

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI  
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

## **THESE**

Présentée pour obtenir le diplôme de

### **DOCTORAT EN SCIENCES**

Spécialité : GENIE MECANIQUE

Option : CONSTRUCTION MECANIQUE

Par :

**AMOURI Ammar**

## **THEME**

### **CONTRIBUTION A LA MODELISATION DYNAMIQUE D'UN ROBOT FLEXIBLE BIONIQUE**

**Soutenue le : 02/07/2017**

Devant le Jury :

Président :	Mr. Ali BOUCHOUCHA	Prof.	Université de Constantine 1
Rapporteurs :	Mr. Abdelouahab ZAATRI	Prof.	Université de Constantine 1
	Mr. Chawki MAHFOUDI	Prof.	Université d'Oum el Bouaghi
Examineurs :	Mr. Smail BENISSAAD	Prof.	Université de Constantine 1
	Mr. Belkacem BARKAT	Prof.	Université de Batna 2
	Mr. Ridha KELAIAIA	MCA.	Université de Skikda
Invité :	Mr. Rochdi MERZOUKI	Prof.	CRISTAL UMR-CNRS, Université de Lille1, France

**Année : 2017**

# Remerciements

Avant tout, mes remerciements sont adressés à mon Dieu **ALLAH** le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail afin que je puisse arriver à ce niveau.

Ce travail de recherche a été effectué à l'université des Frères Mentouri, Constantine 1, sous la direction scientifique de Monsieur le professeur **Abdelouahab ZAATRI**, qui m'a accompagné et dirigé tout au long de ce travail. Je lui suis reconnaissant pour sa disponibilité, ses généreux secours au cours de certains de mes moments difficiles, son enthousiasme et sa confiance.

Mes remerciements vont conjointement à mon Co-directeur de thèse, le professeur **Chawki MAHFOUDI** de l'université Larbi Ben M'hidi d'Oum el Bouaghi, pour sa disponibilité totale, son suivi quotidien de mes travaux et ses précieux conseils et son encadrement parfait.

Mes remerciements particuliers iront tout naturellement à Monsieur **Rochdi MERZOUKI**, professeur à l'université de Lille 1, laboratoire de CRISTAL UMR-CNRS, de m'avoir proposé ce thème et pour les réflexions, les questions et les conseils qu'il m'a prodigué d'une manière permanente tout au long de ce parcours difficile. Je salue en lui son attitude et sa contribution proprement scientifique vis-à-vis d'un thème aussi complexe dans le domaine de la robotique.

Je suis très honoré que Monsieur **Ali BOUCHOUCHA**, Professeur à l'université des Frères Mentouri, Constantine 1, ait accepté de présider le jury de cette thèse. Je remercie également Messieurs **Smail BENISSAAD**, Professeur à l'université des Frères Mentouri, Constantine 1, **Belkacem BERKAT**, Professeur à l'université de Batna 2 et **Ridha KELAIAIA**, Maître de Conférence à l'université 20 Août 1955 de Skikda, d'avoir accepté de participer à ce jury et pour leurs observations enrichissantes et leurs conseils.

Je tiens également à adresser tous mes remerciements à Monsieur **Allaoua BOULAHIA**, Maître de Conférence à l'université Larbi Ben M'hidi d'Oum El Bouaghi pour son aide, son

orientation, ses conseils, qui ont constitué un apport considérable sans lequel ce travail n'aurait pas pu être mené bon port.

Mes remerciements s'adressent également à tous mes collègues de département de Génie Mécanique de l'université des Frères Mentouri, Constantine 1, ainsi que mes collègues de l'Unité de Recherche en Matériaux Avancées URMA/CRTI à Annaba pour leurs soutiens. Je tiens également à adresser tous mes remerciements à Monsieur **Hazem MERADI** directeur de l'Unité pour son aide et sa flexibilité qui m'a donné la possibilité d'avoir un compromis entre les travaux de recherche au niveau de l'unité et mes travaux de thèse. Et à mon frère le Docteur **Azzouz AMOURI** et tous mes amis et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail.

Enfin je ne pourrais pas terminer ces remerciements sans une pensée à l'ensemble de mes enseignants de toutes les phases scolaire qui sont à l'origine de tout mon savoir et qui m'apprent à lire et à écrire.

# Dédicaces

A la mémoire de mon père,

A ma très chère mère,

A mon épouse,

A mes enfants : Djouhaina, Ayoub, Chahd, Djaber et la petite Rimas,

A ma grande famille,

A tous mes amis.

## **Résumé**

Cette thèse s'intéresse à la conception, la modélisation géométrique, cinématique et dynamique des robots flexibles bioniques. En particulier, on s'intéresse principalement aux robots flexibles actionnés par câbles et au robot bionique nommé "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)".

Initialement, nous avons proposé deux conceptions de robots flexibles, dont un robot planaire et un robot spatial, actionnés par câbles. Sur base de cette étude, nous avons entrepris la réalisation d'un prototype à une seule section flexible. Cette conception et réalisation ont également été exploitées pour estimer les paramètres inertiels qui seront utilisés dans les modèles dynamiques de ces prototypes. En premier lieu, les formulations mathématiques décrivant la structure du robot flexible, qui représente un cas général des robots flexible multi-section, sont données. Ensuite, nous avons développé une approche pour la résolution du problème lié à la modélisation géométrique inverse des robots flexibles multi-sections, en considérant l'hypothèse que chaque section flexible se courbe selon un arc de cercle tout en gardant l'axe principal de la structure inextensible. Le problème a été formulé mathématiquement en termes d'optimisation d'une fonction de coût quadratique sous contraintes d'égalité (conservation de longueurs). Le problème a été résolu en développant un algorithme d'optimisation incluant les méthodes métaheuristiques nommément l'optimisation par essaim des particules (PSO) et l'algorithme génétique (GA). Cette approche a été validée par simulation et deux bancs d'expérimentation sur le robot CBHA. Puis, nous avons proposé des modèles dynamiques, direct et inverse, pour les deux robots flexibles, planaire et spatial, actionnés par câbles en utilisant la méthode de Lagrange. Afin de simplifier les calculs et d'éviter certaines singularités numériques, les modèles dynamiques ont été approximés par des séries de Taylor. Ces modèles ont été validés par des simulations sous l'environnement MATLAB. En plus, le modèle dynamique inverse a été validé par des mesures réelles obtenues avec le robot UR5. Enfin, un contrôleur proportionnel- intégral- dérivé (PID) est proposé pour assurer le suivi de trajectoires par la méthode de point à point.

### **Mots-clés :**

Robots flexibles multi-sections, conception, modélisation géométrique, méthodes métaheuristiques, modélisation dynamique, commande.

## **Abstract**

This thesis deals with the design, geometric, kinematic and dynamic modeling of bionic flexible robots. In particular, we are mainly interested in cable-driven flexible robots and a bionic robot named “Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)”.

Initially, we have proposed two kind of design of flexible robots, including a planar robot and a space robot, both powered by cables. Based on this study, we have undertaken the construction of a prototype with a single flexible section. This design and realization have also been used to estimate the inertial parameters that will be used in the dynamic models of these prototypes. First, we have developed the mathematical formulations describing the structure of the flexible robots which represents a general case of multi-section flexible robots. Next, we have developed an approach for solving the problem of inverse geometric modeling of multi-section flexible robots, assuming that each flexible section bends as a circular arc while keeping the principal axis of the structure inextensible. The problem was formulated mathematically in terms of optimization of a quadratic cost function under some constraints of equality (lengths conservation). The problem has been solved by developing an optimization algorithm including metaheuristic methods, namely the Particle Swarm Optimization (PSO) and the Genetic Algorithm (GA). This approach was validated by simulation and two experimental test benches performed on the CBHA robot. Then, we have also proposed dynamic models, direct and inverse, for the two cable-driven flexible robots, planar and spatial, using the Lagrange method. In order to simplify the calculations and avoid some numerical singularities, the dynamic models were approximated by expansion of Taylor's series. These models have been validated by simulations under the MATLAB environment. In addition, the inverse dynamic model was validated by real measurements obtained from the robot UR5. Finally, a proportional-integral-derivative controller (PID) has been proposed to track trajectories using the point-to-point method.

### **Keywords:**

Multi-section flexible robots, design, geometric modeling, metaheuristic methods, dynamic modeling, control.

## ملخص

تتناول هذه الأطروحة التصميم، النمذجة الهندسية، الحركية و الديناميكية للروبوتات المرنة المستوحاة من الكائنات الحية. على وجه الخصوص، نهتم أساسا بالروبوتات المرنة المحركة بالكوابل و الروبوت المرن الشبيه بخرطوم الفيل المسمى " Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)".

في البداية، اقترحنا تصميمين من الروبوتات المرنة، بما في ذلك الروبوت ثنائي الأبعاد والروبوت ثلاثي الأبعاد، المحركة بالكوابل. و بناء على هذه الدراسة، قمنا بانجاز نموذج أولي متكون من قسم مرن واحد. و قد استخدم هذا التصميم و النموذج لتقدير معاملات العطالة التي ستستخدم في النماذج الديناميكية. أولا، قمنا بإنشاء الصيغ الرياضية التي تصف تكوين الروبوت المرن و الذي يمثل الحالة العامة للروبوتات المرنة متعددة الأقسام. بعد ذلك، قمنا بتطوير مقارنة لحل مشكلة النمذجة الهندسية العكسية للروبوتات المرنة متعددة الأقسام، بافتراض أن كل قسم مرن ينحني على شكل قوس دائري مع الحفاظ على طول المحور الرئيسي للهيكل غير قابل للتمدد. و قد صيغت المشكلة رياضيا على شكل التحسين من دالة التكلفة ذات الشكل التربيعي في ظل قيود المساواة (الحفاظ على الطول). و قد تم حل المشكلة من خلال تطوير خوارزمية التحسين باستعمال طرق الاستكشاف و هي خوارزمية سرب الجسيمات (PSO) والخوارزمية الجينية (GA). تم التحقق من هذا النهج من خلال محاكاة و تجربتين مختلفتين على الروبوت "CBHA". ثم، اقترحنا نماذج ديناميكية، مباشرة وعكسية، للروبوتات المرنة المحركة بالكوابل، ثنائي وثلاثي الأبعاد، وذلك باستخدام طريقة لاغرانج (Lagrange). من أجل تبسيط الحسابات و تجنب بعض الفروق العديدة، تم تقريب النماذج الديناميكية بواسطة سلاسل تايلور (Taylor). و قد تم التحقق من هذه النماذج من خلال المحاكاة باستعمال البرمجيات ماتلاب (MATLAB). بالإضافة إلى ذلك، تم التحقق من صحة النموذج الديناميكي العكسي بقياسات تجريبية تم الحصول عليها بواسطة الروبوت UR5. و أخيرا، اقترحنا وحدة تحكم تناسب-تكامل-اشتقاق (PID) لتتبع المسارات باستخدام طريقة من نقطة إلى نقطة.

## كلمات مفتاحية:

روبوت مرن متعدد المقاطع، التصميم، النمذجة الهندسية، طرق الاستكشاف، النمذجة الديناميكية، التحكم

## Table des matières

Table des matières .....	iv
Table des figures .....	viii
Liste des tableaux .....	xii
Index .....	xiii
Liste des abréviations .....	xvi
<b>Introduction générale</b> .....	<b>1</b>
A. Motivation et contexte de la thèse .....	2
B. Objectifs de la thèse .....	3
C. Contributions .....	3
D. Organisation du manuscrit .....	4
<b>1. Etat de l'art sur les robots flexibles bioniques</b> .....	<b>6</b>
1.1. Introduction .....	7
1.2. Quelques types des robots flexibles bioniques .....	9
1.3. Approches de modélisation .....	17
1.3.1 Modélisation géométrique directe .....	18
1.3.2. Modélisation géométrique inverse .....	19
1.3.3. Modélisation dynamique .....	21
1.4. Conclusion .....	21
<b>2. Conception et réalisation des robots flexibles actionnés par câbles</b> .....	<b>23</b>
2.1. Introduction .....	24
2.2. Etude conceptuelle des robots flexibles actionnés par câbles .....	24
2.2.1. Introduction .....	24
2.2.2. Conception d'un robot flexible planaire .....	25
2.2.3. Conception d'un robot flexible spatial .....	25
2.3. Réalisation du robot flexible actionné par câbles .....	26
2.3.1. La tige flexible (l'épine dorsale) .....	27

2.3.2.	Les câbles d'actionnement .....	27
2.3.3.	Les disques de guidage .....	27
2.3.4.	Les moteurs électriques .....	27
2.4.	Conclusion .....	28
<b>3.</b>	<b>Modélisation géométrique d'un robot flexible multi-section</b>	<b>29</b>
3.1.	Introduction .....	30
3.2.	Description géométrique de la structure .....	30
3.3.	Hypothèses de modélisation .....	34
3.4.	Modèle géométrique direct .....	34
3.4.1.	Modèle géométrique direct d'une unité $(j, k)$ .....	35
3.4.1.1.	Transformation spécifique .....	36
3.4.1.2.	Transformation indépendante .....	37
3.4.2.	Modèle géométrique direct d'une section flexible $(k)$ .....	38
3.4.3.	Modèle géométrique direct du robot multi-section .....	38
3.5.	Modèle géométrique inverse .....	39
3.5.1	Modèle géométrique inverse d'une section flexible $(k)$ .....	40
3.5.2.	Réduction du problème .....	42
3.5.2.1.	Calcul des paramètres d'un arc de cercle .....	43
3.5.2.2.	Calcul des longueurs de câbles .....	44
3.5.3.	Modèle géométrique inverse du robot multi-section .....	47
3.6.	Applications .....	48
3.6.1.	Simulation du modèle géométrique direct .....	48
3.6.2.	Simulation du modèle géométrique inverse .....	51
3.7.	Conclusion .....	52
<b>4.</b>	<b>Génération de mouvements et Optimisation</b>	<b>53</b>
4.1.	Introduction .....	54
4.2.	Définition de la génération de mouvements .....	54
4.3.	Etude de l'espace de travail .....	55
4.4.	Détermination des points extrêmes .....	57
4.4.1.	Formulation du problème .....	57
4.4.2.	Les métaheuristiques .....	58

4.4.2.1.	Optimisation par essaim des particules .....	59
4.4.2.2.	Optimisation par les algorithmes génétiques .....	61
4.4.2.3.	Organisation du problème .....	61
4.5.	Résolution du modèle géométrique inverse du robot flexible multi-section .....	62
4.6.	Résultats de simulation .....	63
4.6.1.	Exemple 1 : suivi de la trajectoire .....	63
4.6.2.	Exemple 2 : comparaison des deux méthodes métaheuristiques (PSO et GA) .....	67
4.6.3.	Exemple 3 : évitement d'obstacles, inspection des objets .....	67
4.7.	Résultats expérimentaux .....	70
4.7.1.	Description de la première expérience .....	71
4.7.2.	Description de la deuxième expérience .....	74
4.7.3.	Discussion des résultats .....	76
4.8.	Conclusion .....	79
<b>5.</b>	<b>Modélisation cinématique et dynamique des robots flexibles actionnés par câbles</b> .....	<b>80</b>
5.1.	Introduction .....	82
5.2.	Etude cinématique .....	82
5.2.1.	Calcul des coordonnées cinématiques locales .....	82
5.2.1.1.	Position et orientation .....	82
5.2.1.2.	Les vitesses linéaire et angulaire .....	84
5.2.2.	Calcul des coordonnées cinématiques globales .....	84
5.3.	Etude dynamique .....	85
5.3.1.	Introduction .....	85
5.3.2.	Forme générale des équations dynamiques .....	86
5.3.3.	Modèle dynamique du robot flexible multi-section planaire .....	87
5.3.3.1.	Energie cinétique .....	87
5.3.3.2.	Energie potentielle .....	87
5.3.3.3.	Les forces généralisées .....	88
5.3.3.4.	Les équations du mouvement .....	89
5.3.3.5.	Résultats de simulation .....	91
5.3.3.6.	Discussion des résultats .....	94

5.3.4.	Modèle dynamique du robot flexible spatial .....	95
5.3.4.1.	Energie cinétique .....	95
5.3.4.2.	Energie potentielle .....	98
5.3.4.3.	Les forces généralisées .....	98
5.3.4.4.	Les équations du mouvement .....	99
5.3.4.5.	Résultats de simulation .....	100
5.3.4.6.	Résultats expérimentaux .....	102
5.4.	Introduction à la commande .....	104
5.4.1.	Introduction .....	104
5.4.2.	Contrôleur PID .....	105
5.4.3.	Application .....	106
5.5.	Conclusion .....	106
	<b>Conclusion générale</b> .....	<b>108</b>
	<b>Annexes</b> .....	<b>111</b>
	<b>Bibliographie</b> .....	<b>124</b>

## Table des figures

1.1	Classification des robots manipulateurs .....	8
1.2	Tensor Arm Manipulator [17] .....	9
1.3	Les robots flexibles bioniques conçus au sein de l'Université de Clemson : (Droite) Elephant trunk robot [23], (Gauche) Tentacle robot : planaire et spatial [26] .....	11
1.4	(Haut) le robot OctArm IV [27], (Bas) le robot OctArm IV [28] .....	12
1.5	Le robot Air-octor [29] .....	12
1.6	Octopus-Arm [30] : (Gauche) les éléments musculaires de la structure du prototype, (Droite) prototype .....	13
1.7	(Gauche) Octopus-Arm [31], (Droite) Octopus-inspired robotic arm [32] .....	14
1.8	Snake Arm Robots [33] .....	14
1.9	(Gauche) Bionic Handling Arm (BHA) [35], (Droite) RobotinoXT: la trompe bionique "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)" montée sur le robot omnidirectionnel "Robotino" [36] .....	15
2.1	Conception 3D du robot planaire a deux sections flexibles .....	25
2.2	Conception 3D du robot spatial a deux sections flexibles .....	26
2.3	Prototype réalisé .....	26
3.1	Robot flexible multi-section : (a) Description d'un robot flexible multi-section, (b) modélisation de l'axe central du robot .....	31
3.2	Une section flexible $k$ à courbure variable : (a) présentation de la section flexible, (b) placement des repères sur l'axe central .....	32
3.3	(a) Description de l'unité $(j, k)$ , (b) vue planaire au dessous de la base de l'unité $(j, k)$ .....	32
3.4	Unité $(j, k)$ modélisée comme un arc de cercle dans l'espace 3D .....	33
3.5	Vue globale de la modélisation géométrique .....	35
3.6	Une section flexible $k$ à courbure constante : (a) présentation de la section flexible, (b) placement des repères sur l'axe central .....	42

3.7	La section flexible $k$ modélisée comme un arc de cercle dans l'espace 3D .....	43
3.8	Similitude d'une unité $(j, k)$ avec un robot parallèle (3UPS-1UP) .....	45
3.9	Algorithme du calcul du modèle géométrique inverse .....	48
3.10	Déformation des robots pour un jeu de longueurs identiques : $l_1 = 93.69$ mm et $l_2 = l_3 = 103.3$ mm, (a) configuration du robot à courbure variable (forme conique), (b) configuration du robot à courbure constante (forme cylindrique) ...	49
3.11	Les axes centraux du robot conique et cylindrique : la courbe verte pour le robot courbure variable, et la courbe bleue pour le robot à courbure constante .....	50
3.12	Déformation des robots à deux et à trois sections flexibles pour un jeu de longueurs désiré, (a) robot à deux sections, (b) robot à trois sections .....	50
3.13	Application du modèle géométrique inverse au suivi d'une trajectoire circulaire dans l'espace de la tâche : (a) configuration du robot pour $\varphi = 0 : \frac{\pi}{2} : 2\pi$ , (b) variation des longueurs des câbles .....	51
3.14	Les longueurs des câbles en fonction de la variation de l'angle d'orientation $\varphi$ .....	51
4.1	Espace de travail d'une section flexible $k$ : (a) vue 3D, (b) vue du plan $X_k Z_k$ .....	56
4.2	Algorithme de calcul du modèle géométrique inverse .....	62
4.3	Robot manipulateur mobile du laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1 (Polytech-Lille), France. (a) Robotino XT, (b) Compact Bionic Handling Arm (CBHA) .....	64
4.4	Les solutions possibles pour un point désiré de la trajectoire ( $\xi = \pi$ ) .....	65
4.5	La longueur des câbles calculée par les deux algorithmes (PSO : les lignes pointillées pour, et GA : les lignes continues) .....	65
4.6	Le temps de calcul pour les deux algorithmes (PSO et GA) .....	66
4.7	Les valeurs des fonctions de coût par rapport aux échantillons pour les deux algorithmes utilisés (PSO, GA et leurs valeurs moyennes) .....	66
4.8	(a) l'inspection d'un objet sphérique, (b) le suivi d'une trajectoire spatiale avec des orientations spécifiques de la pointe du robot, (c) suivi d'une trajectoire linéaire en présence d'obstacles et avec des orientations spécifiques de la pointe du robot .....	69
4.9	Vue d'ensemble du banc d'essais de la première expérience (laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France).....	71

4.10	La trajectoire réelle générée par le manipulateur KUKA .....	72
4.11	Architecture de la validation du MGI .....	72
4.12	Les longueurs mesurées et calculées de la première expérience .....	73
4.13	Vue d'ensemble du banc d'essais de la deuxième expérience (laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France) .....	74
4.14	La trajectoire réelle issue de potentiomètres .....	75
4.15	Les longueurs mesurées et calculées de la deuxième expérience .....	76
5.1	Paramètres géométriques de l'axe central de la section flexible ( $k$ ) .....	83
5.2	Schéma explicative de la variation des tensions des câbles pour la première section flexible en fonction de l'angle d'orientation $\varphi_1$ .....	88
5.3	Réponse d'actionnement nul pour le premier cas .....	91
5.4	Réponse d'actionnement nul pour le deuxième cas .....	92
5.5	Premières oscillations du robot flexible après sa libération. (a) premier cas, (b) deuxième cas .....	92
5.6	Réponse dynamique d'actionnement du câble 1 de la première section flexible ..	93
5.7	Evolutions temporelles des tensions des câbles .....	93
5.8	Quelques poses du robot flexible .....	94
5.9	Evolution temporelle des longueurs de câbles .....	94
5.10	Les valeurs des facteurs exacts et équivalents de $H_1$ et $H_2$ et leurs erreurs .....	96
5.11	Les valeurs des facteurs exacts et équivalents de $H_3$ et $H_4$ et leurs erreurs .....	98
5.12	Réponse d'action nulle pour de l'angle de flexion $\theta = \pi/4$ et angle d'orientation $\varphi = 0$ .....	101
5.13	Réponse de la dynamique directe sous l'effet de l'actionnement du câble 1 .....	101
5.14	Evolutions temporelles de tension des câbles .....	102
5.15	Vue d'ensemble du banc d'essai (unité de recherche en matériaux avancés URMA/CRTI, Annaba) .....	103
5.16	Coordonnées cartésiennes mesurées et calculées de la pointe de la tige flexible ..	104
5.17	Erreurs euclidiennes entre les coordonnées cartésiennes mesurées et calculées de la pointe de la tige flexible en fonction de la force d'actionnement .....	104
5.18	Schéma de la commande PID .....	205
5.19	Réponse dynamique de l'actionnement du câble 1 avec le contrôleur PID et sa tension .....	106

C.1	(Droite) Définition des rayons $d_{j-1,k}$ et $d_{j,k}$ , (Gauche) Définition des différentes longueurs et rayons de courbure de l'unité $(j, k)$ pour $\varphi_{j,k} = 0$ .....	114
C.2	Définition des différents rayons de courbure de l'unité $(j, k)$ pour $\varphi_{j,k} \neq 0$ .....	115

## Liste des tableaux

1.1	Quelques types de robots hyper-redondants .....	10
1.2	Quelques types de robots flexibles .....	16
1.3	Quelques types de robots de type canule active .....	17
4.1	Paramètres géométriques du robot CBHA .....	64
4.2	Paramètres des métaheuristiques .....	64
4.3	la valeur moyenne du temps de calcul et de la fonction coût pour les deux algorithmes (PSO, GA) .....	67
4.4	la valeur moyenne du temps de calcul et de la fonction coût pour les deux algorithmes pour chaque robot .....	67
4.5	Les contributions récentes sur la modélisation géométrique inverse des robots flexibles continuum .....	78
5.1	Paramètres du robot flexible .....	92
5.2	Paramètres du prototype .....	101
A.1	Les composantes principales du robot flexible planaire : Conception 3D .....	110
B.1	Les composantes principales du robot flexible spatial : Conception 3D .....	111
B.2	Quelques images du prototype réalisé .....	112

## Index

$A_{i,j,k}$	point d'attachement du segment $i$ avec la plate-forme mobile de l'unité $(j, k)$
$B_{i,j,k}$	point d'attachement du segment $i$ avec la base de l'unité $(j, k)$
$c_1$	coefficient d'accélération, constant
$c_2$	coefficient d'accélération, constant
$d_{j,k}$	distance radiale
$E$	module de Young
$\mathbf{f}$	fonction coût
$F_i$	tension dans le câble $i$
$g$	constante de la gravité
$\mathbf{G}_\chi$	contraintes supplémentaires
$i$	indice des segments, $i = 1, 2, 3$
$I_t$	moment d'inertie de la tige flexible
$I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}$	moment d'inertie du disque suivant les axes $x, y$ et $z$ respectivement
$\mathbb{I}_k$	moment d'inertie du disque $k$ exprimé dans le repère de référence $\mathcal{R}_0$
$j$	indice de l'unité, $j = 1, 2, \dots, m$
$k$	indice de la section flexible, $k = 1, 2, \dots, n$
$l_{i,j,k}$	longueur du segment $i$ de l'unité $(j, k)$
$\ell_k$	longueur théorique (calculée) de la section flexible $k$
$\ell_{r,k}$	longueur réelle de la section flexible $k$
$l_x, l_y, l_z$	composantes du vecteur $\mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}}$ exprimé dans le repère $\mathcal{R}_{B_{i,j,k}}$
$m$	nombre des unités
$m_d$	masse du disque
$m_t$	masse de la tige flexible
$n$	nombre des sections flexibles
$n_{obs}$	nombre des obstacles
$N$	nombre des contraintes
$\mathbf{n}, \mathbf{b}, \mathbf{t}$	vecteurs unitaires de la matrice $\mathbf{R}_k^{k-1}$ définissant le repère $\mathcal{R}_k$ dans $\mathcal{R}_{k-1}$

$p$	particule
$\mathbf{q}$	coordonnées généralisées
$\mathbf{q}_p$	vecteur des coordonnées cartésiennes
$\mathbf{q}_r$	vecteur des angles d'orientation
$Q_k$	forces généralisées
$r_{mn}$	élément des cosinus directeurs de la matrice $\mathbf{R}_{j,k}^{j-1,k}$
$\mathbf{r}_k$	vecteur position du disque $k$ par rapport au repère de référence $\mathcal{R}_0$
$\mathbf{R}_k^{k-1}$	matrice (3 × 3) définissant l'orientation du repère $\mathcal{R}_k$ dans le repère $\mathcal{R}_{k-1}$
$s$	abscisse curviligne
$t$	temps
$t$	itération
$T$	énergie cinétique
$\mathbf{T}_k^{k-1}$	matrice de transformation homogène (4 × 4), définissant le repère $\mathcal{R}_k$ dans le repère $\mathcal{R}_{k-1}$
$\mathbf{v}_k$	vitesse linéaire du disque $k$
$v_p^t$	vitesse de la particule $p$ à l'itération $t$
$U$	énergie potentielle
$x_p^t$	position de la particule $p$ à l'itération $t$
$X_k, Y_k, Z_k$	cordonnées cartésiennes par rapport au repère local $\mathcal{R}_{k-1}$
$X_n^*, Y_n^*, Z_n^*$	cordonnées cartésiennes par rapport au repère de référence $\mathcal{R}_0$
$X_{gbest}^t$	meilleure position trouvé par l'essaim
$X_{pbest}^t$	meilleure position par laquelle la particule $p$ est déjà passée
$\gamma_{i,k}$	angle d'arrangement des segments dans une distance rotative de 120°
$\theta_k$	angle de flexion dans le plan de courbure de la section flexible $k$
$\Theta_{j,k}$	angle de tangage (angles de Cardan), correspond à la rotation autour de l'axe $y_{j,k}$
$\Psi_{j,k}$	angle de lacet (angles de Cardan), correspond à la rotation autour de l'axe $x_{j,k}$
$\kappa_k$	courbure de la section flexible $k$ , le rayon de courbure associé est : $r_k = 1/\kappa_k$
$\xi$	pas d'échantillonnage
$\rho_1$	nombre aléatoire tiré uniformément dans [0, 1]
$\rho_2$	nombre aléatoire tiré uniformément dans [0, 1]
$\varphi_k$	angle d'orientation du plan de courbure de la section flexible $k$

$\chi$	indice de contraintes supplémentaires
$\omega$	coefficient d'inertie, généralement constant
$\omega_k$	vitesse angulaire du disque $k$
$\cdot$	désigné la première dérivée par rapport au temps
$\hat{\phantom{x}}$	désigné la matrice antisymétrique

## Liste des abréviations

BHA	Bionic Handling Arm
CBHA	Compact Bionic Handling Arm
ddl	degré de liberté
GA	Algorithme génétique (Genetic Algorithm)
MGD	Modèle Géométrique Direct
MGI	Modèle Géométrique Inverse
PSO	Optimisation par essaim de particules (Particle Swarm Optimization)
SMA	Structure Mécanique Articulée
SQP	Programme quadratique séquentiel (Sequential Quadratic Program)

# Introduction générale

## Sommaire

---

A.	Motivation et contexte de la thèse .....	2
B.	Objectifs de la thèse .....	3
C.	Contributions .....	3
D.	Organisation du manuscrit .....	4

---

Le développement dans le domaine de la robotique a vu un grand progrès dans les dernières décennies. Les premiers robots créés sont généralement inspiré d'une architecture anthropomorphe avec des corps et des liaisons rigides, rotoïdes ou prismatiques, ce qui répond tout à fait à des tâches industrielles dont l'espace de travail est prédéfini et structuré. Malgré que ces robots disposent d'un grand volume de travail et sont relativement simples sur le plan des calculs, ils présentent des inconvénients quand il s'agit de réaliser des tâches à précision ou à vitesses élevées. Pour répondre à ces exigences, les chercheurs ont dirigés leurs efforts vers la création de structures parallèles capables d'effectuer des tâches de plus en plus complexes et variées demandant de meilleures performances. Cependant, les robots parallèles souffrent souvent de leur volume de travail réduit, comparé à celui des robots sériels. Une autre catégorie de robots dits hybrides a été créée, il s'agit d'une combinaison des deux structures précédentes.

Ces catégories de robots sus-citées ont eu et ont encore de nos jours du succès dans le domaine industriel, mais sont limitées généralement à un environnement soigneusement contrôlé, et tenus à l'écart des humains à cause de certain nombre de problèmes et difficultés. La rigidité des corps, par exemple, pose le risque de sécurité inhérent sur les humains travaillant en collaboration étroite avec les robots ; aussi malgré un excellent mode de manœuvres dans un environnement ouvert, ces robots perdent leur avantage lors de l'utilisation dans un environnement complexe, à savoir l'inspection des endroits confinés et encombrés [1]. Pour faire face à ces problèmes et ces difficultés, les ambitions des chercheurs sont dirigées vers la création de structures d'architectures mécaniques souples et flexibles

inspirées directement de la biologie similaires à certains appendices et tentacules des animaux.

Dans cette catégorie, le robot manipulateur ne possède ni corps rigides ni liaisons discrètes dans son architecture ; son corps est souple et flexible semblable à une trompe d'éléphant ou au bras d'un poulpe. Le robot dont le corps est flexible, peut se mouvoir sur une grande variété de terrains et capables d'effectuer de grandes déformations dans son espace de travail, ce qui le rend bien adapté à l'exploration et l'inspection des environnements complexes. Plusieurs appellations sont utilisés dans la littérature pour cette catégorie de robots, à savoir : les robots bio-inspirés, les robots flexibles continuum, les robots biomimétiques et les robots flexibles bioniques [1], [2], [3].

Du point de vue modélisation, à la différence des robots traditionnels rigides, les robots flexibles bioniques sont plus difficiles à modéliser et à construire en raison de leur manque de rigidité et du nombre important de degrés de liberté que requièrent les modèles géométriques sous leur forme continue. Les approches usuelles de modélisation, dans lesquelles des repères sont attachés à chaque articulation, sont inappropriées pour ces types de robots, leurs modélisation nécessite d'avoir un modèle continu de l'axe central de la structure [1]. Ainsi, la recherche sur la modélisation de ce type de robots est concentrée sur les façons de développer le modèle géométrique tout en respectant au maximum les spécificités et les propriétés mécaniques du robot considéré.

Une étude préliminaire sur la modélisation de robots flexibles bioniques, notamment la modélisation géométrique inverse, a montré qu'il n'existe pas à ce jour un modèle général capable de modéliser ces types de robots. La majorité des approches proposées ont été validées numériquement et expérimentalement sur un nombre de sections inférieur ou égal à trois, et chaque approche est spécifiée pour le robot considéré. Plus le nombre des sections flexibles augmente, plus les problèmes de la résolution du modèle géométrique inverse seront plus compliqués.

#### **A. Motivation et contexte de la thèse**

Dans ce contexte, le travail envisagé consiste à concevoir et à développer des modèles mathématiques en vue de contribuer à la résolution des problèmes liée à la modélisation, qu'ils soient géométrique, cinématique ou dynamique, des robots flexibles multi-sections. En particulier, on se propose de développer un modèle mathématique, concernant la modélisation

géométrique inverse, capable de modéliser les robots flexibles multi-sections sous certaines hypothèses et en restant conforme aux propriétés mécaniques du robot. On se propose également de concevoir et de réaliser des robots flexibles qui formeront une plateforme d'étude, et qui servira à tester les approches proposées en question. La modélisation dynamique et la commande seront aussi au centre de notre étude.

## **B. Objectifs de la thèse**

L'objectif principal de notre étude est de contribuer au développement des modèles ou à des approches de modélisation, qu'ils soient géométrique, cinématique ou dynamique, pour les robots flexibles multi-sections.

Ce travail de recherche est divisé en quatre étapes :

- La première étape cible l'état de l'art des robots flexibles continuum en étudiant bien sur les types des robots existants, du point de vue modélisation géométrique et dynamique.
- La deuxième étape consiste à proposer des approches ou des modèles mathématiques permettant la résolution des problèmes de modélisation, géométriques et dynamiques, affectant cette catégorie de robots.
- La troisième étape consiste à concevoir et à réaliser un prototype du robot flexible, qui permettra de tester expérimentalement les approches proposées.
- La quatrième étape consiste à développer un contrôleur PID afin d'assurer le suivi de trajectoires via la méthode de point-à-point.

## **C. Contributions**

Les contributions majeures apportées par ce travail peuvent se résumer dans les points suivants :

- La résolution du problème lié à la modélisation géométrique inverse des robots flexibles multi-sections. Le problème a été formulé mathématiquement en termes d'optimisation d'une fonction de coût quadratique sous contraintes d'égalité. L'approche résultante est capable de modéliser tous les types de robots flexibles multi-sections sous l'hypothèse de courbure constante tout en gardant l'axe central de la structure inextensible.
- Exploitation des techniques connues dans le domaine de la robotique parallèle dans le but de faciliter les calculs liés à la modélisation géométrique, cinématique et dynamique de ce type de robots.

- Exploitation de l'approche métaheuristique proposée dans plusieurs applications robotique, à savoir : la prise d'objet, l'évitement d'obstacles et le suivi des trajectoires avec des orientations spécifiques.
- Le développement des modèles dynamiques pour les robots flexibles, planaire et spatial, actionnés par câbles en utilisant la méthode de Lagrange. Afin de simplifier les calculs et d'éviter certaines singularités numériques, les modèles dynamiques sont approximés par des séries de Taylor.
- Simulation par le logiciel MATLAB des modèles statiques et dynamiques, direct et inverse, proposés pour les robots flexibles multi-sections actionnés par câbles dans le but de vérifier les approches proposées.
- Conception et réalisation des robots flexibles, planaire et spatial, actionnés par câbles. Ces architectures sont également exploitées pour estimer les paramètres inertiels qui seront utilisés pour l'étude des modèles dynamiques de ces prototypes. En outre, le prototype conçu sera utilisé comme une plateforme de recherche pour l'application des différents programmes de la commande et d'autres applications dans le futur.
- Proposition d'un contrôleur proportionnel- intégral- dérivé (PID) pour la commande du robot flexible actionné par câbles.

#### **D. Organisation du manuscrit**

Cette thèse est organisée en cinq chapitres comme suit :

- le premier chapitre est consacré à une étude sur l'état de l'art des robots flexibles continuum d'une façon générale. Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons quelques types des robots flexibles continuum conçus et développés par les chercheurs dans ce domaine, ainsi que leurs utilisations et applications. Ensuite, on a exploré les travaux de recherche en matière de modélisation géométrique et dynamique de ces types de robots.
- Dans le deuxième chapitre, on a présenté les deux conceptions des robots flexibles actionnés par câbles ainsi que le prototype réalisé.
- Le troisième chapitre est consacré à :
  - La description géométrique de la structure du robot : le robot considéré a une structure complexe et qui représente le cas général des robots flexibles multi-sections. Ainsi, pour faciliter les calculs on a supposé que chaque section flexible est une succession de plusieurs unités.

- La modélisation géométrique directe : dans cette partie, un système modulaire a été adapté à l'aide de l'espace de configuration représentant les paramètres de l'arc de cercle. Ainsi, sous l'hypothèse de courbure constante, le modèle géométrique direct (MGD) d'une unité, d'une section flexible et du robot entier sont présentés.
- La modélisation géométrique inverse : dans cette partie, les modèles géométriques inverses d'une unité et d'une section flexible sont présentés. Alors que le modèle géométrique inverse (MGI) du robot entier reste ouvert et sera étudié dans le chapitre suivant.

A la fin de ce chapitre, nous présentons les résultats de simulation pour quelques types de robots.

- Dans le quatrième chapitre, en premier lieu, une introduction sur la génération de mouvements est présentée. Ensuite, l'espace de travail d'une section flexible a été déterminé à partir du modèle géométrique direct. Après cela, le problème du MGI est formulé mathématiquement en termes d'optimisation d'une fonction de coût quadratique sous contraintes d'égalité (conservation des longueurs). Et afin de résoudre ce problème d'optimisation, les méthodes métaheuristiques nommément l'optimisation par essaim des particules (PSO) et l'algorithme génétique (GA) sont utilisées. Les résultats de simulations et expérimentales sont présentés à la fin du chapitre.
- Le cinquième chapitre aborde l'étude dynamique des robots flexibles, planaire et spatial, actionnés par câbles par la méthode de Lagrange. Les modèles sont développés en se basant sur les équations cinématiques des sections flexibles inextensibles et sous les hypothèses de courbure constante et de torsion nulle. Afin de simplifier les calculs et d'éviter certaines singularités numériques, les modèles dynamiques ont été approximés par des séries de Taylor. Des résultats de simulations et expérimentales sont présentés afin de valider les modèles proposés. Une introduction à la commande du robot flexible actionné par câbles est présentée à la fin du chapitre.

La thèse se termine par une conclusion générale qui regroupe de façon succincte les résultats essentiels obtenus ainsi que les perspectives de recherche possible. Dans l'annexe on a présenté les composantes principales des deux robots flexibles actionnés par câbles ainsi que les résultats de certains éléments de calcul.

# Chapitre 1

## Etat de l'art sur les robots flexibles bioniques

### Sommaire

---

1.1.	Introduction .....	7
1.2.	Quelques types des robots flexibles .....	9
1.3.	Approches de modélisation .....	18
1.3.1	Modélisation géométrique directe .....	18
1.3.2.	Modélisation géométrique inverse .....	19
1.3.3.	Modélisation dynamique .....	21
1.4.	Conclusion .....	21

---

## **1.1 Introduction**

Dans les dernières décennies, les robots flexibles bioniques montrent un domaine de recherche rapidement croissant. Divers travaux de recherche ont été menés dans ce sens en vue de concevoir des architectures mécaniques inspirées directement de la biologie, tel que les humains et les animaux, afin de capturer les caractéristiques et les performances des structures remarquables trouvées dans la nature [1]. Les nouveaux robots créés s'inspirent de trompe des éléphants, des serpents, des tentacules et des appendices de certains animaux. Ils sont souvent exploités pour l'éducation ou à usage industriel spécifique à savoir les opérations chirurgicales.

La bionique est une terminologie associée à la transférabilité de solutions biologiques trouvées dans la nature, vers des systèmes d'ingénierie et de technologie moderne [2]. Plusieurs appellations sont utilisées dans la littérature à la place de "robots bioniques", à savoir : les robots biomimétiques, les robots bio-inspirés et les robots continuum.

Du point de vue structurel, les robots manipulateurs peuvent être classés suivant trois catégories [3] : la première catégorie représente les manipulateurs rigides classiques, dont la structure est formée par plusieurs corps rigides reliés entre eux par des articulations prismatiques et/ou rotoïdes. Ces robots ont, le plus souvent et au maximum, six degrés de liberté, ainsi dans un environnement spatial ils auront besoin le plus souvent de tous leurs degrés de liberté juste pour placer l'organe terminal. Cette catégorie est très efficace pour les environnements ouverts, mais dans le cas d'un environnement contraint, il est possible que le manipulateur ne puisse pas atteindre sa position désirée. Cet échec est dû au manque de degrés de liberté, pour y répondre aux conditions des contraintes environnementales et la pose (position et orientation) désirée de l'organe terminal.

Si la redondance du manipulateur augmente, le nombre d'articulations augmente aussi, et le robot manipulateur se déplace vers la deuxième catégorie, qui représente les robots discrets hyper-redondants, connus sous le nom les robots serpentins ; dont le nombre d'articulations est supérieur au nombre de degrés de liberté exigés par la tâche.

La troisième catégorie se nomme les robots continuum. Dans cette catégorie, le robot manipulateur ne possède ni liaisons discrètes ni corps rigides dans son architecture ; son courbure est continue, similaire à celle de la trompe d'éléphant ou des tentacules d'animaux. La figure 1.1 montre ces trois catégories de robots : discrets, serpentins et continuum.

Cependant, les deux dernières catégories sont généralement considérées comme des manipulateurs hyper-redondants partageant beaucoup de similitudes [3]-[6] ; en effet, un

robot serpentin peut être assimilé à un robot continuum. Hannan et Walker [7] ont suggéré un terme plus générique pour ces deux catégories : les robots de type continuum. En raison du grand nombre de conceptions possibles, Robinson et Davies [3] ont ajouté une classification complémentaire selon le mode de fonctionnement et l'endroit de placement des actionneurs mécaniques comme : intrinsèque, extrinsèque ou hybride.

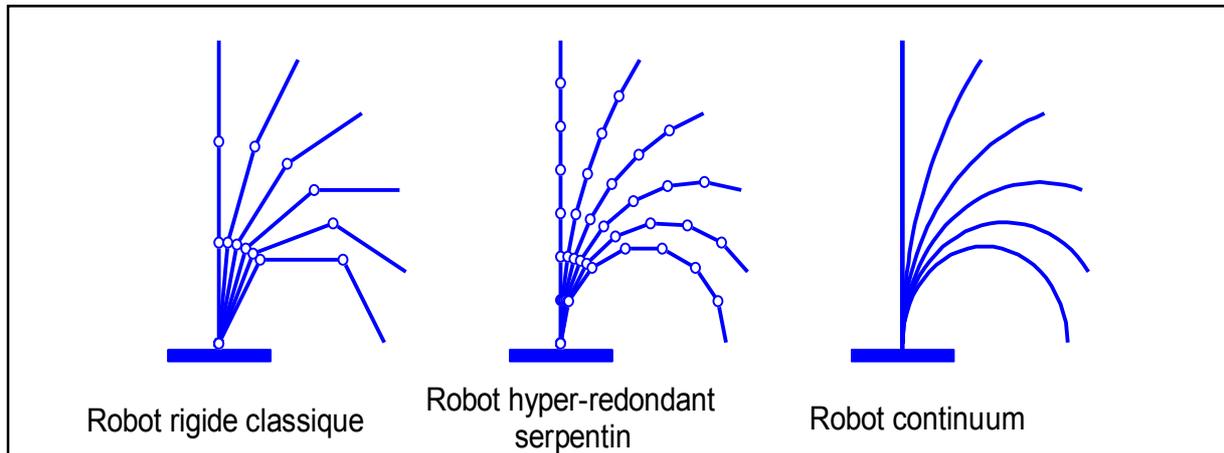


Figure 1.1 : Classification des robots manipulateurs.

Ainsi, les robots flexibles bioniques, autrement dit les robots continuum, constituent une catégorie spéciale de robots hyper-redondants, généralement inspirés de la biologie. Ils sont conçus pour imiter les caractéristiques et les capacités extraordinaires existantes dans le monde animal, voire végétal, telles que la trompe d'éléphant, des queues de pieuvre, des serpents, etc. Ils sont capables de se plier en un point quelconque le long de leur structure et peuvent se mouvoir sur une grande variété de champs d'action [1], [8]. Leurs actionnements s'effectuent à l'aide de câbles, tendons, muscles artificiels pneumatiques ou des soufflets pneumatiques au lieu d'actionneurs mécaniques [2], [3], [8], [9]. Ces architectures font actuellement l'objet de nombreux travaux de recherche compte tenu de leur hyper-redondance, ce qui les rend bien adaptées pour effectuer des manœuvres dans les environnements encombrés et complexes tels que la chirurgie, la recherche et secours sous des bâtiments, l'inspection des environnements dangereux, l'inspection des réacteurs nucléaires, etc. [10]-[15].

Ce chapitre est consacré à fournir un aperçu sur les différentes façons de concevoir et de modéliser les robots flexibles bioniques, en présentant les résultats les plus avancés dans ce sujet. Cette étude est très importante afin de faire une distinction entre les robots manipulateurs. Pour atteindre cet objectif, nous présentons dans la première partie quelques

types des robots flexibles bioniques et leurs domaines d'application, ainsi que quelques remarques mentionnées comme avantages et inconvénients. Dans les parties suivantes de l'état de l'art, on explorera et on synthétisera les travaux de recherche en matière de modélisations géométrique et dynamique.

## 1.2 Quelques types des robots flexibles bioniques

Les robots flexibles bioniques diffèrent fondamentalement des robots traditionnels rigides par le fait qu'ils ont une structure continue ou formée par des liaisons non conventionnelles comme une structure poly-articulée, présentant une architecture matérielle continue. Historiquement, Leonardo Da Vinci peut être le premier chercheur dans le domaine bionique, où il a essayé de créer un robot volant bio-inspiré. Cette idée a été mentionnée dans sa brochure "Codex on the Flight of Birds" écrit en 1505. Alors que le travail scientifique sur les robots flexibles a été proposé pour la première fois par Anderson et Horn en 1967 [16]. Le prototype est nommé "Tensor Arm Manipulator" et le brevet a été autorisé en 1970 [17]. Ce robot est basé sur un squelette composé de 15 plaques reliées en série avec 14 articulations à 2 degrés de liberté (ddl). Chaque articulation a été actionnée par 4 tendons, donnant un total de 56 tendons pour l'ensemble. En plus, trois tendons supplémentaires ont utilisés pour actionner la pince (figure 1.2).

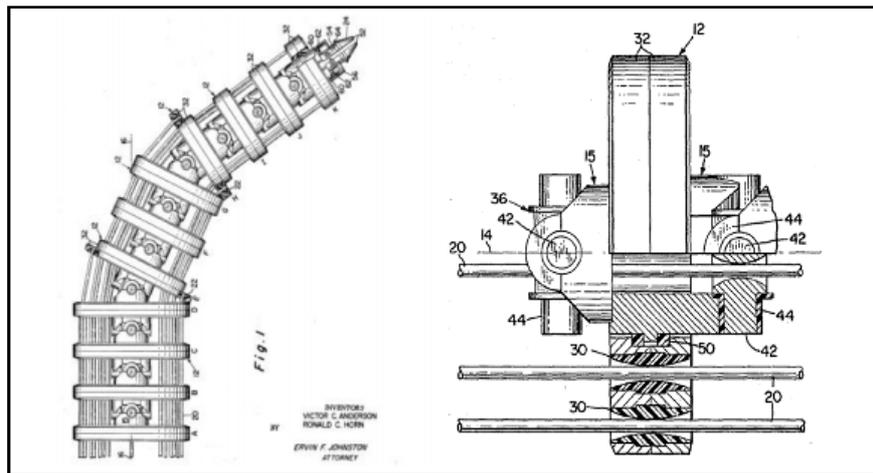
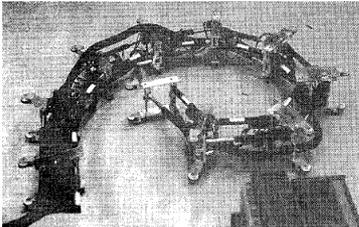
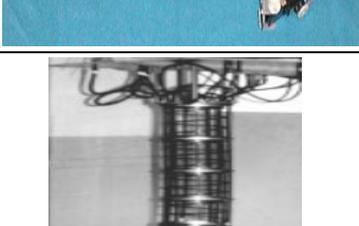


Figure 1.2 : Tensor Arm Manipulator [17].

Ensuite, le développement a été stagné jusqu'à la fin des années 1970, où Hirose et son équipe ont développé de nombreux nouveaux designs. La plupart de ces architectures sont présentées dans leur ouvrage [18], dont le robot le plus complexe a été basé sur un grand

ressort hélicoïdal qui fournit à la fois le soutien et la flexibilité. Le robot est actionné au niveau de huit endroits où chaque actionnement a été fourni par des câbles métalliques. Ainsi, au fil des années, de nombreux prototypes ont été construits, dont les uns ont fait leur chemin vers les produits commerciaux à savoir “The KSI Tentacle Manipulator” [13]. En résumé, le tableau 1.1 présente les architectures de quelques types de robots conçus dans les années 1970-2000.

Tableau 1.1 : Quelques types de robots hyper-redondants.

Robots Manipulateurs Hyper-redondants		Forme	Structure	Type d'actionnement	ddl/section (N° sections)
Active Cord Mechanism (ACM) (1976) [19]		Discrète	Rigide	Electrique	1 (20)
Hyper-redondant robot (1991) [20]		Discrète	Rigide	Vérins	3 (10)
The KSI Tentacle Manipulator (1995) [12]		Continue	Souple	Câbles	3 (2)
Snake Robot (1997) [21]		Discrète	Rigide	Electrique	2 (10)
Elephant trunk type elastic manipulator (1999) [22]		Continue	Rigide	Câbles	3 (8)

Dans les deux dernières décennies, une attention particulière a été accordée à l'étude et à la conception de divers robots directement inspirés de la biologie. Les chercheurs de l'université de Clemson ont développé plusieurs types de robots flexibles, dont les célèbres sont : "Elephant Trunk Robot" et "Tentacle Robot" [23]-[26]. La structure fondamentale du robot de type trompe d'éléphant repose sur une épine dorsale composée d'une connexion de 16 articulations à 2 degrés de liberté, représentant quatre modules. Le robot est de longueur totale de 83.32 cm et de masse est égale à 4,0 Kg. Les diamètres maximum et minimum de la trompe sont 10,16 cm et 6,35 cm respectivement. L'actionnement des modules est assuré par l'utilisation d'un système d'asservissement à câble et des ressorts, dont les huit degrés de liberté sont contrôlés par des câbles et les restes sont contraints par des ressorts. Tandis que la structure du manipulateur "Tentacle Robot" se compose de deux sections flexibles à 4 degrés de liberté. Chaque section se compose de trois éléments principaux : la tige flexible utilisée comme épine dorsale, trois câbles d'entraînement et des disques. Le mouvement spatial du manipulateur est effectué par l'application des tensions électriques à un ou à deux moteurs en même temps afin de produire des tensions dans les câbles. Les points d'attachement de ces câbles sont équidistants à  $120^\circ$  sur tous les disques. Par rapport au robot de type trompe d'éléphant, le nombre de pièces en mouvement est considérablement réduit. En revanche, la déformation du robot est limitée par la flexibilité de la tige et la capacité de charge utile est faible.

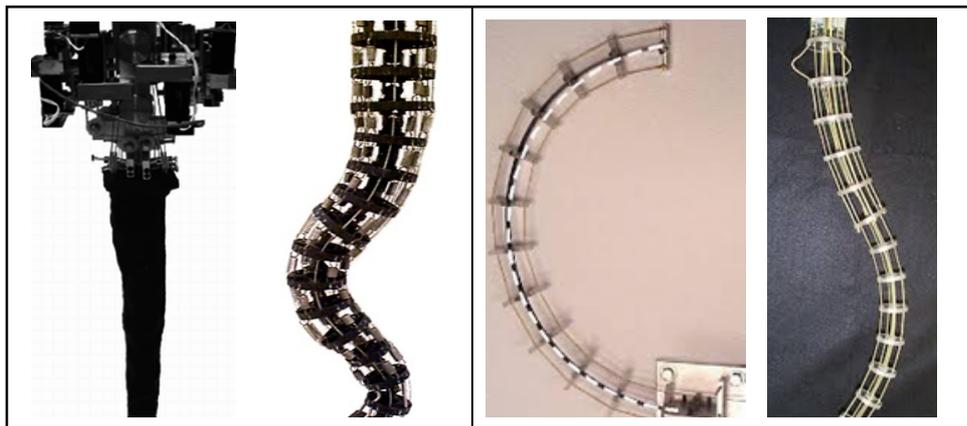


Figure 1.3 : Les robots flexibles bioniques conçus au sein de l'université de Clemson. (Droite) Elephant trunk robot [23], (Gauche) Tentacle robot : planaire et spatial [26].

D'autres types de robots similaires à la trompe d'éléphant ont été développés au début des années 2000, tels que les robots OctArm IV [27] et OctArm V [28]. Ce type de robots ne

possède ni liaisons discrètes ni corps rigides, leur structure repose sur des muscles artificiels pneumatiques. Le robot OctArm IV comporte quatre sections flexibles, alors que le robot OctArm V comporte trois sections flexibles. Ce type de robots se caractérise par une capacité de charge plus grande que d'autres manipulateurs. La capacité de charge verticale pour les deux robots est égale respectivement à 90 N et 220 N, et la capacité de charge transversale est égale à 16 N et 70 N. En revanche, ce type de robot souffre du temps de réponse élevé lors de sa commande.

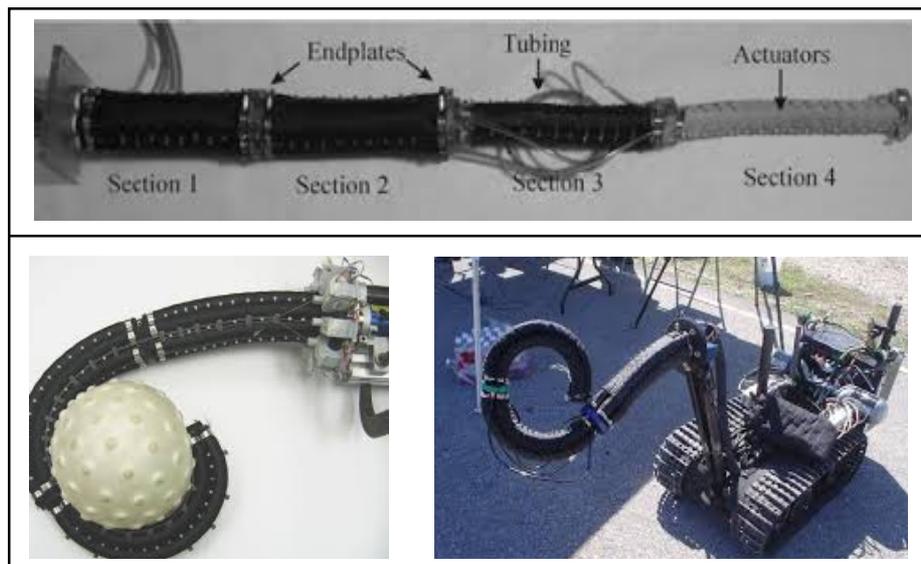


Figure 1.4 : (Haut) le robot OctArm IV [27], (Bas) le robot OctArm IV [28].

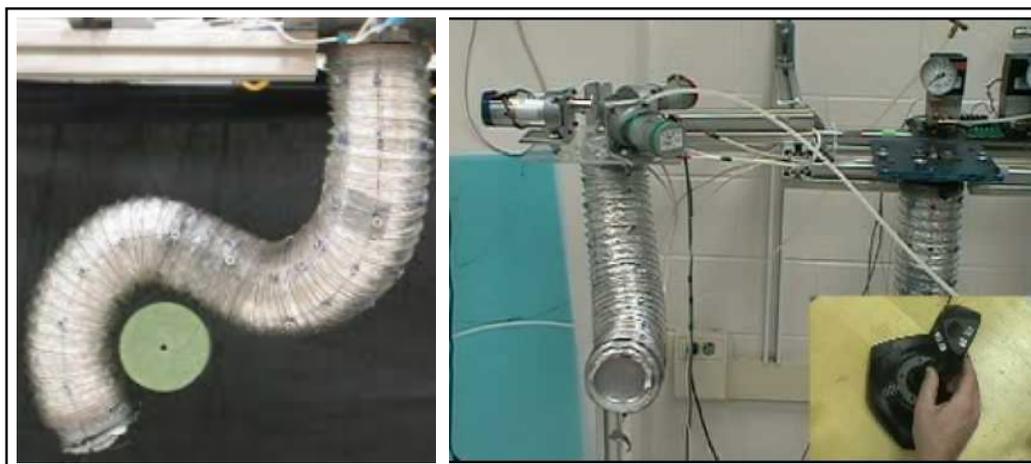


Figure 1.5 : Le robot Air-ocor [29]

En 2005, W. McMahan, B. A. Jones et I. D. Walker ont développé un robot flexible bionique nommé Air-Ocor [29]. Le robot comporte deux sections flexibles, dont chaque

section utilise une chambre pneumatique sous pression comme épine dorsale a trois degrés de liberté : deux degrés pour la flexion et un degré pour l'extension. Le mouvement de la flexion de chaque section est commandé par des câbles, alors que l'extension est commandée par l'injection d'une pression d'air dans la chambre pneumatique. La longueur du robot est réglable entre 31 cm et 95 cm, dont le diamètre extérieur est égal à 9 cm. L'inconvénient majeur de ce robot réside dans les fuites d'air qui reste une préoccupation de l'équipe, ainsi que l'imprécision du mouvement.

D'autres architectures des robots flexibles bioniques ont été proposées semblablement aux tentacules et d'autres appendices des animaux. En 2009, C. Laschi, et son groupe ont proposé le robot Octopus-Arm [30]. Le robot comporte des muscles longitudinaux et transversaux. Le mouvement de la flexion du robot est commandé par les muscles longitudinaux, alors que son allongement est commandé par les muscles transversaux.

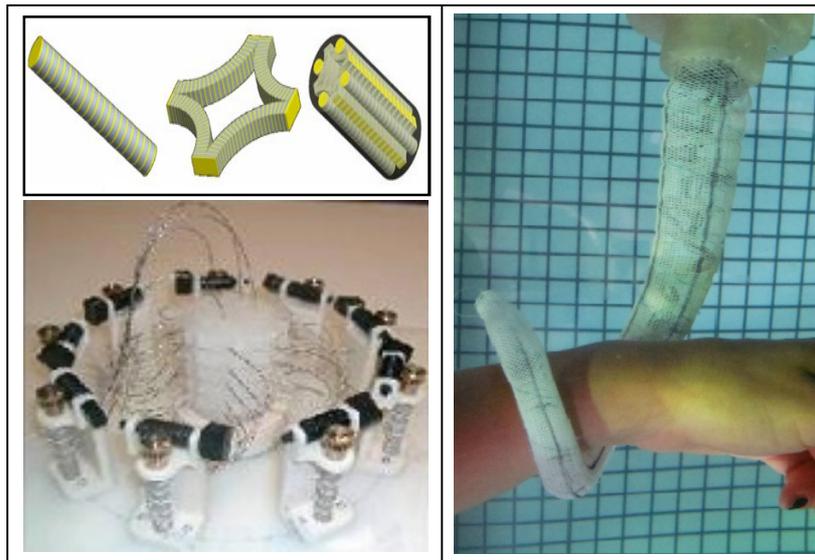


Figure 1.6 : Octopus-Arm [30] : (Gauche) les éléments musculaires de la structure du prototype, (Droite) prototype.

Guglielmino E. et son groupe ont proposé des structures similaires au bras de la pieuvre ; dont le premier robot nommé Octopus-Arm est conçu en 2010 [31]. Le robot est composé de deux sections flexibles et dispose de 15 degrés de liberté actifs. Leur actionnement est réalisé par des muscles artificiels pneumatiques longitudinaux et transversaux. A la différence des robots précédents, ce robot est capable de contrôler sa contraction diamétrale à l'aide des muscles transversaux. L'inconvénient principal de ce robot réside dans sa souplesse, ce qui

engendre une capacité de charge limitée. En 2012, l'équipe du Guglielmino [32], ont introduit un autre type du robot similaire au bras de la pieuvre. Le robot "octopus-like robotic arm" est commandé par des câbles et la contraction diamétrale est contrôlée par une structure mécanique articulée (SMA).

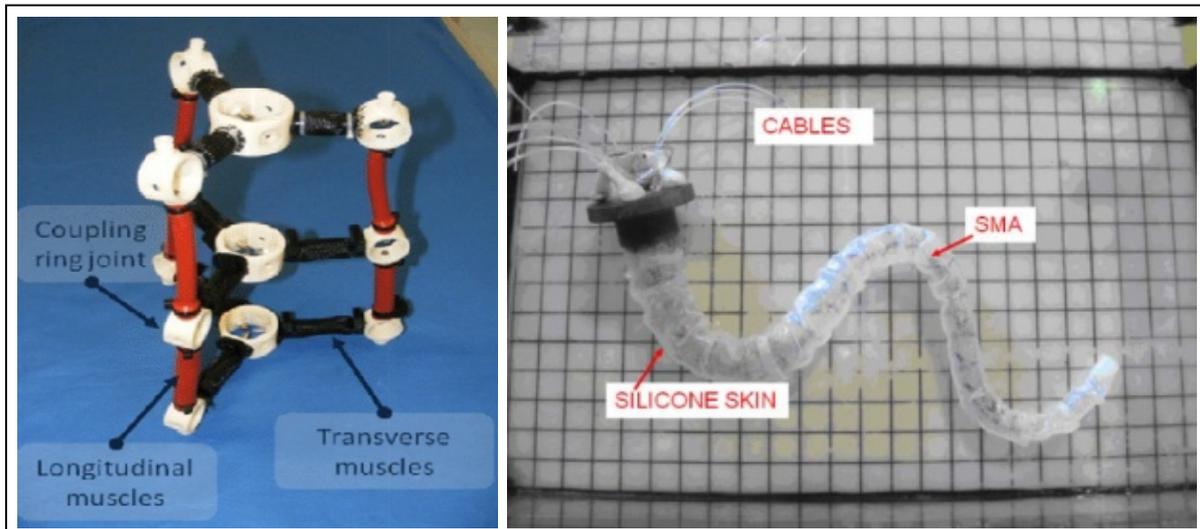


Figure 1.7 : (Gauche) Octopus-Arm [31], (Droite) Octopus-inspired robotic arm [32].

Les robots flexibles bioniques similaires aux serpents ont été développés par la compagnie OC Robotics [33]. Ces robots disposent d'une structure similaire à celle du manipulateur de type trompe d'éléphant. Les connexions entre les liens sont des joints universels. Le mouvement spatial est contrôlé par des tendons. Les robots sont placés sur des plates-formes mobiles, afin de leurs fournir le mouvement de translation. Ils sont utilisés pour inspecter les pièces d'ingénierie, telles que les réacteurs des avions.



Figure 1.8 : Snake Arm Robots [33].

Les robots flexibles bioniques similaires à la trompe d'éléphant de la figure 1.9 ont été développés par la compagnie Festo [34]. Les sections flexibles du robot "Bionic Handling Assistant" (BHA) [35] sont fabriqués avec du polyamide ce qui le rend flexible. Chaque section flexible est constituée de trois tubes commandés par trois actionneurs électropneumatiques. La position et l'orientation de chaque section est contrôlée en faisant varier la pression d'air en entrée. RobotinoXT [36] est un robot mobile manipulateur coopératif basé sur un robot omnidirectionnel appelé Robotino et une petite version du robot BHA appelé "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)". La trompe bionique CBHA est composée de : 2 sections flexibles, 1 partie rotative, et 1 pince compliant. La partie rotative est composée d'un tube vertébré flexible décrivant un arc de cercle. Ces types de robots se caractérise par son hyper-redondance avec un nombre élevé de degré de liberté.

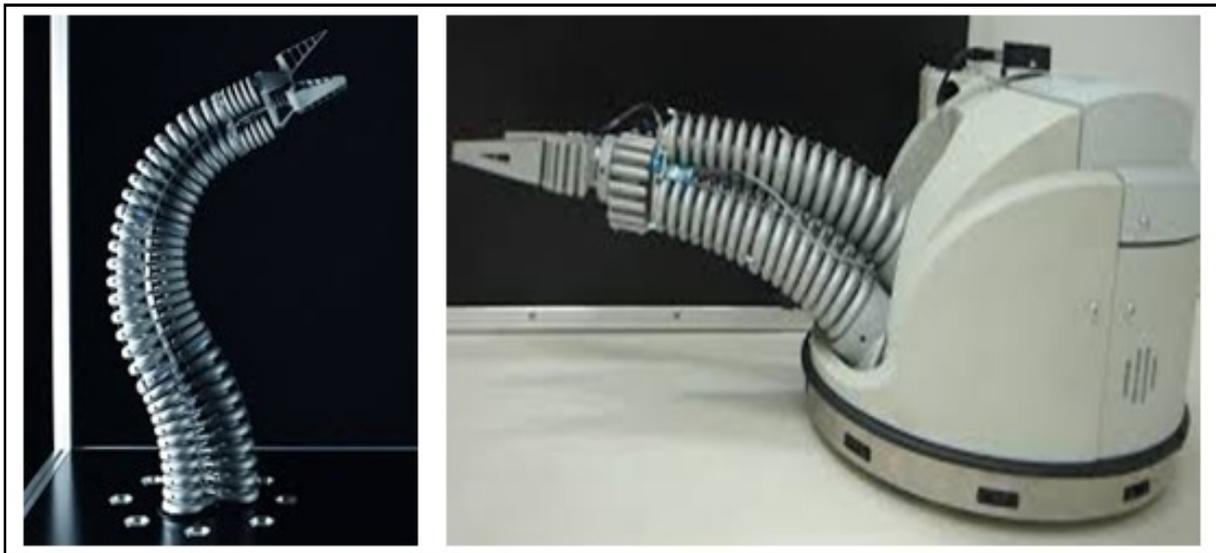
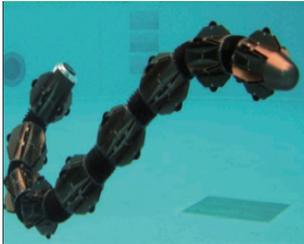
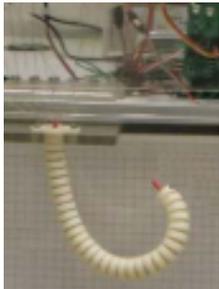


Figure 1.9: (Gauche) Bionic Handling Arm (BHA) [35], (Droite) RobotinoXT: la trompe bionique "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)" montée sur le robot omnidirectionnel "Robotino" [36].

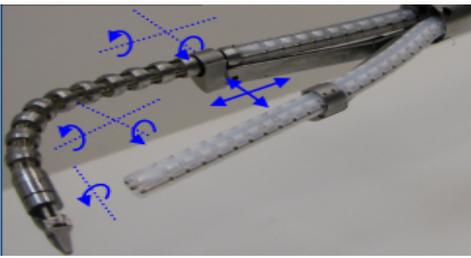
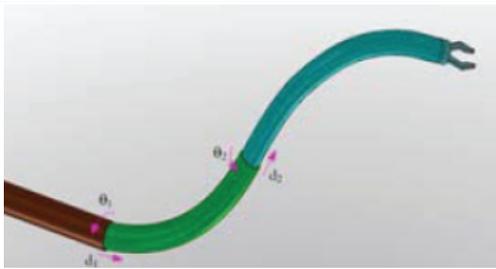
Dans la période 2000-2016, une grande variété d'architectures destinées à la recherche a été conçue et développée. Le tableau 1.2 montre quelques types de ces architectures.

Tableau 1.2 : Quelques types de robots flexibles

Robots Manipulateurs Hyper-redundants		Forme	Structure	Type d'actionnement	ddl/section (N° sections)
Snake-arm robot (2002) [37]		Continue	Souple	Câbles	2(5)
Flexible elephant trunk robot (2006) [38]		Continue	Rigide	Câbles	3 (8)
BROMMI (2012) [39]		Discrète	Rigide	Electrique	5 (3)
Elephant Trunk-like Robot (2012) [40]		Discrète	Rigide	Electrique	2(8)
Hibot's robots (2013) [41]		Discrète	Rigide	Electrique	3(8)
Wire-driven serpentine (2013) [42]		Discrète	souple	Câbles	2 (2)

Les canules actives représentent une autre sorte de robots flexibles continuum, destinées spécialement aux applications chirurgicales qui nécessitant une grande dextérité dans un environnement confiné [15]-[17]. Les chercheurs tels que Nabil Simaan, Pierre E. Dupont et Robert J. Webster III ont été des contributeurs fréquents dans ce domaine. Le tableau 1.3 montre quelques types de ces architectures.

Tableau 1.3 : Quelques types de robots de type canule active.

		
<p>EDORA II, (2005) [43]</p>	<p>Miniature snake-like robots (2006), [44]</p>	<p>Colobot robot (2009), [45]</p>
 <p>insertable robotic effectors platforms in single port access surgery (2010), [46]</p>	 <p>Concentric tube (2012), [47]</p>	

### 1.3. Approches de modélisation

La modélisation des robots flexibles bionique constitue, ces dernières années, un domaine de recherche vif, elle repose sur les manières de développer des modèles, qu'ils soient géométrique, cinématique ou dynamique, tout en respectant une certaine spécificité et les propriétés mécaniques du robot.

Selon la littérature, qui s'intéresse à ce domaine de recherche, les contributions sur la modélisation géométrique des robots flexibles continuum peuvent être classées en approches qualitatives et approches quantitatives. Les approches qualitatives mettent l'accent sur les techniques d'apprentissage qui peuvent donner des modèles précis lorsque les données utilisées couvrent toutes les régions de l'espace de travail du robot. Ces approches consistent à diviser l'espace paramétrique en plusieurs classes en fonction des modes de fonctionnement.

Ensuite, les relations mathématiques entre les effets (mesures des capteurs et données statistiques) et les causes (références des actionneurs) sont déterminées à l'aide de techniques d'apprentissage, à savoir : les réseaux de neurones, la logique floue, les algorithmes génétiques. Tandis que les approches quantitatives consistent à établir des relations mathématiques directes entre les entrées et les sorties du système. Généralement, les approches quantitatives dépendent de la bonne connaissance des paramètres géométriques utilisés pour définir le modèle mathématique.

### **1.3.1. Modélisation géométrique directe**

Par définition, le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations permettant la détermination de la pose (position et orientation) de l'organe terminal du robot en fonction de ses coordonnées généralisées et les paramètres géométriques intrinsèques. D'une manière générale, le modèle géométrique direct d'un manipulateur à  $n$  degré de liberté est donné par l'équation suivante [48] :

$$\mathbf{X} = f(\mathbf{q}) \tag{1.1}$$

où  $\mathbf{X}(t) \in \mathbb{R}^m$  représente le vecteur de coordonnées opérationnelles du manipulateur,  $f(.) : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$  représente l'ensemble des équations mathématique, et  $\mathbf{q}(t) \in \mathbb{R}^n$  est l'ensemble de variables dans l'espace de configuration (déterminant chaque degré de liberté interne) du manipulateur.

Plusieurs travaux ont été proposés dans la littérature pour la déduction du modèle géométrique direct des robots flexibles bioniques à travers différentes techniques et méthodes telles que la géométrie d'arc, la convention de Denavit-Hartenberg modifiée, les formules de Serret-Frenet et la géométrie différentielle.

Les travaux décrits dans [1], [2], [7], [15], [42], [49]-[53] utilisent la géométrie d'arc. Cette méthode se base sur une formulation mathématique d'un arc de cercle. Elle est largement utilisée à cause de sa simplicité de la mise en œuvre. Dans ces travaux, les auteurs considèrent que chaque section flexible se courbe selon un arc de cercle, tout en ayant l'axe central de la structure inextensible. Les modèles proposés sont validé numériquement ou expérimentalement. A titre d'exemple, les auteurs de la référence [7] font l'hypothèse que chaque section flexible du robot de type trompe d'éléphant se courbe selon un arc de cercle, à courbure constante, et que l'axe central de la structure est inextensible. Ce dernier est basé sur

la convention modifiée de Denavit-Hartenberg [54], et la validation de ce modèle a été faite sur un prototype appelé le robot “Elephant Trunk Manipulator”. Tandis que les auteurs de la référence [53], ont étendu cette méthode en supprimant l’hypothèse d’inextensibilité de la structure. Cette supposition n’est valable que lorsqu’il n’y a pas de charge externe appliquée à la structure du manipulateur et la validation de ce modèle a été faite sur le même prototype.

Les formules de Serret-Frenet ont été utilisées par [55], [56], modélisant l’axe central du robot par une chaîne cinématique composée de plusieurs corps rigides. Une autre variante de la méthode de Serret-Frenet a été utilisée dans [57], utilisant les coordonnées sphériques. L’avantage principal de cette méthode est l’absence des singularités lorsque la courbe est linéaire contrairement à la méthode de la géométrie d’arc. Pour avoir plus de détails sur ces techniques et d’autres ainsi que leurs applications dans la déduction du modèle géométrique direct de différents types de robots, nous référons le lecteur aux travaux suivants [58], [59].

### **1.3.2. Modélisation géométrique inverse**

Le problème inverse consiste à calculer les coordonnées généralisées en fonction de coordonnées opérationnelles de l’organe terminal, définie dans le repère de référence. Ce modèle est donné par l’équation suivante :

$$\mathbf{q} = f^{-1}(\mathbf{X}) \quad (1.2)$$

Le problème fondamental de la modélisation géométrique inverse réside dans l’infinité du nombre de degrés de liberté ce qui implique l’hyper-redondance du système, produisant ainsi une infinité de solutions. Dans le cas régulier du robot, c.-à-d. ( $n = m$ ), la méthode analytique est utilisée, qui consiste à calculer la matrice jacobienne à partir du modèle géométrique direct. Dans le cas contraire, la pseudo-inverse et les procédures numériques peuvent être utilisées, car elles sont indépendantes du degré de redondance du robot à savoir : les méthodes itératives et les méthodes d’élimination symboliques [60].

Plusieurs approches et contributions ont été proposées dans la littérature pour résoudre le modèle géométrique inverse (MGI) des robots flexibles bioniques. Le modèle géométrique inverse d’un robot multi-section basé sur une section flexible avec une configuration spéciale a été proposé par [53]. Les auteurs n’ont pas validé expérimentalement le modèle mais ils ont simulé le comportement global du robot Air-Octor et du bras manipulateur OctArm, utilisant des logiciels spécifiques de calcul symboliques. Alors que dans la référence [61], les points extrêmes de chaque section flexible sont supposés connus. Les coordonnées de ces points

peuvent être choisies en résolvant un système d'inégalité. Les auteurs n'ont pas validés expérimentalement le modèle mais ils ont simulé le comportement global du robot utilisant des logiciels appropriés. Le modèle géométrique inverse d'une seule section flexible a été proposé par [42]. Les résultats expérimentaux montrent un bon suivi après l'identification de toutes les incertitudes existantes sur le banc d'essais et sur les systèmes de mesures, mais le modèle n'est pas expansible au cas multi-section en se basant sur le même calcul.

D'autres améliorations ont été faites dans [62] en présentant un modèle géométrique inverse complet basé sur [53] pour une section flexible. Le modèle a été calculé en utilisant le principe d'analyse par intervalle comme un problème d'optimisation avec une fonction coût et des contraintes. La validation de ce modèle a été réalisée sur un robot miniature, où il a été montré que le modèle n'a pas été suffisamment robuste pour quantifier les incertitudes liées à l'environnement et les inexactitudes matérielles. Dans le même contexte, le modèle géométrique inverse d'un robot bionique à deux sections est formulé comme un problème d'optimisation, résolu avec un programme quadratique séquentiel (SQP) utilisant des contraintes physiques [63]. Les résultats expérimentaux montrent une convergence des longueurs de tube optimisé d'ordre de 4 %.

Dans la référence [64], les auteurs ont utilisé les réseaux de neurones pour approximer le MGI du manipulateur CBHA. Avec la même idée, d'autres contributions sont suggérées dans [65] et [66]. Dans [65], les auteurs ont utilisé une approche qualitative basée sur les réseaux de neurones pour modéliser le comportement du manipulateur CBHA. Alors que dans [66], les auteurs ont modélisé le comportement d'un manipulateur souple. Aussi, le MGI des robots flexibles hyper-redondant peut être trouvé grâce aux méthodes modales [57], [67].

La plupart des approches et des méthodes citées ci-dessus se base sur l'hypothèse de la courbure constante pour chaque section flexible. Une approche utilise variable/constant courbure pour une classe de robots de continuum a été proposé dans [41]. La validation de ce modèle a été faite sur un robot bionique nommé "Bionic Assistant Manutention (BHA)" conçu par la compagnie Festo [34].

Cependant, la plupart des approches proposées ont été validés numériquement ou expérimentalement sur une, deux ou trois sections flexibles uniquement. Plus le nombre de sections flexibles augmente plus la résolution du MGI se complique. Pour faire face à cette difficulté, une autre technique basée sur l'optimisation métaheuristique a été proposée dans [68]-[70]. Cette approche est détaillée dans le chapitre 4.

### **1.3.3. Modélisation Dynamique**

Dans la recherche liée à la modélisation dynamique des robots flexibles, peu de contributions ont été proposées dans la littérature par rapport à la modélisation géométrique. Ainsi, différentes méthodes et théories ont été utilisées pour résoudre ce problème, à savoir : le formalisme d'Euler-Lagrange [52], [56], [71]-[73], le formalisme de Newton-Euler [74], le principe de Hamilton [9], le principe de la puissance virtuelle [75], [76] et la théorie de la tige de Cosserat [77]-[79].

D'après nos connaissances, le premier travail dans ce domaine a été présenté par Chirikjian [71]-[72], utilisant l'approche modale pour modéliser un manipulateur hyper-redondant, considéré comme des arcs continus. Le modèle dynamique a été calculé par trois méthodes différentes à savoir la méthode de Lagrange et Newton-Euler. Dans la référence [52], les auteurs ont développé le modèle dynamique d'un robot spécifique à une seule section flexible actionné par trois tendons. Similairement, les auteurs de la référence [73] ont utilisé la méthode de Lagrange afin de calculer le modèle dynamique du robot BHA. Le modèle résultant est basé sur certaines hypothèses telles que la courbure constante et les masses concentrées. Les auteurs de la référence [75] présentent les modèles dynamiques d'une section flexible d'un manipulateur continuum actionné par câbles utilisant la méthode de Kane. Le modèle dérivé a tenu de plusieurs paramètres tels que le frottement et la torsion. Les mêmes auteurs ont étendu ce modèle au robot multi-section [76]. Le modèle dynamique pour le robot continuum à plusieurs sections flexibles a été présenté par [79]. Le modèle est basé sur certaines hypothèses telles que la courbure constante et des masses concentrées.

### **1.4. Conclusion**

Dans ce chapitre, de l'état de l'art, nous avons présenté un bref historique des robots flexibles continuum et dans ordre chronologique de leur apparition. Ainsi que leur classification selon le type de la structure et le type d'actionnement. On a terminé la première partie de l'état de l'art par une présentation de quelques types des robots flexibles continuum existant. Dans la deuxième partie, on a exposé les différentes méthodes et techniques utilisés dans la modélisation de ces types des structures, qu'ils soient géométriques ou dynamiques.

Cette analyse de l'état de l'art sur les structures existantes et les méthodes de modélisation utilisées, nous a permis de conclure que la majorité des approches proposées pour la modélisation géométriques des robots manipulateurs continuum ont été validées numériquement et expérimentalement sur une, deux ou trois sections flexibles. Plus le nombre

des sections flexibles augmentent, plus le problème de la résolution du modèle géométrique inverse sera plus compliqué. Ainsi, il serait intéressant d'étudier la capacité des autres techniques d'optimisation telles que les méthodes métaheuristiques pour résoudre le problème du modèle géométrique inverse de ces structures.

# Chapitre 2

## Conception et réalisation des robots flexibles actionnés par câbles

### Sommaire

---

2.1.	Introduction .....	24
2.2.	Etude conceptuelle des robots flexibles actionnés par câbles .....	24
2.2.1.	Introduction .....	24
2.2.2.	Conception d'un robot flexible planaire .....	25
2.2.3.	Conception d'un robot flexible spatial .....	25
2.3.	Réalisation du robot flexible actionné par câbles .....	26
2.3.1.	La tige flexible (l'épine dorsale) .....	27
2.3.2.	Les câbles d'actionnement .....	27
2.3.3.	Les disques de guidage .....	27
2.3.4.	Les moteurs électriques .....	27
2.4.	Conclusion .....	28

---

## **2.1. Introduction**

Les robots flexibles constituent une catégorie spéciale de robots hyper-redondants, inspirés généralement de la biologie. Ces robots diffèrent fondamentalement des robots traditionnels rigides par le fait qu'ils ont une structure formée par des liaisons non conventionnelles. Ces robots sont capables de se plier en un point quelconque le long de leur structure et peuvent se mouvoir sur une grande variété de champs d'action. L'actionnement s'effectue à l'aide de câbles, des muscles artificiels ou de soufflets pneumatique au lieu d'actionneurs mécaniques. Ces robots se composent principalement d'un enchaînement de sections flexibles, dont chaque section est constituée d'une base fixe reliée à une plateforme mobile par plusieurs soufflets, muscles ou une tige flexible (le cas d'actionnement par câbles).

Ainsi, la conception et la réalisation des robots flexibles actionnés par câbles sont motivées par leur simplicité de mise en œuvre, de leur nouveauté dans le domaine de la robotique et par les caractéristiques spécifiques qu'ils offrent. Dans ce chapitre nous proposons deux conceptions de robots flexibles, planaire et spatial, réalisés par le logiciel SOLIDWORKS de plus nous présentons les éléments principaux du prototype réalisé. Le but de cette étude est le calcul des paramètres inertiels qui seront nécessaires pour le modèle dynamique.

## **2.2. Etude conceptuelle des robots flexibles actionnés par câbles**

### **2.2.1. Introduction**

De nombreuses conceptions sont possibles pour un robot flexible, les deux architectures proposées dans cette thèse sont similaires à celles des travaux développés dans la référence [26]. Elles sont conçues d'une façon simplifiée en vue d'une mise en œuvre facile. Chaque structure se compose d'une tige flexible cylindrique, utilisé comme épine dorsale, des disques (ou des plaquettes pour le robot planaire), des câbles, des moteurs électriques et une base rigide. La tige flexible est subdivisée en sections qui sont subdivisées en unités délimitées par des supports de câbles (disques, ou plaquettes). Chaque section flexible est commandée individuellement par des moteurs électriques par l'intermédiaire des poulies. Chaque section flexible est commandée individuellement par des moteurs électriques par l'intermédiaire des poulies. L'exactitude de la réalisation de ces conceptions se base sur le choix de la matière de l'épine dorsale et de son environnement (les charges externes).

### **2.2.2. Conception d'un robot flexible planaire**

La conception présentée dans cette partie adopte une approche de deux câbles par section, fixés entre la plate-forme et la base et espacés de 180 degré autour de l'épine dorsale. Chaque câble est actionné par un moteur électrique. Les composantes principales du robot planaire à deux section flexible présenté sur la figure 2.1 sont données dans l'annexe A.

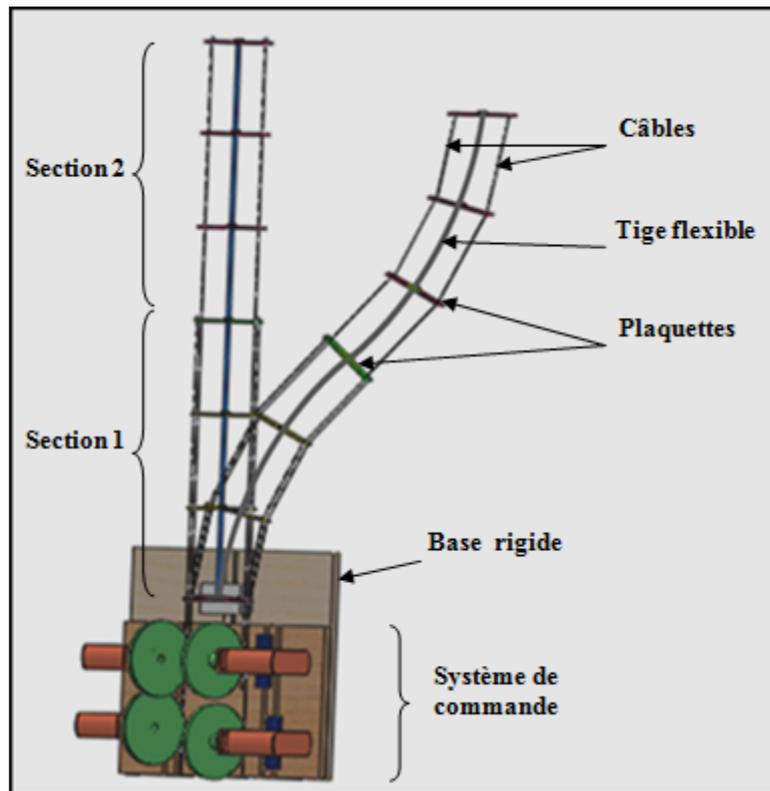


Figure 2.1 : Conception 3D du robot planaire a deux sections flexibles.

### **2.2.3. Conception d'un robot flexible spatial**

La conception présentée adopte une approche de trois câbles par section, fixés entre la plate-forme et la base et espacés de 120 degré autour de l'épine dorsale. Chaque câble est actionné par un moteur. Les composantes principales du robot planaire à deux section flexible présenté sur la figure 2.2 sont données dans l'annexe B.

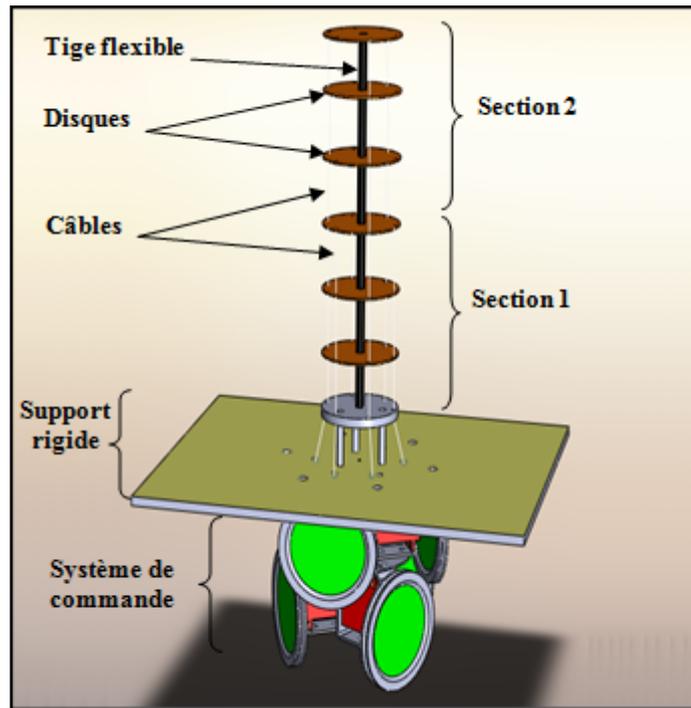


Figure 2.2 : Conception 3D du robot spatial a deux sections flexibles.

### 2.3. Réalisation du robot flexible actionné par câbles

Dans cette partie, nous allons présenter la réalisation du prototype du robot à une seule section flexible (figure 2.3). La réalisation de la structure mécanique et électroniques sont effectuées au sein de l'unité de recherche en matériaux avancés, URMA/CRTI, Annaba.

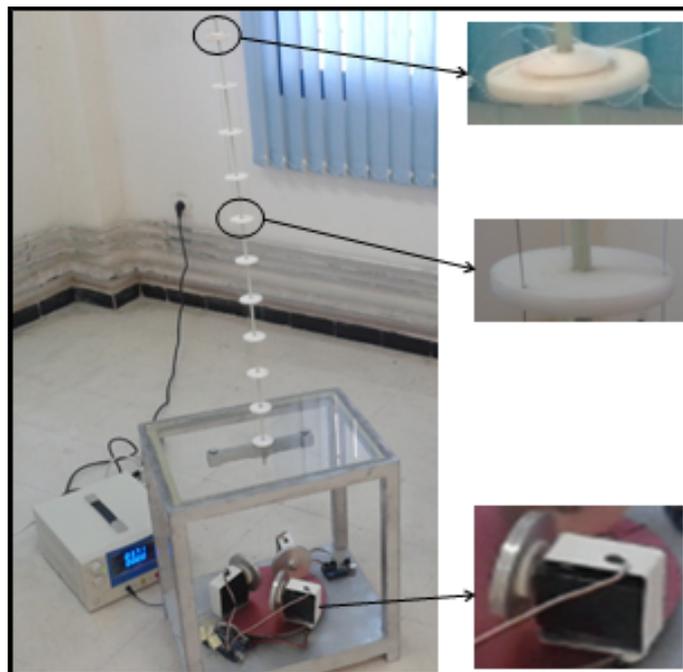


Figure 2.3 : Prototype réalisé.

La structure du prototype proposé est similaire à [26]. Elle se compose de cinq éléments principaux : la tige flexible, les disques, les câbles, les moteurs électriques et une plateforme rigide.

### **2.3.1. La tige flexible (l'épine dorsale)**

Les robots continuum sont généralement construits de matériaux souples et flexibles, qui présentent un comportement élastique dans leurs applications courantes [27], tel que la tige en NiTi [52] et les actionneurs en caoutchouc renforcé par des fibres de verre [80]. Pour notre conception, nous avons choisi une tige flexible d'un matériau composite utilisé pour la fabrication des cannes à pêche.

### **2.3.2. Les câbles d'actionnement**

Les câbles d'actionnement sont utilisés pour appliquer un moment à la pointe de la tige flexible pour commander le robot ainsi que pour la manipulation de la pointe. Ces câbles doivent être suffisamment solides pour ne pas rompre lorsque les moteurs appliquent des forces importantes sur eux. Ils doivent également être maintenus parallèlement à la tige, afin de créer une force perpendiculaire à la tige. Les câbles utilisés pour notre prototype sont des fibres appelées Dyneema [81] qui sont largement utilisées dans la pêche et dans les applications médicales. Parmi les caractéristiques de cette fibre, c'est qu'elle résiste mieux que l'acier et représente une excellente résistance à la corrosion [82].

### **2.3.3. Les disques de guidage**

Leur rôle principal est le soutien des câbles afin d'assurer le guidage et de garder l'entraxe entre les câbles et l'épine dorsale, dont le but d'augmenter l'angle de déformation. Ils sont fabriqués d'une matière plastique.

### **2.3.4. Les moteurs électriques**

Le choix des moteurs d'un robot est généralement une tâche difficile. Premièrement, il faut déterminer correctement le travail qui sera accompli par ces moteurs. Évidemment, pour pouvoir valider un moteur, il faut connaître les caractéristiques que nous voulons appliquer afin de trouver le bobinage et l'engrenage qui permettront de répondre à nos besoins. Nous avons utilisé des servomoteurs de type HX5010 de HEXTRONIK pour motoriser les poulies,

dont les caractéristiques sont : un couple de 6.91 kg.cm sous une alimentation de 4.8V et avec un espace de rotation de 180°.

#### **2.4. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté la conception et la réalisation des robots flexibles, planaire et spatial, actionnés par câbles. La conception des deux robots a été faite par le logiciel SOLIDWORKS. Leur architecture est simple et facile à mettre en œuvre. Chaque structure se compose principalement d'une simple tige flexible utilisée comme épine dorsale et des composantes supplémentaires telles que les câbles, les disques (plaquettes). Ce qui nous a permis la réalisation d'un prototype à une seule section flexible, dont le but de calculer les paramètres inertiels qui seront utilisés dans la suite.

# Chapitre 3

## Modélisation géométrique d'un robot flexible multi-section

### Sommaire

---

3.1.	Introduction .....	30
3.2.	Description géométrique de la structure .....	30
3.3.	Hypothèses de modélisation .....	34
3.4.	Modèle géométrique direct .....	34
3.4.1.	Modèle géométrique direct d'une unité $(j, k)$ .....	35
3.4.1.1.	Transformation spécifique .....	36
3.4.1.2.	Transformation indépendante .....	37
3.4.2.	Modèle géométrique direct d'une section flexible $(k)$ .....	38
3.4.3.	Modèle géométrique direct du robot multi-section .....	38
3.5.	Modèle géométrique inverse .....	39
3.5.1	Modèle géométrique inverse d'une section flexible $(k)$ .....	40
3.5.2.	Réduction du problème .....	42
3.5.2.1.	Calcul des paramètres d'un arc de cercle .....	43
3.5.2.2.	Détermination des longueurs de câbles .....	44
3.5.3.	Modèle géométrique inverse du robot multi-section .....	47
3.6.	Applications .....	48
3.6.1.	Simulation du modèle géométrique direct .....	48
3.6.2.	Simulation du modèle géométrique inverse .....	51
3.7.	Conclusion .....	52

---

### **3.1. Introduction**

La modélisation géométrique est une phase indispensable dans le cycle de développement des systèmes robotique, notamment pour l'élaboration des modèles cinématiques et dynamiques des manipulateurs. Ainsi, le développement d'un modèle géométrique direct et/ou inverse est une tâche délicate qui nécessite une rigueur importante. Les méthodes classiques de modélisation, dans lesquelles les repères de référence sont attachés à chaque articulation que ce soit prismatique ou rotoïde, sont inappropriées pour le cas des robots flexibles continuum, à cause de l'absence de liaisons discrètes et des corps rigides dans leur architecture. Pour cette raison la recherche sur la modélisation des robots flexibles continuum est centrée sur les façons de développer des modèles géométriques tout en respectant le maximum de spécificités et de propriétés mécaniques du robot étudié. L'approche adaptée à cette tâche, est de modéliser l'axe central du robot flexible par une courbe théorique, utilisant un repère de référence évoluant le long de l'axe central de la structure, dans le but d'avoir un modèle continu de l'axe central du robot [1], [53]. Autre problème fondamental, concernant la modélisation géométrique des robots flexibles, réside dans l'infinité du nombre de degrés de liberté que requièrent les modèles géométriques sous leur forme continue. Cependant, ces systèmes robotisés à liaisons continues, sont contrôlés sous l'hypothèse d'un nombre fini de degrés de liberté, admettant ainsi un ensemble réduit de solutions physiques [1].

Afin de définir les méthodes ou les approches permettant les calculs des modèles géométriques, une étape importante s'avère nécessaire. C'est la mise en place des caractéristiques physiques décrivant la structure du robot à étudié. La structure du robot considérée dans ce chapitre peut présenter un cas général des robots flexibles multi-sections. Une fois les différents modèles géométriques sont établis, ils serviront de base pour la modélisation cinématique et dynamique dans les chapitres suivants.

### **3.2. Description géométrique de la structure**

L'élaboration des modèles géométriques de façon systématique exige en premier une méthode appropriée pour la description de leur morphologie. Plusieurs méthodes et notations ont été proposées dans la littérature pour la description géométrique des robots continuum [15], [25], [53], [62]. Dans ce contexte, nous allons utiliser l'hypothèse de courbure constante dont l'axe central de la structure est inextensible. Cette approche nous permet de simplifier quelques difficultés de modélisation. Dans ce qui suit, nous présentons tout d'abord la

structure du robot étudié, puis nous définissons les différents repères intervenant pour décrire les paramètres géométriques du robot.

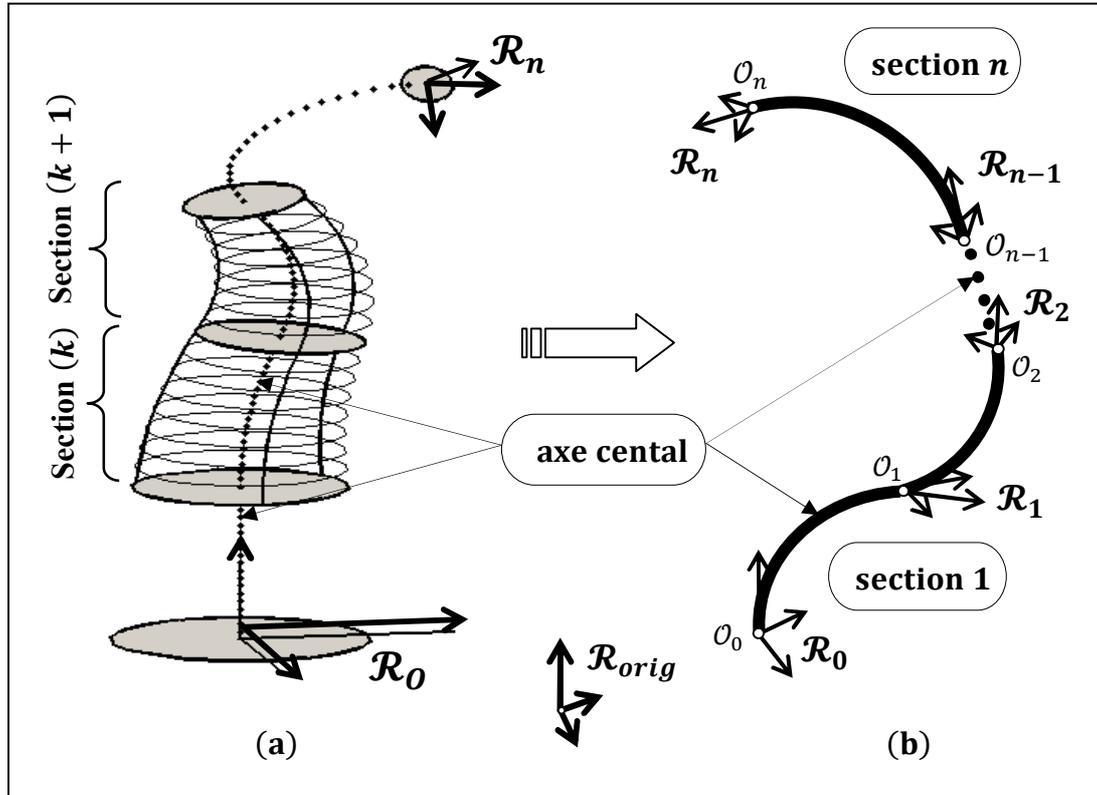


Figure 3.1 : Robot flexible multi-section : (a) Description d'un robot flexible multi-section, (b) modélisation de l'axe central du robot.

Le robot considéré à une structure complexe ; il est composé de  $n$  sections flexibles connectées en série, comme représenté par la figure 3.1(a). Le profil de l'ensemble du robot est assimilé à une courbe (figure 3.1(b)). Dans le cas général, cette courbe peut être virtuelle comme dans le cas des manipulateurs : CBH [35], CBHA [36] ainsi que le robot de type trompe d'éléphant [23] ou réelle dans certains robots qui sont équipés d'un axe central flexible [52], [73].

Chaque section flexible  $k$  se compose à son tour d'une concaténation de  $m$  unités en série (figure 3.2). Chaque unité est composée de deux plates-formes, qui peuvent être virtuelle comme dans le cas du CBHA ou réelle comme pour le cas du prototype proposé. La première plate-forme est fixe et la deuxième sera mobile, reliées entre eux par trois segments ( $i = 1, 2, 3$ ), (figure 3.3). Chaque segment  $i$  connecte les deux plates-formes aux points  $A_{i,j,k}$  et  $B_{i,j,k}$  respectivement. Selon le type du robot considéré, on distingue deux cas possibles pour le segment  $i$ . Ce segment peut être une courbe (un arc de cercle) comme dans le cas du

manipulateur CBHA ou une droite comme dans le cas du prototype proposé. Les longueurs de ces segments seront notés respectivement par  $l_{i,j,k}$  et  $\bar{l}_{i,j,k}$ .

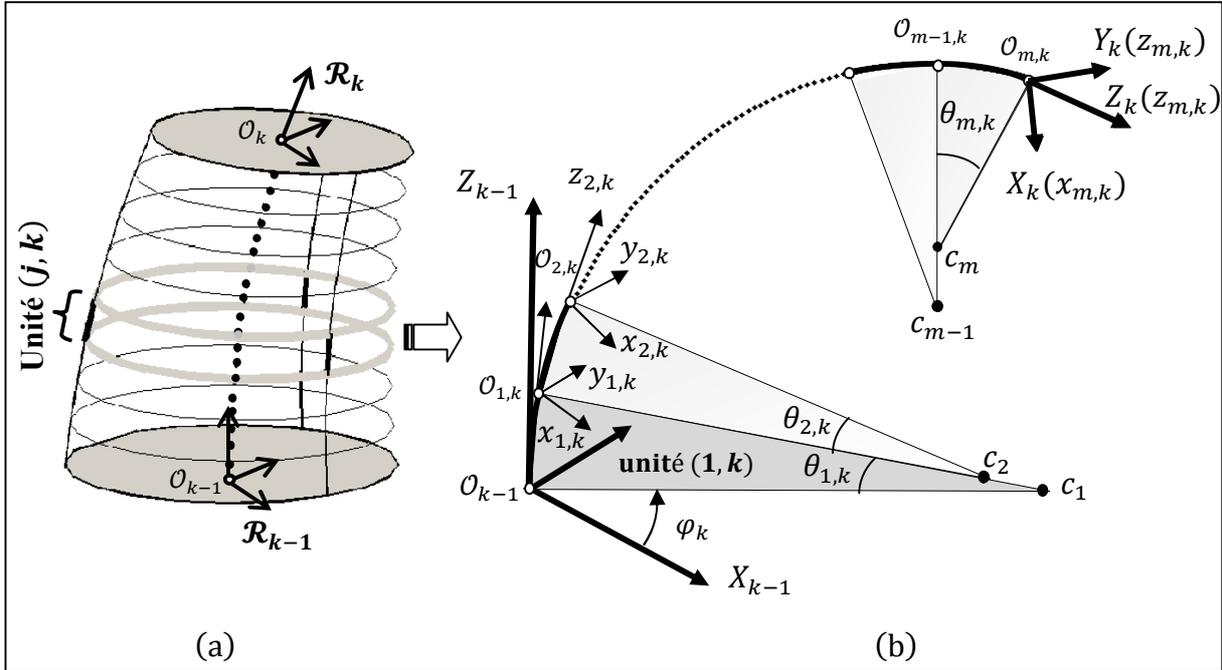


Figure 3.2 : Une section flexible  $k$  à courbure variable : (a) présentation de la section flexible, (b) placement des repères sur l'axe central.

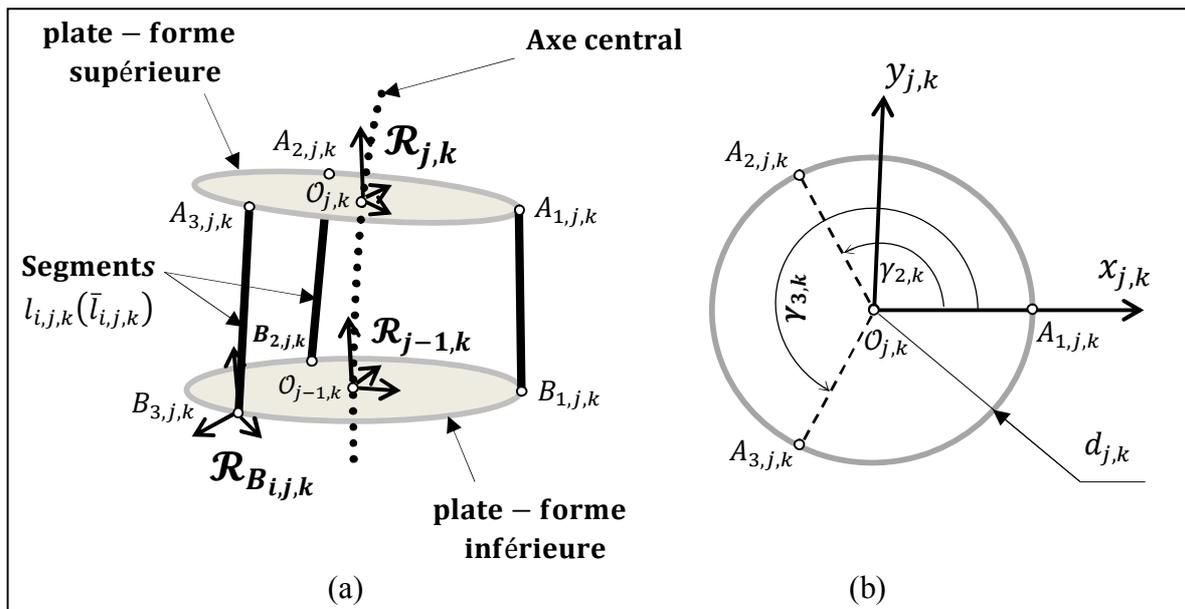


Figure 3.3 : (a) Description de l'unité  $(j, k)$ , (b) vue planaire au dessous de la base de l'unité  $(j, k)$ .

Pour décrire les grandeurs intervenant dans la description géométrique du robot, cinq repères de référence sont définis. Le premier est le repère absolu  $\mathcal{R}_{orig}$ , appelé communément repère atelier. Ensuite le repère  $\mathcal{R}_k$  est affecté simultanément au centre de la plate-forme supérieure de chaque section flexible  $k$  et un repère  $\mathcal{R}_0$  est fixé à la base de la première section (figure 3.1). Pour faciliter la procédure de calcul des modèles géométriques, un repère intermédiaire  $\mathcal{R}_{j,k}$  est affecté au centre de la plate-forme de chaque unité  $(j, k)$  et un repère  $\mathcal{R}_{B_{i,j,k}}$  est attribué au point d'ancrage de sa base (figure 3.3(a)).

La description d'une section flexible  $k$  de sa base vers son extrémité se fait comme suit : les indices des unités  $j$  augmentent de 1 à  $m$  et pour chaque plate-forme intermédiaire  $(j, k)$ , la distance entre l'axe central et les points d'ancrage est notée  $d_{j,k}$  (figure 3.3(b)).

L'unité  $(j, k)$  est modélisée comme un arc de cercle inextensible de centre  $c_{j,k}$ , orientée dans l'espace, comme elle est illustrée dans la figure 3.4. Cette unité à une extrémité  $O_{j-1,k}$  fixée à l'origine du repère  $\mathcal{R}_{j-1,k}$ , l'autre extrémité  $O_{j,k}$  est située en un point de l'espace de travail atteignable. Elle est paramétrée par la longueur de son arc  $\ell_{j,k}$ , sa courbure  $\kappa_{j,k}$  et son angle d'orientation  $\varphi_k$  (mesuré dans le plan  $X_{j-1,k}Y_{j-1,k}$ ). Notant que l'angle  $\theta_{j,k}$  est mesuré dans le plan de courbure qui est toujours perpendiculaire au plan  $x_{j-1,k}y_{j-1,k}$ .

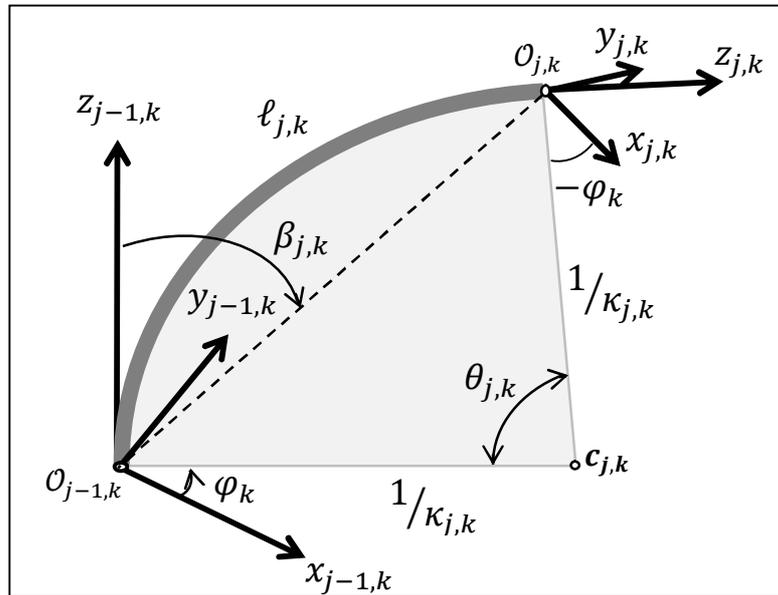


Figure 3.4 : Unité  $(j, k)$  modélisée comme un arc de cercle dans l'espace 3D.

Après avoir présenté le concept de la structure du robot même que les notations utilisées, nous proposons dans ce qui suit les hypothèses de modélisation, par la suite nous détaillerons le développement des différents modèles géométriques.

### **3.3. Hypothèses de modélisation**

Pour simplifier la modélisation et la mise en équation du modèle géométrique, nous formulons les hypothèses suivantes qui seront adoptées pour tout le reste du manuscrit :

- La déformation de chaque section flexible du robot se fait selon un arc de cercle. C'est l'hypothèse adoptée en général pour la modélisation des robots flexibles continuum [15]. L'avantage de cette approximation est de simplifier le calcul des modèles géométriques et cinématiques pour une éventuelle exploitation en temps réel tout en restant proche du vrai comportement du robot [2]. En effet, sur la base de cette hypothèse, des résultats ont été présentés dans [51], [52], [53], [62]-[70] ;
- La section flexible est inextensible. Cette hypothèse est justifiée pour le cas des deux robots étudiés dans cette thèse. Pour notre prototype (robot à axe central flexible actionné par câbles), il est trivialement que l'axe central du robot doit être inextensible. Pour le robot CBHA du laboratoire CRISAL UMR-CNRS de l'université de Lille 1, l'extension linéaire est éliminée par la présence d'un câble non extensible placé au centre de la section flexible [2], [63]-[65] ;
- La première tangente au début de chaque unité  $(j, k)$  reste colinéaire avec l'axe  $Z_{j,k}$  (contraintes physiques) ;
- Chaque section flexible est commandée individuellement ;
- Chaque câble entre les deux guides successivement est linéaire (considéré pour les robots flexibles actionnés par câbles): cette hypothèse sert à appliquer les techniques des robots parallèles ;
- Le robot se compose d'un nombre fini de sections flexible indépendantes, et chaque section flexible comporte un nombre fini d'unités reliées en série ;
- Chaque section flexible à deux degrés de liberté pour un mouvement spatial ;
- La torsion est négligée.

### **3.4. Modèle géométrique direct**

Par définition, le modèle géométrique direct (MGD) réfère à l'ensemble des relations permettant la détermination de la position et l'orientation de l'organe terminal du robot en fonction des longueurs des câbles de chaque section flexible et leurs paramètres géométriques intrinsèques. Dans cette section, on s'intéresse uniquement au calcul du modèle géométrique direct des robots de type CBHA, autrement dit les robots ayant des actionneurs déformant

selon un arc de cercle. Pour le deuxième type considéré, nous référons le lecteur aux références [1], [83].

Plusieurs méthodes et approches ont été proposées dans la littérature pour résoudre le modèle géométrique direct des robots flexibles continuum [1], [2], [7], [15], [35]-[36], [49]-[53]. Le formalisme présenté ci-dessous pour décrire le calcul du modèle géométrique direct des robots flexibles considérés est basé sur l'hypothèse de la courbure constante [15]. L'idée principale de cette modélisation est de subdiviser chaque section flexible en un nombre fini d'unités et d'utiliser l'hypothèse de courbure constante par morceaux pour chaque section subdivisée (figure 3.2). Afin d'atteindre cet objectif, une méthode qui repose sur la mise en place d'un système modulaire a été adoptée. Ainsi, la transformation géométrique globale peut être calculée en utilisant des transformations simples qui s'effectuent en deux étapes (figure 3.5) :

- la transformation spécifique pour exprimer la relation entre les paramètres de l'arc de cercle et les longueurs de câbles ;
- la transformation géométrique indépendante exprimant la pose (position et orientation) en fonction des paramètres de l'arc de cercle.

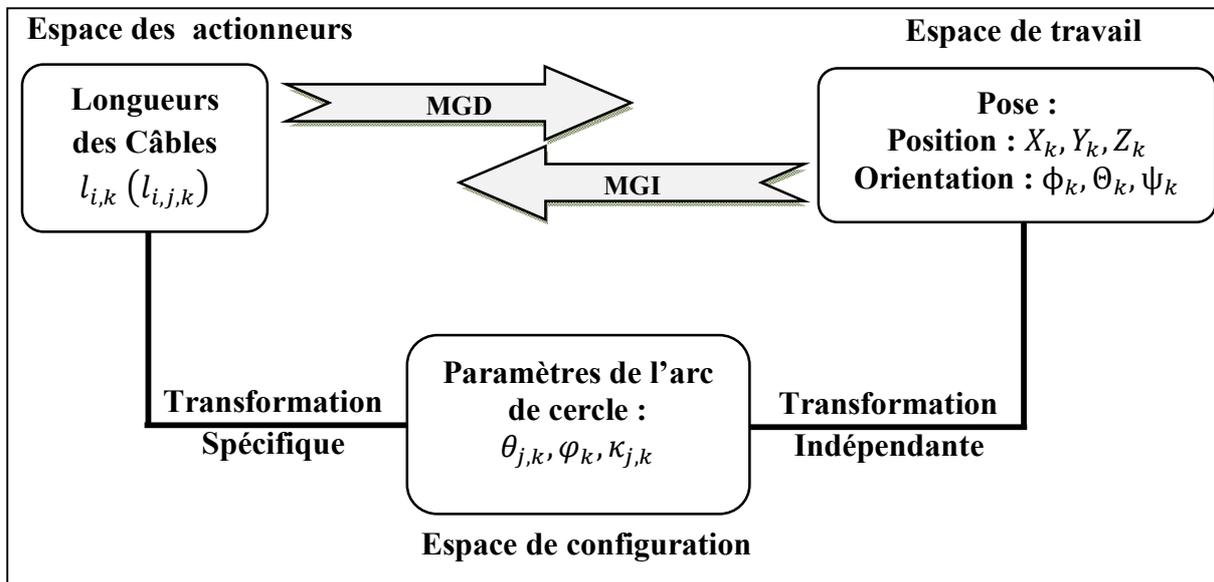


Figure 3.5 : Vue globale de la modélisation géométrique.

### 3.4.1. Modèle géométrique direct d'une unité ( $j, k$ )

Ce modèle définit la relation entre une variation de longueur de câbles  $l_{i,j,k}$  et la position et l'orientation du centre de la plate-forme mobile ( $j, k$ ), cela est valable uniquement pour une

seule unité  $(j, k)$ . Classiquement, ce modèle peut être obtenu à partir de la matrice de transformation homogène  $\mathbf{T}_{j,k}^{j-1,k}$  définissant le repère  $\mathcal{R}_{j,k}$  dans le repère  $\mathcal{R}_{j-1,k}$ . Cette matrice est donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{T}_{j,k}^{j-1,k} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{j,k}^{j-1,k} & \mathbf{o}_{j,k}^{j-1,k} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

avec  $\mathbf{R}_{j,k}^{j-1,k}$  et  $\mathbf{o}_{j,k}^{j-1,k}$  sont respectivement la matrice  $(3 \times 3)$  et le vecteur  $(3 \times 1)$  définissant l'orientation et la position de l'origine du repère  $\mathcal{R}_{j,k}$  dans le repère  $\mathcal{R}_{j-1,k}$ .

Sous les hypothèses précédentes, la matrice d'orientation  $\mathbf{R}_{j,k}^{j-1,k}$  est donnée par l'équation suivante [53] :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{j,k}^{j-1,k} &= \mathbf{rot}(z_{j-1,k}, \varphi_k) \mathbf{rot}(y_{j-1,k}, \theta_{j,k}) \mathbf{rot}(z_{j-1,k}, -\varphi_k) \\ &= \begin{bmatrix} c^2\varphi_k c\theta_{j,k} + s^2\varphi_k & c\varphi_k c\theta_{j,k} s\varphi_k - c\varphi_k s\varphi_k & c\varphi_k s\theta_{j,k} \\ c\varphi_k c\theta_{j,k} s\varphi_k - c\varphi_k s\varphi_k & s^2\varphi_k c\theta_{j,k} + c^2\varphi_k & s\varphi_k s\theta_{j,k} \\ -c\varphi_k s\theta_{j,k} & -s\varphi_k s\theta_{j,k} & c\theta_{j,k} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2)$$

avec :  $c. \triangleq \cos(.)$  et  $s. \triangleq \sin(.)$ .

Pour calculer les termes de la matrice de transformation indépendante  $\mathbf{T}_{j,k}^{j-1,k}$  en fonction des longueurs des câbles, une stratégie d'un système modulaire a été adoptée à l'aide de l'espace de configuration représentant les paramètres d'arc (figure 3.5).

### 3.4.1.1. Transformation spécifique

Le but de la transformation spécifique est de calculer les paramètres d'arc de cercle  $(\kappa_{j,k}, \theta_{j,k}, \varphi_k)$  d'une unité  $(j, k)$  en fonction des longueurs de câbles  $l_{i,j,k}$ . Ces paramètres sont donnés par l'équation (3.3). Le calcul en détail est présenté dans l'annexe C.

$$\begin{cases} \varphi_{j,k} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{3}(l_{3,j,k} - l_{2,j,k})}{2l_{1,j,k} - l_{2,j,k} - l_{3,j,k}} \right) \\ \kappa_{j,k} = \frac{2\sqrt{l_{1,j,k}^2 + l_{2,j,k}^2 + l_{3,j,k}^2 - l_{1,j,k}l_{2,j,k} - l_{1,j,k}l_{3,j,k} - l_{2,j,k}l_{3,j,k}}}{d_{j,k}^*(l_{1,j,k} + l_{2,j,k} + l_{3,j,k})} \\ \theta_{j,k} = \frac{2\sqrt{l_{1,j,k}^2 + l_{2,j,k}^2 + l_{3,j,k}^2 - l_{1,j,k}l_{2,j,k} - l_{1,j,k}l_{3,j,k} - l_{2,j,k}l_{3,j,k}}}{3d_{j,k}^*} \end{cases} \quad (3.3)$$

où  $d_{j,k}^*$  représente la valeur moyenne des rayons  $d_{j-1,k}$  et  $d_{j,k}$  de l'unité  $(j, k)$ .

### 3.4.1.2. Transformation indépendante

D'après la figure 3.4 les coordonnées cartésiennes  $(x_{j,k}, y_{j,k}, z_{j,k})$  de l'origine du repère  $\mathcal{R}_{j,k}$  exprimé dans le repère  $\mathcal{R}_{j,k-1}$  peuvent être déterminées géométriquement par les relations suivantes :

$$\begin{cases} x_{j,k} = \frac{2}{\kappa_{j,k}} \sin^2 \left( \frac{\theta_{j,k}}{2} \right) \cos(\varphi_k) \\ y_{j,k} = \frac{2}{\kappa_{j,k}} \sin^2 \left( \frac{\theta_{j,k}}{2} \right) \sin(\varphi_k) \\ z_{j,k} = \frac{1}{\kappa_{j,k}} \sin(\theta_{j,k}) \end{cases} \quad (3.4)$$

En substituant l'équation (3.3) dans l'équation (3.4), les coordonnées cartésiennes  $(x_{j,k}, y_{j,k}, z_{j,k})$  en fonction des longueurs des câbles seront obtenues par l'équation suivante :

$$\begin{cases} x_{j,k} = \frac{d_{j,k}^*(l_{1,j,k} + l_{2,j,k} + l_{3,j,k})}{D_{j,k}} \sin^2 \left( \frac{D_{j,k}}{3d_{j,k}^*} \right) \cos \left( \tan^{-1} \left( \frac{2l_{1,j,k} - l_{2,j,k} - l_{3,j,k}}{\sqrt{3}(l_{3,j,k} - l_{2,j,k})} \right) \right) \\ y_{j,k} = \frac{d_{j,k}^*(l_{1,k} + l_{2,k} + l_{3,k})}{D_k} \sin^2 \left( \frac{D_{j,k}}{3d_{j,k}^*} \right) \sin \left( \tan^{-1} \left( \frac{2l_{1,j,k} - l_{2,j,k} - l_{3,j,k}}{\sqrt{3}(l_{3,j,k} - l_{2,j,k})} \right) \right) \\ z_{j,k} = \frac{d_{j,k}^*(l_{1,j,k} + l_{2,j,k} + l_{3,j,k})}{2D_{j,k}} \sin \left( \frac{2D_{j,k}}{3d_{j,k}^*} \right) \end{cases} \quad (3.5)$$

avec :

$$D_{j,k} = 2\sqrt{l_{1,j,k}^2 + l_{2,j,k}^2 + l_{3,j,k}^2 - l_{1,j,k}l_{2,j,k} - l_{1,j,k}l_{3,j,k} - l_{2,j,k}l_{3,j,k}} \quad (3.6)$$

### 3.4.2. Modèle géométrique direct d'une section flexible $k$

Le modèle géométrique direct d'une section flexible  $k$  est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de la plate-forme supérieure (i.e. les coordonnées opérationnelles) en fonction des longueurs des câbles. Comme il est mentionné auparavant, la section flexible  $k$  est constituée d'une succession de  $m$  unités connectées en série (voir la figure 3.2), ce modèle peut être obtenu par la multiplication successive des matrices de transformation indépendante de chaque unité  $(j, k)$ , considéré comme une chaîne ouverte simple. Ce modèle est représenté par la matrice suivante :

$$\mathbf{T}_k^{k-1} = \mathbf{T}_{m,k}^{0,k} = \prod_{j=1}^m \mathbf{T}_{j,k}^{j-1,k} \quad (3.7)$$

où  $\mathbf{T}_{j,k}^{j-1,k}$  est la matrice  $(4 \times 4)$  définissant l'orientation et la position de l'origine du repère  $\mathcal{R}_{j,k}$  dans le repère  $\mathcal{R}_{j-1,k}$ . Cette matrice est donnée par l'équation (3.1).

### 3.4.3. Modèle géométrique direct du robot multi-section

Le modèle géométrique direct du robot multi-section est donné par la multiplication successive des matrices de transformations indépendantes de chaque section flexible  $k$  et la matrice de transformation du repère statique (s'il existe). La matrice résultante est donnée par l'équation suivante.

$$\mathbf{T}_n^{orig} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_n^{orig} & \mathbf{O}_n^{orig} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_0^{orig} \prod_{k=1}^n \mathbf{T}_k^{k-1} \quad (3.8)$$

où les matrices  $\mathbf{T}_0^{orig}$  et  $\mathbf{T}_k^{k-1}$  représentent respectivement la matrice de transformation statique et la matrice de transformation indépendante de chaque section flexible.

Dans le cas général, pour définir la situation de l'organe terminal d'un robot dans l'espace, il faut préciser sa position et son orientation.

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \mathbf{q}_p \\ \mathbf{q}_r \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

où  $\mathbf{q}_p$  représente les trois coordonnées opérationnelles de position et  $\mathbf{q}_r$  représente les coordonnées opérationnelles d'orientation.

Pour les coordonnées  $\mathbf{q}_p$  tout le monde s'accorde pour choisir les composantes cartésiennes, mais pour spécifier une rotation, la matrice  $\mathbf{R}_n^{orig}$  présente un nombre surabondant de paramètres, tandis que seul trois paramètres indépendants sont suffisants pour une telle représentation. En pratique plusieurs choix sont possibles pour les coordonnées  $\mathbf{q}_r$  [84], soit :

- Angles de Cardan ;
- Quaternions d'Euler ;
- Angles d'Euler.

Dans ce travail on a choisit les angles de Cardan (roulis, tangage et lacet  $(\phi, \theta, \psi)$ ), présentant trois rotations successives définies comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_n^{orig} &= \mathbf{rot}(z_{k-1}, \phi) \mathbf{rot}(y_{k-1}, \theta) \mathbf{rot}(x_{k-1}, \psi) \\ &= \begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ s\phi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Les expressions de ces angles en fonction des cosinus directeurs sont obtenues en faisant une identification avec la matrice d'orientation formée par les cosinus directeurs (l'équation (3.10)). Cette identification est basée sur la méthode décrite dans [85] détaillée dans l'annexe D, et qui donne comme résultat les équations suivantes :

$$\begin{cases} \phi = \text{atan2}(r_{21}, r_{11}) \text{ ou } \phi = \text{atan2}(-r_{21}, -r_{11}) \\ \theta = \text{atan2}(-r_{31}, r_{11}c\phi + r_{21}s\phi) \\ \psi = \text{atan2}(r_{13}s\phi - r_{23}c\phi, -r_{12}s\phi + r_{22}c\phi) \end{cases} \quad (3.11)$$

Où  $r_{mn}$  est l'élément des cosinus directeurs de la matrice  $\mathbf{R}_n^{orig}$ .

### 3.5. Modèle géométrique inverse

Nous avons vu au paragraphe précédent que le modèle géométrique direct (MGD) d'un robot flexible permet de calculer les coordonnées opérationnelles en fonction des longueurs de câbles. Le problème inverse consiste à calculer les longueurs de câbles correspondant à une situation désirée de l'organe terminal du robot, cette forme représente le modèle géométrique inverse (MGI). Pour établir ce modèle, nous commençons en premier lieu par le calcul du

modèle géométrique inverse d'une section flexible  $k$ , puis nous généralisons la procédure pour toute la structure.

### 3.5.1. Modèle géométrique inverse d'une section flexible $k$

L'objectif de ce modèle est de calculer les longueurs des câbles en fonction des coordonnées cartésiennes  $(X_k, Y_k, Z_k)$  de l'extrémité de la section flexible  $k$  définie dans le repère de référence  $\mathcal{R}_{k-1}$ . Pour calculer ce modèle, la stratégie du système modulaire est toujours adaptée (figure 3.5).

Dans cette partie, et pour des raisons de simplicité, l'indice  $k$  qui se réfère à la section flexible  $k$  sera omis dans les formulations suivantes.

En se référant à la figure 3.2 et en utilisant des relations trigonométriques, les coordonnées cartésiennes de l'extrémité de la section flexible  $k$  par rapport au repère  $\mathcal{R}_{k-1}$ , peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{cases} X_k = \left[ h_1 \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + h_2 \sin\left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{2}\right) + \dots + h_m \sin\left(\sum_{j=1}^m \left(\theta_j - \frac{\theta_m}{2}\right)\right) \right] \cos(\varphi_k) \\ Y_k = \left[ h_1 \sin\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + h_2 \sin\left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{2}\right) + \dots + h_m \sin\left(\sum_{j=1}^m \left(\theta_j - \frac{\theta_m}{2}\right)\right) \right] \sin(\varphi_k) \\ Z_k = h_1 \cos\left(\frac{\theta_1}{2}\right) + h_2 \cos\left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{2}\right) + \dots + h_m \cos\left(\sum_{j=1}^m \left(\theta_j - \frac{\theta_m}{2}\right)\right) \end{cases} \quad (3.12)$$

où  $h_j$  représente la distance entre les points  $O_{j-1}$  et  $O_j$ . Cette distance est donnée par l'équation suivante :

$$h_j = \frac{1}{\kappa_j} \sin\left(\frac{\theta_j}{2}\right) \quad (3.13)$$

Afin de simplifier les calculs on suppose que les unités ont la même longueur, d'où on peut écrire :

$$\kappa_j = \frac{d_1}{d_j} \kappa_1 \quad (3.14)$$

$$\theta_j = \frac{d_1}{d_j} \theta_1 \quad (3.15)$$

Insérons les équations (3.13), (3.14) et (3.15) dans l'équation (3.12), on obtient :

$$\begin{cases} X_k = \frac{2}{\kappa_1} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \sin\left(\frac{\lambda_j}{2} \theta_1\right) \sin\left(\left(\sum_{\bar{i}=1}^j \lambda_{\bar{i}} - \frac{\lambda_j}{2}\right) \theta_1\right) \cos(\varphi_k) \\ Y_k = \frac{2}{\kappa_1} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \sin\left(\frac{\lambda_j}{2} \theta_1\right) \sin\left(\left(\sum_{\bar{i}=1}^j \lambda_{\bar{i}} - \frac{\lambda_j}{2}\right) \theta_1\right) \sin(\varphi_k) \\ Z_k = \frac{2}{\kappa_1} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \sin\left(\frac{\lambda_j}{2} \theta_1\right) \cos\left(\left(\sum_{\bar{i}=1}^j \lambda_{\bar{i}} - \frac{\lambda_j}{2}\right) \theta_1\right) \end{cases} \quad (3.16)$$

telle que :

$$\lambda_j = \frac{d_1}{d_j} \quad (3.17)$$

En se référant à la figure (3.4) et sous l'hypothèse de la torsion nulle, nous pouvons écrire :

$$\begin{aligned} \cos(\varphi_k) &= \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{Y_k}{X_k}\right)\right) \\ &= \frac{X_k}{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2}}, \text{ pour } X_k > 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Le système d'équations (3.16) devient :

$$\begin{cases} \frac{Z_k}{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2}} - \frac{\sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \sin\left(\frac{\lambda_j}{2} \theta_1\right) \cos\left(\left(\sum_{\bar{i}=1}^j \lambda_{\bar{i}} - \frac{\lambda_j}{2}\right) \theta_1\right)}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \sin\left(\frac{\lambda_j}{2} \theta_1\right) \sin\left(\left(\sum_{\bar{i}=1}^j \lambda_{\bar{i}} - \frac{\lambda_j}{2}\right) \theta_1\right)} = 0 \\ \kappa_1 = \frac{2}{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2}} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\lambda_j} \sin\left(\frac{\lambda_j}{2} \theta_1\right) \sin\left(\left(\sum_{\bar{i}=1}^j \lambda_{\bar{i}} - \frac{\lambda_j}{2}\right) \theta_1\right) \end{cases} \quad (3.19)$$

Pour résoudre ce système d'équations, on doit recourir aux méthodes numériques ce qui exige au préalable la localisation d'une racine. Compte tenu de la complexité de ces équations et du grand nombre de paramètres existants, la localisation d'une racine n'est pas évidente pour notre cas, vu aussi à la problématique imposé : le suivi d'une trajectoire. Pour aboutir à la solution de ce problème, l'hypothèse de la courbure constante d'une unité  $(j, k)$  a été élargie à toute la section flexible  $k$ . Cette simplification permet la réduction de la complexité

du problème rencontrée lors de la résolution du modèle géométrique inverse d'une section flexible  $k$ . Les détails de cette étude sont présentés dans la section suivante.

### 3.5.2. Réduction du problème

Afin de simplifier l'étude, nous admettons que chaque section flexible  $k$  du robot se courbe selon un arc de cercle. De cette façon, l'axe central de la section flexible  $k$  est modélisé comme un arc de cercle inextensible orienté dans l'espace. La première extrémité  $O_{k-1}$  est placée à l'origine du repère  $\mathcal{R}_{k-1}$ , l'autre extrémité  $O_k$  est située à un point quelconque dans l'espace de travail. Cette section flexible est paramétrée par sa longueur d'arc  $\ell_k$ , sa courbure  $\kappa_k$  et son angle d'orientation  $\varphi_k$  (figure 3.6).

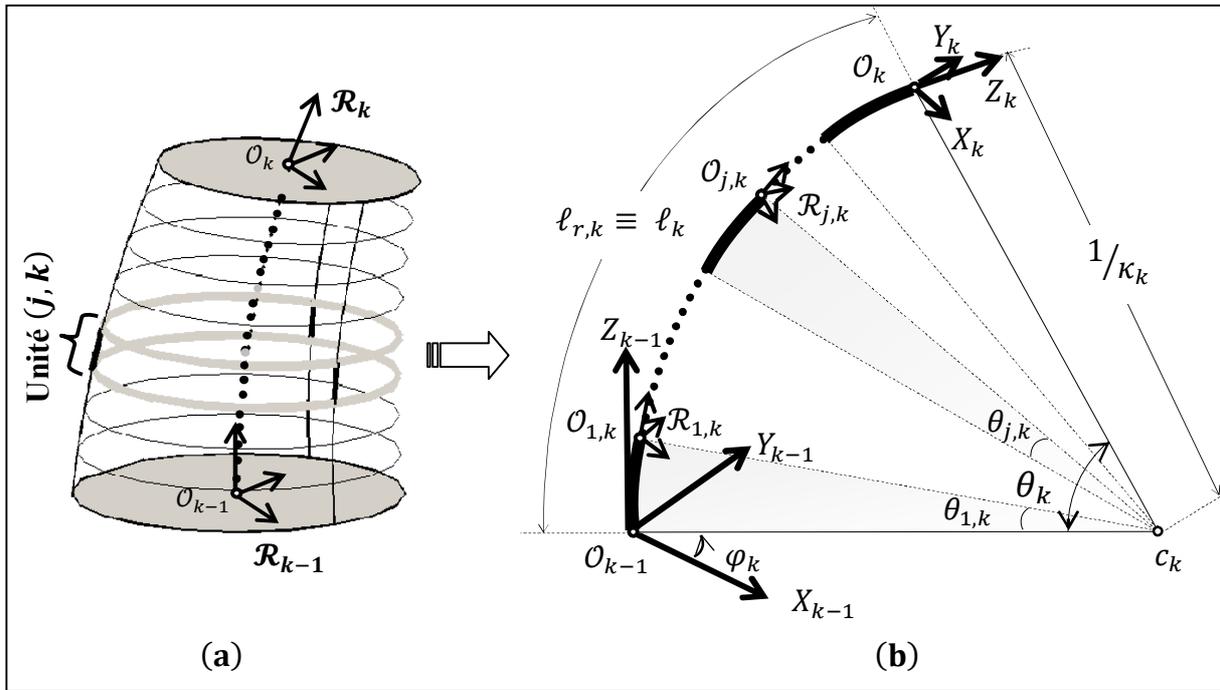


Figure 3.6 : Une section flexible  $k$  à courbure constante : (a) présentation de la section flexible, (b) placement des repères sur l'axe central.

En résumé, le modèle géométrique inverse d'une section flexible  $k$  peut être établi en deux étapes principales :

1. Calcul des paramètres d'arc de cercle dans l'espace de configuration en fonction des coordonnées opérationnelles de la section flexible  $k$ , puis la détermination des points extrêmes de chaque unité  $(j, k)$  ;

2. Calcul des longueurs de câbles en fonction de la position et l'orientation de la plateforme supérieure de chaque unité  $(j, k)$  de la section flexible  $k$ , puis la sommation des longueurs des câbles afin d'obtenir le modèle géométrique inverse de toute la section flexible  $k$ .

### 3.5.2.1. Calcul des paramètres d'un arc de cercle

Géométriquement (figure 3.7), la direction de la courbure  $\varphi_k$  peut être trivialement déterminée en divisant  $Y_k$  sur  $X_k$ , soit :

$$\varphi_k = \tan^{-1} \left( \frac{Y_k}{X_k} \right) \quad (3.20)$$

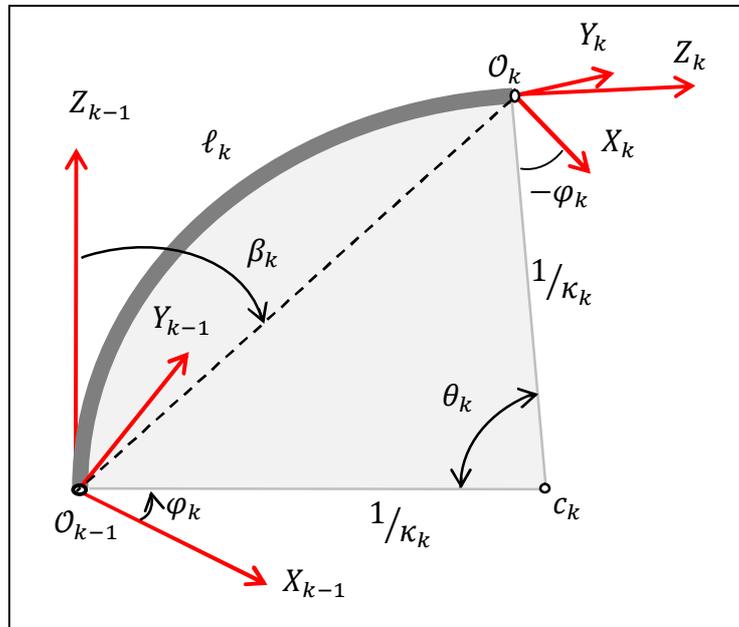


Figure 3.7 : La section flexible  $k$  modélisée comme un arc de cercle dans l'espace 3D.

En se référant à la figure 3.7 et en utilisant des relations trigonométriques, l'angle  $\beta_k$  peut être calculé par l'équation suivante :

$$\beta_k = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2}}{Z_k} \right) \quad (3.21)$$

D'où l'angle de flexion  $\theta_k$  peut être calculé par le système d'équations suivant :

$$\theta_k = \begin{cases} 2\beta_k, & Z_k > 0 \\ \pi, & Z_k = 0 \\ 2\pi + 2\beta_k, & Z_k < 0 \end{cases} \quad (3.22)$$

En plus de ces trois cas, le cas où  $X_k = 0, Y_k = 0$  et  $Z_k = 0$  est obtenu pour  $\theta_k = 2\pi$ .

En se référant encore à la figure 3.4 et en examinant le triangle  $\Delta \mathcal{O}_k c_k \mathcal{O}_{k-1}$ , la courbure  $\kappa_k$  peut être calculée par l'équation suivante :

$$\kappa_k = \frac{2 \sin\left(\frac{\theta_k}{2}\right)}{\sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2}} \quad (3.23)$$

Mathématiquement, la longueur d'arc  $\ell_k$  est égale au produit de l'angle substitué par l'arc  $\theta_k$ , et le rayon de l'arc  $r_k$ . Cette longueur peut être calculée par l'équation suivante :

$$\ell_k = \frac{\theta_k}{2 \sin\left(\frac{\theta_k}{2}\right)} \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2} \quad (3.24)$$

Maintenant et après avoir déterminé les paramètres de l'arc de cercle modélisant la section flexible  $k$  en fonction des coordonnées cartésiennes de cette dernière, les points extrêmes  $\mathcal{O}_{j,k}$  de chaque unité extrême  $(j, k)$  peuvent être déterminé à partir de l'équation suivante :

$$\mathbf{T}_{j,k}^{0,k} = \mathbf{T}_{1,k}^{0,k} \mathbf{T}_{2,k}^{1,k} \dots \mathbf{T}_{j,k}^{j-1,k} \quad (3.25)$$

où  $\mathbf{T}_{j,k}^{j-1,k}$  est la matrice de transformation homogène donnée par l'équation (3.1).

### 3.5.2.2. Calcul des longueurs de câbles

Afin d'effectuer la deuxième étape de modélisation, chaque unité  $(j, k)$  est considérée comme un robot parallèle ayant deux degrés de liberté  $\Theta_{j,k}$  et  $\psi_{j,k}$  (figure 3.8), dont la plate-forme est connectée à la base par trois segments  $(l_{i,j,k}, i = 1, 2, 3)$ . Chaque segment  $i$  est connecté à la plate-forme et à la base aux points  $A_{i,j,k}, B_{i,j,k}$  respectivement. Son comportement dynamique peut être reproduit par trois articulations de type 3UPS-1PU (Universal joint – Prismatic joint - Spheric joint et un Universal joint – Prismatic joint) avec une configuration cinématique identique. L'articulation prismatique de la chaîne cinématique PU est considérée comme passive, dans le but de contraindre l'extension linéaire et d'éviter la torsion autour de son axe central. Les trois articulations UPS, situés sur les côtés, sont

utilisées pour contrôler la position et l'orientation de la plate-forme mobile par rapport à la base de l'unité  $(j, k)$  (supposée fixe dans ce cas).

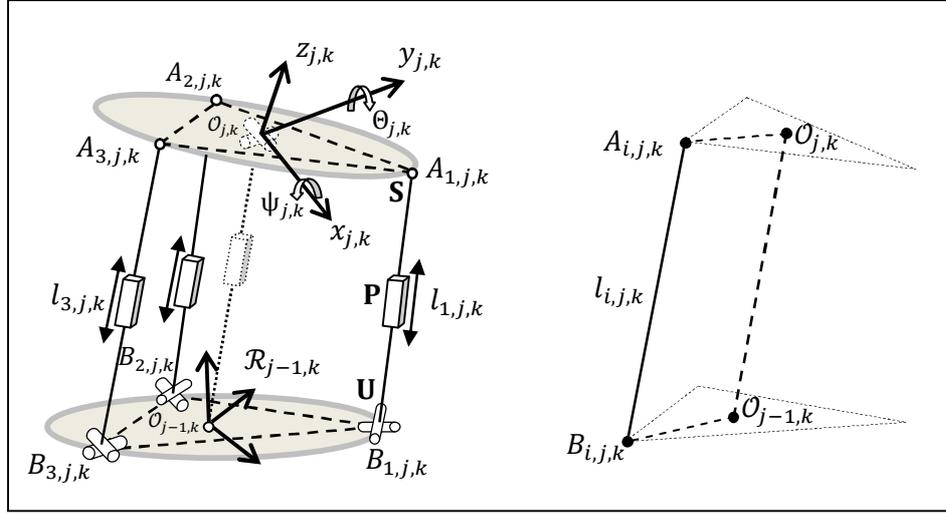


Figure 3.8 : Similitude d'une unité  $(j, k)$  avec un robot parallèle (3UPS-1UP).

Les coordonnées cartésiennes de la plate-forme mobile peuvent être déduites directement de l'équation (3.1), représentant l'origine du repère  $\mathcal{R}_{j,k}$  décrit dans le repère  $\mathcal{R}_{j-1,k}$ . Alors que les angles  $\Theta_{j,k}$  et  $\Psi_{j,k}$ , indiquant les angles de tangage et de lacet et qui correspondent respectivement à la rotation autour des axes  $y_{j,k}$  et  $x_{j,k}$  sont déterminés à partir de l'équation (3.2). On se basant sur la méthode décrite par Siciliano et Khatib [85] et utilisons les cosinus directeurs de la matrice  $\mathbf{R}_{j,k}^{j-1,k}$  (équation 3.2), les orientations  $\Theta_{j,k}$  et  $\Psi_{j,k}$  de la plate-forme mobile peuvent être exprimées comme suit :

$$\Theta_{j,k} = \tan^{-1} \left( \frac{-r_{31}}{r_{11}} \right) \quad (3.26)$$

$$\Psi_{j,k} = \tan^{-1} \left( \frac{-r_{23}}{r_{22}} \right) \quad (3.27)$$

où  $r_{mn}$  est l'élément  $(m, n)$  des cosinus directeurs de la matrice  $\mathbf{R}_{j,k}^{j-1,k}$ .

Ainsi, la matrice de transformation  $T_{j,k}^{j-1,k}$  définissant la plate-forme supérieure par rapport à la base de l'unité  $(j, k)$  peut être écrite comme suit :

$$T_{j,k}^{j-1,k} = \begin{pmatrix} R_{j,k}^{j-1,k} & \mathbf{O}_{j,k}^{j-1,k} \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & 1 \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

où  $R_{j,k}^{j-1,k}$  est la matrice qui définit l'orientation de la plate-forme mobile par rapport au repère de la base de l'unité. Cette matrice est donnée par l'équation suivante :

$$R_{j,k}^{j-1,k} = \mathbf{rot}(y_{j-1,k}, \Theta_{j,k}) \mathbf{rot}(x_{j-1,k}, \Psi_{j,k}) \quad (3.29)$$

Après la détermination des coordonnées opérationnelles et connaissant les points d'ancrage  $\mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{j,k}$  des câbles au niveau de la plate-forme exprimés dans le repère  $\mathcal{R}_{j,k}$ , le vecteur donnant ces points par rapport au repère de base  $\mathcal{R}_{j-1,k}$  est donné par l'équation suivante :

$$\mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{j-1,k} = T_{j,k}^{j-1,k} \mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{j,k} \quad (3.30)$$

où  $\mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{j,k}$  est le vecteur  $(1 \times 3)$  qui correspond aux coordonnées des points d'attachement  $A_{i,j,k}$  par rapport au repère  $\mathcal{R}_{j,k}$ . Les composantes de ce vecteur sont données par l'équation suivante :

$$\mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{j,k} = [d_{j,k} \cos(\gamma_{i,k}) \quad d_{j,k} \sin(\gamma_{i,k}) \quad 0 \quad 1]^T \quad (3.31)$$

où  $d_{j,k}$  désigne la distance radiale entre l'origine du repère  $\mathcal{R}_{j,k}$  et le point d'attachement  $A_{i,j,k}$ .

Généralement, le modèle géométrique inverse d'un robot parallèle est obtenu par quelques relations élémentaires simples [86]. Ce modèle représente la distance entre les points  $A_{i,j,k}$  et  $B_{i,j,k}$  qui peut être exprimé comme suit :

$$\mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}} = \mathbf{T}_{j-1,k}^{B_{i,j,k}} \mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{j-1,k} \quad (3.32)$$

avec :

$$\mathbf{T}_{j-1,k}^{B_{i,j,k}} = \begin{bmatrix} c\gamma_{i,k} & -s\gamma_{i,k} & 0 & -d_{j-1,k} \\ s\gamma_{i,k} & c\gamma_{i,k} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

où  $d_{j-1,k}$  désigne la distance radiale entre l'origine du repère  $\mathcal{R}_{j-1,k}$  et le point d'attachement  $B_{i,j,k}$ .

Le développement de l'équation (3.32) conduit à exprimer les longueurs de câbles  $l_{i,j,k}$  en fonction des coordonnées cartésiennes de l'unité  $(j,k)$ , qui peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$l_{i,j,k} = \sqrt{l_x^2 + l_y^2 + l_z^2} \quad (3.34)$$

où  $l_x$ ,  $l_y$  et  $l_z$  représentent les composantes du vecteur  $\mathcal{O}_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}}$  qui définit la position du point  $A_{i,j,k}$  dans le repère  $\mathcal{R}_{B_{i,j,k}}$ .

Du fait que la section flexible  $k$  est divisée en  $m$  unités, la longueur totale des segments de la section flexible  $k$  peut être écrite comme suit:

$$l_{i,k} = \sum_{j=1}^m l_{i,j,k} \quad (3.35)$$

### 3.5.3. Modèle géométrique inverse du robot multi-section

Connaissant les coordonnées opérationnelles de chaque section flexible, le modèle géométrique inverse d'une section flexible  $k$  développé dans la partie 3.5.2, peut être itérativement appliqué à plusieurs sections flexibles liées en série (figure 3.9). Pour effectuer cette tâche, ces coordonnées cartésiennes doivent être déterminées par rapport au repère local  $\mathcal{R}_{k-1}$  de chaque section flexible  $k$  à l'intermédiaire de l'équation (3.36).

$$[X_k, Y_k, Z_k, 1]^T = \mathbf{T}_0^{k-1} \mathcal{O}_k^0 \quad (3.36)$$

telle que:

$$\mathbf{T}_k^0 = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_k^{k-1} \quad (3.37)$$

En réalité, les coordonnées opérationnelles de chaque section flexible sont des inconnues et difficile à calculés par des méthodes classiques, d'où le problème inverse des robots flexibles multi-sections reste toujours ouvert. Pour résoudre ce problème, on va recourir aux méthodes numériques. Dans le chapitre suivant, nous proposons une approche basée sur des méthodes métaheuristiques capable de résoudre ce problème lié à la modélisation géométrique inverse des robots flexibles multi-sections.

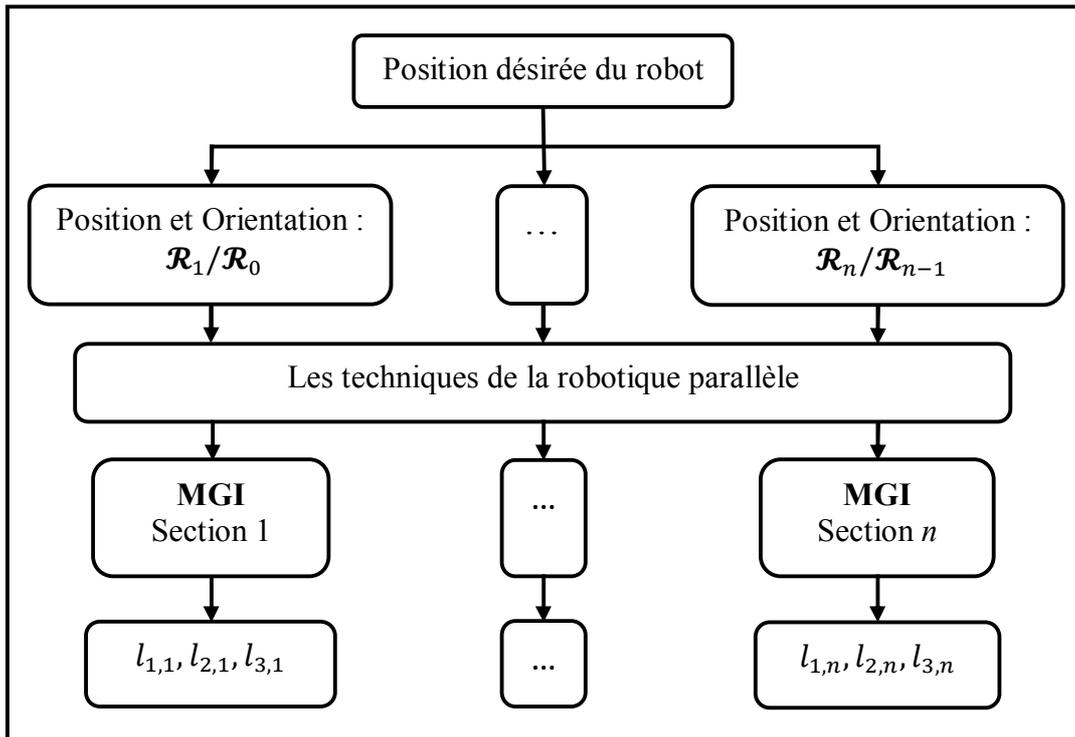


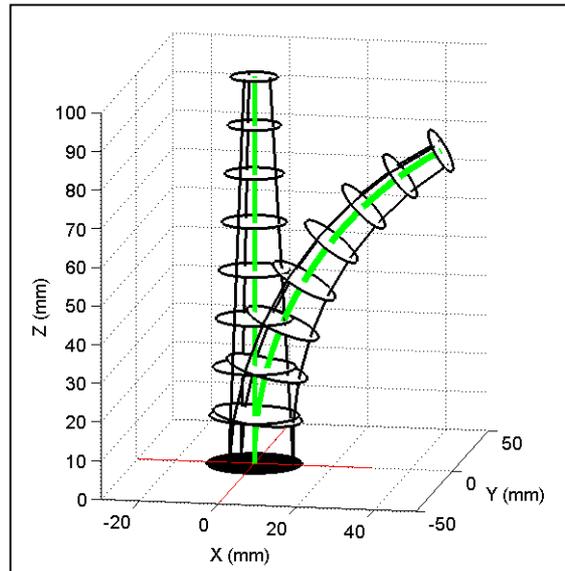
Figure 3.9 : Algorithme du calcul du modèle géométrique inverse.

### 3.6. Applications

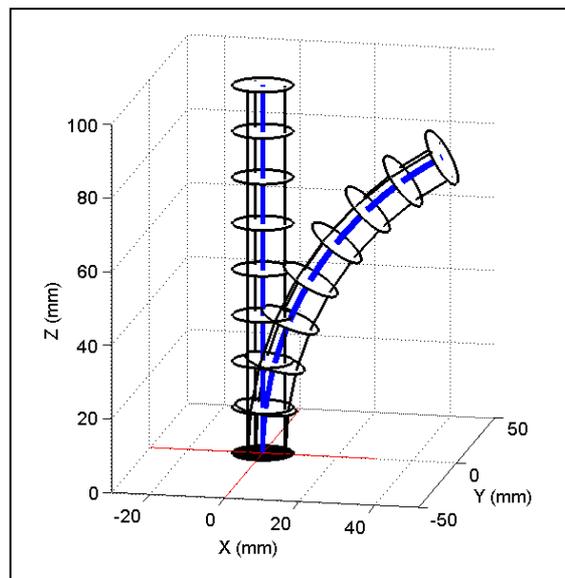
Pour valider les modèles géométriques développés dans ce chapitre, nous présenterons dans cette section une simulation sous l'environnement MATLAB. Du point de vue matériel, toutes les simulations sont effectuées sur un PC avec un processeur i3, 2.10 GHz, 4 Go de RAM.

#### 3.6.1. Simulation du modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct d'un robot ayant une section flexible est implémenté sous MATLAB. Il permet de définir la position et l'orientation de l'extrémité supérieure en fonction de ces coordonnées généralisées. Les figures 3.10(a) et 3.10(b) montrent l'état initial et final des deux robots ayant la forme conique et cylindrique respectivement pour un jeu de longueurs identique.



(a)



(b)

Figure 3.10 : Déformation des robots pour un jeu de longueurs identiques :  $l_1 = 93.69$  mm et  $l_2 = l_3 = 103.3$  mm, (a) configuration du robot à courbure variable (forme conique), (b) configuration du robot à courbure constante (forme cylindrique).

La figure 3.11 présente les axes centraux des deux robots (la courbe verte pour le robot ayant la forme conique et la courbe bleue pour celle de forme cylindrique). On remarque que la déformation de l'axe central du robot ayant la forme conique diffère largement de l'arc de cercle, cela est dû à la forme conique du robot [35].

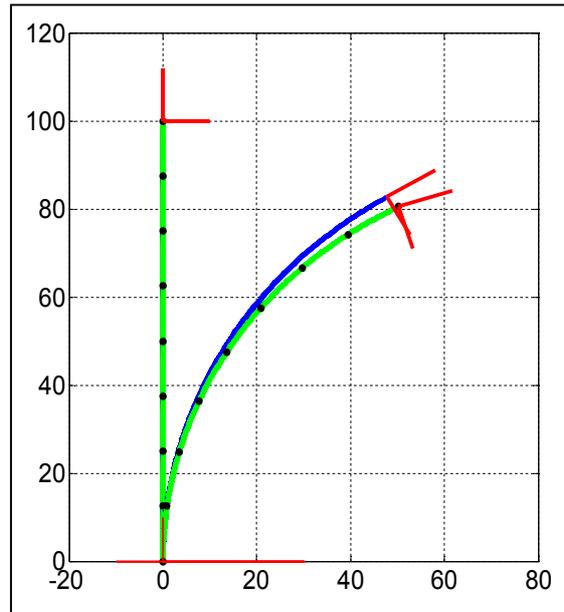


Figure 3.11 : Les axes centraux du robot conique et cylindrique : la courbe verte pour le robot à courbure variable, et la courbe bleue pour le robot à courbure constante.

La figure 3.12 montre deux robots de forme conique à deux et à trois sections flexibles pour un jeu de longueurs désiré.

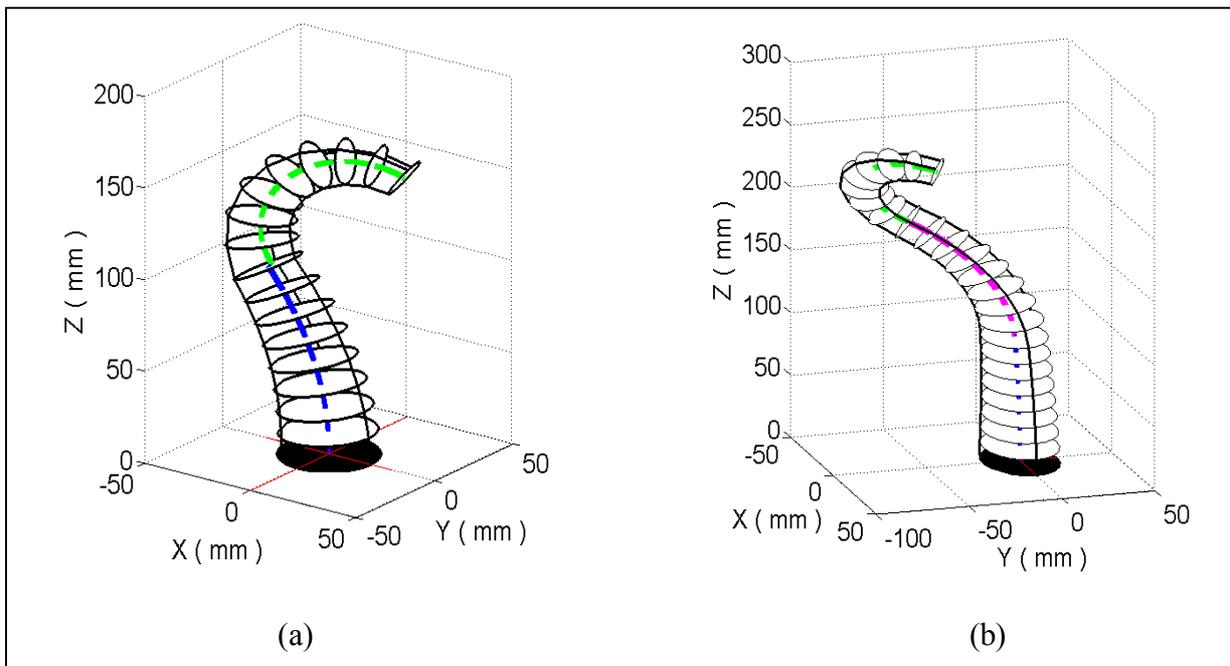


Figure 3.12 : Déformation des robots à deux et à trois sections flexibles pour un jeu de longueurs désiré, (a) robot à deux sections, (b) robot à trois sections.

### 3.6.2. Simulation du modèle géométrique inverse

Dans cet exemple, le robot ayant une section flexible, constituée de huit unités de même longueur, doit effectuer une rotation complète autour de l'axe  $Z$ , i.e.  $\varphi \in [0, 2\pi]$ , tout en maintenant une inclinaison constante, i.e.  $\theta = \pi/6$ . La figure 3.11 montre les quatre poses du robot à :  $\varphi = 0 : \frac{\pi}{2} : 2\pi$  pour un suivi de trajectoire circulaire (cercle rouge).

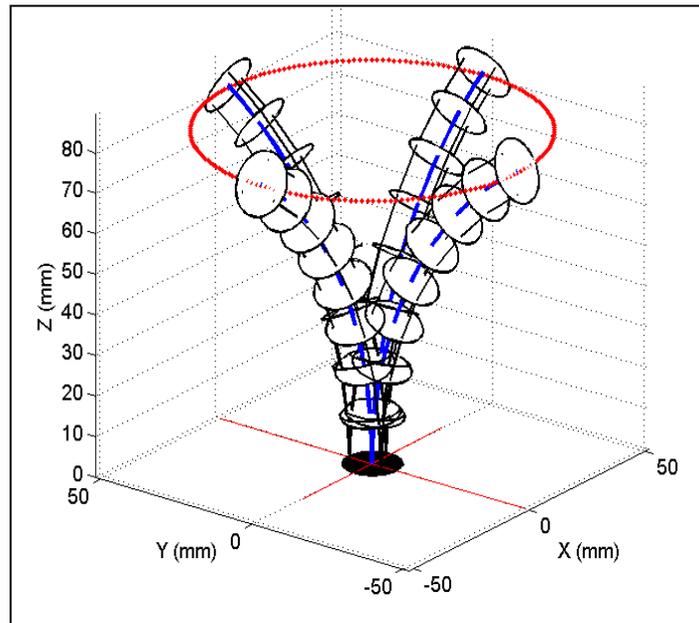


Figure 3.13 : Application du modèle géométrique inverse au suivi d'une trajectoire circulaire dans l'espace de tâche : configuration du robot pour  $\varphi = 0 : \frac{\pi}{2} : 2\pi$

La figure 3.14 montre la variation de longueur des trois câbles nécessaire pour assurer le suivi de la trajectoire circulaire. Cet exemple valide le modèle géométrique inverse d'une section flexible

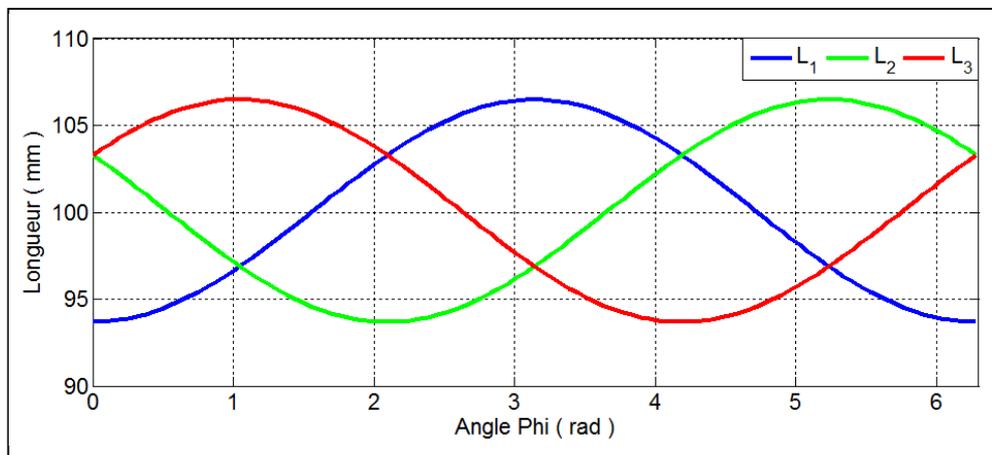


Figure 3.14 : Les longueurs des câbles en fonction de la variation de l'angle d'orientation  $\varphi$ .

### **3.7. Conclusion**

Après avoir présenté la description géométrique de la structure du robot flexible considéré, nous allons détailler le développement des modèles géométriques qui seront utilisés dans les chapitres suivants. Les modèles géométriques directs sont simples à obtenir. Le modèle géométrique direct de l'unité  $(j, k)$  est obtenu par l'utilisation de la matrice de transformation homogène. Le calcul de cette matrice est effectué en deux étapes : la transformation spécifique qui exprime la relation entre les paramètres de l'arc de cercle et les longueurs des câbles, puis la transformation indépendante qui exprime la situation désirée en fonction des paramètres de l'arc de cercle. Alors que le modèle géométrique direct de la section flexible  $k$  et du robot entier sont obtenus par la multiplication successive des matrices de transformation géométriques globales des unités  $(j, k)$ .

Contrairement aux modèles géométriques directs, les modèles inverses sont difficiles à obtenir. En ce qui concerne le modèle géométrique inverse de la section flexible  $k$  de courbure variable (c'est-à-dire pour le robot ayant une forme conique), son obtention n'est pas possible par les méthodes classiques. D'où l'élargissement de l'hypothèse de la courbure constante de l'unité  $(j, k)$  pour toute la section flexible, dans le but de simplifier la complexité du problème. Ensuite, le problème est subdivisé en deux sous-problèmes simples. Premièrement, la détermination des relations entre les paramètres de l'arc de cercle et les coordonnées opérationnelle, par l'utilisation de relations géométriques. Deuxièmement, le calcul des longueurs des câbles en fonction des coordonnées opérationnelles intermédiaires, par l'utilisation des techniques des robots parallèles. Tandis que le modèle géométrique inverse du robot entier reste toujours ouvert, ce qui fera l'objectif du chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Génération de mouvements et Optimisation

### Sommaire

---

4.1.	Introduction .....	54
4.2.	Définition de la génération de mouvements .....	54
4.3.	Etude de l'espace de travail .....	55
4.4.	Détermination des points extrêmes .....	57
4.4.1.	Formulation du problème .....	57
4.4.2.	Les métaheuristiques .....	58
4.4.2.1.	Optimisation par essaim des particules .....	59
4.4.2.2.	Optimisation par les algorithmes génétiques .....	61
4.4.2.3.	Organisation du problème .....	61
4.5.	Résolution du modèle géométrique inverse du robot flexible multi-section .....	62
4.6.	Résultats de simulation .....	63
4.6.1.	Exemple 1 : suivi de la trajectoire .....	63
4.6.2.	Exemple 2 : comparaison de deux méthodes métaheuristiques (PSO et GA) .....	67
4.6.3.	Exemple 3 : évitement d'obstacles, inspection des objets .....	67
4.7.	Résultats expérimentaux .....	70
4.7.1	Description de la première expérience .....	71
4.7.2.	Description de la deuxième expérience .....	74
4.7.3.	Discussion des résultats .....	76
4.8.	Conclusion .....	79

---

#### **4.1. Introduction**

Dans ce chapitre, nous commençons à présenter les différentes classes de la génération de mouvements utilisées dans le domaine de la robotique. Ensuite, nous déterminerons l'espace de travail d'une section flexible du robot continuum, en particulier, celle du robot flexible actionné par câbles. Nous présentons aussi les deux méthodes métaheuristiques, PSO et GA, utilisées dans ce travail, sans oublier notre algorithme pour la résolution du modèle géométrique inverse des robots flexibles multi-sections.

#### **4.2. Définition de la génération de mouvements**

La génération de mouvements désigne la fonction de calcul des consignes articulaires du robot, destinées à réaliser une tâche interprétée sous forme de points successives de l'organe terminal du robot sous l'effet de contraintes cinématiques ou dynamiques. Cette fonction de génération de mouvements peut s'exercer dans l'espace articulaire, elle consiste à déterminer une loi horaire pour chaque articulation, de même que dans l'espace opérationnel, où elle vise à déterminer directement la trajectoire cartésienne de l'organe terminal du robot et son orientation.

D'une façon générale, la génération de mouvements construit la trajectoire de l'organe terminal du robot à partir de données de contraintes spatiales, ou sous la forme de points intermédiaires qui peuvent être de véritables points de passage, des points précisant les directions successives du mouvement. La génération de mouvements peut alors être envisagée selon deux modes : le premier est le mode point à point, qui impose l'arrêt du robot à chaque point, et le deuxième est le mode à trajectoire continue, qui impose une continuité de la vitesse du mouvement à chaque point intermédiaire [87]. Ce dernier peut être subdivisé en plusieurs classes de mouvements, à savoir :

- le mouvement entre deux points via des points intermédiaires, spécifié notamment pour éviter les obstacles, avec trajectoire libre entre les points intermédiaires ;
- le mouvement entre deux points avec trajectoire contrainte entre les points (exemple de trajectoire rectiligne) ;
- le mouvement entre deux points via des points intermédiaires avec trajectoire contrainte entre les points intermédiaires.

Le choix d'une méthode de génération du mouvement dépend de l'application considérée et que chaque méthode a ses propres limites. Dans ce chapitre, nous allons utiliser le premier

mode pour déplacer le robot d'un point à un autre dans son espace de travail. Le but principal est de calculer les points extrêmes des sections flexibles. Cet objectif sera atteint dans la section "Détermination des points extrêmes".

### **4.3. Etude de l'espace de travail**

La détermination de l'espace de travail a un aspect très important dès la conception d'un robot afin de préciser ses marges de manœuvre et de définir l'ensemble des points atteignables pendant son fonctionnement. Dans cette partie du manuscrit nous déterminons l'espace de travail du robot prototype présenté dans le chapitre 2. Alors que l'espace de travail du robot CBHA, nous référons le lecteur à consulter la référence [2].

Par définition, l'espace de travail est l'ensemble des configurations accessibles par l'organe terminal du robot. Il se caractérise par l'ensemble des positions et orientations accessibles par un repère lié à son extrémité libre.

Pour les robots sériels classiques, la représentation de l'espace de travail est plus facile parce que l'orientation et la position sont souvent découplées par construction, ce qui permet de représenter d'abord en 3D les possibilités de positionnement et ensuite l'espace atteignable par l'extrémité de l'organe terminal qui caractérise les orientations possibles.

Pour les robots parallèles, généralement ces deux zones sont couplées et les points atteignables dans l'espace cartésien par le centre de la plate-forme mobile dépendent de son orientation et vice-versa. La représentation de l'espace de travail pour les robots parallèles exige donc la considération d'un espace 6D, ce qui limite les possibilités de représentation graphique. Il faut alors utiliser des coupes et des projections de l'espace de travail afin de se ramener à des représentations graphiques en 2D et 3D. Il en découle plusieurs projections de l'espace de travail [88]:

- l'espace de travail maximal, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour au moins une orientation de celle-ci ;
- l'espace de travail dextre, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plateforme mobile pour toutes les orientations de celle-ci ;
- l'espace de travail à orientation constante, qui correspond à l'ensemble des positions accessibles par la plate-forme mobile pour une orientation de celle-ci donnée ;

Dans notre étude, et du fait que les coordonnées cartésiennes sont fortement couplées avec les orientations, nous pouvons facilement déterminer l'espace de travail d'une section

flexible. Il pourrait être intéressant de caractériser les domaines de l'espace de travail où la plate-forme mobile puisse réaliser toutes les trajectoires possibles pour n'importe quelle orientation, c'est-à-dire pour n'importe quel point.

La détermination de l'espace de travail d'un robot peut être effectué de deux manières différentes : soit par identification expérimentale, soit à partir d'une dérivation du modèle géométrique direct présenté dans le chapitre précédent. L'espace de travail ici indique les positions de l'extrémité libre de la section flexible qu'elle puisse atteindre. Cet espace de travail peut être dérivé à partir du modèle géométrique développé dans le chapitre 3 (équation 3.20 et 3.24) qui s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} \sqrt{X_k^2 + Y_k^2 + Z_k^2} = \frac{2\ell_k}{\theta_k} \sin\left(\frac{\theta_k}{2}\right), & \theta_k \in [\theta_{min}, \theta_{max}] \\ \frac{Y_k}{X_k} = \tan^{-1}(\varphi_k), & \varphi_k \in [0, 2\pi] \end{cases} \quad (4.1)$$

A partir de l'équation (4.1), on voit que l'espace de travail de la section flexible  $k$  est une surface sphéroïdale. Dans les plans parallèles au plan  $X_k Y_k$ , l'extrémité libre de la section flexible se trouve sur un cercle dont le rayon dépend de l'angle de flexion  $\theta_k$  et ses paramètres géométriques. A titre d'exemple, la figure 4.1 montre l'espace de travail d'une section flexible  $k$  avec les paramètres géométriques suivants :  $\ell_k = 100$  mm,  $\varphi_k \in [0, 2\pi]$  et  $\theta_k \in [-\pi, \pi]$ .

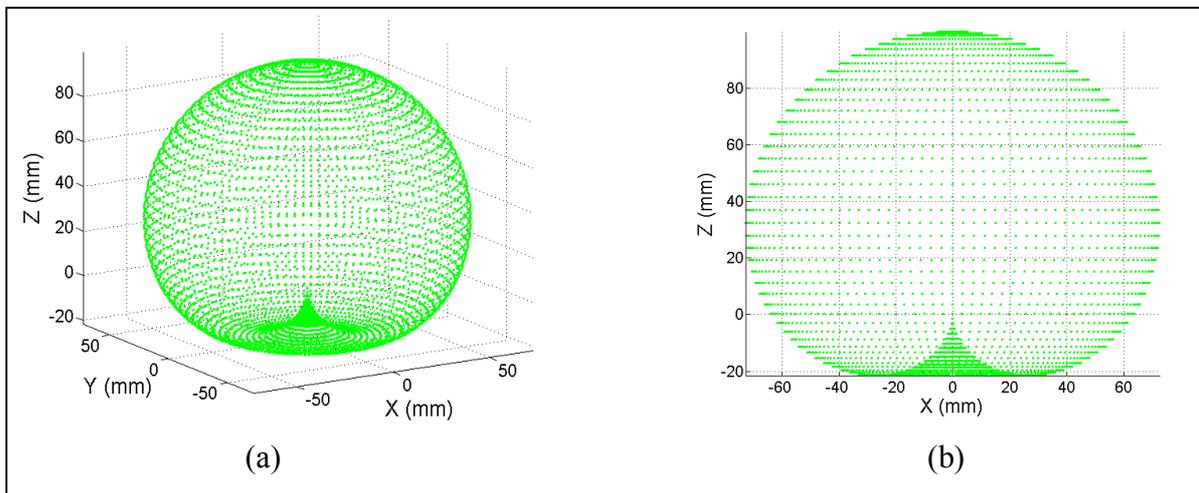


Figure 4.1 : Espace de travail d'une section flexible  $k$  : (a) vue 3D, (b) vue du plan  $X_k Z_k$ .

Pour un robot multi-section, l'expression analytique de l'espace de travail est très complexe et difficile à obtenir. Cependant, il peut être résolu numériquement et ceci pourrait être une des perspectives de notre thèse.

#### 4.4. Détermination des points extrêmes

Pour résoudre le modèle géométrique inverse des robots flexibles multi-sections, il est important de déterminer les coordonnées opérationnelles des points finaux de chaque section flexible lors du suivi de la trajectoire. Ainsi, le mouvement de l'organe terminal du robot lors de son suivi de la trajectoire est effectué point à point.

L'hyper-redondance des robots flexibles et la complexité de couplage entre les variables opérationnelles peuvent justifier l'utilisation des méthodes métaheuristiques, à savoir : l'optimisation par essaim des particules (PSO) et l'algorithme génétique (GA). Dans cette partie, nous présentons une nouvelle approche métaheuristique capable de résoudre le modèle géométrique inverse des robots flexibles multi-sections [68].

Par rapport à d'autres approches et méthodes proposées dans la littérature, ce modèle peut être plus précis en termes de position et capable de modéliser tous les robots flexible continuum sous l'hypothèse de courbure constante ; car il ne dépend pas du degré de redondance du robot ou de ses caractéristiques.

Sous l'hypothèse de courbure constante [15], on suppose que l'axe central de la structure est inextensible, et la résolution est posée en terme d'optimisation d'une fonction coût quadratique sous contrainte d'égalité (conservation de longueur).

##### 4.4.1. Formulation du problème

Le fait que le robot est hyper-redondant, le problème peut être résolu en employant un algorithme d'optimisation qui minimise un certain critère quadratique [62], [63]. Ainsi, pour un point final donné  $(X_k^*, Y_k^*, Z_k^*)$  dans l'espace de tâche du robot, les coordonnées cartésiennes des points finaux intermédiaires  $\mathcal{O}_k$  qui se situent sur l'axe central, peuvent être calculés par des méthodes d'optimisation qui seront décrites dans les paragraphes ci-après. La fonction coût appropriée proposée dans ce travail à optimiser s'exprime par l'équation suivante :

$$\mathbf{F}(X_k^*, Y_k^*, Z_k^*) = \sum_{k=1}^{n-1} \mathbf{f}_k(\ell_{r,k}, \ell_k) \quad (4.2)$$

où l'indice “\*” désigne la projection des coordonnées cartésiennes par rapport au repère  $\mathcal{R}_0$ .

Alors que la fonction coût de chaque section flexible  $k$  peut être écrite sous la forme suivante :

$$\mathbf{f}_k(\ell_{r,k}, \ell_k) = \frac{1}{2}(\ell_{r,k} - \ell_k)^2 \quad (4.3)$$

où  $\ell_{r,k}$  est la valeur constante de la longueur de l'axe central de la section flexible  $k$ , et  $\ell_k$  est sa longueur estimée ; mais calculée en fonction des coordonnées du point final,  $\mathcal{O}_k$ , de la section flexible  $k$  par rapport au repère  $\mathcal{R}_{k-1}$ . Cette longueur est donnée par l'équation (3.24).

Les coordonnées Cartésiennes des points finaux de chaque section flexible par rapport au repère de référence  $\mathcal{R}_0$ , peuvent être calculées en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\min_{X_k^*, Y_k^*, Z_k^*; k=1,2,\dots,n-1} \mathbf{F}(X_k^*, Y_k^*, Z_k^*) \quad (4.4)$$

En raison de l'hyper-redondance du robot, l'équation (4.4) a un nombre infini de solutions. Cette variété de solutions nous permet de choisir les configurations du robot qui assure : l'évitement des obstacles, la prise des objets, et le suivi d'une trajectoire avec des orientations spécifiques [61], [67].

Afin de sélectionner une solution unique pour la posture du robot et qui assure le suivi de la trajectoire désirée, des contraintes additionnelles sont ajoutées à la fonction coût. En général, ces contraintes peuvent être définies mathématiquement comme égalités et/ou inégalités. Elles sont exprimées par l'équation suivante :

$$\sum_{\chi=1}^N \mathbf{G}_\chi(X_k^*, Y_k^*, Z_k^*) \leq 0 ; \chi = 1, 2, \dots, N \quad (4.5)$$

où  $\mathbf{G}_\chi$  représente les contraintes telles que l'évitement d'obstacle, la prise d'objet, le suivi de trajectoire avec une orientation spécifique, etc., et  $N$  représente le nombre de contraintes.

#### 4.4.2. Les métaheuristiques

Les métaheuristiques, tels que les algorithmes génétiques, optimisation par essaim de particules, sont des méthodes heuristiques d'usage général qui ont réussi à résoudre des problèmes d'optimisation difficiles dans un temps de calcul raisonnable [89]. En premier lieu, ces deux méthodes seront présentées dans les parties suivantes de cette thèse. Par la suite elles seront utilisées pour la résolution du problème géométrique inverse des robots flexibles multi-sections.

#### 4.4.2.1. Optimisation par essaim de particules (PSO)

L'optimisation par essaim de particules (Particle Swarm Optimization en anglais), est une technique d'optimisation développée par Kennedy et Eberhart en 1995 [90]. Cette méthode est inspirée du comportement social des animaux évoluant en essaim tel que les vols groupés des oiseaux et les bancs de poissons. Le PSO utilise une population de solutions candidates pour chercher une solution optimale au problème. Cette méthode est un outil d'optimisation efficace, qui pourrait être implémenté facilement pour résoudre divers problèmes d'optimisation [91]. Son principal avantage réside dans sa convergence rapide avec peu de paramètres à réglé [92].

Un essaim est un ensemble de particules qui survole l'espace de recherche, dont chaque particule est considérée comme une solution potentielle du problème, en vue de trouver la solution optimale. Le déplacement de chaque particule est influencé par les trois composantes suivantes :

- une composante d'inertie : vitesse actuelle de la particule ;
- une composante cognitive : le meilleur site par lequel elle est déjà passée ;
- une composante sociale : le meilleur site déjà atteint collectivement par l'essaim.

Dans l'espace de recherche 3D, chaque particule  $p$  de l'essaim est caractérisée par un vecteur de position  $x_p$  et un vecteur de vitesse  $v_p$ . La qualité de sa position est déterminée par la valeur de la fonction coût en ce point. Chaque particule mémorise la meilleure position par laquelle elle est déjà passée  $X_{pbest}$ . La meilleure position, trouvée par l'ensemble des particules de l'essaim, est notée  $X_{gbest}$ .

Au départ de l'algorithme, les particules sont initialisées aléatoirement dans l'espace de recherche du problème. A chaque itération  $t$ , chaque particule  $p$  est manipulée selon les équations (4.6) et (4.7) en combinant les trois composantes précédentes.

$$v_p^{t+1} = \omega v_p^t + c_1 \rho_1 (X_{pbest}^t - x_p^t) + c_2 \rho_2 (X_{gbest}^t - x_p^t) \quad (4.6)$$

$$x_p^{t+1} = x_p^t + v_p^{t+1} \quad (4.7)$$

tel que :

- $v_p^t$  : vitesse de la particule  $p$  ;
- $x_p^t$  : position de la particule  $p$  ;

- $\omega$  : coefficient d'inertie (constant) ;
- $c_1, c_2$  : coefficients d'accélération (constantes) ;
- $\rho_1, \rho_2$  : deux nombres aléatoires tirés uniformément dans  $[0, 1]$  ;
- $X_{pbest}^t$  : meilleure position par laquelle la particule  $p$  est déjà passée ;
- $X_{gbest}^t$  : meilleure position trouvé par l'essaim.

Algorithme 4.1 : Optimisation par essaim de particules.

<b>Les variables et les paramètres de l'algorithme :</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- nombre de particules ;</li> <li>- <math>x_p</math> : position de la particule <math>p</math> ;</li> <li>- <math>v_p</math> : vitesse de la particule <math>p</math> ;</li> <li>- <math>X_{pbest}</math> : meilleure fitness obtenue pour la particule <math>p</math> ;</li> <li>- <math>X_{gbest}</math> : position de la particule <math>p</math> pour la meilleure fitness ;</li> <li>- <math>c_1, c_2</math> : constantes ;</li> <li>- <math>\rho_1, \rho_2</math> : nombres aléatoires.</li> </ul>
1 : <b>Initialisation aléatoire :</b>	des positions et des vitesses de particules ;
2 : <b>Pour chaque particule :</b>	$X_{pbest} = x_p$ ;
3 : <b>Calculer</b>	$X_{gbest}$ ;
4 : <b>Tant que</b> (critère d'arrêt n'est pas atteint) <b>Faire :</b>	$t = t + 1$
5 :           calculer	la valeur de la fonction coût de chaque $p$ ;
6 :           mettre à jour	$X_{pbest}$ et $X_{gbest}$ ;
7 :           déplacer	les particules selon (4.6) et (4.7).
8 : <b>Fin</b>	

L'algorithme d'optimisation par essaim de particules est initialisé avec un ensemble de particules aléatoires puis il cherche des solutions optimales en mettant à jour les itérations. A chaque itération  $t$ , chaque particule  $p$  est mise à jour par les deux meilleures valeurs: le  $X_{pbest}$  et le  $X_{gbest}$ . A chaque étape, l'algorithme de PSO consiste à déplacer les particules suivant les équations (4.6) et (4.7). Le critère d'arrêt peut être le nombre d'itérations achevé, une certaine

précision (si l'optimum global est connu) ou d'autres critères selon le problème posé. Cette procédure est présentée dans l'algorithme 4.1.

#### **4.4.2.2. Optimisation par Algorithme Génétique**

Les algorithmes génétiques (Genetic algorithms (GAs) en anglais), sont des algorithmes stochastiques qui utilisent les techniques d'évolution naturelle et de la génétique telle que la mutation, la sélection et le croisement. Ils ont été introduits pour la résolution de problèmes d'optimisation, pour la première fois, par John Holland en 1975 [93]. Ces algorithmes ont été appliqués avec succès pour la résolution de nombreux problèmes d'ingénierie dont différents domaines de recherche [94].

Au départ de l'algorithme, la population de solutions potentielles est initialisée de façon aléatoire. Pour chaque génération, chaque individu est évalué avec la fonction coût pour mesurer leur performance. Ainsi, sur la base de ces performances une nouvelle population est créée en utilisant les opérateurs évolutionnaires nommés précédemment. Après plusieurs générations, la population converge vers une certaine valeur, qui représente la meilleure solution. Le critère d'arrêt peut être le nombre de générations achevées ou une condition de précision.

#### **4.4.2.3. Organisation du problème**

Le but de cette étude est de trouver les coordonnées cartésiennes des points finaux de chaque section flexible qui permettent au robot de suivre une trajectoire spatiale désirée dans son espace de travail. Ainsi, la fonction coût définie dans l'équation (4.2) sera minimisée par l'une des méthodes métaheuristiques citées précédemment. A chaque instant d'échantillonnage, le problème est résolu pour obtenir des séquences  $(X_k^*, Y_k^*, Z_k^*), k = 1, 2, \dots, n - 1$ , mais seulement la dernière séquence est appliquée au robot et qui représente les meilleurs points trouvés.

Dans l'espace de recherche 3D, le problème a pour dimension  $3 \times (n - 1)$ . Les coordonnées de la particule dans PSO, et les coordonnées de l'individu dans GA sont les variables du problème d'optimisation, qui représentent dans notre cas les coordonnées cartésiennes des points finaux. La population dans les deux algorithmes est l'ensemble des solutions possibles du problème d'optimisation.

#### 4.5. Résolution du modèle géométrique inverse du robot flexible multi-section

Connaissant les coordonnées cartésiennes de l'extrémité de chaque section flexible (section 4.3), le modèle géométrique inverse d'une section flexible  $k$ , dérivé dans le chapitre 3, peut être itérativement appliqué à plusieurs sections flexibles liées en série, en utilisant un système modulaire.

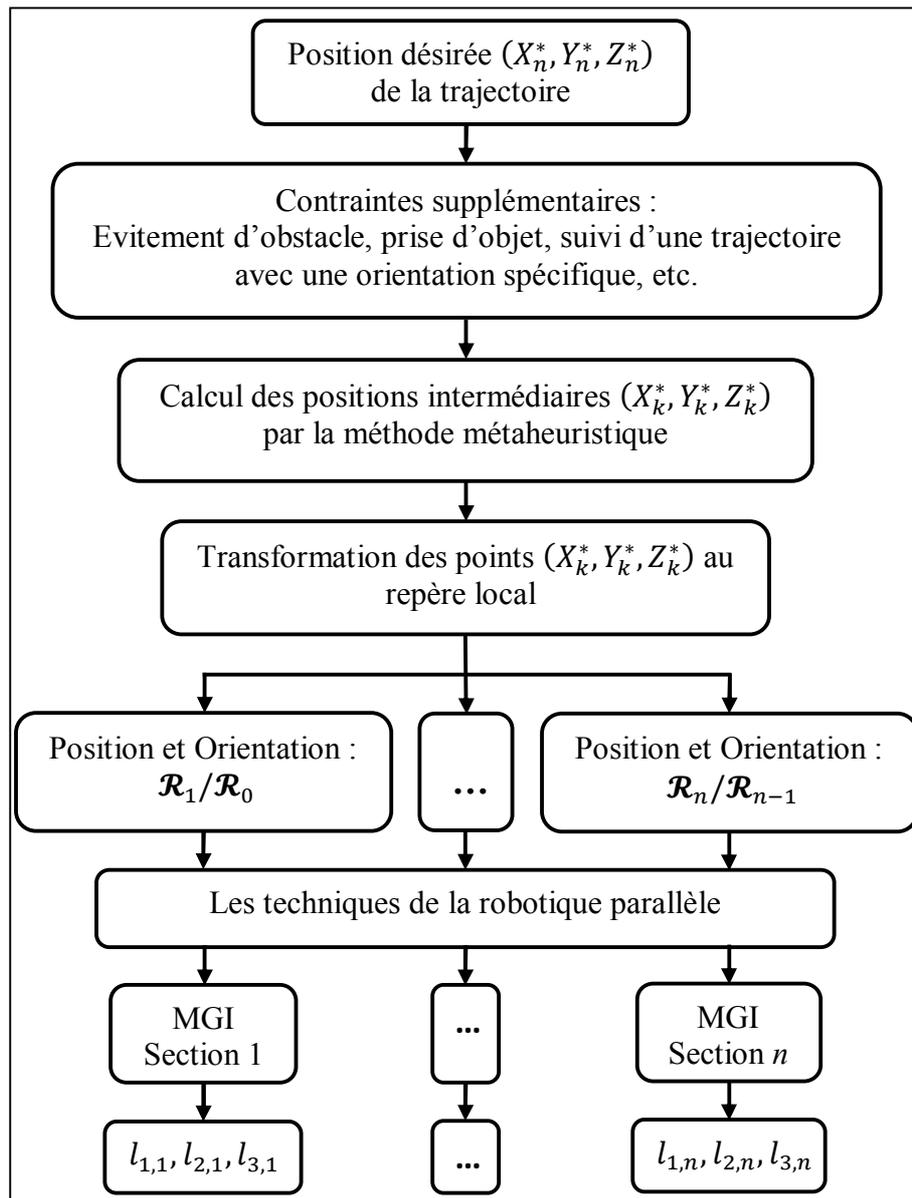


Figure 4.2 : Algorithme de calcul du modèle géométrique inverse

Les étapes principales du calcul peuvent être synthétisées comme suit (l'algorithme 4.2) :

- calcul des coordonnées extrêmes de chaque section flexible, en utilisant la méthode d'optimisation métaheuristique ;

- calcul du modèle géométrique inverse d'une section flexible  $k$  ;
- calcul du modèle géométrique inverse du robot multi-section, en utilisant un système modulaire.

On note ici que pour effectuer cette tâche, les coordonnées cartésiennes doivent être transformées aux repères locaux utilisant l'équation suivante :

$$[X_k, Y_k, Z_k, 1]^T = \mathbf{T}_0^{k-1} \mathbf{O}_k^0 \quad (4.8)$$

tel que :

$$\mathbf{T}_k^0 = \mathbf{T}_1^0 \mathbf{T}_2^1 \dots \mathbf{T}_k^{k-1} \quad (4.9)$$

#### 4.6. Résultats de simulation

En utilisant les résultats obtenus dans la partie 2.5.2 (Réduction du problème), les deux méthodes métaheuristiques, PSO et GA, sont appliquées et comparées pour résoudre le modèle géométrique inverse des robots flexibles multi-sections. Du point de vue matériel, toutes les simulations sont effectuées sur un PC avec un processeur i3, 2.10 GHz, 4 Go de RAM.

##### 4.6.1. Exemple 1 : suivi de la trajectoire

Dans cet exemple, on simule le comportement du manipulateur CBHA du laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France, représenté sur la figure 4.3. Le robot est composé de deux sections flexibles. Chaque tube du CBHA est muni d'un câble potentiomètre permettant la mesure de sa longueur. Les paramètres géométriques du robot sont donnés dans le tableau 4.1.

Nous comparons l'application des deux métaheuristiques présentées précédemment pour calculer le modèle géométrique inverse du robot. Les résultats de simulation obtenus représentent le suivi d'une trajectoire spirale définie par l'équation mathématique :

$$\begin{cases} X_2^* = 8 - 8 \cos(2\xi) \\ Y_2^* = 8 \sin(2\xi) \\ Z_2^* = 204 - 5\xi \end{cases} \quad (4.10)$$

où  $\xi$  est le variable d'échantillonnage variant entre 0 et  $2\pi$  avec un pas égal à  $\pi/500$ .

Pour cet exemple, deux cas sont considérés. Le premier cas est lié uniquement aux coordonnées cartésiennes utilisées comme entrées au modèle géométrique inverse c'est-à-dire sans orientations, et le deuxième cas par un ajout d'une contrainte supplémentaire.

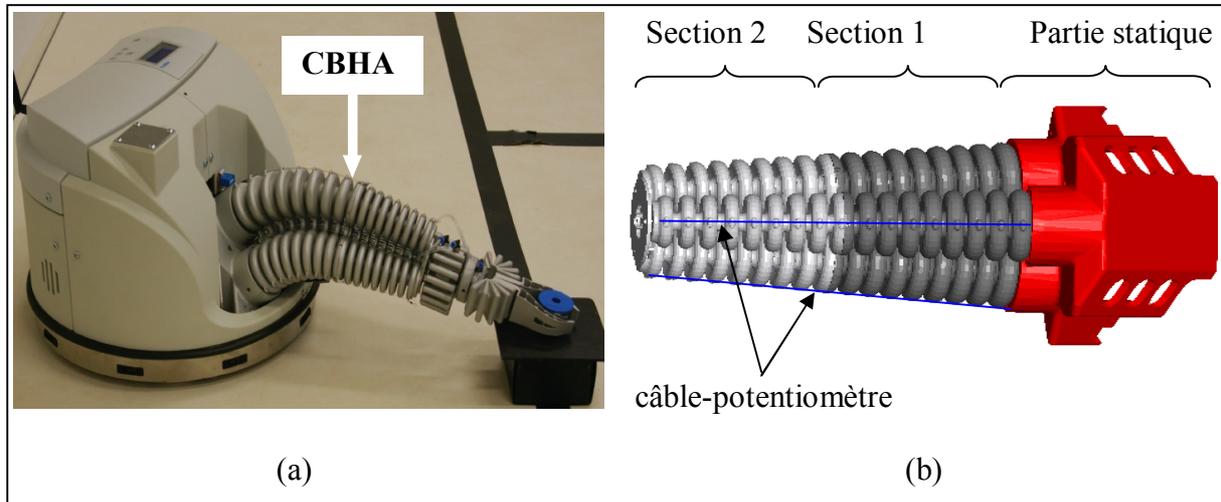


Figure 4.3 : Robot manipulateur mobile du laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1 (Polytech-Lille), France. (a) Robotino XT, (b) Compact Bionic Handling Arm (CBHA).

Tableau 4.1: Paramètres géométriques du robot CBHA.

Paramètres	Section 1	Section 2	Description
$d_{min}$	23.40 mm	19.55 mm	Distance radiale min
$d_{max}$	26.85 mm	23.20 mm	Distance radiale max
$\ell_{r,k}$	102 mm	102 mm	Longueur de la section flexible
$m$	8	8	Nombres des unités

Tableau 4.2 : Paramètres des métaheuristiques.

PSO	Taille de l'essaim = 10	Itérations = 25	$c_1 = c_2 = 1.2$	Inertie = 0.791
GA	Taille de population = 10	génération = 25	Cross. Fract. = 0.8	Elite count = 1

Le premier cas est illustré par l'ensemble de solutions possibles pour un point désiré ( $\xi = \pi$ ) de la trajectoire, comme il est représenté sur la figure 4.4. Afin de sélectionner une solution unique qui assure la tâche souhaitée (le suivi de la trajectoire définie par l'équation

4.10), la contrainte définie par :  $0 < \varphi_1 < \pi/1000$  est ajoutée à la fonction coût. La variation des longueurs dans les six câbles potentiomètres est représentée par figure 4.5. On remarque que les deux algorithmes produisent un suivi similaire (les lignes pointillées pour PSO et les lignes continues pour GA).

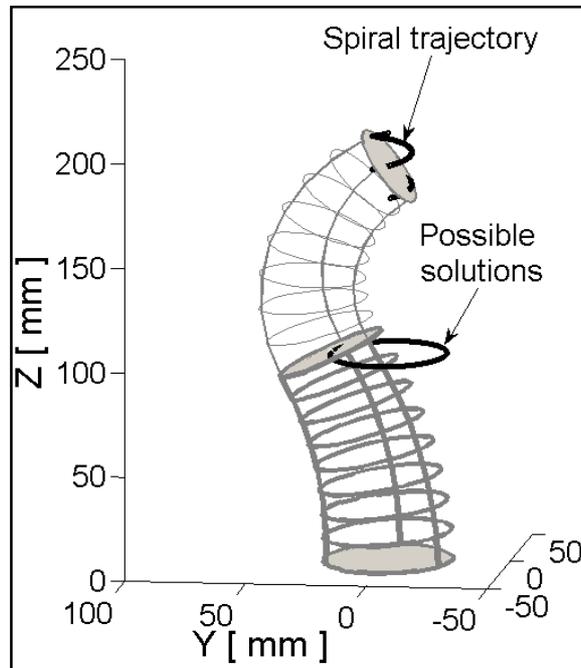


Figure 4.4 : Les solutions possibles pour un point désiré de la trajectoire ( $\xi = \pi$ ).

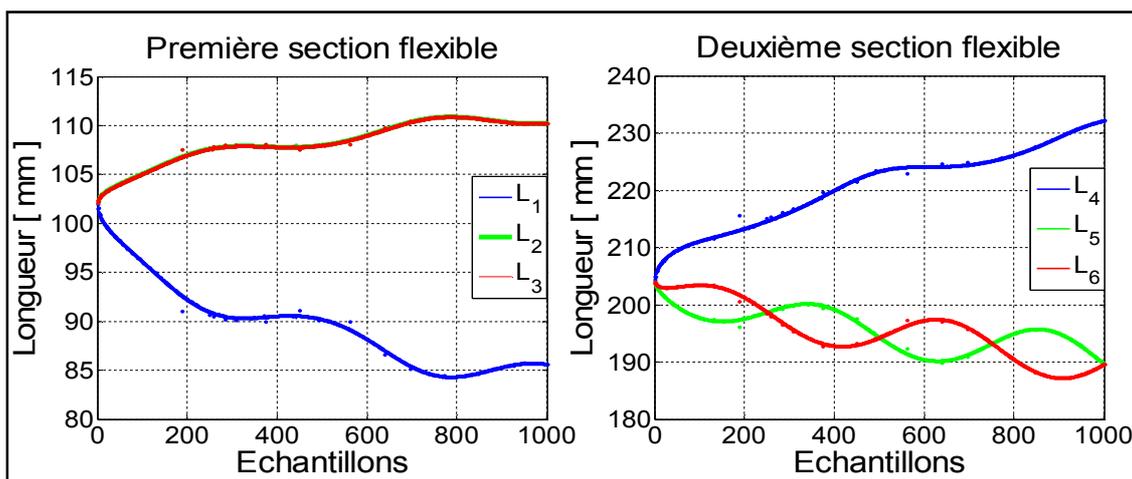


Figure 4.5 : La longueur des câbles calculée par les deux algorithmes (PSO : les lignes pointillées pour, et GA : les lignes continues).

Pour les deux algorithmes, le temps de calcul et la valeur de la fonction coût, correspondant à chaque point de la trajectoire divisé en 1001 points, sont représentés

respectivement sur les figures 4.6 et 4.7. Le temps de calcul moyen et la valeur moyenne de la fonction coût sont indiqués dans le tableau 4.3, où on peut remarquer que l'algorithme PSO converge plus rapidement que GA, alors que GA offre une bonne précision que PSO.

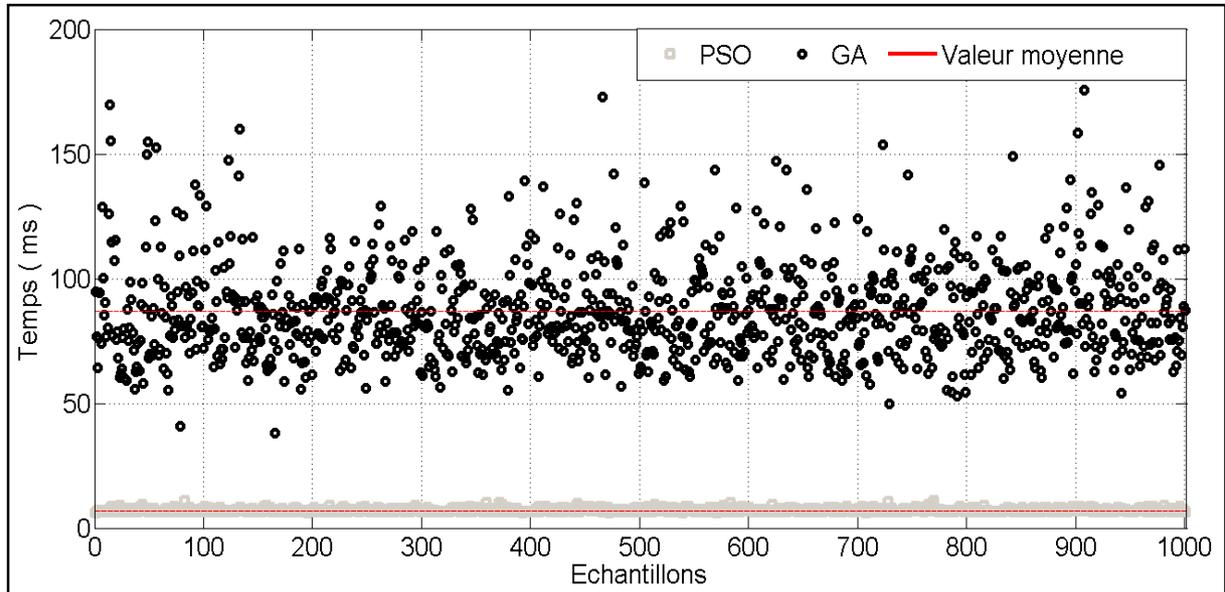


Figure 4.6 : Le temps de calcul pour les deux algorithmes (PSO et GA).

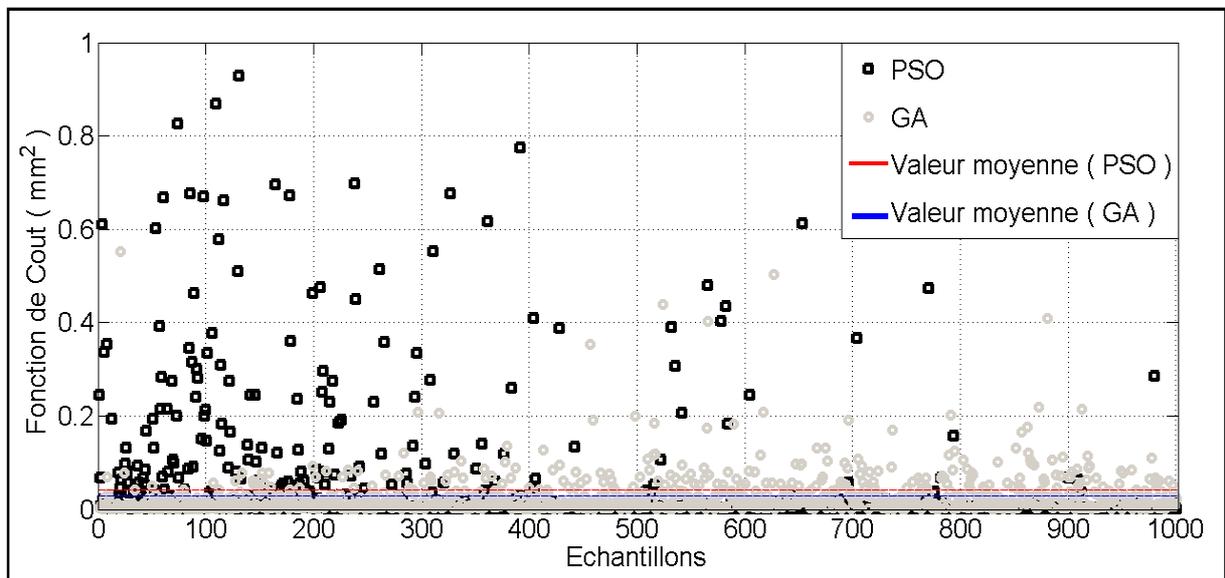


Figure 4.7 : Les valeurs des fonctions de coût par rapport aux échantillons pour les deux algorithmes utilisés (PSO, GA et leurs valeurs moyennes).

Tableau 4.3 : la valeur moyenne du temps de calcul et de la fonction coût pour les deux algorithmes (PSO, GA).

	PSO	GA
Temps de calcul (ms)	6.955	87.001
Valeur de la fonction coût (mm <sup>2</sup> )	0.041	0.029

#### 4.6.2. Exemple 2 : comparaison de deux méthodes métaheuristiques (PSO et GA)

Dans cet exemple, on applique et on compare les deux méthodes métaheuristiques sur différents types de robots (planaires et spatiaux). La convergence des deux algorithmes vers une bonne solution a été obtenue après atteinte du nombre d'itérations mentionné dans le tableau 4.2. Les valeurs moyennes des temps de calcul et des fonctions coût correspondant à la meilleure solution de chaque système est donnée dans le tableau 4.4. D'après ce tableau, il est clair que l'algorithme PSO est plus rapide que le GA. Aussi, on peut remarquer que les deux algorithmes sont relativement robustes dans le cas d'augmentation des degrés de liberté (ddl).

Tableau 4.4 : la valeur moyenne du temps de calcul et de la fonction coût pour les deux algorithmes pour chaque robot.

		Robot planaire (1 ddl par section)		Robot spatial (2 ddl par section)	
		2 sections	3 sections	2 sections	3 sections
PSO	Temps de calcul (ms)	3.240	4.573	8.650	13.743
	Fonction coût (mm <sup>2</sup> )	0.021	0.108	0.094	0.233
GA	Temps de calcul (ms)	79.973	83.760	95.636	119.66
	Fonction coût (mm <sup>2</sup> )	0.0063	0.076	0.029	0.098

#### 4.6.3. Exemple 3 : évitement d'obstacles, inspection des objets

La particularité principale de cette approche est la mise en évidence des tâches d'inspection d'objet, le suivi de trajectoire avec orientation spécifique et évitement d'obstacle. Trois scénarios sont considérés.

Le premier scénario est représenté sur la figure 4.8(a), qui schématise un robot avec trois sections flexibles dont l'opération d'inspection d'un objet sphérique tout en maintenant une

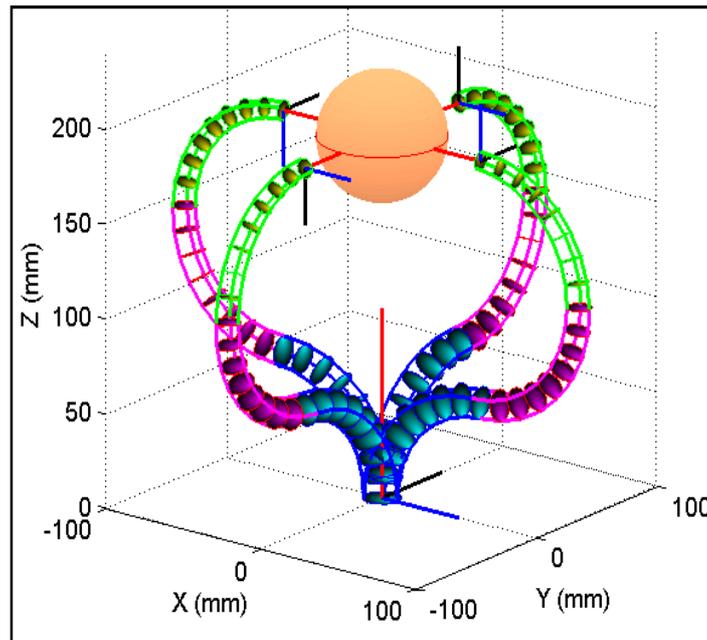
distance constante par rapport à la surface de l'objet et en gardant la pointe du robot parallèle à la surface. Dans cet exemple, la contrainte imposée est spécifiée par la condition  $\theta_1 = \theta_3 = \frac{\pi}{2}$ .

Dans le deuxième scénario (figure 4.8(b)), le même robot mentionné ci-dessus suit une trajectoire spatiale définie par l'équation suivante :

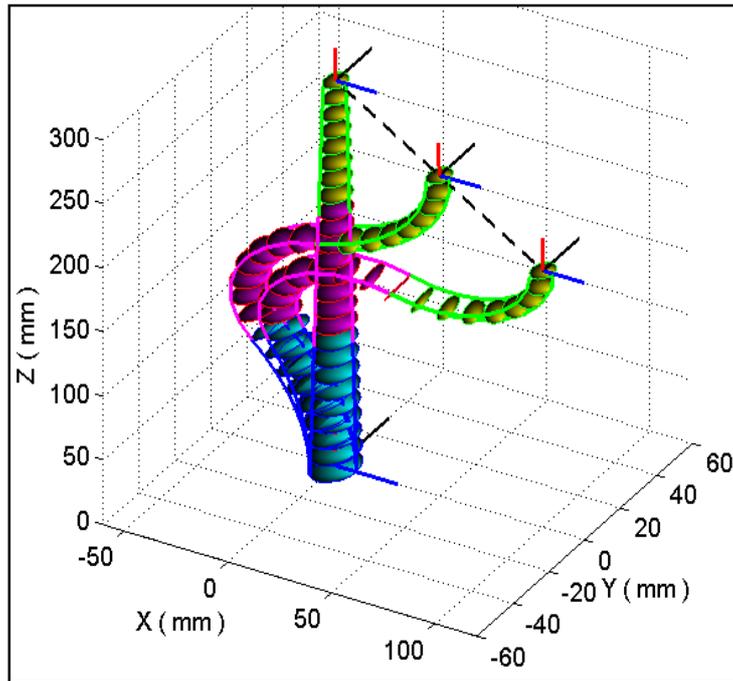
$$\begin{cases} X_3^* = 10\xi \\ Y_3^* = 0 \\ Z_3^* = 300 - 10\xi \end{cases} \quad (4.11)$$

Dans ce cas, les contraintes sont imposées sur la pointe du robot pour qu'il rester toujours parallèle au repère de référence associé à la base de la première section flexible.

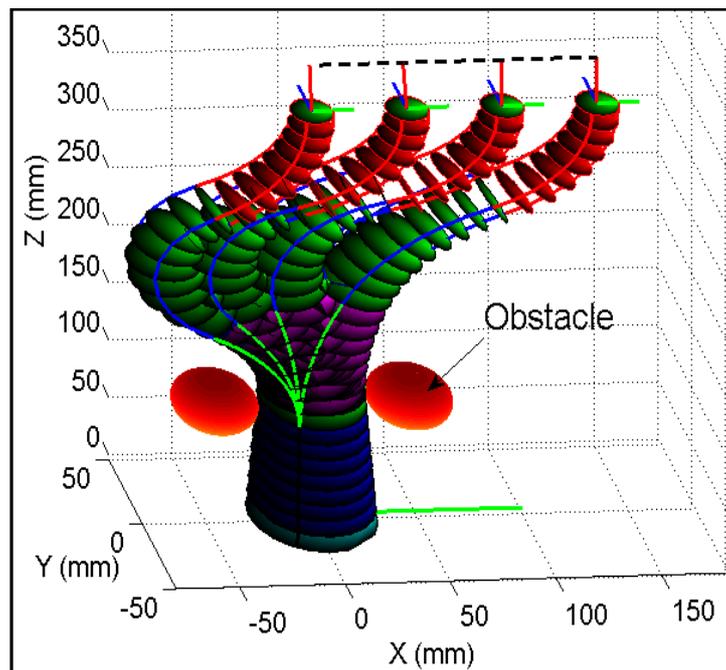
Afin de réaliser l'opération d'évitement d'obstacles, un troisième scénario est présenté. Dans la plus simple manière est de placer les points  $n_p$  sur l'axe central du robot, ensuite des contraintes supplémentaires sont ajoutées à la fonction coût : gardant le robot à une distance supérieure à une valeur donnée par rapport aux obstacles. Ainsi, les contraintes associées à l'évitement d'obstacles deviennent  $n_p \times n_{obs}$  en plus des contraintes physiques imposées par le robot, où  $n_{obs}$  représente le nombre d'obstacles. La position des obstacles est identifiée par un vecteur position par rapport au repère de référence  $\mathcal{R}_0$ .



(a)



(b)



(c)

Figure 4.8 : (a) l'inspection d'un objet sphérique, (b) le suivi d'une trajectoire spatiale avec des orientations spécifiques de la pointe du robot, (c) suivi d'une trajectoire linéaire en présence d'obstacles et avec des orientations spécifiques de la pointe du robot.

Dans cet exemple, le robot équipé de quatre sections flexibles entraine de suivre une trajectoire linéaire donnée par l'équation (4.12) et éviter les obstacles (figure 4.8(c)).

$$\begin{cases} X_4^* = 15\xi \\ Y_4^* = 0 \\ Z_4^* = 350 \end{cases} \quad (4.12)$$

En plus des contraintes imposées sur la pointe du robot pour le garder toujours parallèle au repère de référence attaché à la base de la première section flexible, des contraintes supplémentaires sont ajoutées pour l'évitement des obstacles. Ces contraintes sont affectées à l'extrémité de la première section flexible comme  $|X_1| \leq 10^{-2}$ , où  $X_1$  représente la coordonnée cartésienne de cette dernière par rapport à l'axe des  $x$ .

#### 4.7. Résultats expérimentaux

Les résultats de simulation ont montré précédemment que la méthode d'optimisation PSO est plus facile pour les applications en temps réel, en raison du temps de calcul faible. Ainsi, deux bancs d'essais différents ont été considérés pour le robot bionique appelé "Continuum Bionic Handling Arm (CBHA)" du laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France (Ces expérimentations sont réalisées par les chercheurs du laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1 sous la direction du Pr. Rochdi MERZOUKI).

Le manipulateur CBHA représenté sur la figure 4.3 est une version plus petite du robot "Continuum Bionic Handling (CBH)" de la compagnie Festo [34]. Le CBHA comprend deux éléments de base et quatre degrés de liberté pour le mouvement spatial. Chaque élément ou section flexible se compose de trois soufflets à commande pneumatique. La position et l'orientation de chaque section flexible est commandée individuellement en faisant varier les entrées de pression d'air dans chaque tube. La longueur du tube est mesurée à l'aide des câbles potentiomètres. En outre, l'extension linéaire du CBHA est éliminée par la présence d'un câble non extensible placé au centre de la section.

Pour ces expériences, nous supposons que la courbure de chaque axe central virtuel du CBHA est courbée suivant un arc de cercle parfait. Cette hypothèse a été considérée afin d'appliquer l'approche proposée. En cas réel, l'axe central virtuel de chaque section flexible de CBHA dans sa posture courbée est légèrement différent de l'un arc du cercle, en raison de sa forme conique [35], mais il est justifié pour le cas du CBHA pour simplifier certains calculs

[95]. Dans cette étude, la structure du CBHA est modélisée sous sa forme réelle (forme conique). Sachant que ces hypothèses de modélisation seront une source de certaines incertitudes dans les résultats trouvés et qui sont décrits ci-dessous.

#### **4.7.1. Description de la première expérience**

La première expérience est effectuée par la génération d'une trajectoire souhaitée au robot CBHA par l'intermédiaire d'un manipulateur industriel KUKA (faite dans le laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France). Ce dernier est programmé pour générer des trajectoires à l'intérieur de l'espace de travail du manipulateur CBHA avec des vitesses et des accélérations autorisées. Pour cela, une carte contrôleur a été reliée à un PC pour acquérir les mesures de potentiomètres et pour envoyer un signal de déclenchement au manipulateur KUKA en même temps. Cette synchronisation a pour but d'assurer une exécution robuste de la tâche. L'espace de travail du manipulateur CBHA a été identifié expérimentalement et validé par un modèle quantitatif [95]. Le manipulateur KUKA est également utilisé comme capteur de position pour le manipulateur CBHA.

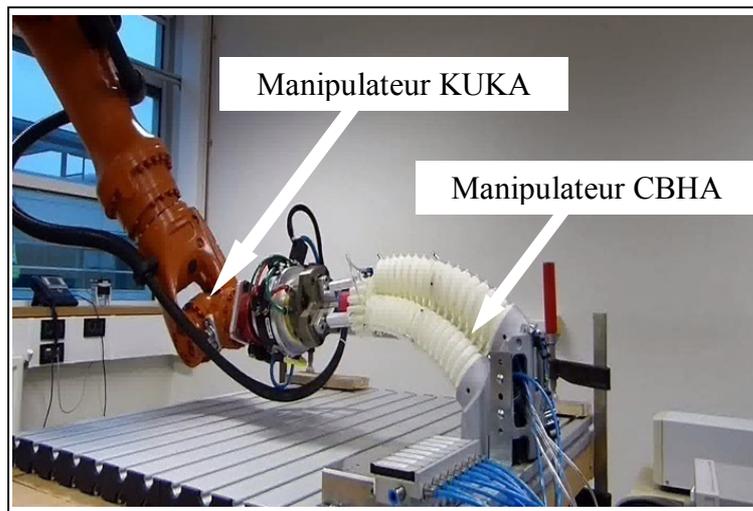


Figure 4.9 : Vue d'ensemble du banc d'essais de la première expérience (laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France).

Le banc d'essai représenté sur la figure 4.9 est composé de :

- un manipulateur bionique CBHA constitué de deux sections flexibles ;
- un robot industriel KUKA (KR6 Arc), son rôle est de générer un mouvement souhaité à l'intérieur de l'espace de travail du CBHA.
- Une plateforme métallique ;

- six câbles de potentiomètres proportionnels placés le long des tubes, ce qui permet la mesure de la variation de la longueur ;
- six vannes proportionnelles : 3 vannes pour chaque section flexible, 1,5 bar pour chaque tube.
- une carte contrôleur d'entrée/sortie du type DSpace interfacée avec un ordinateur à travers des logiciels MATLAB/SIMULINK et Control desk.

La trajectoire représentée sur la figure 4.10 est générée par le manipulateur KUKA pour guider directement le manipulateur CBHA à l'intérieur de son propre espace de travail. En même temps, la variation des longueurs des six câbles potentiomètres a été mesurée. Cette trajectoire est enregistrée et utilisée comme entrée pour le MGI proposé. La trajectoire a été accomplie en 43 secs, correspondant à 3001 points. L'algorithme utilisé pour valider cette approche est illustré sur la figure 4.11. L'identification des orientations est basée sur la méthode décrite dans le travail [85].

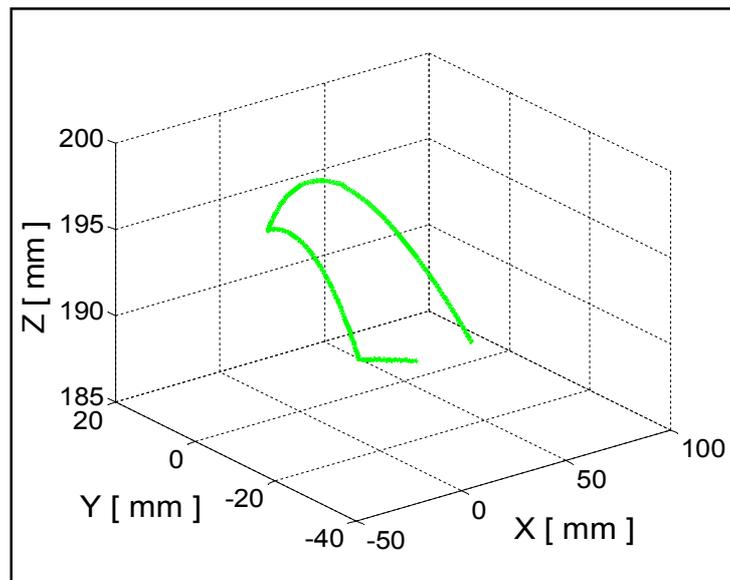


Figure 4.10 : La trajectoire réelle générée par le manipulateur KUKA.

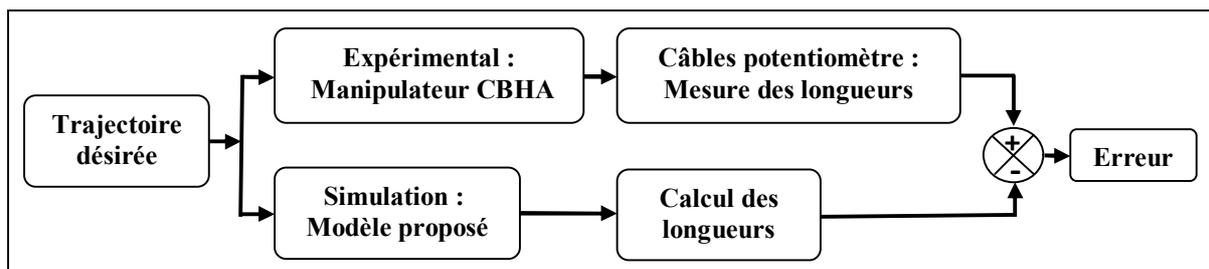


Figure 4.11 : Architecture de la validation du MGI.

La figure 4.12 montre les profils de longueurs mesurées par les six câbles potentiomètres et celles obtenues par le modèle proposé, où les erreurs euclidiennes sont déduites. Les courbes de cette figure montrent qu'il existe une forte convergence entre les longueurs calculées et mesurées, où l'erreur moyenne est inférieure à 5,36 mm. Cette erreur provient de plusieurs sources: (i) la trompe est une succession de vertèbre en Polyamide, où leurs déformations dépendent de la flexibilité du Polyamide utilisé. Les caractéristiques de ce matériau ne sont pas bien identifiées, (ii) des incertitudes sur le positionnement des câbles de potentiomètres placés le long des tubes, (iii) la forme conique du manipulateur CBHA, (iv) positionnement initial du CBHA, (v) le manipulateur KUKA peut appliquer des forces externes sur le CBHA et aussi, (vi) les hypothèses de modélisation mentionnées précédemment.

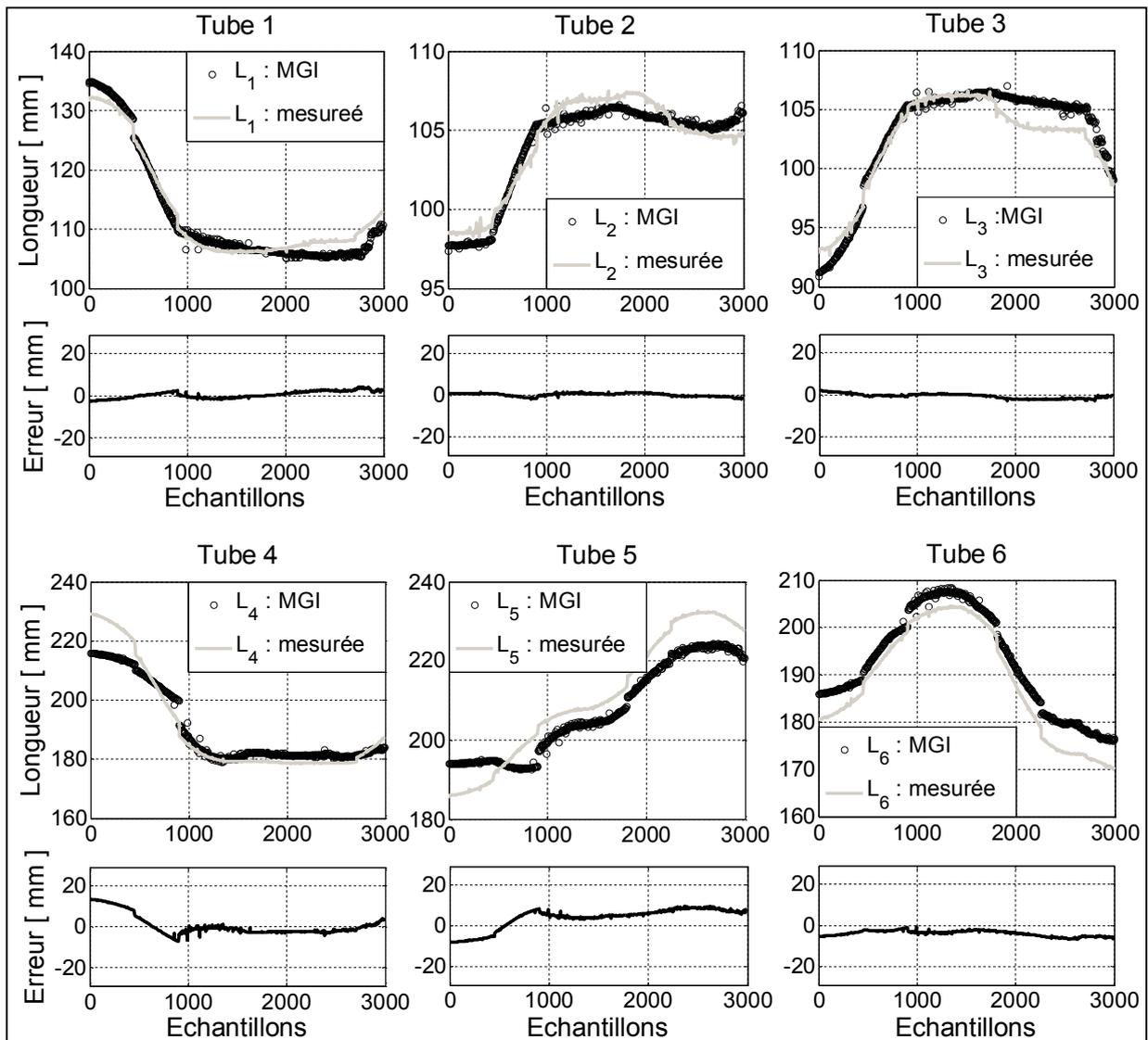


Figure 4.12 : Les longueurs mesurées et calculées de la première expérience.

#### 4.7.2. Description de la deuxième expérience

Pour plus de précisions, une deuxième expérience a été faite (faite dans le laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France). Dans laquelle, le manipulateur CBHA est commandé en boucle ouverte, en utilisant une interface de manette, qui fait varier individuellement les entrées de pression d'air pour chaque tube. Dans cette expérience, les quatre potentiomètres externes sont utilisées pour calculer la position et l'orientation de la pointe du manipulateur CBHA, et en même temps les variations de longueur de six câbles potentiomètres placés le long des tubes du manipulateur ont été mesurées et enregistrées.

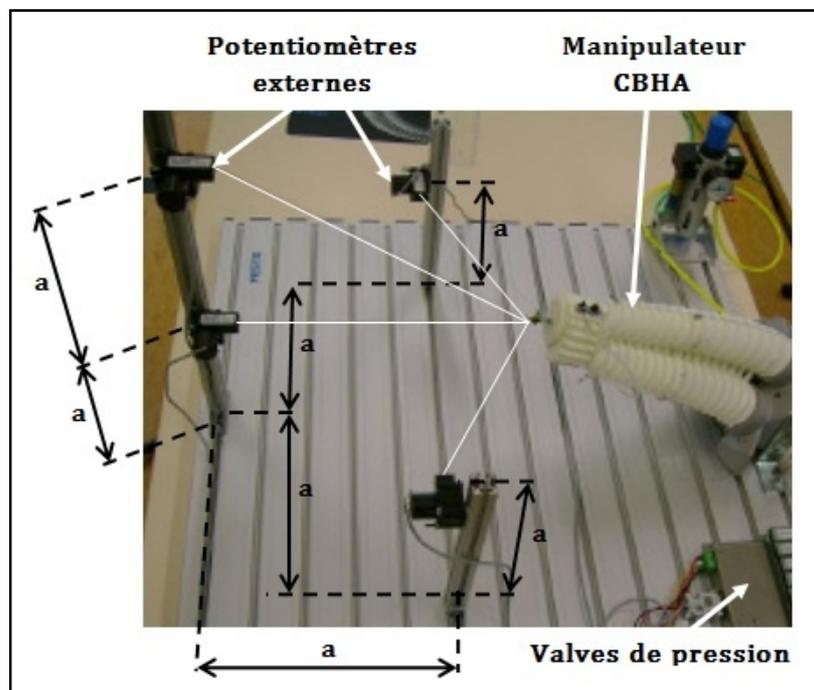


Figure 4.13 : Vue d'ensemble du banc d'essais de la deuxième expérience (laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France).

Le banc de test de la figure 4.13 est composé de :

- une plateforme métallique ;
- trois câbles potentiomètres externes fixés à la même hauteur sur des poteaux métalliques;
- un câble potentiomètre externe placé au-dessus du potentiomètre externe central ;

- six distributeurs proportionnels fournissant 1,5 bar pour chaque tube : 3 pour la première section flexible et 3 pour la seconde section ;
- six câbles potentiomètres placés le long des tubes, mesurant les variations de longueur ;
- une carte entrée/sortie du type DSpace interfacée avec un ordinateur à travers des logiciels MATLAB/SIMULINK et Control desk.

La trajectoire résultante représentée sur la figure 4.14, divisée en 701 points, est utilisée comme entrés au modèle proposé. Les longueurs obtenues, à partir du MGI, sont comparées aux profils de longueur délivrés par les six câbles potentiomètres placés le long des tubes, ou leurs erreurs euclidiennes sont déduites, comme représentées sur la figure 4.15. On constate que ces courbes sont globalement superposées où l'erreur moyenne est inférieure à 4,25 mm. Ces erreurs peuvent aussi venir de nombreuses sources, à savoir : (i) des incertitudes dans le positionnement des potentiomètres externes placés sur les poteaux métalliques, (ii) les précisions imparfaites des potentiomètres externes utilisées pour estimer les coordonnées cartésiennes de la pointe de la trompe [96], (iii) les hypothèses de modélisation mentionnées plus haut.

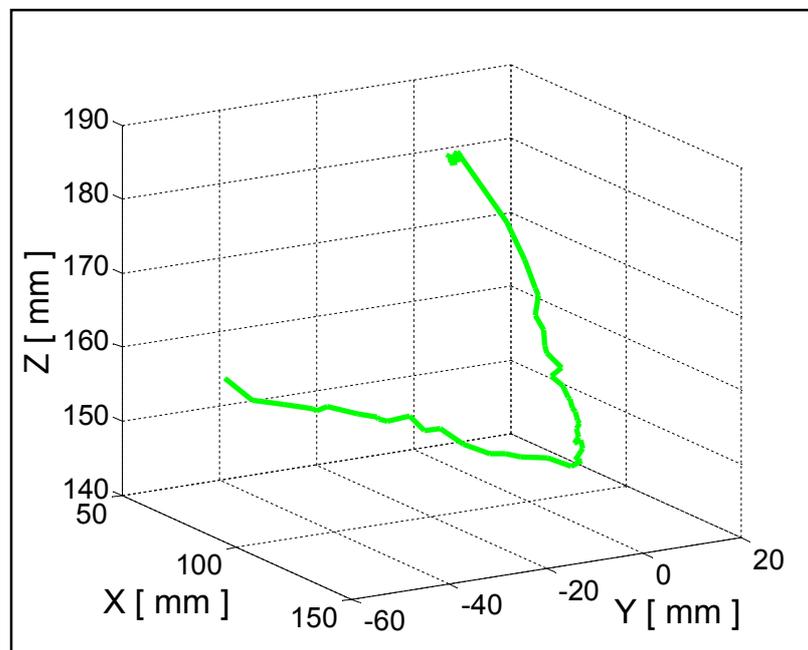


Figure 4.14 : La trajectoire réelle issue de potentiomètres.

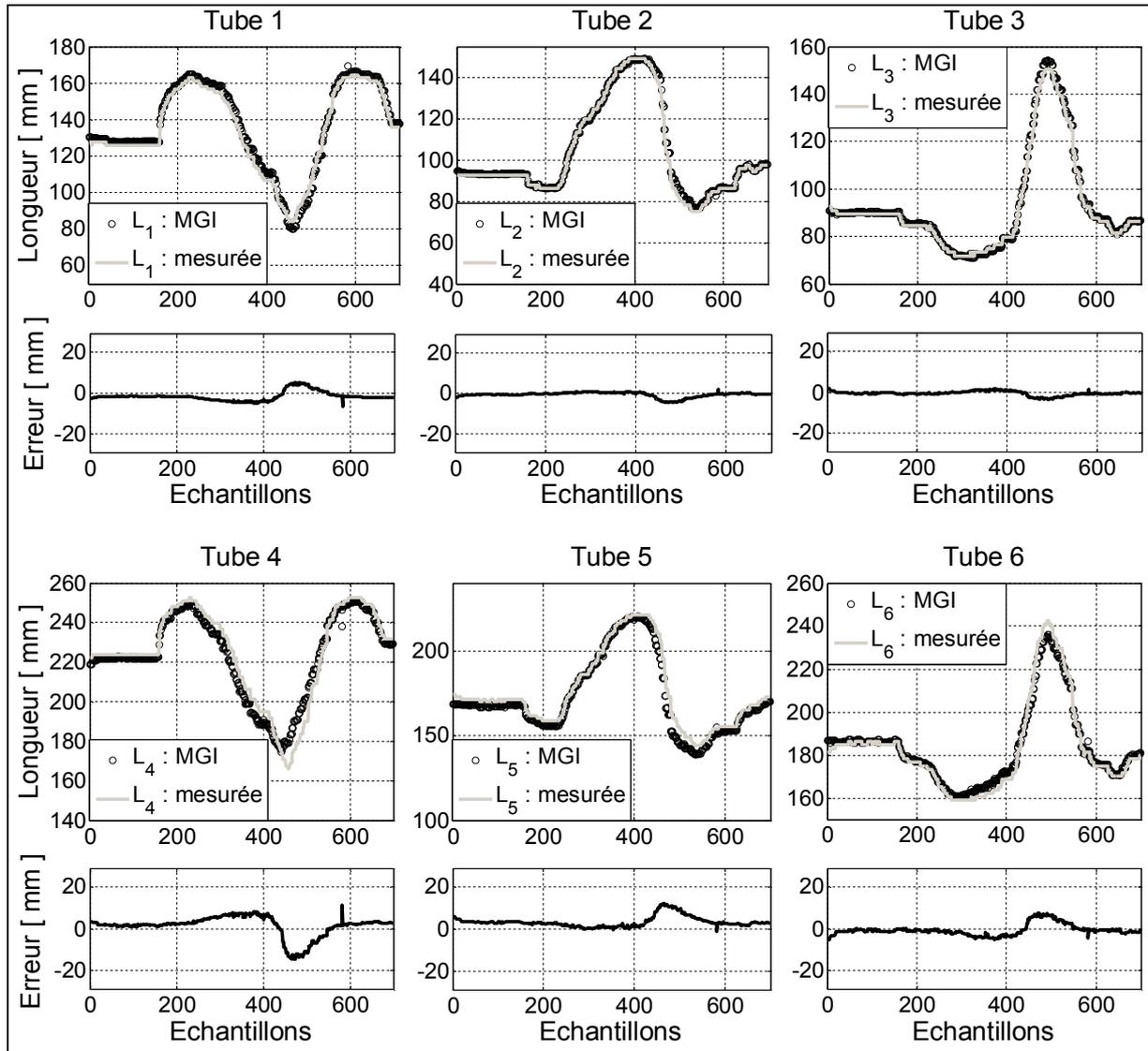


Figure 4.15 : Les longueurs mesurées et calculées de la deuxième expérience.

### 4.7.3. Discussion des résultats

Dans cette étude expérimentale, l'orientation de la pointe de la trompe bionique CBHA est considérée comme une contrainte, ainsi les longueurs de tube peuvent être comparées. En outre, la position estimée respecte la posture réelle du CBHA, du fait que le déplacement des plateformes intermédiaires dépend les uns des autres. En résumé, il ressort des résultats de la simulation ci-dessus que l'approche PSO métaheuristique donne de bonnes performances en termes de temps de calcul comparativement à l'approche GA. Cependant, l'approche GA métaheuristique a une fonction coût (précision) moins élevée que l'approche PSO. En outre, ils sont relativement robustes du point de vue de l'augmentation possible de liberté degrés. D'autre part, à partir des résultats expérimentaux, malgré l'existence de nombreuses sources

d'erreurs dans la modélisation, l'approche PSO est plus adaptée à la mise en œuvre en temps réel que la GA. Cette approche donne également une bonne performance en termes de précision, ce qui représente environ 2% d'erreur de la longueur total de CBHA.

Comme nous avons vu au premier chapitre dans l'état de l'art, les robots continuum ont des caractéristiques et des spécificités différentes, à savoir : la taille, le poids, les matériaux, etc., et ils ne sont pas contrôlés avec le même type d'entrées (câbles, entrées électriques ou pneumatiques, etc.). Donc, il est difficile de faire une comparaison directe entre les approches proposées dans la littérature sauf sur la base des résultats obtenus. Malgré les différences au niveau des hypothèses initiales utilisées, des approches de modélisation et les caractéristiques des robots considérés, on peut dire que l'approche proposée dans cette thèse offre de bonnes performances par rapport aux résultats des études présentées dans le tableau 4.5. D'autre part, si en mettant l'accent sur le robot CBHA et sur la même trajectoire considérée, on peut remarquer que l'approche PSO produit une meilleure précision du suivi de la trajectoire, qui est égale à 4,25 mm, que les deux autres approches [64] et [65], qui produisent respectivement 5 mm et 11 mm de précision (voir le tableau 4.5).

Du point de vue robustesse, l'approche PSO présentée dans la partie de simulation est relativement robuste en cas d'augmentation du nombre de sections flexibles, tant que les valeurs de la fonction coût restaient faibles (voir le tableau 4.4)

D'après les résultats de multiples tests de simulation, on peut constater que l'approche PSO métaheuristique montre une capacité réelle en application d'évitement des obstacles et de mise en œuvre en temps réel. En outre, ce type de concept peut modéliser tout les robots flexibles multi-sections sous l'hypothèse de la courbure constante.

Tableau 4.5 : Les contributions récentes sur la modélisation géométrique inverse des robots flexibles continuum.

Robots	Les caractéristiques	Méthode de modélisation	MGI
CBHA	Forme continue, Structure : souple, deux sections, trois tubes par section, 17 vertèbres, trois ddl par inter-vertèbre, actionnement pneumatique.	Approche PSO métaheuristique : Amouri et al. [68].	Précision: 4,25 mm ; Validation: Simulation et expériences en temps réel.
		Qualitative: réseaux de neurones, A. Melingui et al. [64].	Précision: 5 mm ; Validation: Simulation et expériences en temps réel.
		Approche hybride : géométrie et réseaux de neurones, O. Lakhal et al. [65].	Précision: 11mm ; Validation : Simulation et expériences en temps réel.
BHA	Forme continue, Structure: souple, trois sections, trois tubes par section, 30 vertèbres, trois ddl par inter-vertèbre, actionnement pneumatique.	Approche géométrique, T. Mahl et al. [35].	Précision : 50 mm ; Validation: simulation et expériences en temps réel.
Robot de type trompe d'éléphant	Forme continue, Structure: souple, 32 ddl pour l'ensemble du robot, quatre sections, Actuation: actionnement par câble.	Approche géométrique, M. W. Hannan et I. D. Walker [53].	Précision: non disponible, Validation: simulation et expériences en temps réel.
bras continuum multi-section	Forme continue, Structure : souple trois sections, actionneurs pneumatiques musculaires,	Approche modal, I. S. Godage et al. [67].	Précision : 5 mm, Validation : simulation.
Air-Octor	Forme continue, Structure: souple, deux sections, une chambre centrale pour chaque section, actionnement hybride (pneumatique + électrique), six ddl (quatre pour la flexion et deux pour l'extension).	Approche géométrique, W. McMahan et al. [29].	Précision: non disponible, Validation : simulation et expériences en temps réel.
Oct-Arm V	Forme continue, Structure: souple, trois sections, trois canaux de commande pour chaque section, six actionneurs pour la première section, trois actionneurs pour la deuxième et la troisième section, actionnement pneumatique, trois ddl pour chaque section.	Approche Géométrique, D. Trivedi et al. [97].	Précision: 5 mm, Validation : simulation et expériences en temps réel.

#### **4.8. Conclusion**

Dans la première section de ce chapitre, nous avons présenté une brève introduction sur l'étude de la génération du mouvement. Après, une étude théorique sur la détermination de l'espace de travail du robot flexible actionné par câbles (le prototype proposé). Dans cette étude nous avons présenté l'espace de travail d'une seule section flexible. Dans la troisième section, les algorithmes PSO et GA ont été utilisés pour résoudre le problème du modèle géométrique inverse (MGI) qui apparait dans la modélisation des robots flexibles multi-sections. Ainsi, en se basant sur le type de mouvement point-à-point, ce modèle a été développé. Le problème principal est posé en termes d'optimisation d'une fonction coût quadratique sous contrainte d'égalité (conservation de longueur). Les étapes principales du calcul peuvent être synthétisées comme suit :

- calcul des points extrêmes des sections flexibles, on utilisant la méthode d'optimisation métaheuristique ;
- calcul du modèle géométrique inverse d'une section flexible  $k$ , à l'aide de l'espace de configuration représentant les paramètres d'arc de cercle.
- calcul du modèle géométrique inverse du robot multi-section, utilisant un système modulaire.

Les résultats de simulations ont montrés l'efficacité de ces deux méthodes métaheuristicques, PSO et GA. Cependant, l'algorithme PSO est très encourageant pour les applications en temps réel. Comme applications expérimentales, deux tests différents ont été effectués sur le robot bionique CBHA du laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1 qui montrent l'efficacité de l'approche PSO métaheuristique en termes de précision.

# Chapitre 5

## Modélisation cinématique et dynamique des robots flexibles actionnés par câbles

### Sommaire

---

5.1.	Introduction .....	82
5.2.	Etude cinématique .....	82
5.2.1.	Calcul des coordonnées cinématiques locales .....	82
5.2.1.1.	Position et orientation .....	82
5.2.1.2.	Les vitesses linéaire et angulaire .....	84
5.2.2.	Calcul des coordonnées cinématiques globales .....	84
5.3.	Etude dynamique .....	85
5.3.1.	Introduction .....	85
5.3.2.	Forme générale des équations dynamiques .....	86
5.3.3.	Modèle dynamique du robot flexible multi-section planaire .....	87
5.3.3.1.	Energie cinétique .....	87
5.3.3.2.	Energie potentielle .....	87
5.3.3.3.	Les forces généralisées .....	88
5.3.3.4.	Les équations du mouvement .....	89
5.3.3.5.	Résultats de simulation .....	91
5.3.3.6.	Discussion des résultats .....	94
5.3.4.	Modèle dynamique du robot flexible spatial .....	95
5.3.4.1.	Energie cinétique .....	95
5.3.4.2.	Energie potentielle .....	98
5.3.4.3.	Les forces généralisées .....	98
5.3.4.4.	Les équations du mouvement .....	99
5.3.4.5.	Résultats de simulation .....	100
5.3.4.6.	Résultats expérimentaux .....	102

<b>5.4.</b>	Introduction à la commande .....	104
<b>5.4.1.</b>	Introduction .....	104
<b>5.4.2.</b>	Contrôleur PID .....	105
<b>4.4.3.</b>	Application .....	106
<b>5.5.</b>	Conclusion .....	106

---

## 5.1. Introduction

Nous avons vu au deuxième chapitre que la modélisation géométrique est effectuée en deux étapes, la transformation spécifique et la transformation indépendante. Dans ce chapitre on s'intéresse à la transformation indépendante exprimant la pose (position et orientation) en fonction des paramètres de l'arc de cercle afin de développer les modèles cinématiques et dynamiques des deux robots flexibles, planaire et spatial, considérés. Pour atteindre cet objectif, les hypothèses suivantes sont encore nécessaires :

- le frottement entre le câble et son trou de passage dans le disque est négligé ;
- la masse de la tige élastique est supposée ayant une distribution uniforme sur toute sa longueur ;
- les seules forces extérieures agissant sur le robot sont les forces de contrôle des câbles ;
- la tige élastique est constitué de matériaux possédant une rigidité élevée, dont le but d'éviter la torsion autour de son axe ;
- la déformation de la tige élastique est supposé linéaire [99], [100].

## 5.2. Etude cinématique

Dans cette partie, la position, l'orientation et les vitesses linéaire et angulaire de n'importe quel point sur l'axe central du robot seront déterminées.

### 5.2.1. Calcul des coordonnées cinématiques locales

Les coordonnées cinématiques locales, y compris la position, l'orientation et les vitesses linéaire et angulaire, de n'importe quel point sur l'axe central de la section flexible  $k$  du robot sont calculées par rapport au repère de référence  $\mathcal{R}_{k-1}$  qui est fixe sur la base de cette dernière.

#### 5.2.1.1. Position et orientation

Chaque point situé sur l'axe central de la section flexible  $k$  est spécifié par l'abscisse curviligne  $s$ , qui représente la longueur de l'origine du repère de référence  $\mathcal{R}_{k-1}$  au point spécifié (la figure 5.1). Ainsi, sous l'hypothèse de la courbure constante [15], le vecteur de

position  $\mathbf{r}_{k,s}$  de n'importe quel point distant de  $s$  par rapport à l'origine du repère  $\mathcal{O}_{k-1}$ , peut s'exprimer comme suit :

$$\mathbf{r}_{k,s} = \begin{cases} X(s) = \frac{s}{\theta(s)} (1 - \cos(\theta(s))) \cos(\varphi_k) \\ Y(s) = \frac{s}{\theta(s)} (1 - \cos(\theta(s))) \sin(\varphi_k) \\ Z(s) = \frac{s}{\theta(s)} \sin(\theta(s)) \end{cases} \quad (5.1)$$

avec :

$$\theta(s) = \frac{s}{\ell_k} \theta_k \quad (5.2)$$

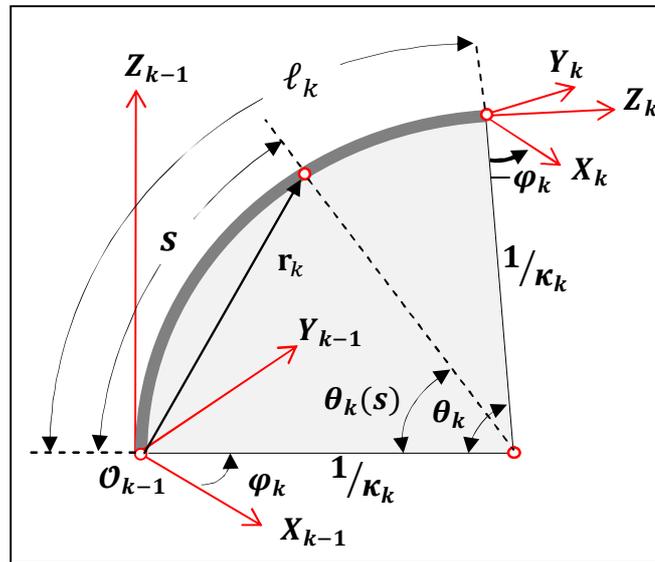


Figure 5.1 : Paramètres géométriques de l'axe central de la section flexible  $k$ .

Comme il est mentionné dans les chapitres précédents, l'orientation du repère  $\mathcal{R}_k$  par rapport au repère  $\mathcal{R}_{k-1}$  peut être définie par trois rotations successives [53] : une rotation  $\varphi_k$  autour de l'axe  $Z_{k-1}$ , une rotation  $\theta_k$  autour de l'axe  $Y_{k-1}$  et une rotation  $-\varphi_k$  autour de l'axe  $Z_{k-1}$ . Ainsi, l'orientation du repère attaché au point d'abscisse curviligne  $s$ , peut être déterminée par la matrice de rotation  $\mathbf{R}_{k,s}$ , comme suit :

$$\mathbf{R}_{k,s} = \mathbf{rot}(Z_{k-1}, \varphi_k) \mathbf{rot}(Y_{k-1}, \theta_k(s)) \mathbf{rot}(Z_{k-1}, -\varphi_k) \quad (5.3)$$

Pour des raisons de simplicité, la matrice  $\mathbf{R}_{k,s}$  est écrite en fonction de ces vecteurs unitaires : le vecteur normal  $\mathbf{n}_{k,s}$ , le vecteur binormal  $\mathbf{b}_{k,s}$  et le vecteur tangent  $\mathbf{t}_{k,s}$  [84]. Ainsi, les colonnes de la matrice  $\mathbf{R}_{k,s}$  sont données comme suit :

$$\mathbf{R}_{k,s} = [\mathbf{n}_{k,s} \quad \mathbf{b}_{k,s} \quad \mathbf{t}_{k,s}] \quad (5.4)$$

### 5.2.1.2. Les vitesses linéaire et angulaire

La vitesse linéaire  $\mathbf{v}_{k,s}$  de n'importe quel point distant de  $s$  par rapport à l'origine du repère  $\mathcal{R}_{k-1}$  peut être calculée directement par la différenciation par rapport au temps de l'équation (5.1), ce qui donne :

$$\mathbf{v}_{k,s} = \begin{cases} \dot{X}(s) = \dot{\theta}_k \left[ \frac{s}{\ell_k} \sin\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) - \frac{\ell_k}{\theta_k^2} \left(1 - \cos\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right)\right) \right] \cos(\varphi_k) \\ \quad - \frac{\ell_k}{\theta} \left(1 - \cos\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right)\right) \dot{\varphi} \sin(\varphi) \\ \dot{Y}(s) = \dot{\theta}_k \left[ \frac{s}{\ell_k} \sin\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) - \frac{\ell_k}{\theta_k^2} \left(1 - \cos\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right)\right) \right] \sin(\varphi_k) \\ \quad + \frac{\ell_k}{\theta} \left(1 - \cos\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right)\right) \dot{\varphi} \cos(\varphi) \\ \dot{Z}(s) = \dot{\theta}_k \left[ \frac{s}{\ell_k} \cos\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) - \frac{\ell_k}{\theta_k^2} \sin\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) \right] \end{cases} \quad (5.5)$$

Tandis que la vitesse angulaire  $\boldsymbol{\omega}_{k,s}$  peut être donnée par l'équation suivante [75] :

$$\boldsymbol{\omega}_{k,s} = \hat{\mathbf{t}}_{k,s} \dot{\mathbf{t}}_{k,s} \quad (5.6)$$

tel que  $\dot{\mathbf{t}}_{k,s}$  est la première dérivée par rapport au temps du vecteur  $\mathbf{t}_{k,s}$  et  $\hat{\mathbf{t}}_{k,s}$  est la matrice antisymétrique associée au vecteur  $\mathbf{t}_{k,s}$ . Cette matrice est donnée par l'équation suivante :

$$\hat{\mathbf{t}}_{k,s} = \begin{bmatrix} 0 & -\cos\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) & \sin(\varphi_k) \sin\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) \\ \cos\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) & 0 & -\cos(\varphi_k) \sin\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) \\ -\sin(\varphi_k) \sin\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) & \cos(\varphi_k) \sin\left(\frac{s}{\ell_k} \theta_k\right) & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

### 5.2.2. Calcul des coordonnées cinématiques globales

Ici, on désigne par les coordonnées cinématiques globales, la position, la rotation et les vitesses linéaire et angulaire de n'importe quel point sur l'axe central du robot flexible par

rapport au repère de référence  $\mathcal{R}_0$ . Ainsi, le vecteur position  $\mathbf{r}_k$  et la matrice de rotation  $\mathbf{R}_k$  de n'importe quel point distant de  $s$  par rapport à l'origine du repère de référence  $\mathcal{R}_0$  peut être calculée récursivement comme suit :

$$\mathbf{r}_k = \begin{cases} \mathbf{r}_{k,s} & k = 1 \\ \mathbf{r}_{k-1} + \mathbf{R}_{k-1} \mathbf{r}_{k,s} & k > 1 \end{cases} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{R}_k = \begin{cases} \mathbf{R}_{k,s} & k = 1 \\ \mathbf{R}_{k-1} \mathbf{R}_{k,s} & k > 1 \end{cases} \quad (5.9)$$

Les vitesses linéaire  $\mathbf{v}_k$  et angulaire  $\boldsymbol{\omega}_k$  peuvent être calculées récursivement par la différenciation par rapport au temps de l'équation (5.8) comme suit :

$$\mathbf{v}_k = \begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_{k,s} & k = 1 \\ \mathbf{v}_{k-1} + \hat{\boldsymbol{\omega}}_{k-1} \mathbf{R}_{k-1} \mathbf{r}_{k,s} + \mathbf{R}_{k-1} \dot{\mathbf{r}}_{k,s} & k > 1 \end{cases} \quad (5.10)$$

$$\boldsymbol{\omega}_k = \begin{cases} \boldsymbol{\omega}_{k,s} & k = 1 \\ \boldsymbol{\omega}_{k-1} + \mathbf{R}_{k-1} \boldsymbol{\omega}_{k,s} & k > 1 \end{cases} \quad (5.11)$$

tel que :

$$\hat{\boldsymbol{\omega}}_{k-1} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix}_{k-1} \quad (5.12)$$

### 5.3. Etude dynamique

#### 5.3.1. Introduction

Le modèle dynamique d'un robot nous permet de décrire la relation existante entre les forces et/ou les couples des actionneurs et le mouvement de la structure. Selon les objectifs de l'étude, la modélisation dynamique peut être employée de deux manières différentes : en dynamique directe ou en dynamique inverse. La modélisation dynamique directe consiste à déterminer les accélérations généralisées soumises par le robot en fonction des forces et/ou des couples des actionneurs, les coordonnées généralisées et leurs dérivées premières. Alors que la modélisation dynamique inverse d'un robot calcule les forces et/ou les couples des actionneurs en fonction des coordonnées généralisées et leurs dérivées premières et secondes. Dans cette partie, nous présentons une modélisation dynamique d'une classe de robots

flexibles continuum, nommément les robots flexibles actionnés par câbles en utilisant le formalisme de Lagrange.

### 5.3.2. Forme générale des équations dynamiques

Le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement en termes des énergies cinétiques, potentielles et les efforts agissant sur le robot, ce qui se traduit par le système d'équations suivants :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_{j,k}} - \frac{\partial T}{\partial q_{j,k}} + \frac{\partial U}{\partial q_{j,k}} = Q_{j,k}, (k = 1, 2, \dots, n \text{ et } j = 1, 2) \quad (5.13)$$

avec :

T : l'énergie cinétique totale du robot ;

U : l'énergie potentielle totale du robot ;

$Q_{j,k}$  : les forces généralisées appliquées sur le robot ;

$q_{j,k}$  : les coordonnées généralisées appliquées sur le robot, telle que  $q_{1,k} = \theta_k$  et

$$q_{2,k} = \varphi_k ;$$

Comme mentionné dans le chapitre 2 le robot flexible, que ce soit planaire ou spatial, est composé d'une tige flexible, de disques rigides et de câbles. Ainsi, l'énergie cinétique totale du robot est égale à la somme des énergies de translation et de rotation des disques et de la tige flexible, et l'énergie potentielle totale se compose de deux parties: l'énergie gravitationnelle et l'énergie potentielle élastique.

Dans le cas général, le mouvement spatial de chaque section flexible peut être déterminé en actionnant une ou deux forces de tension sur les câbles en même temps [52]. Ainsi, dans cette étude dynamique, les coordonnées généralisées sont choisis dans l'espace de configuration du robot (voir la figure 3.5).

D'après l'étude cinématique, on remarque que lorsque  $\theta_k$  est égal à zéro, les expressions des énergies cinétiques deviennent zéro divisées par zéro, ce qui conduit à des singularités numériques. Afin d'éviter de telles singularités tout au long de l'analyse, nous pouvons utiliser des valeurs de substitution lorsque  $\theta_k$  est proche de zéro ou utilisé une autre technique telle que le développement en série de Taylor, qui sera employé dans la suite de ce chapitre.

### 5.3.3. Modèle dynamique du robot flexible planaire multi-section

Les résultats obtenus dans les sections précédentes sont utilisés ici pour calculer les termes impliqués dans le modèle dynamique du robot planaire à deux sections flexibles. Dans cette partie de l'étude, la masse de la tige flexible et des disques intermédiaires sont négligés, et l'angle de rotation  $\varphi_k$  est considéré comme constant (c'est-à-dire dans une orientation fixe).

#### 5.3.3.1. Energie cinétique

L'énergie cinétique totale du robot est la somme des énergies de translation et de rotation des disques finals de chaque de section flexible, calculée comme suit :

$$T_{disk} = \sum_{k=1}^2 (T_{m_k} + T_{I_k}) \quad (5.14)$$

où les énergies de translation et de rotation de chaque disque peuvent être calculées respectivement, comme suit :

$$T_{m_k} = \frac{1}{2} v_k^T m_d v_k \quad (5.15)$$

$$T_{I_k} = \frac{1}{2} \omega_k^T \mathbb{I}_k \omega_k \quad (5.16)$$

telles que :  $m_d$  est la masse du disque,  $\mathbb{I}_k$  est le moment d'inertie du disque exprimé dans le repère de référence  $\mathcal{R}_0$ , qui dépend de l'orientation du disque et des moments d'inertie locaux  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  et  $I_{zz}$ . Cette matrice est exprimée comme suit :

$$\mathbb{I}_k = (R_k^0) I_k^k (R_k^0)^T \quad (5.17)$$

avec :

$$I_k^k = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

#### 5.3.3.2. Energie potentielle

L'énergie potentielle totale du robot se compose de deux parties : l'énergie gravitationnelle  $U_G$  et l'énergie potentielle élastique  $U_E$ . Ainsi, l'énergie potentielle totale est la somme de ces termes donnée comme suit :

$$U = U_G + U_E \quad (5.19)$$

L'énergie gravitationnelle du robot dépend de la masse de chaque disque et qui peut être calculée comme suit :

$$U_G = - \sum_{k=1}^2 m_d \mathbf{r}_k^T \mathbf{g} \quad (5.20)$$

où  $g$  est la constante de gravité.

Pour des raisons de simplicité, les longueurs de deux sections flexibles sont supposées égales et seront notées par  $L$ . Donc, l'énergie potentielle des tiges flexibles peut être calculée comme suit [101] :

$$U_E = \sum_{k=1}^2 \frac{EI_t \theta_k^2}{2L} \quad (5.21)$$

où  $E$  est le module d'élasticité,  $I_t$  est le moment d'inertie à la section transversale de chaque tige flexible.

### 5.3.3.3. Les forces généralisées

Soit  $Q_k$  la force résultante agissant dans le plan de courbure de chaque section flexible  $k$  dans la plage  $\varphi_k \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$ , (voir la figure 5.2).

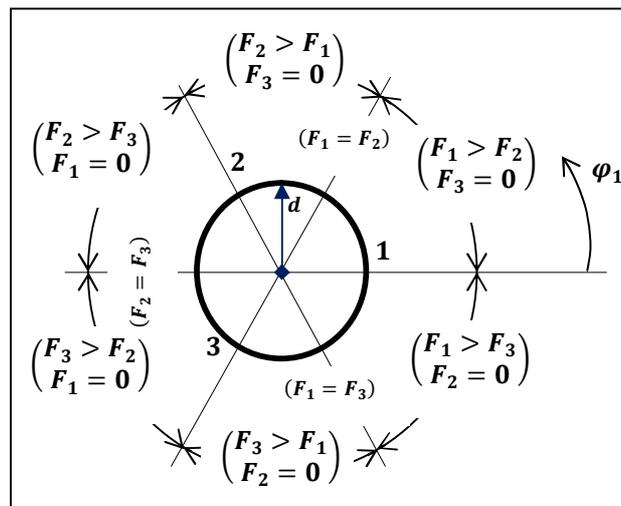


Figure 5.2 : Schéma explicative de la variation des tensions des câbles pour la première section flexible en fonction de l'angle d'orientation  $\varphi_1$ .

Les relations entre la force résultante  $Q_1$  et les tensions de câbles  $F_1$  et  $F_2$  pour la première section flexible sont données comme suit [52] :

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 d \cos(\varphi_1) + F_2 d \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi_1\right) \\ -F_1 \sin(\varphi_1) + F_2 \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi_1\right) = 0 \end{cases} \quad (5.22)$$

où  $d$  est la distance radiale entre l'ancrage des câbles et l'axe central du robot.

#### 5.3.3.4. Les équations du mouvement

Les équations de mouvement pour le robot flexible multi-section considéré sont déterminées en utilisant la méthode de Lagrange. Ainsi, les équations aux dérivées partielles de second ordre dans l'espace de configuration sont données comme suit :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_k} - \frac{\partial T}{\partial \theta_k} + \frac{\partial U}{\partial \theta_k} = Q_k, (k = 1, 2) \quad (5.23)$$

Après avoir développé l'équation (5.23), les équations de mouvement final peuvent être écrites sous la forme compacte suivante :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{Bmatrix} \quad (5.24)$$

où les éléments des matrices décrites dans l'équation (5.24) sont donnés dans l'annexe E. Ces éléments sont approchés en utilisant les séries de Taylor de 5ème ordre. Par exemple, pour l'angle de flexion  $\theta_k \in \left[-\frac{3\pi}{5}, \frac{3\pi}{5}\right]$ , les séries de Taylor de 5ème ordre approximent l'équation (5.1) avec une erreur moyenne inférieure à 1,4%.

Pour simuler le comportement du robot considéré, la méthode de Runge-Kutta du 4ème ordre est utilisée comme solution numérique. Pour cela, nous présentons les variables d'état comme suit:

$$\begin{cases} u_1(t) = \theta_1(t) \\ u_2(t) = \dot{\theta}_1(t) \\ u_3(t) = \theta_2(t) \\ u_4(t) = \dot{\theta}_2(t) \end{cases} \quad (5.25)$$

En introduisant les variables d'état, les équations (5.24) peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{u}_1(t) = u_2 \\ \dot{u}_2(t) = \frac{1}{M_{11}} (Q_1 - K_1 - C_{13}u_4^2 - C_{12}u_2u_4 - C_{11}u_2^2 - \frac{M_{12}}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} (Q_1M_{21} \\ + K_2M_{11} - Q_2M_{11} - K_1M_{21} - (C_{13}M_{21} - C_{23}M_{11})u_4^2 \\ - (C_{11}M_{21} - C_{21}M_{11})u_2^2 - C_{13}M_{21}u_2u_4)) \\ \dot{u}_3(t) = u_4 \\ \dot{u}_4(t) = \frac{1}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} (Q_1M_{21} + K_2M_{11} - Q_2M_{11} - K_1M_{21} - (C_{13}M_{21} \\ - C_{23}M_{11})u_4^2 - (C_{11}M_{21} - C_{21}M_{11})u_2^2 - C_{13}M_{21}u_2u_4) \end{array} \right. \quad (5.26)$$

Finalement, l'équation (5.26) peut être écrite sous la forme générale comme suit :

$$\dot{U}(t) = f(U, t) + g(U, t)Q(t) \quad (5.27)$$

où  $U(t)$  est le vecteur  $(1 \times 4)$  des variables d'état,  $f(U, t)$  and  $g(U, t)$  sont des fonctions non linéaires et  $Q(t)$  est le vecteur de commande, tels que :

$$\dot{U}(t) = [\dot{u}_1 \quad \dot{u}_2 \quad \dot{u}_3 \quad \dot{u}_4]^T \quad (5.28)$$

$$f(U, t) = \left\{ \begin{array}{l} u_2 \\ \frac{1}{M_{11}} \left( -K_1 - C_{13}u_4^2 - C_{12}u_2u_4 - C_{11}u_2^2 - \frac{M_{12}}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} (K_2M_{11} - K_1M_{21} \right. \\ \left. - (C_{13}M_{21} - C_{23}M_{11})u_4^2 - (C_{11}M_{21} - C_{21}M_{11})u_2^2 - C_{13}M_{21}u_2u_4) \right) \\ u_4 \\ \frac{1}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} \left( K_2M_{11} - K_1M_{21} - (C_{13}M_{21} - C_{23}M_{11})u_4^2 - C_{13}M_{21}u_2u_4 \right. \\ \left. - (C_{11}M_{21} - C_{21}M_{11})u_2^2 \right) \end{array} \right\} \quad (5.29)$$

$$g(U, t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{M_{11}} \left( 1 - \frac{M_{12}M_{21}}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} \right) & 0 & -\frac{M_{11}M_{12}}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{M_{21}}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} & 0 & \frac{-M_{11}}{(M_{12}M_{21} - M_{11}M_{22})} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

$$Q(t) = [Q_1 \quad 0 \quad Q_2 \quad 0]^T \quad (5.31)$$

### 5.3.3.5. Résultats de simulation

Afin de valider le modèle proposé, des exemples en équilibre statique et dynamiques sont présentés utilisant MATLAB 7.1. Les caractéristiques géométriques et mécaniques du robot considéré sont données dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 : Paramètres du robot flexible.

Paramètres	Désignation	Valeur
$L$	Longueur de la section flexible	0.3 m
$m$	Masse de disque	0.01 kg
$g$	Constante de la gravité	9.81 m/s <sup>2</sup>
$E$	Module de Young	210 GPa
$I_{xx}$	Moment d'inertie du disque	$3.06 \cdot 10^{-7} \text{ m}^4$
$I_t$	Moment d'inertie de la tige flexible	$3.97 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4$

Le premier exemple est consacré pour l'équilibre statique, c'est-à-dire des tensions nulles dans les câbles. Pour cela, deux cas seront étudiés selon les conditions initiales de l'angle de flexion  $\theta_k$ . Pour le premier cas (figure 5.3), le modèle est initialisé avec  $\theta_1 = \pi/12$  et  $\theta_2 = 0$  alors que le deuxième cas utilise  $\theta_1 = 0$  et  $\theta_2 = \pi/12$  (figure 5.4). On remarque que le robot a continué à osciller autour de la position d'équilibre (c'est-à-dire autour de l'axe  $Z_0$ ). Ce phénomène peut être justifié par la position initiale du robot qui est verticale et l'absence de frottement entre les câbles et les disques (les tensions nulles).

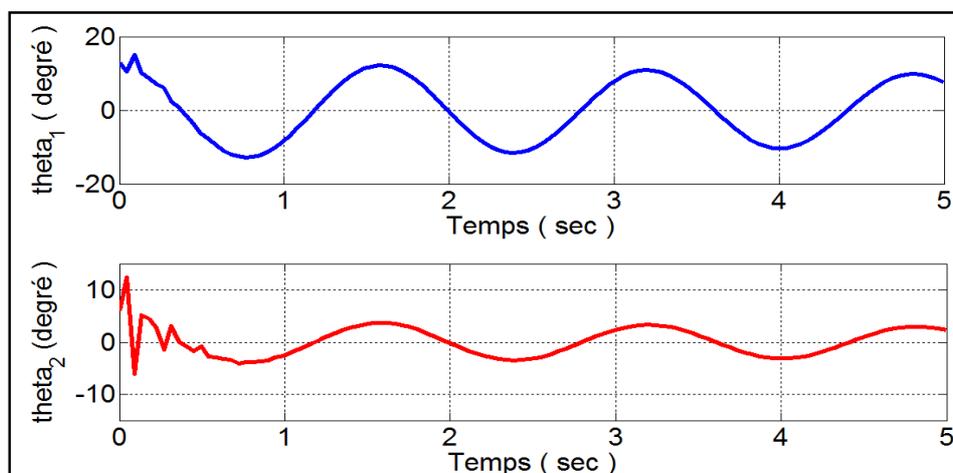


Figure 5.3 : Réponse d'actionnement nul pour le premier cas.

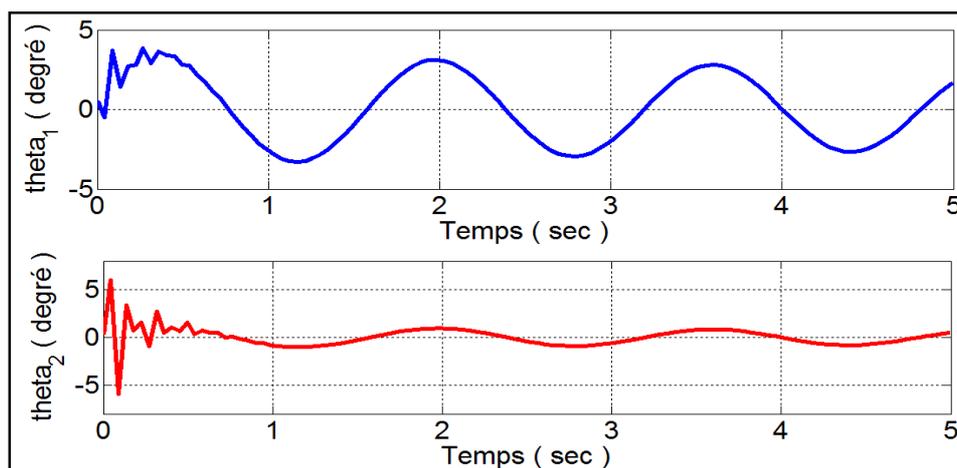


Figure 5.4 : Réponse d'actionnement nul pour le deuxième cas.

On note ici que, pour les deux cas, chaque section flexible commence à se stabiliser après 45 sec et 28 sec avec un intervalle d'échantillonnage égale à 0,045 sec. Les premières oscillations du robot après sa libération sont illustrées sur la figure 5.5.

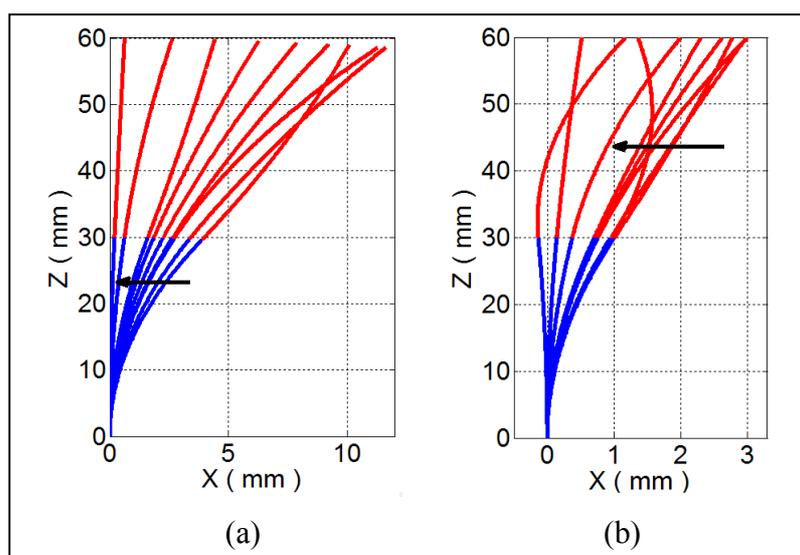


Figure 5.5 : Premières oscillations du robot flexible après sa libération. (a) premier cas, (b) deuxième cas.

La réponse dynamique du robot est illustrée sur la figure 5.6. Dans cet exemple, le câble 1 de la première section flexible est actionné par une force de 2 N à partir de sa position d'équilibre initiale. On remarque que le robot a continué à osciller autour d'un nouveau point d'équilibre. La première section flexible se stabilise à  $\theta_1 = 30.66^\circ$ , alors que la deuxième section se stabilise à  $\theta_2 = 2.44^\circ$ . Pour cette dernière, cela peut être justifié par des tensions

nulles dans les câbles de cette section et la nouvelle position du robot qui n'est pas vertical après l'actionnement.

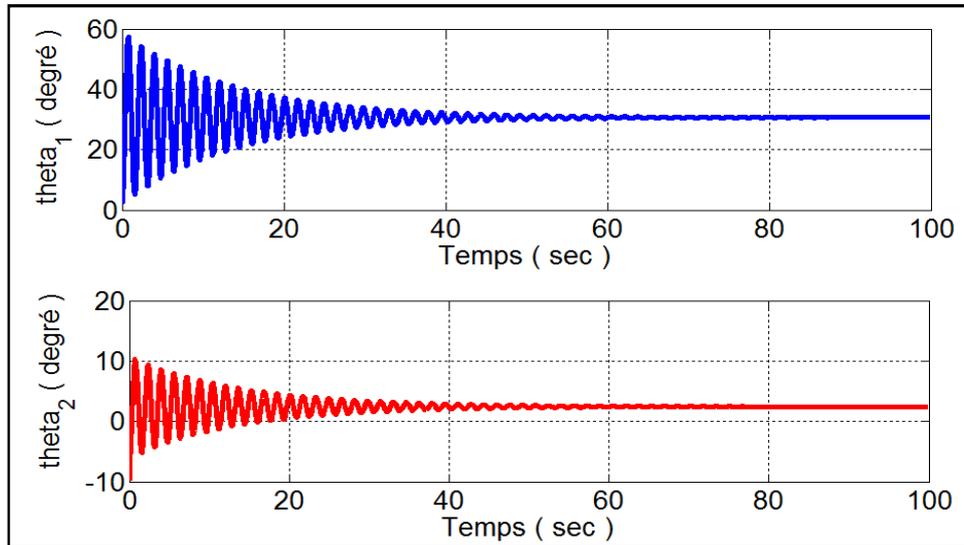


Figure 5.6 : Réponse dynamique d'actionnement du câble 1 de la première section flexible.

Le modèle dynamique direct du robot est donné par l'actionnement des deux sections flexible dans les plans de courbure  $\varphi_1 = \varphi_2 = \pi/6$  (voir figure 5.2). Pour cet exemple, les forces généralisées sont :  $Q_1 = 0.4(t)$  et  $Q_2 = 0.8(t)$ , où  $t$  est le temps, et la variation des tensions dans les câbles est illustrée sur la figure 5.7. Le mouvement du robot peut être obtenu grâce à une analyse dynamique, qui est illustrée sur la figure 5.8. Tandis que la variation des longueurs de câbles est obtenue grâce à l'analyse géométrique (figure 5.9). Nous notons que l'esquisse est affectée après la stabilisation du robot, et le calcul des longueurs et des tensions sont effectués après la stabilisation du robot également.

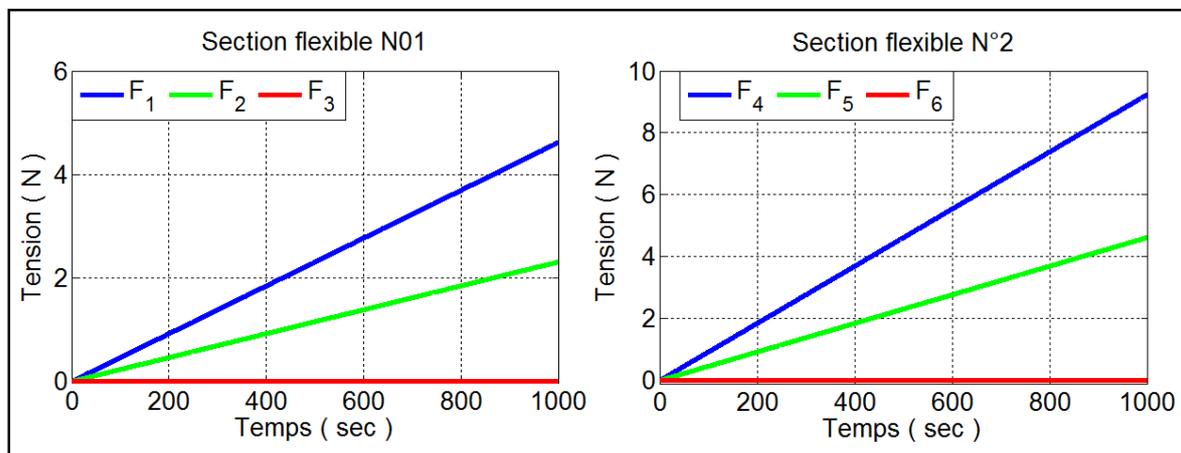


Figure 5.7 : Evolutions temporelles des tensions des câbles.

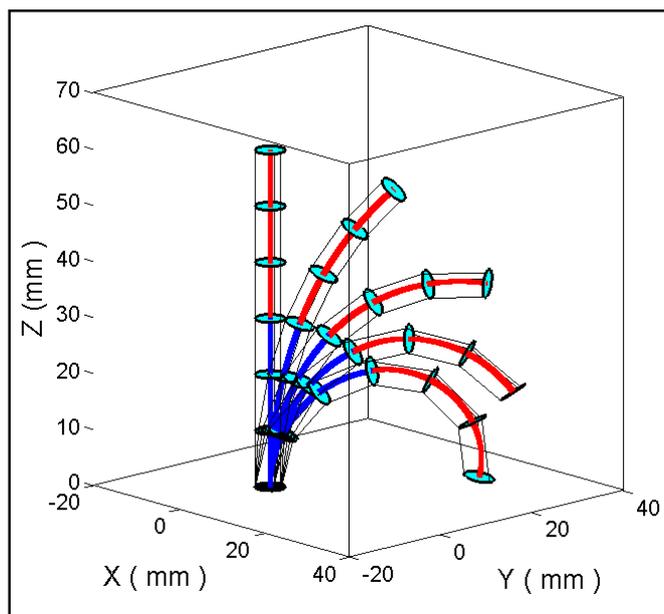


Figure 5.8 : Quelques poses du robot flexible.

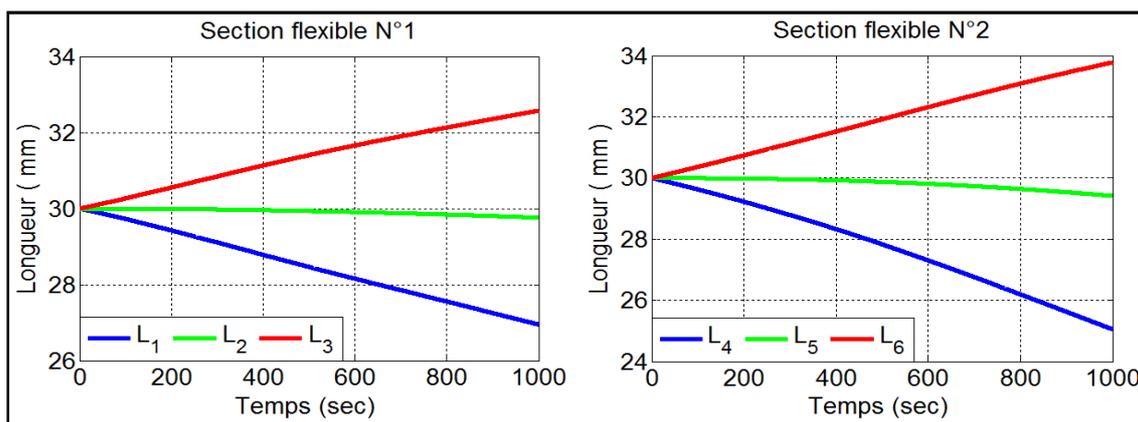


Figure 5.9 : Evolution temporelle des longueurs de câbles.

### 5.3.3.6. Discussion des résultats

Généralement, il n'existe pas beaucoup de résultats présentés sur ce domaine de la modélisation dynamique des robots flexibles dans la littérature. Néanmoins, les résultats de simulation obtenus pour nos modèles statique et dynamique montrent une certaine similitude sur la courbure de la structure du robot flexible par rapport aux travaux développés dans les références [52] et [75]-[76], malgré la différence entre les hypothèses utilisées, les approches de modélisation et les spécificités des robots flexibles considérés.

Concernant le modèle statique, on remarque que notre modèle est presque similaire aux modèles présentés dans les références [75]-[76] pour le cas d'une configuration plane. Nous observons une forme et un comportement très similaires entre eux. De même, la comparaison

de notre modèle dynamique avec les mêmes travaux, [75]-[76], montre des similitudes malgré la différence dans la méthode de modélisation et les hypothèses employées. A titre d'exemple les auteurs des références [75]-[76] ont pris en compte le frottement et Les effets de torsion.

En ce qui concerne le travail présenté dans [52], nous remarquons que leur modèle dynamique engendre des forces appliquées sur la structure qui sont presque similaires aux forces qui servent d'entrées pour notre modèle dynamique. Cela prouve une certaine équivalence entre les modèles.

Comme conclusion générale de notre analyse, la comparaison de nos résultats de simulations aux résultats de simulations et expérimentaux présentés dans les références [52], [75] et [76] permet de valider notre approche.

#### **5.3.4. Modèle dynamique du robot flexible spatial**

Dans cette partie, nous présentons le modèle dynamique direct et inverse du robot composé d'une seule section flexible (i.e. le prototype proposé) utilisant la méthode de Lagrange. Dans ce cas, les coordonnées généralisées dans l'espace de configuration sont  $\theta$  et  $\varphi$ . On note que pour des raisons de clarté, l'indice  $k = 1$  est retiré. Ainsi les équations du mouvement s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial U}{\partial \theta} = Q_1 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial U}{\partial \varphi} = Q_2 \end{cases} \quad (5.32)$$

##### **5.3.4.1. Energie cinétique**

L'énergie cinétique du robot prototype est constituée de deux parties: l'énergie cinétique de la tige flexible  $T_t$  et l'énergie cinétique des disques  $T_d$ . Pour simplifier le calcul du modèle, les énergies cinétiques de rotation sont négligées. Ainsi, l'énergie cinétique totale est donnée par :

$$T = T_t + T_d \quad (5.33)$$

telle que l'énergie cinétique de la tige flexible  $T_t$  est donnée par :

$$T_t = \frac{1}{2} m_t \int_0^L \left[ (\dot{X}(s))^2 + (\dot{Y}(s))^2 + (\dot{Z}(s))^2 \right] ds \quad (5.34)$$

En développant l'équation (5.34), donne :

$$T_t = \frac{1}{2} L^2 m_t \left[ \frac{1}{3} H_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{4} H_2 \dot{\phi}^2 \right] \quad (5.35)$$

où  $L$  est la longueur total du robot,  $m_t$  est la masse de la tige flexible, et les facteurs  $H_1$  et  $H_2$  sont donnés comme suit :

$$H_1 = \frac{1}{\theta^5} [\theta^3 + 6\theta - 12\sin(\theta) + 6\theta\cos(\theta)] \quad (5.36)$$

$$H_2 = \frac{1}{\theta^3} [6\theta - 8\sin(\theta) + \sin(2\theta)] \quad (5.37)$$

Afin d'éviter la singularité numérique lorsque  $\theta$  est égal ou proche de zéro, les séries de Taylor d'ordre 4 sont utilisées pour rapprocher les facteurs  $H_1$  et  $H_2$ . Ainsi, les facteurs équivalents sont donnés comme suit :

$$H_1 = \frac{\theta^4}{8640} - \frac{\theta^2}{168} + \frac{3}{20} \quad (5.38)$$

$$H_2 = -\frac{\theta^4}{42} - \frac{\theta^2}{5} \quad (5.39)$$

Nous notons que pour la plage de l'angle de flexion  $\theta \in \left[-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$ , le développement en séries de Taylor de 4ème ordre peut approximer les équations (5.36) et (5.37) avec des erreurs suffisamment petites ; qui sont représentées sur la figure 5.10.

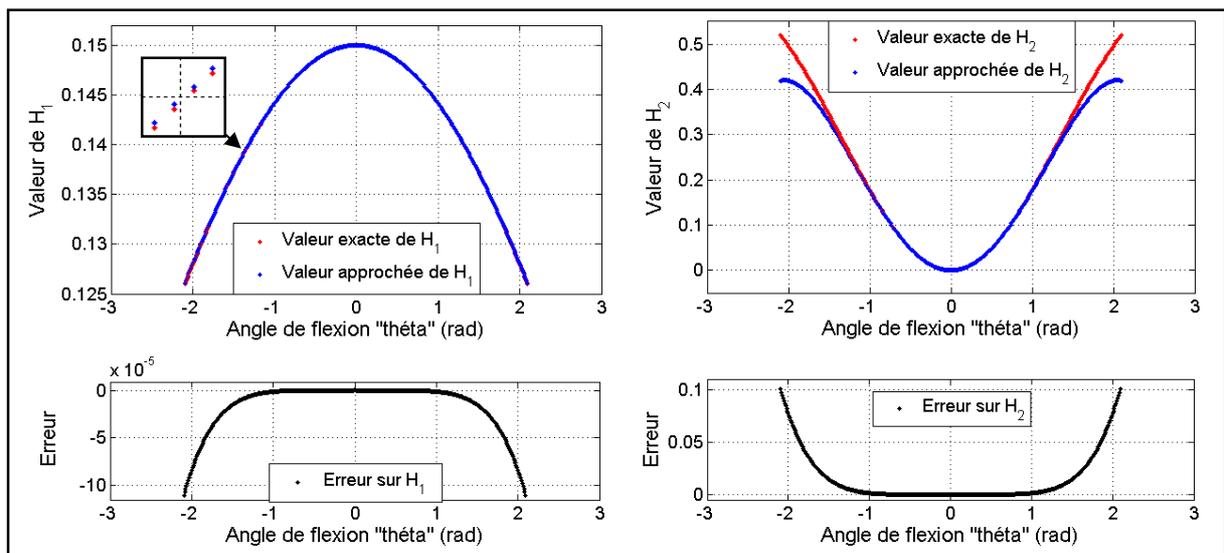


Figure 5.10 : Les valeurs des facteurs exacts et équivalents de  $H_1$  et  $H_2$  et leurs erreurs.

L'énergie cinétique de tous les disques peut s'exprimer comme suit :

$$T_d = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{10} \mathbf{v}_k^T m_d \mathbf{v}_k \quad (5.40)$$

où  $m_d$  est la masse du disque.

Dans l'équation (5.40), pour chaque disque  $k$ , la vitesse linéaire  $\mathbf{v}_k$  est calculée à :  $s = kL/10, k = 1, 2, \dots, 10$ . En développant cette l'équation, nous obtenons :

$$T_d = \frac{1}{2} L^2 m_d [H_3 \dot{\theta}^2 + H_4 \dot{\phi}^2] \quad (5.41)$$

tels que les facteurs  $H_3$  et  $H_4$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} H_3 = \frac{1}{40\theta^4} & \left[ 400 - 40\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 40\cos\left(\frac{\theta}{5}\right) - 40\cos\left(\frac{2\theta}{5}\right) - 40\cos\left(\frac{3\theta}{5}\right) - 40\cos\left(\frac{4\theta}{5}\right) \right. \\ & - 40\cos\left(\frac{\theta}{10}\right) - 40\cos\left(\frac{3\theta}{10}\right) - 40\cos\left(\frac{7\theta}{10}\right) - 40\cos\left(\frac{9\theta}{10}\right) + 77\theta^2 - 40\cos(\theta) \\ & - 40\theta\sin(\theta) - 20\theta\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - 8\theta\sin\left(\frac{\theta}{5}\right) - 16\theta\sin\left(\frac{2\theta}{5}\right) - 24\theta\sin\left(\frac{3\theta}{5}\right) \\ & \left. - 32\theta\sin\left(\frac{4\theta}{5}\right) - 4\theta\sin\left(\frac{\theta}{10}\right) - 12\theta\sin\left(\frac{3\theta}{10}\right) - 28\theta\sin\left(\frac{7\theta}{10}\right) - 36\theta\sin\left(\frac{9\theta}{10}\right) \right]. \end{aligned} \quad (5.42)$$

$$\begin{aligned} H_4 = \frac{1}{40\theta^2} & \left[ 300 + 10\cos(2\theta) - 40\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 30\cos\left(\frac{\theta}{5}\right) - 30\cos\left(\frac{2\theta}{5}\right) - 30\cos\left(\frac{3\theta}{5}\right) \right. \\ & - 30\cos\left(\frac{4\theta}{5}\right) - 40\cos\left(\frac{\theta}{10}\right) + 10\cos\left(\frac{6\theta}{5}\right) + 10\cos\left(\frac{7\theta}{5}\right) - 40\cos\left(\frac{3\theta}{10}\right) + 10\cos\left(\frac{8\theta}{5}\right) \\ & \left. - 10\cos\left(\frac{9\theta}{5}\right) - 40\cos\left(\frac{7\theta}{10}\right) - 40\cos\left(\frac{9\theta}{10}\right) - 30\cos(\theta) \right] \end{aligned} \quad (5.43)$$

En utilisant le développement en séries de Taylor, les facteurs équivalents  $H_3$  et  $H_4$  s'exprimés comme suit :

$$H_3 = \frac{167731333}{576 \cdot 10^9} \theta^4 - \frac{395681}{288 \cdot 10^5} \theta^2 + \frac{25333}{800000} \quad (5.44)$$

$$H_4 = -\frac{395681}{9600000} \theta^4 + \frac{25333}{80000} \theta^2 \quad (5.45)$$

Les valeurs des facteurs exacts et équivalents de  $H_3$  et  $H_4$  ainsi que leurs erreurs sont représentées sur la figure 5.11.

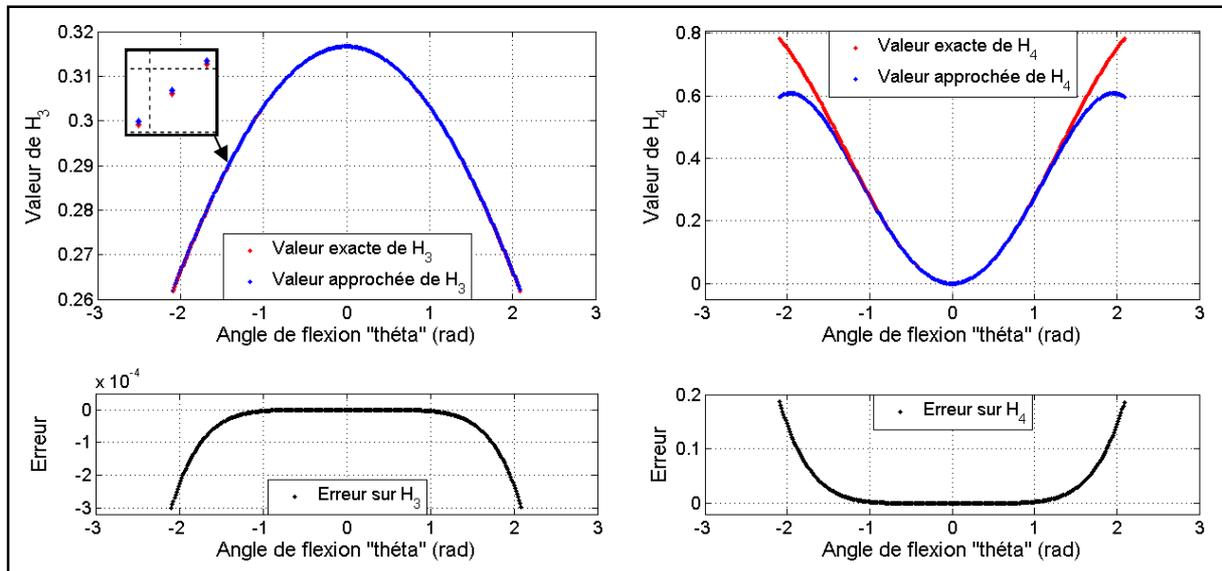


Figure 5.11 : Les valeurs des facteurs exacts et équivalents de  $H_3$  et  $H_4$  et leurs erreurs.

#### 5.3.4.2. Energie potentielle

Pour le prototype proposé, l'énergie potentielle totale est calculée comme la somme des énergies gravitationnelles de la tige flexible ainsi que des disques auquel on ajoute l'énergie potentielle élastique de la tige flexible. En raison du faible poids des disques et celui de la tige flexible, les énergies potentielles gravitationnelles peuvent être ignorées par rapport à leur énergie potentielle élastique. Ainsi, l'énergie potentielle du prototype peut être calculée comme suit [101]:

$$U = \frac{EI_t \theta^2}{2L} \quad (5.46)$$

où  $E$  est le module d'élasticité,  $I_t$  est le moment d'inertie à la section transversale de la tige flexible.

#### 5.3.4.3. Les forces généralisées

Comme mentionné auparavant, le prototype considéré a deux degrés de liberté ; Ainsi, le mouvement spatial du robot peut être déterminé en actionnant un ou deux câbles en même temps. Les relations entre les forces généralisées  $Q_1$  et  $Q_2$  dans la plage  $\varphi \in \left[0, \frac{2\pi}{3}\right]$  peuvent

être exprimées en fonction des tensions de câbles  $F_1$  et  $F_2$  (voir la figure 5.2), comme suit [52]:

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 d \cos(\gamma_1 - \varphi) + F_2 d \cos(\gamma_2 - \varphi) \\ Q_2 = F_1 d \theta \sin(\gamma_1 - \varphi) + F_2 d \theta \sin(\gamma_2 - \varphi) \end{cases} \quad (5.47)$$

tel que :

$$\gamma_i = \begin{cases} 0 ; & i = 1 \\ \frac{2\pi}{3} ; & i = 2 \\ -\frac{2\pi}{3} ; & i = 3 \end{cases} \quad (5.48)$$

#### 5.3.4.4. Les équations du mouvement

Le modèle résultant de l'application des équations de mouvement est représenté par :

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\theta}\dot{\varphi} \\ \dot{\varphi}^2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (5.49)$$

où les éléments impliqués dans l'équation (5.49) sont donnés dans l'annexe F.

Pour simuler le comportement du robot prototype, la méthode de Runge-Kutta du 4ème ordre est utilisée comme solution numérique. Pour cela, nous présentons les variables d'état comme suit:

$$\begin{cases} u_1(t) = \theta(t) \\ u_2(t) = \dot{\theta}(t) \\ u_3(t) = \varphi(t) \\ u_4(t) = \dot{\varphi}(t) \end{cases} \quad (5.50)$$

En introduisant les variables d'état, les équations (5.50) peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{u}_1 = u_2 \\ \dot{u}_2 = \frac{1}{M_{11}} (D_{11}F_1 + D_{12}F_2 - C_{11}u_2^2 - C_{13}u_4^2 - K_{11}u_1) \\ \dot{u}_3 = u_4 \\ \dot{u}_4 = \frac{1}{M_{22}} (D_{21}F_1 + D_{22}F_2 - C_{22}u_2u_4) \end{cases} \quad (5.51)$$

L'équation (5.51) peut être réécrite sous la forme compacte comme suit :

$$\dot{U}(t) = f(U, t) + g(U, t)Q(t) \quad (5.52)$$

où  $U(t)$  est le vecteur  $(1 \times 4)$  des variables d'état,  $f(U, t)$  and  $g(U, t)$  sont des fonctions non linéaires et  $Q(t)$  est le vecteur de commande, tels que :

$$\dot{U}(t) = [\dot{u}_1 \quad \dot{u}_2 \quad \dot{u}_3 \quad \dot{u}_4]^T \quad (5.53)$$

$$f(U, t) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{u_2}{M_{11}} (-C_{11}u_2^2 - C_{13}u_4^2 - K_{11}u_1) \\ u_4 \\ \frac{-C_{22}u_2u_4}{M_{22}} \end{array} \right\} \quad (5.54)$$

$$g(U, t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{D_{11}}{M_{11}} & 0 & \frac{D_{12}}{M_{11}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{D_{21}}{M_{22}} & 0 & \frac{D_{22}}{M_{22}} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

$$Q(t) = [F_1 \quad 0 \quad F_2 \quad 0]^T \quad (5.56)$$

### 5.3.4.5. Résultats de simulation

Divers exemples sont pris en considération. Les caractéristiques géométriques et mécaniques du robot considéré sont données dans le tableau 5.2.

Tableau 5.2 : Paramètres du prototype.

Paramètres	Désignation	Valeur
$L$	longueur de la section flexible	0.802 m
$m_d$	masse de disque	0.008 kg
$m_t$	masse de la tige flexible	0.032 kg
$g$	constante de la gravité	9.81 m/s <sup>2</sup>
$E$	module de Young	9.50 GPa
$I_t$	moment d'inertie de la tige flexible	$30.97 \cdot 10^{-12} \text{ m}^4$

La figure 5.12 illustre la réponse dynamique du robot avec des tensions nulles dans les câbles nommément l'équilibre statique. Pour cela, le modèle est initialisé avec  $\theta = \pi/4$  et  $\varphi = 0$ . On constate que le robot a continué à osciller autour de sa position d'équilibre (autour de l'axe  $Z_0$ ). Nous remarquons que la stabilisation du robot commence après 41,16 sec pour l'intervalle d'échantillonnage est égale à 0,15 sec.

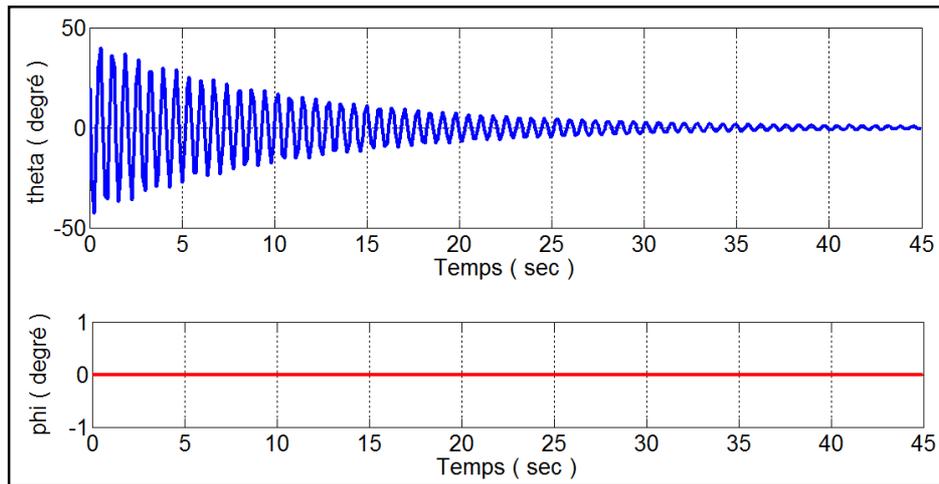


Figure 5.12 : Réponse d'action nulle pour l'angle de flexion  $\theta = \pi/4$  et l'angle d'orientation  $\varphi = 0$ .

La réponse de la dynamique directe du robot est illustrée sur la figure 5.13. Pour cette application, le câble 1 est actionné par une tension est égal à 5 N à partir de la position d'équilibre. On peut remarquer que le robot a continué d'osciller autour d'un nouvel angle d'équilibre (i.e.  $\theta = 15,86^\circ$ ), et alors que l'angle d'orientation  $\varphi$  reste presque stable.

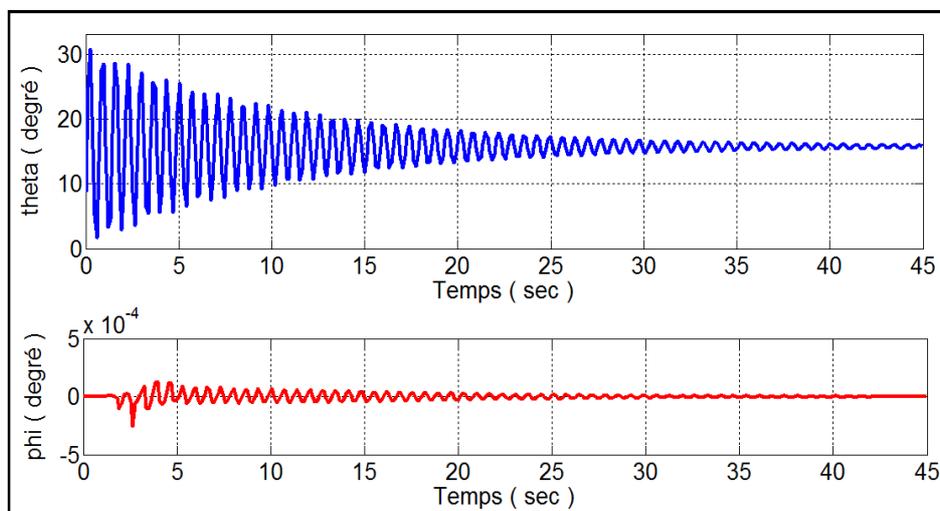


Figure 5.13 : Réponse de la dynamique directe sous l'effet de l'actionnement du câble 1.

La figure 5.14 montre la réponse de la dynamique inverse du robot pour le suivi d'une trajectoire circulaire définie par l'équation (5.57). Les simulations ont été mises en œuvre dans MATLAB/SIMULINK 7.1, y compris les dérivées numériques des vitesses et des accélérations.

$$\begin{cases} X(t) = 104.38 \cos\left(\frac{\pi}{5}t\right) \\ Y(t) = 104.38 \sin\left(\frac{\pi}{5}t\right) \\ Z(t) = 792.87 \end{cases} \quad (5.57)$$

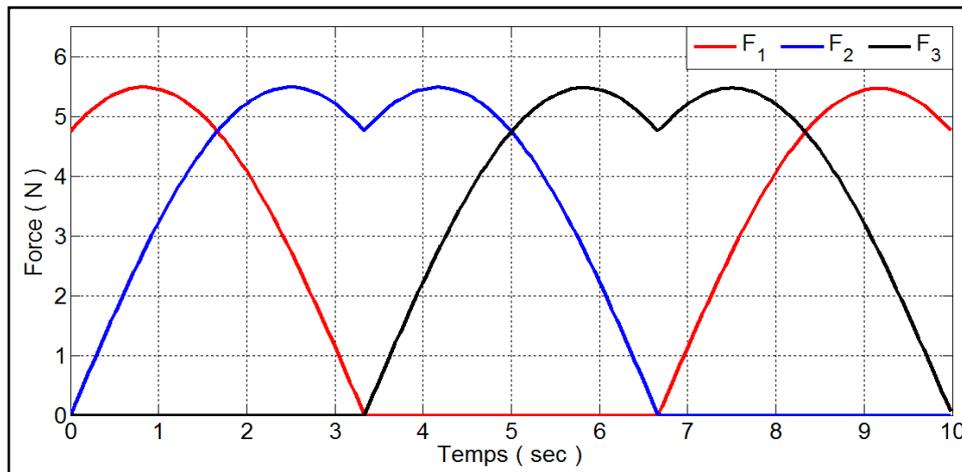


Figure 5.14 : Evolutions temporelles de tension des câbles.

#### 5.3.4.6. Résultats expérimentaux

Afin de valider le modèle dynamique proposé, un banc d'essai a été réalisé (figure 5.15) ; il se compose de :

- un robot flexible (le prototype) ;
- un robot manipulateur UR5 ; il est utilisé comme capteur externe.
- une gamme de poids (masses) ;
- un pointeur porté par la pince du robot UR5.

Dans chaque expérience, nous avons appliqué une tension, en accrochant une masse de poids connu, au câble 1. Ensuite, pour chaque masse, la position et l'orientation de l'extrémité du pointeur sont enregistrées à l'aide du manipulateur UR5. La position de l'extrémité de l'axe central du prototype (la tige flexible) est déterminée en utilisant les transformations géométriques homogènes par rapport à la base du robot flexible. Il convient de mentionner

certaines sources d'incertitude de mesure de ces positions, à savoir : (i) le positionnement initial des robots (le manipulateur UR5 et le prototype), et (ii) le placement manuel du pointeur sur la pointe du prototype pour chaque expérience. L'incertitude de mesure est estimée au maximum à 3 mm.

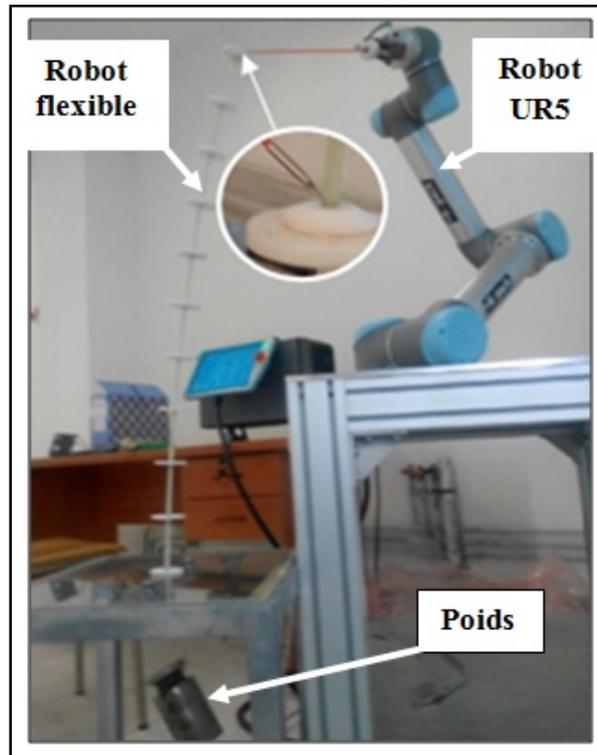


Figure 5.15 : Vue d'ensemble du banc d'essai (unité de recherche en matériaux avancés URMA/CRTI, Annaba).

En utilisant le poids de ses masses comme entrée au modèle dynamique proposé, la sortie résultante, dans ce cas, sont les coordonnées opérationnelles de l'extrémité du robot flexible. Ces points sont comparés aux données expérimentales obtenues avec le banc d'essai, où les erreurs euclidiennes sont déduites. La figure 5.16 montre les coordonnées cartésiennes mesurées et celles obtenues par le modèle dynamique direct. Les courbes affichées montrent qu'il existe une convergence significative entre les points mesurés et calculés, où l'erreur moyenne est inférieure à 1,08 mm sur l'axe des  $X$  et à 7,36 mm sur l'axe des  $Z$  (figure 5.17). Les erreurs apparues sont dues aux deux causes mentionnées précédemment et à (iv) la rigidité de la tige flexible n'est pas défini exactement, (v) l'existence de forces de frottement entre les câbles et les disques, et (vi) la déformation de l'axe central du robot n'est pas selon un arc de cercle.

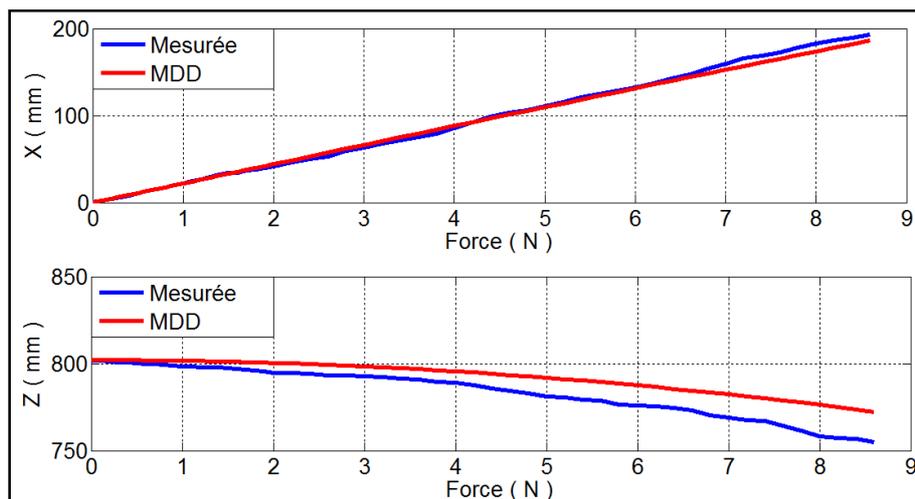


Figure 5.16 : Coordonnées cartésiennes mesurées et calculées de la pointe de la tige flexible.

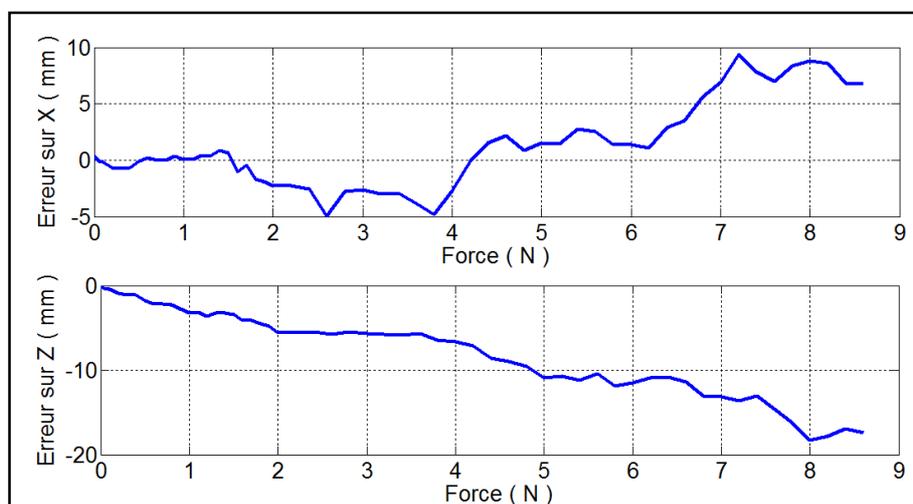


Figure 5.17 : Erreurs euclidiennes entre les coordonnées cartésiennes mesurées et calculées de la pointe de la tige flexible en fonction de la force d'actionnement.

## 5.4. Introduction à la commande

### 5.4.1. Introduction

Les robots traditionnels rigides comprennent un ensemble d'articulations rotoïdes et/ou prismatiques, de sorte que chaque articulation peut être commandé séparément. En revanche, les robots flexibles continuum sont souvent flexibles et souples, de sorte que la déformation d'une section flexible implique le mouvement de l'ensemble de la structure. En outre, chaque section flexible d'un robot continuum est commandée par deux ou plusieurs actionneurs en même temps. Cela engendre une complication du mouvement par la présence de phénomène de déformation à savoir : la torsion, la flexion ou l'extension.

Après le développement des modèles géométriques, cinématiques et dynamiques, la conception des contrôleurs s'avère nécessaire. Nous allons maintenant rappeler les principaux concepts utilisés pour la synthèse de loi de commande de robots flexibles continuum.

Un grand nombre de recherches théoriques et expérimentales ont été effectuées sur la commande de robots flexibles continuum à savoir : la commande PD [74], [102], le mode glissant [102]-[103], la commande hybride position/force [1], la commande par les réseaux de neurones [104], [105], etc.

### 5.4.2. Contrôleur PID

La commande PID est largement utilisée dans les commandes de robots manipulateurs industriels en raison de sa simplicité et sa signification physique claire ainsi que sa grande robustesse et haute précision de contrôle [106]. Le système est considéré comme un système linéaire et chacune de ces actionneurs est asservie par une commande décentralisée de type PID à gains constants. Dans la pratique, une telle commande est implémentée selon le schéma suivant de la figure 5.18, et la loi de commande est exprimée par l'équation (5.53).

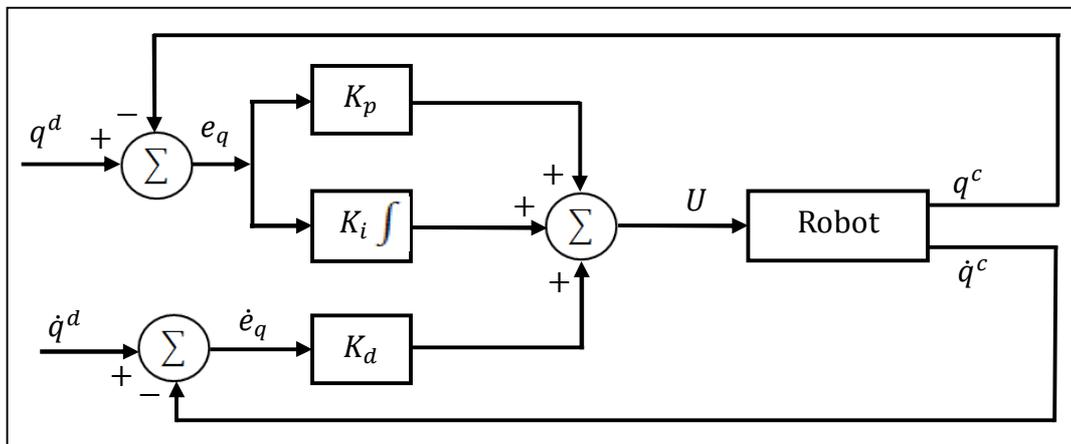


Figure 5.18 : Schéma de la commande PID.

$$U = K_p e_q + K_d \dot{e}_q + K_i \int_{t_0}^t e_q dt \quad (5.58)$$

tels que :  $e_q = q^d - q^c$  et  $\dot{e}_q = \dot{q}^d - \dot{q}^c$ , représentant respectivement les erreurs de positions et de vitesses des coordonnées généralisées du robot.  $K_p$ ,  $K_d$  et  $K_i$  représentent respectivement les gains proportionnels, dérivés et intégraux.

### 5.4.3. Application

Pour illustrer l'efficacité du contrôleur PID proposé, nous allons l'appliquer à l'exemple 2 dédié au robot flexible planaire (figure 5.6). Nous avons simulé le contrôleur PID en tenant compte des contraintes à satisfaire sur les tensions des câbles, à savoir les tensions qui doivent toujours être positives. Ainsi, la valeur résultante de l'application de l'exemple 2 (c'est-à-dire  $\theta_1 = 30.66^\circ$ ) est utilisée comme entrée au contrôleur PID (Proportionnel-Intégral-Dérivée) afin de commander la première section en boucle fermée. Les valeurs des gains qui offrent un compromis acceptable sur la performance du contrôleur sont déterminés par essais et erreurs en simulation et valent :  $K_P = 0.1$ ,  $K_d = 0.3$  et  $K_i = 2.7$ .

La figure 5.19 présente la réponse dynamique en boucle fermée ainsi que la tension dans le câble 1. L'observation de ce résultat confirme la possibilité d'utiliser avec succès ce type de contrôleur pour les applications de suivi des trajectoires point à point.

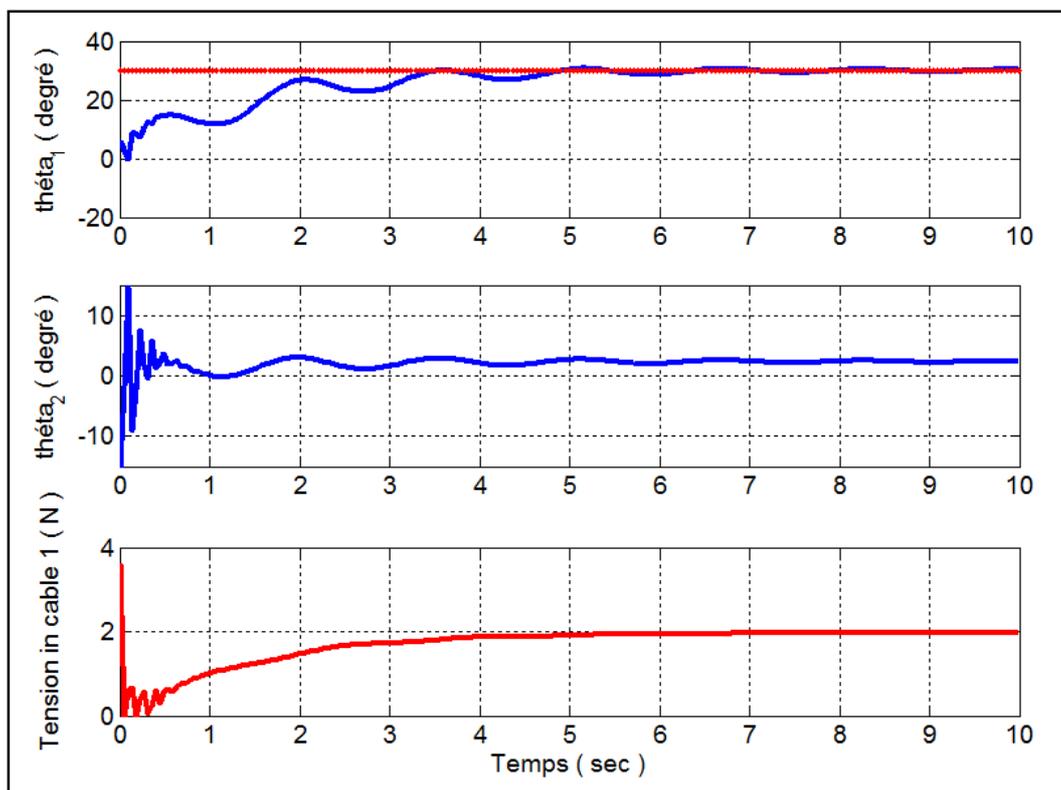


Figure 5.19 : Réponse dynamique de l'actionnement du câble 1 avec le contrôleur PID et sa tension.

### 5.5. Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, les formulations mathématiques définissant la cinématique du robot sont présentées. Après, les modèles dynamiques des robots flexibles,

planaire et spatial, actionnés par câbles sont développés en utilisant le formalisme de Lagrange. Les modèles résultants sont approchés par des séries de Taylor afin d'éviter certaines singularités numériques. Des exemples de simulation sont effectués afin de valider les modèles statiques et dynamiques. Ensuite, le modèle dynamique inverse a été validé par des mesures réelles obtenues avec le robot UR5. Cette expérience a montré une convergence significative entre les points mesurés et calculés. En général, malgré les différences sur les hypothèses initiales utilisées ainsi que les approches de modélisation et les spécificités des robots flexibles considérés, la comparaison de nos résultats de simulations avec ceux de la littérature présentés par d'autres auteurs valide notre approche. Enfin, un contrôleur proportionnel- intégral- dérivé (PID) est proposé pour assurer le suivi de trajectoires par la méthode de point à point.

## Conclusion générale

Les robots flexibles bioniques ont acquis une importance considérable durant les dernières décennies; cela est dû principalement à leur souplesse et flexibilité ce qui les rend bien adaptés pour effectuer des manœuvres dans les environnements complexes et encombrés.

Dans cette thèse, le thème abordé est très intéressant et d'actualité en se sens où il concerne une étude sur la modélisation dynamique d'un robot flexible bionique. Ainsi, les objectifs du travail développé dans cette mémoire étaient la contribution à la conception, la modélisation géométrique, cinématique et dynamique des robots flexibles multi-sections bioniques. En particulier, on c'est intéressé à l'étude des robots flexibles actionnés par câbles ainsi que le robot bionique nommé "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)".

Après avoir étudié quelques robots existants ou en développement, nous avons proposé deux conceptions de robots flexibles, planaire et spatial, actionnés par câbles. Ainsi, sur la base de cette étude, nous avons réalisé un prototype d'un robot composé d'une seule section flexible. Ces architectures sont conçues d'une façon simple en vue d'une mise en œuvre facile. Chaque structure se compose d'une tige flexible cylindrique, utilisé comme épine dorsale, des disques (ou des plaquettes pour le robot planaire), des câbles, des moteurs électriques et d'une base rigide. Ensuite, elles ont été exploitées pour estimer les paramètres inertiels qui seront utilisés dans les modèles dynamiques.

L'analyse de l'état de l'art sur la modélisation de robots flexibles bioniques, notamment la modélisation géométrique inverse, nous a permis de conclure qu'il n'existe pas à ce jour un modèle général modélisant ces types de robots, dont la difficulté se retrouve dans la complexité de ces systèmes due essentiellement à l'existence de plusieurs paramètres qualitatifs et quantitatifs. Nous avons remarqué aussi que ces approches proposées sont validées numériquement et/ou expérimentalement sur une, deux ou trois sections flexibles et chaque approche est spécifiée pour le robot considéré. Plus le nombre des sections flexibles augmente, plus les problèmes de la résolution du modèle géométrique inverse sera plus compliqué.

Dans l'objectif de résoudre ce problème lié à la modélisation géométrique, en premier lieu, les formulations mathématiques décrivant la structure du robot flexible, qui représente un cas

général des robots flexible multi-section, sont données. Ensuite, nous avons proposé une approche pour la résolution du modèle géométrique inverse des robots flexibles multi-section en faisant l'hypothèse que chaque section flexible se courbe selon un arc de cercle, tout en ayant l'axe central de la structure inextensible. Le problème est formulé mathématiquement en termes d'optimisation d'une fonction de coût quadratique sous contraintes d'égalité. Ce problème d'optimisation est résolu ensuite par l'utilisation des méthodes métaheuristiques nommément optimisation par essaim des particules (PSO) et l'algorithme génétique (GA).

Pour valider l'approche développée, des différentes simulations sous l'environnement MATLAB sont effectuées. Les résultats de simulations ont montré l'efficacité de ces deux méthodes métaheuristiques, PSO et GA. Cependant, l'algorithme PSO est très encourageant pour les applications en temps réel. Comme validations expérimentales, deux tests différents ont été effectués sur le robot "Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)" du laboratoire CRISTAL UMR-CNRS de l'université de Lille1, France. Les résultats expérimentaux ont montré l'efficacité de l'approche proposée en termes de précision par rapport à d'autres méthodes et approches.

Ensuite, les formulations mathématiques définissant la cinématique du robot flexible sont données. De même, sur la base de l'hypothèse de courbure constante et de torsion nulle, les modèles dynamiques pour les robots, planaire et spatial, actionnés par câbles ont été développés. Les modèles dynamiques obtenus sont approximés par des séries de Taylor afin de simplifier les calculs et d'éviter certaines singularités numériques. Les exemples de simulation montrent que les modèles dynamiques proposés sont réalisables. En outre, le modèle dynamique inverse a été validé par des mesures réelles obtenues avec le robot UR5 de l'unité de recherche en matériaux avancées URMA/CRTI, Annaba.

Enfin, un contrôleur proportionnel- intégral- dérivé (PID) est proposé pour assurer le suivi de trajectoire via point à point.

Le travail restant à accomplir est encore important et de nouvelles perspectives et suggestions sont désormais ouvertes. Ainsi, les travaux de recherche que l'on peut envisager sont :

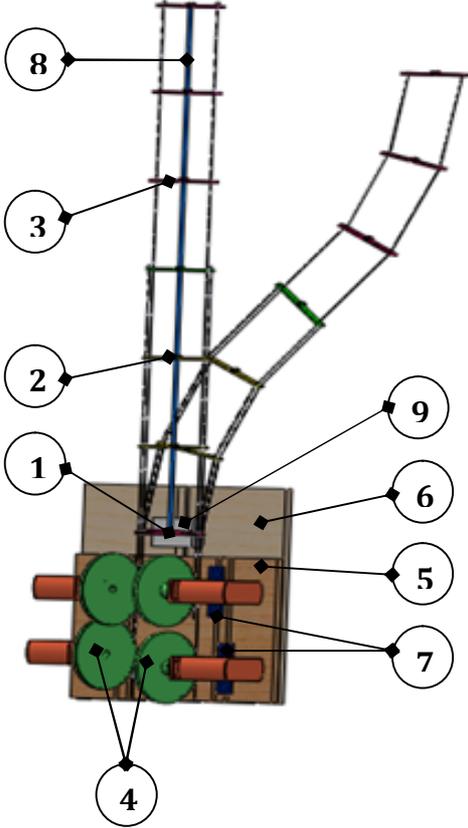
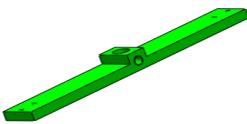
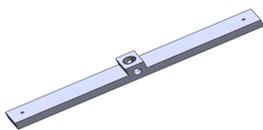
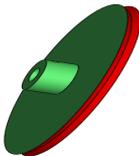
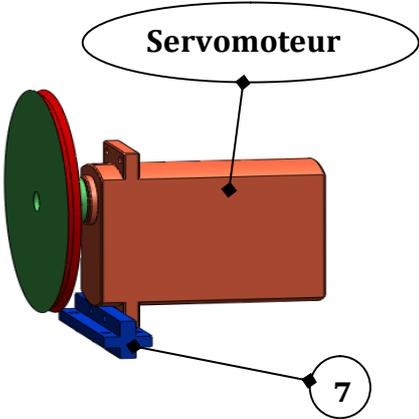
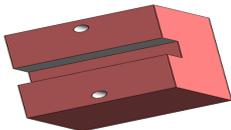
- une extension possible de l'approche métaheuristique proposée à une géométrie à courbure variable, tels que les robots CBHA et BHA, pourrait être étudiée pour obtenir

une posture plus réaliste de ce type de robots pour différentes trajectoires à l'intérieur de leur espace de travail.

- même si les modèles dynamiques répondent parfaitement aux différentes simulations, ils ne sont pas encore tous validés expérimentalement. Dans ce cas, la mise en marche du prototype est une étape importante ainsi que la réalisation du robot flexible multi-section afin de valider les modèles proposés.
- identification de la rigidité en flexion de la tige flexible, qui est nécessaire pour obtenir des résultats précis.
- les forces de frottement, l'effet de torsion et les termes gravitationnels devraient être prises en compte afin de se rapprocher plus du comportement réel du robot.

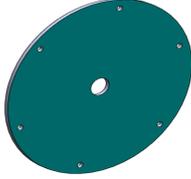
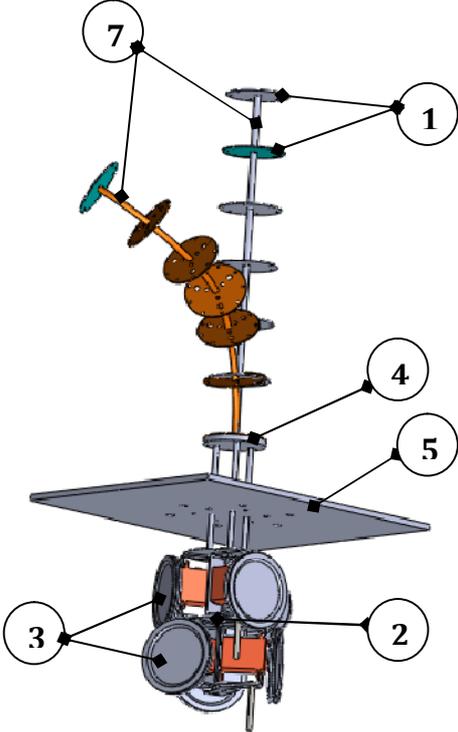
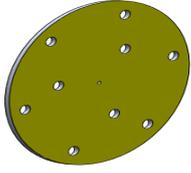
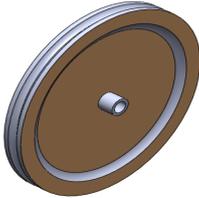
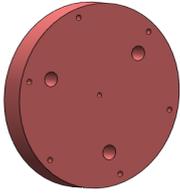
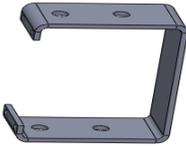
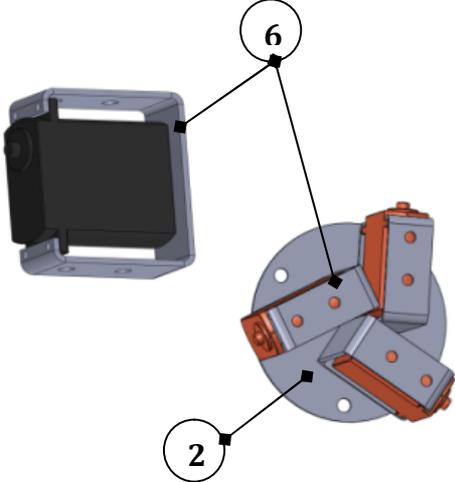
## Annexe A

Tableau A.1 : Les composantes principales du robot flexible planaire : Conception 3D

N°	Désignation	Représentation de la pièce	Assemblage
1	Premier élément de la de la première section flexible		
2	Elément intermédiaire de la première section flexible		
3	Elément intermédiaire de la deuxième section flexible		
4	Poulie		
5	Planchette de fixation des moteurs		
6	Planchette de fixation (Base)		
7	Pièce de fixation du moteur		
8	Tige flexible		
9	Appui (fixation de la base)		

## Annexe B

Tableau B.1 : Les composantes principales du robot flexible spatial : Conception 3D

N°	Désignation	Représentation de la pièce	Assemblage
1	disque		
2	Disque moteur		
3	Poulie		
4	Disque d'accouplement		
5	Table (Base)		
6	support moteur		
7	Tige flexible		

Quelques images du prototype réalisé (les images sont prises au niveau de l'unité des matériaux avancées URMA/CRTI, Annaba).

Tableau B.2 : Quelques images du prototype réalisé.



## Annexe C

Afin de déduire les expressions de l'équation (3.3), il convient de noter que la forme de l'unité  $(j, k)$  est conique et que les segments  $l_{i,j,k}$  ne sont pas exactement parallèles (voir la figure 3.3. Pour des raisons de simplification, on suppose que chaque unité est rapprochée par un cylindre du rayon  $d_{j,k}^*$  (figure C.1).

$$d_{j,k}^* = \frac{d_{j-1,k} + d_{j,k}}{2} \quad (\text{C.1})$$

Lorsque l'unité  $(j, k)$  est courbée, elle décrit un arc de cercle parfait, ce qui signifie que l'axe central de l'unité décrit un arc de cercle du centre  $[\kappa_{j,k}, 0, 0]^T$  pour  $\varphi_{j,k} = 0$ . Cela signifie aussi que les points  $A_{i,j,k}$  et  $B_{i,j,k}$  se trouvent sur des arcs de cercle des centres  $[\kappa_{i,j,k}, 0, 0]^T$ . On peut écrire alors :

$$l_{i,j,k} = \frac{\theta_{j,k}}{\kappa_{i,j,k}} \quad (\text{C.2})$$

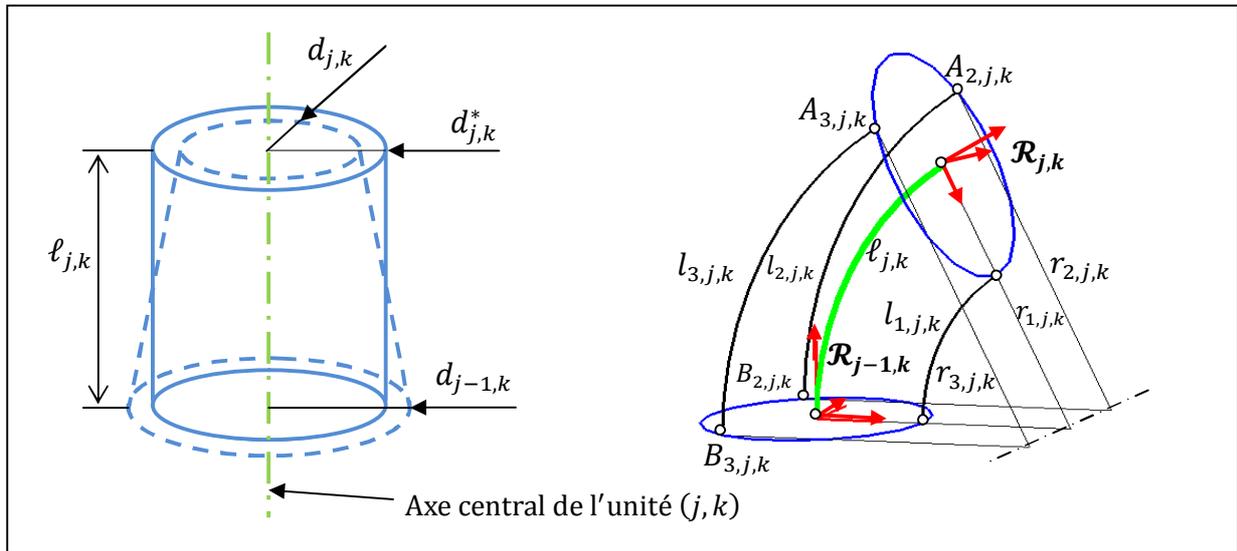


Figure C.1 : (Droite) Définition des rayons  $d_{j-1,k}$  et  $d_{j,k}$ , (Gauche) Définition des différentes longueurs et rayons de courbure de l'unité  $(j, k)$  pour  $\varphi_{j,k} = 0$ .

Puisque les angles  $\gamma_{i,k}$  sont en fonction de l'angle  $\varphi_{j,k}$  (figure C.2), on aura :

$$\gamma_{i,k} = \begin{cases} -\varphi_{j,k} ; & i = 1 \\ \frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}; & i = 2 \\ -\frac{2\pi}{3} - \varphi_{j,k}; & i = 3 \end{cases} \quad (C.3)$$

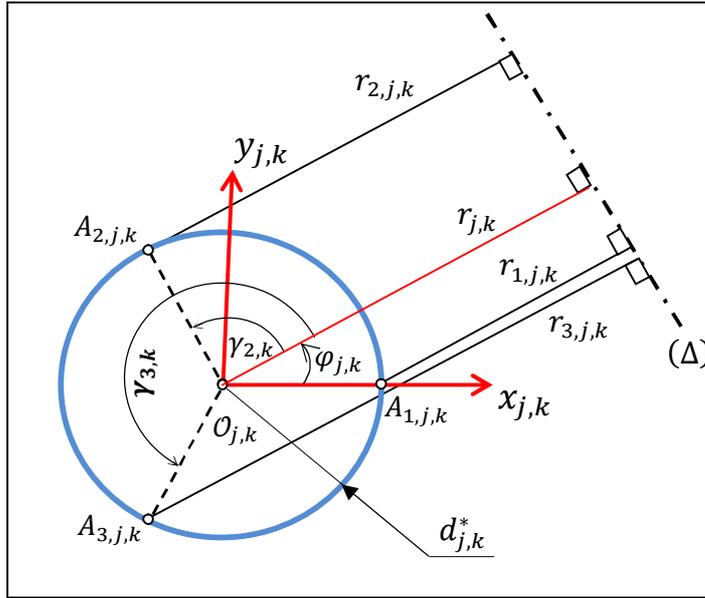


Figure C.2 : Définition des différents rayons de courbure de l'unité  $(j, k)$  pour  $\varphi_{j,k} \neq 0$ .

### a. Calcul de l'angle d'orientation $\varphi_{j,k}$ :

En se référant à la figure C.2, les relations donnant les expressions du rayon de courbure  $r_{i,j,k}$  sont données comme suit :

$$\begin{cases} r_{1,j,k} = r_{j,k} - d_{j,k}^* \cos(\gamma_{1,k}) \\ r_{2,j,k} = r_{j,k} - d_{j,k}^* \cos(\gamma_{2,k}) \\ r_{3,j,k} = r_{j,k} - d_{j,k}^* \cos(\gamma_{3,k}) \end{cases} \quad (C.4)$$

En insérant l'équation (C.3) dans l'équation (C.4), on obtient les expressions de  $l_{i,j,k}$  comme suit :

$$\begin{cases} l_{1,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k}^* \theta_{j,k} \cos(\gamma_{1,k}) \\ l_{2,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k}^* \theta_{j,k} \cos(\gamma_{2,k}) \\ l_{3,j,k} = l_{j,k} - d_{j,k}^* \theta_{j,k} \cos(\gamma_{3,k}) \end{cases} \quad (C.5)$$

En soustrayant membre à membre de la première équation avec la deuxième et la première équation avec la troisième de système des équations (C.5), on obtient :

$$\begin{cases} l_{1,j,k} - l_{2,j,k} = d_k^* \theta_k (\cos(\gamma_{2,k}) - \cos(\gamma_{1,k})) \\ l_{1,j,k} - l_{3,j,k} = d_k^* \theta_k (\cos(\gamma_{3,k}) - \cos(\gamma_{1,k})) \end{cases} \quad (C.6)$$

Ensuite, en divisant membre à membre les équations du système (C.6), on obtient :

$$\frac{l_{1,j,k} - l_{2,j,k}}{l_{1,j,k} - l_{3,j,k}} = \frac{\cos(\gamma_{2,k}) - \cos(\gamma_{1,k})}{\cos(\gamma_{3,k}) - \cos(\gamma_{1,k})} \quad (A.7)$$

En insérant l'équation (C.3) dans l'équation (C.7), il vient après simplifications, par l'utilisation de la relation trigonométriques :  $[\cos(a - b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)]$ , la formule finale donnant l'angle  $\varphi_{j,k}$  comme suit :

$$\varphi_{j,k} = \tan^{-1} \left( \frac{\sqrt{3}(l_{3,j,k} - l_{2,j,k})}{2l_{1,j,k} - l_{2,j,k} - l_{3,j,k}} \right) \quad (C.8)$$

**b. Calcul de la courbure  $\kappa_{j,k}$  :**

Additionnant membre à membre de l'équation (C.5), on peut écrire l'équation suivante :

$$3\ell_{j,k} = l_{1,j,k} + l_{2,j,k} + l_{3,j,k} + d_{j,k}^* \theta_{j,k} (\cos(\gamma_{1,k}) + \cos(\gamma_{2,k}) + \cos(\gamma_{3,k})) \quad (C.9)$$

D'après la figure C.2, nous pouvons écrire la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^3 \cos(\gamma_{i,k}) = 0 \quad (C.10)$$

En substituant l'équation (C.10) dans l'équation (C.9), la relation entre l'arc de l'axe central de l'unité  $(j, k)$  et les longueurs  $l_{i,j,k}$  est donnée par l'équation suivante :

$$\ell_{j,k} = \frac{l_{1,j,k} + l_{2,j,k} + l_{3,j,k}}{3} \quad (C.11)$$

Pour calculer la courbure  $\kappa_k$ , on substitue les équations (C.2) et (C.11) dans l'équation (C.4), après des simplifications, et l'utilisation de la relation trigonométriques :  $\left[ \cos \left( \tan^{-1} \left( \frac{b}{a} \right) \right) = \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}, \text{ pour } a > 0 \right]$ , la formule finale donnant le rayon de courbure  $r_{j,k}$  deviendra comme suit :

$$r_{j,k} = \frac{1}{\kappa_{j,k}} = \frac{d_{j,k}^* (l_{1,j,k} + l_{2,j,k} + l_{3,j,k})}{2 \sqrt{l_{1,j,k}^2 + l_{2,j,k}^2 + l_{3,j,k}^2 - l_{1,j,k}l_{2,j,k} - l_{1,j,k}l_{3,j,k} - l_{2,j,k}l_{3,j,k}}} \quad (\text{C. 12})$$

**c. Calcul de l'angle de flexion  $\theta_{j,k}$  :**

En substituant les équations (C.11) et (C.12) dans l'équation (C.2), l'angle de flexion  $\theta_{j,k}$  sera comme suit :

$$\theta_{j,k} = \frac{2 \sqrt{l_{1,j,k}^2 + l_{2,j,k}^2 + l_{3,j,k}^2 - l_{1,j,k}l_{2,j,k} - l_{1,j,k}l_{3,j,k} - l_{2,j,k}l_{3,j,k}}}{3d_{j,k}^*} \quad (\text{C. 13})$$

## Annexe D

En pratique, tous les constructeurs de robots industriels utilisent les coordonnées cartésiennes pour la détermination des positions, tandis que pour l'orientation, plusieurs présentations peuvent être utilisées telles que les angles d'Euler, les angles de Cardan et les quaternions. Dans notre étude nous allons utiliser les angles de Cardan [84]. Dans ce qui suit nous détaillerons la méthodologie pour exprimer ces angles en fonction des cosinus directeurs, en utilisant la méthode de Paul [98]. Cette dernière consiste à pré-multiplier successivement les deux membres de l'équation du modèle géométrique direct par les matrices de passage inverse, qui nous permet d'isoler et d'identifier l'une à l'autre la variable que l'on cherche. A partir du modèle géométrique direct, l'orientation du repère  $\mathcal{R}_n$  dans le repère  $\mathcal{R}_{orig}$  est donnée par la matrice des cosinus directeurs suivante :

$$\mathbf{R}_n^{orig} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (D.1)$$

Les angles de Cardan  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$  désignant respectivement le roulis, le tangage et le lacet, correspondent à une première rotation autour de l'axe  $z$ , suivie d'une rotation autour de l'axe  $y$ , suivie d'une dernière rotation autour de l'axe  $x$ . La composition de ces trois rotations permet de calculer la matrice d'orientation :

$$\mathbf{rot}(z, \phi) \mathbf{rot}(y, \theta) \mathbf{rot}(x, \psi) = \begin{bmatrix} c\phi c\theta & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ s\phi c\theta & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (D.2)$$

On égalise les deux matrices données par les équations (D.1) et (D.2), on obtient :

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \mathbf{rot}(z, \phi) \mathbf{rot}(y, \theta) \mathbf{rot}(x, \psi) \quad (D.3)$$

En multipliant à gauche les deux membres de la relation (D.3) par  $\mathbf{rot}(z, -\phi)$ , on obtient sous forme développée l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} r_{11}c\phi + r_{21}s\phi & r_{12}c\phi + r_{22}s\phi & r_{13}c\phi + r_{23}s\phi \\ -r_{11}s\phi + r_{21}c\phi & -r_{12}s\phi + r_{22}c\phi & -r_{13}s\phi + r_{23}c\phi \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta & s\theta s\psi & s\theta c\psi \\ 0 & c\psi & -s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

Par identification des termes (2, 1) des matrices de l'équation (D.4), cela conduit à :

$$-r_{11}s\phi + r_{21}c\phi = 0 \quad (D.5)$$

Ce qui donne les solutions :

$$\begin{cases} \phi = \text{atan2}(r_{21}, r_{11}) \\ \text{or} \\ \hat{\phi} = \phi + 180^\circ = \text{atan2}(-r_{21}, -r_{11}) \end{cases} \quad (D.6)$$

Connaissant  $\phi$ , et considérant les termes (1, 1) et (1, 3) des deux matrices de l'expression (D.4), on peut écrire :

$$\begin{cases} r_{11}c\phi + r_{21}s\phi = c\theta \\ r_{31} = -s\theta \end{cases} \quad (D.7)$$

D'où :

$$\theta = \text{atan2}(-r_{31}, r_{11}c\phi + r_{21}s\phi) \quad (D.8)$$

En procédant de façon analogue à partir des termes (2, 2) et (2, 3) des deux matrices de l'expression (D.4), on obtient :

$$\begin{cases} -r_{12}s\phi + r_{22}c\phi = c\psi \\ -r_{13}s\phi + r_{23}c\phi = -s\psi \end{cases} \quad (D.9)$$

D'où :

$$\psi = \text{atan2}(r_{13}s\phi - r_{23}c\phi, -r_{12}s\phi + r_{22}c\phi) \quad (D.10)$$

## Annexe E

Les termes intervenant dans le système d'équations (5.24) sont donnés comme suit :

$$M_{11} = 4I_{xx} + L^2 \left( \frac{\theta_1^4 \theta_2^4}{21600} - \frac{\theta_1^4 \theta_2^2}{1080} - \frac{\theta_1^3 \theta_2^3}{720} - \frac{\theta_1^2 \theta_2^4}{720} + \frac{\theta_1^2 \theta_2^2}{36} - \frac{\theta_2^4}{45} - \frac{\theta_2^2}{2} + \frac{\theta_1^4}{144} - \frac{2 \theta_1^2}{9} + \frac{\theta_1^3 \theta_2}{60} + \frac{\theta_1 \theta_2^3}{36} - \frac{\theta_1 \theta_2}{3} + 5 \right)$$

$$M_{12} = M_{21} = 2I_{xx} + L^2 \left( \frac{\theta_1^4 \theta_2^4}{51840} - \frac{\theta_1^4 \theta_2^2}{2880} - \frac{\theta_1^3 \theta_2^3}{1800} - \frac{\theta_1^2 \theta_2^4}{1728} + \frac{\theta_1^2 \theta_2^2}{96} + \frac{7 \theta_2^4}{720} - \frac{5 \theta_2^2}{24} + \frac{\theta_1^4}{720} - \frac{\theta_1^2}{24} + \frac{\theta_1^3 \theta_2}{180} + \frac{\theta_1 \theta_2^3}{90} - \frac{\theta_1 \theta_2}{9} + \frac{3}{2} \right)$$

$$M_{22} = 2I_{xx} + L^2 \left( \frac{\theta_2^4}{1440} - \frac{\theta_2^2}{36} + \frac{1}{2} \right)$$

$$C_{11} = L^2 \left( \frac{\theta_1^3 \theta_2^4}{16200} - \frac{\theta_1^3 \theta_2^2}{1880} - \frac{\theta_1^3}{360} - \frac{\theta_1^2 \theta_2^3}{800} + \frac{\theta_1^2 \theta_2}{120} - \frac{\theta_1 \theta_2^4}{1080} + \frac{\theta_1 \theta_2^2}{72} + \frac{\theta_1}{18} + \frac{\theta_2^3}{120} - \frac{\theta_2}{18} \right)$$

$$C_{12} = L^2 \left( \frac{\theta_1^4 \theta_2^3}{6480} - \frac{\theta_1^4 \theta_2}{720} - \frac{\theta_1^3 \theta_2^2}{300} + \frac{\theta_1^3}{90} - \frac{\theta_1^2 \theta_2^3}{216} + \frac{\theta_1^2 \theta_2}{24} + \frac{\theta_1 \theta_2^2}{15} - \frac{2 \theta_1}{9} + \frac{7 \theta_2^3}{90} - \frac{5 \theta_2}{6} \right)$$

$$C_{13} = \frac{1}{2} C_{12}$$

$$C_{21} = L^2 \left( -\frac{\theta_1^4 \theta_2^3}{10800} + \frac{\theta_1^4 \theta_2}{1080} + \frac{\theta_1^3 \theta_2^4}{12960} + \frac{\theta_1^3 \theta_2^2}{1440} - \frac{\theta_1^3}{360} + \frac{\theta_1^2 \theta_2^3}{900} - \frac{\theta_1^2 \theta_2}{90} - \frac{\theta_1 \theta_2^4}{864} - \frac{\theta_1 \theta_2^2}{48} + \frac{\theta_1}{12} - \frac{\theta_2^3}{30} - \frac{7 \theta_2}{18} \right)$$

$$C_{22} = 0$$

$$C_{23} = L^2 \left( \frac{\theta_2^3}{720} - \frac{\theta_2}{36} \right)$$

$$K_1 = \frac{EI_b \theta_1}{L} + mLg \left( \frac{\theta_1^3 \theta_2^2}{18} - \frac{\theta_1^3 \theta_2^4}{720} - \frac{\theta_1^3 \theta_2^2}{36} + \frac{\theta_1^2 \theta_2^3}{48} - \frac{\theta_2^3}{24} - \frac{7 \theta_1^3}{30} + \frac{\theta_1 \theta_2^4}{120} - \frac{\theta_1^2 \theta_2}{4} - \frac{\theta_1 \theta_2^2}{6} + \frac{\theta_2}{2} \right)$$

## Annexe F

Les termes intervenant dans le système d'équations (5.44) sont donnés comme suit :

$$M_{11} = \frac{L^2 m}{10^4} \left( \frac{25333}{4} - \frac{395681}{1440} \theta^2 + \frac{167731333}{28800000} \theta^4 \right) + L^2 m_b \left( \frac{3}{60} - \frac{1}{504} \theta^2 + \frac{1}{25920} \theta^4 \right)$$

$$M_{12} = M_{21} = 0$$

$$M_{22} = \frac{L^2 m}{10^4} \left( \frac{25333}{4} \theta^2 - \frac{395681}{480} \theta^4 \right) + L^2 m_b \left( \frac{1}{20} \theta^2 - \frac{1}{168} \theta^4 \right)$$

$$C_{11} = \frac{L^2 m}{10^5} \left( \frac{-24927903}{9072} \theta + \frac{1056703979}{90720000} \theta^3 \right) + L^2 m_b \left( \frac{-1}{252} \theta + \frac{1}{6480} \theta^3 \right)$$

$$C_{13} = \frac{L^2 m}{10^4} \left( \frac{-25333}{4} \theta + \frac{395681}{240} \theta^3 \right) + L^2 m_b \left( \frac{-2}{40} \theta + \frac{2}{168} \theta^3 \right)$$

$$C_{22} = \frac{L^2 m}{10^4} \left( \frac{25333}{2} \theta - \frac{395681}{120} \theta^3 \right) + L^2 m_b \left( \frac{1}{10} \theta - \frac{1}{42} \theta^3 \right)$$

$$C_{12} = C_{21} = C_{23} = 0$$

$$K_{11} = \frac{EI_b}{L}$$

$$K_{12} = K_{21} = K_{22} = 0$$

$$D_{11} = d \cos(\varphi)$$

$$D_{12} = d \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$$

$$D_{21} = -d \theta \sin(\varphi)$$

$$D_{22} = d \theta \sin\left(\frac{2\pi}{3} - \varphi\right)$$

## **Publications dans le cadre de cette thèse**

### **Publications Internationales**

1. **A. Amouri**, C. Mahfoudi, A. Zaatri, O. Lakhel and R. Merzouki, "A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators," *Journal of Systems and Control Engineering IMechE*, Vol. 231, No. 5, pp. 380-394, 2017.  
<http://journals.sagepub.com/doi/full/10.1177/0959651817700779>
2. C. mahfoudi, **A. Amouri** and A. Zaatri, "New approach to modeling a planar flexible continuum robot simulating elephant trunk," *Journal of New Material and Technology* Vol. 3, No. 2, pp. 08-13, 2013.
3. **A. Amouri**, A. Zaatri, C. mahfoudi, "Dynamic Modeling of a class of Continuum Manipulators in Fixed Orientation," submitted at the *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, 2017

### **Book Chapter**

4. **A. Amouri**, C. mahfoudi, A. Zaatri, "Contribution to Inverse Kinematic Modeling of a Planar Continuum Robot Using a Particle Swarm Optimization," In : Haddar M, Abbas MS, Choley J-Y, et al. (eds) *Multiphysics modeling and simulation for systems design and monitoring*, Vol. 2. Cham: Springer, pp.141–150, 2015.

### **Conférences Internationales**

5. **A. Amouri**, C. mahfoudi, A. Zaatri and H. Merabti, "Modélisation d'une classe des robots flexibles bio-inspirés à courbure constante," 2<sup>ème</sup> Conférence Internationale de Mécanique (ICM'15). Constantine, Algérie, 25-26 Novembre 2015.
6. **A. Amouri**, C. mahfoudi and A. Zaatri, "Contribution to Inverse kinematic modeling of a planar continuum robot using a particle swarm optimization," *International*

Conference Multiphysics Modelling and Simulation for Systems Design MMSSD'2014, Hammamet, , Tunisia, December 17-19, 2014.

7. **A. Amouri**, C. mahfoudi and A. Zaatri, "Simulation and Kinematic Modeling of Constant Curvature Flexible Continuum Robots," International Conference on Electro-Energy, ICEE'2014, Skikda, Algeria, November 10-11, 2014.
8. **A. Amouri**, C. mahfoudi, A. Zaatri and H. Merabti, "A New Approach to solve inverse kinematics of flexible continuum planar robot," AIP Conference Proceedings, Vol. 1618, pp. 643-646, 2014.

## **Bibliographie**

- [1] L. Fryziel, “Modélisation et calibrage pour la commande d’un micro-robot continuum dédié à la chirurgie mini-invasive,” Thèse de Doctorat, Université Paris Est Créteil Val de Marne, juin 2011.
- [2] C. Escande, “Towards modeling of a class of bionic manipulator robots,” Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, France, 2013.
- [3] G. Robinson and J. B. C. Davies, “Continuum robots - a state of the art,” in Proceedings of IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 2849-2854, 1999.
- [4] J. Yang, S. P. Pitarich, J. Potratz, et al. “Synthesis and analysis of a flexible elephant trunk robot,” *Advanced Robotics*, Vol. 20, No. 6, pp. 631-659, 2006.
- [5] I. A. Gravagne and I. D. Walker, “Manipulability, force, and compliance analysis for planar continuum manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 18, No. 3, 2002.
- [6] L. S. Cowan and I. D. Walker, “Soft continuum robots: the interaction of continuous and discrete elements,” in Proceedings of Artificial Life XI, August 5-8, 2008, Winchester, UK, pp. 126-133, 2008.
- [7] M. W. Hannan, and I. D. Walker, “Kinematics and the implementation of an elephant’s trunk manipulator and other continuum style robots,” *Journal of Robotic Systems*, Vol. 20, No. 2, pp. 45-63, 2003.
- [8] D. Trivedi, C. D. Rahn, W. M. Kier and I. D. Walker, “Soft robotics: biological inspiration, state of the art, and future research,” *Applied Bionics and Biomechanics*, pp. 599-117, 2008.
- [9] L. Zheng, “Wire-driven mechanism and highly efficient propulsion in water,” PhD thesis, The Chinese University of Hong Kong, July 2013.
- [10] J. Burgner-Kahrs, D. C. Rucker and H. Choset, “Continuum robots for medical applications: a survey,” *IEEE Transactions on Robotics*, Vol.: 31, No. 6, pp 1261 - 1280, 2015.
- [11] J. B. C. Davies, D. M. Lane, G. C. Robinson, et al., “Subsea applications of continuum robots,” in Proceedings of the International Symposium on Underwater Technology, 17 April 1998.
- [12] R. J. Webster III, “Design and mechanics of continuum robots for surgery,” PhD. thesis, John Hopkins University, Baltimore, December 2007.

- [13] G. Immega and K. Antonelli, "The KSI tentacle manipulator," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3149-3154, 1995.
- [14] R. Buckingham, A. Graham, "Nuclear snake-arm robots," *Industrial Robot : An International Journal*, Vol. 39, No. 1, pp. 6-11, 2012.
- [15] R. J. Webster III, and B. A. Jones, "Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: a review," in the *International Journal of Robotics Research*, Vol. 29, No. 13, pp. 1661-1683, 2010.
- [16] V. Anderson, and R. Horn, "Tensor arm manipulator design," *ASME Transactions*, Vol. 57, No. 2, pp. 1-12, 1967.
- [17] V. Anderson, and R. Horn, "Tensor arm manipulator," U.S. Patent 3-497-083, 1970.
- [18] S. Hirose, "Biologically inspired robots, snake-like locomotors and manipulators," Oxford, Oxford University Press, 1993.
- [19] Hirose S. Umetani Y. Kinematic control of active cord mechanism with tactile sensors. In 2nd International CISM-IFTMM Symposium on Theory and Practice of Robots and Manipulators, pages 241–252, 1976.
- [20] G. S. Chirikjian and J. W. Burdick, "Hyper-redundant robot mechanisms and their applications," *IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems*, Osaka, Japan, November 3-5, 1991.
- [21] Dowling K.J. Limbless Locomotion: Learning to Crawl with a Snake Robot. PhD thesis, Carnegie Melon University, Pittsburgh, USA, 1997.
- [22] R. Cieslak and A. Morecki, "Elephant trunk type elastic manipulator-a tool for bulk and liquid materials transportation," *Robotica*, Vol. 17, pp. 11-16, 1999.
- [23] M. W. Hannan and I. D. Walker, "Analysis and initial experiments for a novel elephant's trunk robot," in Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and System (IROS), San Francisco, USA, pp. 330-337, 2000.
- [24] M. W. Hannan and I. D. Walker, "Analysis and experiments with an elephant's trunk robot," *Advanced Robotics*, Vol. 15, No. 8, pp. 847-858, 2001.
- [25] I. A. Gravagne and I. D. Walker, "Kinematic transformations for remotely-actuated planar continuum robots," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 19-26, 2000.
- [26] I. A. Gravagne, C. D. Rahn, and I. D. Walker, "Good vibrations: a vibration damping setpoint controller for continuum robots," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 3877-3884, 2001.

- [27] M. D. Grissom, V. Chitrakaran, D. Dienno, et al., "Design and experimental testing of the OctArm soft robot manipulator," in Defense and Security Symposium, pp. 62301F- 62301F-10, 2006.
- [28] W. McMahan, V. Chitrakaran, M. Csencsits, et al., "Field trials and testing of the OctArm continuum manipulator," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 2336-2341, 2006.
- [29] W. McMahan, B. A. Jones, and I. D. Walker, "Design and implementation of a multi-section continuum robot: Air-Octor," in Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 2578-2585, 2005.
- [30] C. Laschi, B. Mazzolai, V. Mattoli, et al., "Design of a biomimetic robotic octopus arm," *Bioinspiration & Biomimetics*, Vol. 4, 2009.
- [31] E. Guglielmino, N. Tsagarakis, and D. G. Caldwell, "An octopus anatomy-inspired robotic arm," in Proceedings of International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 3091-3096, 2010.
- [32] E. Guglielmino, L. Zullo, M. Cianchetti, et al., "The application of embodiment theory to the design and control of an octopus-like robotic arm," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, pp. 5277-5282, 2012.
- [33] Snake Arm. Available: <http://www.icrobotics.com/>
- [34] Official website of Festo Company, July 2012. <http://www.festo.com>.
- [35] T. Mahl, A. Hildebrandt, and O. Sawodny, "A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 30, No. 4, 2014.
- [36] C. Escande, P. M. Pathak, R. Merzouki, et al., "Modelling of multisection bionic manipulator: application to RobotinoXT," in Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Phuket, Thailand, pp. 92-97, December 7-11, 2011.
- [37] R. Buckingham, "Snake-arm robot," *Industrial Robot: An International Journal*, Vol. 29 No. 3, pp.242 - 245, 2002.
- [38] J. Yang, S. P. Pitarich, J. Potratz , et al., "Synthesis and analysis of a flexible elephant trunk robot," *Advanced Robotics*, Vol. 20, No. 6, pp. 631-659, 2006.
- [39] R. Behrens, M. Poggendorf, E. Schulenburg et al., "An elephant's trunk-inspired robotic arm - Trajectory Determination and Control," in Proceedings of 7th German Conference on Robotics, pp. 1-5, 2012.

- [40] O. Salomon and A. Wolf, "Inclined links hyper-redundant elephant trunk-like robot," *Journal of Mechanics and Robotics*, Vol. 4, pp. 1-6, 2012.
- [41] HiBot, June 2013, Website of the company HiBot, visited on September 6, 2016. URL: <http://hibot.co.jp/HiBotCorpProfileL>
- [42] Li, Z. and R. Du, "Design and analysis of a bio-inspired wire-driven multi-section flexible robot," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, pp. 1-11, 2013.
- [43] G. Chen, "Design, modeling and control of a micro-robotic tip for colonoscopy," Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France, Décembre 2005.
- [44] R. J. Webster III, A. M. Okamura, and N. J. Cowan, "Toward active cannulas: Miniature snake-like surgical robots," in *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 2857-2863, 2006.
- [45] G. Chen, M. T. Pham, and T. Redarce, "Sensor-based guidance control of a continuum robot for a semiautonomous colonoscopy," *Robotics and Autonomous Systems* Vol. 57, pp. 712-722, 2009.
- [46] J. A. Ding, K. Xu, R. Goldman, et al., "Design, simulation and evaluation of kinematic alternatives for insertable robotic effectors platforms in single port access surgery," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 1053-1058, 2010.
- [47] S. Bai, and C. Xing, "Shape modeling of a concentric-tube continuum robot," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp. 116-121, 2012.
- [48] M. Rolf, "Goal babbling for an efficient bootstrapping of inverse models in high dimensions," PhD. thesis, Bielefeld University, 2012, URL: <http://pub.unibielefeld.de/publication/2551092>.
- [49] S. Neppalli and B. A. Jones, "Design, construction, and analysis of a continuum robot," in *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 1503-1507, 2007.
- [50] D. C. Rucker, B. A. Jones and R. J. Webster III, "A geometrically exact model for externally loaded concentric-tube continuum robots," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 26, No. 5, pp. 769-780, 2010.
- [51] Y. Bailly and Y. Amirat, "Modeling and control of a hybrid continuum active catheter for aortic aneurysm treatment," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, Spain, pp. 924-929, 2005.

- [52] B. He, Z. Wang, Q. Li, H. Xie and R. Shen, "An analytic method for the kinematics and dynamics of a multiple-backbone continuum robot," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, Vol. 10, pp. 1-13, 2013.
- [53] B. A. Jones and I. D. Walker, "Kinematics for multisection continuum robots," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 1, pp. 43-55, 2006.
- [54] R. S. Hartenberg and J. A. Denavit, "A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 77, pp. 215-221, 1955.
- [55] H. Mochiyama, E. Shimemura and H. Kobayashi, "Shape correspondence between a spatial curve and a manipulator with hyper degrees of freedom," in *Proceedings of IEEE Intelligent Robots and Systems*, pp. 161-166, October 17, 1998.
- [56] H. Mochiyama and T. Suzuki, "Kinematics and dynamics of a cable-like hyperflexible manipulator," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3672-3677, September 14-19, 2003.
- [57] G. S. Chirikjian and J. W. Burdick, "A modal approach to hyper-redundant manipulator kinematics," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 10, No. 3, pp. 343-353, 1994.
- [58] P. Sears and P. E. Dupont, "A steerable needle technology using curved concentric tubes," In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, pp. 2850-2856, 2006.
- [59] T. Mahl, A. Hildebrandt and O. Sawodny, "Forward kinematics of a compliant pneumatically actuated redundant manipulator," in *Proceedings of IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, pp. 1267- 1273, 2012.
- [60] C. Durand, and C. M. Hoffmann, "A systematic framework for solving geometric constraints analytically," *Journal of Symbolic Computation*, Vol. 30, No. 5, pp. 493-519, 2000.
- [61] S. Neppalli, M. A. Csencsits, B. A. Jones and I. D. Walker, "Closed-form inverse kinematics for continuum manipulators," *Advanced Robotics*, Vol. 23, pp. 2077-2091, 2009.
- [62] S. Iqbal, S. Mohammed and Y. Amirat, "A guaranteed approach for kinematic analysis of continuum robot based catheter," in *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pp.1573-1578, December 19-23, 2009.
- [63] O. Lakhal, A. Melingui, A. Chibani, et al., "Inverse kinematic modeling of a class of continuum bionic handling arm," in *Proceedings of IEEE/ASME International*

- Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), pp. 1337–1342, July 8-11, 2014.
- [64] A. Melingui, R. Merzouki, J. Mbede, et al., “Qualitative approach for inverse kinematic modeling of a compact bionic handling assistant trunk,” in Proceedings of IEEE International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), pp. 754-761, 2014.
- [65] O. Lakhal, A. Melingui and R. Merzouki, “Hybrid approach for modeling and solving of kinematics of compact bionic handling assistant manipulator,” IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 21, No. 3, pp. 1326-1335, 2016.
- [66] M. Giorelli, F. Renda, G. Ferri and C. Laschi, “A Feed-forward neural network learning the inverse kinetics of a soft cable-driven manipulator moving in three-dimensional space,” in Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, pp. 5033-5039, 2013.
- [67] I. S. Godage, G. A. Medrano Cerda, D. T. Branson, et al., “Modal kinematics for multi-section continuum arms,” Bioinspiration and Biomimetics, Vol. 10, pp. 1-20, 2015.
- [68] A. Amouri, C. mahfoudi and A. Zaatri, et al., “A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators,” Journal of systems and Control Engineering, IMechE, Vol. 231, No. 5, pp. 380-394, 2017.
- [69] A. Amouri, C. mahfoudi and A. Zaatri, “Contribution to Inverse Kinematic Modeling of a Planar Continuum Robot Using a Particle Swarm Optimization, ” Springer International Publishing Switzerland, Vol. 2, pp. 141-150, 2015.
- [70] A. Amouri, C. Mahfoudi, A. Zaatri and H. Merabti, “A new approach to solve inverse kinematics of flexible continuum planar robot,” AIP Conference Proceedings, Vol. 1618, pp. 643-646, 2014.
- [71] G. S. Chirikjian, “Continuum approach to hyper-redundant manipulator dynamics,” in Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS '93), pp. 1059-1066, Yokohama, Japan, July 1993.
- [72] G. S. Chirikjian, “Hyper-redundant manipulator dynamics: a continuum approximation,” Advanced Robotics, Vol. 9, No. 3, pp. 217-243, 1995.
- [73] V. Falkenhahn, T. Mahl, A. Hildebrandt, et al., “Dynamic modeling of constant curvature continuum robots using the Euler-Lagrange formalism,” in Proceedings of IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2014) , Chicago, IL, USA, pp. 2428-2433, September 14-18, 2014.

- [74] A. Gravagne, C. D. Rahn and I. D. Walker, "Large deflection dynamics and control for planar continuum robots," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 8, pp. 299-307, 2003.
- [75] W. S. Rone and P. Ben-Tzvi, "Continuum robot dynamics utilizing the principle of virtual power," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 30, No. 1, pp. 275-287, 2014.
- [76] W. S. Rone and P. Ben-Tzvi, "Mechanics modeling of multi-segment rod-driven continuum robots," *Journal of Mechanisms and Robotics*, Vol. 6, No. 4, 2014, Doi: 10.1115/1.4027235.
- [77] D. C. Rucker and R. J. Webster III, "Statics and dynamics of continuum robots with general tendon routing and external loading," *IEEE Transactions on robotics*, Vol.27, No. 6, pp. 1033-1044, 2011.
- [78] F. Renda, M. Giorelli, M. Calisti, et al., "Dynamic model of a multibending soft robot arm driven by cables," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 30, No. 5, pp. 1109-1122, 2014.
- [79] E. Tatlicioglu, I.D. Walker and D.M. Dawson, "New dynamic models for planar extensible continuum robot manipulators," in *Proceedings of the IEEE/RSJ, International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, USA, 1485-1490, 2007.
- [80] R. J. Webster III, J. M. Romano and N. J. Cowan, "Mechanics of precurved-tube continuum robots," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 25, No. 1, pp. 67-78, 2009.
- [81] D. C. Dyneema, "Dyneema, the World's Strongest Fiber," 2009.
- [82] [http://www.dsm.com/products/dyneema/en\\_GB/home.html/](http://www.dsm.com/products/dyneema/en_GB/home.html/)
- [83] Y. Bailly, "Modélisation et commande d'un micro-robot : Application à la pose d'endoprothèses aortiques en chirurgie mini-invasive," Thèse de Doctorat, Université Paris XII, Val de Marne, juin 2004.
- [84] W. Khalil, E. Dombre, "Modélisation, identification et commande des robots," Hermès, Paris, 1999
- [85] B. Siciliano and W. Khatib, "Handbook of robotics," New York, USA, Springer-Verlag, 2009.
- [86] J. P. Merlet, "Parallel robots," Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [87] W. Khalil, "Commande des robots manipulateurs," Paris, Hermès science publications, 2002. ISBN : 2-7462-0474-6.
- [88] A. Cherfia, "Analyse cinématique des robots parallèles," Thèse de Doctorat, Université des Frères Mentouri, Constantine, Algérie, Juin 2007.

- [89] R. C. Eberhart and Shi, Y., "Particle swarm optimization: developments, applications and resources," in Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation Seoul, Korea, 2001.
- [90] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization," in Proceedings of IEEE international conference on neural networks IV, pp. 1942–1948, 1995.
- [91] H. C. Huang, S. S. D. Xu, and H. S. Hsu, "Hybrid taguchi DNA swarm intelligence for optimal inverse kinematics redundancy resolution of six-DOF humanoid robot Arms," *Mathematical Problems in Engineering*, pp.1-9, 2014.
- [92] A. R. Jordehi and J. Jasni, "Parameter selection in particle swarm optimization: A survey," *Journal of Experimental and Theoretical Artificial Intelligence*, Vol. 25, No. 4, pp. 527-542, 2013.
- [93] J .H. Holland, "Adaptive in natural and artificial systems," University of Michigan Press, Ann Arbor, MI, 1975.
- [94] D. E. Goldberg, "Genetic algorithms in search, optimization and machine learning," Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
- [95] C. Escande, T. Chettibi, R. Merzouki, et al., "Kinematic calibration of a multisection bionic manipulator," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, Vol. 20, No. 2, pp. 663-667, 2015.
- [96] Microepsilon, 2013. Available online: <http://www.micro-epsilon.com>.
- [97] D. Trivedi, A. Lotfi and C. D. Rahn, "Geometrically exact models for soft robotic manipulators," *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 24, No. 4, pp. 773-780, 2008.
- [98] R. C .P. Paul, "Robot manipulators: mathematics, programming and control," MIT Press, Cambridge, 1981.
- [99] S. S. Antman, "Nonlinear problems of elasticity," Vol. 107, Springer, 2005.
- [100] S. Nemat-Nasser and W.G. Guo, "Superelastic and cyclic response of NiTi SMA at various strain rates and temperatures," *Mechanics of Materials*, Vol. 38, No. 5-6, pp. 463-474, 2006.
- [101] D. G. Fertis, "Advanced mechanics of structure," Marcel Dekker, inc., New York City, 1996.
- [102] A. Kapadia, "Modeling, control, and motion analysis of a class of extensible continuum manipulators," PhD thesis, Clemson University, August 2013.
- [103] M. Ivanescu, "Position dynamic control for a tentacle manipulator," In proceedings of IEEE International conference on robotics and automation, Vol. 2, pp. 1531-1538, 2002.

- [104] D. Braganza, D. M. Dawson, I. D. Walker et al., "A neural network controller for continuum robots," IEEE Transactions on Robotics, Vol. 23, No. 6, pp. 1270-1277, 2007.
- [105] A. Melingui, R. Merzouki, J. Mbede, et al., "Compact bionic handling arm control using neural networks," Electronics Letters, Vol. 50, No. 14, pp. 979-981, 2014.
- [106] Y. Choi, W. K. Chung and I. H. Suh, "Performance and optimality of pid trajectory tracking controller for lagrangian systems," IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, No. 6, pp. 857-869, 2001.