

République Algérienne Démocratique et Populaire

**MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR**

Département de Génie Mécanique



N° d'ordre : 241/ Méc 9 /2009

Série : 009/GM/2009

Mémoire

Présenté pour obtenir le diplôme de **Magister**
En Génie Mécanique

OPTION
Thermo-Fluides

THEME

***Transfert thermiques couplés avec transfert de masse dans
les réservoirs de stockage des fluides cryogéniques***

Par

DJEMAA ABDELGHANI

Soutenu le : 04 /07 / 2009

Devant le jury composé de:

<u>Président:</u>	A. BOUCHOUCHA	Prof. à l'Université de Constantine
<u>Rapporteur:</u>	O. KHEMIS	M.C. à l'Université de Constantine
<u>Examineurs:</u>	A. BEGHIDJA	Prof. à l'Université de Constantine
	K. TALBI	M.C. à l'Université de Constantine

DEDICAS

A mes très chers parents

A mes frères et sœurs et leurs familles

A mes amis

Remerciements

Avec beaucoup de bonheur que je saisis cet évènement pour remercier vivement mon encadreur **Mr O. KHEMIS**, maître de conférence au département de génie Mécanique, de l'Université de Constantine, qui, à aucun moment, n'a cessé de me soutenir et lui exprime ma profonde gratitude pour sa disponibilité et les efforts qu'il a déployé pour me permettre de mener à bien ce modeste travail, en espérant d'être à la hauteur.

Je tiens également à remercier toutes les personnes qui m'ont fait l'honneur d'accepter de participer à mon jury de soutenance :

Mr A. BOUCHOUCHA professeur au département de génie Mécanique, de l'université de Constantine, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant la présidence du Jury. Il m'est aussi autant agréable de lui présenter mon profond respect et lui exprimer toute ma reconnaissance pour son aide et ses conseils bénéfiques.

Mr M. BEGHIDJA professeur au département de génie Mécanique, de l'Université de Constantine, pour l'intérêt qu'il a témoigné à ce travail en acceptant de faire partie de ce Jury.

Mr K. TALBI Maître conférence au département de génie Mécanique, de l'Université de Constantine, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant de participer à ce jury.

Je ne pourrais terminer sans avoir à remercier particulièrement mes collègues du Département ainsi que ceux ou celles qui m'ont apporté leurs soutien.

Table des Métiers

TABLE DES MATIERES

Pages

Introduction.....	01
--------------------------	-----------

CHAPITRE I

PRESENTATION DU COMPLEXE GL1K

1.1- Introduction.....	09
1.2- Historique.....	10
1.3- Les différentes caractéristiques du complexe GL1/K.....	10
1.4- Unité de liquéfaction du GN.....	11
1.4.1- Section de liquéfaction.....	11
1.5- Exploitation des reliquats de liquéfaction.....	12
1.5.1- Introduction.....	12
1.5.2- Sociétés étrangères en Algérie du Gaz Industriels.....	13
1.5.2.1- HELIOS (Entreprise Nationale de production des liquides d'hélium d'Arzew).....	13
1.5.2.2- HELISON (E. N. de production des liquides d'Hélium et d'Azote de Skikda).....	14
1.5.3- Sociétés Algériennes du Gaz Industriels.....	14
1.5.3.1- COGIZ (Conditionnement&Commercialisation des Gaz industriels).....	14
1.5.3.2- ENGI (Entreprise Nationale des Gaz industriels).....	15
a – Les ateliers de production.....	15
b – Stockages.....	15
1.6- Réservoir de stockage d'Azote.....	15
1.6.1- Etat descriptif.....	15
1.6.2- Structure.....	16
1.6.3- Caractéristique techniques d'un réservoir cryogénique Type « 5000/18 ».....	17
1.6.4- Isolation thermique de réservoir d'Azote.....	18
1.6.4.1. Isolants à structure poudreuse (Perlite).....	18
1.6.4.2. Effet du vide sur l'isolant1.....	19
1.7- Conclusion.....	20

CHAPITRE II

TRANSFERT DE CHALEUR DANS UN CRYOSTAT

2.1- Introduction.....	21
2.2- Convection.....	22
2.2.1- Convection naturelle dans les cavités verticales.....	22
2.2.2- Effet du col.....	24
2.2.2.1- Col non ventilé.....	24
2.2.2.2- Col ventilé.....	25
2.2.2.2.1- Col ventilé avec contact thermique parfait.....	26
2.2.2.2.2- Col ventilé avec contact thermique imparfait.....	27
2.3- Conduction.....	27
2.3.1- Conduction par le col.....	27
2.3.2- Conduction par une colonne de gaz stratifiée.....	28
2.3.3- Conduction par le vide résiduel.....	29
2.3.3.1- Conduction moléculaire ($L_p \geq d$).....	30
2.4- Rayonnement.....	31
2.4.1- Introduction.....	31
2.4.2- Facteur de forme.....	35
2.4.2.1- Propriétés du facteur de forme.....	36
2.4.3- Méthode rapide pour la détermination du facteur de forme dans les tubes.....	37
2.4.3.1- Facteur de forme dans les tubes.....	38
2.4.3.2- Rayonnement à travers l'enceinte à vide de l'enveloppe extérieure vers Le vase de stockage.....	41
2.4.3.3- Rayonnement par le couvercle.....	41
2.4.3.4- Rayonnement de l'enveloppe extérieur vers elle-même.....	42
2.5. Transferts de chaleur thermo acoustiques.....	43
2.6- Conclusion.....	44

CHAPITRE III

ETUDE THEORIQUE

3.1- Introduction.....	45
3.2- Géométrie du cryostat.....	45
3.3- Distributions des flux.....	46
3.4- Procédé de calcul.....	48
3.5- Bilan énergétique.....	48
3.5.1- Partie I (entre écran et cuve interne).....	49
3.5.2- Partie II (entre l'enveloppe et l'écran col).....	53
3.6- Calcul des facteurs de forme.....	57
3.6.1- Calcul du facteur de forme pour la partie I.....	58
3.6.2- Calcul facteur de forme pour la partie II.....	65
3.7- Calcul des radiosités.....	76
3.8- Organigramme.....	78
3.9- Conclusion.....	80

CHAPITRE IV

RESULTATS ET VALIDATION CODE DU CALCUL

4.1. Introduction.....	80
4.2. Cryostat avec isolation latéral (sans rayonnement).....	80
4.3. Cryostat sans isolation latéral (avec rayonnement).....	82
4.3.1. Effet de l'émissivité du matériau.....	82
4.3.2. Effet de remplissage.....	84
4.3.3. Comparaison les résultats d'un cryostat avec et sans isolation latéral.....	85
4.4. Cryostat avec écran.....	86
4.4.1. Variation de la position de fixation de l'écran vertical le long du col.....	86
4.4.2. Comparaison les résultats d'un cryostat avec et sans écran.....	88
4.5. Validation du code de calcul.....	90
4.5.1. Géométrie.....	90
4.5.2. Calcul du Flux conductif entrant par les supports du réservoir.....	93
4.5.3. Calcul du Flux radiatif entrant par le couvercle du réservoir.....	94
4.5.4. Représentation du Flux Radiatifs arrivant sur le cylindre interne du réservoir.....	95
4.6. Conclusion.....	98

CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS GENERALES

Conclusion générale et recommandations	99
--	----

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ANNEXES

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Plan de situation du complexe GL1/K.....	11
Figure 1.2 : Vue d'ensemble d'un réservoir d'Azote.....	16
Figure 1.3 : Schéma représentatif de réservoir d'Azote Type « 5000/18 ».....	18
Figure 2.1 : Géométrie des cavités verticales de largeur L et de hauteur H.....	23
Figure 2.2 : Cavité verticale ouverte du coté froid.....	24
Figure 2.3 : Schéma simplifié du cryostat col non ventilé.....	25
Figure 2.4 : Schéma simplifié du cryostat col ventilé.....	25
Figure 2.3 : Réception du rayonnement thermique par un corps.....	32
Figure 2.4 : Absorption, réflexion et émission propre d'une surface grise.....	34
Figure 2.5 : Notations pour le facteur de forme.....	35
Figure 2.6 : Tube Perpendiculaire a un disque.....	38
Figure 2.7 : Deux cylindres concentriques.....	39
Figure 2.8 : Deux disques parallèles de diamètre différents.....	42
Figure 2.9 : Deux cylindres concentriques coaxiaux.....	43
Figure 2.10 : Cryostat avec un tube coté froid ouvert.....	44
Figure 3.1 : Schéma de principe du cryostat étudié avec un écran.....	47
Figure 3.2 : Répartition des flux à l'intérieur du cryostat.....	48
Figure 3.3 : partie I discrétisé	51
Figure 3.4 : partie II discrétisé	55
Figure 3.5 : Représentation discrétisé de la partie I pour N=3.....	59
Figure 3.6 : Représentation discrétisé de la partie II pour N=3.....	66
Figure 4.1 : Profils des températures du col en fonction de sa longueur (sans rayonnement au col).....	80
Figure 4.2 : Evaluation des flux conductif en fonction des débits évaporés.....	81
Figure 4.3 : Evaluation d'un flux conductif pour $m = 0,50$ (g/s) (Sans rayonnement au col).....	81

Figure 4.4 : Variation du débit en fonction de l'émissivité.....	82
Figure 4.5 : Variation des flux radiatifs en fonction de l'émissivité.....	82
Figure 4.6 : Profils des flux radiatifs en fonction de la longueur du col pour différentes émissivités du vase interne.....	83
Figure 4.7 : Profils des flux radiatifs en fonction de la longueur du col pour différentes émissivités de l'enveloppe.....	83
Figure 4.8 : Profil du débit évaporé en fonction du taux de remplissage.....	84
Figure 4.9 : Flux radiatifs en fonction du taux remplissage pour le vase interne.....	84
Figure 4.10 : Flux conductif le long du col en fonction du taux de remplissage.....	84
Figure 4.11 : Profils des flux radiatifs en fonction de longueur du col pour différents position de l'écran sur le col.....	86
Figure 4.12 : Variation des températures en fonction de la longueur du col.....	87
Figure 4.13 : Variation des flux radiatifs en fonction de la longueur du col.....	87
Figure 4.14 : Variation du débit en fonction de la position de l'écran sur le col.....	87
Figure 4.15 : Variation du flux radiatifs en fonction de la longueur du col Pour différentes diamètre de l'écran.....	89
Figure 4.16 : Profils des températures le long du col.....	89
Figure 4.17 : Schéma du réservoir avant et après adaptation.....	92
Figure 4.18 : Profils du flux radiatif (a), conductif (b) et la distribution de température (c) le long du col (N = 50).....	96

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Composition du GN Algérien.....	12
Tableau 2.1 : Pouvoir émissif « ϵ » des matériaux on fonction de la température.....	32
Tableau 2.2 : Différentes surface caractérisant le rayonnement.....	33
Tableau 4.1 : Représentation de différents flux conductif fonction du débit en bas du col.....	81
Tableau 4.2 : Représentation les différents flux en contact direct avec le bain.....	85
Tableau 4.3 : Représentation des flux radiatifs pour un cryostat avec et sans écran.....	89
Tableau 4.4 : Aspect géométrique du réservoir d'Azote.....	93
Tableau 4.5 : Distribution du flux radiatif, conductif et température sur le réservoir interne.....	96
Tableau 4.6 : débit évaporé en fonction de la température de l'enveloppe extérieure.....	97
Tableau 4.7 : Bilan thermique.....	98

Index des symboles

Nomenclatures

A	surface (cm ²)
Cp	chaleur spécifique (J/g. K)
D	diamètre (cm)
e	épaisseur (cm)
F	facteur de forme
g	accélération de pesanteur (cm/s ²)
Grx	nombre de Grashoff,
h	coefficient d'échange convectif (W/cm ² . K)
J	radiosité (W)
k	conductibilité (W/cm. K)
Lv	chaleur latente (J/g)
Lp	libre parcours moyen (cm)
m	débit massique (g/s)
M	emittance (W/cm ²)
P	pression (mm Hg)
Pr	nombre de Prandtl,
Re	nombre de Reynolds,
Ral	nombre de Rayleigh,
R	constantes des gaz parfaits
T	température (K)
V	vitesse (cm/s)
λ	longueur d'onde (m)
ρ	masse volumique (kg/cm ³)
σ	constante de Stephan Boltzmann ($5,671 \cdot 10^{-12}$ W/cm ² . K ⁴)
ΔT	différence de température (K)

Lettres grecques

α	coefficient d'absorption du rayonnement
ρ	coefficient de réflexion du rayonnement
τ	coefficient de transmission du rayonnement
β	coefficient de compressibilité thermique en K^{-1}
γ	rapport des chaleurs spécifiques (C_p/C_v)
ε	émissivité
χ	diffusivité thermique (cm^2/s)
μ	viscosité dynamique (poiseuille)
ν	viscosité cinématique (cm^2/s)
φ	densité du flux de chaleur (W/cm^2)
Φ	flux de chaleur (W)

Indices

a	relatif au milieu ambiant
b	relatif au bain
c	col, couvercle
e	écran
v	relatif à la convection
r	rayonnement

INTRODUCTION

Les réservoirs cryogéniques sont naturellement l'objet d'apports thermiques du milieu ambiant d'autant plus importants que la température d'ébullition du fluide cryogénique est plus basse et que l'isolation thermique est moins efficace. Ces flux de chaleur transitent, d'une part, par conduction le long du col depuis le couvercle jusqu'au bain liquide, et d'autre part, par rayonnement pur à travers un vide poussé où la convection est rendue négligeable entre l'enveloppe extérieure et le réservoir. Lorsque les apports thermiques du milieu ambiant atteignent le bain de liquide cryogénique, ils provoquent l'évaporation d'une partie du liquide dont la vapeur ascendante vient refroidir par convection à contre courant le col du cryostat, réduisant ainsi le flux conductif.

On sait depuis Pictet [1] que l'amélioration de l'isolation thermique permet de réduire le flux conductif. D'Arsonval [2] utilisa en 1888 le premier vase à doubles parois, dont l'espace intermédiaire est soumis à un vide, pour stocker du chlorure de méthyle. Ce type de réservoir a été amélioré par Dewar [3] en 1898 pour conserver de l'hydrogène liquide à 20,4 K. Wexler [4] a été le premier à modéliser l'échange thermique à contre courant qui a lieu entre les vapeurs froides ascendantes et la paroi du col pour réduire ainsi le flux de conduction dans le cas où le flux radiatif n'est pas prépondérant. Cet échange conducto-convectif a été supposé global et parfait dans le sens où le flux de chaleur perdu par la paroi est égal à celui reçu par les vapeurs froides .

La complexité des transferts de chaleur couplés a conduit les ingénieurs chargés de la conception des réservoirs cryogéniques à utiliser bon sens et vérification expérimentale pour aboutir progressivement à des résultats plus performants.

D'après R.R.CONTE [5], il existe trois modes de transmission de chaleur dans un cryostat : la conduction dans un milieu matériel (solide, gaz, gaz résiduel, moléculaire), la convection (entre un fluide et une paroi solide, le rayonnement thermique entre surfaces en regard ; un phénomène dit thermo acoustique contribue au transfert thermique lorsque le fluide cryogénique est mis en communication avec une source chaude dans un rapport de températures dépassant dix.

On sait depuis longtemps limiter ces apports de conduction en utilisant les vapeurs froides ascendantes contre le col du réservoir. Pour réduire de façon sensible les apports radiatifs, on utilise soit des techniques d'écrans rigides refroidis par liaison thermique sur le col, soit des écrans souples constituant les super isolations avec leurs avantages et leurs inconvénients. Plusieurs auteurs ont

proposés des modèles de calculs simplifiés, prenant en compte avec plus ou moins de finesse les apports de chaleurs couplés ; on peut citer Kaplin et al. [6], Casse et al. [7], Mende et al. [8] Anzelka [9] et Buhler [10].

Hilal [11] et R.W.Boom et al. [12] montrent qu'on peut remplacer efficacement des super isolations constituées d'une centaine d'écrans flottants par 2 à 3 écrans réfrigérés. Ces auteurs sont d'avis que la position de chaque écran n'a aucune influence sur la puissance totale de réfrigération alors qu'il est démontré que l'optimisation de la température des écrans rigide influence bien la puissance de réfrigération, donc sur l'évaporation du fluide de stockage.

Eyssa et al. [13] a utilisé en premier lieu les travaux de Hilal et al. [11] et R.W.Boom et al. [12] pour optimiser la température et la position de chaque écran et minimiser ainsi l'évaporation du fluide cryogénique du réservoir. Pour cela, il tient compte des apports radiatifs en utilisant une conductivité moyenne effective dans un simple échange conductif .

Béjan [14] a utilisé le concept de la minimisation de la création d'entropie pour optimiser la température et la position des écrans radiatifs ventilés ; mais cette méthode théorique ne tient pas compte de plusieurs facteurs tels que le rapport du flux conductif au flux radiatif correspondant au col, la longueur du col et la hauteur de l'écran, l'évaluation précise du flux radiatif arrivant directement dans le bain cryogénique.

Parmi les pertes thermiques assez complexes à déterminer exactement, on distingue les pertes par convection dans les cavités horizontales et verticales, et le cas échéant les pertes thermo acoustiques dans les conduites reliant le fluide cryogénique et la source chaude .

Les études faites sur les cavités horizontales et verticales [15-22] préconisent d'utiliser seulement des cavités verticales pour réduire l'évaporation du liquide cryogénique. Dans le cas où il ne serait pas possible d'utiliser des cavités verticales, il est conseillé, dans la mesure du possible, d'obturer les cavités horizontales dans le cryostat afin de réduire au maximum les entrées de chaleur dans le réservoir cryogénique.

Les études faites par Helmholtz [23] en 1863 en premier lieu, puis celles faites par [24-32] ont montré que les entrées de chaleur thermo acoustiques dans les cryostats proviennent de l'apparition d'oscillations de pression spontanées dans les colonnes de gaz à l'intérieur des tubes des systèmes cryogéniques; le paramètre commun à ces oscillations est l'existence d'un gradient de température

important le long de l'axe du tube. Ces oscillations sont accompagnées d'un important flux de chaleur qui se transmet de la partie chaude vers la partie froide du tube.

D'après Luck et al. [33], les oscillations de pression dans les systèmes cryogéniques ont lieu lorsque le rapport de température entre les deux extrémités de la conduite dépasse 10. Dans notre cas, ce rapport des températures dans la conduite est inférieur à 4 (cryostat à azote) ; on peut donc s'attendre à ce que le flux de chaleur thermo acoustique soit négligeable.

En Algérie, peu de travaux de recherche dans le domaine industriel se sont intéressés à l'optimisation des évaporations du gaz naturel. Jourda et Probert [43] ont présenté une étude générale des transferts de chaleur dans un réservoir de stockage des gaz naturels liquéfiés (GNL) de grande capacité.

L'autonomie d'un conteneur de 25 litres d'azote liquide, qui était de 1 jour en 1950, est d'environ une année de nos jours. M. A. Green [44] et S. D. Augustynowicz [45] ont étudié la réduction du rayonnement dans les cryostats par l'utilisation de super isolants. Il ressort de cette analyse bibliographique qu'en dépit de la grande application industrielle des cryostats, peu d'information est actuellement disponible sur le plan modélisation. Une étude numérique par la méthode des volumes finis faite par Boukeffa et al. [46-47] qui se base sur les études faites par [48-49].

Une étude expérimentale faite par Khemis et al. [50-51] dans le laboratoire d'Orsay en France sur un cryostat avec et sans écran a montré que :

- Les cryostats réalisés sans isolation latérale, donc sans écrans entre les parois, auront les pertes par rayonnements comme principales sources de pertes thermiques
- La position de la fixation de l'écran sur le col du cryostat influence la température de l'écran mais ne change pratiquement pas la valeur des pertes du cryostat.
- Le contact entre l'écran et le col du cryostat n'est efficace que dans le cas où les pertes par radiation sont inférieures par rapport aux pertes par conduction à travers le col du cryostat. Dans ce cas, le col du cryostat peut récupérer l'enthalpie des gaz évaporés.
- Un écran peut remplacer jusqu'à 30 couches de super-isolant. En pratique, utiliser un écran sera plus facile à mettre en œuvre que d'utiliser des couches de super-isolant.

En 2005, Adlane et al. [52], se basant sur les résultats expérimentaux obtenus par [51] ; ont présenté une modélisation thermique du cryostat à Azote liquide par trois ailettes concentriques et couplées thermiquement deux à deux fixées dans un couvercle thermalisé à 300 K, dont les bords sont joints par deux disques parallèles et isothermes. Mais ils ont considéré que les échanges entre

les ailettes d'une part, et entre celles-ci et le milieu ambiant d'autre part, sont de nature conducto-convective, les échanges radiatifs étant remplacés par des échanges convectives équivalentes.

Les résolutions analytique et numérique des équations différentielles régissant la distribution des températures dans les trois ailettes modélisant le cryostat à montré une concordance entre les températures obtenues analytiquement, numériquement et expérimentalement de l'ailette intérieure (vase). Mais la distribution des températures des ailettes extérieures obtenues analytiquement et numériquement ne satisfait pas l'hypothèse d'iso thermalité de c'est ailettes due à l'influence de la température du bain.

Ces distributions montrent aussi que la concordance est bonne sur l'ailette du haut, mais l'est un peu moins sur celle du bas ; la modélisation est sans doute moins fidèle. Pour une ailette qui est thermiquement influencée par rayonnement par une surface qui lui est perpendiculaire.

La solution analytique obtenue, permet de mieux comprendre l'interaction des phénomènes en présence dans les cryostats, en particulier l'importance relative des coefficients d'échanges. La transposition ultérieure par similitude des résultats obtenus au comportement des bacs de GNL sera grandement facilitée par la nature analytique des équations différentielles et de leur solution.

Pour la première expérience Lynam et al. [53] ont montré comment la vitesse d'évaporation de l'hélium liquide, dans des cryostats aux cols larges peut être réduite d'une façon substantielle. La radiation par la température ambiante le long du col peut être absorbée presque entièrement en y fixant des écrans (disque de cuivre figure 2) refroidis par la vapeur a une température d'environ 77°K l'observation de profils horizontaux de température constante dans la vapeur suggère qu'il y a un bon équilibre thermique quoique incomplet entre la paroi du col et la vapeur résultant des courants de convection naturels horizontaux.

L'influence des pertes introduites par rayonnement direct dans le col est représentée sur la figure 1 ci-dessous :

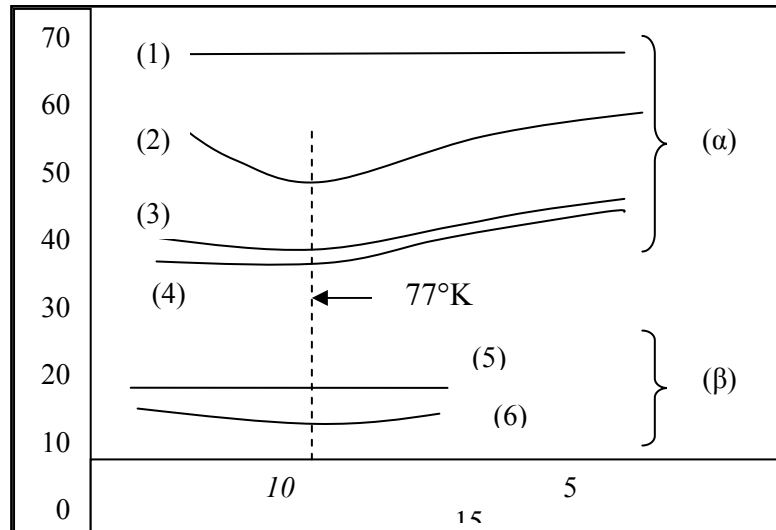


Figure 1 : Relation entre le taux d'évaporation en Hélium liquide (cm^3/h), le nombre et la position d'écrans en cuivre (cm) placés dans le col d'un Dewar à garde d'Azote.

(1) : Pas d'écran ; (2) : 1 écran ; (3) : 2 écran ; (4) : 4 écran ; (5) : Pas d'écran ; (6) : 2 écran
 (α) diamètre du col = 7,5 cm ; $Z=A/L=1/27$ cm ; (β) diamètre du col = 3,8 cm ; $Z=A/L=1/70$ cm

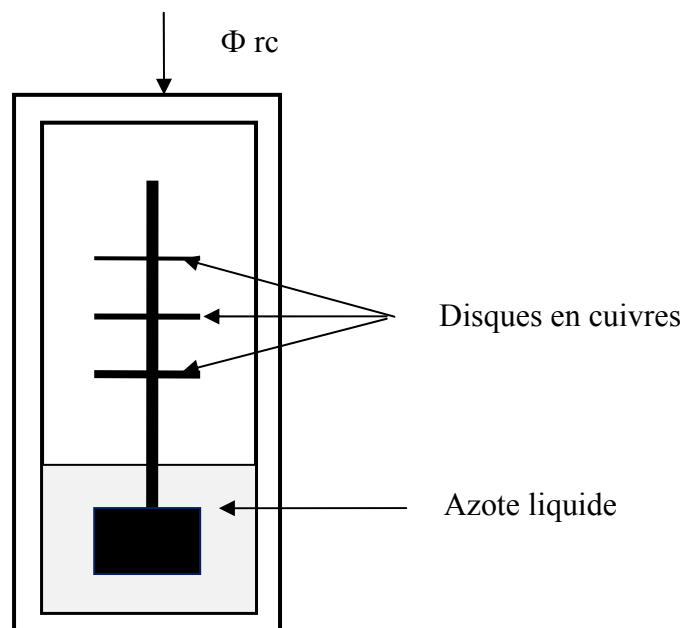


Figure 2 : Cryostat avec écrans thermiques horizontaux en cuivres

Sous forme de disque

Pour un col de diamètre 3,8 cm, les pertes propres du conteneur sont évidemment plus faibles que pour un col de diamètre 7,5 cm. On remarque que l'addition de disques constituant l'écran, espacés de 4 cm et placés dans le col à différentes hauteurs, entraîne des variations de débit légèrement plus grandes pour le vase ayant un col de diamètre 7,5 cm. De plus, on constate qu'il

n'est pas nécessaire de placer plus de deux écrans, la réduction des pertes pour tout écran supplémentaire étant très

faible et que pour les deux diamètres du col étudiés, le taux d'évaporation minimum est obtenu quand les écrans sont à la température de 77 °K environ.

Pour la deuxième expérience ils ont réalisée avec un vase ayant un col de diamètres 7,5 cm, en employant des écrans espacés de 4 cm, mais constitués par des matériaux différents. Dans ce cas également, le taux d'évaporation minimum est obtenu quand les écrans, quelle que soit la nature du matériau, sont à une température de 77 °K environ.

En 2007, Rafika et al. [54] ont fait une étude comparative d'une modélisation numérique des transferts thermiques dans un bac de stockage GNL avec les données réelles enregistrées sur site. Deux modélisations des transferts thermiques sur une cylindre bidimensionnel ont été faite, la 1er a montré l'effet de la couche de gaz qui se situe en haut du réservoir au-dessus du bain sur le taux d'évaporation du liquide, cette couche a donné un faible flux conducto-convectif donc sans effet significatif sur l'évaporation. Les résultats obtenus sont comparé avec celles obtenus par FLUENT et montré sur le tableau 1 ci-dessous :

H vapeur (m)	Q cond (W)	Q Fluent (W)	%
30	122	151	19,2
15	146	171	14,2
10	195	222	12,0
5	534	568	6,1

Tableau 1 : Flux transmis au liquide à travers la couche de gaz
 Q cond : modèle essentiellement conductif
 Q Fluent simulation complète des écoulements

Par contre la modélisation de l'ensemble des transferts thermiques on comparaison avec les données enregistrer sur site ont montré que :

Les champs de température dans l'ensemble du bac (parois, phase liquide, phase gazeuse). Les résultats obtenus sont en bonne concordance avec les relevés expérimentaux et, plus généralement, les taux d'évaporation prédits sont représentatifs de ceux observés en conditions réelles d'exploitation.

Les résultats présentés dans ce travail montrent aussi la sensibilité du taux d'évaporation à différents paramètres comme le niveau de liquide dans le réservoir, le flux solaire incident et l'émissivité des parois internes.

On appelle cryostat un réservoir de stockage de fluide cryogénique. L'appellation de fluides cryogéniques concerne un domaine de température se situant entre 0 et 120 K. Les conteneurs et les cryostats n'auront pas les mêmes performances, selon leur utilisation prévue ou la nature du fluide cryogénique utilisé. Les applications technologiques de la cryogénie sont nombreuses et peuvent être classées en deux grandes catégories.

La première concerne l'exploitation d'un changement de phase; on peut citer :

- La liquéfaction des gaz pour obtenir une forte densité sous faible pression facilitant transport, stockage et utilisation,
- la séparation de gaz liquéfiés par distillation fractionnée à basse température,
- le cryopompage par solidification du gaz sur une paroi très froide,
- la purification des gaz par cryodépôt et cryosorption.

La deuxième catégorie concerne l'exploitation des phénomènes spécifiques aux basses températures tels que la surgélation et cryoconservation, la fragilisation (cryobroyage), la réduction de l'agitation thermique des molécules d'un corps solide (technique des amplificateurs en mesures et communications), la supra conductivité (champs magnétiques intenses).

Dans la construction d'un cryostat, l'objectif majeur est de minimiser les introductions de chaleur du milieu extérieur vers le fluide cryogénique afin de le conserver dans sa phase liquide. Les entrées de chaleur sont d'autant plus importantes que le fluide cryogénique à stocker ou à manipuler est à des températures extrêmement basses par rapport au milieu ambiant qui constitue la source de chaleur; l'efficacité de l'isolation thermique du fluide cryogénique est par conséquent primordiale. Aussi est-il essentiel dans la construction d'un cryostat de bien connaître d'abord les mécanismes de transferts thermiques mis en œuvre, et d'évaluer ensuite leur contribution de façon précise.

L'objectif de ce travail consiste en premier lieu en une étude théorique approfondie de transfert de chaleur et de matière dans un réservoir cryogénique de laboratoire (cryostat), une attention particulière sera portée sur le rayonnement qui dans notre cas est le paramètre prépondérant sur les autres modes de transfert qui sont la conduction et la convection, en second lieu développer un code de calcul en fortran qui permet d'estimer le taux d'évaporation du réservoir cryogénique, enfin le troisième objectif consiste à valider notre code de calcul pour un réservoir de stockage d'Azote liquide existant au complexe de GL1K de SKIKDA.

A cet effet, notre travail se compose essentiellement de quatre chapitres :

- Le chapitre I est consacré en premier lieu à la description du complexe de liquéfaction du gaz naturel de Skikda, ainsi que les différentes sociétés national et international spécialisé dans la production et la commercialisation de gaz industriel (Azote, Argon et Hélium) en Algérie. En second lieu on donne une description détaillée du réservoir cryogénique d'Azote avec son système d'isolation.
- Le chapitre II est consacré aux différents modes de transfert thermique couplés une attention particulière sera donné au rayonnement avec la méthode de la radiativité. Pour cela on donne également quelque formule analytique du facteur de forme notamment dans les tubes.
- Le chapitre III présente en premier lieu l'étude théorique du transfert thermique couplée avec le transfert de masse dans le cryostat avec une démonstration détaillée de la méthode de calcul du facteur de forme pour chaque élément du cryostat discrétisé. En second lieu nous avons développé le code élaboré par [51] pour l'appliquer au réservoir industriel d'Azote cité au chapitre I sans écran.
- Dans le chapitre IV on représente quelques résultats d'application du code de calcul, avec une validation sur deux cas, l'un réel d'un réservoir d'azote liquide existant au GL1 K sans écran, l'autre théorique avec écran.

On termine par une conclusion générale et on donne quelques recommandations sur l'utilisation de ce travail et sa continuation éventuelle.

Chapitre I

Présentation du Complexe GL1K

CHAPITRE I

PRESENTATION DU COMPLEXE GL1K

1.1. Introduction.

Le sud Algérien possède des richesses naturelles, parmi lesquelles nous citons les réserves en hydrocarbures d'où la présence d'une large gamme de produits relatifs aux gisements de pétrole et gaz. Pour la séparation de ces produits et de leurs dérivés, notre pays a investi des sommes colossales dont la nécessité est d'acquérir et installer ces grands complexes de traitement qui sont répartis en plusieurs unités comme c'est le cas du complexe GL1K dont le but principal est l'exportation du GNL vers l'Europe et les USA par Méthaniers et sous forme gazeux vers les pays voisin par gazoduc.

Les gaz que nous connaissons à la température ambiante sous la pression atmosphérique se liquéfient tous si l'on abaisse suffisamment leur température en maintenant leur pression constante. Les températures de cette « condensation » sont en fait très différentes suivant la nature du gaz : ainsi l'azote, maintenu à la pression atmosphérique, devient liquide à 77,35 K soit $-196\text{ }^{\circ}\text{C}$. Il est alors près de 682 fois plus dense que le gaz, d'où, à priori, l'intérêt évident que présente cette forme liquide pour le stocker et le transporter, mais un certain niveau de technologie cryogénique est à mettre en œuvre que ce soit pour le liquéfier ou pour le conserver à l'état liquide.

Le problème du stockage des gaz liquéfiés se pose en même temps que leur obtention. En effet, les faibles valeurs de la chaleur de vaporisation des fluides cryogéniques, et plus particulièrement celles de l'Azote de l'hydrogène et de l'hélium, conduisent à utiliser des conteneurs très bien isolés thermiquement.

Les connaissances de bases en vue de l'estimation des pertes dans un cryostat notre modèle d'étude seront présentées dans les chapitres qui suivent.

Dans ce chapitre nous donnons en premier lieu une description du complexe de liquéfaction du gaz naturel de Skikda, ainsi que les différentes sociétés national et international spécialisé

dans la production et la commercialisation de gaz industriel (Azote, Argon et Hélium) en Algérie. En second lieu on donne une description détaillée du réservoir cryogénique d'Azote avec son système d'isolation sans écran.

1.2. Historique.

Parmi ces usines, nous citons le complexe GL1K de SKIKDA dont le chantier a débuté en mars 1969 et la production en Novembre 1972. Ce complexe s'étend sur une superficie de 92hectares et reçoit par pipe de 40 pouce et d'une longueur de 580 KM du GN du gisement de HASSI R'MEL, sa capacité annuelle de production est de 6.5 millions de m³ de GNL et une capacité de stockage de 196 000 m³ de GNL. Il emploie 1100 travailleurs permanents.

1.3. Les différentes caractéristiques du complexe GL1/K.

Le complexe comprend principalement :

- 1- 03 trains de liquéfaction de GNL (U10,U5P et L'U6P).
- 2- Une unité GPL pour le traitement et le stockage du propane et du butane.
- 3- Un parc de stockage et d'expédition du GNL comprenant:
 - 3 Bacs de Stockage de GNL d'une capacité totale de 196 000 m³.
 - 02 pomperies de GNL.
 - 02 postes de chargement de GNL.
- 4- Une unité centrale pour la production des utilités :
 - Vapeur.
 - Air instrument et Service.
 - Azote.
 - Eau déminéralisée et distillée.
 - Hypochlorite de soude (Eau de Javel)

En plus du GNL le complexe produit :

- 1915 T/J d'Ethane (C₂H₆).

- 1818T/J de propane (C_3H_8).
- 1554T/J de butane (C_4H_{10}).
- 917T/J de naphta léger (C_5H_{12}).

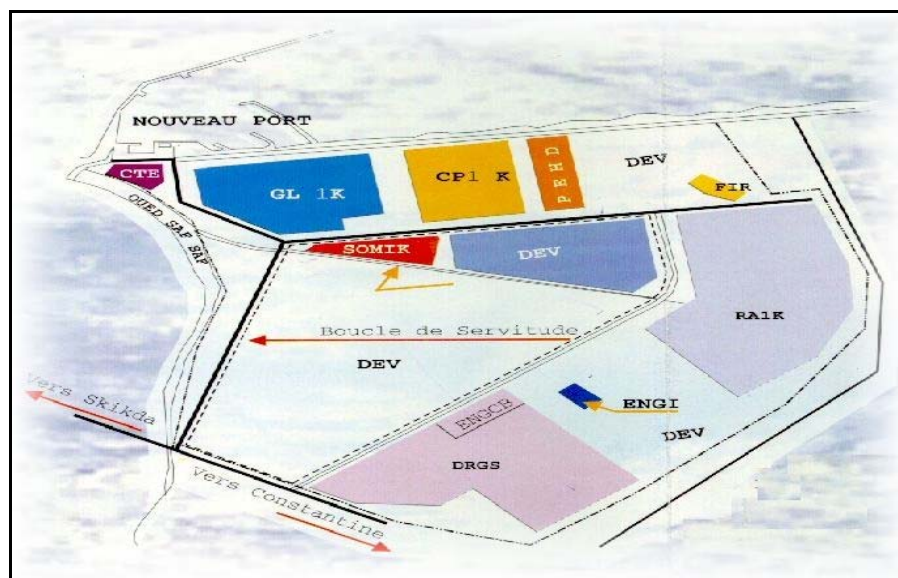


Figure 1.1 : Plan de situation du complexe GL1/K

1.4. Unité de liquéfaction du GN.

Le GN, à sa sortie du gisement de HASSI R'MEL, est un mélange d'hydrocarbures dont la teneur en méthane est \geq à 80% ; mais contient également de l'éthane, du propane, du butane, du pentane et quelque traces d'hydrocarbures lourds (C_{6+}).

On y trouve également d'autres constituants tels que H_e , N_2 , CO_2 , Hg et H_2O , ainsi que des impuretés sous forme de poussière et des traces d'huiles.

L'objectif principal du complexe est de liquéfier le gaz naturel qui sera destiné à l'exportation et aussi d'extraire les autres sous produits qu'il contient tel que l'éthane, le propane, le butane et le pentane.

1.4.1. Section de liquéfaction.

La liquéfaction met en œuvre le principe élémentaire du réfrigérateur, basé sur la compression, le refroidissement, puis la détente d'un fluide pur.

Dans une unité de GNL, la section liquéfaction est constituée d'échangeurs cryogéniques (à plaque ou bobinés) et d'une section compression. .

Dans le complexe GNL de SKIKDA deux procédés de liquéfaction sont utilisés :

- Le procédé TEAL pour l'unité : 10 (échangeur bobinés).
- Le procédé PRICO pour les unités : 5P et 6P (échangeurs à plaques).

1.5. Exploitation des reliquats de liquéfaction du GN.

1.5.1. Introduction.

A la fin des procédés de liquéfaction de GN décrits auparavant, on aboutit à des produits non liquéfiables à la température de GNL (-161°C), comme l'Azote (-196°C) et l'Hélium (-253°C)

Parmi les activités aval de Sonatrach la production de gaz industriels, essentiellement l'hélium et l'azote dont ce dernier représente une quantité importante du GN (tableau 1.1).

Composition	% Molaire
CO ₂	0,21
He	0,19
N₂	5,80
C ₁	83,00
C ₂	7,10
C ₃	2,25
IC ₄	0,40
NC ₄	0,60
IC ₅	0,12
NC ₅	0,15
NC ₆	0,10
NC ₇	0,06
C ₈₊	0,02

Tableau 1.1 : Composition du GN Algérien

Sonatrach devait récupérer les gaz torchés et les gaz qui vont dans l'atmosphère, considérés comme des gaz très riches. Ces gaz contiennent de 40% à 45% d'azote, 10% à 15% d'hélium et le CO₂, etc. L'hélium et l'azote constituaient les principaux gaz à récupérer.

Mais Sonatrach ne pouvait pas réaliser ce projet parce que le marché de gaz industriels à basse température est détenu par l'oligopole: Air Product, PRAXAIR, BOC, LINDE et Air Liquide. Il fallait s'associer avec ces entreprises, afin d'avoir un droit d'entrée dans le marché.

1.5.2. Sociétés étrangères en Algérie du Gaz Industriels.

Sonatrach développe une politique de partenariat basée sur le renforcement et l'approfondissement de ses relations de coopération. La majorité des projets à l'international sont fortement liés à l'Activité Commercialisation. L'objectif étant d'associer avec des partenaires qui ont le savoir-faire, afin de pouvoir prospecter des marchés en Europe et se développer ailleurs que dans le domaine de l'hélium et l'azote.

1.5.2.1. HELIOS (Entreprise Nationale de production des liquides d'hélium d'Arzew).

HELIOS SPA située à Arzew a été créée en 1991, en partenariat entre Sonatrach qui détient 51% du capital social, Air Liquide (France) et Air Products (Etats Unis) qui en détiennent 49%. Elle est chargée de la production d'Hélium et d'Azote.

HELIOS principal fournisseur d'hélium des leaders européens de la production et la commercialisation des gaz industriels.

HÉLIOS extrait puis liquéfie l'hélium contenu dans le gaz produit à partir du complexe de gaz naturel. La société produit également de l'azote à partir du gaz de flash

La quantité d'azote liquide livrée en 2004 est de 8 millions de litres, soit 80,84% des prévisions. Pour l'azote gazeux, les quantités livrées en 2004 sont de 14 millions de m³ sur une prévision de 13 millions, soit un taux de 109%.

Le chiffre d'affaires réalisé est de 26,7 millions de dollars soit 105% des prévisions, avec un résultat net de 4,3 millions de dollars.

1.5.2.2. HELISON (E. N. de production des liquides d'Hélium et d'Azote de Skikda).

Créée le 22 janvier 2003, Helison production est une société commune de droit algérien regroupant Sonatrach et la société Linde AG.

Avec le démarrage à partir de l'année 2005 du projet Hélium Skikda, partenariat entre Sonatrach et Linde, les quantités totales d'azote qui seront disponibles s'élèveront à 53 millions de litres/an liquides et 28 millions de m³/an gazeux.

Fiche Technique :

Unité : Extraction d'Hélium et d'Azote

Lieu d'implantation : Zone industrielle Skikda, Algérie

Capacité :

Azote gazeux : 40 Tonnes/jour

Azote liquide : 100 Tonnes/jour

1.5.3. Sociétés Algériennes du Gaz Industriels.

1.5.3.1. COGIZ (Conditionnement et Commercialisation des Gaz Industriels).

GOGIZ est une filiale 100 % de Sonatrach. Elle se spécialise dans une activité connexe de valorisation de produits: elle prend en charge la partie d'hélium qui revient à Sonatrach à partir de l'usine HELIOS et la totalité de l'azote pour être commercialisé. Cet hélium est conditionné dans un centre de conditionnement qui a démarré en mai 2001 et qui est destiné à couvrir tout le marché maghrébin. L'azote est revendu essentiellement aux unités du groupe

COGIZ est le premier fournisseur d'hélium en Algérie et un acteur majeur de la fourniture d'azote.

Ventes d'Azote

Désignation	Volume (équivalent litres)	
	Exercice 2005	Exercice 2006
Azote liquide (L)	9 684 108	8 507 851
Azote gazeux (m ³)	13 168 067	11 609 652
TOTAL équivalent litres	28 992 124	25 530 801

1 litre d'azote liquide = 0,682 m³ d'azote gazeux

1.5.3.2. ENGI (Entreprise Nationale des Gaz industriels).

La mission essentielle de ENGI est la production et la distribution des gaz industriels. La distribution des gaz à l'état liquide est assurée par une flotte de citernes cryogéniques, alors

que les productions gazeuses nécessitent un processus supplémentaire de conditionnement en bouteilles

a – Les ateliers de production :

L'ENGI produit oxygène, diazote, argon, dioxyde de carbone, dihydrogène.

L'atelier « 4000l/h » produit :

- de l'oxygène liquide (1000 L/h)

- de l'azote liquide (2800 L/h)

- de l'argon liquide (50 L/h)

L'atelier CO2 produit l'anhydride carbonique (2t/h).

b – Stockages :

La capacité de stockage et représenté dans le tableau suivant :

Nature	Conditions de stockage	Lieu de stockage
O2 (liquide)	2 citernes de 250 000 L 1 citerne de 5 000 L	Atelier de production 4000 L/h
N2 (liquide)	2 citernes de 250 000 L	Atelier de production 4000 L/h
Ar (liquide)	1 citerne de 23 000 L 1 citerne de 3 000 L	Atelier de production 4000 L/h
CO2 (liquide)	4 x 100 t	Atelier de production CO2
H2 (liquide)	3040 bouteilles	Devant l'atelier de l'hydrogène

1.6. Réservoir de stockage d'Azote.

1.6.1. Etat descriptif.

Constructeur (nom et adresse) : V R V S.p.A. - Via Burago n° 24 20060 ORNAGO (Mi)

ITALIE

Lieu de fabrication : ORNAGO (MI) Italie

N° de Fabrication : 12111

Destinataire : GAZ INDUSTRIELS-ALGERIE

1.6.2. Structure.

Le réservoir d'Azote (figure 1.2) est constitué d'un double récipient : l'un intérieur en acier inox, qui contient les gaz liquéfiés, conçu pour résister à la pression intérieure, et l'un extérieur en acier au carbone, conçu pour résister à la pression extérieure.

Un système particulier de supports maintient centré l'intérieur par rapport à l'extérieur.

L'inter paroi est remplie de matériel isolant ininflammable en poudre, perlite, (roche volcanique, moulue et expansée, composée de silicate d'aluminium 75% SiO₂ 15% Al₂O₃) maintenue sous vide poussé pour augmenter le degré d'isolation thermique du récipient intérieur.

A ce propos, sur l'enveloppe extérieure les vannes de sectionnement pour la mise à vide de l'espace isolant, par la pompe de vide, et pour contrôle de la mesure de vide.

Le réservoir est complété par des tuyauteries, des vannes, des dispositifs de réglage et de sûreté, des instruments de mesure.

Sur le fond supérieur de l'enveloppe extérieure un disque de sûreté est monté (DS) pour éviter en cas de pertes éventuelles du récipient intérieur et des tuyauteries, des suppressions à l'intérieur de l'enveloppe.

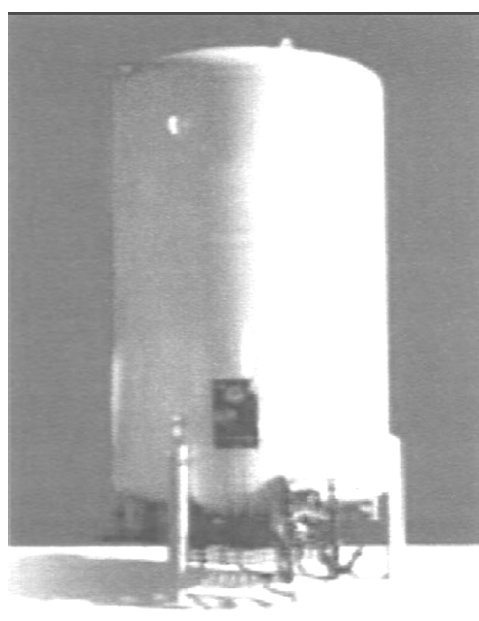
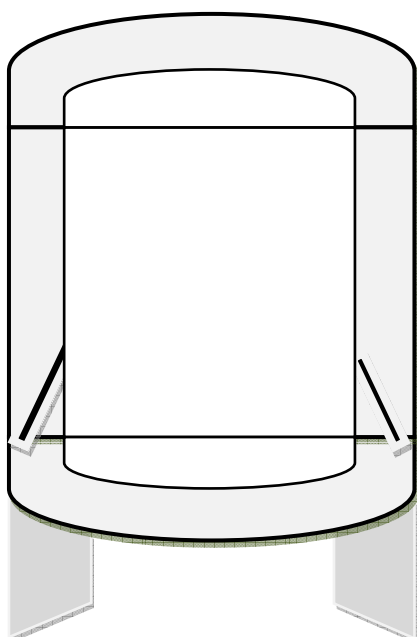


Figure 1.2 : Vue d'ensemble d'un réservoir d'Azote

1.6.3. Caractéristiques techniques d'un réservoir cryogénique Type « 5000/18 »

Genre et destination	Réservoir de stockage de O ₂ -N ₂ -Ar liquide
Type dans les fabrications du constructeur	« 5000 / 18 »
Forme générale et mode de fabrication	Cylindrique avec deux fonds Bombés chaudronné
Position d'utilisation	Verticale
Capacité géométrique	520 litres
Capacité utile	5080 litres
Coefficient de remplissage	92%
Pression maximale admissible	18 bar
Pression normale d'emploi	3 – 16,5 bar
Température de calcul	-196°C
Gaz liquéfiés (azote, oxygène, argon)	LIN-LOX-LAR
Débit maximal LIN	400 Nm ³ /h
Taux d'évaporation journalier LIN	0,42% de la capacité
Dimensions hors tout de la partie sous pression	Øext 141,4 x lg.384
Épaisseur nominale de commande (e _n)	0,7 cm
Diamètre extérieur	32 cm
Hauteur totale	532 cm
Métal constitutif	Acier Inox X5Cr Ni N 19.9
Poids à vide	3700 kg
Poids maximal à pleine charge (Argon à pression atmosphérique)	10775 kg

Le schéma ci-dessous (figure 1.3) représente les dimensions de réservoir d'azote Type « 5000/18 »

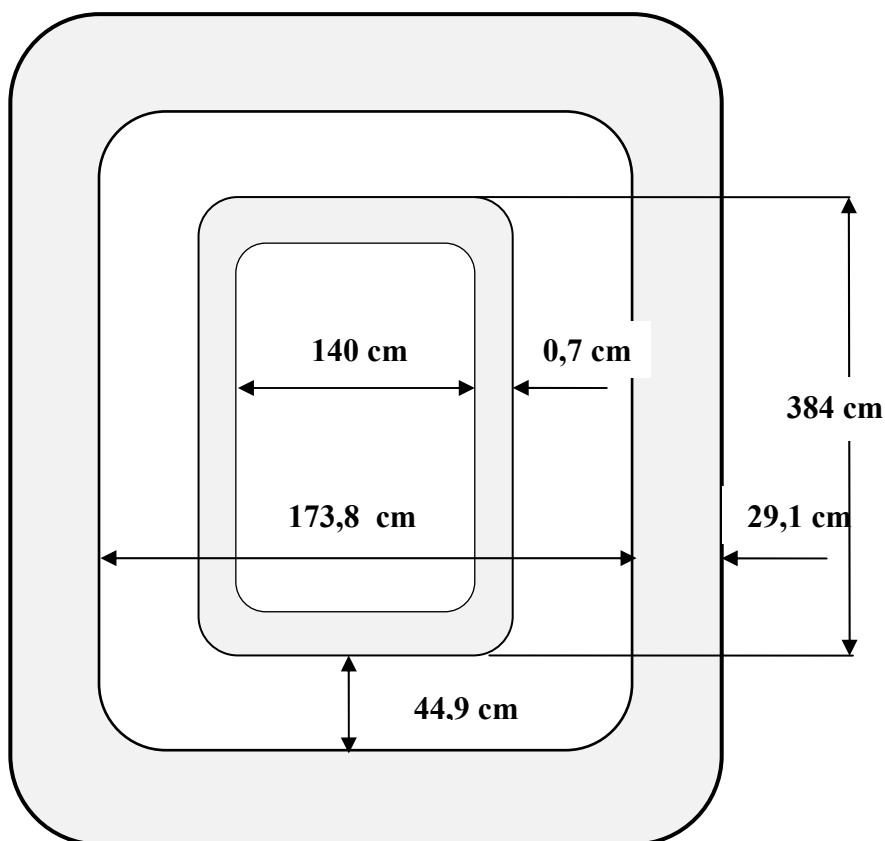


Figure 1.3 : Schéma représentatif de réservoir d'Azote Type « 5000/18 »

1.6.4. Isolation thermique de réservoir d'Azote.

L'isolation thermique des vases ou réservoirs de stockage est d'autant plus importante que l'enthalpie de vaporisation des fluides cryogéniques est faible.

Le choix d'un type d'isolation convenable doit prendre en considération l'efficacité recherchée et le prix de revient. En général, les réservoirs de grandes dimensions seront plus facilement isolés avec des poudres, la perlite, et les petits cryostats ainsi que les conteneurs de transport de faible capacité seront soit super-isolés, soit avec une garde d'azote.

Une autre solution peut être ajoutée aux types d'isolation cités, c'est l'écran thermique. Il s'agit d'interposer entre les deux parois, chaude et froide, une surface métallique d'une faible émissivité.

1.6.4.1. Isolants à structure poudreuse (Perlite).

Les poudres de perlite de qualité cryogénique s'emploient uniquement en vrac et sous double enveloppe parfaitement étanche. Très sensibles à la vapeur d'eau, elles sont protégées de l'humidité de l'air atmosphérique par la présence d'un gaz neutre sous pression à l'intérieur de l'enceinte délimitée par la double enveloppe.

Perlite : peu coûteuse, c'est la plus utilisée. Ses principales caractéristiques sont les suivantes

- conductivité thermique moyenne = $2 \cdot 10^{-5}$ W/(cm · K) entre 300 K et 77 K ;
- masse volumique non tassée = $50 \cdot 10^{-6}$ à $60 \cdot 10^{-6}$ kg/cm³, s'élevant après tassement (obtenu par vibration) à $80 \cdot 10^{-6}$ à $100 \cdot 10^{-6}$ kg/cm³ ;
- granulométrie = 300 à 600 μm ;
- pression maximale d'utilisation sans conduction gazeuse = 1 Pa ;
- pouvoir adsorbant : pratiquement nul ;
- incombustible.

Cette poudre de roche volcanique à base de SiO₂ et d'Al₂O₃ est expansée à l'aide d'un traitement thermique. C'est un matériau naturel abondant, mais son utilisation sous vide nécessite la présence d'un adsorbant. Son aptitude à se tasser et à se briser impose, d'une part, d'effectuer le remplissage sous vibrations et, d'autre part, de procéder à des compléments de remplissage.

Cet inconvénient majeur et sa conductivité thermique relativement élevée font que la perlite est de plus en plus remplacée par du super-isolant (voir Annexe) pour le matériel transportable.

L'avantage essentiel de ces isolants est leur prix de revient peu élevé ; en général, ils ne seront utilisés que pour des réservoirs de stockage de gaz liquide de grande capacité

1.6.4.2. Effet du vide sur l'isolant.

Ce terme est utilisé pour des isolations utilisant des isolants en poudre, généralement de la **perlite**, avec mise sous vide plus ou moins poussé selon l'effet recherché.

La faible conduction de l'isolant est due avant tout aux très nombreux et mauvais contacts entre grains et pas tellement à la conductivité propre du matériau isolant qui est faible, mais cependant toujours supérieure à celle des gaz.

Un gaz même sous pression serait un excellent isolant, sans le phénomène de convection. La conductivité d'un gaz ne dépend pratiquement pas de la pression ; la convection, par contre, diminue avec la pression. En abaissant la pression sur l'isolant (poudre ou fibre), on se contente, dans un

premier temps, d'abaisser les pertes frigorifiques dues à la convection ; celles dues à la conduction propre du gaz ne commenceront à baisser que lorsque le libre parcours moyen des molécules du gaz aura suffisamment augmenté pour se rapprocher des distances entre fibres ou grains. Pour la perlite, dont le diamètre de grain se situe vers 0,05 cm, pour annuler pratiquement la conduction gazeuse. Mis à part la conduction axiale du matériau (pertes par le col), il ne reste plus que les pertes dues au rayonnement entre les deux parois. Celles-ci sont alors fortement diminuées par tout revêtement ou traitement de surface qui diminue les coefficients d'émission et d'absorption de ces parois (argenture dans le cas du verre, polissage pour les métaux, etc.) ou autres méthodes (voir Annexe).

1.7. Conclusion.

Dans ce chapitre nous avons présenté le complexe GL1K Skikda avec une description de la section liquéfaction et la section stockage pour l'Azote.

Les reliquats de ce procédé non liquéfié à la température du méthane -161°C constituent particulièrement de l'Azote et Hélium sont des gaz très riches en terme commerciale. Le premier est utilisé comme produit utilitaire pour l'unité centrale, tandis que le deuxième produit est important par ces applications dans les domaines industriels tels l'imagerie à résonance magnétique (20 %), soudage (17 %), laboratoires (10 %), fibre optique (6 %), et autres.

Les principaux modes d'isolations ont été énumérés avec leurs méthodes et la technique d'utilisation pour un réservoir de stockage cryogénique.

Les infiltrations thermiques jouent un rôle importantes dans l'évaporation de ces fluides cryogénique en particulier lorsque en a une grande différence de température entre l'ambient et le fluide cryogénique à stocké.

Le chapitre II sera préservé aux différents modes de transmission de chaleur qui peut exister dans un réservoir de stockage cryogénique une attention particulière sera donné au rayonnement qui est pour notre étude le paramètre dominant dans l'évaporation des fluides à basse températures par rapport à la convection et à la conduction.

Chapitre III

Transfert de Chaleur dans un Cryostat

CHAPITRE II

TRANSFERT DE CHALEUR COUPLES DANS UN CRYOSTAT

2.1. Introduction.

La principale difficulté de mise en œuvre des basses températures va résulter des apports de chaleur provenant de l'extérieur et qu'il faudra réduire dans toute la mesure du possible. On comprend toute l'importance de la connaissance des phénomènes de transfert de chaleur. Pour dimensionner un système travaillant à basse température, il faut évaluer avec précision les flux de chaleur entrant dans ce dernier. Les connaissances de bases en vue de l'estimation des pertes dans un réservoir sont alors indispensables.

Dans un cryostat il existe plusieurs modes de transmission de chaleur qu'on peut résumer comme suit, d'après R. R. CONTE [5] :

- Conduction dans un milieu matériel (solide, gaz, gaz résiduel) due à un gradient de température.
- Convection par contact gaz résiduel - paroi ou vapeur – paroi. Ce mode de transfert de chaleur se produit quand une couche de gaz résiduel ou de vapeur en contact avec une surface chaude est chauffée par la conduction, devient flottable (un gaz chaud est moins dense qu'un gaz plus froid), et s'élève, prenant avec elle l'énergie qu'elle emmagasine.
- Rayonnement électromagnétique et thermique entre surfaces en regard à des températures différentes sans le support de la matière, dont la propagation se fait théoriquement à une vitesse de 300 000 km/s dans le vide absolu. Ondes thermo acoustiques entre les milieux extrêmes d'un tube long où le gradient de température est assez important (comme par exemple dans le cas de l'hélium). Ce mode de transfert provient de l'apparition instantanée d'oscillations de pression.

2.2. Convection.

La transmission de chaleur par convection met en jeu le **mouvement des fluides** (gaz ou liquides).

Ce mouvement permet l'échange de chaleur entre le fluide et une paroi et facilite la diffusion de la chaleur au sein de l'ensemble du fluide grâce à l'agitation produite.

Dans la transmission de chaleur par convection, le fluide se comporte comme un véhicule de la chaleur.

La **convection** est dite **naturelle** ou **libre** lorsque le mouvement du fluide est créé par les différences de masse volumique existant au sein du fluide du fait des différences de températures. Lorsque le mouvement est communiqué par une machine - agitateur, pompe, compresseur ou ventilateur - la **convection** est dite **forcée**.

2.2.1. Convection naturelle dans les cavités verticales.

Les mouvements de convection naturelle les plus simples apparaissent lorsqu'un fluide (gaz ou liquide) est chauffé par le bas. Les couches inférieures plus chaudes se dilatent et deviennent moins denses que les couches supérieures; elles ont ainsi tendance à s'élever tandis que les couches supérieures plus froides, donc plus lourdes, ont tendance à descendre.

On sait que la convection naturelle est initiée par la force d'Archimède qui s'établit dans une cavité en présence d'un gradient de température ; cette force est opposée par une force de traînée visqueuse ou force de frottement. En plus de cet équilibre de forces, il y a deux autres facteurs qui influencent par leur rapport l'efficacité de la convection. Il s'agit de la diffusivité thermique χ et de la diffusivité de la quantité de mouvement représentée par la viscosité cinématique. Le produit de ces deux groupements sans dimension, (Grashoff et Prandtl) appelé nombre de Rayleigh, est défini par :

$$Ra_l = Gr_x \cdot Pr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T \cdot L^3}{\chi \cdot \nu}$$

$$G_{rx} = \frac{g \cdot \beta \cdot (T_p - T_\infty) x^3}{\gamma^2} ; P_r = \frac{\nu}{\chi} ; \Delta T = T_p - T_\infty$$

Avec :

Ou : β : le coefficient de compressibilité thermique en K^{-1}

ν : la viscosité cinématique m^2/s .

χ : la diffusivité thermique en m^2/s .

Deux régimes différents apparaissent suivant les valeurs du nombre de Rayleigh:

Si Ra est inférieur à une valeur critique, la poussé d'Archimède est trop faible pour vaincre les effets de la viscosité et de la diffusion thermique, il n'y a aucun mouvement appréciable au sein du fluide. Ce régime est celui de la conduction pure.

Si Ra est supérieur à cette valeur critique, la poussé d'Archimède devient suffisamment active pour vaincre les effets dissipatifs de la viscosité et la convection naturelle prend naissance.

Dans les cavités verticales fermées ou ouvertes, et lorsque la température du dessus (T_1) est supérieure à la température du dessous (T_2), il n'existe pas de transfert de chaleur convectif. On dit communément que le fluide est stratifié (voir figure. 2.1)

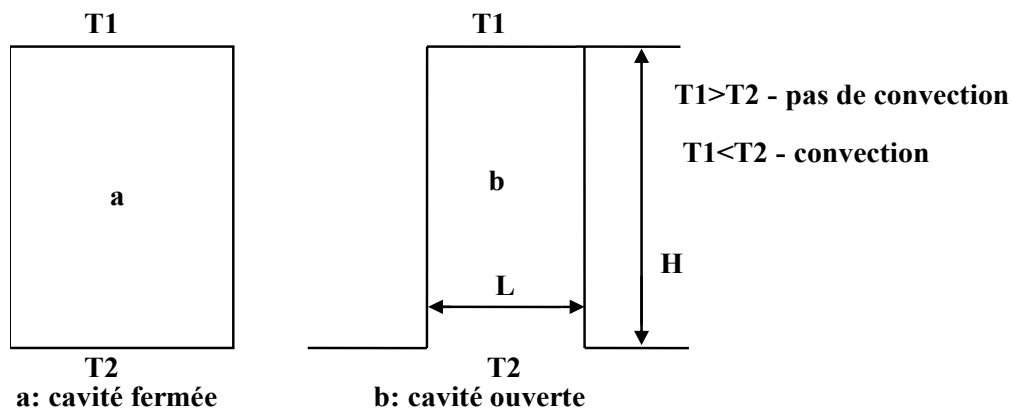


Figure 2.1 : Géométrie des cavités verticales de largeur L et de hauteur H.

Dans le cryostat qu'on veut concevoir (figure 2.2) on a une cavité ouverte à sa partie inférieure coté bain et constituée par le by-pass lorsque le fluide est ventilé par le col.

Dans cette cavité la température du dessus ($T_1=300K$) est supérieure à la température du dessous ($T_2=77 K$), le fluide est stratifié. Il n'existe donc pas de flux convectif.

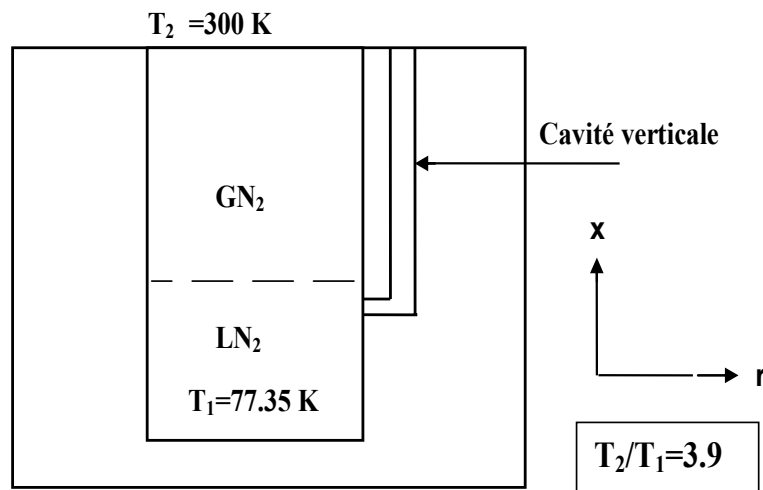


Figure 2.2 : Cavité verticale ouverte du coté froid

2.2.2. Effet du col.

La récupération de l'enthalpie des vapeurs froides issu de l'ébullition de l'Azote liquide par le col joue un rôle important pour diminuer le flux conductif arrivant à travers la surface annulaire du col.

2.2.2.1. Col non ventilé.

La (figure 2.3) ci-dessous représente un cryostat avec un col non ventilé par les vapeurs froides issues par évaporation d'un liquide cryogénique provoquée par des entrées de chaleur provenant de l'extérieur. Les vapeurs froids issus de l'évaporation du fluide de stockage sont déviés par un bipasse.

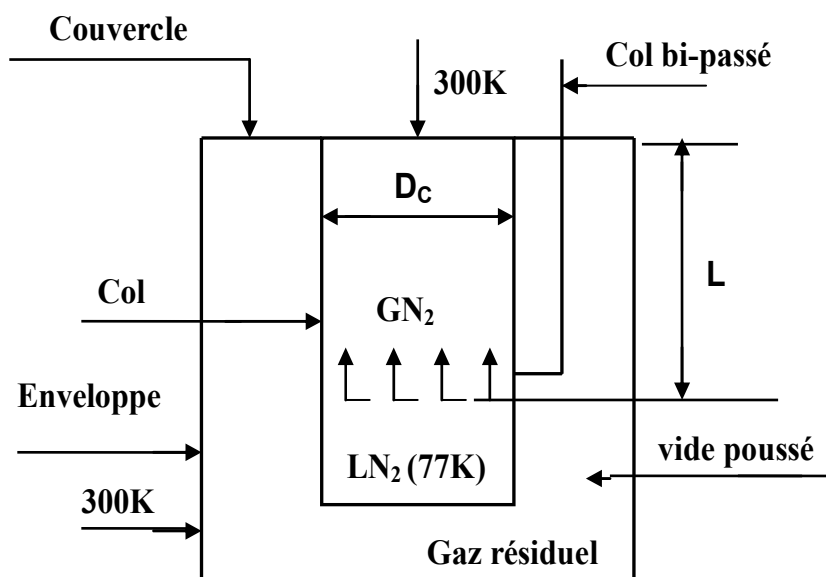


Figure 2.3 : Schéma simplifié du cryostat col non ventilé

2.2.2.2. Col ventilé.

Un col de cryostat est dit ventilé (figure 2.4) lorsqu'un support conducteur est balayé à contre courant par un débit massique \dot{m} de gaz froid, le flux résiduel ϕ_0 décroît en fonction du débit de balayage. C'est une méthode extrêmement efficace connue depuis très longtemps pour réduire le flux conductif à travers le col.

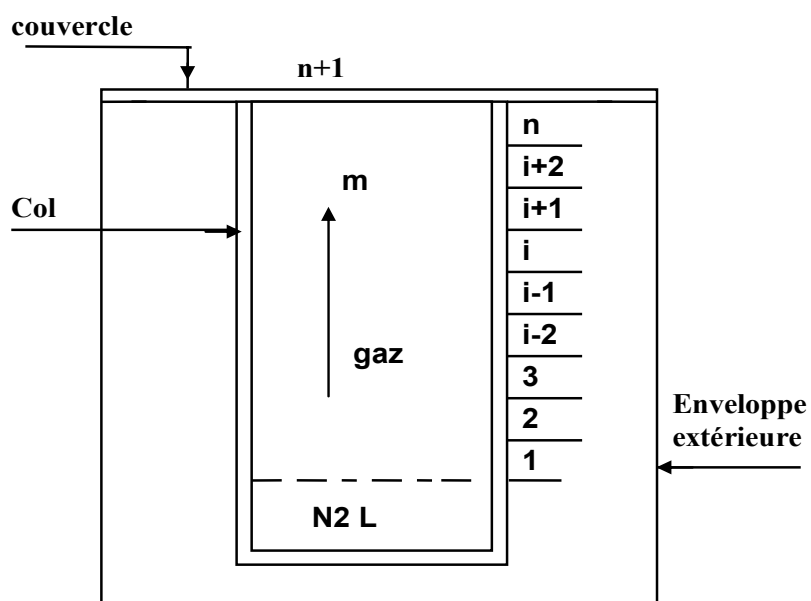


Figure 2.4 : Schéma simplifié du cryostat col ventilé.

Parmi les premiers travaux sur la ventilation des cols, on peut y citer ceux de Sydoriak [34] qui a étudié l'influence de l'effet du refroidissement du col par les vapeurs froides provenant de l'ébullition du bain d'Hélium liquide. Il a montré en particulier que si les échanges entre le gaz et les parois étaient parfaits, la température dans le col varierait suivant une loi linéaire en fonction de la longueur du col, et suivant une loi $L^{1/2}$ dans le cas où les échanges sont nuls.

Wexler [4] a établi les relations qui permettent une généralisation du modèle aux conteneurs d'Azote, d'Hydrogène et d'Hélium pour un échange parfait entre le gaz et les parois du col.

2.2.2.2.1. Col ventilé avec contact thermique parfait.

L'échange thermique entre parois du col et les vapeurs froides est dite parfait lorsqu'il y a un équilibre de température, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de résistance thermique de contact. Wexler fut le premier à étudier ce phénomène. Dans ce cas on peut écrire l'égalité suivante :

$$\phi_v = h \cdot p \cdot (T - t)dx = \dot{m} \cdot C_p dt \quad (2,1)$$

Avec :

$\phi_v(W)$: Flux de convection être paroi et vapeurs froides,

$h (W/cm^2 \cdot K)$: Coefficient de convection entre le gaz et le périmètre mouillé par le gaz,

$p (cm^2)$: Périmètre de la surface d'échange,

$\dot{m} (g/s)$: Débit massique des vapeurs froides,

$C_p (J/g.K)$: Chaleur spécifique du gaz d'azote,

$dt (K)$: Différence de température entre deux couches de vapeurs d'Azote,

$(T-t) (K)$: différence de température entre paroi et gaz,

Avec l'hypothèse de l'échange thermique parfait, le gradient de la température moyenne du fluide selon x est égal au gradient de la température axiale du col.

2.2.2.2. Col ventilé avec contact thermique imparfait.

Dans un contact thermique imparfait entre les parois du col et les vapeurs froides ventilées, la température des vapeurs froides étant différente de celle du col, ce qui équivaut à l'existence d'une résistance thermique de contact, les gradients de température par rapport à x , dans les vapeurs froides et le col, sont différents.

La connaissance de la nature du régime hydrodynamique des vapeurs ascendantes, laminaire ou turbulent, est indispensable pour pouvoir estimer le coefficient de convection pariétal le long du col.

2.3. Conduction.

Ce mode de transmission de chaleur s'applique plus particulièrement aux solides, mais concerne aussi les fluides au repos.

Il correspond à une propagation de la chaleur de proche en proche au sein de la matière, le passage de la chaleur se faisant par contact entre particules (atomes ou molécules) voisines. La matière se comporte véritablement comme un conducteur de la chaleur.

2.3.1. Conduction par le col.

Lorsque le col du cryostat n'est pas ventilé par les vapeurs froides ascendantes issues du bain cryogénique en ébullition sous l'influence des entrées de chaleurs provenant de l'extérieur, le transfert thermique par conduction simple se produit dans tous les supports ou liaisons qui conduisent d'un sous-ensemble à un autre. Dans ce cas, nous avons une conduction longitudinale de la chaleur à travers la section du col du cryostat depuis le couvercle maintenu à 300 K vers le bain cryogénique à 77,3 K, mais aussi une conduction transversale de la paroi du col vers le gaz stratifié lorsque ce dernier n'est pas à la même température que le col.

L'énoncé de la loi de Fourier stipule que le flux thermique par unité de surface et de temps, ou densité de flux à travers la section A_C , est proportionnel au gradient de température et au coefficient de conductivité thermique k_C du matériau.

$$\varphi = \frac{\phi_c}{A_c} = -k_c \text{ grad } T \quad (2.2)$$

Si l'on considère que ce flux est unidimensionnel, c'est-à-dire que ses composantes selon les axes y et z sont négligeables, il est donné en tout point x par la relation :

$$\phi_c = -k_c(T)A_c \frac{dT}{dx} \quad (2.3)$$

Lorsque ce flux est constant, l'augmentation du gradient de température est compensée par la diminution de $k_c(T)$. Par intégration membre à membre de la relation (2.3) entre 0 et L pour dx et T_1 et T_2 pour dT, en notant que x et T varient en sens contraire, on obtient le flux de chaleur arrivant dans le bain cryogénique :

$$\phi_c = \frac{A_c}{L} \int_{T_1}^{T_2} k_c(T) dT \quad (2.4)$$

Cette relation exprime le fait qu'il suffit de connaître la variation de $k_c(T)$ pour calculer le flux arrivant dans le bain sans avoir à évaluer la distribution de la température sur le col du cryostat.

2.3.2. Conduction par une colonne de gaz stratifiée.

La valeur du flux thermique par conduction simple à travers les gaz cryogéniques est habituellement plus faible car le coefficient de conductivité thermique des gaz est nettement plus faible comparativement à celui des solides et des liquides. Dans le cas où l'on connaît la température aux extrémités de la colonne de gaz, le flux de chaleur par conduction simple à travers ce gaz ϕ_f , arrivant au liquide cryogénique, se calcule selon la relation suivante, sans avoir à évaluer la distribution de la température dans cette colonne, ni le gradient de température.

$$\phi_f = \frac{A_f}{L} \int_{T_1}^{T_2} k_f(T) dT \quad (2.5)$$

Cette relation exprime le fait qu'il suffit de connaître la variation de $k_f(T)$ pour calculer le flux arrivant dans le bain sans avoir à évaluer la distribution de la

température sur le col du cryostat. On remarquera que dans ces conditions ϕ_f est très faible devant ϕ_c .

2.3.3. Conduction par le vide résiduel.

La conduction thermique dans les gaz résiduels est divisée en zone de conduction classique et zone de conduction moléculaire. Ces deux zones de conduction sont séparées par une zone de transition ; le paramètre utilisé pour les caractériser est le libre parcours moyen (L_p) des molécules [5].

$$L_p = 8.6 \cdot 10^3 \frac{\eta}{P} \sqrt{\frac{T}{M}} \quad (2.6)$$

Avec :

L_p : libre parcours moyen des molécules en cm.

μ : viscosité en poises, à la température T.

p : pression en microns de mercure, μ Hg.

T : température en °K.

M : poids moléculaire; g/moles

Soit d la distance séparant deux parois à des températures respectives T_1 et T_2 ; on a:

$L_p \leq d$ conduction classique

$L_p \approx d$: région transitoire.

$L_p \geq d$ conduction moléculaire

$L_p \leq d$: le transfert de chaleur d'une paroi à une autre met en jeu la conduction thermique du gaz. Celle-ci est indépendante de la pression P du gaz résiduel. Les échanges de chaleur se font par les collisions entre les molécules.

$L_p \geq d$: le transfert de chaleur se fait essentiellement par le choc des molécules d'une paroi à l'autre. Cette conduction est la plus utilisée en basse pression dans les

cryostats où le vide résiduel est en général compris entre 10^{-3} et 10^{-6} mm de Hg. A titre d'exemple on a pour l'azote à 293 K:

$$L_p = 45 \text{ cm à } P = 10^{-4} \text{ mm Hg}$$

$$L_p = 4,5 \cdot 10^3 \text{ cm à } P = 10^{-6} \text{ mm Hg}$$

2.3.3.1. Conduction moléculaire ($L_p \geq d$).

La formule qui permet d'évaluer le transfert de chaleur dans un gaz à basse pression est donnée par la relation suivante [5] :

$$\Phi_{cm} = A_1 \cdot \alpha \cdot \Omega \cdot (T_2 - T_1) \quad (2.7)$$

$$\Omega = \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right) \left(\frac{PR}{8\pi MT} \right)^{\frac{1}{2}} \text{ et } \alpha = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_2 + \alpha_1 (1 - \alpha_2) \frac{A_1}{A_2}}$$

Avec :

Φ_{cm} : Puissance en watts reçue par la surface A_1 (cm^2).

γ : rapport des chaleurs spécifiques (C_p/C_v)

α : coefficient d'accommodation propre à chaque gaz, pour l'hélium il varie de 0,3 à 1

R : constante des gaz parfaits.

P : pression en mm de mercure (mm Hg).

T : température en °K.

A_2 : Surface à la température T_2 en cm^2 .

Cette relation montre qu'on diminue le flux de la conduction moléculaire en diminuant la pression du vide intermédiaire.

2.4. Rayonnement.

2.4.1. Introduction.

Le rayonnement thermique est un transfert d'énergie par voie d'ondes électromagnétiques dont le domaine pratique est compris entre 0,4 et 500 μm . Il déborde donc largement le domaine du visible (0,4-0,76 μm) du côté de l'infrarouge.

Les lois physiques du rayonnement sont complexes et il est indispensable de simplifier pour résoudre les problèmes pratiques.

L'émission du corps noir est traduite par une loi physique qui montre que le flux thermique émis est proportionnel à la puissance 4 de sa température absolue (loi de Stefan-Boltzmann). Cette loi s'écrit :

Flux émis par le corps noir :

$$\phi_{\text{corps noir}} = M_T^0 = \sigma T^4 \quad (2.8)$$

Avec :

T: Température superficielle du matériau, en Kelvin (K),

σ : Constante de Stefan-Boltzmann (en pratique $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-12} \text{ W/cm}^2 \cdot \text{K}^4$),

M_T^0 : Emittance du corps noir (W/cm^2).

Dans la pratique, on constate que l'émission des matériaux est toujours inférieure à celle du corps noir à la même température. Pour caractériser leur aptitude à l'émission on définit le **facteur d'émission** ou **émissivité** ε (epsilon) par le rapport :

$$\varepsilon = \frac{\text{Flux émis par un matériau à T}}{\text{Flux émis par le corps noir à T}}$$

Des valeurs d'émissivité pour quelques matériaux solides utilisés en cryogénie en fonction de la température sont présentées dans le tableau 2.1 ci-dessous.

Matériau	Température de la surface (K)		
	300	77	4.2
Aluminium commercial	0,08	0,03	
Cuivre commercial	0,03	0,019	0,015
Argent	0,020	0,008	
Acier inox 304	0,15	0,061	

Tableau 2.1 : Pouvoir émissif « ε » on fonction de la température

En appliquant la définition de l'émissivité et la loi de Stefan-Boltzmann, le flux thermique émis par un matériau quelconque s'écrit :

$$\Phi_{\text{corps quelconque}} = \varepsilon \cdot M_T^0 = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4 = M_T \quad (2.9)$$

D'une manière générale, lorsqu'un corps est exposé au rayonnement, l'énergie qu'il reçoit (énergie incidente) peut être :

- **absorbée** : cela se traduit par l'acquisition de chaleur par le corps exposé
- **réfléchi** : c'est-à-dire renvoyée par le récepteur : il en est ainsi de la lumière parvenant à un miroir
- **transmise** au travers du corps si celui-ci est transparent Ces différentes possibilités sont représentées ci-dessous (figure 2.2).

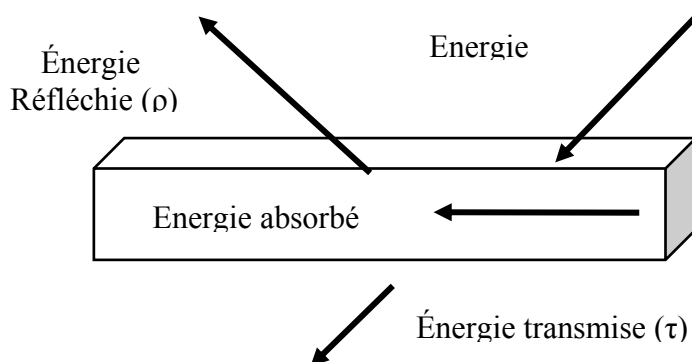


Figure 2.3 : Réception du rayonnement thermique par un

Le bilan d'énergie permet donc d'écrire : $\alpha + \rho + \tau = 1$

Le tableau 2.2 représente les différentes réactions des surface en vers le rayonnement.

Surface	Facteurs	Bilan d'énergie	OBS
Opaque	$\tau = 0$	$\alpha + \rho = 1$	L'énergie transmise est nulle
Réfléchissante	$\rho = 1$	$\alpha = \tau = 0$	L'énergie incidente est totalement refléter
Noir	$\alpha = \varepsilon = 1$	-	L'énergie incidente est totalement absorbée
Diffuse	$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda$	-	Emissivité indépendante de la direction
Grise	$\alpha = \varepsilon$	-	Emissivité indépendante de la longueur d'onde
Grise et Diffuse	ε	-	Emissivité indépendante de la longueur d'onde et de la direction

Tableau 2.2 : Différentes surface caractérisant le rayonnement

Les matériaux se comportent, au point de vue du rayonnement thermique, comme des corps opaques. C'est-à-dire que le flux reçu par une surface est totalement absorbé dans une couche très mince de matériau, à l'exception de ce qui est réfléchi vers l'entourage (figure 2.3).

Dans ces conditions, le facteur de réflexion du matériau ρ s'écrit : $\rho = 1 - \alpha = 1 - \varepsilon$

Donc le flux total issu de telle surface égale a la somme de son émission propre et de la réflexion d'une partie du rayonnement incident sur cette surface. On appelle **radiosité**, que l'on note J_i , l'émittance apparente de la surface.

Considérons une surface A_i (figure 2.4). La densité de flux incident sur A_i en provenance de l'environnement est désignée par E_i .

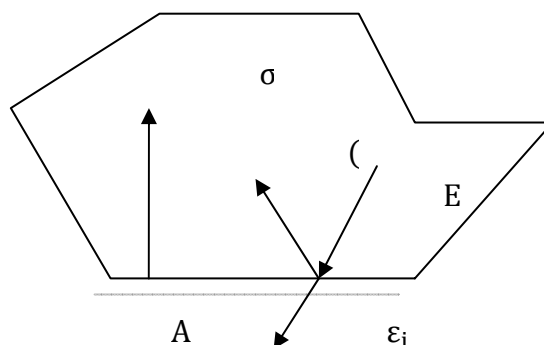


Figure 2.4 : Absorption, réflexion et émission propre d'une surface grise

Le rayonnement apparent J_i (en W/m^2) qui quitte A_i , désigné par le terme **radiosité**, s'écrit:

$$J_i = \varepsilon_i \cdot M_i^0 + \rho_i \cdot E_i = \varepsilon_i \cdot M_i^0 + (1 - \varepsilon_i) \cdot E_i \quad (2.10)$$

Avec E_i (W/m^2) somme des rayonnements quittant les n surfaces entourant A_i et arrivant sur cette dernière (Eclairement de la surface A_i):

$$E_i = \sum_{j=1}^n J_j F_{ij} \quad (2.11)$$

Avec

F_{ij} facteur de forme, encore appelé facteur d'angle.

Finalement, en remplaçant E_i dans (2.10) par son expression (2.11), la radiosité J_i (W/m^2) s'exprime par la relation :

$$J_i = \sigma \varepsilon_i T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^n J_j F_{ij} \quad (2.12)$$

Parallèlement, le flux net perdu par rayonnement et la différence entre l'émission propre et l'énergie incidente absorbée par la surface A_i :

$$\phi_{inet} = (\sigma \varepsilon_i T_i^4 - \alpha_i E_i) A_i \quad (2.13)$$

En tenant compte de (2.10), la relation (2.13) s'écrit :

$$\phi_{inet} = \frac{\varepsilon_i A_i}{1 - \varepsilon_i} (\sigma T_i^4 - J_i) \quad (2.14)$$

Cette relation intervient dans le bilan d'équilibre thermique de chacune des surfaces composant une enceinte.

Ou la radiosité et donnée par :

$$J_i = \frac{1}{[1 - (1 - \varepsilon_i) F_{ii}]} [\varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^n J_j F_{ij}] \quad (2.15)$$

2.4.2. Facteur de forme.

Le facteur de forme F_{ij} d'une surface A_i par rapport à une surface A_j (figure 2.5). Est défini par :

$$F_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{\phi_i} = \frac{\text{flux total en provenance de } A_i \text{ atteignant } A_j}{\text{flux total hémisphérique émis par } A_i}$$

C'est la fraction du rayonnement issu de la surface i et intercepté par la surface j

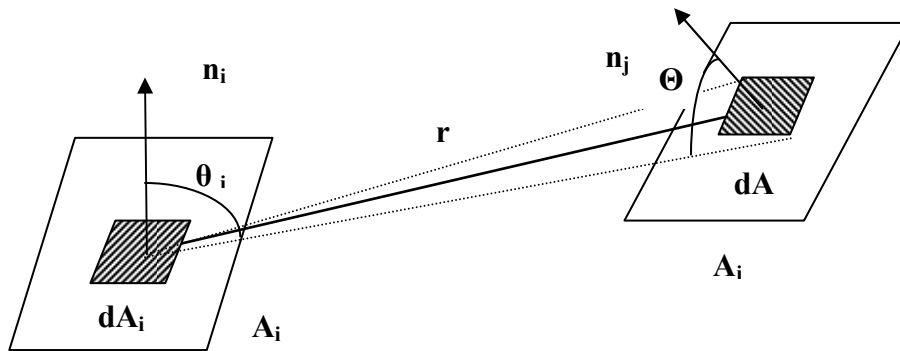


Figure 2.5 : Notations pour le facteur de forme

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j \quad (2.16)$$

La formulation (2.16) est valable seulement s'il y a visibilité totale entre les deux surfaces considérées. Dans le cas plus général qui prend en compte la possibilité d'obstacle on a :

$$F_{ij} = \frac{1}{A_1} \int_{A_j} \int_{A_i} \frac{\cos\theta_i \cos\theta_j}{\pi r^2} H_{ij} dA_i dA_j$$

Avec $H_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si } dA_j \text{ est visible depuis } dA_i \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$

2.4.2.1. Propriétés du facteur de forme.

Le facteur de forme est en fait une quantité purement géométrique : il dépend uniquement de la forme et de la position relative des surfaces dans l'enceinte. Compte tenu de sa définition, il possède différentes propriétés :

a. Réciprocité : nous avons déjà vu la relation de réciprocité relation (2.16), qui s'énonce, pour deux surfaces A_i et A_j :

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (2.17)$$

b. Soit une enceinte fermée constituée de n surfaces A_1, A_2, \dots, A_n . On a donc pour toute surface A_i de cet enceinte (i allant de 1 à n) :

$$\sum_{k=1}^n F_{ik} = 1 \quad (2.18)$$

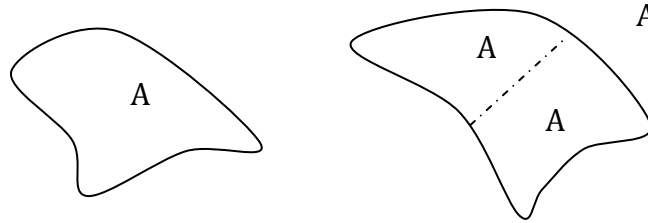
c. Dans le cas d'une surface A_i **plane ou convexe**, aucun rayon lumineux réfléchi par cette surface ne va frapper directement cette même surface. Donc :

$$F_i = 0 \quad (2.19)$$

Dans le cas d'une surface A_i **concave**, on a bien sûr :

$$F_i \neq 0 \quad (2.20)$$

d. Additivité : soient deux surfaces A_i et A_j figure ci-dessous, $A_j = A_{j1} + A_{j2}$



compte-tenu de la signification des facteurs de forme, on aura :

$$F_{ij} = F_{i(j_1+j_2)} = F_{ij_1} + F_{ij_2}$$

$$A_i F_{ij} = A_i F_{ij_1} + A_i F_{ij_2} \quad (2.21)$$

Les relations de (2.17) au (2.21) ne permettent évidemment pas la détermination des différents facteurs de forme d'un local. Pour cela, il faut connaître certains facteurs de forme particuliers, ainsi que les relations d'équivalences applicables pour des dispositions géométriques simples des surfaces.

2.4.3. Méthode rapide pour la détermination du facteur de forme dans les tubes.

Dans la majorité des cryostats ou conteneurs de stockage de fluides cryogéniques nous avons des cylindres concentriques. Vu les températures très basses utilisées dans ces cryostats, le transfert thermique par rayonnement est un paramètre très important comparativement aux autres modes de transfert (conduction, convection) qu'il faut prendre en considération. Dans le calcul du flux radiatif le paramètre le plus difficile à estimer est le facteur de forme, bien que ce dernier soit un facteur purement géométrique. Ainsi nous avons effectué une étude bibliographique et développé un logiciel qui permet le calcul du facteur de forme pour des conteneurs constitués d'éléments cylindriques. Ce logiciel sera utile dans l'étude du rayonnement surtout à basse température, où nous savons qu'il occupe une place assez importante dans les bilans énergétiques.

2.4.3.1. Facteur de forme dans les tubes.

Soit un tube de rayon r et de longueur L perpendiculaire à un disque de rayon R donné en figure (2.6).

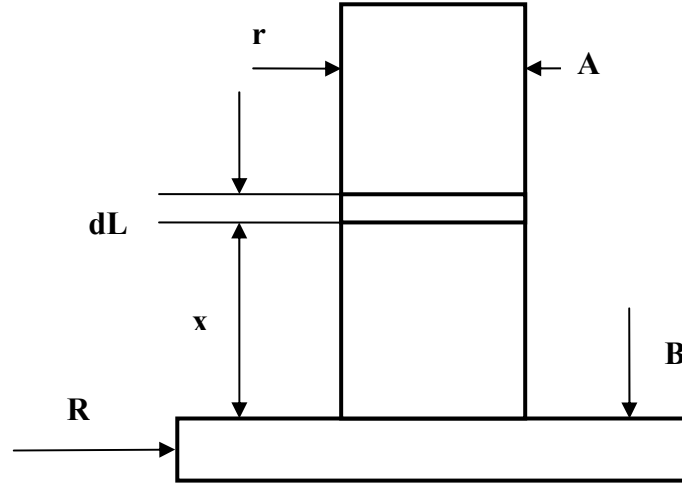


Figure 2.6 : Tube Perpendiculaire a un disque

Siegel [38] donne le facteur de forme pour la géométrie de la figure (2.6).

$$F_{A-B} = \frac{1}{L} \int_0^L F_{dL-2} dx \quad (2.22)$$

L'expression de F_{dL-2} est obtenue par Leuenberger [39] soit :

$$2\pi F_{A-B} = \cos^{-1} \frac{X^2 - R^2 + r^2}{X^2 + R^2 - r^2} - \left(\frac{X}{r} \right) \left[\frac{X^2 + R^2 + r^2}{(X^2 + R^2 + r^2 - 4R^2r^2)^{\frac{1}{2}}} \cos^{-1} \frac{r(X^2 - R^2 + r^2)}{R(X^2 + R^2 - r^2)} - \cos^{-1} \left(\frac{r}{R} \right) \right] \quad (2.23)$$

Est en intégrant l'équation (2.22) on obtient le facteur de forme de la surface 1 (Cylindre) à la surface 2 (disque):

$$2\pi F_{dL-B} = \cos^{-1} \frac{Z_1}{Z_2} - \frac{r}{2L} \left[\left[\frac{Z_3^2}{r^4} - 4 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} \left(\frac{rZ_1}{RZ_2} \right) + \left(\frac{Z_1}{r^2} \right) \sin^{-1} \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{\pi}{2} \left(\frac{Z_2}{r^2} \right) \right] \quad (2.24)$$

Avec :

$$Z_1 = L^2 - R^2 + r^2 ; \quad Z_2 = L^2 + R^2 - r^2 ; \quad Z_3 = L^2 + R^2 + r^2$$

Soit deux cylindres concentriques de longueur finie, de rayon respectif r et R et de configuration différente (I et II) qu'on peut voir sur la (figure 2.7) ci dessous.

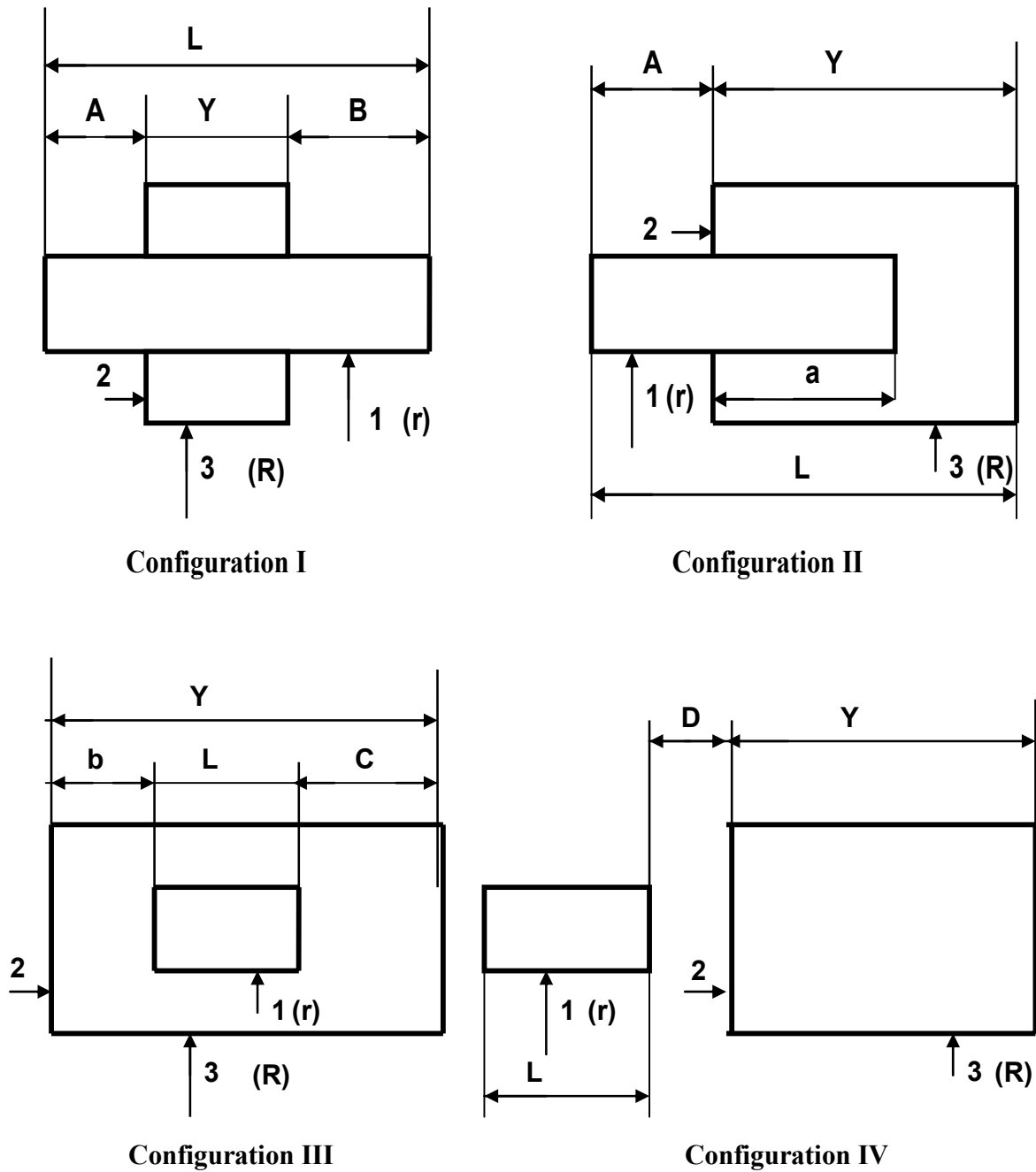


Figure 2.7 : Deux cylindres concentriques

Avec :

L = longueur du cylindre intérieure pour tous les cas.

Y = La longueur du cylindre extérieure pour tous les cas.

Le facteur de forme pour différente configuration (I, II, III, IV) de la figure (2.7), est donné par Samuel [40] soit:

Configuration I.

$$\mathbf{L. F_{1-3} = Y + A. F_A + B. F_B - (A + Y). F_{(A+Y)} - (B + Y). F_{(B+Y)}} \quad (2.25)$$

Configuration 2.

$$\mathbf{L. F_{1-3} = A. F_A + a. (1 - F_A) + (Y - a). F_{(Y-a)} - (A + Y). F_{(A+Y)}} \quad (2.26)$$

Configuration 2I.

$$\mathbf{L. F_{1-3} = L + b. F_b + c. F_c - (L + b). F_{(L+b)} - (L + c). F_{(L+c)}} \quad (2.27)$$

Configuration IV.

$$\mathbf{L. F_{1-3} = (L + D). F_D + (Y + D). F_{(Y+D)} - D. F_D - (L + D + Y). F_{(L+D+Y)}} \quad (2.28)$$

Les paramètres L, Y, A, B, a, b, c, D, r et R des relations (2.25) à (2.28) sont les dimensions des deux cylindres données en figure 2.

F_x est le facteur de forme donné par la relation (2.22) dans laquelle le terme L est remplacé par x.

Ex : $F_A = F_{1,2}$ de la relation (2.22) avec $L = A$ etc.

Cette méthode de calcul du facteur de forme offre l'avantage d'être simple, rapide et très précise pour le calcul du flux net radiatif reçu par n'importe quel élément de surface constituant le cryostat. Elle sera donc utilisée dans les bilans énergétiques des cryostats.

2.4.3.2. Rayonnement à travers l'enceinte à vide de l'enveloppe extérieure vers

Le vase de stockage.

En utilisant l'analogie des circuits électriques résistifs, le flux de chaleur radiatif net échangé entre deux surfaces A_1 et A_2 en regard et rien d'autre, et respectivement aux températures T_1 et T_2 (T

$$\phi_{1net} = -\phi_{2net} = \sigma \frac{(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 f_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 A_2}} \quad (2.29)$$

Pour le cas de surfaces parallèles ou concentriques très proches, le facteur de forme $F_{12}=1$, et l'expression précédente se réduit à :

$$\phi_{12net} = \sigma \frac{A_1 (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1\right) \frac{A_1}{A_2}} \quad (2.30)$$

L'estimation d'une émissivité ε représentative d'un état de surface pour un matériau donné constitue une difficulté majeure dans ce type de problème. Si les émissivités de surfaces métalliques homogènes sont relativement bien connues, l'expérience montre qu'en pratique l'émissivité d'une surface réelle du même matériau, comportant des recoins, trous et petits reliefs, dérive rapidement vers l'émissivité effective du corps noir ($\varepsilon = 1$)

2.4.3.3. Rayonnement par le couvercle.

En se référant à la (figure 2.8) assimilé au fond du vase intérieur et l'enveloppe extérieur, la différence de température entre le bain cryogénique ($T_2 = 77,3$ K) et le couvercle du cryostat ($T_1 = 300$ K) crée un flux radiatif donné par:

$$\Phi_{rc} = \sigma \cdot C_{12} \cdot A_1 \cdot (T_1^4 - T_2^4) \quad (2.31)$$

Avec la conductance thermique (facteur de forme grise) par unité de surface donnée par:

$$C_{12} = \frac{1}{\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} \frac{A_1}{A_2}} \quad (2.32)$$

Le facteur de forme F_{12} de deux surfaces circulaires A_1 et A_2 de rayons respectifs r_1 et r_2 situées dans deux plans parallèles séparés par une distance h est donné par:

$$F_{1-2} = \frac{1}{2} \left[X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2.33)$$

$$R_1 = \frac{r_1}{h}; \quad R_2 = \frac{r_2}{h}; \quad X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2}$$

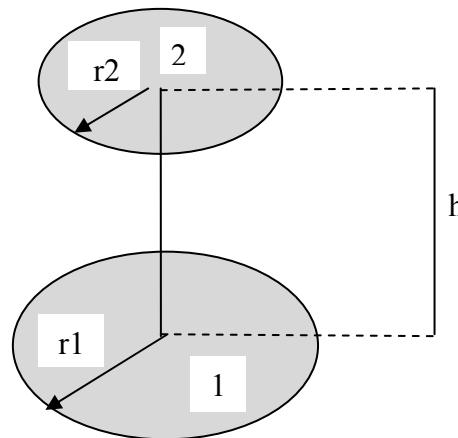


Figure 2.8 : Deux disques parallèles de diamètre différents

2.4.3.4. Rayonnement de l'enveloppe extérieure vers elle-même.

L'enveloppe extérieure qui est concave peut rayonner vers elle-même. Le facteur de forme pour deux cylindres concentriques (figure 2.9) col et enveloppe du réservoir se traduit par les relations suivantes :

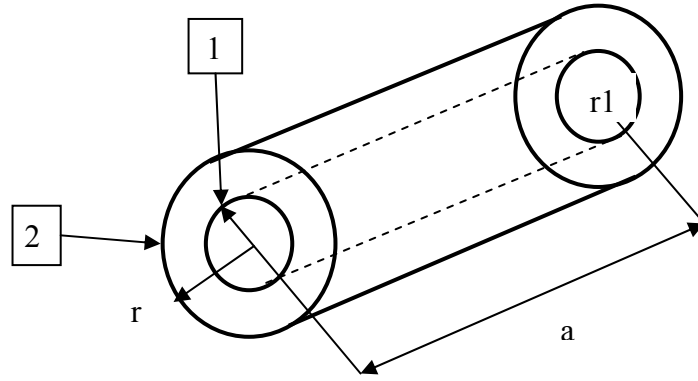


Figure 2.9 : Deux cylindres concentriques coaxiaux

$$R = \frac{r_2}{r_1} ; L = \frac{a}{r_1}$$

$$A = L^2 + R^2 - 1$$

$$B = L^2 - R^2 + 1$$

$$F_{2-1} = \frac{1}{R} - \frac{1}{\pi R} \left[\cos^{-1} \frac{B}{A} - \frac{1}{2L} \left[[(A+2)^2 - (2R)^2]^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} \frac{B}{RA} + B \sin^{-1} \frac{1}{R} - \frac{\pi A}{2} \right] \right] \quad (2.34)$$

$$F_{2-2} = 1 - \frac{1}{R} + \frac{2}{\pi R} \tan^{-1} \left[\frac{2(R^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{L} - \frac{L}{2\pi R} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} \sin^{-1} \left[\frac{4(R^2 - 1) + \left(\frac{L^2}{R^2}\right)(R^2 - 2)}{L^2 + 4(R^2 - 1)} \right] - \sin^{-1} \left(\frac{R^2 - 2}{R^2} \right) + \frac{\pi}{2} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} - 1 \right] \right] \right] \quad (2.35)$$

Avec pour tout argument θ : $-\pi/2 \leq \arcsin \theta \leq \pi/2$

$$-\pi \leq \arccos \theta \leq \pi$$

2.5. Transferts de chaleur thermo-acoustiques.

Les entres de chaleur thermo-acoustiques dans le cryostat proviennent de l'apparition d'oscillations spontanées de pression dans les colonnes de gaz à l'intérieur des tubes des systèmes cryogéniques. Le paramètre commun à ces oscillations est l'existence d'un large

gradient de température le long de l'axe du tube. Ces oscillations sont accompagnées d'un important flux de chaleur qui se transmet de la partie chaude à la partie froide du tube (voir figure 2.10 ci - dessous).

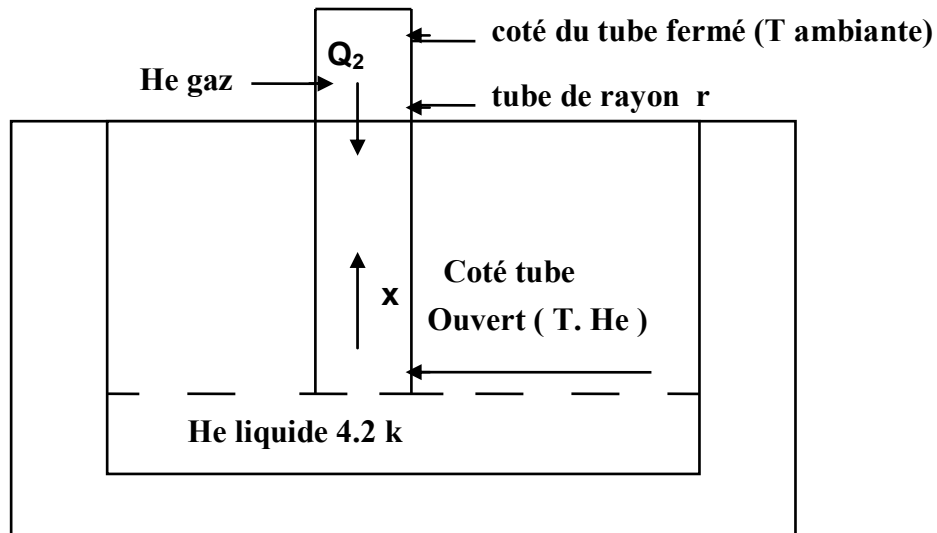


Figure 2.10 : Cryostat avec un tube coté froid ouvert.

2.6. Conclusion.

Les différentes modes de transfert de chaleur qui peuvent influencer sur l'évaporation du fluide cryogénique de stockage ont été étudiés dans ce chapitre afin de bien comprendre le mécanisme de transfert de chaleur dans les réservoirs cryogéniques.

Le transfert de chaleur par rayonnement est le mode prédominant dans le cryostat d'étude. Pour cela nous avons énuméré quelques formes analytiques du facteur de forme qui permette par la suite dans le chapitre II de déterminer avec plus de précision le transfert de chaleur par rayonnement en utilisant la méthode des radiosités.

Chapitre III

Etude Théorique

CHAPITRE III

ETUDE THEORIQUE

3.1. Introduction.

Dans ce chapitre nous avons présenté une étude théorique pour déterminer les différents flux de chaleur qui entre dans un cryostat d'azote liquide afin de trouver une forme analytique pour ces différents flux thermiques entrant et ainsi déterminer le débit d'Azote évaporé.

Cette étude est basée sur la discrétisation du col (espace entre bain et couvercle) en éléments de surfaces avec leurs conditions d'uniformité (température, émissivité et conductibilité).

On applique le bilan thermique dans chaque élément de surface afin de trouver la distribution des flux de chaleur couplée (convection, conduction et rayonnement). Une attention particulière sera donnée au rayonnement, car c'est ce dernier mode de transfert de chaleur qui est le plus difficile à déterminer et est également le mode prépondérant qui influe le plus sur l'évaporation du fluide cryogénique. Aussi il sera déterminé par la méthode du facteur de forme et de la radiosité.

Après cette étude détaillée un code de calcul en langage FORTRAN sera élaboré pour permettre de faciliter le calcul des apports de chaleur couplés pour n'importe quel réservoir cryogénique de forme cylindrique.

3.2. Géométrie du cryostat.

La figure 3.1 montre un cryostat d'azote, constituée par deux cylindres concentriques de longueur finis. L'enveloppe extérieure est un cylindre en acier au carbone de hauteur H_T et diamètre D_v . La cuve interne est un cylindre en acier inox X5CrNi18.10 (304) rempli d'azote liquide sur une hauteur L_B , au dessus du bain nous avons un col qui définit l'espace entre le bain et l'extérieur sur une hauteur L_C et diamètre D_c et épaisseur e . L'espace inter-parois des deux cylindres est à un vide poussé de l'ordre 10^{-5} mbar. La température de l'enveloppe extérieure est maintenue à $T_A=300$ °K, et le bain cryogénique à la température $T_B= 77,35$ °K. Un écran thermique en cuivre a été installé sur le col de hauteur H_e et diamètre D_e .

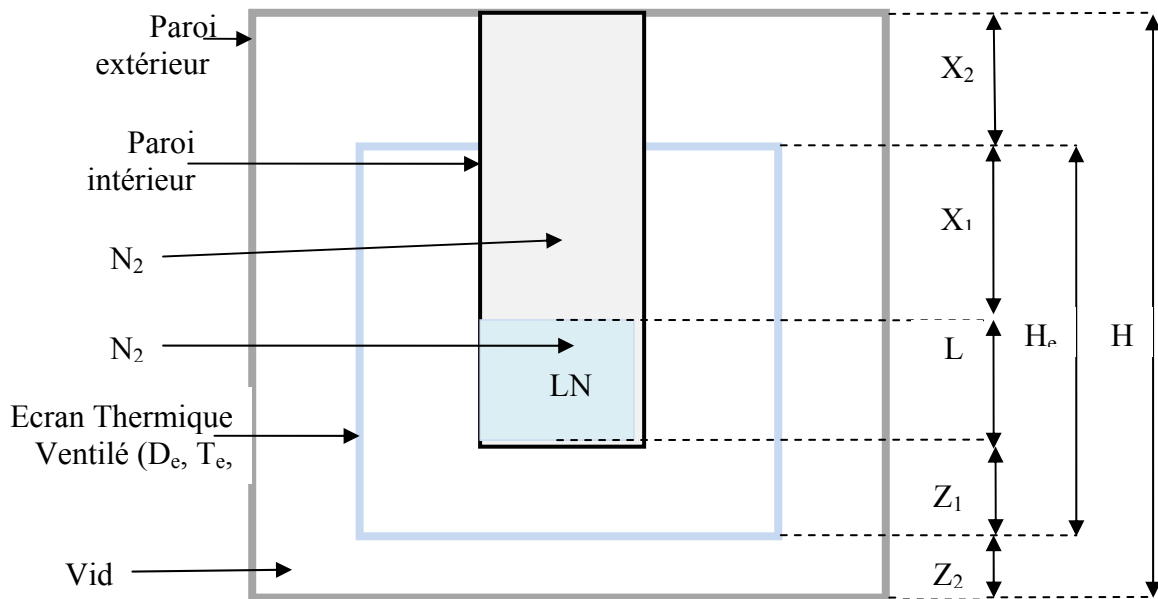


Figure 3.1 : Schéma de principe du cryostat étudié avec un écran

3.3. Distributions des flux.

L'autonomie d'un cryostat est un paramètre essentiel dans sa construction. Elle est gouvernée par les apports de chaleur sur la partie froide, les fluides cryogéniques et les matériaux réfrigérants. Pour accroître cette autonomie, on utilise des matériaux à forte capacité thermique massique en cherchant à récupérer au mieux l'enthalpie sensible des gaz froids et l'on minimise le transfert thermique (vide d'isolement, matériaux mauvais conducteurs de la chaleur, *écran thermique ventilé*).

Les principaux apports de chaleur à prendre en compte dans les calculs du bilan thermique d'un cryostat et représenté sur la figure 3.2 ci-dessous :

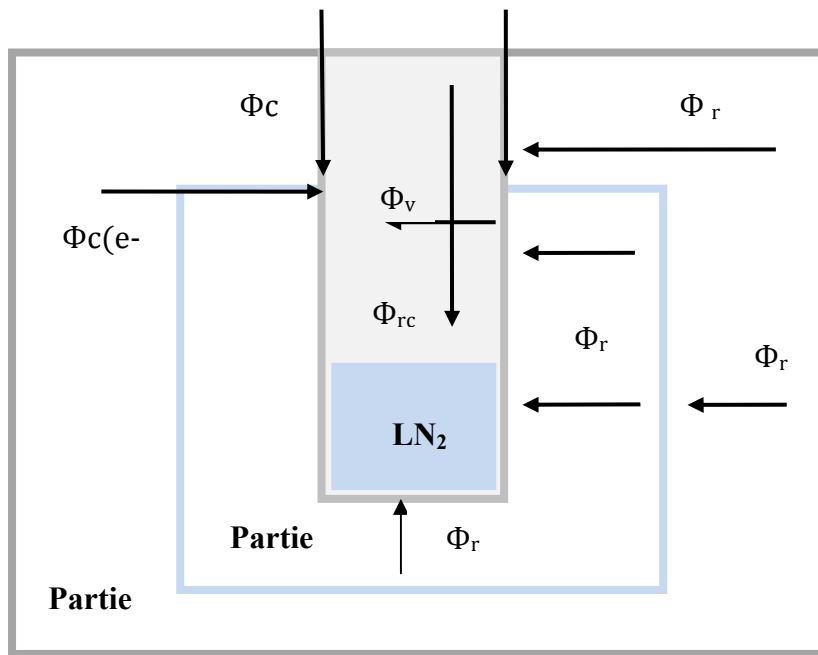


Figure 3.2 : Répartition des flux à l'intérieur du cryostat

- Conduction solide à travers les parois du col Φ_c ;
- Conduction solide ou point d'attache entre écran et col $\Phi_{c(e-c)}$;
- Rayonnement à travers les vapeurs froides depuis le couvercle du col au bain d'azote Φ_{rc} ;
- Convection entre la paroi du col et les vapeurs froides (cas parfait) Φ_v ;
- Rayonnement de l'enveloppe extérieure vers l'écran coté bas et de l'enveloppe vers le col coté haut Φ_r ;
- Rayonnement d'écran vers le cylindre intérieur coté bas Φ_r ;

L'évaporation du fluide est due aux apports de chaleur cités au-dessus, on a supposé un échange thermique *parfait* entre les parois du tube constituant le col et les vapeurs froides donc une récupération de l'enthalpie de ces vapeurs par le col.

L'existence d'un gradient de température très important entre l'enveloppe extérieure et le bain cryogénique fait que le rayonnement devient le mode dominant comparativement aux deux autres modes. Une modélisation numérique plus fine des apports radiatifs devient ainsi nécessaire.

3.4. Procédure de calcul.

- Discrétisation du col et de l'ensemble du cryostat pour un nombre n déterminé.
- Faire le bilan thermique de chaque portion du col.
- Calculer le facteur de forme pour chaque surface de l'ensemble du cryostat.
- Imposer un profil de température sur toute la longueur du col en première approximation pour le démarrage du calcul..
- Calculer l'émissivité, en supposant que cette dernière varie linéairement avec la température sur la paroi du col et de l'écran.
- Calculer la conductibilité thermique de la paroi du col fonction de la température [7].
- Calculer les radiosités, en utilisant la formule suivante (2.15) :

$$J_i = \frac{1}{[1 - (1 - \varepsilon_i)F_{ii}]} \left[\varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n J_j F_{ij} \right]$$

- Résoudre le système d'équations obtenu par la méthode de GAUSS-JORDAN.
- Calculer les flux nets radiatifs pour chaque élément de surface du cryostat par la relation (2.14) :
- Calcul du débit évaporé.
- Tester les critères de convergence ($T_{2n+2} = 300 \text{ K}$).
- Sinon calculer les nouvelles températures du col et refaire le calcul à partir du début.

3.5. Bilan énergétique.

Pour établir l'inventaire des différents flux de chaleur qui influent sur l'évaporation du fluide cryogénique, on applique le 1^{er} principe de la thermodynamique pour établir le bilan d'énergie du système.

Pour trouver les expressions des différents flux d'énergie, on discrétise le col en nombre fini d'éléments de surfaces, pour chaque surface, on écrit le bilan d'équilibre thermique énergétique

La formulation théorique a été faite en adoptant les hypothèses suivantes :

- Chaque paroi, est une surface isothermie.
- Propriétés radiatives indépendantes de la longueur d'onde et de la direction, Surfaces grises et diffuses.
- Les surfaces considérées opaque, pas de transmission : $\varepsilon = \alpha = 1 - \rho$.
- L'espace inter-parois est un milieu transparent (vide).

Les flux $\phi_{\text{général}}$, $\phi_{\text{stocké}}$ seront négligés dans nos calculs.

3.5.1. Partie I (entre écran et cuve interne).

La figure 3.3 représente le bilan des flux de chaleur pour chaque élément de surface discrétisé du col et écran.

Pour simplifier le calcul, on a supposé une discrétisation du col pour $N=3$, on trouve huit surfaces (de 1 à 8).

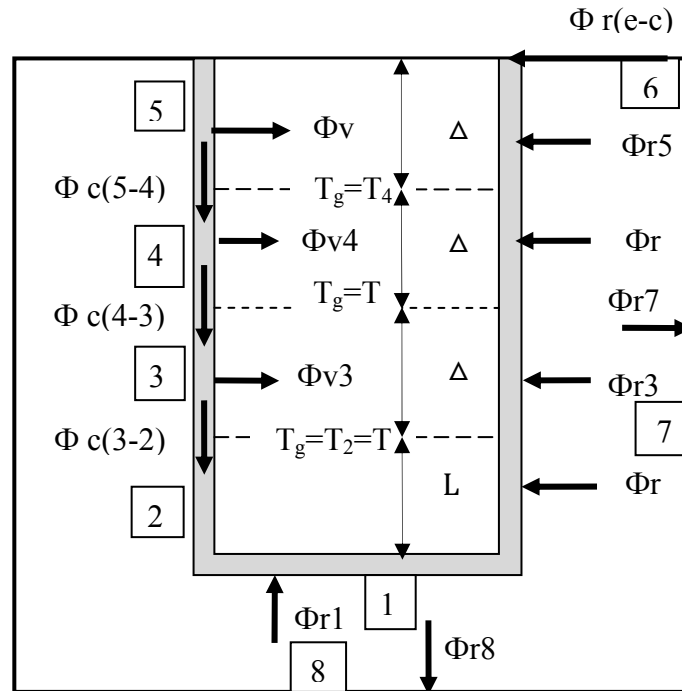
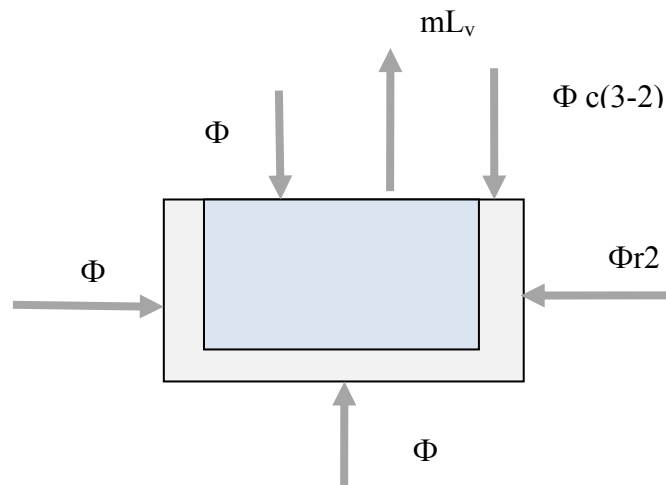


Figure 3.3 : partie I discrétisé

Bilan sur la surface (1) et (2).



$$\Phi_{c(3-2)} + \Phi_{r1} + \Phi_{r2} + \Phi_{rc} = \dot{m}L_v \tag{3.1}$$

Avec :

$\Phi_{c(3-2)}$: Le flux de conduction reçu de l'élément 3.

Φ_{r1} : Φ_{r2} : Les flux radiatif sur la surface 1 et 2.

$\dot{m}L_v$: Le flux de chaleur latente de vaporisation d'azote.

Φ_{rc} : Le flux radiatif reçu par le bain du couvercle du col à travers les vapeurs il et donne par la relation :

$$\Phi_{rc} = \sigma \frac{(T_a^4 - T_b^4)}{\frac{1 - \varepsilon_a}{\varepsilon_a A_a} + \frac{1}{A_a F_{ab}} + \frac{1 - \varepsilon_b}{\varepsilon_b A_b}}$$

Avec : F_{ab} facteur de forme entre le couvercle et le bain d'azote considéré comme un corps noir ($\varepsilon_b=1$), il est donné par l'expression :

$$F_{a-b} = \frac{1}{2} \left[X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

$$R_1 = R_2 = \frac{R_c}{L_c}; \quad X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2} = \frac{1 + 2R_1^2}{R_1^2}$$

Remplace R_1 et X pour trouver :

$$F_{a-b} = \frac{1}{2} \left[2 \left(1 + \frac{2L_c^2}{D_c^2} \right) + 4 \frac{L_c}{D_c} \left(1 + \frac{L_c^2}{D_c^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$$

Et

$$\Phi_{rc} = \sigma \frac{\pi R_c^2 (T_a^4 - T_b^4)}{\frac{1 - \varepsilon_a}{\varepsilon_a} + \frac{1}{F_{ab}}}$$

L'équation (3.1) s'explique sous la forme de l'équation (3.2) :

$$k_2 A_c \frac{dT}{dX} \Big|_{3-2} + \frac{\varepsilon_1 A_1}{1 - \varepsilon_1} (\sigma T_1^4 - J_1) + \frac{\varepsilon_2 A_2}{1 - \varepsilon_2} (\sigma T_2^4 - J_2) + \Phi_{rc} = \dot{m} L_v$$

Avec :

k_c : Conductibilité thermique de l'acier inox donné par la [7] ;

A_1 : Surface du fond extérieur du bain $A_1 = \pi R_c^2$;

A_2 : Périmètre de la surface extérieur du bain $A_2 = \pi D_c L_B$;

A_c : Surface annulaire du col $A_c = \pi R_c^2 - \pi (R_c - e)^2 = \pi (D_c - e) e$;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ et ε_a : Émissivité des surfaces du bain et du couvercle ;

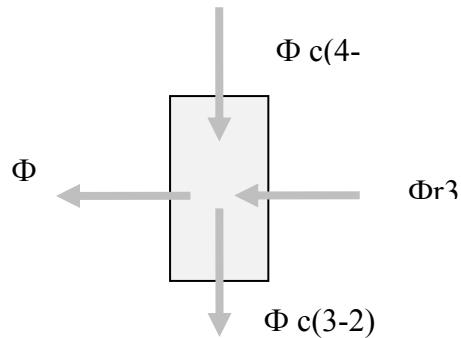
L_c : Hauteur du col ;

$$k_2 \pi (D_c - e) e \frac{(T_3 - T_2)}{\left(\frac{L_c}{6}\right)} + \frac{\varepsilon_1 \pi R_c^2}{(1 - \varepsilon_1)} (\sigma T_1^4 - J_1) + \frac{\varepsilon_2 \pi D_c \frac{L_c}{3}}{(1 - \varepsilon_2)} (\sigma T_2^4 - J_2) + \Phi_{rc} = \dot{m} L_v$$

(3.2)

$$T_3 = T_2 + \frac{(\dot{m}L_v - \phi_{r1} - \phi_{r2} - \phi_{rc}) \frac{X_1}{3}}{k_1 A_c} \quad (3.3)$$

Bilan sur la surface (3).



$$\phi_{c(4-3)} + \phi_{r3} = \phi_{c(3-2)} + \phi_{v3} \quad (3.4)$$

Avec :

ϕ_{v3} : Flux de convection entre les vapeurs froides et la paroi du col, pour un échange supposé parfait ($\dot{m} \cdot C_p \cdot \Delta T$);

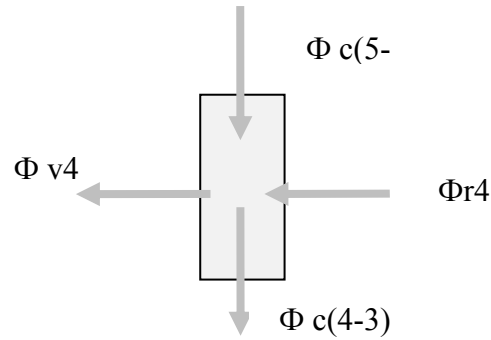
$$k_3 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{4-3} + \frac{\epsilon_3 A_3}{1 - \epsilon_3} (\sigma T_3^4 - J_3) = k_3 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{3-2} + \dot{m} C_p (T_3 - T_2)$$

$$k_3 A_c \frac{(T_4 - T_3) \frac{X_1}{3}}{\frac{X_1}{3}} + \frac{\epsilon_3 A_3}{1 - \epsilon_3} (\sigma T_3^4 - J_3) = k_3 A_c \frac{(T_3 - T_2) \frac{X_1}{6}}{\frac{X_1}{6}} + \dot{m} C_p (T_3 - T_2) \quad (3.5)$$

$$T_4 = T_3 + \frac{(\phi_{c(3-2)} + \phi_{v3} - \phi_{r3}) \frac{X_1}{3}}{k_3 A_c} \quad (3.6)$$

C_p : Chaleur spécifique du gaz d'azote

Bilan sur la surface (4).



$$\Phi_{c(5-4)} + \Phi_{r4} = \Phi_{c(4-3)} + \Phi_{v4} \quad (3.7)$$

On remplace chaque flux par leurs expressions en trouve :

$$\begin{aligned} k_4 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{5-4} + \frac{\varepsilon_4 A_4}{1 - \varepsilon_4} (\sigma T_4^4 - J_4) \\ = k_4 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{4-3} + \dot{m} C_p (T_4 - T_3) \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} k_4 A_c \frac{(T_5 - T_4)}{\frac{X_1}{3}} + \frac{\varepsilon_4 A_4}{1 - \varepsilon_4} (\sigma T_4^4 - J_4) = k_4 A_c \frac{(T_4 - T_3)}{\frac{X_1}{3}} + \dot{m} C_p (T_4 - T_3) \\ T_5 = T_4 + \frac{(\Phi_{c(4-3)} + \Phi_{v4} - \Phi_{r4}) \frac{X_1}{3}}{k_4 A_c} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$A_3 = A_4 = A_5 = \pi D_c \frac{L_c}{3}$: Périmètre extérieur des surfaces 3,4 et 5 ;

$\varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5$: Émissivités des surfaces A_3, A_4 et A_5 respectivement ;

3.5.2. Partie II (entre enveloppe et écran, et enveloppe et col).

La discrétisation du col est réalisée pour $N = 3$ nous avons donc neuf surfaces (figure 3.4).

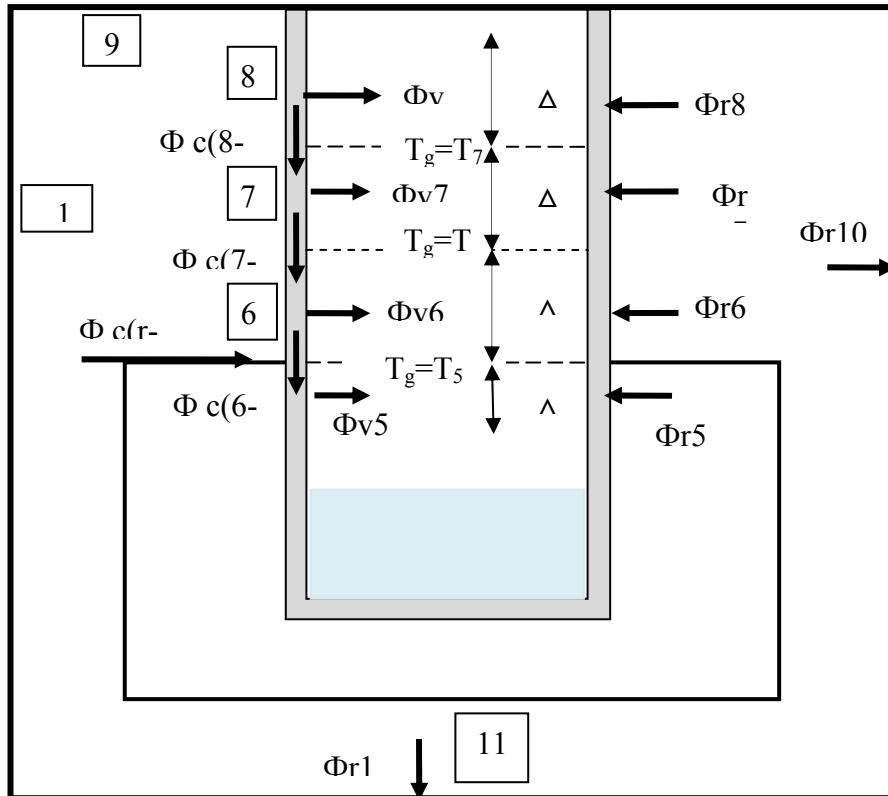
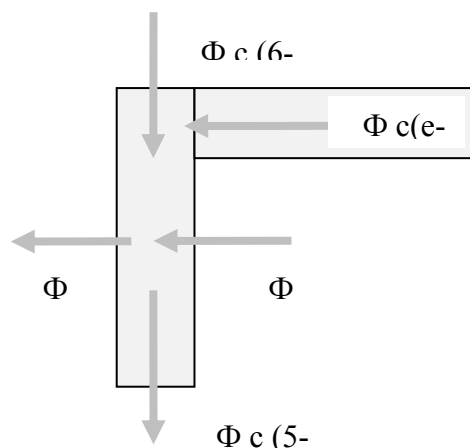


Figure 3.4 : Partie II discrétisé

Bilan sur la surface (5).

Cette surface diffère des autres cas déjà étudié, car nous avons le point d'attache de l'écran au col, donc on a un flux de conduction supplémentaire créé par la conversion du flux radiatif arrivant par l'écran et transmis au col en flux conductif.



$$\Phi_{c(6-5)} + \Phi_{r5} + \Phi_{c(e-c)} = \Phi_{c(5-4)} + \Phi_{v5} \tag{3.10}$$

Avec :

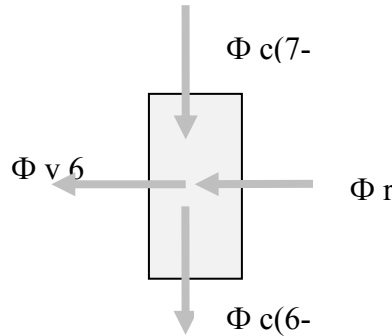
$\Phi_{c(e-c)}$: Le flux de conduction arrivant au point d'attache transmis par l'écran [51];

$$\begin{aligned}\Phi_{c(e-c)} &= \sum_{j=1}^5 \Phi_{ri}(II) - \sum_{j \neq i}^4 \Phi_{ri}(I) \\ k_5 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{6-5} + \frac{\varepsilon_5 A_5}{1 - \varepsilon_5} (\sigma T_5^4 - J_5) + \Phi_{c(e-c)} \\ &= k_5 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{5-4} + \dot{m} C_p (T_5 - T_4)\end{aligned}\quad (3.11)$$

$$k_5 A_c \frac{(T_6 - T_5)}{\frac{X_2}{3}} + \frac{\varepsilon_5 A_5}{1 - \varepsilon_5} (\sigma T_5^4 - J_5) + \Phi_{c(e-c)} = k_5 A_c \frac{(T_5 - T_4)}{\frac{X_1}{3}} + \dot{m} C_p (T_5 - T_4)$$

$$T_6 = T_5 + \frac{(\Phi_{c(5-4)} + \Phi_{v5} - \Phi_{r5} - \Phi_{c(e-c)}) \frac{X_2}{3}}{k_5 A_c}\quad (3.12)$$

Bilan sur la surface (6).



$$\Phi_{c(7-6)} + \Phi_{r6} = \Phi_{c(6-5)} + \Phi_{v6}\quad (3.13)$$

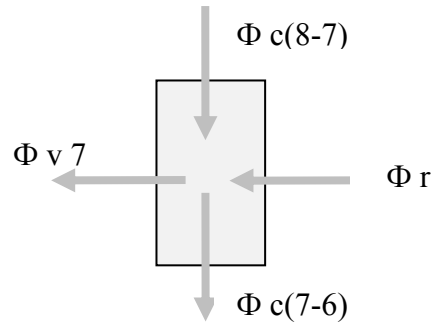
On remplace chaque flux leurs expressions dans la relation (3.14):

$$k_6 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{7-6} + \frac{\varepsilon_6 A_6}{1 - \varepsilon_6} (\sigma T_6^4 - J_6) = k_6 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{6-5} + \dot{m} C_p (T_6 - T_5)\quad (3.14)$$

$$k_6 A_c \frac{(T_7 - T_6)}{\frac{X_2}{3}} + \frac{\varepsilon_6 A_6}{1 - \varepsilon_6} (\sigma T_6^4 - J_6) = k_6 A_c \frac{(T_6 - T_5)}{\frac{X_2}{3}} + \dot{m} C_p (T_6 - T_5)$$

$$T_7 = T_6 + \frac{(\Phi_{c(6-5)} + \Phi_{v6} - \Phi_{r6}) \frac{X_2}{3}}{k_6 A_c}\quad (3.15)$$

Bilan sur la surface (7).



$$\Phi_{c(8-7)} + \Phi_{r7} = \Phi_{c(7-6)} + \Phi_{v7} \quad (3.16)$$

On remplace chaque flux par l'expression qui lui correspond dans la relation (3.17) soit :

$$k_7 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{8-7} + \frac{\varepsilon_7 A_7}{1 - \varepsilon_7} (\sigma T_7^4 - J_7) = k_7 A_c \left. \frac{dT}{dX} \right|_{7-6} + \dot{m} C_p (T_7 - T_6)$$

(3.17)

$$k_7 A_c \frac{(T_8 - T_7)}{\frac{X_2}{3}} + \frac{\varepsilon_7 A_7}{1 - \varepsilon_7} (\sigma T_7^4 - J_7) = k_7 A_c \frac{(T_7 - T_6)}{\frac{X_2}{3}} + \dot{m} C_p (T_7 - T_6)$$

$$\dot{m} = \frac{\Phi_{c(8-7)} + \Phi_{r7} - \Phi_{c(7-6)}}{C_p (T_7 - T_6)} \quad (3.19)$$

3.6. Calcul des facteurs de forme.

Les étapes à suivre pour le calcul des facteurs de forme :

- Pour N surfaces correspondent N^2 facteurs de forme ;
- $\frac{N(N-1)}{2}$ Relations de réciprocité ;
- q facteurs nuls F_{ii} correspondant aux q surfaces A_i planes ou convexes ;
- N relations dites d'enceinte, à condition qu'une, ou plusieurs, des N surfaces considérées enveloppe toutes les autres ; dans ce cas, la partie du flux émis d'une surface quelconque A_j , qui ne revient pas sur la surface A_j elle-même, arrive forcément sur une ou plusieurs des autres surfaces ; il s'ensuit que :

$$\sum_{k=1}^n F_{ik} = 1$$

- En cas d'enceinte, le nombre de facteurs de forme inconnus est égal à :

$$N^2 - \frac{N(N-1)}{2} - q - N$$

Quant à la notion d'enceinte, elle n'est guère restrictive ; elle ne doit pas se restreindre à une enveloppe matérielle opaque entourant les autres éléments. Elle s'étend à un milieu extérieur dont on peut définir le comportement radiatif (émission, absorption ou réflexion) et qui, par exemple, se comporte comme un corps noir à température connue. De plus, comme nous allons le voir, il est parfois intéressant d'imaginer une enceinte pour faciliter le calcul des facteurs de forme (la méthode de surface fictive).

Dans le cas général d'une configuration donnée, pour laquelle les relations énumérées ci-dessus (réciprocité, facteurs de forme nuls, enceinte, symétrie, etc.) ou les procédés classiques (surfaces fictives) ne suffisent pas, il est utile de savoir que de nombreux calculs de facteurs de forme ont déjà été effectués pour les géométries les plus courantes. La plupart des ouvrages sur le rayonnement thermique rassemblent, soit des expressions analytiques (certaines sont indiquées dans le 2ème chapitre), soit des abaques permettant d'évaluer numériquement les facteurs de forme. Enfin, en dernier ressort, on peut avoir recours à l'expression générale.

3.6.1. Calcul du facteur de forme pour la partie I.

La discrétisation de la parité I pour $N = 3$ au $N+5 = 8$ voir (figure 3.5)

On applique les étapes de calculs cité au-dessus :

- Pour $N=8$ surfaces correspondent $N^2 = 64$ facteurs de forme ;
- $\frac{N(N-1)}{2} = \frac{8(8-1)}{2} = 28$ Relations de réciprocité ;
- $q=7$ facteurs nuls ($F_{1-1}, F_{2-2}, F_{3-3}, F_{4-4}, F_{5-5}, F_{6-6}, F_{8-8}$) correspondant des surfaces planes ou convexes, et un facteur $F_{7-7} \neq 0$ surface concave;
- $N=8$ relations dites d'enceinte :

$$\sum_{k=1}^8 F_{ik} = 1$$

Pour chaque surface nous avons une relation d'enceinte.

- En cas d'enceinte, le nombre de facteurs de forme inconnus est égal à :

$$N^2 - \frac{N(N-1)}{2} - q - N = 21$$

Pour notre cas discrétisé nous aurons :

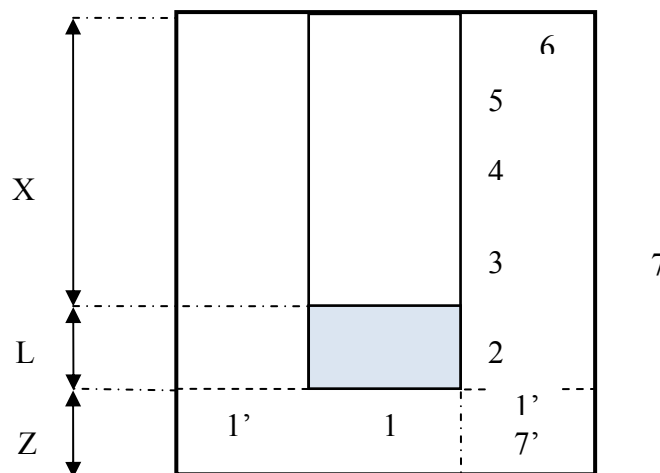


Figure 3.5 : Représentation discrétiser de la partie I pour $N=3$

- Facteur de forme surface 1.

Nous avons 8 facteurs de forme dont 6 nuls ($F_{1-1}, F_{1-2}, F_{1-3}, F_{1-4}, F_{1-5}, F_{1-6}$)

Et (F_{1-7}, F_{1-8}) non nuls.

* La relation d'enceinte

$$\sum_{k=1}^8 F_{ik} = 1$$

Pour $i=1$ nous aurons :

$$F_{1-7} + F_{1-8} = 1$$

Il suffit de faire appel à l'expression analytique du facteur de forme donnée par la Formule (2.33) entre deux disques parallèles de même axe pour déterminer le facteur de forme entre les surfaces A_1 et A_8 :

$$F_{1-8} = \frac{1}{2} \left[X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \quad \text{avec : } R_1 = \frac{R_c}{z_1}; \quad R_2 = \frac{R_e}{z_1}; \quad X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2}$$

En trouve directement F_{1-7} :

$$F_{1-7} + F_{1-8} = 1 \text{ inclut } F_{1-7} = 1 - F_{1-8}$$

- Sept relations de réciprocités pour A_1 est :
- $A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1}$ en déduit $F_{2-1} = 0$
- $A_1 F_{1-3} = A_3 F_{3-1}$ en déduit $F_{3-1} = 0$
- $A_1 F_{1-4} = A_4 F_{4-1}$ en déduit $F_{4-1} = 0$
- $A_1 F_{1-5} = A_5 F_{5-1}$ en déduit $F_{5-1} = 0$
- $A_1 F_{1-6} = A_6 F_{6-1}$ en déduit $F_{6-1} = 0$
- $A_1 F_{1-7} = A_7 F_{7-1}$ en déduit $F_{7-1} = \frac{A_1}{A_7} F_{1-7}$
- $A_1 F_{1-8} = A_8 F_{8-1}$ en déduit $F_{8-1} = \frac{A_1}{A_8} F_{1-8}$

- Facteur de forme surface 2.

Nous avons 8 facteurs de forme :

Dont : 5 nuls ($F_{2-1}, F_{2-2}, F_{2-3}, F_{2-4}, F_{2-5}$) et ($F_{2-6}, F_{2-7}, F_{2-8}$) non nuls.

* La relation d'enceinte de cette surface :

$$\sum_{k=1}^8 F_{ik} = 1$$

Pour $i=2$ nous aurons :

$$F_{2-1} + F_{2-2} + F_{2-3} + F_{2-4} + F_{2-5} + F_{2-6} + F_{2-7} + F_{2-8} = 1$$

Compte-tenu de la relation d'additivité ($F_{2-3} + F_{2-4} + F_{2-5} = F_{2-(3+4+5)}$), c'est un facteur nul, surfaces convexe.

$$F_{2-1} + F_{2-2} + F_{2-(3+4+5)} + F_{2-6} + F_{2-7} + F_{2-8} = 1$$

Cette expression se réduit donc à :

$$F_{2-6} + F_{2-7} + F_{2-8} = 1$$

Le terme F_{2-7} est donné par l'expression (2.27) :

$$L_B \cdot F_{2-7} = L_B + Z_1 \cdot F_{Z_1} + X_1 \cdot F_{X_1} - (L_B + Z_1) \cdot F_{(L_B+Z_1)} - (L_B + X_1) \cdot F_{(L_B+X_1)}$$

On peut déterminer les termes $F_{Z_1}, F_{X_1}, F_{(L_B+X_1)}, F_{(L_B+Z_1)}$ par la relation (2.24) suivant :

$$\begin{aligned} 2\pi F_{dL-B} &= \cos^{-1} \frac{Z_1}{Z_2} \\ &\quad - \frac{r}{2L} \left[\left[\frac{Z_3^2}{r^4} - 4 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \cos^{-1} \left(\frac{rZ_1}{RZ_2} \right) + \left(\frac{Z_1}{r^2} \right) \sin^{-1} \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{\pi}{2} \left(\frac{Z_2}{r^2} \right) \right] \end{aligned}$$

Avec :

$$Z_1 = L^2 - R^2 + r^2 ; \quad Z_2 = L^2 + R^2 - r^2 ; \quad Z_3 = L^2 + R^2 + r^2$$

- Pour $F_{Z_1} = F_{7'-8}$ on remplace

$$Z_1 = z_1^2 - R_e^2 + R_c^2 ; \quad Z_2 = z_1^2 + R_e^2 - R_c^2 ; \quad Z_3 = z_1^2 + R_e^2 + R_c^2$$

- Pour $F_{X_1} = F_{(3+4+5)-8}$ on remplace

$$Z_1 = x_1^2 - R_e^2 + R_c^2 ; \quad Z_2 = x_1^2 + R_e^2 - R_c^2 ; \quad Z_3 = x_1^2 + R_e^2 + R_c^2$$

- Pour $F_{(L_B+Z_1)} = F_{(2+7')-8}$ on remplace

$$\begin{aligned} Z_1 &= (L_B + z_1)^2 - R_e^2 + R_c^2 ; \quad Z_2 = (L_B + z_1)^2 + R_e^2 - R_c^2 \\ Z_3 &= (L_B + z_1)^2 + R_e^2 + R_c^2 \end{aligned}$$

- Pour $F_{(L_B+X_1)} = F_{(2+3+4+5)-8}$ on remplace

$$\begin{aligned} Z_1 &= (L_B + x_1)^2 - R_e^2 + R_c^2 ; \quad Z_2 = (L_B + x_1)^2 + R_e^2 - R_c^2 \\ Z_3 &= (L_B + x_1)^2 + R_e^2 + R_c^2 \end{aligned}$$

Afin de trouver le terme F_{2-6} , on considère que les surfaces (2, 3, 4, 5) comme une surface unis, et on utilise la relation d'additivité et de réciprocité avec la surface A_6 pour trouvé :

$$\begin{aligned} A_{(2+3+4+5)}F_{(2+3+4+5)-6} &= A_6F_{6-(2+3+4+5)} \\ &= A_6[F_{6-2} + F_{6-(3+4+5)}] \\ &= A_6F_{6-2} + A_6F_{6-(3+4+5)} \\ &= A_2F_{2-6} + A_{(3+4+5)}F_{(3+4+5)-6} \end{aligned}$$

(car $A_6F_{6-2} = A_2F_{2-6}$ et $A_6F_{6-(3+4+5)} = A_{(3+4+5)}F_{(3+4+5)-6}$)

$$F_{2-6} = \frac{1}{A_2} [A_{(2+3+4+5)}F_{(2+3+4+5)-6} - A_{(3+4+5)}F_{(3+4+5)-6}]$$

Déterminer F_{2-8} de la relation d'enceinte :

$$F_{2-6} + F_{2-7} + F_{2-8} = 1 \quad \text{incut} \quad F_{2-8} = 1 - F_{2-6} - F_{2-7}$$

* Six relations de réciprocité pour A_2 :

- $A_2F_{2-3} = A_3F_{3-2}$ en déduit $F_{3-2} = 0$
- $A_2F_{2-4} = A_4F_{4-2}$ en déduit $F_{4-2} = 0$
- $A_2F_{2-5} = A_5F_{5-2}$ en déduit $F_{5-2} = 0$
- $A_2F_{2-6} = A_6F_{6-2}$ en déduit $F_{6-2} = \frac{A_2}{A_6} F_{2-6}$
- $A_2F_{2-7} = A_7F_{7-2}$ en déduit $F_{7-2} = \frac{A_2}{A_7} F_{2-7}$
- $A_2F_{2-8} = A_8F_{8-2}$ en déduit $F_{8-2} = \frac{A_2}{A_8} F_{2-8}$

- **Facteur de forme surface 3,4 et 5 :**

Le calcul des facteurs de formes des surfaces 3,4 et 5 se fait de la même méthode de calcul du facteur de forme de la surface 2, sauf la longueur change $L_{c3} = L_{c4} = L_{c5} = X_1/3$.

- **Facteur de forme surface 6.**

Pour la surface huit nous avons 8 facteurs de forme, dont 2 nuls (F_{6-1}, F_{6-6}) et ($F_{6-2}, F_{6-3}, F_{6-4}, F_{6-5}, F_{6-7}, F_{6-8}$) non nuls.

* La relation d'enceinte de cette surface :

$$\sum_{k=1}^8 F_{ik} = 1$$

Pour $i=6$ nous aurons :

$$F_{6-1} + F_{6-2} + F_{6-3} + F_{6-4} + F_{6-5} + F_{6-6} + F_{6-7} + F_{6-8} = 1$$

Compte-tenu de la relation d'additivité ($F_{6-2} + F_{6-3} + F_{6-4} + F_{6-5} = F_{6-(2+3+4+5)}$) .

$$F_{6-1} + F_{6-(2+3+4+5)} + F_{6-6} + F_{6-7} + F_{6-8} = 1$$

Cette expression se réduit à : $F_{6-(2+3+4+5)} + F_{6-7} + F_{6-8} = 1$

Les termes ($F_{6-2}, F_{6-3}, F_{6-4}, F_{6-5}$) sont déjà calculés.

Appliquant la relation d'enceinte pour $i=7$ pour trouver le terme F_{6-7} , on suppose une **surface fictive** A_7 , (figure 3.5). Ce qui définit deux cylindres coaxiaux de même longueur finis.

$$F_{7-2} + F_{7-3} + F_{7-4} + F_{7-5} + F_{7-6} + F_{7-7'} + F_{7-7} + F_{7-8} = 1$$

Cette expression se réduit à :

$$F_{7-2} + F_{7-3} + F_{7-4} + F_{7-5} + 2F_{7-6} + F_{7-7'} + F_{7-7} = 1$$

Avec :

$$F_{7-6} = F_{7-8} \text{ et } F_{7-(2+3+4+5+7')} = F_{7-2} + F_{7-3} + F_{7-4} + F_{7-5} + F_{7-7'}$$

On trouve donc :

$$F_{7-6} = \frac{1}{2} [1 - F_{7-(2+3+4+5+7')} - F_{7-7}]$$

Les termes F_{7-7} et $F_{7-(2+3+4+5+7')}$ sont donnés respectivement par les relations (2.35) et (3.34) suivantes :

$$F_{7-7} = 1 - \frac{1}{R} + \frac{2}{\pi R} \tan^{-1} \left[\frac{2(R^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{L} \right. \\ \left. - \frac{L}{2\pi R} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} \sin^{-1} \left[\frac{4(R^2 - 1) + \left(\frac{L^2}{R^2}\right)(R^2 - 2)}{L^2 + 4(R^2 - 1)} \right] \right. \right. \\ \left. \left. - \sin^{-1} \left(\frac{R^2 - 2}{R^2} \right) + \frac{\pi}{2} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} - 1 \right] \right] \right]$$

Avec :

$$R = \frac{R_e}{R_c}; \quad L = \frac{L_B + x_1 + z_1}{R_c}$$

Et

$$F_{(2+3+4+5+7')-7} \\ = \frac{1}{R} \\ - \frac{1}{\pi R} \left[\cos^{-1} \frac{B}{A} \right. \\ \left. - \frac{1}{2L} \left[[(A + 2)^2 - (2R)^2]^{\frac{1}{2}} \cos^{-1} \frac{B}{RA} + B \sin^{-1} \frac{1}{R} - \frac{\pi A}{2} \right] \right]$$

Avec :

$$A = L^2 + R^2 - 1$$

$$B = L^2 - R^2 + 1$$

Compte-tenu de la relation de réciprocité :

$$A_7 F_{7-(2+3+4+5+7')} = A_{(2+3+4+5+7')} F_{(2+3+4+5+7')-7}$$

$$D'où : F_{7-(2+3+4+5+7')} = \frac{A_{(2+3+4+5+7')}}{A_7} F_{(2+3+4+5+7')-7}$$

Le terme F_{6-8} se calcul directement de la relation d'enceinte.

* deux relations de réciprocité pour A_6 sont les suivantes :

- $A_6 F_{6-7} = A_7 F_{7-6}$ en déduit

$$F_{6-7} = \frac{A_7}{A_6} F_{7-6} = \frac{A_7}{A_6} \frac{1}{2} [1 - F_{7-7} - F_{7-(2+3+4+5+7')}]$$

- $A_6 F_{6-8} = A_8 F_{8-6}$ en déduit $F_{8-6} = \frac{A_6}{A_8} F_{6-8}$

- **Facteur de forme surface 7.**

Nous avons huit facteurs de forme ($F_{7-1}, F_{7-2}, F_{7-3}, F_{7-4}, F_{7-5}, F_{7-6}, F_{7-7}, F_{7-8}$).

* La relation d'enceinte de cette surface et la suivante :

$$\sum_{k=1}^8 F_{ik} = 1$$

Pour $i=7$ nous aurons :

$$F_{7-1} + F_{7-2} + F_{7-3} + F_{7-4} + F_{7-5} + F_{7-6} + F_{7-7} + F_{7-8} = 1$$

Cette expression se réduit à :

$$F_{7-1} + F_{7-(2+3+4+5)} + F_{7-7} + F_{7-8} = 1$$

Pour cette surface nous avons un seul inconnu F_{7-8} , on a déjà déterminé les termes ($F_{7-1}, F_{7-(2+3+4+5)}, F_{7-7}$).

F_{7-8} Peut être déterminé directement de la relation d'enceinte :

$$F_{7-8} = 1 - F_{7-(2+3+4+5)} - F_{7-7}$$

* Une Relation de réciprocité pour A_7 :

- $A_7 F_{7-8} = A_8 F_{8-7}$ En déduit $F_{8-7} = \frac{A_7}{A_8} F_{7-8}$

- **Facteur de forme surface 8.**

Pour cette surface tous les termes ont été déterminés.

3.6.2. Calcul facteur de forme pour la partie II.

La discrétisation de cette partie pour $N=3$ au $N+6 = 9$ (figure 3.6) :

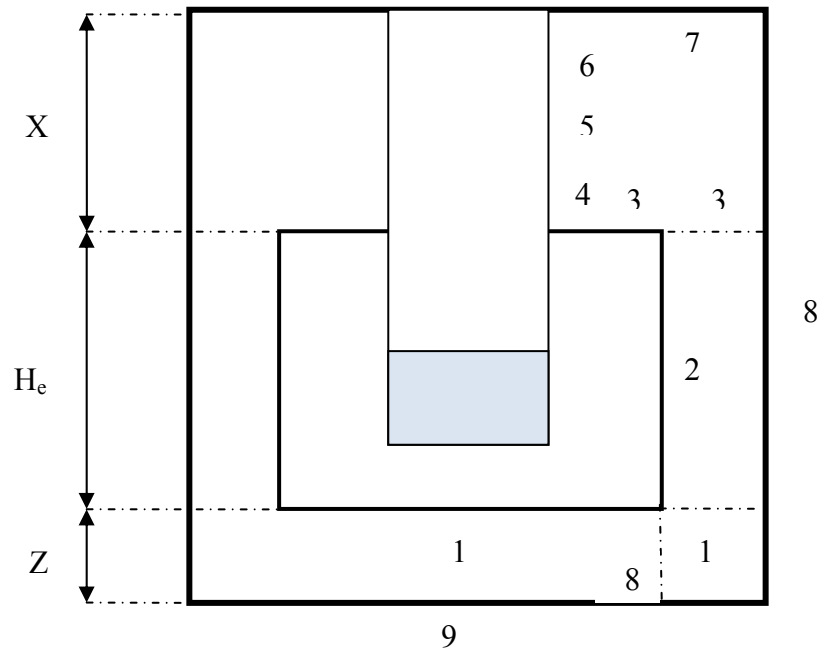


Figure 3.6 : Représentation discrétisée de la partie II pour $N=3$

Les étapes de calcul utilisées pour le calcul des facteurs de forme de la partie II sont presque les mêmes calculs que la partie I, sauf pour le calcul de facteur de forme de la surface F_{7-3} et F_{7-9} .

- Facteur de forme surface 1.

Pour cette surface nous avons neuf facteurs de forme,

$(F_{1-1}, F_{1-2}, F_{1-3}, F_{1-4}, F_{1-5}, F_{1-6}, F_{1-7}, F_{1-8}, F_{1-9})$

Avec sept facteurs nuls : $(F_{1-1}, F_{1-2}, F_{1-3}, F_{1-4}, F_{1-5}, F_{1-6}, F_{1-7},)$

* La relation d'enceinte pour $i=1$ est la suivante.

$$F_{1-8} + F_{1-9} = 1$$

Le terme F_{1-9} est donné par la relation (2.31) :

$$F_{1-9} = \frac{1}{2} \left[X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] \text{ avec : } R_1 = \frac{R_e}{z_2}; \quad R_2 = \frac{R_v}{z_2}; \quad X = 1 + \frac{1 + R_2^2}{R_1^2}$$

Donc :

$$F_{1-9} + F_{1-8} = 1 \Rightarrow F_{1-8} = 1 - F_{1-9}$$

* huit relations de réciprocity pour A_1 est :

- $A_1 F_{1-2} = A_2 F_{2-1}$ en déduit $F_{2-1} = 0$
- $A_1 F_{1-3} = A_3 F_{3-1}$ en déduit $F_{3-1} = 0$
- $A_1 F_{1-4} = A_4 F_{4-1}$ en déduit $F_{4-1} = 0$
- $A_1 F_{1-5} = A_5 F_{5-1}$ en déduit $F_{5-1} = 0$
- $A_1 F_{1-6} = A_6 F_{6-1}$ en déduit $F_{6-1} = 0$
- $A_1 F_{1-7} = A_7 F_{7-1}$ en déduit $F_{7-1} = 0$
- $A_1 F_{1-8} = A_8 F_{8-1}$ en déduit $F_{8-1} = \frac{A_1}{A_8} F_{1-8}$
- $A_1 F_{1-9} = A_9 F_{9-1}$ En déduit $F_{9-1} = \frac{A_1}{A_9} F_{1-9}$

- **Facteur de forme surface 2.**

Pour cette surface nous avons neuf facteurs de forme,

$(F_{2-1}, F_{2-2}, F_{2-3}, F_{2-4}, F_{2-5}, F_{2-6}, F_{2-7}, F_{2-8}, F_{2-9})$ dont $(F_{2-7}, F_{2-8}, F_{2-9})$ non nuls.

* La relation d'enceinte se déduit à :

$$F_{2-7} + F_{2-8} + F_{2-9} = 1$$

Le terme F_{2-8} est donné par l'expression (2.27) :

$$H_e \cdot F_{2-8} = H_e + Z_2 \cdot F_{Z_2} + X_2 \cdot F_{X_2} - (H_e + Z_1) \cdot F_{(H_e+Z_2)} - (H_e + X_2) \cdot F_{(H_e+X_2)}$$

On peut trouver les termes $F_{Z_2}, F_{X_2}, F_{(L_B+X_2)}, F_{(L_B+Z_2)}$ par la relation (3.24) suivante :

$$2\pi F_{dL-B}$$

$$= \cos^{-1} \frac{Z_1}{Z_2} - \frac{r}{2L} \left[\left[\frac{Z_3^2}{r^4} - 4 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \cos^{-1} \left(\frac{rZ_1}{RZ_2} \right) + \left(\frac{Z_1}{r^2} \right) \sin^{-1} \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{\pi}{2} \left(\frac{Z_2}{r^2} \right) \right]$$

$$\text{Avec : } Z_1 = L^2 - R^2 + r^2 ; \quad Z_2 = L^2 + R^2 - r^2 ; \quad Z_3 = L^2 + R^2 + r^2$$

- Pour $F_{Z_2} = F_{8'-9} = F_{dL-B}$ on replace

$$Z_1 = z_2^2 - R_v^2 + R_e^2 ; \quad Z_2 = z_2^2 + R_v^2 - R_e^2 ; \quad Z_3 = z_2^2 + R_v^2 + R_e^2$$

- Pour $F_{x_2} = F_{(4+5+6)-9} = F_{dL-B}$ on replace

$$Z_1 = x_2^2 - R_v^2 + R_e^2 ; \quad Z_2 = x_2^2 + R_v^2 - R_e^2 ; \quad Z_3 = x_2^2 + R_v^2 + R_e^2$$

- Pour $F_{H_e+z_2} = F_{(2+8')-9} = F_{dL-B}$ on replace

$$Z_1 = (H_e + z_2)^2 - R_v^2 + R_e^2 ; \quad Z_2 = (H_e + z_2)^2 + R_v^2 - R_e^2$$

$$Z_3 = (H_e + z_2)^2 + R_v^2 + R_e^2$$

- Pour $F_{H_e+x_2} = F_{(2+4+5+6)-9} = F_{dL-B}$ on replace

$$Z_1 = (H_e + x_2)^2 - R_v^2 + R_e^2 ; \quad Z_2 = (H_e + x_2)^2 + R_v^2 - R_e^2$$

$$Z_3 = (H_e + x_2)^2 + R_v^2 + R_e^2$$

On déduit F_{2-9} par la relation de réciprocité suivante :

$$\begin{aligned} A_{(2+8')} F_{(2+8')-9} &= A_9 F_{9-(2+8')} \\ &= A_9 [F_{9-2} + F_{9-8'}] \\ &= A_9 F_{9-2} + A_9 F_{9-8'} \end{aligned}$$

$$= A_2 F_{2-9} + A_8 F_{8'-9} \quad (A_9 F_{9-2} = A_2 F_{2-9} \text{ et } A_9 F_{9-8'} = A_8 F_{8'-9})$$

$$F_{2-9} = \frac{1}{A_2} [A_{(2+8')} F_{(2+8')-9} - A_8 F_{8'-9}]$$

D'où $F_{(2+8')-9} = F_{(He+z_1)}$ et $F_{8'-9} = F_{z_1}$ deux facteurs déjà calculés.

Finalement on trouve :

$$F_{2-7} = 1 - F_{2-8} - F_{2-9}$$

* Sept relations de réciprocités pour surface A_2 :

- $A_2 F_{2-3} = A_3 F_{3-2}$ en déduit $F_{3-2} = 0$
- $A_2 F_{2-4} = A_4 F_{4-2}$ en déduit $F_{4-2} = 0$
- $A_2 F_{2-5} = A_5 F_{5-2}$ en déduit $F_{5-2} = 0$
- $A_2 F_{2-6} = A_6 F_{6-2}$ en déduit $F_{6-2} = 0$
- $A_2 F_{2-7} = A_7 F_{7-2}$ en déduit $F_{7-2} = \frac{A_2}{A_7} F_{2-7}$
- $A_2 F_{2-8} = A_8 F_{8-2}$ en déduit $F_{8-2} = \frac{A_2}{A_8} F_{2-8}$
- $A_2 F_{2-9} = A_9 F_{9-2}$ en déduit $F_{9-2} = \frac{A_2}{A_9} F_{2-9}$

- Facteur de forme surface 3.

Pour cette surface nous avons neuf facteurs de forme

$(F_{3-1}, F_{3-2}, F_{3-3}, F_{3-4}, F_{3-5}, F_{3-6}, F_{3-7}, F_{3-8}, F_{3-9})$ dont
 $(F_{3-4}, F_{3-5}, F_{2-6}, F_{3-7}, F_{2-8})$ non nuls.

* La relation d'enceinte égale à :

$$F_{3-4} + F_{3-5} + F_{3-6} + F_{3-7} + F_{3-8} = 1$$

On déterminés les termes $F_{3-4}, F_{3-5}, F_{3-6}$ par l'expression (2.24) avec la hauteur de chaque élément égal à $L_{c4} = L_{c5} = L_{c6} = \frac{x_2}{3}$.

$$2\pi F_{dL-B} = \cos^{-1} \frac{Z_1}{Z_2} - \frac{r}{2L} \left[\left[\frac{Z_3^2}{r^4} - 4 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \cos^{-1} \left(\frac{rZ_1}{RZ_2} \right) + \left(\frac{Z_1}{r^2} \right) \sin^{-1} \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{\pi}{2} \left(\frac{Z_2}{r^2} \right) \right]$$

Avec :

$$Z_1 = L^2 - R^2 + r^2 ; \quad Z_2 = L^2 + R^2 - r^2 ; \quad Z_3 = L^2 + R^2 + r^2$$

- Pour $F_{4-3} = F_{dL-B}$ on replace

$$Z_1 = L_{c4}^2 - R_e^2 + R_c^2 ; \quad Z_2 = L_{c4}^2 + R_e^2 - R_c^2 ; \quad Z_3 = L_{c4}^2 + R_e^2 + R_c^2$$

On déduit directement par

$$A_3 F_{3-4} = A_4 F_{4-3} \text{ inclut } F_{3-4} = \frac{A_4}{A_3} F_{4-3}$$

Le terme F_{5-3} ce calcule on utilise la relation de réciprocité suivante :

$$\begin{aligned} A_{(4+5)} F_{(4+5)-3} &= A_3 F_{3-(4+5)} \\ &= A_3 [F_{3-4} + F_{3-5}] \\ &= A_3 F_{3-4} + A_3 F_{3-5} \\ &= A_4 F_{4-3} + A_5 F_{5-3} \quad (A_3 F_{3-4} = A_4 F_{4-3} \text{ et } A_3 F_{3-5} = A_5 F_{5-3}) \end{aligned}$$

$$F_{5-3} = \frac{1}{A_5} [A_{(4+5)} F_{(4+5)-3} - A_4 F_{4-3}]$$

D'où :

$$A_3 F_{3-5} = A_5 F_{5-3} \Rightarrow F_{3-5} = \frac{A_5}{A_3} F_{5-3}$$

De la même manière on trouve le terme F_{3-6}

$$F_{6-3} = \frac{1}{A_6} [A_{(4+5+6)} F_{(4+5+6)-3} - A_{(4+5)} F_{(4+5)-3}]$$

$$A_3 F_{3-6} = A_6 F_{6-3} \Rightarrow F_{3-6} = \frac{A_6}{A_3} F_{6-3}$$

- Les termes $F_{(4+5)-3}$ et $F_{(4+5+6)-3}$ ce calculs par la relation (3.24)

$$2\pi F_{dL-B} = \cos^{-1} \frac{Z_1}{Z_2} - \frac{r}{2L} \left[\left[\frac{Z_3^2}{r^4} - 4 \left(\frac{R}{r} \right)^2 \right]^{1/2} \cos^{-1} \left(\frac{rZ_1}{RZ_2} \right) + \left(\frac{Z_1}{r^2} \right) \sin^{-1} \left(\frac{r}{R} \right) - \frac{\pi}{2} \left(\frac{Z_2}{r^2} \right) \right]$$

Avec :

$$Z_1 = L^2 - R^2 + r^2 ; \quad Z_2 = L^2 + R^2 - r^2 ; \quad Z_3 = L^2 + R^2 + r^2$$

- Pour $F_{(4+5)-3} = F_{dL-B}$, on replace

$$Z_1 = (x_2 - L_{c6})^2 - R_e^2 + R_c^2 \quad ; \quad Z_2 = (x_2 - L_{c6})^2 + R_e^2 - R_c^2$$

$$Z_3 = (x_2 - L_{c6})^2 + R_e^2 + R_c^2$$

- Pour $F_{(4+5+6)-3} = F_{dL-B}$ on replace

$$Z_1 = x_2^2 - R_e^2 + R_c^2 \quad ; \quad Z_2 = x_2^2 + R_e^2 - R_c^2 \quad ; \quad Z_3 = x_2^2 + R_e^2 + R_c^2$$

- Reste à déterminer le terme F_{3-7} qui demande une relation très complexe donnée par [51] cette forme est la suivante :

$$F_{3-7} = \frac{1}{R_e^2 - R_c^2} \left\{ (R_e^2 - R_c^2) - 2R_c x_2 F_{(4+5+6)-3} \right. \\ \left. - R_v x_2 \left[1 - F_{(8-8)-R_c} - R_c \left(\frac{1 - 2F_{(4+5+6)-(3+3')}}{R_v} \right) \right] \right. \\ \left. - R_v x_2 \left[1 - F_{(8-8)-R_e} - R_e \left(\frac{1 - 2F_{(4+5+6)-3'}}{R_v} \right) \right] \right\}$$

Les termes $F_{(4+5+6)-3}$, $F_{(4+5+6)-7}$ et $F_{(4+5+6)-(7-3)}$ sont donnés par l'expression (2.24) et $F_{(4+5+6)-3}$ déjà calculé

- Pour $F_{(4+5+6)-7} = F_{dL-B}$, on replace :

$$Z_1 = x_2^2 - R_v^2 + R_c^2 ; \quad Z_2 = x_2^2 + R_v^2 - R_c^2 \quad ; \quad Z_3 = x_2^2 + R_v^2 + R_c^2$$

- Pour $F_{(4+5+6)-(7-3)} = F_{dL-B}$ on replace :

$$Z_1 = x_2^2 - R_v^2 + R_e^2 ; \quad Z_2 = x_2^2 + R_v^2 - R_e^2 ; \quad Z_3 = x_2^2 + R_v^2 + R_e^2$$

$F_{(4+5+6)-(7-3)}$ représente le facteur de forme de la surface $A_{(4+5+6)}$ avec la surface $A_{(7-3)} = \pi(R_v^2 - R_e^2)$

$F_{(8-8)-R_c}$ représente le facteur de forme de la surface concave A_8 en réflexion avec le col.

$F_{(8-8)-R_e}$ représente le facteur de forme de la surface concave A_8 en réflexion avec l'écran.

Ils sont donnés respectivement par l'expression (2.35) :

$$\begin{aligned} F_{(8-8)-R_c} &= 1 - \frac{1}{R} + \frac{2}{\pi R} \tan^{-1} \left[\frac{2(R^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{L} \right] \\ &\quad - \frac{L}{2\pi R} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} \sin^{-1} \left[\frac{4(R^2 - 1) + \left(\frac{L^2}{R^2}\right)(R^2 - 2)}{L^2 + 4(R^2 - 1)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \sin^{-1} \left(\frac{R^2 - 2}{R^2} \right) + \frac{\pi}{2} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} - 1 \right] \right] \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } R = \frac{R_v}{R_c} ; L = \frac{x_2}{R_c} \quad A = L^2 + R^2 - 1 \quad B = L^2 - R^2 + 1$$

$$\begin{aligned} F_{(8-8)-R_e} &= 1 - \frac{1}{R} + \frac{2}{\pi R} \tan^{-1} \left[\frac{2(R^2 - 1)^{\frac{1}{2}}}{L} \right] \\ &\quad - \frac{L}{2\pi R} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} \sin^{-1} \left[\frac{4(R^2 - 1) + \left(\frac{L^2}{R^2}\right)(R^2 - 2)}{L^2 + 4(R^2 - 1)} \right] \right. \\ &\quad \left. - \sin^{-1} \left(\frac{R^2 - 2}{R^2} \right) + \frac{\pi}{2} \left[\frac{(4R^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}{L} - 1 \right] \right] \end{aligned}$$

$$\text{Avec : } R = \frac{R_v}{R_e} ; L = \frac{x_2}{R_e} ; A = L^2 + R^2 - 1 ; B = L^2 - R^2 + 1$$

On remplace tous ces termes cités ci-dessus pour trouver le terme F_{3-7}

- Le terme F_{3-8} se déduit directement de la relation d'enceinte :

$$F_{3-8} = 1 - F_{3-4} - F_{3-5} - F_{3-6} - F_{3-7}$$

* Six relations de réciprocités pour surface A_3 :

- $A_3 F_{3-4} = A_4 F_{4-3}$ en déduit $F_{4-3} = \frac{A_3}{A_4} F_{3-4}$ déjà mentionné
- $A_3 F_{3-5} = A_5 F_{5-3}$ en déduit $F_{5-3} = \frac{A_3}{A_5} F_{3-5}$ déjà mentionné
- $A_3 F_{3-6} = A_6 F_{6-3}$ en déduit $F_{6-3} = \frac{A_3}{A_6} F_{3-6}$ déjà mentionné
- $A_3 F_{3-7} = A_7 F_{7-3}$ en déduit $F_{7-3} = \frac{A_3}{A_7} F_{3-7}$
- $A_3 F_{3-8} = A_8 F_{8-3}$ en déduit $F_{8-3} = \frac{A_3}{A_8} F_{3-8}$
- $A_3 F_{3-9} = A_9 F_{9-3}$ en déduit $F_{9-3} = 0$

- **Facteur de forme surface 4.**

Cette surface elle est similaire aux surfaces 5 et 6 de même longueur

$$L_{c4} = L_{c5} = L_{c6} = X_2/3.$$

Pour cette surface nous avons 9 facteurs de forme

$(F_{4-1}, F_{4-2}, F_{4-3}, F_{4-4}, F_{4-5}, F_{4-6}, F_{4-7}, F_{4-8}, F_{4-9})$ les termes à déterminés sont $(F_{4-3}, F_{4-7}, F_{4-8})$.

* On donne directement la relation d'enceinte réduite suivante :

$$F_{4-3} + F_{4-7} + F_{4-8} = 1$$

F_{4-3} déjà déterminé

Le terme F_{4-7} se déduit de la relation de réciprocité suivante :

$$\begin{aligned}
 A_{(4+5+6)}F_{(4+5+6)-7} &= A_7F_{7-(4+5+6)} \\
 &= A_7[F_{7-4} + F_{7-(5+6)}] \\
 &= A_7F_{7-4} + A_7F_{7-(5+6)} \\
 &= A_4F_{4-7} + A_{(5+6)}F_{(5+6)-7} \\
 (A_7F_{7-4} &= A_4F_{4-7} \quad \text{et} \quad A_7F_{7-(5+6)} = A_{(5+6)}F_{(5+6)-7})
 \end{aligned}$$

$$F_{4-7} = \frac{1}{A_4} [A_{(4+5+6)}F_{(4+5+6)-7} - A_{(5+6)}F_{(5+6)-7}]$$

D'où : $F_{(4+5+6)-7}$ déjà calculé et $F_{(5+6)-7}$ calculé par la relation (2.24)

- Pour $F_{(5+6)-7} = F_{dL-B}$ on replace

$$Z_1 = (x_2 - L_{c4})^2 - R_v^2 + R_c^2 \quad ; \quad Z_2 = (x_2 - L_{c4})^2 + R_v^2 - R_c^2$$

On trouve finalement F_{4-8} de la relation d'enceinte :

$$F_{4-8} = 1 - F_{4-3} - F_{4-7}$$

* Cinq relations de réciprocités pour surface A_4 :

- $A_4F_{4-5} = A_5F_{5-4}$ en déduit $F_{5-4} = 0$
- $A_4F_{4-6} = A_6F_{6-4}$ en déduit $F_{6-4} = 0$
- $A_4F_{4-7} = A_7F_{7-4}$ en déduit $F_{7-4} = \frac{A_4}{A_7}F_{4-7}$
- $A_4F_{4-8} = A_8F_{8-4}$ en déduit $F_{8-4} = \frac{A_4}{A_8}F_{4-8}$
- $A_4F_{4-9} = A_9F_{9-4}$ en déduit $F_{9-4} = 0$

- **Facteur de forme surface 5.**

* La relation d'enceinte réduite est :

$$F_{5-3} + F_{5-7} + F_{5-8} = 1$$

F_{5-3} déjà déterminé

$$F_{5-7} = \frac{1}{A_4} [A_{(4+5)} F_{(4+5)-7} - A_6 F_{6-7}]$$

$F_{(4+5)-7}$ déjà calculé et F_{6-7} se calcule par la relation (2.24)

- Pour $F_{6-7} = F_{dL-B}$ on remplace

$$Z_1 = L_{c6}^2 - R_V^2 + R_C^2 \quad ; \quad Z_2 = L_{c6}^2 + R_V^2 - R_C^2 \quad ; \quad Z_3 = L_{c6}^2 + R_V^2 + R_C^2$$

On trouve finalement F_{5-8} de la relation d'enceinte :

$$F_{5-8} = 1 - F_{5-3} - F_{5-7}$$

* Quatre relations de réciprocités pour surface A_5 :

- $A_5 F_{5-6} = A_6 F_{6-5}$ en déduit $F_{6-5} = 0$
- $A_5 F_{5-7} = A_7 F_{7-5}$ en déduit $F_{7-5} = \frac{A_5}{A_7} F_{5-7}$
- $A_5 F_{5-8} = A_8 F_{8-5}$ en déduit $F_{8-5} = \frac{A_5}{A_8} F_{5-8}$
- $A_5 F_{5-9} = A_9 F_{9-5}$ en déduit $F_{9-5} = 0$

- **Facteur de forme surface 6.**

* Relation d'enceinte pour cette surface est :

$$F_{6-3} + F_{6-7} + F_{6-8} = 1$$

F_{6-3} Et F_{6-7} déjà calculé, on trouve directement F_{6-8}

$$F_{6-8} = 1 - F_{6-3} - F_{6-7}$$

* Trois relations de réciprocités 3 pour surface A_6 :

- $A_6 F_{6-7} = A_7 F_{7-6}$ en déduit $F_{7-6} = \frac{A_6}{A_7} F_{6-7}$

- $A_6 F_{6-8} = A_8 F_{8-6}$ en déduit $F_{8-6} = \frac{A_6}{A_8} F_{6-8}$
- $A_6 F_{6-9} = A_9 F_{9-6}$ en déduit $F_{9-5} = 0$

- **Facteur de forme surface 7.**

* La relation d'enceinte pour cette surface est

$$F_{7-1} + F_{7-2} + F_{7-3} + F_{7-4} + F_{7-5} + F_{7-6} + F_{7-7} + F_{7-8} + F_{7-9} = 1$$

$F_{7-2}, F_{7-3}, F_{7-4}, F_{7-5}, F_{7-6}$ Sont déjà déterminés

F_{7-1}, F_{7-7} Des facteurs nuls

Le terme F_{7-9} est donné par la relation [51] utilisé auparavant pour le calcul du terme F_{3-7}

$$F_{7-9} = \frac{1}{R_v^2 - R_e^2} \left\{ (R_v^2 - R_e^2) - 2R_e H_t F_{8-(9-1)} - 2R_v H_t \frac{1}{2} \left[1 - F_{(8-8)-R_e} - R_e \left(\frac{1 - 2F_{8-(9-1)}}{R_v} \right) \right] \right\}$$

On déduit directement le terme F_{7-8} de la relation d'enceinte :

$$F_{7-8} = 1 - F_{7-2} - F_{7-3} - F_{7-4} - F_{7-5} - F_{7-6} - F_{7-9}$$

* deux relations de réciprocités pour surface A_7 :

- $A_7 F_{7-8} = A_8 F_{8-7}$ En déduit $F_{8-7} = \frac{A_7}{A_8} F_{7-8}$
- $A_7 F_{7-9} = A_9 F_{9-7}$ En déduit $F_{9-7} = \frac{A_7}{A_9} F_{7-9}$

- **Facteur de forme surface 8.**

* Applique la relation d'enceinte on trouve :

$$F_{8-1} + F_{8-2} + F_{8-3} + F_{8-4} + F_{8-5} + F_{8-6} + F_{8-7} + F_{8-8} + F_{8-9} = 1$$

$$F_{8-8} = F_{8-1} - F_{8-2} - F_{8-3} - F_{8-4} - F_{8-5} - F_{8-6} - F_{8-7} - F_{8-9}$$

Tous les termes sont déjà calculés.

* une seule relation de réciprocité pour A_8 :

- $A_8 F_{8-9} = A_9 F_{9-8}$ En déduit $F_{9-8} = \frac{A_8}{A_9} F_{8-9}$

- **Facteur de forme surface 9.**

$$F_{9-1} + F_{9-2} + F_{9-3} + F_{9-4} + F_{9-5} + F_{9-6} + F_{9-7} + F_{9-8} + F_{9-9} = 1$$

Tous les termes sont déterminés.

3.7. Calcul des radiosités.

Après avoir déterminé les facteurs de forme, on peut donc trouver les radiosités de chaque surface par la formule (2.15).

$$J_i = \frac{1}{[1 - (1 - \varepsilon_i)F_{ii}]} \left[\varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n J_j F_{ij} \right]$$

Pour la partie I (i=1.....8).

$$J_1 = (1 - \varepsilon_1)(F_{1-7} J_7 + F_{1-8} J_8) + \varepsilon_1 \sigma T_1^4$$

$$J_2 = (1 - \varepsilon_2)(F_{2-6} J_6 + F_{2-7} J_7 + F_{2-8} J_8) + \varepsilon_2 \sigma T_2^4$$

$$J_3 = (1 - \varepsilon_3)(F_{3-6} J_6 + F_{3-7} J_7 + F_{3-8} J_8) + \varepsilon_3 \sigma T_3^4$$

$$J_4 = (1 - \varepsilon_4)(F_{4-6} J_6 + F_{4-7} J_7 + F_{4-8} J_8) + \varepsilon_4 \sigma T_4^4$$

$$J_5 = (1 - \varepsilon_5)(F_{5-6} J_6 + F_{5-7} J_7 + F_{5-8} J_8) + \varepsilon_5 \sigma T_5^4$$

$$J_6 = (1 - \varepsilon_6)(F_{6-2} J_2 + F_{6-3} J_3 + F_{6-4} J_4 + F_{6-5} J_5 + F_{6-7} J_7 + F_{6-8} J_8) + \varepsilon_6 \sigma T_6^4$$

$$J_7 = \frac{1}{1 - F_{7-7}(1 - \varepsilon_7)} [(1 - \varepsilon_7)(F_{7-1} J_1 + F_{7-2} J_2 + F_{7-3} J_3 + F_{7-4} J_4 + F_{7-5} J_5 + F_{7-6} J_6 + F_{7-8} J_8) + \varepsilon_7 \sigma T_7^4]$$

$$J_8 = (1 - \varepsilon_8)(F_{8-1} J_1 + F_{8-2} J_2 + F_{8-3} J_3 + F_{8-4} J_4 + F_{8-5} J_5 + F_{8-6} J_6 + F_{8-7} J_7 + \varepsilon_8 \sigma T_8^4)$$

Pour la partie II (i=1.....9).

$$J_1 = (1 - \varepsilon_1)(F_{1-8} J_8 + F_{1-9} J_9) + \varepsilon_1 \sigma T_1^4$$

$$J_2 = (1 - \varepsilon_2)(F_{2-7} J_7 + F_{2-8} J_8 + F_{2-9} J_9) + \varepsilon_2 \sigma T_2^4$$

$$J_3 = (1 - \varepsilon_3)(F_{3-4} J_4 + F_{3-5} J_5 + F_{3-6} J_6 + F_{3-7} J_7 + F_{3-8} J_8) + \varepsilon_3 \sigma T_3^4$$

$$J_4 = (1 - \varepsilon_4)(F_{4-3} J_3 + F_{4-5} J_5 + F_{4-6} J_6 + F_{4-7} J_7 + F_{4-8} J_8) + \varepsilon_4 \sigma T_4^4$$

$$J_5 = (1 - \varepsilon_5)(F_{5-3} J_3 + F_{5-4} J_4 + F_{5-6} J_6 + F_{5-7} J_7 + F_{5-8} J_8) + \varepsilon_5 \sigma T_5^4$$

$$J_6 = (1 - \varepsilon_6)(F_{6-3} J_3 + F_{6-4} J_4 + F_{6-5} J_5 + F_{6-7} J_7 + F_{6-8} J_8) + \varepsilon_6 \sigma T_6^4$$

$$J_7 = (1 - \varepsilon_7)(F_{7-2} J_2 + F_{7-3} J_3 + F_{7-4} J_4 + F_{7-5} J_5 + F_{7-6} J_6 + F_{7-8} J_8 + F_{7-9} J_9) + \varepsilon_7 \sigma T_7^4$$

$$J_8 = \frac{1}{1 - F_{8-8}(1 - \varepsilon_8)} [(1 - \varepsilon_8)(F_{8-1} J_1 + F_{8-2} J_2 + F_{8-3} J_3 + F_{8-4} J_4 + F_{8-5} J_5 + F_{8-6} J_6 + F_{8-7} J_7 + F_{8-9} J_9) + \varepsilon_8 \sigma T_8^4]$$

$$J_9 = (1 - \varepsilon_9)(F_{9-1} J_1 + F_{9-2} J_2 + F_{9-7} J_7 + F_{9-8} J_8) + \varepsilon_9 \sigma T_9^4$$

Pour résoudre notre système d'équations obtenus ont peut les mètres sous la forme de la relation de la radiosité suivante :

$$\sum_{j=1}^n [\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) F_{ij}] J_j = \varepsilon_i \sigma T_i^4$$

Cette relation est de forme matricielle :

$$X B = Y$$

Avec :

$$X \text{ matrice carrée des coefficients } X_{ij} = [\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i) F_{ij}]$$

B matrice colonne des $B_j = J_i$ que l'on veut déterminer,

$$Y \text{ matrice colonne des termes } Y_i \text{ imposés : } Y_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4$$

Le système matriciel constitué des équations citées ci-dessus se résout facilement par une méthode itérative GAUSS-JORDAN.

Pour la résolution nous avons les valeurs initiales suivantes :

- $T_{i+1} = T_i + \frac{T_{2n+2} - T_2}{T_{2n}}$ Pour $(i=2, \dots, 2n+1)$ températures du col.
- $T_1 = T_2 = 77,35 \text{ K}$
- $T_7 = T_8 = T_9 = 300 \text{ K}$
- Pour la température de l'écran, on prend la valeur du point d'attachement [51].

Le calcul des nouvelles températures du système par les relations obtenues des bilans donnés par :

$$\text{La partie I : } i = (3, n+1) : T_{i+1} = T_i + \frac{[mL_v + mC_p(T_i - T_2) - \sum_1^i \phi_{ri} - \phi_{rc}] \frac{X_1}{n}}{k_i A_s}$$

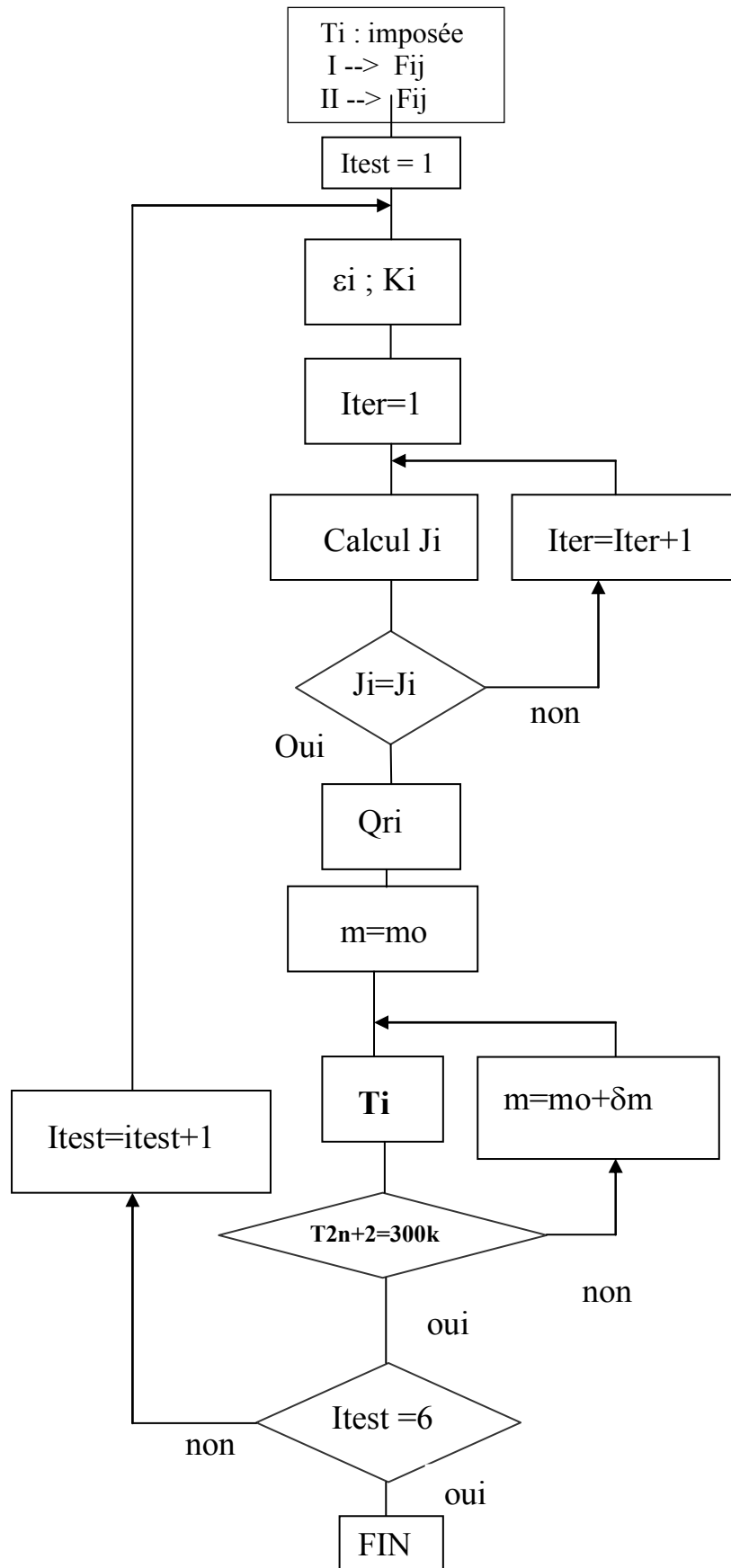
Et :

$$\text{La partie II : } i = (n+2, 2n+1) : T_{i+1} = T_i + \frac{[mL_v + mC_p(T_i - T_2) - \sum_1^i \phi_{ri} - \phi_{rc} - \phi_{ec}] \frac{X_2}{n}}{k_i A_s}$$

Le calcul se répète jusqu'à atteindre le critère de convergence qui est $T_{2n+2} = 300 \text{ K}$.

3.8. Organigramme.

La procédure de calcul est résumée selon l'organigramme de la figure 3.7 suivante :



3.9. Conclusion.

Nous avons développé dans ce chapitre en premier lieu une méthode de calcul originale pour le calcul des entrées de chaleur par conduction, convection et rayonnement. L'originalité de ce travail repose essentiellement sur le calcul du flux de chaleur réelle qui entre dans les réservoirs cryogénique par rayonnement. Ce flux de chaleur qui est très difficile à mètre en évidence a été calculé par la méthode des radiosités. C'est cette méthode qui donne réellement le flux net radiatif qui arrive dans chaque élément du cryostat.

La deuxième originalité de ce travail et l'expression mathématique de la conversion du flux radiatif en flux conductif facilement mis en évidence par la connaissance du flux net réel radiatif qui arrive dans chaque élément de l'ensemble du cryostat. Cette étude est la première dans son genre dans le concept des écrans thermalisés.

En troisième lieu nous avons élaboré un code de calcul en fortran qui peut être très facilement modifié pour d'autre forme de réservoir cryogénique, qui permet de calculer les entrées de chaleur couplées dans les cryostats.

Ce code sera d'un grand apport pour la compréhension des phénomènes de transfert dans les réservoirs cryogéniques de grande dimension utilisés dans l'industrie algérienne.

Chapitre IV

Résultats

*Et Validation Code
de Calcul*

CHAPITRE IV

RESULTATS ET VALIDATION DU CODE DE CALCUL

4.1. Introduction.

Dans ce chapitre nous allons présenter quelques résultats d'applications du code de calcul élaboré dans le chapitre précédent :

- en comparant les résultats obtenues avec un col de cryostat supposé isolé latéralement avec un autre sans isolation latéral ; en tenant compte de l'effet de l'émissivité et du taux de remplissage.
- En comparant également un cryostat avec et sans isolation latérale.
- On étudie l'effet de variation de point d'attachement de l'écran au col sur l'évaporation du fluide cryogénique.

On termine par une validation du code de calcul avec un réservoir d'azote existant au complexe du GL1K de SKIKDA.

4.2. Cryostat avec isolation latéral (sans rayonnement).

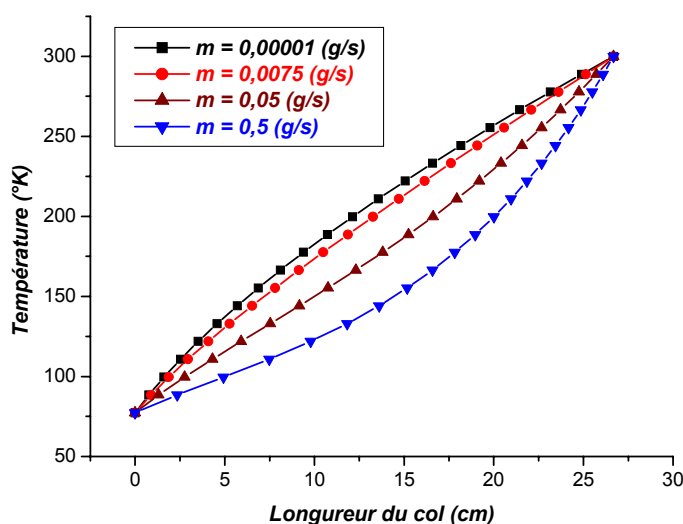


Figure 4.1 : Profils des températures du col en fonction de sa longueur (sans rayonnement au col)

La figure 4.1 montre que pour un débit $m = 0,00001$ g/s la courbe présente une forme presque linéaire, le col n'est pas refroidi par les vapeurs froides d'azote. Lorsque le débit augmente, on remarque que le gradient de température sur le col diminue, le flux par conduction diminue également, donc le refroidissement du col est amélioré.

Débit (g/s)	0,10	0,25	0,50	0,75	1,0	2,0	3,0
Flux conductif (W)	2,48	1,90	1,65	1,42	1,31	1,21	0,68

Tableau 4.1 : Représentation de différents flux conductif fonction du débit en bas du col

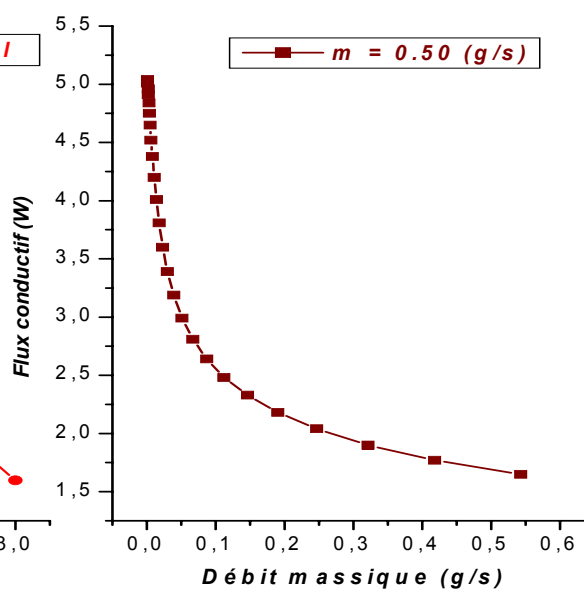
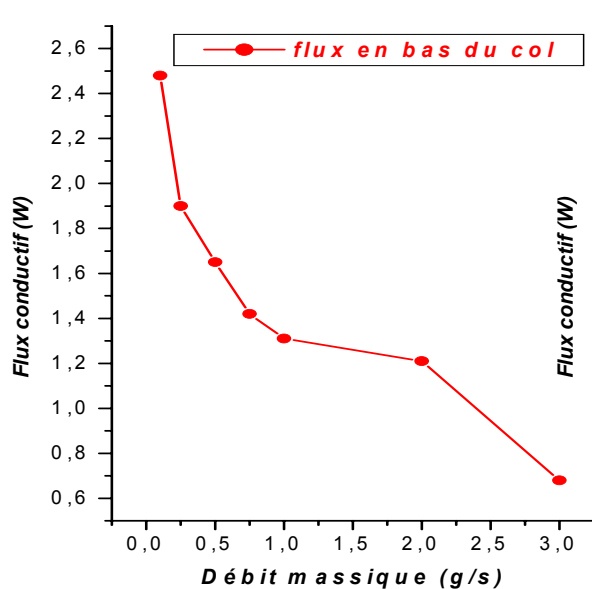


Figure 4.2 : Evaluation des flux conductifs en fonction des débits évaporés

Figure 4.3 : Evaluation d'un flux pour $m = 0,50$ g/s (sans rayonnement au col)

Les valeurs des flux par conduction donnés au tableau 4.1 et représentés sur la figure 4.2 montrent une variation inverse entre le débit évaporé et le flux conductifs au-dessus du bain.

Pour un débit massique $m = 0,50$ g/s, la figure 4.3 donne une variation décroissante du profil du flux conductif de 5,04 W jusqu'à 1,65 W sous l'effet de l'échange à contre courant entre les vapeurs froides issus du bain et la paroi du col.

La conclusion qu'on peut tirer des trois figures précédentes montre que les vapeurs froides d'azote éliminent complètement le flux conductif qui arrive par le col vers le fluide cryogénique.

4.3. Cryostat sans isolation latéral (avec rayonnement).

4.3.1. Effet de l'émissivité du matériau.

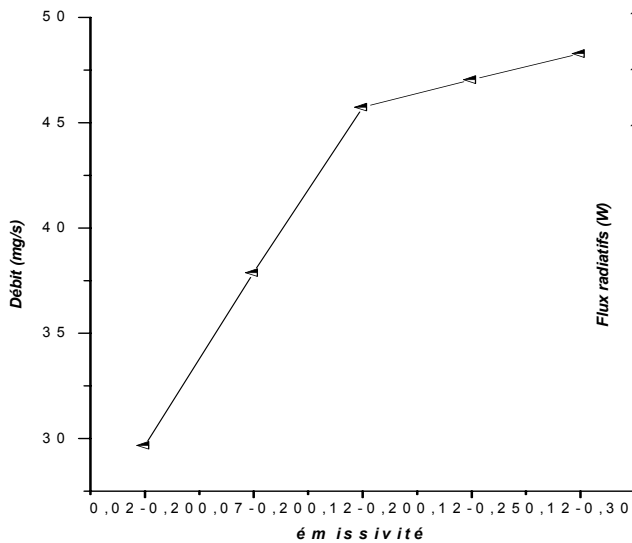


Figure 4.4 : Variation du débit en fonction de l'émissivité

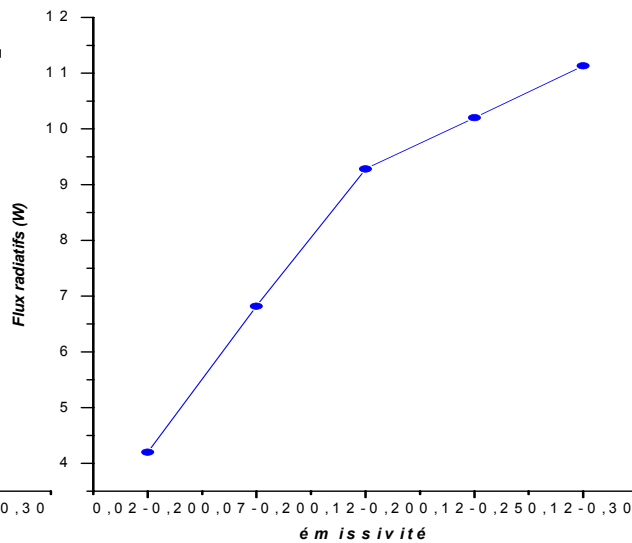


Figure 4.5 : Variation des flux radiatifs en fonction de l'émissivité

Afin de comprendre l'effet de l'émissivité du matériau sur l'évaporation du fluide cryogénique nous avons tracé le profil du débit massique évaporé en fonction de différentes valeurs de l'émissivité qu'on peut voir sur la figure 4.4. On remarque pour des valeurs de l'émissivité du vase interne ascendante de 0,02 ; 0,07 ; 0,12 avec une valeur fixe de l'émissivité de l'enveloppe extérieure $\epsilon_{\text{ext}} = 0,20$, le débit augmente considérablement de 29 jusqu'à 45 mg/s. Par contre si on fixe la valeur de l'émissivité du vase interne pour une valeur $\epsilon_{\text{int}} = 0,12$ et on faisant varier les valeurs de l'émissivité de l'enveloppe extérieure de 0,20 ; 0,25 ; 0,30 l'augmentation du débit et de 45 jusqu'à 48 mg/s est moins significatif part rapport au premier. Ce qui nous permet de dire que l'émissivité du matériau du vase interne joue un rôle plus important que celui de l'enveloppe extérieure sur l'évaporation du fluide. Chaque point de la figure 4.5 représente la somme des flux radiatifs pour une valeur donnée de l'émissivité. On remarque que l'allure des profils du débit massique évaporé et du flux radiatif est presque identique.

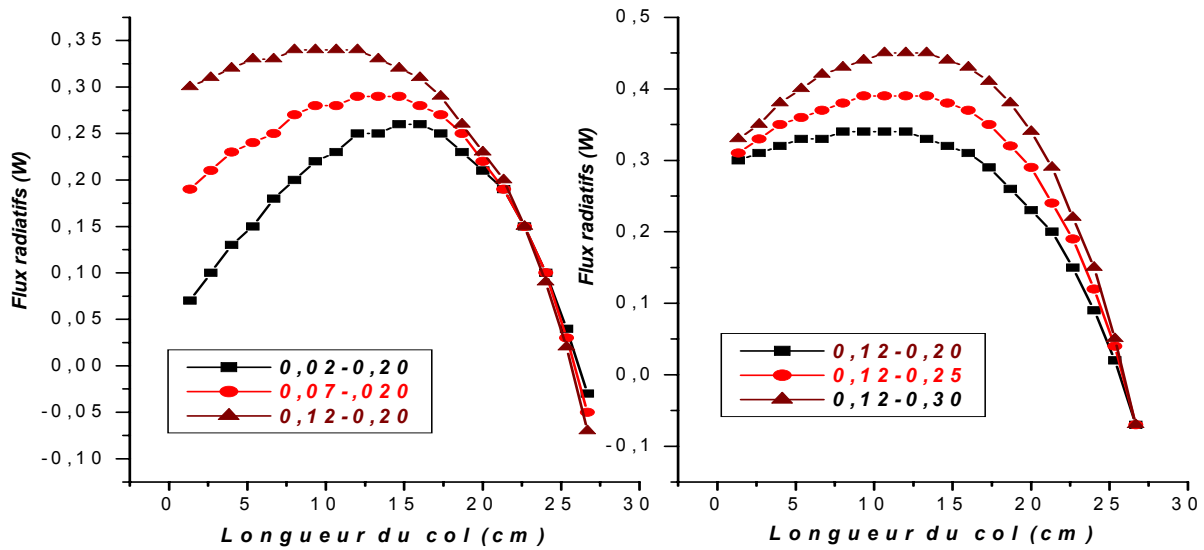


Figure 4.6 : Profils des flux radiatifs en fonction de la longueur du col

Pour différentes émissivités du vase interne.

Figure 4.7 : Profils des flux radiatifs en de la longueur du col

Pour différentes émissivités de l'enveloppe.

La figure 4.6 montre la grande différence qui existe entre les trois profils des flux radiatifs dans la partie inférieure du col, cela est dû à la faible valeur de l'émissivité du vase interne. à chaque augmentation de celle-ci le flux augmente en parallèle. Par contre la variation de l'émissivité de l'enveloppe extérieure montre une légère différence de flux des trois courbes de la figure 4.7.

4.3.2. Effet de remplissage.

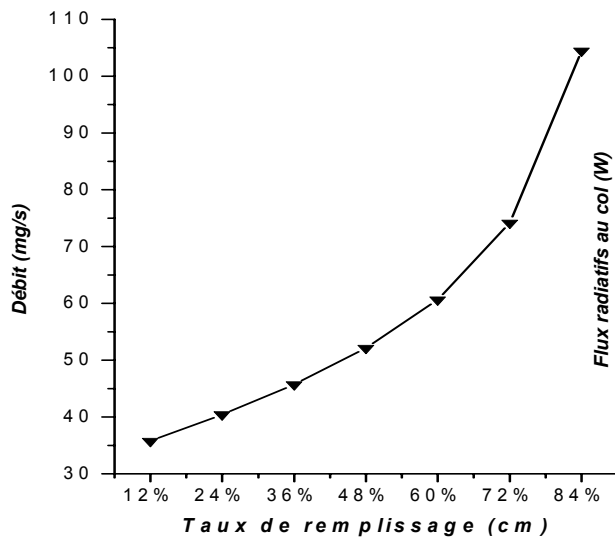


Figure 4.8 : Profil du débit évaporé du taux de remplissage

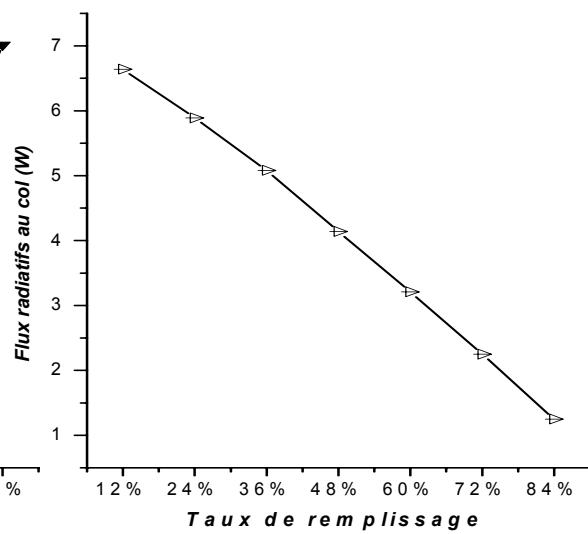


Figure 4.9 : Flux radiatifs en fonction du taux de remplissage le long du col

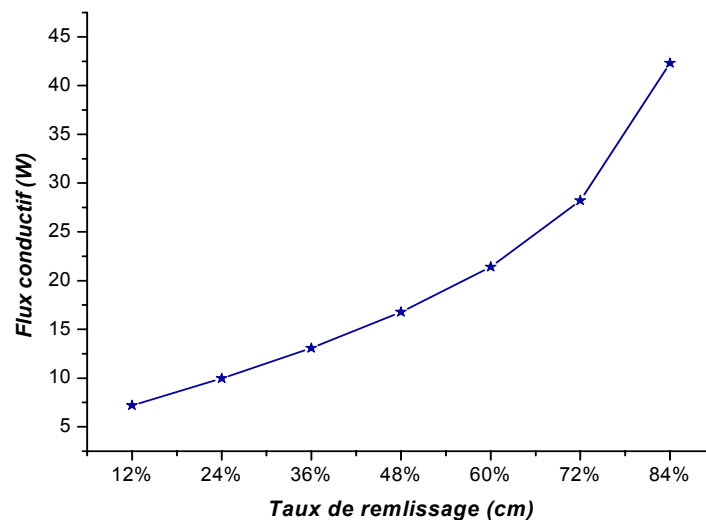


Figure 4.10 : Flux conductif le long du col en fonction du taux de remplissage

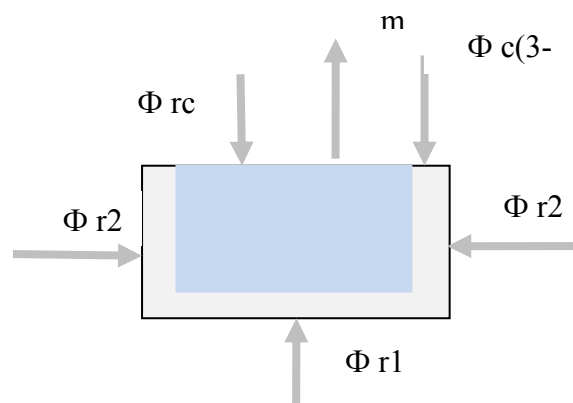
La figure 4.8 montre que le débit massique évaporé augmente avec le taux de remplissage en particulier pour un taux de remplissage de 60 %, ceci peut s'expliquer par deux raisons.

L'augmentation du taux de remplissage du réservoir, augmente avec le périmètre de la surface du bain donc un échange de chaleur plus grand qui entraîne une évaporation plus accentuée.

La seconde raison est l'augmentation de la hauteur du bain qui fait diminuer l'espace entre le couvercle et le bain, donc la récupération de l'enthalpie des vapeurs froides sera mal exploitée par le col ainsi le flux conductif augmente en parallèle comme on peut le voir sur la figure 4.10. Par contre le flux radiatif au dessus du bain diminue figure 4.9 pour la même raison.

4.3.3. Comparaison des résultats d'un cryostat avec et sans isolation latérale.

Pour voir l'effet du rayonnement sur un cryostat sans isolation latérale on va représenter le schéma ci-dessous (voir chapitre 3) du bain d'Azote avec le bilan thermique appliqué sur les surfaces du bain. Le tableau 4.2 représente les valeurs de chacun de ces flux.



Φ_{r1}	Φ_{r2}	Φ_{rc}	Φ_c
0,85	3,35	1,61	1,85

Tableau 4.2 : Représentation des différents flux en contact direct avec le bain

Les valeurs sur le tableau 4.2 montrent que la valeur du flux radiatif Φ_{r2} est le plus important avec les autres flux.

Donc on peut faire la comparaison d'un cryostat avec isolation et sans isolation latérale, cette dernière aura les pertes radiatives comme principales sources de pertes thermiques [51]. Pour réduire les pertes radiatives on utilise un écran thermique interposé entre les deux cylindres du cryostat comme présenté dans l'étude théorique (voir Chapitre 3).

4.4. Cryostat avec écran.

4.4.1. Variation de la position de fixation de l'écran vertical le long du col.

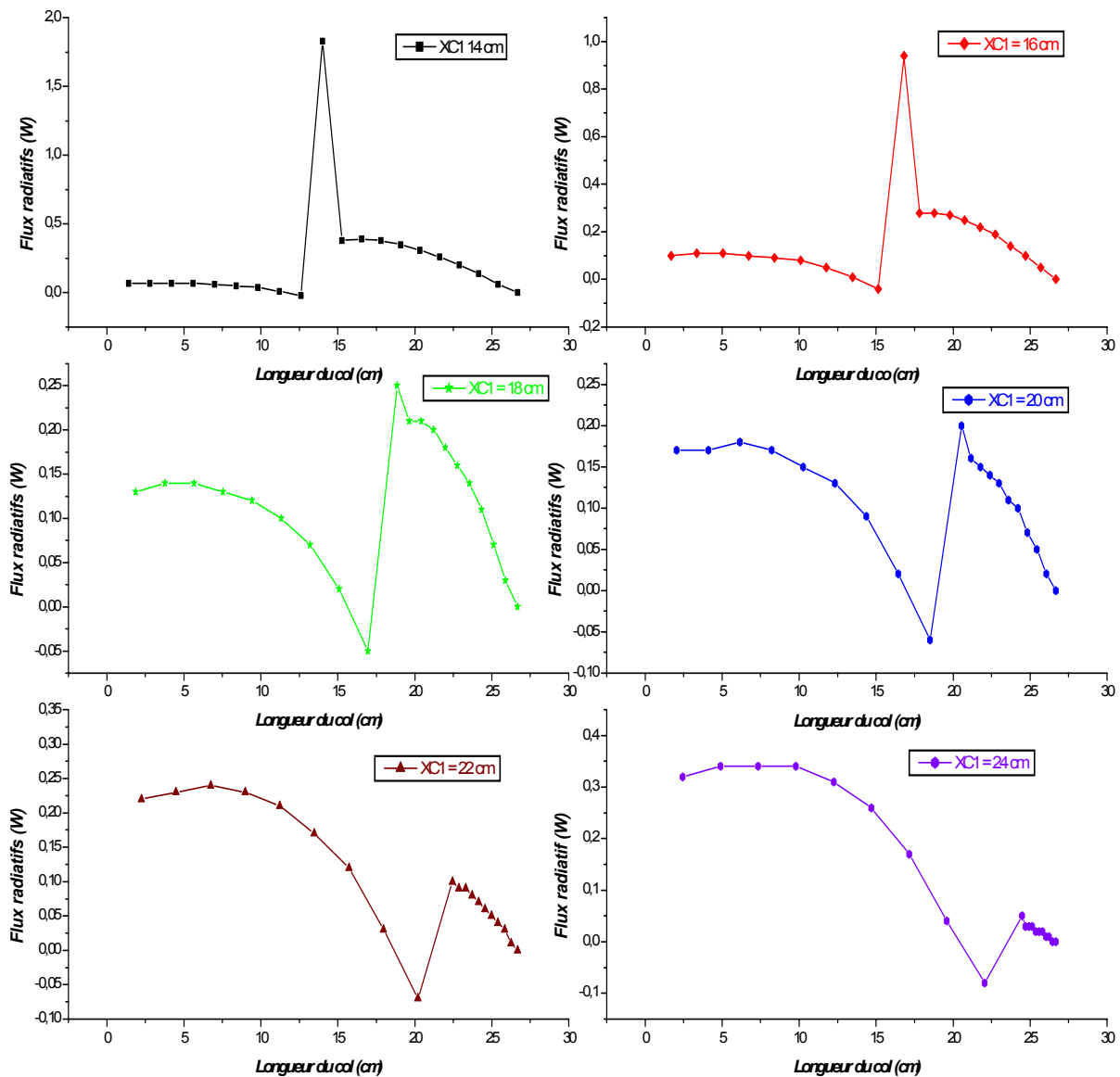


Figure 4.11 : Profils des flux radiatifs en fonction de longueur du col pour différents positions de l'écran sur le col

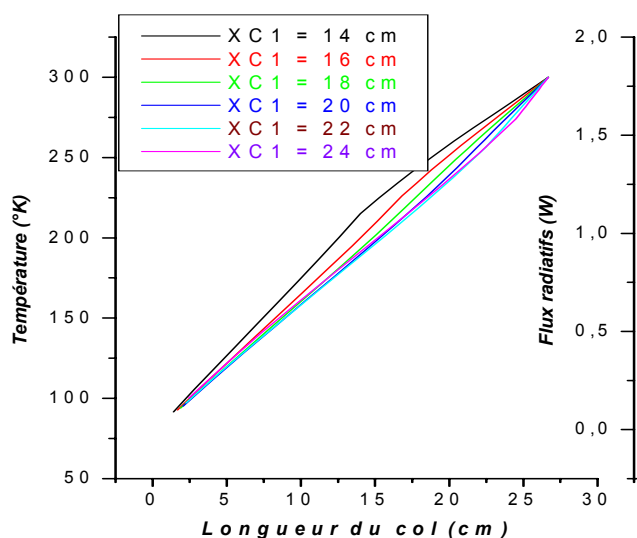


Figure 4.12 : Variation des températures en fonction de la longueur du col

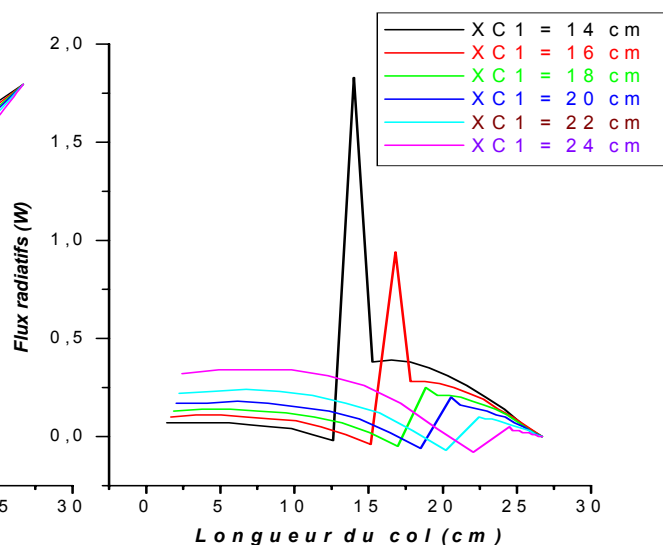


Figure 4.13 : Variation des flux radiatifs en fonction de la longueur du col

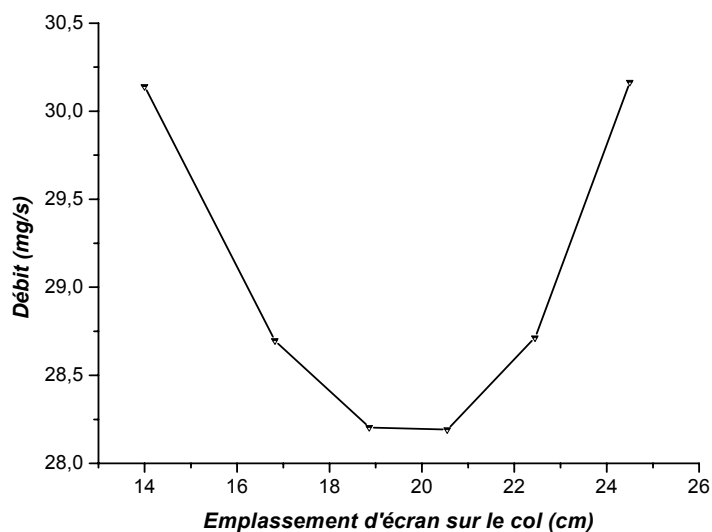


Figure 4.14 : Variation du débit en fonction de la position de l'écran sur le col

La figure 4.13 et la superposition des profils du flux radiatif de la figure 4.11 ; cette figure montre que au fur et à mesure qu'on monte le point d'attachement sur le col, le flux radiatifs entre celui-ci et le bain augmente ; le point d'inflexion diminue et s'annule pour une fixation de l'écran proche du couvercle. Ainsi, nous avons un équilibre de température de l'écran et du couvercle et le flux radiatif est quasiment nul car ce dernier dépend de la température. Le paramètre X1 représente la hauteur du point de fixation de l'écran thermique sur le vase

interne du cryostat par rapport au niveau d'Azote liquide. Le rôle de cet écran est de réduire les pertes radiatives. Cela revient, en quelque sorte, à protéger le vase intérieur par rapport au flux de chaleur émis par l'enveloppe extérieur. Si l'écran est plus long il aura une surface plus grande donc réduira mieux les flux de chaleurs émis par l'enveloppe extérieur. Mais en même temps, comme il sera fixé sur un point plus éloigné du niveau d'Azote liquide et donc moins froid, son efficacité à réduire les pertes sera diminuée est l'échange entre écran et vase interne augmente, mais après le point d'attachement l'échange est entre le couvercle et le reste du col au dessus de l'écran qui n'est pas protégé.

Sur la figure 4.12 les profils de température sur le col du cryostat présente une linéarité presque parfaite lorsque l'écran est à sa position la plus haute sur le col. Au fur et à mesure que l'écran descend sur le col, nous avons un point d'inflexion là ou ce dernier est rattaché au col.

On remarque également que la variation de la position de l'écran sur le col ne change presque pas le débit évaporé. Pour une variation de X1 de 14 à 22 cm, nous avons une variation de débit entre 30 et 28 mg/s. Puis elle augmente une autre fois pour la position de X1 égale 24 cm à la valeur du départ (voir figure 4.15).

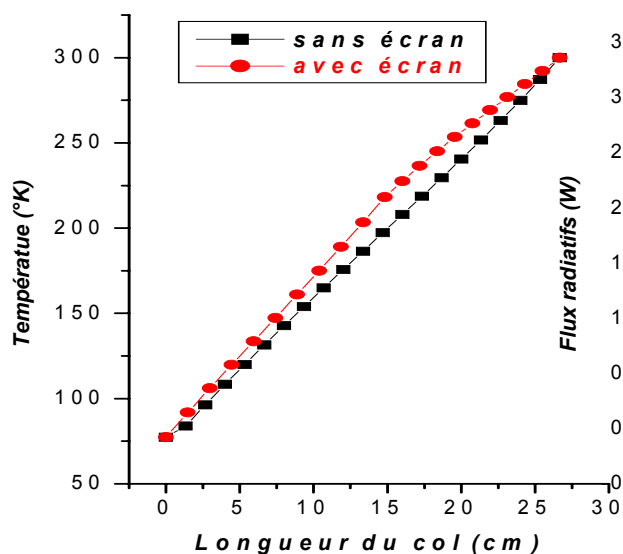
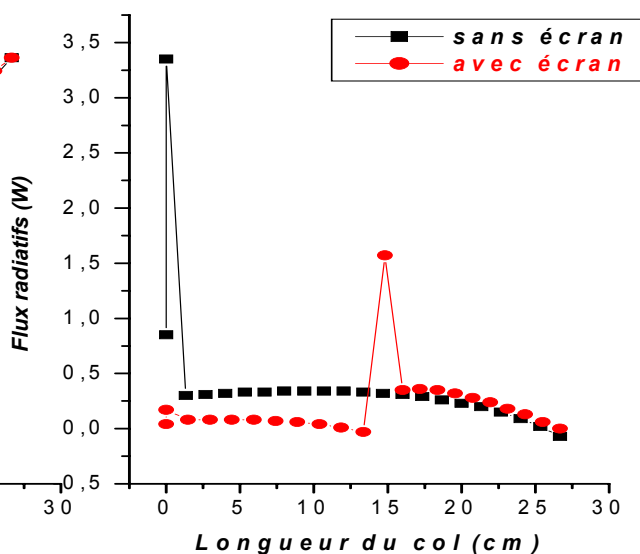
4.4.2. Comparaison les résultats d'un cryostat avec et sans écran.

Le tableau 4.4 représente les différents flux radiatifs pour la vase interne.

Pot	Flux sans écran (W)	Flux avec écran (W)
01	0,85	0,04
02	3,35	0,17
03	0,3	0,08
04	0,31	0,08
05	0,32	0,08
06	0,33	0,08
07	0,33	0,07
08	0,34	0,06
09	0,34	0,04
10	0,34	0,01
11	0,34	-0,03
12	0,33	1,57
13	0,32	0,35
14	0,31	0,36
15	0,29	0,35

16	0,26	0,32
17	0,23	0,28
18	0,20	0,24
19	0,15	0,18
20	0,09	0,13
21	0,02	0,06
22	-0,07	0,00

Tableau 4.3 : Représentation des flux radiatifs pour un cryostat avec et sans écran

Figure 4.15 : Profils des températures
le long du colFigure 4.16 : Profils des flux radiatifs
le long du col

Les profils des températures de la figure 4.15 montrent une linéarisation droite pour le profil du cryostat sans écran le long du col, pour le deuxième profil nous avons une inflexion au niveau du point d'attachement à cause du flux de conduction apporté par l'écran au point de fixation sur le col.

La figure 4.16 montre les profils des flux radiatifs sur le col. On remarque la présence d'une discontinuité du flux radiatif au niveau du point d'attachement. Nous avons une différence importante entre les deux profils radiatifs. Le débit massique évaporé pour un cryostat sans écran égale à 45,74 mg/s et diminue jusqu'à 29,63 mg/s sous l'effet de l'écran.

4.5. Validation du code de calcul.

Un programme en langage FORTRAN a été développé pour calculer les flux radiatifs et les températures au col du cryostat. Dans le but de valider notre programme, on a adapté le réservoir d'Azote (voir chapitre I) avec notre modèle d'étude.

4.5.1. Géométrie.

Pour l'isolation latérale du réservoir on a utilisé un écran thermique de forme cylindrique en cuivre attaché au cylindre intérieur comme celui utilisé pour le cryostat d'Azote [51].

Pour améliorer l'isolation thermique du réservoir, un écran thermique horizontal en cuivre anti rayonnement [53], sous forme de disque, a été placé dans le cylindre intérieur à une distance 12,5 cm au-dessus du bain. La température de l'écran peut être déterminée par la méthode de création de l'entropie utilisée par Béjan [14] qui porte sur la somme des créations par écrans individuellement.

Pour un seul écran, la minimisation de la création d'entropie nous donne la condition nécessaire suivante :

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \left\{ 4T_2^3 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + \frac{T_2^4 - T_1^4}{T_2^2} \right\} + \left\{ 4T_2^3 \left(\frac{1}{T_3} - \frac{1}{T_2} \right) + \frac{T_2^4 - T_3^4}{T_2^2} \right\} = 0$$

$$\alpha_i = A_{ri+1} F_{i,i+1}$$

Où T_2 est la variable, et T_1 et T_3 des températures connues des milieux extrêmes.

Cette équation est de la forme $F(T_2) = 0$. Il suffit donc de la résoudre par une méthode itérative et nous optons pour la méthode de Newton - Raphson qui s'adapte bien ici.

Le volume total du réservoir industriel avec un fond arrondi est donnée par la relation suivante :

Volume total = Volume dans les deux cotés + Volume du cylindre.

$$V_T = \frac{1}{6} \pi K_1 D^3 + \frac{1}{4} \pi D^2 L$$

Avec : $K_1 = \frac{2b}{D}$

$$V_T = \frac{1}{6} \pi \frac{2b}{D} D^3 + \frac{1}{4} \pi D^2 L$$

$$V_T = \frac{1}{6} \pi 2b D^2 + \frac{1}{4} \pi D^2 L$$

AN :

$$V_T = \frac{1}{3} \pi \cdot 37 \cdot 140^2 + \frac{1}{4} \pi \cdot 140^2 \cdot 310 = 5\,531\,507 \text{ cm}^3 = 5,5315 \text{ m}^3$$

Pour un volume total $V_T = 5,5315 \times 998 = 5520 \text{ L}$

Et $V = 5080 \text{ L} = 5,09 \text{ m}^3 = 5\,090\,180 \text{ cm}^3$

Donc on a pour $1 \text{ m}^3 = 998 \text{ L}$

Calcul de la hauteur du bain :

Afin de connaître la hauteur du bain d'Azote avec un taux de remplissage de 92 % et pour une forme purement cylindrique on conserve le même diamètre et volume.

Pour un volume de remplissage de 92 % du réservoir avec un fond plat on a :

$$V = \frac{\pi D_c^2 \text{int}}{4} \cdot LB$$

Donc :

$$LB = \frac{V}{\pi e (D_c - e)}$$

NB :

Pour 92 % de remplissage

$$LB = \frac{5\,090\,180}{15\,394} = 330,66 \text{ cm}$$

Et pour 100 % de remplissage

$$LC + LB = \frac{5\,090\,180}{15\,394} = 359,33 \text{ cm}$$

H_e hauteur de l'écran est égal approximatif $LB + LC = 360 \text{ cm}$.

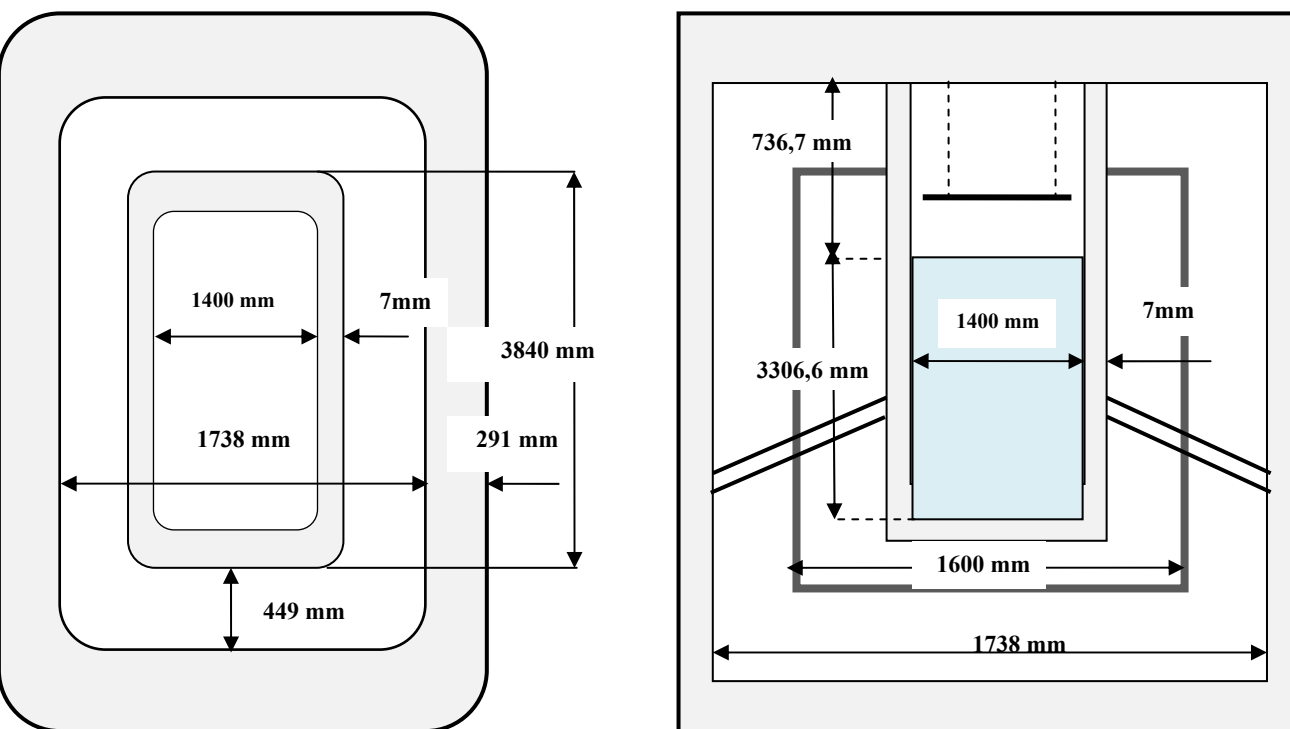


Figure 4.17 : Schéma du réservoir avant et après adaptation

A gauche forme du réservoir industriel. A droite forme du réservoir pour validation

Le tableau 4.4 représente l'aspect géométrique du cryostat et le réservoir pour un taux de remplissage 92 %.

		Taux de Remplissage
	Unité	92%
Réservoir interne		
Hauteur total du cylindre interne (LB+LC)	(cm)	359,33
Hauteur entre bain et point de fixe d'écran (X1)	(cm)	16,00
Hauteur entre point de fixe et couvercle (X2)	(cm)	57,67
Hauteur du bain (LB)	(cm)	330,66
Hauteur au-dessus du bain (LC)	(cm)	73,67
Diamètre extérieur du cylindre interne (Dc)	(cm)	141,4

Epaisseur du cylindre interne(e)	(cm)	0,70
Ecran		
Hauteur de l'écran (He)	(cm)	360
Diamètre de l'écran (De)	(cm)	160
Réservoir externe		
Hauteur total(Ht)	(cm)	449,33
Diamètre intérieur de l'enveloppe externe (Dv)	(cm)	173,8
Espace entre fond du cylindre interne et écran (Z1)	(cm)	13,34
Espace entre fond de l'enveloppe externe et l'écran (Z2)	(cm)	31,66
Supports		
Longueur du support (Ls)	(cm)	60,2
Diamètre de support (Ds)	(cm)	6,03
Epaisseur de support (es)	(cm)	0,55
Remplissage		
Volume de remplissage en cm ³ (1m ³ =998L)	(cm ³)	5090180
Volume de remplissage d'Azote liquide	(L)	5080

Tableau 4.4 : Aspect géométrique du réservoir d'Azote

4.5.2. Calcul du Flux conductif entrant par les supports du réservoir :

Le flux de chaleur introduit au niveau du bain par conduction le long des (03) tubes supports qui maintient le cylindre interne au cylindre externe peut être estimé par la formule :

$$\Phi_s = k_s \cdot A_s \cdot \frac{\Delta T}{L_s}$$

Φ_s (W) : Flux conductif a travers les supports de maintien.

k_s (W/cm. K) : Conductivité thermique du supporte en inox prise à une température moyenne entre 300°K et 77,35 K.

A_s (cm²): Section annulaire du support.

ΔT (K) : Différence de température entre l'ambient et le fluide.

L_s (cm) : Longueur de support.

AN :

$$\phi_s = (0,12) \cdot \pi \cdot 0,55(6,03 - 0,55) \cdot \frac{(300 - 77,35)}{60,2} = 4,20 \text{ W}$$

Pour les (03) trois supports on a $\phi_s = 12,60 \text{ W}$

4.5.3. Calcul du Flux radiatif entrant par le couvercle du réservoir :

Le flux de chaleur qui arrivé par le toit à travers l'écran horizontal (disque en cuivre) au bain et donnée par la relation (2.31) suivante :

$$\Phi_{rc} = \sigma \cdot C_{db} \cdot A_b \cdot (T_d^4 - T_b^4)$$

Avec la conductance thermique par unité de surface donnée par:

$$C_{db} = \frac{1}{\frac{1 - \varepsilon_d}{\varepsilon_d} + \frac{1}{F_{db}} + \frac{1 - \varepsilon_b}{\varepsilon_b} \frac{A_b}{A_d}}$$

On traite le liquide comme un corps noir $\varepsilon_b = 1$, et l'émissivité du cuivre $\varepsilon_d = 0,023$ pour une température de 165 °K.

$$F_{db} = \frac{1}{2} \left[X - \left[X^2 - 4 \left(\frac{R_b}{R_d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right]$$

Avec :

$$R_d = \frac{r_d}{h}; \quad R_b = \frac{r_b}{h}; \quad X = 1 + \frac{1 + R_b^2}{R_d^2}$$

Les diamètres du bain et de l'écran sont égaux ($r_d = r_b$), h la hauteur qui sépare le bain et le disque, elle est égale à 12,5 cm. En prendre un diamètre du disque légèrement inférieur de celui du col de 70,5 cm. La température de l'écran à été prise égale à $T_d = 165 \text{ °K}$ qui correspond à la hauteur de 12,5 cm au-dessus du bain.

AN :

$$F_{db} = \frac{1}{2} \left[X - \left[X^2 - 4 \right]^{\frac{1}{2}} \right] = \frac{1}{2} \left[\left(2 + \frac{1}{\left(\frac{70,5}{12,5} \right)^2} \right) - \left[\left(2 + \frac{1}{\left(\frac{70,5}{12,5} \right)^2} \right)^2 - 4 \right]^{\frac{1}{2}} \right] = 0,65$$

Donc :

$$C_{db} = \frac{1}{\frac{1 - 0,023}{0,023} + 0,65} = 0,023$$

$$\phi_{rc} = 5,67 \cdot 10^{-12} \pi \cdot 70,7^2 \cdot 0,023 \cdot (165^4 - 77,35^4) = 1,44 \text{ W}$$

4.5.4. Représentation du Flux Radiatifs arrivant sur le cylindre interne du réservoir :

Afin de trouver le point optimum d'attachement de l'écran sur le cylindre interne du réservoir ainsi que le diamètre de l'écran qui corresponde à un débit et flux radiatifs minimaux on procède par deux méthodes :

En première lieu on change le point de fixation de l'écran sur le cylindre interne à partir du bain jusqu'au couvercle. Le point optimum trouvé correspond à un débit et flux radiatifs minimaux.

Après avoir trouvé le point de fixation, on détermine en second lieu le diamètre de l'écran en lui donne des valeurs variantes entre le diamètre du col et l'enveloppe extérieure.

Le tableau 4.5 représente la distribution pour N= 10 du flux radiatifs, conductifs et les distributions des températures le long du col.

Pot	Longueur du col	Flux radiatifs le long du col	Températures le long du col	Flux conductifs le long du col
1	0	2,26	77,35	0,00
2	0	20,82	77,35	0,00
3	1,6	0,1	89,41	186,3
4	3,2	0,1	100,27	200,9
5	4,8	0,09	112,22	195,5
6	6,4	0,07	123,25	213
7	8	0,04	134,14	231,3
8	9,6	0,00	144,95	229,6
9	11,2	-0,05	155,71	249,4
10	12,8	-0,12	166,44	248,7
11	14,4	-0,21	177,18	269,6
12	16	202,31	187,75	270,4
13	21,77	8,14	198,56	79,5

14	27,53	8,44	209,17	79,7
15	33,3	8,31	219,75	85,1
16	39,07	7,83	230,35	85,1
17	44,84	7,11	241	91,3
18	55,6	6,14	251,83	93,0
19	56,37	4,86	262,95	95,3
20	62,14	3,20	274,53	105,4
21	67,9	1,04	286,79	111,8
22	73,67	0,00	300	127,3

Tableau 4.5 : Distribution du flux radiatif, conductif et température sur le réservoir interne

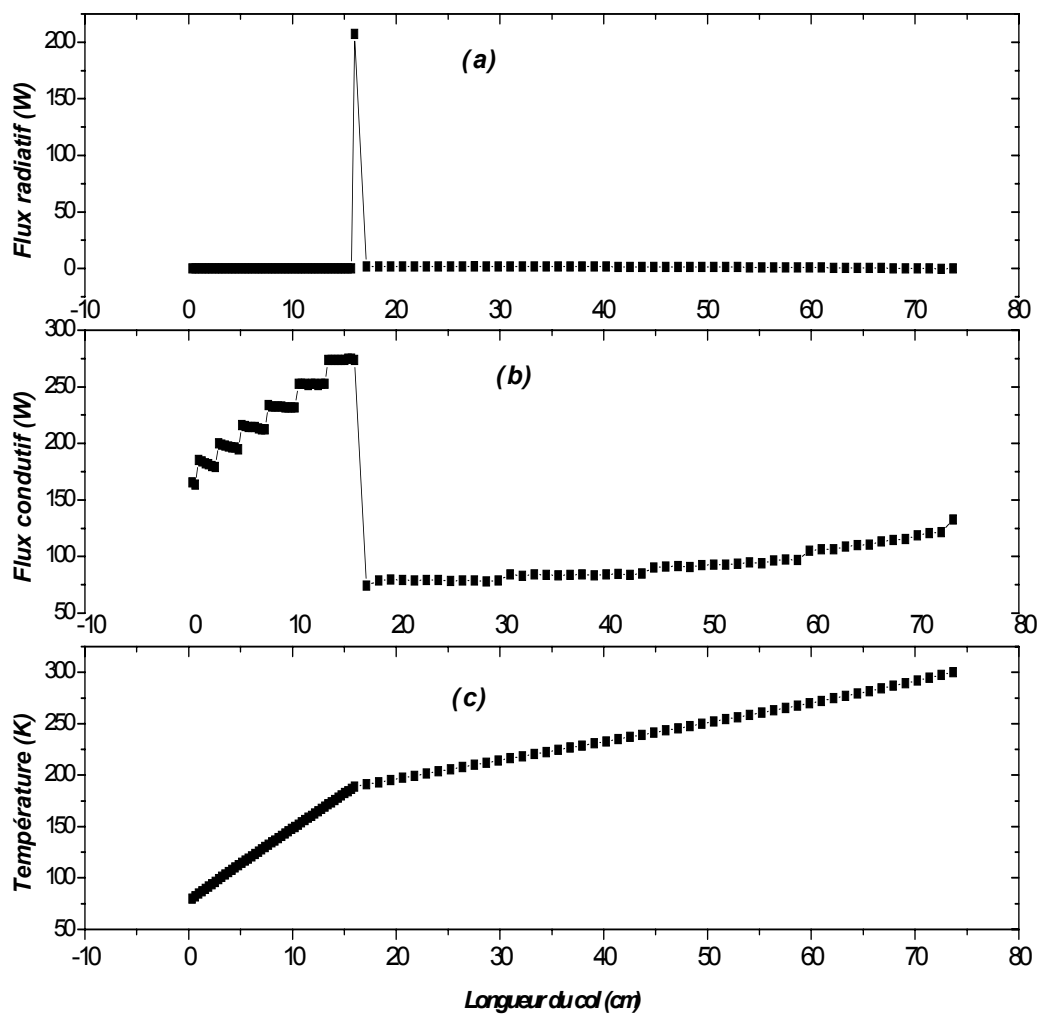


Figure 4.18 : Profils du flux radiatif (a), conducif (b) et la distribution de température (c) le long du col ($N = 50$)

La figure 4.18 montre que le profil du flux radiatif (a) représente une courbe presque linéaire sauf au point d'attachement de l'écran sur le col où nous avons une grande inflexion a cause du flux arrivant par l'écran. Ce même phénomène ce vois sur la courbe (b) du flux de conduction, un déclin du profil a partir du couvercle jusqu'à au point d'inflexion ensuite une augmentation brusque et une autre descente de ce point jusqu'au bain sous l'effet du refroidissement du col par les vapeurs froides d'azote. Le profil de la température représente deux parties différencies une avant le point d'inflexion ou nous avons un petit gradient de température donc un refroidissement meilleur du col, et l'autre partie avec un gradient plus grand ainsi moins de refroidissement.

Nous avons trouvé un flux radiatif $\phi_r = 290$ W et un débit massique évaporé égale à $\dot{m} \approx 1,00$ g/s ce qui correspond à un pourcentage d'évaporation égale a 2 % de la capacité utile de réservoir. Par contre le constructeur a donné un taux d'évaporation de 0,42 % donc un débit massique de 0,20 g/s.

Notre calcul a été fait pour une température de l'enveloppe extérieure maintenu à $T = 300$ K ce qui est peut probable dans la réalité [52].

L'influence de la température du bain sur l'hypothèse de l'iso thermalité de la température nous a conduits à réutiliser le programme de calcul pour différents température ce qui a donné des résultats représenté sur le tableau 4.6 suivant :

T° (K)	150	200	273	300
\dot{m} (g/s)	0,22	0,39	0,81	1,03

Tableau 4.6 : débit évaporé en fonction de la température de l'enveloppe extérieure

Ces résultats montrent l'influence de la température de l'enveloppe extérieure sur l'évaporation du fluide cryogénique stocké.

Le tableau 4.7 donne un récapitulatif des apports thermiques qui produit l'évaporation de l'Azote liquide.

Mode	Localisation	Nbr élt	Section Ou Surface A (cm ²)	Longueur Ou Diamètre L (cm)	Matériau	T°(K)	ε	K (W/cm.K)	Φ (W)
Conduction	Col	1	309	73,67	Inox	300	0,15	0,18	165,6
						77,35	0,61	0,07	
Rayonnement	Ecran vertical	1	-	360	Cuivre	300	0,03	-	23,51
						77,35	0,019	-	
Rayonnement	Ecran horizontal	1	-	70,5	Cuivre	165	0,023	-	1,44
Conduction	support	3	9,47	60,2	Inox	300- 77,35	-	0,12	12,5
									204

Tableau 4.7 : Bilan thermique

4.6. Conclusion.

Les résultats obtenus par l'application du code de calcul pour un cryostat sans isolation latéral du col ont montré qu'on peut éliminer le flux conductif par la récupération de l'enthalpie des vapeurs froides issue du bain d'Azote. Tandis que le flux radiatifs dans le cas d'un cryostat sans isolation latéral peut être diminué par un écran thermique interposé entre le col et l'enveloppe extérieur.

La validation du code de calcul avec le réservoir industriel a montré une concordance presque parfaite des profils de la température et du flux radiatifs le long du col avec celle obtenue pour le cryostat.

*Conclusion
Générale et
Recommandations*

Conclusion générale et recommandation

Ce projet de Magister est le résultat des travaux effectués durant une période de stage pratique au sein du département technique du complexe de liquéfaction du Gaz Naturel à Skikda (SONATRACH).

L'objectif de ce travail consistait en premier lieu en une étude théorique approfondie de transfert de chaleur et de matière dans un réservoir cryogénique de laboratoire (cryostat), une attention particulière a été portée sur le rayonnement qui dans notre cas est le paramètre prépondérant sur les autres modes de transfert qui sont la conduction et la convection, en second lieu nous avons développé un code de calcul en fortran qui permet d'estimer le taux d'évaporation du réservoir cryogénique, enfin le troisième objectif consiste à valider notre code de calcul pour un réservoir de stockage d'Azote liquide existant au complexe de GL1K de SKIKDA.

Nous avons présenté le complexe GL1K Skikda avec une description de la section liquéfaction et la section stockage pour l'Azote.

Les reliquats de ce procédé non liquéfié à la température du méthane -161°C constitué essentiellement d'Azote et d'Hélium sont des gaz très riches en terme commerciale

Les principaux modes d'isolations ont été énumérés avec leurs méthodes et la technique d'utilisation pour un réservoir de stockage cryogénique.

Les infiltrations thermiques jouent un rôle importantes dans l'évaporation de ces fluides cryogénique en particulier lorsque en a une grande différence de température entre l'ambiant et le fluide cryogénique à stocké.

Les différentes modes de chaleur qui peuvent influencer sur l'évaporation du fluide cryogénique ont été étudiés afin de bien comprendre le mécanisme de transfert de chaleur dans les réservoirs cryogéniques. On remarque que des trois modes de transferts thermique qui existent dans un cryostat ou réservoir qui sont la conduction par le col, la convection entre les vapeurs froides provenant de l'évaporation du fluide cryogénique et le col et le rayonnement entre l'enveloppe extérieures et le bain cryogénique, le mode de transfert qui prédomine est le mode de transferts thermique par rayonnement.

A cet effet, nous avons développé en premier lieu une méthode de calcul originale l'estimation des entrées de chaleur par conduction, convection et rayonnement. L'originalité de ce travail repose essentiellement sur le flux de chaleur réelle qui entre dans les réservoirs cryogénique par rayonnement. Ce flux de chaleur qui est très difficile à mètre en évidence a été calculé par la méthode des radiosités. C'est cette méthode qui donne réellement le flux net radiatif qui arrive dans chaque élément du cryostat.

En deuxième lieu nous avons élaboré un code de calcul en fortran qui peut être très facilement modifié pour d'autre forme de réservoir cryogénique, qui permet de calculer les entrées de chaleur couplées dans les cryostats et ainsi estimer avec précision le taux d'évaporation.

Ce code sera d'un grand apport pour la compréhension des phénomènes de transfert dans les réservoirs cryogéniques de grande dimension utilisé dans l'industrie algérienne.

Les résultats obtenus par l'application du code de calcul pour un cryostat sans isolation latéral du col ont montré qu'on peut éliminer le flux conductif par la récupération de l'enthalpie des vapeurs froides issue du bain d'Azote. Tandis que le flux radiatifs dans le cas d'un cryostat sans isolation latéral peut être diminué par un écran thermique interposé entre le col et l'enveloppe extérieur.

La validation du code de calcul avec le réservoir industriel a montré une concordance presque parfaite des profils de la température et du flux radiatifs le long du col avec celle obtenue pour le cryostat.

La difficulté que nous avons rencontrée pour préparer cette thèse est le manque de donné expérimentale à l'intérieur du réservoir de stockage cryogénique.

En adoptons des températures de l'enveloppe extérieur décroissante on aboutit presque au même taux d'évaporation.

Nous pensons avoir atteint notre objectif et nous recommandant au futur thésard de continuer sur ce projet et concevoir un réservoir cryogénique en coopération avec l'industrie Algérienne.

Références

Bibliographie

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] R. Pictet, C.R.de l'Académie des sciences 85 ,1221 (1877) d'après R.R.Conte
- [2] A. D'Arsonval, C. R. Roy. Soc. Biol., 40, 136 (1888) d'après R.R.Conte
- [3] J. Dewar, Proc. Roy. Soc., 63, 256 (1898) d'après R.R.Conte
- [4] J. Wexler, J. Appl. Physics 22, 12 (1951) d'après R.R.Conte
- [5] R. R. Conte, éléments de cryogénie, Masson et Cie, Editeurs (1970)
- [6] A.D. Caplin, A.T. Cayless. Simple numerical modelling technique for cryostat design, Cryogenics Volume: 26, Issue: 3 March, 1986, 678-681 (1986)
- [7] J.L. Casse and E.E.M Woestenburger, Thermal model for a hybrid cryostat, cryogenics Volume: 26, Issue: 3. pp. 165-170 March, 1986.
- [8] F.F. Mende et Al. Broad-neck liquid helium cryostat, cryogenics 29, 998 (1989).
- [9] P. Anzelka Numerical modelling in cryostat design: methods and experimental verification, Cryogenics 33, 454-458 (1993)
- [10] S. Buhler, J. Phys. III France 4, 663-669 (1994)
- [11] M.A. Hilal, M.A. McIntosh, G.E. Adv. in Cryogenics. Eng. 21 (1975).
- [12] R.W. Boom et al, Wisconsin super-conductive Energy storage report Vol.1 University of Wisconsin publication May, (1973).
- [13] Y.M.Eyssa and O. Okasha, Cryogenics, Thermodynamic optimization of thermal radiation shields for a cryogenic apparatus Vol.: 18, Issue: 5 May, 1978.
- [14] A. Bejan, Discrete cooling of low heat leak supports to 4.2K, Cryogenics (May 1975).
- [15] W.D. Lee, Continuous transfer of liquid Helium to a rotating, Dewar B.S. and S.M. Thesis Massachusetts institute of technology (1970).
- [16] A. Bejan, improved thermal designed of the cryogenic cooling system for a super conducting synchronous generator, PhD thesis Massachusetts institute of technology (1974).
- [17] D. E. Cormack, L.G.Leal and J. Imberger, Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls, part 1. Asymptotic theory. J. fluid. Mech. 65: 209 (1974).
- [18] D. E. Cormack, L.G.Leal and J. Imberger, Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls, part 2 .J. fluid. Mech. 65:231(1974)
- [19] J. Imberger, Natural convection in a shallow cavity with differentially heated end walls, part 3. J. fluid. Mech. 65/247 (1974),

- [20] A. Bejan and C.L.Tien , Fully developed natural counter flow in a long horizontal pipe with different end temperatures , Int. J.of Heat and M.Transfer; Vol. 21, Issue: 6 . pp. 701-708 June, (1978)
- [21] L.L. Guglina, N.T. Bendik and S.K. Smirnov (cryogenics 23:127 (1983).
- [22] H. Ogata Mechanical engineering research laboratory Hitachi, LTD Tsuchiura, Japan A.C.E. 35 (1990).
- [23] H.V.Helmholtz (1863) Bd 111 S 16. d'après R.R.Conte.
- [24] Kirchhoff Pogg. Ann. Theory of Sound, 134, 177 (1868). d'après R.R.Conte.
- [25] H. A. Kramer Vibration of a gas column Physica 15 PP. 971-984 (1949).
- [26] D.Ter Haar, compte rendus de la conférence de physique des basses températures paris PP. 347-349 (1955).
- [27] N. Rott, Z. Angew. Math. Phys. Damped and thermally driven acoustic oscillations in wide and narrow tubes vol: 20, pp:230-245 (1969).
- [28] N. Rott, Thermally driven acoustic oscillations, part II: stability limit for helium; Z.Angew. Math. Phys. Vol: 24, pp: 54-72 (1973).
- [29] N. Rott, Thermally driven acoustic oscillations, part III: Second order heat flux; Z.Angew. Math. Phys. vol: 26, 43-49 (1975).
- [30] N. Rott, and G. Zouzoulas, Thermally driven acoustic oscillations, part IV: Tubes with variable cross-section; Z. Angew. Math. Phys. Vol: 27, PP.197-224 (1976).
- [31] G. Zouzoulas and N. Rott, Thermally driven acoustic oscillations, part V: Gas-liquid oscillations; Z. Angew. Math. Phys. vol: 27, 325-334 (1976).
- [32] P. Merkli and H.Thomann, thermo- acoustic effects in a resonance tube, J. fluid Mech. Vol: 70, pp: 161-177. (1975)
- [33] H. Luck and Ch. Trepp, cryogenics, thermo-acoustic oscillations in cryogenics, Vol. 32 N° 8 (1992).
- [34] S.G. Sydoriak., H.S. Sommers. Rev.Sci.instr.Vol: 22, N°:12, pp: 915 (1951)
- [35] A. Bejan, Entropy generation through heat and fluid flow John Wiley sons 1982
- [36] Ostrach, NACA Report. 1111, (1953).
- [37] Ziebland (H.) and Burton (J. T) A. Brit. J. Appl. Phys. Vol: 9 52-9 (1958)
- [38] Siegel (R.) and Howel (J.R.) thermal radiation hemisphere. Washington, DC, 1981
- [39] Leuenberger (H.) and Person (R. A.), "Compilation of radiation shape factors for cylindrical assemblies», ASME Paper 56-A-144 (1956)

- [40] Samuel (N.) Rea Texas instrument incorporated, Dallas, Texas AIAA j.13 Nø3 (1975)
- [41] O. Khemis, M.C. Dulluc, M.X. Francois,, Mesures des transferts thermiques couplés dans un réservoir, Cryogénique C.N.I.S.F CNAM Editeur de la revue générale de thermique 1994.
- [42] O. Khemis, M. Boumaza, M. Ait Ali, M.X. Francois, Experimental analysis of heat transfers in a cryogenic tank without a lateral insulation, Applied Thermal Engineering journal, Vol:23, Issue 16, pp: 2107-2117 (November 2003)
- [43] P. Jourda, S. D. Probert: Heat transfer considérations for large liquefied natural gas storage tanks. Applied energy 38 (1991) 263 – 282
- [44] M. A. Green. Heat transfer through a multilayer insulation System as a function of pressure in the cryostat vacuum space. Advances in cryogénie engineering, vol 43, 1998, 1313- 1318.
- [45] S. D. Augustynowicz, J. E. Fesmire, J.P Wikstrom. Cryogénie insulation System. 20 Th international congress of réfrigération, IIR Sydney, September, 1999.
- [46] D. Boukeffa, M. Boumaza, M.X.François, S. Pellerin. Expérimental and Numerical Analysis of heat losses in a liquid nitrogen cryostat. Applied Thermal Engineering. Vol 21, N°9 (2001), 967-975.
- [47] D. Boukeffa, M. Boumaza, M.X.François, S. Pellerin. Analyses expérimentale et numérique des pertes cryogéniques dans un cryostat à azote liquide. Revue de l'Université de Constantine. Décembre 2001, vol 16.
- [48] S. V. Patankar, Numerical heat transfer and fluid flow. Me Gravv - Ilill, New York, 1980.
- [49] Fluent Incorporated, User's and tutorial guide, (1997).
- [50] O. Khemis, R. Bessaïh, M. Ait Ali et M.X. François, Mesure des Transferts Thermiques Couplés dans un Réservoir Cryogénique avec deux configurations EJMEE, vol 48, N°: 4, pp: 231-234 (2003).
- [51] O. Khemis , R. Bessaïh, M. Ait Ali et M.X. Francois Measurement of heat transfers in a cryogenic tank with several configurations, Applied Thermal Engineering journal, (in press 2004).
- [52] Adlane L. BENDAOU*, Mohand A. AIT-ALI. « Détermination analytique et numérique des températures du col de l'enveloppe extérieur d'un cryostat a azote liquide » 12èmes Journées Internationales de Thermique, Tanger, Maroc (du 15 au 17 Novembre 2005).
- [53] Lynam, P., Proctor, W., Scurlock, R.G., I.I. F., com. 1, Grenoble (1965). D'après R.R. Conte
- [54] Rafika HARITI, Abderrahmane BENBRIK, Denis LEMONNIER, Khaled KHALDI « Etude du phénomène d'évaporation de GNL dans les bacs de stockage aérien » Albi, France (du 28 au 30 Août 2007).

Annexes

*Isolation des
réservoirs
cryogéniques*

ANNEXE A
ISOLATION DES RESERVOIRS
DE STOCKAGE CROGENIQUE

A. Type d'isolation thermique des réservoirs cryogéniques.

Plusieurs matériaux peuvent être utilisés en fonction du liquide cryogénique à conserver et de la taille du réservoir. Trois paramètres peuvent caractériser le matériau d'isolation. Il s'agit de son coefficient de conductibilité moyenne, de son poids et de son prix de revient. Le choix d'un type particulier d'isolation devra se faire en considérant tous ces facteurs.

A.1. Les mousses.

L'essor des mousses a été considérable depuis 1980. Elles sont régulièrement utilisées pour les gros stockages cryogéniques (azote, méthane, etc.) malgré une conductivité thermique relativement élevée.

Les mousses, en général à base de plastiques, se classent dans la catégorie des matériaux cellulaires ; elles présentent les avantages suivants : faible masse volumique, fabrication aisée, coût relativement bas. Elles peuvent parfois s'utiliser en structure autoportante.

Dans le tableau A.1 on donne les valeurs de la conductibilité thermique moyenne k en $mW/cm \cdot ^\circ K$.

Nature de l'isolant	Densité (g.cm⁻³)	Pression (Torr)	Températures (T₁ et T₂ en °K)	K (mW.cm⁻¹. °K⁻¹)
Polystyrène	0,039	760	300-77	330
	0,046	760	300-77	260
	0,046	10 ⁻⁵	77-20	81
Résine, Epoxy	0,080	760	300-77	330
	0,080	4.10 ⁻³	300-77	130
Polyuréthane	0,08-0,014	760	300-77	330
		10 ⁻³	300-77	120

Tableau A.1 : Conductibilité thermique moyenne de différentes mousses.

Les valeurs du coefficient de conductibilité thermique diminuent en abaissant la pression où se trouve la mousse. Toutefois l'utilisation de mousse sous vide est assez peu courante. Elles sont en général utilisées sous la pression atmosphérique.

A.2. Super-isolant (écran passif).

L'idée de base de ce type d'isolation consiste en la réduction des échanges thermiques par rayonnements. Ces isolations peuvent être constituées de feuilles réfléchissantes (aluminium), séparées par des feuilles isolantes (type Linde) ou bien par une seule feuille, isolante d'un côté et réfléchissante de l'autre (mylar aluminisé type NRC 2 par exemple).

Plusieurs modèles existent pour évaluer les pertes totales dans le cas de la super-isolation. Pour caractériser l'efficacité d'une super-isolation, on peut considérer soit le coefficient moyen de conductibilité thermique k , soit donner les valeurs du flux thermique W/A (W/cm^2). Les pertes thermiques sont données par l'équation de Fourier

Les paramètres qui peuvent jouer sur la qualité de ce type d'isolations sont l'émissivité des feuilles réfléchissantes et la densité de couches utilisées par cm. Dans le tableau A.2 nous présentons la variation de la conductibilité thermique moyenne en fonction du nombre de couches par cm pour le super-isolant NRC-2 entre 78 et 300 K.

Nombre de couches par cm	16	24	32	40	48	56
Conductibilité thermique moyenne ($\mu W/cm \cdot ^\circ K$)	4,5	4,05	3,7	3,5	3,35	3,45

Tableau A.2 : Conductibilité thermique moyenne en fonction de nombre de couches d'un super-isolant.

La conductivité thermique de l'Acier inox 304 (X5CrNi18.10) d'après Casse [7] est :

$$k_c(T) = \exp \left[-9,116 + 9,4936 \left(1 - e^{\frac{-\ln(T)}{3,7993}} \right) \right]$$

A.3. Écran refroidi par les vapeurs froides (écran actif).

Cette méthode consiste à utiliser les vapeurs froides provenant du liquide lui-même, pour obtenir un écran à une température voisine de celle de l'azote liquide.

L'efficacité de ce procédé dépend très fortement du rapport entre la chaleur sensible du gaz et la chaleur latente de vaporisation du liquide

Pratiquement, deux solutions sont utilisées : soit la circulation du gaz dans un écran entourant le conteneur, soit l'utilisation de multi-écrans conducteurs, en bon contact thermique avec le col d'où s'échappent les vapeurs. Les écrans thermiques sont collés ou soudés au col de l'enceinte intérieure du cryostat. Cette disposition permet le refroidissement des écrans thermiques à l'aide des vapeurs froides issues de l'évaporation du fluide cryogénique.

A.4. Vide inter-paroi et dégazage.

Pour obtenir une isolation de bonne qualité, il est nécessaire d'éliminer la conduction gazeuse. Cela revient à conserver dans l'enceinte isolée une pression inférieure à 10 Pa pour les poudres et 10^{-2} Pa pour les super-isolants.

Si l'on exclut les fuites toujours possibles, le dégazage des matériaux est suffisamment important pour faire remonter la pression au-delà des limites fixées. En conséquence, il est nécessaire de connaître la nature et la quantité d'atomes dégazés par une paroi avant d'étudier les moyens pour piéger le gaz

A.5. Choix du type d'isolation.

Le choix d'un type d'isolation convenable doit prendre en considération l'efficacité recherchée et le prix de revient. En général, les réservoirs de grandes dimensions seront plus facilement isolés avec des poudres, la perlite, et les petits cryostats ainsi que les conteneurs de transport de faible capacité seront soit super-isolés, soit avec une garde d'azote.

Une autre solution peut être ajoutée aux types d'isolation cités, c'est l'écran thermique. Il s'agit d'interposer entre les deux parois, chaude et froide, une surface métallique d'une émissivité faible.

*Propriétés thermo-
physiques des fluides
cryogéniques*

ANNEXE B

Tableau B.1 : Propriétés des principaux Cryo-Fluides

Propriétés de quelques fluides		He3	He4	H ₂	D ₂	Ne	N ₂	O ₂	Ar	CH ₄	H ₂ O
Température d'ébullition à p normale (1.013 .10 ⁵ Pa) (K) – Téb -		3.2	4.2	20.4	23.6	27.1	77.3	90.2	87.3	111.7	373.15
POINT TRIPLE	Tt en K	-	-	13.95	17.80	24.50	63.14	54.40	84.00	90.70	273.16
	Pt en hPa	-	-	72	170	424	125	2	670	116	6
POINT CRITIQUE	Tc en K	3.33	5.20	33.20	38.30	44.40	126.10	154.40	150.80	191.00	647.14
	Pc en 10 ⁵ Pa	1.16	2.23	12.80	16.50	26.60	33.10	49.50	47.70	45.80	220.60
Volume de gaz provenant de l'évaporation d'1 litre de liquide	à Téb et p normale (l)	2.5	7.3	54.6	70.0	127.0	180.0	260.0	240.0	250.0	-
	à T et p normale (l)	455	700	790	900	1355	682	798	784	595	-
Chaleur latente L de vaporisation à Téb et p normale (J/g)		8.2	21	452	305	86	199,6	213	157	510	2250
Enthalpie sensible entre Téb et 300 K (kJ/kg)		2080	1550	3800	2048	280	233	193	112	402	
Taux d'évaporation (Wh/l) = nombre de watts à déposer pour vaporiser 1 litre en1 heure		0.14	0.7	9.0	13.6	29	45	68	61	60	624
Capacité calorifique à pression constante (J/g.K) à 0°C et 1 bar		-	5.20	14.05	-	1.03	1.038	0.909	0.52	2.19	1.842 (à 100°C)
Conductibilité thermique du gaz à Téb (mW/m.K)		-	10	15	<40	8	7.6	9	8	8.7	22
Conductibilité thermique du gaz à p normale et 300 K (mW/m.K)		-	152	181	137	50	26	27	18	31	-
Masse volumique du liquide à p normale (kg/m ³)		59	125	71	161	1210	810	1140	1400	425	998
Masse volumique de la vapeur saturante à p normale (kg/m ³)		24	17	1.3	2.3	9.5	4.5	4.4	5.8	1.7	0.77
Masse volumique du gaz à p et T normales (kg/m ³)		0.13	0.18	0.09	0.18	0.9	1.25	1.43	1.8	0.55	-
Viscosité du liquide à Téb (µPa.s)		2	3.6	13	16.2	125	160	190	260	120	278
Viscosité du gaz à Téb (µPa.s)		1.2	1	1	1.5	4.5	5	7	8	4.4	12.5
Viscosité du gaz à Tambiante (µPa.s)		-	20	9	13	30	17	20	22	11	-
Permittivité du liquid		-	1.05	1.23	1.27	1.19	1.44	1.48	1.54	1.68	80

Tableau B.2 : Propriétés d'Azote

	Unité	Valeur
Poids moléculaire	kg/kmol	28,013
Point d'ébullition normale (1,01285 bar)	K	77,348
Point critique		
Température	K	125,98
Pression	Bar	33,93
RT crc/Mpc	-	3,426
Tb/Tc	-	0,62
Point triple		
Température	K	63,148
Pression	mbar	126,1
Densité		
Gaz, 273 K, 1bar	kg/m ³	1,2342
Point critique	kg/m ³	311
Vapeur au Tb	kg/m ³	4,59
Liquide au Tb	kg/m ³	810
Solide à Tt	kg/m ³	946
Au point Zéro T=0, p=0	kg/m ³	1137
Vol. Gaz à 273K, 1bar	kg/m ³	682
A partir d'1 m ³ liquide	m ³ /m ³	
Chaleur latente		
Evaporation au Tb	k/g	199,6
Fusion à Tt	k/g	25,73
Evapor. Entropie	J/mol.k	72
Capacité de chaleur spécifique		
Gaz, 273 K, 1bar	J/g.K	1,042
Vapeur au Tb	J/g.K	1,039
Liquide au Tb	J/g.K	2,03
Cp/Cv, 1bar, 300K	-	1,401
Energie minimale de liquéfaction	J/g	766
Constante diélectrique		
Gaz, 273 K, 1bar	10-avr	5,87
Vapeur au Tb	10-mars	2,08
Liquide au Tb		1,4318
Tension de surface au Tb	10-3 J/m ²	8,8
Viscosité		
Gaz à Tc, 1bar	10 ⁻⁷ kg/ms	166,3
Vapeur au Tb	10 ⁻⁷ kg/ms	86,2
Liquide au Tb	10 ⁻⁷ kg/ms	55
Conductivité de la chaleur		
Gaz, 273 K, 1bar	10 ⁻³ W/m K	24
Gaz à Tc, 1bar	10 ⁻³ W/m K	12,6
Vapeur au Tb	10 ⁻³ W/m K	7,5
Liquide au Tb	10 ⁻³ W/m K	139,8

Résumé :

Cette étude repose sur un travail expérimental réalisé précédemment sur un cryostat d'Azote liquide pour lequel les distributions de températures sur le col et les températures et débits des vapeurs issues du bain cryogénique ont été mesurées. Le travail présenté ici consiste en une étude théorique détaillée des transferts thermiques couplés (convection, conduction et rayonnement) de ce cryostat. Par une discrétisation en éléments de surface du col du cryostat, on applique le bilan énergétique à paramètre variable du milieu où sont localisés les phénomènes de transfert qui provoquent l'évaporation du fluide cryogénique. Le mode de transfert par rayonnement est dominant par rapport aux autres modes, pour le déterminer on calcule le flux net radiatif de chaque élément de surface en se basant sur la méthode de la radiosité qui est aussi une fonction du facteur de forme.

Cette étude a permis de mettre en œuvre un code de calcul en langage Fortran qui peut être appliqué pour des réservoirs de stockage cryogéniques de moyenne et grande capacité tels que (Azote, Méthane... Etc.). La validation du code pour un réservoir d'azote industriel a été faite et donne un taux d'évaporation acceptable par rapport à celui du constructeur.

Mots clés: Cryogénie; cryostat à LN₂ / Facteur de forme /Transfert thermiques couplés.

Abstract:

This study is based on an experimental work realized before on a liquid Nitrogen cryostat in which the distributions of temperatures on the neck and the temperatures and flows of the vapor resulting from the cryogenic bath were measured. Work presented here consists of a detailed theoretical study of the coupled thermal transfers (convection, conduction and radiation) in this cryostat. We apply the heat balance to elementary surfaces of the neck to estimate in the best way the rate of evaporation of the cryogenic fluid that is caused by different transfer of heat coupled infiltrated inside the cryogenic fluid in particular the radiation, this last is dominated on the others. To determine it we have to calculate the pure flow of each surface. We base on the method of the radiosity which depends on the form factor. This study allows us to put a calculated tool with FORTRAN language. That can be applied for storage tanks of average and large capacity such as (Nitrogen and methane). The validation of the tool for a nitrogen tank gives us an acceptable rate of evaporation compared to that of the manufacturer.

Keywords: Cryogenic; Cryostat of LN₂ liquid/Form factor/ Coupled heat transfer.

: ملخص

هذه الدراسة تستند إلى عمل تجريبي حقق من قبل على حاوية نetroجين سائل و التي من أجلها تم قياس التوزيع الحراري على عنق الحاوية، و كذا كمية السائل المتبخر و حرارته. العمل المقدم هنا يتمثل في دراسة نظرية مفصلة حول الانتقال الحراري المرتبط (المتحول، الانتقالي و الإشعاعي) داخل الحاوية. عن طريق تجزئة عنق الحاوية إلى قطع صغيرة و تطبيق الحوصلة الطاقوية عليها ذات العناصر المتغيرة الوسط حيث تم رصد الأسباب الحرارية التي تسبب تبخر سائل النetroجين. الانتقال الحراري الإشعاعي هو المسيطر بالنسبة للانتقالات الحرارية الأخرى، و لإيجاده نحسب تدفق الصافي الإشعاعي لكل عنصر من المساحة بالاعتماد على طريقة الإشعاعية والتي ترتبط بالعامل الشكلي. هذه الدراسة سمحت لنا بوضع برنامج حاسوب بلغة الفولتران و الذي نستطيع تطبيقه على أحواض تخزين السوائل ذات الحرارة المنخفضة مثل (الميثان و نetroجين...الخ). مطابقة هذا البرنامج على خزان نetroجين صناعي أعطت نسبة تبخر معقولة مقارنة مع صانع.

حاوية نetroجين سائل/ معامل الشكل/ الانتقال الحراري المرتبط. مفاتيح الكلام