

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITE MENTOURI – CONSTANTINE

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

N° d'ordre :/Mag/2008.

Série :/GM/2008.

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de Magister
en Génie Mécanique

***ETUDE NUMERIQUE DE LA CONVECTION MIXTE DANS
UN CANAL VERTICAL***

OPTION :

Thermo – fluides

Présenté Par :

BOUTINA LYES

Soutenu le :/...../2008

Devant le jury composé de :

Président :	Mr. S. Meziani	Professeur	Université Mentouri – Constantine
Rapporteur :	M^r. R. Bessaïh	Professeur	Université Mentouri – Constantin
Examineurs :	M^r. M. Kadja	Professeur	Université Mentouri – Constantine
	M^r. Z. Nemouchi	Professeur	Université Mentouri – Constantine

Remerciements

Je remercie tout d'abord Dieu le tout puissant qui nous éclaire le bon chemin.

Je remercie vivement et chaleureusement Monsieur **R. Bessaïh**, Professeur à l'Université Mentouri – Constantine, encadreur de ce mémoire, pour son aide et ses conseils qui ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur **S. Maziani**, Professeur à l'Université Mentouri – Constantine, qui ma fait l'honneur d'accepter la présidence du jury.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur **Z. Nemouchi**, Professeur à l'Université Mentouri – Constantine, et Monsieur **M. Kadja**, Professeur à l'Université Mentouri – Constantine d'avoir accepté de participer au jury.

A tous, je tiens à exprimer mes sincères remerciements.

Dédicace

*A mon père **Abderrahmane** et ma très chère maman **Hadjira**, qui
m'ont éclairés le chemin en me donnant la main tout au long de mes années
d'études « **que dieu me les gardes** ».*

*A ma petite sœur **Hadjer**.*

A mes frères.

A mes sœurs.

A tous mes amis sans exception.

Sommaire

Remerciement	Page_ I
Dédicaces	Page_ II
Sommaire	Page_ III
Nomenclature	Page_ V
Chapitre _I « Introduction et Etude Bibliographique »	Page_ 01

Chapitre _II « Géométrie et Modèle Mathématique »

II_1 Introduction :	Page_ 10
II_2 Géométrie du problème :	Page_ 10
II_3 Les équations mathématiques gouvernantes :	Page_ 11
II_3.1. Equation générale de transport :	Page_ 12
II_4 Modèle mathématique :	Page_ 14
II_4_1 Hypothèses :	Page_ 14
II_4_2 Equation de continuité :	Page_ 15
II_4_3 Equation de quantité du mouvement suivant « x » :	Page_ 15
II_4_4 Equation de quantité du mouvement suivant « y » :	Page_ 15
II_4_5 Equation de l'énergie :	Page_ 15

Chapitre _III « Discrétisation et méthode numérique »

III_1 Introduction :	Page_ 18
III_2 Choix de la méthode numérique :	Page_ 18
III_3 Maillage :	Page_ 19
III_4 Discrétisation de l'équation générale de transport :	Page_ 20
III_5 Schéma numérique :	Page_ 22
III_6 Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques :	Page_ 23
III_7 Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant x et y :	Page_ 23
III_8 Discrétisation de l'équation de l'énergie :	Page_ 25
III_9 Résolution du système d'équation :	Page_ 27

III_10. L'algorithme SIMPLER :	Page_ 27
III_11. Résumé de l'algorithme SIMPLER :	Page_ 31
III_12. Méthode de résolution :	Page_ 31
III_13. Critère de convergence :	Page_ 33
III_14. Nomenclature du code de calcul :	Page_ 33
III_15. Organigramme du code de calcul :	Page_ 35

Chapitre _IV « Résultats et discussions»

IV_1 Présentation des résultats :	Page_ 36
IV_2 Effet de maillage sur la solution numérique :	Page_ 38
IV_3 Validation du code de calcul :	Page_ 42
IV_4. Effet de l'angle de l'inclinaison du canal « α » :	Page_ 43
IV_4_1 Champs d'écoulements :	Page_ 43
IV_4_2 Champs thermiques :	Page_ 44
IV_4_3 Taux de transfert de chaleur :	Page_ 45
IV_5 Effet de nombre de Reynolds :	Page_ 52
IV_5_1 Champs d'écoulements :	Page_ 52
IV_5_2 Champs thermiques :	Page_ 54
IV_5_3 Taux de transfert de chaleur :	Page_ 54
IV_6 Effet des la taille des composants électroniques :	Page_ 63
IV_6_1 Champs d'écoulements :	Page_ 64
IV_6_2 Champs thermiques :	Page_ 64
IV_6.3 Taux de transfert de chaleur :	Page_ 65
IV_7. Effet de l'espacement « d » entre les composants électroniques :	Page_ 73
IV_7.1. Champs d'écoulements :	Page_ 73
IV_7.2. Champs thermiques :	Page_ 74
IV_7.3. Taux de transfert de chaleur :	Page_ 74
Conclusion et recommandation	Page_ 81
Références bibliographiques	Page_ 82
Résumés	Page_ 85

Nomenclature

- A_P, A_E, A_W, A_N, A_S : Coefficients de l'équation algébrique de transport discrétisée [-].
- $A(|P|)$: Fonction d'un schéma numérique [-].
- A : Surface d'échange [m^2].
- a : Élément de la matrice tri diagonal [-].
- $b(i, j)$: Terme source dans l'équation de transport discrétisée [-].
- b : Élément de la matrice tri-diagonal [-].
- c : Élément de la matrice tri-diagonal [-].
- d : Élément de la matrice tri-diagonal [-].
- dv : Volume infinitésimal [-].
- C_p : Chaleur spécifique à pression constante [$J/Kg K$].
- De, Dw, Dn et Ds : Flux diffusifs aux interfaces e, w, n et s de l'équation de transport discrétisée [-].
- Fe, Fw, Fn et Fs : Flux convectifs aux interfaces e, w, n et s de l'équation de transport discrétisée [-].
- g : Accélération de pesanteur [m/s^2].
- H : Hauteur de canal [m].
- h : Hauteur de chaque composant électronique [m].
- w : Longueur de chaque composant électronique [m].
- d : Espace entre les composants [m].
- L : Longueur du canal [m].
- L_1 : Longueur entre l'entrée du canal et le premier composant électronique [m].
- L_2 : Longueur entre le deuxième composant et la sortie du canal [m].
- i, j : Coordonnées logiques des points [-].
- IL, JL : Nombre de volume de contrôle suivant la direction « i » et « j » [-].
- k : Conductivité thermique [$W/m K$].
- k^* : Conductivité thermique adimensionnelle, $k^* = k/k_{air}$ [-].

\overline{Nu}	: Nombre de Nusselt moyen, $\overline{Nu} = \int_A \frac{\partial \theta}{\partial n} dA$ [-].
n	: Nombre entier [-].
P_0	: Pression atmosphérique [Pa].
p	: Pression [Pa].
P	: Pression adimensionnelle, $P = \frac{p}{\rho V_0^2}$ [-].
P_e, P_w, P_n, P_s	: Nombre de Peclet aux interfaces e, w, n et s [-].
S	: Terme source de l'équation de transport discrétisée [-].
T_0	: Température ambiante [K].
T_s	: Température constante de chaque composant électronique [K].
t	: Temps dimensionnel [s].
U, V	: Composantes de la vitesse adimensionnelle, $U, V = \frac{(u, v)}{V_0}$ [-].
V_0	: Vitesse du fluide à l'entrée du canal [m/s]
u, v	: Composantes de la vitesse dimensionnelle [-].
X, Y	: Coordonnées cartésiennes adimensionnelles, $X, Y = \frac{(x, y)}{H}$ [-].
x, y	: Coordonnées cartésiennes dimensionnelles [m].

Symbole Grecs

α	: Diffusivité thermique [m^2/s].
β	: Coefficient d'expansion thermique à pression constante, $\beta = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial T}$ [K ⁻¹].
θ	: Température adimensionnelle, $\theta = \frac{T - T_0}{T_s - T_0}$ [-].
Γ	: Coefficient de diffusivité générale [-].
ϕ	: Variable dépendante générale [-].
ν	: Viscosité cinématique [m^2/s].
ν_{air}	: Viscosité cinématique de l'air [m^2/s].
ν^*	: Viscosité cinématique adimensionnelle, $\nu^* = \frac{\nu}{\nu_{air}}$ [-].

ρ	: Masse volumique [Kg/m^3].
ρ_0	: Masse volumique à T_0 [Kg/m^3].
τ	: Temps adimensionnel $\frac{t}{\left(\frac{H}{V_0}\right)}$.
ψ	: Fonction de courant adimensionnelle [-].
$\Delta\tau$: Incrément du temps adimensionnel [-].
ΔT	: Différence de température [-].
Δx	: Dimension d'un volume de contrôle suivant « x » [m].
Δy	: Dimension d'un volume de contrôle suivant « y » [m].

Indices et exposants

air	: Air
n	: Compteur d'itération correspondant au temps τ
n+1	: Compteur d'itération correspondant au temps $\tau + 1$
0	: valeur initiale
S	: Source de chaleur
*	: valeur adimensionnelle

Nombre sans dimensions

Pr	: Nombre de Prandtl, $\text{Pr} = \frac{\nu_{air}}{\alpha_{air}} = 0.71$ [-].
Gr	: Nombre de Grashof, $\text{Gr} = \frac{g \beta (T_s - T_0) H^3}{\nu_{air}^2}$ [-].
Re	: Nombre de Reynolds, $\text{Re} = \frac{V_0 H}{\nu_{air}}$ [-].
Ri	: Nombre de Richardson, $\text{Ri} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2}$ [-].

CHAPITRE I
INTRODUCTION ET
ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I_1. Introduction :

Le refroidissement à air par convection mixte des composants électroniques à une grande importance pour garantir le bon fonctionnement des appareils électroniques. On peut aussi rencontrer ce mode de refroidissement, par exemple, dans les échangeurs de chaleur compact, les collecteurs solaires, les composants électroniques,.....etc. Beaucoup de travaux publiés ont été élaborés concernant la convection sous ses trois formes, qu'ils soient des travaux numériques ou expérimentaux. Parmi ces travaux nous citons :

B. Premachandran et C. Balaji (2006) ^[1] ont étudié numériquement la convection mixte dans un canal horizontal contenant quatre sources de chaleur montées sur la paroi inférieure dont, les surfaces externes du canal sont supposées être adiabatiques (Figure I_1). L'objectif principal du travail est d'étudier l'effet des forces de buoyancy, d'où les paramètres géométriques sont fixés. Ils ont trouvé que la température diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Aussi, ils ont observé que l'augmentation du nombre de Grashof provoque une diminution linéaire de la température, montrant l'effet du terme de buoyancy.

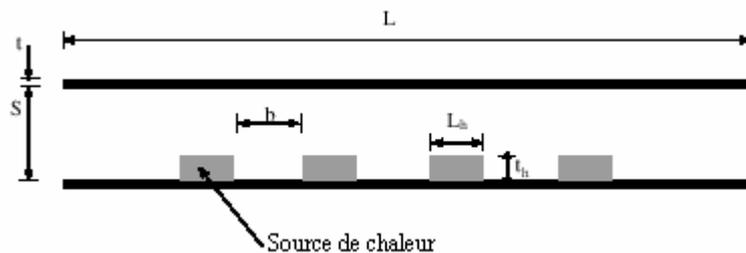


Figure I_1 : Canal horizontal contenant quatre composants électroniques [1].

Où : t_h et L_s sont respectivement la hauteur et la longueur des sources de chaleur, b est l'espace entre eux. L , S et t sont respectivement la longueur, la hauteur, et l'épaisseur du canal.

Y.C. Chen et J.N. Chung (2003) ^[2] ont étudié par une simulation numérique des phénomènes de transition par convection mixte d'un écoulement entre deux longues parallèles plaques verticales séparées par une distance $2d$ et maintenues à un flux de chaleur uniforme et constant (figure I_2). Ils ont trouvé que l'effet de buoyancy à un grand rôle dans la production des tourbillons dû à l'amélioration de taux de génération de l'énergie cinétique. Aussi, les fluctuations de la température locale commencent avec des oscillations sinusoïdales, qui indiquent que la transition d'écoulement s'effectue vers le régime turbulente.

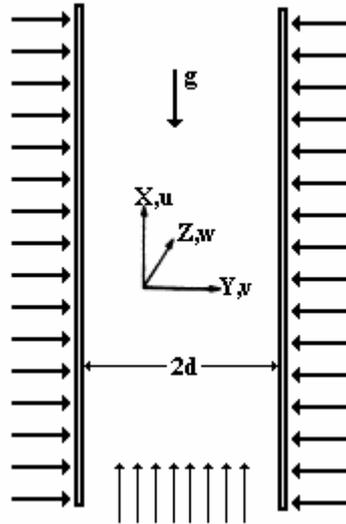


Figure I_2 : Deux longues plaques parallèles verticales maintenues à un flux de chaleur uniforme et constant [2].

E. Zanchini et A. Barletta (2001) [3] ont étudié analytiquement la convection mixte laminaire avec dissipation visqueuse dans un canal incliné, les parois extérieures sont maintenues respectivement aux températures T_1 et T_2 . Deux cas sont considérés : La convection forcée avec dissipation visqueuse et l'effet des forces de buoyancy pour des valeurs fixes du nombre de Brinkman $Br = \frac{\Delta T}{T_2 - T_1}$, où $\Delta T = \frac{\mu U_0^2}{k}$ est la différence de température, U_0 est la vitesse à l'entrée, μ est la viscosité dynamique, et k est la conductivité thermique. Les résultats montrent que la dissipation visqueuse améliore les effets des forces de buoyancy et vice versa.

M.A.R. Sharif (2007) [4] a étudié numériquement la convection mixte dans une cavité rectangulaire bidimensionnelle à l'aide de l'algorithme SIMPLER. La surface supérieure de la cavité rectangulaire est maintenue à plus haute température et la surface inférieure à base température, tandis que les deux surfaces gauche et droite sont maintenues adiabatique (figure I_3). L'étude numérique est faite pour un nombre de Rayleigh varié de 10^5 à 10^7 , le nombre de Reynolds $Re = 408.21$. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt local augmente avec l'augmentation de l'angle de l'inclinaison pour la convection forcée dominante. Aussi, le nombre de Nusselt totale et moyen augmentent avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison pour le cas ($Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 0.1$), tandis qu'il augmente plus rapidement dans le cas où ($Ri = 10$).

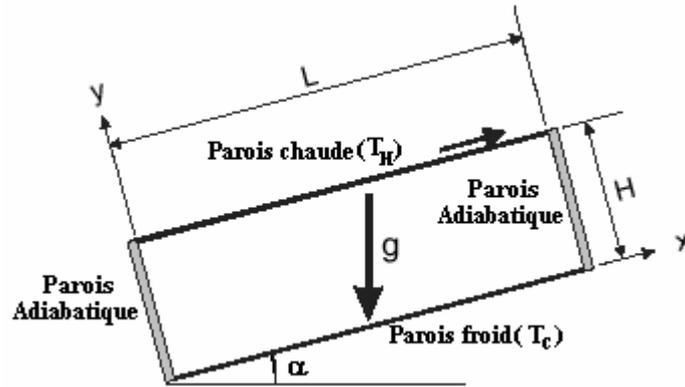


Figure I_3 : Cavité rectangulaire inclinée [4].

A. Barletta, E. Magyari et B. Keller (2005) ^[5] ont étudié analytiquement et numériquement la convection mixte laminaire dans un canal vertical, les deux surfaces extérieures du canal sont maintenues à une température T_0 . Ils ont observés que la solution existe seulement pour une valeur du nombre de Reynolds qui ne dépasse pas $Re \leq 228.1286$, c'est-à-dire à des limites supérieures pour un écoulement en régime laminaire.

N. Islam, U.N. Gaitonte et G.K. Sharma (2001) ^[6] ont étudié numériquement le transfert de chaleur par convection mixte en régime laminaire stationnaire à l'entrée de l'espace annulaire de deux cylindres coaxiaux. Le tube intérieur est porté à un flux de chaleur constant, tandis que le tube externe est adiabatique. Ils ont trouvé que l'augmentation du nombre de Rayleigh engendre une augmentation du transfert de chaleur. Aussi, ils ont montré que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du rapport d'aspect et du nombre de Prandtl.

K. Khamafer, K. Vafain et M. Lightston (2002) ^[7] ont étudié le transfert de chaleur par convection mixte dans les clôtures flexibles pour trois différents angles d'attaques de l'écoulement avec une augmentation du nombre de Grashof et du nombre de Reynolds pour voir l'effet de l'inclinaison sur le transfert thermique. Les résultats montrent que le nombre de Nusselt moyen augmente linéairement avec l'augmentation du nombre de Reynolds et le nombre de Grashof. Aussi, pour un écoulement avec un angle d'attaque égale à 90° , l'augmentation du nombre de Reynolds minimise l'échange de chaleur.

M. Belhi et S. Boudebous (2007) ^[8] ont étudié par une simulation numérique de la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées, utilisant la formulation « $\Psi-\omega$ ». Toutes les simulations ont été réalisées avec les valeurs des nombres de Richardson, de Prandtl et de Grashof, respectivement, égales à 5, 0.7 et 10^6 . La paroi verticale gauche est soumise à une température fixe et les autres surfaces sont supposées adiabatiques. Les résultats montrent qu'au delà d'un nombre d'entrées critique (12 entrées pour le cas étudié), la répartition des isothermes et des lignes de courant reste pratiquement inchangée. Aussi, le nombre de Nusselt moyen décroît brusquement pendant les premiers instants (transport de la chaleur par conduction), ensuite il subit de légers oscillations, probablement due à l'apparition de zone de recirculation, puis il diminue régulièrement pour se stabiliser à une valeur fixe.

O. Kholai, A. Bellaouar et M. Kadja (2005) ^[9] ont étudié numériquement la convection mixte dans un tube circulaire incliné par rapport à l'horizontale et chauffé à l'aide d'un flux de chaleur constant et uniforme sur sa face circonférentielle. L'écoulement à l'intérieur du tube est supposé laminaire pour un fluide incompressible (l'eau) (figure I_4). Les résultats ont été obtenus pour un nombre de Reynolds $Re = 500$ et différentes combinaisons du nombre de Grashof Gr (10^4 , 10^5 , 10^6) et d'angle d'inclinaison α (0° , 30° , 60° , 90°). Ils ont observé l'apparition d'un écoulement secondaire avec un $Gr = 10^6$. Aussi, ils ont montré que le transfert de chaleur s'améliore avec l'augmentation du nombre de Grashof et la diminution d'angle d'inclinaison.

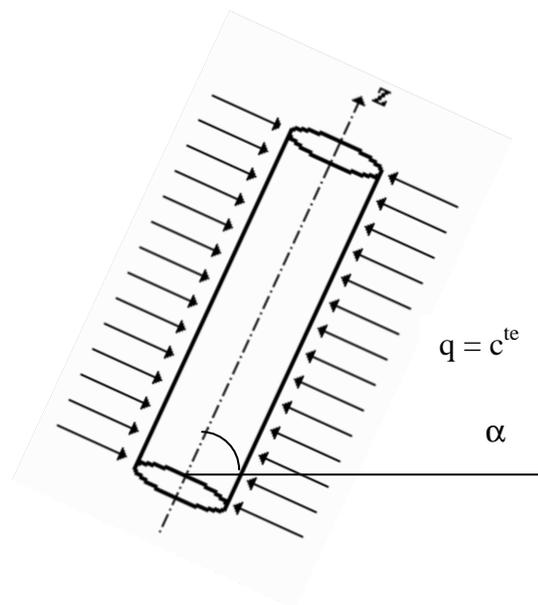


Figure I_4 : Tube circulaire incliné [9].

Où : q est un flux de chaleur imposé.

A. Behzadmehr, N. Galanis et A. Laneville (2003) ^[10] ont étudié numériquement la convection mixte dans un long tube vertical pour deux valeurs du nombre de Reynolds (1000,1500) et $Gr \leq 10^8$, les surfaces extérieures du canal sont chauffées avec un flux de chaleur constant. Les résultats montrent qu'il y a trois valeurs critiques du nombre de Grashof pour chaque nombre de Reynolds, qui correspond à la transition de l'écoulement laminaire aux conditions turbulentes. Les trois valeurs sont: $\begin{cases} 4 \times 10^5, 8 \times 10^6 \text{ et } 5 \times 10^7 \text{ pour : } Re = 1000 \\ 3 \times 10^5, 2 \times 10^6 \text{ et } 10^8 \text{ pour : } Re = 1500 \end{cases}$

Aussi, l'augmentation du nombre de Nusselt est valide en régime laminaire pour : $1000 \leq Re \leq 1500, Gr \leq 5 \cdot 10^7$

Habchi et Acharya (1986) ^[11] ont fait une étude numérique de la convection mixte de l'air dans un canal vertical contenant un obstacle sur l'une de ses parois supposées chauffées, alors que l'autre est considérée comme adiabatique ou chauffée (deux cas étudiés) (figure I_5). Les résultats montrent qu'à des faibles nombres de Richardson, le maximum de la vitesse se trouve au voisinage de la paroi adiabatique et de la paroi chaude lorsque Ri augmente. Un écoulement inversé est prédit derrière l'obstacle, où les variations de la température sont faibles. Le nombre de Nusselt moyen en amont et au niveau de l'obstacle augmente lorsque le nombre de Richardson diminue.

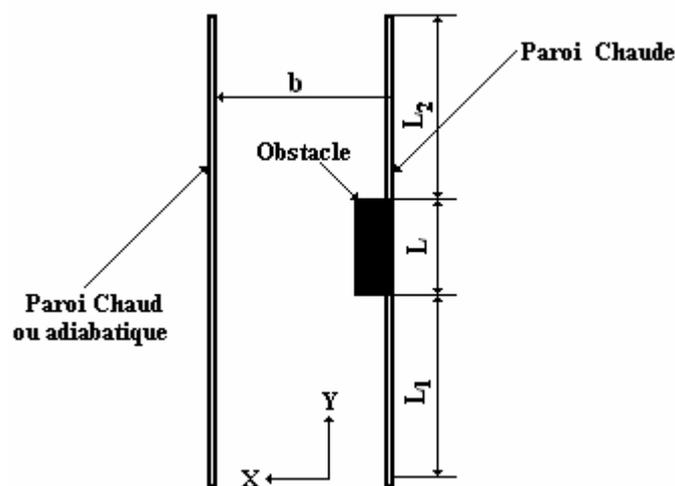


Figure I_5 : Canal vertical contenant un obstacle [11].

Q. Wang et Y. Jaluria (2002) ^[12] ont étudié numériquement la stabilité en convection mixte tri- dimensionnelle dans une conduite horizontale rectangulaire contenant des rangées de sources de chaleur, montées sur la surface inférieure. Le fluide considéré dans cette étude est de l'air, qui entre à faible nombre de Reynolds. Ils ont trouvé qu'il y a quatre types d'écoulements : en rouleaux longitudinaux, en rouleaux transversaux, en mixture et en écoulement chaotique. Les deux premiers écoulements pour un nombre de Reynolds supérieur à 3 et des nombres de Grashof de l'ordre de 10^4 . Tandis que les autres écoulements pour des faibles valeurs de $Re < 3$ et des Grashof élevés.

R. Frederick et F. Quiroz (2002) ^[13] ont étudié numériquement la convection naturelle laminaire à l'état stationnaire dans une enceinte cubique avec une paroi verticale froide opposée à l'autre contenant une zone carrée chaude (figure I_6). Les résultats indiquent que la transition du régime conductif au régime convectif prend fin à $Ra = 10^5$, caractérisée par la suppression de la conduction et un développement lent de la convection. Aussi, dans la gamme du nombre de Rayleigh variant de 10^5 à 10^7 , les vitesses latérales deviennent très grandes, produisant un écoulement tridimensionnel thermiquement stratifié, et que l'effet du nombre de Reynolds est très minime sur le nombre de Nusselt.

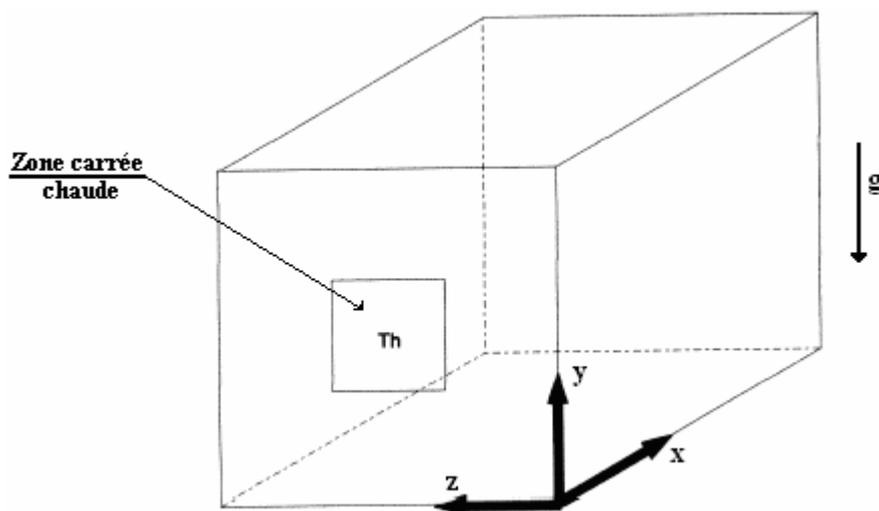


Figure I_6 : Une enceinte cubique avec une paroi verticale froide opposée à l'autre contenant une zone carrée chaude [13].

Où : Th est une température locale chaude.

Une étude analytique de la convection naturelle dans un canal vertical contenant des sources de chaleur à été faite par **Gunes (2003)** [14]. Ce dernier a tiré des expressions analytiques, décrivant la variation des champs des variables en régime stationnaire en deux et trois dimensions. Il a trouvé que pour des petits nombres de Grashof, ces expressions sont en excellents accords avec les solutions numériques dans tout le domaine de calcul. L'expression analytique du débit volumique à travers le canal et la variation du nombre de Nusselt a été obtenue par l'auteur.

T. S. Chang et Y. H. Shian (2004) [15] ont fait une étude numérique de la convection mixte avec écoulement pulsatoire dans un canal vertical ouvert, pour étudier l'effet d'une cloison horizontale sur les caractéristiques du transfert de chaleur (figure I_7). Ils ont explorés les influences des fréquences de pulsation, de l'augmentation du nombre de Prandtl et de la position de cloison pour différents nombres de Richardson. Les résultats obtenus montrent que le transfert de chaleur est meilleur lorsqu'on utilise la cloison et l'écoulement pulsatoire. Aussi, le nombre de Nusselt moyen augmente pour des grandes valeurs du nombre de Reynolds, de la variation de pulsation et du nombre de Prandtl.

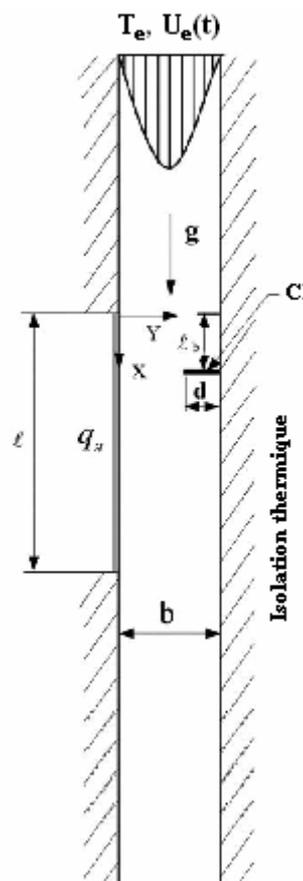


Figure I_7 : Canal vertical ouvert [15].

H. F. Oztop et I. Dagtekin (2004) ^[16] ont étudié numériquement la convection mixte bidimensionnelle stationnaire dans une cavité carrée portant deux parois mobiles verticales et chauffées différemment, les parois horizontales sont maintenues adiabatiques. Trois cas ont été considérés qui dépendent de la direction du mouvement des parois (figure I_8). Toutes les simulations ont été réalisées avec les valeurs des nombres de Richardson ($0.01 \leq Ri \leq 100$), le nombre de Prandtl ($Pr = 0.7$). Les résultats montrent que le nombre de Richardson influe sur l'écoulement du fluide et le transfert thermique pour $Ri > 1$, et par conséquent, le transfert de chaleur est assez meilleur.

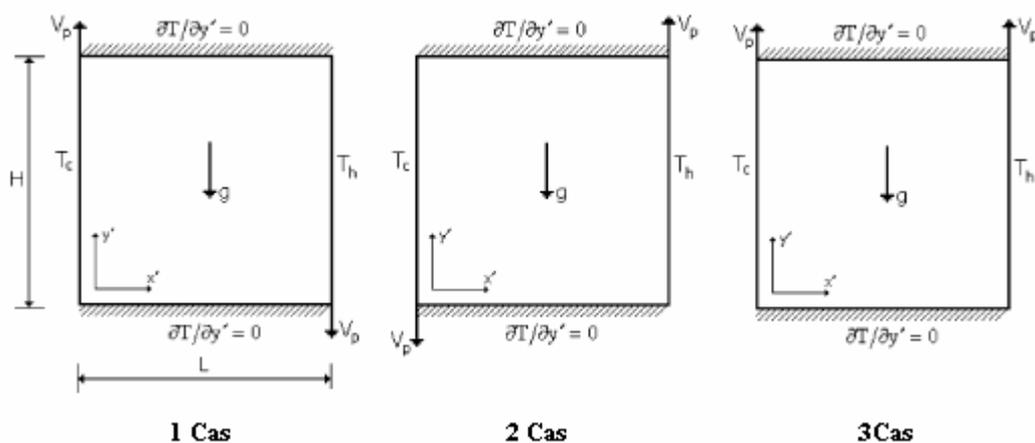


Figure I_8 : Cavités carrées portant des parois mobiles verticales et chauffées différemment [16].

Berletta (1998) ^[17] a fait une étude d'analyse de la convection mixte dans un canal vertical en tenant compte de l'effet de la dissipation visqueuse. Les deux parois verticales ont été considérées isothermes ou différemment chauffées (deux cas ont été étudiés). Les champs des vitesses et des températures adimensionnels et le nombre de Nusselt ont été évalués dans les deux cas. Les résultats montrent que l'effet de la dissipation visqueuse peut être important dans le cas où l'écoulement est ascendant. L'une des conséquences des termes de la dissipation visqueuse est que le transfert de chaleur entre les deux parois du canal n'est pas due simplement à la conduction pure comme dans le cas où on néglige la dissipation visqueuse. Aussi, il a été montré que la dissipation visqueuse augmente les effets des forces de buoyancy.

L'objectif de ce présent travail est de simuler numériquement le refroidissement à air par convection mixte de deux composants électroniques montés dans un canal vertical. L'effet de l'augmentation du nombre de Reynolds et l'effet de l'inclinaison du canal dans le but d'essayer d'obtenir une amélioration du transfert de chaleur, sont analysés. Les effets des certaines paramètres géométrique tels que les dimensions des composants (hauteur, largeur), et l'espace entre- eux sont aussi examinée.

Le mémoire est divisé en quatre chapitres. Le premier (déjà présenté) a été consacré à la présentation aux modes de refroidissement des composants électroniques, une recherche bibliographique, ainsi l'objectif du présent travail. Le second détaille la géométrie, le modèle mathématique, choix des variables adimensionnelles, et les conditions initiales et aux limites. Le troisième concerne la méthode numérique. Les résultats numériques obtenus sont présentés et discutés dans le dernier chapitre, suivie d'une conclusion et recommandation.

CHAPITRE II
GEOMETRIE ET
MODELE MATHEMATIQUE

II_1. Introduction :

La convection est un mode de transfert de chaleur le plus important du transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. La caractéristique essentielle du transfert de chaleur par convection est le transport d'énergie par mouvement moléculaire, ce que l'on appelle par diffusion et par mouvement macroscopique du fluide, ce que l'on appelle par advection [20].

Dans ce chapitre, nous allons présenter seulement les équations aux dérivées partielles (E.D.P) modélisant notre problème (convection mixte). Les démonstrations nécessaires pour obtenir ces équations sont bien expliquées dans beaucoup d'ouvrages de mécanique de fluide et transfert de chaleur [19] et [22].

II_2. Géométrie du problème :

La géométrie du problème considéré est illustrée dans la figure II_1. Elle consiste deux composants électroniques montés dans un canal vertical de longueur « L » et de largeur « H », les deux parois verticales sont supposées adiabatiques. A l'entrée du canal, l'air pénètre avec une vitesse V_0 pour refroidir les deux composants. Chaque un de ces derniers a une longueur « L_{Sx} » et une hauteur « L_{Sy} » et sont séparés par une distance « d », la distance entre l'entrée du canal et le premier composant (composant $N^\circ = 1$) est « L_i », et entre le deuxième composant (composant $N^\circ = 2$) et la sortie du canal est « L_e ». Chaque composant est maintenu à une température constante « T_S ».

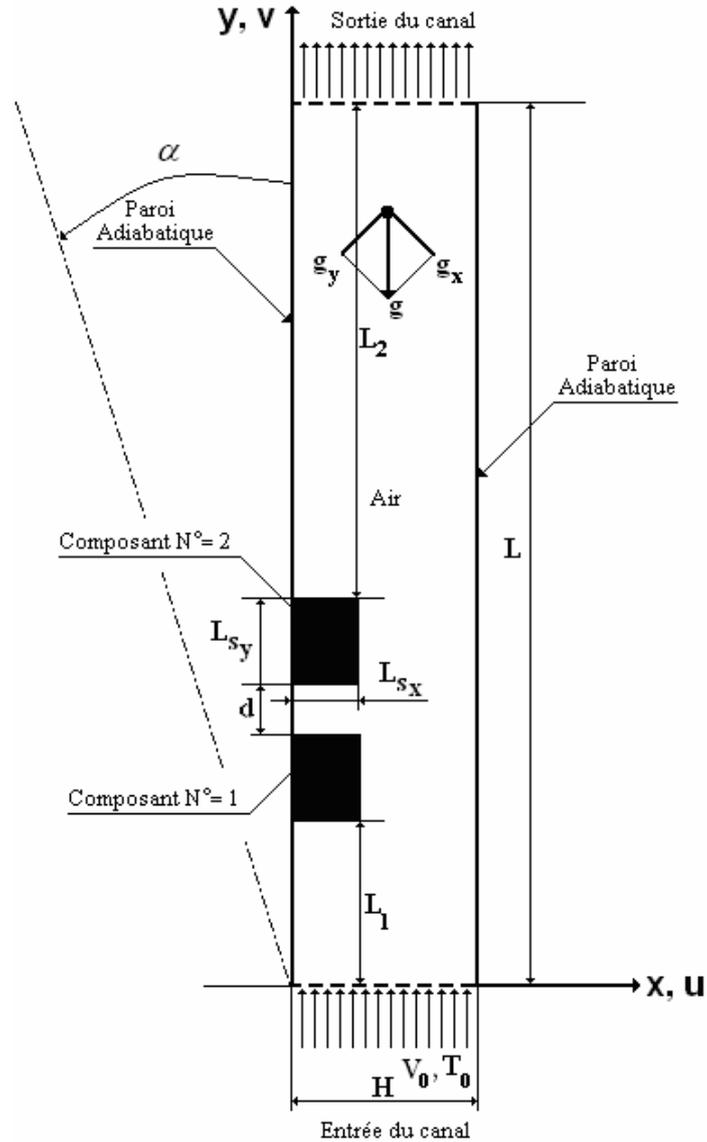


Figure II_1 : Géométrie du problème.

Où : V_0 est la vitesse uniforme de l'air à l'entrée du canal, et T_0 la température du milieu ambiant. Noter que pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$, le canal est en position verticale, et pour $\alpha = 90^\circ$ le canal est en position horizontale.

II_3. Les équations mathématiques gouvernantes :

Ces équations sont obtenues à partir de :

- la loi de conservation de masse « équation de continuité »
- la loi de conservation de quantité de mouvement « équation de Navier -Stokes »
- la loi de conservation d'énergie « équation de l'énergie »

Pour plus de détails concernant les démonstration des ces équation, consulter les références [19] et [22].

II_3_1. Equation générale de transport :

Supposons que nous avons un volume élémentaire $dv = dx dy dz$ (Figure II_2), et considérons le transport dans un écoulement de fluide d'une quantité « ϕ » / unité de Kg de fluide porteur, qui peut représenter :

- une masse.
- Une quantité de mouvement.
- Une énergie.

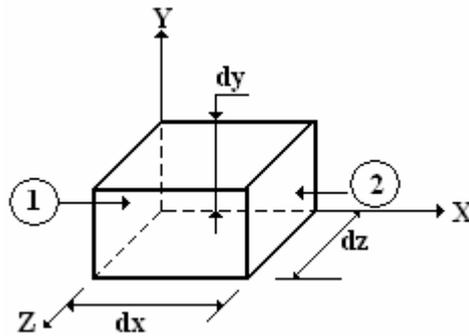


Figure II_2 : Schéma d'un volume de contrôle.

Taux d'accumulation da la quantité « ϕ » dans le volume de contrôle =
 Flux convectif net entrant par les 6 faces +
 Flux de diffusion nette entrant par les 6 faces +
 Taux de production – taux de destruction

• Taux d'accumulation :

A l'instant (t) : $= \phi dm$

A l'instant (t + dt) : $= \phi dm + \left(\frac{\partial}{\partial t}\right) (\phi dm) dt$

Donc le taux d'accumulation de « ϕ » égale à :

$$= \left[\phi dm + \left(\frac{\partial}{\partial t}\right) (\phi dm) dt \right] - \phi dm$$

$$= \left(\frac{\partial}{\partial t}\right) (\phi dm) dt$$

Par unité de temps :

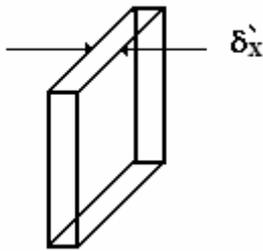
$$= \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) (\phi dm) \quad \text{avec : } dm = \rho dv = \rho dx dy dz$$

$$\text{Taux d'accumulation / unité de temps} = dx dy dz \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) (\rho \phi)$$

$$\text{Taux d'accumulation / unité de volume} = \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) (\rho \phi)$$

• **Flux convectif entrant par les 6 faces :**

La face 1 et 2' :



$$= \phi \text{ masse par } \delta x'$$

$$= \phi \rho (dy dz \delta x')$$

Par unité de temps :

$$= \phi \rho (dy dz \delta x') / dt$$

$$\text{Flux convectif 1} = \phi \rho u dy dz$$

Le flux convectif de la quantité « ϕ » sortant par la face 2 en même temps de l'entrée $\delta x'$ est :

$$\text{Flux convectif 2} = [\phi \rho u dy dz] + \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) [\phi \rho u dy dz] dx$$

Donc, le flux convectif net, en considérant les 6 faces du volume de contrôle est :

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) [\phi \rho u dy dz] dx - \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) [\phi \rho v dx dz] dy - \left(\frac{\partial}{\partial z} \right) [\phi \rho w dx dy] dz$$

Le flux convectif nette / unité de volume est :

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) [\phi \rho u] - \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) [\phi \rho v] - \left(\frac{\partial}{\partial z} \right) [\phi \rho w]$$

• **Flux de diffusion entrant par les six faces**

$$\text{Flux diffusif 1} = \left[-\Gamma_\phi \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) dy dz \right]$$

$$\text{Flux diffusif 2} = \left[-\Gamma_\phi \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) dy dz \right] + \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \left[-\Gamma_\phi \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) dy dz \right] dx$$

Donc le flux diffusif entrant par les six faces, est :

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \left[\Gamma_{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dy dz \right] dx + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \left[\Gamma_{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dz \right] dy + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right) \left[\Gamma_{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) dx dy \right] dz$$

Le flux diffusif nette / unité de volume est :

$$= \left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \left[\Gamma_{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \right] + \left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \left[\Gamma_{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right] + \left(\frac{\partial}{\partial z}\right) \left[\Gamma_{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \right]$$

• **Bilan total :**

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \phi u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_{\phi} \quad (\text{II}_1)$$

Où :

$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi)$: Représente le taux d'accumulation de la quantité « ϕ » par unité de volume.

$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \phi u_j)$: Représente le transport de la quantité « ϕ » par convection.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$: Représente le transport de la quantité « ϕ » par diffusion.

S_{ϕ} : est le terme source.

II_4. Modèle mathématique :

II_4_1. Hypothèses :

- Fluide Newtonien et visqueux
- Milieu continu
- Ecoulement bidimensionnel (suivant les coordonnées cartésiennes x et y)
- Régime laminaire
- Dissipation visqueuse est négligeable et pas de source de chaleur volumétrique.
- L'approximation de Boussinesq est valide : elle consiste à considérer que les variations de la masse volumique sont négligeables aux niveaux de tous les termes des équations de quantité de mouvement ($\rho = \rho_0$), sauf au niveau de terme de gravité. La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit [18] et [22] :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (\text{II}_2)$$

Avec :

T_0 : Température de référence (milieu ambiant)

β : Le coefficient d'expansion thermique à pression constante

ρ_0 : La masse volumique du fluide à T_0

- Les propriétés physiques du fluide et des composants électroniques (ρ, ν, Cp, K) sont supposées constantes.

Les équations du modèle mathématique sous forme adimensionnelle sont :

II_4_2. Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II}_3)$$

II_4_3. Equation de quantité de mouvement suivant « x » :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu^* \frac{\partial U}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu^* \frac{\partial U}{\partial Y} \right) \right] + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \sin(\alpha) \theta \quad (\text{II}_4)$$

II_4_4. Equation de quantité de mouvement suivant « y » :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(\nu^* \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\nu^* \frac{\partial V}{\partial Y} \right) \right] + \frac{Gr}{\text{Re}^2} \cos(\alpha) \theta \quad (\text{II}_5)$$

Avec :

$$\nu^* = \frac{\nu}{\nu_{air}} = \begin{cases} 1 & \text{dans la région fluide} \\ 10^{20} & \text{dans la région solide (composants électroniques)} \end{cases}$$

II_4_5. Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} Pr} \left[\frac{\partial}{\partial X} \left(k^* \frac{\partial \theta}{\partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(k^* \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right) \right] \quad (\text{II}_6)$$

Où:

$$k^* = \frac{k}{k_{air}} = \begin{cases} 1 & \text{dans la région fluide} \\ 10^{20} & \text{dans chaque composant électronique} \end{cases}$$

✓ **Variables Caractéristiques :**

$$X = \frac{x}{H}, \quad Y = \frac{y}{H} \quad \tau = \frac{t}{H/V_0}$$

$$U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0} \quad P = \frac{p - p_0}{\rho V_0^2}$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{T_s - T_0}, \quad v^* = \frac{v}{v_{air}}$$

✓ **Nombres Adimensionnels :**

- Nombre de Prandtl : $Pr = \frac{V_{air}}{\alpha_{air}}$
- Nombre de Reynolds : $Re = \frac{V_0 H}{v_{air}}$
- Nombre de Grashof : $G_r = \frac{g \beta (T_s - T_0) H^3}{v_{air}^2}$
- Nombre de Richardson : $R_i = \frac{G_r}{Re^2}$

Les conditions initiales et aux limites adimensionnelles sont :

À $\tau = 0$, $U = V = 0$, $\theta = 0$

Pour $\tau > 0$, les conditions aux limites pour le champ dynamique et le champ thermique sont illustrées dans le tableau_03 et sur la figure II_3.

Limite	Conditions	
	Hydrodynamiques	Thermiques
X = 0 (paroi verticale gauche)	U = V = 0	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$
X = H / H = 1 (paroi verticale droite)	U = V = 0	$\frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$
Y = 0 (à l'entrée du canal)	U = 0 V = 1	$\theta = 0$
Y = L / H (à la sortie du canal)	$\frac{\partial U}{\partial Y} = \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0$

Tableau II_01 : Conditions aux limites hydrodynamiques et thermiques sous forme adimensionnelles

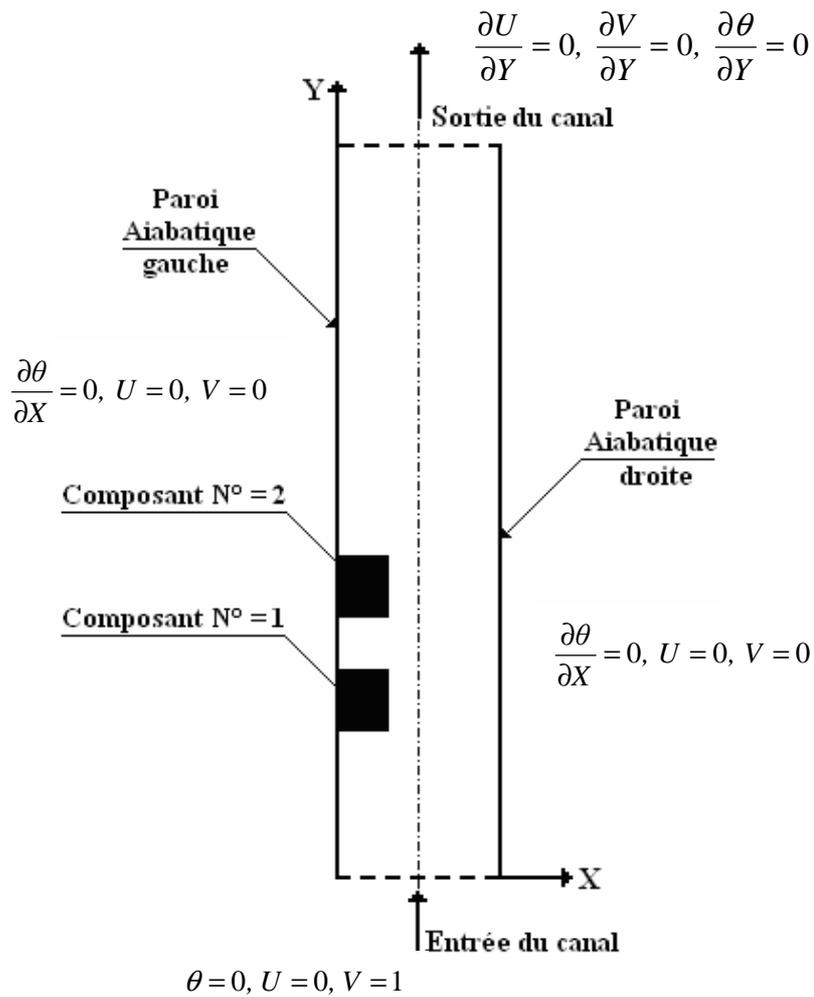


Figure II_3 : Conditions aux limites sous forme adimensionnelle du champ de vitesse et du champ de température.

CHAPITRE III
DISCRETISATION ET
METHODE NUMERIQUE

III_1. Introduction :

Dans le pratique, tous les phénomènes physiques des écoulements de fluide en régime laminaire ou turbulent, sont d'écrit par le système d'équations aux dérivées partielles (E.D.P) non linéaire. Qu'il convient de résoudre pour obtenir et connaître les caractéristiques de l'écoulement (champs d'écoulements, champs thermiques).

La résolution de système d'équations (qui formé par l'équation de continuité, l'équation de quantité de mouvement et l'équation d'énergie) analytiquement est pratiquement impossible de fait de la non- linéarité d'une part, et couplées d'autre part comme notre cas (la convection mixte). Donc, il est nécessaire d'utiliser une méthode numérique adéquate pour trouver les meilleures approximations.

Pour obtenir cette solution numérique, on doit transformer les équations différentielles en système d'équations algébriques au moyen d'une méthode de discrétisation la plus fréquemment utilisée dans les problèmes d'écoulement et de transfert thermique, telle que la méthode des différences finies, la méthode des volumes finis, et la méthode des éléments finis.

III_2. Choix de la méthode numérique :

Pour notre présente étude, nous avons choisi la méthode des volumes finis. Cette méthode intègre les équations de transport sur un volume fini « appelé Volume de Contrôle » couvrant le domaine physique. Le résultat de discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins. La discrétisations des équations de transport par cette méthode présente certains avantages du fait qu'elle permet un traitement plus facile des milieux hétérogène et garantie la conservation de masse et de quantité de mouvement dans chaque volume de contrôle, et dans tout de domaine de calcul. Aussi, elle facilite la linéarisation des termes sources s'ils ne le sont pas [19].

III_3. Maillage :

Comme présenter dans la figure III_1, le domaine d'étude est subdivisé en volume finis. Chaque volume de contrôle a une dimension $\Delta X * \Delta Y * 1$. Au centre de chaque volume de contrôle sont stockées les quantités scalaires (P, θ) et les quantités vectorielles (U, V) sont localisées aux faces des volumes de contrôle aux faces e, w, n et s (Voir la figure III_2).

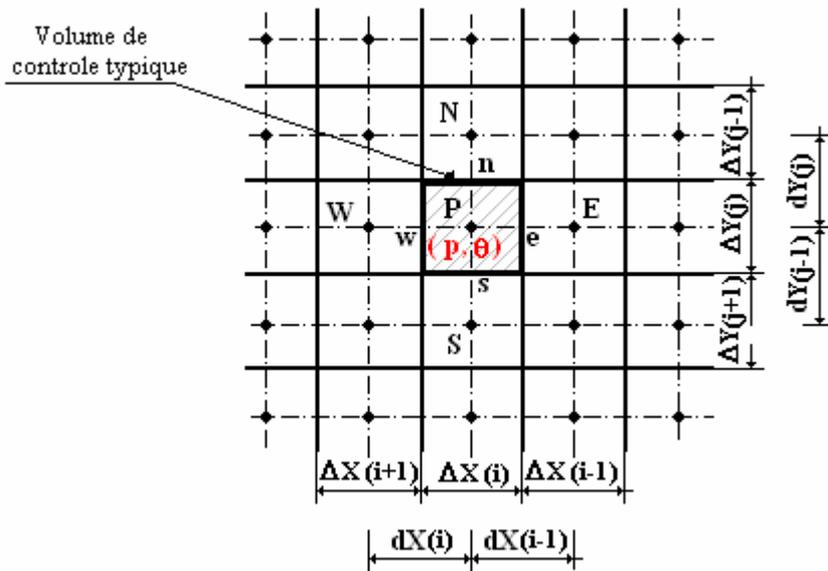
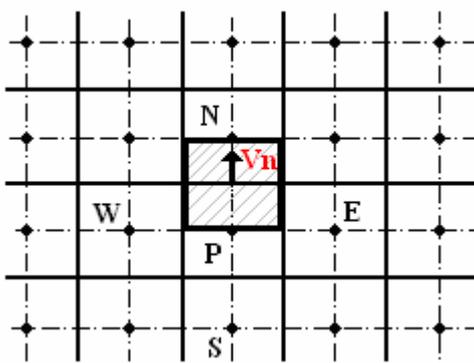
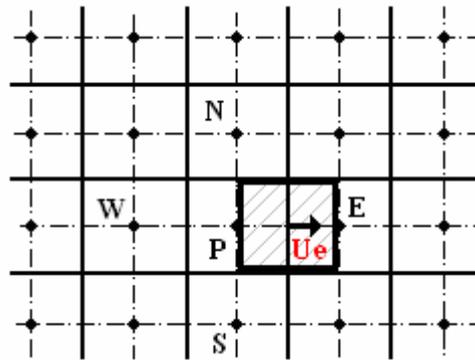


Figure III_1: Stockage des quantités scalaires (p, θ).



Volume de contrôle d'écalé vers le haut.



Volume de contrôle d'écalé vers la droite.

Figure III_2: Localisation des quantités vectorielles (U et V).

III_4. Discrétisation de l'équation générale de transport :

L'équation générale de transport est [19] :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (\text{III}_1)$$

En intégrant cette équation sur un volume de contrôle typique (figure III_4), on obtient :

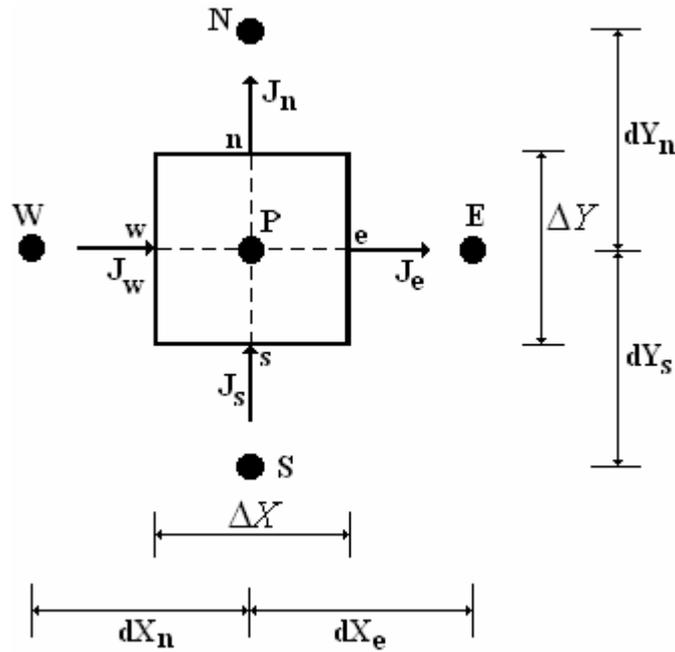


Figure III_3 : Volume de contrôle typique

$$\begin{aligned} \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial (U \phi)}{\partial x} dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial (V \phi)}{\partial y} dx dy d\tau = \\ \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e S_\phi dx dy d\tau \end{aligned} \quad (\text{III}_2)$$

Où:

n : correspond au temps (τ)

n+1 : correspond au temps ($\tau + \Delta \tau$)

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy d\tau = (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \Delta X \Delta Y$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(U\phi)}{\partial x} dx dy d\tau = (U_e\phi_e - U_w\phi_w) \Delta Y \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial(V\phi)}{\partial y} dx dy d\tau = (V_n\phi_n - V_s\phi_s) \Delta X \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy d\tau = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta Y \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy d\tau = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta X \Delta \tau$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^e \int_w^e S_\phi dx dy d\tau = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \Delta \tau$$

En réduisant les termes semblable, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} + (U_e\phi_e - U_w\phi_w)\Delta Y + (V_n\phi_n - V_s\phi_s)\Delta X = \\ & \left[\left(\Gamma \frac{d\phi}{dX} \right)_e - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dX} \right)_w \right] \Delta Y + \left[\left(\Gamma \frac{d\phi}{dY} \right)_n - \left(\Gamma \frac{d\phi}{dY} \right)_s \right] \Delta X + \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (\text{III}_3)$$

En posant :

$$J_x = U \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X}$$

$$J_y = V \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y}$$

Donc le résultat de l'équation (III_3) donne :

$$(\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} + J_e^{n+1} - J_w^{n+1} + J_n^{n+1} - J_s^{n+1} = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \quad (\text{III}_4)$$

Ou :

$$\left. \begin{aligned} J_e &= U_e\phi_e\Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_e \Delta Y \\ J_w &= U_w\phi_w\Delta Y - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial X} \Big|_w \Delta Y \\ J_n &= V_n\phi_n\Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_n \Delta X \\ J_s &= V_s\phi_s\Delta X - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial Y} \Big|_s \Delta X \end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_5)$$

Les quantités J_e , J_w , J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s). Le terme S_ϕ est supposé être constant dans le volume de contrôle. $\overline{S_\phi}$ est évalué au centre de volume de contrôle.

III_5. Schéma numérique :

La forme générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux totale de convection et de diffusion sont calculés par une fonction $A(|P|)$ (voir tableau III_1), présentée comme suit :

$$A_P \phi_P^{n+1} = A_E \phi_E^{n+1} + A_W \phi_W^{n+1} + A_N \phi_N^{n+1} + A_S \phi_S^{n+1} + b \quad (\text{III}_6)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E &= D_e A(|P_e|) + \text{Max}(-F_e, 0) \\ A_W &= D_w A(|P_w|) + \text{Max}(F_w, 0) \\ A_N &= D_n A(|P_n|) + \text{Max}(-F_n, 0) \\ A_S &= D_s A(|P_s|) + \text{Max}(F_s, 0) \\ b &= \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^n}{\Delta \tau} \right) \Delta X \Delta Y \end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_7)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + (F_e - F_w + F_n - F_s) + \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta \tau} \quad (\text{III}_8)$$

$$\left. \begin{aligned} F_e &= U_e \Delta Y, & F_w &= U_w \Delta Y \\ F_n &= V_n \Delta X, & F_s &= V_s \Delta X \end{aligned} \right\} \text{ Les flux convectif} \quad (\text{III}_9)$$

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma_e}{dX_e} \Delta Y, & D_w &= \frac{\Gamma_w}{dX_w} \Delta Y \\ D_n &= \frac{\Gamma_n}{dY_n} \Delta X, & D_s &= \frac{\Gamma_s}{dY_s} \Delta X \end{aligned} \right\} \text{ Les flux diffusifs} \quad (\text{III}_{10})$$

$$\left. \begin{aligned} P_e &= \frac{F_e}{D_e} \\ P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ P_n &= \frac{F_n}{D_n} \\ P_s &= \frac{F_s}{D_s} \end{aligned} \right\} \text{Les nombres de Peclet aux interfaces: e, w, n, s.}$$

III_6. Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques :

Le tableau ci- dessous « Tableau III_1 » donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Schéma	Formule de la fonction
Différences centrées	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$Max[0, 1 - 0.5 P]$
Power Law	$Max[0, (1 - 0.5 P)^5]$
Exponentiel	$\frac{ P }{[\exp(P) - 1]}$

TableauIII_1 : Les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques [19].

Dans le présent travail, nous avons utilisé le schéma Power Law, car il permet de fournir une meilleure stabilité de la solution numérique et des résultats proches de la solution exacte.

III_7. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant x et y :

III_7.1. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant x :

La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement (eq.II_4) sur un volume de contrôle décalé vers la droite donne :

$$A_p(i, j)U^{n+1}(i, j) = A_E(i, j)U^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)U^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)U^{n+1}(i, j+1) + A_S(i, j)U^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III}_{11})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{12})$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i+1, j)]\Delta Y(j) + \left[\frac{U^n(i, j)}{\Delta \tau} + \frac{Gr}{Re^2} \sin(\alpha) \left(\frac{\theta(i+1, j) + \theta(i, j)}{2} \right) \right] dX(i)\Delta Y(j) \quad (\text{II}_{13})$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{dX(i)\Delta Y(j)}{\Delta \tau} \quad (\text{III}_{14})$$

Détermination des termes convectifs :

$$\left. \begin{aligned} F_e(i, j) &= \frac{1}{2} [U(i+1, j) + U(i, j)]\Delta Y(j) \\ F_w(i, j) &= \frac{1}{2} [U(i-1, j) + U(i, j)]\Delta Y(j) \\ F_n(i, j) &= \frac{1}{2} [V(i, j) + V(i+1, j)]dX(i) \\ F_s(i, j) &= \frac{1}{2} [V(i, j-1) + V(i+1, j-1)]dX(i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{15})$$

Détermination des termes diffusifs [18] :

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \frac{1}{R_e} \frac{v(i, j)\Delta Y(j)}{\Delta X(i+1)} \\ D_n &= \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta X(i+1)}{\frac{\Delta Y(j)}{v(i+1, j)} + \frac{\Delta Y(j)}{v(i+1, j+1)}} \right) + \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j)}{v(i, j)} + \frac{\Delta Y(j+1)}{v(i, j+1)}} \right) \\ D_w &= \frac{1}{R_e} \frac{v(i, j)\Delta Y(j)}{\Delta X(i)} \\ D_s &= \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta X(i+1)}{\frac{\Delta Y(j)}{v(i+1, j)} + \frac{\Delta Y(j+1)}{v(i+1, j+1)}} \right) + \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta X(i+1)}{\frac{\Delta Y(j)}{v(i, j)} + \frac{\Delta Y(j+1)}{v(i, j+1)}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{16})$$

III_7.2. Discrétisation de l'équation de quantité de mouvement suivant y

La discrétisation de l'équation de quantité de mouvement (eq.II_5) sur un volume de contrôle décalé vers la gauche donne :

$$A_p(i, j)V^{n+1}(i, j) = A_E(i, j)V^{n+1}(i+1, j) + A_W(i, j)V^{n+1}(i-1, j) + A_N(i, j)V^{n+1}(i, j+1) + A_S(i, j)V^{n+1}(i, j-1) + b(i, j) \quad (\text{III}_{17})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned} A_E(i, j) &= D_e A(|P_e|) + \max(-F_e, 0) \\ A_W(i, j) &= D_w A(|P_w|) + \max(F_w, 0) \\ A_N(i, j) &= D_n A(|P_n|) + \max(-F_n, 0) \\ A_S(i, j) &= D_s A(|P_s|) + \max(F_s, 0) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{18})$$

$$b(i, j) = [P(i, j) - P(i, j+1)]\Delta X(i) + \left[\frac{V^n(i, j)}{\Delta \tau} + \left(\frac{Gr}{Re^2} \cos(\alpha) \frac{\theta(i, j) + \theta(i, j+1)}{2} \right) \right] \Delta X(i) dY(j) \quad (\text{III}_{19})$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j) + \frac{\Delta X(i) dY(j)}{\Delta \tau} \quad (\text{III}_{20})$$

Détermination des termes convectifs

$$\left. \begin{aligned} F_e(i, j) &= \frac{1}{2} [U(i, j) + U(i, j+1)] dY(j) \\ F_w(i, j) &= \frac{1}{2} [U(i-1, j) + U(i-1, j+1)] dY(j) \\ F_n(i, j) &= \frac{1}{2} [V(i, j+1) + V(i, j)] \Delta X(i) \\ F_s(i, j) &= \frac{1}{2} [V(i, j-1) + V(i, j)] \Delta X(i) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{21})$$

Détermination des termes diffusifs [18]

$$\left. \begin{aligned}
D_e &= \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta Y(j+1)}{\frac{\Delta X(i)}{v^*(i,j+1)} + \frac{\Delta X(i+1)}{v^*(i+1,j+1)}} \right) + \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i)}{v^*(i,j)} + \frac{\Delta X(i+1)}{v^*(i+1,j)}} \right) \\
D_n &= \frac{1}{R_e} \frac{v^*(i,j+1)\Delta X(i)}{\Delta Y(i+1)} \\
D_w &= \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta Y(j+1)}{\frac{\Delta X(i-1)}{v^*(i-1,j+1)} + \frac{\Delta X(i)}{v^*(i,j+1)}} \right) + \frac{1}{R_e} \left(\frac{\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i-1)}{v^*(i-1,j)} + \frac{\Delta X(i)}{v^*(i,j)}} \right) \\
D_s &= \frac{1}{R_e} \frac{v^*(i,j)\Delta X(i)}{\Delta Y(i)}
\end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{22})$$

III_8. Discrétisation de l'équation de l'énergie :

La discrétisation de l'équation adimensionnelle de l'énergie (eq.II_6) sur un volume de contrôle typique donne :

$$A_p(i,j)\theta^{n+1}(i,j) = A_E(i,j)\theta^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)\theta^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)\theta^{n+1}(i,j+1) + A_S(i,j)\theta^{n+1}(i,j-1) + b(i,j) \quad (\text{III}_{23})$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned}
A_E(i,j) &= D_e A(P_e) + \max(-F_e, 0) \\
A_W(i,j) &= D_w A(P_w) + \max(F_w, 0) \\
A_N(i,j) &= D_n A(P_n) + \max(-F_n, 0) \\
A_S(i,j) &= D_s A(P_s) + \max(F_s, 0)
\end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{24})$$

$$b(i,j) = \frac{\theta^n(i,j)}{\Delta \tau} \Delta X(i) \Delta Y(j) \quad (\text{III}_{25})$$

$$A_p(i,j) = A_E(i,j) + A_W(i,j) + A_N(i,j) + A_S(i,j) + \frac{\Delta X(i) \Delta Y(j)}{\Delta \tau} \quad (\text{III}_{26})$$

Détermination des termes convectifs :

$$\left. \begin{aligned}
F_e(i,j) &= U(i,j) \Delta Y(j) \\
F_w(i,j) &= U(i-1,j) \Delta Y(j) \\
F_n(i,j) &= V(i,j) \Delta X(i) \\
F_s(i,j) &= V(i,j-1) \Delta X(i)
\end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{27})$$

Détermination des termes diffusifs [18] :

$$\left. \begin{aligned}
D_e &= \frac{1}{R_e P_r} \left(\frac{2\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i)}{k^*(i,j)} + \frac{\Delta X(i+1)}{k^*(i+1,j)}} \right) \\
D_w &= \frac{1}{R_e P_r} \left(\frac{2\Delta Y(j)}{\frac{\Delta X(i-1)}{k^*(i-1,j)} + \frac{\Delta X(i)}{k^*(i,j)}} \right) \\
D_n &= \frac{1}{R_e P_r} \left(\frac{2\Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j)}{k^*(i,j)} + \frac{\Delta Y(j+1)}{k^*(i,j+1)}} \right) \\
D_s &= \frac{1}{R_e P_r} \left(\frac{2\Delta X(i)}{\frac{\Delta Y(j-1)}{k^*(i,j-1)} + \frac{\Delta Y(j)}{k^*(i,j)}} \right)
\end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{28})$$

III_9. Résolution du système d'équation :

La résolution de système d'équation « III_29 », coïncide avec deux problèmes :

- Le première est que les coefficients A_p, A_E, A_W, A_N et A_S des équations discrétisées de quantité de mouvement suivant X, Y dépendent respectivement des variables U, V (équations non linéaires).

- Le deuxième est que le terme sources des équations discrétisées de quantité de mouvement contient un gradient de pression et jusqu'à présent nous n'avons pas une équation qui gère cette variable [11].

$$\left. \begin{aligned}
A_p(i,j)U^{n+1}(i,j) &= A_E(i,j)U^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)U^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)U^{n+1}(i,j+1) \\
&\quad + A_S(i,j)U^{n+1}(i,j-1) + b(i,j) \\
A_p(i,j)V^{n+1}(i,j) &= A_E(i,j)V^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)V^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)V^{n+1}(i,j+1) \\
&\quad + A_S(i,j)V^{n+1}(i,j-1) + b(i,j) \\
A_p(i,j)\theta^{n+1}(i,j) &= A_E(i,j)\theta^{n+1}(i+1,j) + A_W(i,j)\theta^{n+1}(i-1,j) + A_N(i,j)\theta^{n+1}(i,j+1) \\
&\quad + A_S(i,j)\theta^{n+1}(i,j-1) + b(i,j)
\end{aligned} \right\} \quad (\text{III}_{29})$$

La résolution des deux problèmes est possible grâce à un algorithme développé par Patankar dit « Algorithme SIMPLER » [19]. **SIMPLER : Semi Implicit Method for Pressure Links Equation Revised**

III_10. Algorithme SIMPLER [19] :

Les étapes de l'algorithme « SIMPLER » sont :

➤ Etape_01 :

Estimer un champ de vitesse.

➤ Etape_02 :

Ecrivons les deux équations discrétisées de quantité de mouvement suivant x et y d'une manière à apparaître les deux gradients de pression dans le but de les éliminer, pour obtenir deux champs de vitesse dit pseudo- vitesses :

$$\hat{U}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j)U(i, j) + b_U(i, j)}{A_p(i, j)} \quad (\text{III}_{30})$$

$$\hat{V}(i, j) = \frac{\sum_{nb=E,W,N,S} A_{nb}(i, j)V(i, j) + b_V(i, j)}{A_p(i, j)} \quad (\text{III}_{31})$$

Où:

$b_U(i, j)$ et $b_V(i, j)$ Contient les termes sources de l'équations discrétisées de quantité de mouvement suivant x et y, sauf le terme de pression. D' où les relations suivantes :

$$U^{n+1}(i, j) = \hat{U}(i, j) + P_U(i, j)[P(i, j) - P(i+1, j)] \quad (\text{III}_{32})$$

$$V^{n+1}(i, j) = \hat{V}(i, j) + P_V(i, j)[P(i, j) - P(i, j+1)] \quad (\text{III}_{33})$$

$$\text{Avec : } P_U(i, j) = \frac{\Delta Y(j)}{A_p(i, j)} \text{ et } P_V(i, j) = \frac{\Delta X(i)}{A_p(i, j)}$$

➤ Etape_03 :

On calcule les coefficients de pression, pour cela nous discrétisons l'équation de continuité sur un volume de contrôle typique :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

Après la discrétisation on obtient l'équation suivante :

$$[U(i, j) - U(i - 1, j)]\Delta Y(j) + [V(i, j) - V(i, j - 1)]\Delta X(i) = 0 \quad (\text{III}_{34})$$

On remplace les deux équations « III_30 » et « III_31 » dans l'équation « III_34 », tous les pseudo- vitesses vont s'éliminer et on obtient l'équation de pression discrétisée suivante :

$$A_P(i, j)P^{n+1}(i, j) = A_E(i, j)P^{n+1}(i + 1, j) + A_W(i, j)P^{n+1}(i - 1, j) + A_N(i, j)P^{n+1}(i, j + 1) + A_S(i, j)P^{n+1}(i, j - 1) + b_P(i, j) \quad (\text{III}_{35})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = P_U(i, j)\Delta Y(j)$$

$$A_W(i, j) = P_U(i - 1, j)\Delta Y(j)$$

$$A_E(i, j) = P_V(i, j)\Delta X(i)$$

$$A_E(i, j) = P_V(i, j - 1)\Delta X(i)$$

$$A_P(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

$$b_P(i, j) = \left[\hat{U}(i - 1, j) - \hat{U}(i, j) \right] \Delta Y(j) + \left[\hat{V}(i, j - 1) - \hat{V}(i, j) \right] \Delta X(i)$$

➤ **Etape_04 :**

Considérons le champ de pression déduit de l'équation « III_35 » comme un champ estimé

$P^*(i, j)$ et le faire remplacer dans l'équation « III_29 », nous obtenons donc U^* et V^* :

$$A_P(i, j)U^*(i, j) = A_E(i, j)U^*(i + 1, j) + A_W(i, j)U^*(i - 1, j) + A_N(i, j)U^*(i, j + 1) + A_S(i, j)U^*(i, j - 1) + (P^*(i, j) - P^*(i + 1, j))\Delta Y(j) + b_U(i, j) \quad (\text{III}_{36})$$

$$A_P(i, j)V^*(i, j) = A_E(i, j)V^*(i + 1, j) + A_W(i, j)V^*(i - 1, j) + A_N(i, j)V^*(i, j + 1) + A_S(i, j)V^*(i, j - 1) + (P^*(i, j) - P^*(i, j + 1))\Delta X(i) + b_V(i, j) \quad (\text{III}_{37})$$

➤ **Etape_05 :**

Les champs corrects de vitesse et de pression sont donnés comme :

$$P(i, j) = P^*(i, j) + P'(i, j) \quad (\text{III}_{38})$$

$$U(i, j) = U^*(i, j) + U'(i, j) \quad (\text{III}_{39})$$

$$V(i, j) = V^*(i, j) + V'(i, j) \quad (\text{III}_{40})$$

Où :

$P'(i, j), U'(i, j)$ et $V'(i, j)$ sont respectivement les corrections des champs $P^*(i, j), U^*(i, j)$ et $V^*(i, j)$.

En suivant les mêmes étapes élaborées pour la détermination des vitesses estimées. Et en substituant les relations « Equation III_39 » et « Equation III_40 » dans les équations « Equation III_29 », et soustrayant avec l'équation « Equation III_36 » et « Equation III_37 », nous obtenons :

$$A_p(i, j)U'(i, j) = A_E(i, j)U'(i+1, j) + A_W(i, j)U'(i-1, j) + A_N(i, j)U'(i, j+1) + A_S(i, j)U'(i, j-1) + b_U(i, j) + (P'(i, j) - P'(i+1, j))\Delta Y(j) \quad (\text{III}_{41})$$

$$A_p(i, j)V'(i, j) = A_E(i, j)V'(i+1, j) + A_W(i, j)V'(i-1, j) + A_N(i, j)V'(i, j+1) + A_S(i, j)V'(i, j-1) + b_V(i, j) + (P'(i, j) - P'(i, j+1))\Delta X(i) \quad (\text{III}_{42})$$

➤ **Etape_06 :**

La détermination des corrections des vitesses $U'(i, j)$ et $V'(i, j)$ depuis les équations « III_41 » et « III_42 » est compliquées, donc ces deux équations peuvent être approximées par les deux équations suivantes :

$$A_p(i, j)U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i+1, j))\Delta Y(j) \quad (\text{III}_{43})$$

$$A_p(i, j)V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j+1))\Delta X(i) \quad (\text{III}_{44})$$

Donc :

$$U'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i+1, j))P_U(i, j) \quad (\text{III}_{45})$$

$$V'(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j+1))P_V(i, j) \quad (\text{III}_{46})$$

On remplace les deux équations « III_45 » et « III_46 » dans les équations « III_39 » et « III_40 », nous avons :

$$U(i, j) = (P'(i, j) - P'(i+1, j))P_U(i, j) + U^*(i, j) \quad (\text{III}_{47})$$

$$V(i, j) = (P'(i, j) - P'(i, j+1))P_V(i, j) + V^*(i, j) \quad (\text{III}_{48})$$

➤ **Etape_07 :**

Remplaçons les deux équations « III_47 » et « III_48 » dans l'équation discrétisée de continuité « III_32 », toutes les vitesses estimées vont s'éliminer pour obtenir l'équation discrétisée de correction de pression suivante :

$$A_p(i, j)P'(i, j) = A_E(i, j)P'(i+1, j) + A_W(i, j)P'(i-1, j) + A_N(i, j)P'(i, j+1) + A_S(i, j)P'(i, j-1) + b_p(i, j) \quad (\text{III}_{49})$$

Avec :

$$A_E(i, j) = P_U(i, j)\Delta Y(j)$$

$$A_W(i, j) = P_U(i-1, j)\Delta Y(j)$$

$$A_N(i, j) = P_V(i, j)\Delta X(i)$$

$$A_S(i, j) = P_V(i, j-1)\Delta X(i)$$

$$A_p(i, j) = A_E(i, j) + A_W(i, j) + A_N(i, j) + A_S(i, j)$$

$$b_p(i, j) = \left[\hat{U}(i-1, j) - \hat{U}(i, j) \right] \Delta Y(j) + \left[\hat{V}(i, j-1) - \hat{V}(i, j) \right] \Delta X(i)$$

➤ **Etape_08 :**

Résoudre l'équation algébrique discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température - θ .

➤ **Etape_09 :**

Test de convergence, et impression des résultats.

III_11. Résumé de l'algorithme SIMPLER :

L'algorithme **SIMPLER** est comme suit :

- ✓ Initier un champ de vitesse.
- ✓ Calculer les coefficients des équations de quantité de mouvement et les pseudo-vitesses « Equation III_30 » et « Equation III_31 ».
- ✓ Calculer les coefficients de l'équation de pression discrétisée et le résoudre pour obtenir le champ de pression P « Equation III_35 ».
- ✓ Considérer le champ de pression obtenue comme une estimation, le faire remplacer dans les équations de quantité de mouvement pour obtenir les vitesses estimées « Equation III_36 » et « Equation III_37 ».
- ✓ Calculer le terme b_p de l'équation de correction de pression et le résoudre pour obtenir $P'(i, j)$.

✓ Corriger le champ de vitesse en utilisant les deux équations « Equation III_45 » et « Equation III_46 ».

✓ Résoudre l'équation discrétisée d'énergie pour obtenir le champ de température $\theta(i, j)$.

✓ Considérer le champ de vitesse comme une nouvelle estimation des vitesses et retourner à l'étape deux jusqu'à la convergence.

III_11. Méthode de résolution :

La discrétisation nous a donné un système d'équations algébriques non linéaires, dans la solution nécessitent l'utilisation d'une méthode numérique itérative par double balayage pour chaque incrément de temps en utilisant l'algorithme de THOMAS [19].

L'équation « Equation III_11 » peut être sous la forme adimensionnelle qui contient seulement trois inconnus :

$$A_p(i, j)\phi^{n+1}(i, j) = A_N(i, j)\phi^{n+1}(i, j+1) + A_S(i, j)\phi^{n+1}(i, j-1) + b'(i, j) \quad (\text{III}_50)$$

Avec : $b'(i, j) = A_E(i, j)\phi(i+1, j) + A_W(i, j)\phi(i-1, j) + b(i, j)$

Pour résoudre le système d'équations « Equation III_49 » au point « i », on a :

$$a_j\phi_j = b_j\phi_{j+1} + c_j\phi_{j-1} + d_j$$

La relation de récurrence pour ϕ_j est donnée par :

$$\phi_j = P_j\phi_{j+1} + Q_j \quad (\text{III}_51)$$

Calculons ϕ_{j-1}

$$\phi_{j-1} = P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1} \quad (\text{III}_52)$$

En substituant l'équation « Equation III_52 » dans l'équation « Equation III_49 », on obtient :

$$a_j\phi_j = b_j\phi_{j+1} + c_j(P_{j-1}\phi_j + Q_{j-1}) + d_j \quad (\text{III}_53)$$

En réarrangeant cette équation, les coefficients P_j et Q_j s'obtient comme suit :

$$P_j = \frac{b_j}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III}_54)$$

$$Q_j = \frac{d_j + c_j P_{j-1}}{a_j - c_j P_{j-1}} \quad (\text{III}_{55})$$

L'algorithme de THOMAS se résume comme suit [19]:

1. Calculons les quantité P_1 et Q_1 par :

$$P_1 = \frac{b_1}{a_1}, \quad Q_1 = \frac{d_1}{a_1}$$

2. Utilisons les relations « Equation III_54 » et « Equation III_55 » pour obtenir les équation P_j et Q_j pour $j=1,2,3,\dots,j_l$

3. poser $\phi_{j_l} = Q_{j_l}$

4. Finalement, on utilise l'équation « Equation III_51 » pour $j=j_l-1, j_l-2,\dots,3,2,1$. pour obtenir $\phi_{j_l-1}, \phi_{j_l-2}, \dots, \phi_3, \phi_2, \phi_1$.

III_12. Critère de convergence :

Le critère de convergence est vérifié lorsque: Le maximum des vitesses et des températures dans le domaine de calcul entre le temps τ et $\tau + \Delta\tau$ est négligeable; c'est-à-dire :

$$|\theta^{n+1} - \theta^n| < \varepsilon = 10^{-4}$$

$$|U^{n+1} - U^n| < \varepsilon = 10^{-4}$$

$$|V^{n+1} - V^n| < \varepsilon = 10^{-4}$$

Ou : n et $n+1$ sont les itérations successives aux temps « τ » et « $\tau+\Delta\tau$ »

A cet instant, le régime permanent est obtenu et le débit entrant à l'entrée du canal égale au débit sortant du canal.

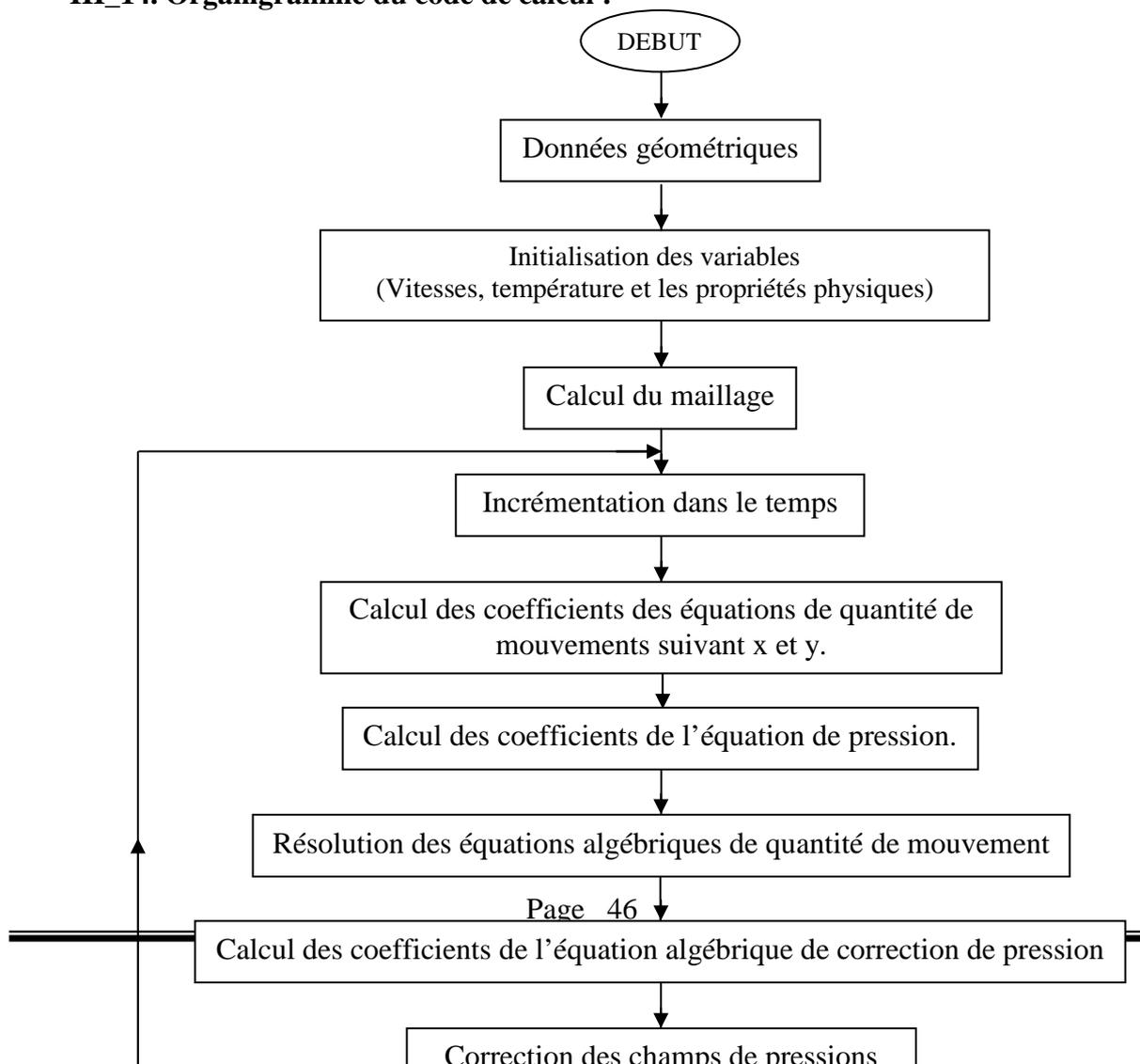
III_13. Nomenclature du code de calcul :

- Subroutine **INIT**: initialise les vitesses, les températures et les propriétés de transport.
- Subroutine **MESH**: détermine le maillage.

-
-
- Subroutine **ZERO**: met à zéro les coefficients des équations algébriques de discrétisations avant de les réutiliser.
 - Subroutine **XMOM**: calcul les coefficients de l'équation de discrétisation de quantité de mouvement suivant X.
 - Subroutine **YMOM**: calcul les coefficients de l'équation de discrétisation de quantité de mouvement suivant Y.
 - Subroutine **COEFP**: calcul les coefficients de l'équation de discrétisation de la pression.
 - Subroutine **ENERGY**: calcul les coefficients de l'équation de discrétisation de température.
 - Subroutine **BOUNDU**: met à jours les valeurs des conditions aux limites de la vitesse horizontale U.
 - Subroutine **BOUNDV**: met à jours les valeurs des conditions aux limites de la vitesse verticale V.
 - Subroutine **BOUNDT**: met à jours les valeurs des conditions aux limites de la température « θ ».
 - Subroutine **XSWEEP**: transforme l'équation algébrique de discrétisation multidimensionnelle en une équation unidimensionnelle suivant la direction X en faisant appel TDMA pour résoudre le système d'équations tri-diagonal.
 - Subroutine **YSWEEP**: transforme l'équation algébrique de discrétisation multidimensionnelle en une équation unidimensionnelle suivant la direction Y en faisant appel TDMA pour résoudre le système d'équations tri diagonal.

- Subroutine **TDMA**: résoudre le système d'équations obtenu par l'algorithme à matrice tri diagonal.
- Subroutine **BALANC**: calcul le bilan massique.
- Subroutine **DIFTT**: calcul le maximum des différences des variables calculées (U, V et θ) aux temps τ et $\tau + 1$.
- Subroutine **VORTIC**: calcul les lignes de courant et la vorticité de l'écoulement.
- Subroutine **PRINT**: pour l'impression des résultats.

III_14. Organigramme du code de calcul :



CHAPITRE IV

*RESULTATS ET
DISCUSSIONS*

IV_1. Présentation des résultats :

Les résultats de nos simulations numériques pour le champ d'écoulement et les champ thermique sont visualisés graphiquement par :

- Pour les champ d'écoulement :
 - Les contours de la fonction de courant « ψ » dans le plan (X, Y).
 - Les vecteurs des vitesses « U, V » dans le plan (X, Y).
 - Les profils de la vitesse verticale « V » dans différentes stations en fonction de (Y).
- Pour les champ thermique :
 - Les isothermes.
 - Les profils de la température « θ » dans différentes stations en fonction de (Y).
 - Le profil du nombre de Nusselt local le long des six faces des deux composants « Nu » et moyen « \overline{Nu} » des deux composants.

La structure de l'écoulement est visualisée à l'aide de la fonction de courant « ψ » définie par :

$$V = -\frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (\text{IV}_1)$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\int_1^2 d\psi = -\int_1^2 V dX \quad (\text{IV}_2)$$

Physiquement, la différence entre deux lignes de courant représente le débit du fluide écoulé à travers la distance séparant, donc :

$$\psi_2 - \psi_1 = -V \Delta X \quad (\text{IV}_3)$$

Un vecteur vitesse est le résultat des deux composantes de la vitesse (U et V) :

$$\|\vec{V}_v\| = \sqrt{\|\vec{U}\|^2 + \|\vec{V}\|^2} \quad (\text{IV}_4)$$

Le nombre de Nusselt est défini par le rapport du flux de chaleur convectif sur le flux de chaleur diffusif. Ce nombre caractérise le taux de transfert de chaleur au niveau de l'interface (fluide – solide).

Le nombre de Nusselt local est défini comme suit :

$$\text{L'échange de chaleur se fait dans la direction X. } Nu_x = -\frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (\text{IV}_5)$$

$$\text{L'échange de chaleur se fait dans la direction Y. } Nu_y = -\frac{\partial \theta}{\partial Y} \quad (\text{IV}_6)$$

Pour notre étude, nous avons calculé le nombre de Nusselt local le long des trois faces du chaque composant électronique (figure IV_1).

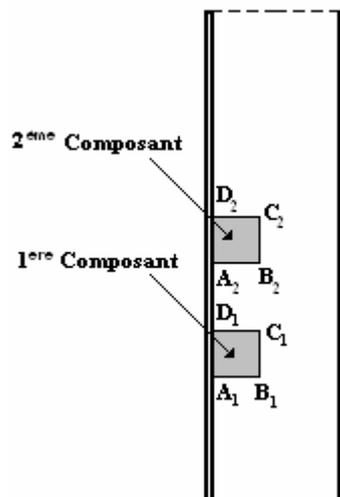


Figure IV_1 : Canal vertical contenant deux composants électroniques. A_1B_1 , B_1C_1 , C_1D_1 , A_2B_2 , B_2C_2 et C_2D_2 sont les faces des composants électroniques.

Le fluide utilisé pour le refroidissement est de l'air, et son écoulement à l'intérieur du canal est contrôlé par les nombres adimensionnels suivants :

- Le nombre de Prandtl « Pr »
- Le nombre de Reynolds « Re »
- Le nombre de Grashof « Gr »

Les données de nos calculs sont :

- $Pr = 0.71$ (l'air comme fluide de refroidissement)
- $Gr = 10^4$. Dans la plupart des applications de refroidissement des systèmes électroniques à air, la valeur du terme de buoyancy n'est pas élevée parce que les dimensions de tels systèmes sont modérées. Donner une hauteur $H = 20$ mm, et une différence de température $\Delta T = 10$ K, le nombre de Grashof correspondant

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T H^3}{\nu_{air}^2} = 10^4 \quad [12].$$

- Incrément du temps adimensionnel $\Delta\tau = 10^{-4}$
- Maillage uniforme.
- L'angle d'inclinaison du canal « α »

Dans ce chapitre nous avons utilisé un maillage uniforme dans les directions X et Y, et avant de procéder à tous les calculs, nous avons examiné l'effet du maillage sur la solution numérique. Ensuite, nous avons examiné en détail l'effet de quelques paramètres sur les champs de vitesse et de température et le nombre de Nusselt (locaux et moyens) :

- L'effet du maillage sur la solution numérique.
- L'effet de l'angle de l'inclinaison « α ».
- L'effet du nombre de Reynolds « Re ».
- L'effet de la taille des composants électroniques.
- L'effet de l'espacement « d » entre les composants électroniques.

IV_2. Effet de maillage sur la solution numérique:

Pour que notre choix du maillage soit meilleur, nous considérons le cas d'un écoulement en convection mixte avec les données suivantes : $P_r = 0.71$, $G_r = 10^4$, $Re = 20$, $\alpha = 0^\circ$, $H/H = 1$, $L_1/H = 2$, $L_2/H = 6$, $d = L_{sy}$, $L_{sx}/H = 0.25$ et $L_{sy}/H = 0.25$

En considérant quatre types de maillage (Figure VI_2) :

- Maillage m1 (Figure VI_2 (a)) : [52x162] nœuds avec 50x160 volumes de contrôle.
- Maillage m2 (Figure VI_2 (b)) : [62x272] noeuds avec 60x270 volumes de contrôle.
- Maillage m3 (Figure VI_2 (c)) : [72x372] noeuds avec 70x370 volumes de contrôle.
- Maillage m4 (Figure VI_2 (d)) : [82x472] noeuds avec 80x470 volumes de contrôle.

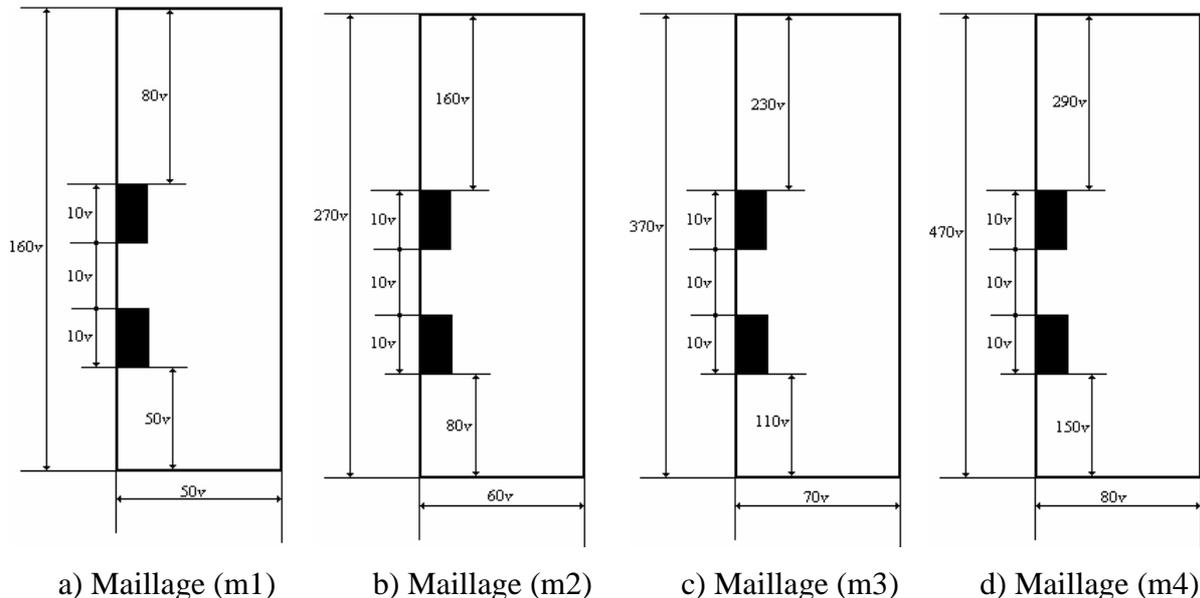


Figure IV_02 (a – d) : Différents maillages utilisés dans nos simulations numériques pour voir leurs effets sur la solution. Noter que 50v correspond à 50 volumes de contrôle, 160v volumes de contrôle,.....etc.

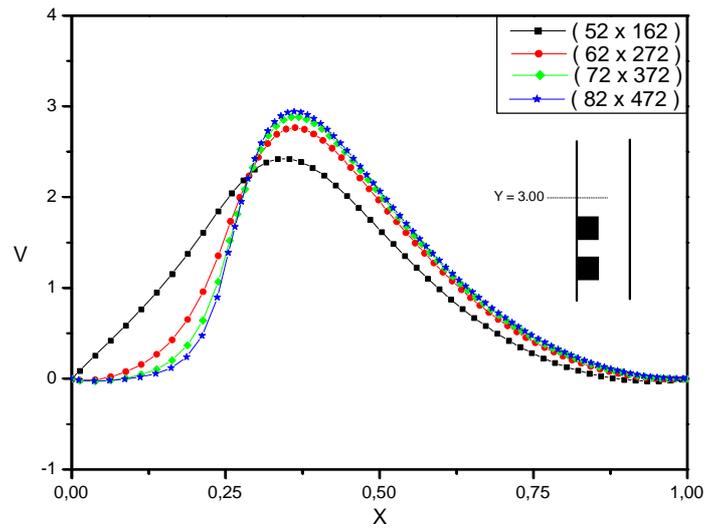
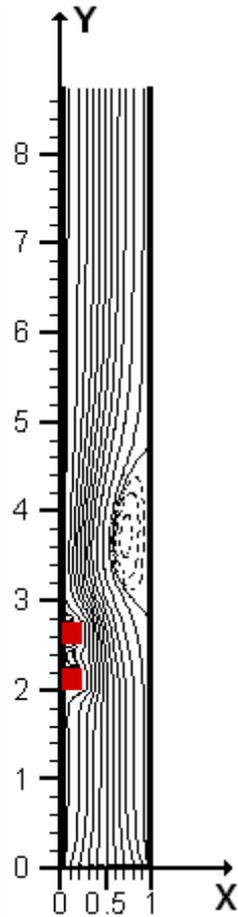


Figure IV_3 : Variation de la vitesse adimensionnelle « V » en fonction de X, correspondant à une position en aval du canal, $Y = 3.0$

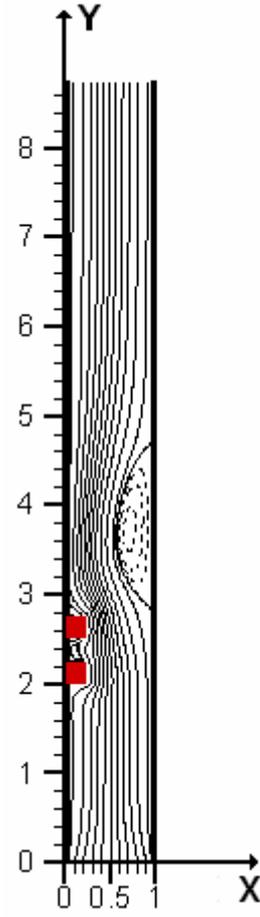
$$(Gr = 10^4, Re = 20, Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 25)$$



a) maillage [52x162] noeuds

$$\psi_{\max} = 2.1632384 \text{ E-03}$$

$$\psi_{\min} = -1.040568$$

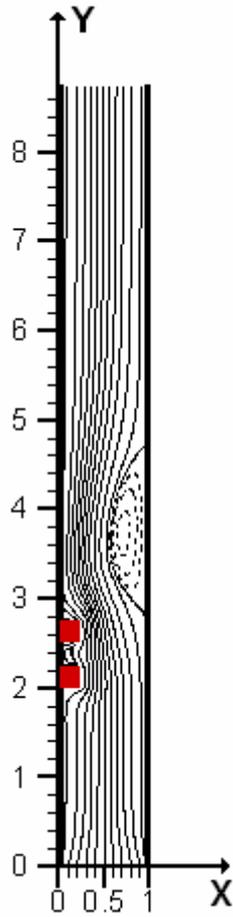


b) maillage [62x272] noeuds

$$\psi_{\max} = 1.8853465 \text{ E-03}$$

$$\psi_{\min} = -1.041020$$

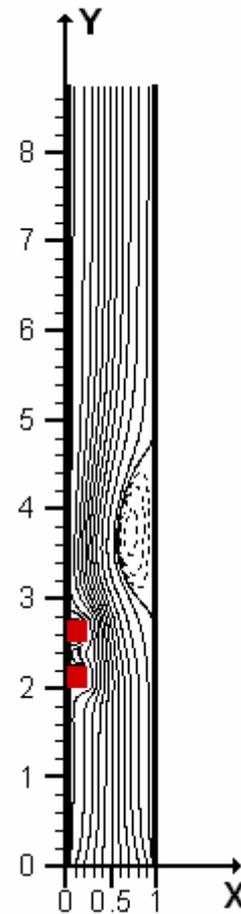
Figure IV_4 (a – d): Contours de la fonction de courant adimensionnelle Ψ
pour différents Maillages ($\text{Gr} = 10^4$, $\text{Re} = 20$, $\text{Ri} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} = 25$)



c) maillage [72x372] noeuds

$$\psi_{\max} = 1.7777170 \text{ E-03}$$

$$\psi_{\min} = -1.041252$$



d) maillage [82x472] noeuds

$$\psi_{\max} = 1.7546826 \text{ E-03}$$

$$\psi_{\min} = -1.041534$$

Figure IV_4 (a – d) (suite)

D'après la figure IV_3 on peut voir clairement que le maillage m3 et m4 présentent la meilleur solution. La figure IV_4 (a – d) présente la même structure du champ d'écoulement pour les différents maillages avec différentes valeurs de « ψ ».

IV_3. Validation du code de calcul :

Pour valider notre code de calcul et lui donner plus de crédibilité, on a choisi de comparer les résultats obtenus par nos simulations numériques avec ceux trouvés par **Habchi et Acharya 1986**^[11], qui ont traité le cas de la convection mixte dans un canal vertical ayant une paroi adiabatique, et l'autre paroi est maintenue à une température constante et sur laquelle est monté un obstacle (figure IV_05).

D'après la figure IV_06 qui montre une comparaison entre les profils de la température en fonction de X, au niveau des deux sections $Y = 0.77$ et $Y = 2.17$ (**Habchi et Acharya, 1986**^[11]), nous pouvons conclure que nos résultats sont en bon accord avec les résultats trouvés avec Habchi et Acharya [11].

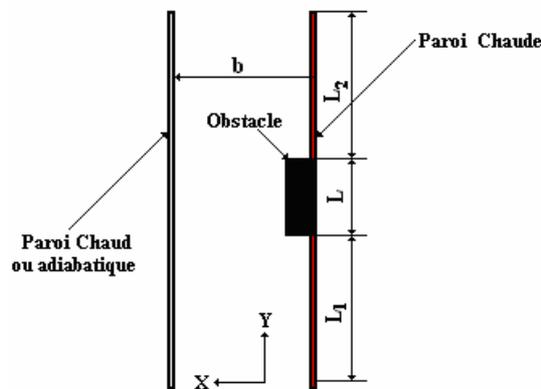


Figure IV_05 : Géométrie du problème considéré par **Habchi et Acharya 1986**^[11]

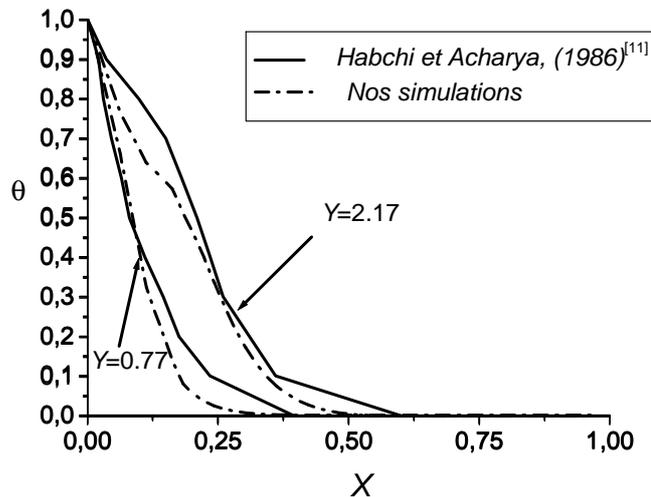


Figure IV_06 : Comparaison des profils de la température $\theta=f(x)$, entre nos simulations et celles de **Habchi et Acharya (1986)**^[11]

IV_4. Effet de l'angle de l'inclinaison du canal « α » :

Pour mettre en évidence l'influence de la variation de l'angle d'inclinaison du canal « α » sur la nature de l'écoulement en convection mixte d'une part, et mieux analyser les champs thermiques d'autre part, nous avons varié l'angle d'inclinaison du canal tel que $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, -45^\circ$ et -90° (Voir Figure IV_07).

Nos simulations numériques ont été faites pour $Gr = 10^4$ et $Re = 5$.

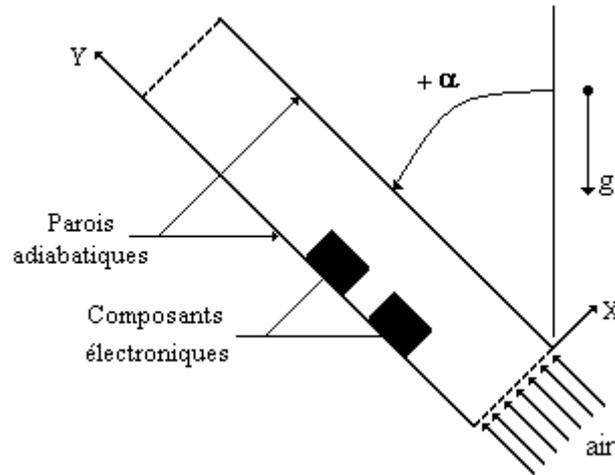


Figure IV_7 : Canal en position inclinée.

Les données géométriques prises pour cette étude sont :

$$H/H = 1, L_1/H = 2, L_2/H = 6, d = L_{sy}, L_{sx}/H = 0.25 \text{ et } L_{sy}/H = 0.25$$

IV_4.1. Champs d'écoulements

Les contours de la fonction de courant adimensionnelle « ψ » pour différents angles d'inclinaison du canal « α » sont présentés par les figures IV_8 (a – e), on observe qu'il existe une zone de recirculation entre les deux composants pour tous les cas. Pour $\alpha = 0^\circ$, qui correspond à une position verticale (figure IV_8 (a)), on voit bien la taille importante de la zone de recirculation située à la paroi gauche adiabatique et qui diminue sensiblement avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison $\alpha = 45^\circ$ et 90° (figure IV_8 (b, c)). Aussi, on constate la création d'une zone de recirculation au dessus des deux composants électroniques juste à la paroi droite lorsque en augmentant l'angle à 45° , qui augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison à 90° . Pour $\alpha = -45^\circ$ (figure IV_8 (d)) on remarque la création d'une

zone de recirculation au dessous des deux composants juste à la paroi gauche, dont sa taille augmente pour $\alpha = -90^\circ$ (figure IV_8 (e)).

Les figures IV_9 (a – e) présentant le champ de vecteurs de vitesses pour différents angles d'inclinaison du canal « α ». Pour $\alpha = 0^\circ$ (Figures IV_9 (a)), de l'entrée du canal jusqu'à le 1^{ère} composant on observe que le profil de vitesse a une allure parabolique, à l'exception de V à $Y=0$ (profil uniforme à l'entrée imposé par la condition au limite de la vitesse verticale). Après, la vitesse de l'air s'élevé, indiquant que les vitesses maximales se localisent essentiellement au voisinage des composants. Pour $\alpha = 45^\circ$ (Figures IV_9 (b)) on observe que l'écoulement présente des vitesses négatives (localisées près de la paroi verticale droite), qui implique la création d'une zone de recirculation, tout en augmentant l'angle d'inclinaison du canal $\alpha = 90^\circ$ (Figures IV_9 (c)) la taille de la zone de recirculation augmente. Pour $\alpha = -45^\circ$ (Figures IV_9 (d)) on observe que l'écoulement présente des vitesses négatives, qui implique la création d'une zone de recirculation, tout en augmentant l'angle d'inclinaison $\alpha = -90^\circ$ (Figures IV_9 (e)) la taille de la zone de recirculation augmente.

Le champ d'écoulement est décrit par les profils de la vitesse verticale adimensionnelle $V=f(X)$ en fonction de l'angle d'inclinaison (Figure IV_10 (a, b)). Au plan médian de la distance « d » entre les deux composants électroniques « $Y=2.375$ » (Figure IV_10 (a)), et pour $\alpha = 0^\circ$ on constate que l'écoulement présente un décollement (c'est-à-dire des vitesses positives à partir de la paroi droite jusqu'à $X = 0.5$, et des vitesses négatives tout en se dirigeant vers la paroi gauche), en augmentant la valeur de l'angle d'inclinaison $\alpha = 45^\circ$ et 90° , ce décollement diminue. De même pour $\alpha = -45^\circ$ l'écoulement présente un décollement, tout en augmentant la valeur de l'angle d'inclinaison à -90° , ce décollement disparaît. Les mêmes observations sont montrées dans la figure IV_10 (b).

IV_4.2. Champs thermiques

En consultant les figures IV_11 (a – e) qui présentent les contours des isothermes pour différents angles d'inclinaison « α », on remarque que les isothermes occupent une partie considérable du canal tout en augmentant l'angle d'inclinaison avec une petite réduction de la

couche limite en aval du 2^{ème} composant, qui implique une amélioration du transfert de chaleur.

La figure IV_12 montre les profils de la température adimensionnelle $\theta = f(X)$, pour différents angles d'inclinaison, à une section au milieu de la distance « d » entre les deux composants « Y=2.375 ». On observe que la température diminue remarquablement de la paroi droite jusqu'à la paroi gauche, qui implique une diminution de la couche limite thermique autour du 2^{ème} composant, donc elle augmente le transfert de chaleur tout en augmentant l'angle d'inclinaison à 45° et 90°. L'inverse est juste pour $\alpha = -45^\circ$ et -90° .

IV_4.3. Taux de transfert de chaleur

Pour consulter l'influence de l'angle d'inclinaison « α » sur le transfert de chaleur au sein des deux composants. La figure IV_13 présente la variation du nombre de Nusselt local le long des six faces de chaque composant en fonction de l'angle d'inclinaison du canal « α ». On voit que les valeurs du nombre de Nusselt local sur les six faces du 1^{ère} composant sont plus grandes que celle du 2^{ème} composant. Aussi, on distingue que le transfert de chaleur s'améliore au sein du 2^{ème} composant tout en augmentant l'angle d'inclinaison ; et l'angle optimal pour un meilleur transfert de chaleur est $+45^\circ$.

La figure IV_14 présente l'effet de l'augmentation de l'angle d'inclinaison du canal « α » sur le nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} de chaque composant, montre que le transfert de chaleur est important au niveau du 1^{er} composant que celui du 2^{ème} composant, puisque il est localisé juste après l'entrée du canal. Aussi, on constate que le transfert de chaleur au sein du 2^{ème} composant est meilleur pour un angle d'inclinaison optimal $\alpha = 45^\circ$. La figure IV_15 montre que le taux de transfert de chaleur globale des deux composants a une valeur maximale pour un angle d'inclinaison $\alpha = +45^\circ$.

Après toutes ces observations, on peut conclure que le transfert de chaleur s'améliore en augmentant la valeur de l'angle d'inclinaison dans le sens inverse des aiguilles d'une montre surtout autour du 2^{ème} composant, et l'angle optimal pour que le transfert de chaleur soit meilleur est $\alpha = 45^\circ$.

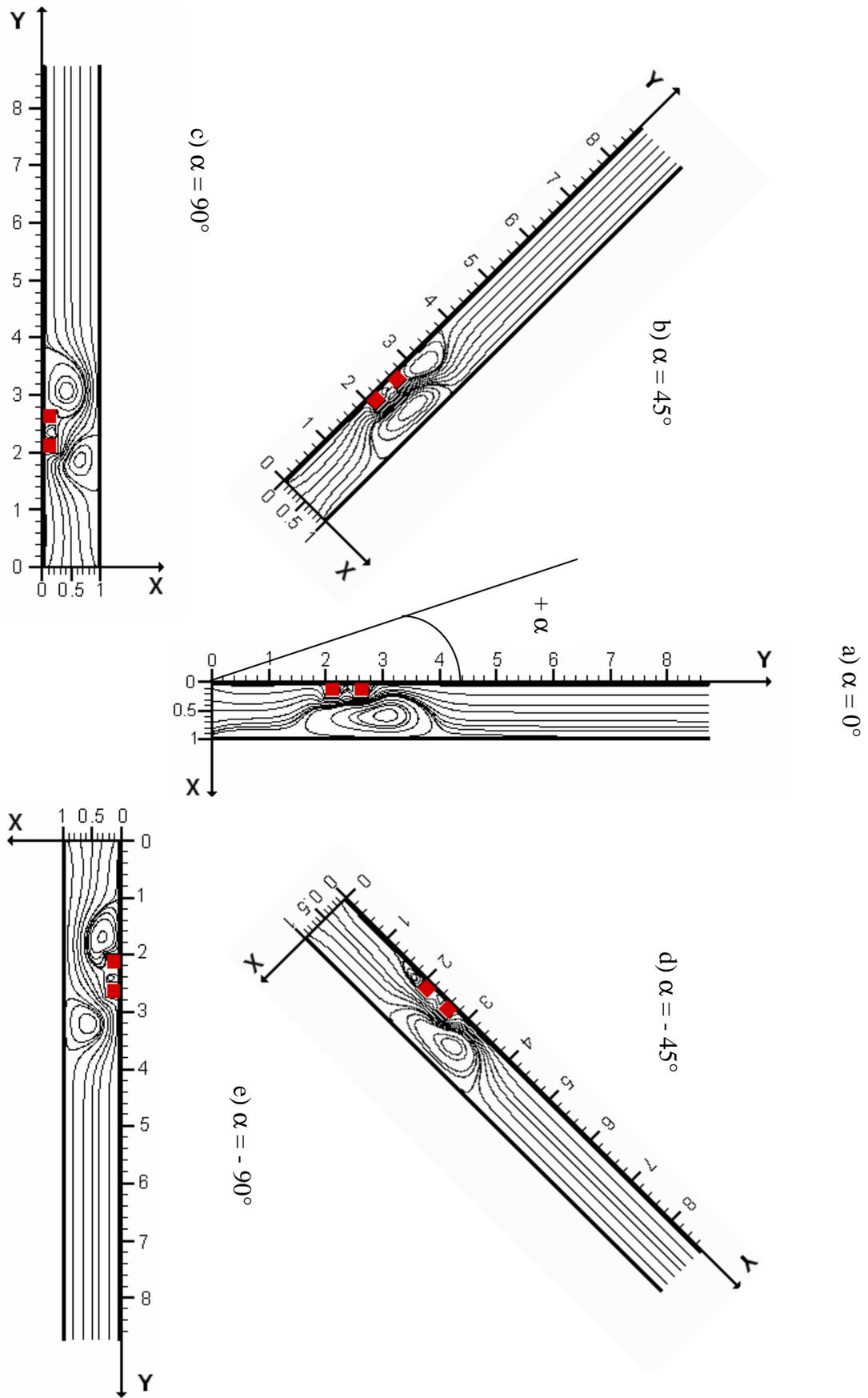


Figure IV_8 : Contours de la fonction de courant adimensionnelle « Ψ » pour différentes Valeurs de « α »
 ($Re = 5$, $Gr=10^4$ et $Ri = Gr/Re^2 = 400$)

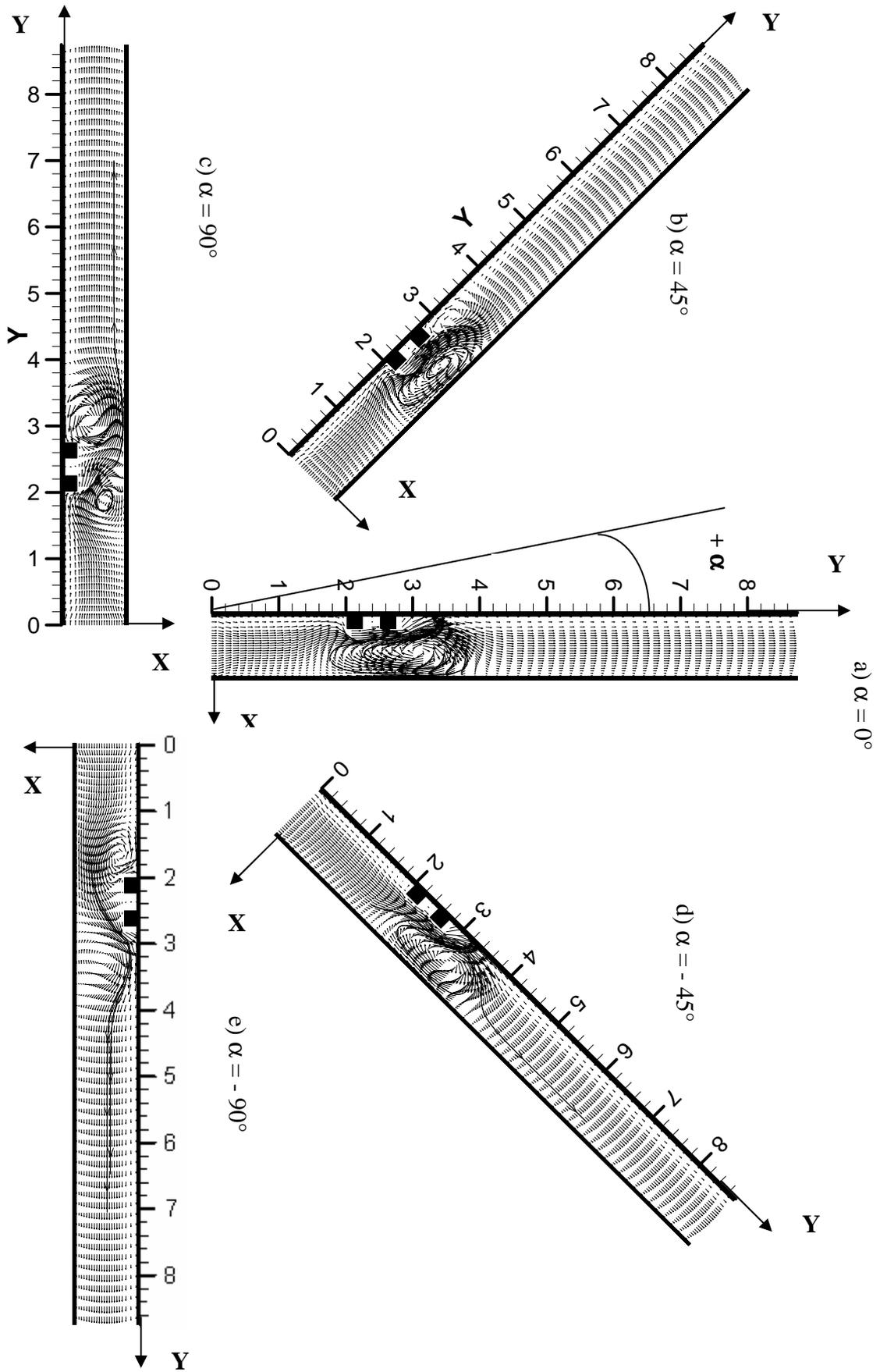
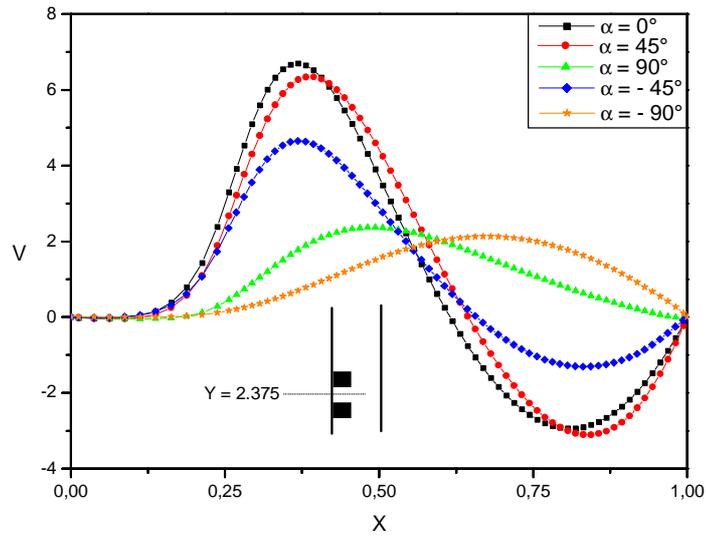
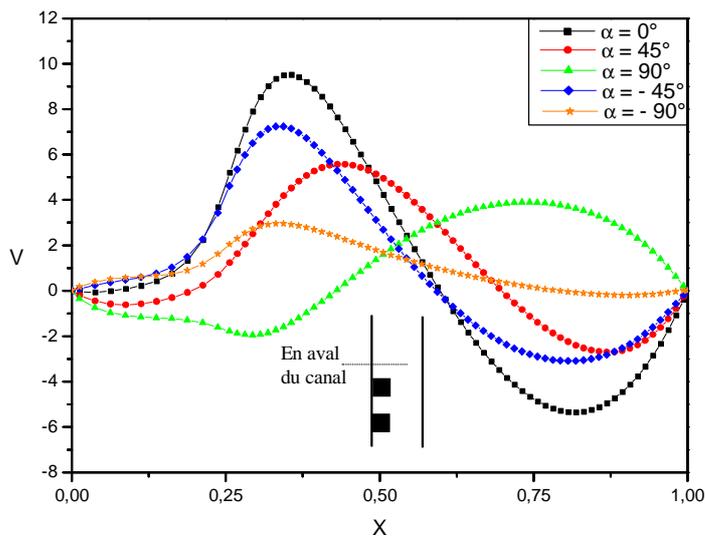


Figure IV_9 : Vecteurs viesses et trajectoire des particules fluide pour différentes Vale de « ∞ »
 ($Re = 5$, $Gr=10^4$ et $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 400$)



(a)



(b)

Figure IV_10 : Variation de la vitesse adimensionnelle «V» en fonction de X, a) au plan médian entre les deux composants, b) en aval du 2^{eme} composant pour différents angles ($Re = 5$, $Gr=10^4$ et $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 400$).

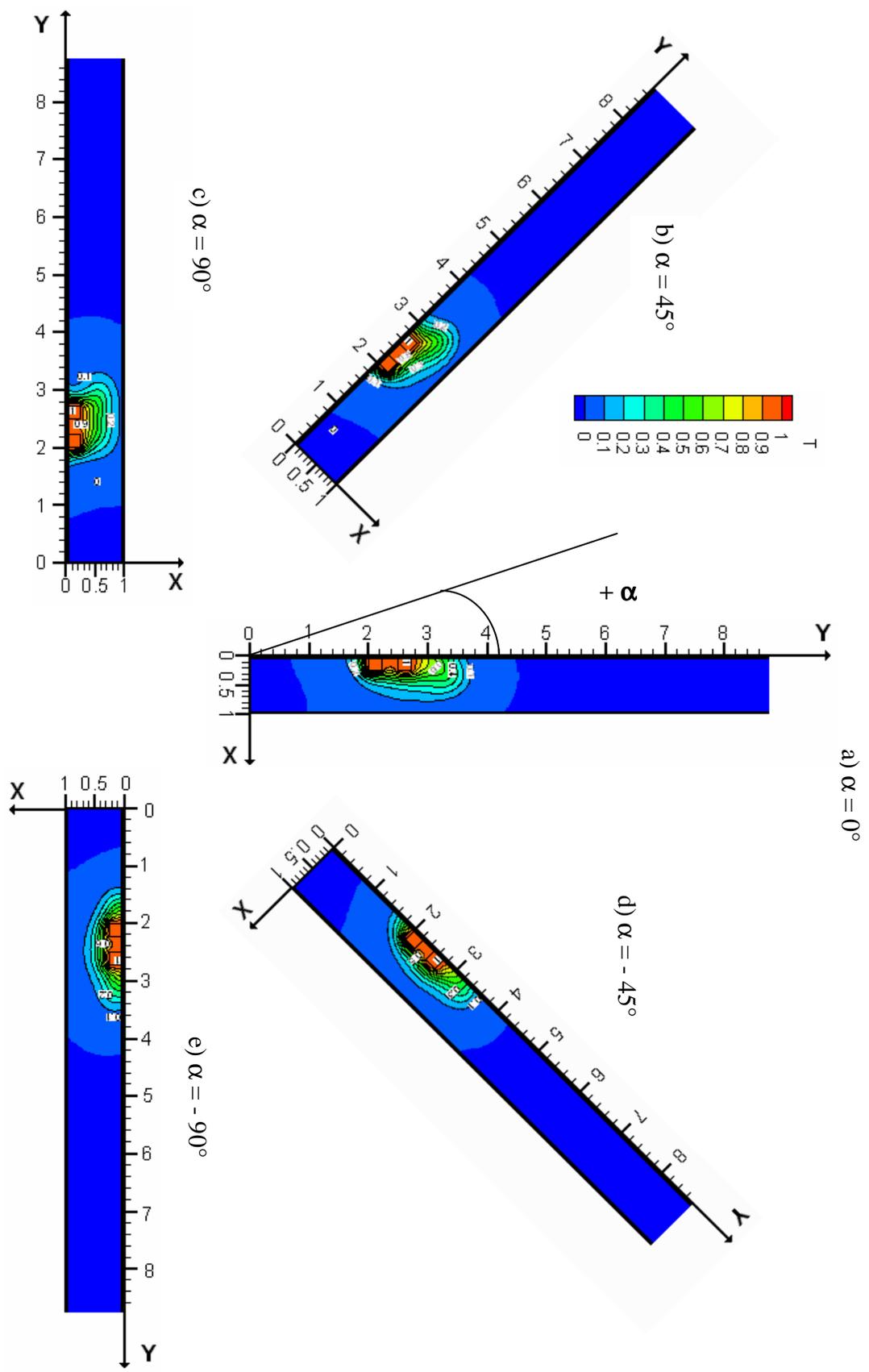


Figure IV_11 : Contours des isothermes pour différents angles d'inclinaison du canal « ∞ »

($Re = 5$, $Gr = 10^4$ et $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 400$).

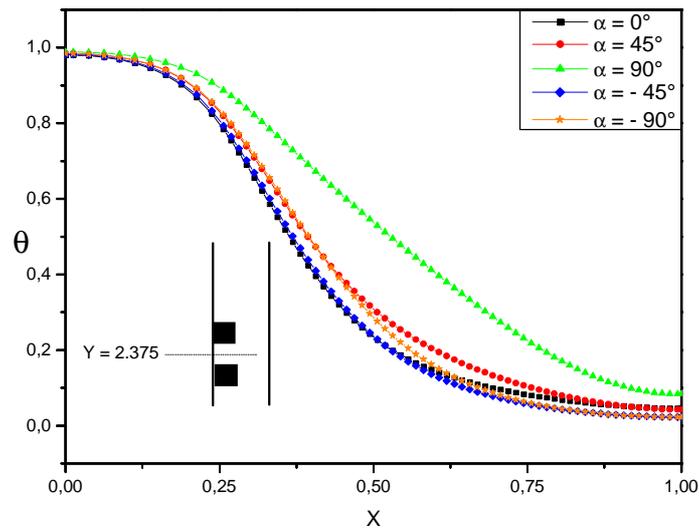


Figure IV_12 : Profil de la température adimensionnelle $\theta = f(X)$, pour différents angles d'inclinaison « α », à une position entre les deux composants ($Re = 5$, $Gr=10^4$ et $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 400$).

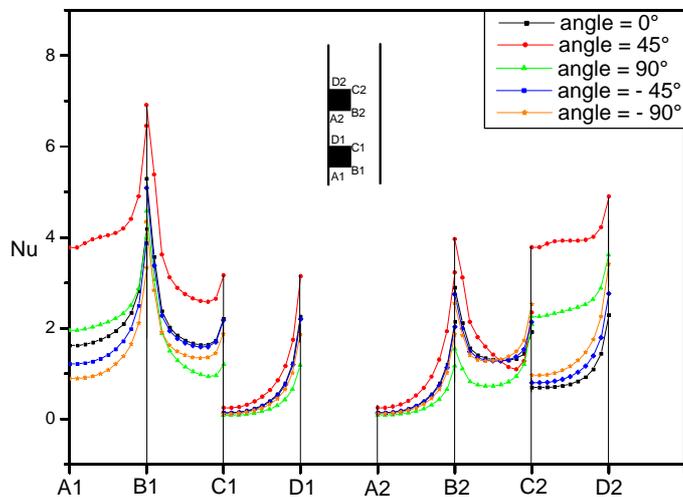


Figure IV_13 : Nombre de Nusselt local Nu le long des faces des deux composants pour différentes valeurs de l'angle « α » ($Re = 5$, $Gr=10^4$, $Ri = 400$)

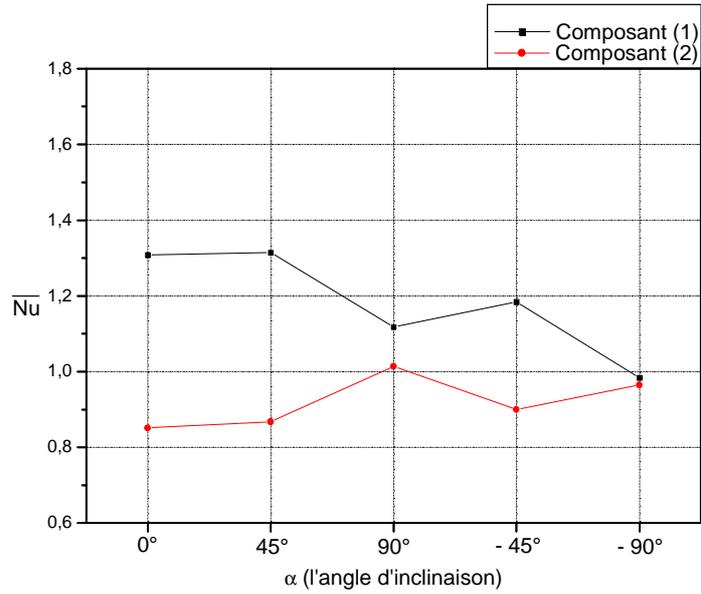


Figure IV_14 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} de chaque composant en fonction de l'angle « α »
 ($Re = 5$, $Gr=10^4$ et $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 400$).

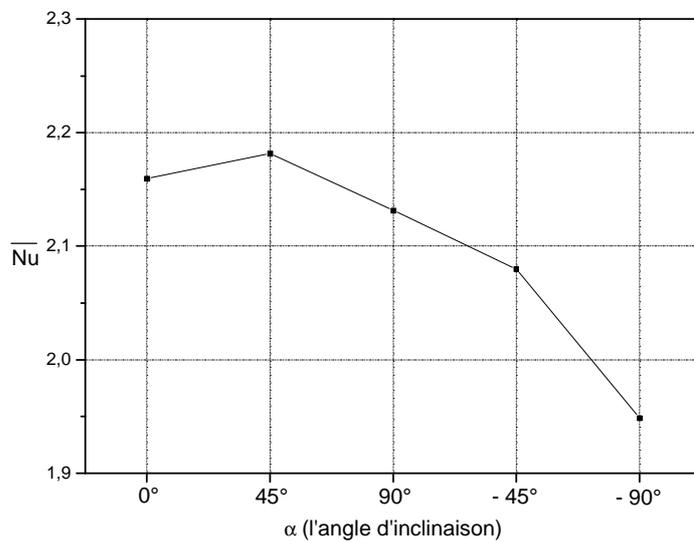


Figure IV_15 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} des deux composants en fonction de l'angle « α »
 ($Re = 5$, $Gr=10^4$ et $Ri = \frac{Gr}{Re^2} = 400$).

IV_5. Effet de nombre de Reynolds :

Dans le but d'examiner l'effet de l'augmentation du nombre de Reynolds sur la nature de l'écoulement en convection mixte, nos simulations numériques ont été faites pour différentes valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 1, 5, 10, 50, 100$ et 200), et pour différents valeurs d'angles d'inclinaison du canal « α », en prenant une valeur fixe du nombre de Grashof ($Gr = 10^4$).

Les données géométriques prises pour cette étude sont :

$$H/H = 1, L_1/H = 2, L_2/H = 6, d = L_{sy}, L_{sx}/H = 0.25 \text{ et } L_{sy}/H = 0.25$$

IV_5.1. Champs d'écoulements

Comme illustrer dans les figures IV_16 (a - f), montrant l'évolution des lignes de la fonction de courant pour différents valeurs du nombre de Reynolds et pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$. On constate qu'il existe une zone de recirculation entre les deux composants. Pour $Re = 1$ (Figures IV_16) (a), on observe que la taille importante de la zone de recirculation située dans la partie supérieure sur les deux composants juste à la paroi gauche, qu'est due au fort effet des forces de buoyancy ($Gr = 10^4$) et faible valeur du nombre de Reynolds. En changeant la valeur du nombre de Reynolds ($Re = 5$) (Figures IV_16) (b), on constate que les cellules se réduisent notablement. Cela peut être justifié par le fait que les forces d'inertie ont un effet réducteur sur les forces de flottabilité. Tout en augmentant le nombre de Reynolds (c'est-à-dire $Re = 10, 50, 100$ et 200) (Figures IV_16) (c - f), on remarque la disparition complète de la cellule citée aux dessus des composants. Après toutes ces observations, on peut conclure qu'on a une tendance à se diriger vers le mode de transfert de chaleur en convection forcée, en augmentant le nombre de Reynolds et en diminuant le nombre de Richardson puisque le nombre de Grashof est fixe ($Gr = \frac{Ri}{Re^2}$).

Les Figures IV_17, 18 montrant la structure de l'écoulement pour deux valeurs du nombre de Reynolds ($Re = 1$ et 5), et pour $\alpha = 45^\circ$ et 90° , respectivement. On constate aussi la disparition de la zone de recirculation tout en augmentant la valeur du nombre de Reynolds.

Les Figures IV_19, 20 (a - c) montrent les champs des vecteurs de vitesses pour différentes valeurs du nombre de Reynolds. Pour $\alpha = -45^\circ$ (Figures IV_19 (a - c)), en suivant le mouvement de l'air dans le canal, nous remarquons que le mouvement du fluide de l'entrée jusqu'au 1^{er} composant a un profil parabolique. Après, la vitesse de l'air s'élève, indiquant que les vitesses maximales se localisent essentiellement au voisinage des composants. Pour une faible valeur du nombre de Reynolds $Re = 5$ (Figures IV_19 a) l'écoulement présente des vitesses négatives (localisées dans la partie supérieure, au dessus des deux composants juste à la paroi droite) à cause de la zone de recirculation qu'est due à l'effet des forces de buoyancy. En augmentant le nombre de Reynolds (c'est-à-dire $Re = 10, 50$) (Figures IV_19 (b et c)), on observe la disparition totale des zones de recirculation citées aux dessus des composants. En fin, à la sortie du canal on constate que l'allure de la vitesse devient parabolique. Les mêmes observations pour un angle d'inclinaison $\alpha = -90^\circ$ (Figures IV_20 (a - c)) sont illustrées.

Le champ d'écoulement est décrit aussi par les profils de la vitesse verticale $V = f(X)$ pour différentes valeurs du nombre de Reynolds (Figures IV_21 - 23), et pour plus de détail nous avons choisi trois stations du canal. En amont du canal « $Y = 1.80$ » (Figure IV_21), pour $Re = 1$ le profil de la vitesse verticale adimensionnelle « V » présente un décollement (c'est-à-dire des vitesses positives à partir de la paroi gauche jusqu'à $X = 0.5$, et des vitesses négatives tout en dirigeant vers la paroi droite), en augmentant le nombre de Reynolds nous remarquons la disparition de ce décollement et le profil tend vers une allure parabolique. Au milieu de la distance d « $Y = 2.375$ » (Figure IV_22) et en aval du canal « $Y = 3.00$ » (Figure IV_23) les profils de vitesses sont semblables à celui du 1^{er} cas (en amont), sauf que la plus haute valeur de la vitesse est enregistrée au plan médian horizontale du 2^{eme} composant. Cela peut être justifié par le fait que les vitesses maximales sont localisées dans la zone la plus chauffée.

IV_5.2. Champs thermiques

Les Figures IV_16 (a- f) présentant les contours des isothermes pour différentes valeurs du nombre de Reynolds, montrent clairement l'influence de l'augmentation du nombre de Reynolds sur le champ thermique. Pour $Re = 1$ et $\alpha = 0^\circ$ (Figures IV_16 a), nous remarquons que la variation de la température est concentrée autour des composants électroniques, ou il y'a une évacuation d'énergie (source de chaleur), formant une couche limite thermique, l'effet de faible nombre de Reynolds est apparaître dans la propagation de la température où les isothermes occupant une partie considérable du canal, qui engendre une faible diminution de la température autours des composants. Tout en augmentant la valeur du nombre de Reynolds ($Re = 5, 10, 50, 100$ et 200) (Figures IV_16) (b - f). On constate que l'extension des isothermes se réduit, et engendre une faible diminution de la couche limite autour des composants électroniques (source de chaleur), donc amélioration du transfert thermique. Les mêmes remarques sont obtenues pour les Figures IV_17, 18.

IV_5.3. Taux de transfert de chaleur

Les Figures IV_24, 25 présentent les profils de la variation du nombre de Nusselt local le long des six faces des deux composants en fonction du nombre de Reynolds et pour un angle d'inclinaison du canal $\alpha = 0^\circ, 90^\circ$, respectivement. On remarque que le taux de transfert de chaleur sur les six faces au niveau du 1^{ère} composant est plus important que celui du 2^{ème} composant, et le transfert de chaleur est maximal au coin droit de chaque composant (B1, B2). Aussi, sur les faces (A1B1, A2B2, B1C1 et B2C2) on observe qu'en augmentant le nombre de Reynolds la valeur du nombre de Nusselt local augmente, mais sur les faces (C1D1, C2D2) on constate que la valeur du nombre de Nusselt local est faible avec l'augmentation du nombre de Reynolds vu que dans cette région, il ya réduction de la taille de la zone de recirculation.

Aussi, la Figure IV_26 présente les profils de la variation du nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} des deux composants en fonction du nombre de Reynolds pour différents angles d'inclinaison du canal, pour $Gr = 10^4$. On remarque que le taux de transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds pour différents angles d'inclinaison du canal.

La figure IV_27 présente les profils de la variation du nombre de Nusselt moyen \overline{Nu} des deux composants en fonction du nombre de Richardson pour différents angles d'inclinaison du canal, pour $Gr = 10^4$. On remarque que le taux de transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du nombre de Richardson pour différents angles d'inclinaison du canal. On peut conclure qu'on a une tendance à se diriger vers le mode de transfert en convection naturelle. En diminuant le nombre de Reynolds et en augmentant le nombre de Richardson puisque le nombre de Grashof est fixe $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$.

Après tout ces observations, on peut conclure que le transfert de chaleur s'améliore en augmentant la valeur du nombre de Reynolds. Aussi, que l'angle d'inclinaison optimale pour un meilleur transfert de chaleur est de 45° .

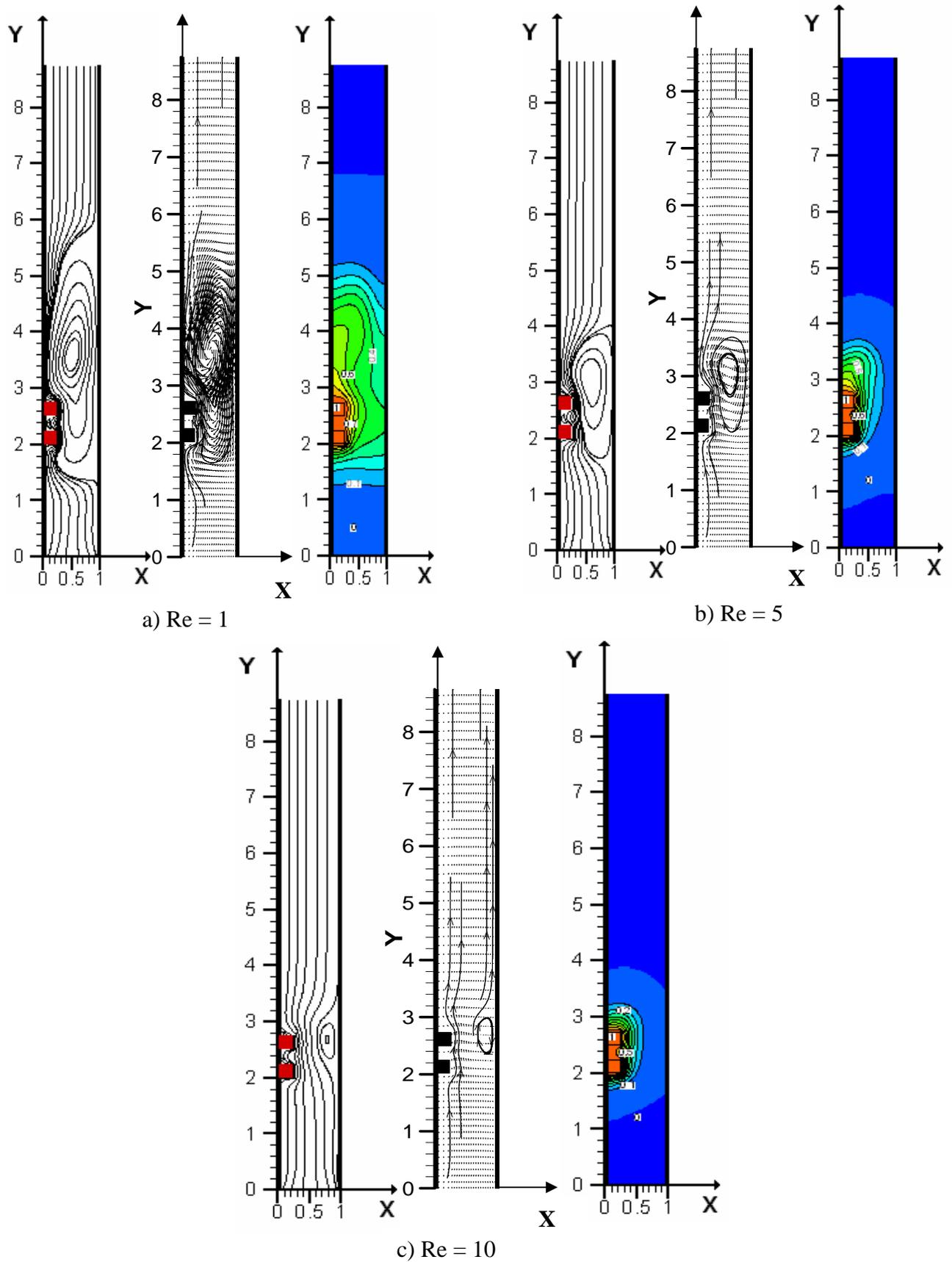
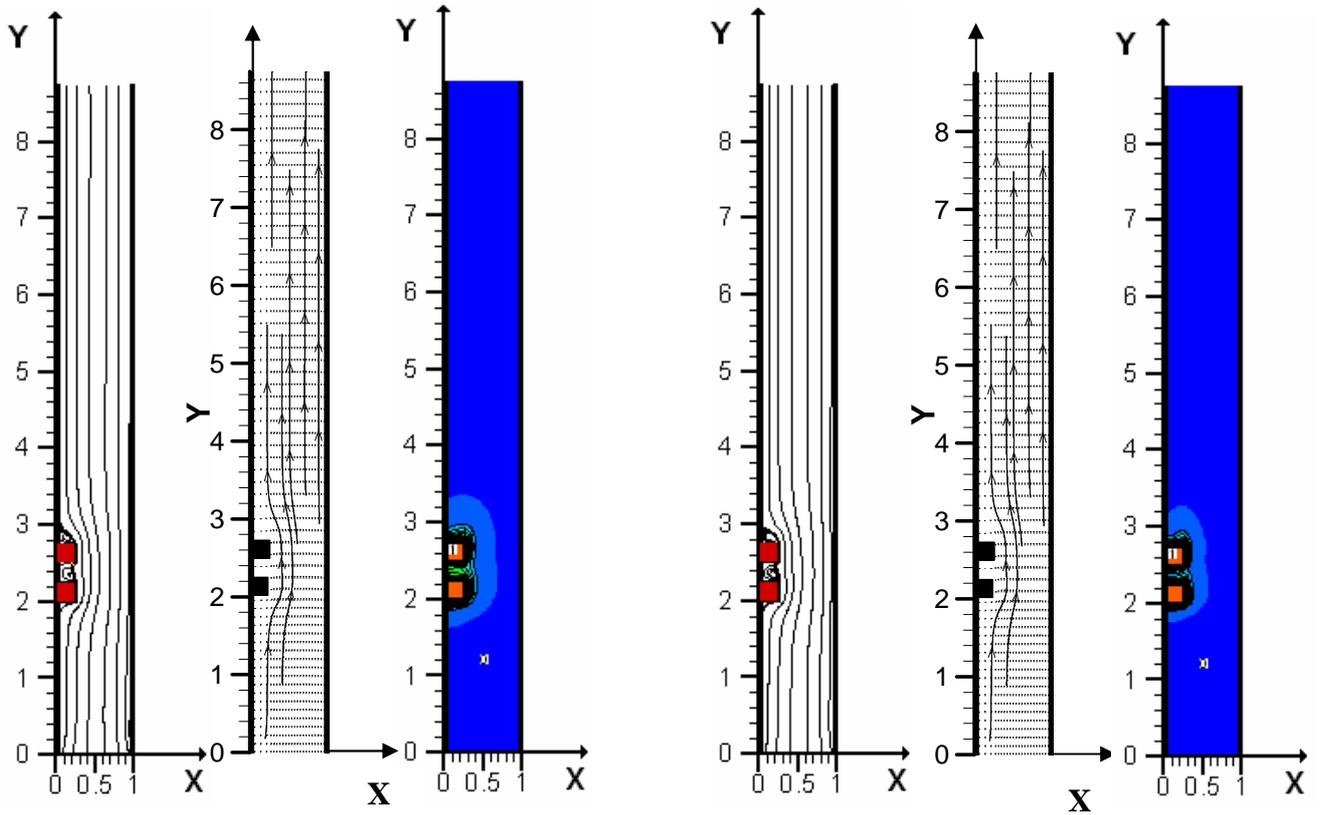
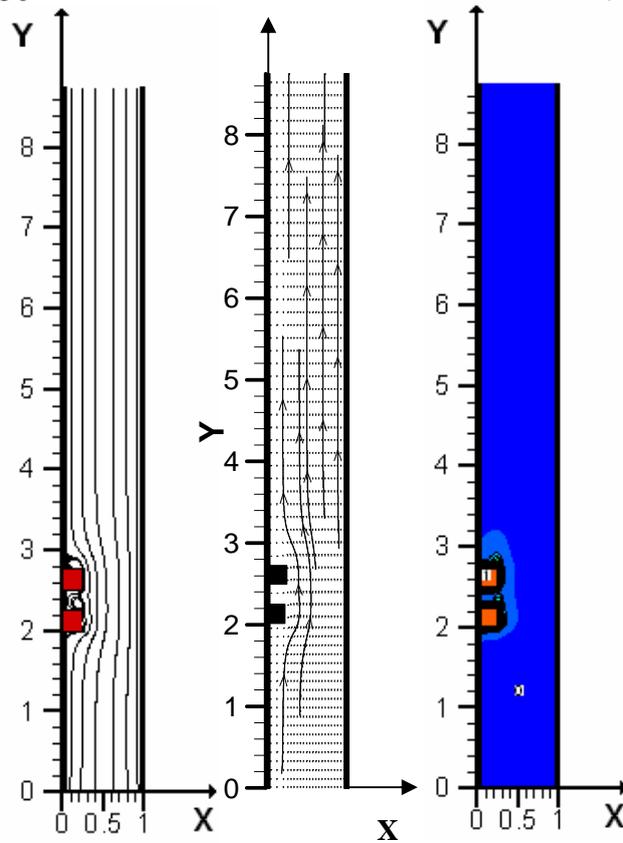


Figure IV_16 (a – f) : Contours de fonction de courant adimensionnelle « Ψ », et vecteur vitesse, et les isothermes pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha=0^\circ$)



d) $Re = 50$

e) $Re = 100$



f) $Re = 200$

Figure IV_16 (a – f) (suite)

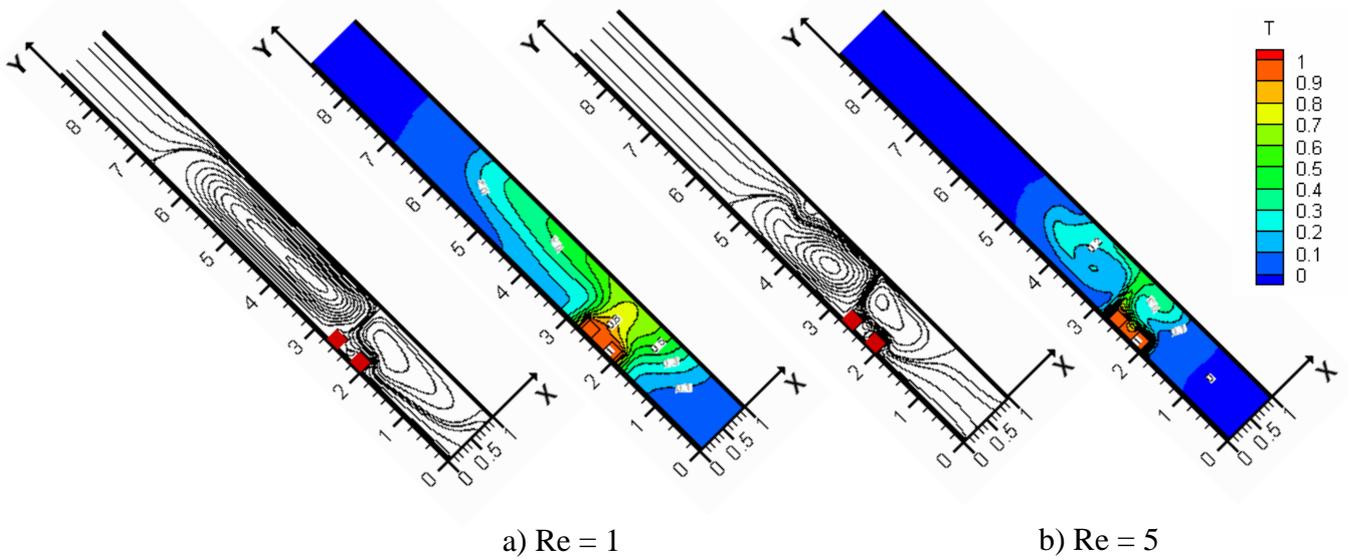


Figure IV_17 (a – b) : Contours de la fonction de courant adimensionnelle « Ψ », et les isothermes pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha = 45^\circ$)

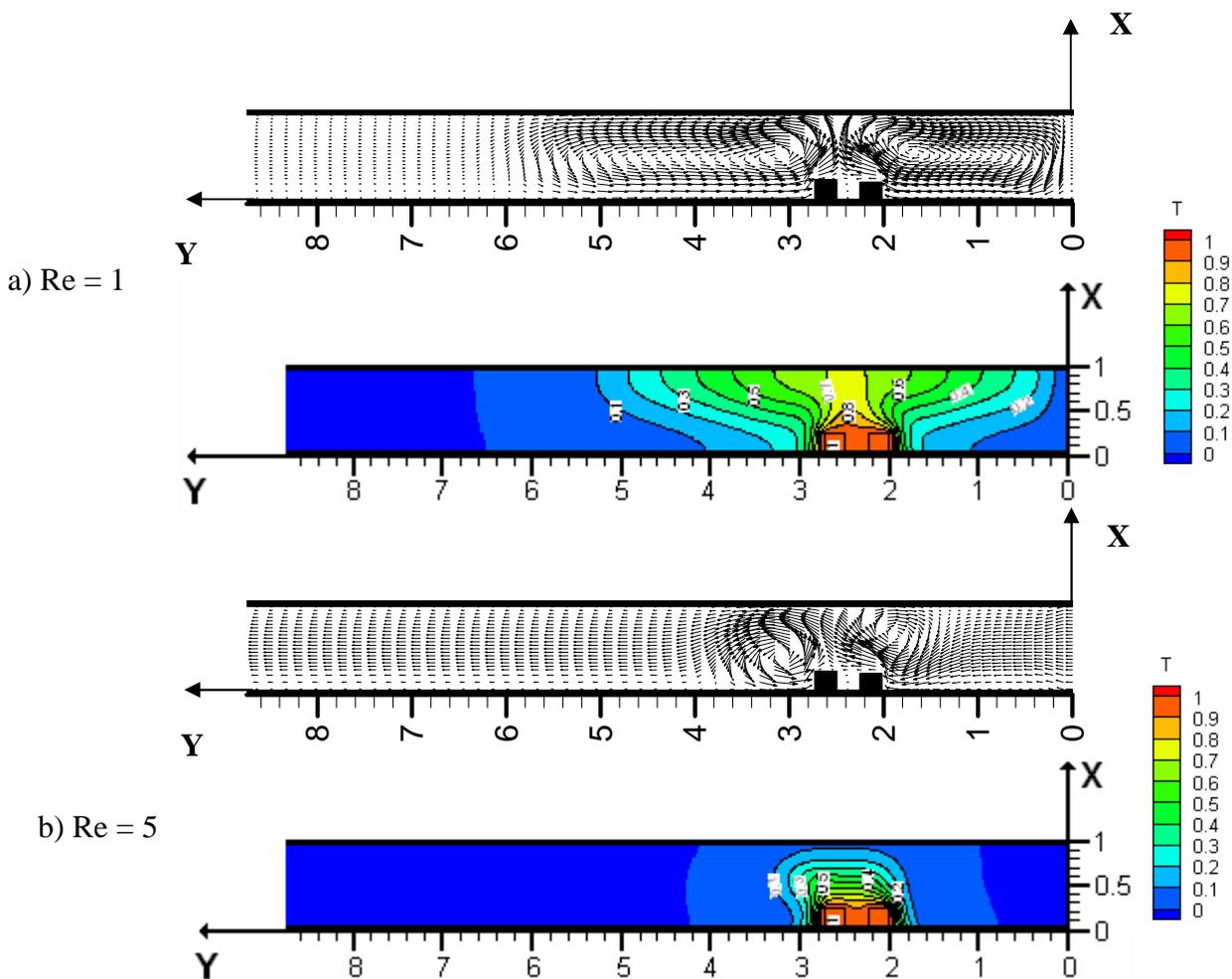


Figure IV_18 (a – b) : Contours de la fonction de courant adimensionnelle « Ψ », les isothermes pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha = 90^\circ$)

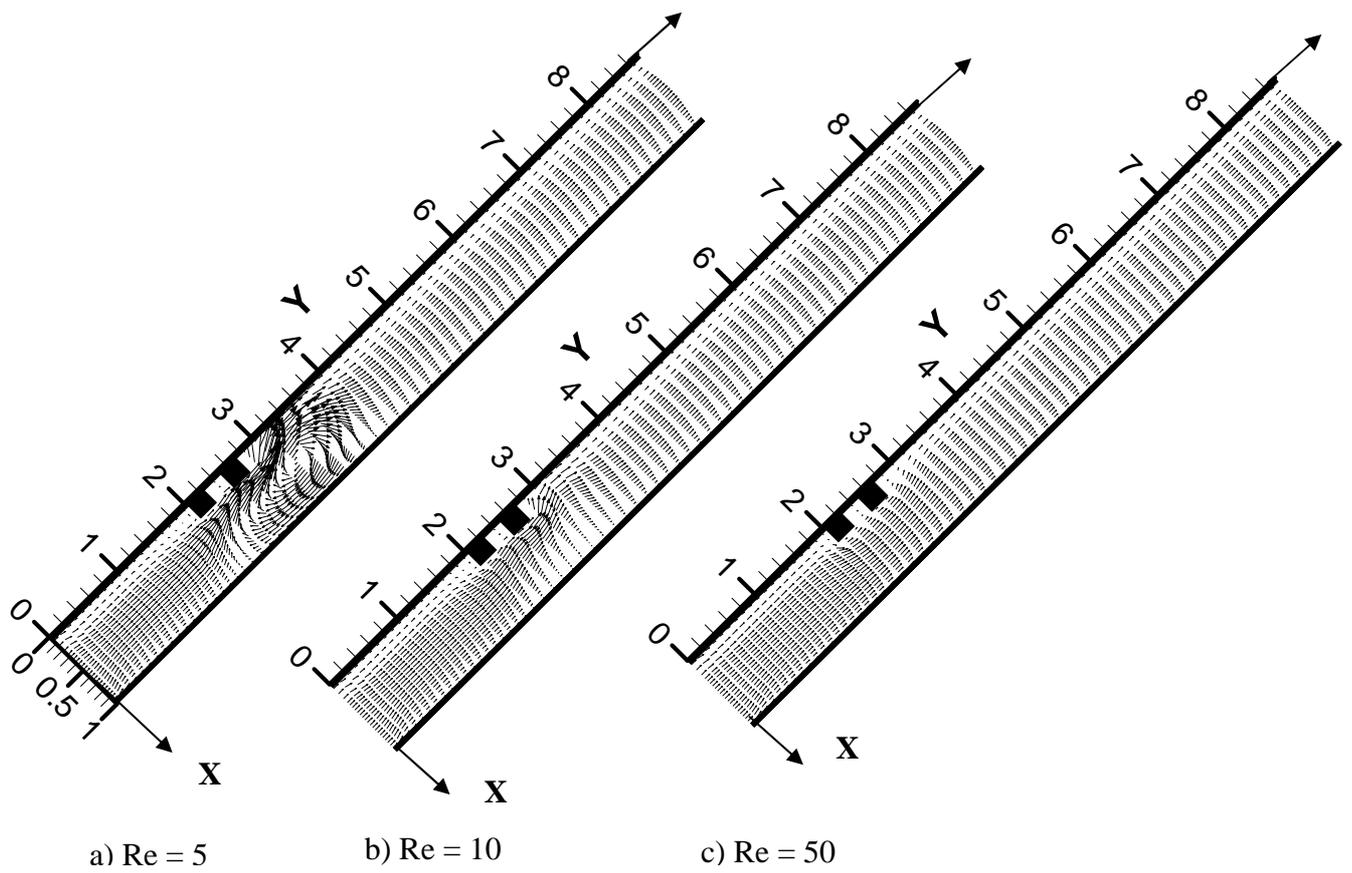


Figure IV_19 (a – c) : Vecteurs vitesses et trajectoire des particules fluide pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha = -45^\circ$)

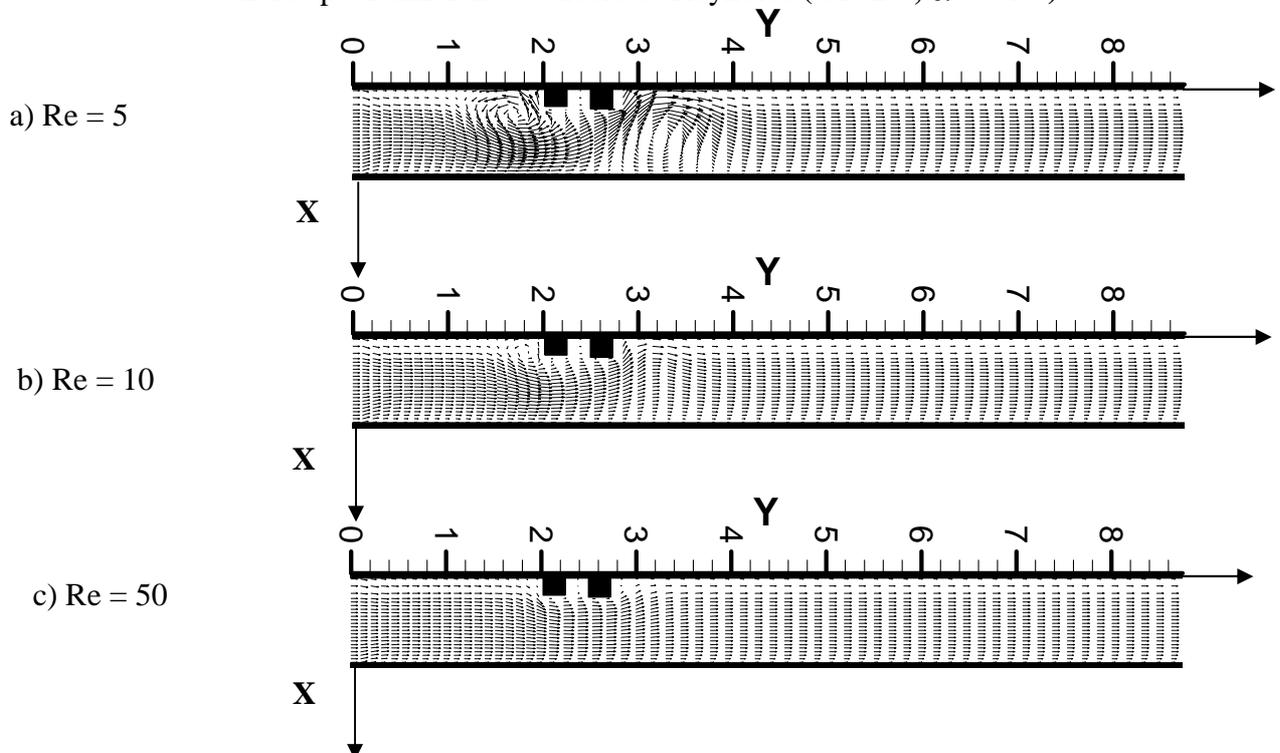


Figure IV_20 (a – c) : Vecteurs vitesses et trajectoire des particules fluide pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha = -90^\circ$)

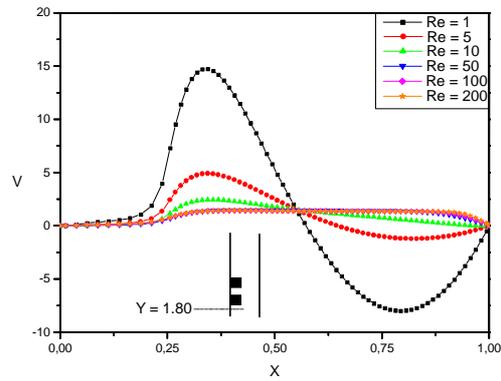


Figure IV_21 : Variation de la vitesse adimensionnelle « V » en fonction de X, correspondant à une position en amont du canal pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha=0^\circ$).

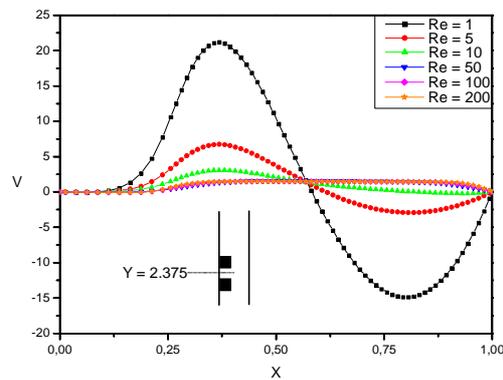


Figure IV_22 : Variation de la vitesse adimensionnelle «V» en fonction de X, correspondant à une position entre les deux composants pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha=0^\circ$).

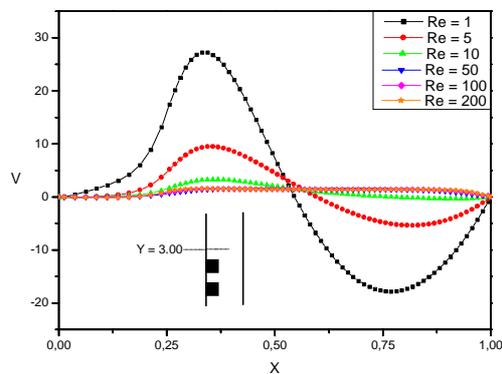


Figure IV_23 : Variation de la vitesse adimensionnelle V en fonction de X, correspondant à une position en aval du canal pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha=0^\circ$).

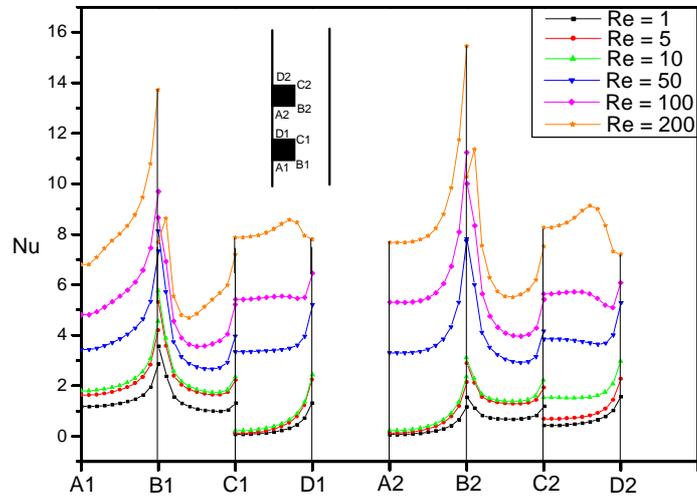


Figure IV_24 : Nombre de Nusselt local Nu le long des faces des deux composants pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$)

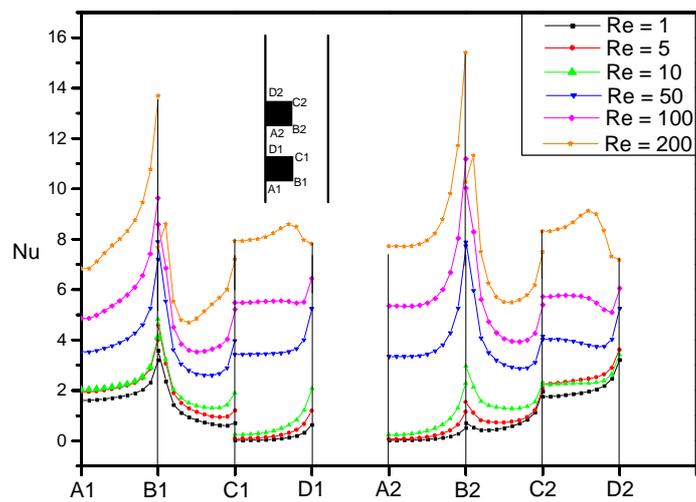


Figure IV_25 : Nombre de Nusselt local Nu le long des faces des deux composants pour différentes valeurs de Reynolds ($Gr=10^4$, $\alpha = 90^\circ$)

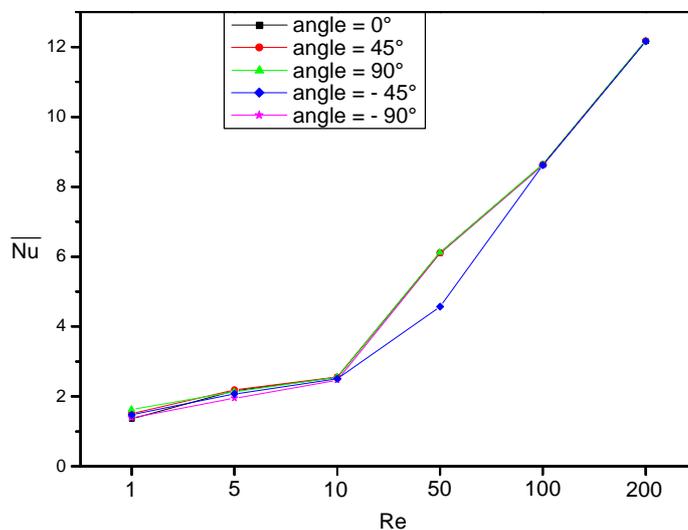


Figure IV_26 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} des deux composants en fonction de Reynolds pour différents angles d'inclinaison du canal ($Gr=10^4$)

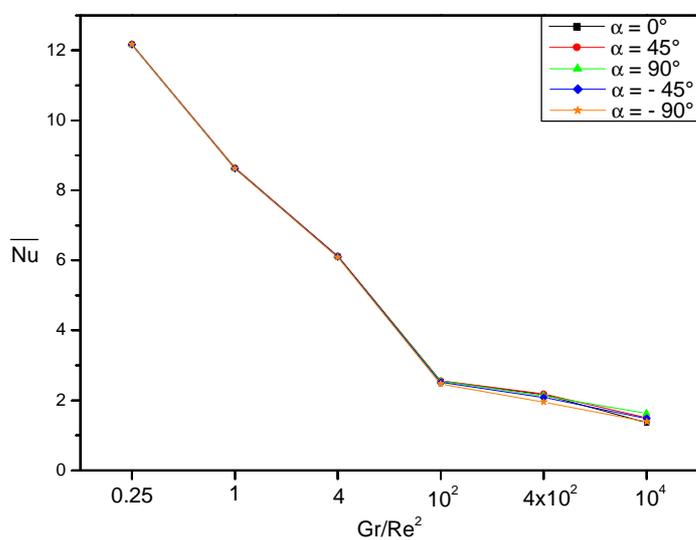


Figure IV_27 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} des deux composants en fonction de $Ri = \frac{Gr}{Re^2}$ pour différents angles d'inclinaison du canal ($Gr=10^4$)

IV_6. Effet de la taille des composants électroniques :

Pour examiner l'effet de la taille des composants électroniques (sources de chaleur) ayant une influence sur la nature d'écoulement et le transfert thermique au sein du canal. Nos simulations numériques ont été faites pour $Gr = 10^4$, $Re = 20$ pour un angle d'inclinaison du canal $\alpha = 0^\circ$ (position verticale). Nous avons fait varier les dimensions des deux composants tel que (voir la figure IV_28) :

Trois cas sont étudiés :

Taille_1 : $L_{sx} = 0.125$, $L_{sy} = 0.125$

Taille_2 : $L_{sx} = 0.250$, $L_{sy} = 0.250$

Taille_3 : $L_{sx} = 0.500$, $L_{sy} = 0.500$

Les données géométriques prises pour cette étude sont :

$$H/H = 1, L_1/H = 2, L_2/H = 6, d/H = 0.25$$

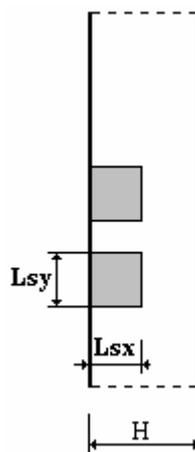


Figure IV_28 : Dimensions des deux composants (L_{sx} et L_{sy}).

IV_6.1. Champs d'écoulements

La figure IV_29 (a, b et c) montre l'effet de la taille des deux composants électronique sur les lignes de la fonction de courant adimensionnelle pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$. On observe, qu'il existe une zone de recirculation entre et après les deux composants juste à la paroi gauche, et qui augmente avec l'augmentation de la taille des composants.

Comme illustrer dans la figure IV_30 (a, b et c), qui présente l'évolution des champs des vecteurs de vitesses pour différents cas étudiés, pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$. En suivant le mouvement de l'air dans le canal, nous remarquons que le mouvement du fluide de l'entrée jusqu'au 1^{ère} composant a un profil parabolique. Après, la vitesse de l'air s'élève, indiquant que les vitesses maximales se localisent essentiellement au voisinage des composants. En augmentant la taille des composants, on observe la création des vitesses négatives, donc une zone de recirculation. Enfin, à la sortie du canal le profil de la vitesse devient parabolique.

Le champ d'écoulement est décrit aussi par les profils de la vitesse verticale $V = f(X)$ en fonction de la taille des composants (Figures IV_31, 32), en deux stations (à l'entrée et à la sortie du canal). On constate que le profil de vitesse présente une allure parabolique tout en augmentant la taille des composants. Nous avons remarqué aussi une augmentation de la vitesse pour la taille 3. Cela peut être justifié par le fait que les vitesses maximales sont localisées au voisinage des composants.

IV_6.2. Champs thermiques

Les figures IV_33 (a, b et c) donnant les contours des isothermes pour différents cas étudiés, pour un angle d'inclinaison du canal $\alpha = 0^\circ$, montrant clairement l'influence de l'augmentation de la taille des deux composants sur le champ thermique. Nous remarquons que la variation de la température est concentrée autour des composants électroniques, ou il y'a une évacuation d'énergie (source de chaleur), formant une couche limite thermique. On constate aussi que l'effet de l'augmentation de la taille fait apparaître dans la propagation de

la température où les isothermes s'approchant de la paroi droite, qui engendre une augmentation de la couche limite au niveau des composants, donc une diminution du transfert de chaleur.

En consultant les figures IV_34, 35 qui présentent les profils de la température adimensionnelle $\theta = f(X)$ en fonction de l'augmentation de la taille, en deux stations (en amont, en aval du canal), et pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$. On constate que tout en augmentant la taille des deux composants la température adimensionnelle maximale augmente. Ceci est due à l'augmentation de la taille des deux composants (sources de chaleur).

IV_6.3. Taux de transfert de chaleur

La figure IV_36 présente les profils de la variation du nombre de Nusselt local le long des six faces des deux composants en fonction de l'augmentation des dimensions, pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$. On remarque que le taux de transfert de chaleur sur les six faces au niveau du 1^{er} composant est plus important que celle du 2^{eme} composant. On constate, aussi que tout en augmentant la taille des deux composants la valeur du nombre de Nusselt local sur les six faces diminue.

L'effet de l'augmentation de la taille des composants sur le nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} de chaque composant, pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$ est donné par la figure IV_37, qui montre que le taux du transfert de chaleur est important au niveau du 1^{er} composant que celui du 2^{eme}. Et que le transfert de chaleur diminue tout en augmentant la taille des composants. La figure IV_38, montre que le taux de transfert de chaleur global des deux composants diminue avec l'augmentation de la taille des composants. Après toutes ces observations, on peut conclure que le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation de la taille des sources de chaleur.

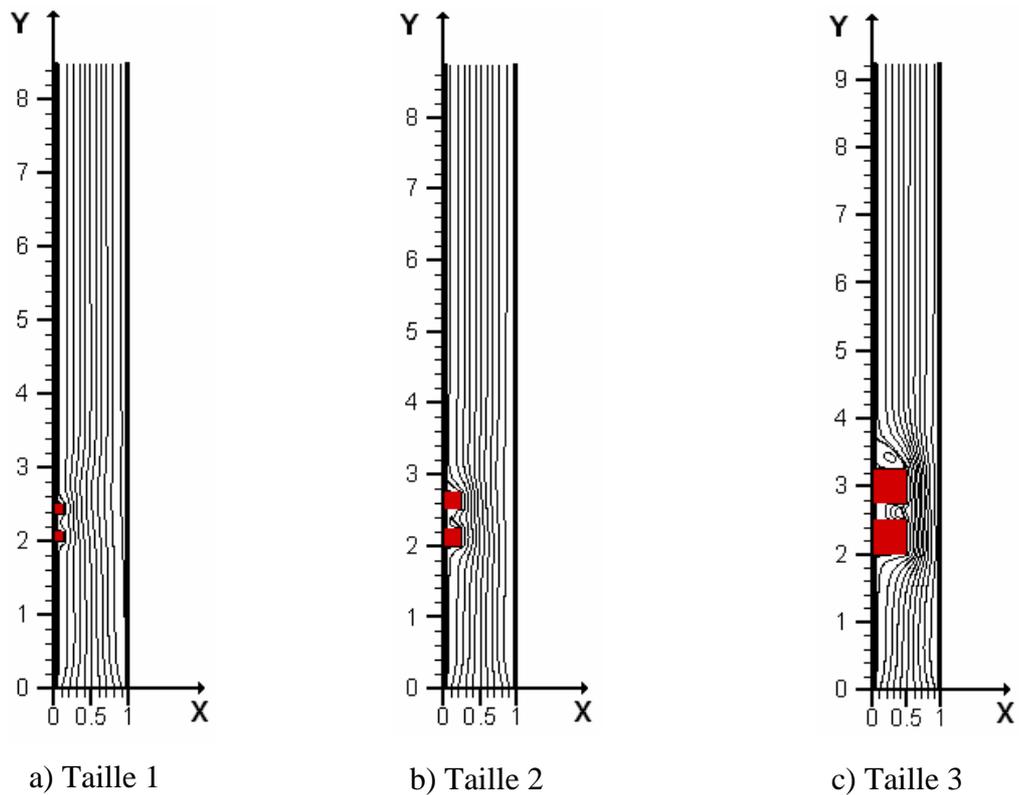


Figure IV_29 (a – c) : Contours de la fonction de courant adimensionnelle « Ψ » pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

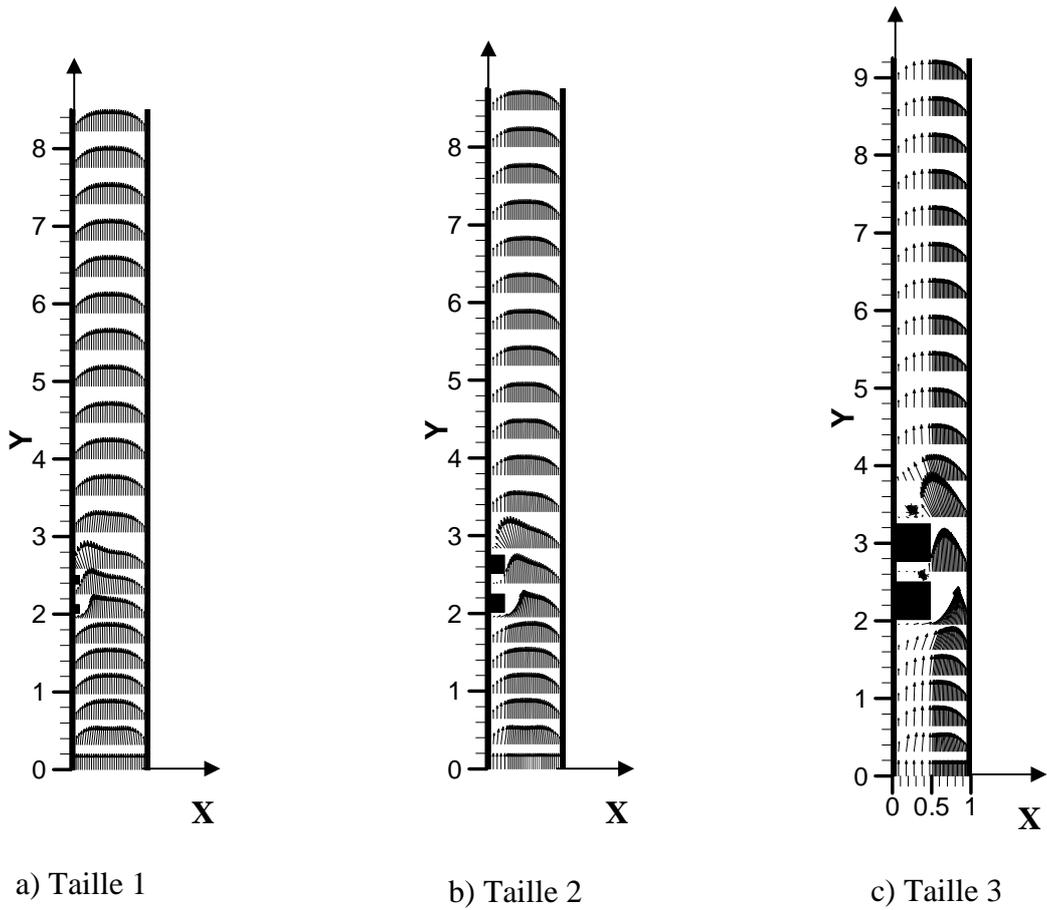


Figure IV_30 (a – c) : Vecteurs de vitesses et trajectoire des particules fluide pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

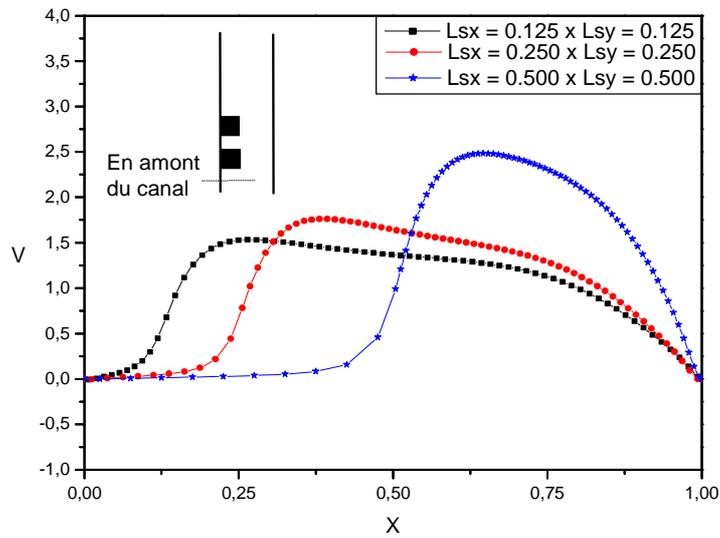


Figure IV_31 : Variation de la vitesse adimensionnelle « V » en fonction de X, correspondant à une position en amont du canal pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

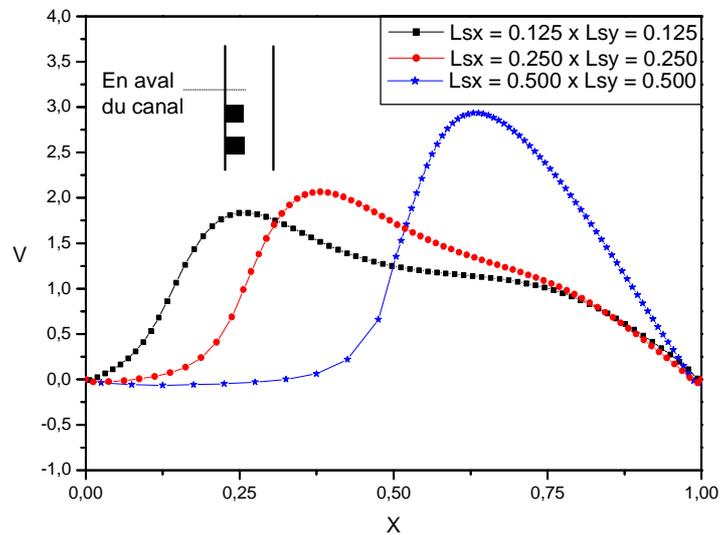


Figure IV_32 : Variation de la vitesse adimensionnelle « V » en fonction de X, correspondant à une position en aval du canal pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

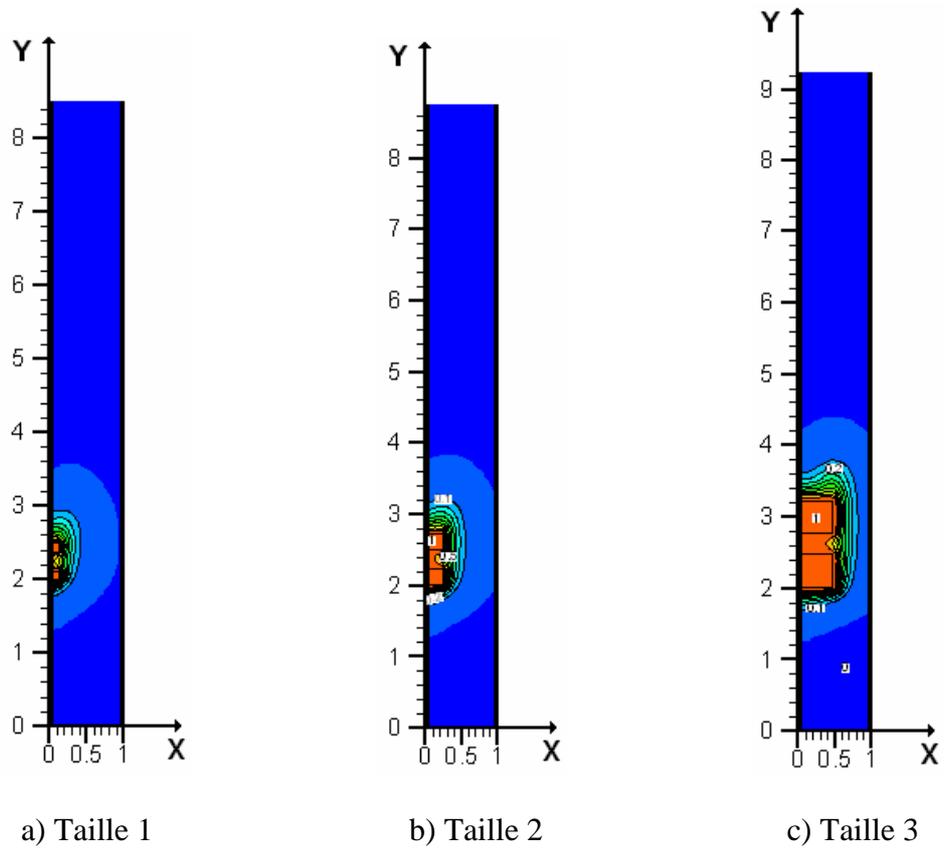


Figure IV_33 (a – c) : Contours des isothermes pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

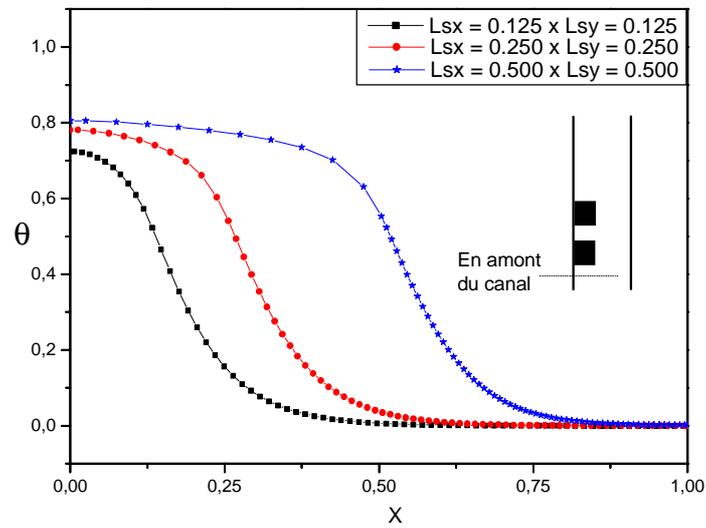


Figure IV_34 : Profil de température adimensionnelle $\theta = f(X)$, à une position en amont du canal pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

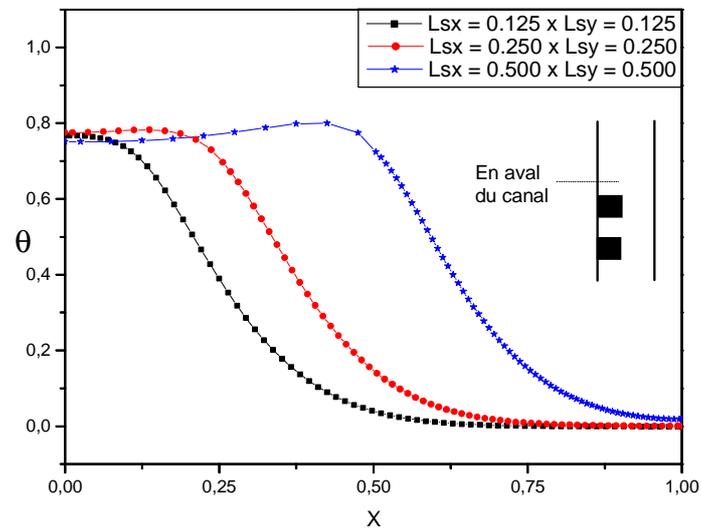


Figure IV_35 : Profil de température adimensionnelle $\theta = f(X)$, à une position en aval du canal pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

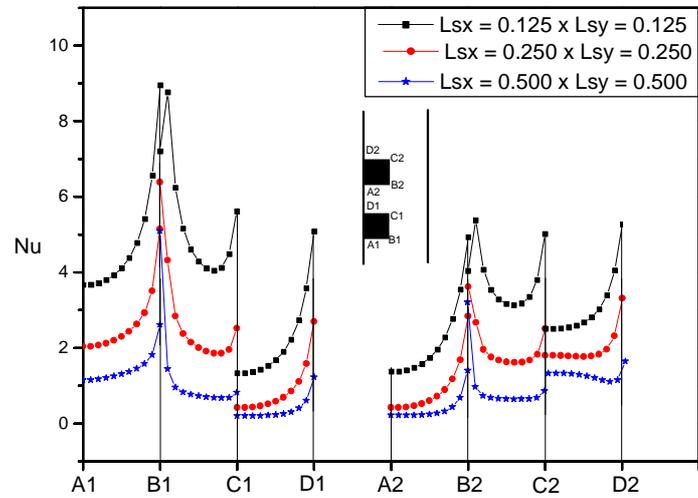


Figure IV_36 : Nombre de Nusselt local Nu le long des faces des deux composants pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

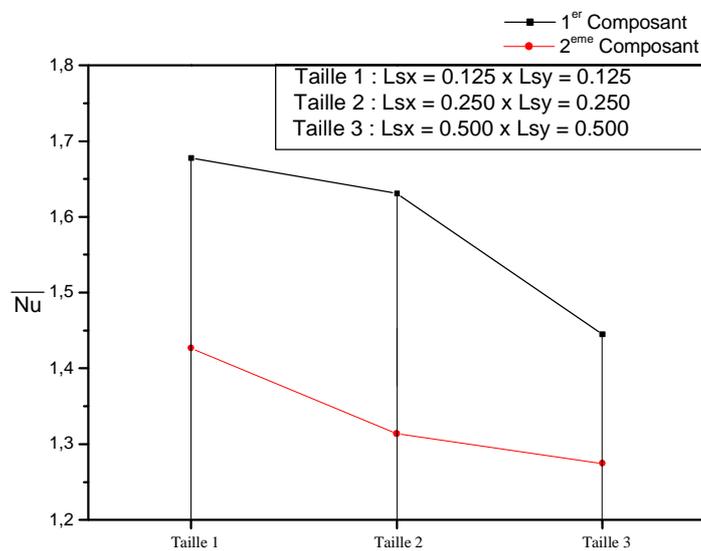


Figure IV_37 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} de chaque composant pour différentes tailles des composants ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

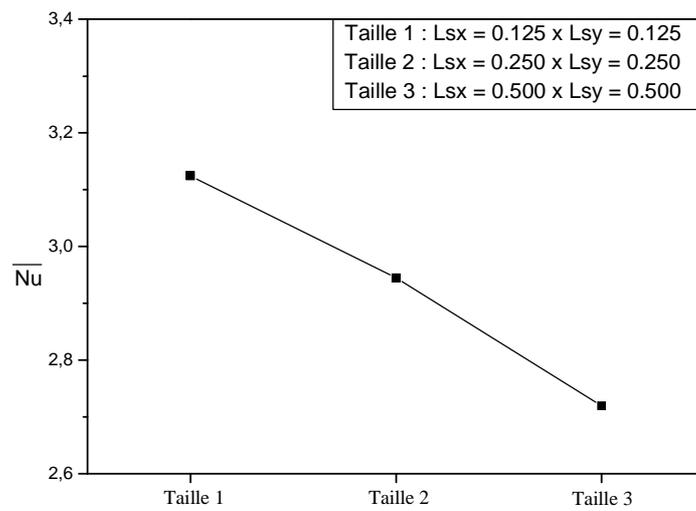


Figure IV_38 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} des deux composants pour différentes tailles des composants (**Gr=10⁴, $\alpha = 0^\circ$, Re = 20**)

IV_7. Effet de l'espacement « d » entre les composants électroniques :

Pour examiner l'influence de l'espacement entre les composants électroniques « d » sur la nature d'écoulement et le transfert thermique. Nous avons fait varier ce paramètre tel que :

$$d = L_{sy} = 2L_{sy} = 3L_{sy} = 4L_{sy}$$

Nos simulations numériques ont été faites pour $Gr = 10^4$, $Re = 20$ et pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$.

Les données géométriques prises pour cette étude sont :

$$H/H = 1, L_1/H = 2, L_2/H = 6, L_{sx}/H = 0.25 \text{ et } L_{sy}/H = 0.25$$

IV_7.1. Champs d'écoulements

Les figures IV_39 (a- d) présentent l'évolution des lignes de la fonction de courant pour différents valeurs du « d » (l'espacement entre les composants), pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$. On constate qu'il existe une zone de recirculation entre et après les deux composants juste au niveau de la paroi gauche, qui se réduit tout en augmentant l'espacement entre les composants.

La structure de l'écoulement est présentée par le champ des vecteurs de vitesses pour différents valeurs du « d », avec $\alpha = 0^\circ$ (Figures IV_40 (a- d)). Nous remarquons que l'allure de la vitesse à l'entrée jusqu'au 1^{er} composant a un profil parabolique. Après, la vitesse de l'air s'élève (au plan médian du 1^{er} composant) indiquant que les vitesses maximales se localisent essentiellement au voisinage des composants. Enfin, à la sortie du canal on constate que l'allure de la vitesse devient parabolique.

Le champ d'écoulement est décrit aussi par les profils de la vitesse verticale adimensionnelle $V = f(X)$ pour différentes valeurs du « d », et à une station du canal entre les deux composants « $Y = 2.375$ », avec $\alpha = 0^\circ$. Au plan médian de la distance « d » (Figure IV_41) , les profils de la vitesse présentent un décollement, en augmentant la valeur du « d » cette décollement tend à disparaître, cela peut être justifié par la disparition de la zone de recirculation dans cette région.

IV_7.2. Champs thermiques

Les Figures IV_42 (a - d) montrent clairement l'influence de l'augmentation de l'espacement entre les composants sur les contours des isothermes. Pour $d = 0.25$ (Figure IV_42 a), nous remarquons que la variation de la température est concentrée autour des composants électroniques, Tout en augmentant la valeur de l'espacement entre les composants ($d = 0.50, 0.75$ et 1.00) (Figures IV_42) (b, c et d). On constate une diminution de la couche limite autour les composants électroniques (source de chaleur), donc amélioration du transfert thermique.

Les figures IV_43, 44 présentent les profils de la température adimensionnelle $\theta = f(X)$ en fonction du l'espacement entre les composants «d», en différents stations du canal, pour un angle $\alpha = 0^\circ$. Au plan médian ente les deux composants (Figure IV_43) nous avons remarqué que la température maximale diminue avec l'augmentation de l'espacement entre les composants. En aval du canal (Figure IV_44) on constate une faible augmentation de la température.

IV_7.3.Taux de transfert de chaleur

Les Figures IV_45 (a, b) montrent les profils de la variation du nombre de Nusselt local le long des six faces des deux composants en fonction de l'augmentation de l'espacement entre les composants « d », pour un angle d'inclinaison $\alpha = 0^\circ$. On remarque que le taux de transfert de chaleur sur les six faces au niveau du 1^{er} composant est plus important que celui du 2^{eme} composant. Nous avons constaté aussi une augmentation du nombre de Nusselt au niveau des faces (C1D1) et (A2B2) c'est-à-dire une amélioration du transfert de chaleur avec l'augmentation de la valeur du « d » au niveau du 2^{eme} composant.

La figure IV_46 montr e l'effet de l'augmentation de l'espacement entre les composants sur le nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} de chaque composant pour $\alpha = 0^\circ$. Nous avons remarqu e une augmentation importante du nombre de Nusselt avec l'augmentation de la valeur du « d » au niveau des deux composants impliquant une augmentation du transfert de chaleur. Le taux de transfert de chaleur global des deux composants (Figure IV_47), et l'on constate bien qu'il augmente avec l'augmentation de l'espacement entre les composants.

Après toutes ces observations, on peut conclure qu'en augmentant la valeur de l'espacement entre les composants le transfert de chaleur s'am elior e au niveau des composants électroniques, surtout au niveau du 2^{eme} composant.

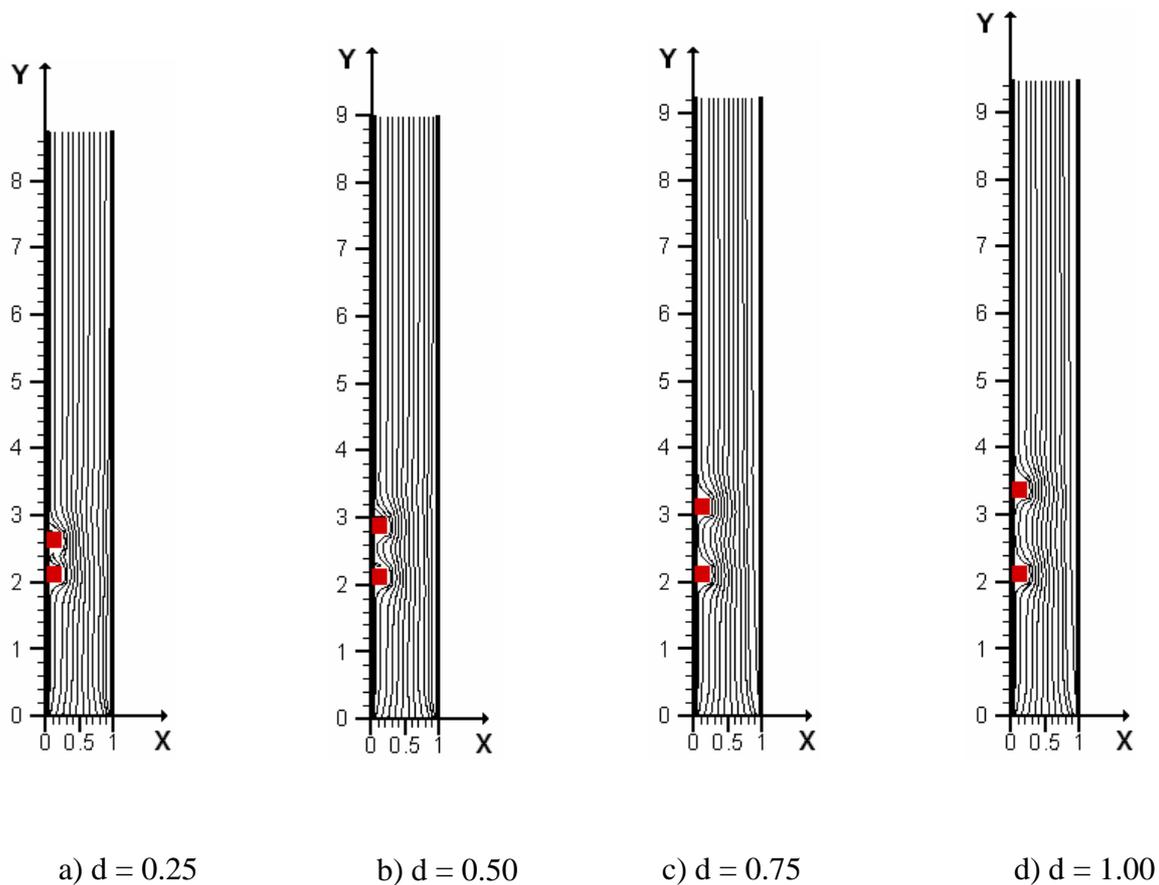


Figure IV_39 (a – d) : Contours de la fonction de courant adimensionnelle « Ψ » pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

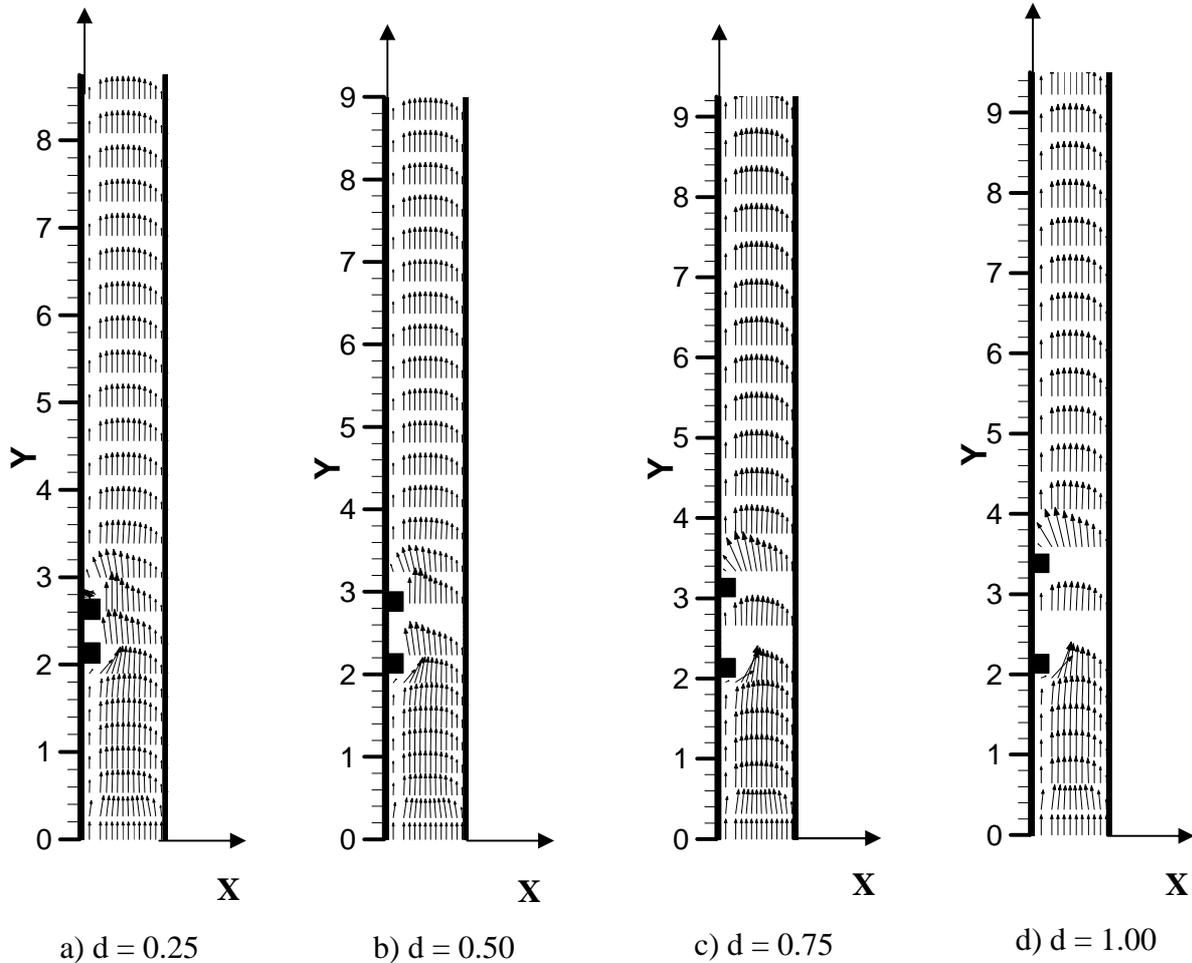


Figure IV_40 (a – d) : Vecteurs de vitesses et trajectoire des particules fluides pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

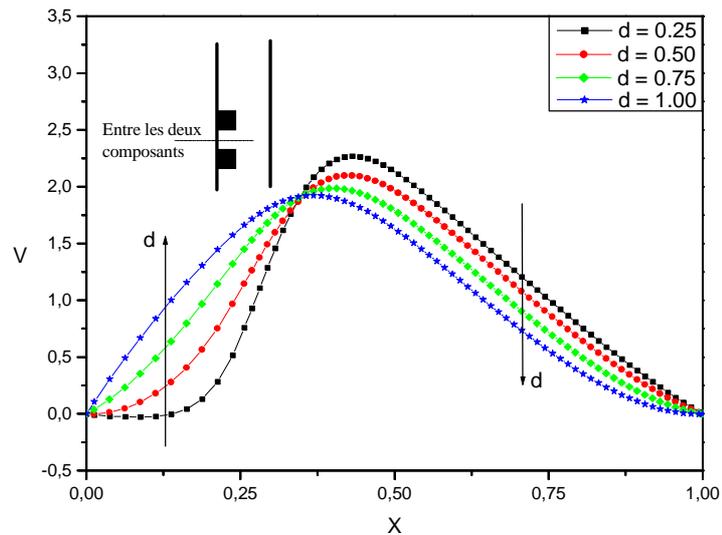
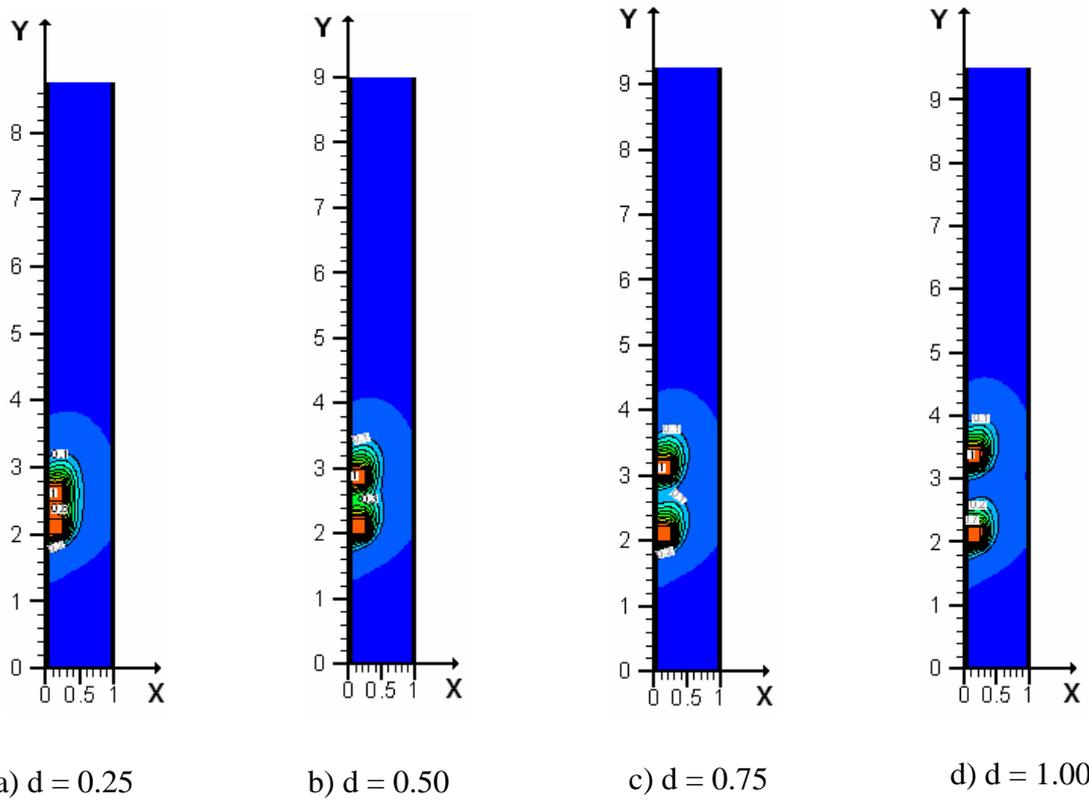


Figure IV_41 : Variation de la vitesse adimensionnelle V en fonction de X , correspondant à une position entre les deux composants pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)



**Figure IV_42 (a – d) : Contours des isothermes pour différentes valeurs de « d »
 ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)**

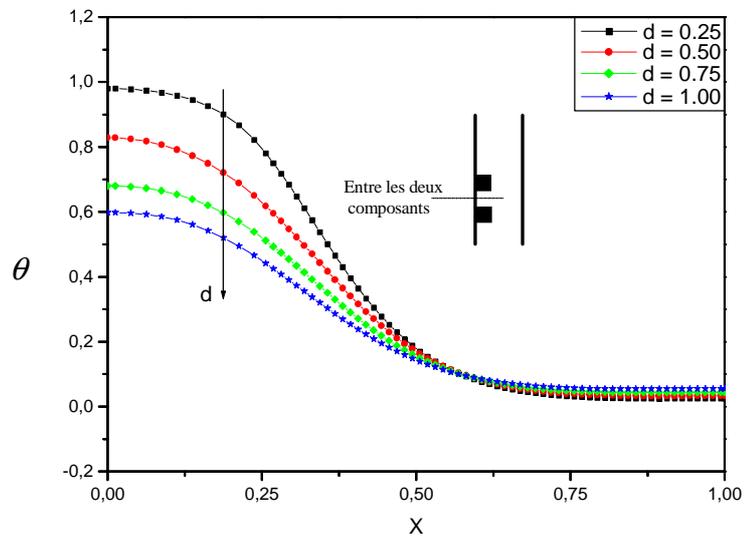


Figure IV_43 : Profil de la température adimensionnelle $\theta = f(X)$, à une position entre les deux composants pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

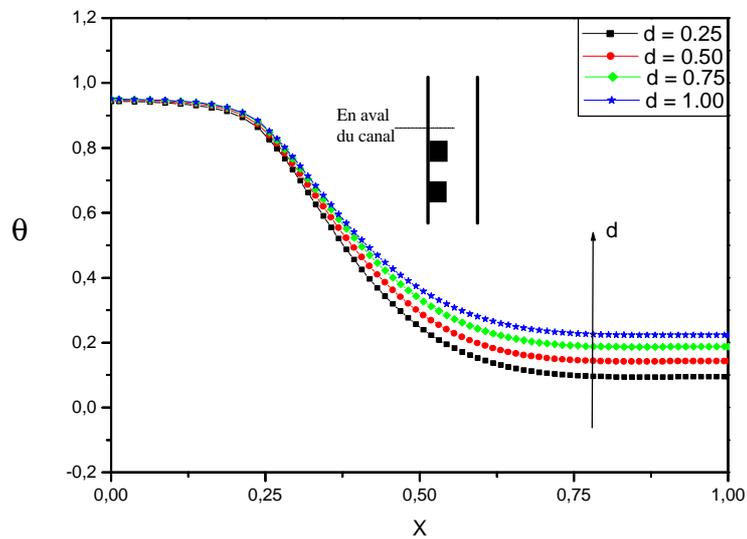
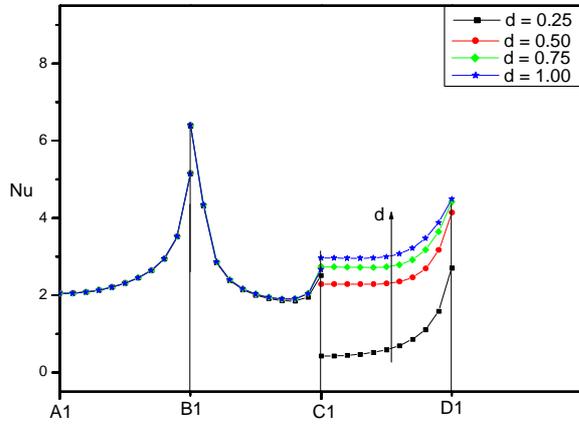
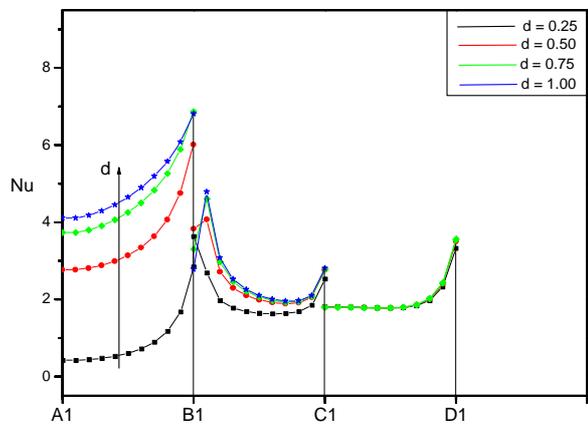


Figure IV_44 : Profil de la température adimensionnelle $\theta = f(X)$, à une position en aval du canal pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)



a) 1^{ère} Composant



b) 2^{ème} Composant

Figure IV_45 (a, b): Nombre de Nusselt local Nu le long des faces des deux composants pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

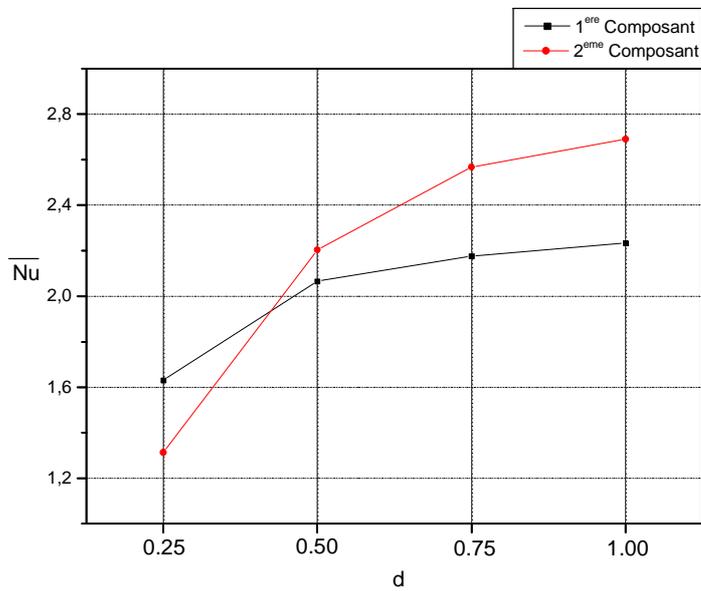


Figure IV_46 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} de chaque composant pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

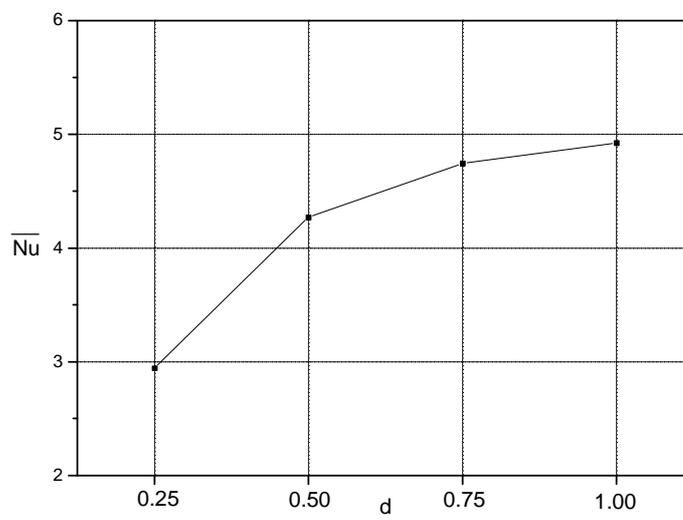


Figure IV_47 : Nombre de Nusselt Moyen \overline{Nu} des deux composants pour différentes valeurs de « d » ($Gr=10^4$, $\alpha = 0^\circ$, $Re = 20$)

Conclusion et Recommandation

L'étude de la convection mixte en « 2D » dans un canal contenant des sources de chaleur, simulant des composants électroniques, a été faite. Les équations gouvernant l'écoulement du fluide, le transfert de chaleur sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER pour les résoudre.

Ce travail a été validé par une comparaison avec les résultats numériques trouvés dans la littérature. Un bon accord a été trouvé.

Les résultats de nos simulations numériques de l'influence de l'angle d'inclinaison du canal, montrent que le transfert de chaleur augmente tout en augmentant l'angle d'inclinaison. Un meilleur refroidissement des composants électroniques a été obtenu pour $\alpha = 45^\circ$.

Aussi, l'augmentation de la valeur du nombre de Reynolds (de 1 à 200) provoque une amélioration du transfert de chaleur, donc un bon refroidissement des composants électroniques.

L'augmentation de l'espace entre les composants électroniques provoque une diminution de la température autour des composants électroniques, surtout pour le deuxième composant.

L'augmentation de la taille des composants électroniques entraîne une diminution du transfert de chaleur.

Nos résultats obtenus permettront de choisir la meilleure configuration (l'angle d'inclinaison du canal, la vitesse d'entrée, l'espace entre les composants et la taille des composants), pour assurer le bon refroidissement des composants.

Enfin, nous recommandons au futur de voir l'effet des milieux poreux en convection mixte en régime in stationnaire.

Références Bibliographiques

- [1] **B. Premachandran and C. Balaj. (2006)** « Conjugate mixed convection with surface radiation from a horizontal channel with protruding heat sources ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49 pp. 3568 - 3582.
- [2] **Y.C. Chen and J.N. Chung (2003)** « A direct numerical simulation of transition phenomena in a mixed convection channel flow ». Computers and Fluids, vol. 32 pp. 795 - 822.
- [3] **E. Zanchini and A. Barletta (2001)** « Mixed convection with viscous dissipation in an inclined channel with prescribed wall temperatures ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44 pp. 4267 - 4275.
- [4] **M.A.R. Sharif (2007)** « Laminar mixed convection in shallow inclined driven cavities with hot moving lid on top and cooled from bottom ». Applied Thermal Engineering, vol. 27 pp. 1036 - 1042.
- [5] **A. Barletta, E. Magyari and B. Keller. (2005)** « Dual mixed convection flows in a vertical channel ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48 pp. 4835 - 4845.
- [6] **N. Islam, U.K. Gaitonte and G.K. Sharma (2001)** « Mixed convection heat transfer in the entrance region of horizontal annuli ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44 pp. 2107 - 2120.
- [7] **K. Kamafer, K. Vafai and M. lightstone. (2002)** « Mixed convection heat transfer in two- dimensional open- ended enclosures ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 45 pp. 5171 - 5190.
- [8] **M. Belhi et S. Boudebous. (2007)** « Etude de la convection mixte dans une cavité carrée munie de plusieurs entrées ». Département de Génie Mécanique, Université MENTOURI_ Constantine, Algérie.

[9] **O. Kholai, A. Bellaour et M. Kadja. (2007)** « Etude de la convection mixte dans un tube incliné ». Département de Génie Mécanique, Université MENTOURI_ Constantine, Algérie.

[10] **A. Behzadmehr, N. Galanis and A. Laneville (2003)** « Low Reynolds number mixed convection in vertical tubes with uniform wall heat flux ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 46 pp. 4823 - 4833.

[11] **S. Habchi and S. Acharya (1986)** « Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 29 N°. 11, pp. 1711-1722.

[12] **Q. Wang and Y. Jaluria (2002)** « Instability and heat transfer in mixed convection flow in a horizontal duct with discrete heat sources ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 42 pp. 445 - 463.

[13] **R. frederik and F. quiroz (2001)** « On the transition from conduction to convection in a cubical enclosure with a partially heated wall ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44 pp. 1699 - 1709.

[14] **H. Gunes (2003)** « Analytical solution of buoyancy- driven flow and heat transfer in a vertical channel with spatially periodic boundary condition ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 40 pp. 33 - 45.

[15] **T. S. Chang and Y. H. Shian (2004)** « Flow pulsating and baffle's effect on the apposing mixed convection in a vertical channel ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48 pp. 4190-4204.

[16] **H. F. Oztop and I. Dagtekin (2004)** « Mixed convection in two- sided lid-driven differentially heated square cavity ». International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 47 pp. 1761 - 1769.

[17] **A. Barlette (1998)** « Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel » International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 41 pp. 3501-3513.

[18] **R. Bessaih (1994)** « Effet thermique d'un craque mécanique dans un micro-processeur ». Thèse de magister, Institut de Génie Mécanique. Université de Constantine, Algérie.

[19] **S. V. Patankar (1980)** « Numerical heat transfer and fluid flow ». Hemisphere, Washington, DC.

[20] **A. Hammouche (2007)** « Refroidissement à air des composants électroniques par convection mixte ». Thèse magister, Département de Génie Mécanique. Université Mentouri – Constantine, Algérie.

[21] **A. Redjaimia (2004)** « Refroidissement par convection naturelle laminaire des composants électroniques montés dans un canal vertical : étude numérique ». Thèse magister, Département de Génie Mécanique. Université Mentouri – Constantine, Algérie.

[22] **A. Bejan (2004)** « Convection heat transfer ». 3^{ème} édition, Wiley, New york.

ملخص

في هذا العمل قمنا بدراسة عددية للانتقال الحراري عن طريق الحمل المزدوج (الحمل الطبيعي والحمل القسري) داخل قناة و تحتوي على عنصرين الكترونيين (يمثلان منبعان للحرارة) مثبتين على جدارها الأيسر. لقد استعملت طريقة الحجوم المتناهية وكذا برنامج (SIMPLER) لحل المعادلات (الاستمرارية و كمية الحركة و الحرارة) للحمل المزدوج في حالة الاستقرار. أظهرت النتائج أنه من أجل زاوية ميلان للقناة و عدد رينولدس (Re) و المسافة بين العنصرين الالكترونيين و حجمهما لها تأثير كبير على قيمة عدد نوسالط (Nu)، و بالتالي على تحسين الانتقال الحراري داخل القناة.

الكلمات المفتاحية :

الحمل المزدوج، قناة، تبريد المكونات الالكترونية، دراسة عددية.

Résumé

Une investigation numérique a été entreprise afin d'étudier le refroidissement à air des sources de chaleur, simulant des composants électroniques, par convection mixte bidimensionnelle dans un canal. La méthode des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations de l'écoulement en convection mixte en régimes laminaire, et l'algorithme SIMPLER pour les résoudre. Les résultats obtenus montrent que les effets de l'angle d'inclinaison du canal, du nombre de Reynolds, de l'espace entre les sources de chaleur et leurs tailles, ont des effets considérables sur le champ d'écoulement, le transfert de chaleur à l'intérieur du canal, et le nombre de Nusselt (local et moyen).

Mots clés : *Convection mixte, Canal, Refroidissement des composants électroniques, Simulation numérique.*

Abstract

A numerical investigation was undertaken in order to study the air-cooling of the heat sources, simulating electronics components, by two-dimensional mixed convection in a channel. The finite-volume method was used to discretize the equations of the mixed convection flow in laminar regimes, and algorithm SIMPLER to solve them. The results obtained show that the effects of the angle of inclination of the channel, the Reynolds number, the spacing between the heat sources and their sizes, have considerable effects on the flow field, the heat transfer inside the channel, and the Nusselt number (local and average).

Key-words: *Mixed convection, Channel, Electronics cooling, Numerical simulation.*