REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR.

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE

Présenté en vue d'obtenir le diplôme de

MAGISTER en Génie Mécanique

Option: CONSTRUCTION

SIMULATION NUMERIQUE DU COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE CYCLIQUE DES MATERIAUX DE CONSTRUCTION

Par

BOUMAHRAT Noureddine

Soutenu le:
Devant le jury:

Président :	Université Mentouri Constantine
Rapporteur :	Université Mentouri Constantine
Examinateur :	Université Mentouri Constantine
Examinateur :	Université Mentouri Constantine

Année 2009

REMERCIEMENT

Je voulais remercier mon promoteur Pr.MEZIANI pour l'aide précieuse que m'avez apportée.

Je tiens à remercier : ma mère, mon paire, mes frères et sœurs

Merci a mes amies : Mehdi, Fouaze, Redouane.

Merci a tous les enseignants qui ont participer a ma formation durant toutes mes études universitaires.

Merci enfin a tous ceux qui mon entendu, qui mon compris et qui ont bien voulu m'aider.

BOUMAHRAT Noureddine

Table des matières

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE

Contexte industriel ………………………………………………………………... 5

Objectif de l'étude ……………………………………………………………… 7

Organisation du mémoire……………………………………………………….. 7

CHAPITRE I : Introduction aux phénomènes cycliques

I.1 Théorie De Plasticité……………………………………………………… 9

I.2 Critères De Plasticité ……………………………………………………… 9

I.3 Critère De Fatigue Multiaxiale À Grand Nombre De Cycles ……………….. 10

I.3.1 Critère de Tresca (1868)……………………………………………... 10

I.3.2 Critère de Von Mises (1913)………………………………………… 10

I.3.3 Critère de Mohr-Coulomb (ou de Coulomb-Navier)…………………... 11

I.3.4 Critère de HILL …………………………………………………………... 12

I.4 Critère De Résistance……………………………………………………… 12

I.5 Mécanismes Physiques De Déformation……………………………………... 13

I.5.1 Déformation élastique…………………………………………………... 13

I.5.2 Déformation permanente……………………………………………….. 13

I.5.2.1 Déformation par glissement et maclage…………………………… 13

I.5.2.2 Déformation par mouvements de dislocations……………………. 14

I.5.3- Déformations visqueuses………………………………………………. 15

I.6 Cycles De Déformation……………………………………………………..... 15

I.6.1 Cycle a contrainte imposé ……………………………………………... 16

I.6.2 Cycle a déformation imposée …………………….…………………… 17

I.7 Les Briques Pour La Construction D'un Modèle…………………………….. 17

CHAPITRE II : Etude des différents modes de comportement

II.1 Comportement mécanique en fatigue plastique des matériaux……………… 19

II.1.1. Effet BAUCHINGER………………………………………………… 19

II.1.2 Effet de ROCHET……………………………………………………... 20

II.1.3 Durcissement -adoucissement cyclique……………………………….. 20

II.2 Comportement sous sollicitations cycliques multiaxiales…………………… 22

II.3 Comparaison du comportement sous différentes directions de sollicitation… 22

II.4 Schématisation de l'écrouissage……………………………………………... 23

II.4.1 écrouissage isotrope………………………………………………… 23

II.4.2 écrouissage cinématique…………………………………………….. 24

II.4.3 bilan………………………………………………………………… 25

II.5 Chargements cycliques……………………………………………………. 25

II.5.1 critère de charge - décharge…………………………………..…….. 26

II-5.2 définition du trajet chargement…………………………………….. 26

II-5.3 Influence de la forme du trajet de chargement ………………………... 28

CHAPITRE III : Lois de comportement

III.1 Formulation des lois de comportement…………………………..….. 32

III.1.1 Hypothèse de partition…………………………………………….... 32

III.1.2 Choix des variables thermodynamiques………………………………. 32

III.2 Lois a écrouissage isotrope……………………..……………………... 33

III.2.1 Lois a écrouissage isotrope linéaire…………………………………... 34

III.2.2 Loi a écrouissage isotrope non linéaire………………………………. 35

III.3 lois a écrouissage cinématique……………………..…………………….. 35

III.3.1 Loi a écrouissage cinématique linéaire (loi de PRAGER)……………. 37

III.3.2 Loi a écrouissage cinématique non linéaire (modèle d'AMSTRONG et FREDERICK) 38

III.3.3 Loi a écrouissage isotrope et cinématique non linéaire (modèle de CHABOCHE) 39

CHAPITRE IV : Identification des différents paramètres simulation numérique des modèles cycliques

IV.1 modèle a écrouissage isotrope linéaire……………………………………… 41

IV.2 modèle a écrouissage isotrope non linéaire…………………………………. 43

IV.3 modèle de PRAGER……………………………………………………… 45

IV.4 model d' AMSTRONG et FREDERICK…………………………………… 47

IV.5 modèle de CHABOCHE…………………………………………………….. 49

CHAPITRE V : Interprétation des résultas

V.1 Résultats de simulation……………………………………………………. 54

V.1.1 Modèle a écrouissage isotrope non linéaire……………………………. 54

V.1.2 Modèle de PRAGER…………………………………………………… 56

V.1.3 Modèle D' AMSTRONG et FREDERICK…………………………….. 58

V.1.4 Modèle de CHABOCHE………………………………………………. 60

V.2 Commentaire sur les résultats………………………………………………... 61

V.3 Tests sur des essais combinant la traction et la torsion………………………. 62

V.3.1 Premier cas : Déformation imposée en traction………………………... 62

V.3.2 Deuxième cas : Déformation imposée dans la direction de torsion…… 63

V.3.3 Troisième cas……………………………………………………….. 64

V.3.4 Tests sur le rochet……………………………………………………... 66

CONCLUSION GENERALE……………………………………………………. 70

ANNEXES

Module de YOUNG………………………………………………………………. 73

Eprouvette d'essai……………………………………………………………….... 76

Symboles………………………………………………………………………….. 77

BIBLIOGRAPHIE………………………………………………………………...... 80

Résumé…………………………………………………………………………… 83

Introduction générale

INTRODUCTION GENERALE

➤Contexte industriel

La résistance à la fatigue des pièces et structures mécaniques dépend de nombreux facteurs et bien entendu du matériau qui les constitue. Mais elles seront d'autant plus fiables que leur concepteur aura pris soin de leur éviter toute concentration inopportune de contraintes.

Près de la moitié des avaries survenues en service sur des pièces ou structures mécaniques sont des ruptures par fatigue. Le chargement cyclique des zones critiques où se concentrent les contraintes en est à l'origine. Dans ces zones, l'endommagement progressif du matériau se manifeste par l'apparition de microfissures, apparition plus ou moins rapide selon la nature du matériau et l'importance du chargement appliqué.

Après cette période d'amorçage, l'une des fissures ou plusieurs d'entre elles vont se propager dans toute l'épaisseur de la pièce jusqu'à la rupture brutale.

En fait, il y a fort longtemps que l'on se préoccupe du comportement dit plastique des matériaux (comportement jouant un grand rôle dans l'écrouissage des matériaux): les premiers travaux scientifiques relatifs a la plasticité remontent a 1864 avec le mémoire de TRESCA, ingénieur des ponts et de chaussées, sur le critère de la contrainte de cisaillement maximale. La loi d'écoulement isotrope était formulée des 1871 par SAINT VENANT et LEVY, mais il fallu attendre les années 1950 pour voir son utilisation dans les problèmes de structures, grâce a l'avènement des ordinateurs rapides et de grande capacité. Vers 1950, PRAGER a donné la plupart des théories actuelles de l'écrouissage.

PRAGER, W A étudié un nouveau modèle d'écrouissage dans lequel le matériau est suppose suivre une loi linéaire avec conservation de la taille du domaine élastique .Les effets du temps n'étaient pas pris en compte. Les résultats obtenus dans cette étude on fait naître un modèle d'écrouissage différent du modèle isotrope et qui était nommé modèle cinématique de PRAGER [9]. Plusieurs études plus tard étaient menées en se basant sur ce modèle.

CHERBIT, G. A étudier le comportement élastoplastique de l'acier 316L a 650°dont l'effet du temps était pris en considération. L'essai de fluage était effectué avec et sans surcharge primaire ou secondaire, et une comparaison entre ces différents essais était effectuée. Les résultats obtenus ont permis de voir clairement le comportement viscoplastique du matériau ainsi que l'influence de l'effet de la surcharge sur le comportement du matériau [10].

CHABOCHE J. L A effectué une étude numérique et expérimentale de l'essai de fluage sur l'acier 316 L a 360°à partir d'une modélisation d'équations constitutives pour la plasticité cyclique et la viscoplasticité [4]. Cette étude étant ajoutée au travail qu'il a mené [8], a mis en évidence un nouveau modèle nommé modèle de CHABOCHE dans lequel deux types d'écrouissage étaient pris en compte une combinaison entre un modèle isotrope et un rnodèle cinématique.

TALEB L. A rapporté une étude sur l'effet de surcharge de courte durée sur le comportement du rnatériau .les résultats obtenues lui en permis de constater la différence qu'existait entre le cas on le chargement est de courte durée et le cas on le chargement est constant [11]. Ces résultats étaient par la suite confirmés par d'autres études.

Il a également mené une étude expérimentale qui avait pour objectif de viser l'analyse de la déformation progressive des structures soumises a des chargements thermomécaniques, ainsi que l'étude de l'effet de surcharge sur le comportement de la structure. Pour cela une nouvelle hypothèse sur les éprouvettes été validée et par la suite utilisée dans plusieurs travaux.

RAKOTOVELO A. A effectuer un travail concernant l'évaluation de l'état limite dans les structures métalliques sous chargement thermomécanique cyclique dans un état bi axial de contraintes. L'effet des surcharges mécaniques accidentelles été également analyse.

LOSILLA G. A fait un travail concernant l'étude théorique et expérimentale du comportement plastique anisotrope des métaux en déformation finie a partir d'une formulation d'un critère anisotrope. Une modélisation de l'écrouissage était faite, elle a permit de prendre en compte l'influence de la nature de la sollicitation et l'effet de l'anisotropie induite au cours de l'histoire du chargement. Cette approche théorique, qui définit un ensemble de fonctions d'écrouissage élémentaires, a donné de bons résultats lors de la modélisation de l'écrouissage anisotrope observe expérimentalement pour une limite élastique définie par un fort et un faible offset. Cette étude a nécessité la miss en ouvre et le développement d'une presse de traction bi axiale directe et l'emploi d'une éprouvette cruciforme optimisée [12].

➤Objectif de l'étude

Ce travail a pour objectif d'identifier expérimentalement, pour un matériau choisi, les différents modèles de comportement en élastoplasticité. Cette identification se fait à partir de résultats expérimentaux bibliographiques. Une simulation numérique de ces résultats est ensuite faite en utilisant chaque modèle de comportement, dans le but de mettre en évidence les avantages et les inconvénients de chacun et ainsi de choisir le modèle qui se rapproche le plus du comportement réel du matériau. Pour cela une représentation graphique du premier cycle été faite.

➤Organisation du mémoire

Ce mémoire s'articule autour de deux partie, la première s'intéresse a une étude théorique .Plusieurs chapitres compose la première partie.

- Le premier chapitre présente une recherche bibliographique, il présente également les critères fondamentaux de plasticité.

- Le deuxième chapitre présente une étude sur les différents modes de comportement ainsi une schématisation de l'écrouissage et le chargements cycliques.

- Le troisième chapitre présente les lois de comportement.

La deuxième partie est composée de deux chapitres:

-Le quatrième chapitre aborde la simulation numérique de l'essai choisi, le choix des données expérimentales étant éventuellement représenté.

- Le cinquième chapitre traite l'interprétation des résultats pour les différents modèles, suivie d'une conclusion générale.

CHAPITRE -I-

Introduction aux phénomènes cycliques

I.1 THEORIE DE PLASTICITE.

I.2 CRITERES DE PLASTICITE.

I.3 CRITERE DE FATIGUE MULTIAXIALE À GRAND NOMBRE DE CYCLES.

I.4CRITERE DE RESISTANCE.

I.5 MECANISMES PHYSIQUES DE DEFORMATION.

I.6 CYCLES DE DEFORMATION.

I.7 LES BRIQUES POUR LA CONSTRUCTION D'UN MODELE

I.1 THEORIE DE PLASTICITE

La théorie de la plasticité s'attache à décrire les déformations irréversibles et indépendantes du temps. Dans ce cadre, une hypothèse importante est la partition entre les déformations élastiques et plastiques **($\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$),** ainsi que le découplage des comportements. De plus, le module d'Young variant peu avec la déformation plastique, il sera considéré comme constant, cette hypothèse restant valable jusqu'à de grands taux de déformation.

L'aspect irréversible de la plasticité entraîne la nécessité d'adopter une description incrémentale des lois d'écoulement en raison de la dépendance de la solution à l'historique du chargement [1].

I.2 CRITERES DE PLASTICITE

Lors d'un essai de traction ou de compression unidimensionnel, la limite d'élasticité est définie comme étant la contrainte pour laquelle apparaissent les premières déformations plastiques. En deçà de cette limite, toutes les déformations générées pendant le chargement de l'éprouvette peuvent être recouvrées. Cette définition du domaine élastique pour un essai uniaxial doit être généralisée dans le cas d'un chargement complexe. Cette généralisation tridimensionnelle est appelée *critère de plasticité*. Elle permet de définir, dans l'espace des contraintes, la région pour laquelle le matériau aura un comportement élastique. Nous nous bornerons ici à la définition des deux critères isotropes les plus utilisés pour les métaux, les critères de Von Mises et de Tresca.

L'expression de ces critères dépend à priori de toutes les composantes du tenseur des contraintes ainsi que de la limite élastique. Cependant, quelques remarques préliminaires vont nous permettre de donner une forme générale des critères isotropes. Tout d'abord, en raison de l'isotropie et donc de l'invariance par rapport aux repères, seuls les trois invariants du tenseur des contraintes peuvent entrer en compte. De plus, en raison de l'incompressibilité plastique par rapport à la contrainte hydrostatique, seuls les invariants J2 et J3 du déviateur des contraintes,$\boldsymbol{\sigma}$ peuvent intervenir. Nous obtenons ainsi l'expression générale des critères isotropes [1] :

$$f(J_2, J_3, \sigma_s) = 0 \text{ avec } J_2 = \left(\frac{3}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} \quad ; J_3 = \left(\frac{9}{2}\sigma'_{ij}\sigma'_{jk}\sigma'_{ki}\right)^{\frac{1}{3}}$$

I.3 CRITERE DE FATIGUE MULTIAXIALE À GRAND NOMBRE DE CYCLES

Lorsque l'on doit estimer la tenue en service d'une pièce mécanique soumise à un chargement complexe et que l'on ne dispose comme élément de comparaison que de la seule limite de fatigue en traction compression du matériau, la méthode consiste à définir une contrainte équivalente à l'état de contraintes multiaxiales.

Cette contrainte équivalente étant calculée, on pourra la comparer aux diagrammes d'endurance classique : courbe de Wöhler, diagrammes de Haigh ou de Goodmann.

Pour déterminer cette contrainte équivalente qui, par définition, doit conduire au même coefficient de sécurité que l'état de contrainte complexe, il est nécessaire de faire intervenir un critère.

La plupart des critères utilisés jusqu'à ce jour dérivent des deux critères de plasticité de Mises et de Tresca [1].

I.3.1 Critère de Tresca (1868)

C'est un critère qui limite l'intensité de la contrainte tangentielle : $|\tau| \leq \tau_o$

Comme la contrainte tangentielle maximale est égale au rayon du plus grand cercle de Mohr, ce critère s'exprime en fonction des contraintes principales par :

$$f(\sigma) = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) - \tau_0 \leq 0$$

τ_o est une constante matérielle correspondant au seuil de contrainte lors d'un essai de cisaillement simple [2].

I.3.2 Critère de Von Mises (1913)

Ce critère limite la densité d'énergie de distorsion, c'est à dire la quantité :

$$W_d = \frac{1}{2}\sum_{i,j} s_{ij} e_{ij}$$

où les S_{ij} et e_{ij} sont les composantes des déviateurs des contraintes et des déformations, respectivement. Si l'on suppose un comportement élastique on a $s_{ij} = 2Ge_{ij}$ critère peut s'écrire sous la forme :

$$f(\sigma) = \frac{1}{2}\|dev\sigma\|^2 - k^2 \leq 0$$

Où k est une constante matérielle. Ecrit sous cette forme, k correspond, là aussi, au seuil en cisaillement simple.

On peut aussi expliciter ce critère en contrainte principale [2]:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 6k^2 \leq 0$$

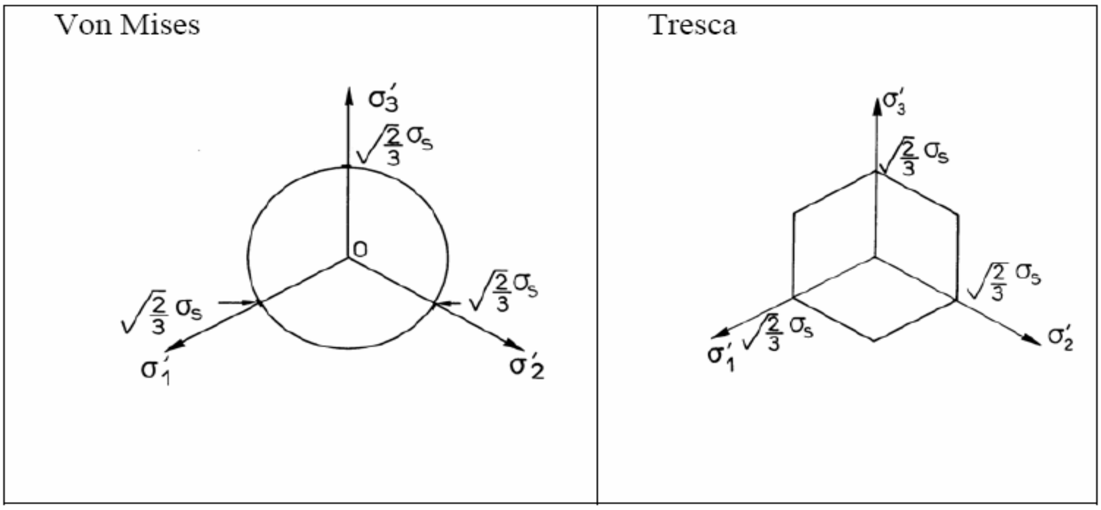
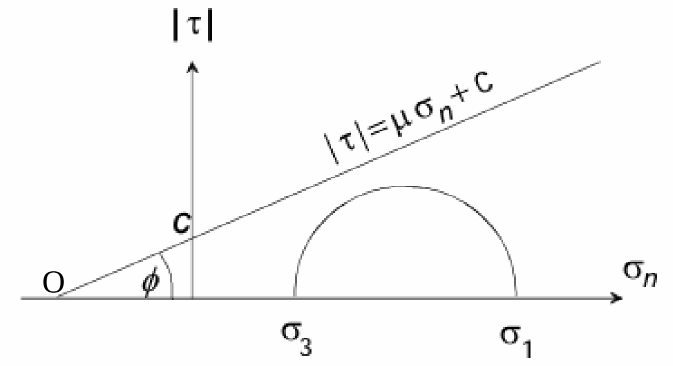


***Figure I.1- Représentation des critères dans l'espace des contraintes déviaoriques* [1].**

I.3.3 Critère de Mohr-Coulomb (ou de Coulomb-Navier)

Les deux critères précédents ne dépendent pas de la pression ou de la contrainte normale ; aucune irréversibilité n'est donc possible sous un état de contrainte qui limite hydrostatique. De plus, les seuils en traction ou en compression sont les mêmes. Ils sont pour cette raison peu adaptés aux roches et aux sols. Un critère pouvant être vu comme la généralisation de celui de Tresca est le critère de Mohr-Coulomb qui limite l'étendue des demi cercles de Mohr à une zone comprise entre l'axe $O\sigma_n$ et une droite de pente $\mu = \tan\varphi$:



Ce critère s'écrit donc:

$$f(\sigma) = |\tau| - \mu\sigma_n - c \le 0$$

Lorsqu'il y a égalité le plus grand cercle de *Mohr* est tangent à la droite.

La pente de cette droite, μ = tanφ, est appelé coefficient de frottement interne, φ est l'angle de frottement interne. L'ordonnée à l'origine, *c*, représente la cohésion du matériau.

En utilisant les expressions de σ_n et de τ en fonction des contraintes principales lorsque l'on se trouve sur le grand cercle de *Mohr*, on peut exprimer le critère de *Mohr-Coulomb* en fonction des contraintes principales :

$$\sigma_1(1-\sin\phi) - \sigma_3(1+\sin\phi) - 2c\cos\phi \le 0$$

Remarquons que dans ce critère la contrainte intermédiaire,σ_2, ne joue aucun rôle [2].

I.3.4 Critère de HILL

Ii correspond a une anisotropie particulière qui conserve trois plans de symétrie dans l'état d'écrouissage du matériau. Les intersections de ces trois plans sont les axes principaux d'anisotropie qui sont pris comme repère pour 1' écriture du critère [2].

I.4 CRITERE DE RESISTANCE

L'expérience de tous les jours semble montrer que les solides ne résistent pas à des efforts trop élevés : un fil se casse sous l'effet d'une traction, la carrosserie d'une voiture s'écrase sous l'effet d'un choc. Cette limite de résistance peut généralement être traduite sous forme d'une condition sur l'état local de contrainte du solide considéré, de la forme : $f(x, \sigma(x)) \le 0$ appelée critère de résistance.

I.5 MECANISMES PHYSIQUES DE DEFORMATION

Ce chapitre est consacré a une description rapide et très générale des aspects structuraux du comportement mécanique des solides cristallins. Du point de vue structural, le monocristal parfait, compose d'atomes vibrants autour de leurs positions d'équilibre, correspond au cas le plus simple. La réponse d'un tel système a une excitation mécanique suffisamment petite, correspond au comportement élastique parfait, linéaire ou non, mais toujours réversible et non dissipatif.

Un cas un peu plus complexe, est celui du cristal contenant des défauts ponctuels tels que les lacunes, les interstitielles, les atomes étrangers, etc. Selon le cas, ce système présente, même pour une petite excitation mécanique, des réponses assez diverses: anélasticité, frottement interne, fluage. Dans ce cas, il y a toujours dissipation d'énergie et dans certains cas, une déformation permanente [4].

Le comportement macroscopique observe lors d'une excitation est en fait le résultat de déformations locales a une échelle microscopique. Cet aspect microscopique est fondamental pour la compréhension physique des phénomènes.

I.5.1 Déformation élastique

Les déformations élastiques se situant au niveau atomique, sont le résultat des variations des espaces inter atomiques nécessaires pour équilibrer les sollicitations extérieures, ainsi les mouvements sont réversibles. La configuration initiale est retrouvée après décharge.

I.5.2 Déformation permanente

Les déformations permanentes plastiques se situent au niveau cristallin et se superposent aux déformations élastiques. Elles correspondent a des déplacements relatifs d'atomes, stables après cessation de la sollicitation. Suivant le cas, ces déformations sont purement inter granulaires (intérieures aux gains) ou font intervenir des déplacements inter granulaires. En pratique ces déplacements ne modifient pas la structure cristalline car le volume reste inchangé, on pane d'incompressibilité plastique.

I.5.2.1 Déformation par glissement et maclage

Les plans de symétries des mailles, qui sont aussi les plans de grande densité d'atomes, correspondent aux distances les plus grandes entre plans parallèles. C'est donc dans ces plans que des glissements par cisaillement, peuvent se produire dans la direction de la contrainte tangentielle maximale.

Ces défauts de glissements et de maclage, constituent des déformations hétérogènes a l'échelle du cristal mais que l'on peut aussi considérer comme homogène a l'échelle macroscopique [5].

I.5.2.2 Déformation par mouvements de dislocations

La présence de dislocations réduit considérablement la stabilité du réseau cristallin. Leur mobilité est la cause essentielle des déformations permanentes, homogènes à l'échelle macroscopique.

• ***Déplacement par glissement:*** lorsque, sous l'action d'une sollicitation extérieure, une dislocation coins ou vis se déplace, elle engendre un déplacement irréversible de vecteur égal au vecteur de BURGERS.

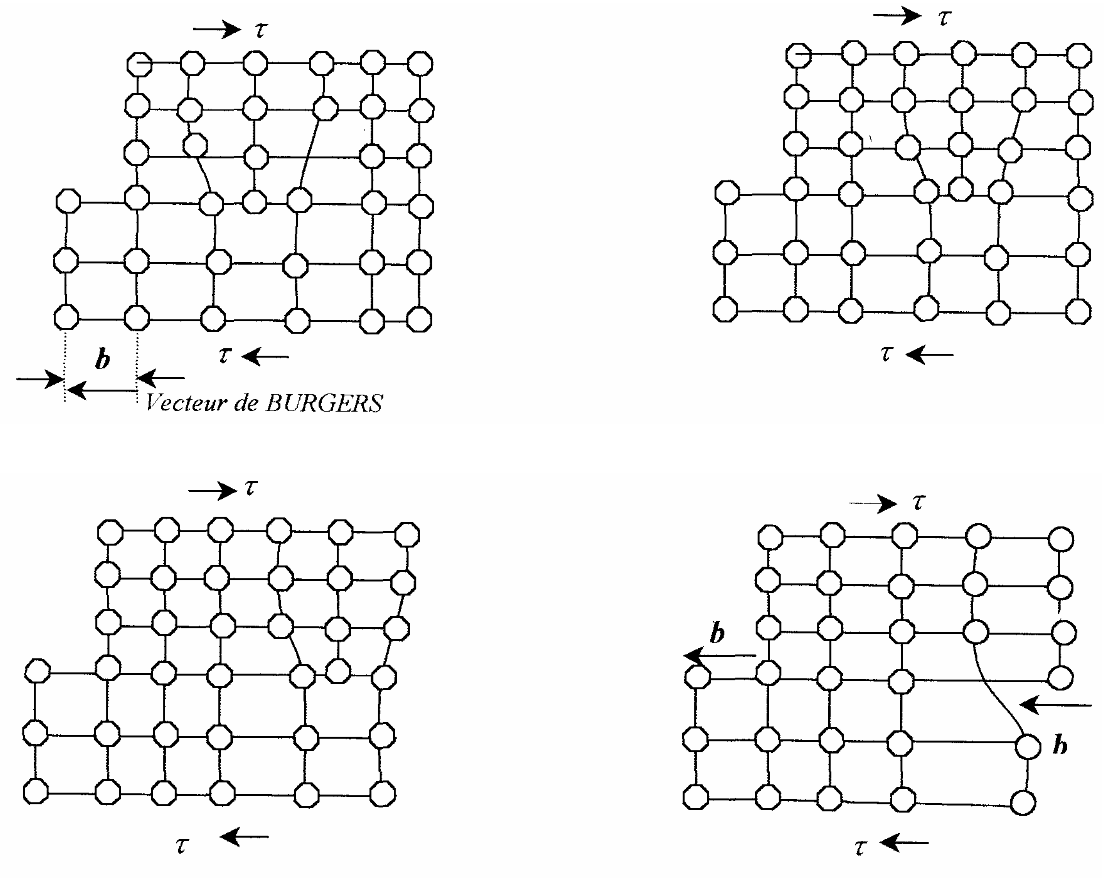


Figure I.2- Déplacement par glissement d'une dislocation

Dans la figure 1.2, la dislocation se déplace vers l'autre extrémité et sort a droite. Ce mécanisme fait glisser La partie inférieure du cristal d'une distance b (appelée vecteur de BURGERS) par rapport a la partie supérieure. Ce mécanisme de déplacement n'exige la rupture de liaisons qu'au voisinage de la ligne de dislocation et successivement d'un atome a l'autre.

• ***Déplacement par montée :*** Une dislocation coin peut se déplacer perpendiculairement a son plan de glissement avec transport de matière. Une lacune étant proche d'une ligne de dislocation, une distorsion du réseau, engendrée par une sollicitation extérieure, peut provoquer le saut d'un atome du demi-plan supplémentaire sur le site cristallin inoccupé et la permutation de toutes les rangées d'atomes. Selon ce mécanisme, la dislocation est montée d'un espace inter atomique. Ce mécanisme de déplacement, lie a la diffusion des lacunes ou d'atomes étrangers, est favorisé par l'activation thermique; il intervient donc plutôt aux températures élevées (T >1/3 T1, Tf étant la température de fusion) [6].

I.5.3- Déformations visqueuses

Elles correspondent à la poursuite de la déformation alors que la charge est constante. Si la contrainte continue à croître, le glissement inter granulaire est favorisé par l'activation thermique et surtout sensible aux températures dépassant le tiers de la température de fusion. Une grande partie de la déformation reste cependant inter granulaire, avec glissement et montée des dislocations. La déformation se poursuit à contrainte constante, la possibilité d'équilibre n'existe plus, il y a écoulement de fluage.

I.6 CYCLE DE DEFORMATION

Un cycle de déformation sous chargement peut être schématisé dans la figure suivante :

σ_i^t et σ_i^c sont les limites d'élasticité initiales respectivement en traction et en compression.

σ_a^t et σ_a^c sont les limites d'élasticité actuelles respectivement en traction et en compression.

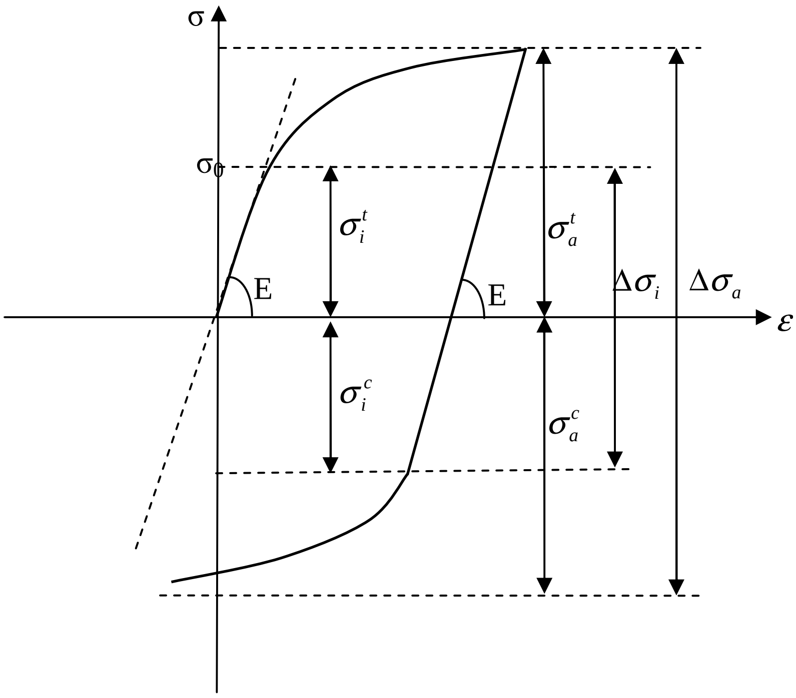


Figure I.3- Schématisation du cycle de déformation

I.6.1 Cycle a contrainte imposé

♦Après quelques cycles de plasticité le matériau prend un comportement élastique c'est le ***durcissement. (Fig I.5)***(Diminution de la déformation).

♦ Augmentation progressive de la déformation a chaque cycle c'est l'adoucissement***, (Fig I.4) (Augmentation de la déformation)***

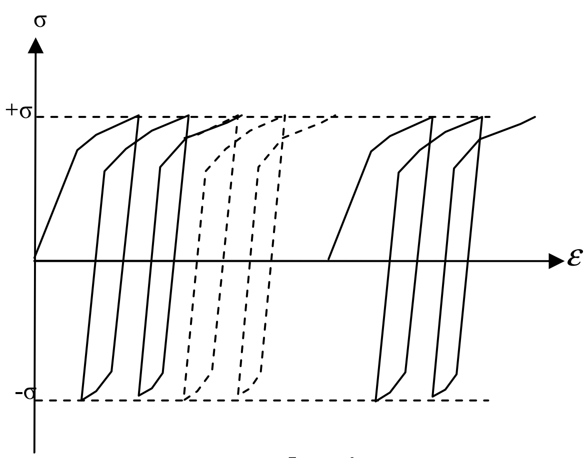


Figure I.4- Adoucissement

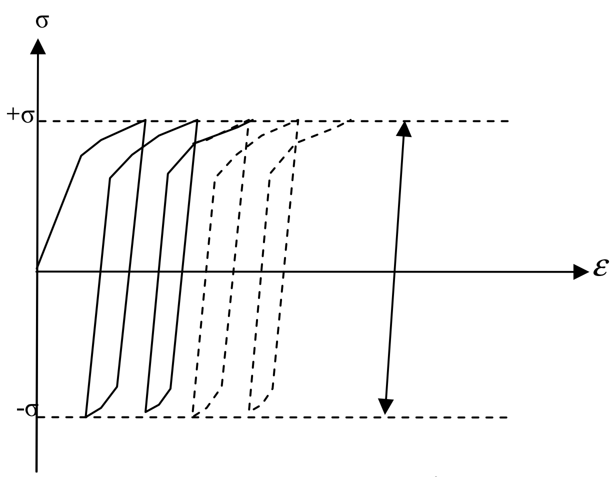


Figure I.5- Durcissement

I.6.2 Cycle a déformation imposée

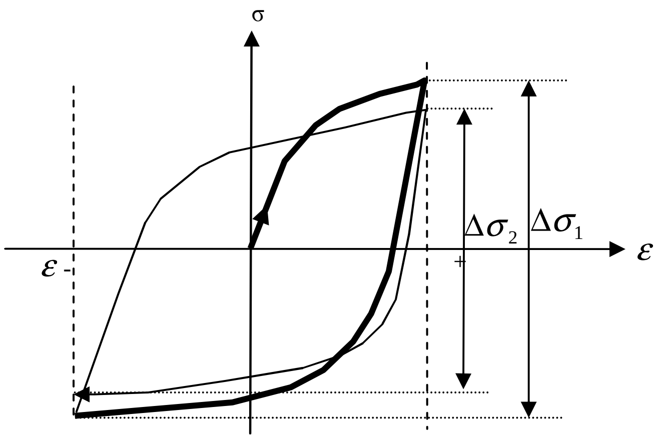


Figure I.6- Adoucissement

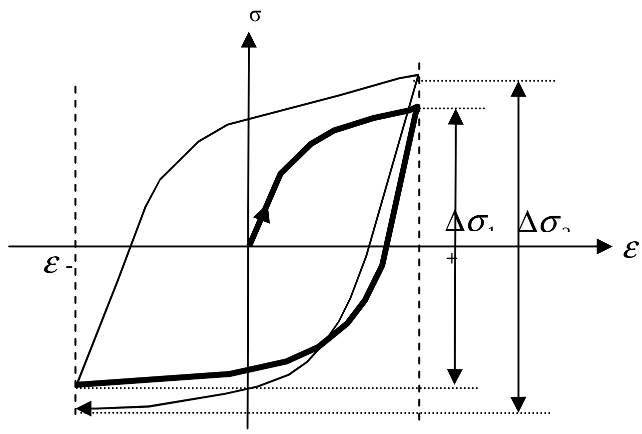


Figure I.7- Durcissement

I.7 LES BRIQUES POUR LA CONSTRUCTION D'UN MODELE

Ces modèles permettent d'avoir une image concrète et simplifiée des équations traduisant les lois de comportement générales qui, elles sont tensorielles.

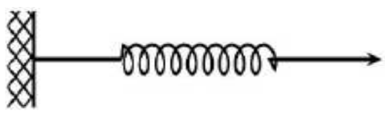
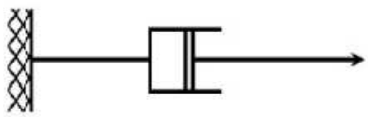
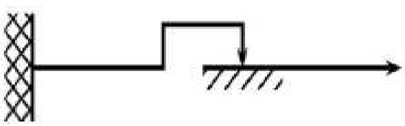
Ressort		$\sigma = E\varepsilon$
Amortisseur linéaire		$\sigma = \eta\varepsilon$
Amortisseur non linéaire		$\sigma = \eta\varepsilon^{1/N}$
Patin		$-\sigma_y \leq \sigma \leq \sigma_y$

Tableau I.1 : Modèles analogiques

CHAPITRE -II-

Etude des différents modes de comportement

II.1 COMPORTEMENT MECANIQUE EN FATIGUE PLASTIQUE DES MATERIAUX.
II.2 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATIONS CYCLIQUES MULTIAXIALES
II.3 COMPARAISON DU COMPORTEMENT SOUS DIFFERENTES DIRECTIONS DE SOLLICITATION
II.4 SCHEMATISATION DE L'ECROUISSAGE.
II.5 CHARGEMENTS CYCLIQUES.

Dans cette partie, nous rassemblons et discutons les données de la littérature concernant la fatigue plastique, ou oligocyclique. Nous nous intéressons en particulier à l'étude de l'influence de l'histoire des sollicitations sur le comportement mécanique.
Les études concernant le comportement en fatigue oligocyclique des matériaux sont encore peu nombreuses, alors que de nombreux auteurs se sont intéressés au comportement des matériaux austénitiques sous sollicitations cycliques, notamment sous sollicitations cycliques multiaxiales.

Le pilotage des essais de fatigue oligocyclique peut être réalisé de trois manières différentes : ***à déformation totale imposée***, ***à déformation plastique imposée*** ou à ***contrainte imposée***. Le premier mode est le plus usuellement rencontré dans la littérature. Le contrôle de la déformation plastique nécessite une boucle d'asservissement programmée par logiciel, il est donc plus délicat à mettre en oeuvre.

Ceci explique qu'un certain nombre d'auteurs ont choisi d'asservir la machine d'essai à la déformation mesurée, tout en contrôlant l'amplitude de déformation plastique. Le surbouclage numérique est alors effectué à la fin de chaque cycle pour déterminer l'amplitude du cycle suivant. Le troisième mode de pilotage, à savoir le contrôle de l'essai en contrainte, conduit à l'observation du phénomène de déformation progressive ou rochet.

II.1 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATIONS CYCLIQUES UNIAXIALES

II.1.1. Effet BAUCHINGER

Il ne s'observe que dans les essais traction / compression. La traction écrouit le matériau dans le sens de traction (augmentation de la limite d'élasticité) mais l'adouci dans le sens de la compression, donc on a un déplacement du centre du domaine élastique.

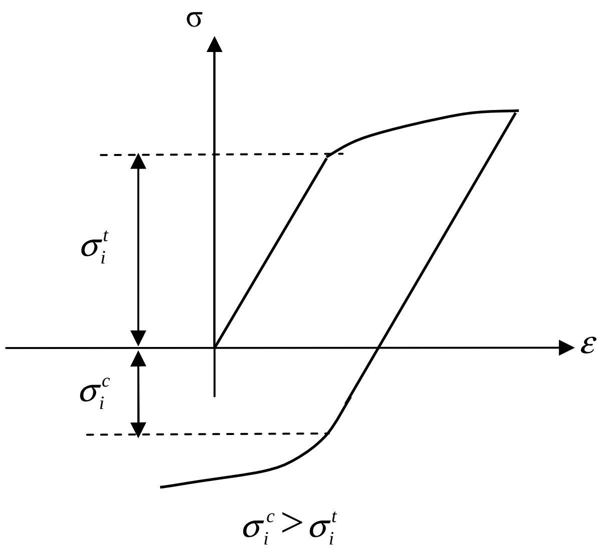


Figure II.1- Effet BA UCHINGER

II.1.2 Effet de ROCHET

En appel l'augmentation progressive de la déformation a chaque cycle, même en régime stabilisé ***effet de ROCHET. (Adoucissement de matériau).***

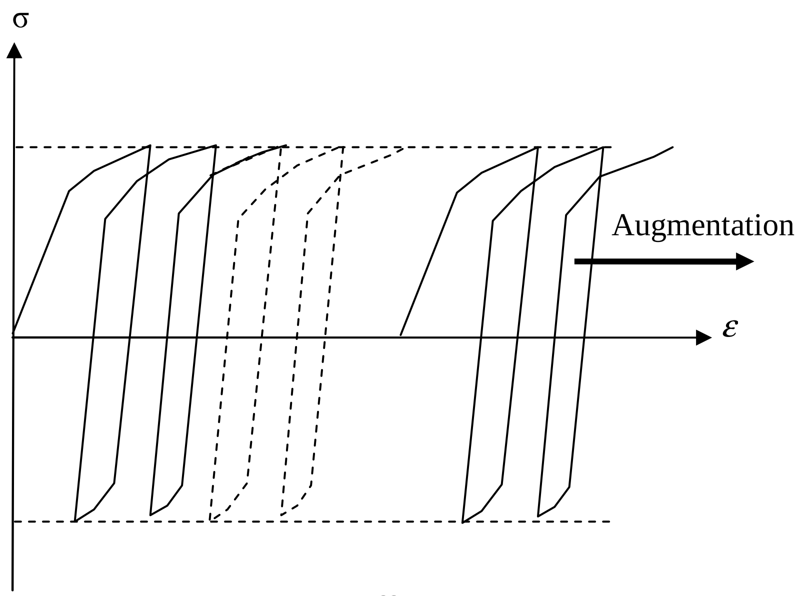


Figure II.2- effet de ROCHET.

II.1.3 Durcissement -adoucissement cyclique

L'étude du comportement sous sollicitations cycliques induit l'examen de l'évolution de l'amplitude de contrainte au cours des cycles en fonction de l'amplitude de déformation imposée. Il est souvent possible de distinguer deux stades de consolidation cyclique : un stade d'évolution rapide de l'amplitude de contrainte, et un stade de saturation pendant lequel l'amplitude de contrainte reste constante ou quasi-constante.

Adoucissement

L'adoucissement se manifeste lorsque l'amplitude de contrainte $\Delta\sigma$ ***diminue*** au cour des cycles successifs a déformation imposé, ou lorsque la déformation $\Delta\varepsilon$ ***augmente*** a contrainte imposé.

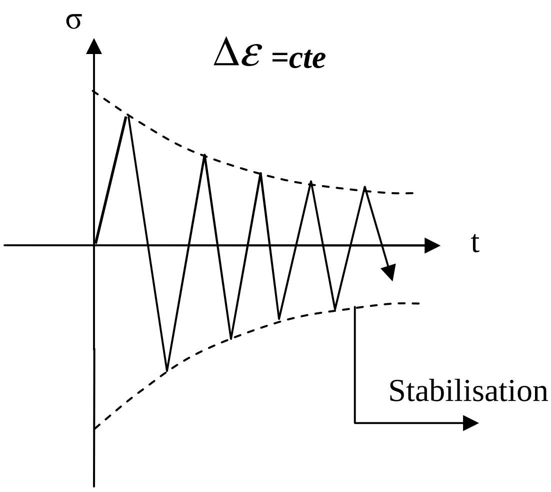


Figure II.3- Adoucissement

Durcissement

Le durcissement se manifeste lorsque l'amplitude de contrainte $\Delta\sigma$ ***augmente*** au cour des cycles successifs a déformation imposé, ou lorsque la déformation $\Delta\varepsilon$ ***diminue*** a contrainte imposé.

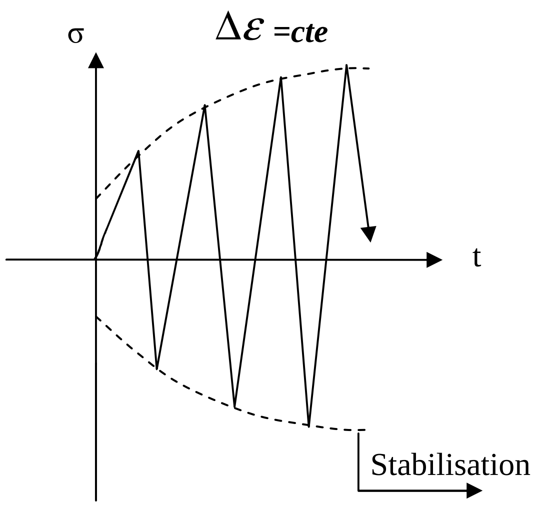


Figure II.4- Durcissement

II.2 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATIONS CYCLIQUES MULTIAXIALES

Nous nous sommes intéressés jusqu'ici aux essais uniaxiaux, et en particulier aux essais de traction-compression, qui sont les essais les plus répandus et les plus faciles à analyser. Ce type d'essai n'est pourtant pas complètement représentatif des sollicitations réelles auxquelles sont soumises les pièces de construction. Pour tenir compte de la multiaxialité des contraintes, différents types d'essais ont été mis en place.

Historiquement, les premiers essais multiaxiaux datent du début du 20^{e} siècle. Les éprouvettes de forme cylindrique tubulaire ont été les premières utilisées. Elles sont soumises à des sollicitations de traction-compression/torsion, ou de traction-compression/pression interne, voire de traction-compression/ torsion/pressions interne et externe. Ces éprouvettes présentent l'avantage d'avoir une distribution quasi homogène des contraintes et des déformations dans la zone utile, si le tube est d'épaisseur suffisamment fine. On parlera alors d'essai sur élément de volume. Avec le développement de machines d'essais à vérins non-coaxiaux, sont arrivés les essais de bi-traction ou de tri-traction, utilisés notamment pour l'étude de composites obtenus sous forme de plaques. Les éprouvettes ont alors une forme de plaque en croix ou de cube. Ce deuxième type d'essai est complexe à analyser car les contraintes et déformations ne sont pas homogènes dans la zone utile de l'éprouvette, il est donc nécessaire d'utiliser un calcul de structure pour dépouiller les résultats. La majorité des données sur le comportement cyclique des métaux concerne le premier type d'essai, nous nous focaliserons donc sur ces essais.

En fatigue uniaxiale, différents facteurs influencent le comportement du matériau, en particulier l'histoire du chargement, la vitesse de sollicitation et la température. Nous verrons que l'écrouissage sous chargement multiaxial dépend fortement du trajet de chargement. La forme du trajet de chargement et ses changements de direction ont en particulier une influence prédominante.

II.3 COMPARAISON DU COMPORTEMENT SOUS DIFFERENTES DIRECTIONS DE SOLLICITATION

Nous avons vu que sous sollicitations uniaxiales, l'évaluation de l'écrouissage cyclique se fait en déterminant l'amplitude de contrainte stabilisée obtenue pour une amplitude de déformation imposée, ou, à l'inverse, l'amplitude de déformation stabilisée pour une amplitude de contrainte imposée. On associe alors amplitude de contrainte et amplitude de déformation totale, ou amplitude de contrainte et amplitude de déformation plastique sur le cycle stabilisé.

Pour des sollicitations multiaxiales, il faut définir des paramètres qui permettent de quantifier l'écrouissage et de comparer les niveaux de sollicitation entre eux. Il est nécessaire de définir une norme pour les tenseurs de contraintes et de déformations plastiques [3].

II.4 SCHEMATISATION DE L'ECROUISSAGE

Lorsque l'écoulement plastique se produit, la limite d'élasticité évolue. Ainsi, si au cours d'un essai de compression, l'éprouvette est chargée à un niveau supérieur à la limite d'élasticité initiale , déchargée puis rechargée à nouveau, la limite d'élasticité finale au cours de ce second chargement sera différente de la limite d'élasticité initiale. L'écrouissage se manifeste par l'augmentation de la limite d'élasticité pendant l'écoulement et par la nécessité d'augmenter la contrainte appliquée pour poursuivre l'écoulement. Il existe plusieurs manières de représenter l'écrouissage. Dans cette partie, nous présenterons ces différents modèles ainsi que leur capacité à représenter les phénomènes observés physiquement [1].

II.4.1 écrouissage isotrope

Un matériau peut être considéré à écrouissage isotrope si son domaine d'élasticité ne dépend que d'une variable scalaire, c'est à dire si les lieux des points représentant la limite d'élasticité dans l'espace des contraintes se déduisent les uns des autres par une homothétie de centre O (figure II.5). Ainsi, si on comprime une éprouvette ayant initialement la même limite d'élasticité en traction et en compression jusqu'à une valeur σ_c puis que l'on fasse une traction, on retrouvera pour la limite en traction cette valeur σ_c:

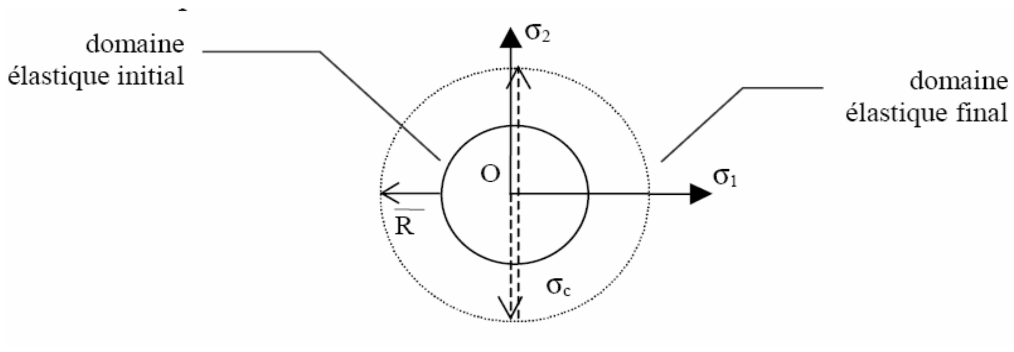


Figure II.5- Schématisation de l'écrouissage isotrope

II.4.2 écrouissage cinématique

Dans le cadre de l'écrouissage cinématique, le domaine d'élasticité garde une taille constante, mais il se déplace dans l'espace des contraintes. Si on effectue un essai de traction sur une éprouvette vierge, on trouve une limite d'élasticité en traction initiale σ_{tl}. Si ce même essai est effectué après avoir comprimé l'éprouvette jusqu'à une valeur σ_c inférieure à la limite d'élasticité en compression, on trouve alors une limite d'élasticité en traction σ_{t2} inférieure à σ_{tl} (figure II.6). C'est l'effet Bauschinger, souvent observé dans les métaux.

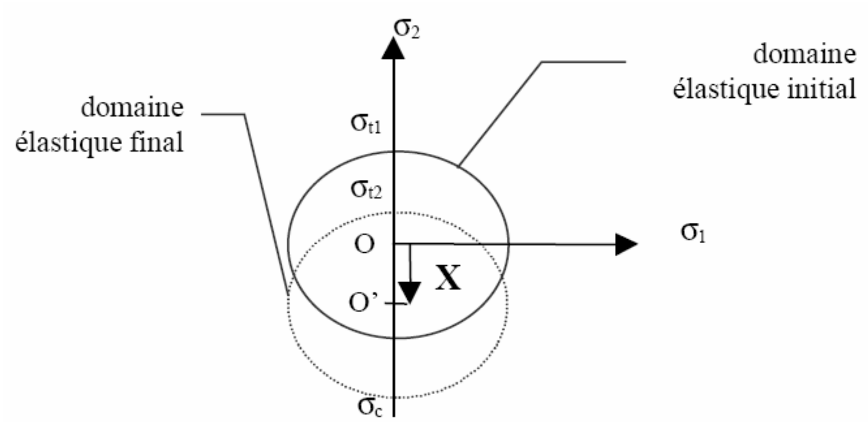


Figure II.6- Schématisation de l'écrouissage cinématique

On distingue l'écrouissage cinématique linéaire de l'écrouissage cinématique non linéaire. Le premier correspond à une relation linéaire entre le centre du domaine élastique (dans l'espace des contraintes) et le tenseur des déformations plastiques.

L'écrouissage cinématique non linéaire est plus complexe et sort du cadre de la plasticité associée [1].

II.4.3 bilan

Nous allons maintenant faire le point sur les phénomènes observés et sur les différentes schématisations permettant d'en rendre compte.

écrouissage	Adaptation	Effet Bauschinger	Accommodation plastique	Rochet
isotrope	✓			
cinématique linéaire	✓	✓	✓	
cinématique non linéaire	✓	✓	✓	✓

Nous avons parlé ici de l'écrouissage du matériau, à ne pas confondre avec l'écrouissage structurel. En effet, les déformations plastiques introduisent des changements géométriques permanents et, par leur hétérogénéité, des contraintes résiduelles qui peuvent provoquer une accommodation liée à l'évolution du chargement subi par la structure.

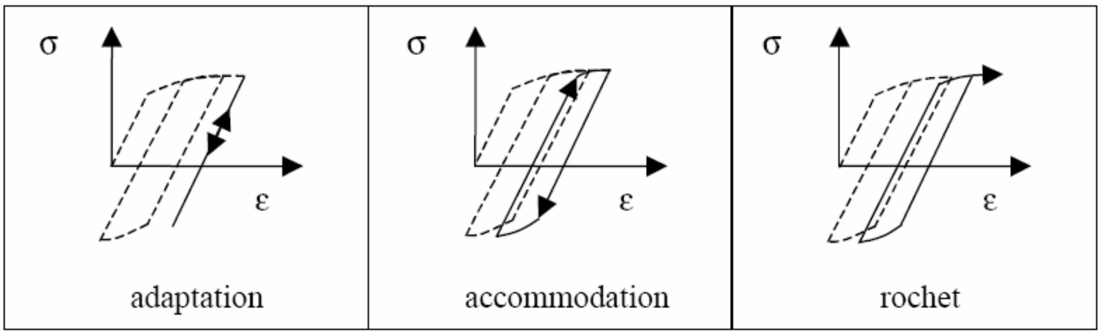


Figure II.7- Comportements cycliques.

II.5 CHARGEMENTS CYCLIQUES

Sous chargement cyclique, les propriétés d'écrouissage de la plupart des matériaux varient avec le nombre de cycles. On peut alors observer plusieurs phénomènes.

Au cours de chargements purement alternés, on peut observer un durcissement cyclique si l'amplitude de déformation diminue à charge imposée ou si l'amplitude de contrainte augmente à déformation imposée. A l'inverse, on peut également observer un adoucissement cyclique.

Sous chargement cyclique à contrainte imposée, on peut alors observer (figure II.7):

➢une adaptation: plastification durant les premiers cycles puis établissement d'un régime purement élastique.

➢Une accommodation plastique: au bout de quelques cycles, la déformation plastique n'évolue plus.

➢Un phénomène de rochet : la déformation plastique continue à augmenter à chaque cycle.

II.5.1 critère de charge - décharge

Nous appellerons surface de charge la surface décrite par le critère de plasticité à l'état écroui du matériau. Pour qu'il y ait écoulement plastique, il est nécessaire de réunir deux conditions:

➢ Le point représentatif de l'état de contrainte est situé sur la surface de charge (la limite d'élasticité doit être atteinte): f(σ, Vk)= 0.

➢ Le point représentatif de l'état de contrainte reste sur la surface de charge, condition de consistance qui assure que le point (σ+dσ) soit lui aussi sur la surface de charge (l'état de contrainte ne revient pas *à* l'intérieur du domaine élastique) : df(σ, Vk) = 0.

Pour résumer: $f < O \longrightarrow$ comportement élastique

$f= 0$ et $df= 0 \longrightarrow$ écoulement plastique

$f= 0$ et $df< 0 \longrightarrow$ décharge élastique

II-5.2 définition du trajet chargement

Dans le cas des essais cycliques, nous avons défini les caractéristiques du chargement par trois paramètres : le trajet de chargement, son amplitude et sa valeur moyenne. Comme le pilotage est réalisé en déformation totale, le trajet de chargement est défini dans le plan $(\varepsilon, \gamma/\sqrt{3})$ Figure II-8.[3].

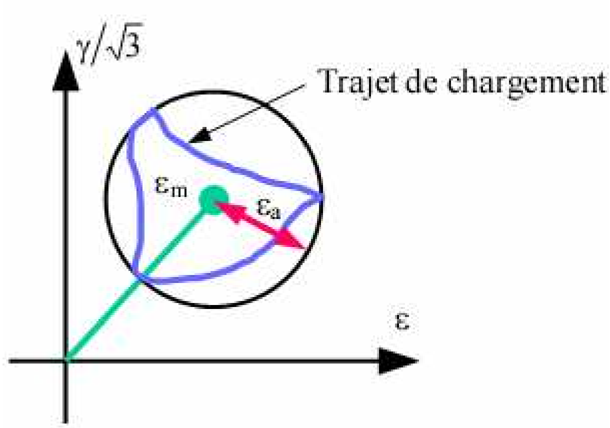
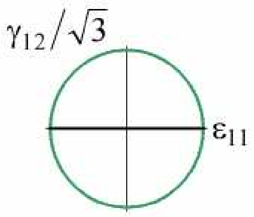
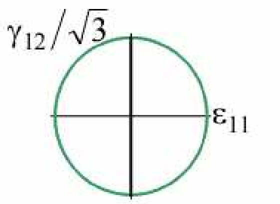
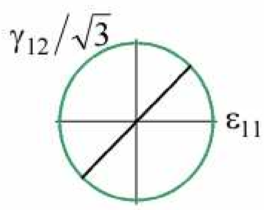


Figure II.8- Définition du trajet de chargement

L'amplitude de déformation du chargement ε_a est le rayon du plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement dans le plan ($\varepsilon, \gamma/\sqrt{3}$), la déformation moyenne ε_m est définie comme le centre de ce cercle.

La réponse en contrainte peut être tracée cycle par cycle dans le plan ($\sigma, \sqrt{3}\,\tau$). On définit alors l'amplitude de contrainte équivalente σ_{eqa} comme le rayon du plus petit cercle circonscrit à cette réponse et la contrainte moyenne σ_m comme le centre de ce cercle. De la même façon, on parlera d'amplitude de déformation plastique équivalente ε^p_{eqa} et de déformation plastique moyenne ε^p_m.

Des essais monotones et cycliques ont été effectués selon 7 trajets de chargement sélectionnés, dont quatre trajets non-proportionnels, c'est-à-dire des trajets pendant lesquels le tenseur de pilotage ne reste pas proportionnel à lui-même. Leurs caractéristiques sont résumées dans le Tableau II-1 ci-dessous. Les trajets cercle et carré ne passent pas par l'origine, une portion de traction monotone permet de joindre l'origine et le trajet voulu au départ de l'essai [3].

	Trajet traction-compression	**Trajet torsion**	**Trajet proportionnel 45**
Trajets proportionnels	$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \varepsilon_0 \cos(\theta) \\ \gamma_{12} = 0 \end{cases}$ 	$\begin{cases} \varepsilon_{11} = 0 \\ \gamma_{12} = \sqrt{3}\,\varepsilon_0 \cos(\theta) \end{cases}$ 	$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \sqrt{2}/2\,\varepsilon_0 \cos(\theta) \\ \gamma_{12} = \sqrt{3}\,\sqrt{2}/2\,\varepsilon_0 \cos(\theta) \end{cases}$ 

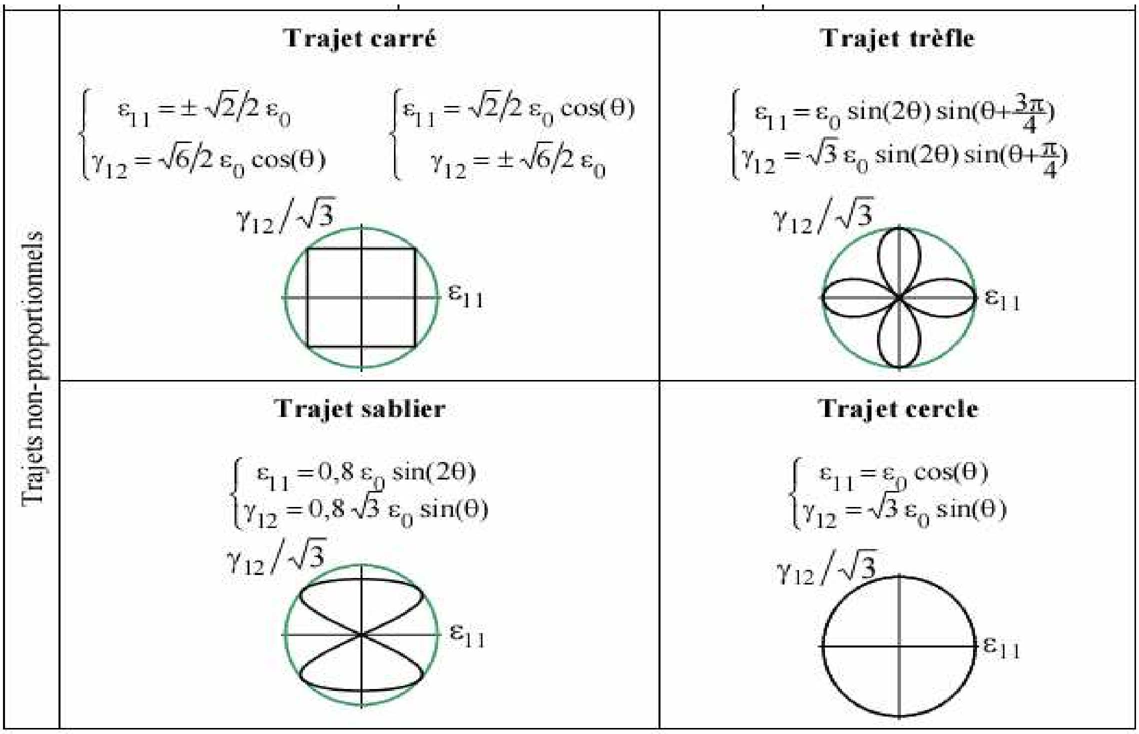


Figure II.9- différents trajets de chargement

Donc on peut distinguer deux types de chargements multiaxiaux : les chargements proportionnels et les autres. Au cours des chargements proportionnels, le tenseur de la grandeur pilotée reste proportionnel à lui-même pendant l'essai. Les trajets de chargement proportionnels sont caractérisés par une droite passant par l'origine dans l'espace de pilotage. Au contraire, un trajet non-proportionnel est quelconque dans l'espace de pilotage.

II-5.3 Influence de la forme du trajet de chargement

De nombreuses études ont été menées afin de quantifier l'influence de différents trajets de chargement et de classer ces trajets vis-à-vis du durcissement supplémentaire sous sollicitations de traction-torsion essentiellement, Cette influence est mise en évidence en comparant la contrainte équivalente maximale sur le cycle stabilisé pour deux trajets de chargement à déformation plastique équivalente maximale égale, plus la contrainte équivalente maximale est grande, plus le trajet est durcissant.

Autrement dit, pour une même contrainte équivalente maximale, le trajet le plus durcissant est celui pour lequel la déformation plastique équivalente est la plus faible. On constate que les divers trajets de chargement induisent des durcissements différents, il est alors possible de classer ces trajets en fonction de leur caractère durcissant (Figure II-10).

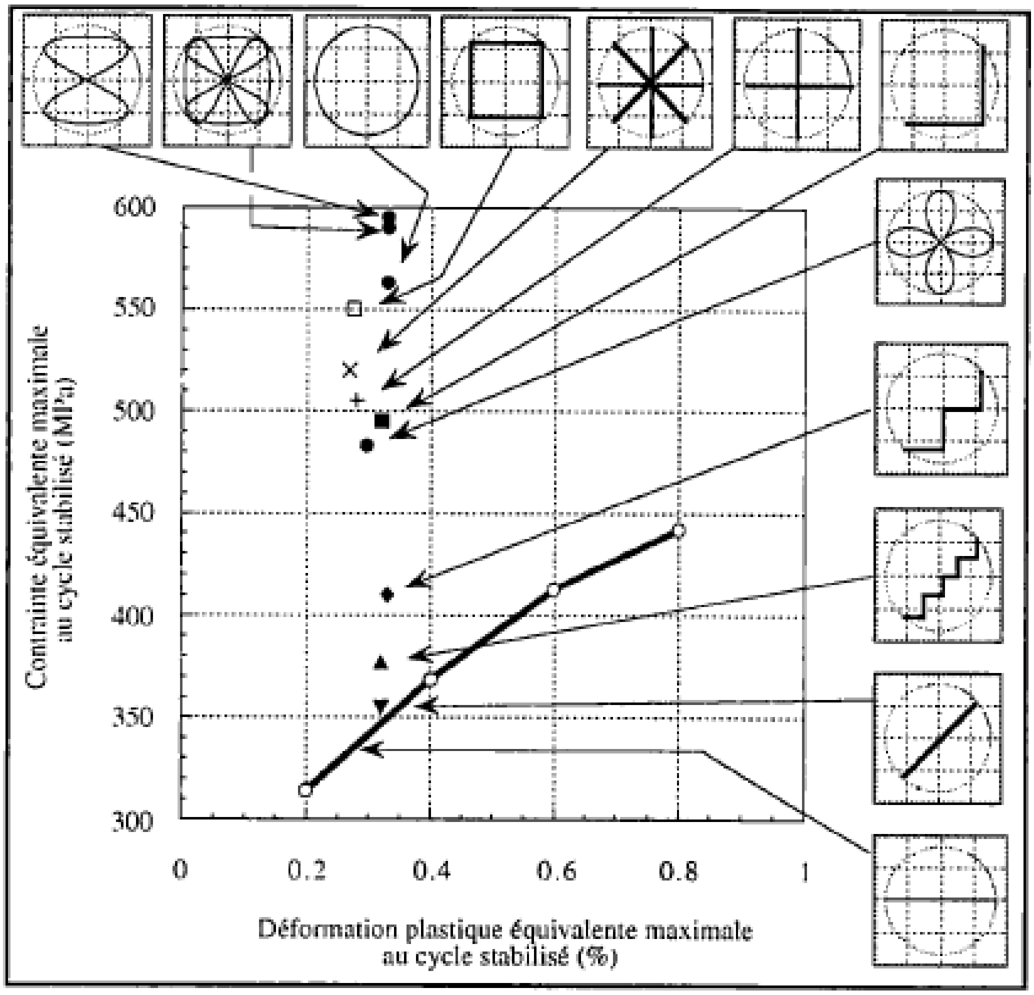


Figure II-10 : Classification de différents trajets de chargement par rapport au durcissement pour un acier 316L

Des trajets de chargement très variés ont été testés. Les formes de trajet de chargement appartiennent à différentes familles : les trajets proportionnels, les trajets basés sur des évolutions temporelles sinusoïdales des variables comme le cercle, les trajets construits à partir de portions de droites, tels les trajets en forme d'escalier, d'étoile, de carré. L'ordre des trajets de chargement, vis-à-vis du durcissement supplémentaire diffère suivant les matériaux. Alors que, parmi les trajets testés, c'est le trajet sablier qui semble apporter un écrouissage maximal pour l'acier inoxydable austénitique 316L (CFC) et l'alliage base nickel waspaloy (CFC), pour le titane biphasé de structure HC/CC, l'essai en étoile à 12 branches, testé aussi sur l'acier inoxydable austénitique, semble le plus écrouissant.

Plusieurs auteurs ont effectué des essais permettant de piloter indépendamment un plus grand nombre de termes du tenseur des contraintes. Ces essais ont permis de montrer que le durcissement supplémentaire dépend des directions de sollicitation mises en jeu et de leur nombre [7].

CHAPITRE -III-

Lois de comportement

III.1 FORMULATION DES LOIS DE COMPORTEMENT

III.2 LOIS A ECROUISSAGE ISOTROPE

III.3 LOIS A ECROUISSAGE CINEMATIQUE

III.1 FORMULATION DES LOIS DE COMPORTEMENT

Sur la base de mécanismes de déformation plastique bien identifies et d'informations issues de la métallurgie physique, l'établissement d'une loi de comportement élastoplastique du monocristal est relativement simple et directe. Pour un élément de volume poly cristallin qui constitue un système fortement hétérogène une telle démarche directe est en revanche impossible [4].

III.1.1 Hypothèse de partition

La partition des déformations en déformation élastique et déformation plastique, est justifiée par la nature des phénomènes physiques. Cette hypothèse n'est pas strictement nécessaire a la formulation des lois de plasticité, puisque les théories héréditaires fondées sur la thermodynamique des processus a mémoire, ne l'utilisent pas mais elle simplifie beaucoup les problèmes d'identification expérimentale et des calculs numériques [8].

III.1.2 Choix des variables thermodynamiques

Les variables d'état ou variables indépendantes, sont les variables observables telles que la déformation totale ε et la température T et les variables internes ε^p et ν_k**.**

L'hypothèse de partition permet d'écrire les variables thermodynamiques associées a ε^e et T, respectivement le tenseur des contraintes et l'entropie spécifique, sous la forme**:**

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon^e} \quad , S = -\frac{\partial \psi}{\partial T} \tag{III-1}$$

Où p est La masse volumique et ψ l'énergie fibre spécifique, dépendant des variables observables et des variables internes.

$$\psi = \psi(\varepsilon - \varepsilon^e \quad ,T,\nu_k) = \psi(\varepsilon^e \quad ,T,\nu_k) \tag{III-2}$$

Les variables internes v_k de nature scalaire ou tensorielle représentent l'état actuel de la matière, c'est-à-dire l'état d'écrouissage. On utilise classiquement une variable scalaire (variable d'écrouissage isotrope)

• Soit la déformation plastique cumulée;

• Soit le travail plastique dissipé;

Et une ou plusieurs variables tensorielles ou variables d'écrouissage cinématique. Dans ce qui suit nous employons qu'une seule variable cinématique, notée α.

Très schématiquement, les variables scalaires sont associées à l'état actuel de la densité de dislocation tandis que les variables cinématiques correspondent aux incompatibilités des déformations plastiques au sein du poly cristal.

Le découplage entre comportement élastique et écrouissage, impose d'écrire l'énergie libre sous la forme:

$$\psi = \psi_e(\varepsilon^e \ , T) + \psi_p(p \ , T, \alpha) \tag{III-3}$$

Les variables forces thermodynamiques associées s'en déduisent par:

$$R = \rho \frac{\partial \psi}{\partial p} \quad , X = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} \tag{III-4}$$

III.2 LOIS A ECROUISSAGE ISOTROPE

Ce sont celles dans lesquelles l'évolution de la surface de charge est gouvernée par une seule variable scalaire, soit le travail plastique dissipé, soit la déformation plastique Cumulée *p*, soit toute variable associée, telle que la force thermodynamique.

Pour simplifier l'écriture, ces lois sont développées en supposant la température constante ou tout au moins en utilisant des critères indépendants de la température. La fonction de charge est donc en fonction de σ et R.

$$f = \mathrm{f}(\sigma, R) \tag{III-5}$$

L'hypothèse d'isotropie de l'écrouissage facilite grandement l'écriture des lois. Soit que l'on utilise la déformation plastique cumulée ou le travail plastique cumulé, il est facile d'identifier le modèle d'écrouissage. Les seules différences porteront soit sur le critère choisi pour la fonction de charge, soit sur l'expression de la dissipation. La fonction de charge s'exprime alors sous la forme:

$$f = \mathrm{f_y}(\sigma) - \mathit{\Gamma}(R) \tag{III-6}$$

Où la fonction f_y indique la forme du critère de limite d'élasticité et la fonction Γ introduit 1'écrouissage.

L'écrouissage isotrope correspond a une dilatation simple du critère initiale. La figure III-1 indique schématiquement l'évolution du critère dans l'espace des contraintes et la courbe contraintes déformations plastiques en traction /compression.

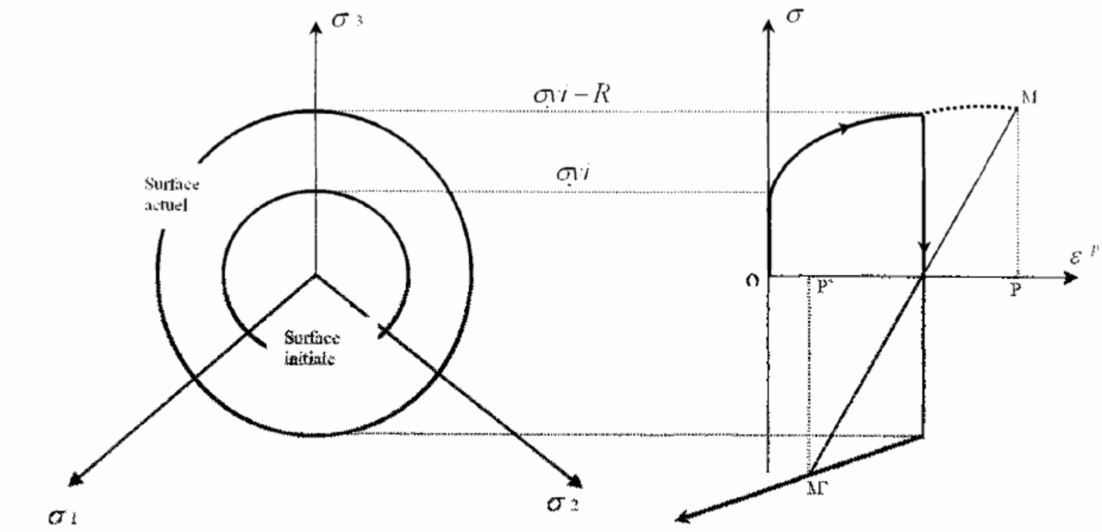


Figure III. I- Ecrouissage isotrope représentation dans I'espace des contraintes en traction / compression

Cette figure montre aussi, pourquoi la déformation plastique cumulée peut être employée comme variable de l'écrouissage isotrope: les points *M* et *M* ont le même état et la même déformation plastique cumulée *OI+ IF =OI+IP*

III.2.1 Lois a écrouissage isotrope linéaire

Cette loi est facilement déterminée en utilisant un modèle linéaire caractérisé par:

- *σyi* (*σ yield*):la limite d'élasticité initiale
- *E* : module d'élasticité;
- E_T: module tangent.

Soit un incrément de charge *dσ*, prit à partir d'un état situé sur la frontière du domaine d'élasticité (Figure III.2).

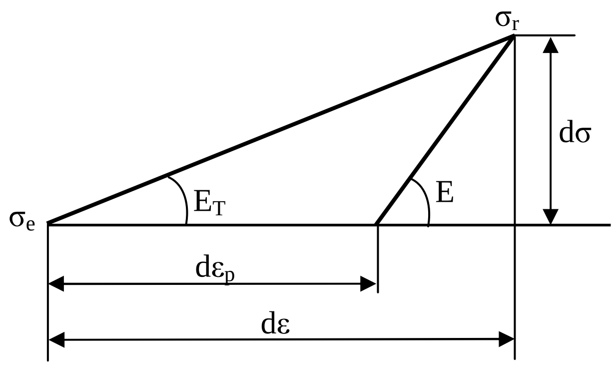


Figure III.2- Incrément de charge

Nous avons : $d\sigma = E_T.d\varepsilon$

Or $d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p$ et $d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E}$

Nous avons : Donc $d\varepsilon = d\varepsilon^p + \frac{d\sigma}{E}$

$\Rightarrow$ $d\sigma\left(1\text{-}\frac{E}{E_T}\right) = E_T.d\varepsilon^p$

D'ou : $d\sigma = Ci\,.\,d\varepsilon^p$

Avec. C_i constante isotrope, égale a : $\dfrac{E_T}{1-\frac{E_T}{E}}$

C_i est appelée aussi module d'écrouissage, elle est représenté par le symbole H et est égale à : $H = \frac{E.E_T}{E - E_T}$

On choisit une fonction de charge de *VON MISES*, sous Ia forme:

$$f = \sigma_{eq} - R - \sigma yi \qquad \text{(III-7)}$$

La loi de comportement, qui est en fait la courbe d'écrouissage, s'exprime alors par la relation :

$$d\varepsilon^p = \frac{d\sigma}{Ci} \qquad \text{(III-8)}$$

III.2.2 Loi a écrouissage isotrope non linéaire

C'est une loi d'écoulement en régime élastoplastique a écrouissage isotrope, où l'écoulement plastique est non linéaire. Le domaine plastique n'est plus représenté par une droite mais par une courbe de pente décroissante. On choisit toujours la fonction de charge de VON MISES exprimé par la relation :

$$f = \sigma_{eq} - R - \sigma yi = 0 \qquad \text{(III-9)}$$

Sachant que lorsque:

$f \prec 0 \rightarrow$ le comportement est purement élastique;

$\mathrm{f} = 0$ Et $df = 0 \rightarrow$ On a un écoulement plastique;

$\mathrm{f} = 0$ Et $df \prec 0 \rightarrow$ On a une decharge élastique.

En fait, la courbe d'écrouissage suit la relation:

$$R = k(p) = \rho\frac{\partial\psi}{\partial p}$$

Avec *: R(0)=k(0)=0*

On retrouve la définition de la déformation plastique cumulée lorsqu'il y a écoulement ($df = 0$ lorsque $f = 0$). Cette condition donne:

$$df = d\sigma_{eq} - k^{'}(p)dp \tag{III-10}$$

$$Avec: \qquad k^{'}(p) = \frac{dk(p)}{dp} \qquad \text{et} \qquad dR = k^{'}(p)dp$$

L'expression d'écrouissage en traction simple donne la signification des variables R et p. En fait, sachant que:

$$d\varepsilon^{p} = g'(\sigma)d\sigma$$

Où la fonction $g'(\sigma)^{-1}$ joue le rôle du module tangent de la courbe d'écrouissage. On retrouve bien la signification de la variable R:

$$R = k(p) = \int_{0}^{\varepsilon} k'(\varepsilon^{p})d\varepsilon^{p} = \int_{\sigma yi}^{\sigma} \frac{1}{g'(\sigma)} d\varepsilon^{p}(\sigma) = \int_{\sigma yi}^{\sigma} d\sigma \tag{III-11}$$

Soit donc: $R = \sigma - \sigma yi$, cohérente avec l'expression de la fonction de charge en traction simple.

L'évolution de R en fonction de p rend compte d'un écrouissage progressif. Pour les effets cycliques, cette évolution est lente et peut se faire d'une façon croissante (durcissement cyclique) ou décroissante (adoucissement). L'évolution de R peut être avantageusement particularisée au moyen de l'équation suivante:

$$dR = b\,(Q - R)\,dp \tag{III-12}$$

Où b et Q désignent deux constantes (Q donne la valeur asymptotique qui correspond au régime cyclique stabilisé et b indique la rapidité de la stabilisation).

L'intégration de cette relation et l'application du critère donne à chaque cycle unidimensionnel:

$$\sigma - \sigma yi = Q[1 - \exp(-bp)] \tag{III-13}$$

Les relations précédentes nous donnes : $dp = \dfrac{d\sigma}{k'(p)}$

La déformation plastique s'écrit donc : $d\varepsilon^{p} = \dfrac{d\sigma}{\dfrac{dR}{dp}}$

Avec : $R = \sigma - \sigma yi = Q[1 - \exp(-bp)]$

III.3 LOIS A ECROUISSAGE CINEMATIQUE

L'écrouissage cinématique correspond a la translation de la surface de charge ou la variable X de nature tensorielle, indique la position actuelle de la surface de charge:

$$f = f_y(\sigma - X) - \sigma yi \qquad \text{(III-14)}$$

La figure III.3 montre schématiquement le mouvement de cette surface dans l'espace des contraintes et la modélisation correspondante en traction / compression dans le diagramme contraintes déformations.

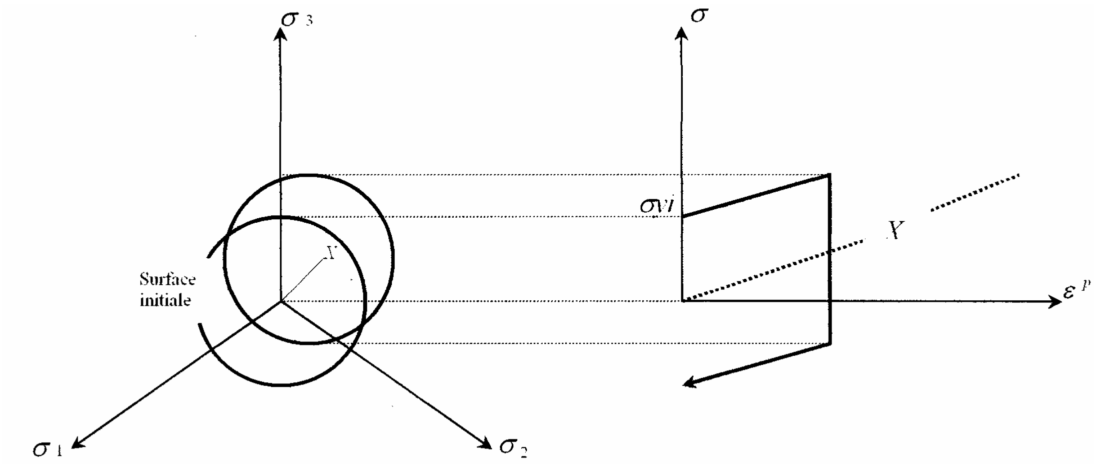


Figure III 3- Ecrouissage cinématique : représentation dans l'espace des contraintes en traction / compression

L'identification se fait à partir de la traction simple. La matrice des déformations plastiques s'écrit de façon habituelle, tandis que, par homogénéité avec le déviateur des contraintes, on note la matrice des contraintes internes sous la forme:

$$[X] = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}X & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}X & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}X \end{bmatrix}$$

III.3.1 Loi a écrouissage cinématique linéaire (loi de PRAGER)

Si la surface de charge est décrite par le critère de *VON MISES*, la fonction f_y ne dépend que du second invariant $J_2(\sigma - X)$. Le critère et les équations d'écoulement se mettent sous la forme:

$$f = |\sigma - X| - k = 0 \qquad \text{(III-15)}$$

$$d\varepsilon_{11}^{p} = d\varepsilon^{p} = \frac{1}{H} d\sigma$$

La loi d'écrouissage cinématique s'explique sous la forme:

$$dX = \frac{2}{3} H.d\varepsilon^{p} \qquad \text{(III-16)}$$

Le module d'écrouissage étant constant et est égal a:

$$H = \frac{3}{2} C_{c}$$

Où: C_c est la constante cinématique.
La loi s'écrit donc sous la forme :

$$d\varepsilon^{p} = \frac{2}{3} \frac{d\sigma}{C_{c}} \qquad \text{(III-17)}$$

III.3.2 Loi a écrouissage cinématique non linéaire (modèle d'AMSTRONG et FREDERICK)

Le critère de plasticité s'exprime toujours sous la forme:

$$f = J_{2}(\sigma - X) - \sigma yi \qquad \text{(III-18)}$$

L'inconvénient de la loi de *PRAGER* (proportionnalité entre $d\varepsilon^p$ et dX) est levé par un terme de rappel introduisant un effet de mémoire évanescente du trajet de déformation:

$$dX = \frac{2}{3} C.d\varepsilon^{p} - \gamma X.dp. \qquad \text{(III-19)}$$

Où *dp* est l'incrément de déformation cumulée, C et γ étant des coefficients caractéristiques de chaque matériau.
On suppose généralement que le tenseur X est nul dans l'état initial. Le module d'écrouissage dépend dans ce cas de la contrainte cinématique. Il s'exprime par la relation:

$$H = C - \gamma.X.\operatorname{sgn}(\sigma - X) \qquad \text{(III-20)}$$

Il est clair que lorsque l'écrouissage est cinématique le module d'écrouissage diminue. L'équation d'évolution de l'écrouissage peut s'écrire alors:

$$d\varepsilon^{p} = \frac{d\sigma}{H} = \frac{d\sigma}{C - \gamma(p) X(p) \operatorname{sgn}(\sigma - X)} \qquad \text{(III-21)}$$

Avec le choix de la fonction *γ(p)* comme constante.

En fait lorsque *p* tend vers $+\infty$: $\gamma(p) = \gamma_\infty + (\gamma_0 - \gamma_\infty)e^{-bp} = \gamma_\infty$

III.3.3 Loi a écrouissage isotrope et cinématique non linéaire (modèle de CHABOCHE)

Cette loi s'agit de la superposition d'un écrouissage isotrope a l'écrouissage cinématique non linéaire. Le domaine d'élasticité se modifie alors par translation et par dilatation. Les variables d'états employées pour décrire cet écrouissage sont celles représentant la variation de dimension du domaine d'élasticité qui sont la déformation plastique cumulée et la force thermodynamique associée *R*.

Cet écrouissage s'exprime par:

$$f = J_2(\sigma - X) - R - \sigma yi \qquad \text{(III-22)}$$

L'évolution de *R* peut être avantageuse au moyen d'une équation similaire pour l'écrouissage isotrope:

$$dR = b\,(Q - R)\,dp \qquad \text{(III-23)}$$

L'écrouissage isotrope en tant qu'effet de durcissement cyclique peut aussi se traduire sur la variable cinématique en introduisant des fonctions de la déformation plastique cumulée:

$$dX = \frac{2}{3}C.(p)d\varepsilon^p - \gamma(p)X.dp. \qquad \text{(III-24)}$$

Où la fonction *γ(p)* traduit le durcissement cyclique.

Ce dernier peut étre traduit par une fonction *C(p)* croissante ou une fonction *γ(p)* décroissante. On choisit *C* constante et *γ(p)* décroissante exponentiellement.

$$\gamma(p) = \gamma_\infty + (\gamma_0 - \gamma_\infty)e^{-pb} \qquad \text{(III-25)}$$

L'ensemble des équations du modèle superposant écrouissage isotrope et écrouissage cinématique s'écrit, pour un matériau obéissant au critère de *VON-MISES*:

$$d\varepsilon^p = \frac{d\sigma}{b[Q - R(p)] + C - \gamma(p)X(p)\,\mathrm{sgn}(\sigma - X)} \qquad \text{(III-26)}$$

CHAPITRE -IV-

Identification des différents paramètres des modèles cycliques

IV.1 MODELE A ECROUISSAGE ISOTROPE LINEAIRE

IV.2 MODELE A ECROUISSAGE ISOTROPE NON LINEAIRE

IV.3 MODELE DE PRAGER

IV.4 MODEL D' AMSTRONG ET FREDERICK

IV.5 MODELE DE CHABOCHE

Aujourd'hui, la conception et la réalisation de produits techniques complexes (automobiles, trains, avions, systèmes de production, machines, etc.), ou plus simples (par exemple, les composants de sécurité de ces produits complexes) nécessite une grande maîtrise des outils de caractérisation, de simulation et de modélisation des comportements des matériaux afin de pouvoir garantir leurs propriétés d'usage dès la conception. Dans ce chapitre nous déterminons les différents paramètres des modes cycliques a partir du premier cycle de chaque modèle. Le matériau utilisé est Hastelloy C 2000 (Ni + Cr + Mo) c'est un d'alliages a hautes performances inoxydable utilisé pour plusieurs domaine industriel.

IV.1 MODELE A ECROUISSAGE ISOTROPE LINEAIRE

Pour obtenir ce type de comportement a partir des résultats expérimentaux, il suffirait de tracer les tangentes a la courbe du 1ère cycle en ε =0 et en ε = 0.005.

Les données utilisées pour la simulation sont:

- ***Fichier matériau***
  - Module de Young E=206000 MPa.
  - Cœfficient de Poisson 0.3
  - Les paramètres identifiés du modèle :

    R_0 = 120.

    Q = 0.

    b = 0.

La courbe du 1er cycle aura l'allure suivante

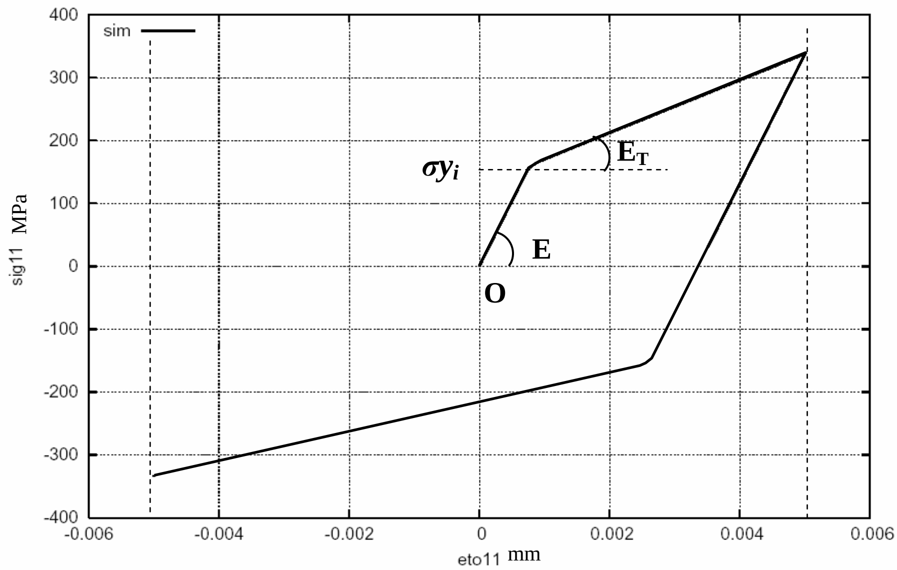


Figure IV.1- Ecrouissage isotrope linéaire

La déformation plastique suit la loi de comportement:

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{Ci} \qquad \text{(IV-1)}$$

On doit identifier expérimentalement deux paramètres:

- La taille initiale du domaine élastique σy_1
- La constante $Ci = H$.

Ou H est le module d écrouissage qui est égale a :

$$H = \frac{E.E_T}{E - E_T} \qquad \text{(IV-2)}$$

E: étant le module d'élasticité (module de YOUNG);

E_T: étant le module de plasticité (module tangent).

- ***Identification de σy_i***

Sur le graphe, on lit directement l'ordonnée du point au maximum de la déformation, dans le domaine élastique du 1er cycle (point A), on aura: $\boldsymbol{\sigma y_i}$ = MPa

- ***Identification de E***

En élasticité on a: σ = ε.E.

E est identifié en calculant la pente de la portion de droite en d'élasticité a partir de deux points : "O" et "A" :

$$\text{point "}O\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 0 \text{ mm} \\ \\ \sigma = 0 \text{ MPa}\end{cases} \qquad \text{point "}A\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 0.00075 \text{ mm} \\ \\ \sigma = 155 \text{ MPa}\end{cases}$$

$$E = \frac{155 - 0}{75.10^{-5} - 0} = 2.06.10^{5} \text{ MPa}$$

- ***Identification de E_T***

E_T est identifié en calculant la pente de la portion de droite en plasticité a partir de deux points : "A" et "B" :

$$\text{point "}A\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 0.0075 \text{ mm} \\ \\ \sigma = 155 \text{ MPa}\end{cases} \qquad \text{point "}B\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 0.005 \text{ mm} \\ \\ \sigma = 345 \text{ MPa}\end{cases}$$

$$E_T = \frac{345 - 155}{0.005 - 0.00075} = 44706 \text{ MPa}$$

- ***Calcul de C_i:***

$$C_i = \frac{E.E_T}{E - E_T} = \frac{206000 \,.\, 44706}{206000 - 44706} = 57097 \text{ MPa}$$

IV.2 MODELE A ECROUISSAGE ISOTROPE NON LINEAIRE

Pour obtenir ce type de comportement a partir des résultats expérimentaux, il suffirait de tracer les tangentes a la courbe du 1ère cycle en ε =0 et en ε = 0.005.

Les données utilisées pour la simulation sont:

- ***Fichier matériau***
  - Module de Young E=206000 MPa.
  - Cœfficient de Poisson 0.3
  - Les paramètres identifiés du modèle :

    R_0 = 160.

    Q = 45.

    b = 29.

La courbe du 1er cycle aura l'allure suivante

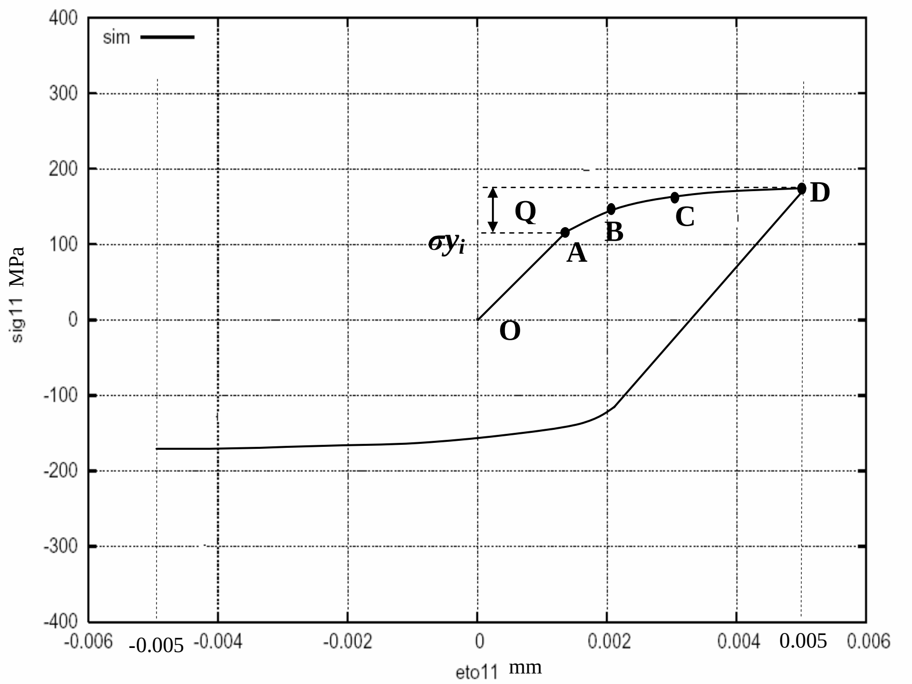


Figure IV.2- Ecrouissage isotrope non linéaire ' PRAGER'

La déformation plastique suit la loi de comportement:

$$d\varepsilon^p = \frac{d\sigma}{\frac{dR(p)}{dp}} \tag{IV-3}$$

Avec : $\sigma = \sigma yi + R(p)$ (IV-4)

Les paramètres à identifiés expérimentalement sont:

- La taille du domaine élastique *σyi*.
- Variable de mémoire de l'écrouissage *Q*.
- La fonction *R (p)* qui traduit la variation non linéaire de la taille du domaine élastique:

$$R(p) = \sigma - \sigma yi = Q(1 - e^{-bp}) \tag{IV-5}$$

- ***Identification de σyi.***

Sur le graphe, on lit directement l'ordonnée du point au maximum de la déformation, dans le domaine élastique du 1er cycle (point A), on aura: $\boldsymbol{\sigma y_i}$ = 120 MPa

- ***Identification de Q***

$Ona : \sigma - \sigma yi = Q(1 - e^{-bp})$

Lorsque ε^e tend vers $+\infty$, *P* tend vers $+\infty$ et a *σ-σyi* tend vers *Q*.

En traçant l'asymptote horizontale a la courbe du cycle stabilisé en ε= 0.005 (en a σ =165 MPa), on peut mesurer *Q*:

Q=170- 125= 45 MPa

- ***Identification de b***

b : Constante indiquant la rapidité de la stabilisation.

Lorsque $d\varepsilon^p \geq 0$ on a : $p = \varepsilon^p$

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p = \frac{\sigma}{E} + \varepsilon^p \tag{IV-6}$$

Donc : $\sigma - \sigma yi = Q(1-e^{-bp}) = Q\left(1-e^{-b\left(\varepsilon-\frac{\sigma}{E}\right)}\right)$

$$\Rightarrow \quad 1-\frac{\sigma-\sigma yi}{Q} = e^{-b\left(\varepsilon-\frac{\sigma}{E}\right)}$$

$$\Rightarrow \quad \ln\left(1-\frac{\sigma-\sigma yi}{Q}\right) = \left(\varepsilon-\frac{\sigma}{E}\right)$$

$$\Rightarrow \quad b = -\frac{\ln\left(1-\frac{\sigma-\sigma yi}{Q}\right)}{\varepsilon-\frac{\sigma}{E}}$$

Les couples de coordonnées des points C, D, E sur la courbe du premier cycle, nous donnent les valeurs de *ε, σ et b*

$$\text{point "}B\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 2\,\text{mm}\\ \sigma = 150\,\text{MPa}\\ b = 23.61\end{cases} \qquad \text{point "}C\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 3\,\text{mm}\\ \sigma = 165\text{MPa}\\ b = 30.53\end{cases} \qquad \text{point "}D\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 5\,\text{mm}\\ \sigma = 170\,\text{MPa}\\ b = 33.45\end{cases}$$

La valeur moyenne de b est: $\bar{b} = 29.19 \approx 29$

La fonction *R (p)* s'écrit alors:

$R\,(p)$=$45.10^{6}(1\text{-e}^{29P})$

IV.3 MODELE DE PRAGER

Puisque le modèle de PRAGER décrit un écrouissage cinématique linéaire, le centre du domaine élastique varie et la courbe sera (Figure IV.3).

- ***Fichier matériau***
  - Module de Young E=206000 MPa.
  - Cœfficient de Poisson 0.3
  - Les paramètres identifiés du modèle :

    R_0 = 0.

    Q = 0.

    b = 0.

C = 51200

D = 0

- *C*: module d'écrouissage.
- *D*: constante utilisée par le logiciel, dépend de la nature de matériaux.

La courbe du 1er cycle aura l'allure suivante:

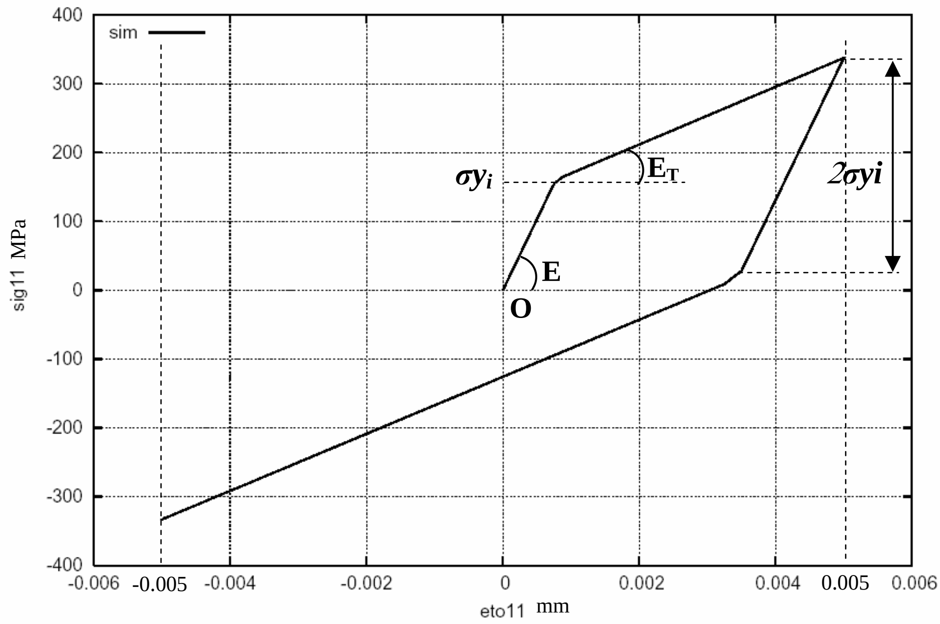


Figure IV.3- Modèle a écrouissage cinématique linéaire de PRAGER

La déformation plastique suit la loi de comportement suivante:

$$d\varepsilon^{p} = \frac{2}{3}\frac{d\sigma}{Cc} \tag{IV-7}$$

Les paramètres à identifier sont:

- La taille du domaine élastique *σyi*
- La constante C_c (constante cinématique) $C_c = \frac{2}{3}H$, ou *H* est le module d'écrouissage.
- ***Identification de σyi***

σyi s'identifie toujours en procédant de la même manière que pour l'écrouissage isotrope linéaire et on aura: *σyi* =155 MP a

- ***Calcul de C_c***:

E et E_T auront les mêmes valeurs que celles de l'écrouissage isotrope donc:

$$C_c = \frac{2}{3}.\frac{E.E_T}{E - E_T} = \frac{2}{3}\frac{206000\,.\,44706}{206000\text{ - }44706} \approx 51200\text{ MPa}.$$

IV.4 MODEL D' AMSTRONG ET FREDERICK

Le centre du domaine élastique varie d'une manière non linéaire en fonction du sens du chargement et la courbe sera (Figure IV.4):

- ***Fichier matériau***
  - Module de Young E=206000 MPa.
  - Cœfficient de Poisson 0.3
  - Les paramètres identifiés du modèle :

    R_0 = 160.

    Q = 0.

    b = 0.

    C = 51200.

    D = 400.

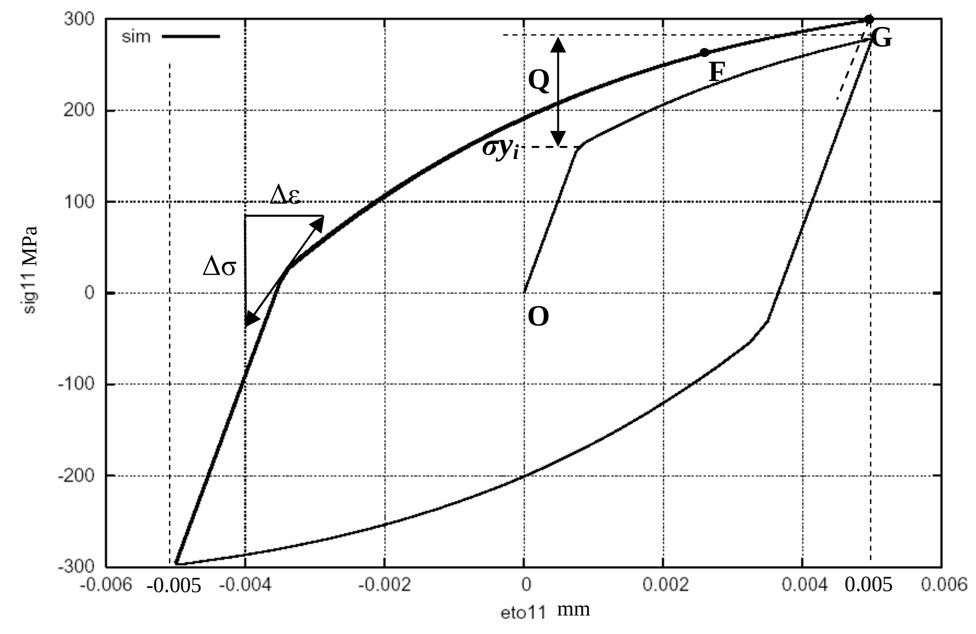


Figure IV. 4- Modèle de FREDEIC'K et AMSTRONG

La déformation plastique suit la loi de comportement suivante:

$$d\varepsilon^p = \frac{d\sigma}{C - \gamma(P).X(P).\mathrm{sgn}(\sigma - X)} \qquad \text{(IV-8)}$$

Les paramètres a identifier sont:

- La taille du domaine élastique *σyi*.
- Variable de mémoire de l’écrouissage *Q*.
- Coefficient caractéristique du matériau *C*.
- La fonction *X(p)* qui traduit la variation non linéaire du centre du domaine élastique, telle que: $dX = C\, d\varepsilon^p - \gamma(P) X dp$ (IV-9)

Supposons que la fonction *γ(p)*est constante, car lorsque *p* tend vers $+\infty$ on aura:

$$\gamma(P) = \gamma_\infty + (\gamma_0 - \gamma_\infty).e^{-bp} = \gamma_\infty + (\gamma_0 - \gamma_\infty).e^{-\infty} = \gamma_\infty$$

- ***Identification de σyi***

En procédant de la même manière que pour le modèle isotrope non linéaire, la limite d’élasticité est: *σyi* = 160 MP a.

- ***Identification de Q***

$$Ona : \sigma - \sigma yi = Q(1 - e^{-bp})$$

Lorsque ε^e tend vers $+\infty$, *P* tend vers $+\infty$ et a *σ-σyi* tend vers *Q*.
En traçant l’asymptote horizontale a la courbe du cycle stabilisé en ε= 0.005 (en a σ =280 MPa), on peut mesurer *Q*:

Q=280-160= 120 MPa

- ***Identification de C***

$$\text{Ona : } C = \left(\frac{dX}{d\varepsilon^p}\right)_{x=0} \text{ c'est la constante cinématique}$$

Lorsque : $\sigma = \sigma yi$ on a $X = 0$

La pente de la courbe de traction en $\sigma = \sigma yi$ donne:

$$\frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = \frac{160}{0.0008} = 200000\,\text{MPa}.$$

Or: $\Delta\sigma = \Delta X$ donc $\Delta X = 200000.\Delta\varepsilon$

Mais: $\Delta\varepsilon^p = \Delta\varepsilon - \dfrac{\Delta\sigma}{E}$

Donc: $C = \dfrac{\Delta X}{\Delta\varepsilon^p} = \dfrac{200000.\Delta\varepsilon}{\Delta\varepsilon - \dfrac{\Delta\sigma}{E}} \approx 51200\,\text{MPa}.$

- ***Identification de*** γ_∞

On a : $dX = C\, d\varepsilon^p - \gamma_\infty\, X\, dp$

Lorsque: $d\varepsilon^p \geq 0$, $dp = d\varepsilon^p$

Donc: $dX = (C - \gamma_\infty X) d\varepsilon^p$

Soit: $\gamma_\infty = \dfrac{C - \dfrac{dX}{d\varepsilon^p}}{X}$

La pente des tangentes aux points *F* et *G*, sur la courbe du cycle stabilisé donne les valeurs de ε, σ, X, Δσ

$$\text{point "}F\text{"}\begin{cases} \varepsilon.10^{-3} = 2.6\,\text{mm} \\ \sigma = 265\,\text{MPa} \\ X = 140\,\text{MPa} \\ \Delta\sigma = 60\,\text{MPa} \\ \Delta\varepsilon = 5 \\ \dfrac{\Delta \text{X}}{\Delta\varepsilon^{\text{p}}} = 18600\,\text{MPa} \\ \gamma_\infty = 655 \end{cases} \qquad \text{point "}G\text{"}\begin{cases} \varepsilon.10^{-3} = 5\,\text{mm} \\ \sigma = 300\,\text{MPa} \\ X = 160\,\text{MPa} \\ \Delta\sigma = 20\,\text{MPa} \\ \Delta\varepsilon = 5 \\ \dfrac{\Delta \text{X}}{\Delta\varepsilon^{\text{p}}} = 15700\,\text{MPa} \\ \gamma_\infty = 635 \end{cases}$$

Donc la moyenne est $\bar{b} = 645$

Alors la fonction *X(p)* s'écrira : $dX = 51200\, d\varepsilon^p - 645\, X\, dp$

IV.5 MODELE DE CHABOCHE

Le centre du domaine élastique varie encore d'une manière non linéaire (Figure IV.5).

- ***Fichier matériau***
  - ➤ Module de Young E=206000 MPa.

➤ Cœfficient de Poisson 0.3

➤ Les paramètres identifiés du modèle :

R_0 = 160.

Q = 45.

b = 29.

C = 51200.

D = 400.

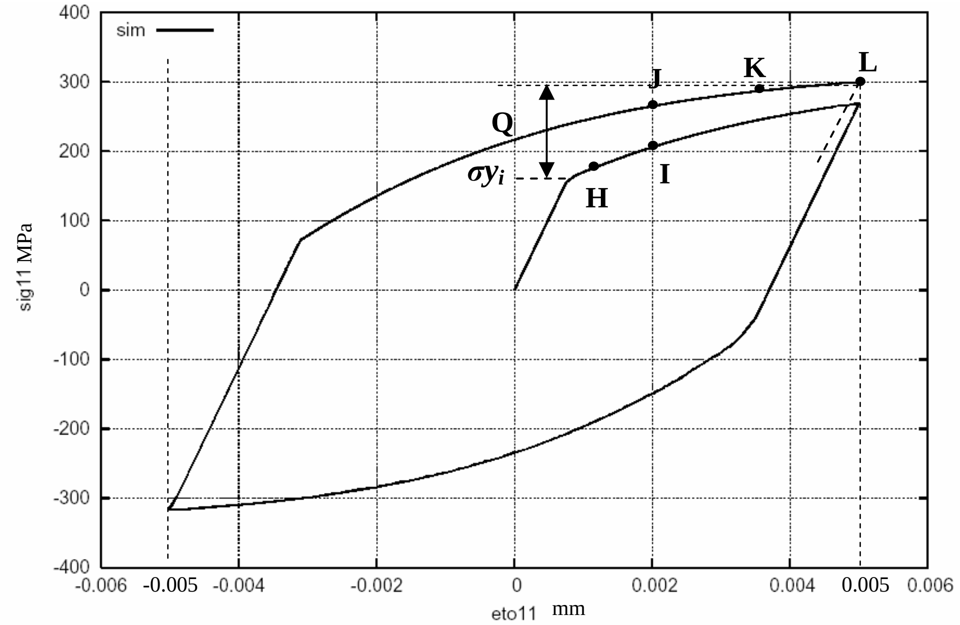


Figure IV.5- Modèle de CHABOCHE

La déformation plastique suit la loi de comportement suivante:

$$d\varepsilon^p = \frac{d\sigma}{b[Q - R(p)] + C - \gamma(P).X(P).\mathrm{sgn}(\sigma - X)} \qquad \text{(IV-10)}$$

Les paramètres à identifier sont:

- La taille du domaine élastique σyi
- Coefficient caractéristique du matériau C.
- Les constants b et Q.
- La fonction $R(p) = \sigma - \sigma yi = Q(1 - e^{-bp})$ qui traduit la variation de la taille du domaine élastique;
- La fonction $X(p)$ qui traduit la variation non linéaire du centre du domaine élastique, telle que: $dX = C\, d\varepsilon^p - \gamma(P)Xdp$
- La fonction $\gamma(P) = \gamma_\infty + (\gamma_0 - \gamma_\infty).e^{-bp}$

- ***Identification de σyi***

En procédant de la même manière que pour le modèle isotrope non linéaire, la limite d'élasticité est: σyi = 160 MP a.

- ***Identification de Q***

$$Ona : \sigma - \sigma yi = Q(1 - e^{-bp})$$

Lorsque ε^{e} tend vers $+\infty$, *P* tend vers $+\infty$ et a *σ-σyi* tend vers *Q*.
En traçant l'asymptote horizontale a la courbe du cycle stabilisé en ε= 0.005 (en a σ =300 MPa), on peut mesurer *Q*:
Q=300-160= 140 MPa
En calcul *C* et γ_∞ comme le modèle précédent en trouve: C=51200 et γ_∞=635.

- ***Identification de*** γ_0

On sait que lorsque: $d\varepsilon^p \geq 0 \quad dp = d\varepsilon^p$
Sur la courbe du premier cycle, au début de la plastification *p* tend vers 0 et

$$\gamma(P) = \gamma_\infty + (\gamma_0 - \gamma_\infty).e^0 = \gamma_0$$

$$\text{Donc}: dx = Cd\varepsilon^p - \gamma_0 \; X \; dp = (C - \gamma_0 \; X)d\varepsilon^p \Leftrightarrow \gamma_\infty = \frac{C - \dfrac{dX}{d\varepsilon^p}}{X}$$

La pente des tangentes aux points *H* et *I* donne les valeurs de ε, σ, X et Δσ

$$\text{point}"H"\begin{cases} \varepsilon.10^{-3} = 1.6\,\text{mm} \\ \sigma = 180\,\text{MPa} \\ X = 100\,\text{MPa} \\ \Delta\sigma = 160\,\text{MPa} \\ \Delta\varepsilon = 5 \\ \dfrac{\Delta \text{X}}{\Delta\varepsilon^{\text{p}}} = 40600\,\text{MPa} \\ \gamma_0 = 745\,\text{MPa} \end{cases} \qquad \text{point}"I"\begin{cases} \varepsilon.10^{-3} = 2\,\text{mm} \\ \sigma = 205\,\text{MPa} \\ X = 110\,\text{MPa} \\ \Delta\sigma = 60\,\text{MPa} \\ \Delta\varepsilon = 5 \\ \dfrac{\Delta \text{X}}{\Delta\varepsilon^{\text{p}}} = 17400\,\text{MPa} \\ \gamma_0 = 815\,\text{MPa} \end{cases}$$

Nous prenons la valeur moyenne : $\bar{\gamma}_0 = 780$

- ***Identification de b***

On procède de la même manière que pour le modèle isotrope non linéaire.

$$b = -\frac{\ln\left(1 - \frac{\sigma - \sigma yi}{Q}\right)}{\varepsilon - \frac{\sigma}{E}}$$

Les couples de coordonnées des points *J*, *K* et *L* nous donnent les valeurs de ε, σ, et b.

$$\text{point "}J\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 2\,\text{mm} \\ \sigma = 265\,\text{MPa} \\ b = 27.61\end{cases} \quad \text{point "}K\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 3.5\,\text{mm} \\ \sigma = 290\,\text{MPa} \\ b = 30.53\end{cases} \quad \text{point "}L\text{"}\begin{cases}\varepsilon.10^{-3} = 5\,\text{mm} \\ \sigma = 300\,\text{MPa} \\ b = 30.15\end{cases}$$

La valeur moyenne de b est: $\bar{b} = 29.43 \approx 29$

Les fonctions cherchées s'écrivent donc :

$$\gamma(p) = 635.10^6 + 145.10^6.e^{-29p}$$
$$R(p) = 140.10^6(1 - e^{-29p})$$
$$dX = 51200\ d\varepsilon^p - [635.10^6 + 145.10^6.e^{-29p}]Xdp.$$

CHAPITRE -V-

Simulation et interprétation des résultas

V.1 RESULTATS DE SIMULATION

V.2 COMMENTAIRE SUR LES RESULTATS

V.3 TESTS SUR DES ESSAIS COMBINANT LA TRACTION ET LA TORSION

Ayant identifié les différents modèles de comportement, une simulation numérique a été effectuée en utilisant chaque modèle de comportement, afin de mettre en évidence le modèle le mieux adapté qui se rapproche le plus de l'expérimental. Les coefficients et les différentes fonctions identifiées à partir de l'essai, seront injectés dans les programmes ainsi que les conditions initiales. Les résultats numériques obtenus sont alors représentés sous forme de graphe afin de pouvoir tirer les conclusions.

Dans ce chapitre on présente les résultats de la simulation des différents modèles à l'aide de Zebulon et leur comparaison avec les résultats expérimentaux. Les graphes sont obtenus a partir d'une relation contrainte-déformation et cela pour les différents types d'écrouissage à déformation imposée.

V.1 RESULTATS DE SIMULATION

V.1.1 Modèle a écrouissage isotrope non linéaire

Les données utilisées pour la simulation sont:

- ***Fichier matériau***
  - Module de Young E=206000 MPa.
  - Cœfficient de Poisson 0.3
  - Les paramètres identifiés du modèle :

    R_0 = 160.

    Q = 45.

    b = 29.

Les résultats de la simulation pour 10 cycles, obtenus sont donnés sur le graphe 1 :

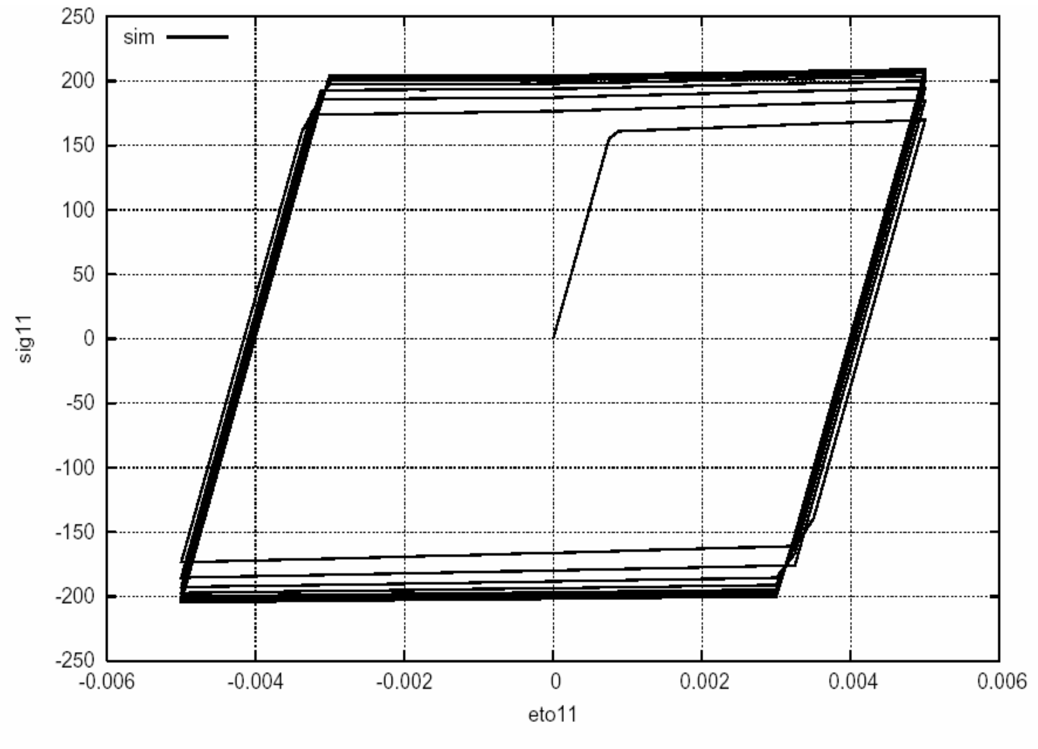


Figure V.1 Modèle isotrope non linéaire pour 10 cycles

On remarque une linéarité des deux parties élastique et plastique. La valeur maximale de la contraint dépasse légèrement 200 MPa.

Sur la figure (VI.2), on représente les résultats obtenus par simulation avec ceux obtenus expérimentalement.

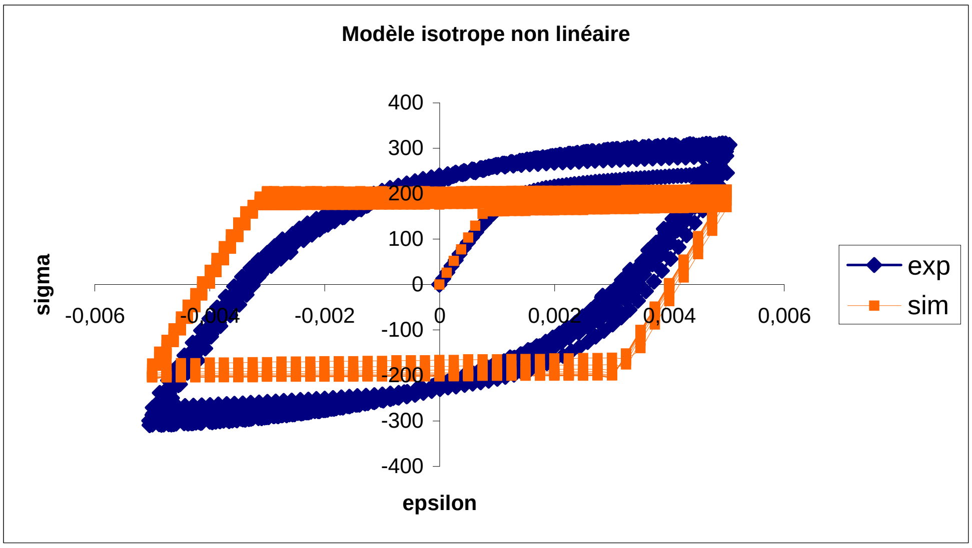


Figure V.2- Superposition du graphe théorique et expérimentale pour le modèle isotrope non linéaire

La superposition du cycle stabilisé est donnée sur la figure (VI.3) :

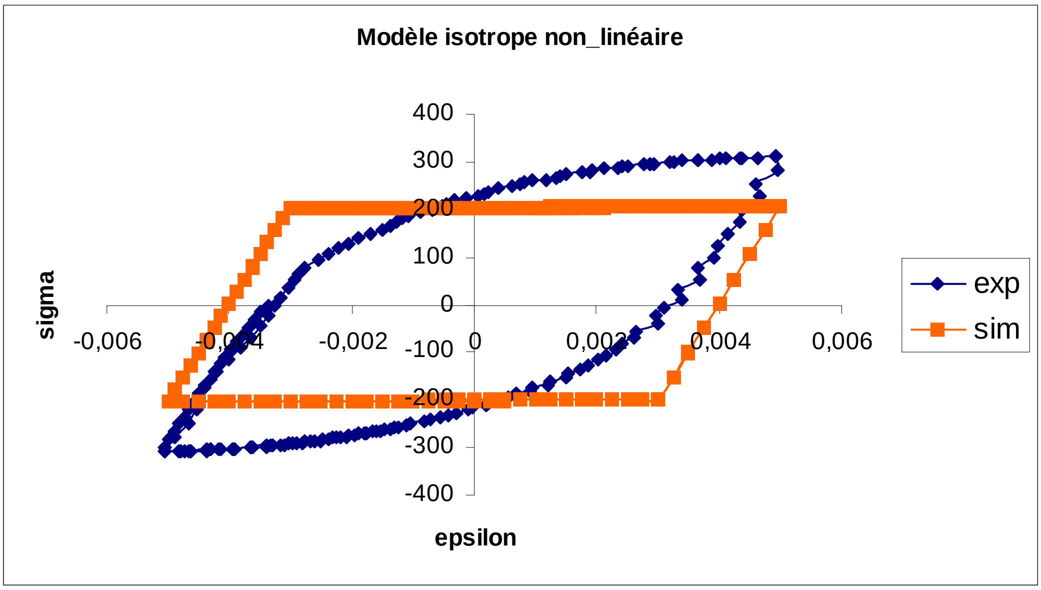


Figure V.3- Superposition du graphe théorique et expérimentale pour le cycle stabilisée pour le modèle isotrope non linéaire

On remarque un décalage très apparent entre la courbe expérimentale et celle calculée. Ce modèle ne donne pas une meilleure représentation du comportement réel du matériau.

Le défaut du problème apparaît effectivement mais l'écart peut être fortement réduit par une meilleure identification des paramètres.

Dans le graphe 2, la phase de chargement et celle de déchargement se composent d'une parcelle linéaire et d'une autre non linéaire. La partie d'élasticité varie toujours suivant une loi linéaire (loi de Hooke), tandis que la non linéarité de la parcelle plastique provient de sa variation suivant une fonction exponentielle.

V.1.2 Modèle de PRAGER

Le modèle de PRAGER décrit un écrouissage cinématique linéaire, le centre du domaine élastique varie et la courbe sera (Figure V.4).

- ***Fichier matériau***
  - ➤ Module de Young E=206000 MPa.
  - ➤ Cœfficient de Poisson 0.3
  - ➤ Les paramètres identifiés du modèle :

    $R_0 = 0.$

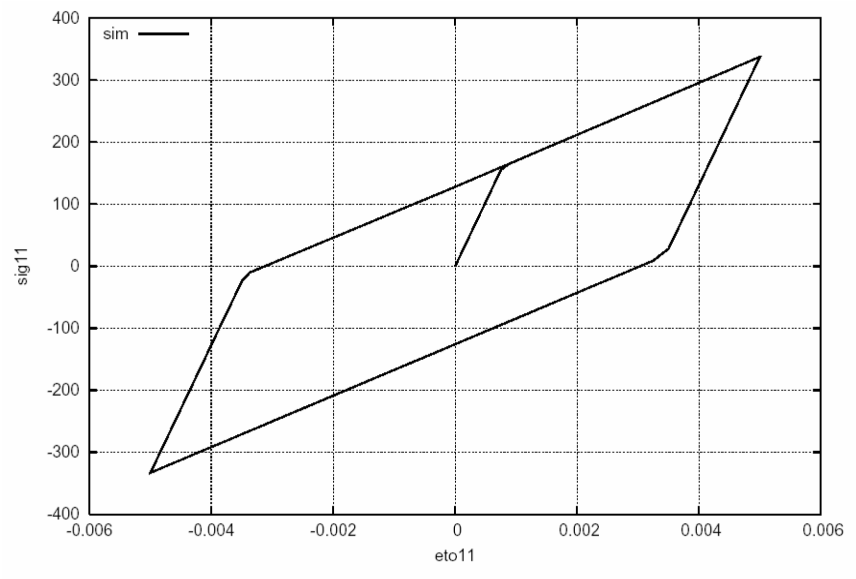
Q = 0.

b = 0.

C = 51200

D = 0

La simulation du modèle donne la courbe suivante :



La La ***Figure V.4- Modèle isotrope linéaire ' PRAGER' pour 10 cycles***

La superposition du cycle stabilisé simulé avec le cycle stabilisé expérimental est représentée sur la Figure (V.5).

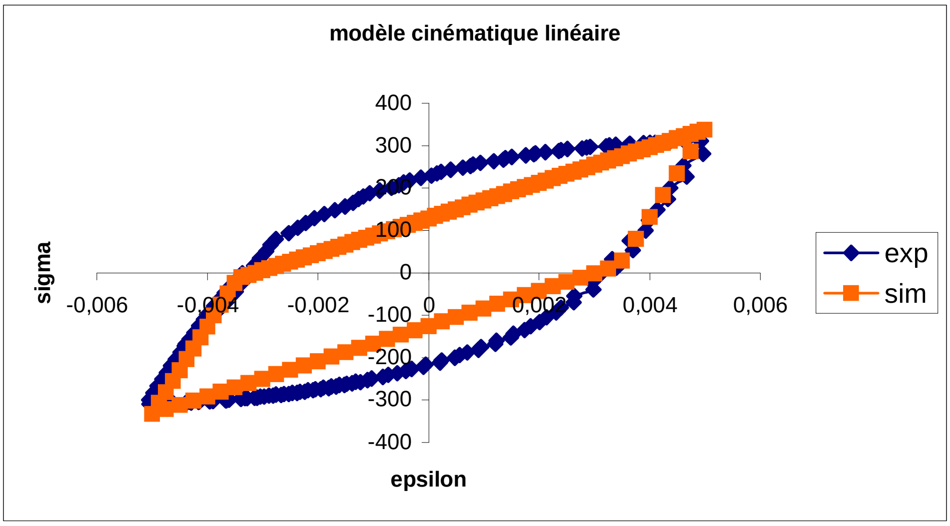


Figure V.5- Superposition du graphe théorique et expérimentale pour le cycle stabilisée pour le modèle isotrope linéaire

On remarque une amélioration par rapport au modèle précédent. Le modèle cinématique semble mieux représentatif du comportement réel. On retrouve un résultat classique.

La contrainte varie linéairement avec la déformation plastique. De plus dans ce cas, la limite d'élasticité est décentrée et le domaine élastique reste de dimension constante.

La variation de la contrainte en fonction de la déformation suit une loi linéaire que ce soit pour le cas de chargement ou celui de déchargement. La parcelle élastique est toujours de pente égale au module de Young, celle de la plasticité est de pente égale au module tangent.

Ce graphe représente un modèle cinématique, il diffère du modèle cinématique linéaire par la translation du centre du domaine élastique.

V.1.3 Modèle d'AMSTRONG et FREDERICK

Le modèle de AMSTRANG et FREDERICK décrit un écrouissage cinématique non linéaire donc le centre du domaine élastique varie d'une manière non linéaire en fonction du sens du chargement et la courbe sera (Figure V.6):

- ***Fichier matériau***
  - Module de Young E=206000 MPa.
  - Cœfficient de Poisson 0.3
  - Les paramètres identifiés du modèle :

    R_0 = 160.

    Q = 0.

    b = 0.

    C = 51200.

    D = 400.

La simulation du modèle donne la courbe suivante :

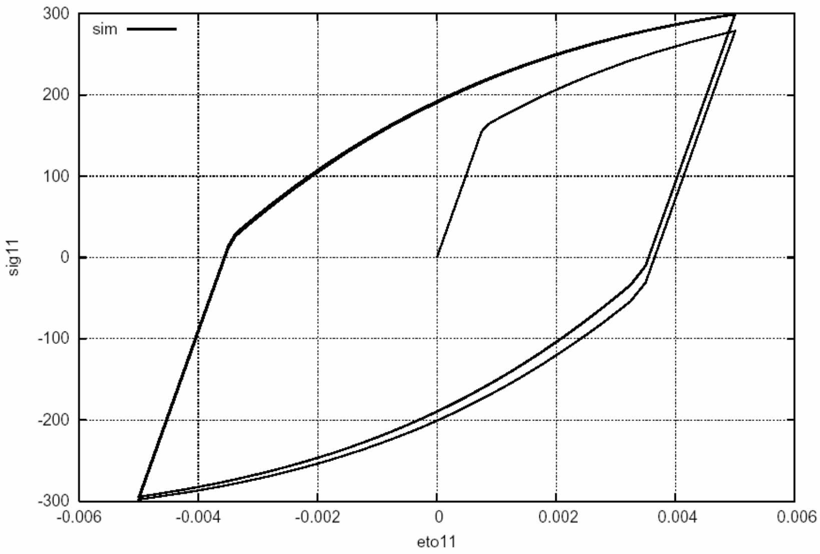


Figure V.6- Modèle cinématique non linéaire 'AMSTRANG et FREDERICK' pour 10 cycles

La superposition de la courbe simulée avec l'expérimentale est donnée sur la Figure (V.6)

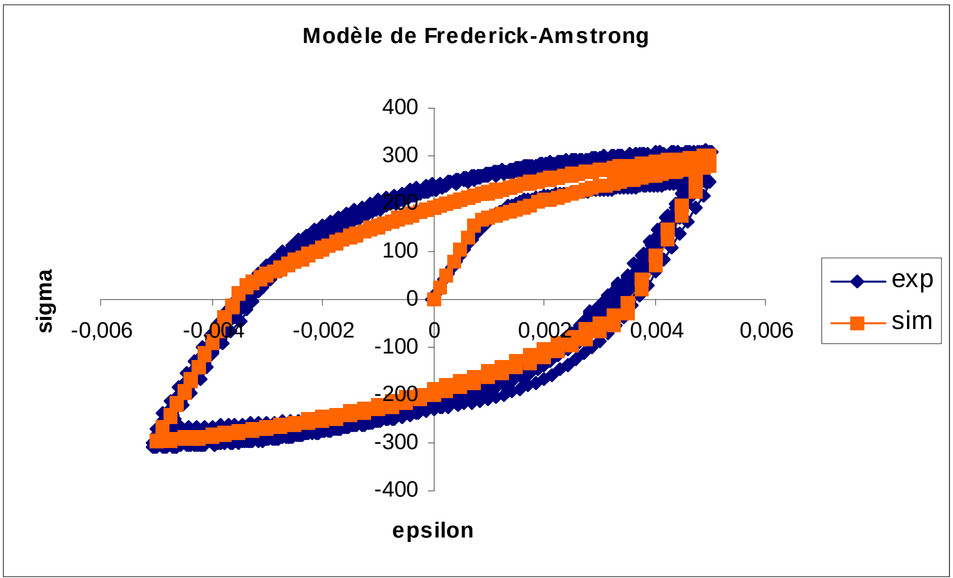


Figure V.7- Superposition du graphe théorique et expérimentale pour le modèle AMSTRANG et FREDERICK

Les inconvénients de la loi de Prager (la linéarité) levés par le terme de rappel introduit par Amstrong et Frederick, semble donner une amélioration apparente du comportement qui se rapproche de plus en plus du comportement réel du matériau.

La superposition des cycles stabilisés simulée et expérimentale est représentée sur la Figure (V.6)

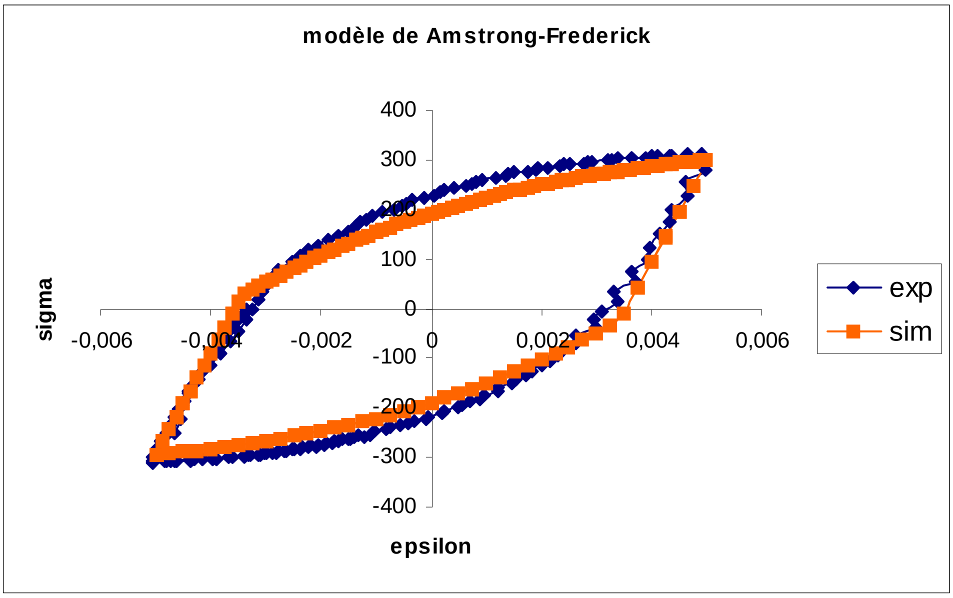


Figure V.8- Superposition du graphe théorique et expérimentale pour le cycle stabilisée pour le modèle AMSTRANG et FREDERICK

On remarque un léger décalage par rapport à la courbe expérimentale ce qui amène à conclure que le modèle cinématique non linéaire est notamment plus représentatif du comportement du matériau, que le modèle cinématique linéaire et la partie plastique varie selon une loi exponentielle dans le chargement et le déchargement. On retrouve ici un autre résultat classique.

V.1.4 Modèle de CHABOCHE

Le centre du domaine élastique varie encore d'une manière non linéaire ce modèle est un combinaison entre écrouissage cinématique et isotrope (Figure V.8).

- ***Fichier matériau***
  - Module de Young E=206000 MPa.
  - Cœfficient de Poisson 0.3
  - Les paramètres identifiés du modèle :

R_0 = 160.

Q = 45.

b = 29.

C = 51200.

D = 400.

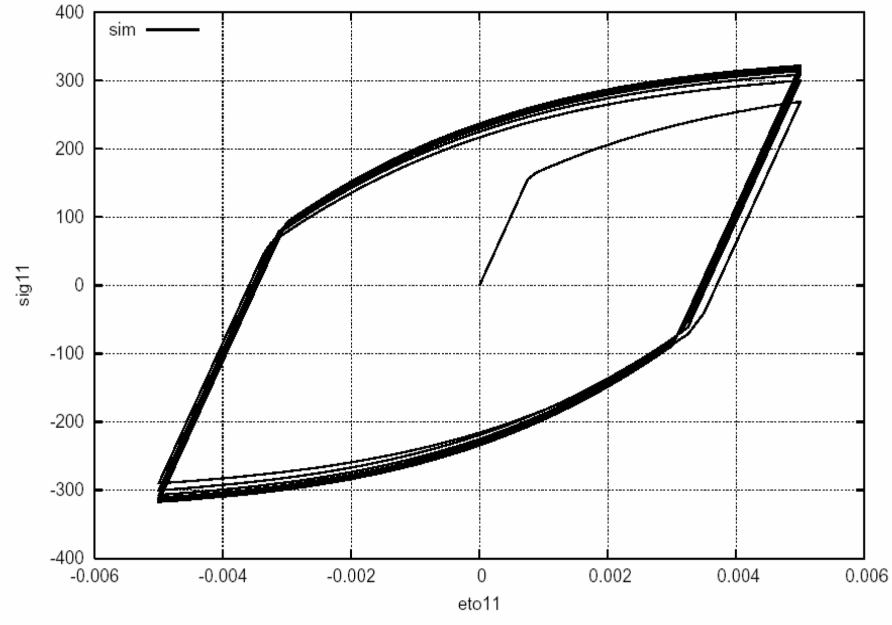


Figure V.9- Modèle de 'CHABOCHE' pour 10 cycles

Dans ce cas, le domaine élastique varie en dimensions et subi une translation dans l'espace des contraintes. La combinaison entre écrouissage cinématique et isotrope donne une nette amélioration de la prévision du comportement du matériau.

La superposition du dernier cycle donne :

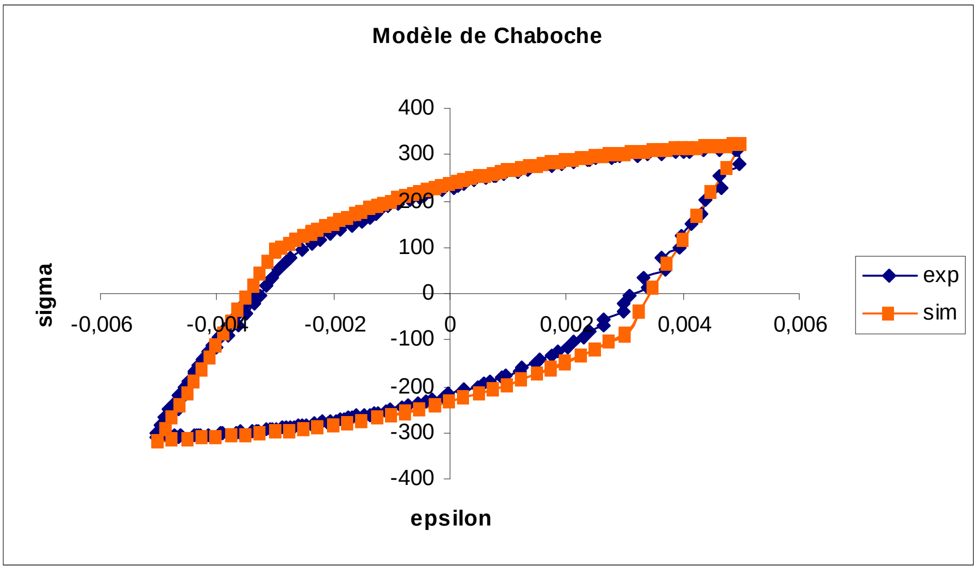


Figure V.11- Superposition du graphe théorique et expérimentale pour le cycle stabilisée pour le modèle de CHABOCHE

On remarque la légère différence entre la courbe expérimentale et celle calculée. Le modèle de CHABOCHE semble le mieux représentatif du comportement du matériau. Le domaine élastique reste toujours linéaire de pente égale au module de Young.

V.2 COMMENTAIRE SUR LES RESULTATS

Les cinq graphes donnent l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation, représentée par une courbe de chargement suivi d'un déchargement. Cette courbe est linéaire dans la figure V.4 (modèle de PRAGER) tandis que dans les autres modèles, elle est non linéaire.

La première partie de la courbe, représente la partie élastique, et la deuxième qu'elle soit linéaire ou non linéaire, représente la partie plastique.

Le déchargement rejoint la courbe de chargement au point défini par la déformation plastique maximale imposée.

Remarquons toutefois dans les modèles isotropes, la croissance de la contrainte a la charge dont la limite atteinte en chargement est inférieure a celle atteinte en déchargement, ce qui n'apparaît pas dans les modèles cinématique ou les contraintes maximales atteintes en chargement sont presque égales a celles atteintes en déchargement. Cela est dû au fait qu'il y a conservation de la taille du domaine élastique dans le cas de l'écrouissage isotrope tandis que ce n'est pas le cas pour l'écrouissage cinématique ou il y a translation du domaine d'élasticité.

En analysant les figures (V.4), (V.6), (V.9), on peut voir que I'effet BAUCHINGER est clairement représenté. Les effets ROCHETS ne sont pas décrits, car nous ne disposons des graphes dans lequel la déformation est imposée. L'évolution du module d'écrouissage dans le cas de l'écrouissage cinématique non linéaire ainsi que dans le modèle de CHABOCHE est donnée par des relations faisant intervenir les constantes C et γ , qui permettent un écoulement non linéaire; tandis que dans le cas de l'écrouissage isotrope linéaire et celui de PRAGER elle est donnée par une seule constante, soit la constante isotrope soit la constante cinématique.

V.3 TESTS SUR DES ESSAIS COMBINANT LA TRACTION ET LA TORSION

Dans ce qui suit, je présente les résultats commentés de quelques histoires de chargement simulées.

V.3.1 Premier cas : Déformation imposée en traction

L'exemple suivant concerne l'application d'une contrainte de cisaillement σ_{12} et d'une déformation imposée dans la direction de la traction ε_{11} entre 0.05 %et – 0.05 % et les résultats obtenus sont :

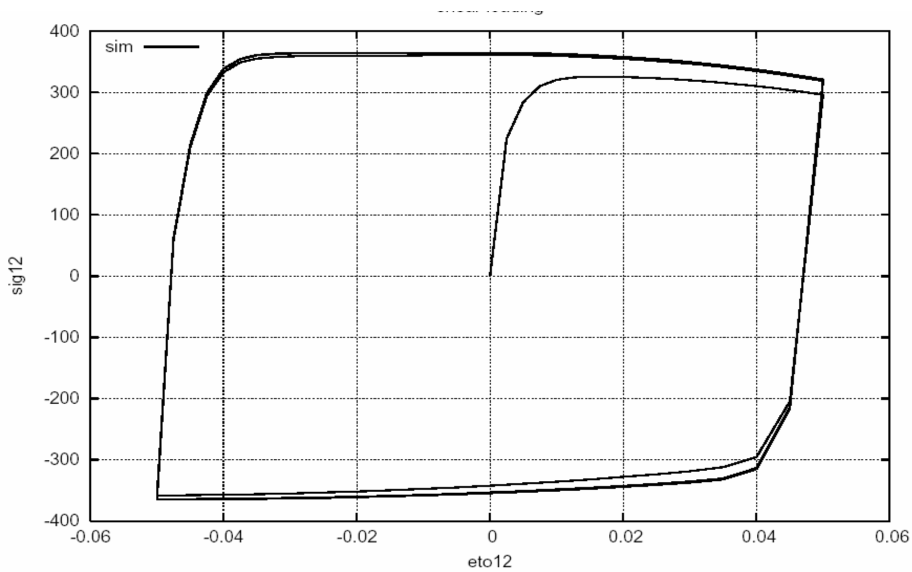


Figure V.12- Courbe cyclique dans la direction 1-2

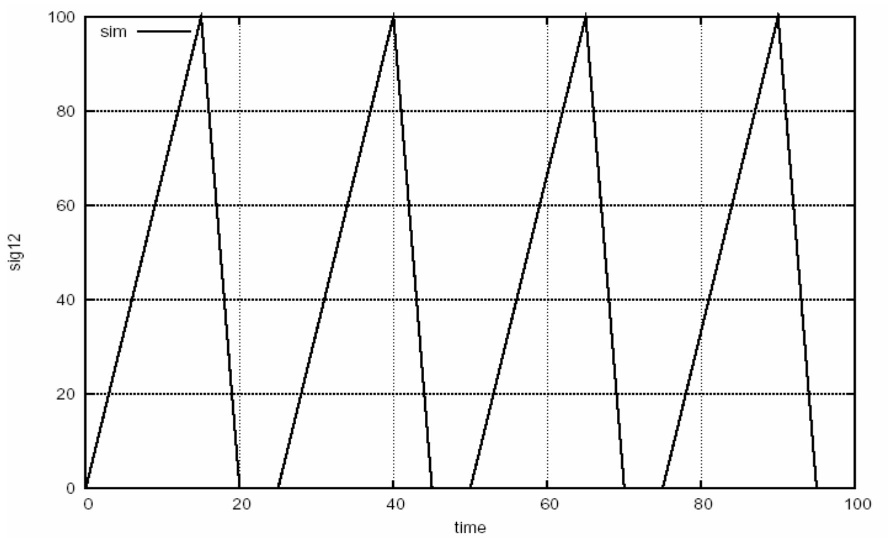


Figure V.13 - Histoire de chargement

On remarque un durcissement cyclique suivant la direction de cisaillement, la contrainte de cisaillement atteint une valeur en dessus de 300 MPa.

V.3.2 Deuxième cas : Déformation imposée dans la direction de torsion

Cet exemple consiste à appliquer une contrainte dans la direction de la traction, tandis que la déformation est imposée dans la direction de cisaillement entre 0.02 % et – 0.02 % et les résultats obtenus sont :

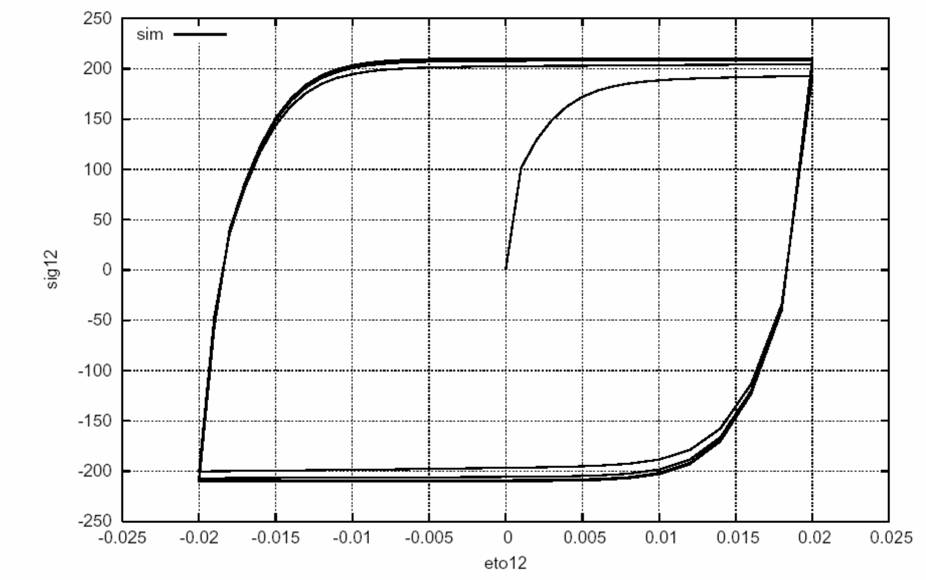


Figure V.14- Courbe cyclique dans la direction 1-2

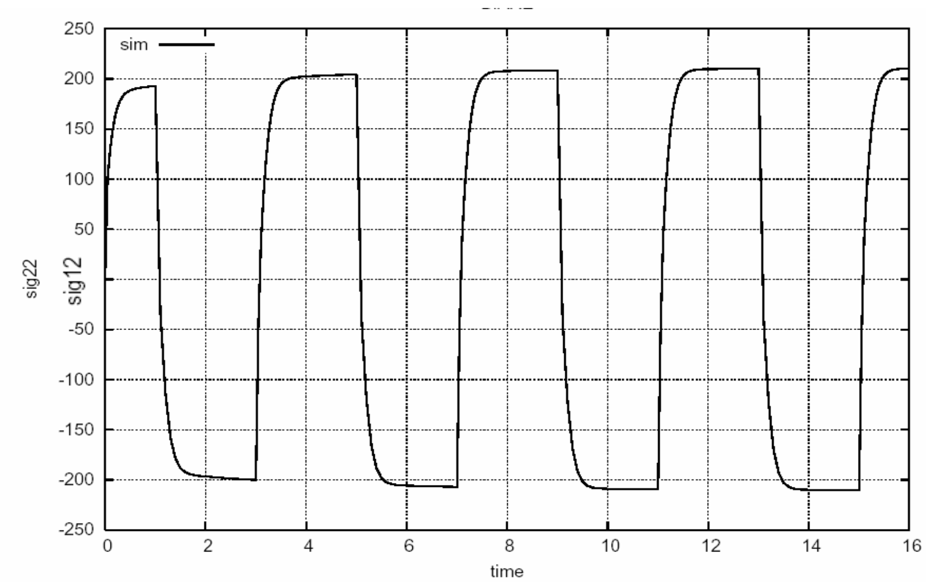


Figure V.15 - Histoire de chargement

Il y'a un durcissement cyclique dans la direction du cisaillement et la contrainte maximale atteinte sont inférieurs au cas précédent (200 MPa).

V.3.3 Troisième cas

Dans ce cas, l'histoire de chargement est donnée sur la figure V.12. J'ai testé une histoire de chargement dont l'allure est :

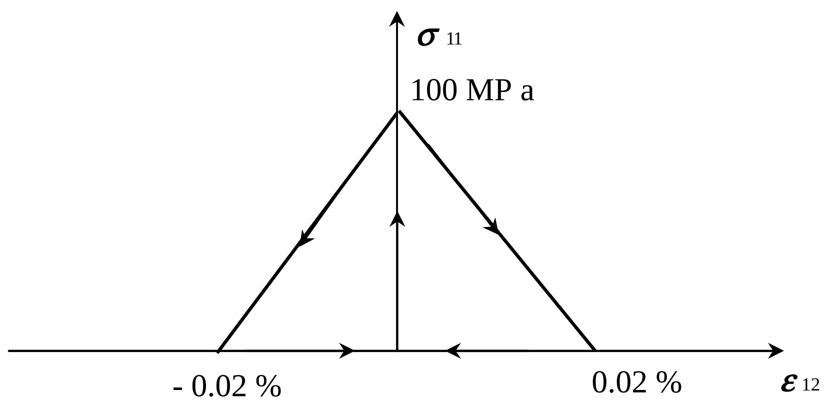


Figure V.16 - Histoire de chargement

Les résultats obtenus sont :

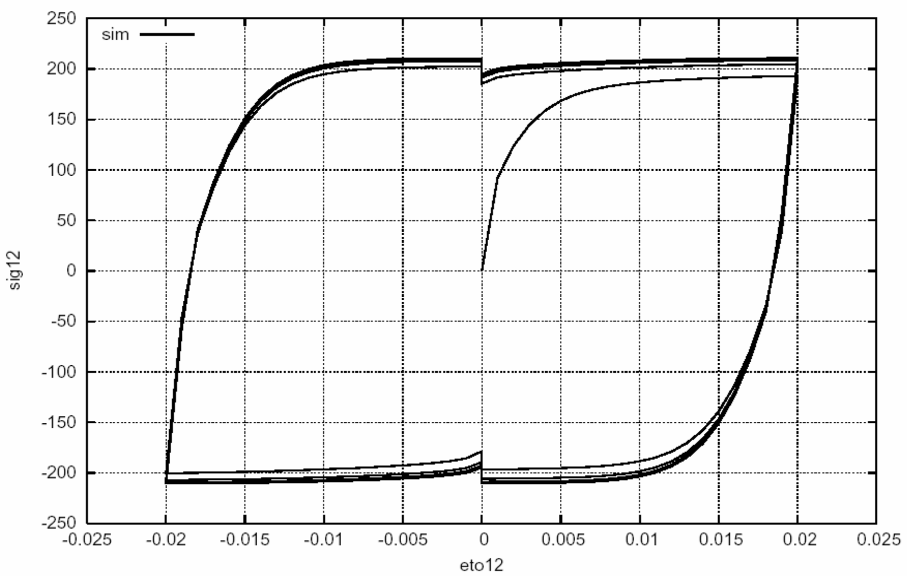


Figure V.17- Courbe cyclique dans la direction 1-2

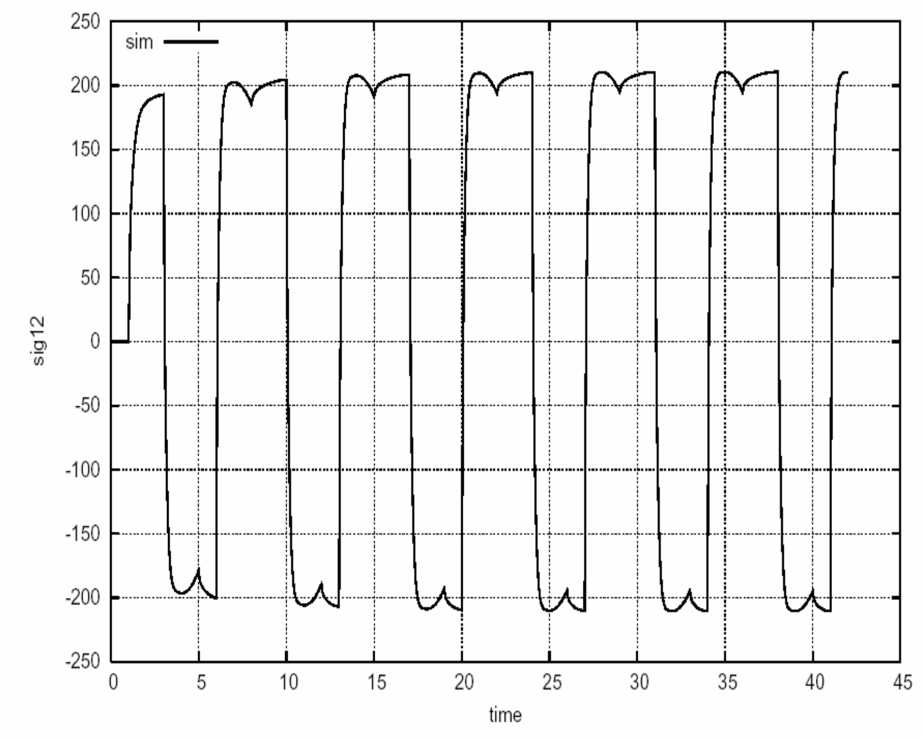


Figure V.18 - Histoire de chargement

V.3.4 Tests sur le rochet

- ***Cas 1 :***

L'exemple suivant concerne l'application d'un cisaillement constant et d'une tension alternée symétrique, variant de 200 MPa a –200 MPa. Les contraintes σ_{11} et τ prennent ici la même valeur. Les résultats obtenus sont :

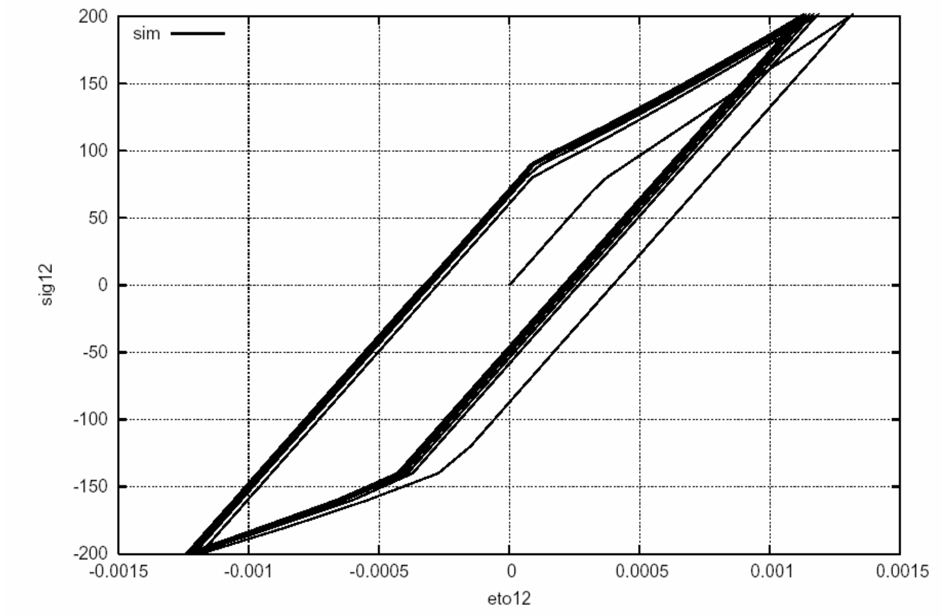


Figure V.19 - Courbe cyclique

Le couplage entre la traction cyclique et la torsion constante, même symétrique, conduit à l'apparition d'une déformation progressive multiaxiale, mais dans le sens négatif.

- ***Cas2 :***

Dans ce cas on a imposé une contrainte de traction non symétrique entre les valeurs de 200MPa et –170MPa et une contrainte de cisaillement constante d'une valeur de 60MPa. Les résultats obtenus sont :

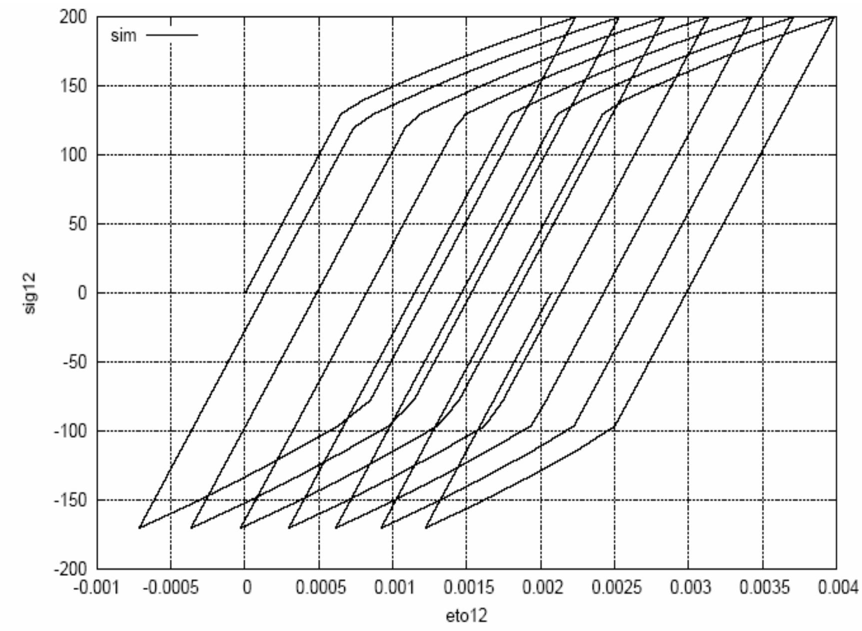


Figure V.20 - Courbe cyclique

On constate que la déformation augmente progressivement avec un pas constant. Seulement, j'aimerais bien avoir une explication sur la linéarité de la courbe ?

- ***Cas3 :***

Dans ce cas on a imposé torsion non symétrique entre les valeurs de 150Mpa et –50 MPa et une tension constante d'une valeur de 100MPa.

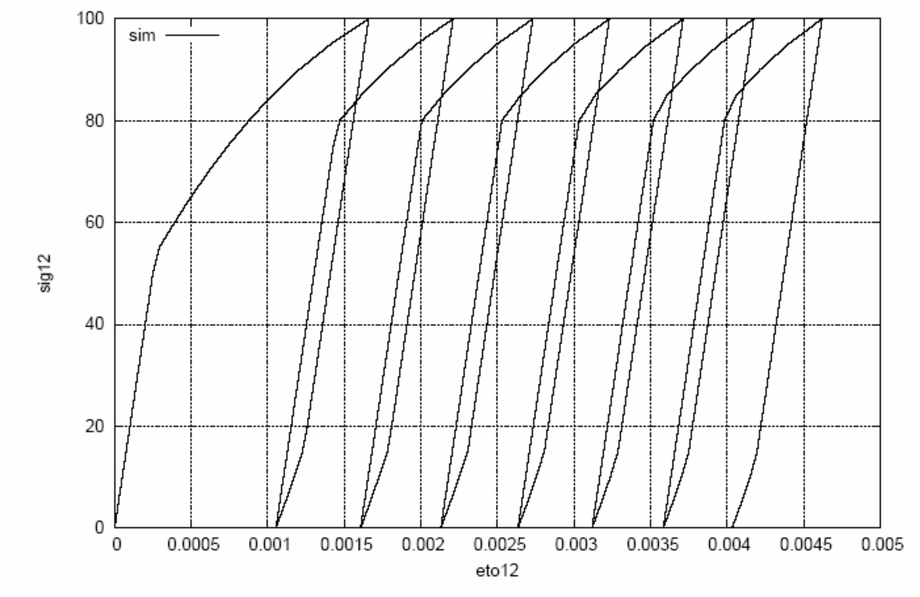


Figure V.20 - Courbe cyclique

Comme dans le deuxième cas, on constate que la déformation augmente aussi, progressivement avec un pas constant, mais l'allure de la courbe cyclique est non linéaire.

Cionclusion générale

CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail nous nous sommes attaches à l'étude des différents modèles de comportement en élastoplasticité cyclique.

Les résultats présentes sous forme de graphes donnent clairement l'évaluation de la contrainte en fonction de la déformation durant touts cycle.

La réalisation de ce travail n'a pu être faite sans la partie expérimentale tirée d'une référence bibliographique a partir de laquelle on a prélevé les différents coefficients injectés dans notre simulation.

Dans tous les résultats obtenus on remarque que les modèles non linéaires se rapprochent le plus du comportement réel du matériau sauf le modèle isotrope non linéaire on remarque un décalage très apparent entre la courbe expérimentale et celle calculée. Ce modèle ne donne pas une meilleure représentation du comportement réel du matériau.

Dans la simulation, par rapport au modèle isotrope et cinématique, le modèle de CHABOCHE semble donner une meilleure description du premier cycle. Les autres modèles cinématiques peuvent être également intéressant puisqu'ils représentent clairement l'effet BAUC'HINGER mais ceux isotropes sont moins bons.

La combinaison de l'écrouissage cinématique et de l'écrouissage isotrope rend compte d'un certain durcissement cyclique.

Le modèle cinématique peut être intéressant pour décrire le premier cycle, mais il a ces inconvénients surtout pour le modèle de *PRAGER* et de *FREDERICK* et *AMSTRONG* ou on a une mauvaise représentation de l'effet *BAUCHINGER*.

Malgré les améliorations apportées par l'écrouissage cinématique non linéaire vis-à-vis de l'écrouissage isotrope, celui-ci fournit une description insuffisante lorsque le domaine de variation des déformations est important.

Dans les tests sur des essais combinant la traction et la torsion la durcissement cyclique se faite suivant la direction de cisaillement.

Le couplage entre la traction cyclique et la torsion constante, même symétrique, conduit à l'apparition d'une déformation progressive multiaxiale, mais dans le sens négatif .

Dans la présente étude nous avons pu reproduire de façon réaliste lors phénomènes observes lors du chargement cyclique. La combinaison entre l'expérimental et e numérique conduit à une meilleure représentation du comportement du matériau et des propriétés qu'il doit présenter pour satisfaire le besoin.

ANNEXES

MODULE DE YOUNG

Les caractéristiques mécaniques des matériaux sont variables d'un échantillon à l'autre. Néanmoins, pour les calculs, on peut considérer en bonne approximation les valeurs suivantes :

Métaux purs	
Matériaux	**Module (MPa)**
Aluminium (Al)	69 000
Argent (Ag)	83 000
Baryum (Ba)	13 000
Béryllium (Be)	240 000
Bismuth (Bi)	32 000
Cadmium (Cd)	50 000
Césium (Cs)	1 700
Chrome (Cr)	289 000
Cobalt (Co)	209 000
Cuivre (Cu)	124 000
Étain (Sn)	41 500
Fer (Fe)	196 000
Germanium (Ge)	89 600
Indium (In)	110 000
Iridium (Ir)	528 000
Lithium (Li)	4 900
Magnésium (Mg)	45 000
Manganèse (Mn)	198 000
Molybdène (Mo)	329 000
Nickel (Ni)	214 000

Alliages	
Matériaux	**Module (MPa)**
Acier de construction	210 000
Acier à ressorts	220 000
Acier inoxydable 18-10	203 000
Bronze (cuivre + 9 à 12% d'étain)	124 000
Bronze au Béryllium	130 000
Cuivre laminé U4 (Recuit)	90 000
Cuivre laminé U4 (Écroui dur)	150 000
Duralumin AU4G	75 000
Fontes	83 à 170 000
Hastelloy B2 (Ni + Mo)	217 000
Hastelloy C 2000 (Ni + Cr + Mo)	206 000
Inconel X-750 (Ni + Cr + Fe)	212 à 218 000
Invar	140 000
Monel 400 (Ni + Cu)	173 000
Nimonic 90	213 à

Verres, céramiques, oxydes, carbures métalliques, minéraux	
Matériaux	**Module (MPa)**
Arsenic (As)	8 000
Arséniure de gallium (AsGa)	85 500
Béton	20 000
Brique	14 000
Calcaire (carbonate de calcium $CaCO_3$, pierres)	20 à 70 000
Carbure de chrome (Cr_3C_2)	373 130
Carbure de silicium (SiC)	450 000
Carbure de Titane (TiC)	440 000
Carbure de tungstène (WC)	650 000
Diamant (C)	1 000 000
Graphite	30 000
Granite	60 000
Marbre	26 000
Mullite ($Al_6Si_2O_{13}$)	145 000
Alumine (Oxyde d'Aluminium Al_2O_3)	390 000

Niobium (Nb)	105 000
Or (Au)	78 000
Palladium (Pd)	121 000
Platine (Pt)	168 000
Plomb (Pb)	18 000
Plutonium (Pu)	96 000
Rhodium (Rh)	275 000
Rubidium (Rb)	2 400
Ruthénium (Ru)	447 000
Scandium (Sc)	74 000
Sélénium (Se)	10 000
Sodium (Na)	10 000
Tantale (Ta)	186 000
Titane (Ti)	114 000
Tungstène (W)	406 000
Uranium (U)	208 000
Vanadium (V)	128 000
Zinc (Zn)	78 000
Zirconium (Zr)	68 000

(Ni + Cr + Co)	240 000
Nispan (Ni + Cr + Ti)	165 à 200 000
Phynox (Co + Cr + Ni + Mo)	203 400

Oxyde de béryllium (BeO)	30 000
Oxyde de magnésium (MgO)	250 000
Oxyde de zirconium (ZrO)	200 000
Saphir	420 000
Silice (oxyde de silicium SiO_2)	107 000
Titanate d'aluminium (Ti_3Al)	140 000
Titanate de baryum ($BaTiO_3$)	67 000
Verre	69 000

Bois	
Matériaux	**Module (MPa)**
Acajou (Afrique)	12 000
Bambou	20 000
Bois de rose (Brésil)	16 000
Bois de rose (Inde)	12 000
Chêne	12 000
Contreplaqué glaw	12 400
Épicéa	13 000
Érable	10 000
Frêne	10 000
Papier	3 000 à 4 000
Séquoia	9 500

N.B. Ces valeurs sont celles du module d'élasticité dans le sens parallèle au fil (bois = matériau anisotrope). Dans une même essence, celui-ci varie en fonction de l'humidité, de la densité (qui n'est évidemment pas constante, bois = matériau hétérogène) et d'autres caractéristiques (longueur des fibres...).

Polymères, fibres	
Matériaux	**Module (MPa)**
caoutchoucs	700 à 4 000
Fibre de carbone haut module	640 000
Fibre de carbone haute résistance	240 000
Kevlar	34 500
Nanotubes (Carbone)	1 100 000
Nylon	2 000 à 5 000
Plexiglas (Polyméthacrylate de méthyle)	2 380
Polyamide	3 000 à 5 000
Polycarbonate	2 300
Polyéthylène	200 à 700
Polystyrène	3 000 à 3 400
Résines époxy	3 500

Biomatériaux	
Matériaux	**Module (MPa)**
Cartilage	24
Cheveux	10 000
Collagène	6
Fémur	17 200
Humérus	17 200
Piquant d'oursin	15 000 à 65 000
Radius	18 600
Soie d'araignée	60 000
Tibia	18 100
Vertèbre cervicale	230
Vertèbre lombaire	160

EPROUVETTE D'ESSAI

Pour éviter le flambage lors de la compression, on utilise des éprouvettes lisses, cylindriques, très compactes, dont le rapport longueur utile , diamètre ***d*** est suffisamment faible (2d < 1 <4d) et qui possèdent des congés de raccordement importants.

Lors de l'amarrage des éprouvettes sur la machine, il faut avoir une parfaite axialité des têtes d'amarrage pour éviter tout effort parasite de flexion.

Quelques exemples de dessins cotés d'éprouvettes ayant fait leurs preuves sont donnés dans les figures ci-dessous.

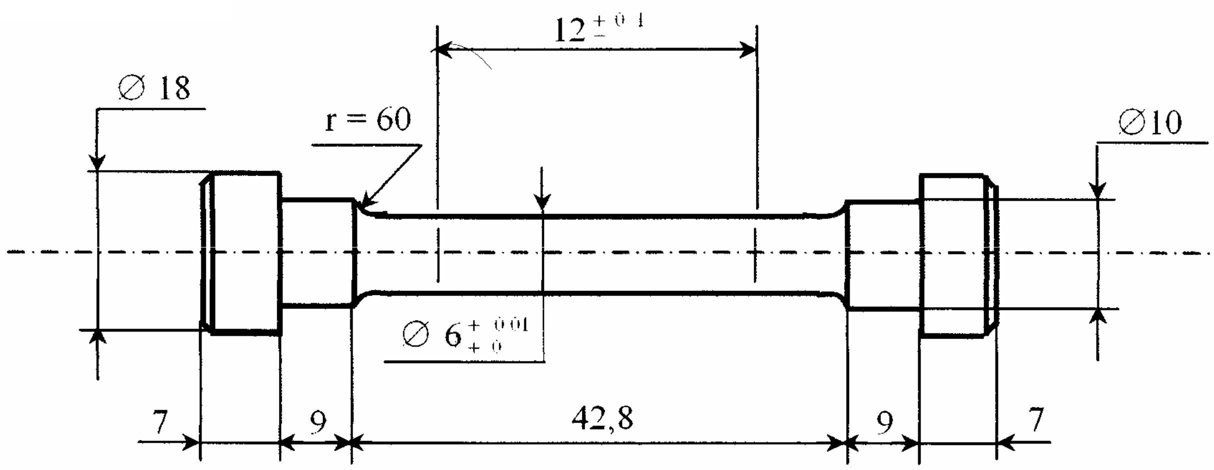


Figure 1 : Eprouvettes de traction / compression pour extensomètre extérieur ou jauge

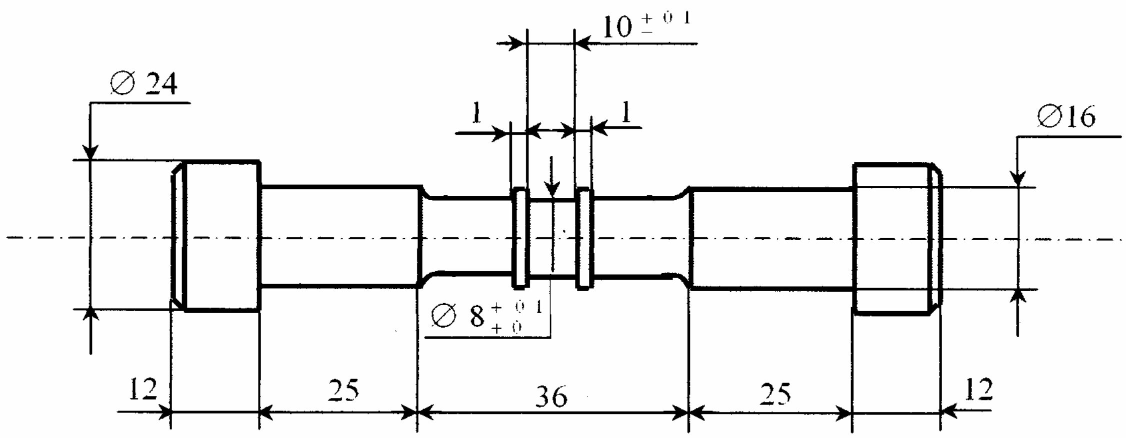


Figure 2 : Eprouvettes de traction / compression pour extensomètre local ou optique

SYMBOLES

$\boldsymbol{b}$	Constante indiquant la rapidité de la stabilisation.
$\vec{b}$	Vecteur de BURGERS.
$\boldsymbol{C}$	Coefficient caractéristique du matériau [N/mm^2].
$\boldsymbol{C_i}$	Constante isotrope [N/mm^2].
$\boldsymbol{C_c}$	Constante cinématique [N/mm^2].
$\boldsymbol{E}$	Module d'élasticité d'YOUNG [N/mm^2].
$\boldsymbol{E_T}$	Module tangent [N/mm2].
$\boldsymbol{F}$	Force de traction [N].
$\boldsymbol{f}$	Fonction critère de plasticité.
$\boldsymbol{f_y}$	Fonction critère de la limite d'élasticité.
$\boldsymbol{H}$	Module d'écrouissage [N/mm^2].
$\boldsymbol{g}$	Fonction d'écrouissage.
$\boldsymbol{l_0}$	Longueur de l'éprouvette [mm].
$\boldsymbol{N_R}$	Nombre de cycles a rupture.
$\boldsymbol{p}$	Déformation plastique cumulée [mm].
$\boldsymbol{Q}$	Variable de mémoire .de I'écrouissage [N/mm^2].
$\boldsymbol{R}$	Variable d'écrouissage isotrope [N/mm^2].
$\boldsymbol{r}$	Rayon du cylindre de VON MISES [mm].
$\boldsymbol{S}$	Entropie spécifique [J/ K].
$\boldsymbol{s_0}$	Section de l'éprouvette [mm^2].
$\boldsymbol{t}$	Temps [s].
$\boldsymbol{T_R}$	Temps a rupture [s].
$\boldsymbol{T}$	Température absolue [K0].

Tf	Température de fusion [K°].
X	Teneure variable d'écrouissage cinématique.
α	Variable d'écrouissage cinématique.
γ	. Densité d'énergie de décohésion.
Γ	Fonction introduisant l'écrouissage.
$\Delta\varepsilon$	Amplitude de déformation [mm].
$\Delta\sigma$	Amplitude de contrainte [N/mm2].
ε	Déformation uni axiale [mm].
ε^e	Déformation élastique [mm].
ε^p	Déformation plastique [mm].
$\vec{\varepsilon}$	Tenseur de déformation.
$\vec{\varepsilon}^{\,e}$	Tenseur de déformation élastique.
$\vec{\varepsilon}^{\,p}$	Tenseur de déformation plastique.
$\varepsilon^+, \varepsilon^-$	Valeurs imposées de déformations [mm].
η	Coefficient d'amortissement [N.s/m].
v_k	Variable interne.
ρ	Masse volumique [kg/m^3].
σ	Contrainte uni axiale [N/mm^2].
σ_s	Contrainte seuil de plasticité [N/mm^2].
σyi	Contrainte limite élasticité initiale [N/mm^2].
σ^t_{yi}	Contrainte limite élastique initiale en traction [N/mm^2].
σ^c_{yi}	Contrainte limite élastique initiale en compression [N/mm^2].
σ^t_{ya}	Contrainte limite élastique actuelle en traction [N/mm^2].
σ^c_{ya}	Contrainte limite élastique actuelle en compression [N/mm2].

$\boldsymbol{\sigma_m}$	Contrainte moyenne [N/mm^2].
$\boldsymbol{\sigma^+}$, $\boldsymbol{\sigma^-}$	Valeurs imposées de contraintes [N/mm^2].
$\boldsymbol{\sigma_T}$	Contrainte tangentielle [N/mm^2].
$\boldsymbol{\sigma_{eq}}$	Contrainte équivalente de *VON MISES* [N/mm^2].
$\boldsymbol{\tau}$	Contrainte de cisaillement [N/mm^2].
$\boldsymbol{\psi}$	Energie libre spécifique [J]

BIBLIOGRAPHIE

[1]: JACQ Christophe: Modélisation numérique du contact élastoplastique.2005.

[2]: Rhass: Mécanique des milieux continues. Chapitre 4 : Critères de plasticité et de rupture.

[3]: Véronique AUBIN : Plasticité cyclique d'un acier inoxydable austeno-ferritique sous chargement biaxial non-proportionnel.15 novembre 2001.

[4]: *CHENOTJ. L. : Plasticité en mise en forme.* Technique de l'ingénieur Vol MCi, *2000.*

[5]: MICHAEL F., ASHBY, DA VID R., JONES H., Matériaux 1. Propriétés et applications. Edition DUNOD, 1998.

[6]: CHALMERS B., Structure ci propriétés des matériaux. Introduction a la science des matériaux. Edition MASSON ,1987. Traduit de l'anglais par WARINA.

[7] BESSON J., (‘AILLETA (ID G., FOREST S., CHABOCHE J L., Mécanique non Linéaire des matériaux. Edition HERMES, 2001.

[8]: LEMAIIREI, C'HABOC'HE, I L., Mécanique des maté riaux so/ides. Edition DUNOD,1985

[9]: PRAGER, W., L'évolution récente de la théorie mathématiques de la plasticité. physique appliqué, 1949. Vol. 20, n ° 3, p. 235-241.

[10]: CHERBIT, G., Déformation progressive avec fluage de 1 ‘acier 316 L a 650 °. Comparaison d ‘essais avec et sans surcharge primaire on secondaire ,1987.

[11]: TALEB L., Structure métallique sons chargement thermomécanique de courte durée. Thèse Génie Civil Structure .Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1991.

[12] LOSILLA G., Etude théorique de / ‘écrouissage anisotrope des métaux et caractérisation expérimentale d ‘une tôle laminée en traction bi axiale directe. Thèse de doctorat, 2001.

ملخص

إن متانة المواد هي أحد فروع الهندسة الذي يدرس مختلف القوى، وخصائص المواد التي تمكّنها من مقاومة تلك القوى. فعندما يضع المهندسون تصميما لمبنى، أو آلة، فإنهم يراجعون البيانات التي توضح متانة مختلف المواد المستخدمة في ذلك وقد يقومون باختبارات عليها لمعرفة مدى متانتها. و تتوقف متانة المادة على خصائصها الميكانيكية التي تشمل المرونة وشدة الاحتمال والصلابة....الخ. و يتفاوت اجتماع هذه الخصائص الميكانيكية في كل مادة.

يمكن إيجاد هذه الخصائص عن طريق التجربة أو عن طريق الحسابات النظرية والتكامل بين التجربة والنظرية يعطينا معرفة جيدة بخصائص المادة.

يثمل عملنا في هذه المذكرة في تعيين مختلف خصائص المادة نظريا عن طريق الإجهاد الدوري بتطبيق عدة نماذج لباحثين معروفين في هذا الاختصاص، ومقارنة النتائج بأخرى تجريبية.

Résumé

La résistance des matériaux est l'une des branches de l'ingénierie qui étudie les diverses forces, et les propriétés des matériaux qui leur permettent de résister à ces forces.

Lorsque les ingénieurs développer une conception pour un bâtiment, ou une machine, ils sont révisés des données qui montrent la résistance des différents matériaux utilisés dans les essais, ils doivent savoir comment fort. Et la rigidité du matériau dépend de leurs caractéristiques mécaniques, dont la flexibilité et la charge et de la dureté ...etc. et la combinaison de ces diverses propriétés mécaniques de chaque article.

Ces caractéristiques peuvent être trouvées par l'expérience ou par des calculs théoriques et l'intégration entre la théorie et l'expérience nous donne une bonne connaissance des caractéristiques de l'article.

L'objectif de ce travail était d'étudier le comportement en fatigue cyclique théoriquement et la détermination des diverses propriétés le la matière théoriquement par l'application pour plusieurs modèles de comportement connue des chercheurs dans cette domaine, et de comparer les résultats avec autres expérimental.

Mots clés : *lois de comportements, élastoplasticité cyclique, écrouissage cinématique, écrouissage isotrope, mécanique.*

Abstract

The strength of the materials is a branch of engineering that studies the forces and material properties that allow them to resist these forces.

When engineers develop a design for a building or a machine, they are revised data showing the resistance of different materials used in the tests, they must know how strong. And stiffness of the material depends on their mechanical characteristics, including flexibility and load and hardness ... etc.. and the combination of these mechanical properties of each item.

These features can be found by experience or by theoretical calculations and the integration between theory and experience gives us a good knowledge of the characteristics of the article.

The objective of this work was to study the cyclic fatigue behavior theory and the determination of various properties on the field theoretically by applying for several patterns of behavior known researchers in this field, and compare the results with other experimental.

Keywords: *laws of behavior, élastoplasticité cyclic, kinematic hardening, isotropic hardening, mécanique.*