



N° d'ordre : / ... / 2010
Série : / GM / 2010

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de magister en
Génie mécanique
Option : énergétique appliquée en engineering

Étude de la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte rectangulaire inclinée

Présenté par :

BOUMARAF Assia

Soutenu le :.....

Devant le jury composé de :

Président :	M. BESSAIH Rachid	Prof.	Université Mentouri – Constantine
Rapporteur :	M. BENISSAAD Smail	M.C.	Université Mentouri – Constantine
Examineurs :	M. KADJA Mahfoud	Prof.	Université Mentouri – Constantine
	M. TALBI Kamel	M.C.	Université Mentouri – Constantine

À mes Parents.

*Pour leur dévouement, leurs sacrifices, leurs endurance et leurs souffrances
pour moi.*

À mon frère et à mes sœurs.

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui, par leur participation et leur encouragement, m'ont permis de mener à bonne fin mon travail de mémoire.

Plus particulièrement, je remercie mon encadreur Monsieur BENISSAAD Smail pour m'avoir suivi avec patience et intérêt et pour la confiance qu'il a placée en moi tout au long de ce travail. Ses conseils précieux et ses encouragements m'ont été d'une aide très précieuse dans la réalisation de ce projet.

Je tiens à exprimer mes vifs remerciements à Monsieur le professeur BESSAIH Rachid pour avoir accepté de présider le jury d'examen de ce mémoire. Je remercie également Monsieur le professeur KADJA Mahfoud et Monsieur TALBI Kamel pour l'honneur qui m'ont fait d'avoir accepter de faire partie du jury et d'avoir consacré de leur temps à la lecture de ce mémoire.

Je tiens aussi à remercier mon collègue DJEBLI Ahmed pour son précieux aide.

Résumé

Dans ce travail, la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte rectangulaire inclinée bidimensionnelle a été étudiée numériquement. La matière poreuse dans l'enceinte est isotrope saturée par un fluide binaire. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques et imperméables. Par contre les parois verticales sont soumises à des températures et des concentrations constante et différente. Le fluide est l'air et la substance diffusée dans l'air de l'enceinte est la vapeur d'eau. La formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer à été employé pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux dans l'enceinte. Les équations couplées modélisantes sont discrétisées numériquement par la méthode des volumes finis. La résolution a ensuite été effectuée par la procédure de double balayage (ADI) et le couplage pression-vitesse par l'algorithme (SIMPLER). Les résultats obtenus ont permis d'étudier la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse, et d'établir la variation de la concentration et de la température dans le milieu poreux, en fonction des différents paramètres tels que le nombre de Darcy (Da), le nombre de Lewis (Le), le nombre de Rayleigh (Ra), le rapport de buoyancy (N), le rapport d'aspect (A) et l'angle d'inclinaison θ .

Mots clés : Convection naturelle thermosolutale/ milieux poreux/ modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer/ volumes finis/ Transferts de chaleur et de masse.

Abstract

The numerical study of the natural convection thermosolutal in a two-dimensional rectangular enclosure was studied. The Porous matter in the enclosure is isotropic and saturated by a binary fluid. The horizontal walls of the enclosure are adiabatic and impermeable. On the other hand the vertical walls are maintained at different constant temperatures and concentrations. The fluid is air and the substance diffused in the air of the enclosure is the vapor. The formulation of Darcy-Brinkman-Forchheimer is used to describe the flow in the enclosure filled with porous media. The modeling equations are discretized numerically with the finite volumes method. The Resolution was made by the procedure (ADI) and the coupling pressure-velocity by the algorithm (SIMPLER). Obtained results is allowed to study flow structure and heat and mass transfer in the porous medium with different parameters such as the Rayleigh number, the Darcy number, the Lewis number, aspect ratio, buoyancy ratio and the inclination angle.

Key words: Thermosolutal natural convection/ Porous medium/ model of Darcy-Brinkman-Forchheimer/ finite volumes/ Heat and mass transfer.

ملخص

في هذه المذكرة، الحمل الطبيعي الحراري المادي في نطاق مستطيل مائل ثنائي البعد مدروس عددياً. المادة النافذة داخل هذا النطاق متجانسة و مشبعة بمائع ثنائي. الجداران الأفقيان للنطاق كاظمين و غير نافذين. من ناحية أخرى الجداران العموديان يخضعان إلى درجات حرارة و تراكيز ثابتة ومختلفة. المائع داخل هذا النطاق هو الهواء و المادة المنتشرة فيه هي بخار الماء. نموذج دارسي_برنكمان_فورشيمر استعمل في دراسة السريان في المادة النافذة الموجودة في داخل النطاق. المعادلات المستخرجة تم تحويلها حسابياً بالطريقة الرقمية للحجوم المنتهية. الحل بعد ذلك تم باستعمال الطريقة (ADI) و المزج بين الضغط و السرعة باستعمال خوارزمية (SIMPLER). سمحت النتائج المكتسبة لدراسة التبادلات المختلفة للحرارة و الكتلة، واستخراج مختلف التراكيز و درجات الحرارة في المادة النافذة طبقاً لعدة عوامل مختلفة مثل عدد دارسي، عدد لويس، عدد رايلي، النسبة بين قوى الحجوم الحرارية و المادية و زاوية الميل.

الكلمات الدالة: الحمل الطبيعي الحراري المادي/ المادة النافذة/ نموذج دارسي-برنكمان-فورشيمير/ الحجوم المنتهية.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	II
RESUME.....	III
ABSTRACT.....	IV
ملخص.....	V
NOMENCLATURE	VIII

CHAPITRE 01: INTRODUCTION

1 INTRODUCTION	1
1.1 GÉNÉRALITÉS.....	1
1.2 CONTENU DU MÉMOIRE	2
1.3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	2

CHAPITRE 02: FORMULATION MATHÉMATIQUE

2 FORMULATION MATHÉMATIQUE.....	12
2.1 INTRODUCTION.....	12
2.2 DESCRIPTION DU PROBLÈME	12
2.3 LES HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES	13
2.4 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE	13
2.5 ADIMENSIONNALLISATION DES ÉQUATION GOUVERNANTES	15
2.6 CONDITIONS INITIALES ET AUX FRONTIÈRES.....	16
2.7 TRANSFERTS THERMIQUE ET MASSIQUE	17

CHAPITRE 03: RÉOLUTION NUMÉRIQUE

3 RÉOLUTION NUMÉRIQUE.....	18
3.1 INTRODUCTION.....	18
3.2 LES DIFFÉRENTES MÉTHODES NUMÉRIQUES	18
3.2.1 Méthode des différences finies.....	18
3.2.2 Méthode des éléments finis.....	18
3.2.3 Méthodes spectrales.....	18
3.2.4 Méthode des volumes finis	19
3.3 PRINCIPE DE LA MÉTHODE DES VOLUMES FINIS	19
3.3.1 Forme générale de l'équation de transport.....	19
3.3.2 Maillage et le volume fini	20
3.4 L'INTÉGRATION DE L'ÉQUATION DE TRANSPORT SUR UN VOLUME FINIE	21
3.5 SCHÉMAS DES DISCRÉTISATIONS	22
3.6 DISCRÉTISATIONS DES ÉQUATIONS GOUVERNANTES	23
3.7 RÉOLUTIONS DES SYSTÈMES DES ÉQUATIONS DE DISCRÉTISATION:.....	27
3.8 ALGORITHME SIMPLER.....	29
3.9 CRITÈRE DE CONVERGENCE.....	31
3.10 SOLUTION DES ÉQUATIONS ALGÈBRIQUES	31
3.11 CHOIX DU MAILLAGE.....	32
3.12 VALIDATION NUMÉRIQUE.....	34
3.13 DÉTAILS NUMÉRIQUES	37

CHAPITRE 04:RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

4	RÉSULTATS ET DISCUSSIONS.....	38
4.1	INTRODUCTION.....	38
4.2	INFLUENCE DE LA PERMÉABILITÉ DU MILIEU POREUX (EFFET DU NOMBRE DE DARCY)	38
4.2.1	<i>Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression</i>	<i>38</i>
4.2.1.1	Cas de $Ra=10^6$	38
4.2.1.2	Cas de $Ra=10^8$	42
4.2.2	<i>Transferts de chaleur et de masse</i>	<i>46</i>
4.3	INFLUENCE DU NOMBRE DE LEWIS	49
4.3.1	<i>Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression</i>	<i>49</i>
4.3.1.1	Cas de $N=1$	49
4.3.1.2	Cas de $N=10$	52
4.3.2	<i>Transferts de chaleur et de masse</i>	<i>56</i>
4.4	EFFET DU NOMBRE DE RAYLEIGH.....	59
4.4.1	<i>Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression</i>	<i>59</i>
4.4.1.1	Cas de $\theta=0^\circ$	59
4.4.1.2	Cas de $\theta=30^\circ$	61
4.4.1.3	Cas de $\theta=60^\circ$	65
4.4.2	<i>Transferts de chaleur et de masse</i>	<i>68</i>
4.5	INFLUENCE DE L'ANGLE D'INCLINAISON DE LA CAVITÉ	70
4.5.1	<i>Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression</i>	<i>71</i>
4.5.1.1	Cas de $A=0.25$	71
4.5.1.2	Cas de $A=0.5$	74
4.5.1.3	Cas de $A=1$	76
4.5.1.4	Cas de $A=2$	79
4.5.1.5	Cas de $A=4$	81
4.5.2	<i>Transferts de chaleur et de masse</i>	<i>85</i>
5	CONCLUSION GÉNÉRALE.....	88
	RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES	90

NOMENCLATURE

A	rapport de forme de la cavité, $A = L/H$
$A P $	fonction du schéma numérique en fonction du nombre de Peclet
C	concentration adimensionnelle, $(C - C_0)/\Delta C$
C_0	concentration de référence $X = 0, Y = 0$
C_f	coefficient de Forchheimer
D	diffusivité massique
Da	nombre de Darcy, $Da = k/H^2$
H	hauteur de la cavité
g	accélération de la pesanteur
k_m	perméabilité du milieu poreux
k_f	perméabilité du milieu fluide
L	longueur de la cavité
Le	nombre de Lewis, $Le = \alpha/D$
N	rapport des forces de volumes, $N = \beta_C \Delta C / \beta_T \Delta T$
Nu	nombre de Nusselt
P	pression adimensionnelle, $P = p/P^*$
P^*	pression caractéristique, $P^* = \rho_0 U^{*2}$
Pr	nombre de Prandtl, $Pr = \vartheta/\alpha$
Ra	nombre de Rayleigh thermique, $Ra = g\beta_T \Delta T H^3 / \alpha \vartheta$
S_ϕ	Terme source
Sh	nombre de Sherwood
t^*	temps caractéristique $t^* = \sigma H / U^*$
T	température adimensionnelle, $(T - T_0) / \Delta T$
T_0	température de référence à $X = 0, Y = 0$
U^*	vitesse caractéristique, $U^* = \alpha / H$
U	vitesse adimensionnelle dans la direction X , $U = u / U^*$
V	vitesse adimensionnelle dans la direction Y , $V = v / V^*$
X, Y	coordonnées cartésiennes adimensionnelles du système, $(X, Y) = (x, y) / H$

SYMBOLES GRECS

ΔC	différence de concentration adimensionnelle
ΔT	différence de température adimensionnelle
Δt	incrément de temps adimensionnel
ΔX	longueur adimensionnelle d'un volume de contrôle dans la direction X
ΔY	longueur adimensionnelle d'un volume de contrôle dans la direction Y
τ	temps adimensionnel
α	diffusivité thermique du fluide, $\alpha = k_f/(\rho c)_f$
β_C	coefficient d'expansion solutal
β_T	coefficient d'expansion thermique
θ	angle d'inclinaison de la cavité
ϑ	viscosité cinématique du fluide
μ	viscosité dynamique du fluide
P	densité du fluide
ε	porosité du milieu poreux
λ	conductivité thermique, $\lambda = k_m/k_f$
$(\rho c)_f$	capacité calorifique thermique du fluide
$(\rho c)_m$	capacité calorifique thermique du milieu poreux saturé
σ	rapport des capacités calorifiques, $\sigma = (\rho c)_m/(\rho c)_f$
Γ	coefficient de diffusion

Indices

0	état se référence
i	indice d'un point du maillage suivant x
j	indice d'un point du maillage suivant y
P	point au centre du volume fini
E	point à l'est du point P
N	point au nord du point P
W	point à l'ouest du point P
S	point au sud du point P
f	Fluide
Max	Maximum
min	Minimum

1.INTRODUCTION

1.1 GÉNÉRALITÉS

L'étude de la convection naturelle a suscité et suscite encore aujourd'hui l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées, dans ce domaine, s'étendent sur un peu plus d'un siècle. Un nombre considérable de travaux a été entrepris, suite à la découverte du phénomène par les expériences de Bénard et l'analyse théorique de Rayleigh au début du vingtième siècle, jusqu'à présent.

Depuis une vingtaine d'années, un autre type de transport convectif en milieux poreux attire l'attention des chercheurs, c'est la convection double diffusive ou thermosolutale qui s'exprime en présence de deux composants différents (par exemple la chaleur et la salinité) ayant différents taux de diffusion.

Le phénomène de la double diffusion peut se produire dans les milieux poreux, telles que les étangs solaires, les réservoirs pour le stockage de gaz naturel et de déchet radioactif, la fabrication du cristal, le transport de polluant dans le sol, etc.

La résolution d'un problème type de convection double diffusive en milieux poreux se ramène à prédire les champs de température, de concentration et de vitesse ainsi que l'intensité de l'écoulement en fonction des divers paramètres du problème. Il est également important de prédire les taux de transferts thermique (nombre de Nusselt) et massique (nombre de Sherwood) correspondant.

Le présent travail, de nature numérique, traite de la convection thermosolutale en milieu poreux. Il a pour objectif d'aboutir à une modélisation complète des écoulements et des transferts thermiques et solutaux couplés, dans le cas d'une cavité de géométrie rectangulaire inclinée remplie d'un milieu poreux homogène et saturé par un fluide binaire. Dans cette étude nous traiterons les cas où les forces de volumes seront coopérants avec différentes conditions aux limites et nous nous intéressons aux effets ainsi engendrés sur la structure de l'écoulement interne et sur les transferts de chaleur et de masse dans le système.

1.2 CONTENU DU MÉMOIRE

Dans un premier temps, nous présentons dans le premier chapitre, un travail de recherche bibliographique portant sur la convection thermosolutale dans les milieux poreux. Il sera suivi dans le second chapitre par la formulation mathématique du problème ou les équations de bases gouvernant le système et les conditions aux limites associées seront présentées. Ensuite on décrira les méthodes de résolution utilisées dans le cadre de cette étude à savoir, la méthode numérique. Le troisième chapitre quant est donc consacré à la résolution numérique des équations décrivant l'écoulement par la méthode des volumes finies.

Le quatrième chapitre, une étude de l'influence de différent de paramètres de contrôles à savoir, le nombre de Darcy, le nombre de Lewis, le nombre de Rayleigh, le rapport de buoyancy et l'angle d'inclinaison de la cavité sur le transfert de chaleur et de masse, la structure de l'écoulement, température, concentration et la pression.

Enfin, une conclusion générale retraçant les principaux résultats trouvés le long de cette étude ainsi que les perspectives futures.

1.3 REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Une étude numérique de la convection naturelle double diffusive dans une cavité verticale poreuse rectangulaire saturée par un fluide a été faite par Mamou *et al.* (1995). L'écoulement est conduit par des conditions des flux uniformes de chaleur et de masse imposés le long des deux parois verticales de la cavité. Une série vaste de simulations numériques est conduite dans la gamme $1 \leq Ra \leq 165$, $1 \leq Le \leq 10^3$, $-20 \leq N \leq 20$ et $A=1$. Pour l'opposition des flux ($N < 0$) l'existence d'états multiples stables est démontrée. Les résultats montrent que pour une valeur donnée de N , les nombres de Lewis et de Rayleigh ont une influence sur le domaine où il existe des états multiples stables. Les effets du rapport de buoyancy sont significatifs sur l'écoulement et le transfert de chaleur et de masse, particulièrement pour les flux opposés.

Goyeau *et al.* (1996) ont étudié la convection naturelle dans des milieux poreux confinés, conduits par des forces de buoyancy, thermique et solutale, coopérantes. Le modèle physique pour l'équation de conservation de mouvement inclut l'extension de Brinkman pour l'équation classique de Darcy et l'ensemble des équations couplées est résolu

avec l'approche des volumes finis. Les simulations numériques présentées sont obtenues pour une large gamme des paramètres gouvernants (les nombres de Rayleigh et de Darcy) dans le domaine des nombres positifs des forces de buoyancy et pour $Le > 1$. Les résultats sont comparés avec les données numériques existantes. Ils sont principalement analysés en termes de transferts moyens de chaleur et de masse aux parois verticale de la cavité. Ces résultats montrent que l'influence forte du nombre de Darcy sur le transfert de chaleur est plus complexe dans la convection double diffusive que dans la convection thermique. Les corrélations qui montrant l'influence explicite du nombre de Darcy a été faite.

Le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq est employé pour étudier le début de convection naturelle double diffusive dans une cavité inclinée poreuse par Mamou *et al.* (1998). Les gradients transversaux de chaleur et de concentration sont appliqués sur deux parois opposés de la cavité, tandis que les deux autres parois sont imperméables et adiabatiques. La situation particulière où les forces de buoyancy, thermique et solutale, sont opposées et d'intensité égale, est étudié. Les méthodes de Galerkin et les éléments finis sont utilisées pour examiner le début de convection double diffusive employant l'analyse de stabilité linéaire. Pour les valeurs de nombre de Lewis proche de l'unité, la stabilité est possible à condition que la porosité du milieu poreux soit plus petite que l'unité. Pour la convection supercritique, la présence d'un cas de solutions multiples, pour une gamme donnée des paramètres gouvernants, est démontrée. Les résultats numériques indiquent aussi l'existence de régimes souscritiques convectifs.

Amahmid *et al.* (1999a) ont étudié analytiquement et numériquement la convection naturelle thermosolutale dans une couche poreuse verticale soumise à des flux de chaleur et de masse uniformes. Le modèle de Brinkman est utilisé. Les auteurs ont considéré la situation particulière où les forces de volume thermiques et solutales sont opposées et de même intensité. La solution analytique basée sur l'hypothèse d'un écoulement parallèle est développée pour des rapports de forme A de la cavité suffisamment élevés. Les nombres de Rayleigh critiques au delà desquels les mouvements convectifs sont possibles sont déterminés analytiquement en fonction des nombres de Lewis Le et de Darcy Da . Les résultats présentés couvrent les gammes suivantes : du nombre de Rayleigh thermique $0 < Rt < 10^3$, $0 < Le < 10^3$ et $0 < Da < 10$. Les résultats du modèle de Darcy et ceux du milieu fluide ($Pr \geq 0.5$), sont correctement prédits par le modèle de Brinkman respectivement pour les

faibles et grands nombres de Darcy Da . L'étude numérique n'a permis d'obtenir que les solutions monocellulaires, malgré la multiplicité des solutions démontrée analytiquement.

La convection naturelle double diffusive dans une couche horizontale poreuse soumise aux gradients verticaux de température et de concentration a été étudiée analytiquement et numériquement par Amahmid *et al.* (1999b). Les parois horizontales sont soumises à des flux constants de chaleur et de concentration et les parois verticales sont adiabatiques et imperméables. L'écoulement dans le milieu poreux a été modelé employant le modèle Darcy-Brinkman. Les paramètres gouvernants le problème sont le nombre de Rayleigh R_T , le nombre de Lewis Le , le rapport de buoyancy N , le nombre de Darcy Da et le rapport d'aspect A . La solution analytique basée sur l'approximation de l'écoulement parallèle est en bon accord avec la solution numérique quand le rapport d'aspect de la matrice poreuse est assez grand. Le nombre de Rayleigh critique correspondant au début de l'écoulement parallèle dans ce système est déterminé analytiquement comme une fonction de Le , N et Da . Pour la gamme de $N \leq -1$ et $-1/N \leq Le \leq -N$ la solution de l'écoulement parallèle n'existe pas, par contre pour des gammes différentes, des solutions sont obtenues.

Marcoux *et al.* (1999) ont étudié la naissance de la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire remplie d'un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Des flux constants de chaleur et de masse sont imposés sur les parois verticales. Les parois horizontales sont isolées. Lorsque le rapport des forces de volume, solutale et thermique, N est égale à -1 , un régime de double diffusion pure est solution du problème. Ce régime est linéairement stable si le nombre de Rayleigh thermique est inférieur à une valeur critique R_{a_c} , fonction du rapport d'aspect de la cavité A et du nombre de Lewis Le . Ces résultats de stabilité linéaire sont en très bon accord avec ceux obtenus par simulation numérique directe. L'étude numérique montre l'existence de solutions convectives sous-critiques, qui cessent d'exister pour un nombre de Rayleigh thermique $R_0 < R_{a_c}$, fonction du rapport d'aspect de la cellule et du nombre de Lewis. Pour des valeurs du nombre de Rayleigh thermique inférieures à R_0 , seule la solution de double diffusion pure est stable.

Le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq a été employé pour étudier la convection naturelle à double diffusive dans une cavité peu profonde poreuse par Kalla *et al.* (2000). Les parois horizontales sont soumises à des flux uniformes de chaleur et de masse, tandis que les parois verticales sont exposées à un flux de chaleur. La méthode des

différences finies a été employée pour obtenir la solution numérique des équations gouvernantes. Les équations de l'énergie et de concentration sont résolues avec la méthode ADI. Le champ de la fonction de courant est obtenu avec la méthode SOR (over relaxation method). Un bon accord est observé entre une solution approximative analytique et les simulations numériques. Les résultats analytiques indiquent que pour la convection supercritique où les deux contributions solutale et thermique se déstabilisent, il y a trois solutions différentes. Une de ces solution est instable pour une gamme de données des paramètres gouvernants, à condition que le nombre de Rayleigh thermique Ra_T soit plus grand que la valeur critique qui dépend du nombre de Rayleigh solutal Ra_s et de Lewis. D'autre part, pour la convection souscritique, qui se produit quand les deux forces de buoyancy sont opposées, il y a cinq solutions différentes (dont deux sont instables). L'existence des solutions multiples quand $Ra_t = 0$ a aussi été démontrée.

Bennacer *et al.* (2001a) ont étudié la convection naturelle thermosolutale dans une cavité carrée poreuse avec des gradients horizontaux coopérants imposés de température et de concentration. Le milieu poreux est supposé hydrodynamiquement anisotropique. L'analyse d'échelle est appliquée aux deux cas extrêmes de convection conduite par la chaleur et conduite par la concentration. Les corrélations, pour les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood, basées sur des résultats numériques obtenus en résolvant les équations gouvernantes, ont été proposées. Ces résultats numériques indiquent l'existence de trois régimes, diffusif pour les valeurs basses du rapport de la perméabilité K , un régime de transition quand Nu et Sh augmentent avec la valeur de K et un régime asymptotique où Nu et Sh deviennent indépendants de K . La transition entre les différents régimes dépend du nombre de Rayleigh thermique Ra , le rapport de buoyancy N et le nombre de Lewis Le . Les résultats numériques indiquent que, lorsque Da est assez petit les résultats obtenus sur la base de la loi de Darcy, sont valables. Pour les valeurs intermédiaires de Da , la résistance frictionnelle aux frontières devient graduellement importante et ralenti le mouvement convectif. En conséquence, les effets de la perméabilité anisotrope du milieu poreux sur le transfert de chaleur par convection deviennent de moins en moins importants.

La convection naturelle double diffusive transitoire dans une cavité horizontale est examinée numériquement et analytiquement par Bennacer *et al.* (2001b). La cavité est chauffée et refroidie le long des parois verticales et le gradient solutal est imposé

verticalement. Les méthodes des volumes finis et des différences finies ont été utilisées avec l'algorithme SIMPLER pour la résolution du système des équations gouvernantes. Aussi, les résultats révèlent que la convection thermique peut être supprimée pour un fluide fortement stratifié. Les résultats sont obtenus pour un rapport d'aspect de deux, un nombre Prandtl de 7 (eau), un nombre de Lewis de 100 et le nombre de Rayleigh est varié entre 7×10^3 et 7×10^5 . Le flux devient instable (oscillant) pour différentes rapports de buoyancy thermique et solutal ($N=2.5, 6$ et 9). La comparaison entre l'analyse d'échelle et les résultats numériques montre un bon accord. La différence est plus importante sur le transfert massique, c'est essentiellement dû à la non-linéarité de la concentration à l'interface intérieure de la cellule horizontale et la sensibilité de la concentration au faible flux.

La convection naturelle double diffusive dans une cavité horizontale remplie par un milieu poreux saturé a été examinée numériquement par Mohamad *et al.* (2001). Le modèle de Darcy Brinkman a été adopté dans l'analyse. La cavité est chauffée et refroidie le long des parois verticales et le gradient solutal est imposé verticalement. La méthode des volumes finis a été employée pour la discrétisation des équations du système et l'algorithme SIMPLER pour le couplage pression vitesse. Les résultats ont été obtenus pour un rapport d'aspect de deux, le nombre de Prandtl était de 0.71 (air) et le nombre de Lewis était de 10 (le carburant d'hydrocarbure). L'écoulement devient instable pour une gamme finie du rapport de buoyancy thermique et solutal et il est possible d'obtenir des solutions différentes dans cette région. Le fluide fortement stratifié peut supprimer la convection thermique et le transfert de chaleur devient conductif.

Bennacer *et al.* (2002) ont étudié numériquement et analytiquement le transfert combiné de chaleur et de masse dans une cavité carré remplie d'un milieu poreux. Ce milieu est homogène et anisotrope thermiquement. Le modèle de Darcy-Brinkman a été utilisé. Les équations couplées sont résolues par la méthode des volumes finis et l'emploi du schéma hybride. Le système des équations est résolu par la méthode de double balayage (TDMA). Le couplage pression-vitesse est assuré avec deux algorithmes, SIMPLER et SIMPLEC. L'analyse d'échelle est appliquée pour prédire analytiquement le transfert de chaleur et de masse en fonction de l'anisotropie thermique. Ces résultats montrent l'existence d'un maximum de transfert de masse pour un rapport d'anisotropie critique. Cette situation critique dépend de plusieurs paramètres dont le nombre de Lewis du fluide saturant. Les effets de l'anisotropie

thermique et hydraulique ont été découplés afin de pouvoir analyser plus précisément l'influence de chaque anisotropie.

La convection naturelle double diffusive dans une cavité anisotrope poreuse a été examinée par Bera *et al.* (2002). Le modèle de Darcy a été utilisé pour décrire le problème. Les effets des paramètres anisotropes sur l'existence d'oscillations instables permanentes et des solutions multiples stationnaires ont été étudiés. L'étude de solutions analytiques a été considérée comme une vérification des résultats numériques. La direction locale d'écoulement change à cause de la variation des couches thermique et de concentration et des paramètres anisotropes. Il a été observé qu'une petite rotation du tenseur de perméabilité fait un changement significatif de la force d'écoulement aussi bien que les profils de la température et de la concentration. En général, la chaleur et la masse suivent le modèle complexe selon l'interaction entre les coefficients de diffusion et le rapport de buoyancy.

Chamkha *et al.* (2002) ont étudié l'écoulement convective bidiffusive instable et laminaire d'un mélange binaire de gaz dans une cavité rectangulaire inclinée remplie d'un milieu poreux uniforme. Les gradients de la chaleur et de la masse sont appliqués sur les deux parois verticales de la cavité tandis que les deux autres parois sont adiabatiques et imperméables. Les forces de buoyancy thermique et solutale sont supposées opposantes. Une solution numérique basée sur la méthode des différences finies est obtenue. Avec l'absence du milieu poreux, un comportement oscillant d'écoulement dans la cavité est obtenu pour un rapport de buoyancy égale à 1. Cependant, en présence du milieu poreux, on observe un affaiblissement dans le comportement oscillant. Les résultats obtenus illustrent les effets de l'inverse de nombre de Darcy et de l'angle d'inclination sur les contours des lignes courant, de la température, de la concentration et de la densité aussi bien des profils de vitesses que de la température et de la concentration au centre de la cavité. En outre, les nombres moyens de Nusselt et de Sherwood sont présentés et discutés pour différentes conditions paramétriques.

Khanafer *et al.* (2002) ont étudié numériquement la convection mixte avec un transport de chaleur et de masse dans une cavité rectangulaire avec couvercle mouvant remplie d'une matière poreuse saturée avec un fluide non-Darcien. Les deux parois horizontales sont soumises à différentes températures et concentrations. Tandis que les

deux parois verticales sont imperméables et fixes. La méthode des volumes finis a été utilisée avec la procédure de résolution ADI pour traiter l'équation de transport. Les résultats ont montré que le mécanisme de transfert de chaleur et les caractéristiques de flux à l'intérieur de la cavité dépendent fortement du nombre de Richardson. Ces résultats indiquent aussi que le rapport de buoyancy, le nombre de Darcy, le nombre de Lewis et le nombre de Richardson ont un grand effet sur le phénomène de double diffusion.

Les écoulements bidimensionnel et tridimensionnel de transfert de la chaleur et de la masse dans une cavité horizontale avec un rapport de forme égale à deux, remplis d'un milieu poreux saturé ont été analysés numériquement par Mohamad *et al.* (2002). La cavité est chauffée différentiellement et la concentration est imposée verticalement. L'approximation de Boussinesq a été utilisée. Le nombre de Prandtl est fixé à 10 et le nombre de Lewis est varié de 1 à 1000. Le travail est concentré sur l'écoulement stratifié. Les résultats des deux modèles bidimensionnel et tridimensionnel ont été comparés. Des résultats intéressants sont obtenus pour différentes nombres du rapport de buoyancy thermique et solutal. La différence dans le taux de transfert de la chaleur et de la masse entre les simulations bidimensionnelles et tridimensionnelles n'est pas significative.

Une étude numérique de l'écoulement double diffusive opposé dans une cavité poreuse a été réalisée par Younsi *et al.* (2002). Les gradients de température et de concentration ont été imposés horizontalement. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer, qui prend en considération les effets d'inertie et les effets visqueux, a été utilisé pour obtenir les équations de mouvements. La méthode des volumes finis et l'algorithme SIMPLER ont été utilisés pour la résolution des équations gouvernantes. Les résultats obtenus montrent que l'effet du milieu poreux a été de diminuer la vitesse verticale dans la couche limite. Le transfert de chaleur et de masse et le champ d'écoulement sont affectés profondément par les forces de buoyancy thermique et solutale. Les transferts de chaleur et de masse diminuent avec la diminution de la perméabilité.

Bennacer *et al.* (2003) ont étudié numériquement la convection naturelle thermosolutale dans une cavité remplie de liquide où il y a à l'intérieur des couches isotropiques ou anisotropiques poreuses. Des couches poreuses sont attachées aux parois verticales et sont mises à des températures et des concentrations constantes. Les parois horizontales de la cavité sont adiabatiques et imperméables. La méthode des volumes finis

et l'algorithme SIMPLEC sont utilisés. L'étude est faite pour des nombres de Grashof thermique allant de 10^6 et 10^7 et de Schmidt égal à 7.1 et différentes valeurs du nombre de Darcy, d'épaisseur de couche poreuse et du rapport de perméabilité. L'effet d'anisotropie hydraulique sur le taux de chaleur et le transfert de masse est déterminé. Le taux des transferts de chaleur et de masse a une faible dépendance du nombre de Darcy pour les régimes de perméabilité hauts et bas. Le taux de chaleur transféré diminue quand le flux pénètre dans la couche poreuse pour une gamme de paramètres donnés.

La convection naturelle double diffusive dans une cavité mince verticale poreuse est étudiée, numériquement et analytiquement par Bahloul *et al.* (2004). Les forces de buoyancy qui provoque le mouvement de fluide résultent de l'imposition d'un gradient vertical de température et un gradient horizontal solutal. La solution analytique a été obtenue pour un fluide stratifié dans une cavité avec un rapport d'aspect élevé et validé avec l'étude numérique. En absence d'un gradient horizontal solutal ($N = 0$), la solution prend la forme de la bifurcation de Bénard. L'asymétrie résulte de l'imposition d'un petit rapport de buoyancy ($N \ll 1$). La solution numérique des équations gouvernantes indiquent que pour le rapport de forme de la cavité $A_f \ll 1$ le flux est parallèle dans la partie centrale de la cavité tandis que les champs de température et de concentration sont linéairement stratifiés. L'existence de solutions multiples, pour une gamme donnée des paramètres gouvernants a été démontrée analytiquement et numériquement pour le cas des petites valeurs du rapport de buoyancy. Ainsi selon les conditions initiales « des flux naturels » et « des flux antinaturels » peuvent être observé dans le système.

Bourich *et al.* (2004) ont étudié la convection naturelle bidiffusive bidimensionnelle dans une cavité carrée poreuse partiellement chauffée au-dessous tandis que sa surface supérieure est refroidie à une température constante. Les parois verticales de la cavité sont soumises à un gradient de concentration horizontal. Les équations gouvernantes sont discrétisées avec le schéma des différences centrées et résolues avec la méthode (ADI). Les paramètres gouvernants sont le nombre de Rayleigh thermique ($Ra=100$ et 200), le nombre de Lewis égale ($0.1, 1$ et 10), le rapport de buoyancy ($-10 \leq N \leq 10$) et la position relative de l'élément chauffant avec la ligne médiane verticale de la cavité ($\delta=0$ et 0.5). L'effet des paramètres gouvernants sur les caractéristiques de fluide est analysé. La multiplicité de solutions est explorée et l'existence de l'écoulement bicellulaire asymétrique est obtenue

quand l'élément chauffé est changé vers la limite verticale ($\delta=0.5$). Les forces de buoyancy solutales produit par le gradient de concentration horizontal mènent à l'élimination de la multiplicité de solutions obtenues dans la convection pure thermique quand N atteint un seuil de valeur qui dépend de Le et Ra .

Mahidjiba *et al.* (2006) ont étudié numériquement le début de la convection dans une couche poreuse bidimensionnelle horizontale saturée avec l'eau froide employant l'analyse de stabilité linéaire. Les équations gouvernantes sont déduites du modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq qui prend en considération la variation de la masse volumique. Les températures et les concentrations sont imposées sur les parois horizontales de la cavité, par contre les deux parois verticales sont imperméables et adiabatiques. Les résultats ont été obtenus pour différentes valeurs du rapport d'aspect de la cavité, de la porosité, du nombre de Lewis et du rapport des forces de buoyancy. Pour une cavité finie, ils ont montré que le régime d'écoulement stable est atteint lorsqu'on trouve un nombre de Rayleigh critique correspondant à la transition du mode oscillatoire au mode de convection directe. Cependant, pour une couche infinie les résultats indiquent l'absence d'un régime d'écoulement stable.

Mohamad *et al.* (2004) ont étudié la convection naturelle double diffusive tridimensionnelle dans une cavité rectangulaire remplie par un milieu poreux saturée avec un fluide binaire. La méthode des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations gouvernantes avec le schéma SIMPLEC pour le couplage vitesse pression. L'effet du rapport d'aspect sur le transfert de chaleur et de masse et de quantité de mouvement a été étudié. Pour certaine gamme de paramètres, ils constatent que l'écoulement devient bicellulaire quand le rapport d'aspect augmente, qui sont semblables à la formation de cellule longitudinale dans le problème Rayleigh-Bénard. Il a été montré que le changement du rapport d'aspect n'a aucune influence sur les taux de transfert de chaleur et masse. Cependant, pour d'autres gammes de paramètres, l'écoulement est complètement différent et les taux de transfert de chaleur et de masse sont influencés.

L'influence de l'effet de Soret sur la convection naturelle dans un milieu de Darcy cartésien, saturé par un fluide binaire, a été étudiée par Ben Hamed *et al.* (2007). Un gradient vertical de température est appliqué sur les parois horizontales, les autres parois sont adiabatiques. Toutes les frontières sont imperméables à la masse. Ainsi nous abordons

l'étude linéaire de la stabilité du mélange. La prévision des nombres de Ra critiques pour la convection naturelle est faite sur la base d'un problème de valeurs propres, déduit d'une analyse linéaire numérique de stabilité 2D marginale et transitoire basée sur la méthode des éléments finis. Ils donnent des diagrammes de stabilité en fonction des paramètres de contrôle du problème.

La convection naturelle dans une cavité partiellement refroidie et inclinée rectangulaire remplie d'un milieu poreux saturé a été examinée numériquement par Oztop *et al.* (2007). La paroi verticale gauche a une température constante chaude et la paroi basse est partiellement refroidie tandis que les autres parois sont adiabatiques. Le système des équations couplées est résolu par la méthode des volumes finis. Le schéma hybride est utilisé pour la discrétisation des équations gouvernantes. Le système des équations est résolu par la méthode de double balayage (TDMA). Le couplage pression vitesse est assuré par l'algorithme SIMPLE. Les résultats montrent que l'angle d'inclinaison est le paramètre dominant sur le transfert de chaleur et l'écoulement de fluide aussi bien que le rapport d'aspect. Le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Rayleigh pour tous les paramètres qui dirigent l'écoulement et le champ de température. Le rapport d'aspect affecte aussi le transfert de chaleur et l'écoulement de fluide. Le transfert de chaleur diminue avec l'augmentation du rapport d'aspect. Pour la valeur la plus haute du rapport d'aspect, l'écoulement devient stagnant loin de la paroi chauffée.

Alloui *et al.* (2009) ont utilisé le modèle de Darcy avec l'approximation de Boussinesq pour étudier la convection naturelle dans un milieu poreux saturé par un fluide binaire. La géométrie considérée est une cavité carrée dont une partie de la paroi basse est isothermement chauffée, la surface supérieure est refroidie à une température constante et les deux autres parois verticales sont adiabatiques. La méthode des volumes finis a été employée pour la discrétisation des équations du système et l'algorithme SIMPLER a été employé pour le couplage pression vitesse. Les paramètres gouvernants du problème sont le nombre de Rayleigh thermique, le nombre de Lewis, le rapport de buoyancy, la longueur de la partie chauffée, le rapport d'aspect de la cavité, la porosité du milieu poreux et la position relative de la partie chauffée avec la ligne médiane verticale de la cavité. Les deux écoulements de convection monocellulaire et bicellulaire sont étudiés et leurs particularités sont décrites. Aussi l'existence possible d'un écoulement tricellulaire est démontrée.

2. FORMULATION MATHÉMATIQUE

2.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre nous décrivons et nous formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

2.2 DESCRIPTION DU PROBLÈME

Nous allons étudier le phénomène de la convection thermosolutale dans une cavité rectangulaire de hauteur H et de longueur L partiellement remplie d'une couche poreuse inclinée d'un angle θ par rapport au plan horizontal et saturée par un fluide binaire. Les parois actives (parallèle à l'axe Y) sont soumises à des températures et des concentrations constantes, et les autres parois (parallèle à l'axe X) sont supposés adiabatiques et imperméables. La configuration de problème est illustrée sur la figure 2.1.

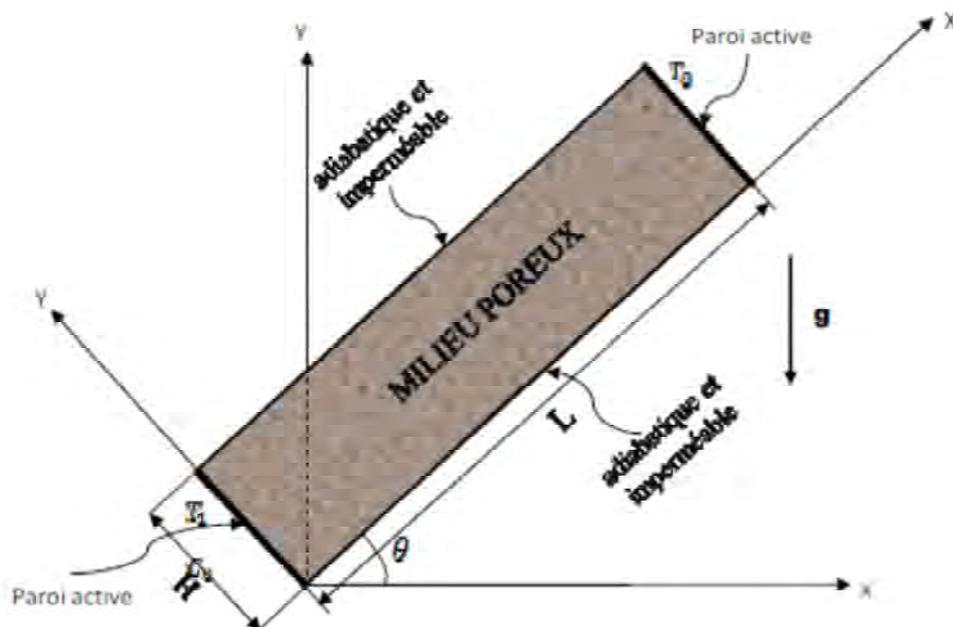


Fig. 2.1 : Géométrie de problème.

2.3 LES HYPOTHÈSES SIMPLIFICATRICES

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude sont les suivantes :

- On suppose que la matrice poreuse est isotrope, homogène et en équilibre thermodynamique avec le fluide.
- La solution binaire est un fluide newtonien, incompressible.
- L'écoulement engendré est laminaire et bidimensionnel.
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable ainsi que l'interaction entre les transferts de chaleur et de masse (effets Soret et Dufour)
- Les propriétés thermo physiques du fluide sont constantes et déterminées à partir de la température et la concentration de référence T_0 et C_0 respectivement. Par contre, la densité du fluide dans le terme des forces de volume varie linéairement avec la température T et la concentration C selon l'approximation de Boussinesq. Cette variation est donnée par la relation suivante :

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta_T(T - T_0) - \beta_S(C - C_0)] \quad (2.1)$$

Où ρ_0 est la densité à la température et la concentration de référence, β_T est le coefficient d'expansion volumique thermique et β_S le coefficient d'expansion volumique solutale exprimés ci-dessous :

$$\beta_T = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{P,C} \quad (2.1.1) \quad \text{et} \quad \beta_S = -\frac{1}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial C} \right)_{P,T} \quad (2.1.2)$$

En générale, β_T est positif pour tous les fluides, sauf l'eau en dessous de 4⁰C, tandis que β_S peut être positif ou négatif selon le soluté considéré. Si la densité augmente β_S est négatif ou β_S est positif lorsque la densité diminue.

2.4 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Le problème de la convection naturelle double diffusive dans un milieu poreux est modélisé par les équations mathématiques suivantes :

- L'équation de continuité :

L'équation de continuité exprime le principe de la conservation de la masse d'un fluide en mouvement. Dans un volume élémentaire, la masse du fluide prélevé ou injecté est égale

à la somme de la variation de la masse volumique du fluide durant un intervalle de temps élémentaire et des flux massiques traversant la surface de ce volume. Elle est définie par :

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_f \vec{V}) = 0 \quad (2.2)$$

Et lorsque le fluide est incompressible $\rho_f = \text{conste}$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.3)$$

- L'équation de quantité du mouvement :

Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer décrivant l'équation de quantité de mouvement s'exprime comme suit :

$$\rho_f \underbrace{\left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \vec{V}) \right]}_{[1]} = \underbrace{-\frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \cdot (\varepsilon P)}_{[2]} + \underbrace{\frac{\mu}{\rho_f \varepsilon} \vec{\nabla}^2 \vec{V}}_{[3]} - \underbrace{\frac{\mu \vec{V}}{K}}_{[4]} - \underbrace{\frac{C_f}{K^{1/2}} |\vec{V}| \vec{V}}_{[5]} + \underbrace{\rho_f \vec{g}}_{[6]} \quad (2.4)$$

Avec :

[1] : Forces inertielles macroscopiques.

[2] : Gradient de pression.

[3] : Terme visqueuse de Brinkman.

[4] : Terme de Darcy.

[5] : Terme de Forchheimer (force inertielles microscopiques).

[6] : Force de volume.

- L'équation de quantité du mouvement suivant x :

$$\rho_f \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (uu)}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (vu)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\varepsilon} \vec{\nabla}^2 u - \frac{\mu}{K} u - \frac{C_f}{K^{1/2}} |\vec{V}| u + \rho_f [\beta_T (T - T_0) + \beta_S (C - C_0)] g \sin \theta \quad (2.5)$$

- L'équation de quantité du mouvement suivant y :

$$\rho_f \left[\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (uv)}{\partial x} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial (vv)}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\varepsilon} \vec{\nabla}^2 v - \frac{\mu}{K} v - \frac{C_f}{K^{1/2}} |\vec{V}| v + \rho_f [\beta_T (T - T_0) + \beta_S (C - C_0)] g \cos \theta \quad (2.6)$$

- L'équation d'énergie :

L'équation de l'énergie s'écrit comme suit :

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f \vec{\nabla} \vec{\nabla} T = k_m \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.7)$$

Où : $(\rho c)_m$, $(\rho c)_f$ et k_m sont respectivement la capacité calorifique thermique du milieu poreux saturé, la capacité calorifique thermique du fluide et la conductivité thermique.

- L'équation de la masse :

Le principe de conservation de la masse mène à l'équation de concentration suivante :

$$\varepsilon \frac{\partial c}{\partial t} + \vec{\nabla} \vec{\nabla} C = D \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) \quad (2.8)$$

Avec D étant la diffusivité massique de la concentration dans la matrice poreuse saturée.

2.5 ADIMENSIONNALISATION DES ÉQUATION GOUVERNANTES

De façon à rendre les équations précédentes adimensionnelles, la dimension H de la cavité a été choisie comme longueur de référence. La diffusivité thermique est utilisée pour adimensionnaliser la vitesse, la température et la concentration sont adimensionnalisées respectivement par rapport aux écarts de température ΔT et de concentration ΔC entre les deux parois actives de la cavité.

Les différentes grandeurs sans dimension sont données par les expressions suivantes :

$$\begin{cases} (X, Y) = \left(\frac{x}{H}, \frac{y}{H} \right), & (U, V) = \left(\frac{u}{U^*}, \frac{v}{U^*} \right) \\ P = \frac{p - p_0}{P^*} & \tau = \frac{t}{t^*} \\ C = \frac{(c - c_0)}{\Delta C} & T = \frac{(T - T_0)}{\Delta T} \end{cases} \quad (2.9)$$

Où : P^* , t^* , U^* sont la pression, le temps et la vitesse caractéristique, respectivement. ces grandeurs sont définies comme suit :

$$\begin{cases} P^* = \rho_0 U^{*2} \\ t^* = \sigma \frac{H}{U^*} \\ U^* = \frac{\alpha}{H} \end{cases} \quad (2.10)$$

Où : σ , α , λ désignent respectivement le rapport des capacités calorifiques, la diffusivité thermique du fluide, la conductivité thermique. ces paramètres sont donnés par :

$$\sigma = \frac{(\rho c)_m}{(\rho c)_f} \approx 1, \quad \alpha = \frac{k_f}{(\rho c)_f}, \quad \lambda = \frac{k_m}{k_f}$$

En introduisant ces grandeurs adimensionnelles dans les équations de continuité et de mouvement et d'énergie et de concentration, on obtient respectivement :

- L'équation de la continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.11)$$

- L'équation de quantité du mouvement suivant X :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{P_r}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{P_r}{Da} U - \frac{C_f}{Da^{1/2}} \sqrt{U^2 + V^2} U + P_r Ra(T + NC) \sin \theta \quad (2.12)$$

- L'équation de quantité du mouvement suivant Y :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{1}{\varepsilon^2} \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{P_r}{\varepsilon} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) - \frac{P_r}{Da} V - \frac{C_f}{Da^{1/2}} \sqrt{U^2 + V^2} V + P_r Ra(T + NC) \cos \theta \quad (2.13)$$

- L'équation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial(UT)}{\partial X} + \frac{\partial(VT)}{\partial Y} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial Y^2} \right) \quad (2.14)$$

- L'équation de la masse :

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial(UC)}{\partial X} + \frac{\partial(VC)}{\partial Y} \right) = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 c}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial Y^2} \right) \quad (2.15)$$

L'adimensionnalisation du système d'équations introduit les paramètres de contrôle du problème : $Da = \frac{K}{H^2}$ est le nombre de Darcy, $Ra = \frac{g\beta_T \Delta T H^3}{\alpha \vartheta}$ est le nombre de Rayleigh, $N = \frac{\beta_S \Delta C}{\beta_T \Delta T}$ est le rapport de buoyancy, $Le = \frac{\alpha}{D}$...est le nombre de Lewis qui représente le rapport de la diffusivité thermique sur la diffusivité massique du milieu poreux saturé et $P_r = \frac{\vartheta}{\alpha}$ est le nombre de Prandtl.

2.6 CONDITIONS INITIALES ET AUX FRONTIÈRES

Nous considérons qu'à $t = 0$, les conditions initiales sur toutes les parois s'écrivent :

- $U = V = 0$

- $T = C = 0$

Les conditions aux frontières thermiques et massiques adimensionnelles s'expriment par (tableau 2.1) :

Tableau 2.1 : les conditions aux limites

Condition	Vitesse	Température	Concentration
Paroi S	$U=V=0$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial C}{\partial Y} = 0$
Paroi N	$U=V=0$	$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial C}{\partial Y} = 0$
Paroi W	$U=V=0$	$T=1$	$C=0$
Paroi E	$U=V=0$	$T=0$	$C=1$

2.7 TRANSFERTS THERMIQUE ET MASSIQUE

Nous exprimons les transferts de chaleur et de masse sur les parois actives par les nombres de Nusselt (Nu) et de Sherwood (Sh) définis par :

- $$Nu = \int_0^1 \left(\frac{\partial T}{\partial X} \right)_{X=0} dY \quad (2.16)$$

- $$Sh = \int_0^1 \left(\frac{\partial C}{\partial X} \right)_{X=L'} dY \quad (2.17)$$

3. RÉOLUTION NUMÉRIQUE

3.1 INTRODUCTION

Dans le chapitre précédent, nous avons établi les équations de base régissant la convection thermosolutale. Ces équations forment un système d'équations différentielles partielles non linéaires couplées et dans ce chapitre nous utilisons une méthode numérique pour résoudre ces équations. Actuellement, trois grandes méthodes numériques sont utilisées généralement pour la résolution des systèmes d'équations à dérivées partielles régissant les différents écoulements de transfert de chaleur, de masse, etc., ce sont les méthodes des différences finies, des éléments finis, spectrale et des volumes finis.

3.2 LES DIFFÉRENTES MÉTHODES NUMÉRIQUES

3.2.1 Méthode des différences finies

La variable inconnue ϕ est décrite par plusieurs valeurs dans les points d'un maillage. Le développement de l'inconnue en séries de Taylor tronquées est utilisé pour approximer les dérivées de l'inconnue, dans chaque point du maillage, par différences finies en utilisant les inconnues voisines. En remplaçant les dérivées dans les équations différentielles par différences finies on obtient un système d'équations algébriques pour les valeurs de l'inconnue dans chaque point du maillage.

3.2.2 Méthode des éléments finis

Dans la méthode des éléments finis on utilise des fonctions linéaires ou quadratiques, sur chaque élément, pour décrire la variation locale de l'inconnue ϕ . Les équations différentielles sont exactement vérifiées par la solution exacte. En remplaçant l'approximation de ϕ dans les équations différentielles, on constate que celles-ci ne vérifient pas exactement, et un résidu est défini dans ce cas pour mesurer l'erreur. Le résidu est minimisé en le multipliant par une fonction de pondération et en l'intégrant. Le résultat de l'intégration est un set d'équations algébriques pour les coefficients des fonctions d'approximation.

3.2.3 Méthodes spectrales

L'inconnue est approchée par des séries Fourier tronquées ou par des séries de polynômes Chébiev. Par rapport aux méthodes des différences finies et des éléments finis

l'approximation n'est pas locale mais elle est valide sur tout le domaine de calcul. On utilise également le concept du résidu pondéré comme dans la méthode des éléments finis où en imposant que l'approximation doive correspondre à la solution exacte pour les points du maillage.

3.2.4 Méthode des volumes finis

La méthode des volumes finis qui a été adoptée dans cette étude consiste à exprimer le bilan de la grandeur étudiée sur un volume de contrôle. Ces volumes de contrôle sont généralement rectangulaires délimités par des lignes parallèles aux axes des coordonnées. Cependant, il est possible, actuellement, d'utiliser des volumes de diverses formes. L'un des principaux avantages de cette méthode est d'assurer une conservation intégrale exacte des grandeurs quelle que soit la taille du maillage et c'est pour cette raison qu'elle est très largement utilisée pour la résolution des phénomènes gouvernés par des équations à dérivées partielles.

3.3 PRINCIPE DE LA MÉTHODE DES VOLUMES FINIS

3.3.1 Forme générale de l'équation de transport

L'équation de transport générale d'une quantité quelconque ϕ dans un fluide en mouvement peut s'écrire comme suit :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)}_{[1]} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho U_j \phi)}_{[2]} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)}_{[3]} + \underbrace{S_\phi}_{[4]} \quad (3.1)$$

Avec :

[1] : Terme temporel. [2] : Terme convectif. [3] : Terme de diffusion.

[4] : Terme source. Γ : Coefficient de diffusion.

Pour trouver l'expression proposé à chacune des équations il suffit de remplacer ϕ , Γ , S_ϕ comme indiqué le tableau 3.1.

Tableau 3.1 : expressions de la variable ϕ , du coefficient de diffusion Γ et du terme source S_ϕ pour les équations de notre problème.

Équation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant X	U	$\frac{Pr}{\varepsilon}$	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{Pr}{Da}U - \frac{C_f}{Da^{1/2}}\sqrt{U^2 + V^2}U + PrRa(T + NC) \sin\theta$
Quantité de mouvement suivant Y	V	$\frac{Pr}{\varepsilon}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{Pr}{Da}V - \frac{C_f}{Da^{1/2}}\sqrt{U^2 + V^2}V + PrRa(T + NC) \cos\theta$
Énergie	T	λ	0
Concentration	C	$\frac{1}{Le}$	0

Pour déterminer le champ de la variable ϕ dans un domaine d'étude par la méthode des volumes finis. Les étapes à suivre sont essentiellement :

- Définir le domaine d'étude ces domaines appelés volumes finis.
- Intégrer l'équation de transport sur chaque volume fini.
- Discrétiser les différents termes de la forme intégrée de l'équation de transport (transformer l'équation différentielle ponctuelle en un système des équations algébriques).
- Introduire les conditions initiales et aux limite appropriées.
- Résoudre le système algébrique final par une méthode de résolution pour obtenir un champ approché de ϕ dans des points discrets du domaine considéré.

3.3.2 Maillage et le volume fini

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes fini. La variable dépendante considérée est calculée en ces points. Les

équations algébriques définies en ces nœuds, sont obtenues par intégration des équations de conservation à travers les volumes de contrôle, pour chaque nœud.

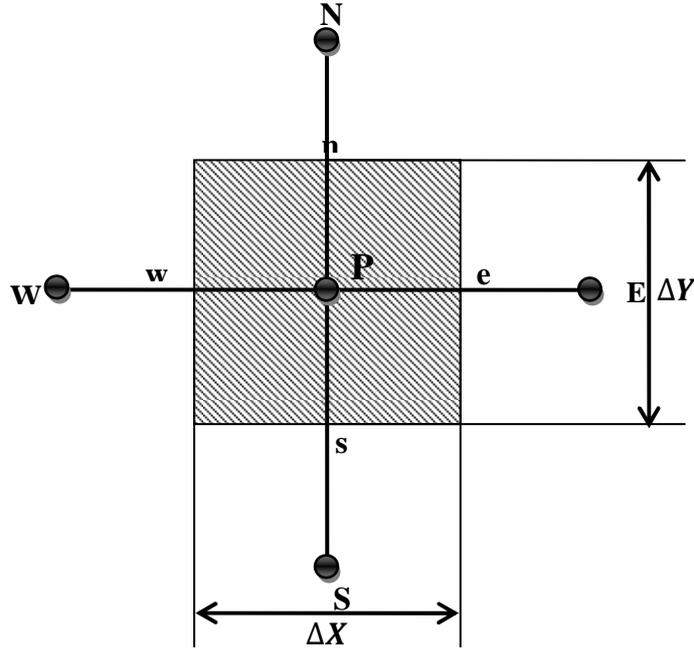


Fig. 3.1 : Le volume fini.

3.4 L'INTÉGRATION DE L'ÉQUATION DE TRANSPORT SUR UN VOLUME FINI

L'intégration de l'équation de transport sur le volume $dx.dy.1$ m associée au point P. et sur un temps Δt donne:

$$\begin{aligned} & \iiint_{t \ w \ s}^{t+\Delta t \ e \ n} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dx dy dt + \iiint_{t \ w \ s}^{t+\Delta t \ e \ n} \frac{\partial}{\partial x} (\rho U\phi) dx dy dt + \\ & \iiint_{t \ w \ s}^{t+\Delta t \ e \ n} \frac{\partial}{\partial y} (\rho V\phi) dx dy dt = \iiint_{t \ w \ s}^{t+\Delta t \ e \ n} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dt + \iiint_{t \ w \ s}^{t+\Delta t \ e \ n} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt + \\ & \iiint_{t \ w \ s}^{t+\Delta t \ e \ n} S_{\phi} dx dy dt \end{aligned} \quad (3.2)$$

On obtient :

$$\begin{aligned} & \iint_{w \ s}^e \rho (\phi^1 - \phi^0) dx dy + \iint_t^{t+\Delta t} \int_s^n [(\rho U\phi)_e - (\rho U\phi)_w] dy dt + \iint_t^{t+\Delta t} \int_s^n [(\rho U\phi)_n - \\ & (\rho U\phi)_s] dx dt = \iint_t^{t+\Delta t} \int_s^n \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_s \right] dy dt + \iint_t^{t+\Delta t} \int_w^e \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_w \right] dx dt + \\ & \iiint_{t \ w \ s}^{t+\Delta t \ e \ n} S_{\phi} dx dy dt \end{aligned} \quad (3.3)$$

Lorsque ϕ est uniforme dans le volume fini et que les flux convective et diffusive sont uniforme à travers chaque face du volume et que le terme source est uniforme dans le volume donc l'intégration des différentes termes s'effectue comme suit :

➤ Le terme de la variation temporelle au sein du volume :

$$\iint_{w s}^e n (\rho \phi^1 - \rho \phi^0) dx dy = \rho (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta x \Delta y \quad (3.4)$$

ϕ_p^0 et ϕ_p^1 étant les valeurs de ϕ au point P aux temps t et $t + \Delta t$.

➤ Terme de convection à travers les faces du volume : ce terme est approximé par :

$$\int_t^{t+\Delta t} [(\rho U \phi)_e \Delta y] dt - \int_t^{t+\Delta t} [(\rho U \phi)_w \Delta y] dt + \int_t^{t+\Delta t} [(\rho U \phi)_n \Delta x] dt - \int_t^{t+\Delta t} [(\rho U \phi)_s \Delta x] dt \quad (3.5)$$

• terme de diffusion à travers les faces du volume:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \Delta y \right] dt - \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \Delta y \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n \Delta x \right] dt - \int_t^{t+\Delta t} \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \Delta x \right] dt \quad (3.6)$$

• terme de génération ou destruction au sein du volume:

$$\iiint_t^{t+\Delta t} w s^e n S_\phi dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} (\overline{S_\phi} dx dy) dt \quad (3.7)$$

Après l'intégration dans le temps, l'équation de transport s'écrit comme suit :

$$\rho (\phi_p^1 - \phi_p^0) \Delta x \Delta y + (\rho U \phi)_e \Delta y \Delta t - (\rho U \phi)_w \Delta y \Delta t + (\rho U \phi)_n \Delta x \Delta t - (\rho U \phi)_s \Delta x \Delta t = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \Delta y \Delta t - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \Delta y \Delta t + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n \Delta x \Delta t - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \Delta x \Delta t + \overline{S_\phi} dx dy \Delta t \quad (3.8)$$

3.5 SCHÉMAS DE DISCRÉTISATION

Nous introduisons maintenant quelques schémas d'interpolation servant à déterminer la valeur de la variable dépendante ϕ aux interfaces du volume de contrôle, Parmi ces schémas, on distingue le schéma aux différences centrées (Central Difference Scheme) qui utilise une procédure d'interpolation linéaire mais qui reste, cependant, limité pour des valeurs de $|P| < 2$.

Une autre alternative à ce schéma est la procédure aux différences décentrées (Upwind Scheme). Ce schéma est moins précis que celui aux différences centrées pour les écoulements qui ne sont pas à convection dominée. Par conséquent, un certain nombre d'auteurs ont proposé des combinaisons des deux schémas précédents. Spalding a développé le schéma hybride (Hybrid Scheme) qui rejoint le schéma aux différences centrées pour $|P| < 2$ et le schéma aux différences décentrées pour $|P| > 2$.

Ainsi, un certain nombre de méthodes ont été développées afin de présenter un changement plus graduel et qui sont en bon accord avec la solution exacte d'un problème monodimensionnel. Patankar (1980) propose le schéma d'approximation de la loi de puissance (Power Law Scheme) qui s'avère très efficace puisqu'il approche beaucoup mieux la solution exacte. Ce schéma a été développé à partir du schéma exponentiel exact (Exponential Scheme). Ce dernier n'a pas été utilisé à cause du temps de calcul important nécessaire au calcul des exponentielles.

Tableau 3.1 : les schémas des discrétisations.

Schémas	Expressions de $A(P)$
Centré	$1 - 0.5 P $
Upwind	1
Hybride	$\max\{0, (1 - 0.5 P)\}$
Loi de puissance	$\max\{0, (1 - 0.5 P)^5\}$
Exponentiel	$ P /[(\exp P) - 1]$

Dans le présent travail nous allons utiliser le schéma hybride, car il exige moins de temps de calcul et permet de fournir une meilleure stabilité de la solution numérique et des résultats proches de la solution exacte.

3.6 DISCRÉTISATIONS DES ÉQUATIONS GOUVERNANTES

Discrétisation d'équation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

L'intégration de l'équation de continuité sur un volume de contrôle décalé donne :

$$\left(\frac{U_{Eu}^0 + U_{Pu}^0}{2}\right) \Delta Y_P - \left(\frac{U_{Pu}^0 + U_{Wu}^0}{2}\right) \Delta Y_P + \left(\frac{V_E^0 + V_P^0}{2}\right) dX_e - \left(\frac{V_{Es}^0 + V_{S}^0}{2}\right) dX_e = 0 \quad (3.9)$$

Discrétisation d'équation de quantité du mouvement suivant X :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \cdot \vec{V}) U = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{P_r}{\varepsilon} \vec{V}^2 U - \frac{P_r}{Da} U - \frac{C_f}{Da^{1/2}} \sqrt{U^2 + V^2} U + P_r Ra (T + NC) \sin \theta$$

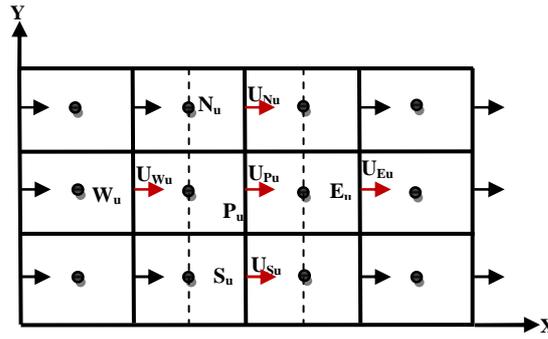


Fig. 3.2 : Maillage Décalé suivant X : le volume fini est décalé vers la droite du volume fini typique.

En intégrant l'équation précédente à travers le volume de contrôle représenté dans la Fig.3.1 : on obtient des équations algébriques sous la forme suivante:

$$A_P U_{P_u} = A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + S_u \quad (3.10)$$

Les coefficients A_E , A_W , A_N , A_S sont définis en fonction de l'interpolation de la valeur U entre deux points voisins du maillage. Sont définis comme suit :

$$A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e = -\frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{U_{P_u}^0 + U_{E_u}^0}{2} \right) \Delta Y_P + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{\Delta Y_P}{\Delta X_E} \quad (3.11.1)$$

$$A_W = \frac{F_w}{2} + D_w = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{U_{P_u}^0 + U_{W_u}^0}{2} \right) \Delta Y_P + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{\Delta Y_P}{\Delta X_P} \quad (3.11.2)$$

$$A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n = -\frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{V_{E_u}^0 + V_{P_u}^0}{2} \right) dX_e + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{dX_e}{dY_n} \quad (3.11.3)$$

$$A_S = \frac{F_s}{2} + D_s = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{V_{S_u}^0 + V_{E_u}^0}{2} \right) dX_e + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{dX_e}{dY_s} \quad (3.11.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{Pr}{Da} dX_e \Delta Y_P + \frac{1}{\varepsilon} \frac{dX_e \Delta Y_P}{\Delta t} \quad (3.11.5)$$

Avec F_i ($i=e, w, s, n$) et D_i ($i=e, w, s, n$) représentent les débits massique à travers les faces du volume de contrôle et les coefficients de diffusion, respectivement.

Et S_ϕ est un groupement qui contient le terme source :

$$S_u = (P_P - P_E) \Delta Y_P + U_{P_u}^0 \frac{1}{\varepsilon} \frac{dX_e \Delta Y_P}{\Delta t} - \frac{C_f}{\sqrt{Da}} U_{P_u}^0 \sqrt{U_{P_u}^0{}^2 + V_{P_u}^0{}^2} dX_e \Delta Y_P + Pr Ra \left[\left(\frac{T_E + T_P}{2} \right) + N \left(\frac{C_E + C_P}{2} \right) \right] dX_e \Delta Y_P \sin \theta \quad (3.11.6)$$

Discrétisation d'équation de quantité du mouvement suivant Y :

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{V} \vec{V}) V = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{Pr}{\varepsilon} \vec{V}^2 V - \frac{Pr}{Da} V - \frac{C_f}{Da^{1/2}} \sqrt{U^2 + V^2} V + Pr Ra (T + NC) \cos \theta$$

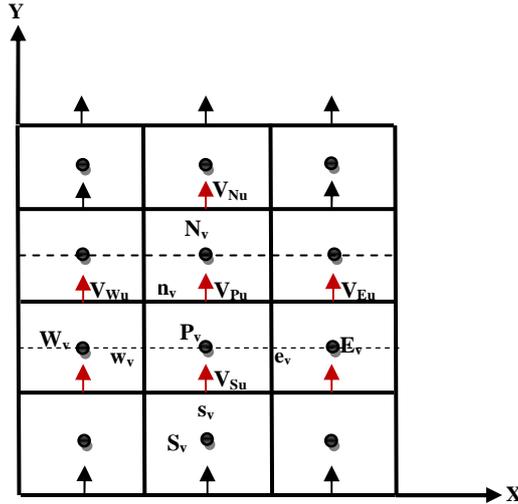


Fig. 3.3 : Maillage décalé suivant y : le volume fini est décalé vers le haut du volume fini typique.

L'intégration de cette équation sur un volume de contrôle présenté dans la Fig.3.1 donne une équation algébrique sous la forme suivante :

$$A_P V_{Pv} = A_E V_{Ev} + A_W V_{Wv} + A_N V_{Nv} + A_S V_{Sv} + S_v \quad (3.11)$$

Les coefficients A_E , A_W , A_N , A_S sont définis comme suit :

$$A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e = -\frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{U_N^0 + U_P^0}{2} \right) dY_n + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{dY_n}{dX_e} \quad (3.11.1)$$

$$A_W = \frac{F_w}{2} + D_w = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{U_W^0 + U_P^0}{2} \right) dY_n + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{dY_n}{dX_w} \quad (3.11.2)$$

$$A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n = -\frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{V_{Nv}^0 + V_{Pv}^0}{2} \right) \Delta X_P + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{\Delta X_P}{\Delta Y_N} \quad (3.11.3)$$

$$A_S = \frac{F_s}{2} + D_s = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{V_{Pv}^0 + V_{Sv}^0}{2} \right) dX_e + \frac{Pr}{\varepsilon} \frac{\Delta X_P}{\Delta Y_S} \quad (3.11.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{Pr}{Da} \Delta X_P dY_n + \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta X_P dY_n}{\Delta t} \quad (3.11.5)$$

Le terme source S_ϕ :

$$S_v = (P_P - P_N) dY_n + V_{Pv}^0 \frac{1}{\varepsilon} \frac{\Delta X_P dY_n}{\Delta t} - \frac{C_f}{\sqrt{Da}} V_{Pv}^0 \sqrt{U_{Pv}^0{}^2 + V_{Pv}^0{}^2} \Delta X_P dY_n + Pr Ra \left[\left(\frac{T_N + T_P}{2} \right) + N \left(\frac{C_N + C_P}{2} \right) \right] \Delta X_P dY_n \cos \theta \quad (3.11.6)$$

Discrétisation d'équation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \left(U \frac{\partial T}{\partial x} + V \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

Après le remplacement des termes avec leurs valeurs d'intégrales dans l'équation différentielle, on obtient une équation sous la forme suivante :

$$A_P T_P = A_E T_E + A_W T_W + A_N T_N + A_S T_S + S_T \quad (3.12)$$

Les coefficients A_E, A_W, A_N, A_S sont définis comme suit :

$$A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e = -\frac{1}{2} U_e^0 \Delta Y_P + \lambda \frac{\Delta Y_P}{dX_e} \quad (3.12.1)$$

$$A_W = \frac{F_w}{2} + D_w = \frac{1}{2} U_w^0 \Delta Y_P + \lambda \frac{\Delta Y_P}{dX_w} \quad (3.12.2)$$

$$A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n = -\frac{1}{2} V_n^0 \Delta X_P + \lambda \frac{\Delta X_P}{dY_n} \quad (3.12.3)$$

$$A_S = \frac{F_s}{2} + D_s = \frac{1}{2} V_s^0 \Delta X_P + \lambda \frac{\Delta X_P}{dY_s} \quad (3.12.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} \quad (3.12.5)$$

Le terme source S_ϕ :

$$S_T = T_P^0 \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} \quad (3.12.6)$$

Discrétisation d'équation de masse :

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon} \left(U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} \right) = \frac{1}{Le} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right)$$

L'intégration de l'équation de masse donne une équation sous la forme algébrique suivante :

$$A_P C_P = A_E C_E + A_W C_W + A_N C_N + A_S C_S + S_C \quad (3.13)$$

Les coefficients A_E, A_W, A_N, A_S sont définis comme suit :

$$A_E = -\frac{F_e}{2} + D_e = -\frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon} U_e^0 \Delta Y_P + \frac{1}{Le} \frac{\Delta Y_P}{dX_e} \quad (3.13.1)$$

$$A_W = \frac{F_w}{2} + D_w = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon} U_w^0 \Delta Y_P + \frac{1}{Le} \frac{\Delta Y_P}{dX_w} \quad (3.13.2)$$

$$A_N = -\frac{F_n}{2} + D_n = -\frac{1}{2} V_n^0 \Delta X_P + \frac{1}{Le} \frac{\Delta X_P}{dY_n} \quad (3.13.3)$$

$$A_S = -\frac{F_s}{2} + D_s = \frac{1}{2} \frac{1}{\varepsilon} V_s^0 \Delta X_P + \frac{1}{Le} \frac{\Delta X_P}{dY_s} \quad (3.13.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} \quad (3.13.5)$$

Le terme source S_ϕ :

$$S_T = C_P^0 \frac{\Delta X_P \Delta Y_P}{\Delta t} \quad (3.13.6)$$

3.7 RÉSOLUTIONS DES SYSTÈMES DES ÉQUATIONS DE DISCRÉTISATION

Les volumes de contrôle correspondant à U et V sont mentionnés dans à les deux fig.3.2 et 3.3, l'équation de quantité de mouvement discrétisés s'écrit :

$$A_P U_{P_u} = A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + B_u + (P_P - P_E) \Delta Y_P \quad (3.14)$$

Avec :

B_u : Le terme source dans système algébrique.

On remarque que la position P_u du maillage décalé est confondue avec la position e du maillage typique donc : $U_{P_u} = U_e$

Donc l'équation de mouvement discrétisée est écrite sous la forme suivant:

$$U_{P_u} = \frac{A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + B_u}{A_P} + d_e (P_P - P_E) \quad (3.15)$$

$$\text{Avec : } d_e = \frac{\Delta Y_P}{A_P} \quad (3.15.1)$$

Selon l'algorithme SIMPLER, on définit les pseudo-vitesses par :

$$\hat{U}_e = \frac{A_E U_{E_u} + A_W U_{W_u} + A_N U_{N_u} + A_S U_{S_u} + B_u}{A_P} \quad (3.16)$$

Les équations (3.15) devient être écrite ainsi :

$$\begin{cases} U_e = \hat{U}_e + d_e (P_P - P_E) \\ U_w = \hat{U}_w + d_w (P_w - P_P) \\ V_n = \hat{V}_n + d_n (P_P - P_n) \\ V_s = \hat{V}_s + d_s (P_s - P_P) \end{cases} \text{ avec : } \begin{cases} d_e = \frac{\Delta Y_P}{A_P} \\ d_w = \frac{\Delta Y_P}{A_P} \\ d_n = \frac{\Delta X_P}{A_P} \\ d_s = \frac{\Delta X_P}{A_P} \end{cases} \quad \begin{matrix} (3.16.1) \\ (3.16.2) \\ (3.16.3) \\ (3.16.4) \end{matrix}$$

On remplace ces vitesses dans l'équation de continuité discrétisée on obtient l'équation de pression :

$$A_P P_P = A_E P_E + A_W P_W + A_N P_N + A_S P_S + S_P \quad (3.17)$$

Équation de correction de vitesse:

Soient P, U, V respectivement les meilleures valeurs approchées de pression et des vitesses. Et soient P', U', V' des valeurs à apporter pour corriger la solution estimés notée par (*). Les bonnes valeurs seront donc:

$$\begin{cases} P = P^* + P' \\ U = U^* + U' \\ V = V^* + V' \end{cases} \quad (3.18)$$

Ces équations montrent qu'avec une estimation de la pression, on peut obtenir une estimation des vitesses.

Notons par U^* et V^* les champs de vitesse basé sur le champ de pression estimé P^* , on a alors:

$$A_P U_{Pu}^* = A_E U_{Eu}^* + A_W U_{Wu}^* + A_N U_{Nu}^* + A_S U_{Su}^* + B_u + (P_P^* - P_E^*) \Delta Y_P \quad (3.19)$$

$$A_P V_{Pv}^* = A_E V_{Ev}^* + A_W V_{Wv}^* + A_N V_{Nv}^* + A_S V_{Sv}^* + B_v + (P_P^* - P_N^*) \Delta X_P \quad (3.20)$$

D'autre part, on peut aussi écrire :

$$A_P U_{Pu}' = A_E U_{Eu}' + A_W U_{Wu}' + A_N U_{Nu}' + A_S U_{Su}' + B_u + (P_P' - P_E') \Delta Y_P \quad (3.21)$$

$$A_P V_{Pv}' = A_E V_{Ev}' + A_W V_{Wv}' + A_N V_{Nv}' + A_S V_{Sv}' + B_v + (P_P' - P_N') \Delta X_P \quad (3.22)$$

On obtient après substitution, les équations de vitesses suivantes:

$$U_e = U_e^* + U_e' = U_e^* + d_e (P_P' - P_E') \quad (3.23.1)$$

$$U_w = U_w^* + U_w' = U_w^* + d_w (P_W' - P_P') \quad (3.23.2)$$

$$V_n = V_n^* + V_n' = V_n^* + d_n (P_P' - P_N') \quad (3.23.3)$$

$$V_s = V_s^* + V_s' = V_s^* + d_s (P_S' - P_P') \quad (3.23.4)$$

Équation de correction de pression:

L'intégrale de l'équation de continuité dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, fig.3.1 est donnée par:

$$(U_e - U_w) \Delta Y_P + (V_n - V_s) \Delta X_P = 0 \quad (3.24)$$

Comme U_e, U_w, V_n et V_s sont les bonnes valeurs, elles doivent donc satisfaire l'équation de continuité (3.24), la substitution de leurs expressions; l'équation (3.23) dans l'équation (3.24) donne:

$$[U_e^* + d_e(P'_P - P'_E)]\Delta Y_P - [U_w^* + d_w(P'_W - P'_P)]\Delta Y_P + [V_n^* + d_n(P'_P - P'_N)]\Delta X_P - [V_s^* + d_s(P'_S - P'_P)]\Delta X_P = 0 \quad (3.25)$$

Qui est de la forme :

$$A_P P'_P = A_E P'_E + A_W P'_W + A_N P'_N + A_S P'_S + S'_P \quad (3.26)$$

Avec :

$$A_E = d_e \Delta Y_P \quad (3.26.1)$$

$$A_W = d_w \Delta Y_P \quad (3.26.2)$$

$$A_N = d_n \Delta X_P \quad (3.26.3)$$

$$A_S = d_s \Delta X_P \quad (3.26.4)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S \quad (3.26.5)$$

$$S'_P = (U_e^* - U_w^*)\Delta Y_P + (V_n^* - V_s^*)\Delta X_P = 0 \quad (3.26.6)$$

3.8 ALGORITHME SIMPLER

L'algorithme consiste dans la résolution de l'équation de la pression pour obtenir le champ de pression et dans la résolution de l'équation de correction de pression seulement pour corriger les vitesses. Les étapes qui doivent être parcourues dans cet Organigramme sont :

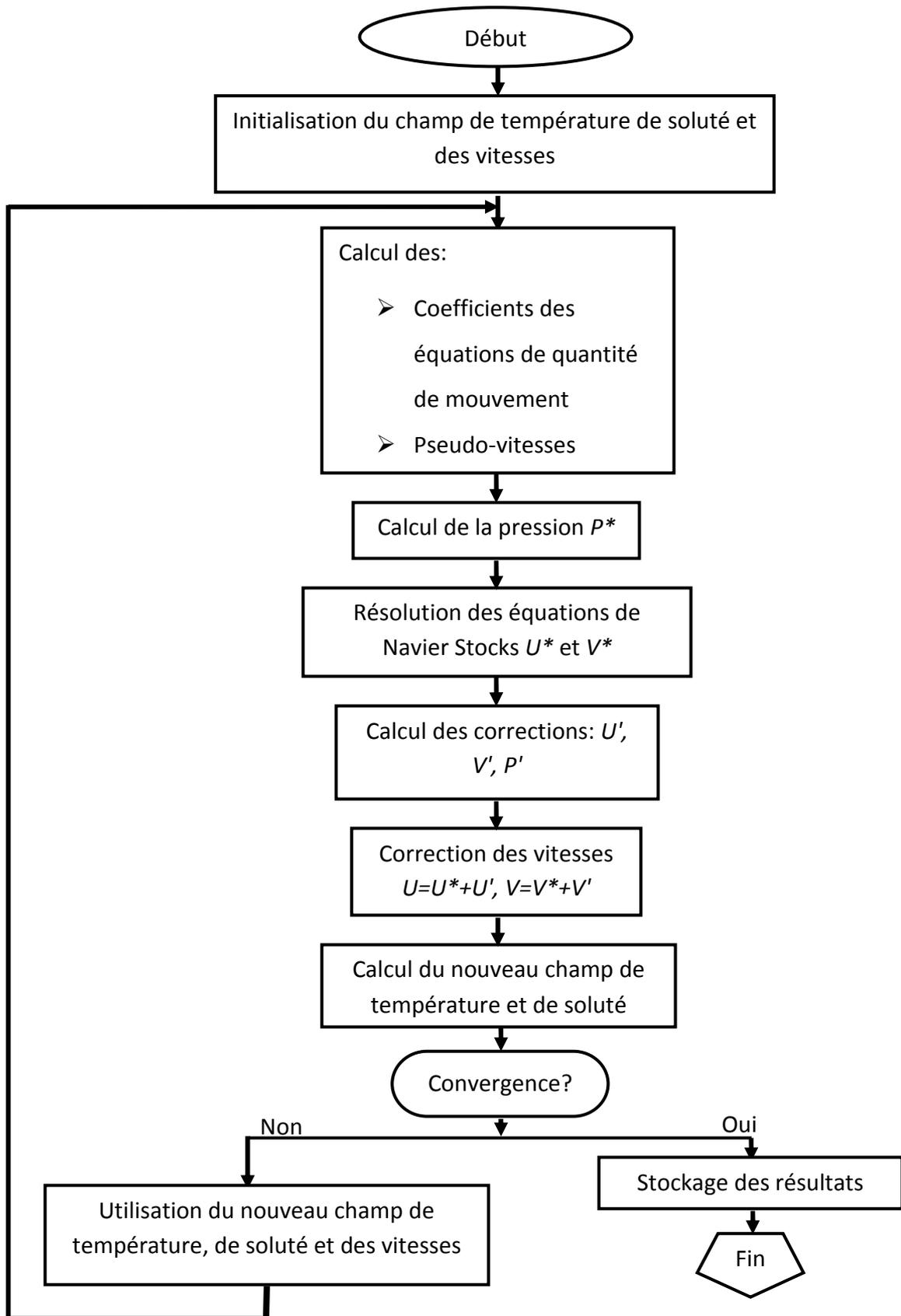


Fig. 3.4 : Organigramme général de résolution (SIMPLER).

Tableau 3.2 : Effet du maillage sur les caractéristiques de l'écoulement.

N	MAILLAGE	\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
1	42-28	0.5079636	8.647891	33.372790	31.321620
2	62-38	0.5080373	10.415410	33.900280	29.935130
3	82-48	0.5052916	10.540780	33.800440	29.455160
4	112-58	0.5017754	9.948516	33.506980	30.323600
5	132-68	0.5004455	9.722909	33.399210	29.935990
6	162-78	0.4992082	9.481555	33.220100	30.524820

Pour étudier l'effet de l'espacement de maillage, le maillage 132x68 a été raffiné près des parois verticales avec une progression géométrique de valeur C. Les résultats obtenus avec les mêmes paramètres sont illustrés sur le tableau :

Tableau 3.3 : Effet de l'espacement sur les caractéristiques de l'écoulement.

N	C	\overline{Nu}	\overline{Sh}	$ U_{max} $	$ V_{max} $
0	1.00	0.5004455	9.722909	33.399210	29.935990
1	1.01	0.4990211	9.411445	33.229520	30.560350
2	1.02	0.4982107	9.239354	33.138190	30.620480
3	1.03	0.4978241	9.151525	33.094280	30.812780

Finalement, notre choix a été définitivement orienté vers le maillage 132x68 raffiné avec C=1.02

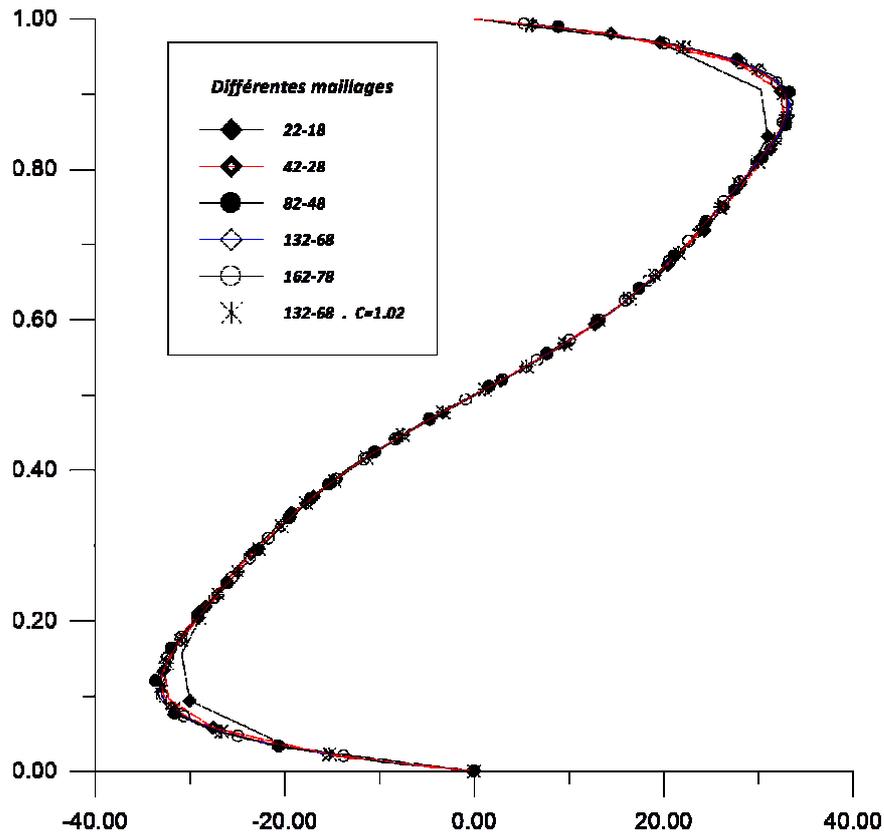


Fig. 3.5 : Profils de la vitesse horizontale U à $X=2$ pour différents maillages.

Ces résultats montrent que le maillage 132×68 est suffisant pour assurer une bonne résolution du problème étudié. Nous avons choisi d'utiliser un maillage raffiné avec $C=1.02$, car il permet de mieux décrire l'effet de des forces de buoyancy près des parois verticales actives. Donc tous les cas présentés dans cette étude sont obtenus avec ce maillage raffiné de 132×68 .

3.13 VALIDATION NUMÉRIQUE

Le programme que nous avons élaboré pour résoudre les équations de base à été validé en prenant comme référence certaines études numérique disponible dans la littérature. Le programme à été validé à l'aide des résultats de Bennacer *et al.* (2002) et Goyeau *et al.* (1996) les résultats numériques de ces auteurs ont reproduits avec une erreur maximale inférieure à 0.5%.

Le présent code validé par rapport aux résultats obtenus par Bennacer *et al.* (2002) dans le cas d'une cavité poreuse carré est soumise à des températures et des concentrations sur les parois horizontales. Les résultats sont illustrés à la figure 3.5 pour un rapport de forme $A=1$ et un nombre de Darcy égale à 10^{-7} et de Rayleigh égale à 10^{-4} et une valeur de 1

pour le nombre de Lewis et le rapport de Buoyancy est 0. Nous constatons que les lignes de courant et l'isotherme et l'isoconcentration de la figure 3.5 de Bennacer *et al.* (2002) ont été intégralement reproduites.

Les valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu ont été aussi comparées à celles obtenues par Bennacer *et al.* (2002) pour le cas du rapport de forme de 1 et des nombres de Darcy égale 10^{-2} à 10^{-8} . Un accord très satisfaisant a été observé entre les deux résultats (voir tableau 3.4). Les différences minimales observées entre les deux résultats, en termes des valeurs du nombre de Nusselt moyen Nu sont moins de 3%.

Tableau 3.4 : Comparaison du nombre de Nusselt moyen dans le cas du modèle de Darcy- Brinkman en convection thermique

Différentes travaux	Da	Nu					
		10^{-8}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
Présent travail	$Ra^* = 500$	8.83	8.81	8.63	7.61	5.46	3.26
Bennacer <i>et al.</i> (2002)		8.80	8.68	8.37	7.30	5.38	3.26
Lauriat <i>et al.</i> (1987)		8.84	8.72	8.41	7.35	5.42	3.30
Présent travail	$Ra^* = 10^3$	13.09	-	12.73	-	-	4.19
Bennacer <i>et al.</i> (2002)		13.48	-	12.26	-	-	4.18
Lauriat <i>et al.</i> (1987)		13.41	-	12.42	-	-	4.26

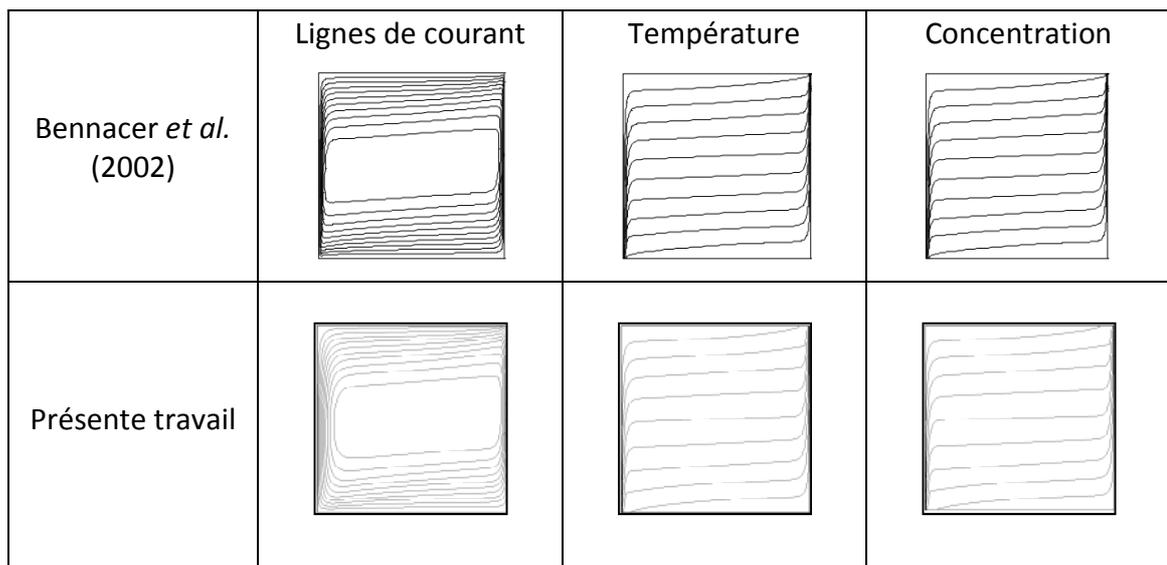


Fig. 3.6 : Comparaison entre les lignes de courant et les isothermes et les isoconcentrations

Nous avons aussi validé le code par rapport les résultats obtenus par Goyeau *et al.* (1996), pour une cavité carrée de mêmes conditions du cas de Bennacer *et al.* (2002). Les Figure 3.6 et 3.7 représentent les lignes de courant et les isothermes et les isoconcentrations pour un rapport de forme de 1 et un nombre de Rayleigh poreux thermique $Ra^* = 100$ et un nombre de Lewis égale à 10 un rapport de Buoyancy de 10 et nombre de Prandtl de 10 de nombre de Darcy égale à 10^{-7} et 10^{-3} respectivement.

Nous obtenons un bon accord, avec la plupart des résultats numérique de ces auteurs.

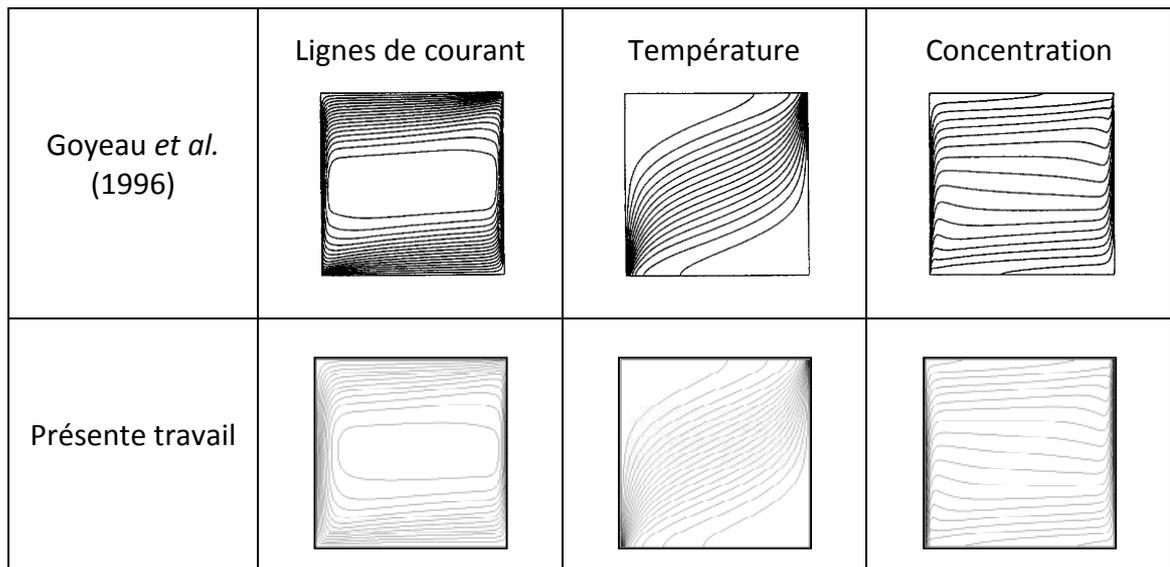


Fig. 3.7 : Comparaison entre les lignes de courant et les isothermes et les isoconcentrations ($Da=10^{-7}$)

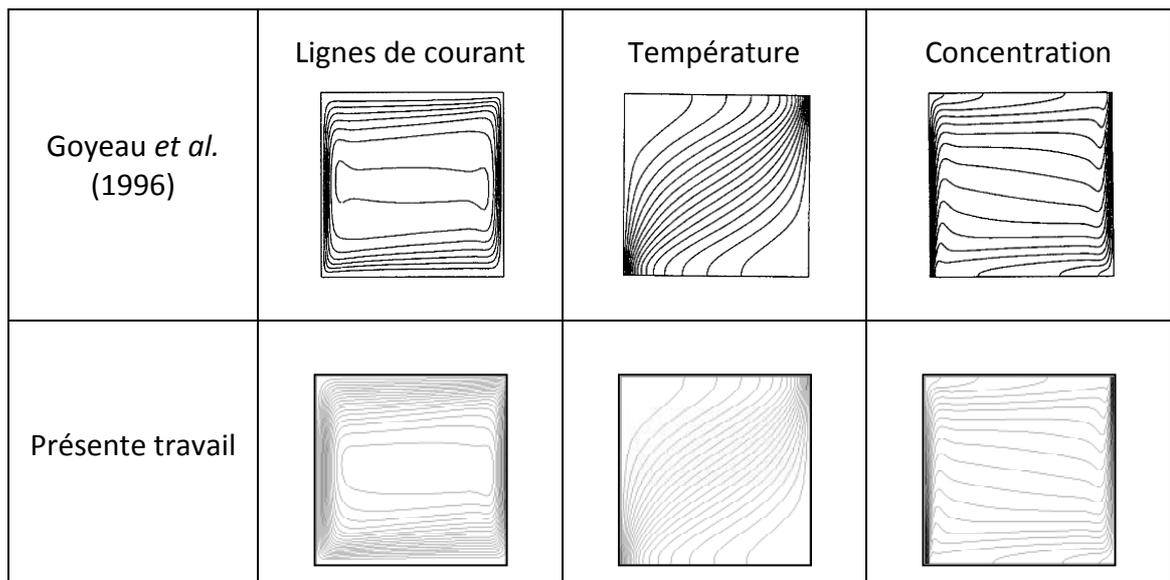


Fig. 3.8 : Comparaison entre les lignes de courant et les isothermes et les isoconcentrations ($Da=10^{-3}$)

3.14 DÉTAILS NUMÉRIQUES

Un code de calcul basé sur l'algorithme précédent en langage Fortran a été réalisé et exécuté sur un micro-ordinateur personnel Core 2 Due de 2 GHz et 1,5 Go de RAM. Les calculs numériques ont été effectués pour un maillage de 123x68 avec un pas de temps 10^{-5} .

4. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

4.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons étudier les effets des paramètres de contrôle du problème à savoir l'effet de nombre de Darcy qui caractérise la perméabilité du milieu $1 < Da < 10^{-7}$, le nombre de Rayleigh qui caractérise l'écart de la température $10^4 < Ra < 10^8$, le rapport de buoyancy qui caractérise le rapport des forces solutale et thermique $1 < N < 10$, le nombre de Lewis qui caractérise le rapport des diffusions solutale et thermique $1 < Le < 10$ et l'angle d'inclinaison $0^\circ < \theta < 90^\circ$. On suppose que la porosité du milieu poreux $\varepsilon = 0.7$, le nombre de Prandtl $Pr = 0.71$, le rapport de forme $A = 4$ et les forces de volume thermique et solutale sont coopérantes.

4.2 INFLUENCE DE LA PERMÉABILITÉ DU MILIEU POREUX (EFFET DU NOMBRE DE DARCY)

4.2.1 Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression

4.2.1.1 Cas de $Ra = 10^6$

Les figures 4.1, 4.2 et 4.3 représentent les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression pour différentes valeurs du nombre de Darcy $Da = 1, 10^{-1}, 10^{-2}$, respectivement, et un nombre de Rayleigh de 10^6 . On constate que, pour les trois cas de Darcy étudiés, les isothermes sont des lignes verticales largement déformées et les isoconcentrations sont confinées près des parois, alors qu'au centre de la cavité la valeur de la concentration est constante $C = 0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et il est ralenti avec la diminution de nombre de Darcy. Les valeurs les plus grandes de la pression sont situées dans le coin inférieure droit et le coin supérieur gauche de la cavité et elles se rapprochent au milieu des deux parois non actives lorsque le nombre de Darcy diminue.

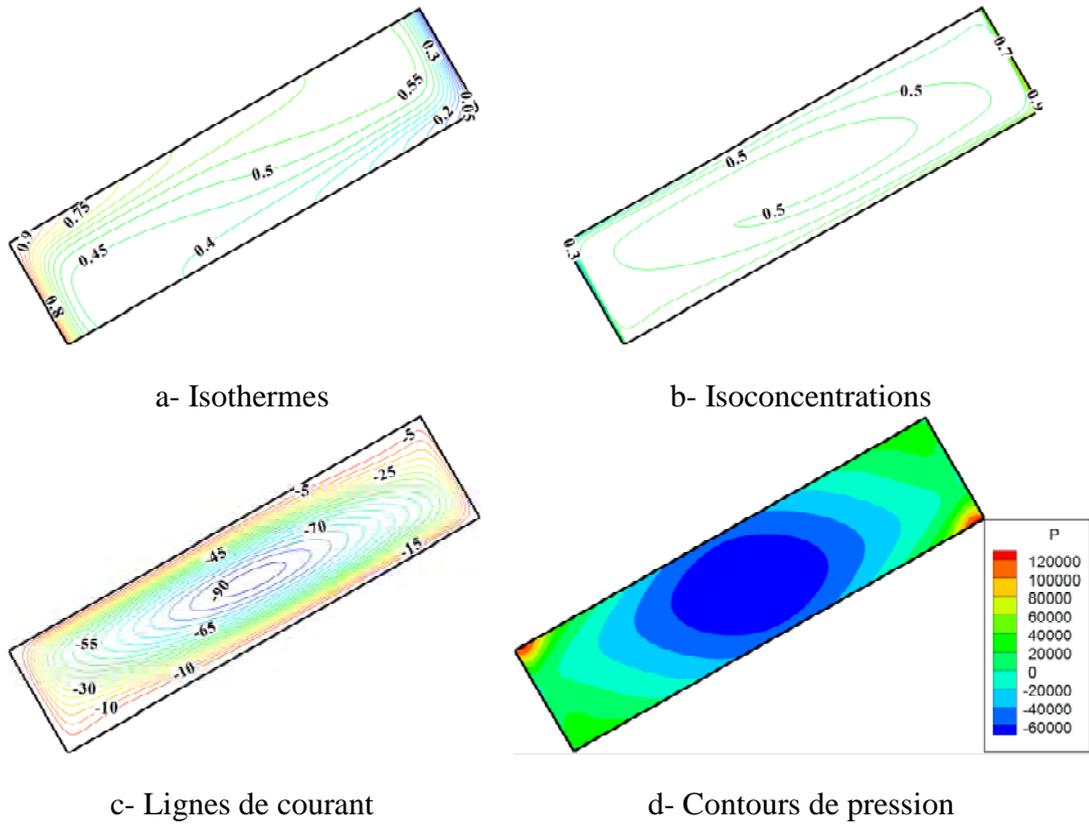


Fig. 4.1: Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10$, $N=1$, $Ra=10^6$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=1$.

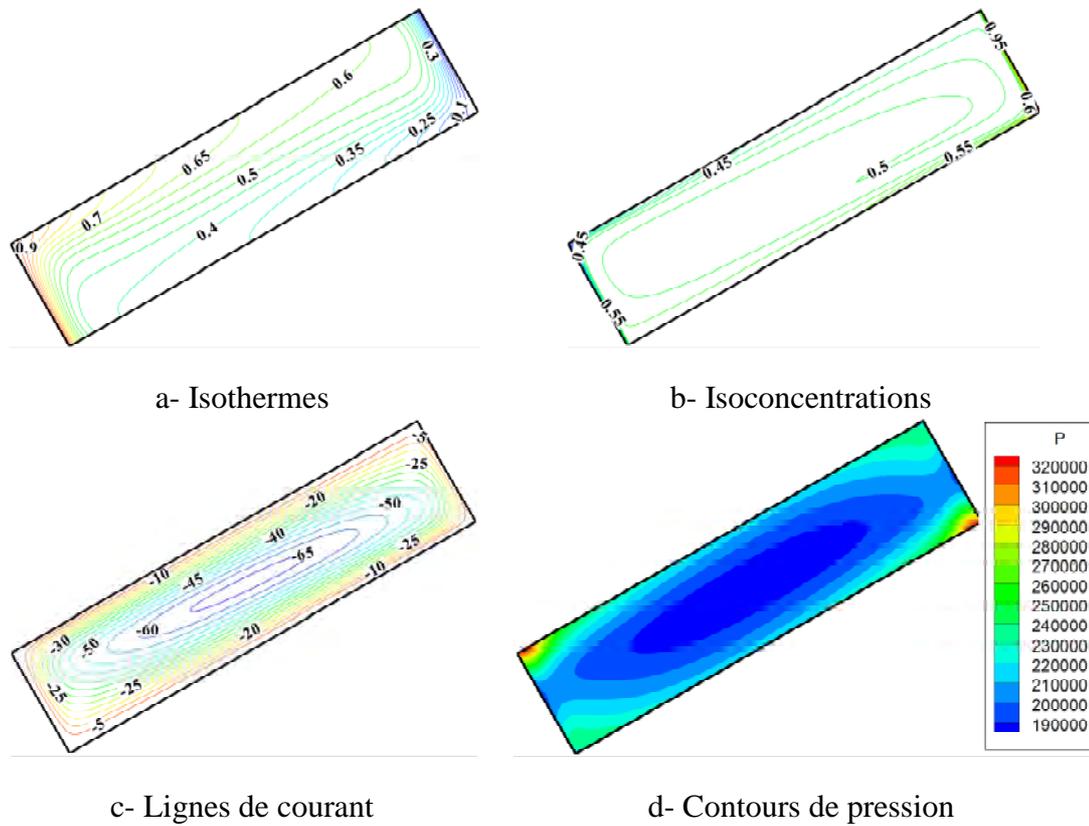


Fig. 4.2: Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10$, $N=1$, $Ra=10^6$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-1}$.

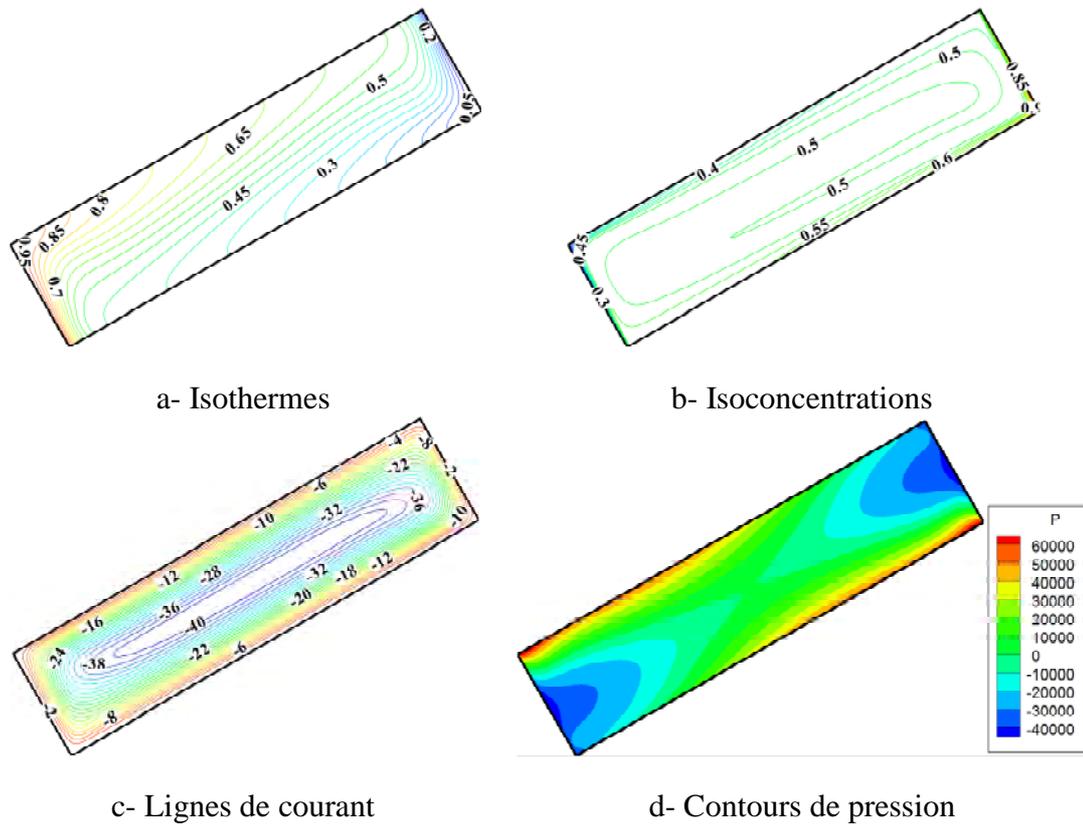


Fig. 4.3 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10$, $N=1$, $Ra=10^6$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-2}$.

Pour un nombre de Darcy 10^{-4} , les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression sont représentés sur la figure 4.4, avec $Ra=10^6$, $\theta=30^\circ$ et $Le=10$. On constate que les isothermes sont des lignes verticales légèrement déformés et les isoconcentrations sont plus confinés près des parois actives, alors qu'au centre de la cavité la valeur de concentration est presque constante $C \approx 0,5$. L'écoulement est monocellulaire et a pour sens de rotation le sens horaire. Les valeurs les plus grandes de la pression se situent au milieu des deux parois non actives de la cavité.

Lorsque le nombre de Darcy est diminué à 10^{-6} , on remarque d'après la figure 4.5 que les isothermes sont des lignes quasiment parallèles ; la température est stratifiée dans la direction d'inclinaison x (les valeurs les plus petites sont superposées aux plus grandes). Alors que les isoconcentrations sont des lignes légèrement déformées de gauche à droite dans le sens de l'écoulement, la concentration est stratifiée dans la direction d'inclinaison x (les valeurs les plus grandes sont superposées aux plus petites). L'écoulement est monocellulaire et les plus grandes valeurs de la pression sont situées au milieu des deux parois non actives de la cavité.

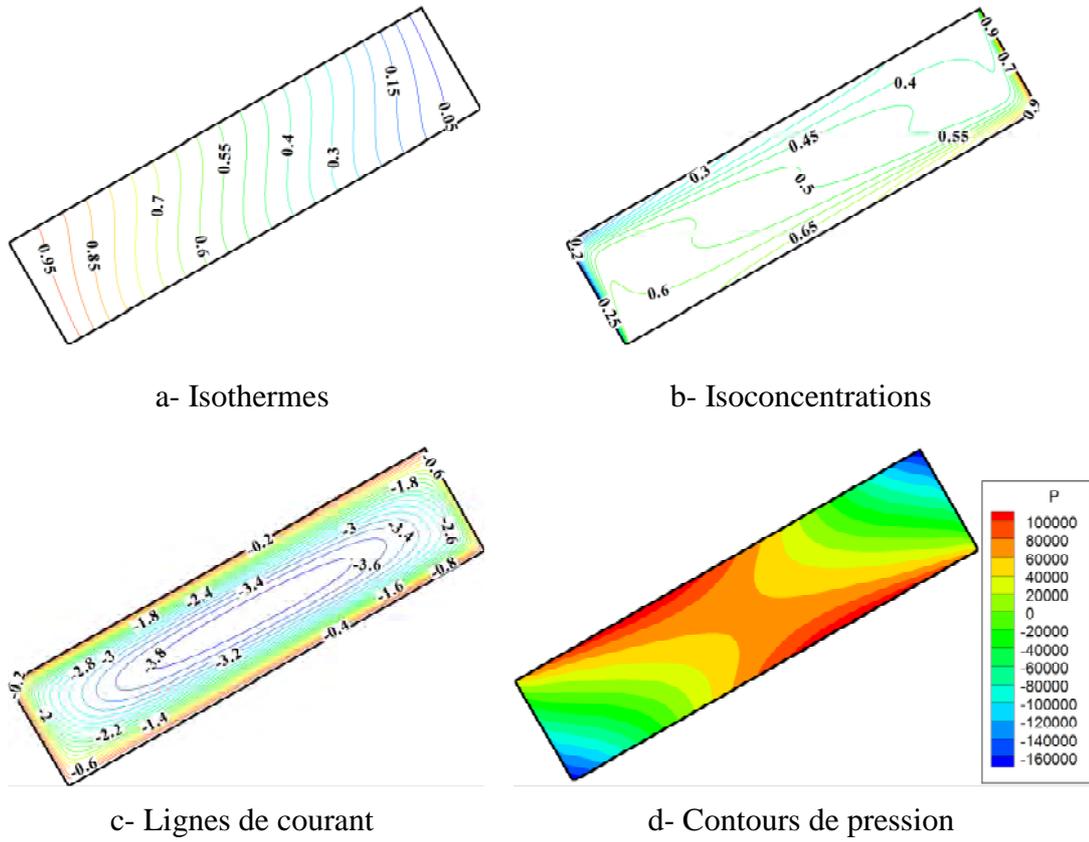


Fig. 4.4 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10, N=1, Ra=10^6, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-4}$.

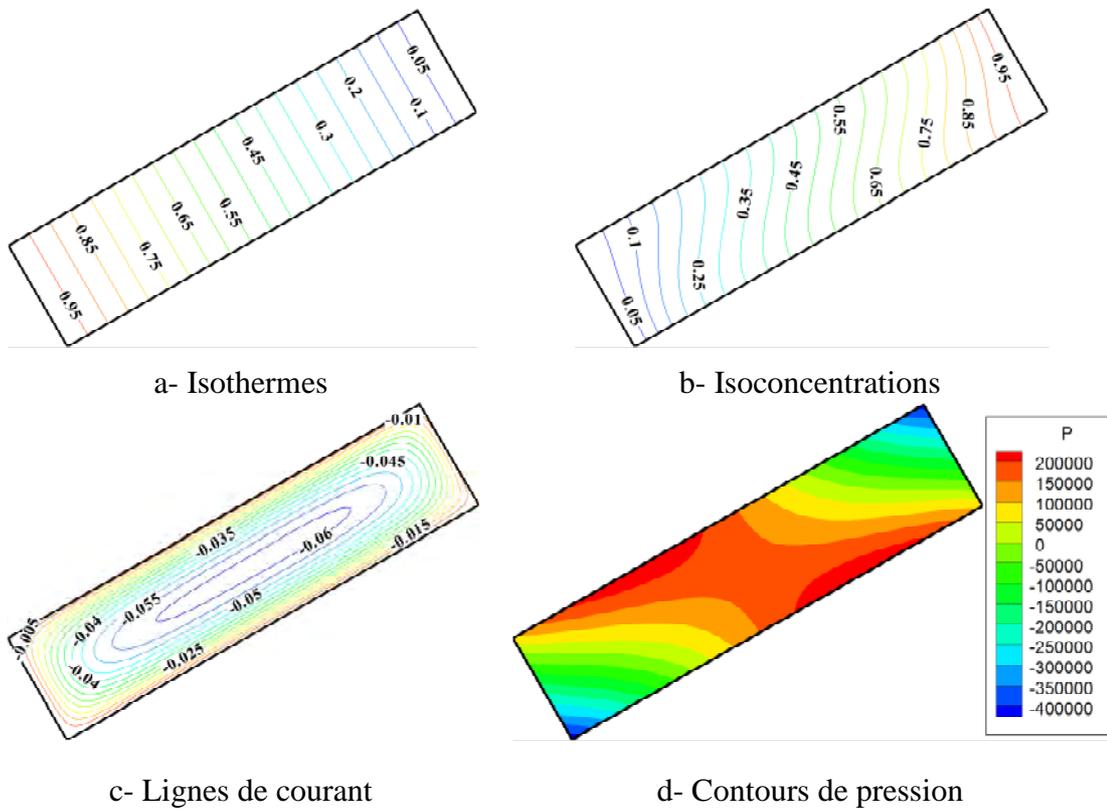


Fig. 4.5 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10, N=1, Ra=10^6, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-6}$.

4.2.1.2 Cas de $Ra=10^8$

Dans ce cas nous avons augmenté la valeur du nombre de Rayleigh par rapport au cas précédent. Les figures 4.6, 4.7 et 4.8 représentent les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression pour un nombre de Rayleigh égale à 10^8 , un nombre de Lewis $Le=10$, un rapport de buoyancy $N=1$ et un angle d'inclinaison $\theta=30^\circ$. Les résultats montrent que les isothermes sont concentrées près des parois actives, alors que les isoconcentrations sont très concentrées près des parois et la valeur au centre de la cavité est constante $C=0,5$. Pour un nombre de Darcy égale $Da=1$, l'écoulement est multicellulaire (huit cellules secondaires et une cellule principale) circulant dans le sens horaire, sauf les deux cellules secondaires des deux coins qui tournent dans le sens antihoraire. Avec la diminution du nombre de Darcy à 10^{-1} , l'écoulement reste multicellulaire mais avec moins de cellule secondaire (deux cellules secondaires et une cellule principale). Pour un nombre de Darcy 10^{-2} l'écoulement devient monocellulaire et il est ralenti. Les valeurs les plus élevées de pression sont situées aux deux coins, droit inférieur et gauche supérieur de la cavité.

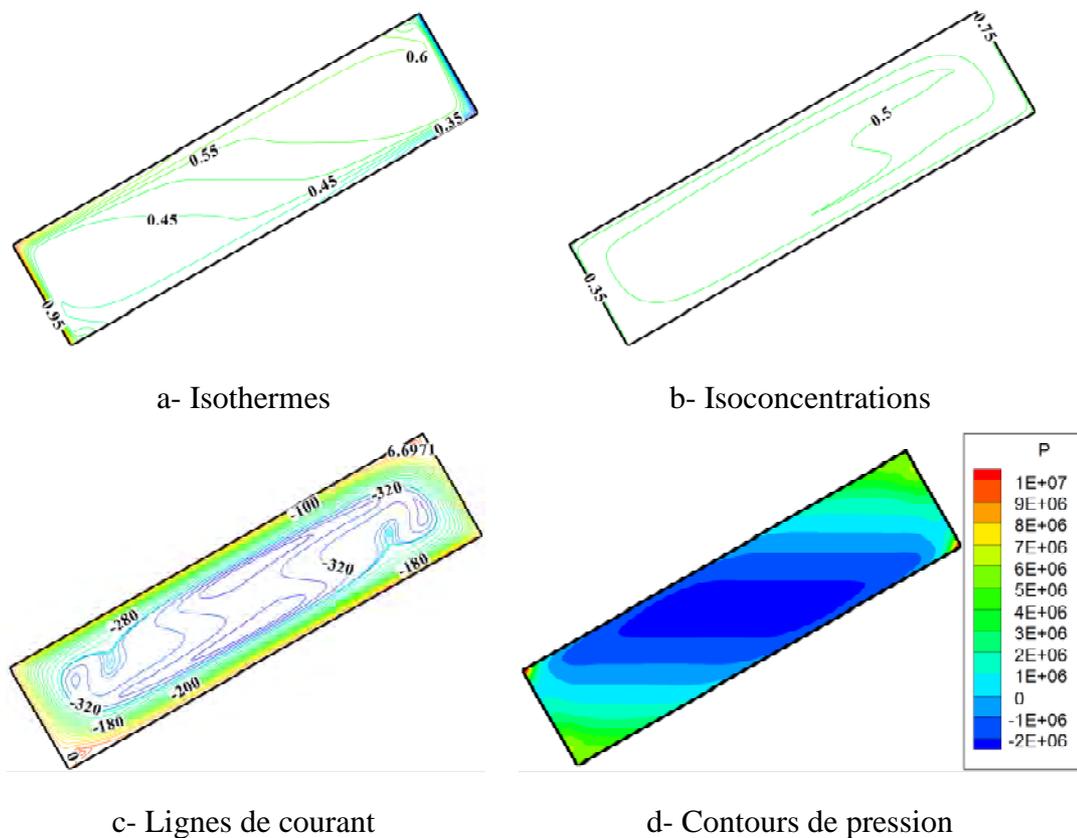


Fig. 4.6 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10$, $N=1$, $Ra=10^8$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=1$.

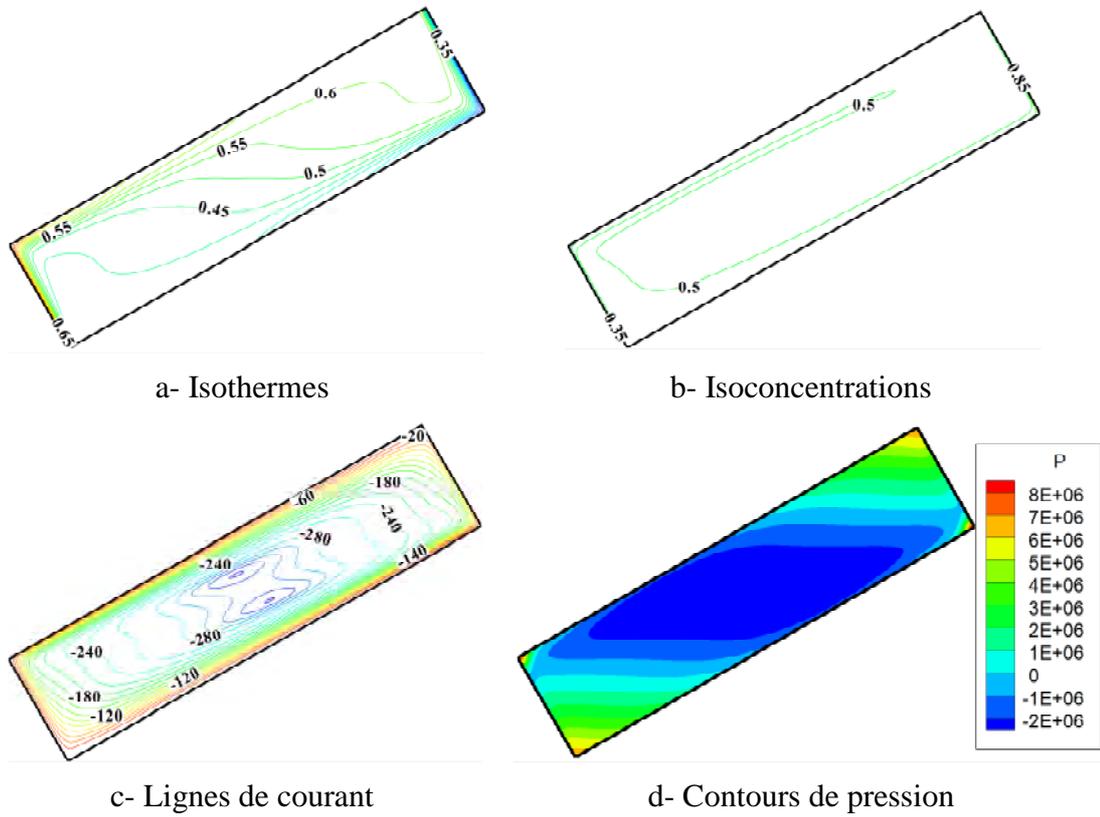


Fig. 4.7 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10, N=1, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-1}$.

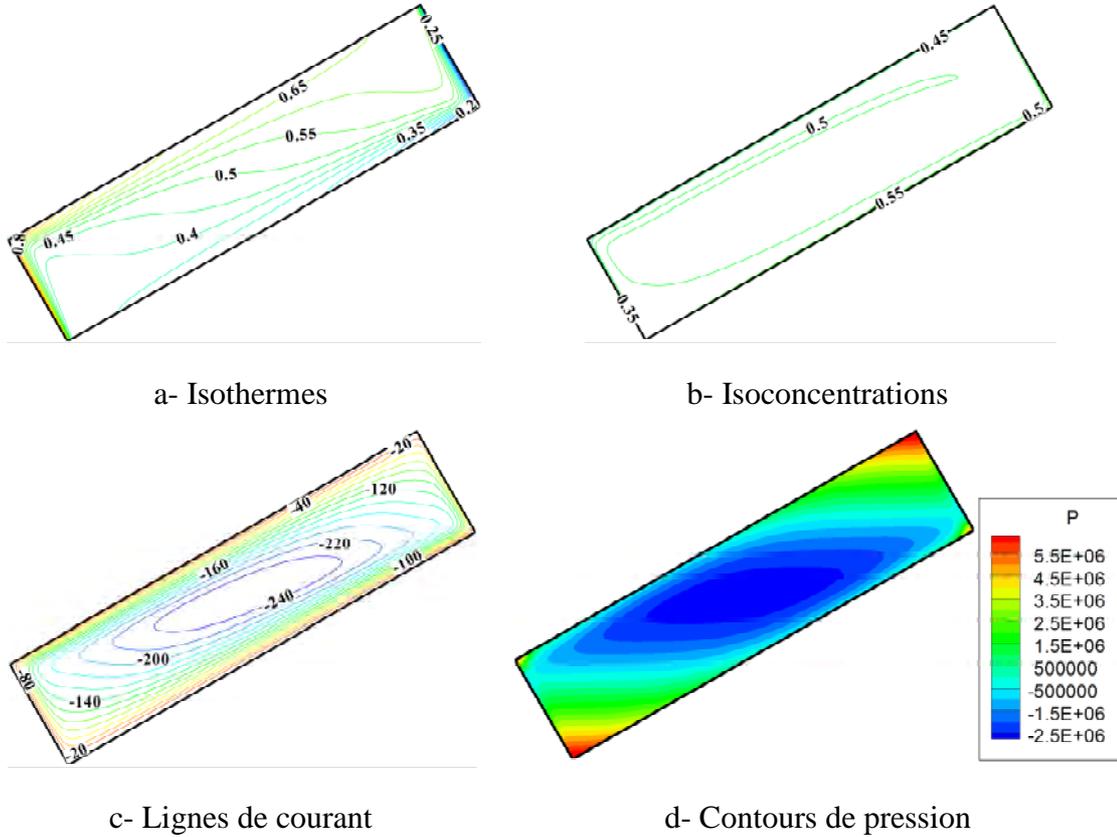


Fig. 4.8 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10, N=1, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

La figure 4.9 illustre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression dans le cas de $Da=10^{-4}$. Les isothermes sont stratifiés dans la direction y et les isoconcentrations sont très concentrés près des parois de la cavité. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus élevées de la pression sont situées dans le coin supérieur droit. Dans le cas de $Da=10^{-5}$, les résultats sont présentés dans la figure 4.10, par les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression. Les isothermes sont des lignes verticales légèrement déformées. Les isoconcentrations sont concentrés aux coins inférieur droit et supérieur gauche et la valeur de la concentration au centre de la cavité est presque constante $C \approx 0,5$. L'écoulement est monocellulaire et circule dans le sens horaire. Les plus grandes valeurs de la pression sont situées au milieu des deux parois non actives de la cavité. Lorsque le nombre de Darcy est égale à 10^{-7} , les résultats obtenus montrent que les isothermes sont des lignes stratifiées dans la direction x et les isoconcentrations sont des lignes stratifiées dans la direction y . L'écoulement est monocellulaire circulant dans les sens horaire. Les plus grandes valeurs de la pression sont situées plus proche du deux coins inférieur gauche et supérieur droit.

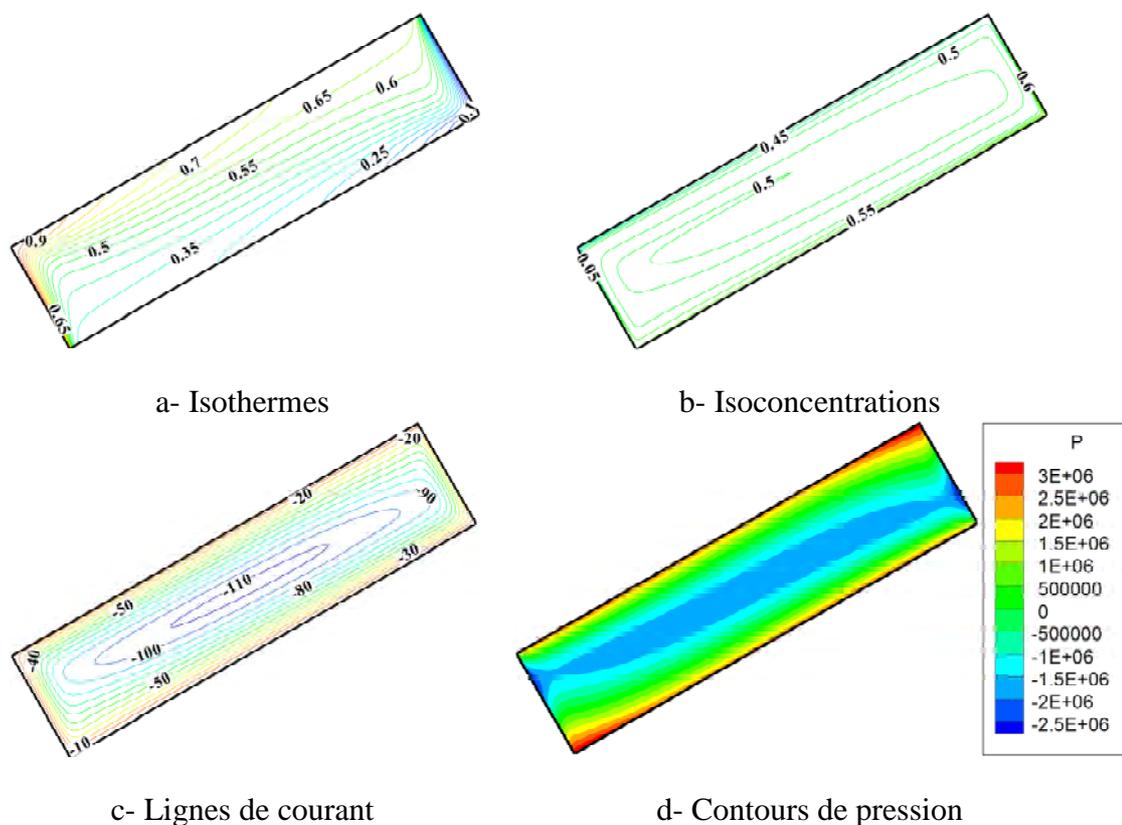


Fig. 4.9 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10$, $N=1$, $Ra=10^8$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-4}$.

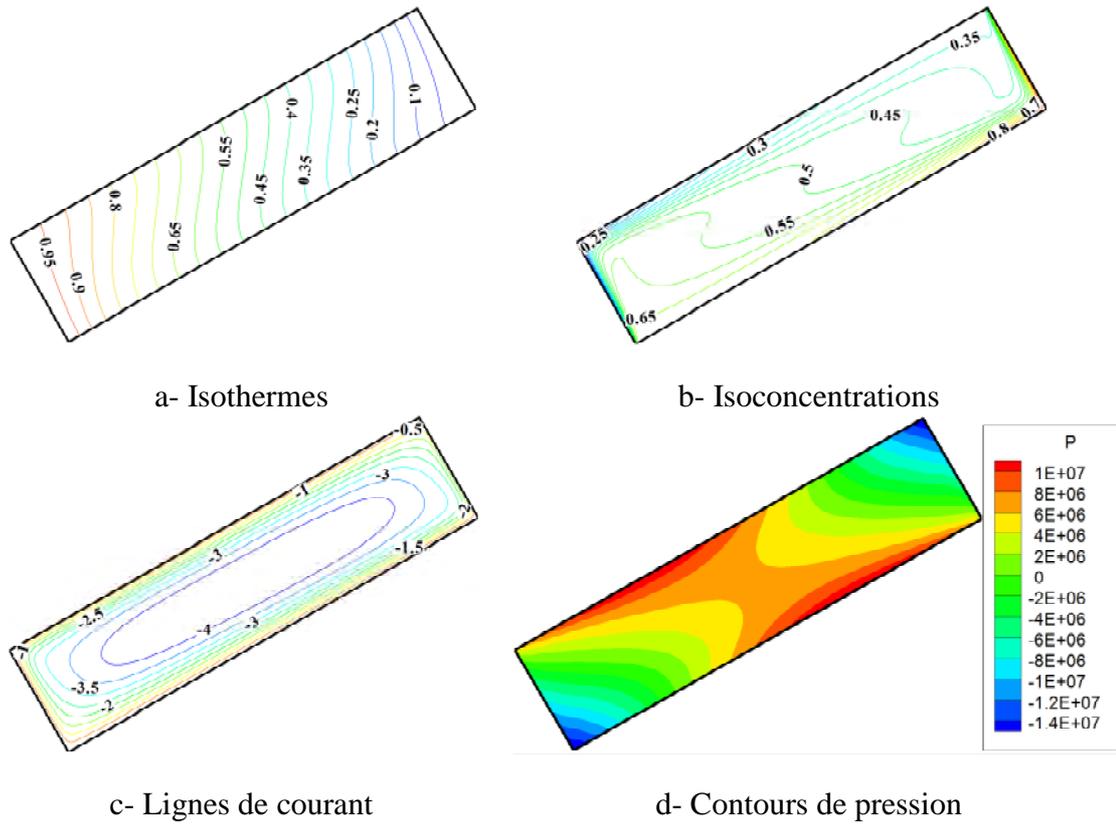


Fig. 4.10 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10, N=1, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-6}$.

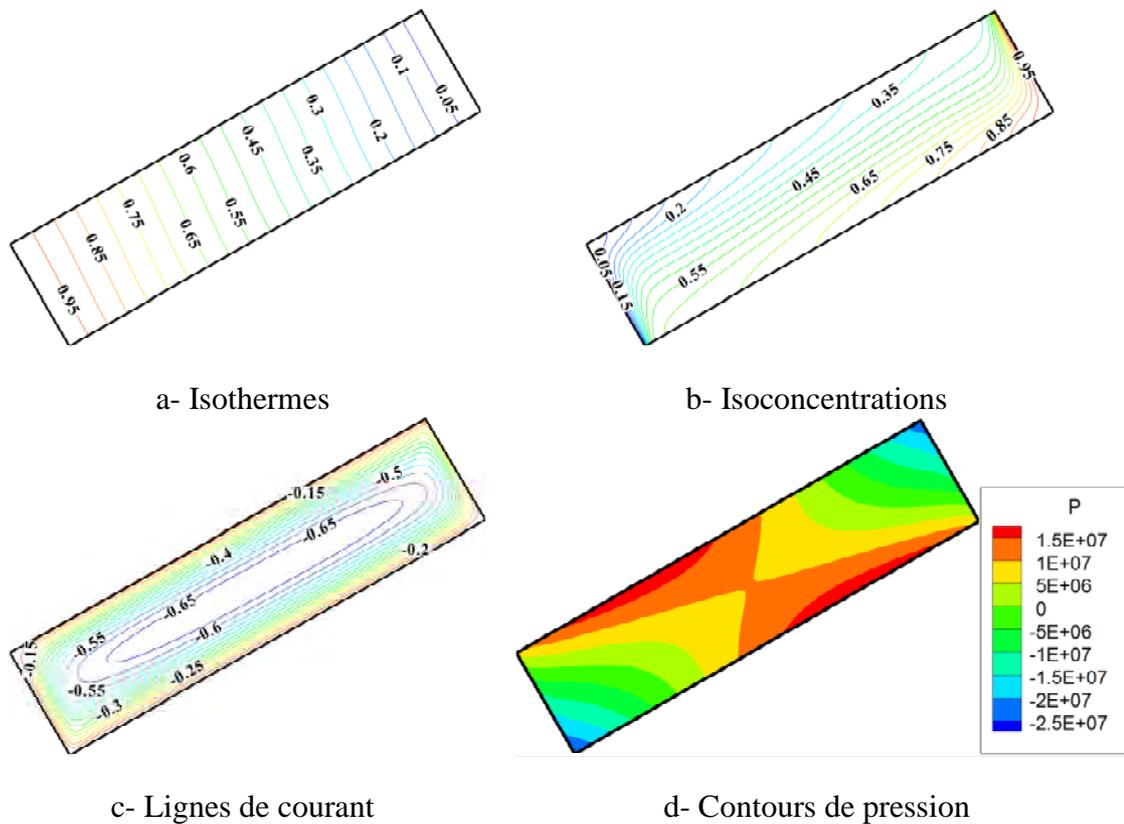


Fig. 4.11 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10, N=1, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-7}$.

4.2.2 Transferts de chaleur et de masse

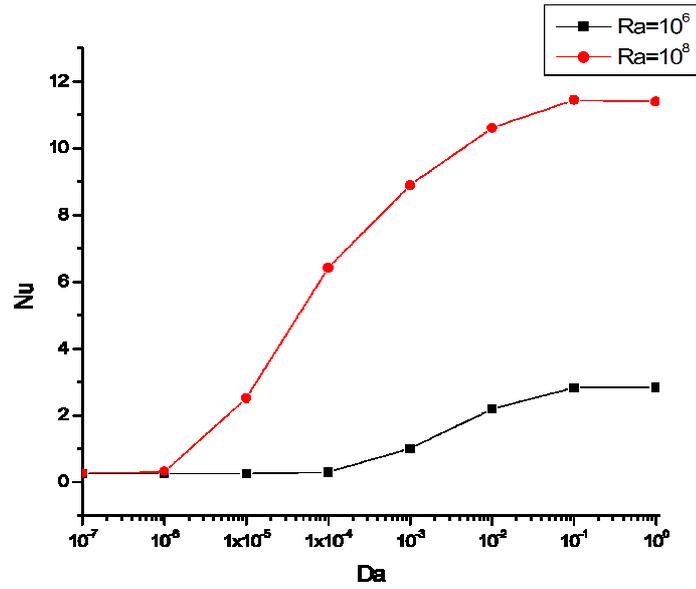
Pour illustrer l'effet de la perméabilité nous présentons ci-dessus les résultats numériques pour différentes valeurs du nombre de Darcy, afin d'examiner l'effet de la perméabilité sur l'écoulement du fluide et sur le transfert de chaleur et de masse.

La figure 4.12 illustre l'effet du nombre de Darcy sur le transfert de chaleur et de masse représentés par les nombre de Nusselt Nu et de Sherwood Sh , respectivement. Nous avons considéré le cas des forces thermique et solutale de même intensité ($N=1$) pour une large gamme du Nombre de Darcy variant de 1 à 10^{-7} , différentes valeurs du nombre de Rayleigh 10^6 et 10^8 , un nombre de Lewis égale à 10 et une valeur d'angle d'inclinaison $\theta=30^\circ$.

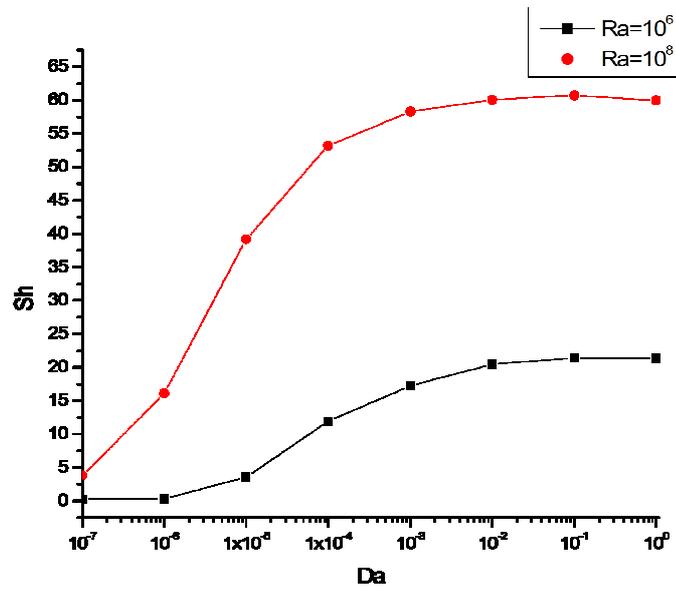
Les résultats obtenus montrent (Fig.4.12) :

- Aux faibles valeurs de la perméabilité ($Da \leq 10^{-6}$) les nombres de Nusselt et de Sherwood demeurent pratiquement constants, le milieu poreux dans cette gamme de nombre de Darcy se comporte comme une paroi imperméable où l'écoulement est presque négligeable.
- Pour une valeur de Darcy intermédiaire ($10^{-6} \leq Da \leq 10^{-1}$), on constate une forte augmentation des nombres de Nusselt et de Sherwood
- Pour les valeurs élevées de la perméabilité ($Da \geq 10^{-1}$), les transferts de chaleur et de masse sont plus élevés et tendent vers une valeur constante.
- Pour une valeur du nombre de Darcy fixé, les valeurs de Nusselt et de Sherwood s'accroissent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh.
- Le transfert de masse Sh est beaucoup plus élevé que celui le transfert de chaleur Nu ; parce que dans notre étude, nous avons pris un nombre de Lewis $Le=10$ et un nombre de Prandtl $Pr=0.71$ ce qui correspond à un diffusivité massique dix fois plus grand que la diffusivité thermique.

Les résultats obtenus précédemment montrent que la variation du nombre de Darcy provoque une forte influence sur la structure de l'écoulement ; l'intensité de l'écoulement est augmentée avec le nombre de Darcy et cette accroissance est d'autant plus élevée que le nombre de Rayleigh est élevé. Pour les valeurs du nombre de Darcy les plus faibles, le milieu poreux se comporte comme une paroi imperméable et l'intensité de l'écoulement est presque négligeable.



(a)



(b)

Fig. 4.12 : influence du nombre de Darcy sur le transfert de chaleur (a) et de masse (b) pour différents nombre de Rayleigh : $Le=1$, $N=10$, $A=4$, $\theta=30^\circ$.

Le tableau 4.1 représente les taux de transfert de chaleur et de masse et les vitesses maximales horizontale et verticale dans l'enceinte. Le décroissement du nombre Darcy $Da=1$ à $Da=10^{-6}$ provoque une diminution des nombres moyens de Nusselt et de Sherwood et un ralentissement très importante de l'intensité de l'écoulement. L'augmentation du nombre de Rayleigh entraine une augmentation très importante des nombres moyens de Nusselt et de Sherwood et une accélération de l'intensité de l'écoulement.

Tableau 4.1 : Caractéristiques de l'écoulement, dans le cas de l'influence du nombre de Darcy.

Ra	Da	\overline{Nu}	\overline{Sh}	Umax	Vmax
10^6	1	2,84302	21,34439	341,4615	253,1083
	10^{-1}	2,82962	21,42861	257,8365	233,6286
	10^{-2}	2.196164	20.491030	149.277800	164.191500
	10^{-4}	2.985778E-01	11.780470	20.683520	29.594060
	10^{-6}	2.500370E-01	3.148163E-01	2.331679E-01	1.810589E-01
10^8	1	11.395640	59.945780	3234.000000	2855.101000
	10^{-1}	11.451000	60.703320	2637.541000	2642.431000
	10^{-2}	10.607590	60.045410	1863.577000	1983.532000
	10^{-4}	6.423146	53.205890	490.141200	736.076400
	10^{-6}	2.523067E-01	3.613712	2.677925	5.016589

4.3 INFLUENCE DU NOMBRE DE LEWIS

4.3.1 Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression

4.3.1.1 Cas de $N=1$

La figure 4.13 illustre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression dans le cas d'un nombre de Lewis $Le=0.01$ pour une valeur de rapport de Buoyancy $N=1$, un nombre de Darcy $Da=10^{-2}$, un nombre de Rayleigh $Ra=10^8$ et une valeur d'angle d'inclinaison $\theta=30^\circ$. Les résultats obtenus montrent que les isothermes sont des lignes fortement concentrées près des deux parois actives, au centre de la cavité la valeur de température est presque constante $T=0.5$. Les isoconcentrations sont des lignes stratifiées dans la direction y . L'écoulement est monoculaire circulant dans le sens horaire. Les plus grandes valeurs de la pression sont situées plus proche des deux coins supérieur gauche et inférieur droit.

Dans le cas où le nombre de Lewis $Le=0.1$; 1 ; 10 et 100 , les résultats obtenus illustrés dans les figures 4.14, 4.15, 4.16 et 4.17 montrent que les isothermes sont des lignes concentrées près des deux parois actives, au centre de la cavité les valeurs de température de concentration sont presque constantes. Pour $Le=0.1$ les isoconcentrations sont des lignes concentrées près des deux parois actives, alors que pour les autres valeurs du nombre de Lewis les isoconcentrations sont fortement concentrées aux parois. L'écoulement reste monocellulaire circulant dans le sens horaire et son intensité diminue avec l'augmentation du nombre de Lewis jusqu'à $Le=1$, puis elle reste inchangée. Les valeurs les plus élevées de la pression sont situées dans les deux coins, inférieur gauche et supérieur droit

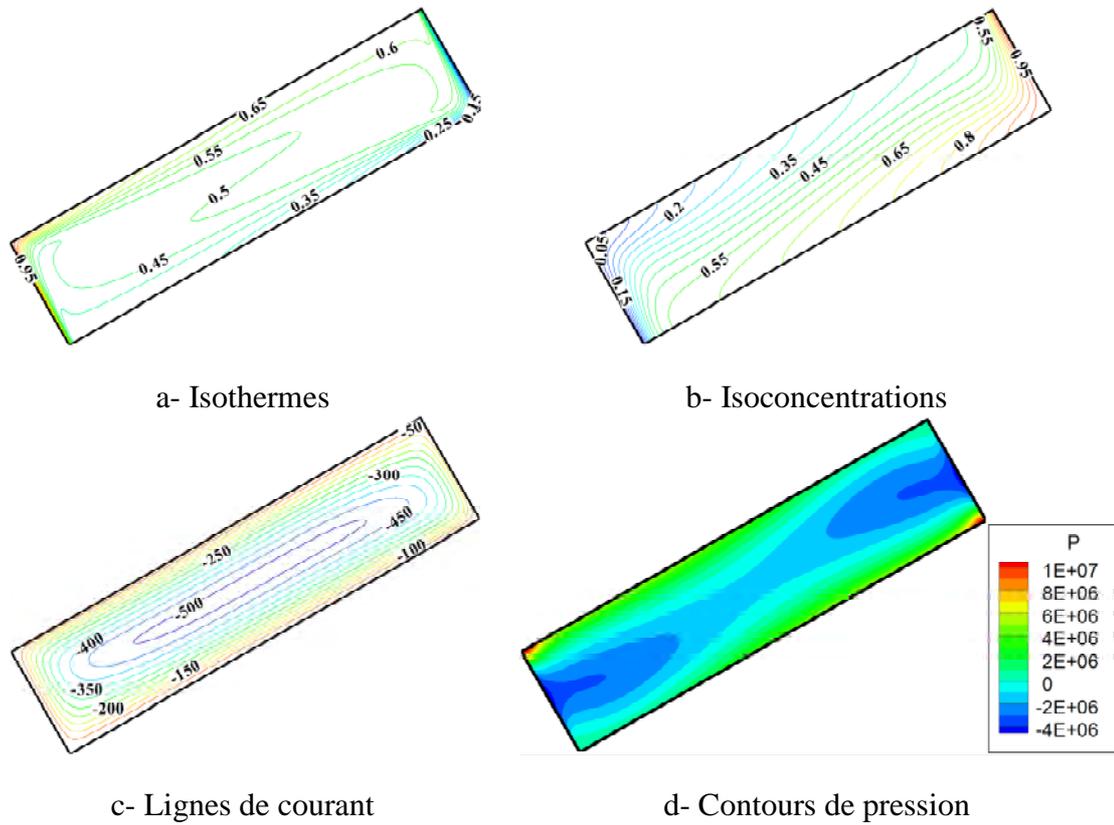


Fig. 4.13: Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=0.01, N=1, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

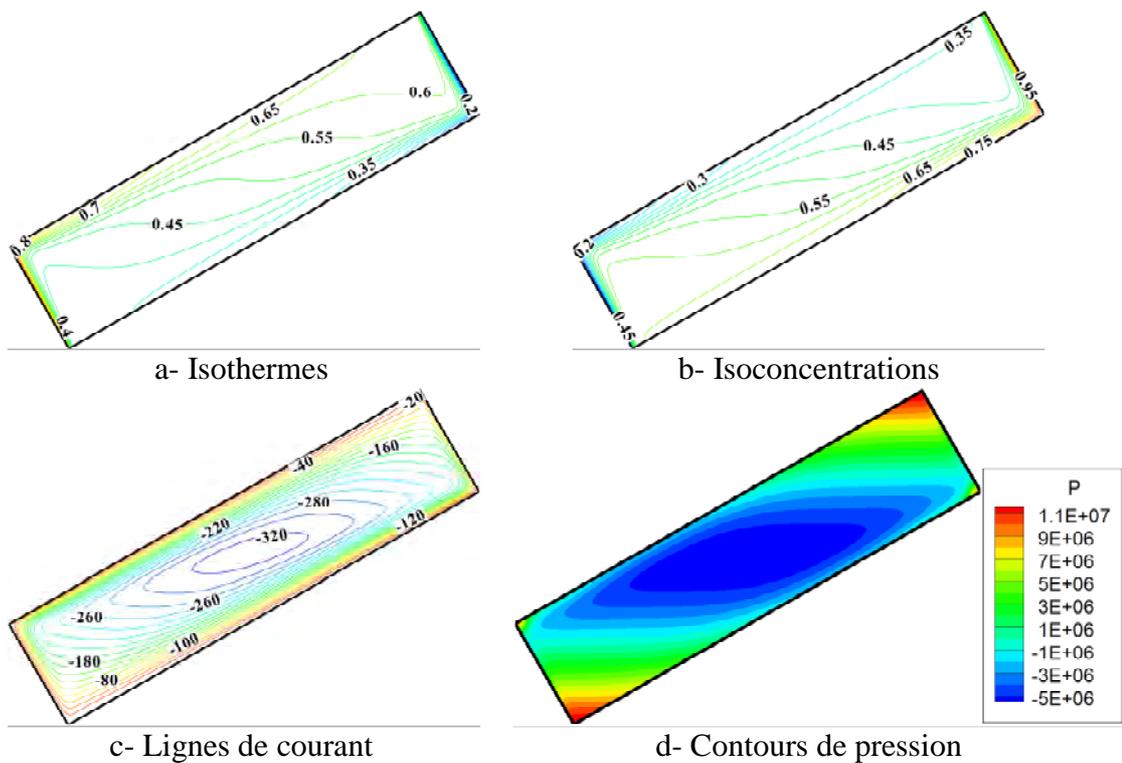


Fig. 4.14 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=0.1, N=1, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

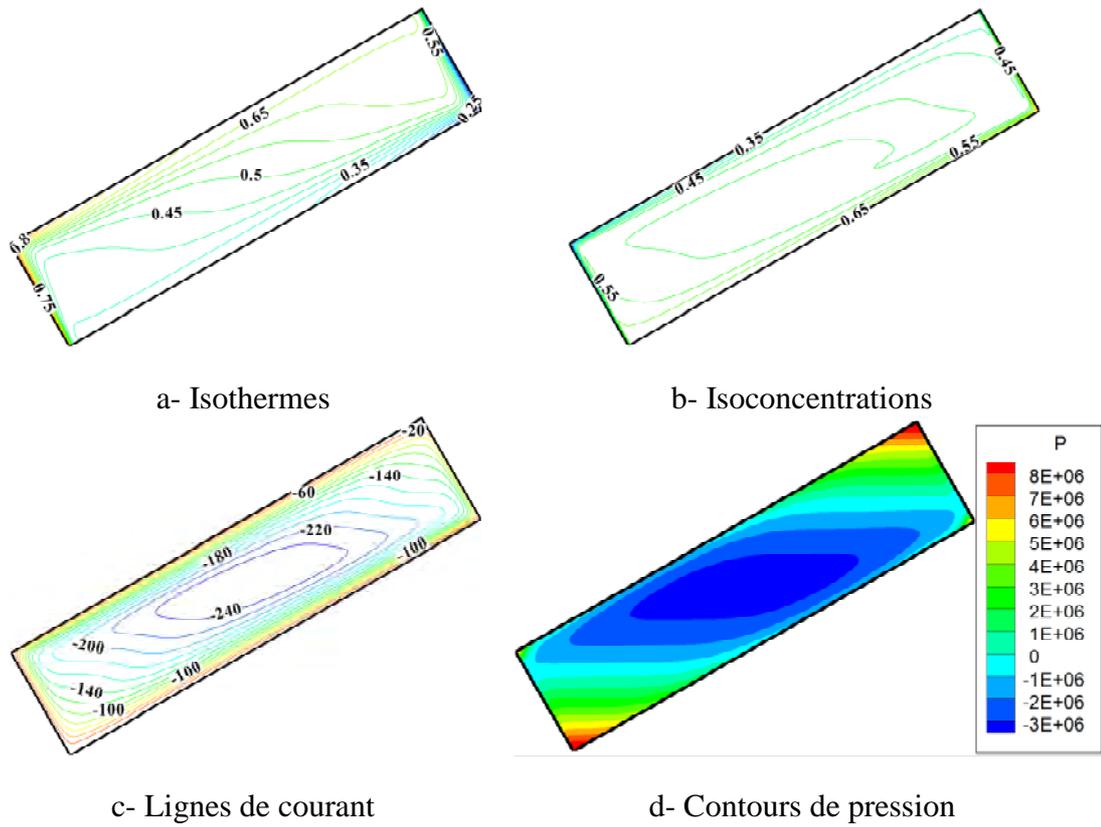


Fig. 4.15 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=1$, $Ra=10^8$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-2}$.

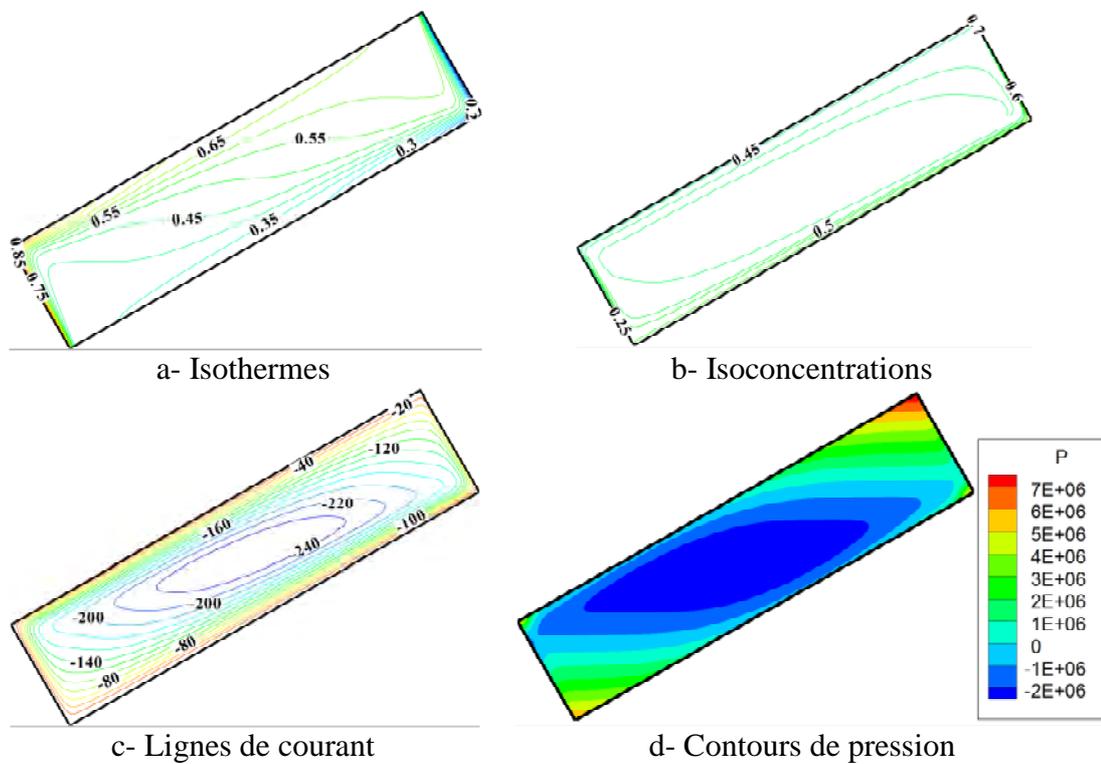


Fig. 4.16 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10$, $N=1$, $Ra=10^8$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-2}$.

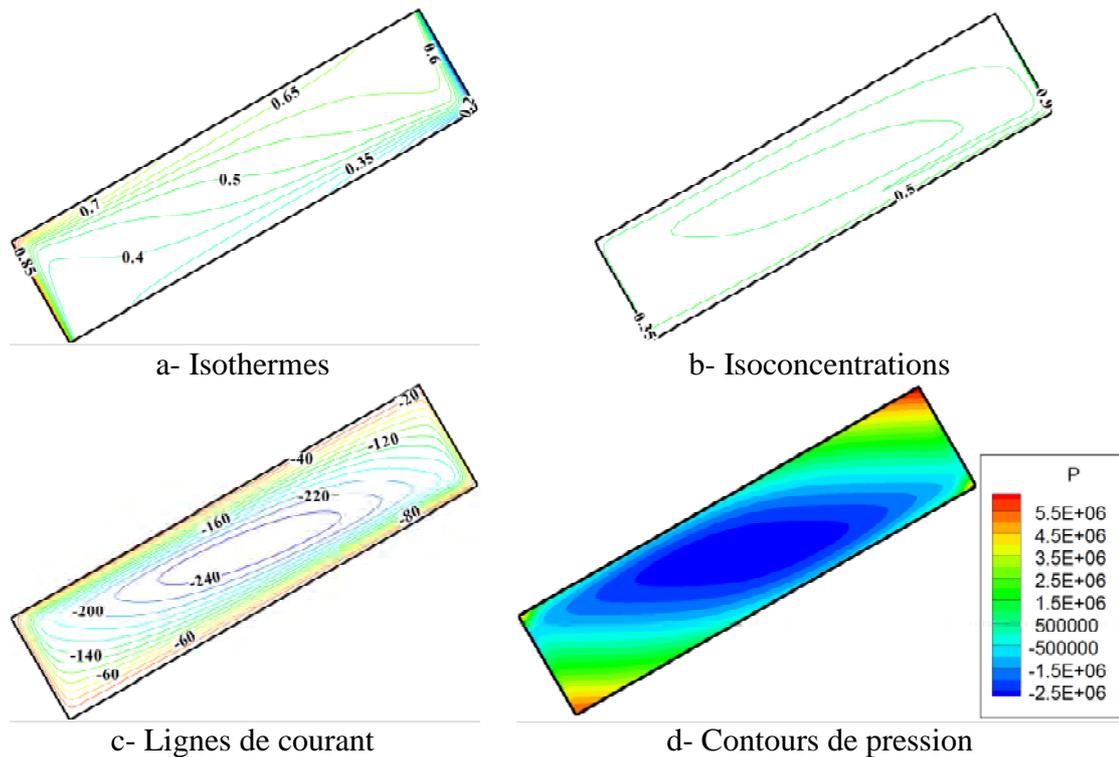


Fig. 4.17 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=100$, $N=1$, $Ra=10^8$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-2}$.

4.3.1.2 Cas de $N=10$

La figure 4.18 montre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression dans le cas d'un nombre de Lewis $Le=0.01$ pour une valeur de rapport de Buoyancy $N=10$, un nombre de Darcy $Da=10^{-2}$, un nombre de Rayleigh $Ra=10^8$ et une valeur d'angle d'inclinaison $\theta=30^\circ$. Les résultats obtenus montrent que les isothermes sont des lignes fortement concentrées près des deux parois actives, au centre de la cavité la valeur de température est presque constante $T=0.5$. Les isoconcentrations sont des lignes largement déformées. L'écoulement est monoculaire circulant dans le sens horaire. Les plus grandes valeurs de la pression sont situées au coin inférieur gauche. Dans le cas de $Le=0.1$, les résultats obtenus illustrés dans la figure 4.19 montrent que les isothermes et les isoconcentrations sont des lignes plus concentrées près des deux parois actives. L'écoulement est multicellulaire (deux cellule secondaires et une cellule principale) circulants dans le sens horaire. Les valeurs les plus élevées de la pression restent dans le coin inférieur gauche.

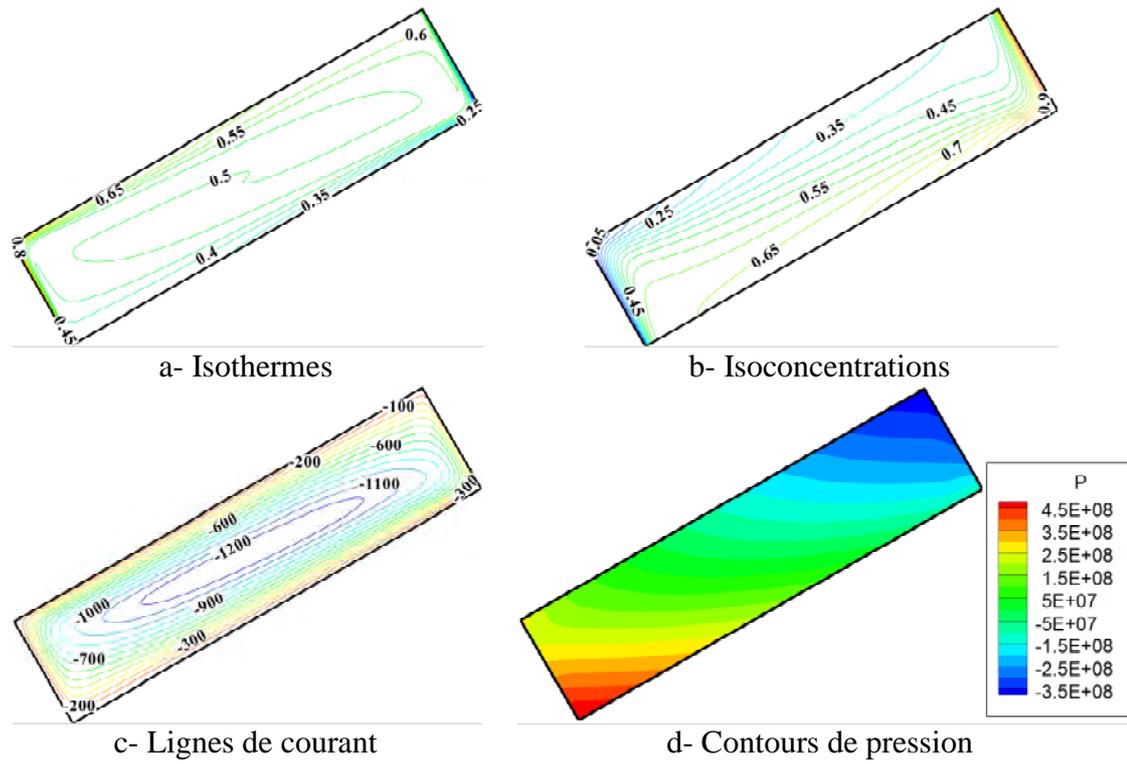


Fig. 4.18 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=0.01, N=10, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

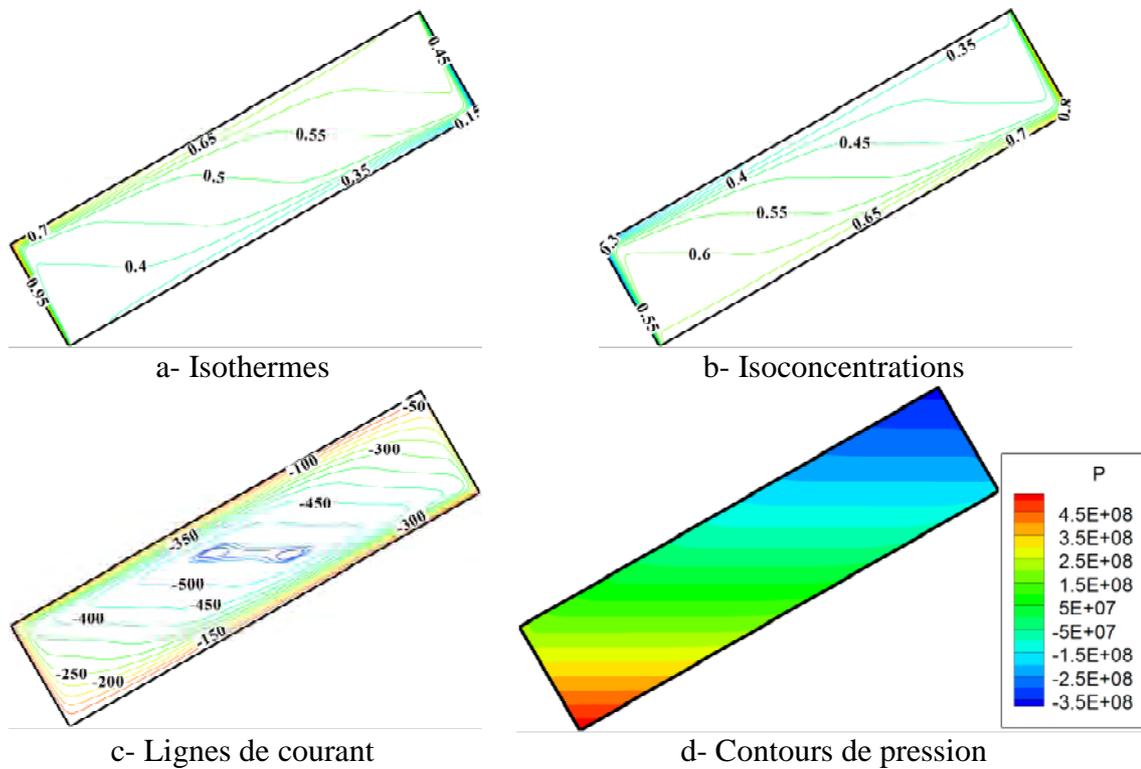


Fig. 4.19 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=0.1, N=10, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

La figure 4.20 présente les résultats obtenus pour le cas de $Le=1$, qui montrent que les isothermes sont des lignes concentrées aux parois qui subissent des fluctuations dans le centre de la cavité. Les isoconcentrations sont des lignes fortement concentrées près des parois. L'écoulement est multicellulaire (trois cellules secondaires et une cellule principale) circulants dans le sens horaire. Les valeurs les plus élevées de la pression restent dans le coin inférieur gauche.

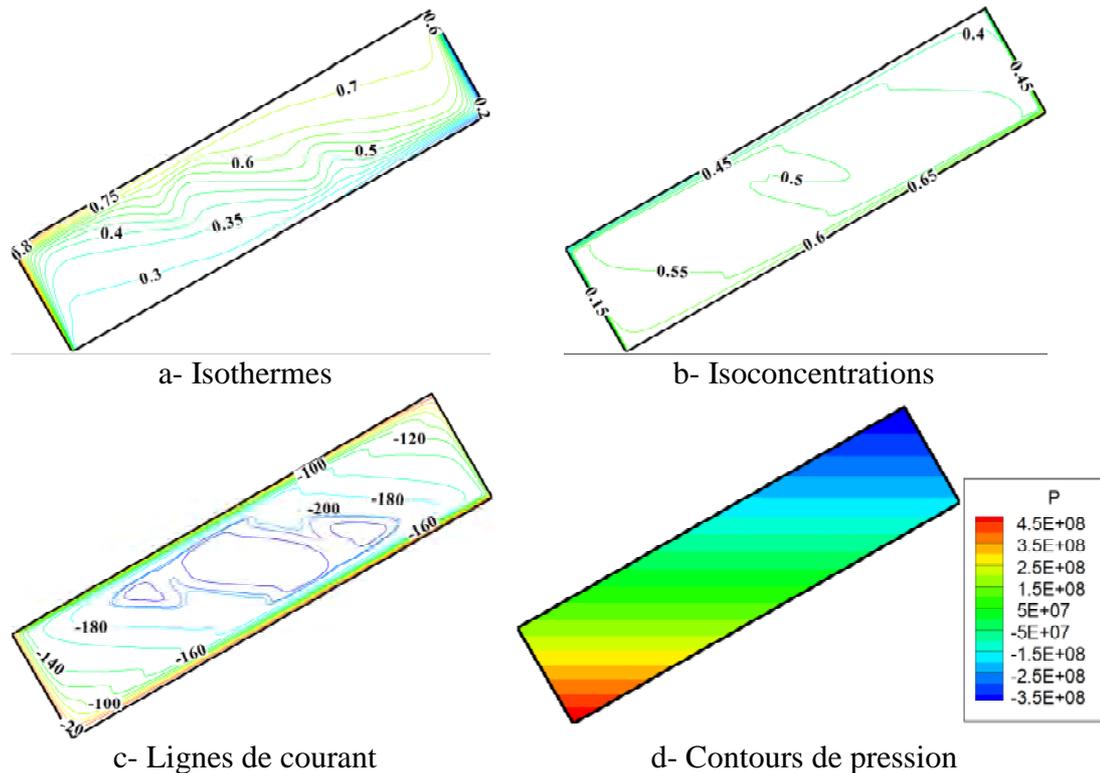


Fig. 4.20 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^8$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-2}$.

Les figures 4.21 et 4.22 illustrent les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et contours de pression dans le cas du nombre de Lewis $Le=10$ et 100 . Les résultats obtenus montrent que les isothermes sont des lignes concentrées près des deux parois actives. Les isoconcentrations sont des lignes plus concentrées près des parois, au centre de la cavité $C=0.5$. L'écoulement est monoculaire circulant dans le sens horaire. Les plus grandes valeurs de la pression sont situées au coin inférieur gauche.

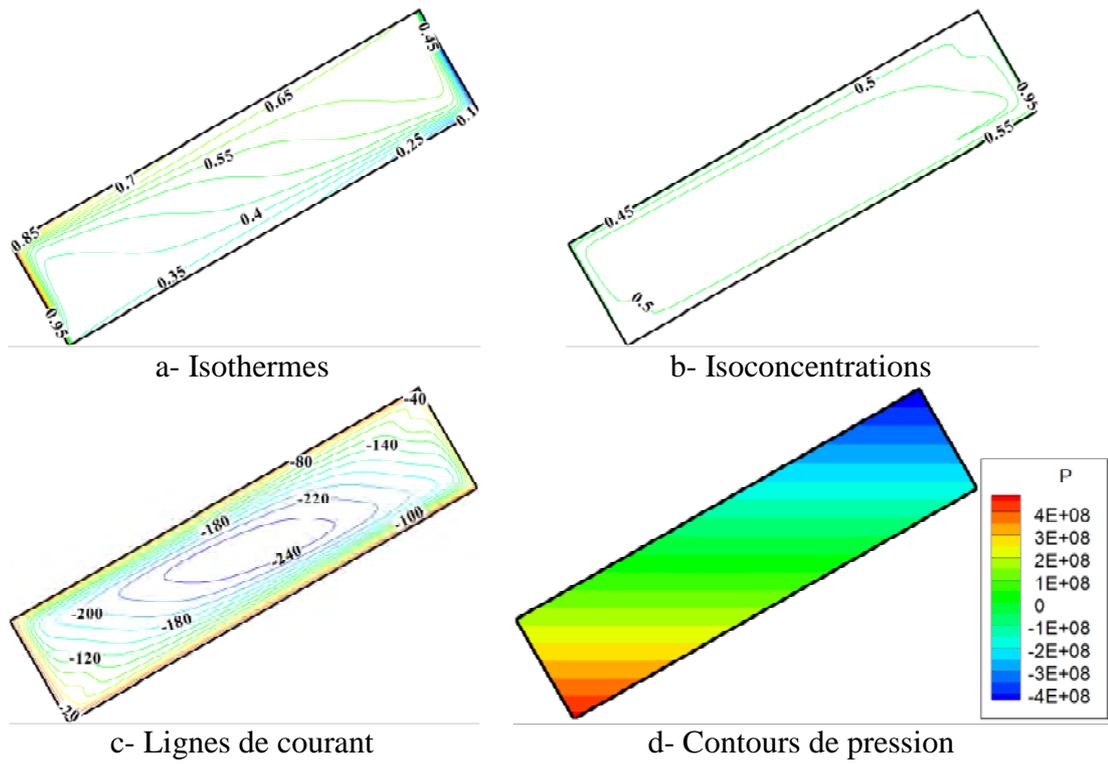


Fig. 4.21 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=10, N=10, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

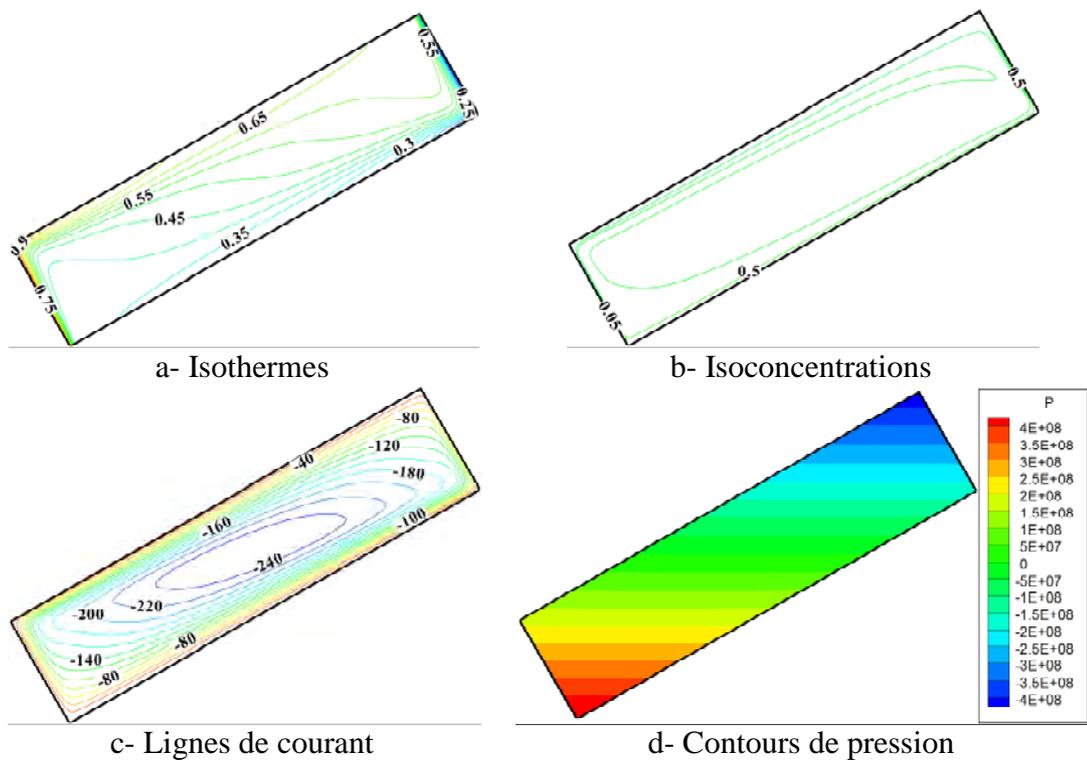


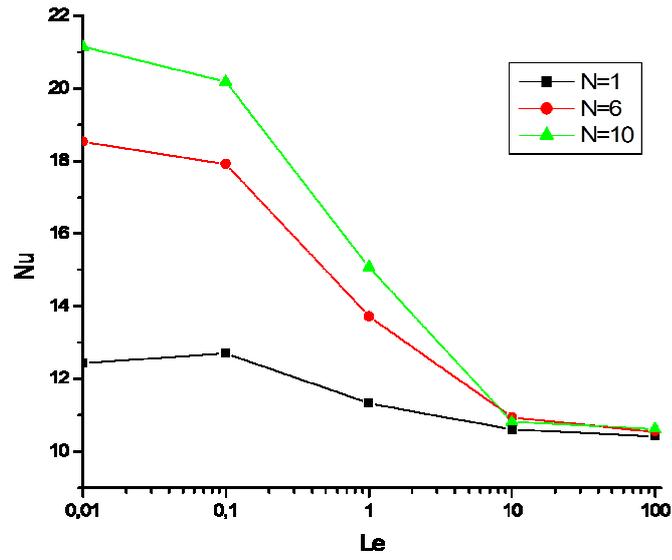
Fig. 4.22 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=100, N=10, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

4.3.2 Transferts de chaleur et de masse

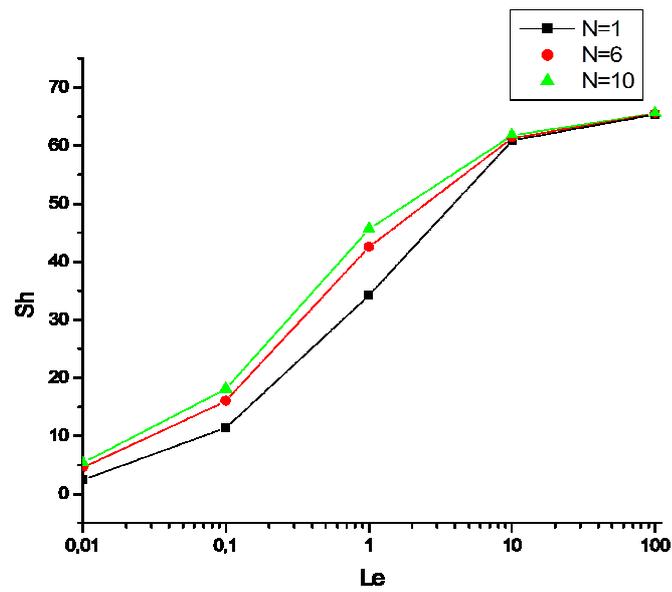
La figure 4.23 représente l'effet du nombre de Lewis sur le transfert de chaleur et de masse pour une gamme du nombre de Lewis variant de 0.01 à 100, différentes valeurs du rapport de Buoyancy $N=1; 6$ et 10 , un nombre de Darcy $Da=10^{-2}$, une valeur d'angle d'inclinaison $\theta=30^\circ$ et un nombre de Rayleigh $Ra=10^8$.

Les résultats obtenus montrent :

- Pour la gamme du nombre de Lewis $Le \leq 10$ les valeurs du nombre de Nusselt diminuent avec l'augmentation du nombre de Lewis. Ce décroissement est dû à la diminution de la force de volume thermique résultant de l'augmentation du nombre de Lewis. Les valeurs du nombre de Sherwood augmentent avec l'accroissement du nombre de Lewis lorsque la force de volume solutale augmente avec l'augmentation du nombre de Lewis.
- Pour un nombre de Lewis $Le=10$ et 100 , les valeurs du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood sont presque constantes.
- Pour un nombre de Lewis fixé, les valeurs du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood croissent avec l'augmentation de la valeur du rapport de buoyancy.



(a)



(b)

Fig. 4.23 : Influence du nombre de Lewis sur le transfert de chaleur et de masse en fonction du rapport de Buoyancy N pour : $Ra=10^8$, $A=4$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-2}$

Le tableau 4.2 représente les taux de transfert de chaleur et de masse et les vitesses maximales horizontale et verticale dans l'enceinte. L'accroissement du nombre Lewis $Le=0.01$ à $Le=100$ provoque une augmentation du nombre de Nusselt et une augmentation du nombre de Sherwood et une accélération de l'intensité de l'écoulement. L'augmentation de la valeur de buoyancy $N=1$ à $N=10$ entraîne une augmentation très importante des nombres moyens de Nusselt et de Sherwood et une accélération de l'intensité de l'écoulement.

Tableau 4.2 : Caractéristiques de l'écoulement, dans le cas de l'influence du nombre de Lewis

N	Le	\overline{Nu}	\overline{Sh}	Umax	Vmax
1	0.01	12,4315	2,41672	2370,408	2698,466
	0.1	12,70095	11,37898	2565,006	2800,526
	1	11,32596	34,21699	2073,402	2363,994
	10	10,60611	60,85335	1857,894	1979,749
	100	10,41084	65,35566	1825,449	2008,479
10	0.01	21,15034	5,33659	6252,699	7452,218
	0.1	20,18597	18,09724	6130,244	7004,813
	1	15,07738	45,60691	4175,128	5016,415
	10	10,80694	61,74807	2215,461	2508,212
	100	10,61379	65,524	1861,845	1977,645

4.4 EFFET DU NOMBRE DE RAYLEIGH

4.4.1 Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression

4.4.1.1 Cas de $\theta=0^\circ$

Les figures ci-dessus illustrent les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de la pression dans le cas d'une cavité est horizontale ($\theta=0^\circ$) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh, un nombre de Darcy $Da=10^{-2}$, un nombre de Lewis $Le=1$, une valeur du Rapport de Buoyancy $N=1$.

Pour le cas de $Ra=10^4$, les résultats illustrés dans la figure 4.24 montrent que les isothermes sont des lignes verticales légèrement déformées, les isoconcentrations sont des lignes largement déformées et concentrées aux deux parois actives. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire, les valeurs les plus élevées de la pression sont situées dans les deux coins, supérieur droit et inférieur gauche.

Les résultats obtenus pour les valeurs du nombre de Rayleigh 10^5 et 10^6 , illustrés sur les deux figures 4.25 et 4.26, respectivement, montrent que les isothermes deviennent des lignes déformées pour $Ra=10^5$ et largement déformées pour $Ra=10^6$ et les isoconcentrations deviennent plus concentrées aux deux parois et la concentration est constante au centre de la cavité $C=0.5$. L'écoulement du fluide reste monocellulaire circulant de même sens du cas précédent avec une augmentation de l'intensité, cette augmentation due à la croissance du nombre de Rayleigh (l'augmentation des écarts de la température et la concentration). Les valeurs les plus élevées de la pression se trouvent dans les deux coins, supérieur droit et inférieur gauche et la pression devient plus grande par rapport au cas précédent.

L'augmentation du nombre de Rayleigh à 10^7 et 10^8 (les figures 4.27 et 4.28) provoque une stratification des isothermes dans la direction y . Par contre les isoconcentrations deviennent plus proches des deux parois de la cavité et la concentration reste constante au centre de la cavité $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et l'intensité d'écoulement devient plus élevée. Les grandes valeurs de la pression pour $Ra=10^7$ sont situées dans les deux coins, supérieur droit et inférieur gauche, alors que pour $Ra=10^8$ ils se trouvent presque le long des parois horizontales.

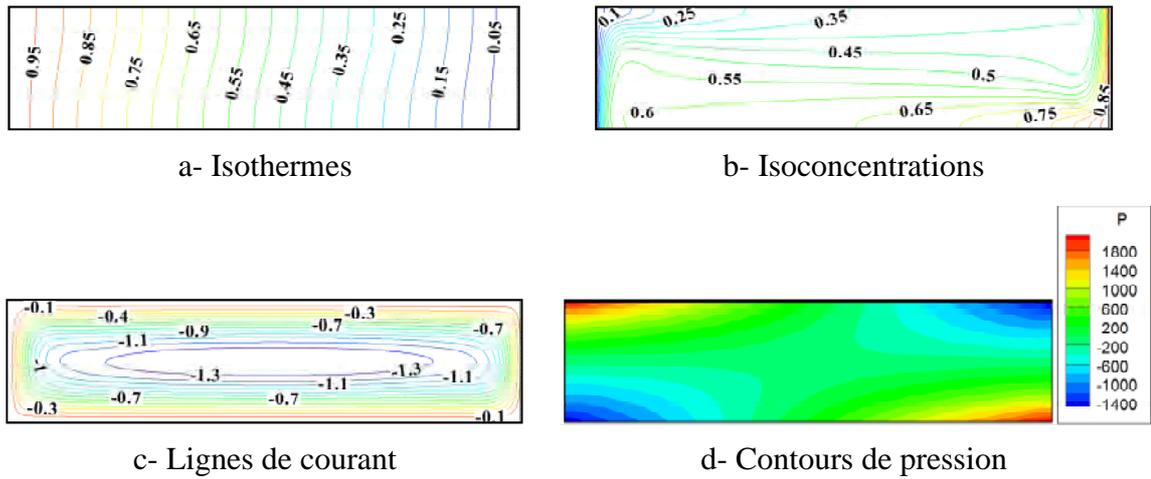


Fig. 4.24 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^4, A=4, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

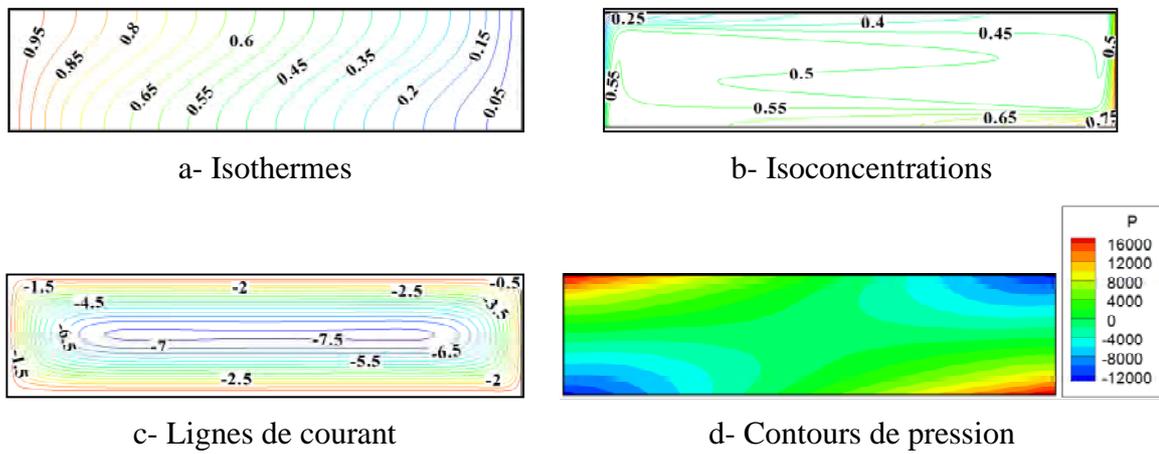


Fig. 4.25 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^5, A=4, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

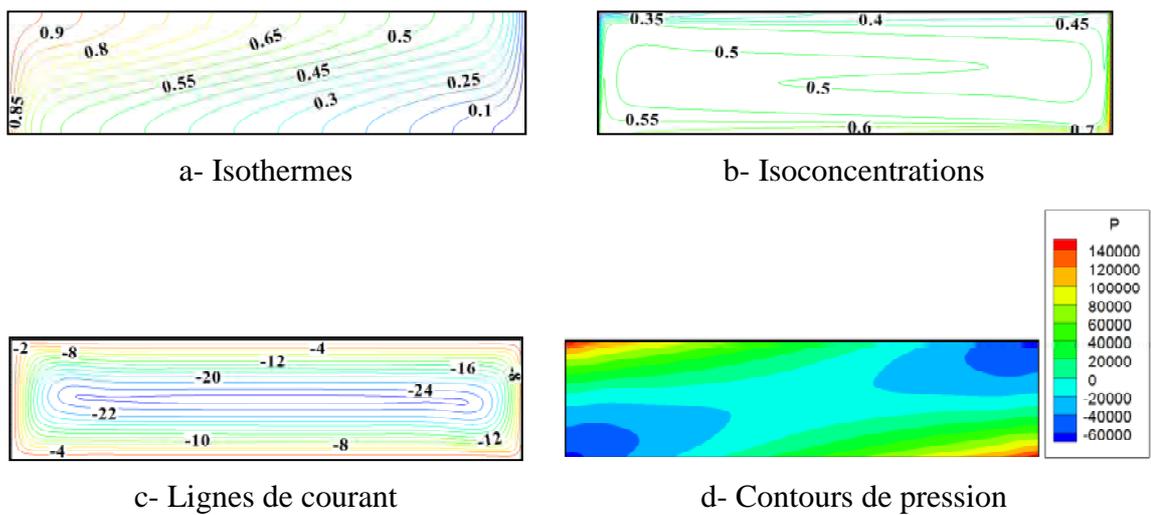


Fig. 4.26 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=4, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

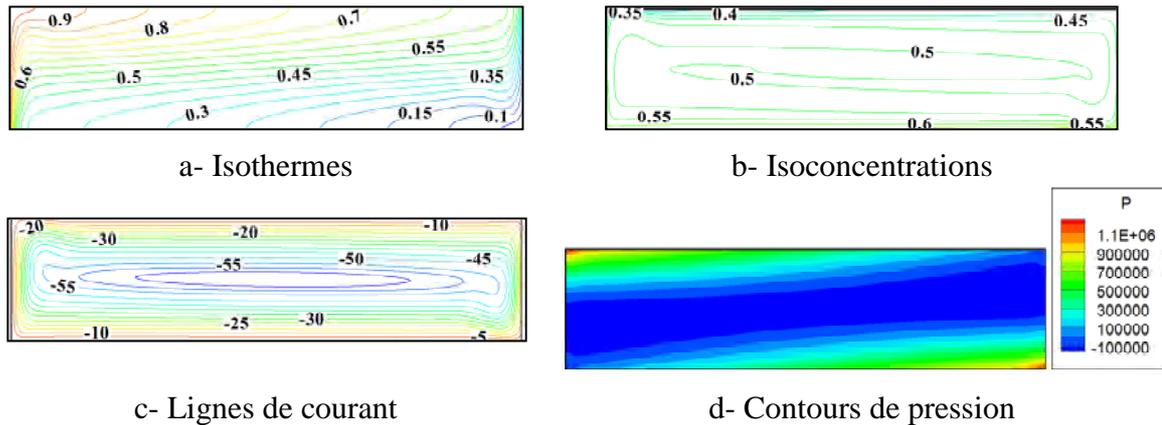


Fig. 4.27 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^7, A=4, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

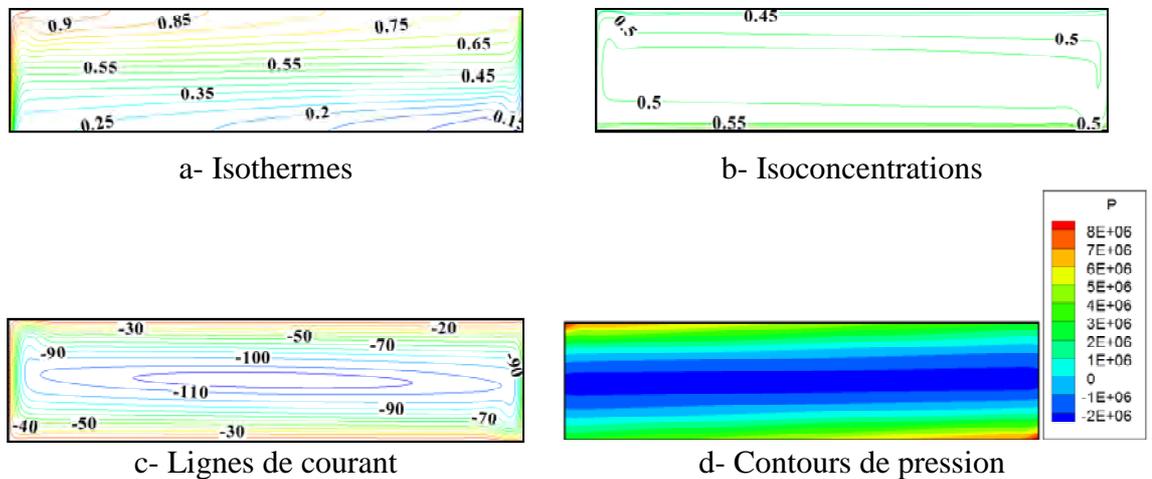


Fig. 4.28 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

4.4.1.2 Cas de $\theta=30^\circ$

La figure 4.29 représente les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression pour un nombre de Rayleigh $Ra=10^4$, un nombre de Darcy $Da=10^{-2}$, un nombre de Lewis $Le=10$ et un rapport de buoyancy $N=1$. Les résultats obtenus montrent une stratification des isothermes dans la direction d'inclinaison x . Les isoconcentrations sont concentrés plus proche des deux parois actives et au milieu de la cavité la valeur de la concentration est presque égale à 0.5. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les plus grandes valeurs de la pression sont plus proches au milieu des deux parois non actives. Lorsque la valeur du nombre de Rayleigh augmente à 10^5 et 10^6 , les résultats obtenus illustrés sur les figures 4.30 et 4.31, respectivement, montrent que les isothermes deviennent des lignes déformées pour $Ra=10^5$ et largement déformées pour $Ra=10^6$. Les isoconcentrations deviennent assez concentrées proches des deux parois actives

et restent presque constantes au centre de la cavité $C \approx 0.5$. L'écoulement du fluide reste aussi monocellulaire circulant dans le sens horaire. Les valeurs les plus élevées de la pression deviennent plus proches des deux coins inférieurs droit et supérieur gauche de la cavité.

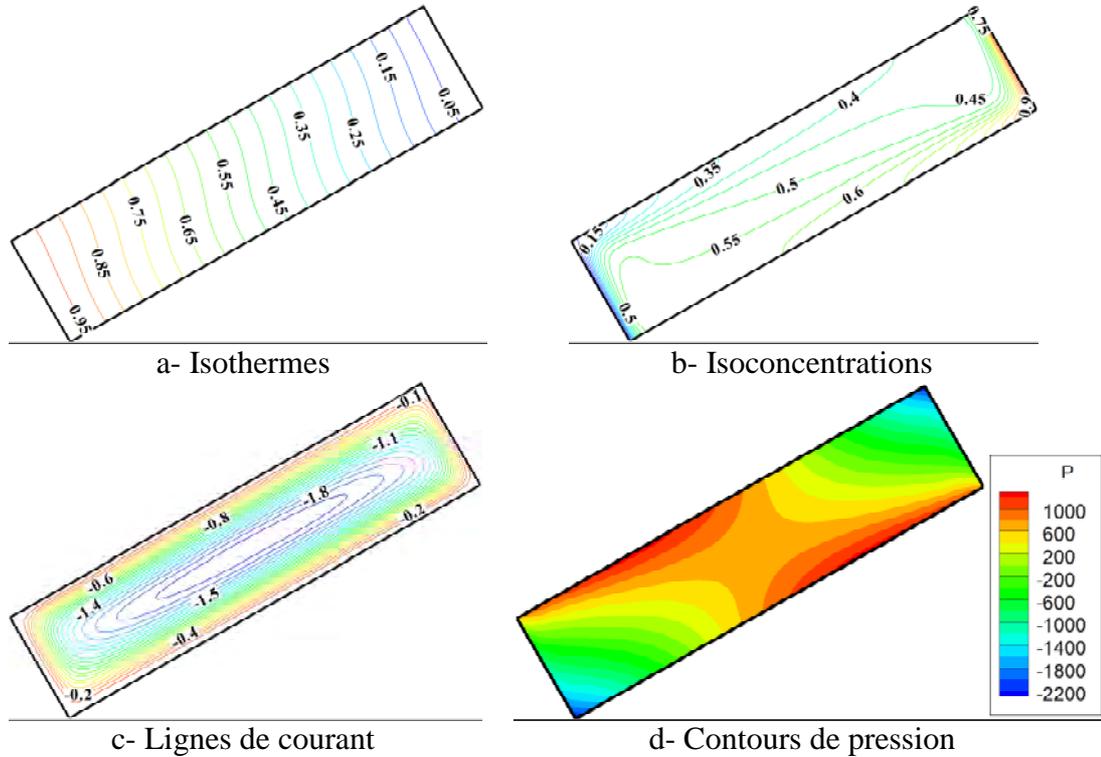


Fig. 4-29 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^4, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

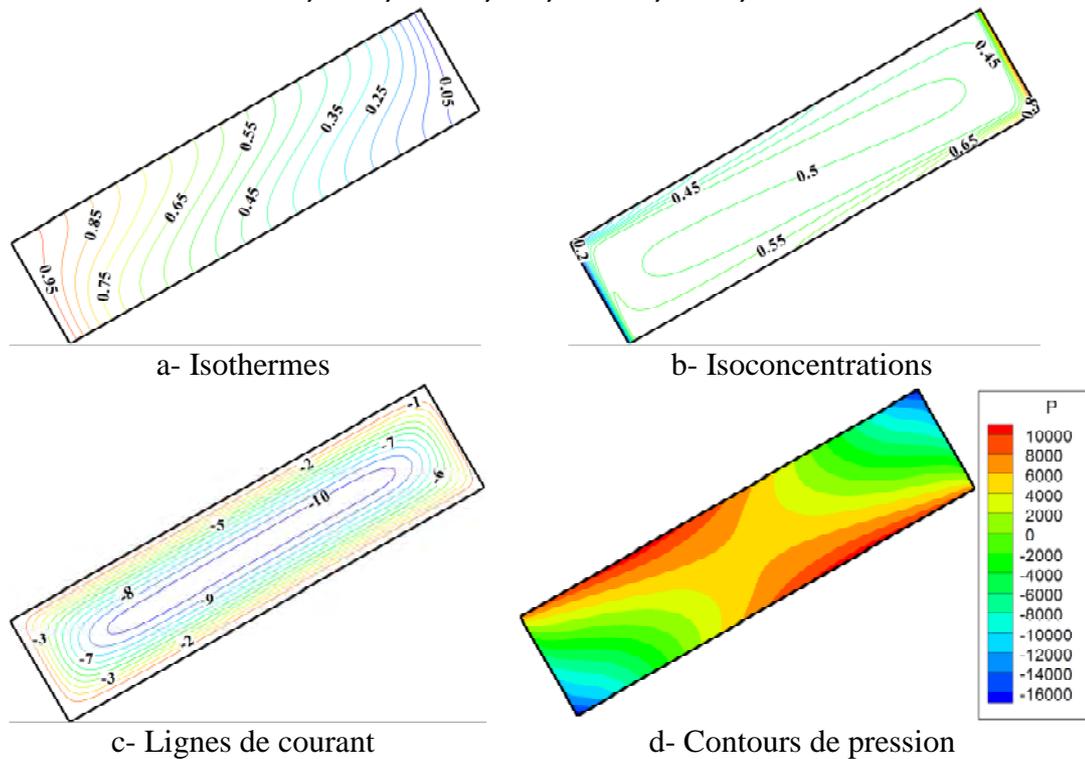


Fig. 4-30 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^5, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

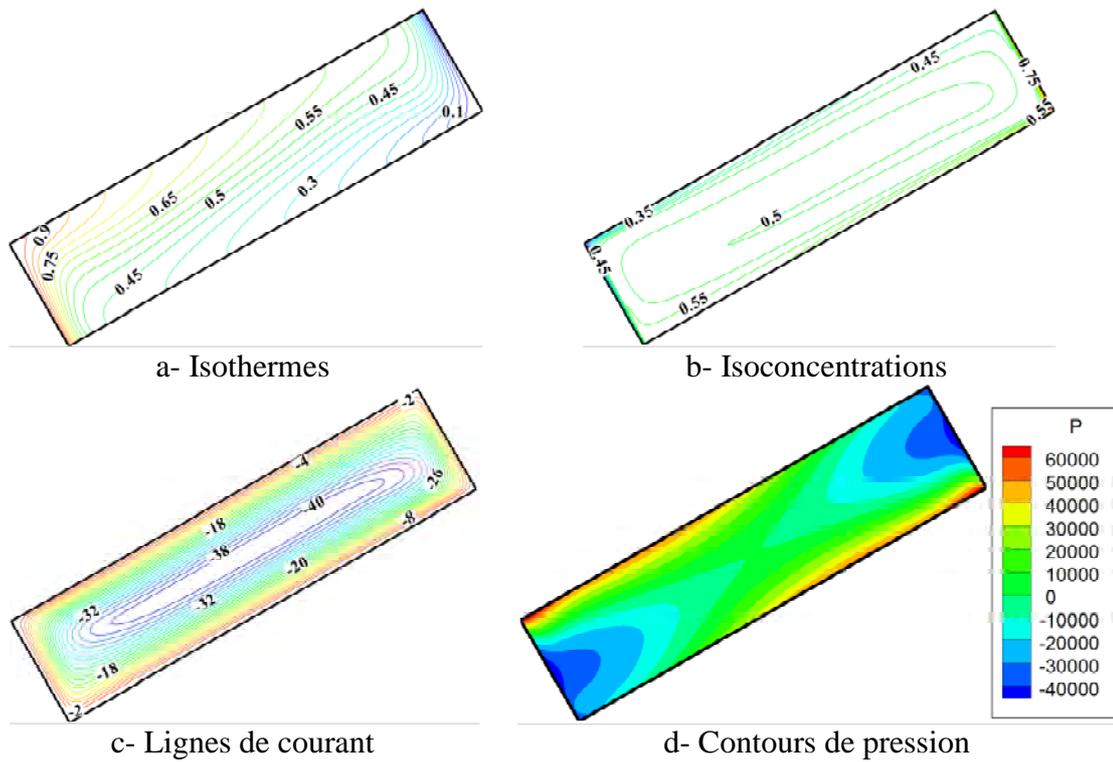


Fig. 4.31 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^6$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=30^\circ$, $Da=10^{-2}$.

Dans les deux cas de $Ra=10^7$, $Ra=10^8$, les résultats illustrés dans la figure 4.32 et 4.33 montrent que les isothermes sont des lignes très déformées de gauche à droite et concentrées aux deux parois actives. Les isoconcentrations se confinent proches des parois de la cavité et restent presque constante au centre de la cavité $C \approx 0.5$, l'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus élevées de la pression sont concentrées dans tous les coins de la cavité.

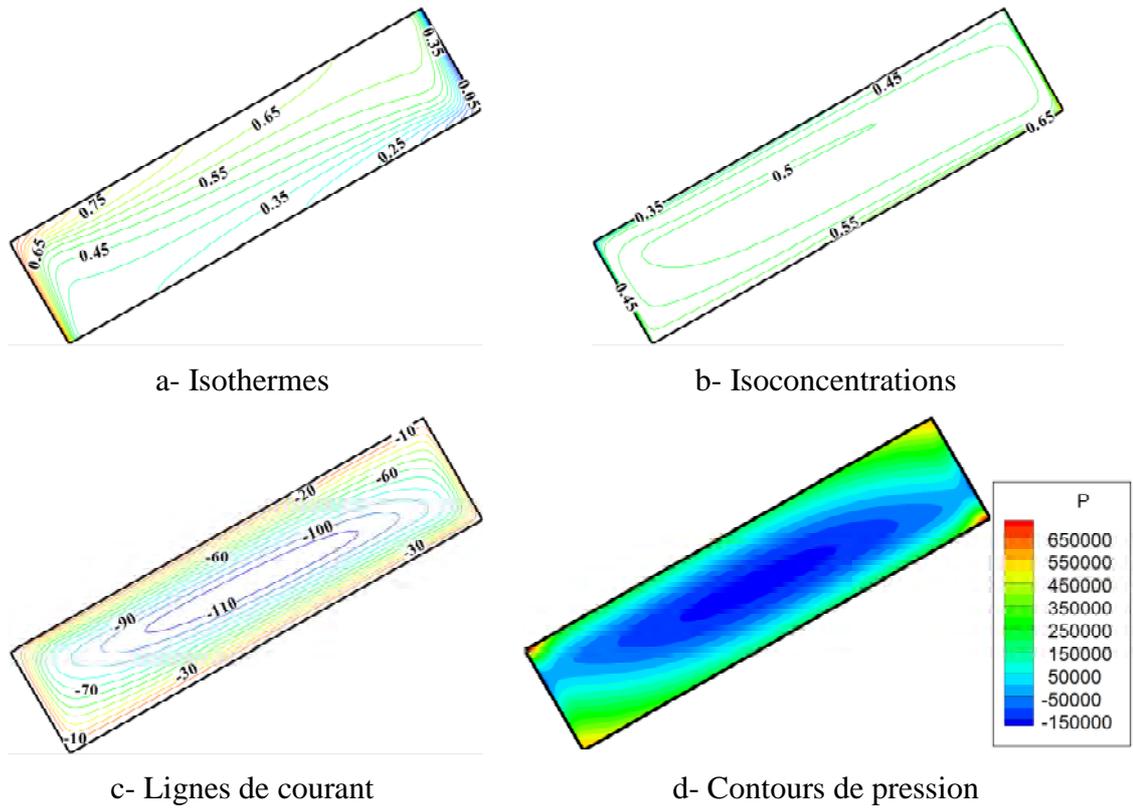


Fig. 4.32 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^7, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

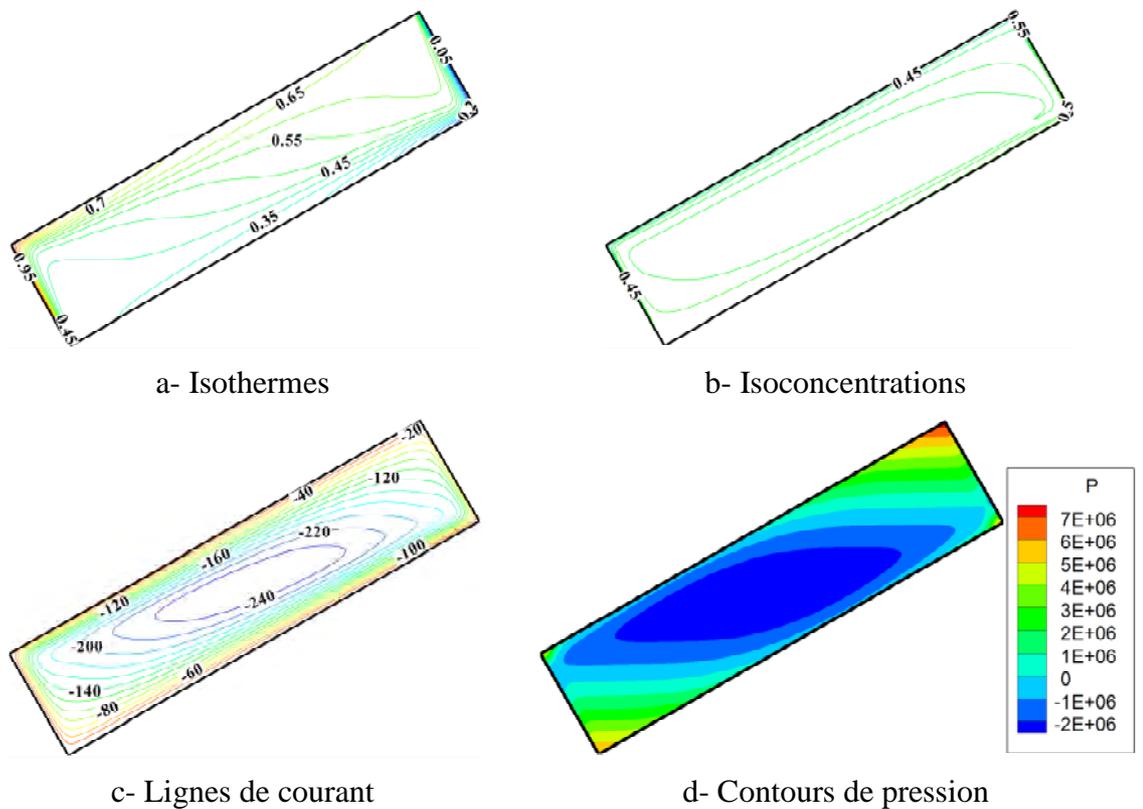


Fig. 4.33 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^8, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

4.4.1.3 Cas de $\theta=60^\circ$

Dans ce cas la cavité est inclinées par un angle d'inclinaison de 60° les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de pression sont illustrés sur La figure 4.34 et 4.35 pour un nombre de Rayleigh égale à 10^4 et 10^5 , respectivement. Les résultats obtenus montrent que les isothermes sont des lignes verticales légèrement déformées, les isoconcentrations sont concentrées aux parois actives et au centre de la cavité la valeur de la concentration est presque constante $C \approx 0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire. Les plus grandes valeurs de pression sont situent au milieu des deux parois non actives et au centre de la cavité. Mais, lorsque nous avons augmenté la valeur du nombre de Rayleigh à 10^6 (figure 4.36), les résultats obtenus montrent que les isothermes sont des lignes largement déformées. Les isoconcentrations sont des lignes fortement concentrées près de toutes les parois de la cavité et au centre de la cavité la valeur de la concentration reste constante $C=0.5$. Les valeurs les plus élevées de la pression sont situées au milieu des deux parois non actives.

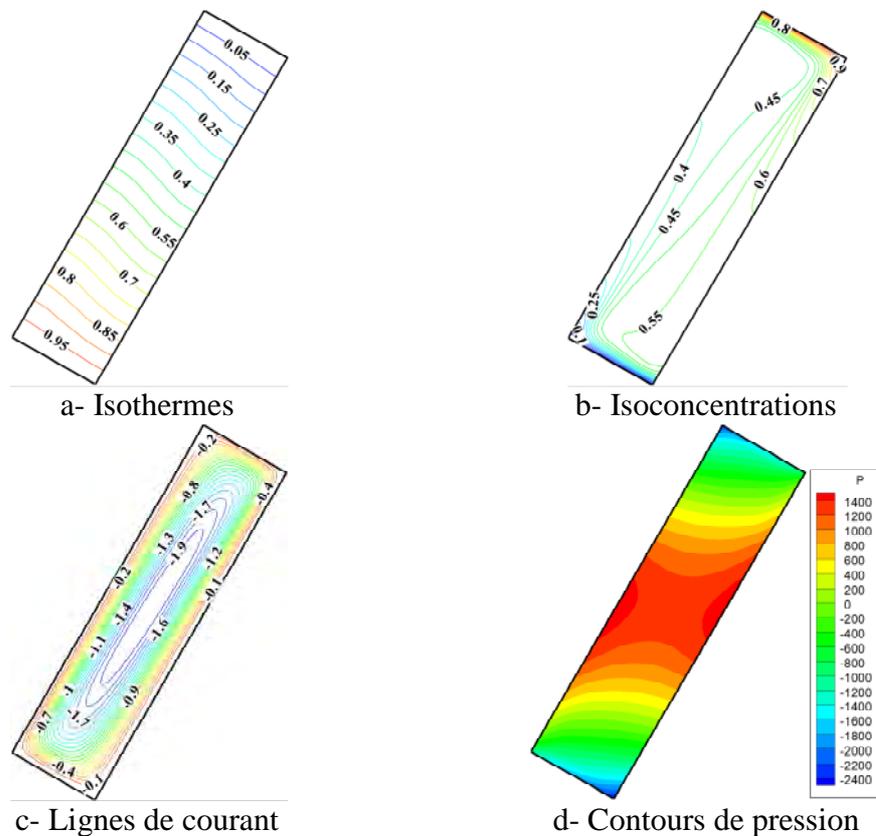


Fig. 4.34 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^4, A=4, Pr=0.71, \theta=60^\circ, Da=10^{-2}$.

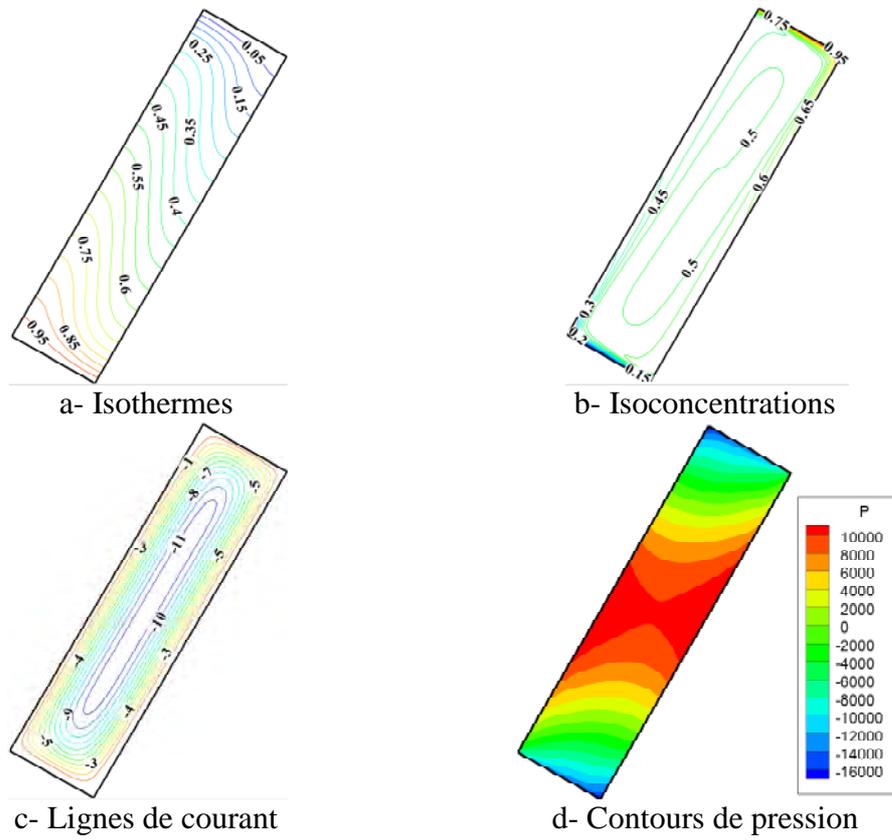


Fig. 4.35 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^5$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=60^\circ$, $Da=10^{-2}$.

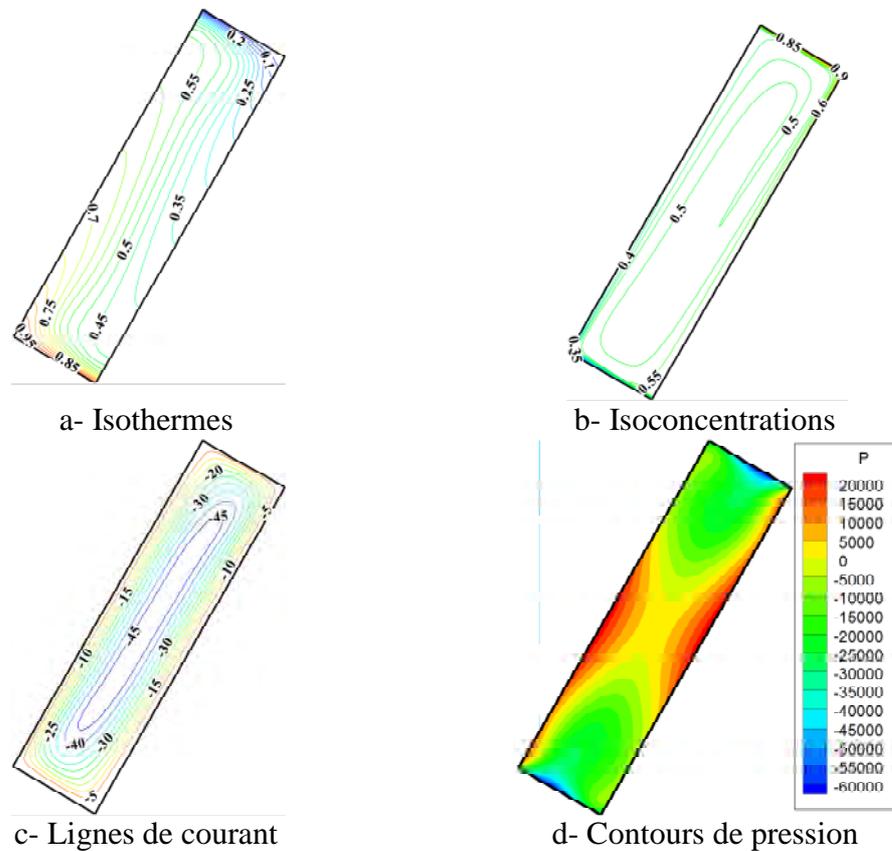


Fig. 4.36 : isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^6$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=60^\circ$, $Da=10^{-2}$.

Dans les deux cas de $Ra=10^7$, $Ra=10^8$, les résultats illustrés dans la figure 4.4 et 4.5 montrent que les isothermes sont des lignes plus concentrées aux deux parois actives. Les isoconcentrations deviennent plus proches des parois de la cavité et restent constantes au centre de la cavité $C \approx 0.5$, l'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus élevées de la pression sont concentrées dans tous les coins de la cavité.

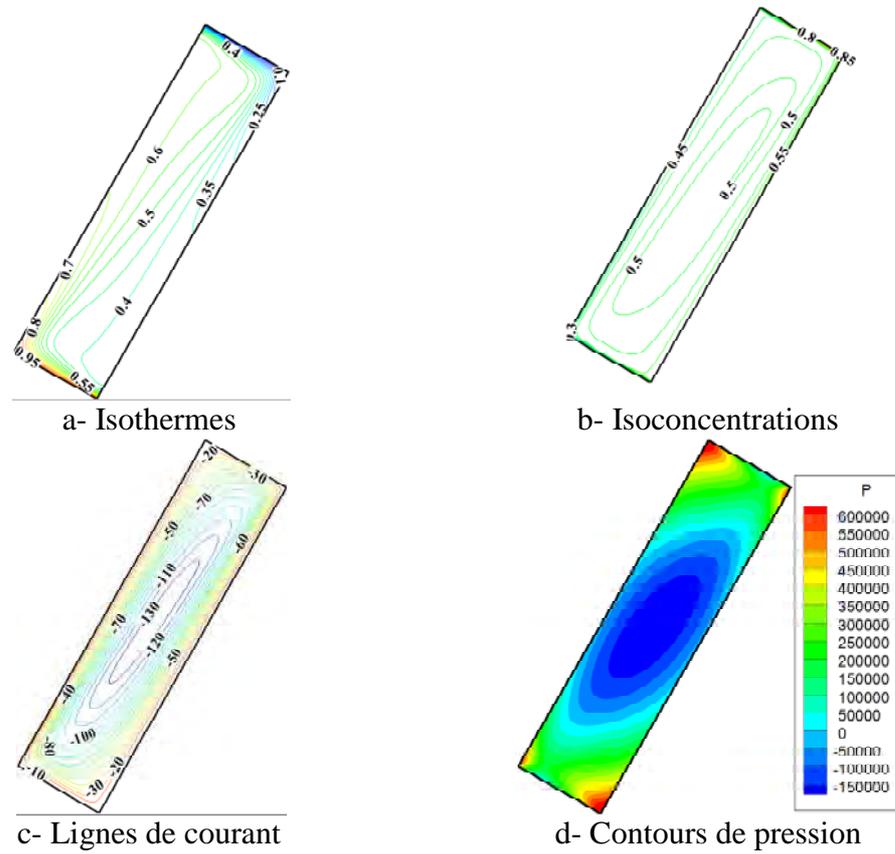


Fig. 4.37 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^7$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=60^\circ$, $Da=10^{-2}$.

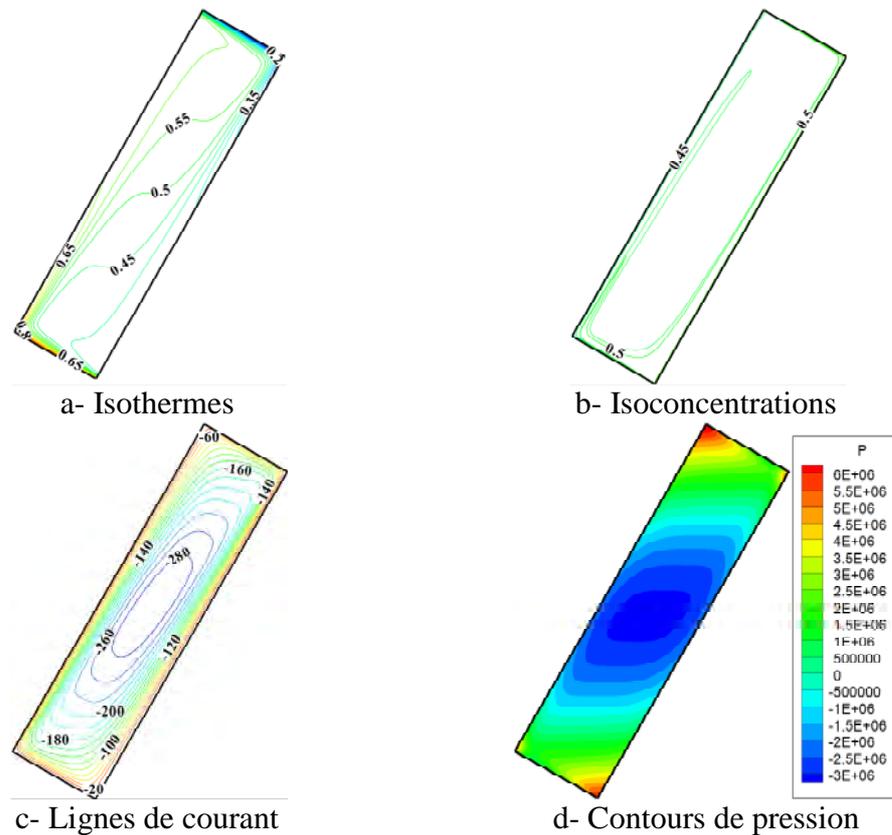


Fig. 4.38 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^8$, $A=4$, $Pr=0.71$, $\theta=60^\circ$, $Da=10^{-2}$.

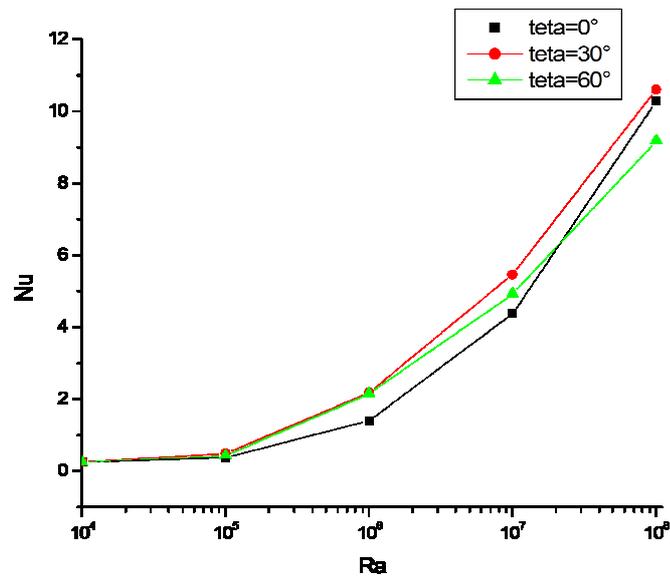
4.4.2 Transferts de chaleur et de masse

La figure 4.39 illustre l'effet du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur et de masse, nous avons considéré des forces thermique et solutale de même intensité ($N=1$) pour une large gamme de nombre de Rayleigh variant de 10^4 à 10^8 , et différentes valeurs d'angle d'inclinaison $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$, un nombre de Darcy égale à 10^{-2} et un nombre de Lewis égale à 10.

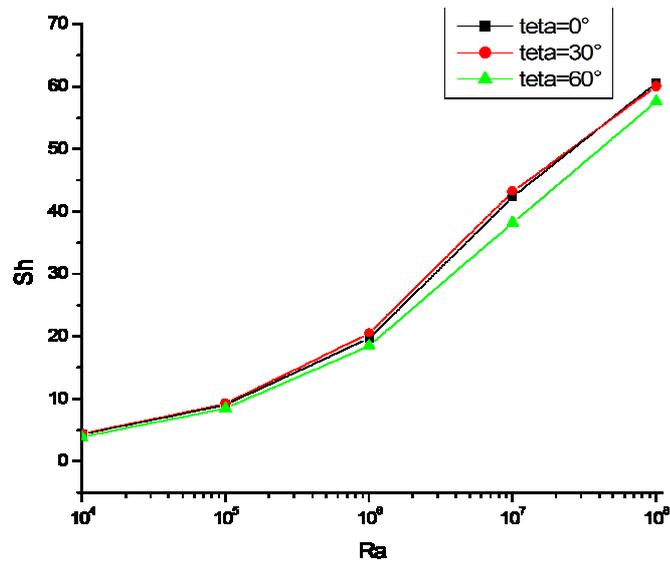
Les résultats obtenus montrent :

- Pour une valeur de nombre de Rayleigh égale à 10^5 , les valeurs du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood sont presque de la même valeur pour les différentes valeurs de l'angle d'inclinaison θ .
- Pour la gamme du nombre de Rayleigh $Ra > 10^4$, le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood s'accroissent avec l'augmentation du nombre de Rayleigh. Cet accroissement est dû à l'accroissement des forces de volume thermique et solutale résultant de l'accroissement du nombre de Rayleigh.
- Pour un nombre de Rayleigh fixé, les nombres de Nusselt et de Sherwood diminuent avec l'augmentation de la valeur d'angle d'inclinaison.

Les résultats obtenus précédemment montrent que la variation du nombre de Rayleigh provoque une forte influence sur la structure de l'écoulement ; l'intensité de l'écoulement est augmentée avec le nombre de Rayleigh et cette accroissance est dû à l'accroissement des écarts de température et de concentration (les forces de volume thermique et solutale) résultant de l'augmentation du nombre de Rayleigh.



(a)



(b)

Fig. 4.39 : Influence du nombre de Rayleigh sur le transfert de chaleur et de masse pour différentes valeur de l'angle d'inclinaison pour : $Le=1, N=10, A=4, Da=10^{-2}$.

Le tableau 4.3 représente les taux de transfert de chaleur et de masse et les vitesses maximales horizontale et verticale dans l'enceinte. L'augmentation du nombre de Rayleigh $Ra=10^4$ à $Ra=10^8$ provoque une augmentation très importante des nombres de Nusselt et de Sherwood et une accélération de l'intensité de l'écoulement. Une augmentation puis une diminution du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood et une accélération de l'intensité de l'écoulement avec l'accroissement de la valeur d'angle d'inclinaison $\theta=0^\circ$ à $\theta=60^\circ$.

Tableau 4.3 : Caractéristiques de l'écoulement, dans le cas de l'influence du nombre de Rayleigh

θ	Ra	\overline{Nu}	\overline{Sh}	Umax	Vmax
0°	10^4	0,25494	4,31809	4,41595	6,14572
	10^5	0,38694	9,09366	23,144	27,0286
	10^6	1,41112	19,68964	86,8884	126,0354
	10^7	4,3861	42,32806	292,3056	520,8571
	10^8	10,2814	60,597495	895,8229	1828,252
30°	10^4	0,25955	4,428725	6,54767	6,80637
	10^5	0,4982	9,24666	33,14067	30,62226
	10^6	2,196173	20,490820	149,276200	164,190900
	10^7	5,469048	43,193880	562,268100	608,367200
	10^8	10,60656	60,071135	1859,715	1980,959
60°	10^4	0,25454	3,941705	7,10526	5,71167
	10^5	0,43277	8,45364	36,723700	28,954100
	10^6	2,159767	18,513500	175,321200	152,589400
	10^7	4,929554	38,191130	627,772300	507,418000
	10^8	9,178533	57,54944	1999,51	1591,646

4.5 INFLUENCE DE L'ANGLE D'INCLINAISON DE LA CAVITÉ

Pour pouvoir étudier la convection thermosolutale dans une cavité inclinée, il faut examiner l'influence de l'angle d'inclinaison de la cavité sur le transfert de chaleur et de masse et sur l'écoulement.

4.5.1 Structure d'écoulement, isothermes, isoconcentrations et pression

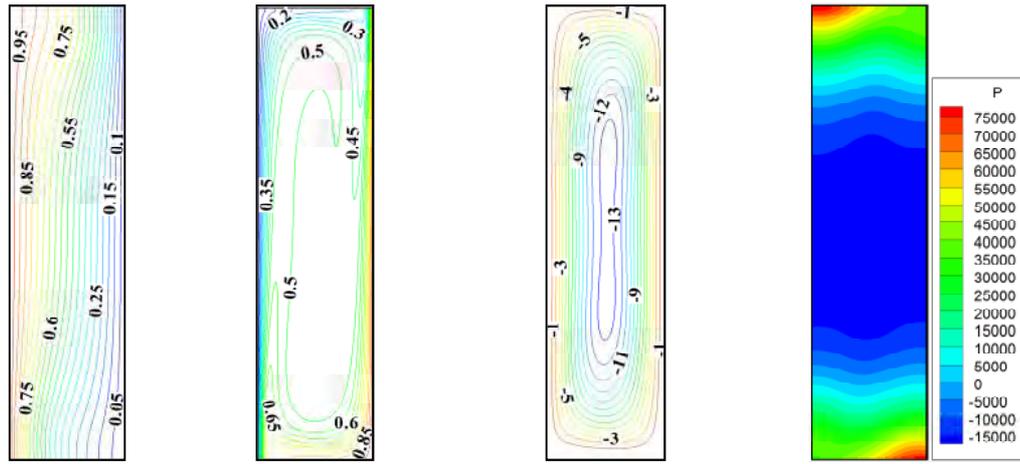
Les figures suivantes illustrent les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de la pression pour une gamme de valeur de l'angle d'inclinaison $0^\circ < \theta < 90^\circ$, différentes valeurs du rapport d'aspect $A=0.25, 0.5, 1, 2$ et 4 , un nombre de Rayleigh $Ra=10^6$, avec des forces de volume thermique et solutale de même intensité $N=1$, un nombre de Lewis $Le=10$ et nombre de Darcy $Da=10^{-2}$.

4.5.1.1 Cas de $A=0.25$

La figure 4.40 illustre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de la pression obtenus pour une cavité verticale $\theta=0^\circ$ avec un rapport d'aspect $A=0.25$, on constate que les isothermes sont des lignes stratifiées suivant la direction X . Les isoconcentrations sont concentrées près de toutes les parois, au centre de la cavité la valeur de la concentration est constante $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus grandes de la pression sont situées aux deux coins inférieur droit et supérieur gauche de la cavité.

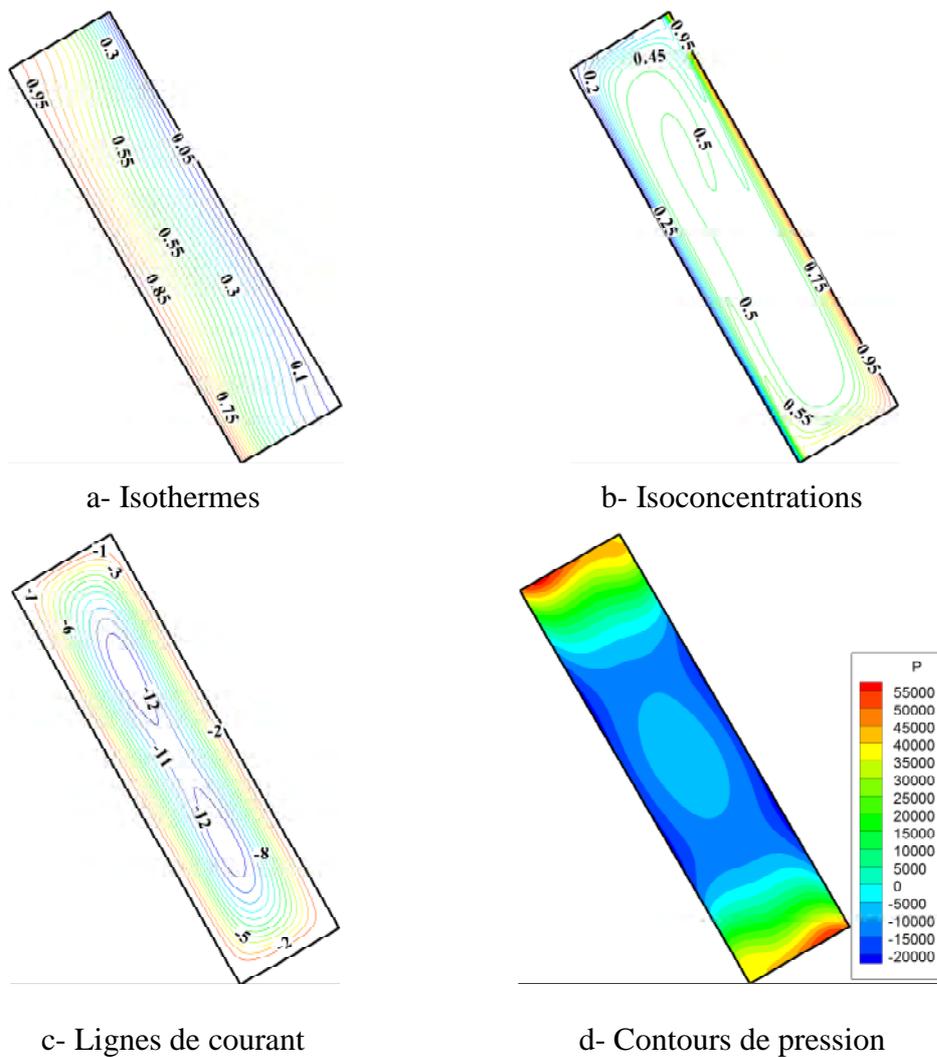
Dans le cas où $\theta=30^\circ$ et 60° , les résultats obtenus illustrés dans les deux figures 4.41 et 4.42, respectivement, montrent que les isothermes deviennent des lignes légèrement déformées, alors que les isoconcentrations restent concentrées près de toutes les parois de la cavité et la valeur de la concentration au centre de la cavité est constante $C=0,5$. L'écoulement est multicellulaire (deux cellules secondaires et une cellule principale) circulant dans le sens horaire et son intensité diminue avec l'angle θ . Les valeurs les plus élevées de pression sont situées au long des deux parois actives.

Alors que, dans le cas d'une cavité horizontale $\theta=90^\circ$, les gradients de température et de concentration deviennent verticaux. Les résultats obtenus, illustrés dans la figure 4.43, montrent que les isothermes sont des lignes déformées stratifiées suivant X et les isoconcentrations sont très concentrées près des parois actives et la valeur de la concentration au centre de la cavité est presque constante $C=0,5$. L'écoulement est multicellulaire (4 cellules : deux cellules circulant dans le sens horaire et les autres dans le sens antihoraire). Les plus grandes valeurs de la pression sont situées entre de chaque deux cellules et près des deux parois actives.



a- Isothermes b- Isoconcentrations c- Lignes de courant d- Contours de pression

Fig. 44.40 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=0.25, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.



a- Isothermes

b- Isoconcentrations

c- Lignes de courant

d- Contours de pression

Fig. 4.41 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour :

$Le=1, N=10, Ra=10^6, A=0.25, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

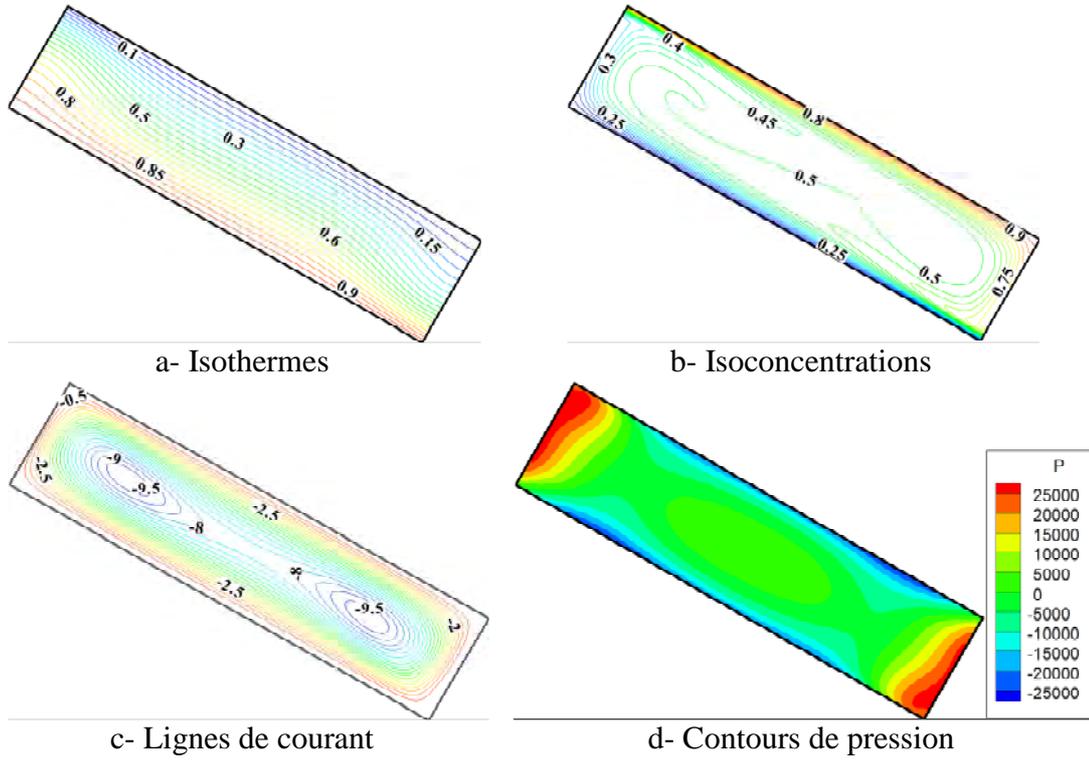


Fig. 4.42 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=0.5, Pr=0.71, \theta=60^\circ, Da=10^{-2}$.

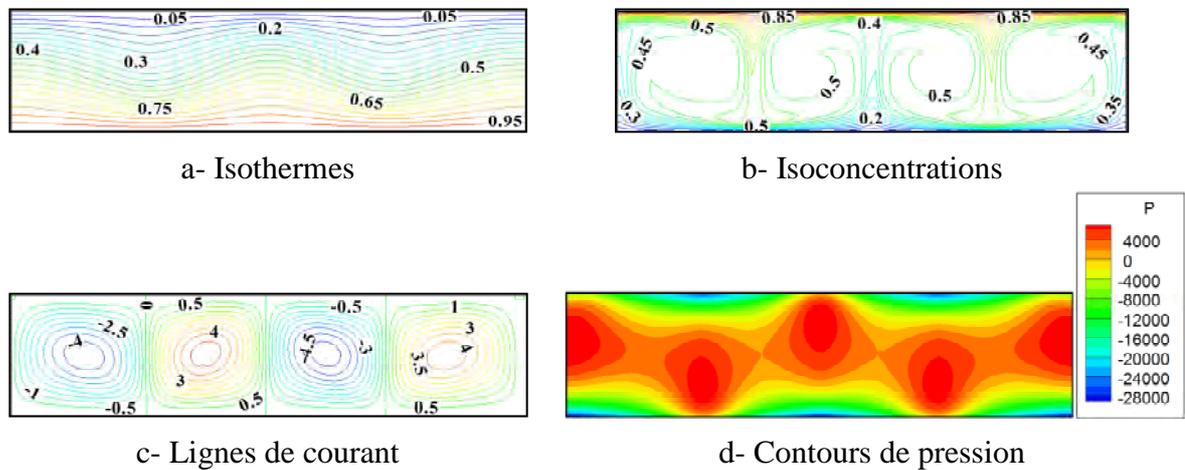


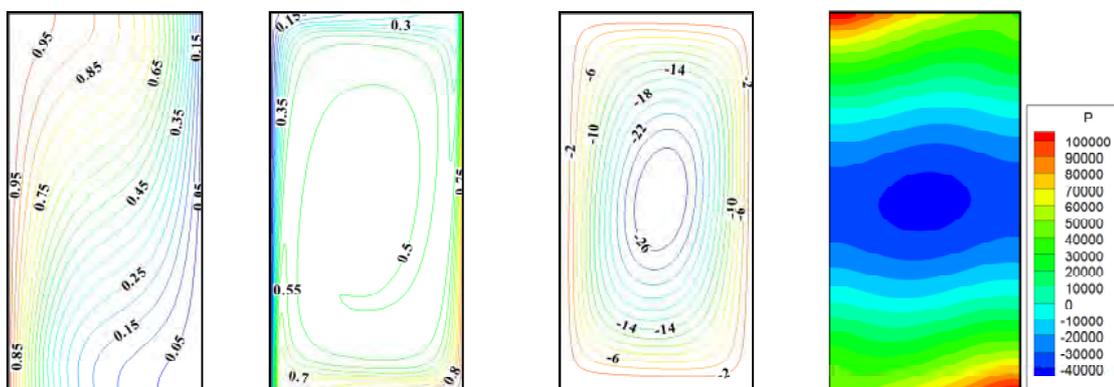
Fig. 4.43 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=0.25, Pr=0.71, \theta=90^\circ, Da=10^{-2}$.

4.5.1.2 Cas de $A=0.5$

La figure 4.44 illustre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de la pression obtenus pour une cavité verticale $\theta=0^\circ$ avec un rapport d'aspect $A=0.5$, on constate que des isothermes sont des lignes verticales largement déformées. Les isoconcentrations sont concentrées près des deux parois actives, au centre de la cavité la valeur de la concentration est constante $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus grandes de la pression sont situées aux deux coins inférieur droit et supérieur gauche de la cavité.

Dans le cas où $\theta=30^\circ$ et 60° , les résultats obtenus illustrés dans les deux figures 4.45 et 4.46, respectivement, montrent que les isothermes restent des lignes verticales largement déformées et les isoconcentrations restent plus concentrées près des parois actives et la valeur au centre de la cavité est constante $C=0,5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et son intensité augmente pour $\theta=30^\circ$ et diminue pour $\theta=60^\circ$. Les valeurs les plus élevées de pression sont situées au long des deux parois actives pour $\theta=30^\circ$ et sont situées aux des deux coins, inférieur droit et supérieur gauche.

Dans le cas d'une cavité horizontale $\theta=90^\circ$, les résultats obtenus illustrées dans la figure 4.47, montrent que les isothermes sont des lignes largement déformées.les isoconcentrations sont très concentrées près des parois actives. L'écoulement est bicellulaire (la cellule droite circule dans le sens horaire et l'autre dans le sens antihoraire) et les valeurs les plus élevées de pression sont situées entre les deux cellules et au proche des coins inférieurs de cavité.



a- Isothermes b- Isoconcentrations c- Lignes de courant d- Contours de pression

Fig. 4.44 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=0.5, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

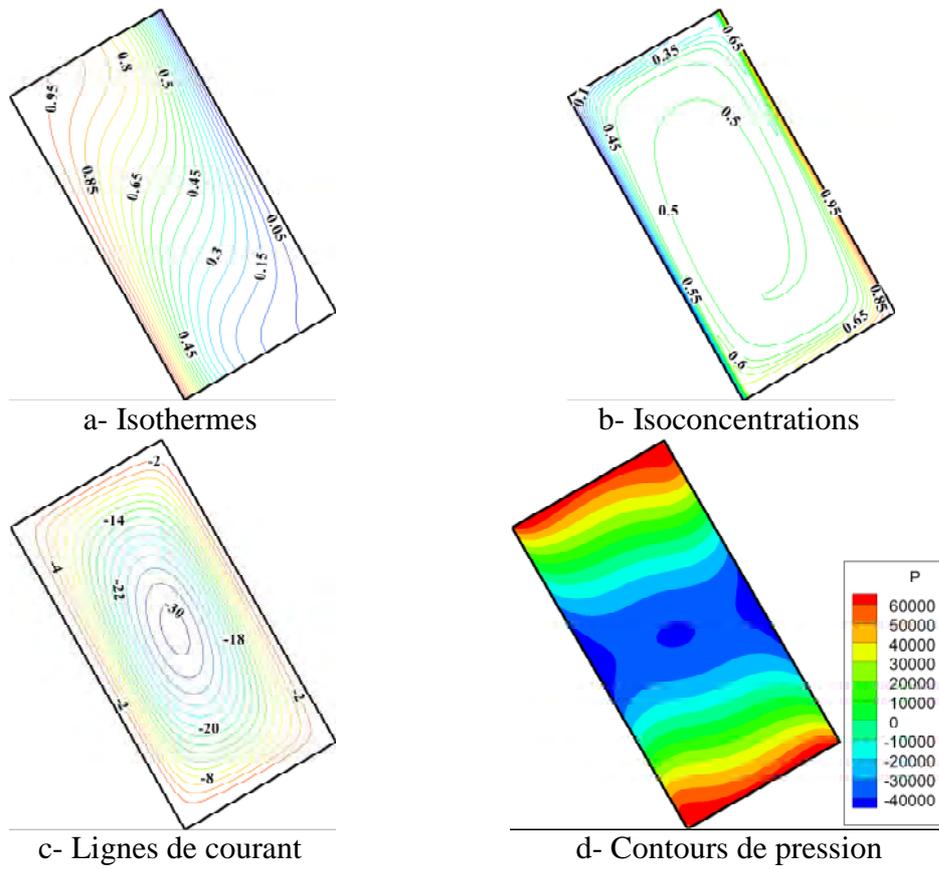


Fig. 4.45 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=0.5, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

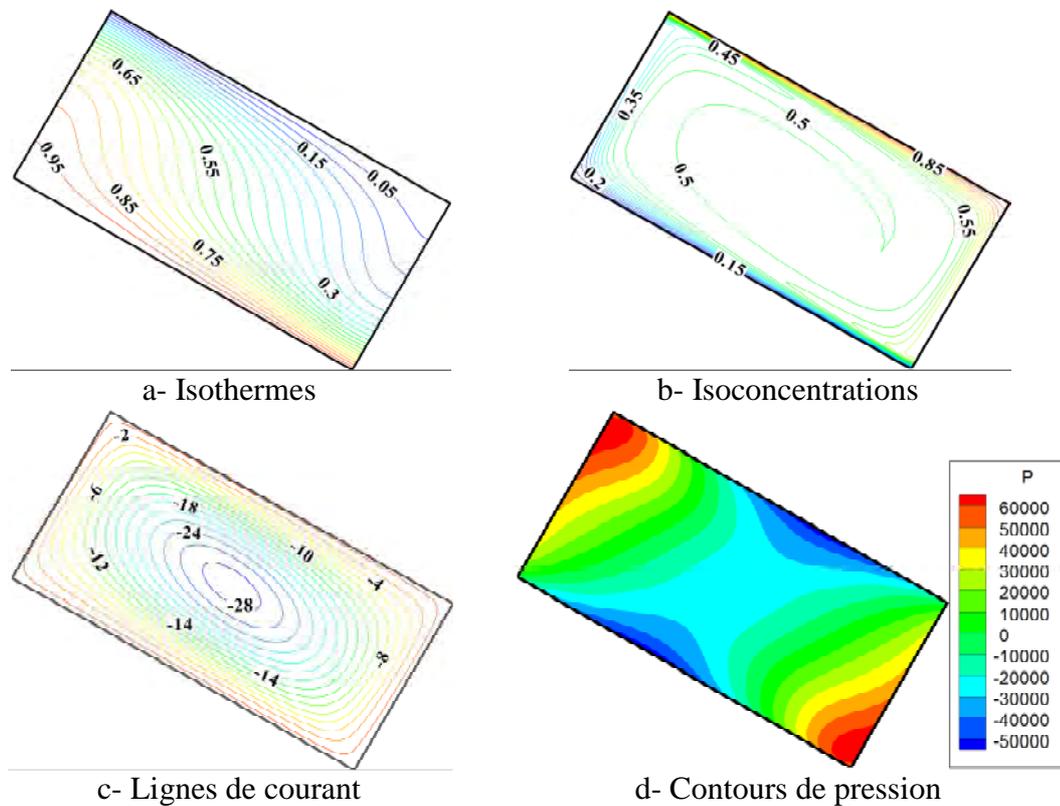


Fig. 4.46 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=0.5, Pr=0.71, \theta=60^\circ, Da=10^{-2}$.

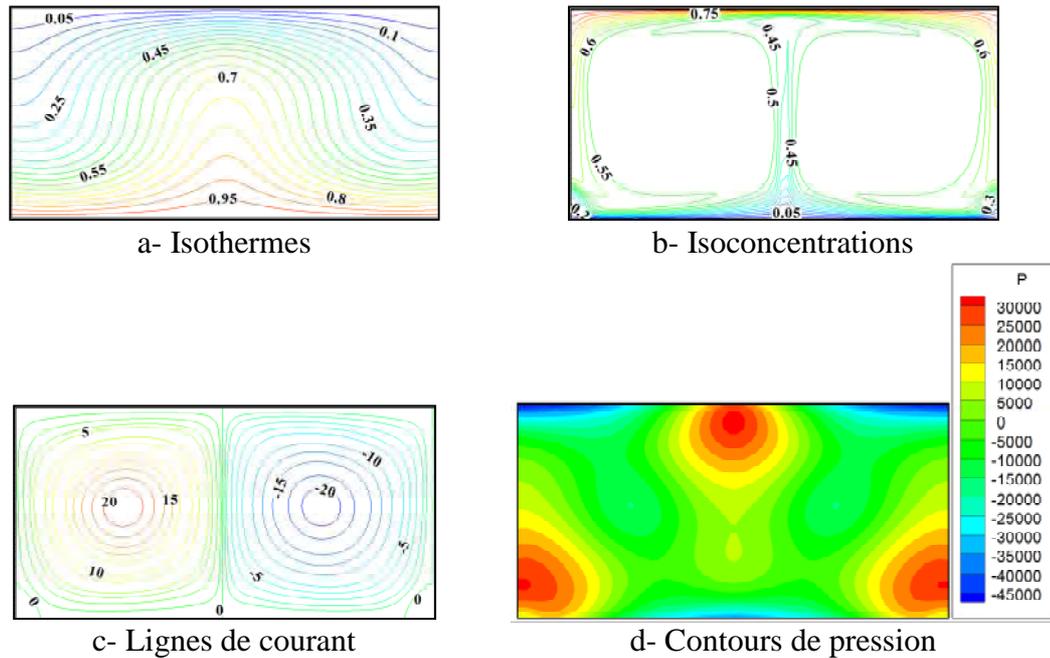


Fig. 4.47 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^6$, $A=0.5$, $Pr=0.71$, $\theta=90^\circ$, $Da=10^{-2}$.

4.5.1.3 Cas de $A=1$

La figure 4.48 illustre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de la pression obtenus pour valeur de $\theta=0^\circ$. On constate que des isothermes sont des lignes verticales largement déformées, les isoconcentrations se présentent sous forme d'une couche très mince près de toutes les parois de la cavité, au centre la valeur de la concentration est constante $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus grandes de la pression sont situées aux deux coins inférieur droit et supérieur gauche de la cavité. Dans le cas où $\theta=30^\circ$ et 60° , les figures 4.49 et 4.50, montrent, respectivement, que les isothermes sont des lignes largement déformées dans le sens du écoulement. Les isoconcentrations sont très concentrées près de toutes les parois de la cavité, au centre la valeur de la concentration est constante $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et son intensité augmente avec θ . Les valeurs les plus élevées de pression sont situées au long des deux parois actives pour $\theta=30^\circ$ et sont situées aux deux coins, inférieur droit et supérieur gauche. Dans le cas d'une cavité horizontale $\theta=90^\circ$, la figure 4.51 montre que les isothermes sont des lignes horizontales largement déformées. Les isoconcentrations sont plus concentrées près des parois actives de la cavité et au centre la valeur de concentration est constante $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire (avec deux petites cellules secondaires

circulant dans le sens antihoraire). Les grandes valeurs de la pression sont situées au deux coins, inférieur droit et supérieur gauche.

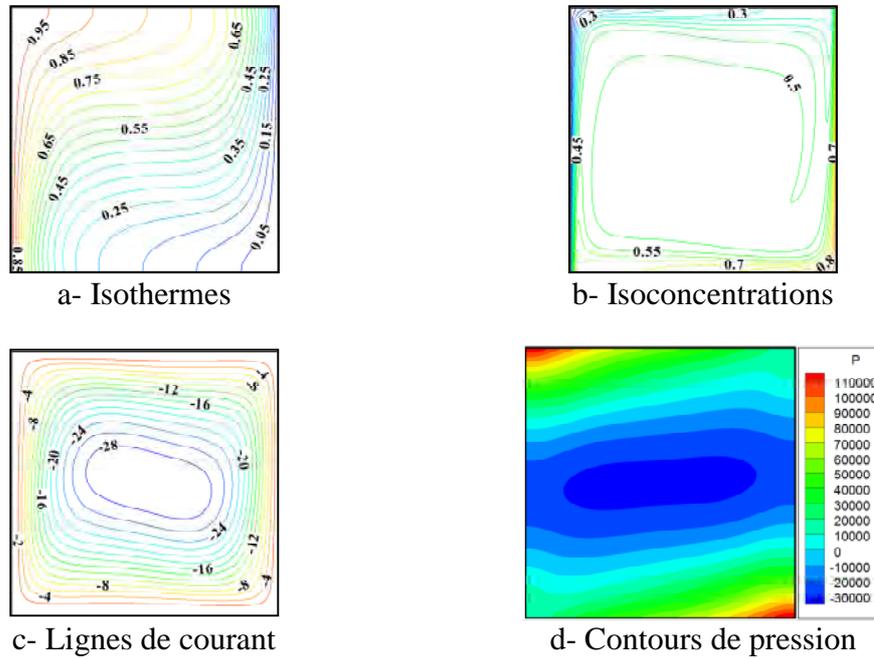


Fig. 4.48 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=1, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

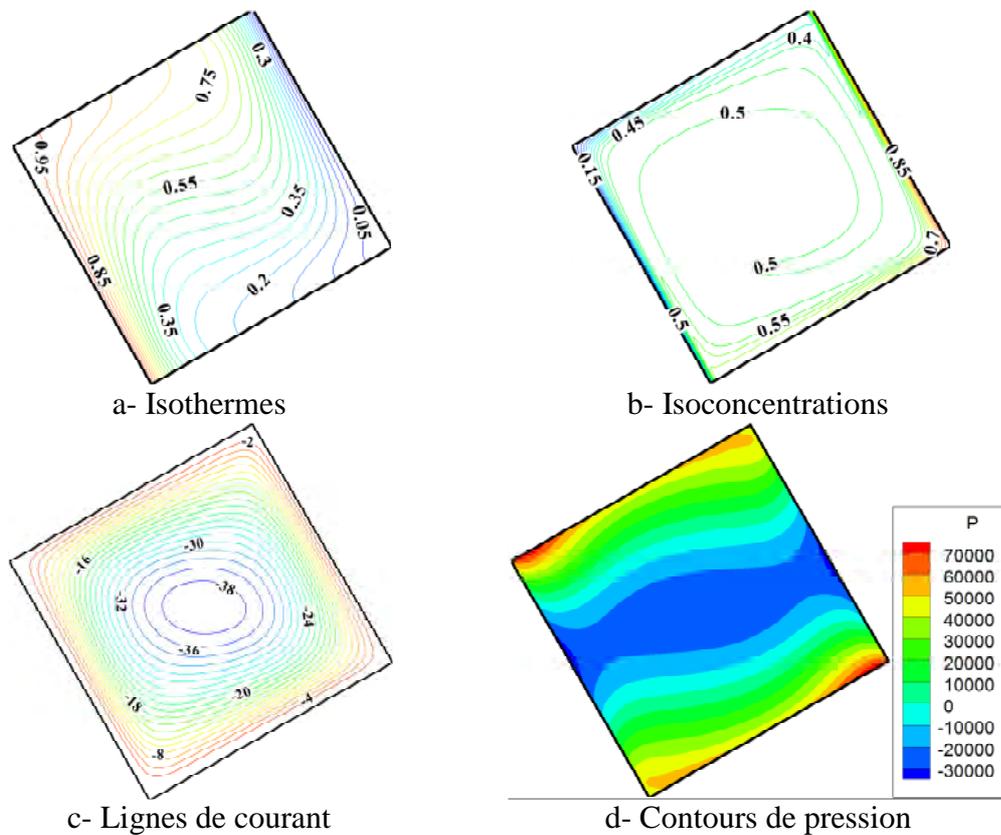


Fig. 4.49 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=1, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

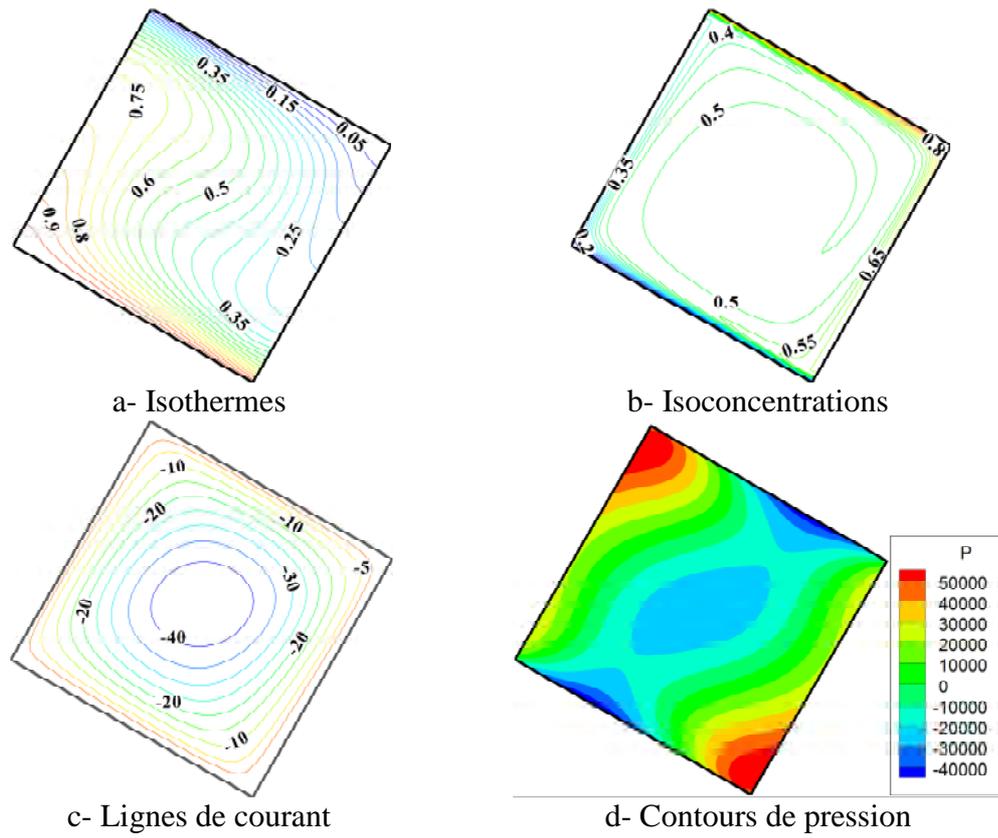


Fig. 4.50 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=1, Pr=0.71, \theta=60^\circ, Da=10^{-2}$.

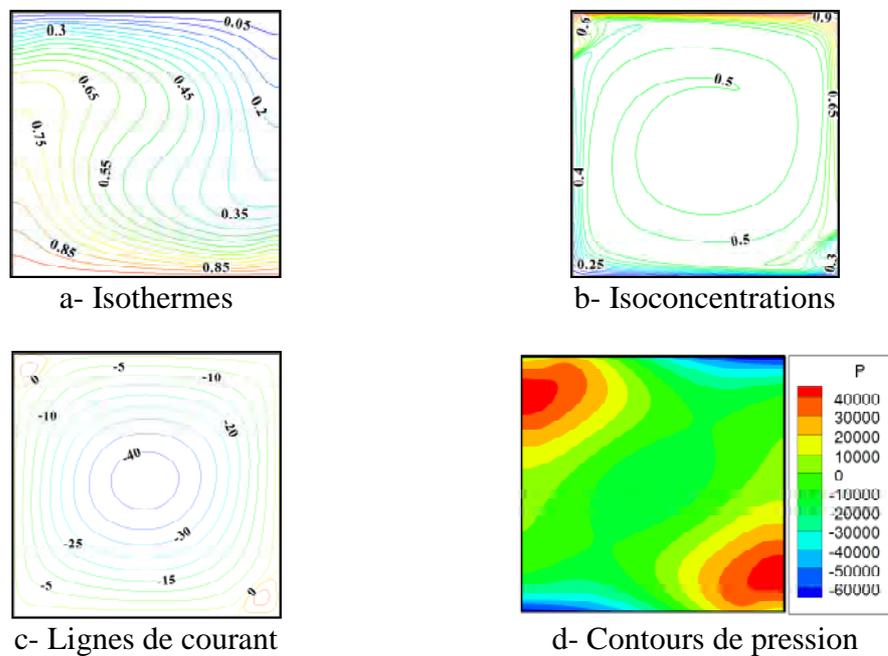


Fig. 4.51 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=1, Pr=0.71, \theta=90^\circ, Da=10^{-2}$.

4.5.1.4 Cas de A=2

La figure 4.51 illustre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de la pression obtenus pour une cavité horizontale $\theta=0^\circ$, les résultats montrent que les isothermes sont des lignes largement déformées. Les isoconcentrations sont concentrées près des parois actives de la cavité, au centre la valeur de la concentration est constante $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus grandes de la pression sont situées aux deux coins inférieur droit et supérieur gauche de la cavité.

Dans le cas où $\theta=30^\circ$ et 60° , les résultats obtenus illustrés dans les deux figures 4.52 et 4.53, respectivement, montrent que les isothermes restent des lignes largement déformées et les isoconcentrations restent aussi des lignes plus concentrées près des toutes les parois de la cavité et la valeur au centre de la cavité est constante $C=0,5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et son intensité augmente avec θ . Les valeurs les plus élevées de pression sont situées aux deux coins, inférieur droit et supérieur gauche de la cavité pour $\theta=30^\circ$ et sont situées aux toutes les coins de la cavité pour $\theta=60^\circ$.

Alors que, dans le cas d'une cavité verticale $\theta=90^\circ$, les résultats obtenus illustrés dans la figure 4.54 l'écoulement devient instable et le régime intransitoire apparaît.

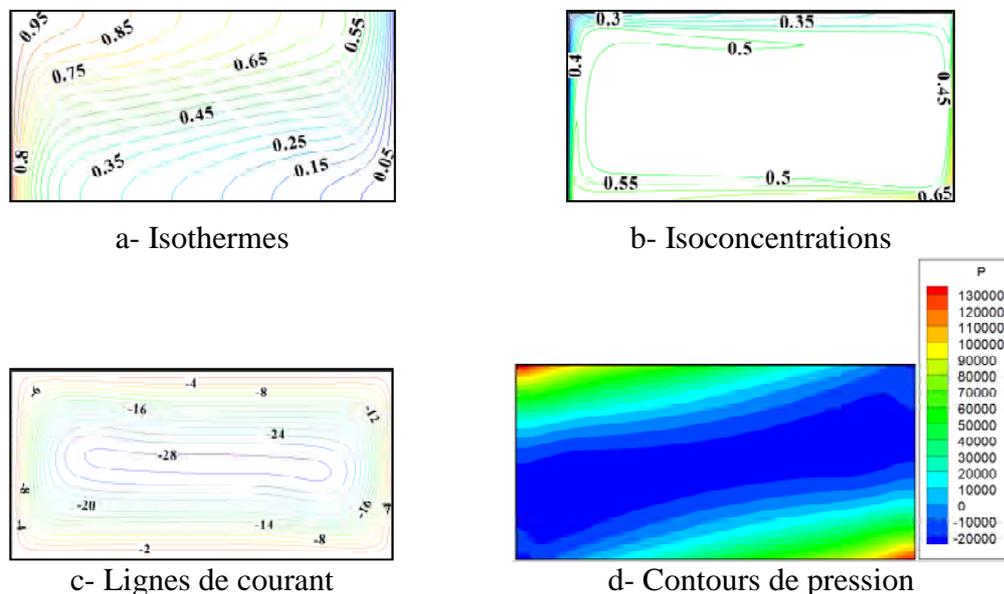


Fig. 4.52 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^6$, $A=2$, $Pr=0.71$, $\theta=0^\circ$, $Da=10^{-2}$.

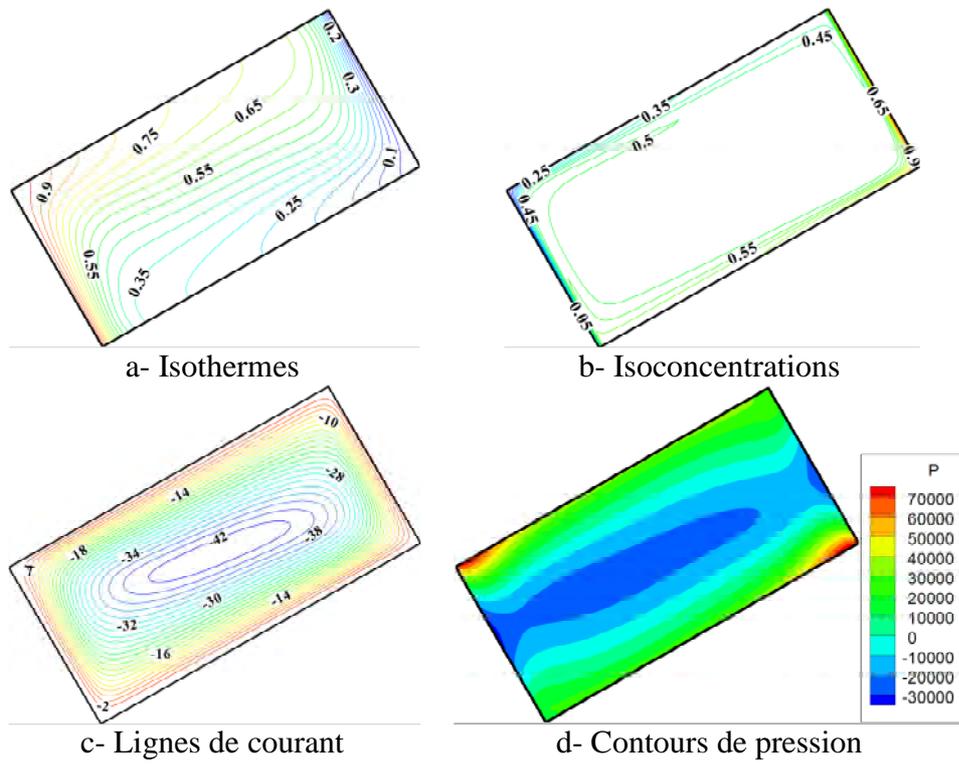


Fig. 4.53 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=2, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

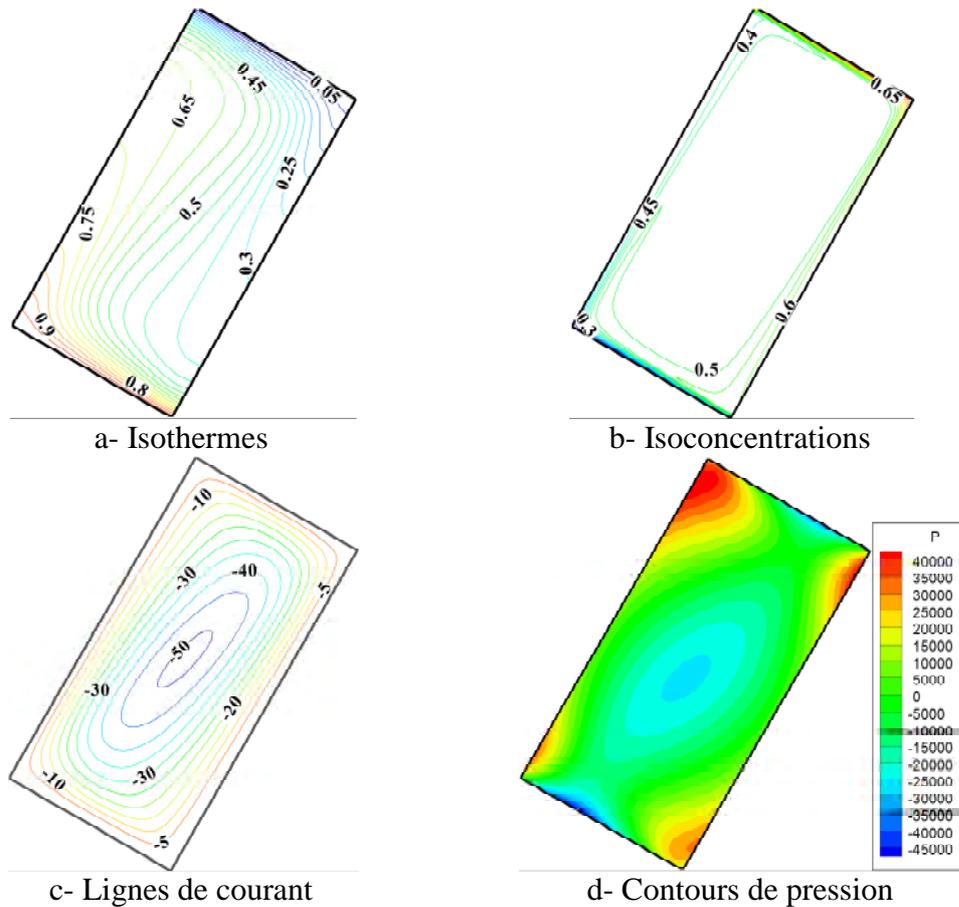


Fig. 4.54 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=2, Pr=0.71, \theta=60^\circ, Da=10^{-2}$.

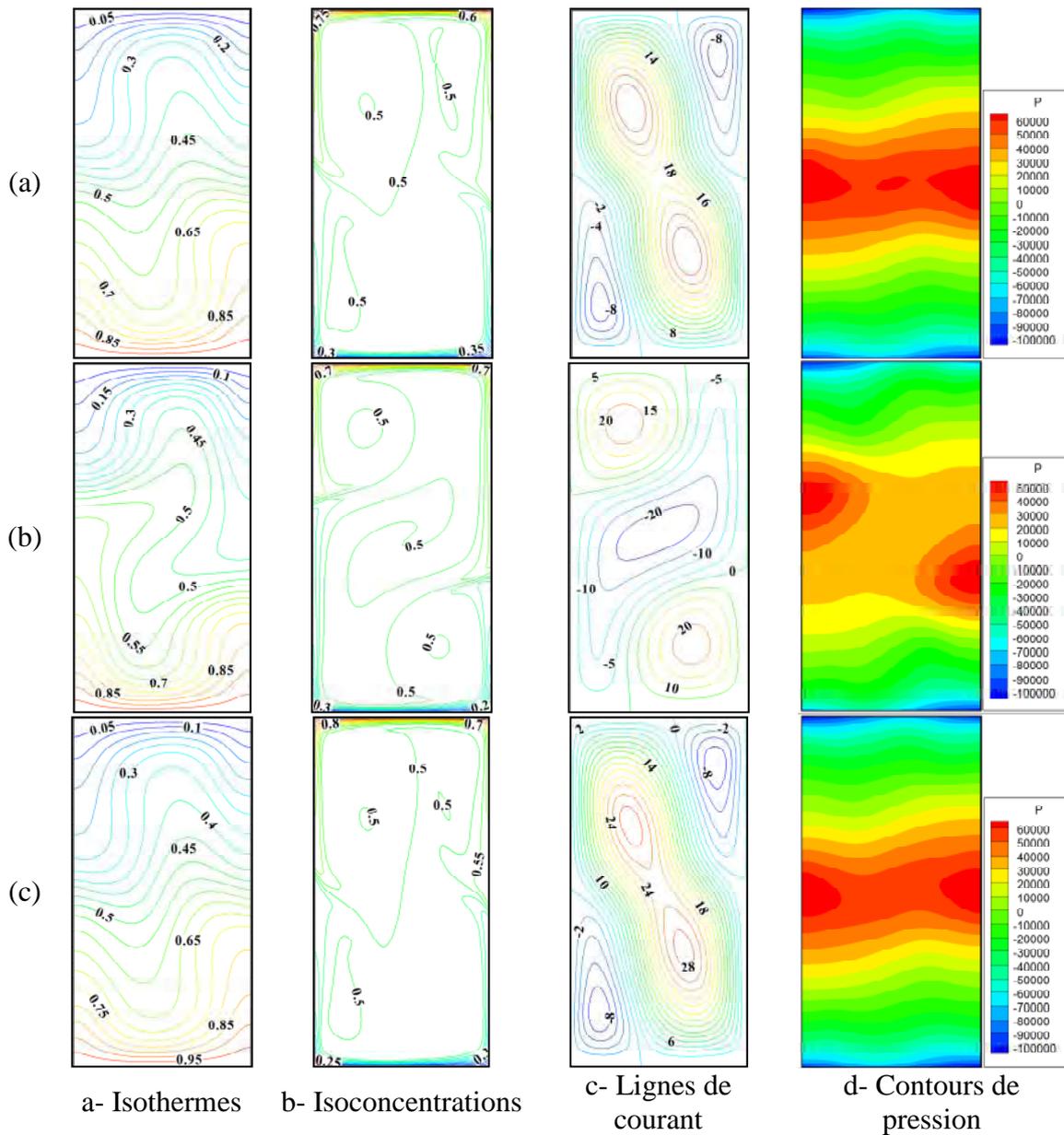


Fig. 4.55 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=2, Pr=0.71, \theta=90^\circ, Da=10^{-2}$.

4.5.1.5 Cas de $A=4$

La figure 4.56 illustre les isothermes, les isoconcentrations, les lignes de courant et les contours de la pression obtenus pour une cavité horizontale $\theta=0^\circ$. On constate que les isothermes sont des lignes verticales largement déformées dans le sens de l'écoulement. Les isoconcentrations sont présentées sous forme d'une couche mince près de toutes les parois de la cavité, au centre la valeur de la concentration est constante $C=0.5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et les valeurs les plus grandes valeurs de la pression sont situées aux deux coins inférieur droit et supérieur gauche de la cavité.

Dans le cas où $\theta=30^\circ$ et 60° , les résultats obtenus illustrés dans les deux figures 4.57 et 4.58, respectivement, montrent que les isothermes sont des lignes horizontales largement déformées et les isoconcentrations restent des lignes plus concentrées près de toutes les parois de la cavité et la valeur au centre est constante $C=0,5$. L'écoulement est monocellulaire circulant dans le sens horaire et son intensité augmente avec θ . Les valeurs les plus élevées de la pression deviennent plus proches au milieu des deux parois non actives.

Dans le cas d'une cavité horizontale $\theta=90^\circ$, les résultats obtenus illustrés dans la figure 4.59, montrent que l'écoulement devient instable et le régime intransitoire apparaît.

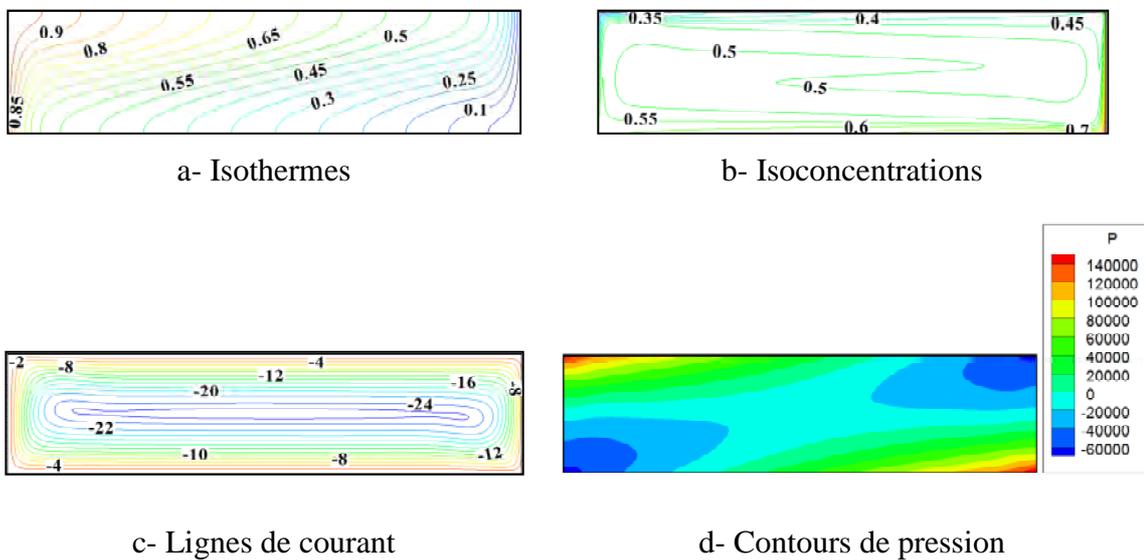


Fig. 4.56 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=4, Pr=0.71, \theta=0^\circ, Da=10^{-2}$.

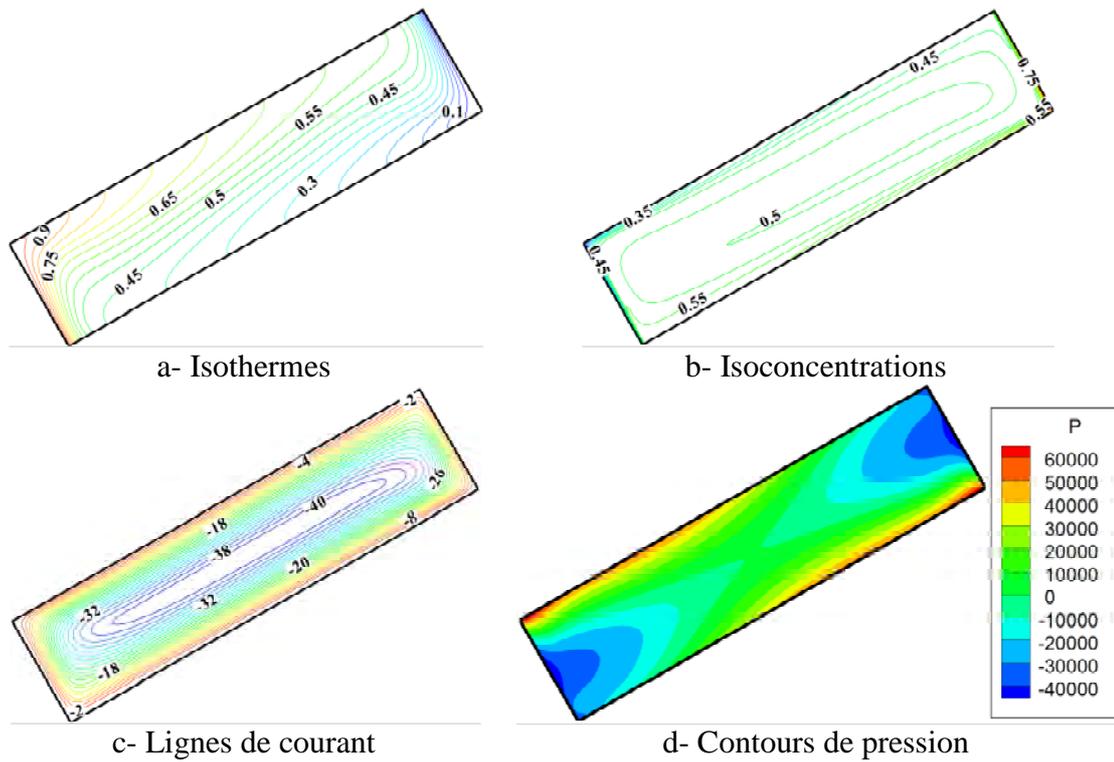


Fig. 4.57 : Isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=4, Pr=0.71, \theta=30^\circ, Da=10^{-2}$.

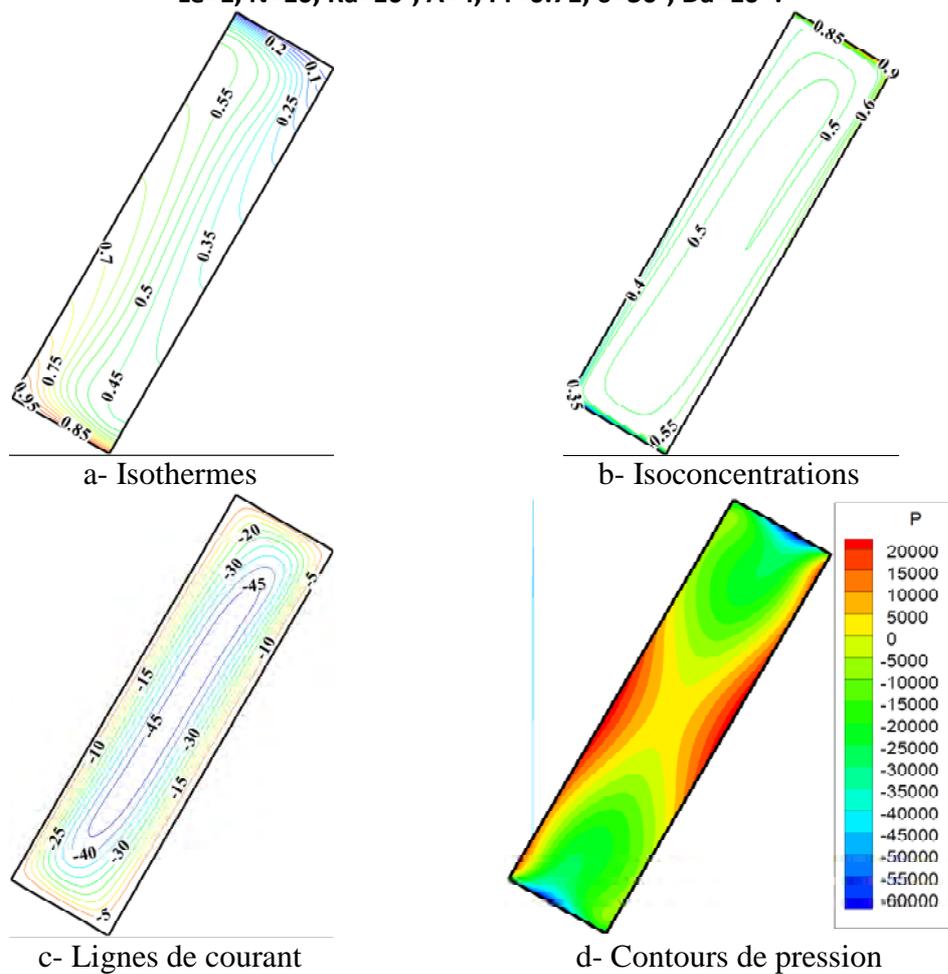


Fig. 4.58 : isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=4, Pr=0.71, \theta=60^\circ, Da=10^{-2}$.

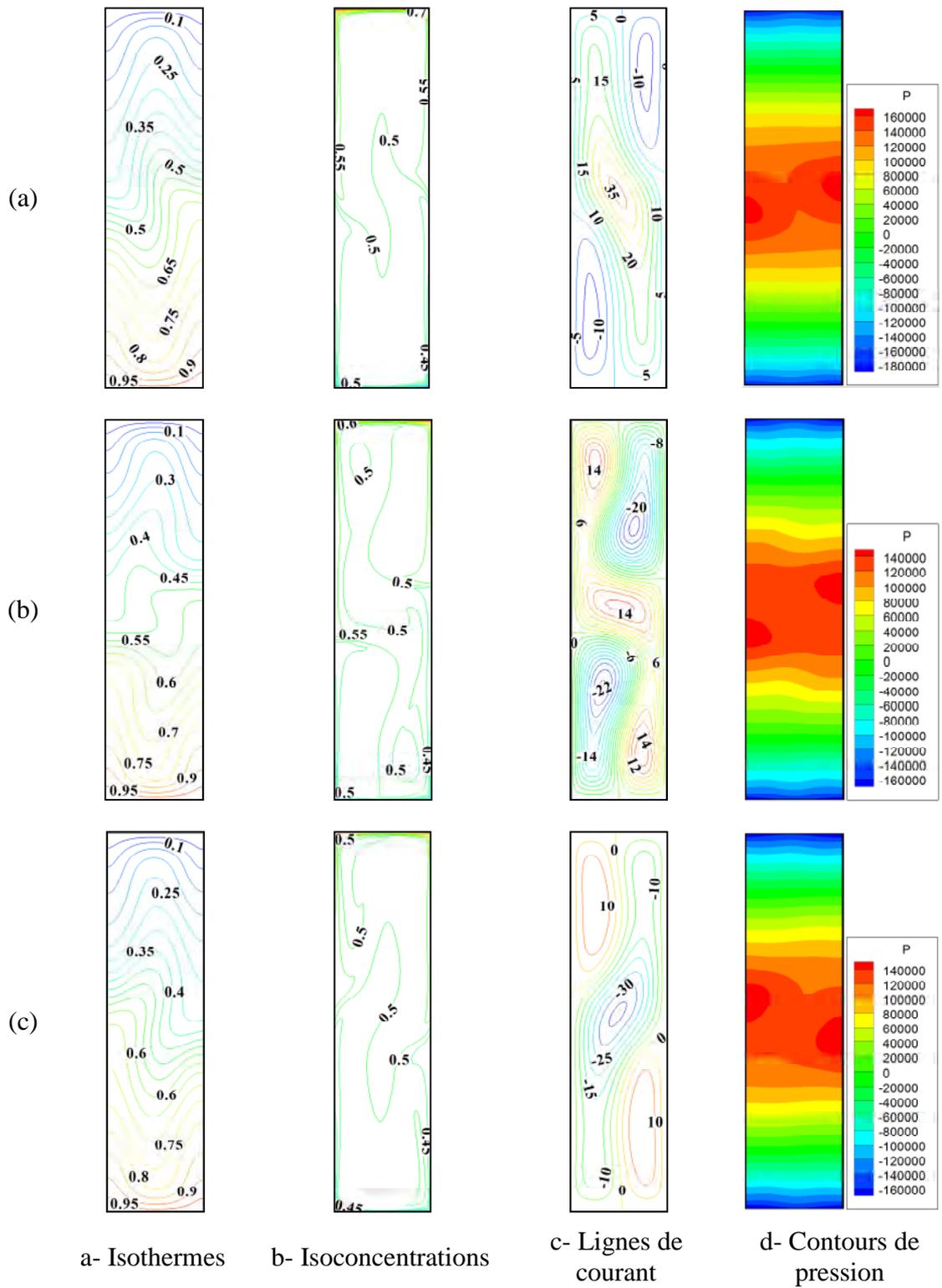


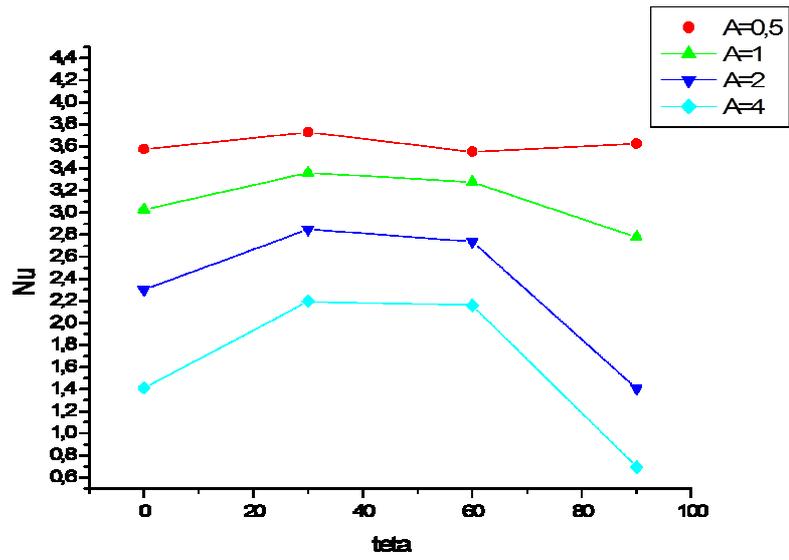
Fig. 4.59 : isothermes, isoconcentrations, lignes de courant et contours de pression pour : $Le=1, N=10, Ra=10^6, A=4, Pr=0.71, \theta=90^\circ, Da=10^{-2}$.

4.5.2 Transferts de chaleur et de masse

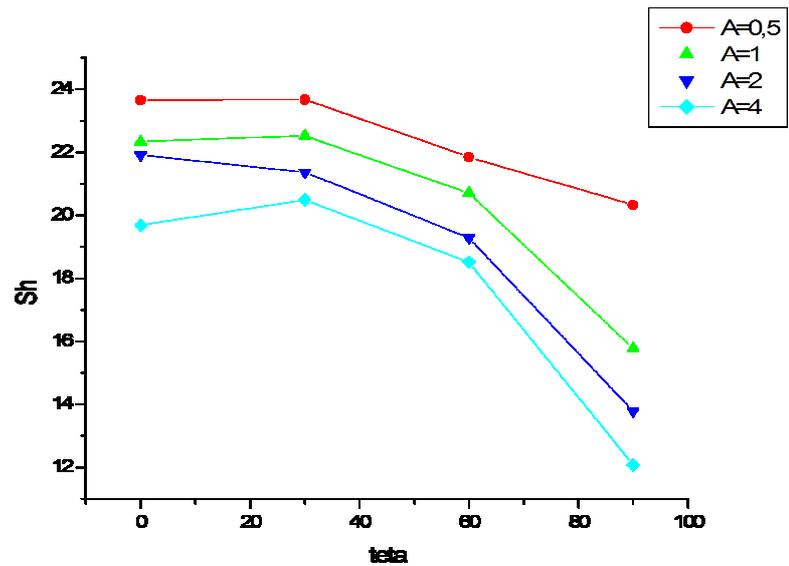
La figure 4.60 illustre l'influence de l'angle d'inclinaison de la cavité sur le transfert de chaleur et de masse pour une large gamme des valeurs de θ variant de $0^\circ < \theta < 90^\circ$, différentes valeur du rapport d'aspect, un nombre de Lewis de 10, un nombre de Rayleigh $Ra=10^6$, un nombre de Darcy $Da=10^{-2}$ et pour des forces de volume thermique et solutale de même intensité ($N=1$).

Les résultats obtenus montrent :

- Pour la gamme de $\theta < 30^\circ$, une augmentation du nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood avec l'augmentation de la valeur de l'angle d'inclinaison. Cette augmentation est due à l'accélération de l'écoulement qui reste proche des parois actives.
- Pour la gamme de $30^\circ < \theta < 60^\circ$, Une diminution du nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood avec l'augmentation de la valeur de l'angle d'inclinaison. Cette diminution est due à décélération de l'écoulement près des parois actives.
- Pour le cas $\theta=90^\circ$, les nombre de Nusselt et de Sherwood diminue (sauf pour $A=0,5$; le nombre de Nusselt augmente légèrement). Cette diminution est due aussi à la décélération de l'écoulement (tableau 4.4). Par contre l'augmentation pour $A=0,5$ est due à la présence de deux cellules qui aident le transfert.
- Pour une valeur d'angle d'inclinaison fixée, les nombres de Nusselt et de Sherwood diminuent avec l'augmentation de la valeur du rapport d'aspect puisque la longueur des paros active diminue, et le transfert de masse est plus élevé que celui de la chaleur.



(a)



(b)

Fig. 4.60 : Influence d'angle d'inclinaison sur le transfert de chaleur et de masse pour différents valeurs du rapport d'aspect : $Le=1$, $N=10$, $Ra=10^6$, $Da=10^{-2}$.

Le tableau 4.4 représente les taux de transfert de chaleur et de masse et les vitesses maximales horizontale et verticale dans l'enceinte. L'augmentation de la valeur de l'angle d'inclinaison provoque une augmentation puis une diminution des nombres de Nusselt et de Sherwood. Une augmentation de la vitesse maximale horizontale jusqu'à $\theta=60^\circ$ qui subit en suite un ralentissement. Par contre, la vitesse maximale verticale subit une augmentation jusqu'à $\theta=30^\circ$ puis une diminution. Les nombres de Nusselt et de Sherwood diminuent avec l'augmentation de la valeur du rapport d'aspect.

Tableau 4.4 : Caractéristiques de l'écoulement, dans le cas de l'influence de l'angle d'inclinaison.

Da	θ	\overline{Nu}	\overline{Sh}	Umax	Vmax
A=0,5	0°	3,57582	23,65822	109,3334	199,8344
	30°	3,72772	23,6821	124,8023	210,632
	60°	3,55232	21,85203	161,4396	189,8929
	90°	3,62625	20,32678	123,4815	135,2043
A=1	0°	3,02903	22,34334	112,8253	179,249
	30°	3,36231	22,53044	157,1885	197,1117
	60°	3,27636	20,70699	174,2109	182,908
	90°	2,77798	15,77791	157,6291	138,4959
A=2	0°	2,3033	21,92027	103,5708	157,0202
	30°	2,85017	21,37125	162,0376	183,6284
	60°	2,73828	19,286405	185,6674	164,4177
	90°	1,40836	13,775	167,1831	117,5472
A=4	0°	1,41112	19,68964	86,8884	126,0354
	30°	2,196173	20,490820	149,276200	164,190900
	60°	2,159767	18,513500	175,321200	152,589400
	90°	0,694505	12,0694	152,6639	92,73468

5. CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce travail, nous avons réalisé une étude numérique de la convection naturelle thermosolutale dans une cavité rectangulaire inclinée, remplie par un milieu poreux saturé par un fluide binaire (air et vapeur d'eau). Les parois verticales de l'enceinte sont soumises à des gradients de température et de concentration constants. Alors que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. L'approximation de Boussinesq et le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer sont utilisés pour établir le modèle mathématique décrivant le phénomène de la convection thermosolutale au sein du milieu poreux. La méthode des volumes finis est utilisée pour résoudre les équations mathématiques modélisantes. Ce problème est caractérisé par six paramètres de contrôle. Ce sont le rapport d'aspect A , le nombre de Darcy Da , le nombre de Rayleigh Ra , le nombre de Lewis Le , le rapport de buoyancy N et l'angle d'inclinaison θ . L'influence de Da , Ra , N , Le , A et θ sur la structure d'écoulement, le transfert de chaleur et sur le transfert de masse a été étudiée.

La variation du nombre de Darcy caractérisant la perméabilité du milieu fluide pour une large gamme ($10^{-7} \leq Da \leq 1$), provoque une forte influence sur la structure de l'écoulement ; l'intensité de l'écoulement est augmentée avec le nombre de Darcy et cette croissance est d'autant plus élevée que le nombre de Rayleigh est élevé. Pour les valeurs du nombre de Darcy les plus faibles, le milieu poreux se comporte comme une paroi imperméable et l'intensité de l'écoulement est presque négligeable.

On constate que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du nombre de Lewis. Ce décroissement est dû à la diminution de la force de volume thermique résultant de l'augmentation du nombre de Lewis. Les valeurs du nombre de Sherwood augmentent avec l'accroissement du nombre de Lewis lorsque la force de volume solutale augmente avec l'augmentation du nombre de Lewis, ce qui provoque un ralentissement de l'intensité de l'écoulement puisque le transfert de masse freine la circulation du fluide.

Quant à la variation du nombre de Rayleigh, elle provoque une forte influence sur la structure de l'écoulement ; son intensité est augmentée avec le nombre de Rayleigh et cette croissance est due à l'accroissement des écarts de température et de concentration (les gradients thermique et solutale) résultant de l'augmentation du nombre de Rayleigh.

La variation de l'angle d'inclinaison jusqu'à 30° donne une augmentation du transfert de chaleur et de masse. Cette augmentation est due à l'accélération de l'écoulement. L'écoulement reste proche des parois active. Pour $30^\circ < \theta < 60^\circ$, on obtient une diminution de transfert de chaleur et de masse. Cette diminution est causée par la décélération de l'écoulement près des parois active. Dans le cas $\theta = 90^\circ$ (les parois actives deviennent horizontales), le transfert de chaleur et de masse diminue. Cette diminution est due aussi à la décélération de l'écoulement. Exceptionnellement, pour $A = 0,5$ le transfert de chaleur augmente, cette croissance est due à la présence de deux cellules qui aident le transfert.

La variation de la valeur du rapport d'aspect provoque une diminution de transfert de chaleur et de masse puisque la longueur des parois active diminue.

Ce travail a fait l'objet de deux communications, Boumaraf *et al.* et Djebli *et al.*

Pour approfondir les connaissances dans ce travail de grand intérêt, de nombreux points nécessitent encore une étude plus approfondie, en l'occurrence :

- Reprendre la même étude pour un milieu poreux anisotrope
- Sachant que cette étude n'a pas pris en considération l'effet de la troisième direction sur la convection, une étude tridimensionnelle pourrait par conséquent constituer une suite naturelle de ce travail afin d'analyser réellement les différentes structures convectives.
- Étudier d'autres conditions aux frontières.
- L'influence des effets Soret et de Dufour.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. ALLOUI Z., DUFAUA L., BEJI H., VASSEUR P., Multiple steady states in a porous enclosure partially heated and fully salted from below Int. J. of Therm. Sci. vol. 48, pp. 521–534, 2009.
2. AMAHMIDA A., HASNAOUIA M., VASSEUR P., Étude analytique et numérique de la convection naturelle dans une couche poreuse de Brinkman doublement diffusive Int. J. of Heat and Mass Transfer vol. 42, pp. 2991-3005, 1999a.
3. AMAHMID A., HASNAOUI M., MAMOU M., VASSEUR P., Double-diffusive parallel flow induced in a horizontal Brinkman porous layer subjected to constant heat and mass fluxes: analytical and numerical studies. Heat and Mass Transfer vol. 35, pp. 409-421, 1999b.
4. BAHLOUL A., KALLA L., BENNACER R., BEJI H., VASSEUR P., Natural convection in a vertical porous slot heated from below and with horizontal concentration gradients. Int. J. of Therm. Sci. vol. 43, pp. 653–663, 2004.
5. BEN HAMED H., BENNACER R., SAMMOUD H., LANGLET T., Analyse de stabilité de la convection naturelle thermosolutale dans un milieu de darcy. 13èmes Journées Int. de Thermique. Albi, France du 28 au 30 Août, 2007.
6. BENNACER R., BEJI H., MOHAMAD A., Double diffusive convection in a vertical enclosure inserted with two saturated porous layers confining a fluid layer. Int. J. of Therm. Sci. vol. 42, pp. 141–151, 2003.
7. BENNACER R., MOHAMAD A., AKROUR D., Transient natural convection in an enclosure with horizontal temperature and vertical solutal gradients. Int. J. Therm. Sci. vol. 40, pp. 899–910, 2001.
8. BENNACER R., TOBBAL A., BEJI H., VASSEUR P., Double diffusive convection in a vertical enclosure filled with anisotropic porous media. Int. J. Therm. Sci. vol. 40, pp. 30–41, 2001.

9. BENNACER R., TOBBAL A., BEJI H., Convection naturelle Thermosolutale dans une Cavité Poreuse Anisotrope: Formulation de Darcy-Brinkman. *Rev. Energ. Ren.* Vol. 5, pp. 1-21, 2002.
10. BERA P., KHALILI A., Double-diffusive natural convection in an anisotropic porous cavity with opposing buoyancy forces: multi-solutions and oscillations. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* vol. 45, pp. 3205–3222, 2002.
11. BOUMARAF A., DJEBLI A., BENISSAAD S., Simulation numérique de la convection naturelle bidiffusive dans un milieu poreux en cavité inclinée. Séminaire International sur les Technologies Mécaniques, SITEM'2009, les 05 et 06 Décembre 2009, université Abou-Beker Belkaid – Tlemcen.
12. BOURICH M., HASNAOUI M., AMAHMID A., Double-diffusive natural convection in a porous enclosure partially heated from below and differentially salted. *Int. J. of Heat and Fluid Flow* vol. 25, pp. 1034–1046, 2004.
13. CHAMKHA A., AL-NASER H., double-diffusive convection in an inclined porous enclosure with opposing temperature and concentration gradients. *Int. J. Therm. Sci.* vol. 40, pp. 227–244, 2001.
14. DJEBLI A., BOUMARAF A., BENISSAAD S., Étude de la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte rectangulaire inclinée. Soumise au 10ème séminaire international sur la physique énergétique Béchar, novembre 2010.
15. GOYEAU B., SONGBE J.-P., GOBIN D., Numerical study of double-diffusive natural convection in a porous cavity using the Darcy-Brinkman formulation. *Int. J. Heat Mass Transfer.* Vol. 39, No. 7, pp. 1363-1378, 1996.
16. KALLA L., GOUJON-DURAN S., VASSEUR P., ROBILLARD L., Double-diffusive convection in a horizontal porous layer. CIMASI, EHTP Casablanca Maroc, octobre 23-25, 2000.
17. KHANAFER K., VAFAI K., Double-diffusive mixed convection in a lid-driven enclosure filled with a fluid saturated porous medium. *Numerical Heat Transfer, Part A*, vol. 42, pp. 465-486, 2002.
18. LAURIAT G., Prasad V., Natural convection in a vertical porous cavity: a numerical study for Brinkman-extended Darcy formulation, *J. Heat Transfer*, vol. 109, pp. 688-696, 1987.

19. MAHIDJIBA A., ROBILLARD L., VASSEUR P., Onset of penetrative convection of cold water in a porous layer under mixed boundary conditions. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* vol. 49, pp. 2820–2828, 2006 (a).
20. MAMOU M., convection thermosolutale dans des milieux poreux et fluide binaire. Thèse de doctorat, université Montréal. École polytechnique de Montréal, 1998.
21. MAMOU M., VASSEUR P., BILGEN E., multiple solutions for double diffusive convection in a vertical porous enclosure. *Int. J. Heat and Mass Transfer* vol. 38, N° 10, pp. 1787-1798, 1995.
22. MAMOU M., VASSEUR P., BILGEN E., a Galerkin finite-element study of the onset of double diffusive convection in an inclined porous enclosure. *Int. J. heat mass transfer* vol. 41. N° 11, pp. 1513-1529, 1998.
23. MARCOUX M., KARIMI-FARD M., Charrier-Mojtabi M., Naissance de la convection thermosolutale dans une cellule rectangulaire poreuse soumise des flux de chaleur et de masse *Int. J. Therm. Sci.* vol. 38, pp. 258-266, 1999.
24. MOHAMAD A., BENNACER R., Natural convection in a confined saturated porous medium with horizontal temperature and vertical solutal gradients. *Int. J. Therm. Sci.* vol. 40, pp. 82–93, 2001.
25. MOHAMAD A., BENNACER R., Double diffusion, natural convection in an enclosure filled with saturated porous medium subjected to cross gradients; stably stratified fluid. *Int. J of Heat and Mass Transfer* vol. 45, pp. 3725–3740, 2002.
26. MOHAMAD A., BENNACER R., AZAIEZ J., Double diffusion natural convection in a rectangular enclosure filled with binary fluid saturated porous media: The effect of lateral aspect ratio. *Physics of fluid* vol. 16. N° 1, pp.1070-6631, 2004.
27. NIELD D. A., BEJAN A., *Convection in porous media*. Third edition, Springer, 2006.
28. OZTOP H., Natural convection in partially cooled and inclined porous rectangular enclosures. *Int. J. of Therm. Sci.* vol. 46, pp. 149–156, 2007.
29. PATANKAR S. V., *Numerical Heat transfer and fluid flow*. Hemisphere, Washington, DC, 1980.

30. Spalding D. B., A novel finite-difference formulation for differential expressions involving both first and second derivatives, *Int. J. Num. Methods Eng.*, vol. 4, pp. 551, 1972.
31. YOUNSI R., HARKATI A., KALACHE D., Numerical simulation of double-diffusive natural convection in porous cavity: opposing flow. *The Arabian Journal for Science and Engineering*, vol. 27, N° 1C, 2002.
32. YOUNSI R., Simulation numérique du transfert de chaleur et de masse en milieux fluides et poreux. Thèse de doctorat, université des sciences et technologies Houari Boumediene, Alger, 2002.

Résumé

Dans ce travail, la convection naturelle thermosolutale dans une enceinte rectangulaire inclinée bidimensionnelle a été étudiée numériquement. La matière poreuse dans l'enceinte est isotrope saturée par un fluide binaire. Les parois horizontales de l'enceinte sont adiabatiques et imperméables. Par contre les parois verticales sont soumises à des températures et des concentrations constantes et différentes. Le fluide est l'air et la substance diffusée dans l'air de l'enceinte est la vapeur d'eau. La formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer a été employée pour décrire l'écoulement dans le milieu poreux dans l'enceinte. Les équations couplées modélisantes sont discrétisées numériquement par la méthode des volumes finis. La résolution a ensuite été effectuée par la procédure de double balayage (ADI) et le couplage pression-vitesse par l'algorithme (SIMPLER). Les résultats obtenus ont permis d'étudier la structure de l'écoulement et les transferts de chaleur et de masse dans le milieu poreux, en fonction des différents paramètres tels que le nombre de Darcy (Da), le nombre de Lewis (Le), le nombre de Rayleigh (Ra), le rapport de buoyancy (N), le rapport d'aspect (A) et l'angle d'inclinaison (θ).

Mots clés : Convection naturelle thermosolutale/ milieux poreux/ modèle de Darcy Brinkman-Forchheimer/ volumes finis/ Transferts de chaleur et de masse

Abstract

The numerical study of the natural convection thermosolutal in a two-dimensional rectangular enclosure was studied. The Porous matter in the enclosure is isotropic and saturated by a binary fluid. The horizontal walls of the enclosure are adiabatic and impermeable. On the other hand the vertical walls are maintained at different constant temperatures and concentrations. The fluid is air and the substance diffused in the air of the enclosure is the vapor. The formulation of Darcy-Brinkman-Forchheimer is used to describe the flow in the enclosure filled with porous media. The modeling equations are discretized numerically with the finite volumes method. The Resolution was made by the procedure (ADI) and the coupling pressure-velocity by the algorithm (SIMPLER). Obtained results is allowed to study flow structure and heat and mass transfer in the porous medium with different parameters such as the Rayleigh number, the Darcy number, the Lewis number, aspect ratio, buoyancy ratio and the inclination angle.

Key words: Thermosolutal natural convection/ Porous medium/ model of Darcy-Brinkman-Forchheimer/ finite volumes/ Heat and mass transfer.

ملخص

في هذه المذكرة، الحمل الطبيعي الحراري المادي في نطاق مستطيل مائل ثنائي البعد مدروس عددياً. المادة النافذة داخل هذا النطاق متجانسة و مشبعة بمائع ثنائي. الجدران الأفقية للنطاق كاظمين و غير نافذين من ناحية أخرى الجدران العمودية يخضعان إلى درجات حرارة و تراكيز ثابتة ومختلفة. المائع داخل هذا النطاق هو الهواء و المادة المنتشرة فيه هي بخار الماء. نموذج دارسي برنكمان فورشمير استعمل في دراسة السريان في المادة النافذة الموجودة في داخل النطاق. المعادلات المستخرجة تم تحويلها حسابياً بالطريقة الرقمية للحجوم المنتهية. الحل بعد ذلك تم باستعمال الطريقة (ADI) و المزج بين الضغط و السرعة باستعمال خوارزمية (SIMPLER). سمحت النتائج المكتسبة لدراسة التبادلات المختلفة للحرارة والكتلة، واستخراج مختلف التراكيز ودرجات الحرارة في المادة النافذة طبقاً لعدة عوامل مختلفة مثل عدد دارسي، عدد لويس، عدد رايلي، النسبة بين قوى الحجوم الحرارية و المادية وزاوية الميل.

الكلمات الدالة: الحمل الطبيعي الحراري المادي/ المادة النافذة/ نموذج دارسي برنكمان فورشمير/ الحجوم المنتهية.