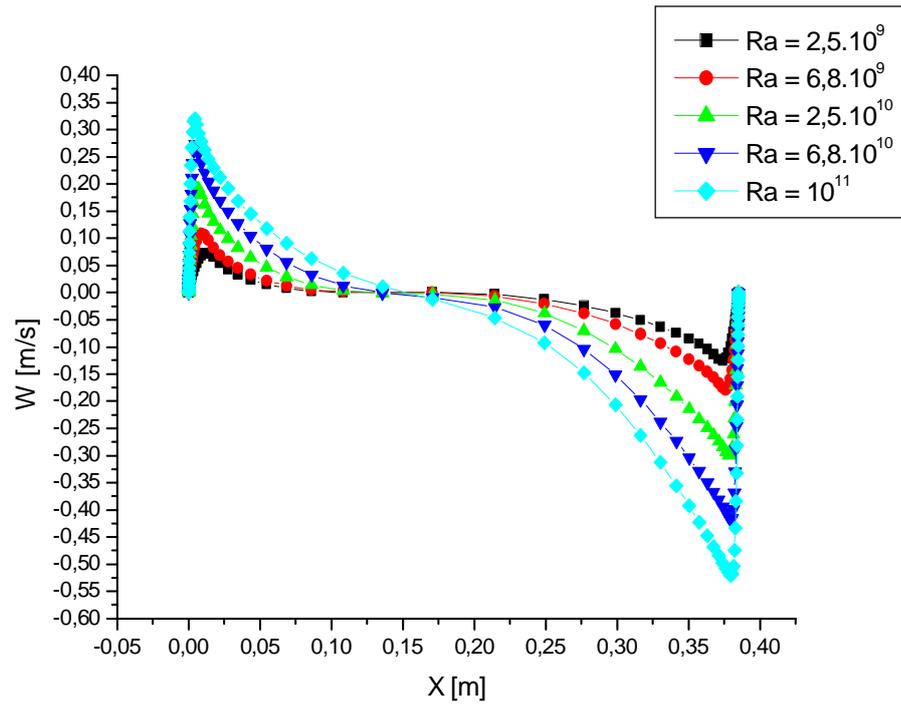
$Ra = 2,5 \cdot 10^{10}$

$Ra = 6,8 \cdot 10^{10}$



$Ra = 10^{11}$

Grphe IV.14 : suite.



Grphe IV.15 : Profil de vitesse verticale pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh dans la configuration C1 avec le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et $z=H/2=1.23\text{m}$.

IV.3.3. Effet du flux de chaleur

Nous allons traiter désormais l'effet du flux de chaleur appliqué sur la paroi chaude.

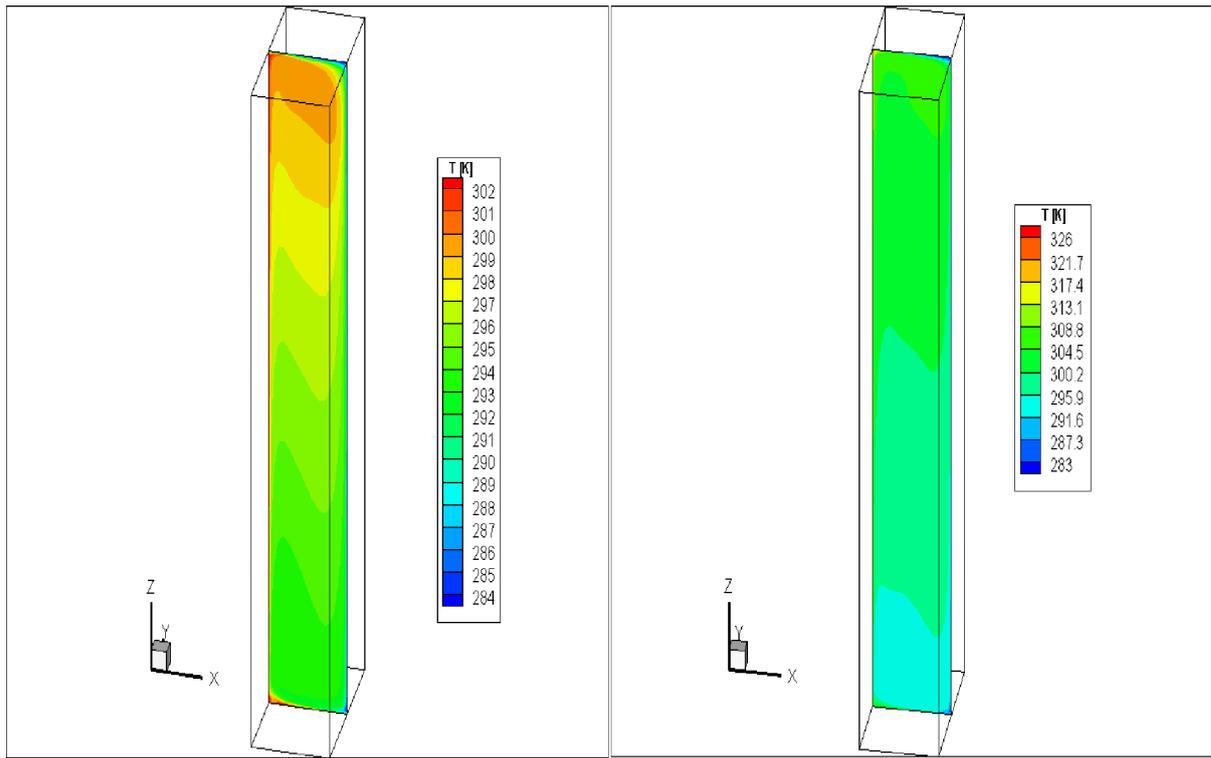
Dans le graphe IV.16 on représente le champ thermique. Nous remarquons une augmentation de la température moyenne de la cavité avec l'augmentation de la valeur du flux de chaleur. La paroi n'est pas isotherme.

Le graph IV.17 représente le champ de vecteur de vitesse (plan U-W). Il apparait un écoulement caractéristique pour une zone de recirculation dominante.

Dans le graphe IV.18 nous représentons les champs de vitesse verticale et dans le graphe IV.19 les champs de vitesse horizontale, on peut remarquer une nette augmentation de la valeur maximale de la vitesse liée à l'augmentation du flux de chaleur

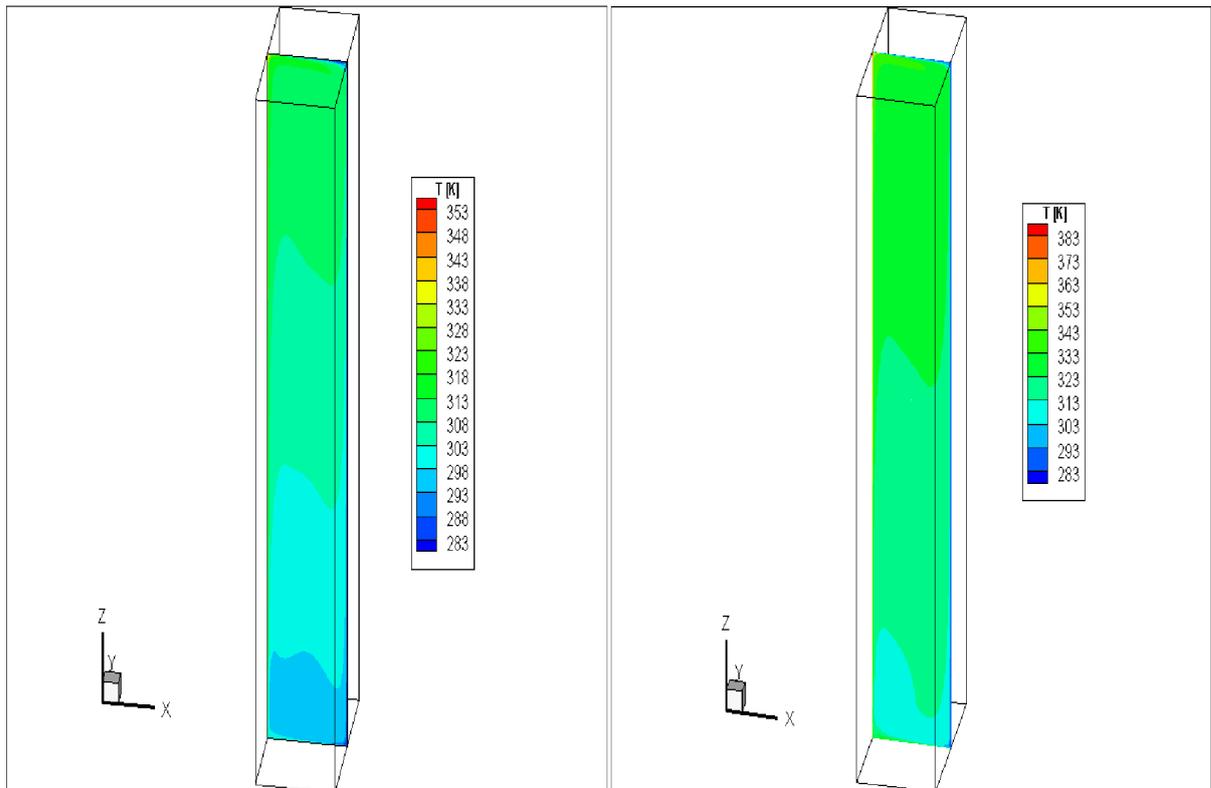
Pour le graphe IV.21 nous représentons le profil de température pour différentes valeurs du flux de chaleur, nous remarquons qu'une augmentation de la température de la paroi chaude à l'augmentation du flux de chaleur.

En fin le graphe IV.22 indique les profils de température pour différentes positions de la hauteur nous remarquons que la température de la paroi chaude augmente avec la direction z.



$Q = 0 \text{ W/m}^2$

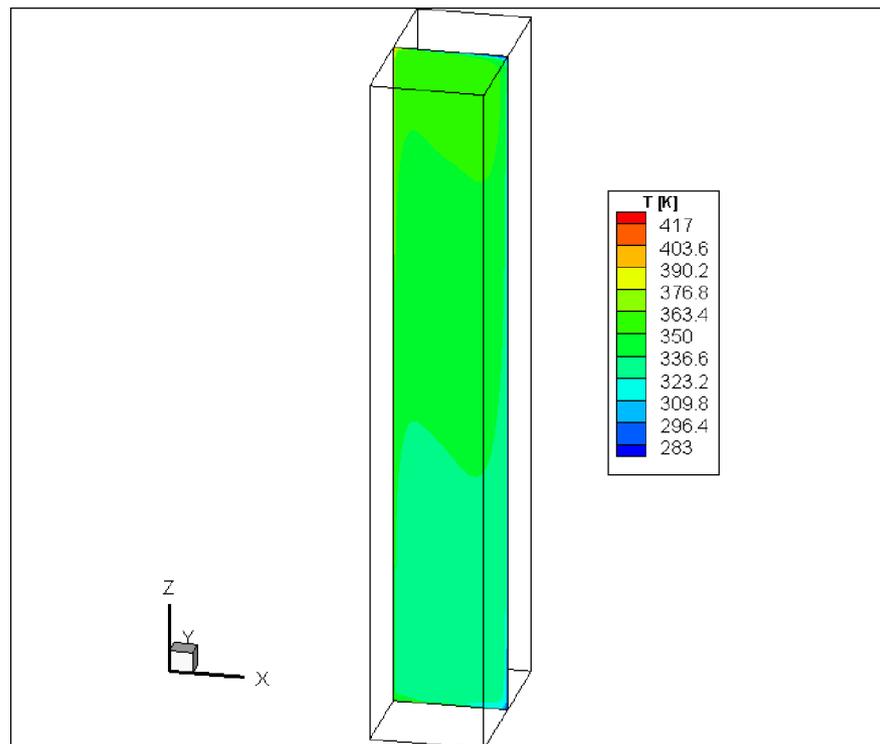
$Q = 50 \text{ W/m}^2$



$Q = 100 \text{ W/m}^2$

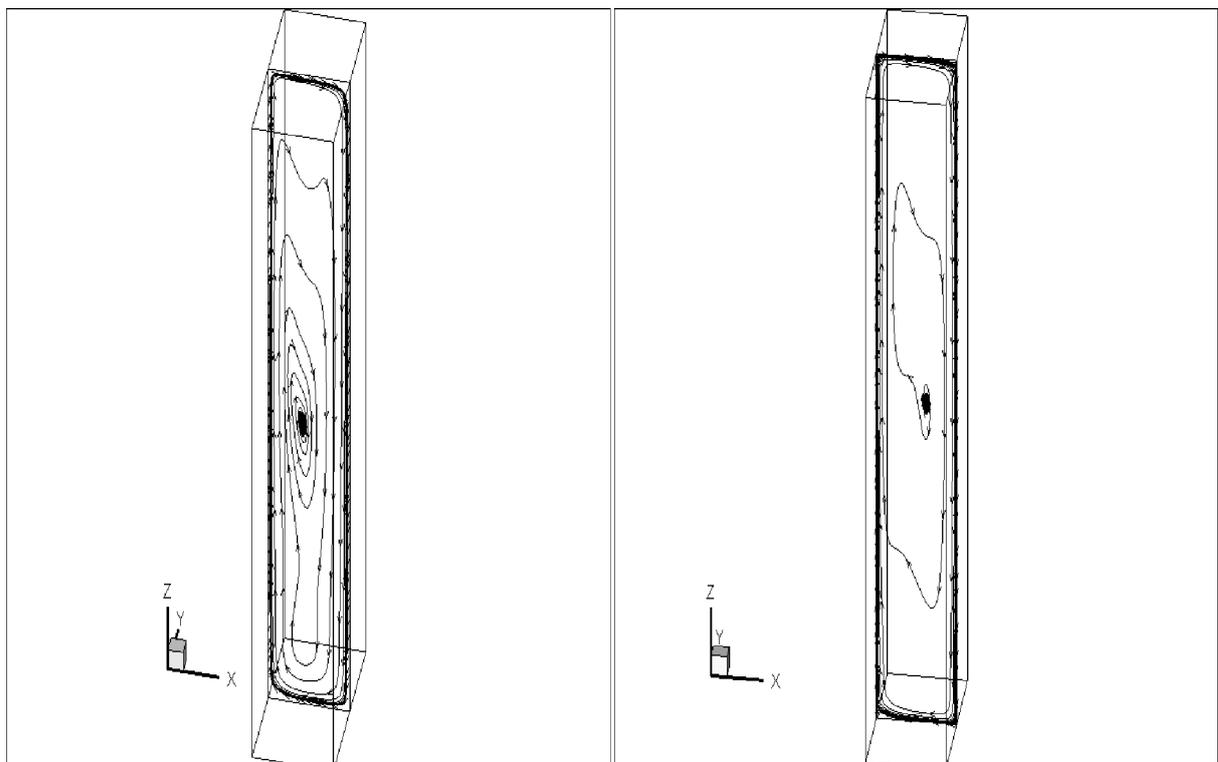
$Q = 150 \text{ W/m}^2$

Graphe IV.16 : Champs thermiques pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$.



$Q = 200 \text{ W/m}^2$

Graphe IV.16 : suite.

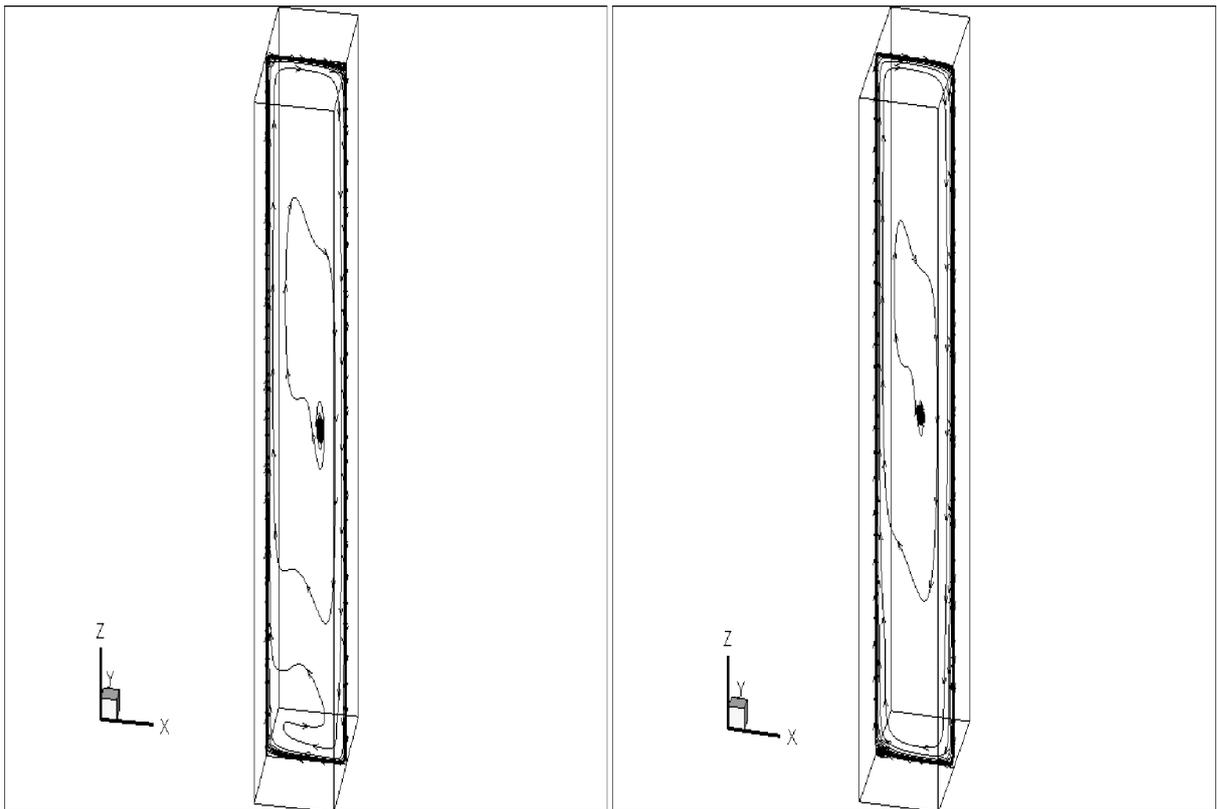


$Q = 0 \text{ W/m}^2$

$Q = 50 \text{ W/m}^2$

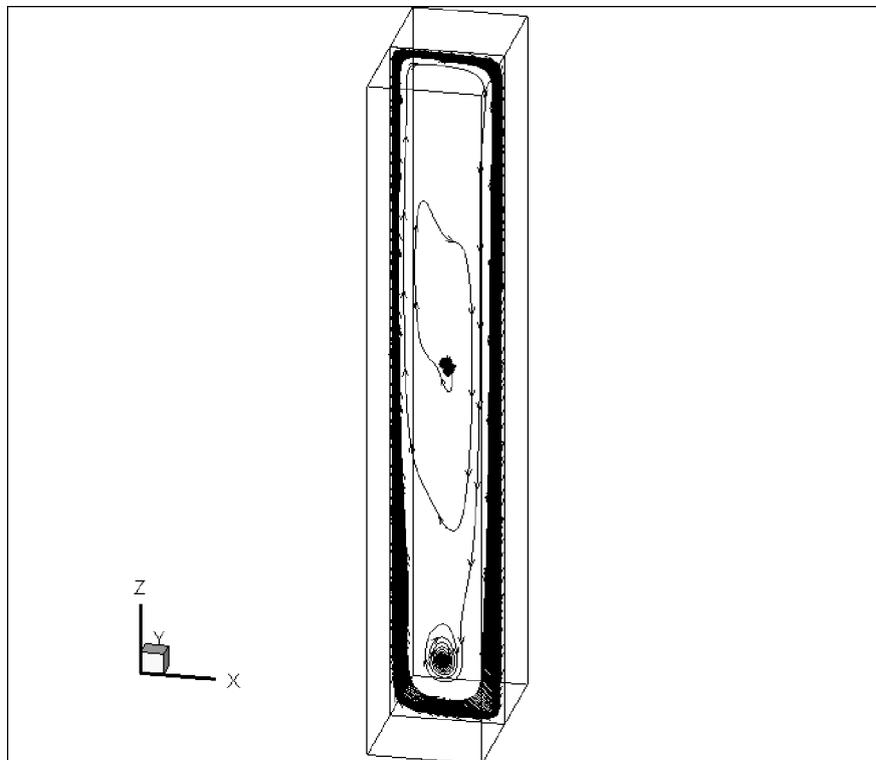
Graphe IV.17 : Vecteurs vitesses (U-W) pour la configuration C1 dans le plan

$y=D/2=0.36\text{m}.$



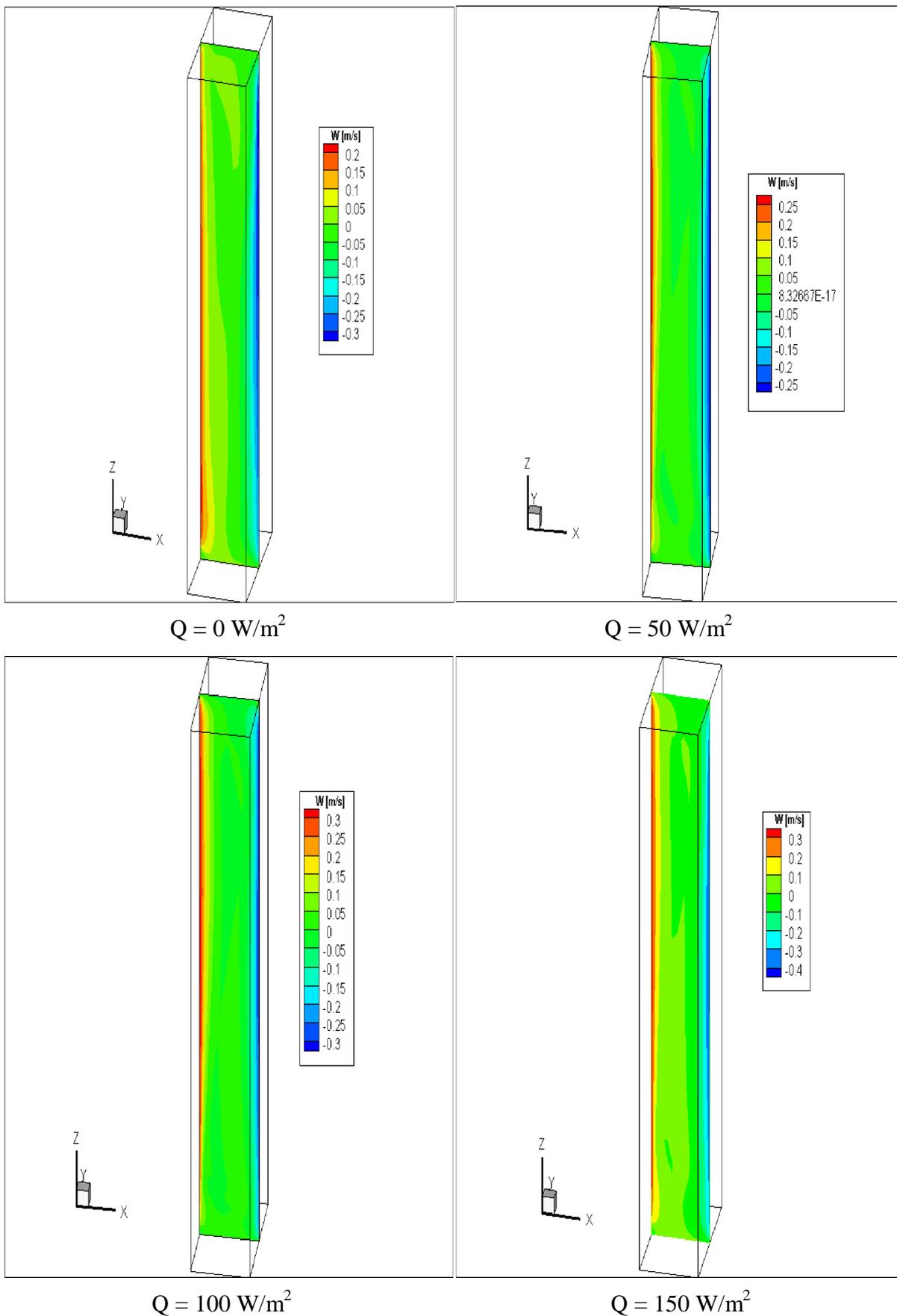
$Q = 100 \text{ W/m}^2$

$Q = 150 \text{ W/m}^2$

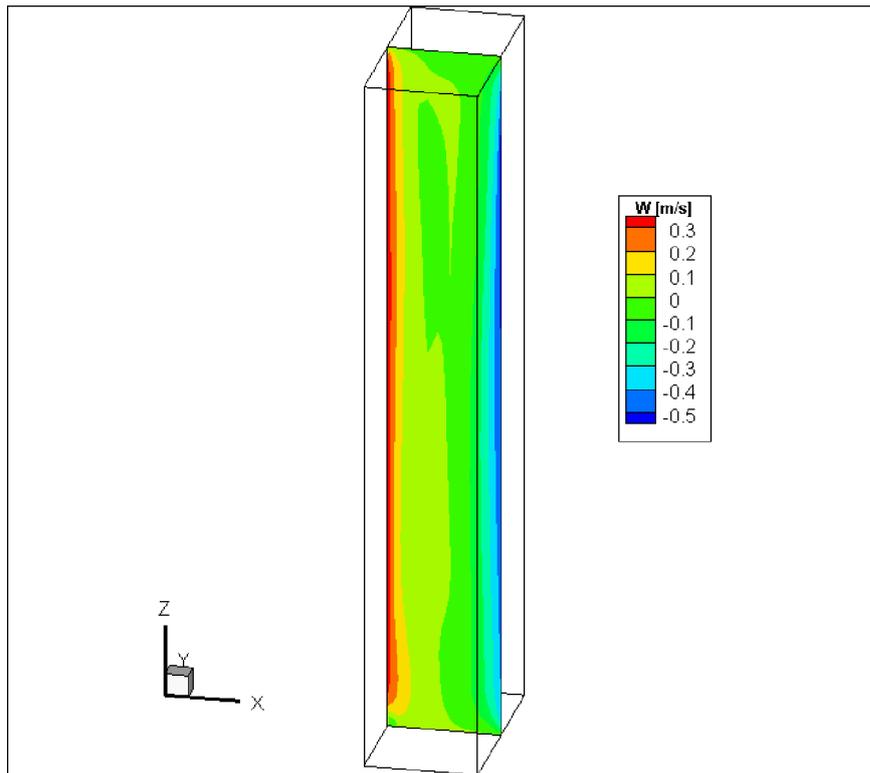


$Q = 200 \text{ W/m}^2$

Grphe IV.17 : suite.

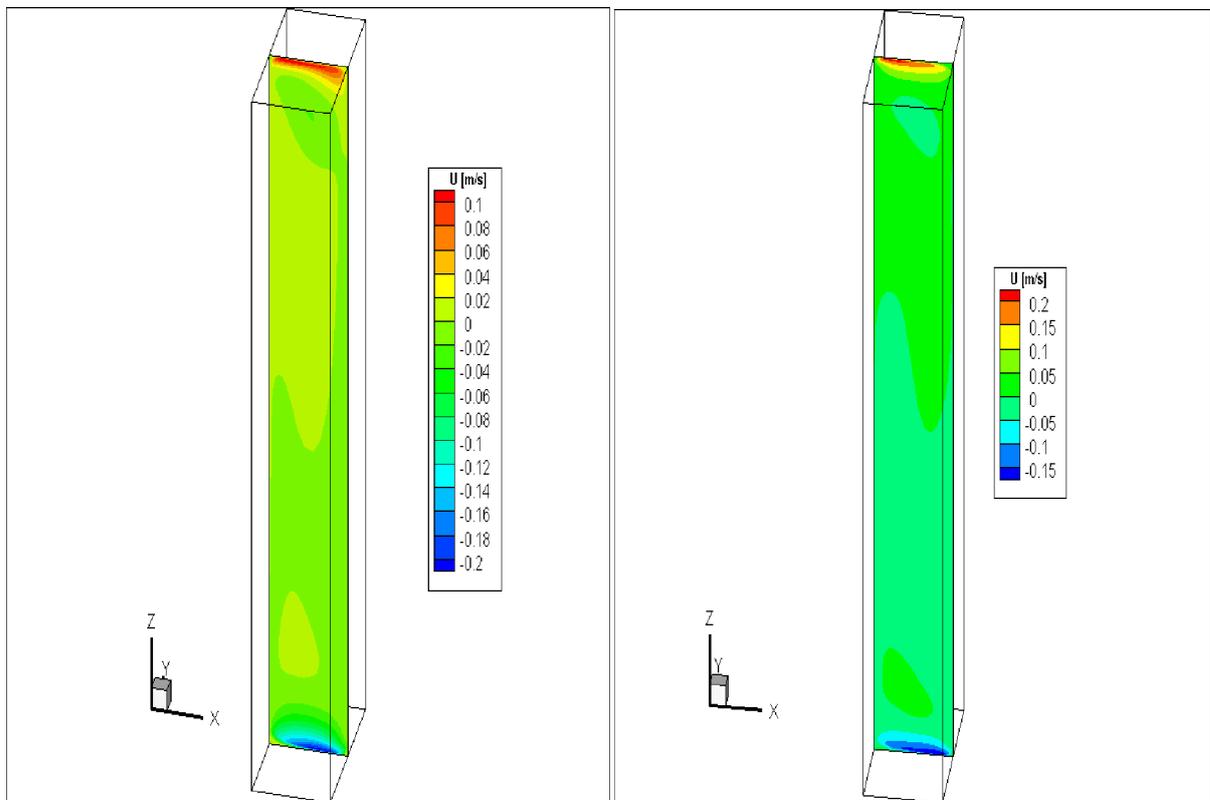


Grphe IV.18 : Champs de vitesses verticale pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$.



$Q = 200 \text{ W/m}^2$

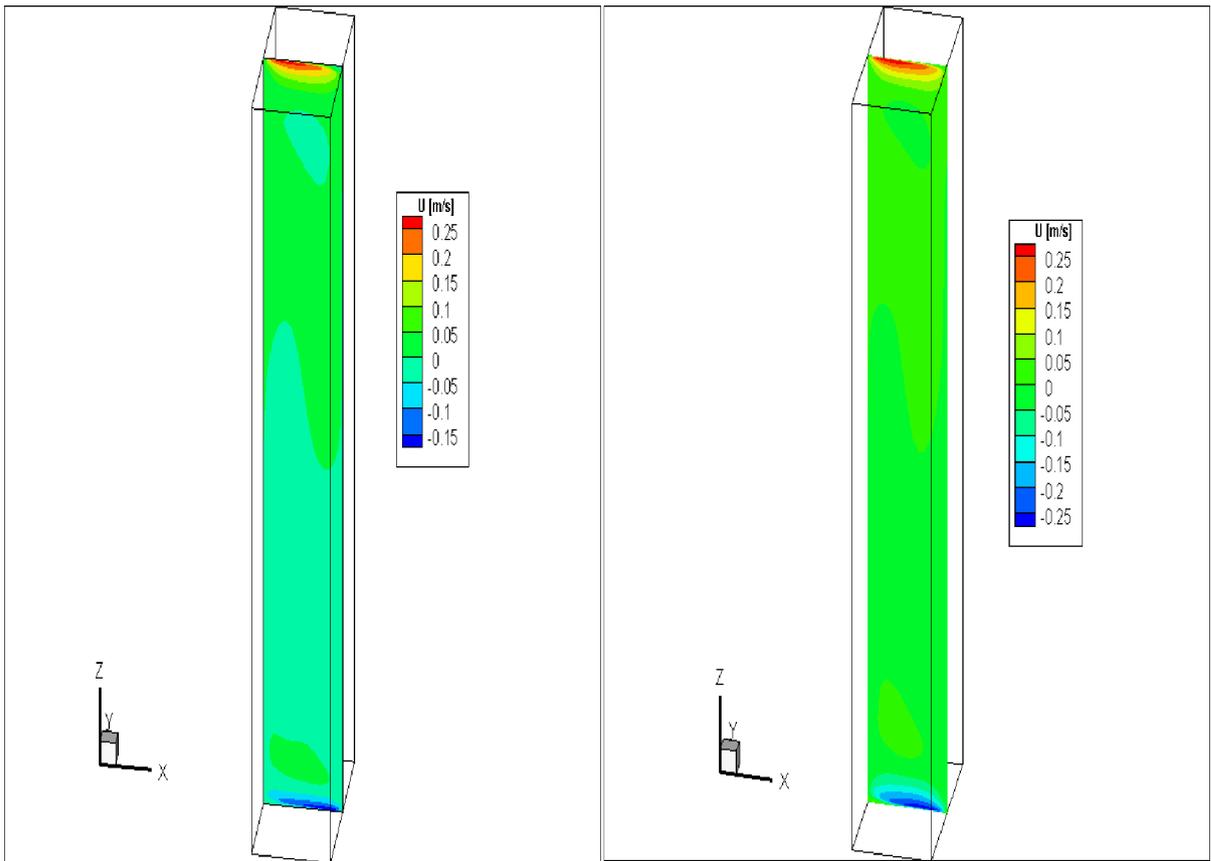
Graphe IV.18 : suite.



$Q = 0 \text{ W/m}^2$

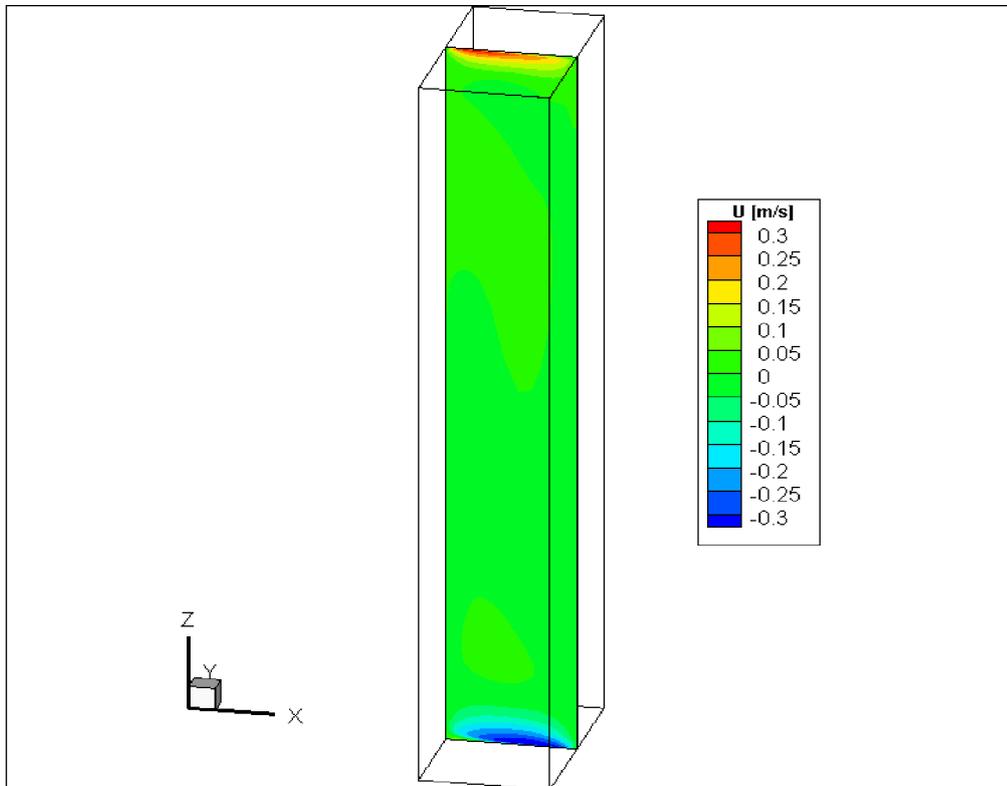
$Q = 50 \text{ W/m}^2$

Graphe IV.19 : Champs de vitesses horizontal pour la configuration C1 dans le plan $y=D/2=0.36\text{m}$.



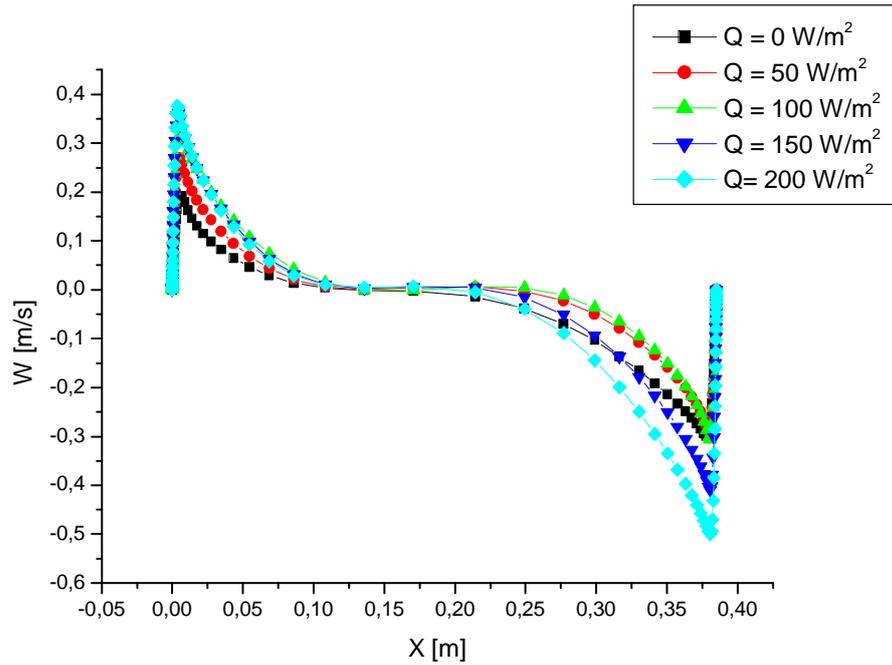
$Q = 100 \text{ W/m}^2$

$Q = 150 \text{ W/m}^2$

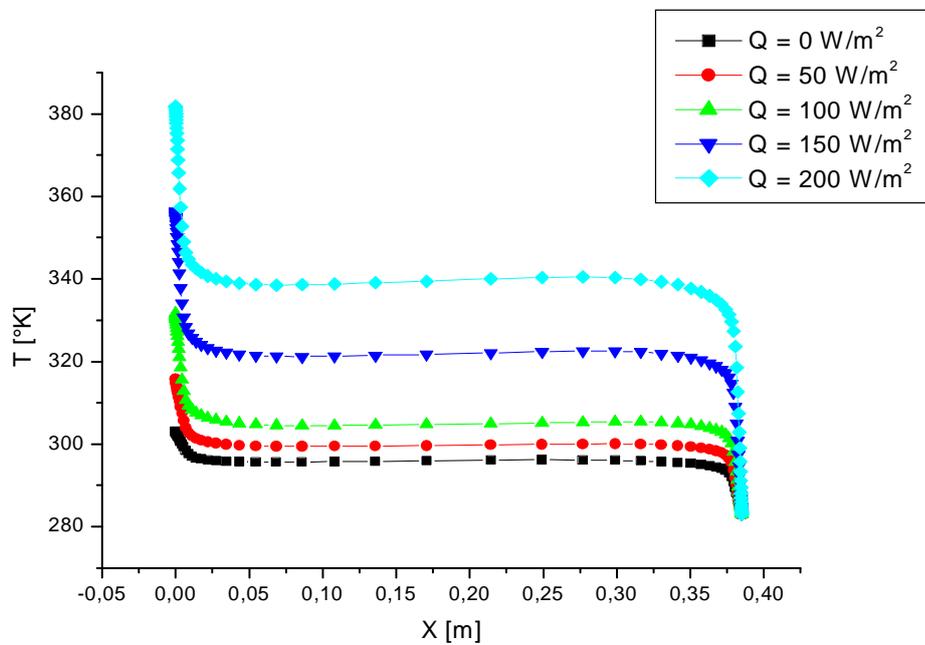


$Q = 200 \text{ W/m}^2$

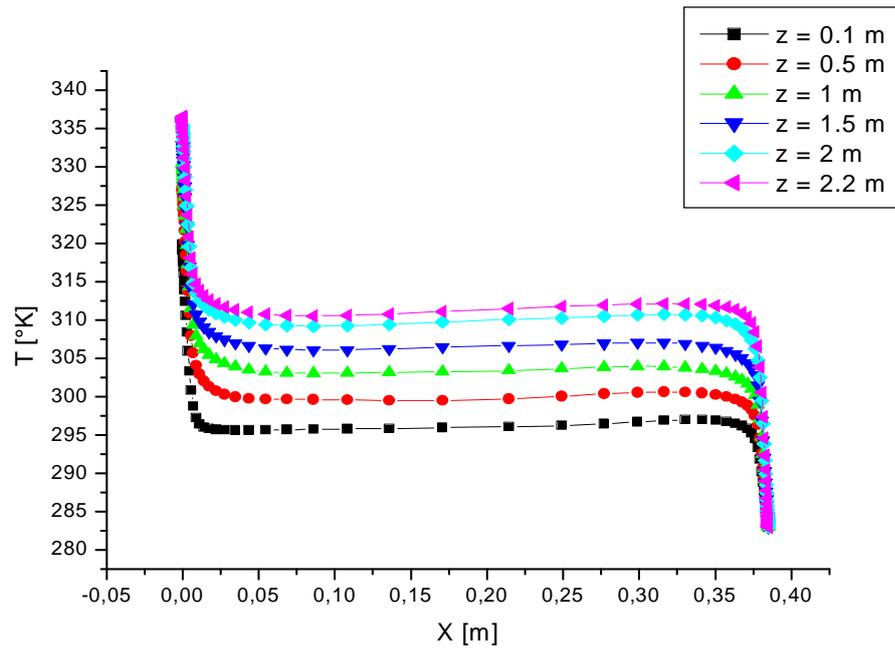
Grphe IV.19 : suite.



Graphe IV.20 : Profil de vitesse verticale pour différents flux de chaleur dans la configuration C1 avec le plan $y=D/2=0.36$ m et $z=H/2=1.23$ m.



Graphe IV.21 : Profil de température pour différents flux de chaleur dans la configuration C1 avec le plan $y=D/2=0.36$ m et $z=H/2=1.23$ m.



Grphe IV.22 : Profil de température pour la configuration 1 et $Q = 100 \text{ W/m}^2$ dans la configuration C1 avec le plan $y=D/2=0.36\text{m}$ et z variée.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

En conclusion, nous pouvons confirmer à travers cette étude l'influence directe de parois latérales sur la nature de l'écoulement de l'air en cavité. Cette influence se traduit par la stratification de la masse d'air qui change en fonction des configurations c'est-à-dire des conditions aux limites. D'autre par, nous avons mis en évidence l'influence de nombre de Rayleigh donc du ΔT (étant donné que les caractéristiques du fluide restent inchangées), sur les phénomènes de convection et par conséquent sur la zone de déclenchement de l'instabilité turbulente.

Compte tenu de la cohérence de nos résultats avec ceux établis numériquement et expérimentalement, par d'autres nous avons réussi à valider le code de calcul Fluent pour les configurations étudiées avec le modèle K- ϵ standard, et les volumes finis. Par conséquent, nous pouvons envisager dès lors, de traiter ce problème dans l'avenir avec l'introduction d'un code de calcul conçu sur la méthode de la simulation (large Eddy Simulation : LES), en se basant sur les résultats obtenus dans ce travail.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1]. **T. W. J. Peeters** and **R. A. W. M. Henkes**. "The Reynolds-stress model of turbulence applied to the natural-convection boundary layer along a heated vertical plate". **Int. J. Heat Mass Transfer**. Vol. 35, No. 2, pp. 403-420. (1992).
- [2]. **A. Beghidja, M. Bouafia, J.J. Vullierme, F. Yguel et A. Zammit**. "Modélisation des échanges convectifs sur les faces verticales de cavités à grands nombres de Rayleigh". **Revue générale de thermique** tome 34 – n° 405 p. 515-526. (1995).
- [3]. **S. Mergui et F. Penot**. "Convection naturelle en cavité carrée différentiellement chauffée : investigation expérimentale à $Ra = 1.69 \times 10^9$ ". **Int. J. Heat Mass Transfer**. Vol. 39, No. 3, pp. 563-574. (1996).
- [4]. **K. Hanjalic, S. KENJERES** and **F. DURST**. "Natural convection in partitioned two-dimensional enclosures at higher Rayleigh numbers". **Int. J. Heat Mass Transfer**. Vol. 39, No. 7, pp. 1407-1427. (1996).
- [5]. **H.S. Dol, K. Hanjalié** and **S. Kenjeres**. "A comparative assessment of the second-moment differential and algebraic models in turbulent natural convection". **Int. J. Heat and Fluid Flow** 18, pp. 4-14. (1997).
- [6]. **S. Mergui et F. Penot**. "Analyse des vitesses et température de l'air en convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée à $Ra = 1.69 \times 10^9$ ". **Int. J. Heat Mass Transfer**. Vol. 40, No. 14, pp. 3427-3441. (1997).
- [7]. **W. Xu, Q. Chen** and **F.T.M. Nieuwstadt**. "A new turbulence model for near-wall natural convection". **Int. J. Heat Mass Transfer** 41, pp. 3161-3176. (1998).
- [8]. **E.K. Lakhal, M. Hasnaoui et P. Vasseur**. "Etude numérique de la convection naturelle transitoire au sein d'une cavité chauffée périodiquement avec différents types d'excitations". **Int. J. Heat Mass Transfer** 42, pp. 3927-3941. (1999).
- [9]. **A. Sergent, P. Joubert, P. le Quéré et C. Tenaud**. "Extension du modèle d'échelles mixtes à la diffusivité de sous-maille". **C. R. Acad. Sci. Paris, t. 328, Série II b**, pp. 891-897. (2000).
- [10]. **E. Bilgen**. "Natural convection in enclosures with partial partitions". **Renewable Energy** 26, pp. 257-270. (2002).

Bibliographie

- [11]. **G. de Gassowski, S. Xin et O. Daube.** "Bifurcations et solutions multiples en cavité 3D différentiellement chauffée". **C. R. Mécanique 331, pp 705-711. (2003).**
- [12]. **F. Ampofo and T.G. Karayiannis.** "Experimental benchmark data for turbulent natural convection in an air filled square cavity". **Int. J. Heat Mass Transfer 46, pp. 3551-3572. (2003).**
- [13]. **J. Salat, S. Xin, P. Joubert, A. Sergent, F. Penot and P. Le Quéré.** "Experimental and numerical investigation of turbulent natural convection in a large air-filled cavity". **Int. J. Heat and Fluid Flow 25, pp. 824-832. (2004).**
- [14]. **F. Ampofo.** "Turbulent natural convection in an air filled partitioned square cavity". **Int. J. Heat and Fluid Flow 25, pp. 103-114. (2004).**
- [15]. **T. Hammami.** "Contribution à la modélisation de la turbulence en convection naturelle". **Thèse de doctorat, Université de Cergy-Pontoise. (2004).**
- [16]. **F. Ampofo.** "Turbulent natural convection of air in a non-partitioned or partitioned cavity with differentially heated vertical and conducting horizontal walls". **Exp. Thermal and Fluid Science 29, pp. 137-157. (2005).**
- [17]. **A. Beghidja, H. Gouidmi, R. Benderradji and E. Raouache.** "Natural Convection and Turbulent Instability in Cavity". **Wseas transactionson heat and mass transfer, Issue 2, Vol 1. (2006).**
- [18]. **A.K. Sharma, K. Velusamy, C. Balaji and S.P. Venkateshan.** "Conjugate turbulent natural convection with surface radiation in air filled rectangular enclosures". **Int. J. Heat Mass Transfer 50, pp. 625-639. (2007).**
- [19]. **A. Aounallah, Y. Addad, S. Benhamadouche, O. Imine, L. Adjilout and D. Laurence.** "Numerical investigation of turbulent natural convection in an inclined square cavity with a hot wavy wall". **Int. J. Heat Mass Transfer 50, pp. 1683-1693. (2007).**
- [20]. **A.K. Sharma, K. Velusamy and C. Balaji.** "Turbulent natural convection in an enclosure with localized heating from below". **Int. J. Thermal Sciences 46, pp. 1232-1241. (2007).**
- [21]. **K. Lahmer.** "Etude numérique de la convection naturelle le long d'une plaque vertical contenant des sources de chaleur". **Mémoire de Magister, department de genie mécanique, Université Mentouri Constantine. (2008).**

Bibliographie

- [22]. **H.F. Nouanegue, A. Muftuoglu and E. Bilgen.** "Heat transfer by natural convection, conduction and radiation in an inclined square enclosure bounded with a solid wall". **Int. J. Thermal Sciences 48, pp. 871-880. (2009).**
- [23]. **S. Patankar.** "Numerical heat transfer and fluid flow". **Mc Graw Hill, New York. (1980).**
- [24]. **D.A Anderson, J.C. Tannehill and R.H. Pletcher.** "Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer". **Taylor & Francis. (1984).**
- [25]. **W.M. Kays and M.E. Crawford.** "Convective Heat and Mass Transfer". **Mc Graw Hill, New York. (1993).**

ANNEXE

Annexe

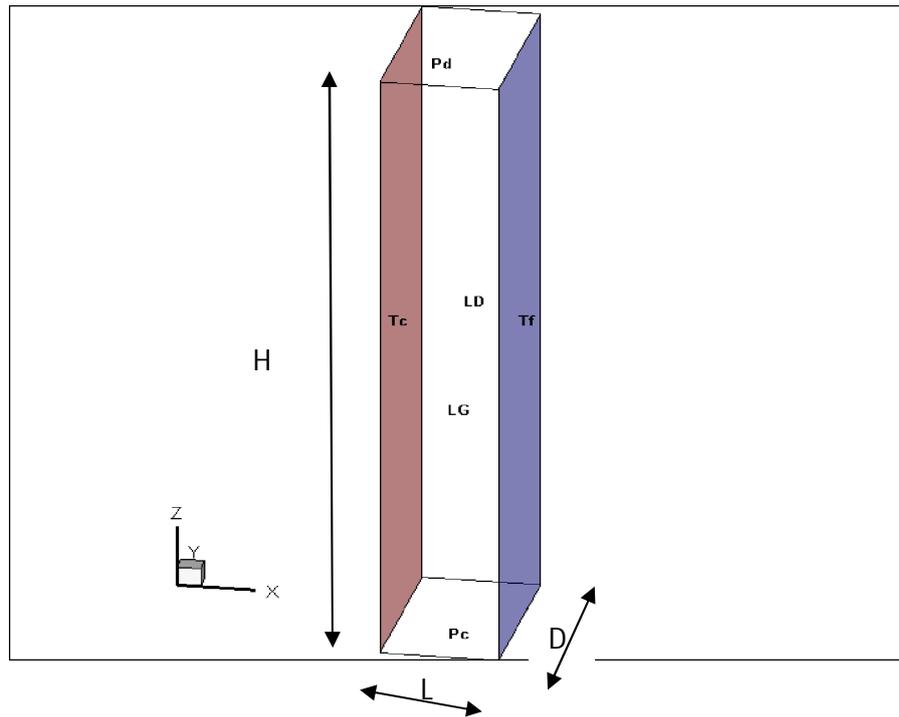


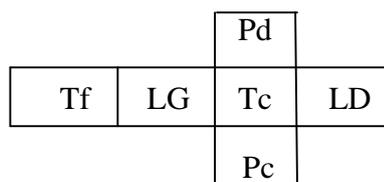
Schéma de la cavité

T_c : paroi chaud, T_f : paroi froid, LD : paroi latérale droite, LG : paroi latérale gauche

Pd : plafond, Pc : plancher

C1	C2	C3	C4
F FCCC	F FFCF	C FCCC	F FMC M
C	C	C	F
C5	C6	C7	C8
F FFCF	C FCCC	C FMC M	F FFCF
F	F	TF	TF

F : froid, C : chaud, M : moyen, TF : très froid



Diverses configurations étudiées et leur mode de représentation

Résumé

Le transfert de chaleur par convection constitue, jusqu'à présent, un principe de base de nombreuses applications industrielles. La présente étude conduit à l'analyse de la convection naturelle turbulente $Ra > 10^9$ dans une cavité parallélépipédique tridimensionnelle remplie d'air, les deux parois verticales opposées sont différentiellement chauffée à température constante, les autres parois sont adiabatiques. La méthode des volumes finis à été utilisée afin de discrétiser les équations de l'écoulement en convection naturelle en régime turbulent.

Les résultats obtenus sont pertinents, car ils montrent que pour un nombre de $Pr = 0.71$ et en faisant varier les configurations, le nombre de Rayleigh et le flux de chaleur, engendrant par conséquent une grande influence sur le transfert de chaleur à l'intérieur du domaine d'étude, et le déclenchement de l'instabilité due aux interactions des structures tourbillonnaires avec la couche limite.

Mots clés : Convection naturelle, volumes finis, parallélépipédique.

Abstract

The heat transfer by convection is, so far, a basic principle of many industrial applications. This study led to the analysis of turbulent natural convection $Ra > 10^9$ in a rectangular three-dimensional cavity filled with air, the two opposite vertical walls are differentially heated at constant temperature, and the other walls are adiabatic. The finite volume method has been used to discretize the equations of flow in turbulent convection.

The results are relevant because they show that for a number of $Pr=0.71$ and varying configurations, the Rayleigh number and heat flux, thus producing a large influence on heat transfer inside the field of study, and the onset of instability due to interactions of vortical structures with boundary layer.

Key words: Natural convection, finite volume, parallelepiped

ملخص

نقل الحرارة عن طريق الحمل الحراري حتى الآن، وهو مبدأ أساسي في العديد من التطبيقات الصناعية. قدنا هذه الدراسة لتحليل الحمل الطبيعي المضطرب ($Ra > 10^9$) في تجويف مستطيل الشكل ثلاثي الأبعاد مليئة بالهواء، يتم تسخين بالتفاوت في رأسي اثنين من الجدران المقابلة في درجة حرارة ثابتة، والجدران الأخرى معزولة حرارياً. وقد استخدمت هذه الطريقة الحجم المنتهية لحل معادلات التدفق الحراري المضطرب.

وكانت النتائج ذات الصلة لأنها تظهر ($Pr= 0.71$) العلاقات العامة وتكوينات مختلفة، وعدد رايبلغ وتدفق الحرارة، مما يولد له تأثير كبير على انتقال الحرارة داخل ميدان الدراسة، وبداية من عدم الاستقرار نتيجة لتفاعلات هياكل دوامي مع طبقة الحدود.

الكلمات المفتاحية : الحمل الحراري ، الحجم المنتهية.