



جامعة الأخوة منتوري قسنطينة  
UNIVERSITÉ DES FRÈRES  
MENTOURI CONSTANTINE

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي



**UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI**  
**FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE**  
**DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

**THESE**

Présentée par:

**GOUIDMI Hamza**

Pour l'obtention du diplôme de **Doctorat en Sciences**  
en **Génie Mécanique**  
Spécialité : **Énergétique**

**Étude De L'interaction Choc/Choc Des Écoulements Dans  
Une Tuyère**

N° d'ordre : 34/Doct/2015.  
Série : 03/GM/2015.

Soutenu le: 18 / 05 / 2015  
Devant le jury composé de:

<b>Président:</b>	Mr. Meziani Salim	Professeur	Université Frères Mentouri CNE
<b>Rapporteur:</b>	Mr. Beghidja Abdelhadi	Professeur	Université Frères Mentouri CNE
<b>Examineurs :</b>	Mr. Youcefi Abdelkader	Professeur	Université USTO-MB Oran
	Mr. Bouchoucha Ali	Professeur	Université Frères Mentouri CNE
	Mlle. Ihaddadène Nabila	MCA	Université M <sup>ed</sup> Boudiaf M'Sila

# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

**قال الله تعالى: ( يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا إِذَا قِيلَ لَكُمْ تَفَسَّحُوا فِي الْمَجَالِسِ فَافْسَحُوا يَفْسَحِ اللَّهُ لَكُمْ وَإِذَا قِيلَ انشُرُوا فَانشُرُوا يَرْفَعِ اللَّهُ الَّذِينَ آمَنُوا مِنْكُمْ وَالَّذِينَ أُوتُوا الْعِلْمَ دَرَجَاتٍ وَاللَّهُ بِمَا تَعْمَلُونَ خَبِيرٌ ) [المجادلة: 11]**

عن أبي هريرة رضي الله عنه قال قال رسول الله صلى الله عليه وسلم : من نفس عن مؤمن كربة من كرب الدنيا نفس الله عنه كربة من كرب يوم القيامة ومن ستر مسلما ستره الله في الدنيا والآخرة ومن يسر على معسر يسر الله عليه في الدنيا والآخرة والله في عون العبد ما كان العبد في عون أخيه ومن سلك طريقا يلتمس فيه علما سهل الله له به طريقا إلى الجنة وما اجتمع قوم في بيت من بيوت الله يتلون كتاب الله ويتدارسونه بينهم إلا حفتهم الملائكة ونزلت عليهم السكينة وغشيتهم الرحمة وذكرهم الله فيمن عنده ومن أبطأ به عمله لم يسرع به نسبه.

رواه مسلم وأبو داود والترمذي والنسائي وابن ماجه وابن حبان في صحيحه والحاكم وقال صحيح على شرطهما



---

# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Monsieur **Beghidja Abdelhadi**, Professeur à l'université Frères Mentouri, et directeur du laboratoire LERDD pour son aide scientifique et ces judicieux conseils et surtout de m'avoir soutenu, réconforté, encouragé et cru en moi dès le début. Acceptez monsieur, ma profonde reconnaissance.

Je suis honoré que Monsieur **Meziani Salim**, Professeur à l'Université Frères Mentouri, a accepté de participer et de présider ce jury.

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur **Youcefi Abdelkader** Professeur à l'université d'USTO-MB Oran d'avoir accepté d'examiner ce travail et pour l'honneur qu'il me fait en participant au jury.

Que Monsieur **Bouchoucha Ali** professeur à l'université Frères Mentouri, trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour l'honneur qu'il m'a fait en voulant bien accepter d'être membre du jury.

Je remercie vivement Mlle. **Ihaddadène Nabila** Maître de Conférence A, à l'université M<sup>ed</sup> Boudiaf M'Sila qui m'a honoré en acceptant de faire partie des membres du jury.

Je tiens aussi à remercier Mrs. le Professeur **Abdellah Hadjadj** et le Professeur **Mourad Boukhalfa** directeur du Laboratoire CORIA de m'avoir accueilli au sein du Laboratoire de Mécanique des Fluides Numériques (LMFN) au CORIA à Rouen, France. Et aussi à exprimer ma gratitude à Mr. **Christian Tenaud**, directeur de recherche de m'avoir accueilli au sein du Laboratoire d'Informatique pour la Mécanique et les Sciences de l'Ingénieur (LIMSI), au Campus Universitaire d'Orsay à Orsay, France.

Enfin, je remercie du fond de mon cœur tous mes amis, **E. Raouache** et **R. Benderradji**, de la confiance et du soutien moral qu'ils m'ont apportés, surtout Mr. **Lyamani Laïssaoui** qui m'a aidé à corriger ma thèse.

*A prunelle de mes yeux ma mère allho-maa ahfedha  
A la mémoire de mon père allaho-maa arhamho  
A ma Famille (ma femme, mes enfants : Sohaib, Anes, Rahil et Youcef)*

# Table des Matières

Dédicace.....	xii
Remerciements.....	xi
Tables de matières.....	v
Liste des figures.....	vi
Liste des tableaux.....	viii
Nomenclatures.....	viii

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	
1	Introduction.....	1
2	Cadre de l'étude.....	2
2.1	Interaction onde de choc/couche limite sur une plaque plane.....	2
2.2	Interaction d'ondes de choc coniques des écoulements axisymétriques supersoniques.....	4
2.3	Interaction d'ondes de choc dans une tuyère coniques convergente-divergente supersonique.....	5
2.3.1	Vectorisation fluide d'une poussée.....	7
<b>Chapitre 2 : Équations gouvernantes et modèles de turbulence</b>		
2.1	Introduction.....	17
2.2	Équations fondamentales des fluides compressibles instantanées.....	17
2.2.1	Équation de conservation de la masse.....	17
2.2.2	Équation de conservation de quantité de mouvement.....	17
2.2.3	Équation de conservation de l'énergie.....	18
2.3	Équations de Navier-Stokes moyennées (RANS).....	19
2.4	Modèles de turbulence.....	21
2.4.1	Modèle k- $\epsilon$ standard.....	22
2.4.1.1	Équations de transport.....	22
2.4.1.2	Modélisation de la viscosité turbulente.....	22
2.4.1.3	Les constantes du modèle k- $\epsilon$ standard.....	22
2.4.1.4	Modélisation de la production de turbulence dans les modèles k- $\epsilon$ .....	23
2.4.1.5	Effet de force de volume sur la turbulence dans le modèle k- $\epsilon$ .....	23
2.4.1.6	Effet de compressibilité sur la turbulence pour le modèle k- $\epsilon$ .....	23
2.4.1.7	Traitement de la région proche de la paroi.....	24
2.4.2	Modèle de turbulence k- $\omega$ -SST (Shear-Stress Transport).....	26
2.4.2.1	Équations de transport.....	26
2.4.2.2	Modélisation de la diffusivité effective.....	27
2.4.2.3	Modélisation de la viscosité turbulente.....	27
2.4.2.4	Modélisation de la production de turbulence.....	28
2.4.2.4.1	Production de $k$ .....	28
2.4.2.4.2	Production de $\omega$ .....	29
2.4.2.5	Modélisation de la dissipation de turbulence.....	29
2.4.2.5.1	Dissipation de $k$ .....	29

	2.4.2.5.2	Dissipation de $\omega$ .....	30
	2.4.2.6	Constantes du modèle k- $\omega$ SST.....	30
2.5		Références.....	32

### Chapitre 3 : Méthodes numériques et présentation du code de calcul

3.1		Introduction.....	34
3.2		Discrétisation spatiale et temporelle .....	35
	3.2.1	Discrétisation du domaine de calcul .....	35
		2.2.1.1 Maillage.....	35
		3.2.1.2 Choix du maillage .....	35
	3.2.2	Traitement près des parois .....	37
	3.2.3	Discrétisations des équations de transport .....	37
		3.2.3.1 Intégration des équations de transport .....	38
	3.2.4	Discrétisation spatiale .....	40
		3.2.4.1 Historique et choix du Schéma numérique de capturer le choc .....	41
	3.2.5	Forme linéarisée de l'équation discrète .....	43
	3.2.6	Discrétisation temporelle .....	43
		3.2.6.1 Discrétisation explicite .....	44
		3.2.6.2 Discrétisation implicite .....	44
	3.2.7	Résolution numérique .....	44
		3.2.7.1 Type de la formulation des solveurs.....	44
		3.2.7.1.1 Solveur "Density-based".....	45
		3.2.7.2 Résolution de système d'équations linéaires.....	47
		3.2.7.3 Critère de convergence.....	47
		3.2.7.3.1 La méthode de sous-relaxation.....	48
		3.2.7.4 Stabilité numérique.....	49
3.3		Conditions aux limites.....	49
3.4		Conclusion.....	50
3.5		Référence.....	51

### Chapitre 4 : Interaction onde de choc-couche limite sur une plaque plane

4.1		Introduction.....	54
4.2		Phénomène de décollement de couche limite .....	54
	4.2.1	Description de phénomène de décollement .....	55
	4.2.2	Description des interactions onde de choc-couche limite.....	56
		4.2.2.1 Introduction .....	56
		4.2.2.2 Interaction sans décollement .....	57
		4.2.2.3 Interaction avec décollement .....	59
	4.2.3	Ondes de choc/couches limites: la confrontation .....	60
		4.2.3.1 SBLI de base dans d'écoulements bidimensionnels .....	60
	4.2.4	Revue bibliographique sur les interactions laminaires et turbulentes.....	62
		4.2.4.1 Les interactions laminaires .....	62
		4.2.4.1.1 Angle de décollement naissant.....	67
		4.2.4.2 Les Interactions turbulentes.....	68
	4.2.5	La théorie de l'interaction libre (TIL).....	70
		4.2.5.1 Hypothèse et développements théoriques.....	70
		4.2.5.2 Principe de la TIL.....	72
	4.2.6	Similarité entre l'interaction choc incident (IOSTBLI) et choc induit par une rampe de compression (CR) /couche limite turbulente.....	73
4.3		Étude numérique de l'interaction choc/couche limite laminaire supersonique.....	75
	4.3.1	Géométrie et conditions de simulation numérique.....	75
	4.3.2	Hypothèses simplificatrices.....	76
	4.3.3	Résultats et discussion de la première partie.....	77
	4.3.4	Conclusion.....	82
4.4		Étude numérique de l'interaction choc/couche limite turbulente supersonique.....	83
	4.4.1	Géométrie et maillage.....	83
	4.4.2	Méthode numérique et maillage.....	83
	4.4.3	Traitement de la paroi.....	84
	4.4.4	Résultats et discussion de la deuxième partie.....	86
		4.4.4.1 Propriétés d'écoulements moyens.....	86

4.4.4.2	Propriétés de l'écoulement turbulent.....	93
4.5	Conclusion.....	94
4.6	Référence.....	95

## Chapitre 5 : Interaction d'ondes de chocs coniques des écoulements axisymétriques supersoniques

5.1	Introduction.....	99
5.2	Contexte physique des phénomènes d'interactions de chocs en régime stationnaire .....	101
5.2.1	Polaire de choc .....	101
5.2.2	Réflexion régulière en écoulement stationnaire notée (RR) .....	104
5.2.2.1	Exemple de visualisation strioscopique de l'écoulement .....	104
5.2.2.2	Configuration de la réflexion régulière .....	105
5.2.3	Réflexion de Mach notée (MR) .....	106
5.2.3.1	Exemple de visualisation expérimentale d'écoulement .....	106
5.2.4	Transition des phénomènes de réflexions de chocs .....	109
5.2.4.1	Critère de Von Neumann .....	110
5.2.4.2	Critère de détachement .....	111
5.2.4.3	Zone duale .....	111
5.2.5	Phénomène d'hystérésis (Transition RR ↔ MR).....	112
5.2.5.1	Phénomène d'hystérésis en angle .....	112
5.2.5.2	Phénomène d'hystérésis de Mach.....	114
5.3	Description de la géométrie.....	115
5.4	Description des trois interactions possibles rencontrées dans ce cas d'étude .....	116
5.5	Partie 1: Calcul d'écoulement non-visqueux .....	117
5.5.1	Géométrie et méthode numérique .....	117
5.5.2	Résultats et discussions .....	118
5.5.2.1	Effet du nombre de Mach sur le phénomène d'interactions de chocs coniques.....	119
5.5.2.1.1	Validation les résultats.....	119
5.5.2.1.2	L'effet du nombre de Mach sur le critère de transition.....	120
5.5.2.1.3	L'effet du nombre de Mach sur le phénomène d'hystérésis.....	124
5.6	Partie 2: Écoulement stationnaire: Calculs visqueux.....	126
5.6.1	Résultats et discussion.....	126
5.6.1.1	Courbes de convergence.....	126
5.6.1.2	Traitement de la paroi.....	126
5.6.1.3	Critères de transition.....	128
5.6.1.4	Phénomène d'hystérésis.....	128
5.6.1.5	Comparaison entre le calcul visqueux et non-visqueux.....	131
5.7	Conclusion.....	136
5.8	Références.....	137

## Chapitre 6 : Interaction d'ondes de choc dans une tuyère conique convergente-divergente supersonique

6.1	Introduction.....	140
6.2	Régime de fonctionnement de tuyère.....	141
6.2.1	Fonction de poussée.....	142
6.3	Approche physique du phénomène de décollement de la couche limite.....	143
6.3.1	Décollement dans les tuyères supersoniques.....	143
6.3.1.1	Décollement libre.....	144
6.3.1.2	Décollement restreint.....	144
6.3.1.3	Dissymétrie du décollement.....	145
6.3.2	Critères de décollement.....	146
6.4	Structures globales de chocs dans les tuyères supersoniques.....	147
6.4.1	Réflexion régulière.....	147
6.4.2	Réflexion de Mach.....	148
6.4.3	Cellules de chocs.....	149
6.5	Vectorisation fluide dans le divergent d'une tuyère.....	150
6.6	Tuyère 2D sans injection secondaire.....	152
6.6.1	Définition du profil de tuyère.....	152
6.6.2	Traitement de la paroi.....	154

6.6.3	Effets de raffinement du maillage.....	155
6.6.4	Sensibilité aux modèles de turbulence.....	156
6.6.5	Validation des résultats.....	157
6.6.6	Résultats et discussion.....	159
6.6.6.1	Effets du taux de pressions NPR.....	159
6.6.6.2	Structure de cellules de chocs.....	166
6.7	Tuyère conique avec une seule injection secondaire.....	170
6.7.1	Introduction.....	170
6.7.2	Description de la tuyère avec injection secondaire.....	170
6.7.3	Validation des résultats.....	172
6.7.4	Résultats et discussion.....	174
6.7.4.1	Effets du taux de détente sur la paroi opposée.....	174
6.7.4.2	Effets du rapport des pressions NPR.....	175
6.7.4.3	Effets du taux de détente sur le jet principal.....	176
6.7.4.4	Variation de l'angle de déviation du jet.....	178
6.7.4.5	Variation de la hauteur du jet.....	180
6.8	Calcul tridimensionnel (3D).....	180
6.8.1	Introduction.....	180
6.8.2	Géométrie et maillage.....	180
6.8.3	Analyse des résultats de la simulation numérique.....	181
6.9	Conclusion .....	195
6.10	Référence du chapitre 6.....	186
	Conclusion générale.....	189

# Liste des figures

## Introduction

Figure 1.1 :	Interaction choc/couche limite dans une prise d'air supersonique [1].....	3
Figure 1.2 :	Schématisation d'un Scramjet à double mode indiquant des processus et des composants du moteur décrivant les interactions et les interférences d'ondes de choc avant l'entrée de la chambre de combustion: NASA Langley [2].....	3
Figure 1.3 :	Entrée d'air supersonique : a) avec interférences de chocs, b) Avec focalisation de chocs [2].....	5
Figure 1.4:	Application à l'entrée d'air d'un avion supersonique.....	5
Figure 1.5 :	Trois de la navette spatiale Atlantis RS-25D principaux moteurs au décollage pendant la mission STS-110. b) Charges latérales au décollage (tuyère du moteur Vulcain) Structures turbulentes calculées au niveau de l'arrière-corps de la maquette du lanceur Ariane5 testée au NLR en 2010 et comparaison avec les pressions RMS mesurées sur la tuyère Phénomène d'ondes de choc dans une tuyère [27] Alain Durand.....	6
Figure 1.6:	Tuyère supersonique de type Vulcain décollée avec transfert de chaleur à la paroi. a) Essai gaz chauds sur le banc Calo-DLR [26] ; b) Essai à feu chaud pendant le démarrage à $P_c=60\text{bar}$ [27].	6
Figure 1.7	Décollement et structures globales des ondes de choc dans une tuyère convergent-divergent [34].	7
Figure 1.8	a) Réacteur de l'avion de Rockwell-MBB X-31 capable de réaliser une poussée vectorielle tridimensionnelle. b) Moteur d'avion F-22 est capable de produire deux poussées vectorisées, [United Technologies Corporation – Pratt & Whitney Division].	8
Figure 1.9	Schéma de principe de la vectorisation par injection dans le divergent d'une tuyère, d'après K. A. Waithe [35]. Schéma simplifié en 2D de l'injection transversale dans l'écoulement croisé supersonique.	8
Figure 1.10	Schéma de principe de la vectorisation par injection du gaz dans une plaque plane, d'après F. W. Spaid et al. [36]. Schéma simplifié en 2D de l'injection vertical du gaz.	9
Figure 1.11	Schlieren Expérimental de vectorisation d'un jet supersonique dans une tuyère axisymétrique convergente-divergente à $x_j/x_t = 0.9$ , réalisé par [37].	9
Chapitre 3: Méthodes numériques et présentation du code de calcul		
Figure 3.1:	Types de maillage utilisé par "FLUENT".....	36
Figure 3.2:	Exemple de différents mailles utilisées en volumes finis par Fluent.....	36
Figure 3.3:	Traitement près des parois dans le "FLUENT".....	37
Figure 3.4:	Volume de contrôle des configurations en 2D et 3D pour la résolution en volumes Finis.....	39

## Chapitre 4: Interaction onde de choc-couche limite sur une plaque plane

Figure 4.1:	Interaction choc/couche limite dans une prise d'air supersonique.....	54
Figure 4.2:	Structure d'un écoulement de couche limite.....	55
Figure 4.3:	Comportement d'une couche limite soumise à une compression.....	56
Figure 4.4:	Schéma de l'interaction choc/couche limite sans décollement.....	58
Figure 4.5:	Interaction choc-couche limite sans décollement. Répartition de pression à la Paroi	58
Figure 4.6:	Visualisation interférométrique et schéma de l'interaction choc/couche limite avec décollement	59 60
Figure 4.7:	Interaction choc-couche limite avec décollement. Répartition de pression à la paroi	61
Figure 4.8:	SBLIs de base (documents d'ONERA).....	63
Figure 4.9:	a) Visualisation Schlieren et b) schéma du champ d'écoulement.....	64
Figure 4.10:	Comparaison calculs expérience pour un nombre de Mach amont de 2. évolution de la pression pariétale (gauche) et du coefficient de frottement pariétal (droite)	64
Figure 4.11:	Comparaison calculs expérience pour un nombre de Mach amont égal à 7.73. Évolutions des pressions pariétales globaux (gauche) et des flux thermique pariétal (droite)	64
Figure 4.12:	Répartitions pariétales de pression et de frottement. Comparaison expérience calcul pour le cas d'angle du choc incident de 30,8°.....	65
Figure 4.13:	Topologie de l'interaction laminaire instationnaire. Lignes de courant pour le cas d'angle du choc incident de 35°.....	65
Figure 4.14:	Lignes de courant pour deux valeurs d'angle de choc, 32.585° et 35.5° à $Re_\infty=2.96 \times 10^5$ et $M_\infty=2$ .....	66 66
Figure 4.15:	Comparaison de la répartition de la pression pariétale par rapport Degrez G.....	67
Figure 4.16:	Verticité et lignes de courant en 2-D, interaction de choc d'incident/couche limite laminaire avec des schémas à hautes résolutions: (a) WENO (b) MWCS.....	67
Figure 4.17:	Les lignes de courants et d'iso-vitesse longitudinale $U(x, y)$ pour $Lz=0,8$ . (a): $\theta=30,8^\circ$ , (b): $\theta=31,7^\circ$ , (c): $\theta=32^\circ$ et (d): $\theta=32,5^\circ$ .....	67
Figure 4.18:	Critère de décollement naissant pour un décollement laminaire sur une rampe de compression bidimensionnelle.....	68
Figure 4.19:	Distributions des pressions et températures pariétales à travers l'interaction sur paroi adiabatique.....	69
Figure 4.20:	Répartitions longitudinaux des pressions pariétales pour les angles: 4° (gauche) et 8° (droite) dans les cas adiabatiques à $M_0=2.28$ .....	70 71
Figure 4.21:	Interaction libre avec décollement en supersonique.....	71
Figure 4.22:	Évolution de certains grandeurs caractéristiques lors d'une interaction libre avec décollement.....	71
Figure 4.23:	Fonctions universelles laminaire et turbulente pour la théorie de l'interaction libre [1].....	73
Figure 4.24:	(a) Iso-contours de la densité de OSWTBLI généré par un coin avec $\alpha_w = 12.27^\circ$ ; (b) et l'écoulement du rampe de compression (CR) à $\alpha = 25^\circ$ (régime IV); (c) Comparaison de l'évolution de pressions pariétales (Chang et al.) [39].....	74 76 76
Figure 4.25:	Schéma de la géométrie du domaine physique.....	76
Figure 4.26:	Maillage de la tuyère de jet.....	78
Figure 4.27:	Contours des iso-densités adimensionnées pour de différentes valeurs du nombre de Mach amont	78
Figure 4.28:	Lignes de courant et l'évolution longitudinale du coefficient de frottement pariétal obtenu par le calcul laminaire pour les trois valeurs du nombre de Mach.....	79
Figure 4.29:	Évolutions des rapports des profils de la pression pariétale pour de différentes valeurs du nombre de Mach amont.....	80
Figure 4.30:	Evolution de la longueur de la zone décollée en fonction du nombre de Mach amont.....	80
Figure 4.31:	Evolution de la longueur de la zone d'interaction en fonction du nombre de Mach amont.....	80
figure 4.32	Evolution de l'angle de décollement naissant en calcul laminaire en fonction du nombre de Mach amont.	81
Figure 4.33:	Évolutions des pressions aux points de séparation en fonction du nombre de Mach amont, comparaison entre nos résultats et les résultats de [41].....	81
Figure 4.34:	Comparaison entre l'angle de décollement naissant pour un écoulement laminaire sur une rampe de compression bidimensionnelle (Nedham et Stollery) [14] et notre calcul (Impact d'une onde de choc sur une plaque plane), en couleur rouge.	82
Figure 4.35:	Schéma de la géométrie du domaine physique d'étude (interaction d'une onde de choc	83

	couche limite turbulente supersonique (cas d'un Scramjet)).	
Figure 4.36:	Maillage du domaine d'étude : interaction onde de choc/couche limite turbulente supersonique.	84 85
Figure 4.37:	L'évolution de $y^+$ plus le long de la paroi horizontale selon le modèle kw-SST	
Figure 4.38:	Profils de vitesse longitudinale moyenne adimensionnée : Présent travail (en couleur rouge), LDA (Laser Doppler Anemometry) [20], LES [34] et HWA (Hot-Wire Anemometry) [17] à $x=260\text{mm}$ .	85
Figure 4.39:	Champs moyens et fluctuants de : Pression statique, température statique, vitesse longitudinale et le nombre de Mach. (HWA de H. Laurent [22] à gauche et kw-SST à droite).....	88
Figure 4.40 (suite)	Champs moyens et fluctuants de : pression statique, température statique, vitesse longitudinale et du nombre de Mach. (LDA de H. Laurent [20] à gauche et $k\omega$ -SST à droite).	89
Figure 4.41:	Évolutions longitudinales des coefficients de frottement.....	90 91
Figure 4.42:	Évolutions longitudinales les pressions pariétales.....	84 92
Figure 4.43:	Évolutions des vitesses de frottement : Présent travail, LDV et HWA.....	85 92
Figure 4.44:	Paramètres aérodynamique moyennes.....	85
Figure 4.45:	Évolution statistique de turbulence: Énergie cinétique turbulente, LDV, LES et le présent Calcul avec $u_\tau=24.75\text{m/s}$ .....	86 93
Figure 4.46:	Évolution statistique de turbulence: Fluctuation du nombre de Mach avec $u_\tau=24.75\text{m/s}$ .....	86 94
 Chapitre 5: Interaction d'ondes de chocs coniques des écoulements axisymétriques Supersoniques		
Figure 5.1:	Boucles d'hystérésis selon A. Chpoun et al. [1].	99
Figure 5.2:	La boucle d'hystérésis expérimentale [3] et numérique [4].	100
Figure 5.3:	Représentation schématique des trois configurations de réflexions d'ondes de choc coniques, découvertes par A. Chpoun et al. [2].	100
Figure 5.4:	Polaire de choc dans le plan ( $P/P_0-\theta$ ).	102
Figure 5.5:	Choc oblique crée par un dièdre (ou un générateur de choc).	103
Figure 5.6:	Strioscopie d'une réflexion régulière à Mach égal à 1.95 et 10 (source l'ONERA)	105
Figure 5.7:	Réflexion régulière (RR) en état stationnaire	105
Figure 5.8:	Représentation de réflexion régulière dans le plan des polaires de choc obtenue pour un nombre de Mach égal à 1.95 et $\theta=-8^\circ$ (donnée de l'ONERA).	106
Figure 5.9:	Strioscopie d'une réflexion de Mach (source ONERA).	106
Figure 5.10:	Réflexion de Mach (MR) en état stationnaire	107
Figure 5.11:	Représentation de réflexion de Mach dans le plan des polaires de choc obtenue pour un nombre de Mach égal à 1.95 et $\theta=-15^\circ$ (donnée de l'ONERA).	107
Figure 5.12:	Représentation polaire des trois réflexions de Mach possibles : a) réflexion de Mach directe, b) réflexion de Mach stationnaire, c) réflexion de Mach inverse.	108
Figure 5.13:	Vue schématique des trois types de réflexions de Mach [14]	109
Figure 5.14:	Représentation polaire du critère de Von Neumann à $M=4.96$ , $\theta_N=20.97^\circ$ .	110
Figure 5.15:	Représentation polaire du critère de détachement à $M=4.96$ , $\theta_D = 27.75^\circ$ .	111
Figure 5.16:	Domaines de réflexions des ondes de chocs dans le plan nombre de Mach-angle de choc ( $M_0, \phi$ ).	113
Figure 5.17:	Domaines de réflexions des ondes de chocs dans le plan nombre de Mach-angle de déflexion ( $M_0, \theta$ ).	113
Figure 5.18:	Chocs coniques existants : (a) choc incident généré par une bague conique avec un choc conique curviligne généré par un cône curviligne. Montage de l'expérience de G. Ben-Dor et al. [3].	115
Figure 5.19:	Représentation schématique des trois configurations des réflexions de chocs coniques sont obtenus par [1, 2, 3]: (Type A) une configuration qui contient d'une zone de recirculation découvert par A. Chpoun et al. [1]; type C (RR) et type B (MR) [4].	116
Figure 5.20:	Géométrie du domaine de calcul	117
Figure 5.21:	Maillage du domaine de calcul	118
Figure 5.22:	Comparaison entre nos résultats et ceux trouvés par G. Ben Dor [3].	119
Figure 5.23:	Distributions de pression le long de la surface du cône curviligne pour $M_0=3,43$ : Comparaison entre nos résultats et ceux de G. Ben-Dor et al. [3] ( $X=S/L=-0.1$ du cône	120

	curviligne).	
Figure 5.24:	Les contours d'iso-Mach, Les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis A à $X = S/L = -0.1$	122
Figure 5.25:	(suite) : Contours d'iso-Mach, Les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis A à $X = S/L = -0.1$ .	123
Figure 5.26:	Domaines des différentes réflexions théoriquement possibles dans le plan $(M_0, \theta_2)$ pour un angle $\theta_1 = 8.5^\circ$ ; le cône curviligne est fixé à $X = S/L = -0.1$ .	124
Figure 5.27:	Hauteurs du disque de Mach $h_m$ normalisées par la longueur du cône droit L. Comparaison entre nos résultats et ceux de G. Ben-Dor et al. [3] à $X = S/L = -0.1$ .	125
Figure 5.28:	Exemple des courbes résiduelles de la convergence de la solution stationnaire de $MR \rightarrow RR$ à $M_0 = 3.2$ , où la réflexion de Mach (DMR) est observée.	127
Figure 5.29:	L'évolution de $y^+$ le long la surface du cône curviligne pour le modèle $k-\omega$ SST à $M_0 = 3.2$ .	127
Figure 5.30:	Contours des iso-densités, représentent une séquence de 10 images pour les deux types de configuration de chocs de transitions $RR \rightarrow MR$ et $MR \rightarrow RR$ à $X = S/L = -0.1$ , sont clairement visibles.	129
Figure 5.30:	(suite) Contours des iso-densités, représentent une séquence de 10 images pour les deux types de configuration de chocs de transitions $RR \rightarrow MR$ et $MR \rightarrow RR$ à $X = S/L = -0.1$ , sont clairement visibles.	130
Figure 5.31:	Contours des iso-densités, représentent une séquence de 7 images pour les deux types de configuration de chocs de type A et de type B à $X = S/L = -0.1$ , sont globalement visibles.	131
Figure 5.32:	Schéma de définition les angles de choc pour le cas visqueux et non-visqueux sans interaction.	132
Figure 5.33:	Contours Iso-densité: Comparaison numérique entre le calcul visqueux/non-visqueux de configuration DMR à $X = S/L = -0.1$ , Calcul laminaire de Y. Burstchell et al. [9] (a et b) et (c et d) présent calcul (turbulent).	133
Figure 5.34:	Évolution du point de décollement en fonction du nombre de Mach amont à $X = S/L = -0.1$	134
Figure 5.35:	Distribution des pressions pariétales le long de la surface du cône curviligne: Comparaison entre le calcul numérique visqueux (turbulent) / non-visqueux pour la configuration de double Mach (DMR): à $Mo = 3.4$ et $X = S/L = -0.1$ .	135
Figure 5.36:	Distribution des pressions le long de la surface du cône curviligne: Comparaison numérique entre le calcul d'Euler et celui de Navier-Stokes pour la configuration DMI à $D = -9mm = X = S/L = -0.1$ . à $Mo = 4.96$ [9].	135
<b>Chapitre 6:</b>	<b>Interaction d'ondes de choc dans une tuyère conique convergente-divergente supersonique</b>	
Figure 6.1:	Schéma d'une tuyère sur-détente avec séparation [1]	130
Figure 6.2:	Principe de fonctionnement d'une tuyère convergent-divergent [25].	131
Figure 6.3:	Évolution de la poussée d'une tuyère fusée en fonction du nombre de Mach de celle-ci [26]	132
Figure 6.4:	Fonction de poussée en fonction du nombre de Mach d'une tuyère fusée pour différents valeurs du coefficient de la chaleur spécifique d'un gaz. [26]	133
Figure 6.5:	Représentation schématique du décollement libre [11]	134
Figure 6.6:	Représentation schématique du décollement restreint [11]	135
Figure 6.7:	Tuyère bidimensionnelle décollée (Photos issues de [29])	136
Figure 6.8:	Réflexion régulière de l'onde de choc sur le plan de symétrie [Document d'Onera].	137
Figure 6.9:	a) Réflexion régulière [Document d'Onera]. b) Visualisation strioscopique de la réflexion régulière ; RL10-A5, écoulement de sous-détente avec réflexion régulière apparente [33].	138
Figure 6.10:	Structure d'un jet supersonique plan isobare sur-détendu ; Formation d'un disque de Mach [Document d'Onera]	138
Figure 6.11:	Vulcain, régime de sur-détente avec disque de Mach classique [33]	139
Figure 6.12:	Structure de cellules de chocs pour un jet supersonique [34].	139
Figure 6.13:	a) Strioscopie du jet rectangulaire à des différentes charges (NPR=9.0) [35], b) Photo reproduite par H. Oertel sen. L'institut Français-allemand de recherche de SaintLouis, ISL [36].	140
Figure 6.14:	Schéma de la distribution de modèle d'injection de fente et la pression de paroi transversale 2D d'après F. W. Spaid [40]	141
Figure 6.15:	Modèle du corps émoussé d'injection transversale en écoulement supersonique F. W. Spaid et al. [40].	141

Figure 6.16:	Visualisation Strioscopique à NPR=37.5, SPR=1 des résultats de Vladeta Zmijanovic [39]	142
Figure 6.17:	Non-axisymétrique tuyère convergent-divergent [1]	143
Figure 6.18:	Schéma décrivant le détail géométrique de la tuyère de la NASA [1].	143
Figure 6.19:	Géométrie et maillage du domaine de calcul pour la tuyère conique de la NASA sans injection secondaire, composé de 131 500 cellules quadrilatérales.	144
Figure 6.20:	Evolution de $y^+$ pour le modèle $k\omega$ -SST, le long de la paroi haute de la tuyère conique convergente-divergente.	145
Figure 6.21:	Effets de maillage superposés avec le calcul expérimentale de [1] à NPR=3	145
Figure 6.22:	Évolutions des rapports des pressions pariétales le long de la surface de la tuyère, pour NPR=3 données par l'effet des modèles de turbulence, $k\omega$ SST et $k\epsilon$ .	146
Figure 6.23:	Strioscopie expérimentale de [1] et celle de nos calculs à NPR=3, présentant l'effet des modèles de turbulence, $k\omega$ SST et $k\epsilon$ .	147
Figure 6.24:	Évolutions de rapport des pressions pariétales, le long de la surface de la tuyère, calcul Expérimentale et numérique à NPR=3	148
Figure 6.25:	Schéma de chocs à NPR = 2,412; comparaison entre a), mesures issues de l'expérience [1], b) calcul numérique de [1] et c) notre calcul.	148
Figure 6.26:	Contours des iso-Mach à NPR=2.41; comparaison entre a) nos résultats (à gauche) et ceux numériques de [1] (à droite).	149
Figure 6.27:	Champs des iso-Mach en fonction du changement de l'NPR	150
Figure 6.27:	(suite) Champs des iso-Mach en fonction du changement de l'NPR	151
Figure 6.28:	La comparaison des positions de choc prédites de calcul numérique de [1] et les positions des points de décollement de nos calculs et ceux expérimentaux de [1].	152
Figure 6.29:	Evolution de la position prédite du disque de Mach en fonction du NPR	152
Figure 6.30:	Variation de la hauteur de disque de Mach pour différents valeurs de NPR	153
Figure 6.31:	Strioscopie numérique de l'écoulement dans la tuyère conique pour différents NPR.	154
Figure 6.32:	Évolutions de la pression pariétale de la tuyère de la NASA pour différents NPR	155
Figure 6.33:	Comparaison des calculs numériques des angles de chocs en régime de sur-détente à NPR=2.83: a) notre résultat, b) calcul de S. Girard [3].	155
Figure 6.34:	Contours d'iso-densité et longueur des trois premières cellules de chocs pour le jet supersonique sous-détendu à NPR=8.95.	156
Figure 6.35:	Strioscopie numérique du jet supersonique de la tuyère de la NASA calculé à NPR=5.423, 7 et 8.95.	157
Figure 6.35:	(continue) Strioscopie numérique du jet supersonique de la tuyère de la NASA calculé à NPR=12 et 20.	158
Figure 6.36:	Effet du rapport de pressions NPR sur la longueur des cellules de chocs. Comparaison entre nos calculs et ceux issus de l'expérience de A. Mohamed [41].	159
Figure 6.37:	Evolution des points d'intersections des trois premières cellules de chocs en fonction du taux de détente NPR.	159
Figure 6.38:	Géométrie de la tuyère utilisée: a) modèle de la NASA d'après Waithe et al. [15], b) tuyère dessinée par le Maillageur Gambit.	161
Figure 6.39:	Géométrie et maillage du domaine de calcul, comportant 169800 cellules quadrilatérales.	162
Figure 6.40:	Comparaison entre: (a) l'expérience de la NASA de Waithe et al. [15]; (b) notre calcul numérique représenté par les champs de pression, à NPR=4.6 et SPR=0.7.	163
Figure 6.41:	Distribution de la pression pariétale à NPR=4.6 et SPR=0.7; Comparaison entre les résultats de l'expérience de Waithe et al. [15] et notre calcul numérique.	163
Figure 6.42:	Vérification à l'entrée du divergent de la tuyère, l'écoulement est purement sonique.	164
Figure 6.43:	Différence de pression sur les parois hautes basses de la tuyère à NPR=4.6 et SPR=0.7.	164
Figure 6.44:	Effets du critère de décollement sur la distribution de la pression pariétale pour différents NPR à SPR=1.	165
Figure 6.45:	Contours des iso-Mach pour différents SPR à NPR=5.423.	166
Figure 6.45:	(suite) Contours des iso-Mach pour différents SPR à NPR=5.423.	167
Figure 6.46:	Strioscopie numérique de l'injection secondaire à SPR=1 et pour différents NPR.	168
Figure 6.47:	Angle de vectorisation en fonction du rapport de détente à SPR=0.7, comparaison entre nos résultats numériques, ceux de l'expérience de Waithe et al [15] et ceux issus de la simulation numérique de N. Maarouf [17].	169
Figure 6.48:	Angle de vectorisation en fonction du rapport de détente NPR à SPR=1.	169

Figure 6.49:	Evolution de la hauteur du jet secondaire en fonction du rapport de détente NPR.	170
Figure 6.50:	Maillage et domaine de calcul de la tuyère C.D. en 3D, plus de deux millions de nœuds.	171
Figure 6.51:	Evolution de la pression pariétale à NPR=4.6 et SPR=0.7 ; Comparaison entre les résultats du calcul numérique (3D, 2D) et ceux de l'expérience de Waithe et al [15].	172
Figure 6.52:	Champs de températures et de pressions sur les parois inférieure et supérieure de la tuyère à NPR=5.423 et à SPR=0.7	173
Figure 6.53:	Contours des iso-Mach pour différents plans d'abscisse x.	173
Figure 6.54:	Champs (a) de pression et (b) de Mach au plan médian ( $z=0$ ).	174
Figure 6.55:	Champs 3D (b) de Mach et (a) de pression donnés par la fonction Q.	175



---

# Liste des tableaux

Tableau 3.1	Paramètres relatifs utilisés lors de notre étude.	46
Tableau 4.1	Fonction universelle pour différents régimes	73
Tableau 4.2	Dimensions de la tuyère d'étude.	75
Tableau 4.3	Paramètres physiques de l'écoulement à l'entrée	75
Tableau 4.4	Paramètres physiques de l'écoulement à l'entrée	84
Tableau 4.5	Paramètres de l'écoulement en amont de l'interaction à $x = (260, 240)$ mm	87
Tableau 5.1	Paramètres physiques de l'écoulement à l'entrée	118



---

# Nomenclatures

## Liste des symboles

### Symboles latins

- A : Section
- b : Largeur de la fente d'injection
- Cf : Coefficient de frottement
- f : Facteur de compressibilité
- F : Poussée
- h : Hauteur de bord de fuite de la tuyère
- L : Longueur
- M : Nombre de Mach
- Pio : Pression totale et pression statique
- q : Pression dynamique
- Re : Nombre de Reynolds
- T : Température
- $U_\tau$  : Vitesse de frottement
- u : Composante transversale de la vitesse
- V : Vecteur vitesse
- x : Abscisse
- y : Ordonnée
- v : Composante normale de la vitesse
- $y^+$  : Ordonnée adimensionnelle
- $M_t$  : Nombre de Mach turbulent,  $M_t = \sqrt{2k/c}$  :
- P k : Production de la turbulence
- qj : Flux de chaleur.

### Symboles grecs

- $\alpha$  Angle entre la tangente locale de la surface et la direction de l'écoulement
- $\beta$  Angle de choc
- $\theta$  Angle de dièdre (angle de déflexion)
- $\gamma$  Rapport des capacités caloriques
- $\delta$  Angle de vectorisation ou de déviation ou épaisseur de la couche limite
- $\delta_1$  Epaisseur de déplacement
- $\mu$  Viscosité dynamique ou angle de Mach
- $\nu$  Viscosité cinématique ou angle de Prandtl Mayer
- $\rho$  Masse volumique
- $\tau_w$  Frottement pariétal

$\theta_i^D$  : Angle de détachement (°)  
 $\theta_i^N$  : Angle de Von Neumann (°)  
 $\theta_1$  : Angle du cône droit (°)  
 $\theta_2$  : Angle variable du cône curviligne (°)

## Indices

a Conditions ambiantes  
b Bords de l'injection  
c Conditions critiques, col, critères de Billig  
e Condition de sortie de la tuyère  
f Frottement  
i Conditions d'écoulement primaire  
j Conditions d'injection  
l Longueur d'interaction  
n Normal  
p Plateau  
r Recollement  
s Séparation  
t Col de la tuyère ou indice de décollement libre dans la tuyère  
w Paroi  
0 Conditions d'arrêt ou origine d'interaction  
1 Condition d'écoulement en aval de choc de décollement ou déplacement de la couche limite

## Abréviations

CD : "Convergent Divergent"  
NPR : "Nozzle Pressure Ratio" Rapport des pressions ou taux de détente  $P_{io}/p_a$   
NPRd : "Design Nozzle Pressure Ratio" Taux de détente au régime d'adaptation  
SPR : "Secondary Pressure Ratio" Rapport des pressions totales,  $P_{jo}/P_{io}$   
FSS : "Free Shock Separation" Décollement libre  
RSS : "Restricted Shock Separation" Décollement restreint  
FANS : "Favre averaged Navier Stokes equations"  
AGARD : Advisory Group for Aerospace Research and Development  
CFL : Courant Friedrichs Levy  
DES : Detached Eddy Simulation  
DNS : Direct Numerical Simulation  
HWA : Hot Wire Anemometry  
LDA : Laser Doppler Anemometry  
LES : Large Eddy Simulation  
RANS : Reynolds Averaged Navier Stokes  
SST : Shear Stress Tensor  
TIC : Truncated Ideal Contour  
TOC : Thrust Optimized Contour  
TOP : Thrust Optimized Parabolic  
TVD : Total Variation Diminishing  
URANS : Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes  
DMI : interaction de double Mach  
RI : interaction régulière  
VMI : interaction de Mach simple  
oMR : réflexion de Mach locale  
oRR : réflexion régulière locale  
DiMR : réflexion de Mach directe  
InMR : réflexion de Mach inverse  
Mo : nombre de Mach amont

# Introduction

## Sommaire

1	Introduction.....	1
2	Cadre de l'étude .....	2
2.1	Interaction onde de choc/couche limite sur une plaque plane.....	2
2.2	Interaction d'ondes de choc coniques des écoulements axisymétriques supersoniques.	4
2.3	Interaction d'ondes de choc dans une tuyère coniques convergente-divergente supersonique	5
2.3.1	Vectorisation fluide d'une poussée	7

## 1. Introduction

Dans les années passées, les chercheurs en aérodynamique se basaient sur les résultats expérimentaux afin de prédire les caractéristiques des écoulements. Même si une telle procédure a l'avantage de générer la solution la plus réaliste, ce type de méthode exige un prix très élevé et nécessite beaucoup de temps. Aujourd'hui, en dynamique des fluides, et particulièrement en aérodynamique, les résultats numériques sont obtenus plus rapidement avec un moindre coût que les résultats expérimentaux. Cela fait que les compagnies aéronautiques, même les plus grandes, qui ont les moyens pour obtenir des résultats expérimentaux, accordent de plus en plus d'importance aux codes numériques afin de réaliser leurs projets.

Les méthodes numériques ne cessent de s'améliorer pour répondre aux besoins des concepteurs. En effet, les résultats doivent être suffisamment précis et fiables pour que les essais en soufflerie, par exemple, ne fassent que valider les nouveaux concepts développés, et que les essais en vol viennent confirmer les résultats obtenus. Les calculs doivent être de plus en plus

rapides et prendre en compte des configurations de plus en plus complexes. Les phénomènes intenses apparus doivent être correctement modélisés et résolus. Outre, les ondes de chocs, les détentes intenses, les décollements, les couches visqueuses et les interactions ondes de choc/couche limite doivent être prédits correctement. De même, les phénomènes instationnaires doivent être observés avec justesse et précision. En écoulement supersonique, les grandeurs thermodynamiques de l'écoulement fluide interne et externe ; masse volumique, vitesse, pression, température, énergie interne, peuvent varier très rapidement sur des distances très courtes. Ces variations brutales des grandeurs thermodynamiques sont appelées ondes de choc. Pour répondre à ces besoins, de nombreuses méthodes numériques ont été développées. Pour réaliser numériquement des écoulements supersoniques, une des méthodes de discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) est celle des volumes finis, celle-ci est la plus utilisée par la majorité des codes de calcul CFD qui sont disponibles comme ANSYS-FLUENT, FASTRANT,...etc. Ces codes donnent une souplesse sophistiquée dans le calcul. L'espace fluide est discrétisé en mailles, ou cellules, d'un volume donné. Dans chaque maille, les grandeurs thermodynamiques sont supposées constantes, égales à la moyenne volumique de la cellule.

Une connaissance profonde et complète des phénomènes physiques qui apparaissent dans les écoulements supersoniques (tuyères propulsives, entrée d'air supersonique, les prises d'air supersoniques ...etc.) est nécessaire pour développer et améliorer les engins évoluant à grande vitesse. Le sujet de cette thèse tombe dans ce contexte.

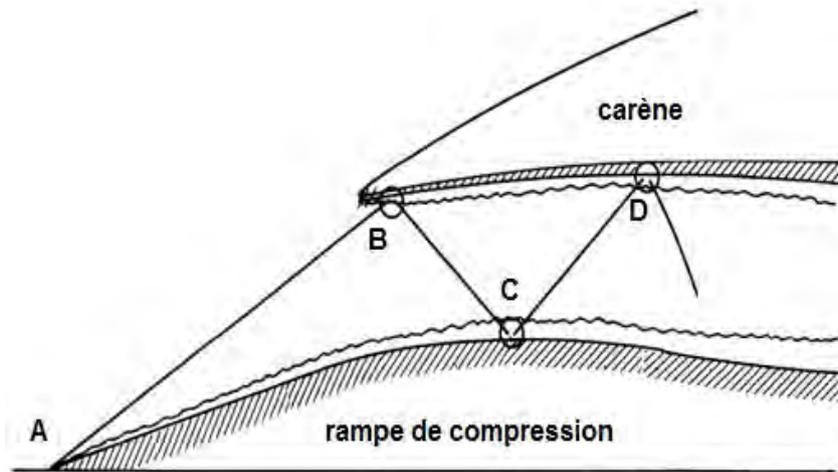
## 2. Cadre de l'étude

Cette thèse étudie globalement les phénomènes touchant directement le domaine aéronautique et aérospatial. Elle traite l'examen par simulation numérique des phénomènes d'interactions choc/choc et choc/couche limite, laminaire et turbulent, (SBLIL et SBLIT) dans les différentes configurations connues, tels que les entrées d'air supersoniques, les prises d'air supersoniques ainsi que les tuyères de moteur fusée, pour les écoulements compressibles visqueux et non visqueux, turbulents et laminaires en régime stationnaire ou quasi-stationnaire. Ces calculs numériques ont été effectués par la résolution des équations mathématiques aux dérivées partielles (EDP) modélisant les écoulements supersoniques ; les équations de Navier-Stokes et d'Euler pour les cas ; visqueux et non-visqueux respectivement. Un schéma numérique dit "décentré" amont de second ordre (Upwind) est utilisé, celui-ci a la robustesse de capturer le choc. La motivation principale de ce travail est de comprendre les différents paramètres qui gouvernent ces écoulements et leurs influences. Parmi les paramètres les plus variables globalement dans ce travail, on cite : le nombre de Mach amont et les rapports des pressions. Ce travail de thèse est abordé à travers trois grands chapitres cités ci-dessous.

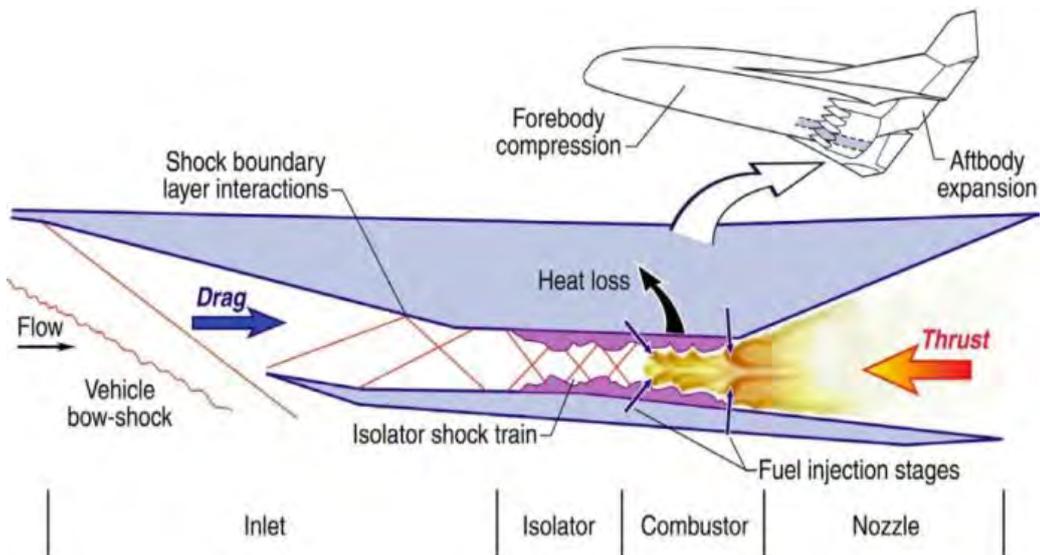
### 1.1. Interaction onde de choc/couche limite sur une plaque plane

La perturbation d'une couche limite sous l'effet d'une onde de choc est d'une grande importance en aérodynamique. Ce phénomène se rencontre notamment au niveau des prises d'air (Figure 1.1) et sur la voilure des avions en vol supersonique ou des lanceurs hypersoniques (les Scramjets, Figure 1.2). Ces interactions peuvent entraîner une perte d'efficacité dans les performances de vol, en particulier sur les gouvernes lorsque les décollements apparaissent de façon dissymétrique. De plus, le nombre de Mach amont et la température de paroi jouent un

rôle très important en augmentant la prédisposition des couches limites au décollement. Ils doivent être évalués à partir des équations de gaz. Les interactions entre une onde de choc et une couche limite laminaire ou turbulente sur une plaque plane avec décollement, constituent un domaine assez mal connu de la mécanique des fluides jusqu'à maintenant, notamment en ce qui concerne la structure et l'instabilité de la zone d'interaction pour le cas laminaire qui s'explique par l'effet du nombre de Mach amont et par l'instationnarité de celle-ci pour le cas turbulent.



**Fig. 1.1** Interaction choc/couche limite dans une prise d'air supersonique [1].



**Fig. 1.2** Schématisation d'un Scramjet à double mode indiquant des processus et les composants du moteur décrivant les interactions et les interférences d'ondes de choc avant l'entrée de la chambre de combustion: NASA Langley [2]

La Figure 1.2 montre la structure de base d'un super-statoréacteur ou statoréacteur à combustion supersonique. Contrairement aux turboréacteurs, il n'y a aucune pièce en rotation ; ni compresseur, ni turbine. La compression résulte de la présence d'une série d'ondes de choc obliques générées par la forme de l'entrée d'air. La chambre de combustion est l'élément le plus distinctif du super-statoréacteur; l'écoulement reste supersonique. Les gaz chauds passent alors dans la tuyère où ils sont accélérés.

Dans tous ces phénomènes d'interactions choc/couche limite, les couches limites apparaissant le long des parois d'entrée sont soumises à de sévères gradients de pression défavorables ce qui peut provoquer la séparation (ou décollement) de la couche limite, écoulement non permanent. Cette séparation induit l'apparition d'une zone d'interaction produisant une amplification substantielle du flux thermique pariétal [3], [4] qui devient instable et prend un caractère instationnaire, puis la couche limite se recolle à la paroi.

Beaucoup de travaux expérimentaux et numériques ont traité le phénomène d'interaction onde de choc/couche limite laminaire (SLBLI), onde de choc/couche limite turbulente (STBLI), en particulier l'interaction sur une plaque plane, chauffée ou non. Parmi ces études on cite les travaux de G. Degrez et al. [5], J. C. Boin et al. [6], J.-Ph. Boin et al. [7], H. Babinsky et al. [8], E. Katzer [9], R. J. Hakkinen et al. [10], R. O. Bura et al. [11], J. Deleuse [12], J. P. Dussauge et al. [13], D. S. Dolling [14], P. Dupont [15], H. D. Kim et al. [16], A. Hadjadj et al. [17], J. Détery et al. [18] et S. Pirozzoli et al. [19].

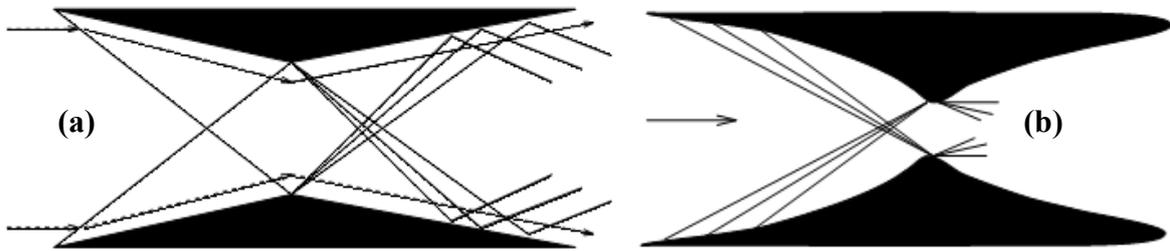
Les travaux cités ci-dessus ont montré et confirmé que cette zone est d'un caractère instationnaire. Cette instationnarité a permis de découvrir l'intensité de l'impact de l'onde de choc sur la couche limite. L'origine de celle-ci n'est pas vraiment connue définitivement et pose toujours des questions réelles pour les chercheurs.

## 1.2. Interaction d'ondes de chocs coniques des écoulements axisymétriques supersoniques

Dans les entrées d'air supersoniques avec interférences de chocs et focalisation de chocs (Figure 1.3 et 1.4) à des nombres de Mach très élevés, des ondes de choc apparaissent et donnent naissance à des écoulements très complexes, notamment, le phénomène de réflexion de choc sur les obstacles. Ce phénomène par exemple réduit la répartition de charge et la pression sur les surfaces de ces obstacles. Plusieurs phénomènes d'interactions dans la configuration des entrées d'air supersoniques sont dus aux effets de plusieurs paramètres, tels que, le nombre de Mach amont à l'entrée, la forme géométrique de l'entrée ainsi que les formes des surfaces internes qui génèrent les chocs. Dans les configurations des entrées d'air supersoniques, les performances aérodynamiques sont dépendantes directement des structures de chocs d'écoulement. Dans des écoulements d'entrée d'air supersonique, plusieurs types de chocs apparaissent, par exemple, les ondes de choc obliques et normales. Ces ondes de choc normales (ou disque de Mach) dans les écoulements internes (tuyère supersonique par exemple), sont responsables des pertes de poussée ou de la dégradation de la stabilité de l'engin.

Dans ces configurations, on définit soit des interactions d'ondes de choc symétriques, soit des interactions d'ondes de choc non-symétriques (asymétriques ou dissymétrique). Dans ce contexte, concernant les fluides turbulents et non-visqueux, quelques configurations d'ondes de chocs apparaissent. Parmi ces configurations, les classiques de type (RI ou RR) et de type (MR ou DMR), tandis que la nouvelle configuration est de type (VMI), découverte la première fois expérimentalement par A. Chpoun et al [20, 21]. Ensuite, elle est retrouvée aussi expérimentalement par G. Ben Dor et al [22] et numériquement par Y. Burtschell et al [23, 24],

qu'ils sont utilisés la même configuration géométrique. Ces configurations sont suivies par des phénomènes de transition de chocs et aussi par des phénomènes d'hystérésis.



**Fig. 1.3** Entrée d'air supersonique : a) avec interférences de chocs, b) avec focalisation de chocs [2]

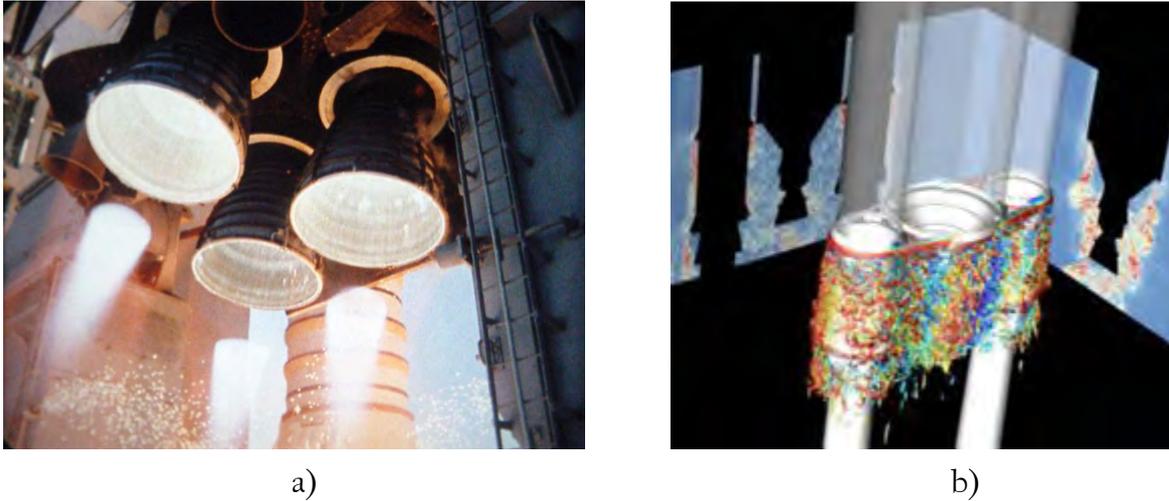


**Fig. 1.4** Application à l'entrée d'air d'un avion supersonique

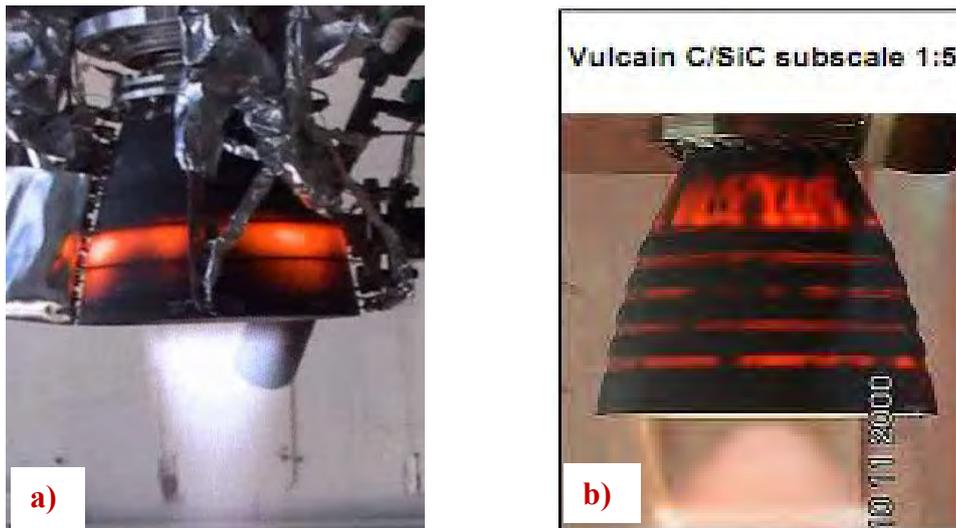
### 1.3. Interaction d'ondes de choc dans une tuyère coniques convergente-divergente supersonique

La plupart des phénomènes d'interaction de chocs dans les tuyères supersoniques se produisent dans des gaz de composition souvent mal connue, à très haute température, avec des mécanismes de transfert complexes. Les charges latérales aérodynamiques et les risques de combustion de ces gaz donnent des vrais problèmes, surtout au moment de démarrage du moteur propulsif ou les fluctuations de l'écoulement interne décollé en amont de la lèvre de la tuyère. Ces dernières sont s'exercées à la partie externe du moteur, voir la figure 1.5.

La figure 1.6, représente globalement le phénomène d'interaction de chocs dans les tuyères de type Vulcain qui va produire des zones de recirculation caractérisant des températures élevées (c'est le phénomène de décollement du jet principal).



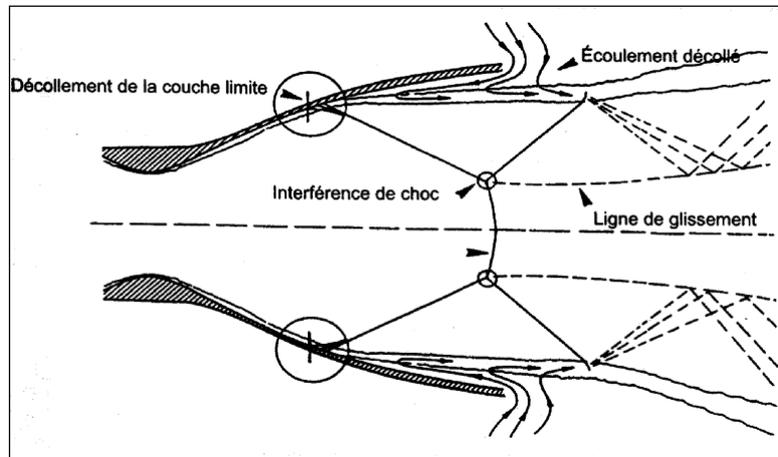
**Fig. 1.5** Trois de la navette spatiale Atlantis RS-25D principaux moteurs au décollage pendant la mission STS-110. b) Charges latérales au décollage (tuyère du moteur Vulcain) Structures turbulentes calculées au niveau de l'arrière-corps de la maquette du lanceur Ariane5 testée au NLR en 2010 et comparaison avec les pressions RMS mesurées sur la tuyère



**Fig. 1.6** Tuyère supersonique de type Vulcain décollée avec transfert de chaleur à la paroi. a) Essai gaz chauds sur le banc Calo-DLR [26] ; b) Essai à feu chaud pendant le démarrage à  $P_c=60\text{bar}$  [27].

Le phénomène de décollement de la couche limite dans la partie divergente de la tuyère, figure 1.7, peut produire une formation d'un disque de Mach. Cette compression brutale de l'écoulement au travers d'un choc droit s'accompagne d'une augmentation importante de la température dans le jet. À cette situation, le phénomène spécifique est caractérisé par l'absence d'une position fixe du point de décollement en régime instationnaire (fluctuation du point de décollement). Il présente un caractère instable et provoque des charges latérales néfastes en particulier dans le divergent. Ce phénomène causant une apparition d'une couche de mélange entre le jet principal supersonique et l'air entraîné. Cette couche de mélange est issue du

décollement de la couche limite qui s'est développé le long de la tuyère. Plusieurs auteurs ont étudiés les écoulements dans les tuyères supersoniques, en particulier le phénomène de décollement, on cite par exemple, A. Hadjadj [25], Ph. Reijasse [28], S. Girard [29], D. Vandromme [30], Craig A. Hunter [31], Y. Perrot [26], Alexis Bourgoing [32], A. Shams [33],

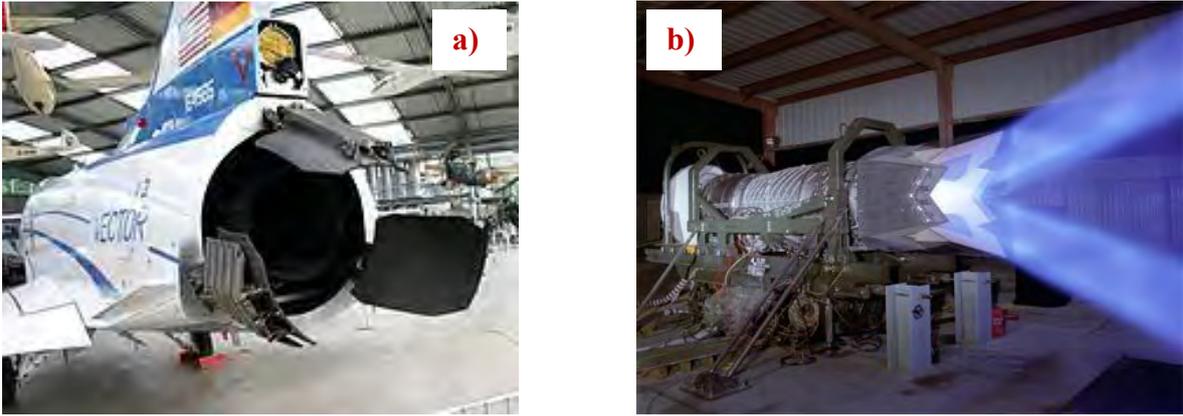


**Fig 1.7** Décollement et structures globales des ondes de choc dans une tuyère convergent-divergent [34].

### 1.3.1. Vectorisation fluide d'une poussée (VFP)

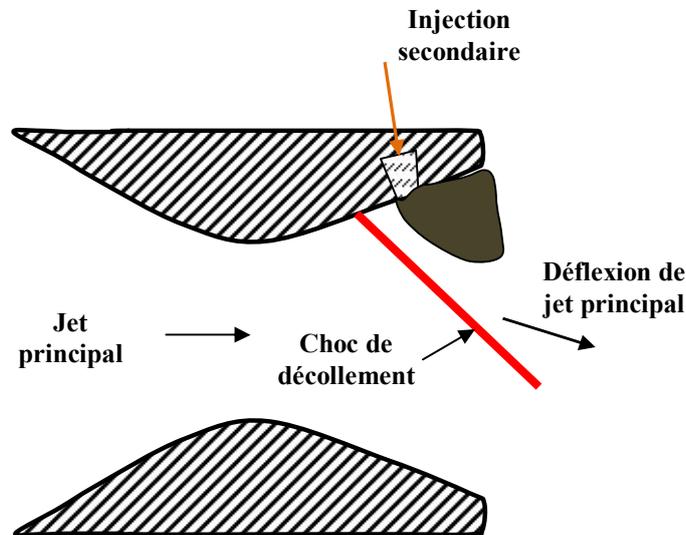
Un autre critère délicat et plus important observé dans ce cas d'interaction de chocs en tuyères, c'est le contrôle aérodynamique de la poussée d'un jet d'une tuyère supersonique, soit par des systèmes mécaniques (l'ensemble des pièces placées au niveau du divergent se forment des coulisseaux), voir la figure 1.8-a, soit par un fluide secondaire injecté dans la partie divergente de la tuyère, voir la figure 1.8-b.

Ce critère de vectorisation a posé certains changements structuraux des ondes de choc et la topologie d'écoulement ainsi que la localisation du point de décollement. Ces tuyères à poussée vectorielle équipent déjà certains avions militaires de combat, sont disponibles. L'intérêt de ce type d'équipement est d'augmenter considérablement la maniabilité de l'appareil, lui permettant d'effectuer des manœuvres de plus en plus précises et rapides. Cette technique est appelée la vectorisation fluide, qui a porté la dissymétrie de répartition de pression sur les parois de la tuyère. Elle donne une solution fiable, parce que les actionneurs fluides à disposition sont toutefois limités, ils consistent en général en l'injection d'un fluide secondaire au travers d'une ouverture placée en paroi, et le même problème posé sur la nature de l'écoulement à manipuler qui contraint alors la conception du dispositif qui est positionné sur la paroi convergente de la tuyère.



**Fig. 1.8** a) Réacteur de l'avion de Rockwell-MBB X-31 capable de réaliser une poussée vectorielle tridimensionnelle. b) Moteur d'avion F-22 est capable de produire deux poussées vectorisées, [United Technologies Corporation – Pratt & Whitney Division].

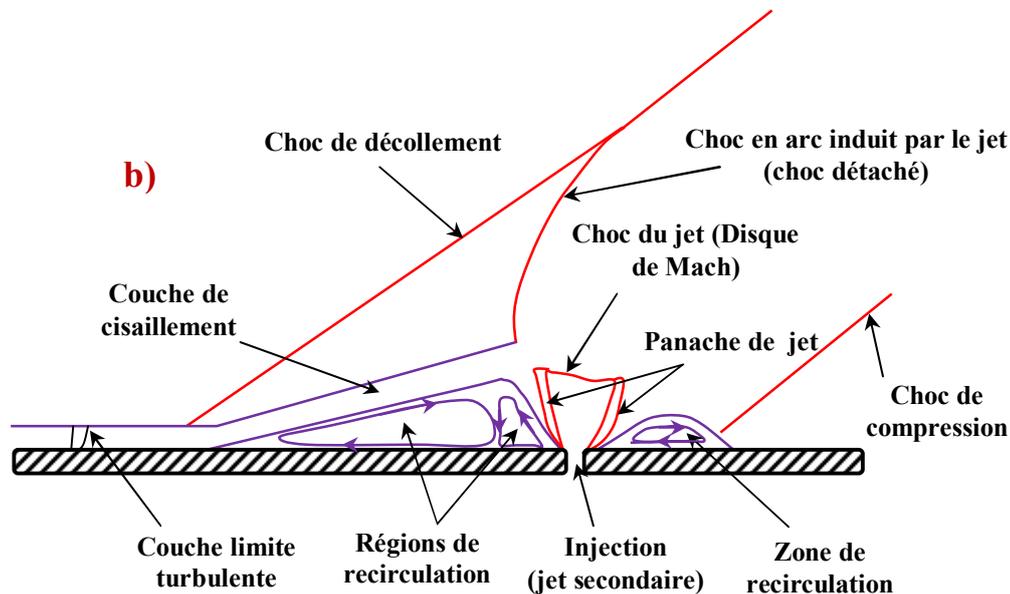
La technique repose sur le principe d'une injection secondaire directe dans le divergent de la tuyère, créant un choc qui vient dévier l'écoulement. Ce principe est illustré sur la figure 1.9 dessiné par K. A. Waithe et al.[35].



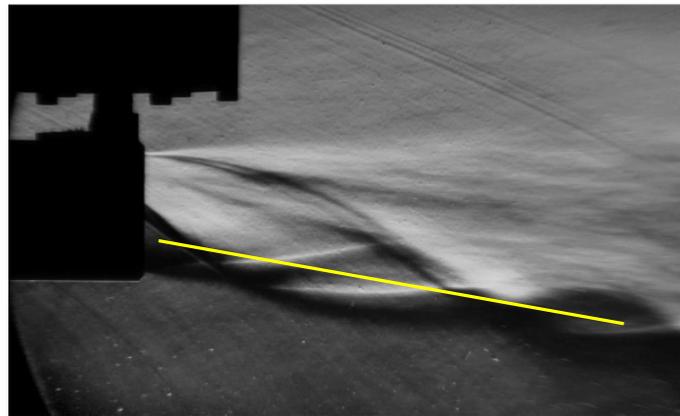
**Fig. 1.9** Schéma de principe de la vectorisation par injection dans le divergent d'une tuyère, d'après K. A. Waithe [35]. Schéma simplifié en 2D de l'injection transversale dans l'écoulement croisé supersonique.

Parmi les premiers chercheurs qui ont étudié le phénomène d'injection, F. W. Spaid et al. [36] voir figure 1.10. Il a étudié le phénomène de décollement de choc par une injection du gaz qui est perpendiculaire à la plaque plane. Plusieurs auteurs ont été menés dans ce même contexte, telles que les travaux combinés entre l'expérience et le numérique de Waithe et al. [35], de V. Zmijanovic et al al [37], voir la figure 1.11, et ceux effectués analytiquement et

numériquement de N. Maarouf [38, 39] et X. H. Zou et al.[40], E. Erdem [41]. R. T. Saito et al. [42], Deng et al.[43], L. Li et al.[44], B. A. Blake [45].



**Fig. 1.10** Schéma de principe de la vectorisation par injection du gaz dans une plaque plane, d'après F. W. Spaid et al. [36]. Schéma simplifié en 2D de l'injection vertical du gaz.



**Fig. 1.11** Schlieren Expérimental de vectorisation d'un jet supersonique dans une tuyère axisymétrique convergente-divergente à  $x_j/x_t = 0.9$ , réalisé par [37].

Dans ce contexte d'étude, le phénomène d'interaction d'ondes de choc dans les tuyères propulsives dont la très grande complexité l'a tenue jusqu'à présent à l'écart de toute analyse phénoménologique détaillée, pose des problèmes majeurs dans la construction des organes propulsives. La nature des ondes de choc et leurs types sont liés aux conditions directes de la géométrie de la tuyère (rapport entre la surface de sortie et celle du col de la tuyère) et aux propriétés de l'écoulement (la différence entre la pression chambre et celle de la sortie de la tuyère). Différents types d'interaction sont observées dans les tuyères; l'interaction régulière,

l'interaction de Mach et l'interaction de type VMI. Donc ; on peut trouver des ondes de choc fortes, faibles et d'autres qui oscillent entre les deux dans la partie divergente de ces dernières. Un phénomène de transition de la réflexion régulière vers la réflexion de Mach et vice-versa, soit symétrique ou dissymétrique, puis suivis par des phénomènes d'hystérésis, sont observés.

## Plan de thèse

Les recherches entreprises sont consacrées à l'étude d'interactions d'ondes de choc dans plusieurs configurations en écoulement compressible supersonique stationnaire visqueux ou non-visqueux pour des paramètres physiques et géométriques variables dans des conditions bien spécifiques imposées. Un modèle mathématique, sa résolution numérique et l'exploitation des résultats obtenus dans un but de comprendre les phénomènes physiques rencontrés dans les configurations d'écoulements pratiques sont abordés à travers cette thèse.

Le code CFD FLUENT simulant des interactions laminaires et turbulentes sans et avec le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST est utilisé à travers cette thèse.

Le chapitre 2 est une synthèse détaillée traitant le développement des modèles physiques et mathématiques de la mécanique des fluides à travers un rappel des équations de Navier-Stokes compressibles instantanées puis moyennées. Le long de ce chapitre, les modèles de turbulence sont présentés. On s'est restreint à la présentation des modèles à échelle unique (modèles à deux équations de transport type  $k-\varepsilon$  et  $k-\omega$  SST) que nous avons utilisés.

Le chapitre 3, quand à lui, présente la méthodologie de simulation. Il décrit les équations la régissant et leurs discrétisations. Il présente également la méthode numérique utilisée par le code CFD FLUENT. Plus précisément, la méthode de discrétisation des équations générales de transport et leurs intégrations, le choix du maillage utilisé, le schéma numérique et le flux d'interpolation des termes convectifs qui consiste à capturer le choc et à éviter ainsi toute les oscillations numériques. Le choix du solveur et sa formulation ainsi que les conditions aux limites sont également présentées dans ce chapitre.

Le chapitre 4 étudie deux cas de phénomènes d'interaction, le premier est consacré à l'étude du phénomène d'interaction d'une onde de choc incidente générée par un dièdre d'angle  $\theta=8.5^\circ$  avec une couche limite laminaire déclenchée sur une plaque plane non chauffée (adiabatique). Au cours de ce chapitre, on a décrit physiquement ce phénomène d'interaction en l'enrichissant par les travaux de la littérature. Cette partie est abordée dans des conditions où le nombre de Mach amont de l'écoulement est variable. La topologie et l'analyse des résultats obtenus par cet effet, en particulier la zone d'interaction, est dévoilée.

Le deuxième cas étudié porte sur l'interaction d'onde de choc incidente produite par un générateur de choc ayant un angle  $\theta=8^\circ$  (cas test du groupe du laboratoire de l'IUSTI de Marseille) et une couche limite turbulente supersonique déclenchée par un bord d'attaque d'une plaque plane thermiquement isolée. Avant d'aborder les résultats obtenus, on a donné des détails physiques sur le phénomène d'interaction choc/couche limite turbulente d'une façon générale en se basant sur les travaux existants. Ce chapitre se termine par une présentation d'ensembles des champs d'écoulements, tels que les paramètres statistiques de turbulence, moyens et fluctuants, qui décrivent ce phénomène. En plus, on a comparé nos résultats avec ceux disponibles en littérature.

Le chapitre 5 décrit l'étude numérique des écoulements axisymétriques compressibles visqueux (calcul turbulent) et non visqueux (calcul d'Euler) d'un phénomène d'interaction entre deux ondes de choc coniques, l'un droit et l'autre d'une forme courbée variant selon la

formule  $y(x)=0.000115x^3+0.002717x^2+0.08749x$ . Les deux ondes de choc prennent les mêmes natures que leurs dièdres, c'est-à-dire que le cône droit génère un choc droit et le cône curviligne génère un choc variable. En se basant sur les travaux de G. Ben Dor et al [22], D. Zeitoun et al [23, 24] disponibles dans la littérature, on a effectué une étude traitant deux cas. i) le premier, concerne l'étude d'interactions de chocs d'écoulements non-visqueux (ou Eulériens) en variant le nombre de Mach amont dans les conditions où les deux cônes sont fixes. Des phénomènes de transition des réflexions sont perçus, définis par la transition de la réflexion régulière (RR) vers la réflexion de Mach (MR) et vice-versa. Ces deux types de réflexions sont à l'origine de l'apparition d'une boucle d'hystérésis, présenté dans ce chapitre. ii) le deuxième cas concerne l'étude de l'écoulement turbulent en variant aussi le nombre de Mach amont, et en adoptant le modèle  $k-\omega$  SST comme modèle de turbulence. Un phénomène de transition des deux types de réflexions de RI vers DMR et de DMR vers RI est capté, suivi par un autre type de transition de (DMR) vers (VMI). Ce dernier conduit à l'apparition d'une zone de recirculation. Elle est due à l'influence de la viscosité car un phénomène de décollement est observé sur la surface du cône curviligne. Dans ce chapitre, on a comparé les résultats obtenus avec ceux disponibles en littérature.

Le dernier chapitre (chapitre 6) consiste à traiter par simulation numérique un phénomène d'interaction d'ondes de choc des écoulements turbulents supersoniques en régime stationnaire dans une tuyère convergent-divergent conique de la NASA [31] présentant un rapport de section de 1.8 et un demi-angle de divergence de  $11.01^\circ$ . Ce chapitre, commence par une bibliographie et une synthèse des conséquences aérodynamiques de la sur-détente, de la sous-détente et du décollement du jet dans une tuyère de moteur de fusée. Deux études de calcul bidimensionnel sont réalisées, la première consiste à simuler numériquement l'écoulement turbulent dans une tuyère conique convergent-divergent, c'est-à-dire sans injection secondaire.

La deuxième étude est basée sur le contrôle de la poussée d'un jet d'une tuyère supersonique, en plaçant un injecteur secondaire dans la surface supérieure du divergent, puis on a étendu l'étude de ce cas au calcul tridimensionnel (un seul jet secondaire injecté dans le divergent). Cette tuyère est identique à celle de l'expérience de la NASA [35], où sa hauteur est suffisante de telle sorte que les paramètres physiques de l'écoulement d'entrée vérifient la loi de détente isentropique. Les deux premières études, traitent l'influence du taux de détente ( $NPR=P_{io}/P_a$ ), défini par le rapport entre la pression ambiante et la pression chambre totale, et du rapport des pressions totales défini par le rapport de la pression totale d'injection à celle de la chambre ( $SPR=P_{inj}/P_{io}$ ). Le calcul en 3D, a l'objet de vérifier l'effet tridimensionnel de la structure topologique de l'écoulement et le développement structurale de chocs sur l'envergure de la tuyère, tels que l'onde de choc générée par l'injecteur et les zones de recirculations qui apparaissent. Les résultats obtenus sont comparés et validés par ceux trouvés expérimentalement et numériquement.

Ce document se termine par une conclusion générale qui reprend les objectifs du présent travail et les principaux résultats obtenus. Des perspectives pour la poursuite de cette étude sont proposées aussi.

## 1.4. Valorisation du travail

Ce travail a fait l'objet de sept articles dont 3 publications dans des revues internationales ([1], [2] et [3]), de 3 conférences internationales ([4], [5] et [6]) et d'1 conférence nationale ([7]).

### 1.4.1. Publications Internationales

- [1] H. Gouidmi, A. Beghidja, S. Mohamadi, R. Benderradji, "Study of the Interaction of Shock Wave / Laminar Boundary Layer," *Advanced Materials Research*, Vol. 274, pp. 53-60, 2011.
- [2] H. Gouidmi, A. Beghidja, R. Benderradji, "Numerical Simulation of the Interaction Shock / Turbulent Boundary," *Key Engineering Materials*, Vol. 550, pp. 171-178, 2013.
- [3] A. Beghidja, H. Gouidmi, R. Benderradji, "Study of the Interaction Shock Wave Boundary layer with the K-Omega turbulence model," *WSEAS Transactions on Information Science and Applications*, Vol. 3, N°5, pp. 921-926, 2006.

### 1.4.2. Communications Internationales

- [4] H. Gouidmi, A. Beghidja, R. Benderradji, M. Gahgah, " Interaction onde de choc oblique/couche limite laminaire," *International symposium on composites and aircraft materials (ACMA2010), Damage and Fatigue Diagnostics*, Marrakech, Morocco, pp. 208, 12-14 May 2010.
- [5] H. Gouidmi, A. Beghidja, R. Benderradji, M. Gahgah, " Interaction onde de choc/couche limite turbulente supersonique," *International symposium on aircraft materials (ACMA2012), Advanced Materials: Processing, Properties, Reliability and Diagnostics*, Fez, Morocco, pp. 113, 09-12 May 2012.
- [6] H. Gouidmi, R. Benderradji and A. Beghidja, " Étude numérique de la transition des réflexions  $RR \leftrightarrow MR$  des ondes de choc dans une tuyère: Phénomène d'hystérésis," *1st International Conference on Aeronautics Sciences. (ICAS. 2013)*, Oran, Algérie, pp. 13, 27-28 May 2013.

### 1.4.3. Communications Nationales

- [7] H. Gouidmi, R. Benderradji, A. Beghidja, " Étude Numérique des Interactions des Ondes de Choc dans une tuyère asymétrique supersonique: Phénomène d'hystérésis," *9<sup>èmes</sup> Journées de Mécanique de l'EMP Bordj El-Bahri, Alger, Algérie*, pp. , 08-009 08-09 Avril 2014.

# Références

- [1] J. Déleroy "Effets de la viscosité et décollement", Edition 1999.
- [2] <http://en.wikipedia.org/wiki/Hy-V>. 2014
- [3] H. Laurent. "Turbulence d'une interaction onde de choc/couche limite sur une paroi plane adiabatique ou chauffée". Thèse de Doctorat (Ph-D thesis), Université Aix-Marseille II, France, 1996.
- [4] M. S. Holden, "A review of the characteristics of regions of shock wave/boundary layer interaction for laminar and turbulent high speed flows with heat transfer", AGARD Report N<sup>o</sup>. 764, pp. 4A-1, 1989.
- [5] G. Degrez, C. H. Boccadoro, J. F. Wendt "The interaction of an oblique shock wave with a laminar boundary layer revisited". An experimental and numerical study *Journal of Fluid Mechanics* 177, pp. 247-263, 1987.
- [6] J.-Ph. Boin, J.-Ch. Robinet, Ch. Corre, H. Deniau, "3D steady and unsteady bifurcations in a shock-wave/laminar boundary layer interaction: a numerical study", *Theor. Comput. Fluid Dyn.* 20, pp. 163-180, 2006.
- [7] J. Ph. Boin, J. Ch Robinet, Ch. Corre "Interaction choc/couche limite laminaire" : caractéristiques instationnaires 16<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique. Nice, 1-5 septembre 2003.
- [8] H. Babinsky, J. K. Harvey, "Shock wave-boundary layer interactions", Cambridge University Press, ISBN 978-0-521-84852-7 Hardback. 2011.
- [9] Edgar Katzer "On the length scales of laminar shock/boundary-layer interaction", *J. Fluid Mech.* Vol. 206, pp. 477-496, 1989.
- [10] R. J. Hakkinen, I. Greber, L. Trilling, S. S. Abarbanel, "The intimation of an oblique shock wave with a laminar boundary layer". NASA MEMO. 2. 18-59W. 1959.
- [11] R. O. Bura, Y. F. Yao, G. T. Roberts, N. D. Sandham "Investigation of Supersonic and Hypersonic Shock Wave Boundary layer Interactions" *Proceedings of the 24th International Symposium on Shock Waves Beijing, China July 11-16.*, pp 695-700. 2004.
- [12] J. Deleuze. "Structure d'une couche limite turbulente soumise à une onde de choc incidente". Thèse de Doctorat (Ph-D thesis), Université Aix-Marseille II, France, 1995.
- [13] J. P. Dussauge, P. Dupont, J. F. Debieve, J.C. Robinet, A. Dervieux, M. Braza, P. Sagaut, R. Bur, and G. Casalis. "Instationnarités et structures à grandes échelles: cas des interactions choc/couche limite avec décollement". In *Recherche aéronautique sur le supersonique, Programmes et actes*, pages 22-30, Paris, February 6-7, 2002.
- [14] D.S. Dolling. "Fluctuating loads in shock-waves/turbulent boundary layer interaction: tutorial and update". AIAA Paper 93-0284, 1993.
- [15] P. Dupont, C. Haddad, J. P Ardissonne, and J. F. Debieve. "Space and time organization of a shock wave/turbulent boundary layer". *Aerospace Science and Technology* 9, pp: 561-572. 2005.

- 
- [16] H. D. Kim, T. Setoguchi, "Shock Induced Boundary Layer Separation". 8th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows, Lyon, France, July-2007.
- [17] A. Hadjadj, J. Larsson, B. E. Morgan, J. W. Nichols and S. K. Lele, "Large-eddy simulation of shock/boundary layer interaction". Center for turbulence research-proceeding of the summer Program 2010.
- [18] J. Détery, J. P. Dussauge, "Some physical aspects of shock wave/boundary layer interactions, Shock wave", N<sup>o</sup>. 19, 453-468, 2009.
- [19] S. Pirozzoli, F. Grasso, "Direct numerical simulation of impinging shock wave/turbulent boundary layer interaction at  $M=2.25$ ", Physics of fluids N<sup>o</sup>. 18, pp. 065113-1-17, 2006.
- [20] A Chpoun, J.-C. Lengrand, "Confirmation expérimentale d'un phénomène d'hystérésis lors de l'interaction de deux chocs obliques de familles différentes", C. R. Acad. Sci. Paris, série IIb 324, 1-8. 1997.
- [21] A. Chpoun, F. Chauveau, L. Zombas, G. Ben-Dor, "Les interactions des ondes de chocs coniques", C. R. Acad. Sci. Paris, t. 327, série IIb 327 85-90. 1999.
- [22] G. Ben Dor, E. Vasiliev, T. Elperin, A. Chpoun, "Hysteresis phenomena in the interaction process of conical shock waves: experimental and numerical investigations", J. Fluid Mech., 448, 147-174. 2001.
- [23] Y. Burtschell, D.E. Zeitoun, "Hysteresis effect of oblique shock interactions in a axisymmetric steady flow", Proceedings of the 24th International Symposium on Shock Waves Beijing, China July 11-16, pp 517-522. 2004.
- [24] Y. Burtschell, D.E. Zeitoun, "Numerical investigation of  $H_2$  injection in Mach 5 air flow with a strong shock/boundary layer interaction", Shock Waves, Vol. 13: 465-472. 2004.
- [25] A. Hadjadj, "Analyse physique et simulation numérique des écoulements compressibles application aux tuyères de propulseurs", Thèse de Doctorat de Université de Rouen, 1997.
- [26] Y. Perrot "Etude, mise au point et validation de modèles de turbulence compressible", Doctraot de l'INSA de Rouan, 2006.
- [27] G. Hagemann et al "The Calorimeter Nozzle Programme", 38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 7 - 10 July 2002 / Indianapolis, Indiana.
- [28] Ph. Reijasse "Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé", Thèse doctorat de l'Université Paris 6, 2005.
- [29] S. Girard, "Etude des interférences de choc dans les tuyères sur-détendues à choc interne", thèse de doctorat de l'Université Paris 6, 2009.
- [30] Dany Vandromme "Etude numérique du décollement en tuyère supersonique ", thèse doctorat de l'INSA de Rouan, 2002.
- [31] C. A. Hunter. "Experimental, Theoretical, and Computational Investigation of Separated Nozzle Flows", 34<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit July 13-15, 1998 / Cleveland, OH, USA.
- [32] Alexis Bourgoing "Instationnarité et dissymétrie d'un écoulement supersonique décollé dans une tuyère plane", thèse doctorat Université de Paris 6 2002.
- [33] Afaque Shams "Contribution a la simulation numérique des décollements d'écoulements turbulents induits par choc: application a l'écoulement sur-détendu de tuyère supersonique", thèse de doctorat de l'école nationale supérieure de mécanique et d'aérotechnique, 2006.
- [34] Alain Durand, "phénomène d'hystérésis dans les interférences de choc, en écoulements stationnaires supersonique et hypersonique", thèse Doctorat, 2002.
- [35] K. A. Waithe, K. A. Deere. "Experimental and computational investigation of multiple injection ports in a convergent-divergent nozzle for fluidic thrust vectoring", The 21<sup>st</sup> AIAA Applied Aerodynamics Conference, June 23-26, 2003, Orlando, Florida, USA.
- [36] F. W. Spaid, Zukoski, and E.E.: "Study of the interaction of gaseous jets from transverse slots with supersonic external flows". AIAA J.6 (2), pp: 205-212, 1968.
-

- 
- [37] V. Zmijanovic, L. Leger, V. Lago, M. Sellam, and A. Chpoun "Experimental and Numerical Study of Thrust-Vectoring Effects by Transverse Gas Injection into a Propulsive Axisymmetric C-D Nozzle", 48<sup>th</sup> AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 30 July - 01 August 2012, Atlanta, Georgia, USA.
  - [38] N. Maarouf, M. Sellam, M. Grignon, and A. Chpoun, "Thrust vectoring through fluid injection in an axisymmetrical supersonic nozzle: Theoretical and computational study", *Journal of shock wave*, pp. 1142- 1146, 2009.
  - [39] N. Maarouf, "Modélisation des phénomènes dissymétriques dans le divergent des tuyères supersoniques propulsives : application a la vectorisation de la poussée" thèse de Doctorat de l'Université Dévry-Val D'essonne, France, 2008.
  - [40] X. H. Zou, Q. W. Hagemann, "The Comparative Analysis of Two Typical Fluidic Thrust Vectoring Exhaust Nozzles on Aerodynamic Characteristics", *World Academy of Science, Engineering and Technology Vol. 5*, pp. 04-20, 2011.
  - [41] E. Erdem. "Thrust vector control by secondary injection", these de Doctorat de l'université de Middle East Technical, 2006.
  - [42] T. Saito and T. Fujimoto. "Numerical studies of shock vector control for deflecting nozzle exhaust flows", *Shock wave journal*, pp. 985-990, 2009.
  - [43] R. Deng, F. Kong and H. D. Kim. "Numerical simulation of fluidic thrust vectoring in an axisymmetric supersonic nozzle", *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 28 (12), pp. 4979-4987, 2014.
  - [44] L. Li, T. Saito. "Numerical and Experimental Investigations of Fluidic Thrust Vectoring Mechanism", *International Journal of Aerospace Innovations*, Vol. 4, pp. 53-64, 2012.
  - [45] B. A. Blake, "Numerical investigation of Fluidic Injection as a means of Thrust Modulation", Final Thesis Report, University of New South Wales, Australian 2009.
-

# Chapitre

# 2

## *Équations gouvernantes et modèles de turbulence*

### Sommaire

---

2.1	Introduction.....	17
2.2	Équations fondamentales des fluides compressibles instantanées.....	17
2.2.1	Équation de conservation de la masse.....	17
2.2.2	Équation de conservation de quantité de mouvement.....	17
2.2.3	Équation de conservation de l'énergie.....	18
2.3	Équations de Navier-Stokes moyennées (RANS).....	19
2.4	Modèles de turbulence.....	21
2.4.1	Modèle $k$ - $\epsilon$ standard.....	22
2.4.1.1	Équations de transport.....	22
2.4.1.2	Modélisation de la viscosité turbulente.....	22
2.4.1.3	Les constantes du modèle $k$ - $\epsilon$ standard.....	22
2.4.1.4	Modélisation de la production de turbulence dans les modèles $k$ - $\epsilon$ .....	23
2.4.1.5	Effet de force de volume sur la turbulence dans le modèle $k$ - $\epsilon$ .....	23
2.4.1.6	Effet de compressibilité sur la turbulence pour le modèle $k$ - $\epsilon$ .....	23
2.4.1.7	Traitement de la région proche de la paroi.....	24
2.4.2	Modèle de turbulence $k$ - $\omega$ -SST (Shear-Stress Transport).....	26
2.4.2.1	Équations de transport.....	26
2.4.2.2	Modélisation de la diffusivité effective.....	27
2.4.2.3	Modélisation de la viscosité turbulente.....	27
2.4.2.4	Modélisation de la production de turbulence.....	28
2.4.2.4.1	Production de $k$ .....	28
2.4.2.4.2	Production de $\omega$ .....	29
2.4.2.5	Modélisation de la dissipation de turbulence.....	29
2.4.2.5.1	Dissipation de $k$ .....	29
2.4.2.5.2	Dissipation de $\omega$ .....	30
2.4.2.6	Constantes du modèle $k$ - $\omega$ SST.....	30
2.5	Références.....	32

---

## 2.1. Introduction

Le meilleur modèle mathématique, disponible jusqu'à date, pour décrire les différents phénomènes aérodynamiques, aussi complexes soient-ils, rencontrés dans la majorité des problèmes de l'industrie aéronautique, est le système d'équations de Navier-Stokes. Ces équations représentent les équations de base de la dynamique des fluides et régissent aussi bien les écoulements laminaires que turbulents. Même si elles n'expriment que la conservation de la quantité de mouvement, ces équations sont souvent citées comme exprimant les lois de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Elles sont obtenues en appliquant les principes de conservation à un volume de contrôle infinitésimal.

Ce chapitre est consacré en premier lieu à la présentation des équations de Navier-Stokes des écoulements compressibles instantanées puis moyennées, en coordonnées cartésiennes bidimensionnelles ou axisymétriques sous forme indicielles. Ces équations sont discrétisées par l'utilisation de la méthode des volumes finis, utilisée par le code de calcul numérique (FLUENT) présenté dans le chapitre 3. En second lieu, il présente les équations des modèles de turbulence utilisés dans cette étude à savoir :  $k$ - $\epsilon$  et  $k$ - $\omega$ .

## 2.2. Équations fondamentales des fluides compressibles instantanées

Pour un fluide compressible, visqueux et supposé parfait, les équations fondamentales de l'écoulement peuvent être données par les lois de conservations suivantes :

### 2.2.1. Équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (2.1)$$

Où  $\rho$  est la masse volumique du fluide et  $u_j$  la composante  $j$  du vecteur vitesse.

### 2.2.2. Équation de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (-P \delta_{ij} + \tau_{ij}) \quad (2.2)$$

où  $P$  est la pression statique,  $\delta_{ij}$  le tenseur de Kronecker et  $\tau_{ij}$  le tenseur des contraintes visqueuses.

### 2.2.3. Équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_j(\rho E + P)] = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \tau_{ij}) \quad (2.3)$$

Où  $q_j$  est le flux de chaleur dans la direction  $j$ ,  $E$  est l'énergie totale par unité de masse, qui s'exprime par la relation suivante:

$$E = e + \frac{1}{2} u_k u_k \quad (2.4)$$

Il faut ajouter aussi l'équation d'état des gaz parfaits :

$$P = \rho r T, \quad C_p - C_v = r, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2.5)$$

Où  $\gamma$  étant la constante particulière du gaz parfait.  $C_p$  et  $C_v$  représentent respectivement les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants.

Pour un fluide supposé newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses prend la forme suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \delta_{ij} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.6)$$

Dans laquelle  $\mu$  et  $\lambda$  sont reliés par l'hypothèse de Stokes :  $3\lambda + 2\mu = 0$

Le flux de chaleur par unité de surface  $q_j$  en fonction de la température s'écrit comme suit :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.7)$$

$k$  est la conductivité thermique qui s'exprime en fonction de la viscosité dynamique par le nombre de Prandtl  $Pr$  :

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} = \gamma \frac{\mu C_v}{k} \quad (2.8)$$

En supposant que le fluide est calorifiquement parfait (l'énergie interne  $e=c_v T$  et l'enthalpie  $h=c_p T$ ), le flux de chaleur peut s'écrire :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad (2.9)$$

En ce qui concerne la viscosité dynamique, celle-ci est donnée, pour la gamme de température étudiée, par la loi de Sutherland (utilisée par FLUENT) suivante :

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \left( \frac{1 + T/T_0}{1 + S/T} \right) \quad (2.10)$$

Où  $\mu_0 = 1.78938 \cdot 10^{-5} \text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$  est la viscosité du fluide à la température de référence  $T_0 = 288 \text{ K}$  et  $S$  est une constante fixée pour l'air à  $110 \text{ K}$ .

### 2.3. Équations de Navier-Stokes moyennées (RANS)

Une quantité instantanée  $\phi$  de l'écoulement peut être décomposée selon Reynolds en une partie moyenne  $\bar{\phi}$  et une partie fluctuante  $\phi'$ .

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad \text{où} \quad \bar{\phi} = \lim_{\Delta T \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\Delta T} \right) \int_{t_0}^{t_0 + \Delta T} \phi(t) dt \quad (2.11)$$

Les équations de Navier-Stokes moyennées peuvent contenir des termes additionnels comme les tenseurs des contraintes de Reynolds. Ces équations moyennées sont simplifiées pour les écoulements compressibles en utilisant la formule de Favre.

La méthode de Favre consiste à décomposer la quantité instantanée, par exemple la composante de la vitesse  $u_i$ , en une partie moyenne  $\tilde{u}_i$  pondérée par la masse et une partie fluctuante  $u_i''$ , où :

$$\tilde{u}_i = \frac{\overline{\rho u_i}}{\bar{\rho}} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho(x, \tau) u_i(x, \tau) d\tau \quad (2.12)$$

La formule de Favre élimine les fluctuations de la densité, elle est donc considérée comme une simplification mathématique. On présente dans ce paragraphe la dérivation de ces équations moyennées de Favre (Favre-averaged Navier-Stokes équations) et ses discrétisations basées sur la méthode des volumes finis, utilisée par le code FLUENT.

Les grandeurs du fluide sont écrites selon la moyenne de Favre comme suit :

$$\begin{cases} u_i = \tilde{u}_i + u_i'' \\ \rho = \bar{\rho} + \rho' \\ p = \bar{p} + p' \\ e = \tilde{e}_i + e_i'' \\ h = \tilde{h} + h'' \end{cases} \quad (2.13)$$

En remplaçant les quantités précédentes dans les équations de Navier-Stokes, nous obtenons les formules suivantes :

Pour l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j) = 0 \quad (2.14)$$

Pour l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \bar{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} (-\bar{\rho} \overline{u_i'' u_j''}) \quad (2.15)$$

Où le terme  $-\bar{\rho} \overline{u_i'' u_j''}$  représente les contraintes de Reynolds (flux turbulents de la quantité de mouvement). Pour achever la fermeture du système d'équations, ce terme doit être modélisé.

Les modèles de turbulence présents dans le code FLUENT utilisent le concept de la viscosité turbulente de Boussinesq, dans lequel la contrainte de Reynolds est supposée être une fonction linéaire des taux de déformation :

$$-\bar{\rho} \overline{u_i'' u_j''} = \mu_t \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \bar{\rho} k \delta_{ij} \quad (2.16)$$

Où  $\mu_t$  est la viscosité turbulente et  $k$  l'énergie turbulente donnée par la formule suivante :

$$k = \frac{1}{2} \overline{u_k'' u_k''}$$

Les équations moyennées de FANS (Favre-averaged Navier-Stokes equations) sont obtenues en remplaçant l'équation 2.15 dans l'équation 2.14 :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\bar{\mu} + \mu_t) \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (-\bar{\rho} k) \quad (2.17)$$

De même pour l'équation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{h}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{h}) = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \tilde{u}_j \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \bar{\tau}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \tau'_{ij} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( k \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} u_j'' h'' \quad (2.18)$$

Des termes additionnels apparaissent. Le premier terme est l'enthalpie fluctuante, elle peut être écrite sous la forme suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \bar{\rho} u_j'' h'' = \Gamma_t \frac{\partial \tilde{h}}{\partial x_j} = C_p \Gamma_t \frac{\partial T}{\partial x} = C_p \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (2.19)$$

Où  $\Gamma_t$  est la diffusivité turbulente qui s'exprime comme suit :  $\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$ ,

$Pr_t$  est le nombre turbulent de Prandtl fixé à 0.9.

Le deuxième terme est le taux de dissipation de l'énergie turbulente  $\varepsilon$  qui dépend du choix du modèle de turbulence. On obtient le taux de dissipation par la résolution de l'équation de  $\varepsilon$ . Pour le modèle de k- $\varepsilon$ , ce terme est défini par :

$$\overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} = \bar{\rho} \varepsilon \quad (2.20)$$

Si l'équation de  $\varepsilon$  n'est pas résolue (Comme dans le modèle de Baldwin-Lomax), le terme  $\bar{\rho} \varepsilon$  s'exprime comme suit :

$$\overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} = \mu_t \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \quad (2.21)$$

L'équation d'état moyennée est donnée par la formule suivante :

$$p = \bar{\rho} r \tilde{T} \quad (2.22)$$

## 2.4. Modèles de turbulence

Afin de déterminer la viscosité turbulente  $\mu_t$  et fermer ainsi le système d'équations moyennes de Reynolds, un modèle de turbulence est requis. Le code de calcul FLUENT dispose de plusieurs modèles de turbulence. Deux modèles à deux équations de transport à savoir : k- $\varepsilon$  et k- $\omega$ -SST sont utilisés au cours de cette étude. Ces modèles sont plus élaborés, plus généraux et plus utilisés en pratique. Les modèles à une et à deux équations utilisent des équations aux dérivées partielles pour atteindre le même but.

### 2.4.1. Modèle k-ε standard

Le modèle k-ε est un modèle semi empirique à deux équations de transport utilisé pour évaluer la viscosité tourbillonnaire. Il résout deux équations aux dérivées partielles afin d'obtenir l'énergie cinétique turbulente  $k$  et son taux de dissipation  $\varepsilon$  (obtenue par résonance physique), ces équations sont citées ci-dessous.

#### 2.4.1.1. Équations de transport :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_jk) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \bar{\rho}\varepsilon - Y_M + S_k \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\bar{\rho}\varepsilon}{k} (G_k + C_{\varepsilon 3}G_b) - C_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\rho}\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \quad (2.24)$$

Où,

$G_k$ : Représente la génération de l'énergie cinétique due au gradient de vitesse,

$G_b$ : La génération de  $k$  due au décollement des forces de volume,

$Y_M$ : La contribution de la dilatation fluctuante dans la turbulence compressible pour ( $\varepsilon$ ),

$C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, C_{\varepsilon 3}$ : Constantes,

$S_k, S_\varepsilon$ : Termes source,

$Pr_k, Pr_\varepsilon$ : le nombre de Prandtl turbulent pour  $k$  et  $\varepsilon$ .

#### 2.4.1.2. Modélisation de la viscosité turbulente

La viscosité turbulente est donnée par la formule suivante:

$$\mu_t = \frac{\rho C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (2.25)$$

#### 2.4.1.3. Les constantes du modèle k- ε standard:

Les résultats de calcul dépendent fortement de la valeur des constantes empiriques, cela constitue une faiblesse de ce modèle, bien que les auteurs admettent le plus souvent les mêmes valeurs. Ci-dessous on donne les valeurs utilisées par défaut par le code de calcul Fluent.

$C_\mu = 0.09$	$C_{\varepsilon 1} = 1.44$	$C_{\varepsilon 2} = 1.92$	$Pr_k = 1.0$	$Pr_\varepsilon = 1.3$
----------------	----------------------------	----------------------------	--------------	------------------------

#### 2.4.1.4. Modélisation de la production de turbulence dans les modèles $k-\varepsilon$ :

Le terme  $G_k$  représente la production de l'énergie cinétique turbulente, il est modélisé identiquement pour les modèles ( $k-\varepsilon$ ) standard, RNG et les modèles réalisables. A partir de l'équation exacte de transport de  $k$ , ce terme peut être défini comme suit :

$$G_k = -\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \quad (2.26)$$

La valeur de  $G_k$  en utilisant l'hypothèse de Boussinesq prend la forme suivante :

$$G_k = \bar{\mu}_t S^2 \quad (2.27)$$

Où  $S$  est le module du tenseur moyen du taux-de-tension, défini comme :

$$S = \sqrt{S_{ij} S_{ij}} \quad (2.28)$$

#### 2.4.1.5. Effet de force de volume sur la turbulence dans le modèle $k-\varepsilon$ :

La génération de la turbulence due aux forces de pression est donnée par :

$$G_b = \beta g_i \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_t} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_i} \quad (2.29)$$

Où,

$Pr_t$ : est le coefficient de Prandtl turbulent pour l'énergie,

$g_i$ : est le composant du vecteur gravitationnel dans la direction  $i$ .

Dans les deux modèles réalisable et standard, le coefficient de Prandtl turbulent est donné par défaut par :  $Pr_t = 0.85$ ,

$\beta = -\frac{1}{\bar{\rho}} \left( \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial T} \right)_p$  : représente le coefficient de dilatation thermique.

Pour le cas d'un gaz parfait :

$$G_b = -g_i \frac{\bar{\mu}_t}{\bar{\rho} Pr_t} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_i} \quad (2.30)$$

#### 2.4.1.6. Effet de compressibilité sur la turbulence pour le modèle $k-\varepsilon$

Pour les écoulements ayant un nombre de Mach important, la compressibilité affecte la turbulence à travers ce qu'on appelle (dissipation de la dilatation), laquelle est négligée normalement dans la modélisation des écoulements incompressibles [1].

Négliger la dissipation de la dilatation s'explique par la baisse observée dans le taux de dissipation qui s'étend avec un nombre de Mach croissant pour les mélanges compressibles et les autres couches de cisaillement libres. Pour expliquer ces effets dans les modèles  $k-\varepsilon$  du code de calcul Fluent, le terme de la dissipation de la dilatation,  $Y_M$ , est inclus dans l'équation de  $k$ . Ce terme prend la forme suivante d'après une proposition de S. Sarkar et al. [2, 3] :

$$Y_M = 2\bar{\rho}\varepsilon M_t^2 \quad (2.31)$$

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}}, \quad a = \sqrt{\gamma r T} \quad (2.32)$$

$a$  : Représente la célérité de son

#### 2.4.1.7. Traitement de la région près de la paroi [4]:

Les lois de paroi (Standard Wall Function) sont utilisées, en remplacement de la condition d'adhérence à une paroi, dans le but de réduire notablement le coût de calcul (taille mémoire et temps de simulation).

Elles autorisent une discrétisation plus grossière près de la paroi. Toutefois, diverses limitations ou incertitudes demeurent sur leur domaine de validité. On admet généralement que l'écoulement présente une zone où le profil de vitesse est logarithmique. Or, l'existence d'une telle zone n'est établie que pour des écoulements où la turbulence est en équilibre avec l'écoulement moyen, ce qui implique que celui-ci varie suffisamment lentement. D'autre part, la zone logarithmique, lorsqu'elle existe, est limitée en étendue transversale et ceci implique un contrôle strict de la distance à la paroi du premier point de calcul.

Avec un modèle de loi de paroi, les équations de transport pour les grandeurs turbulentes ne sont résolues que dans la région de turbulence pleinement développée et hors de la couche limite. Ceci est assuré en prenant la distance du centre de la première maille à la paroi dans la gamme  $30 \leq y^+ \leq 300$ . La production de l'énergie cinétique turbulente,  $G_k$ , et son taux de dissipation,  $\varepsilon$ , dans la maille adjacente à la paroi, sont calculés à partir d'une hypothèse d'équilibre local. D'après Launder et Spalding [5], on a :

$$G_k = \frac{\tau_p^2}{\bar{\rho} K C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}, \quad \varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{K y_p} \quad (2.33)$$

Nous ne nous intéressons pas au détail de la couche limite, mais à l'effet global de la présence d'une paroi sur l'écoulement.

La modélisation de l'écoulement en proche paroi s'appuie sur celle des écoulements turbulents pariétaux cisailés simples.

Afin d'exprimer les différentes lois de répartition de la vitesse dans les différentes zones, On définit les paramètres adimensionnels suivants :

$$y^+ = \frac{\bar{\rho} y u_\tau}{\mu}; \quad u^+ = \frac{\tilde{u}}{u_\tau} \quad (2.34)$$

Avec

$$u_\tau = \left( \frac{\tau_w}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.35)$$

Où  $\tau_w$  ( $\tau_p$ ) est la tension de cisaillement à la paroi.

Une analyse temporelle multi-échelle permet de décomposer en trois couches distinctes la couche limite turbulente proche d'une paroi lisse :

- Une première couche où la viscosité du fluide domine la viscosité turbulente, appelée sous couche visqueuse. Dans cette zone le profil de vitesse est linéaire et s'écrit sous la forme suivante :

$$u^+ = y^+ \quad (2.36)$$

La sous couche visqueuse s'étendant jusqu'à une épaisseur de  $y^+ = 5$ .

- Une couche intermédiaire où la viscosité du fluide et la viscosité turbulente sont équivalentes, appelée zone tampon.
- Une couche externe où la viscosité turbulente est prépondérante et où le profil de vitesse est logarithmique et s'écrit comme suit :

$$u^+ = \frac{\tilde{u}}{u_\tau} = \frac{1}{K} \ln(Ey^+) \quad (2.37)$$

Où :

$E$  et  $K$  (constantes de Von Karman) ont des valeurs fixes qui sont égales à :  $E = 0,9$  et  $K=0,4$ .

Cette couche externe est supposée commencer à partir de  $y^+ > 50$ .

L'option (Standard Wall Function) est disponible lorsqu'on utilise le modèle  $k-\varepsilon$  ou RSM, mais ne peut être utilisée avec le modèle  $k-\omega$  (Fluent, 6.3).

Avec le modèle  $k-\varepsilon$  standard, les contraintes de Reynolds à la paroi sont calculées en supposant l'existence d'un profil de vitesse entre la paroi et la première cellule proche de celle-ci (Fluent, 6.3). Ce profil est modélisé par des lois semblables à celles que nous avons détaillées précédemment. Elles s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned}
 u^* &= y^* \quad \text{pour} \quad y^* < 11.225 \\
 u^* &= \frac{1}{K} \ln(Ey^*) \quad \text{pour} \quad y^* > 11.225
 \end{aligned}$$

Les expressions de  $y^*$  et  $u^*$  sont les suivantes :

$$y^* = \frac{\bar{\rho} C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \quad \text{et} \quad u^* = \frac{\tilde{u}}{u_\tau} = \frac{C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} \tilde{u}_p}{\tau_w / \bar{\rho}} \quad (2.38)$$

$\tilde{u}_p$  Représente la vitesse moyenne du fluide au point  $P$ , situé à la distance  $y_p$  par rapport aux parois.  $k_p$  est l'énergie cinétique turbulente au point  $P$ .

## 2.4.2. Modèle de turbulence $k$ - $\omega$ -SST (Shear-Stress Transport)

Il est bien connu que la formulation en  $\omega$  est plus robuste que celle en  $\varepsilon$  dans le cas d'écoulements soumis à de forts gradients de pression adverse. En revanche, le modèle  $k$ - $\omega$  présente le désavantage d'être sensible à la valeur externe de  $\omega$ . Le modèle  $k$ - $\varepsilon$ , quant à lui, est très efficace dans les zones d'écoulements cisailés libres. Une combinaison des deux modèles est possible via une formulation mixte  $k$ - $\varepsilon$  /  $k$ - $\omega$ . C'est l'approche suivie par Menter [6] pour mettre au point son modèle (appelé SST-Menter) via une fonction de transfert  $F_1$ . Cette fonction permet de sélectionner le modèle Wilcox  $k$ - $\omega$  dans la sous couche visqueuse et la région logarithmique et basculer progressivement vers le modèle  $k$ - $\varepsilon$  à mesure qu'on s'approche de la zone de sillage. On profite ainsi de la robustesse de  $\omega$  dans la région proche paroi et de l'insensibilité de  $\varepsilon$  dans l'écoulement libre, cependant, le modèle  $k$ - $\omega$  SST semble donc bien adapté aux écoulements décollés [7].

### 2.4.2.1. Équations de transport :

Le modèle  $k$ - $\omega$  SST a une forme semblable au modèle  $k$ - $\omega$  standard :

Le modèle de Menter repose sur deux équations de transport, une pour l'énergie cinétique de turbulence et l'autre pour la vorticité :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \tilde{G}_k - Y_k + S_k^2 \quad (2.39)$$

Et

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega^2 \quad (2.40)$$

$\tilde{G}_k$ : représente la génération d'énergie cinétique turbulente due aux gradients de vitesse moyenne,

$G_\omega$ : représente la génération de  $\omega$ ,

$\Gamma_k$  et  $\Gamma_\omega$ : coefficients de la diffusion effective de  $k$  et  $\omega$  respectivement,

$Y_k$  et  $Y_\omega$ : dissipations de  $k$  et  $\omega$  dues à la turbulence,

$S_k$  et  $S_\omega$ : termes sources,

: représente le terme de la diffusion croisée, calculé comme décrit ci-dessous.

#### 2.4.2.2. Modélisation de la diffusivité effective :

Les diffusivités effectives pour le modèle SST sont données par les équations suivantes :

$$\Gamma_k = \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_k} \quad (2.41)$$

$$\Gamma_\omega = \bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{Pr_\omega} \quad (2.42)$$

Où

$$Pr_k = \frac{1}{F_1/Pr_{k,1} + (1 - F_1)/Pr_{k,2}} \quad (2.43)$$

$$Pr_\omega = \frac{1}{F_1/Pr_{\omega,1} + (1 - F_1)/Pr_{\omega,2}} \quad (2.44)$$

$Pr_k$  et  $Pr_\omega$  sont les nombres de Prandtl pour  $k$  et  $\omega$  respectivement, et  $\mu_t$  la viscosité turbulente.

#### 2.4.2.3. Modélisation de la viscosité turbulente

La viscosité turbulente est estimée par l'équation suivante :

$$\bar{\mu}_t = \frac{\bar{\rho}k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{\Omega F_2}{\alpha_1 \omega}\right]} \quad (2.45)$$

$$|\Omega| = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.46)$$

Où :

$\Omega_{ij}$ : est le tenseur moyen du taux-de-rotation,

Les fonctions  $F_1$  et  $F_2$ , sont données par les relations suivantes :

$$F_1 = \tanh(\zeta_1^4) \quad (2.47)$$

Avec

$$\zeta_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\bar{\mu}}{\bar{\rho}y^2\omega} \right), \frac{4\bar{\rho}k}{Pr_{\omega,2}D_{\omega}^+y^2} \right] \quad (2.48)$$

$$D_{\omega}^+ = \max \left( 2\bar{\rho} \frac{1}{Pr_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (2.49)$$

$$F_2 = \tanh(\zeta_2^4) \quad (2.50)$$

$$\zeta_2 = \max \left( \frac{2\sqrt{k}}{0.09\omega y}, \frac{500\bar{\mu}}{\bar{\rho}y^2\omega} \right) \quad (2.51)$$

$y$  : est la distance à la surface suivante,

$D_{\omega}^+$ : est la portion positive du terme de la diffusion croisée.

#### 2.4.2.4. Modélisation de la production de turbulence

##### 2.4.2.4.1. Production de $k$

Le terme  $\tilde{G}_k$  représente la production d'énergie cinétique turbulente. Elle est définie de la même façon que celle du modèle standard.

A partir de l'équation exacte de transport de  $k$ , ce terme peut être défini comme suit :

$$\tilde{G}_k = \min(G_k, 10\bar{\rho}\beta^*k\omega) \text{ où } G_k = -\bar{\rho} \overline{u_i'' u_j''} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \quad (2.52)$$

La valeur de  $G_k$  en utilisant l'hypothèse de Boussinesq prend la forme suivante :

$$G_k = \bar{\mu}_t \cdot S^2 \quad (2.53)$$

Où  $S$  est le module du tenseur moyen du taux-de-tension, défini de la même façon que le modèle  $k-\varepsilon$ .

#### 2.4.2.4.2. Production de $\omega$

Le terme  $G_\omega$  représente la production de  $\omega$ , il est donné par la formule suivante :

$$G_\omega = \frac{\alpha}{\nu_t} \tilde{G}_k \quad (2.54)$$

Notez que cette formulation est en désaccord avec le modèle  $k-\omega$  standard. La différence entre les deux modèles réside aussi dans la manière d'évaluation du terme  $\alpha_*$ .

Dans le modèle  $k-\omega$  standard,  $\alpha_*$  est défini comme une constante. Pour le modèle SST, elle prend la forme suivante :

$$\alpha_* = F_1 \alpha_{*,1} + (1 - F_1) \alpha_{*,2} \quad (2.55)$$

Où;

$$\alpha_{*,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_*^*} - \frac{K^2}{Pr_{\omega,1} \sqrt{\beta_*^*}} \quad (2.56)$$

$$\alpha_{*,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_*^*} - \frac{K^2}{Pr_{\omega,2} \sqrt{\beta_*^*}} \quad (2.57)$$

Et

$$K = 0.41 \quad , \quad \beta_{i,1} = 0.075 \quad , \quad \beta_{i,2} = 0.0828$$

### 2.4.2.5 Modélisation de la dissipation de turbulence :

#### 2.4.2.5.1 Dissipation de $k$

Le terme  $\mathcal{Y}_k$  représente la dissipation de l'énergie cinétique turbulente, il est défini de la même façon que celle du modèle  $k-\omega$  standard. La différence entre le modèle  $k-\omega$  standard et le modèle  $k-\omega$  SST réside dans la manière d'évaluation du terme  $f_\beta^*$ . En effet, dans le

modèle  $k-\omega$  standard,  $f_{\beta^*}$  est défini comme une fonction. C'est une constante égale à 1 pour le modèle  $k-\omega$  SST. D'où :

$$Y_k = \bar{\rho} \beta^* k \omega \quad (2.58)$$

#### 2.4.2.5.2 Dissipation de $\omega$

Le terme  $Y_\omega$  représente la dissipation de  $\omega$ , il est défini de la même façon que celle du modèle  $k-\omega$  standard. La différence entre les deux modèles  $k-\omega$  standard  $k-\omega$  SST réside dans la manière d'évaluation des termes  $\beta_i$  et  $f_\beta$ .

Dans le modèle  $k-\omega$  standard,  $\beta_i$  est défini comme une constante égale à 0.072;  $f_\beta$  est pour le modèle  $k-\omega$  SST, une constante égale à 1. D'où :

$$Y_k = \bar{\rho} \beta k \omega^2 \quad (2.59)$$

$\beta_i$  est donnée pour le modèle  $k-\omega$  SST par la relation suivante :

$$\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2} \quad (2.60)$$

Avec :

$$\beta_{i,1} = 0.075 \quad , \quad \beta_{i,2} = 0.0828$$

Le modèle  $k-\omega$  SST est basé sur les deux modèles standard  $k-\varepsilon$  et  $k-\omega$ , pour utiliser ces deux modèles ensemble, le modèle  $k-\varepsilon$  standard est transformé en équations basées sur  $k$  et  $\omega$  par l'introduction d'un terme de diffusion croisée  $D_\omega$  donné par la relation suivante :

$$D_\omega = 2(1 - F_1) \bar{\rho} Pr_{\omega,2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.61)$$

#### 2.4.2.6 Constantes du modèle $k-\omega$ SST

$$Pr_{k,1} = 1.176 \quad , \quad Pr_{\omega,1} = 2 \quad , \quad Pr_{k,2} = 1 \quad , \quad Pr_{\omega,2} = 1.168$$

$$\beta_{i,1} = 0.075 \quad , \quad \beta_{i,2} = 0.0828 \quad , \quad a_1 = 0.31$$

Toutes les constantes supplémentaires du modèle SST à savoir ;  $\alpha_\infty^*$ ,  $\alpha_\infty$ ,  $\alpha_0$ ,  $\beta_\infty^*$ ,  $R_\beta$ ,  $R_\omega$ ,  $R_k$ ,  $\zeta^*$ , et  $M_{t0}$  ont les mêmes valeurs que celles du modèle  $k-\omega$  standard.

Sur le plan numérique, les équations  $k-\omega$  sont résolues de la même manière que celles du modèle  $k-\varepsilon$ , les seules différences résident en :

- L'établissement des conditions initiales et des conditions aux limites en  $\omega$  tel que  $\omega = \frac{\varepsilon}{\beta^* k}$ ,
- La modification des termes diffusifs et l'ajout des termes sources inhérents au modèle SST-Menter.

L'avantage du modèle  $k-\omega$  par rapport au modèle  $k-\varepsilon$  réside dans la prise en compte des effets dus à la turbulence des écoulements à faible nombre de Reynolds. Il est utilisable pour les écoulements compressibles et permet de prendre en compte les transferts pariétaux.

Le modèle de Wilcox est applicable pour les écoulements en charge, les écoulements à surface libre caractérisés par de fortes contraintes de cisaillement, les jets et les écoulements autour d'un obstacle (phénomène de sillage), il est applicable aussi à la diffusion d'un polluant dissous.

## Références du chapitre 3

- [1] D. Guézengar, J. Francescatto, H. Guillard, J.-P. Dussauge, "Variations on a  $k-\varepsilon$  turbulence model for supersonic boundary layer computations", *Eur. J. Mech. B/Fluids* 18 (1999) 713–738.
- [2] Sarkar S., Erlebacher G., Hussaini M.Y., Kreiss H.O., The analysis and modeling of dilatational terms in compressible turbulence, NASA Contractor Report 181959, ICASE Report 89-79, 1989.
- [3] Sarkar S., The stabilizing effect of compressibility in turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.* 282 (1995) 163–186.
- [4] ANSYS-FLUENT 12.0 "Tutorial Fluent «Modeling Turbulence, Chapter 12". ANSYS, inc. 2009.
- [5] B.E. Launder and D.B. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Comp. Method in applied Mech. and Eng.*, 3:269–289, 1974.
- [6] F.R. Menter. Zonal two equation  $k-\omega$  turbulence models for aerodynamic flows. AIAA 93-2906, 24th Fluid Dynamics Conference July 6-9, 1993 / Orlando, Florida.
- [7] Cyril Pilinski "Étude numérique du décollement en tuyères supersoniques" thèse de Doctorat de l'INSA de Rouen, 2002.

# Chapitre

# 3

## *Méthodes numériques et présentation du code de calcul*

### Sommaire

3.1	Introduction.....	34
3.2	Discrétisation spatiale et temporelle .....	35
3.2.1	Discrétisation du domaine de calcul .....	35
2.2.1.1	Maillage.....	35
3.2.1.2	Choix du maillage .....	35
3.2.2	Traitement près des parois .....	37
3.2.3	Discrétisations des équations de transport .....	37
3.2.3.1	Intégration des équations de transport .....	38
3.2.4	Discrétisation spatiale .....	40
3.2.4.1	Historique et choix du Schéma numérique de capturer le choc .....	41
3.2.5	Forme linéarisée de l'équation discrète .....	43
3.2.6	Discrétisation temporelle .....	43
3.2.6.1	Discrétisation explicite .....	44
3.2.6.2	Discrétisation implicite .....	44
3.2.7	Résolution numérique .....	44
3.2.7.1	Type de la formulation des solveurs.....	44
3.2.7.1.1	Solveur "Density-based".....	45
3.2.7.2	Résolution de système d'équations linéaires.....	47
3.2.7.3	Critère de convergence.....	47
3.2.7.3.1	La méthode de sous-relaxation.....	48
3.2.7.4	Stabilité numérique.....	49
3.3	Conditions aux limites.....	49
3.4	Conclusion.....	50
3.5	Référence.....	51

### 3.1. Introduction

L'étude des phénomènes d'interaction choc/choc et choc/couche limite dans les tuyères, dans les entrées d'air supersoniques ainsi que dans les prises d'air..., etc. est complexe. Malgré qu'ils (les phénomènes d'interaction choc/choc et choc/couche limite) sont traités expérimentalement, théoriquement ainsi que numériquement, il reste quelques difficultés surtout pour les cas d'écoulements compressibles à hautes vitesses avec des conditions aux limites spécifiques. Quelques approches numériques sont posés par la technique CFD "Computational fluids dynamics", elles donnent des solutions ou des résultats fiables. Tous les codes de calculs que ce soient commerciaux ou non, sont basés sur la discrétisation des équations aux dérivées partielles (EDP) de Navier-Stokes. Ces codes de calculs fournissent des solutions approchées.

Puisque l'étude de l'écoulement des fluides compressibles est un domaine difficile à aborder, du point de vue expérimental, certains chercheurs préfèrent l'approche simulation, par l'intermédiaire de la technique CFD. Même dans ces conditions, il faut remarquer qu'on a besoin de ressources importantes de calcul, en coûts et en temps.

Le passage d'un problème mathématique des équations aux dérivées partielles continu (EDP) à un problème discret s'appuie sur les méthodes classiques de discrétisation. On distingue trois grandes méthodes pour transformer un problème continu en discret, à savoir ; la méthode des différences finies, des éléments finis et celle des volumes finis.

Dans ce chapitre, on présente l'état d'art du domaine de la simulation numérique de l'écoulement stationnaire des fluides compressibles et on décrit les principaux modèles utilisés lors de cette étude en commençant par la présentation de l'équation de transport générale scalaire, sa discrétisation ainsi que le choix du solveur pour résoudre le système d'équations algébriques. Ce chapitre permet d'exposer le travail de simulation réalisé à l'aide du logiciel commercial FLUENT 6.3. Ce code largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile, offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Ces raisons ont motivé notre choix pour l'emploi de ce logiciel qui est basé sur la méthode de discrétisation en volumes finis.

Dans tous les codes de calcul CFD, la technique de calcul numérique est basée sur l'utilisation des volumes de contrôle et consiste en la réalisation des étapes suivantes:

- La division du domaine de simulation en volumes de contrôle discrets, qui consiste en la phase de maillage volumique (dans les configurations d'écoulements supersoniques, nous préférons les mailles quadrilatérales car, elles s'adaptent mieux aux formes des configurations utilisées constituées par un maillage multi-blocs);
- L'intégration des équations fondamentales des volumes de contrôle pour construire les équations algébriques discrètes concernant les inconnues, telles que la vitesse, la pression, la température, et les autres scalaires transportés de la turbulence;
- La linéarisation des équations discrétisées et la résolution de ce système d'équations linéaires.

## 3.2. Discrétisation spatiale et temporelle

La résolution numérique des équations moyennes de Reynolds (2.14, 2.17 et 2.19), régissant l'écoulement moyen, et des équations de transport des modèles de turbulence, utilisés dans cette étude, requiert la discrétisation du domaine de calcul ainsi que la discrétisation spatiale et temporelle des équations elles-mêmes.

### 3.2.1. Discrétisation du domaine de calcul

#### 3.2.1.1. Maillage

Le maillage est une discrétisation de l'espace à étudier (support des calculs CFD), il est constitué d'un ensemble de mailles (ou cellules) dans lesquelles les équations du problème seront résolues. Le pas d'espace est ici défini comme la taille caractéristique d'une maille.

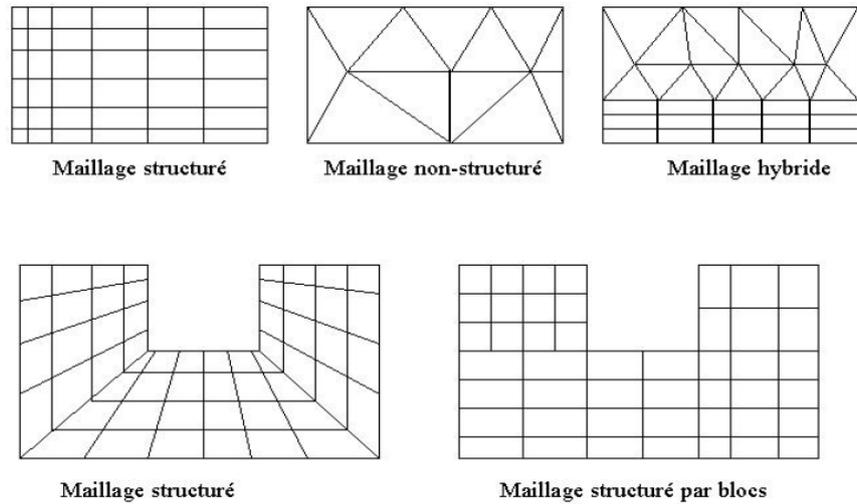
La construction du maillage constitue la première étape de toute simulation numérique. Cette construction concerne non seulement le nombre de mailles mais aussi leur taille et leur forme. Le maillage doit être réalisé de sorte à minimiser la diffusion de l'erreur numérique. Typiquement, on densifie le maillage dans les zones où de forts gradients sont attendus. Inversement, dans les zones où les gradients attendus sont faibles, des mailles plus grandes peuvent être utilisées.

#### 3.2.1.2. Choix du maillage

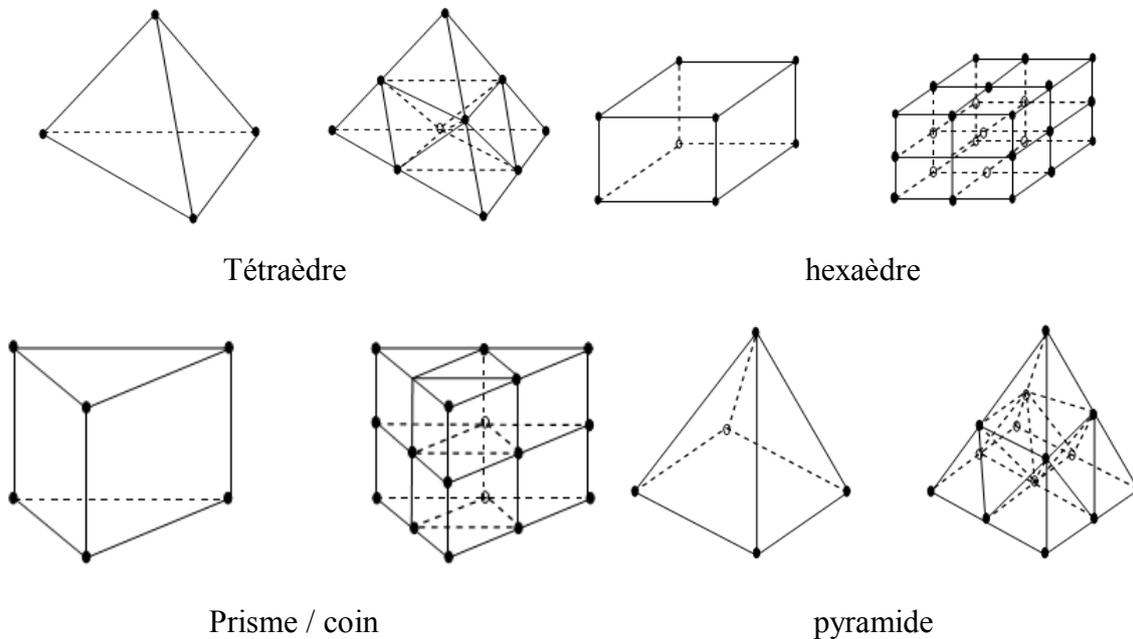
Le logiciel utilisé pour le maillage est Gambit version 2.4, il comporte deux grandes classes de maillage. Les deux classes correspondant au type de maillage utilisé pour les simulations, sont les maillages structurés et les maillages non structurés ou hybrides.

Un maillage structuré est généralement composé de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique) et hexaédriques en trois dimensions (3D ou maillage volumique), tandis qu'un maillage non-structuré est composé de mailles quadrilatérales ou triangulaires en 2D et hexaédriques ou tétraédriques en 3D.

Dans un maillage hybride les mailles proches des parois sont des quadrilatères en 2D et des hexaèdres en 3D et les mailles du reste du domaine sont des triangles en 2D et des tétraèdres en 3D. En proche paroi, il est nécessaire d'avoir des mailles les plus petites possibles pour bien modéliser les écoulements à cet endroit, cette particularité est d'autant plus importante en régime turbulent, on l'appelle (l'inflation). En 3D, les mailles qui font les liaisons entre les hexaèdres et les tétraèdres sont des prismes ou des pyramides. Les Figure 3.1 et 3.2 représentent les différents types de maillage utilisés par notre code de calcul.



**Fig. 3.1** Types de maillage utilisé par "FLUENT"[1]



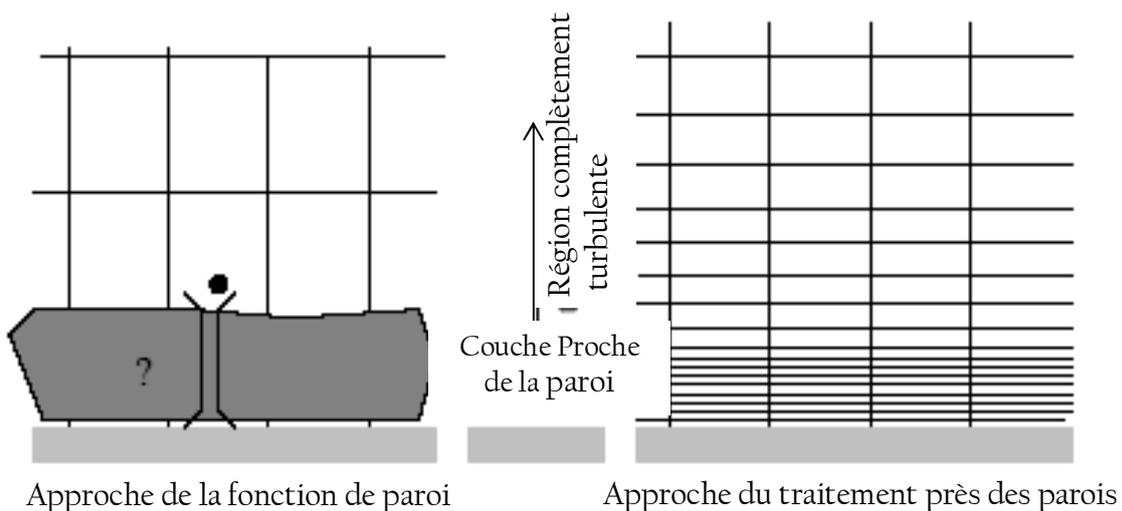
**Fig. 3.2** Exemple de différents mailles utilisées en volumes finis par Fluent [1]

Le maillage structuré multi-blocs quadrilatère est choisi pour la majorité des calculs en 2D et 3D réalisés lors de cette étude, à l'exception de la première partie du chapitre 5 où le cône supérieur est muni d'un mouvement rectiligne et contient un maillage mobile de type triangulaire. Ce type de maillage permet de contrôler de façon rigoureuse l'épaisseur des mailles dans des endroits précis (au voisinage des parois par exemple, où l'étude de couche limite est importante), donc on a besoin de ce type de maillage. Le seul problème que l'on rencontre dans ce type de maillage par rapport au maillage non structuré est l'augmentation du nombre de mailles lors de son raffinement dans les zones sensibles à étudier. Ce ci augmente le temps de calcul.

En outre, le raffinement du maillage est un bon moyen pour diminuer la perte de particules. En effet, cela diminue l'accumulation d'erreurs lors du lâcher des particules et par conséquent permet de mieux décrire les trajectoires [2]. Néanmoins, le raffinement du maillage implique une augmentation considérable du nombre d'équations à résoudre, à la fois pour l'étape de résolution des équations pour la modélisation et pour celle de post-traitement. Dans ce contexte, on s'est basé sur cette technique pour traiter les zones proches paroi (la couche limite) dans toutes les configurations.

### 3.2.2. Traitement près des parois

Dans le code de calcul FLUENT, il existe deux approches pour modéliser l'écoulement près des parois (Figure 3.3), la première se base sur des formules semi empiriques dites fonctions de paroi pour lier la couche complètement turbulente et la paroi sans tenir compte les autres couches, la seconde consiste à raffiner le maillage de telle sorte que la distance entre le premier nœud et la paroi soit inférieure à l'épaisseur de la couche visqueuse.



**Fig. 3.3** Traitement près des parois dans le "FLUENT" [1]

### 3.2.3. Discrétisations des équations de transport

Nous avons présenté, dans le chapitre précédent, la formulation du système d'équations de Navier-Stokes qui sera retenu dans toute cette étude, avec notamment les particularités relatives au mouvement du domaine de calcul. Dans cette section nous allons exposer les méthodes numériques implémentées dans le code pour résoudre le problème ainsi formulé.

Les équations de transport des grandeurs caractéristiques de l'écoulement peuvent se résumer à une expression commune qui peut être schématisée sous la forme différentielle suivante, pour la grandeur scalaire  $\phi$  :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \phi) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right) + S_\phi \quad (3.1)$$

$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)$  : Terme temporel

$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i \phi)$  : Terme de convection

$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)$  : Terme de diffusion

$S_\phi$  : Terme source de  $\phi$  par unité de volume

### 3.2.3.1. Intégration des équations de transport

FLUENT est un logiciel utilisant la méthode des volumes finis, qui consiste à intégrer les équations de transport (Eq. 3.1) sur des volumes entourant chaque point du maillage. La méthode des volumes finis a été décrite pour la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar [3]. Cette méthode, possède des qualités qui font d'elle l'une des plus adaptées à l'étude des écoulements turbulents. En effet, celle-ci est très robuste et permet de traiter des équations comportant des termes sources complexes et non-linéaires. De plus, elle a l'avantage de satisfaire la conservation de masse sur chaque volume de contrôle. Elle peut s'accommoder à n'importe quel type de maillage (structuré, structuré par blocs ou non structuré), même pour les géométries complexes. Ces critères ont donné à cette méthode, une stabilité numérique et une convergence plus efficace. Enfin, l'approche par volumes finis est la plus simple à comprendre et à utiliser par les ingénieurs.

Pour la méthode de volumes finis, le volume de contrôle hachuré est présenté sur la Figure 3.4. Pour un nœud principal  $P$ , les points  $E$  et  $W$  ( $E = \text{Est}$ ,  $W = \text{Ouest}$ ) sont les voisins de  $P$  dans la direction  $X$ , tandis que  $N$  et  $S$  ( $N = \text{Nord}$ ,  $S = \text{Sud}$ ) sont ceux de la direction  $Y$  en 2D et en ajoutant  $B$  et  $T$  ( $B = \text{Bas}$ ,  $T = \text{Top (haut)}$ ) pour la troisième direction  $Z$ .

Une cellule contenant le nœud  $P$  présentée par les lignes discontinues a maintenant quatre nœuds voisins identifiés comme ouest, est, sud, nord, bas et haut ( $W, E, S, N$ ) en 2D et six nœuds voisins entourant ( $W, E, S, N, B, T$ ) celle-ci en 3D. Comme précédemment, la notation  $w, e, s, n, b$  et  $t$  est utilisée pour se référer aux faces de la cellule se trouvant à l'ouest, est, sud, nord, bas et haut respectivement.

L'équation (3.1) est intégrée sur un volume de contrôle  $dV$  et sa forme intégrale devient alors:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V (\rho\phi) dV + \oint_f \rho\phi \vec{U} \cdot \vec{n} dA = \oint_f \Gamma_\phi \rho \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{n} dA + \iiint_V S_\phi dV \quad (3.2)$$

Où ;

$\rho$  : Densité du fluide,

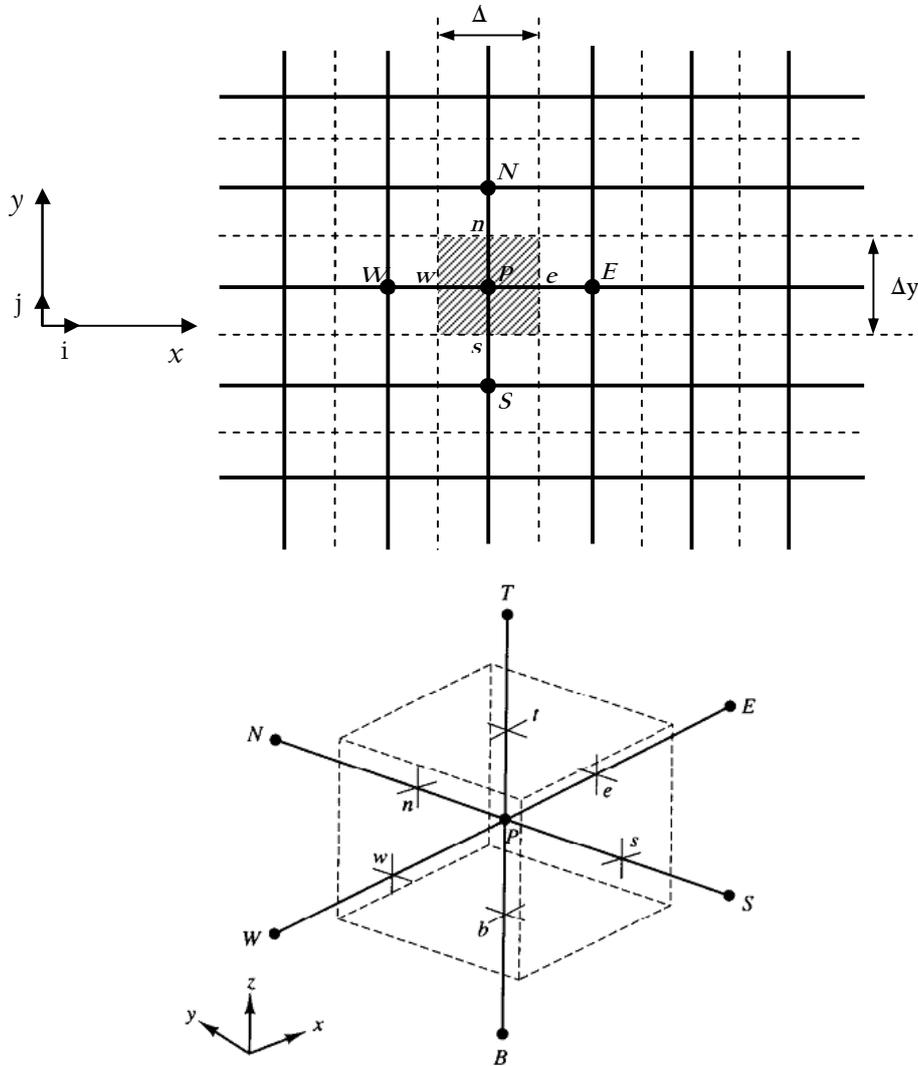
$\vec{U}$  : Vecteur de vitesse instantanée,

$\vec{dA}$  : Vecteur de surface ( $\vec{dA} = \vec{n} dA$ ),

$\Gamma_\phi$  : Coefficient de diffusion de  $\phi$ ,

$\vec{\nabla}\phi$  : Gradient de  $\phi$ ,  
 $S_\phi$  : Source de  $\phi$  par unité de volume.

L'équation 3.2 s'écrit dans le régime stationnaire comme suit :



**Fig. 3.4** Volume de contrôle des configurations en 2D et 3D pour la résolution en volumes finis

$$\oiint_f \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} \, dA = \oiint_f \Gamma_\phi \rho \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{n} \, dA + \iiint_V S_\phi \, dV \quad (3.3)$$

En utilisant le théorème de Green Ostrogradski, les intégrales sur le volume de contrôle peuvent être réécrites sous forme d'intégrale sur la surface enveloppant le volume, et les deux termes, à gauche et à droite de l'équation (3.1), par exemple le premier terme s'écrit comme suit :

$$\iiint_V \vec{\nabla} \cdot (\rho \phi \vec{U}) dV = \iint_f \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} dA \quad (3.4)$$

Après intégration, l'équation (3.2) donne :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V_{cellule} + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{U}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \vec{\nabla} \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi V_{cellule} \quad (3.5)$$

Où

$N_{faces}$  : Nombre de faces de la cellule.

$\phi_f$  : Variable de  $\phi$  évaluée à la face  $f$ .

$\rho_f \vec{U}_f \cdot \vec{A}_f$  : Débit massique à travers la face  $f$ .

$\vec{A}_f$  : Surface de la face  $f$ .

$\vec{\nabla} \phi_f$  : Grandeur de  $\vec{\nabla} \phi$  normale à la surface  $f$ .

$V_{cellule}$  : volume de la cellule.

Et en régime stationnaire elle s'écrit comme suit:

$$\underbrace{\sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{U}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f}_{TC} = \underbrace{\sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \vec{\nabla} \phi_f \cdot \vec{A}_f}_{TD} + \underbrace{S_\phi V_{cellule}}_{TS} \quad (3.6)$$

$TC$  : Termes convectifs

$TD$  : Termes diffusifs

$TS$  : Termes sources

### 3.2.4. Discrétisation spatiale

Par défaut, FLUENT stocke les variables scalaires discrétisées  $\phi$  aux centres de cellules. Cependant, les valeurs de  $\phi_f$  des faces sont exigées pour les termes de convection dans l'équation 3.5, et doivent être interpolées par les valeurs des centres des cellules. Ces interpolations peuvent être effectuées suivant un schéma de type "amont" de deuxième ordre (Upwind en anglais), qui sera présenté et expliqué ci-après.

### 3.2.4.1. Historique et choix du Schéma numérique de capture de choc

Pour éviter l'instabilité numérique au niveau des chocs et mieux capter ceux-ci, de nouveaux schémas utilisant une différenciation en amont (Schéma Upwind), basés sur les caractéristiques du système d'équations à résoudre, ont été développés. Ces schémas sont naturellement dissipatifs, bénéficiant ainsi d'un mécanisme implicite pour stabiliser la solution et sans l'addition de la viscosité artificielle. Ils ont à l'origine le schéma CIR proposé par R. Courant et al. [4].

La première catégorie de ces schémas est appelée Division du Vecteur des Flux (FVS "Flux Vector Splitting"). Elle englobe les schémas proposés par Steger et Warming [5] et Van Leer [6]. Cette méthode consiste à diviser le flux en un point de l'écoulement en deux composantes différenciées en amont suivant les signes des valeurs propres. Elle a l'avantage suivant [7]: Les formulations sont relativement simples et la division des flux est facile à linéariser pour être utilisée dans les schémas implicites.

Une forme non-conservative des schémas FVS a été proposée par Chakravarthy et al. [8] et utilisée par Moretti dans son schéma  $\lambda$  [9]. Ces schémas sont appelés Division des Coefficients de la Matrice (CSM "Split Coefficient Matrix"). N'étant pas conservatifs, ils sont incapables de résoudre les chocs.

La deuxième catégorie de schéma en amont est basée sur la résolution d'un problème de Riemann à chaque interface de deux cellules adjacentes. Cette catégorie est appelée Division de la Différence des Flux (FDS "Flux Difference Splitting") et elle consiste à diviser la différence des flux à l'interface suivant les signes des valeurs propres calculées à cette interface. Les schémas de cette catégorie sont aussi appelés les solveurs de Riemann.

Ces schémas ont été développés suite à une méthode originale proposée par Godunov [10] où il propose un schéma permettant la résolution exacte, à chaque interface, d'un problème unidimensionnel de Riemann. Ce schéma est, cependant, très coûteux. Pour réduire le temps de calcul, Osher et Solomon [11] ont suggéré de résoudre le problème de Riemann de façon approximative. Dans le même but, Roe [12,13], en linéarisant le problème de Riemann, a développé le premier schéma FDS où les flux sont évalués en utilisant la solution exacte d'un problème linéarisée.

L'inconvénient de ce schéma est qu'il peut admettre, comme solutions non-physiques, les ondes d'expansion. Pour éviter ce problème une correction d'entropie a été proposée par Harten [14]. Cette correction a fait du schéma de Roe le schéma le plus utilisé car il offre l'avantage de mieux capter les chocs et les discontinuités de contact et d'être le moins coûteux. Un autre schéma FDS, satisfaisant la condition d'entropie, a été développé par Engquist et Osher [15] mais l'exploitation de ce dernier est plus coûteuse.

Les schémas utilisant une différenciation en amont sont précis à l'ordre de un dans l'espace. Afin d'améliorer leur précision, plusieurs extensions à des ordres de précision supérieurs ont été proposées. Parmi celles-ci, on retrouve le schéma FCT ("Flux Corrected Transport") introduit par Boris et Book [16], l'algorithme MUSCL ("Monotonic Upwind Schemes for Conservation Laws") proposé par Van Leer [17, 18] et les schémas TVD ("Total Variation Diminishing") formulés par Harten [14,19] et Chkavarthy et Osher [20]. Pour prévenir les oscillations numériques qui peuvent survenir aux voisinages des discontinuités

(ondes de chocs), et assurer ainsi la stabilité des schémas d'ordre supérieurs de même que la monotonie de la solution, des limiteurs [21,22] sont souvent utilisés. La construction de tels schémas est difficile et leur application en deux et en trois dimensions est problématique.

Dans les problèmes unidimensionnels, l'information se propage selon une seule direction et la division du flux est évidente. En deux et en trois dimensions, la détermination de la direction de propagation de l'information est difficile. L'extension des solveurs FDS, les plus utilisés, au calcul des écoulements bidimensionnels a été toujours faite en résolvant une série de problèmes de Riemann unidimensionnels où les flux sont évalués suivant la direction normale à l'interface [23,24]. Pour tenir compte de la vraie direction de propagation de l'information, Davis [25] et Dadone et Grossman [26] proposèrent des schémas tournés ("Rotated Upwind Schemes") qui consistaient à évaluer les flux selon la direction normale à la direction du choc qu'ils déterminèrent à priori. De cette façon les chocs sont mieux résolus et leurs positions mieux prédites.

Dans le même ordre d'idée, Roe [27], dans le but de développer des schémas multidimensionnels, a proposé des modèles d'ondes qui consistaient à décomposer, localement, le gradient de la solution en ondes acoustiques, d'entropie et de cisaillement afin de calculer la force, l'orientation et la vitesse de ces dernières. Ce schéma est utilisé, récemment, pour la résolution exacte des ondes de choc et des discontinuités de contact [28].

Concernant les schémas en amont, en comparant certains solveurs de Riemann, Hanel [29] a montré qu'en les appliquant au calcul des écoulements visqueux compressibles, la précision de ces schémas dépend essentiellement des différentes formulations des solveurs et de la façon dont les flux d'ordres supérieurs sont construits, c'est-à-dire du limiteur de flux et de la discrétisation. Une autre comparaison des schémas en amont a été faite par Van Leer et al [30]. Cette dernière comparaison a montré que les FVS sont plus dissipatifs que les schémas FDS. Les effets des Limiteurs de flux dans les régions visqueuses ont été étudiés par Hanel et al. [31] où ils ont montré la nécessité de réduire l'influence des limiteurs dans ces régions.

Donc, l'approche numérique du code CFD-FLUENT est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis. Le champ d'écoulement est subdivisé en petits volumes de contrôle. Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume en prenant en compte les flux des variables à travers chaque face du volume de contrôle. Chaque variable est calculée au centre de chaque cellule et supposée constante dans tout le volume de contrôle.

Le calcul des flux convectifs et diffusifs ainsi que la turbulence, est basé sur le schéma décentré amont (Upwind) de second ordre avec le flux de Roe-FDS ("flux difference splitting"), inconditionnellement stable, moins dissipatif au voisinage de la couche limite, associé au limiteur Minmod basé sur le calcul de la pente minimale des gradients associés aux grandeurs physiques de l'écoulement prises sur les faces du volume de contrôle. Ce schéma est capable de capturer les discontinuités présentes dans un écoulement supersonique, sans créer d'oscillations au voisinage de celles-ci.

Quand le schéma amont de second ordre est utilisé, la valeur du flux sur la face  $\phi_f$  est calculée en utilisant l'expression suivante:

$$\phi_f = \phi + \vec{\nabla} \phi \cdot \vec{\Delta s} \quad (3.7)$$

$\phi$  et  $\vec{\nabla}\phi$  sont respectivement, la valeur dans le centre de la cellule, son gradient évalué dans la cellule amont et  $\vec{\Delta s}$  est le vecteur de déplacement entre le centre de la cellule amont et sa face. Cette formulation (3.7) nécessite la détermination du gradient  $\vec{\nabla}\phi$  dans chaque cellule.

Les gradients sont nécessaires, non seulement pour la construction de valeurs d'un scalaire sur les faces de la cellule, mais aussi pour calculer les termes de diffusion secondaires et les dérivés de vitesse. Le gradient  $\vec{\nabla}\phi$  d'une variable donnée  $\phi$  est utilisé pour discrétiser les termes de convection et de diffusion dans les équations de conservation de flux.

Lorsque le théorème de Green-Gauss est utilisé pour calculer le gradient  $\vec{\nabla}\phi$  du scalaire  $\phi$  au centre de la cellule, la forme discrète suivante est écrite comme suit:

$$\vec{\nabla}\phi = \frac{1}{V} \sum_1^{n \text{ faces}} \phi_f \vec{A}_f \quad (3.8)$$

Où;  $V$  et  $\vec{A}_f$  désignent respectivement le volume d'une cellule et l'aire d'une face.

### 3.2.5. Forme linéarisée de l'équation discrète

L'équation de transport scalaire discrétisée (Éq. 3.3) contient les variables inconnues de la quantité scalaire  $\phi$  dans les centres des cellules aussi bien que les valeurs inconnues en cellules voisines environnantes. Cette équation, en général, sera non-linéaire. En régime permanent la forme linéaire de l'équation (3.3) discrètes est la suivante :

$$a_p \phi = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (3.9)$$

Où: l'indice  $nb$  désigne les cellules voisines, et  $a_p$  et  $a_{nb}$  sont les coefficients linéarisés de  $\phi$  et  $\phi_{nb}$  respectivement.  $b$  représente la contribution de la partie constante du terme source  $S_\phi$ .

$\phi$  est la valeur d'une variable scalaire au centre de la cellule.

Le nombre de cellules voisines dépend de la topologie du maillage, il est généralement égale au nombre de faces entourant la cellule (en 3D, 6 cellules voisines pour un maillage hexaédrique).

### 3.2.6. Discrétisation temporelle

Dans cette étude, nous avons utilisé des schémas d'intégration temporelle explicites et implicites.

### 3.2.6.1. Discrétisation explicite

Pour une distribution spatiale donnée, le pas du temps  $\Delta t$  est simplement choisi de façon à ce que la vitesse d'onde numérique soit plus grande que celle d'onde physique.

Naturellement, dès qu'on travaille sur une équation vectorielle non-linéaire, nous devons prendre en compte la vitesse d'onde la plus rapide et se donner, via le critère CFL, une condition plus restrictive. Dans l'approche volumes finis retenue, la condition CFL doit traduire plus concrètement le fait que le pas du temps doit être choisi suffisamment petit, pour une répartition spatiale donnée des volumes de contrôle, pour que les ondes issues de chaque interface ne puissent atteindre les interfaces voisines.

La condition de stabilité permet de pondérer cette estimation du facteur CFL (globalement compris entre 0.4 et 0.8) qui est choisi égale à environ 0.5 dans nos simulations.

### 3.2.6.2. Discrétisation implicite

Dans Fluent, des algorithmes d'intégration en temps implicite par résolution itérative (Gauss Seidel ou Jacobi) sont également disponibles. Ces techniques, bien que nécessitant davantage d'opérations arithmétiques à chaque pas de temps, autorisent des nombres de CFL plus grands. Cela permet, dans la plupart des situations, d'accéder beaucoup plus rapidement à la solution convergée.

## 3.2.7. Résolution numérique

### 3.2.7.1. Type de la formulation des solveurs

ANSYS FLUENT offre deux méthodes de résolution des problèmes:

- Le solveur "pressure-based",
- Le solveur "density-based".

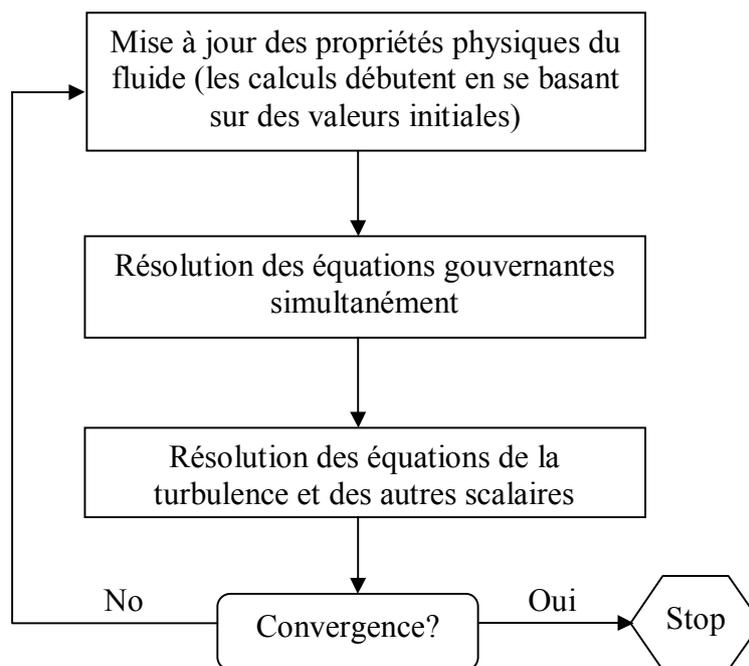
Initialement, l'approche "pressure-based" a été développée pour les fluides incompressibles à faible vitesse tandis que l'approche "density-based" est orientée davantage vers les fluides compressibles à haute vitesse. Le logiciel permet tout de même l'utilisation de l'une ou l'autre des méthodes pour un grand nombre de types et de vitesses de fluides. Dans les deux cas, le champ de vitesses est obtenu à partir des équations de mouvement. Dans l'approche "density-based", l'équation de continuité est utilisée pour obtenir le champ de densité tandis que le champ de pression est déterminé à partir de l'équation d'état. Quel que soit le choix de la méthode, FLUENT résout les équations qui gouvernent la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, ainsi que d'autres scalaires tels que la turbulence (l'énergie cinétique turbulente, la dissipation turbulente..., etc.).

### 3.2.7.1.1. Solveur "Density-based"

Le solveur "density-based" résout les équations qui gouvernent la continuité, la quantité de mouvement ainsi que l'énergie de façon simultanée (ou couplée). Les équations qui gouvernent les autres scalaires sont résolues par la suite de manière séquentielle, c'est à dire distinctes les unes des autres (voir la Figure 3.5).

Ces équations étant non-linéaires et couplées, plusieurs itérations de la boucle solution doivent être effectuées avant qu'une solution convergée ne soit obtenue (voir la Figure 3.5). Avec ce solveur "density-based", deux méthodes sont disponibles pour résoudre le système d'équations couplées: la formulation couplée explicite et la formulation couplée implicite. Les équations discrètes non-linéaires sont linéarisées afin d'obtenir un système d'équations pour les variables dépendantes dans chacune des cellules de calcul. Le système linéaire obtenu est alors résolu pour créer une mise à jour de la solution du champ de fluide.

La manière dont les équations qui gouvernent sont linéarisées peut prendre une forme "implicite" ou "explicite" à l'égard de la variable dépendante ou d'un ensemble de variables d'intérêt.



**Fig. 3.5:** Vue d'ensemble de la méthode de résolution couplée "density-based". [1]

- Méthode implicite : pour une variable donnée, la valeur inconnue dans chaque cellule est calculée en utilisant une relation incluant à la fois les valeurs existantes et inconnues des cellules voisines. Par conséquent, chaque inconnue apparaît dans plus d'une équation dans le système, et ces équations doivent être résolues simultanément afin de donner les quantités inconnues.

- Méthode explicite : pour une variable donnée, la valeur inconnue dans chaque cellule est calculée en utilisant une relation incluant uniquement les valeurs existantes. Par conséquent, chaque inconnue apparaît uniquement dans une seule équation du système et les équations pour la valeur inconnue de chaque cellule peuvent être résolues une à la fois afin de donner les quantités inconnues.

Dans la méthode de résolution couplée "density-based", FLUENT offre le choix d'utiliser une linéarisation implicite ou explicite des équations. Ce choix s'applique uniquement à l'ensemble couplé des équations qui gouvernent le problème à résoudre. Les équations de transport pour les scalaires supplémentaires sont résolues distinctement de l'ensemble couplé (comme la turbulence) et sont linéarisées puis résolues de manière implicite.

Dans le cas où c'est la méthode implicite du solveur "density-based" qui est choisie, chaque équation de l'ensemble couplé d'équations qui gouvernent est linéarisée implicitement tout en respectant toutes les variables dépendantes de l'ensemble. Il en résulte alors un système d'équations linéaires de N équations pour chaque cellule dans le domaine, où N est le nombre d'équations couplées dans l'ensemble. Comme il y a N équations par cellule, ce système est parfois appelé un système d'équations en "bloc". En ce qui concerne le choix du solveur "density-based" explicite, qui est aussi choisi lors de l'étude de la deuxième partie du quatrième chapitre ("interaction onde de choc/couche limite turbulente"), chaque équation de l'ensemble couplé d'équations qui gouvernent est linéarisée explicitement. Tout comme dans l'option implicite, il en résulte un système de N équations pour chaque cellule dans le domaine et toutes les variables dépendantes dans l'ensemble seront mises à jour tous à la fois.

Paramètres	Choix
Type de simulation	2D et 3D, Stationnaire
Solveur	Double précision, Density -based
Formulation	Implicite
Discretisation temporelle	2 <sup>ème</sup> ordre
Modèles de turbulence	Modèles $k-\varepsilon$ et $k-\omega$ SST
Schéma de type de flux (schéma de différentiation)	Roe-FDS (flux difference splitting)
Flux	Upwind 2 <sup>ème</sup> ordre
Énergie cinétique turbulent	Upwind 2 <sup>ème</sup> ordre
Taux de dissipation Spécifique (pour $k-\omega$ SST)	Upwind 2 <sup>ème</sup> ordre
Taux de dissipation turbulente (pour $k-\varepsilon$ )	Upwind 2 <sup>ème</sup> ordre
CFL	Varie de chaque partie
<i>Conditions aux limites:</i>	
Entrée	Pressure far-field
Sortie	Pressure-outlet
Paroi supérieure	Condition de non glissement
Paroi inférieure	Condition de non glissement
Paroi du dièdre	Condition de non glissement

Tableau 3.1 : Paramètres relatifs utilisés lors de notre étude.

En résumé, une approche couplée implicite résout toutes les variables ( $p, u, v, w, T$ ) de toutes les cellules en même temps, alors qu'une approche explicite résout toutes les variables ( $p, u, v, w, T$ ) d'une cellule à la fois.

L'ensemble des paramètres relatifs au solveur sont réunis sur le tableau 3.1:

### 3.2.7.2. Résolution de système d'équations linéaires

Nous avons décrit auparavant les méthodes de discrétisation des équations qui gouvernent l'écoulement laminaire ou turbulent. Ces équations peuvent se mettre pour la variable  $\phi$  en chaque volume de contrôle élémentaire, sous la forme suivante:

$$a_p \phi_{i,j} = a_E \phi_{i+1,j} + a_W \phi_{i-1,j} + a_N \phi_{i,j+1} + a_S \phi_{i,j-1} + b \quad (3.10)$$

Ce processus conduit à un système d'équations algébriques linéaires qui doit être résolu. La complexité et la dimension de l'ensemble d'équations dépendent du dimensionnement du problème, du nombre de nœuds de la grille et de la méthode de discrétisation. Il y a deux méthodes pour la résolution des équations algébriques linéaires : les méthodes directes et les méthodes indirectes ou itératives. Les exemples simples des méthodes directes sont la règle de Cramer par inversion de la matrice et la méthode de Gauss. Les méthodes itératives sont basées sur une application répétée d'un algorithme relativement simple qui mène à la convergence éventuelle après un ou quelquefois un grand- nombre de répétitions. Les exemples les plus connus sont méthodes d'itération point par point, les méthodes de Jacobi et Gauss Seidel. Les méthodes itératives sont plus économiques que les méthodes directes.

FLUENT résout ce système linéaire par la méthode de Gauss-Seidel conjointement avec des méthodes à Multigrilles algébriques (*AMG*).

### 3.2.7.3. Critère de convergence

Si les équations de transport discrétisées (3.11) sont résolues exactement, les deux membres de ces équations seront certainement égaux. Cependant, puisque les équations associées sont non linéaires et couplées et exigent une solution itérative, un déséquilibre ou résidu peut exister entre les deux membres de l'équation discrétisée. Le résidu pour la variable  $\phi$  dans chaque volume de contrôle est défini comme suit:

$$R_\phi = a_p \phi_p - \sum_i a_i \phi_i - b \quad (3.11)$$

Si le calcul converge complètement la valeur de  $R_\phi$  tend vers zéro.

La convergence de la résolution itérative est contrôlée par l'évolution des résidus au cours des itérations ainsi que par l'évolution des valeurs individuelles de chaque variable.

La résolution numérique des problèmes de type CFD nécessite un processus itératif. Pour apprécier la convergence du processus itératif, des critères de convergence doivent être pris en compte. Ainsi, la convergence du processus itératif est déterminée par le concept de résidu.

Le résidu normalisé a alors pour expression :

$$R^\phi = \frac{\sum_{\text{Domaine}} |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p|}{\sum_{\text{Domaine}} |a_p \phi_p|} \quad (3.12)$$

Ces expressions des résidus sont valables pour toutes les grandeurs sauf la pression, dans le cas de cette grandeur, le résidu est déterminé à partir de l'équation de continuité suivante:

$$R^C = \sum_{\text{Domaine}} |\text{taux de création de matière dans le domaine}| \quad (3.13)$$

### 3.2.7.3.1. La méthode de sous-relaxation :

A cause de la non linéarité des équations résolues, il est possible, pour atténuer les fluctuations de la solution, de réduire les variations des variables d'une itération à une autre en introduisant une sous-relaxation. L'équation algébrique s'écrit comme suit:

$$A_p \phi_p = \sum A_N \phi_N + S_c \cdot \Delta V \quad (3.14)$$

$$\phi_p = \phi_p^0 + \left( \frac{\sum A_N \phi_N + S_c \cdot \Delta V}{A_p} - \phi_p^0 \right) \quad (3.15)$$

$\phi_p^0$ : est la valeur  $\phi_p$  à l'itération précédente.

Pour amplifier ou atténuer la variation  $\phi_p$ , on introduit un facteur de sous-relaxation  $\alpha$  tel que

( $0 < \alpha < 1$ ). On écrit alors:

$$\phi_p = \phi_p^0 + \alpha_\phi \left( \frac{\sum A_N \phi_N + S_c \cdot \Delta V}{A_p} - \phi_p^0 \right) \quad (3.16)$$

Pour éviter la divergence on peut commencer le calcul avec des facteurs de sous relaxations inférieurs à 0.5, puis les augmenter au fur et mesure que le calcul converge pour accélérer la convergence.

### 3.2.7.4. Stabilité numérique

La sous-relaxation est nécessaire pour assurer la convergence totale des calculs à une solution, parce que les équations sont fortement couplées et non linéaires. Quand les valeurs appropriées de sous-relaxation sont utilisées, de grandes variations des variables sont évitées. En outre, la sous-relaxation donne un moyen pour égaliser les taux de convergence des diverses équations couplées. Donc les deux principales sources d'instabilité dans la solution des équations sont ainsi commandées par la technique de sous-relaxation.

Rappelons ici que dans le code FLUENT la méthode de Gauss-Seidel est contrôlée par un coefficient de sous-relaxation  $\alpha$  :

$$\phi^{(k)} = \phi^{(k-1)} + \alpha \Delta\phi \quad (3.17)$$

où  $(k)$  représente l'avancement des itérations successives, et  $\Delta\phi$  la différence entre les résultats des deux itérations  $(k-1)$  et  $(k)$ .

Le code FLUENT offre les meilleures valeurs des facteurs de relaxation pour une large gamme d'écoulements et permet d'agir sur eux. Néanmoins, si on voit qu'au cours du calcul les résidus commencent à s'amplifier, il est préférable de réduire ces derniers. Par contre, si on observe une convergence très lente mais sûre là, on pourra les augmenter prudemment, surtout le facteur de relaxation lié à l'équation de continuité.

## 3.3. Conditions aux limites

Une des étapes de la résolution numérique des équations différentielles de Navier-Stokes est l'imposition des conditions aux limites. Compte tenu du fait que les problèmes à traiter présentent des écoulements subsoniques et supersoniques, l'analyse des conditions aux limites fait apparaître plusieurs types de frontières dépendant du régime de l'écoulement. Les types de frontières utilisées sont les suivantes: 'entrée subsonique', 'entrée supersonique', 'sortie subsonique', 'sortie supersonique', 'paroi solide' et 'condition de symétrie'.

L'imposition des conditions aux limites pour un système d'équations hyperboliques est disponible sur Fluent. Pour le système des équations présenté ci-dessus: quatre conditions doivent être imposées. On doit donc fournir des valeurs pour quatre variables. En termes de

conditions aux limites, deux types de frontières 'entrée' sont étudiés: 'entrée subsonique' et 'entrée supersonique'.

Pour l'entrée subsonique, trois conditions sur quatre sont imposées (l'angle d'entrée, la pression totale et la température totale) et on admet l'hypothèse d'une détente isentropique. Pour une frontière de type 'sortie subsonique', le rapport entre la pression statique à la sortie et la pression totale au réservoir est imposé.

Pour l'entrée supersonique, toutes les variables d'écoulement sont imposées. Aucune condition n'est imposée à la 'sortie supersonique'.

Sur les parois solides on impose un flux nul à travers la frontière.

En ce qui concerne le problème délicat des conditions de sortie subsonique, nous avons utilisé les conditions de non-réflexion.

Sur l'axe de symétrie, une condition de glissement est imposée, alors que sur la paroi, une condition d'adhérence est fixée.

### **3.4. Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons exposé la méthode numérique de résolution des équations de mouvement dans le but de capter la position de l'onde de choc générée dans un écoulement supersonique. Nous avons présenté les détails de la démarche de résolution du problème en utilisant le code de calcul FLUENT 6.3.

---

## Références du chapitre 3

- [1] FLUENT 12.0: Theory Guide. ANSYS, inc, 2009
- [2] M. Heniche, P. A. Tanguy "A New Element-by-Element Method for Trajectory Calculations with Tetrahedral Finite Element Meshes". International Journal for Numerical Methods in Engineering, 67(9), pp. 1290-1317, 2006.
- [3] S.V. Patankar "Numerical heat transfer and fluid flow". Hemisphere publishing corporation, États-Unis d'Amérique, 1980.
- [4] R. Courant, E. Isaacson et M. Reeves "On the Solution of Non-Linear Hyperbolic Differential Equations by Finite Differences". Comm. Pure and App. Math. Vol. 5, pp. 243-255, 1952.
- [5] J. L. Steger, R. F. Warming "Flux Vector Splitting of the Inviscid Gas Dynamic Equation with Application to Finite Difference Method". Journal of Computational Physics. Vol. 40, pp. 263-393, 1981.
- [6] B. Van LEER "Flux Vector Splitting of the Euler Equations". Lecture Notes in Physics. Vol. 170, pp. 507-512, 1952.
- [7] W. J. Coirier et B. Van Leer "Numerical Flux Formula for the Euler and Navier-Stokes Equations". II. Progress in Flux Vector Splitting. AIAA Paper 91-1566, 1991.
- [8] S. R. Chakravarthy, D. A. Anderson et M. D. Salas "The Split-Coefficient Matrix Method for Hyperbolic Systems of Gas Dynamics Equations". AIAA Paper 80-0268, 1980.
- [9] G. Moretti "The  $\lambda$ -Scheme "Comput. Fluids. Vol. 7, pp. 191-205, 1979.
- [10] S. K. Godunov "Finite-Difference Method for Numerical Computation of Discontinuous Solution of the Equations of Fluid Dynamics". Matema. Sbornik. Vol. 47, pp. 271-306, 1959.
- [11] S. Osher et F. Solomon "Upwind Difference Schemes for Hyperbolic Systems of Conservation Laws". Math. Comp. Vol. 30(158), pp. 339-374, 1982.
- [12] P. L. Roe "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors and Difference Scheme". Journal of Computational Physics. Vol. 43, pp. 357-372, 1981.
- [13] P. L. Roe "Characteristic-Based Schemes for the Euler Equations". Ann. Rev. of Fluid Mech. Vol. 18, pp. 337-365, 1986.
- [14] A. Harten "High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws". Journal of Comp. Phys. Vol. 49, pp. 357-393, 1983.
- [15] B. Engquist et S. Osher "Stable and Entropy Satisfying Approximation for Transonic Flow Calculations". Journal of App. Math. And Comp. Vol. 34, pp. 45-74, 1980.
- [16] J. P. Boris et D. L. Book "Flux Corrected Transport: I. SHASTA. A Fluid Transport Algorithm that Works". Journal of Comp. Phys. Vol. 11, pp. 38-69, 1973.

- 
- [17] B. Van Leer "Towards the Ultimate Conservation Difference Scheme: II. Monotonic and Conservation Combined in a Second Order Scheme". *Journal of Comp. Phys.* Vol. 14, pp. 361-370, 1974.
- [18] B. Van Leer "Towards the Ultimate Conservation Difference Scheme: V. A Second Order Sequel to Godunov's Method". *Journal of computational physics* 32, 101-136, 1979.
- [19] A. Harten "On a Class of High Resolution Total Variation Stable Finite Difference Schemes". *SIAM Journal of Num. Anal.* Vol. 21, pp. 1-2, 1984.
- [20] S. Shakravarthy, S. Osher "A New Class of High Accuracy TVD Schemes for Hyperbolic Conservation Laws". *AIAA*, pp. 85-0363, 1985.
- [21] P. K. Sweby "High Resolution Schemes Using Flux Limiters for Hyperbolic Conservation Laws". *SIAM Journal of Sum. Anal.* Vol. 21, pp. 995-1011, 1984.
- [22] W. K. Anderson, J. L. Thomas et B. Van Leer "A Comparison of Finite Volume Flux Vector Split tings for the Euler Equations". *AIAA Journal*. Vol. 24(9), pp. 1453-1460, 1986.
- [23] J.-Y. Trepanier, H. Zhang, M. Reggio et M. Paraschivoiu "Periodic Euler and Navier-Stokes Solutions about Oscillating Airfoils". *CASI Journal*. Vol. 38(2), pp. 71-75, 1992.
- [24] C. C. L. SELLS "Solution of the Euler Equations for Transonic Flow past Lifting Airfoil". *Royal Aircraft Establishment*. TR 80065, 1980.
- [25] F. S. Davis "A Rotationally Based Upwind Difference Scheme for the Euler Equations. *Journal of Comp. Phys.* Vol. 56, pp. 65-92, 1984.
- [26] A. Dadone, B. Grossman "Characteristic Based Rotated Upwind Scheme for the Euler Equations". *AIAA Journal*. 30(9), pp. 2219-2226, 1992.
- [27] P. L. Roe "Discrete Models for the Numerical Analysis of Time-Dependent Multidimensional Gas Dynamics". *Journal of Comp. Phys.* Vol. 63, pp. 456-476, 1986.
- [28] M. Paraschivoiu "Une Méthode Adaptative pour la résolution Exacte des Ondes de Choc et des Discontinuités de Contact. *Mémoire de Maitrise*. École Polytechnique de Montréal. 1993.
- [29] D. Hanel "Computation of Compressible Viscous Flows". *AGARD-R-764*, Janvier 1990.
- [30] B. Van Leer, J. L. Thomas, P.L. Roe et R. W. Newsome "A Comparison of Numerical Flux Formulas for the Euler and Navier-Stokes Equations". *AIAA* pp. 87-1104, (1987).
- [31] D. HANEL, R. SCHWANE et G. SEIDER "On the Accuracy of Upwind Schemes for the Solution of Navier-Stokes Equations". *AIAA* pp. 87-1105, 1987.
-

# Chapitre

# 4

## *Interaction onde de choc-couche limite sur une plaque plane*

### Sommaire

---

4.1	Introduction.....	54
4.2	Phénomène de décollement de couche limite .....	54
4.2.1	Description de phénomène de décollement .....	55
4.2.2	Description des interactions onde de choc-couche limite.....	56
4.2.2.1	Introduction .....	56
4.2.2.2	Interaction sans décollement .....	57
4.2.2.3	Interaction avec décollement .....	59
4.2.3	Ondes de choc/couches limites: la confrontation .....	60
4.2.3.1	SBLI de base dans d'écoulements bidimensionnels .....	60
4.2.4	Revue bibliographique sur les interactions laminares et turbulentes.....	62
4.2.4.1	Les interactions laminares .....	62
4.2.4.1.1	Angle de décollement naissant.....	67
4.2.4.2	Les Interactions turbulentes.....	68
4.2.5	La théorie de l'interaction libre (TIL).....	70
4.2.5.1	Hypothèse et développements théoriques.....	70
4.2.5.2	Principe de la TIL.....	72
4.2.6	Similarité entre l'interaction choc incident (IOSTBLI) et choc induit par une rampe de compression (CR) /couche limite turbulente.....	73
4.3	Étude numérique de l'interaction choc/couche limite laminaire supersonique.....	75
4.3.1	Géométrie et conditions de simulation numérique.....	75
4.3.2	Hypothèses simplificatrices.....	76
4.3.3	Résultats et discussion de la première partie.....	77
4.3.4	Conclusion.....	82
4.4	Étude numérique de l'interaction choc/couche limite turbulente supersonique.....	83
4.4.1	Géométrie et maillage.....	83
4.4.2	Méthode numérique et maillage.....	83
4.4.3	Traitement de la paroi.....	84
4.4.4	Résultats et discussion de la deuxième partie.....	86
4.4.4.1	Propriétés d'écoulements moyens.....	86
4.4.4.2	Propriétés de l'écoulement turbulent.....	93
4.5	Conclusion.....	94
4.6	Référence.....	95

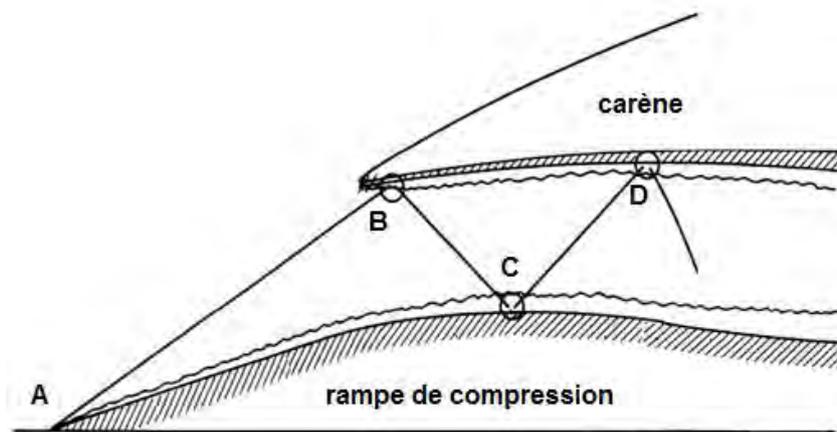
---

## 4.1. Introduction

Les écoulements supersoniques sont presque toujours traversés par des ondes de choc provoquées, soit par un changement de pente d'une paroi, soit par une contre pression, obligeant la vitesse à redevenir subsonique. Quand ces ondes entrent en contact avec des surfaces sur lesquelles se développe une couche limite, il se produit un phénomène complexe d'interaction ayant pour conséquence un accroissement des effets dissipatifs en raison de l'action du gradient de pression adverse intense auquel la couche limite est soumise. Il s'ensuit une altération de sa distribution de vitesse, jusqu'à la formation fréquente d'un décollement.

Les phénomènes d'interactions onde de choc/couche limite sont susceptibles d'influencer la structure générale de l'écoulement. L'exemple rencontré dans ce cas d'interaction, est l'écoulement dans une prise d'air supersonique à compression interne (voir Figure 4.1). Ici, le choc oblique créé par une rampe de compression se réfléchit une première fois en B, côté carène, puis une seconde fois en C sur la paroi interne faisant face, de manière à assurer la continuité de la direction du vecteur de vitesse. Le saut de pression résultant, s'il est trop important, fait décoller la couche limite à l'intérieur de la prise d'air, d'où la formation d'un bulbe dont la structure sera examinée en détail plus loin.

La performance d'une prise d'air est mesurée par son efficacité qui est le rapport entre la pression génératrice de l'écoulement amont captée et la pression génératrice (moyenne) dans le plan d'entrée du réacteur. Les décollements sont susceptibles de bien diminuer l'efficacité d'une prise d'air, entraînant de ce fait des pertes de poussée importantes du groupe propulseur. De plus, l'élévation du niveau des fluctuations turbulentes associée à un décollement est à l'origine de distorsions instationnaires capables d'éteindre le moteur ou bien d'amorcer un pompage de la prise d'air.



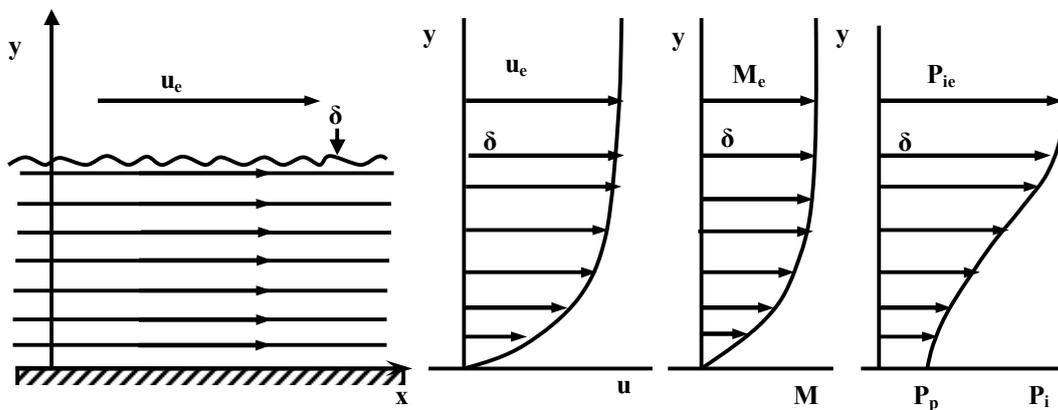
**Fig. 4.1** Interaction choc/couche limite dans une prise d'air supersonique [1]

## 4.2. Phénomène de décollement de couche limite

Le décollement est par essence un phénomène lié à la viscosité du fluide et par là même il prend son origine dans la couche limite : dans l'approximation du fluide non visqueux il n'y pas de décollement "naturel", c'est-à-dire pour représenter ce phénomène il faut introduire un artifice ad-hoc.

### 4.2.1. Description de phénomène de décollement

Une couche limite non décollée est une région de faible épaisseur  $\delta$  à travers laquelle la vitesse passe de la valeur extérieure  $u_e$  à la valeur zéro au niveau de la paroi ; le nombre de Mach variant de  $M_e$  à zéro (voir Figure 4.2). En dehors des zones de forte interaction, la pression statique est constante selon la normale à la paroi, la composante de vitesse normale  $V$  étant très petite. Ainsi, une couche limite peut être vue comme un écoulement quasi parallèle dont la pression génératrice change d'une ligne de courant à l'autre pour se décroître de  $P_i=P_{ie}$  sur la frontière  $\delta$  à  $P_i=P_p$  à la paroi ( $y=0$ ). On peut aussi parler d'écoulement rotationnel, l'entropie étant différente d'une ligne de courant à l'autre.

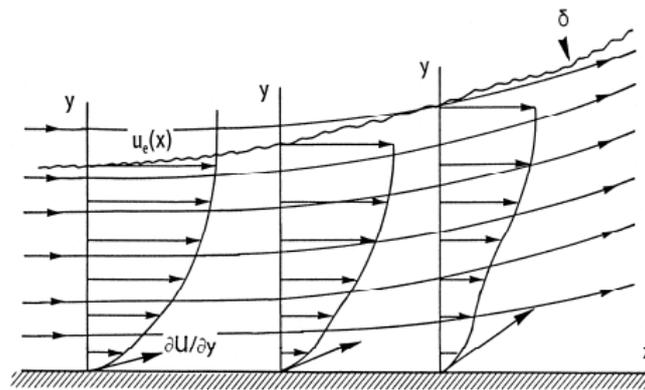


**Fig. 4.2** Structure d'un écoulement de couche limite [1]

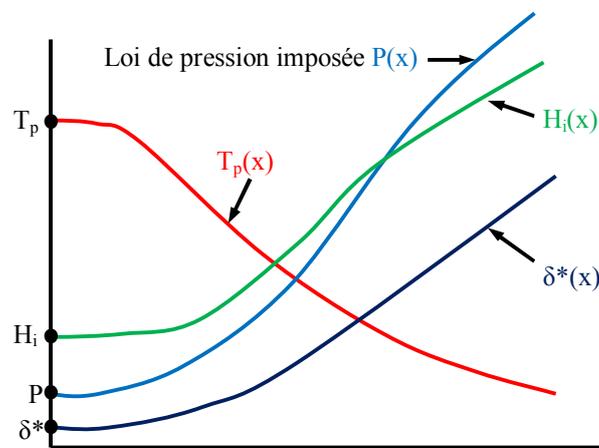
Quand une couche limite est soumise à l'action d'un gradient de pression  $dp/dx$  positif, dit "adverse" ou "antagoniste", c'est-à-dire quand l'écoulement général se ralentit, les évolutions suivantes sont observées :

- En raison de la croissance de la pression, la vitesse diminue avec une décélération plus forte au voisinage de la paroi où les niveaux de vitesse dans la couche limite sont les plus bas. En conséquence, le profil de vitesse se "vide", ce qui se traduit par une augmentation de son paramètre de forme incompressible  $H_i$  et de l'épaisseur de déplacement  $\delta^*$ . En effet, le déficit de débit massique dû à l'existence de la couche limite se trouve alors accru, d'autant plus que l'épaisseur  $\delta$  croît en même temps dans de fortes proportions. Ces comportements sont schématisés sur la Figure 4.3.
- En liaison avec la déformation des distributions de vitesse, il se produit à la paroi une diminution de la pente ( $\partial u/\partial y$ ) du profil de vitesse  $u(y)$  ( $u$  est la composante de vitesse selon la tangente locale au corps et  $y$  la distance depuis la paroi) ; d'où une décroissance du frottement pariétal puisque :

$$\tau_p = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_p \quad (4.1)$$



a) Organisation de l'écoulement



b) Evolutions de grandeurs caractéristiques

**Fig. 4.3** Comportement d'une couche limite soumise à une compression [1]

Le comportement d'une couche limite en présence d'un gradient de pression adverse peut se comprendre par un raisonnement de fluide non visqueux, c'est-à-dire en supposant que le ralentissement s'effectue isentropiquement sur chaque ligne de courant de la couche limite. Une telle hypothèse revient à supposer négligeable l'action des forces de viscosité au cours du processus. La viscosité n'intervient que par un effet d'histoire en créant la couche limite.

## 4.2.2. Description des interactions onde de choc-couche limite

### 4.2.2.1. Introduction

La perturbation d'une couche limite sous l'effet d'une onde de choc est d'une grande importance en aérodynamique. Ce phénomène se rencontre notamment au niveau des voilures des avions en vol supersonique et des prises d'air supersoniques (Figure 4.1). Ces interactions peuvent entraîner une perte d'efficacité dans les performances de vol, en particulier sur les gouvernes lorsque les décollements apparaissent de façon dissymétrique. De plus, la

température des parois peut être élevée du fait des éjections des gaz chauds, ce qui augmente la prédisposition des couches limites au décollement.

Les phénomènes d'interaction entre choc/couche limite turbulente ou choc/couche limite laminaire constituent un domaine assez mal connu de la mécanique des fluides appliquée jusqu'à maintenant, notamment en ce qui concerne l'évolution de la turbulence, l'effet du chauffage pariétal, ainsi que la structure instationnaire de la zone d'interaction dans le cas d'une couche limite laminaire avec onde de choc supersonique.

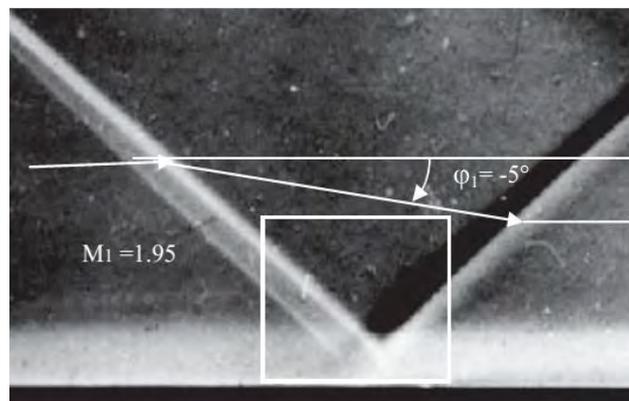
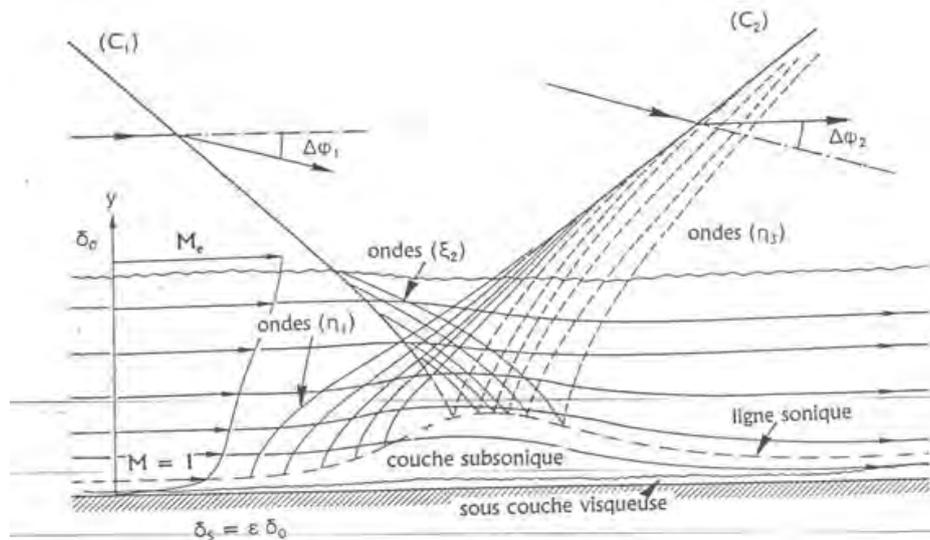
Le chauffage de la paroi crée des "bouffées" de température au sein de la couche limite. On peut se demander quel sera l'effet de ces "taches" d'entropie au passage du choc sur la structure de la turbulence. Enfin, le chauffage pariétal va déstabiliser la couche limite, ce qui pourrait la rendre plus apte au décollement sous l'effet d'une perturbation. L'exemple le plus courant, est l'interaction choc/couche limite laminaire ou turbulent sur une plaque plane. Beaucoup de travaux expérimentaux et numériques ont été effectués dans ce domaine.

#### 4.2.2.2. Interaction sans décollement

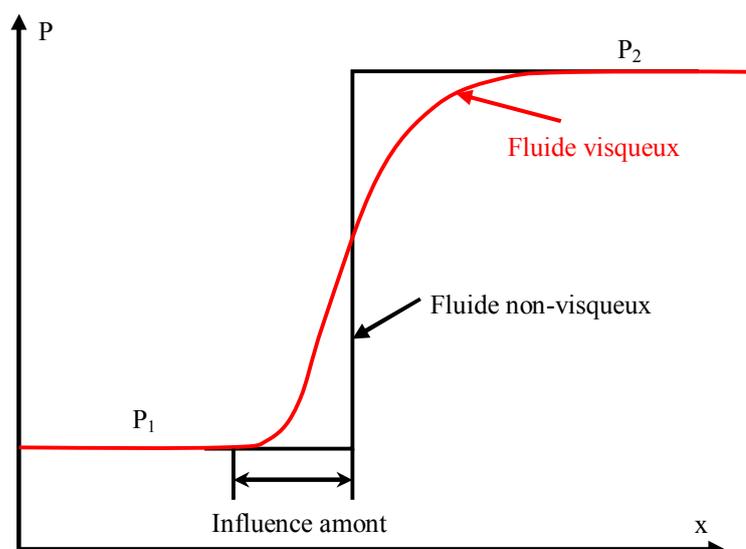
**Écoulement supersonique** : Considérons en premier lieu le cas d'un choc oblique ( $C_1$ ) réfléchi sur une paroi, supposée rectiligne pour simplification, le long de laquelle se développe une couche limite. Les phénomènes qui en résultent sont schématisés sur la Figure 4.4. Le choc incident ( $C_1$ ) pénètre depuis l'extérieur au sein de la couche limite. Au cours de cette propagation, les tensions de frottement résultant aussi bien de la viscosité laminaire que turbulente, sont presque sans effet sur la plus grande partie de l'épaisseur  $\delta$ . Ce comportement, démontré à la fois par l'expérience et la théorie, se conçoit si on réalise que le choc imprime à l'écoulement une décélération si rapide que les tensions de frottement deviennent temporairement négligeables devant les forces de pression et les termes d'inertie.

Ainsi, en première analyse, la pénétration d'un choc dans une couche limite peut être regardée comme un phénomène de fluide parfait. Une telle schématisation permet d'interpréter certaines tendances sans avoir à prendre en compte les effets visqueux. Toutefois, un modèle entièrement non visqueux conduit à des comportements non réalistes. En effet, les termes de viscosité doivent être pris en considération pour satisfaire la condition d'adhérence à la paroi. Cependant, en régime turbulent, la sous couche visqueuse, qui ne peut ainsi être négligée, est extrêmement mince, si bien que son effet peut être considéré comme étant du second ordre. Ne pas en tenir compte permet une bonne description -au moins qualitative- des traits les plus marquants de l'interaction.

Par un effet réciproque (voir la Figure 4.4), la dilatation de la zone subsonique résultant de ce ralentissement (théorème d'Hugoniot), induit dans la partie adjacente supersonique des ondes de compression contribuant à l'affaiblissement local du choc. En raison de ce mécanisme, le saut de pression que l'on observerait à la paroi en fluide parfait est remplacé par une évolution progressive depuis la valeur amont  $P_1$  jusqu'au niveau aval  $P_2$  (voir la Figure 4.5). D'où la notion de longueur d'interaction -ou encore de longueur d'influence amont- qui caractérise l'étalement plus ou moins grand de la compression.



**Fig.4.4** Schéma de l'interaction choc/couche limite sans décollement- a) Schlieren photographique d'une réflexion de choc à Mach 1,95 (document ONERA). b) J. Délyery [2].



**Fig. 4.5** Interaction choc-couche limite sans décollement. Répartition de pression à la paroi.

### 4.2.2.3. Interaction avec décollement [1]

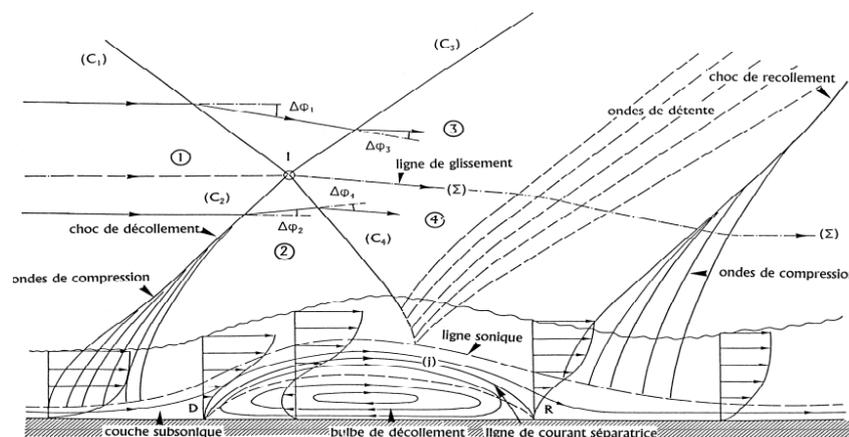
Quand le choc est assez intense pour faire décoller la couche limite, la situation devient beaucoup plus complexe et les phénomènes dissipatifs jouent désormais un rôle essentiel.

**Écoulement supersonique :** Le cas de la réflexion d'un choc oblique en écoulement supersonique est schématisé sur la Figure 4.6. La couche limite décolle en un point  $D$  situé bien en amont de l'impact théorique du choc incident en fluide non visqueux.

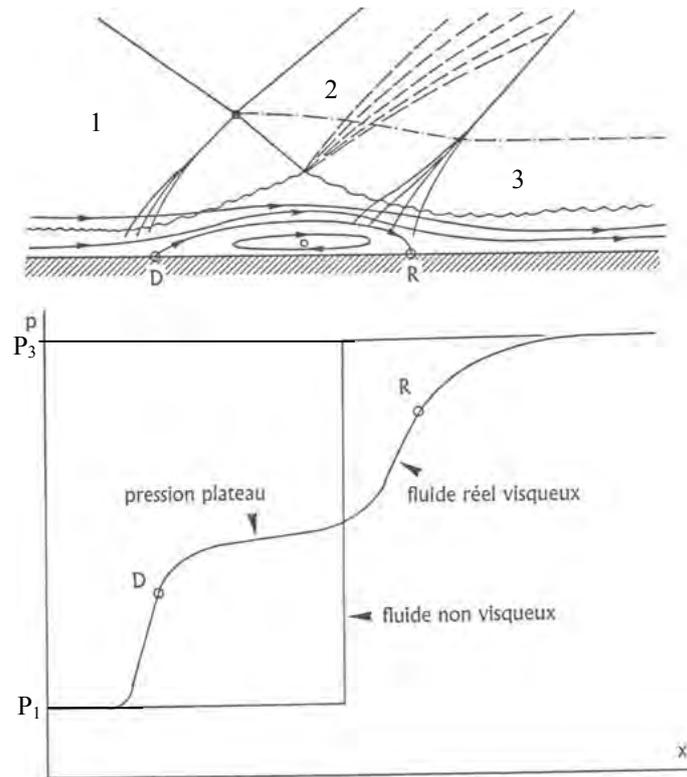
La compression liée au décollement induit dans la partie supersonique de l'écoulement des ondes se focalisant pour former le choc réfléchi ( $C_2$ ), selon un mécanisme analogue à celui décrit plus haut. Le choc ( $C_2$ ), qui naît bien en amont de l'impact théorique du choc incident ( $C_1$ ), intersecte ( $C_1$ ) en au point  $I$ . Après l'intersection, le choc ( $C_1$ ) pénètre dans la couche dissipative décollée, d'où il est réfléchi en un système d'ondes de détente ayant un effet de compensation assurant la continuité de la pression au niveau de la zone décollée isobare. Il en résulte une déflexion de l'écoulement en direction de la paroi sur laquelle le recollement intervient en  $R$ . Le recollement s'accompagne d'une nouvelle augmentation de pression, plus étalée que celle associée au décollement. Le saut de pression total, entre l'amont et l'aval de l'interaction, est égal au saut de pression de la solution non visqueuse.

Au voisinage du décollement, les phénomènes sont en gros semblables à ceux décrits dans le paragraphe précédent. Mais ici, la rencontre des chocs ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ) a lieu en un point  $I$  situé en dehors de la couche limite. Le point  $I$  est à l'origine d'une ligne de glissement ( $S$ ) ou ( $\Sigma$ ) au travers de laquelle la vitesse subit une discontinuité tangentielle. L'existence de ( $j$ ) résulte du fait que la perte de pression génératrice à la traversée des deux chocs n'est pas la même au-dessous et au-dessus de leur point d'intersection  $I$ .

La répartition de la pression pariétale, représentée sur la Figure 4.7, est maintenant très différente de la solution théorique en fluide parfait. Le saut unique de pression est dédoublé en une première compression  $\Delta P_1$  au décollement à laquelle succède un plateau de pression dont l'étendue est fonction de la taille du bulbe décollé. Au recollement est associée une deuxième compression  $\Delta P_2$ , généralement plus étalée qu'au décollement. Nous sommes en présence d'une interaction visqueuse forte, la solution de fluide parfait ne constituant plus une approximation acceptable de l'écoulement visqueux réel.



**Fig.4.6** Visualisation interférométrique et schéma de l'interaction choc/couche limite avec décollement - Délerly [2].



**Fig.4.7** Interaction choc-couche limite avec décollement. Répartition de pression à la paroi. [1].

### 4.2.3. Ondes de choc/couches limites: la confrontation

#### 4.2.3.1. SBLI de base dans les écoulements bidimensionnels [3]

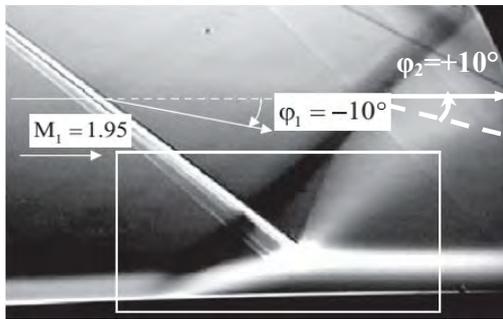
Cinq interactions de base peuvent se produire entre une onde de choc et une couche limite dans les écoulements à deux dimensions (Figure 4.8). Elles se produisent quand il y a :

- Réflexion d'un choc oblique,
- Choc induit par une rampe,
- Saut de pression imposé,
- Choc normal,
- Un choc oblique induit par une étape en avant en face,

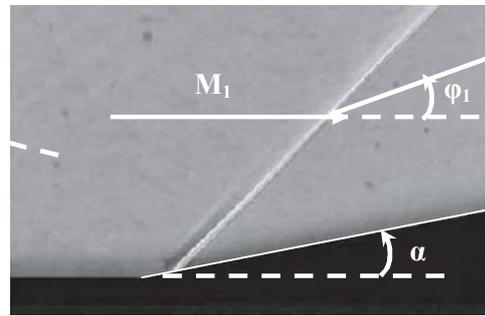
Dans ce qui suit, nous considérons chaque interaction en détail.

1. Dans une réflexion d'un choc oblique sur une surface plane (Figure 4.8a), l'écoulement supersonique approche le nombre de Mach  $M_1$  en amont de l'onde de choc incidente ( $C_1$ ) et subit une déflexion  $\varphi_1$  à travers celle-ci. Pour l'écoulement en aval de l'onde de choc réfléchi ( $C_2$ ) il reste parallèle à la paroi. L'angle  $\varphi_2$  de déflexion d'écoulement est vérifié la relation  $\varphi_2 = -\varphi_1$ . Les modèles de choc de ce genre se produisent dans une prise d'air supersonique de type de compression mixte où l'impact de choc est généré par un obstacle sur une surface proche.
2. Dans l'écoulement en rampe de compression (Figure 4.8b), un changement discontinu de l'inclinaison de la paroi est à l'origine d'un choc à travers lequel l'écoulement entrant subit

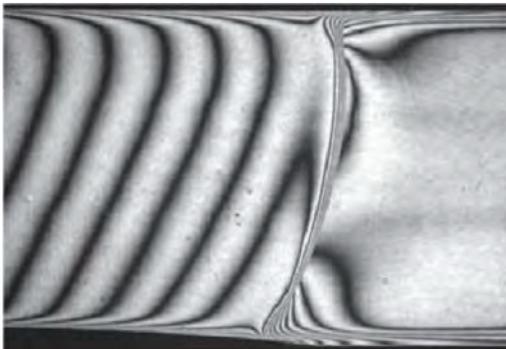
une déflexion  $\varphi_1$  égal à l'angle du coin  $\alpha$ . Un tel choc se produit dans une prise d'air supersonique de rampe de compression, sur une surface de contrôle, ou au niveau de tout changement brusque dans la direction de la surface.



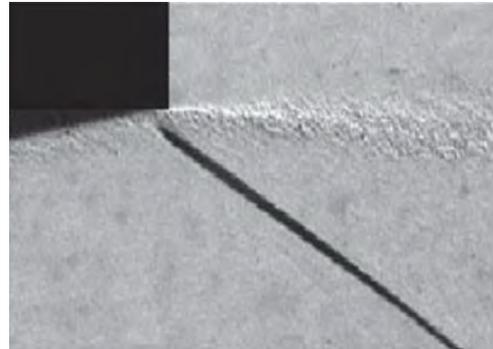
a) Réflexion d'un choc oblique



b) Choc induit par une rampe



c) Onde de choc normale dans un canal



d) Choc d'adaptation à une sortie d'une tuyère

**Fig. 4.8** SBLIs de base (documents d'ONERA) [3]

3. Une onde de choc normale peut avoir lieu dans un écoulement supersonique par une pression obligeant l'écoulement à devenir subsonique. Dans l'écoulement en canal avec un système à deux cols (par exemple, dans une soufflerie supersonique), un choc normal est formé lorsqu'un étouffement en aval nécessite une perte de pression de stagnation pour satisfaire la conservation de masse.

La particularité d'un choc normale c'est qu'il ralentit l'écoulement sans conférer la déflexion au vecteur vitesse -Le nombre de Mach derrière le choc est inférieur à l'unité, alors, l'écoulement est devient subsonique. Cependant, dans la plus part des cas les plus pratiques, le choc n'est pas parfaitement normal (exemple, l'interférogramme, de la Figure 4.8c) ; c'est une solution des équations de Rankine-Hugoniot pour un choc oblique fort-même si l'intensité de choc est très faible comme les écoulements transsonique ! Dans ces situations, la déflexion de vitesse à travers le choc est si faible que le choc est dit normal. Les chocs normaux ou quasi-normaux se trouvent dans les écoulements des canaux (par exemple, les cascades de turbomachine, les prises d'air et les diffuseurs supersoniques), dans les tubes à choc, et les profils transsoniques dans lesquels un choc quasi-normal se termine dans la poche supersonique. Les interactions dans lesquelles l'écoulement aval est totalement (ou partiellement) subsonique, conduisent à des problèmes spécifiques. Elles présentent un intérêt particulier en raison de la possibilité que les perturbations en aval

peuvent influencer le choc et initier un processus interactif, qui peut alors entraîner une instabilité à grande échelle impliquant l'ensemble de l'écoulement (par exemple, dans le tremblement transsonique ou le bourdonnement d'une prise d'air).

4. Un choc oblique est produit si un écoulement supersonique rencontre un changement de pression (par exemple, à la sortie d'une tuyère sur-étendu). Dans ce cas, la discontinuité de pression induit une déflexion d'écoulement ; tandis que dans les cas 1 et 2, la discontinuité de pression est provoquée par la déflexion (Figure 4.8d). C'est le problème de miroir de la dualité [déflexion-saut de pression].

#### 4.2.4. Revues bibliographiques sur les interactions laminares et turbulentes

L'interaction onde de choc couche limite est devenue un domaine de recherche actif depuis sa première observation expérimentale par A. Ferri en 1940. Une grande partie des travaux expérimentaux est réalisée à l'aide des techniques qualitatives, telles que la visualisation des écoulements d'huile, l'imagerie shadow-graph, les photographies Schlieren ainsi que les mesures quantitatives d'évolution de la pression de la paroi. Le tube de Pitot-statique et l'anémométrie à fil chaud sont utilisés pour induire les profils de la couche limite. Cependant, ces méthodes intrusives sont particulièrement difficiles dans les écoulements supersoniques pour lesquelles, les sondes provoquent les ondes de choc qui peuvent modifier considérablement le champ d'écoulement proche de la mesure.

L'ensemble des travaux effectués sur les interactions onde de choc couche limite sur une plaque plane rectiligne, est considérable, Hélas, on ne peut l'exposer en totalité dans cette thèse. Donc, on se propose de donner un très bref aperçu des études effectuées sur les interactions laminares et turbulentes. Cette partie de thèse est basée sur ces deux types d'interactions, une étude approfondie des interactions laminares et turbulentes demeure incontournable afin de mieux appréhender le problème.

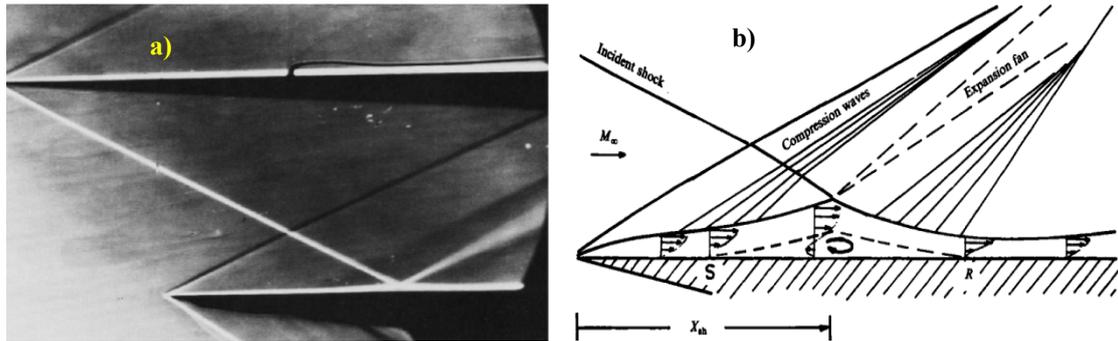
Les interactions ondes de chocs couches limites ont fait l'objet de nombreuses recherches depuis l'après-guerre. Durant ces soixante dernières années et depuis que le phénomène a été observé pour la première fois par A. Ferri [4], un grand nombre de configurations a été étudié pour une large variété de conditions d'écoulements. On rappelle dans les paragraphes suivants, les travaux les plus marquants concernant les interactions laminares et turbulentes.

##### 4.2.4.1. Les interactions laminares

De nombreuses recherches actives ont été effectuées expérimentalement et numériquement sur le phénomène d'interaction onde de choc/couche limite laminaire avec et sans décollement. Parmi ces recherches, on cite les travaux suivants :

G. Degrez et al. [5], ont réalisé des travaux expérimentaux et numériques du phénomène d'interaction d'une onde de choc oblique incidente avec une couche limite laminaire sur une maquette plane dans un tunnel supersonique à Mach égal 2.15 et à un nombre de Reynolds de l'ordre de  $10^5$ , le rapport global de pression était de 1.55 (le rapport des pressions entre la pression du deuxième décollement, après le recollement, et la pression

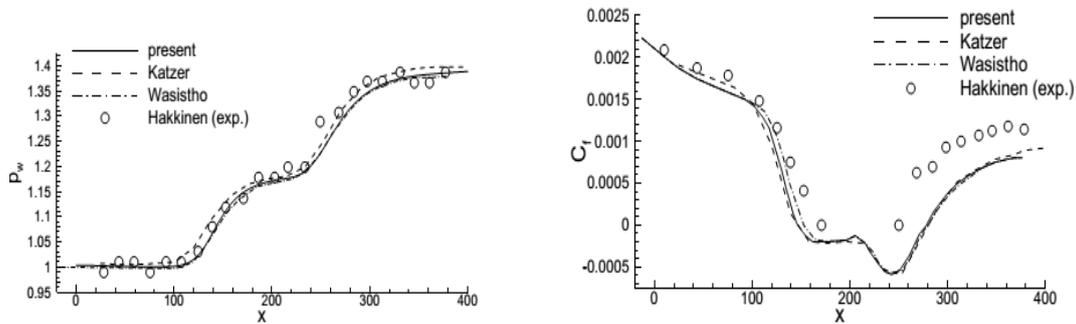
d'entrée de l'écoulement amont). Ils ont observé que à une position  $x=X_{sh}=0.8m$  du bord de la plaque, un choc incident avec un angle de  $30.8^\circ$  interagit avec la couche limite en provoquant la formation d'une zone de recirculation (voir la Figure 4.9b), visualisée expérimentalement sur la Figure 4.9a. Lors de cette étude, les profils de rapport des pressions pariétales (les profils ; expérimentale et numérique) sont tracés le long de la surface de la plaque. G. Degrez et al. [5], ont montré que le calcul numérique est en très bon accord avec l'expérimentation. La hauteur de la couche limite séparatrice et la longueur de la zone de séparation, d'après ils, sont de l'ordre de 3mm et de 40mm, respectivement.



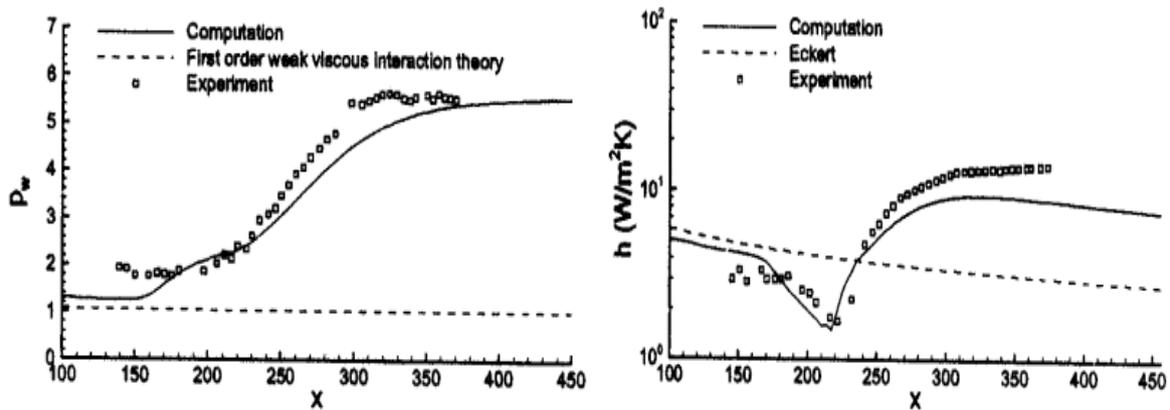
**Fig. 4.9** a) Visualisation Schlieren et b) schéma du champ d'écoulement [5]

E. Katzer [6] a analysé numériquement le phénomène d'interaction d'une onde de choc oblique avec une couche limite laminaire sur une plaque plane adiabatique par la résolution des équations de Navier-Stokes, en utilisant le schéma explicite de MarCormack (1969). Le nombre de Mach et le nombre de Reynolds varient entre 1.4 à 3.4 et de  $10^5$  à  $6 \times 10^5$ , respectivement. Les résultats numériques obtenus sont conformes à ceux des expériences de Hakkinen et al. [7] réalisées en 1959 à Mach égal à 2 ( $Mo=2$ ). La distribution de pression au sommet de la couche limite séparatrice (la valeur maximale de la hauteur de la zone d'interaction) est proposée comme un indicateur sensible de la résolution numérique, et la distribution de point de séparation confirme les lois d'interaction libre. E. Katzer [6] a découvert une nouvelle loi de similitude qui détermine la longueur de la zone de séparation.

R. O. Bura et al. [8] ont effectué des simulations numériques des interactions d'ondes de choc obliques couches limites laminares en écoulements supersonique à  $Mo=2$  et hypersonique à  $Mo=7.73$ . Cette étude précéda les simulations tridimensionnelles instationnaires d'interactions dans lesquelles des perturbations furent introduites afin d'étudier la stabilité de la couche limite et sa propension à subir la transition. Les résultats de R. O. Bura et al. [8] furent comparés aux résultats expérimentaux obtenus par d'autres auteurs. Pour un nombre de Mach égal à 2, l'accord entre calculs et expérience, de la pression pariétale et du coefficient de frottement pariétal, est très satisfaisant comme l'illustre la Figure 4.10. Contrairement au nombre de Mach de 7.73, où un écart important entre calcul et expérience est observé. En effet, par le calcul numérique, le décollement se produit plutôt et les flux au recollement sont sous-estimés (voir la Figure 4.11). La possibilité d'une transition se produisant dans la couche de cisaillement est alors évoquée pour expliquer les différences observées. Les auteurs ont évoqué également la possibilité d'un écoulement latéral (phénomène de venting) au niveau du bulbe de recirculation pour expliquer les différences observées.



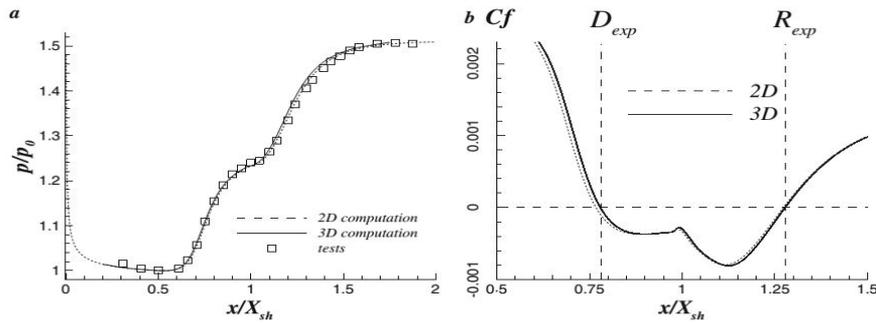
**Fig. 4.10** Comparaison calculs expérience pour un nombre de Mach amont de 2. Évolution de la pression pariétale (gauche) et du coefficient de frottement pariétal (droite).[8]



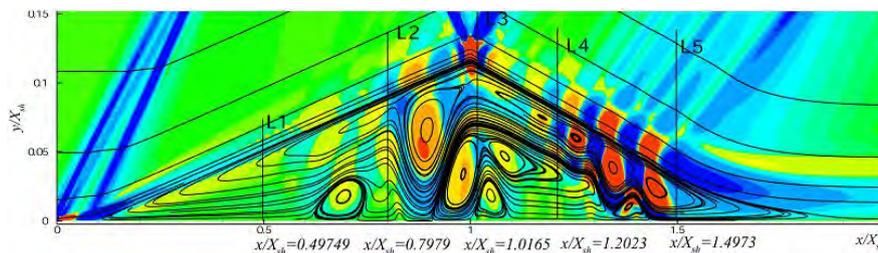
**Fig. 4.11** Comparaison calculs expérience pour un nombre de Mach amont égal à 7.73. Évolutions des pressions pariétales globales (gauche) et du flux thermique pariétal (droite). [8]

J.-Ph. Boin et al. [9,10] ont étudié les caractéristiques instationnaires d'une interaction onde de choc couche limite bidimensionnelle laminaire à Mach égal à 2.15 avec un choc oblique incident. L'objectif de leur travail est de montrer que l'instationnarité n'a pas seulement pour origine la turbulence mais aussi l'existence d'instabilités au sein de la couche limite décollée. Ils ont comparé leurs calculs laminaires aux résultats expérimentaux de Degrez et al. [5]. Une étude paramétrique de l'angle d'inclinaison de l'onde de choc oblique a été menée afin de caractériser l'apparition de ces instationnarités. Des observations physiques telles que le caractère instationnaire de l'interaction laminaire, demeurent inexplicées. Une explication avancée pour tenter d'apporter une réponse sur l'origine de ces instationnarités est l'existence d'oscillations basse fréquence présentes dans la zone d'interaction, qui sont directement reliées à la dynamique de la zone décollée. Ils ont étudié ainsi les caractéristiques instationnaires de l'interaction en montrant que la turbulence n'est pas une condition nécessaire pour l'obtention d'oscillations basse fréquence. L'écoulement observé expérimentalement reste laminaire, bidimensionnel et stationnaire en amont et dans la zone d'interaction pour un angle du choc incident inférieur à  $32.5^\circ$ . Les répartitions pariétales de pression et de frottement sont présentées sur la Figure 4.12 pour un angle du choc incident de  $30.8^\circ$ . La simulation numérique est en très bon accord avec l'expérience, notamment dans la zone

décollée. Pour un angle compris entre  $32.5^\circ$  et  $34^\circ$ , la topologie de la zone d'interaction change et des zones de recirculation apparaissent tout en restant stationnaires.



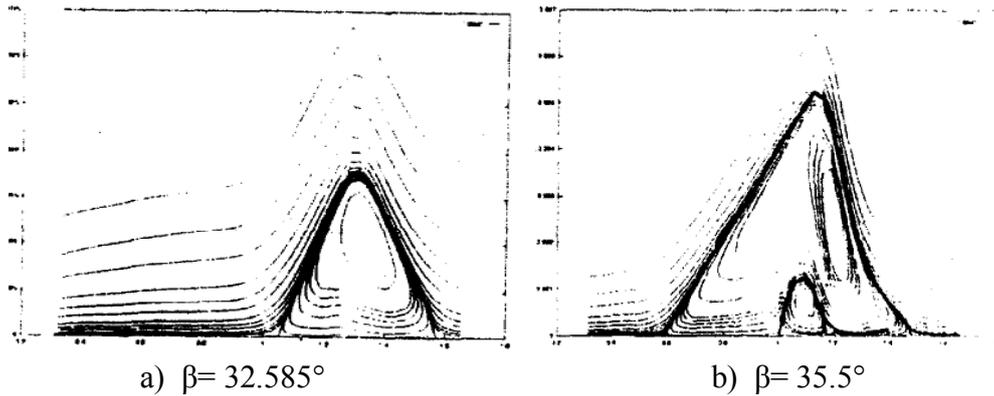
**Fig.4.12** Répartitions pariétales de pression et de frottement. Comparaison expérience/calcul pour le cas d'angle du choc incident de  $30,8^\circ$ . [9]



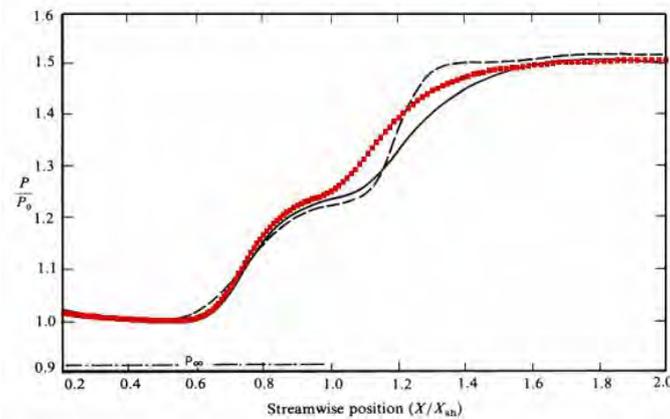
**Fig. 4.13** Topologie de l'interaction laminaire instationnaire. Lignes de courant pour le cas d'angle du choc incident de  $35^\circ$  [9].

Pour un angle de choc incident supérieur à  $34^\circ$ , des zones de recirculation tertiaires et désormais instationnaires apparaissent. Cette oscillation auto-entretenue de la zone décollée est à très basse fréquence ( $f=25$  Hz pour la fréquence principale) et caractérise un phénomène de battement. Cette oscillation est présente à l'intérieur comme à l'extérieur du bulbe dans tout l'écoulement. La Figure 4.13 présente la topologie de l'écoulement pour un angle de  $35^\circ$  à un instant donné. Nous verrons à travers cette thèse qu'une augmentation du nombre de Reynolds unitaire conduit également à l'apparition d'instabilités stationnaires. Donc, il est nécessaire d'effectuer des écoulements tridimensionnels pour prendre en compte des mécanismes d'instabilités.

Y. Shens et al. [11] ont réalisé une nouvelle étude numérique des interactions choc oblique incident-couche limite laminaire sur une plaque plane, en utilisant un schéma de TVD à haute résolution. En premier lieu, leur calcul a été fait pour des nombres de Mach et de Reynolds de l'ordre de 2 et  $2.96 \times 10^5$ , respectivement, à une température  $T_\infty = 293K$ , où l'angle de choc incident avait pour valeurs :  $32.585^\circ$ ,  $32.663^\circ$ ,  $33.342^\circ$ ,  $34.047^\circ$ ,  $34.50^\circ$  et  $35.50^\circ$ . En deuxième lieu, Y. Shens et al. [11] ont gardé les mêmes valeurs de Reynolds et de température tout en variant le nombre de Mach entre 2.1 et 2.2. Ces calculs ont été réalisés pour un angle de choc incident de  $32.585^\circ$ . Ces auteurs ont constaté que pour un angle de choc inférieur à  $34.047^\circ$ , la région séparée ne contient qu'un tourbillon primaire, cette remarque a été trouvée numériquement par d'autres chercheurs. Tandis que, pour un angle de choc supérieur ou égale à la valeur de  $34.047^\circ$ , des nouveaux tourbillons secondaires se produisent à l'intérieur du tourbillon primaire qui s'est élargi (voir la Figure 4.14). Y. Shens et al. [11] ont tracé le rapport des pressions pariétales et l'ont comparé à celui issu des résultats expérimentaux de G. Degrez et al [5] (voir la Figure 4.15).

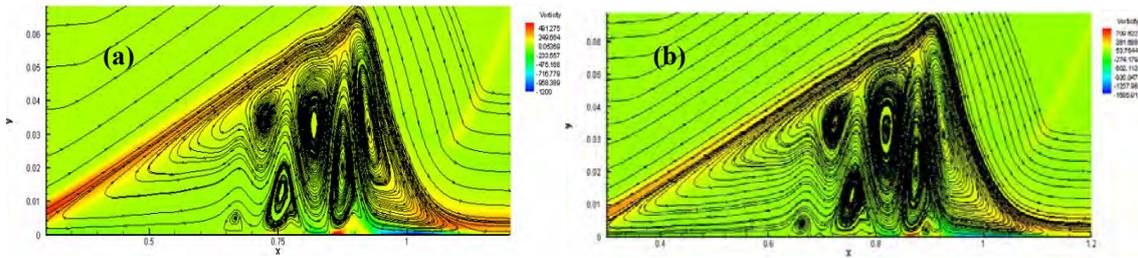


**Fig. 4.14** Lignes de courant pour deux valeurs d'angle de choc,  $32.585^\circ$  et  $35.5^\circ$  à  $Re_\infty=2.96 \times 10^5$  et  $M_\infty=2$  [11]



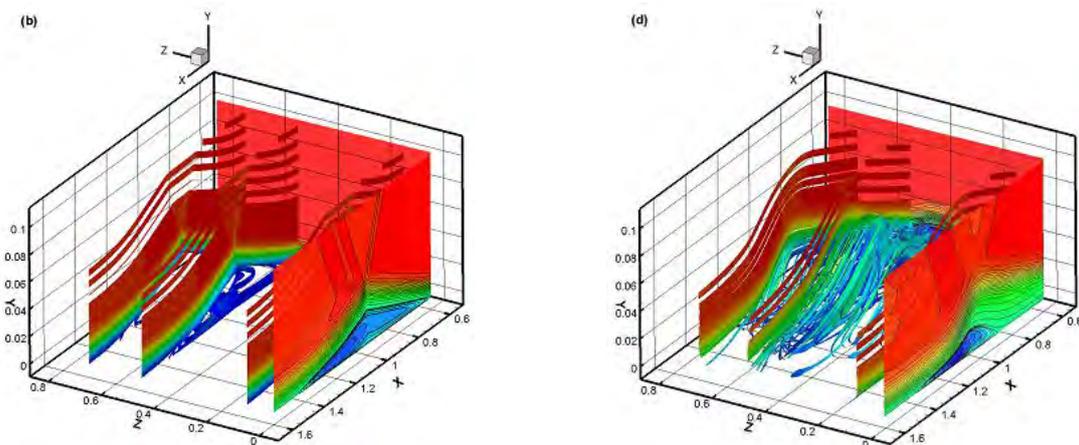
**Fig. 4.15** Comparaison du rapport des pressions pariétales entre les résultats de Y. Shens et al. [11] ceux de G. Degrez et al [5].

M. Oliveria et al [12] ont développé une nouvelle subroutine d'ordre supérieure qui comporte un détecteur de choc/discontinuité pour l'interaction onde de choc/couche limite. Ce nouveau développement est effectué en deux étapes, la première consiste à vérifier le rapport des erreurs de troncatures sur des mailles grossières et fines, tandis que la deuxième étape, elle vérifie le rapport local des pentes gauches et droites. Ce nouveau détecteur voit son application dans le domaine d'interaction choc/couche limite laminaire. En effet, M. Oliveria et al [12] ont pris dans leur étude les mêmes conditions de simulations que celles des travaux expérimentaux de G. Degrez et al [5], puis, ils ont comparé leurs résultats avec ceux de G. Degrez et al [5]. Un bon accord entre les deux pour les rapports des pressions pariétales a été trouvé. Pour plus de détails et de visualisation de l'écoulement, la Figure 4.16 représente la structure instationnaire de la zone d'interaction qui traduit leur nature. Ces résultats sont calculés par les schémas numériques de WENO et MWCS, en utilisant la méthode de différences finies.



**Fig. 4.16** Verticité et lignes de courant en 2-D, interaction de choc d'incident/couche limite laminaire avec des schémas à hautes résolutions : (a) WENO (b) MWCS [12]

J. C. Robinet [13], a effectué la simulation numérique directe (DNS) en trois dimensions (3D) de l'interaction onde de choc/couche limite laminaire (SWLBLLI), pour une configuration proche de celle de Degrez et al.[5] où l'angle de choc incident  $\theta$  croît progressivement. Ces simulations numériques ont mis en évidence un processus complexe de l'apparition d'une instabilité globale tridimensionnelle lorsque l'angle du choc incident croît (voir la Figure 4.17). Cette instabilité tridimensionnelle apparaît à  $\theta \geq 32^\circ$  qui correspond à un angle de choc instationnaire. Cette simulation est suivie de la théorie de stabilité linéaire qui confirme l'instabilité de la zone d'interaction onde de choc/couche limite laminaire (SWBLLI).



**Fig. 4.17** Les lignes de courants et d'iso-vitesse longitudinale  $U(x, y)$  pour  $L_z=0,8$  : (a)  $\theta=31,7$ , (b):  $\theta=32,5^\circ$  [13].

#### 4.2.4.1.1. Angle de décollement naissant

Le problème du décollement laminaire induit par une onde de choc oblique a été étudié expérimentalement par de nombreux auteurs tels que Needham [14] et Holden [15]. Needham a proposé une corrélation pour le décollement naissant d'une couche limite laminaire abordant une rampe de compression pour des parois froides. L'angle de décollement naissant est l'angle formé par la direction de l'écoulement amont et la ligne de séparation joignant les points de décollement et de recollement.

$$M_0 \alpha_i = 80 \sqrt{\bar{\chi}} \quad (4.2)$$

Avec ;

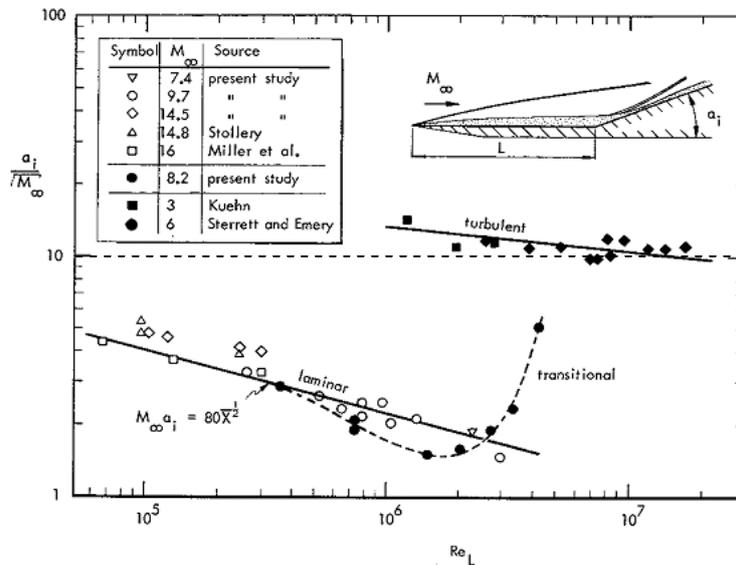
$\bar{\chi}$  : Le paramètre d'interaction visqueuse hypersonique évalué à la jonction entre la plaque et la rampe,

$\alpha_i$ : L'angle de décollement naissant mesuré en degrés.

explicitement, on obtient finalement :

$$\alpha_i = 80 \sqrt{M_0} \left( \frac{0.95}{Re_L} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.3)$$

La Figure 4.18 illustre cette corrélation. A un nombre de Mach fixé, dans le cas d'un décollement laminaire, l'angle de décollement naissant décroît si le nombre de Reynolds croît. Cette évolution sera confirmée par nos résultats au cours de cette thèse.



**Fig. 4.18** Critère de décollement naissant pour un décollement laminaire sur une rampe de compression bidimensionnelle [14]

L'énumération de ces travaux effectués sur les interactions laminares met en évidence la richesse des résultats obtenus sur les effets de différents paramètres intervenant sur les caractéristiques d'interaction. Les validations entre expériences et calculs en régime laminaire indiquent que les codes de calculs employés (Navier-Stokes et DSMC) se révèlent satisfaisants. Dans le paragraphe suivant on va s'intéresser aux interactions choc couche limite turbulente.

#### 4.2.4.2. Les Interactions turbulentes

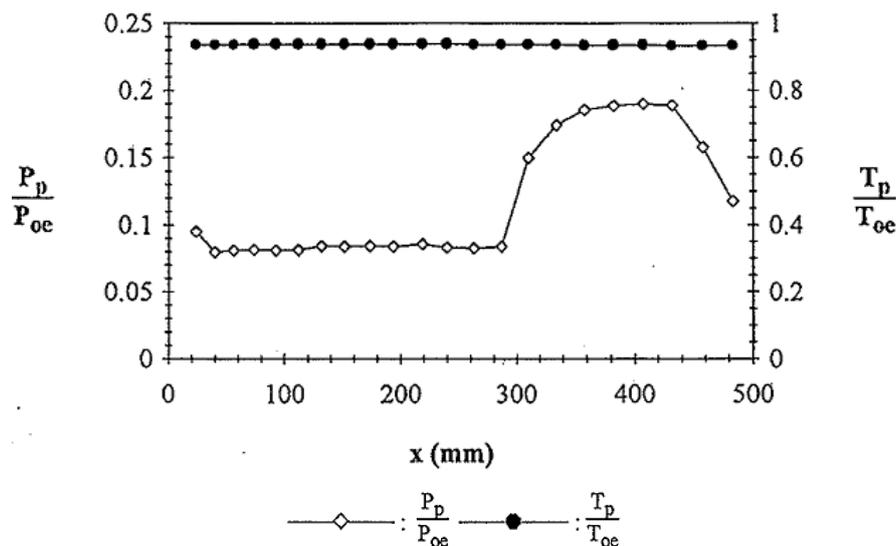
Les interactions en écoulements turbulents se révèlent être la cause d'une profonde modification des propriétés des champs fluctuants au sein de la couche limite. En particulier, à la traversée de l'interaction, une forte augmentation du taux de fluctuation, ainsi qu'un déséquilibre prononcé entre les fluctuations normales et longitudinales est observé [16, 17]. On souligne également que l'apparition d'une instabilité de basse fréquence au pied du choc de décollement et dans le bulbe de recirculation est souvent détectée, indépendamment de la

configuration étudiée, que ce soit dans la cadre d'une interaction sur plaque plane [18, 19, 20, 21] ou sur rampe de compression [22, 23, 24]. Il s'agit d'un problème particulier, puisqu'en général, les phénomènes rencontrés, en écoulements supersoniques, opèrent dans des gammes de hautes fréquences. Il reste que ces basses fréquences peuvent s'avérer néfastes en interagissant avec les premiers modes propres de la structure. Si l'origine de ce phénomène reste encore mal connue, il ressort de la littérature trois explications contradictoires :

- Existence de perturbations provenant de l'amont [22, 23, 24],
- Mouvement du choc lié à la dynamique du bulbe de recirculation (perturbations provenant de l'aval) [25, 18, 21, 23],
- Comportement du choc de décollement comme un système mécanique masse/ressort [26].

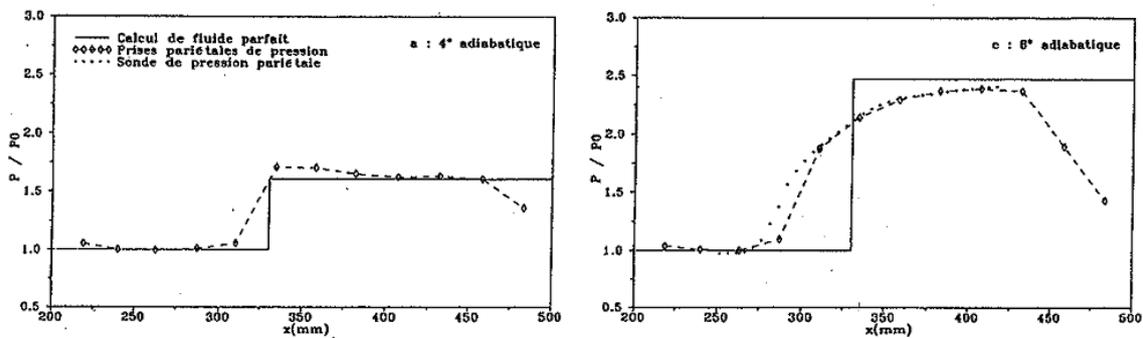
On note également que cette instabilité provoque une modification de la répartition probabiliste des signaux de pression pariétale, qui révèlent, au pied du choc, un caractère intermittent [23], [27].

Joël Deleuze [17], a effectué une étude expérimentale de l'interaction d'une onde de choc avec une couche limite turbulente développée sur une plaque plane chauffante, chauffée par des résistances de 430 ohms réparties de façon à garantir l'isothermie de celle-ci pendant la présence de l'écoulement. Le choc incident est produit par un générateur de choc d'angle  $\theta=8^\circ$ , pour un nombre de Mach de 2.3. Joël Deleuze [17] a présenté dans son travail une analyse plus fine des mécanismes caractérisant une interaction avec décollement. Il a utilisé la technique de mesure vélocimétrie laser Doppler en écoulement à haute vitesse. Cette étude expérimentale met en évidence un certain détail en amont, au milieu et en aval de la zone d'interaction suivi par des présentations statistiques (champs moyens et fluctuants) caractérisant le comportement de l'écoulement turbulent. Parmi les résultats trouvés, on présente les distributions de la pression et de la température pariétales (voir la Figure 4.19). Ces figures traduisent la topologie et le comportement du phénomène d'interaction d'un écoulement développé sur une plaque plane adiabatique avec présence d'onde de choc.



**Fig. 4.19** Distributions des pressions et températures pariétales à travers l'interaction sur paroi adiabatique [17].

Henri Laurent [20], a fait une description expérimentale des champs moyens et plus particulièrement des champs turbulents pour quatre configurations d'interactions onde de choc/couche limite turbulente sur une plaque plane. Ces quatre configurations sont effectuées à  $M_0=2.28$  et dans les conditions génératrices de l'écoulement d'entrée de pression et de température de  $P_{i0}=0.5\text{atm}$ ,  $T_{i0}=300\text{K}$ , respectivement. Un générateur de choc incliné de  $\theta=4^\circ$  et  $\theta=8^\circ$  pour les deux parois, adiabatique et chauffée, est utilisé. Henri Laurent [20] a ainsi examiné deux couches limites, une adiabatique et l'autre soumise à un apport de chaleur pariétal. Les aspects thermiques et spectraux de la turbulence ont été étudiés par anémométrie à fil chaud à courant constant. Un apport d'énergie, centré sur la fréquence moyenne de battement du choc réfléchi, est observé sur les répartitions spectrales d'énergies. Il a indiqué que cet effet de basse fréquence s'atténue lorsqu'on s'écarte de la paroi ou si l'on s'éloigne de la zone d'interaction. Il a vérifié que l'impact de ce phénomène est surtout sensible sur les échelles intégrales de la turbulence qui sont d'autant plus accrues que l'interaction est plus importante. Les Figures 4.20, montrent les pressions pariétales pour les deux cas étudiés à  $4^\circ$  et à  $8^\circ$ .



**Fig. 4.20** Répartitions longitudinales des pressions pariétales pour les angles:  $4^\circ$  (gauche) et  $8^\circ$  (droite) dans les cas adiabatiques à  $M_0=2.28$  [20].

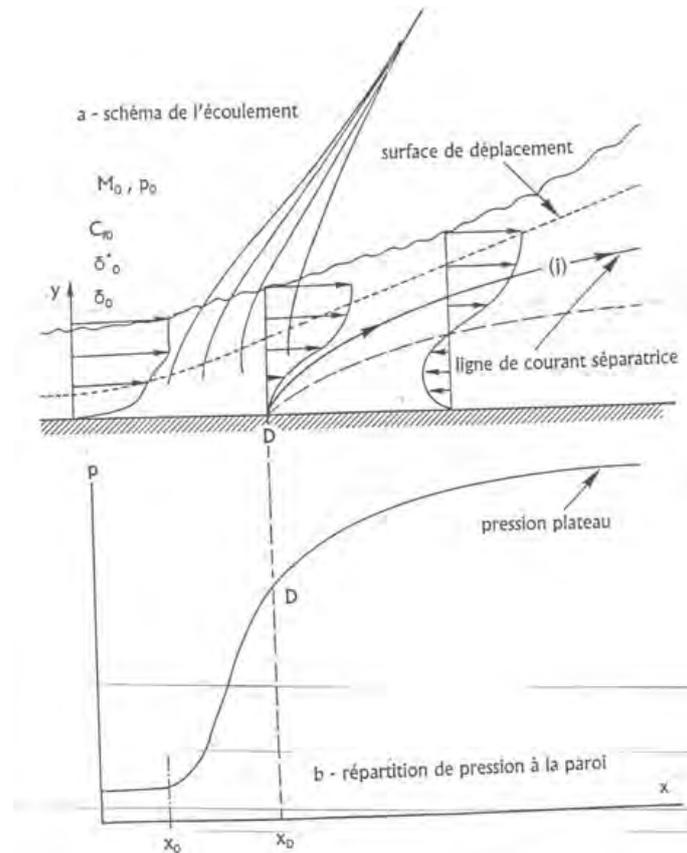
## 4.2.5. La théorie de l'interaction libre (TIL)

### 4.2.5.1. Hypothèse et développements théoriques [1]

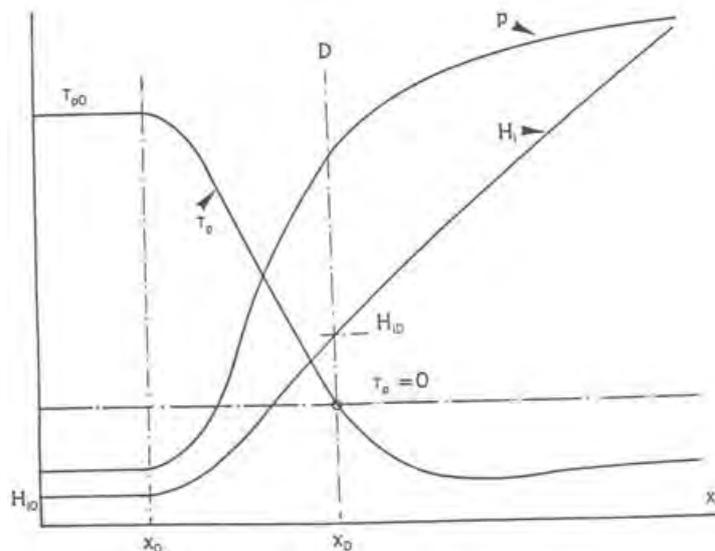
Considérons un écoulement supersonique uniforme de nombre de Mach  $M_0$  et de pression  $P_0$  qui décolle en un point D sur une paroi rectiligne. Le phénomène est schématisé sur la figure 4.21.

- A partir d'un point 0, origine de l'interaction, la couche limite commence à s'épaissir, en même temps, son profil se vide, les régions proches de la paroi étant davantage ralenties que les parties externes.
- Corrélativement, des ondes de compression sont induites dans l'écoulement contigu non visqueux par effet de rampe. Ces ondes se focalisent pour former le choc de décollement.
- Le décollement a proprement dit se produit en un point D où le profil de vitesse  $u(y)$  de la couche limite est tel, qu'à la paroi,  $\partial u/\partial y=0$ . Au point de décollement, il y a annulation du frottement pariétal  $\tau_p$ .

- En aval de D, les profils  $u(y)$  comportent, près de la paroi, un courant de retour où la vitesse est à contrecourant de l'écoulement principal. Ce reflux est dû à l'action antagoniste du champ de pression qui refoule vers l'amont le fluide à faible énergie de la portion interne de la couche limite. Dans cette région -dite décollée- le frottement pariétal  $\tau_p$  est négatif.



**Fig. 4.21** Interaction libre avec décollement en supersonique [1]



**Fig. 4.22** Évolution de certaines grandeurs caractéristiques lors d'une interaction libre avec décollement [1].

La Figure 4.22 montre les évolutions, selon l'abscisse  $x$  le long de la paroi des quantités suivantes: pression pariétale  $P$ , frottement  $\tau_p$ , paramètre de forme incompressible  $H_i$  de la couche limite.

#### 4.2.5.2. Principe de la TIL [28]

La théorie de l'interaction libre due à Chapman sert à prédire, connaissant le début de l'interaction, le palier de pression résultant du décollement de la couche limite. Elle repose sur le fait que le décollement est indépendant des conditions géométriques qui le produisent et seules les caractéristiques intrinsèques de l'écoulement déterminent le décollement. Une fonction universelle définissant le palier de pression consécutif au décollement est alors recherchée. Considérons l'abscisse réduite  $\chi=(x-x_0)/l$  avec  $x_0$  l'abscisse au point origine de l'interaction et  $l$  la longueur de l'interaction. L'expression suivante :

$$\frac{P(x) - P(x_0)}{q_0} = F(x) \sqrt{\frac{2 \cdot C f_0}{\beta_0}} \quad (4.4)$$

Permet de calculer la répartition de pression pariétale au début de l'interaction connaissant:

- Le coefficient de frottement pariétal  $C_{f_0}$  au début de l'interaction,
- Le facteur de compressibilité amont,  $\beta_0 = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$
- La pression dynamique amont  $q_0 = \frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2$
- La fonction universelle  $F$  connue empiriquement.

La fonction  $F$  déduite de l'expérience prend deux formes suivant que le décollement est laminaire ou turbulent. Cette fonction universelle est représentée sur la Figure 4.23 pour les cas laminaire et turbulent. Bien que cette théorie a été développée pour le cas bidimensionnel plan, il est licite de l'utiliser dans notre cas d'écoulement axisymétrique car l'épaisseur de la couche limite est petite devant la distance à l'axe de révolution. Cette théorie permet ainsi de vérifier le caractère laminaire ou turbulent d'un décollement de couche limite.

On applique cette théorie en vérifiant si les valeurs expérimentales permettent de retrouver la fonction universelle  $F$ . On modifie l'équation précédente afin d'obtenir l'évolution de la fonction universelle  $F$  en fonction des coefficients de pression obtenus expérimentalement, soit :

$$F(x) = \frac{P(x) - P(x_0)}{q_0} \sqrt{\frac{\beta_0}{2 \cdot C f_0}} = [C_p(x) - C_p(x_0)] \sqrt{\frac{\beta_0}{2 \cdot C f_0}} \quad (4.5)$$

Ou encore

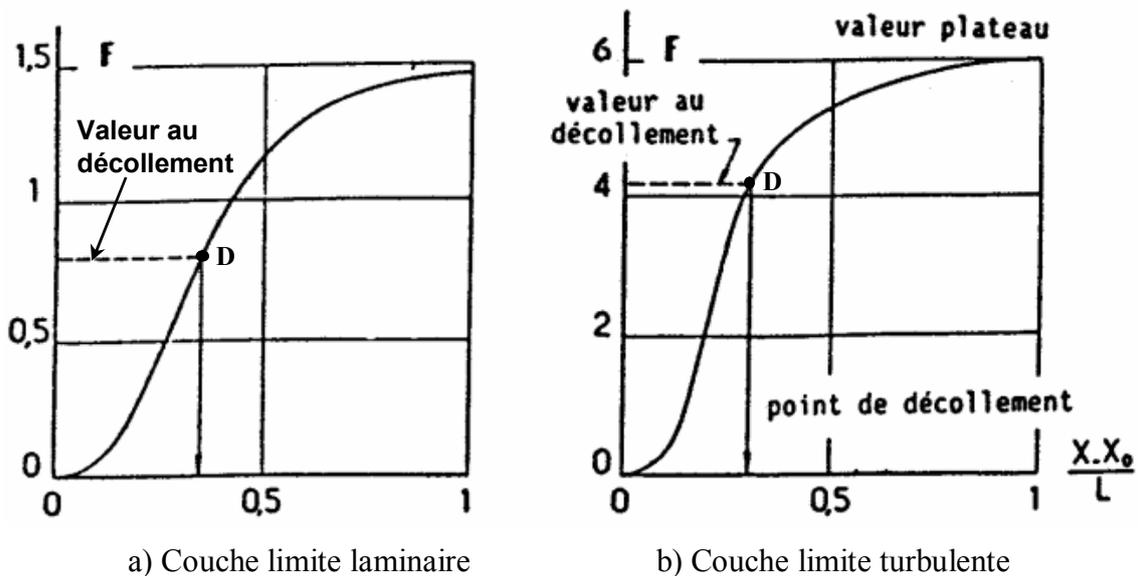
$$F(x) = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left( \frac{P(x)}{P(x_0)} - 1 \right) \sqrt{\frac{\beta_0}{2 \cdot C f_0}} \quad (4.6)$$

Il ne reste plus qu'à déterminer une expression donnant le coefficient de frottement pariétal au début de l'interaction  $Cf_0$ . Celui-ci est calculé à partir des relations de Blasius en compressible pour une plaque plane en écoulements laminaire et turbulent.

Au point de décollement D,  $F(x)$  prend une valeur  $F_D$  et, dans la zone décollée, tend vers une limite  $F_p$  correspondant au plateau de pression. On retiendra les valeurs suivantes:

	$F_D$ (décollement)	$F_p$ (plateau)
En laminaire	0.8	1.5
En turbulent	4.2	6

Tableau 4.1 : Fonction universelle pour différents régimes



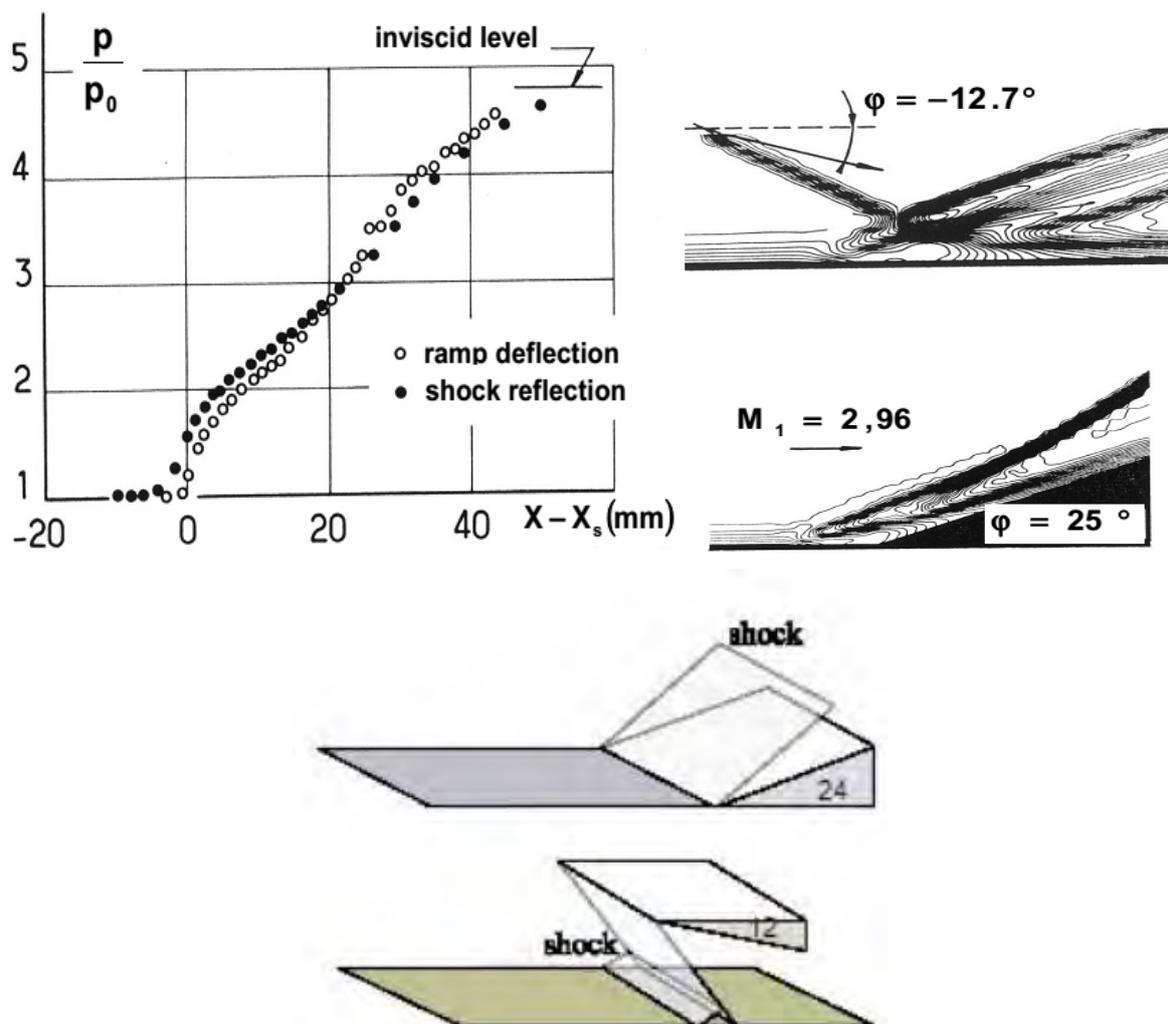
à refaire les deux courbes par d'autres repères claires

**Fig.4.23** Fonctions universelles laminaire et turbulente pour la théorie de l'interaction libre [1].

#### 4.2.6. Similarité entre l'interaction choc incident (IOSTBLI) et choc induit par une rampe de compression (CR) /couche limite turbulente.

La similarité entre l'interaction choc incident IOSTBLI et les interactions induites par une rampe de compression CR [29, 30] est également confirmée par un bon accord des distributions des pressions pariétales expérimentales et numériques (i.e., RANS) prédites à  $M_\infty = 2,96$ ,  $Re_\delta = 1,5 \cdot 10^5$  ( $Re_x = (1,0 - 1,2) \times 10^7$ ) (voir la Figure 4.26c.) [30]. Le choc incident a été induit par un générateur d'ondes de choc de  $12,7^\circ$  (voir la Figure. 4.24a). L'augmentation

de la pression de l'écoulement non visqueux pour le cas d'un choc incident à  $12.7^\circ$  est identique à celle de l'écoulement de CR à  $25^\circ$  d'angle (voir la Figure. 4.24b). Les calculs RANS ont été effectués en utilisant le modèle de turbulence de zéro équation de Cebeci et Smith avec un modèle de relaxation du rapport de viscosité turbulente qui a été utilisé avec succès pour prédire les interactions CR [31] (voir la Figure 4.26). Les tracés des contours de la densité prédits (Figure 4.26a, b) sont généralement en accord avec les images de l'interférogramme holographiques pour les générateurs de choc en variant  $\alpha$  de  $7,93$  à  $12,17^\circ$ . Cependant, une étude paramétrique de la relaxation de l'échelle de longueur  $\lambda$  [30] a révélé que ce paramètre n'est pas universelle et que la valeur de  $\lambda = 20\delta_0$  est supérieure à celle de  $\lambda = 10\delta_0$  utilisée précédemment pour les écoulements de CR afin d'obtenir un meilleur accord avec l'expérience pour la structure du champ d'écoulement, la distribution de pression pariétale, et des positions des points de séparation et de rattachement.



c) Interaction Modèles

**Fig. 4,24** (a) Iso-contours de la densité de OSWTBLI généré par un coin avec  $\alpha_w = 12.27^\circ$ ; (b) et l'écoulement de rampe de compression (CR) à  $\alpha = 25^\circ$ ; (c) Comparaison de l'évolution des pressions pariétales [30].

### 4.3. Étude numérique de l'interaction choc/couche limite laminaire supersonique

Cette partie consiste à simuler numériquement en régime stationnaire, le phénomène d'interaction onde de choc/couche limite laminaire sur une paroi plane d'écoulement supersonique bidimensionnel et compressible.

#### 4.3.1. Géométrie et conditions de simulation numérique

Le cas test qui a été retenu pour l'étude est la configuration sous forme d'une tuyère en 2D convergent (approximée comme une prise d'air) avec un jet libre. Cette configuration est présentée sur la Figure 4.25. Elle est constituée d'une paroi plane en bas qui génère la couche limite et d'un dièdre en haut à bord d'attaque aigu dont l'inclinaison par rapport à l'horizontal vaut  $\theta_w=8.5^\circ$ . Cette configuration est similaire à celle utilisée par C. Tenaud à LIMSI d'Orsay, en France, pour son code de calcul Fortran (voir la Figure 4.25). La tuyère est supposée rigide. Ces dimensions sont présentées sur le tableau 4.1 et le fluide simulé est de l'air, supposé vérifier la loi des gaz parfaits.

$H_e$ (cm)	$H_c$ (cm)	$H_s$ (cm)	$L_1$ (cm)	$L_2$ (cm)	$L$ (cm)	$\theta_w$
3.5	3.082	5.5	2.8	8	10.5	$8.5^\circ$

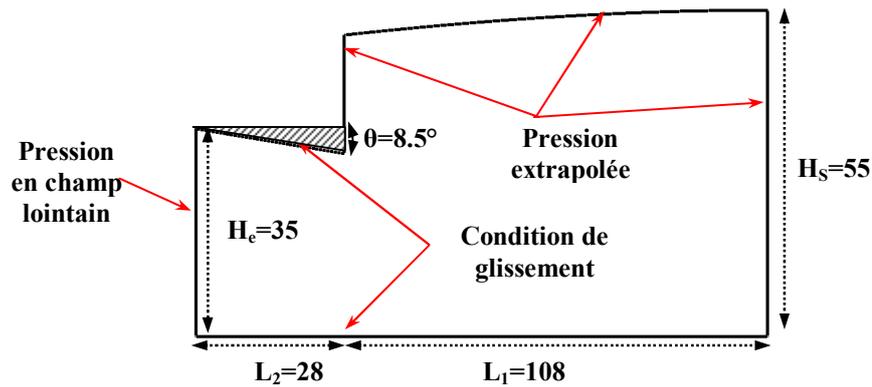
Tableau 4.2 : Dimensions de la tuyère d'étude.

On suppose l'écoulement compressible bidimensionnel qui peut être approximé à un écoulement laminaire. Le système d'équations régissant l'écoulement est couplé d'une formulation implicite. Si on suppose l'air comme gaz réel de chaleur spécifique constante, sa conductivité thermique est donnée par la formule de la théorie cinétique, et sa viscosité dynamique est donnée par la loi de Sutherland. Les variables la masse volumique, la vitesse  $(u,v)$ , sur  $x$  et  $y$  et la pression statique  $\rho$ ,  $u_i$  et  $P$  respectivement, sont reliées aux autres variables thermodynamiques par la loi d'état des gaz parfait. On prend la constante particulière de l'air  $R=287[J/kg.K]$ . On suppose que l'écoulement d'entrée et de sortie soit supersonique et on fait varier le nombre de Mach d'entrée amont ( $Mo=2.4$  à  $4.2$ ). Les paramètres physiques de l'écoulement à l'entrée sont regroupés dans le Tableau 4.2.

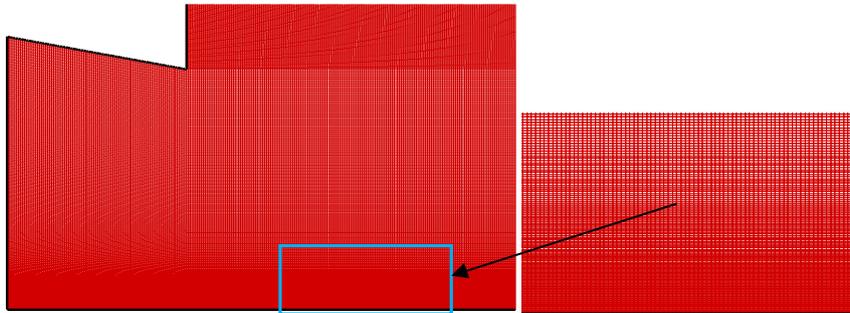
Pression amont (Pa)	Température amont (K)	Mach amont
1683	76.5	variable

Tableau 4.3- Paramètres physiques de l'écoulement à l'entrée

Le domaine de calcul est discrétisé par un maillage de type structuré quadrilatère constitué de (1080 x 550) points représenté sur la Figure 4.26.



**Fig. 4.25** Schéma de la géométrie du domaine physique



**Fig. 4.26** Maillage du domaine de calcul constitué de 1080x550

### 4.3.2. Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses de simulation de l'écoulement sont:

- L'écoulement est bidimensionnel
- Le régime d'écoulement approximé comme régime laminaire
- Le calcul est stationnaire

Le schéma numérique adopté pour cette étude est le schéma Upwind du second ordre de type de flux de Roe a été cité dans le chapitre 3.

La viscosité dynamique  $\mu$  est donnée par la loi de Sutherland:

$$\mu(T) = \mu_0 \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\left( \frac{3}{2} \right)} \left( \frac{110.4 + T_0}{110.4 + T} \right) \quad (4.7)$$

La conductivité thermique  $\lambda(T)$  est déduite de la viscosité dynamique  $\mu(T)$  à partir d'une hypothèse où le nombre de Prandtl est constant:

$$\lambda(T) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \frac{\mu(T)}{Pr} \quad (4.8)$$

Avec:  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ , rapport spécifique, prenant pour valeur 1.4,  $Pr=0.725$  pour l'air.

### 4.3.3. Résultats et discussion de la première partie

Le but de cette partie de thèse est d'étudier numériquement, le phénomène d'interaction onde de choc/couche limite laminaire et de décrire ses caractéristiques topologiques et dynamiques préalablement observées lors des expériences.

Les simulations numériques de l'écoulement ont été effectuées pour quatre valeurs du nombre de Mach ( $M_0=2.4, 3, 3.5$  et  $4.2$ ).

Le phénomène d'interaction onde de choc couche limite laminaire est bien observé. La Figure 4.27 représente les strioscopies numériques des contours des iso-Mach pour différentes valeurs du nombre de Mach.

On constate que l'écoulement dans la région d'interaction est complexe en raison de la présence de multiples ondes de choc de compression et de détente avec décollement et recollement locale de l'écoulement. On observe aussi que la taille de la zone d'interaction augmente de plus en plus avec l'augmentation du nombre de Mach. Le gradient de pression adverse du choc incident sépare la couche limite laminaire de la plaque plane, ceci est expliqué par les contraintes de cisaillement nulles  $\tau=0$ .

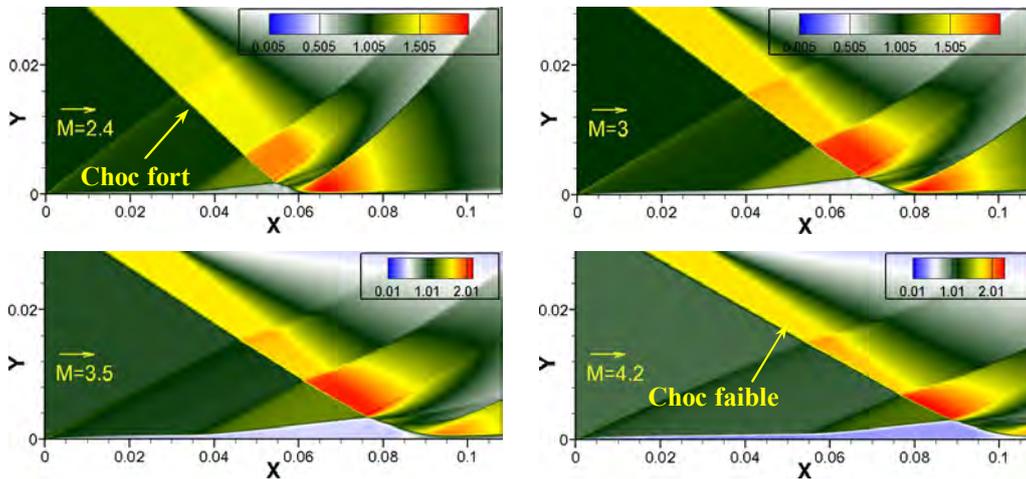
Les lignes de courant montrant l'étendue de la région de séparation sur le plan de choc, superposées avec les coefficients de frottements pariétaux sont illustrés sur la Figure 4.28. Les régions d'interaction sont limitées par des points de séparation S et de rattachement R. On observe plusieurs bulbes de tourbillon situés dans la zone de recirculation principale de taille et de nombre différents.

Ces différences sont causées par l'effet du nombre de Mach amont. Lorsqu'on augmente le nombre de Mach, on observe moins de bulbes avec petite taille, tandis que lorsqu'on le diminue, le nombre de bulbes de petite taille augmente considérablement. Ces différents nombres de taille de bulbes expliquent l'instationnarité de l'ensemble de l'écoulement.

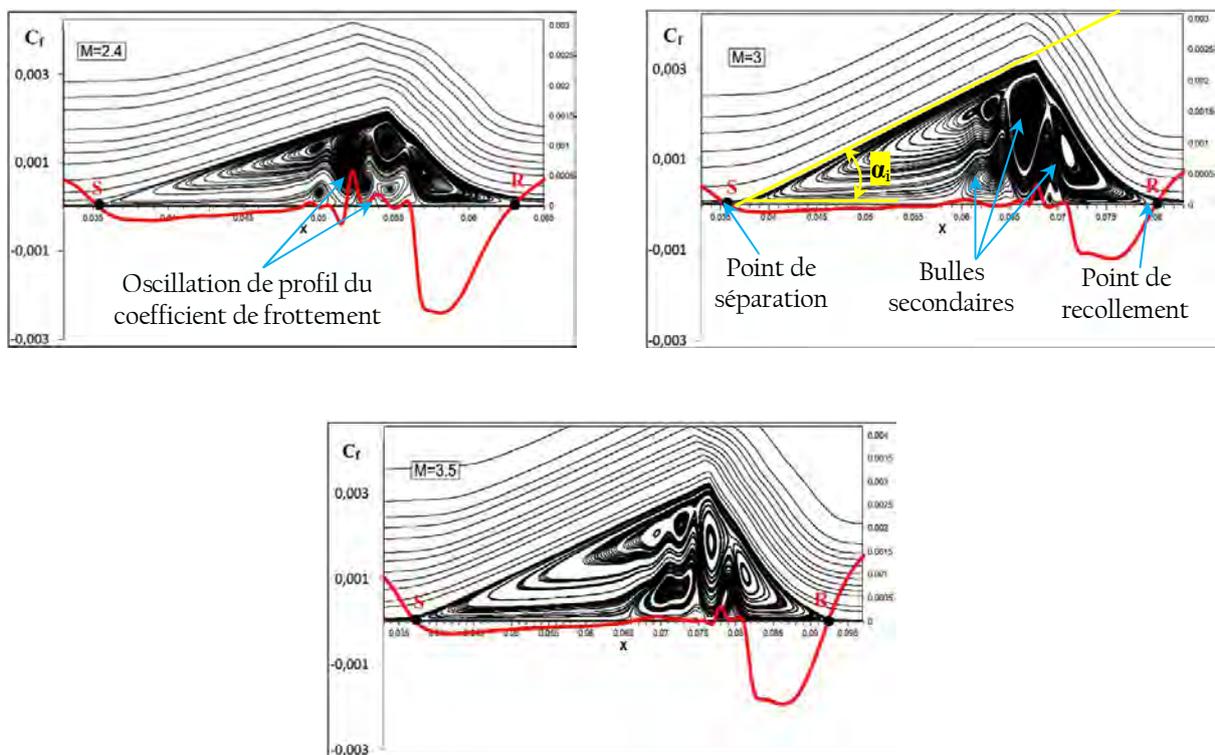
Les localisations numériques des lignes de décollement et de recollement sont comparées avec l'évolution longitudinale du coefficient de frottement pariétal fournie par la Figure 4.30 issue du calcul laminaire. Le calcul prédit les points de décollement et de recollement indiqués sur la même figure. Les coefficients de frottement deviennent positifs dans la région centrale de la zone de recirculation principale, aux environs de l'abscisse  $X/X_{sh}=1$ . Cette constatation a été obtenue par l'étude de J. Ph. Boin et al [25] qui sont basés sur la variation de l'angle de choc incident, en fixant le nombre de Mach à  $M=2.15$ .

Pour donner plus de détail sur ce phénomène d'interaction, on peut présenter quelques courbes d'évolutions.

En premier lieu, on présente l'évolution de la pression pariétale le long l'axe longitudinal de la plaque plane (voir la Figure 4.29) pour différentes valeurs du nombre de Mach, ( $M_0=2.4, 3,$  et  $4.2$ ). On constate que, les pressions pariétales subissent des croissances, dues aux ondes de compression présentes aux pieds de chocs réfléchis, puis deviennent constantes sur une distance importante qui lui correspond aux pressions plateaux. Ensuite, on observe des oscillations suivies par des diminutions de pressions pariétales.



**Fig. 4.27** Contours des iso-densités adimensionnées pour de différentes valeurs du nombre de Mach amont.



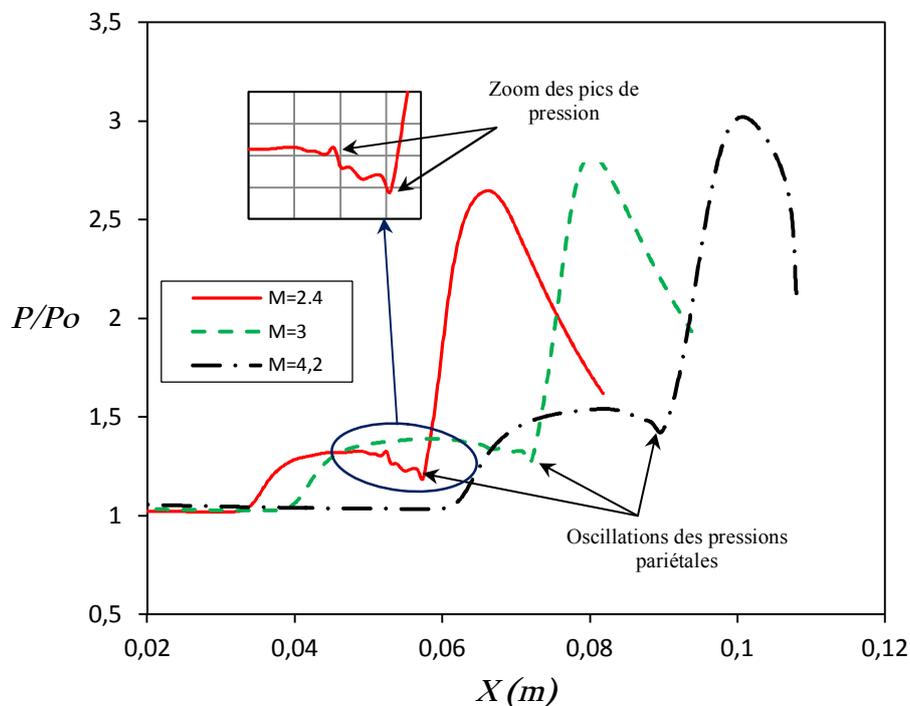
**Fig. 4.28** Lignes de courant et évolution longitudinale du coefficient de frottement pariétal obtenus par le calcul laminaire pour trois valeurs du nombre de Mach.

Ces diminutions résultent de l'apparition de zones de recirculations en contact avec la paroi. Enfin, les pressions pariétales subissent des croissances brusques, conditionnées par l'intensité des faisceaux de détente et de recompression situés en aval. Les sauts de pression calculés sont décalés vers l'aval de la plaque, lorsque le nombre de Mach croît, c'est-à-dire que le point de séparation  $X_S$ , se déplace vers l'aval (sa valeur augmente). L'instabilité de la zone d'interaction est bien marquée par ces évolutions qui se manifestent par les oscillations de pression (pics de pression), qui sont présentés sur la Figure 4.29.

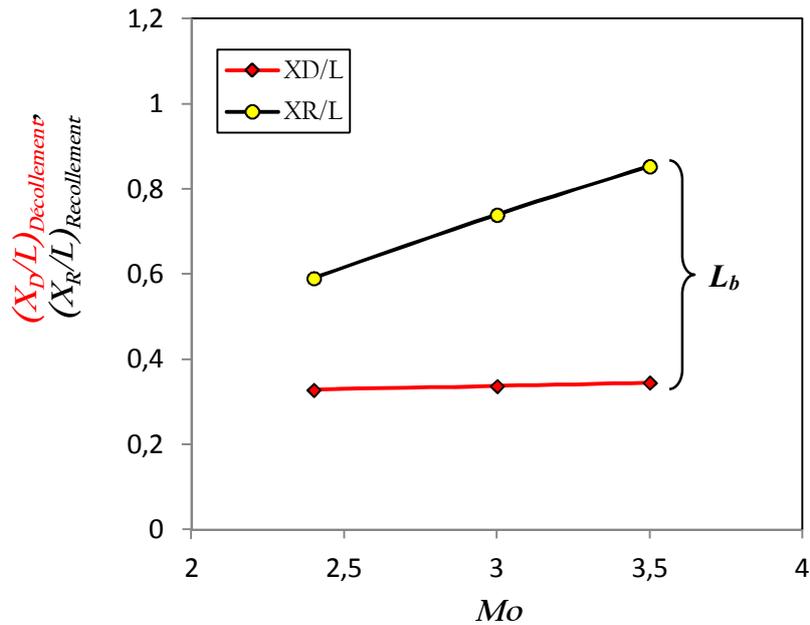
En deuxième lieu, on présente l'évolution des abscisses de décollement  $XD/L$  et de recollement  $XR/L$  en fonction du nombre de Mach sur la Figure 4.30. On constate que l'abscisse du point de décollement croît légèrement lorsque le nombre de Mach augmente, tandis que l'abscisse du point de recollement varie d'une façon importante avec la variation de celui-ci. Donc, on retrouve également la tendance à l'étalement de la longueur de zone décollée lorsque le nombre de Mach augmente, voir la Figure 4.31.

En troisième lieu, on présente l'évolution de l'angle naissant de décollement en fonction du nombre de Mach amont sur la Figure 4.32. On constate, en générale, que lorsque le nombre de Mach croît, l'angle de décollement naissant décroît. Donc, l'angle de décollement naissant est situé entre les valeurs  $4^\circ$  et  $6^\circ$ . Ces valeurs sont en accord avec les expériences de Needham [14], et aussi les expériences de L. Vandomme [28] qui a effectué les calculs sur une rampe de compression.

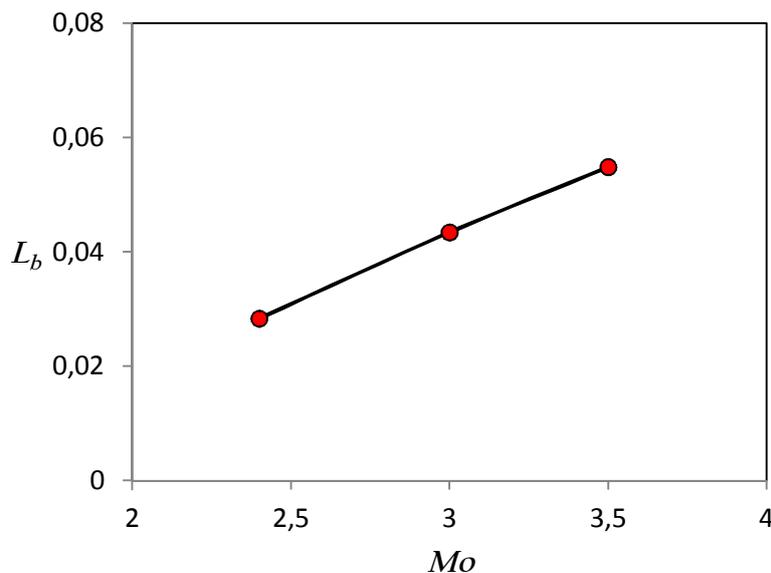
Globalement, la zone d'interaction d'une onde de choc oblique avec une couche limite laminaire supersonique devient instable lorsque le nombre de Mach varie. Donc, l'instantanéité de cette zone reste inconnue jusqu'à maintenant, malgré tout le développement des recherches avancées.



**Fig. 4.29** Évolutions des rapports des profils de la pression pariétale pour de différentes valeurs du nombre de Mach amont.

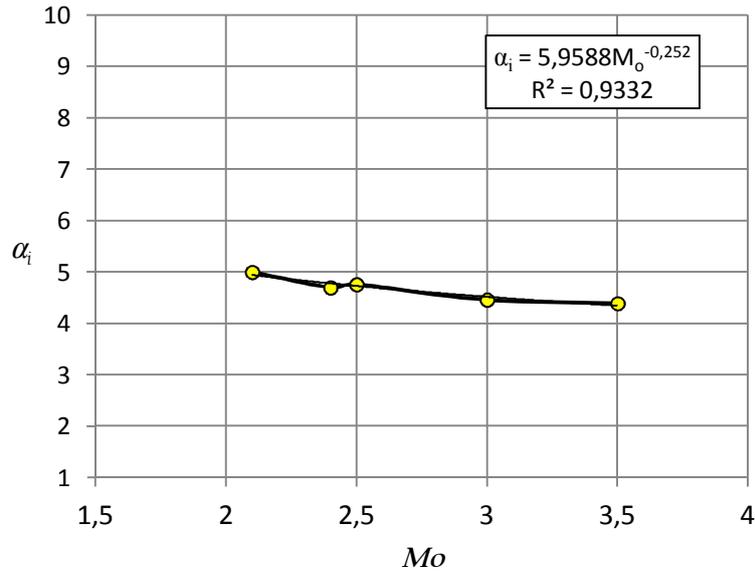


**Fig. 4.30** Evolution des abscisses de décollement  $X_{D/L}$  et de recollement  $X_{R/L}$  en fonction du nombre de Mach amont.

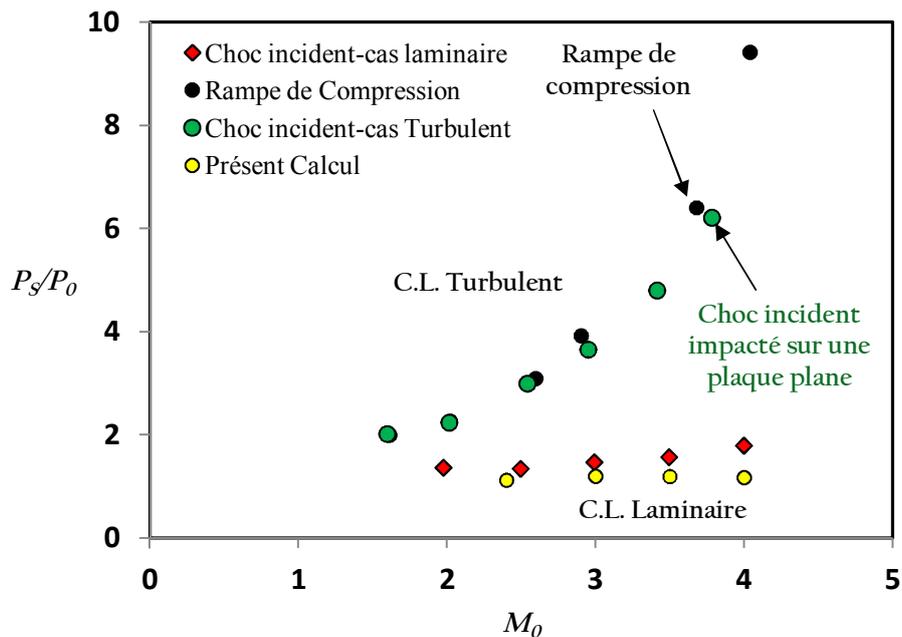


**Fig. 4.31** Evolution de la longueur de la zone d'interaction en fonction du nombre de Mach amont.

La Figure 4.33 illustre le rapport des pressions de séparation en fonction du nombre de Mach amont. Cette figure comporte deux calculs différents, l'un pour l'écoulement sur une rampe de compression, et l'autre d'une onde de choc oblique impactée sur une plaque plane pour les deux régimes d'écoulement (laminaire et turbulent). On constate que nos résultats sont en très bon accord avec ceux trouvés expérimentalement concernant l'onde de choc impactée sur une plaque plane. D'après ces résultats on peut dire que nos résultats ont bien décrit le calcul laminaire.



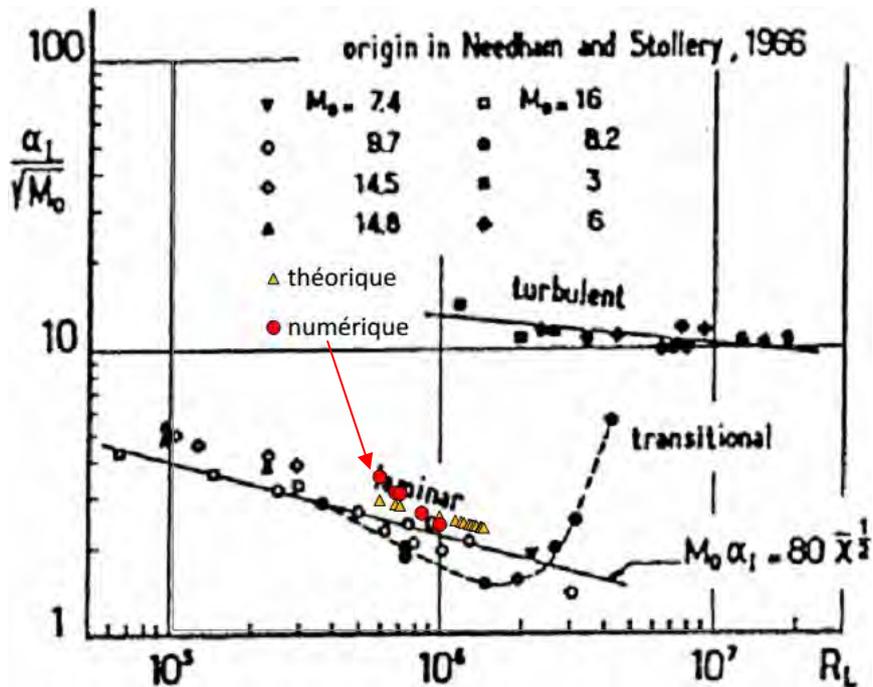
**Fig. 4.32** Evolution de l'angle de décollement naissant en calcul laminaire en fonction du nombre de Mach amont.



**Fig. 4.33** Évolution des pressions aux points de séparation en fonction du nombre de Mach amont, comparaison entre nos résultats (couleur jaune) et les résultats de H. D. Kim et al. [32].

La Figure 4.34 représente l'angle de décollement naissant en fonction du nombre de Reynolds le long de la longueur de la paroi, Nos calculs sont indiqués en rouge. Ils sont superposés à la courbe originale de Needham [14]. Ces angles sont obtenus à partir des strioscopies numériques de l'écoulement. A un nombre de Mach variable, dans le cas d'un écoulement laminaire, l'angle de décollement naissant décroît avec l'accroissement du nombre de Reynolds. Cette remarque montre que notre étude vérifie le cas d'un écoulement laminaire imposé où les valeurs de  $\alpha_i/\sqrt{M_0}$  sont inférieures à 10. On constate que

globalement nos résultats numériques sont proches de ceux trouvés expérimentalement et théoriquement, ils sont situés dans la zone correspondant au calcul laminaire.



**Fig.4.34** Comparaison entre l'angle de décollement naissant pour un écoulement laminaire sur une rampe de compression bidimensionnelle (Nedham et Stollery) [14] et notre calcul (Impact d'une onde de choc sur une plaque plane), en couleur rouge.

#### 4.3.4. Conclusion

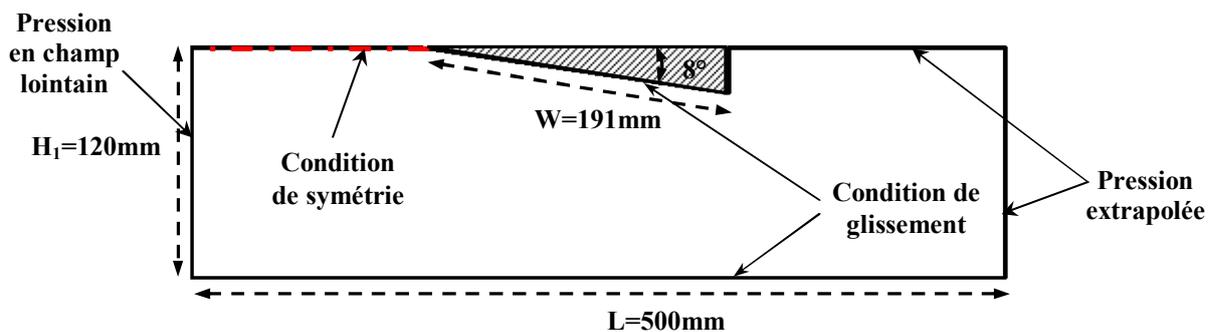
Cette étude numérique a mis en évidence le phénomène de l'interaction onde de choc/couche limite laminaire dans les conditions d'écoulement stationnaire compressible et bidimensionnel. On a apporté plus de détails concernant l'effet du nombre de Mach amont sur la zone d'interaction (caractéristiques structurales). Nos résultats sont conformes à ceux trouvés expérimentalement et numériquement d'où la fiabilité de nos simulations.

## 4.4. Étude numérique de l'interaction choc/couche limite turbulente supersonique

La simulation numérique du phénomène d'interaction d'une onde de choc avec une couche limite turbulente supersonique est effectuée, en se basant sur les données expérimentales, du groupe de l'IUSTI de Marseille (on prend l'étude de J. Deleuze [17] comme cas test). La topologie du comportement de l'écoulement, les caractéristiques statistiques de la turbulence des paramètres moyens et fluctuants sont modélisées par le modèle de turbulence  $k\omega$ -SST de Menter. Les résultats obtenus par le modèle  $k\omega$ -SST sont représentés ci-après.

### 4.4.1. Géométrie et maillage

La configuration d'étude est une tuyère (prise d'air) supersonique, (voir la Figure 4.35).



**Fig. 4.35** Schéma de la géométrie du domaine physique d'étude (interaction d'une onde de choc couche limite turbulente supersonique (cas d'un Scramjet)).

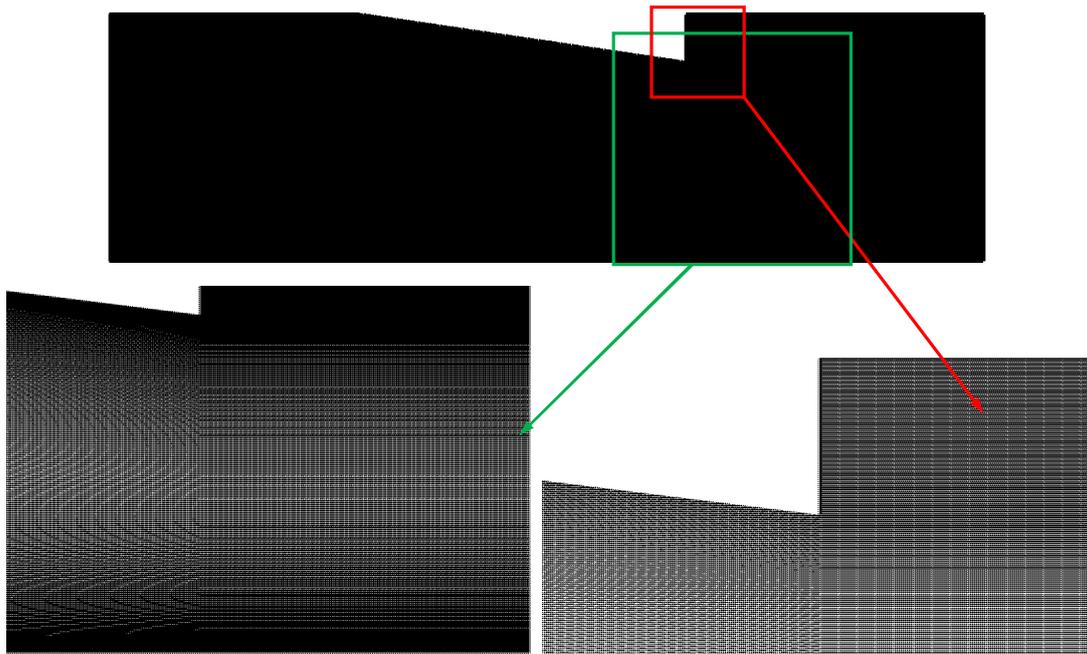
### 4.4.2. Méthode numérique et maillage

Toutefois, afin de résoudre correctement les échelles turbulentes, les simulations (URANS) sont toujours intrinsèquement limitées à des valeurs relativement modestes du nombre de Reynolds. On utilise dans cette partie le modèle de turbulence URANS (quasi-stationnaire),  $k\omega$ -SST qui donne les propriétés quantitatives de la turbulence (les statistiques de turbulence), dans tout l'écoulement. Le code de calcul utilisé, a permis de résoudre les équations de Navier-Stokes instationnaires de Reynolds moyennées à formulation explicite en deuxième ordre. Ces équations, de quantité de mouvement, de l'énergie et du modèle de turbulence sont discrétisées par la méthode des volumes finis, en utilisant le schéma Upwind du second ordre basé sur le flux de Roe-FDS à un  $CFL=0.7$  et un pas de temps d'ordre de 0.02s.

Le fluide utilisé est de l'air, considéré comme gaz parfait, sa viscosité et sa conductivité thermique varient respectivement selon les lois de Sutherland et la théorie

cinétique des gaz parfait. La chaleur spécifique à pression constante de l'air et le nombre de Prandtl de l'écoulement sont respectivement, 1003.4J/kg.°C et 0.72.

Le domaine de calcul a été discrétisé par 863185 cellules quadrilatérales, avec un maillage simple bien serré près de la paroi inférieure et du générateur de choc (cellules adjacentes à la paroi) (voir la Figure 4.36). Les conditions de l'écoulement d'entrée sont citées dans le tableau 4.3 ci-dessous.



**Fig. 4.36** Maillage du domaine d'étude : interaction onde de choc/couche limite turbulente supersonique.

Tableau 4.4 : Paramètres physiques de l'écoulement à l'entrée

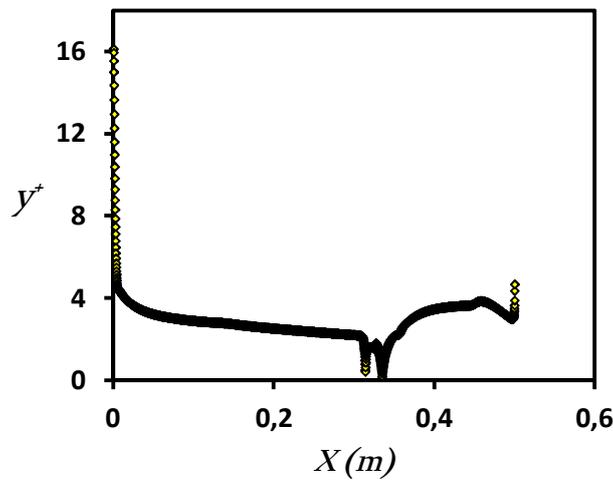
Angle du générateur de choc	Pression génératrice	Température génératrice	Nombre de Mach local	Nombre de Reynolds unitaire (1/m)
$\theta_w=8^\circ$	$P_{0i}=0.5\text{atm.}$	$T_{0i}=300\text{K}$	$M_0=2.28$	$5.10^5$

#### 4.4.3. Traitement de la paroi

La qualité de la simulation de l'interaction onde de choc-couche limite dépend de la précision avec laquelle la couche limite est décrite. Le paramètre couramment utilisé pour évaluer cette précision est la hauteur de la sous couche limite exprimée en variable de paroi, noté  $y^+$ , et définie par:

$$y^+ = \frac{y}{u_p} \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho_p}} \quad (4.9)$$

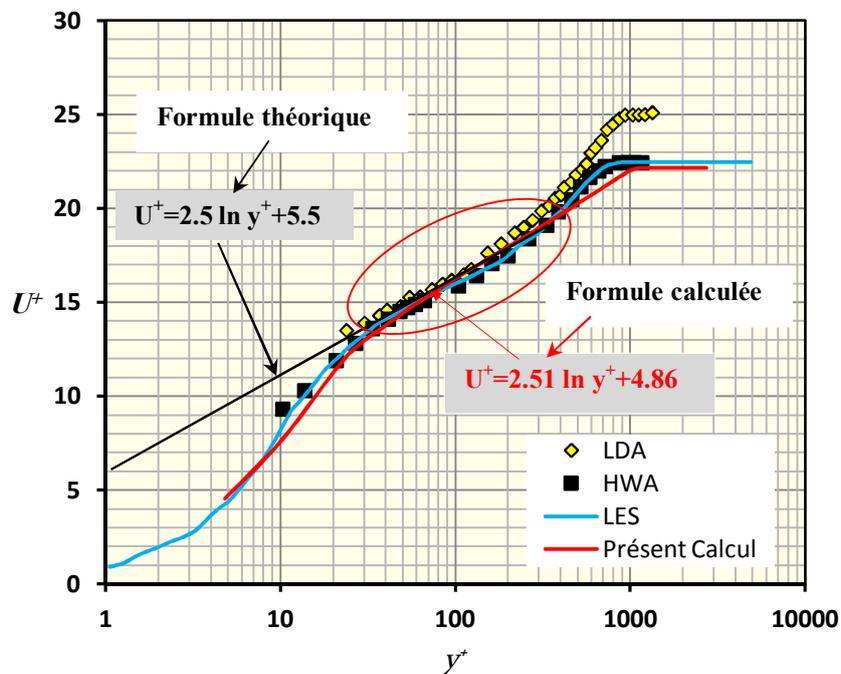
On voit sur la Figure 4.37, que les valeurs de  $y^+$  sont inférieures à 5 sur toute la zone d'interaction, ce qui signifie une bonne précision dans la détermination des propriétés de la couche limite. Le choix de la taille de la première cellule dans ce maillage est donc validé.



**Fig. 4.37** L'évolution de  $y^+$  plus le long de la paroi horizontale selon le modèle kw-SST

La Figure 4.38 présente les profils de vitesse moyenne longitudinale de Van Driest [33] transformée en fonction de la distance normale à la paroi  $y^+$ , en amont de la zone d'interaction à  $x=260\text{mm}$ . La vitesse de Van Driest est calculée comme suit:

$$u_{vd}^+(y) = \int_0^u \sqrt{\frac{\rho}{\rho_w}} du \quad (4.10)$$



**Fig.4.38** Profils de vitesse longitudinale moyenne adimensionnée : Présent travail (en couleur rouge), LDA (Laser Doppler Anemometry) [20], LES [34] et HWA (Hot-Wire Anemometry)[17] à  $x=260\text{mm}$ .

Les profils semi logarithmiques de la vitesse moyenne longitudinale (voir la Figure 4.38) présentent une linéarité avec  $Y^+$ . Cette linéarité est bien marquée sur la Figure 4.38. La loi de paroi usuelle est vérifiée dans la zone logarithmique, le profil de vitesse pour une paroi lisse est s'écrit selon la formule  $u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5$ . La constante de Karman est de l'ordre de 0.41. Dans la zone  $y^+ < 50$ , le profil évolue selon la loi  $u^+ = y^+$ . Dans la zone,  $50 < y^+ < 1000$ , le profil de vitesse moyenne longitudinale pour notre résultat évolue comme suit:  $u^+ = 2.51 \ln y^+ + 4.86$ . Donc; Le modèle  $k\omega$ -SST décrit bien les observations expérimentales de HWA (Hot-Wire Anemometry) [17], LDA (Laser Doppler Anemometry) [20] et celles numériques réalisées par le modèle LES [34], jusqu'à  $y^+ < 450$ .

#### 4.4.4. Résultats et discussion de la deuxième partie

L'analyse de nos résultats a mis en évidence une contribution similaire, du phénomène d'interaction onde de choc-couche limite turbulente par rapport à celles trouvées expérimentalement et numériquement. Nos résultats viennent enrichir deux catégories principales : (i) les propriétés instantanées d'écoulement, les propriétés d'écoulements moyennes ; et (ii) les propriétés d'écoulement turbulent. Nous avons commentés nos résultats, d'après les travaux de J. Déleroy et al [2, 35], J. Deleuze [17], H. Laurent [20], A. Hadjadj et al [34], et S. Pirozzoli et al. [36].

##### 4.4.4.1. Propriétés d'écoulements moyens

Afin de comprendre le comportement de l'écoulement dans la région d'interaction, les champs instantanés, moyens et fluctuants ont été analysés. On s'est intéressé aux propriétés de l'écoulement en amont et en aval de la zone d'interaction (zone de relaxation).

On rappelle brièvement que les caractéristiques de la couche limite sont celles d'une couche limite supersonique pleinement développée. Les profils de vitesses turbulentes d'une couche limite d'épaisseur  $\delta = 4.2\text{mm}$  à  $x = 260\text{mm}$  sont calculés. Les épaisseurs de déplacement  $\delta_l$  et de quantité de mouvement compressibles  $\theta$  ont été estimées à partir des profils de vitesse. Elles sont égales à  $0.256 \delta$  et  $0.094 \delta$  respectivement à une abscisse  $x = 260\text{mm}$  du bord d'attaque de la paroi. On observe que les valeurs des épaisseurs obtenues sont petites par rapport à celles de J. P. Dussauge [37], H. Laurent [20], J. Deleuze [17], A. Hadjadj et al [34], et S. Pirozzoli et al. [36] (voir le Tableau 4.4).

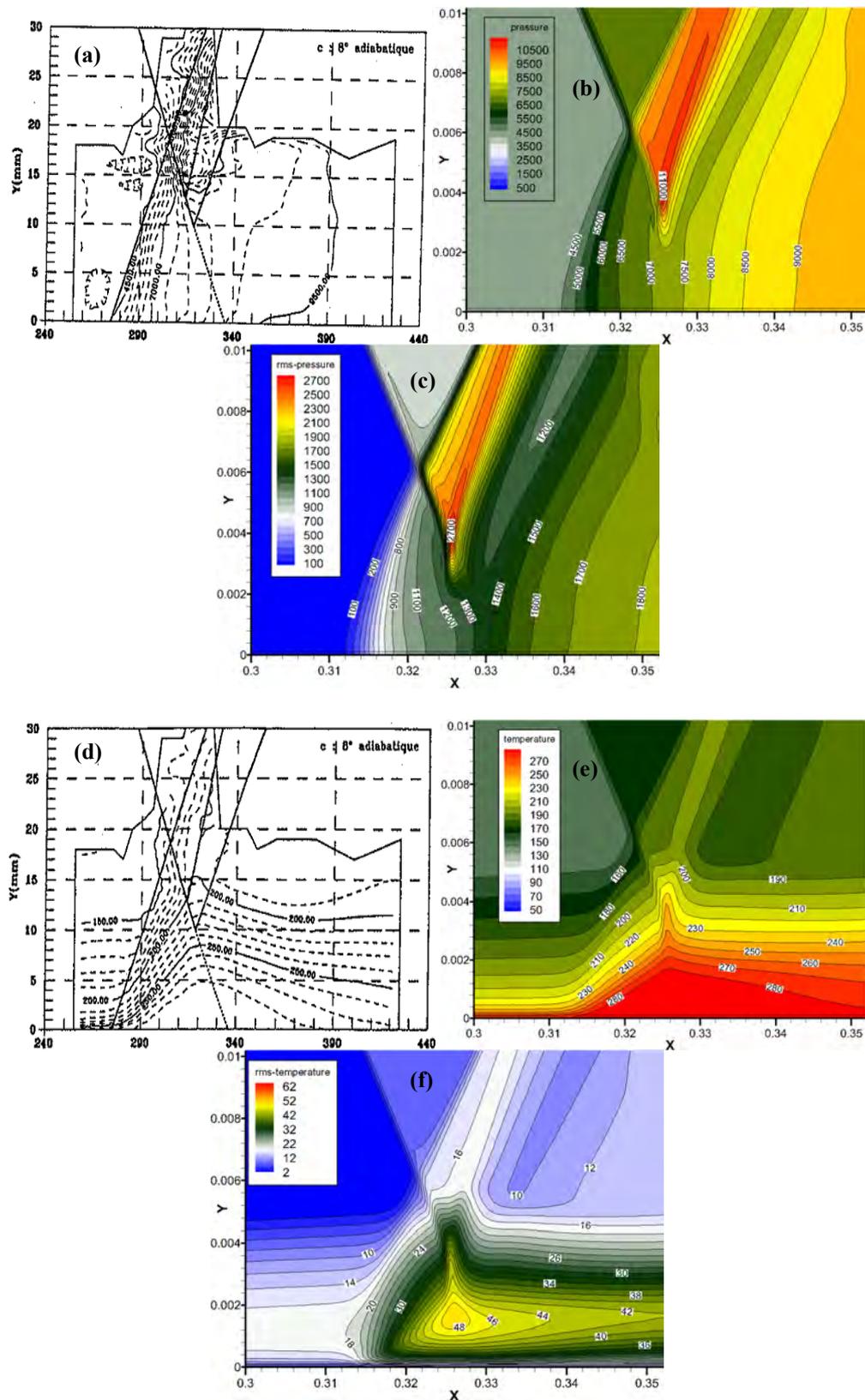
La différence entre les valeurs obtenues et celles des auteurs cités ci-dessus s'explique par la position de la couche limite par rapport au bord d'attaque de la paroi. Dans notre cas la couche limite se déclenche juste au bord d'attaque de la plaque, tandis que, les autres auteurs considèrent que la couche limite se développe juste au bord d'attaque de la paroi. Donc, cette justification a permis de dire que l'intensité de l'onde de choc (forte ou faible) joue un rôle important. Par ailleurs, nos résultats sont donnés de meilleures similarités par rapport de ceux de Neil Sandham [14]. Cette similarité, s'explique les mêmes conditions de simulation.

$\theta=8^\circ$ et $x= (260, 240)$ mm	$\delta$ (mm)	$\delta_1$ (mm)	$\theta$ (mm)	$u_\tau$ (m/s)	$Cf.10^3$
Présent travail, M=2.28	4.2	1.30	0.380	24.98	2.2
Neil Sandham, M=2.0 ( $\theta=7^\circ$ )	4.3	1.08	0.330	23.80	/
J. Deleuze (1995), M=2.3	11	/	0.742	24	/
H. Laurent (1996), M=2.28	10.97	3.535	0.956	24.75	2.06
A. Hadjadj et al (2010), M=2.28	10.83	/	/	24.75	1.8
J. P. Dussauge (2009)	11	/	/	/	/
S. Pirozzoli et al (2006), M=2.25	2.03	0.147	5.8	/	/

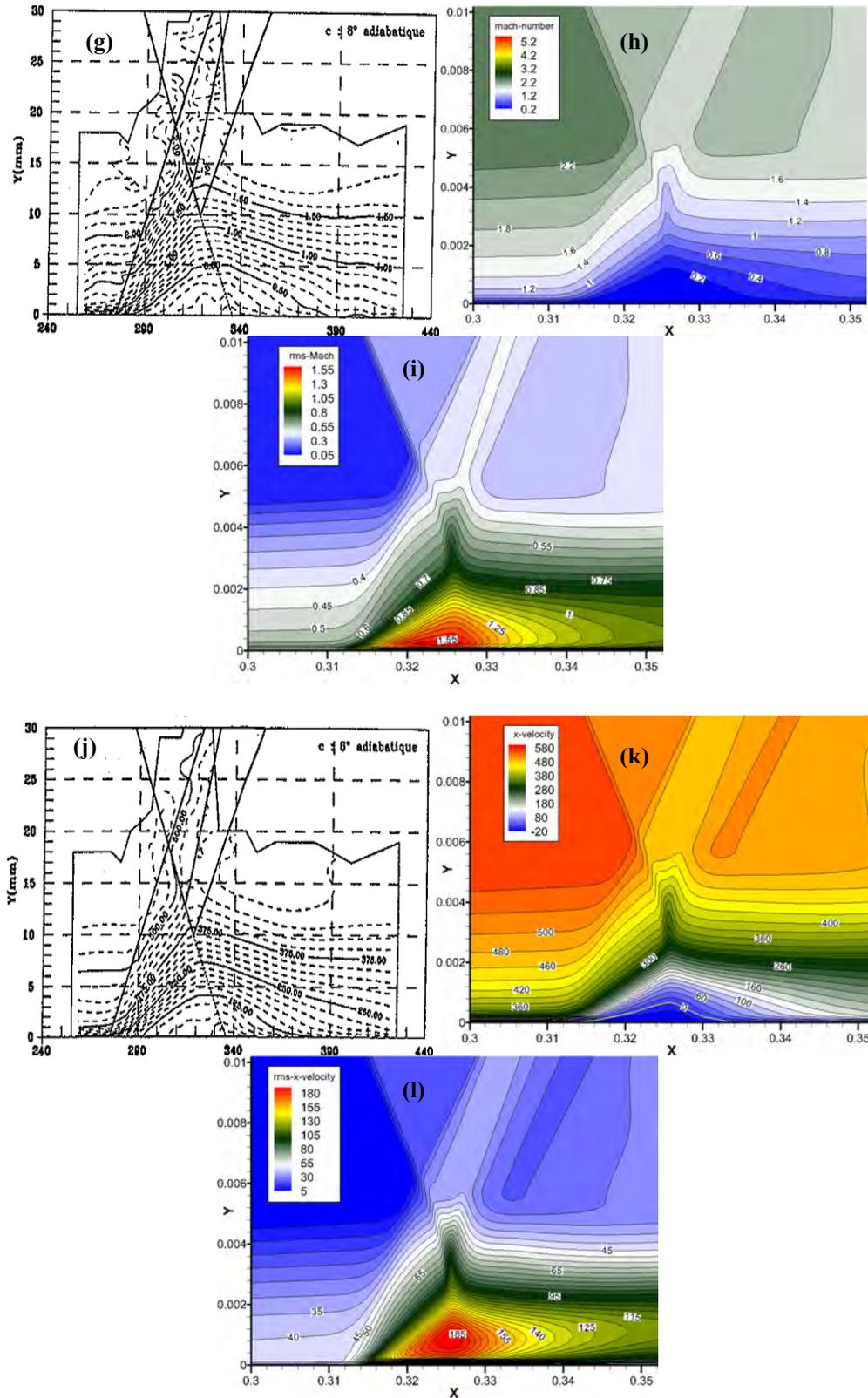
Tableau 4.5 : Paramètres de l'écoulement en amont de l'interaction à  $x= (260, 240)$  mm

Les calculs des champs moyens, de pression statique, de vitesse longitudinale, de température statique et du nombre de Mach sont présentés sur la Figure 4.39.

Ces champs montrent, l'épaississement de la zone subsonique de la couche limite, en particulier dans la zone d'interaction. Nos résultats sont compatibles avec les observations expérimentales de H. Laurent [20], présentés à gauche. Les champs *rms* ou les fluctuations de température, de vitesse et de Mach, sont plus importants dans la zone d'interaction. Cette remarque s'explique par l'effet tridimensionnel de la turbulence. D'autre part, il apparaît clairement que le choc incident se réfléchit sous forme de détente sur la ligne sonique.



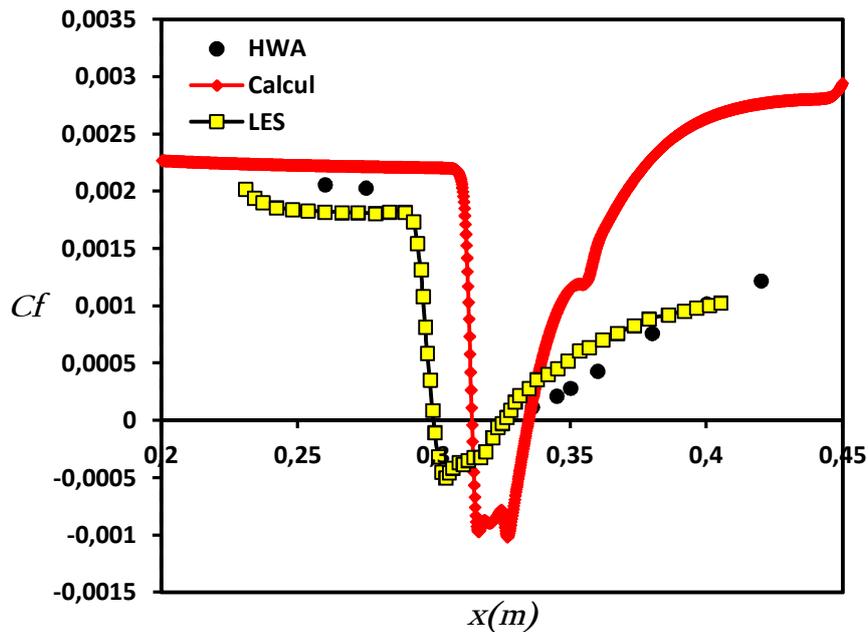
**Fig. 4.39** Champs moyens et fluctuants de : pression statique, température statique, vitesse longitudinale et du nombre de Mach. (LDA de H. Laurent [20] à gauche et  $\kappa\omega$ -SST à droite).



**Fig. 4.40** (suite) Champs moyens et fluctuants de : pression statique, température statique, vitesse longitudinale et du nombre de Mach. (LDA de H. Laurent [20] à gauche et  $k\omega$ -SST à droite).

Les distributions du coefficient de frottement sont présentées sur la Figure 4.41. L'intensité de l'onde de choc incidente est suffisamment forte pour provoquer la séparation de l'écoulement de la paroi. La simulation URANS par le modèle  $k\omega$ -SST, donne la même allure que les résultats expérimentaux de H. Laurent [20] et ceux de A. Hadjadj utilisant le modèle LES [34].

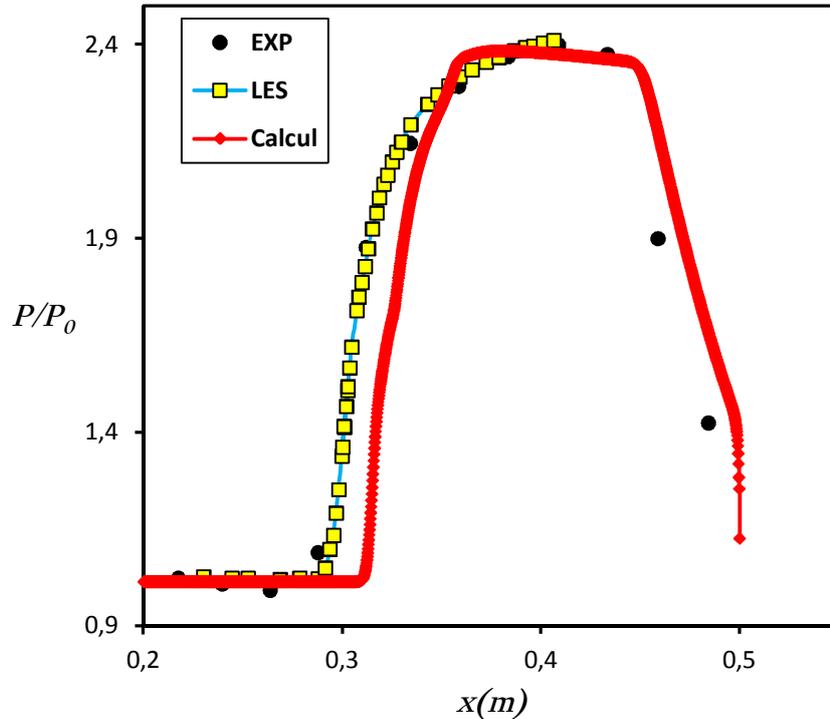
On observe sur la Figure 4.42 que le profil du coefficient de frottement  $C_f$  est décalé vers l'aval et nul en deux positions à savoir en  $x=315\text{mm}$  et en  $x=33\text{mm}$ , qui sont par conséquent, les bornes de la zone de recirculation, ce résultat est proche des observations de J. Deleuze [17] qui a trouvé une vitesse nulle entre  $x=300\text{mm}$  et  $x=332\text{mm}$ . Dans la zone d'interaction le coefficient de frottement  $C_f$  est négatif. Ces valeurs négatives atteignent un minimum inférieur à celui de A. Hadjadj et al [34]. Puis commence à réaugmenter jusqu'à ce qu'il atteigne des valeurs plus grandes que celles de l'amont de la zone d'interaction (zone de relaxation). Le profil du coefficient de frottement  $C_f$  qu'on a obtenu se trouve au-dessus des profils de J. Deleuze [17] et A. Hadjadj et al [34] (voir la Figure 4.42). Dans le même contexte, Murthy et Rose [38] ont obtenu lors de leur expérience une évolution semblable, mais à partir de  $4\delta$  en aval du point de recollement. Ces observations s'expliquent par l'intensité de l'onde de choc sur la couche limite supersonique, justifiée par la faible épaisseur de la couche limite.



**Fig. 4.41** Comparaison d'évolutions longitudinales des coefficients de frottement : Présent travail (en couleur rouge), LES [34] et HWA (Hot-Wire Anemometry)[17].

La Figure 4.42, représente l'évolution de la pression pariétale lors de la traversée de l'interaction. On constate que la pression pariétale subie par une brusque croissance. Cette croissance est due aux ondes de compression présentes au-dessous du choc réfléchi. Le niveau maximum de la pression pariétale est atteint dans la zone de relaxation, puis cette pression diminue pour récupérer sa nature de l'écoulement amont à partir de  $x=450\text{mm}$ . Cette

diminution est causée par l'interférence des faisceaux de détente du bord de fuite du générateur du choc incident avec la couche limite. La Figure 4.42, montre qu'il y a une approximation similaire de la pression pariétale à celle du fluide parfait, mais elle est décalée vers l'amont du point d'impact du choc incident, ce qui causée par l'intensité du choc incident. Les résultats obtenus, montrent que notre simulation utilisant le modèle  $k\omega$ -SST prédit de façon correcte la montée de pression, ainsi que celle en aval de l'interaction. Cette constatation a été observée par J. Deleuze [17] et A. Hadjadj et al. [34].



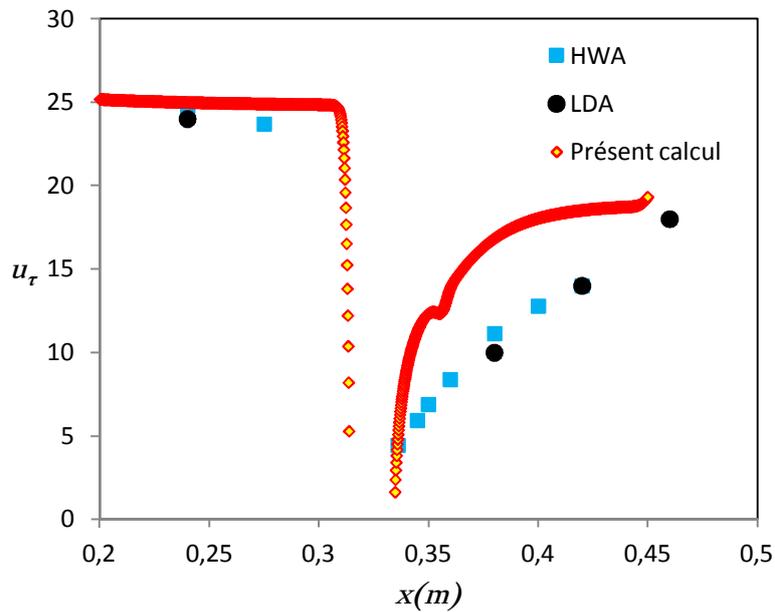
**Fig.4.42** Évolutions longitudinales les pressions pariétales : Présent travail (en couleur rouge), LES [34] et EXP. de [17].

La vitesse du frottement subit une forte décroissance dans la zone d'interaction (Figure 4.43), accentuée par le décollement, puis augmente progressivement en aval sans toutefois atteindre sa valeur amont. Comme déjà dit, dans une expérience similaire, Murthy et Rose [38] ont obtenu une évolution semblable, mais à partir d'une distance de  $4\delta$  en aval du point de recollement, leur frottement devient supérieur au frottement amont.

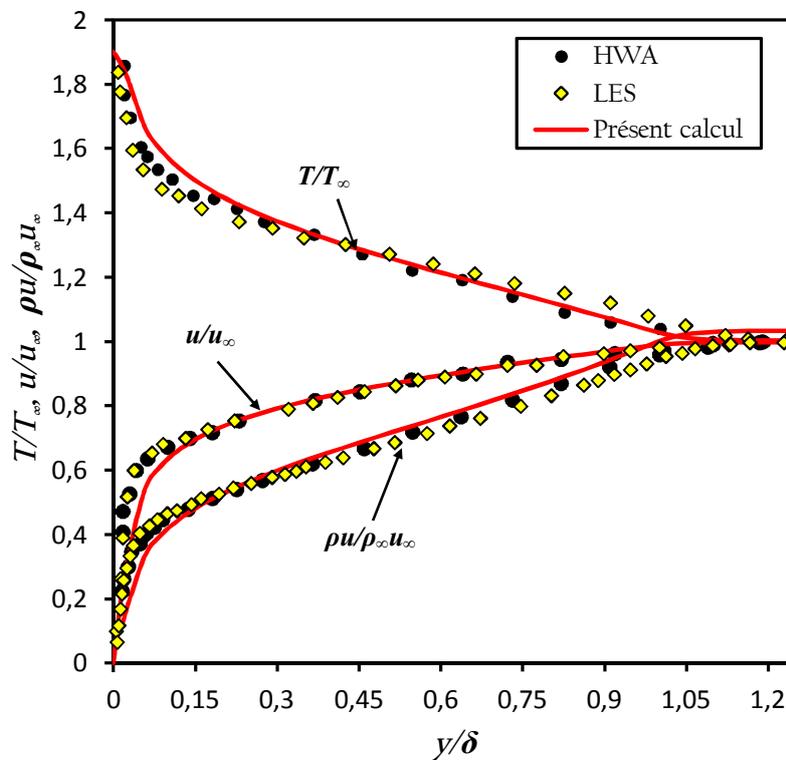
La Figure 4.44, représente les paramètres aérodynamiques moyens  $T/T_\infty$ ,  $u/u_\infty$  et  $\rho u/\rho_\infty u_\infty$  dimensionnés par les paramètres infinis amont à  $x=260\text{mm}$ . L'évolution du profil des températures montre une zone plus chaude au niveau de la paroi qui se refroidit en s'éloignant d'elle. On observe un accord clair entre l'expérience et les calculs numériques obtenus soit par A. Hadjadj et al. [34] (modèle LES), soit par nous grâce au modèle  $k\omega$ -SST.

L'effet du frottement est plus important dans la région proche de la paroi, qui est bien marqué. Le profil de vitesse montre un bon accord avec le profil en loi logarithmique à partir des points de mesure les plus proches de la paroi ( $y^+ = 550$ ). On constate aussi que le

profil de vitesse reproduit le profil d'un écoulement turbulent qui est bien aplati près de la paroi. Cet accord témoigne du développement d'une couche limite turbulente.



**Fig. 4.43** Évolutions des vitesses de frottement : Présent travail (en couleur rouge), LDA (Laser Doppler Anemometry) [20], et HWA (Hot-Wire Anemometry) [17]

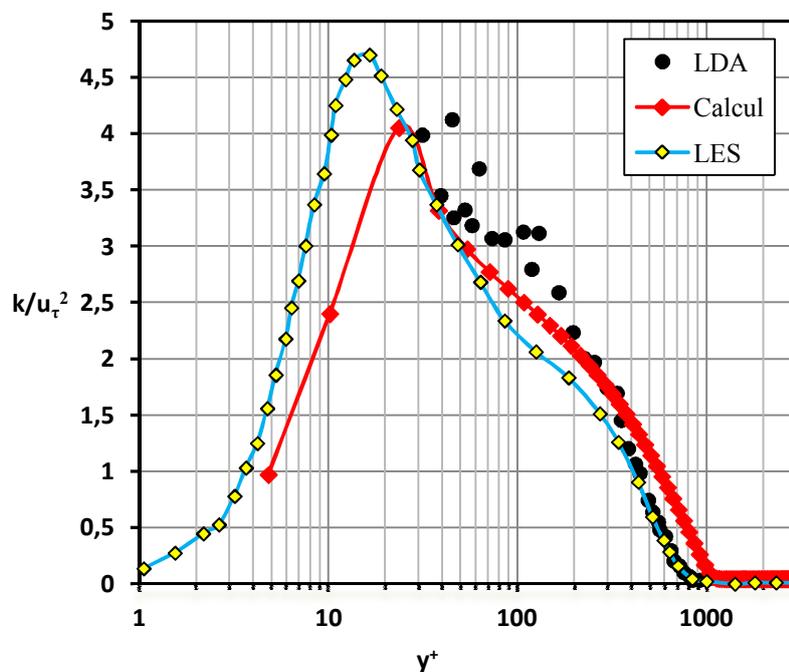


**Fig. 4.44** Paramètres aérodynamiques moyennes : comparaison entre notre travail (en couleur rouge), LES [34] et EXP. de [17] à  $x=260\text{mm}$ .

#### 4.4.4.2. Propriétés de l'écoulement turbulent

La Figure 4.45, montre l'évolution de l'énergie cinétique turbulente. La fluctuation du nombre de Mach en amont de la zone d'interaction à  $x=260\text{mm}$  est représentée sur la Figure 4.47. La Figure 4.46 montre, la dispersion des résultats expérimentaux qui est marquée dans la zone où  $30 < y^+ < 50$  ; ce qui correspond aux points de mesure les plus proches de la paroi.

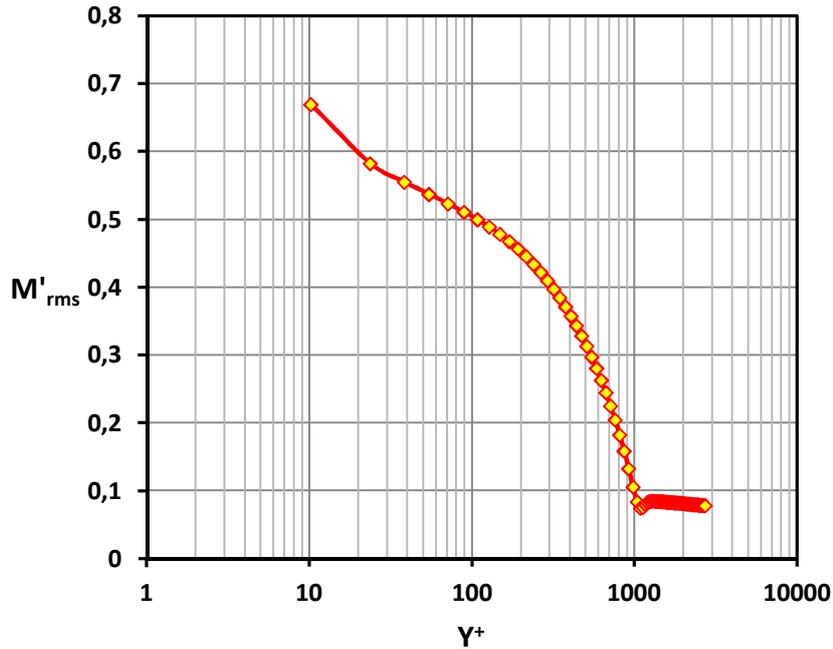
Par contre les mesures calculées par les simulations LES ou  $k\omega$ -SST, donnent des évolutions lisibles en proche paroi. L'énergie cinétique turbulente atteint son maximum dans la zone tampon ( $3 < y^+ < 40$ ). Le modèle LES montre que la valeur du pic d'énergie cinétique turbulente est de 4.66 atteint à  $y^+=13.7$ , tandis que le modèle  $k\omega$ -SST donne la valeur 4.22 à  $y^+=23$ . Pour les deux modèles, l'énergie cinétique turbulente prend des valeurs similaires dans la zone  $23 < y^+ < 37$ , puis au-delà de  $y^+ > 40$ , l'énergie cinétique turbulente calculée par notre modèle devient très faible et diverge par rapport à celles de l'expérience et du modèle LES. Cette divergence, s'explique par la précision du schéma numérique utilisé et aussi par l'effet tridimensionnel de la turbulence.



**Fig. 4.45** Évolution statistique de turbulence: Énergie cinétique turbulente comparaison entre présent travail (en couleur rouge), LES [34] et LDA. de [20] pour  $u_\tau=24.75\text{m/s}$  à  $x=260\text{mm}$ .

La fluctuation du nombre Mach (Figure 4.46), donne un pic d'environ 0.67 à  $x=260\text{mm}$  en amont de l'interaction. C'est-à-dire que la fluctuation du nombre de Mach reste inférieure à l'unité en amont de la zone d'interaction.

Morcovin [39] rapporte que la structure de la turbulence dans un écoulement compressible suivrait le modèle incompressible tant que les fluctuations du nombre de Mach restent inférieures à l'unité.



**Fig. 4.46** Figure 4.47 : Évolution statistique de turbulence: Fluctuation du nombre de Mach pour  $u_\tau=24.75\text{m/s}$  à  $x=260\text{mm}$ .

## 4.5. Conclusion

La simulation numérique de l'écoulement compressible supersonique bidimensionnel dans une couche limite turbulente avec réflexion de choc et interaction instationnaire choc-couche limite, a été étudiée aux mêmes conditions expérimentales que l'expérience de l'IUSTI (J. Deleuze [17]), en utilisant un code de calcul basé sur la méthode des volumes finis. Le modèle  $k\omega$ -SST a été employé. La physique de l'écoulement est observée pour des grandeurs statistiques moyennes et turbulentes avec un maillage 2D raffiné en bas. Nos résultats montrent l'existence d'une structure plus complexe dans la région de l'interaction, qui semble introduire l'effet tridimensionnel. Les résultats obtenus sont globalement comparables avec ceux trouvés expérimentalement et numériquement.

## Références du chapitre 4

- [1] J. Déleroy "Troisième partie : effet de la viscosité et décollements", Edition 1999.
- [2] J. Déleroy "Shock wave/turbulent boundary layer interaction and its control". Aerospace Science. Vol. 22, pp. 209-280, 1985.
- [3] H. Babinsky, J. K. Harvey, "Shock wave-boundary layer interactions", Cambridge University Press, Hardback. 2011.
- [4] A. Ferry, "Experimental results with airfoils tested in the high speed wind tunnels at Guidonia". NACA TM P46, 1940.
- [5] G. Degrez, C. H. Boccadoro, J. F. Wendt, "The interaction of an oblique shock wave with a laminar boundary layer revisited". An experimental and numerical study Journal of Fluid Mechanics, Vol. 177, pp. 247-263, 1987.
- [6] E. Katzer, "On the lengthscales of laminar shock/boundary- layer interaction". J. Fluid Mech. Vol. 206, pp. 477-496, 1989.
- [7] R. J. Hakkinen, I. Greber, L. Trilling, S. S. Abarbanel, "The intimation of an oblique shock wave with a laminar boundary layer". NASA MEMO. 2. 18-59W. 1959.
- [8] R. O. Bura, Y. F. Yao, G. T. Roberts, N. D. Sandham, "Investigation of Supersonic and Hypersonic Shock Wave Boundary layer Interactions", Proceedings of the 24th International Symposium on Shock Waves Beijing, China July 11–16, 2004, 695-700 2002.
- [9] J. Ph. Boin, J. Ch Robinet, Ch. Corre "Interaction choc/couche limite laminaire: caractéristiques instationnaires". 16<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique. Nice, 1-5 septembre 2003.
- [10] J.-Ph. Boin, J.-Ch. Robinet, Ch. Corre, H. Deniau, "3D steady and unsteady bifurcations in a shock-wave/laminar boundary layer interaction: a numerical study". Theor. Comput. Fluid Dyn. Vol. 20, pp.163-180, 2006.
- [11] Y. Shens, R. Wang, "A New Numerical Study of the Shock Boundary-Layer Interactions", Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, Vo1.2. N° 3, 1997.
- [12] M. Oliveria, P. Lu, X. Liu and C. Liu, "Universal High Order Subroutine with New Shock Detector for Shock Boundary Layer Interaction", 47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition Orlando, Florida. pp 5-8, AIAA 2009-1139, January 2009.
- [13] J.-Ch. Robinet, "Bifurcations in Shock Wave / Laminar Boundary Layer Interaction: Global Instability Approach", Journal of Fluids Mechanics, Vol. 579, pp. 85-112, 2007.

- 
- [14] D. A. Needham, "Laminar separation in hypersonic flow", PhD thesis, Imperial College, London University, 1965. (See also AIAA Paper 66-455, 1966).
- [15] M. S. Holden, "A review of the characteristics of regions of shock wave/boundary layer interaction for laminar and turbulent high speed flows with heat transfer", AGARD Report No. 764, pp. 4A-1, 1989.
- [16] P. Ardonneau, "Etude de l'interaction onde de choc - couche limite supersonique". Thèse de Doctorat (Ph-D thesis), Université de Poitiers, France, 1981.
- [17] J. Deleuze, "Structure d'une couche limite turbulente soumise à une onde de choc incidente". Thèse de Doctorat (Ph-D thesis), Université Aix-Marseille II, France, 1995.
- [18] P. Dupont, J. F. Debieve, J. P. Dussauge, J. P. Ardissonne, and C. Haddad. "Unsteadiness in shock wave/boundary layer interaction". Compte rendu de réunion du groupe ATAC, ONERA, 18 septembre 2003.
- [19] J. P. Dussauge, P. Dupont, J. F. Debieve, J.C. Robinet, A. Dervieux, M. Braza, P. Sagaut, R. Bur, and G. Casalis, "Instationnarités et structures à grandes échelles: cas des interactions choc/couche limite avec décollement". Dans Recherche aeronautique sur le supersonique, Programmes et actes, pages 22–30, Paris, February 6-7, 2002.
- [20] H. Laurent, "Turbulence d'une interaction onde de choc/couche limite sur une paroi plane adiabatique ou chauffée". Thèse de Doctorat (Ph-D thesis), Université Aix-Marseille II, France, 1996.
- [21] P. Dupont, C. Haddad, J. P. Ardissonne, and J. F. Debieve, "Space and time organization of a shock wave/turbulent boundary layer". Aerospace Science and Technology, Vol. 9, pp: 561–572, 2005.
- [22] S. J. Beresh, N. T. Clemens, and D. S. Dolling, "Relationship between upstream turbulent boundary-layer velocity fluctuations and separation shock unsteadiness". AIAA J., Vol. 40, pp.2412–2422, 2003.
- [23] D.S. Dolling, "Fluctuating loads in shock-waves/turbulent boundary layer interaction: tutorial and update". AIAA Paper 93-0284, 1993.
- [24] D.S. Dolling and C. T. Tor. "Unsteadiness of the shock wave structure in attached and separated compression ramp flows". Experiments in Fluids, Vol.3, pp.24-32, 1985.
- [25] J. Ph. Boin, J. Ch. Robinet, and Ch. Corre, "Interaction choc/couche limite laminaire: caractéristiques instationnaires". Dans XVI Congrès Français, de Mécanique, Nice, September 6-7, 21, 22, 24. 2003.
- [26] R. Schwane, H. Wong, D. Perigo, and Y. Xia, "Unsteady turbulent flow predictions for separated flow in over-expanded rocket nozzles". AIAA Paper 2003 4761, 2003.
- [27] A. L. Kistler, "Fluctuating wall pressure under a separated supersonic flow". J. of the acoustical society of America, Vol. 36, pp. 543-550, 1964.
- [28] L. Vandomme, Contribution a l'étude de l'interaction onde de choc couche limite transitionnelle en écoulement hypersonique a mach 5 », thèse de doctorat de l'université de D'EVRY VAL D'ESSONNE, 2004
- [29] K. Stewartson and P. G. Williams. Self-induced separation. Proceedings of the Royal Society, London, A, 312, 181–206, 1969
- [30] J. S. Shang, W. L. Hankey, and H. C. Law. Numerical simulation of shock wave-turbulent boundary layer interaction. AIAA Journal, 14, 10, 1451–60. 1976.
- [31] A. P. Rothmayer and F. T. Smith. "Free Interactions and Breakaway Separation." In Handbook of Fluid Dynamics (CRC Press,), pp. 24-1–24-22. 1998.
- [32] H. D. Kim, T. Setoguchi, "Shock Induced Boundary Layer Separation", 8th International Symposium on Experimental and Computational Aerothermodynamics of Internal Flows, Lyon, France, July-2007.
-

- 
- [33] E. R. Van Driest, "Turbulent boundary layer in compressible fluids", *J. Aero. Sc.* No. 3, 18, pp. 145-160, 1951.
  - [34] A. Hadjadj, J Larsson, B. E. Morgan, J. W. Nichols and S. K. Lele, "Large-eddy simulation of shock/boundary layer interaction". Center for turbulence research-proceeding of the summer Program 2010.
  - [35] J. Delery and J. G. Marvin, "Shock-wave boundary layer interactions". AGARDograph No. 280, 1986.
  - [36] S. Pirozzoli and F. Grasso, "Direct numerical simulation of impinging shock wave/turbulent boundary layer interaction at  $M=2.25$ ", *Physics of fluids* N° 18, 065113 (1-17)1, 2006.
  - [37] J. P. Dussauge, P. Dupont, J. F. Debieve, J.C. Robinet, A. Dervieux, M. Braza, P. Sagaut, R. Bur, and G. Casalis. Intationnarites et structures a` grandes echelles: cas des interactions choc/couche limite avec decollement. In *Recherche aeronautique sur le supersonique, Programmes et actes*, pages 22–30, Paris, February 6-7, 2002.
  - [38] V. S. Murthy and W. C. Rose, "Wall shear stress measurements in shock wave boundary layer interaction", *AIAA J.* No. 7, 16, pp. 667-672, 1978.
  - [39] M. V. Morcovin, "Effects of compressibility on turbulent flows", *Intern. Sympos. On the "Mécanique de la turbulence"*. CNRS, Paris. 367-380, 1962.
-

# Chapitre

# 5

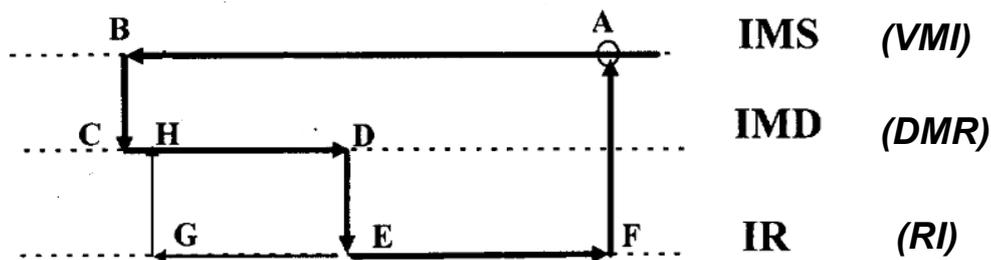
## *Interaction d'ondes de choc coniques des écoulements axisymétriques supersoniques*

### Sommaire

5.1	Introduction.....	99
5.2	Contexte physique des phénomènes d'interactions de chocs en régime stationnaire .....	101
5.2.1	Polaire de choc .....	101
5.2.2	Réflexion régulière en écoulement stationnaire notée (RR) .....	104
5.2.2.1	Exemple de visualisation strioscopique de l'écoulement .....	104
5.2.2.2	Configuration de la réflexion régulière .....	105
5.2.3	Réflexion de Mach notée (MR) .....	106
5.2.3.1	Exemple de visualisation expérimentale d'écoulement .....	106
5.2.4	Transition des phénomènes de réflexions de chocs .....	109
5.2.4.1	Critère de Von Neumann .....	110
5.2.4.2	Critère de détachement .....	111
5.2.4.3	Zone duale .....	111
5.2.5	Phénomène d'hystérésis (Transition RR ↔ MR).....	112
5.2.5.1	Phénomène d'hystérésis en angle .....	112
5.2.5.2	Phénomène d'hystérésis de Mach.....	114
5.3	Description de la géométrie.....	115
5.4	Description des trois interactions possibles rencontrées dans ce cas d'étude .....	116
5.5	Partie 1: Calcul d'écoulement non-visqueux .....	117
5.5.1	Géométrie et méthode numérique .....	117
5.5.2	Résultats et discussions .....	118
5.5.2.1	Effet du nombre de Mach sur le phénomène d'interactions de chocs coniques.....	119
5.5.2.1.1	Validation les résultats.....	119
5.5.2.1.2	L'effet du nombre de Mach sur le critère de transition.....	120
5.5.2.1.3	L'effet du nombre de Mach sur le phénomène d'hystérésis.....	124
5.6	Partie 2: Écoulement stationnaire: Calculs visqueux.....	126
5.6.1	Résultats et discussion.....	126
5.6.1.1	Courbes de convergence.....	126
5.6.1.2	Traitement de la paroi.....	126
5.6.1.3	Critères de transition.....	128
5.6.1.4	Phénomène d'hystérésis.....	128
5.6.1.5	Comparaison entre le calcul visqueux et non-visqueux.....	131
5.7	Conclusion.....	136

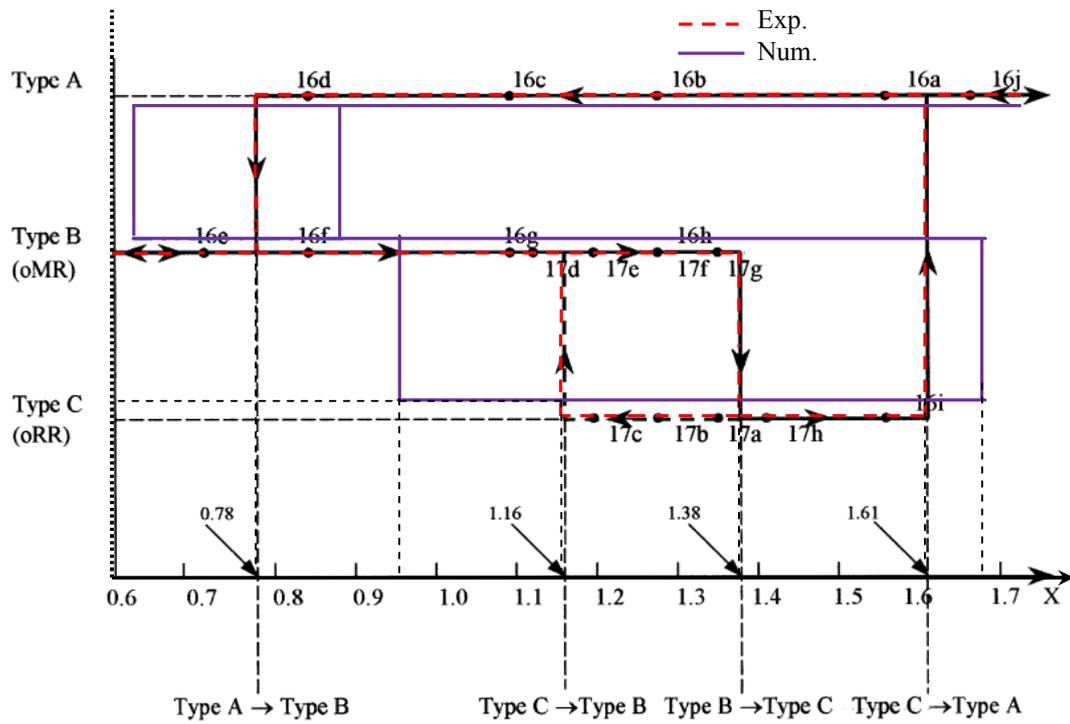
## 5.1. Introduction

Les expériences réalisées dans la soufflerie hypersonique SH2 à Mach local  $M_0=4.96$  au niveau du laboratoire d'aérothermique du CNRS à Meudon par A. Chpoun et al. [1], [2], et G. Ben-Dor et al. [3] concernant l'écoulement axisymétrique (sans effet de bord) de l'interaction de deux ondes de chocs coniques planes, l'une générée par un dièdre d'une tuyère et l'autre par un cône curviligne, ont conduit à trois types de configurations d'ondes de chocs, à savoir ; l'interaction régulière (IR), l'interaction de double Mach (DMI) et l'interaction de type (VMI). Les types interaction régulière (IR) et l'interaction de double Mach (DMI) ont été étudiés au paravent, expérimentalement, numériquement et aussi analytiquement. La Figure 5.1 représente le phénomène d'hystérésis obtenu expérimentalement par A. Chpoun, alors que la Figure 5.2 le représente superposé à l'étude numérique de Y. Burstchell et al. [4]. Cette étude a ouvert un domaine de recherche très important en posant des observations pertinentes en physique. Y. Burstchell et al. [4] ont découvert la configuration de type VMI pour la première fois en utilisant un calcul numérique basé sur le code de Navier-Stokes, alors que le phénomène d'hystérésis ne reflétait pas exactement l'expérience de A. Chpoun [1]. C. Tenaud et al., développèrent un code de calcul au laboratoire LIMSI à Orsay (France) basé sur les équations de Navier-Stokes, (ce code est au niveau de nos disposition), et retrouvèrent la configuration VMI. D'autres études numériques basées sur les calculs Eulériens ont été menées sur la même configuration Y. Burstchell et al. [5], G. Ben- Dor et al. [6], [7]. D'après Y. Burstchell et al [8] la viscosité de l'écoulement est à l'origine de ce type d'interaction. Les trois configurations de chocs sont représentées sur la Figure 5.3.

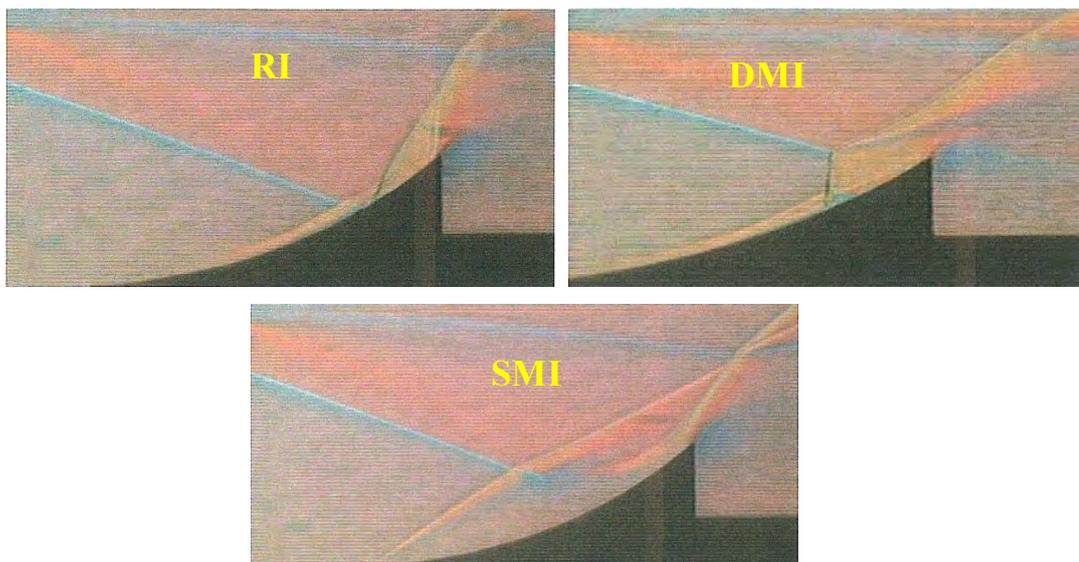


**Fig. 5.1** Boucles d'hystérésis selon A. Chpoun et al. [1].

Dans le même contexte, on présentera par la suite une étude numérique sur l'interaction de chocs coniques basée sur le calcul d'Euler et le calcul turbulent, en utilisant le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST de Menter.



**Fig. 5.2** La boucle d'hystérésis expérimentale [3] et numérique [4].



**Fig. 5.3** Représentation schématique des trois configurations de réflexions d'ondes de choc coniques, découvertes par A. Chpoun et al. [2].

## 5.2. Contexte physique des phénomènes d'interactions de chocs en régime stationnaire

Les expériences ont montré que les caractéristiques (la vitesse, la pression, la température, l'entropie, la densité et le nombre de Mach) des écoulements à grandes vitesses varient brusquement et très rapidement à travers une distance très mince dite "onde de choc". Ce terme a été utilisé pour la première fois par Toepler en 1864. La décélération des particules des fluides à travers ces ondes est considérable.

Si cette onde rencontre une paroi solide ou un autre choc, on parle alors de réflexion d'onde de choc. Selon les intensités relatives des chocs, l'interférence conduit à la formation de structures plus ou moins complexes. On différencie deux types de réflexions majeurs existant, soit la réflexion régulière (RR) ou la réflexion de Mach (MR), définies et traitées ci-après.

### 5.2.1. Polaire de choc [11]

L'intérêt principal dans les études d'interaction de choc réside dans la détermination des critères de transition. Il s'avère que la théorie du triple choc donne des résultats satisfaisants concernant les critères de transition dans le cas de l'interaction de deux chocs, symétriques ou asymétriques. Les conditions aux limites des configurations régulières notées (RR) et de Mach notées (MR) dans le cas asymétrique étant différentes de celles du cas symétrique, restent certaines particularités inhérentes à la configuration asymétrique.

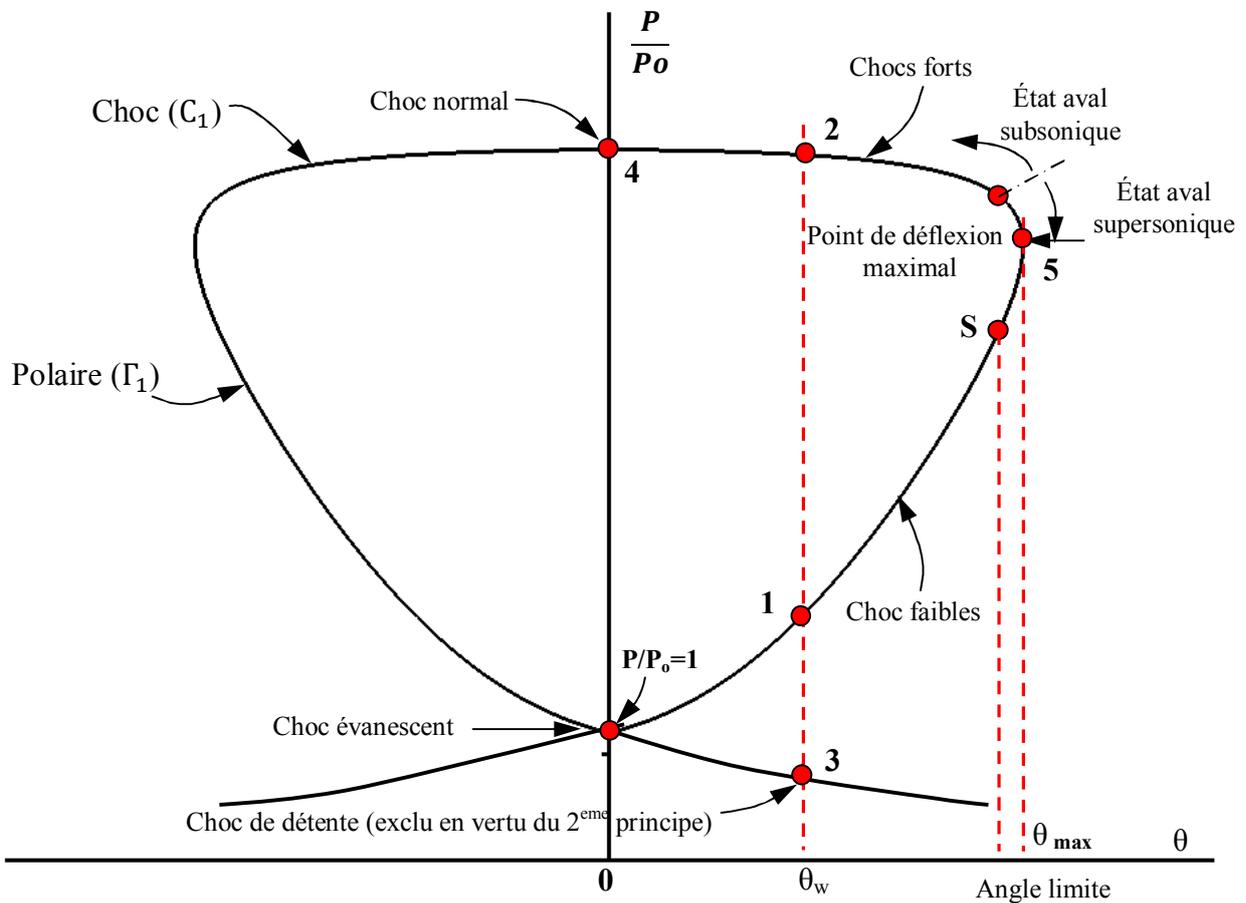
L'utilisation des polaires de choc est très commode pour analyser les différentes configurations possibles d'interactions de chocs [9].

La représentation hodographique pression-angle de déviation de l'écoulement est un outil de plus pour présenter la solution des équations de choc oblique. Ce schéma trace nécessairement les diverses pressions possibles pour le changement de l'angle de déviation de l'écoulement pour un nombre de Mach donné. Par conséquent, nous pouvons tracer l'hodographe ( $P/P_o-\theta$ ), (relation entre le rapport des pressions statiques d'une part et d'autre part l'angle de déflexion  $\theta$  de l'onde de choc oblique), pour une valeur fixe du nombre de Mach amont  $M_0$ .

Une telle polaire est représentée sur la Figure 5.4. Elle a la forme d'une courbe fermée, symétrique par rapport à l'axe  $\theta=0$ . En effet, deux valeurs opposées de  $\theta$  conduisent à des chocs de même intensité, l'un partant "vers le haut", l'autre "vers le bas". Les conditions particulières du problème (sens de déflexion de la paroi, par exemple) imposent l'un ou l'autre choc.

A une valeur de  $\theta$  correspondent trois (03) points du polaire ( $\Gamma_1$ ): 1, 2 et 3, images des trois (03) solutions possibles. On peut démontrer que la troisième solution (solution 3), pour laquelle la pression est inférieure à la pression avant le choc  $P_0$  (choc de détente), entraîne une diminution de l'entropie. Cette solution est à rejeter, car elle est physiquement inacceptable. Elle viole le second principe de la thermodynamique. Les deux autres solutions 1 et 2 sont physiquement possibles et se rencontrent dans la réalité.

- A la solution 1 est associé le saut de pression le plus faible: pour cela elle est appelée solution du type choc faible.
- A la solution 2 correspond le saut de pression le plus élevé: d'où son nom de solution du type choc fort.
- A la valeur  $\theta=0$  (absence de déflexion) sont associées deux solutions:
  - L'une coïncidant avec le point origine qui est l'image du choc infiniment faible se réduisant à une onde de Mach,
  - L'autre, au point 4, qui est le choc normal produisant le saut de pression le plus important.
- La solution au point S lui correspond le point de la polaire de choc où  $M_0=1$ , l'écoulement est de régime sonique.



**Fig. 5.4** Polaire de choc dans le plan  $(P/P_0-\theta)$ .

La formule des polaires de choc (de l'hodographique) trouvée par les équations de choc pour l'écoulement d'Euler s'écrit comme suit:

$$\frac{\tan(\theta - \phi)}{\tan \phi} = \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \left[ 1 + \frac{2}{(\gamma - 1)M_0^2 \sin^2 \phi} \right] \quad (5.1)$$

Si l'on connaît l'angle de choc  $\phi$ , l'équation ci-dessus permet de calculer la déflexion  $\theta$  qu'il provoque. Connaissant l'écoulement amont, ainsi que  $\phi$  et  $\theta$ , toutes les propriétés de l'écoulement aval peuvent être déterminées.

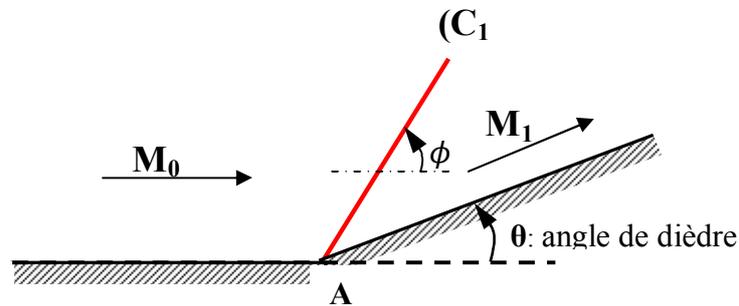
L'équation (5.1) peut être écrite sous forme explicite de la variable  $\theta$  en fonction du rapport des pressions ( $P/P_0$ ), comme suit:

$$\tan \theta = \frac{\frac{P}{P_0} - 1}{\gamma M_0^2 - \frac{P}{P_0} + 1} \sqrt{\frac{(1 + \mu^2)(M_0^2 - 1) - \left(\frac{P}{P_0} - 1\right)}{\frac{P}{P_0} + \mu^2}} \quad (5.2)$$

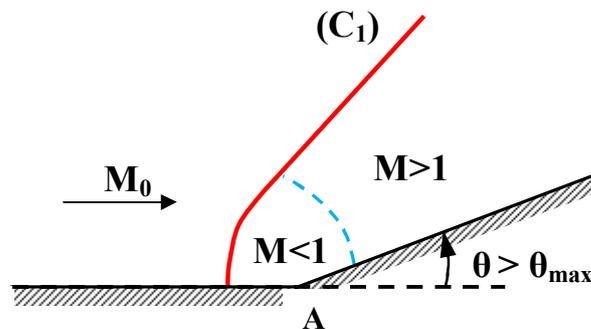
Tel que :  $\mu^2 = \frac{\gamma-1}{\gamma+1}$

La polaire de choc met en évidence la propriété suivante:

Il existe une déflexion maximale solution  $\theta_{max}$  au-delà de laquelle les équations du choc oblique n'ont plus de racines réelles. Cela ne veut pas dire que le problème de fluide parfait n'a pas de solutions, mais cela signifie que si  $\theta > \theta_{max}$ , le problème posé plus haut n'admet plus comme solution une onde de choc plane attachée en A (Figure 5.5-a). En fait, si  $\theta > \theta_{max}$ , comme le montre la Figure 5.5-b, l'onde de choc ( $C_1$ ) fonction de la valeur de  $\theta$  et du nombre de Mach amont, se forme en amont de A et devient courbe, on dit qu'elle se détache.



a) Solution régulière



b) Solution avec choc détaché

**Fig. 5.5** Choc oblique créée par un dièdre (ou un générateur de choc).

D'abord normale à la paroi, elle s'incurve, ensuite peu à peu et devient pratiquement rectiligne à une distance de  $A$ . L'écoulement en aval de  $(C_1)$  n'est plus uniforme; en particulier une poche subsonique se forme au voisinage de la paroi. Le calcul de cette solution est plus complexe que dans le cas précédent; il doit faire appel à des techniques numériques de solutions des équations d'Euler.

L'angle de choc  $\phi_{max}$  correspondant à la déflexion  $\theta_{max}$  est donné par la formule suivante:

$$\sin^2 \phi_{max} = \frac{1}{4\gamma M_0^2} \left[ (\gamma + 1)M_0^2 - 4 + \sqrt{(\gamma + 1)[(\gamma + 1)M_0^4 + 8(\gamma - 1)M_0^2 + 16]} \right] \quad (5.3)$$

La portion de polaire comprise entre l'origine 0 et le point 5, image de la déflexion maximale, correspond aux chocs obliques faibles; celle comprise entre 5 et le choc normal 4, aux chocs obliques forts.

Quand on parcourt la polaire entre le point origine 0 et le point 4 -image du choc normal- le nombre de Mach de l'écoulement aval passe du supersonique au subsonique. Il existe donc sur la polaire un point où l'état en aval du choc est juste sonique. Il lui correspond un angle de choc  $\phi_{son}$ . Donné par la formule suivante:

$$\sin^2 \phi_{son} = \frac{1}{4\gamma M_0^2} \left[ (\gamma + 1)M_0^2 - (3 - \gamma) + \sqrt{(\gamma + 1)[(\gamma + 1)M_0^4 + 2(3 - \gamma)M_0^2 + (\gamma + 9)]} \right] \quad (5.4)$$

Les points représentatifs de la déflexion maximale et de l'état aval sonique sont très proches l'un de l'autre sur la polaire.

Pour  $\gamma$  donné, la déflexion maximale  $\theta_{max}$  ne dépend que du nombre de Mach amont  $M_0$ . Il n'existe pas de relation donnant  $\theta_{max}$  explicitement; une évaluation peut en être obtenue par la relation approchée suivante [11].

$$\theta_{max} \cong \frac{4}{3\sqrt{3}(\gamma + 1)} \frac{(M_0^1 - 1)^{\frac{3}{2}}}{M_0^1} \quad (5.5)$$

## 5.2.2. Réflexion régulière en écoulement stationnaire notée (RR)

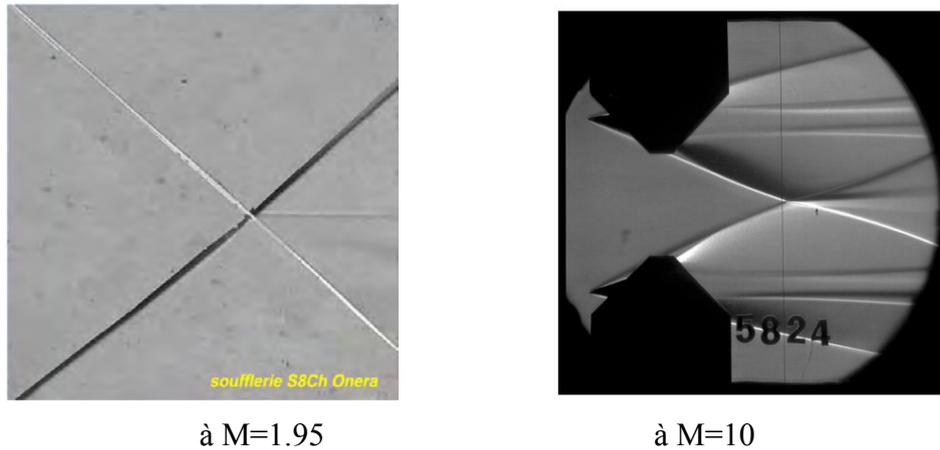
### 5.2.2.1. Visualisation strioscopique de l'écoulement

La Figure 5.6, montre l'image d'une réflexion régulière (RR) obtenue par strioscopie lors d'expériences réalisées en soufflerie S8Ch et R3Ch de l'ONERA (centre de Chalais Meudon). Les nombres de Mach sont égaux respectivement à 1.95 et 10.

### 5.2.2.2. Configuration de la réflexion régulière

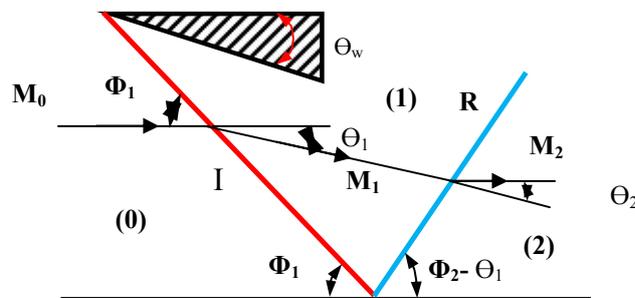
Schématiquement, une réflexion régulière se présente de la manière suivante :

La réflexion régulière s'induit dans le cas de chocs faibles. La réflexion régulière est composée de deux chocs obliques, l'un incident ( $I$ ) induit par un dièdre incliné par rapport à l'horizontal d'un angle  $\theta_w$ , et l'autre réfléchi ( $R$ ) (voir la Figure 5.6). L'écoulement uniforme, initialement parallèle à la surface réfléchissante, sera dévié d'un angle  $\theta_1$ .



**Fig. 5.6** Strioscopie d'une réflexion régulière à Mach égal à 1.95 et 10 (source l'ONERA)

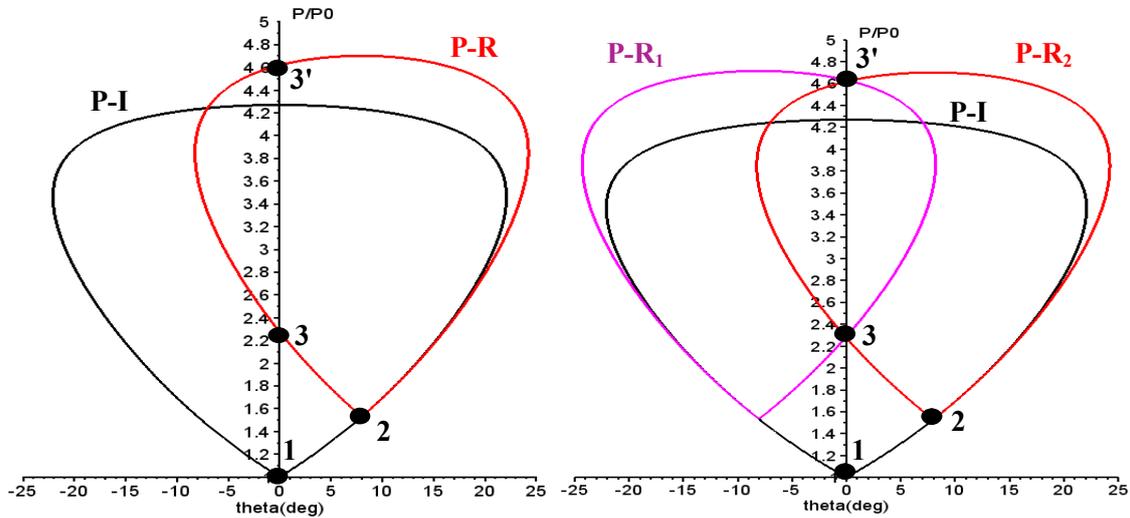
L'écoulement ainsi dévié aborde la paroi avec un angle  $\theta_1$ , puis redressé par le choc réfléchi ( $R$ ) d'un angle  $(-\theta_1)$  pour obtenir en aval un angle de déviation ( $\theta = 0$ ). La Figure 5.8 montre la situation de la Figure 5.7 dans le plan hodographique décrit précédemment. (P-I) est la polaire associée à l'état 1 et (P-R) est celle associée à l'état 2. L'état de l'écoulement aval est représenté à l'intersection des deux courbes (P). Un tel graphique permet de déduire rapidement le saut de pression et la déviation de l'écoulement au travers du système de choc. Il s'agit respectivement de la solution faible et de la solution forte. Li et Ben-Dor [12] en appliquant le principe de la production minimale d'entropie ont montré récemment que la solution correspondant au rapport de pression le plus élevé (point 3') était instable et violait le second principe de la thermodynamique. L'état de l'écoulement aval est finalement représenté par le point 3.



Paroi réfléchissante

**Fig. 5.7** Réflexion régulière (RR) en état stationnaire

La réflexion régulière apparaît aux faibles déviations de l'écoulement, caractérisée par un choc réfléchi attaché. Si on augmente l'angle de déviation de l'écoulement, on obtient alors un deuxième type de réflexion, dite réflexion de Mach.

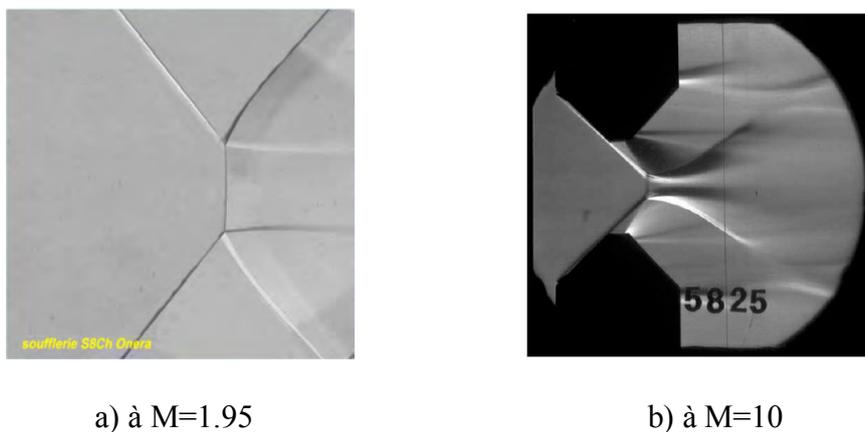


**Fig. 5.8** Représentation de réflexion régulière dans le plan des polaires de choc obtenue pour un nombre de Mach égal à 1.95 et  $\theta = -8^\circ$  (donnée de l'ONERA).

### 5.2.3. Réflexion de Mach notée (MR)

#### 5.2.3.1. Exemple de visualisation expérimentale d'écoulement

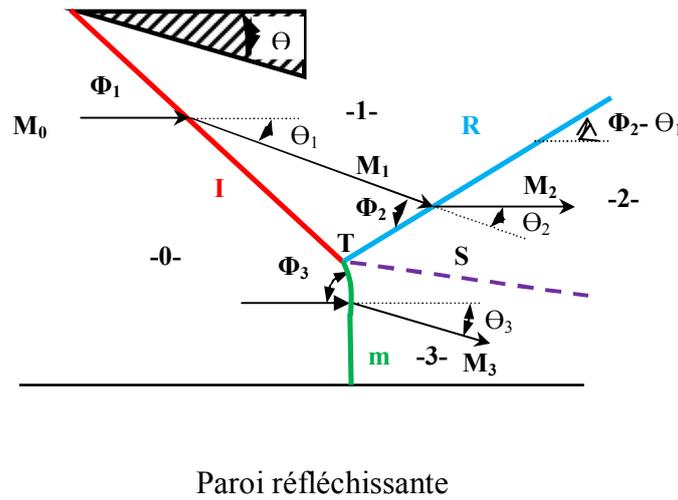
La Figure 5.9 montre l'image d'une réflexion de Mach (MR) obtenue par strioscopie, lors des expériences effectuées à l'ONERA pour les nombres de Mach de  $M=1.95$  et  $M=10$ .



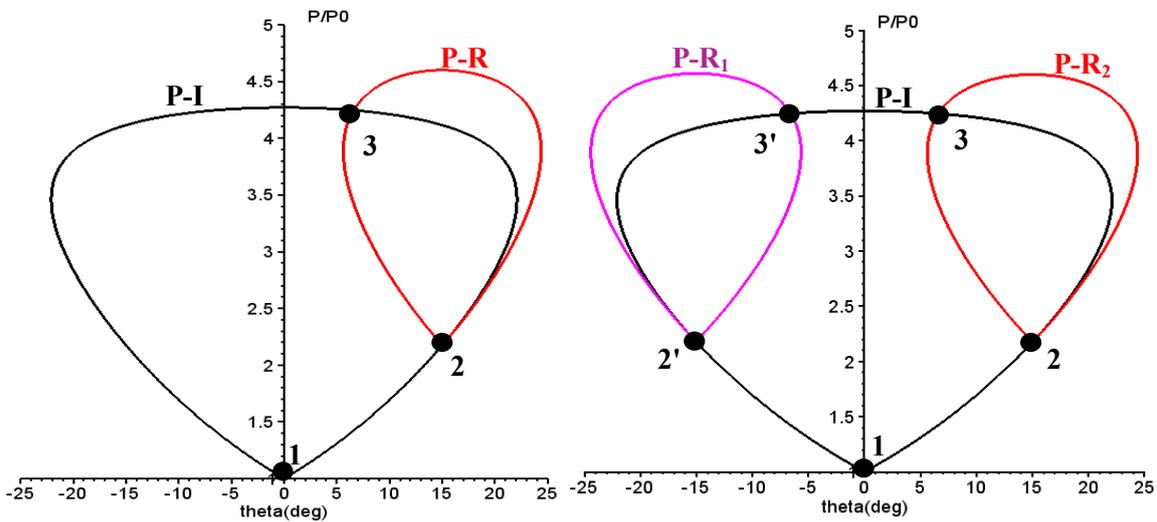
**Fig. 5.9** Strioscopie d'une réflexion de Mach (source ONERA).

Dans le cas d'un accroissement de l'angle de déflexion (élévation de l'intensité du choc incident), l'état 3 ne se trouve plus dans la zone de déviation nulle ( $\theta \neq 0$ ) (Figure 5.10).

Le point de réflexion ne se trouve plus sur la paroi comme vu précédemment (cas de R.R). Pour satisfaire la condition limite de glissement à la paroi, la structure doit se composer alors d'un système à trois chocs : choc incident ( $I$ ), choc réfléchi ( $R$ ) et choc droit ou disque de Mach ( $m$ ). Les trois chocs se rejoignent au point  $T$  appelé point triple à partir duquel émerge une ligne de glissement ( $S$ ) permettant la coexistence des états 2 et 3. La déviation avale est alors non-nulle, et égale à  $\theta_3$ . Ce phénomène est appelé réflexion de Mach, dont l'hodographe est représenté sur la figure 5.11.



**Fig. 5.10** Réflexion de Mach (MR) en état stationnaire



a) Paroi réfléchissante

b) Écoulement interne

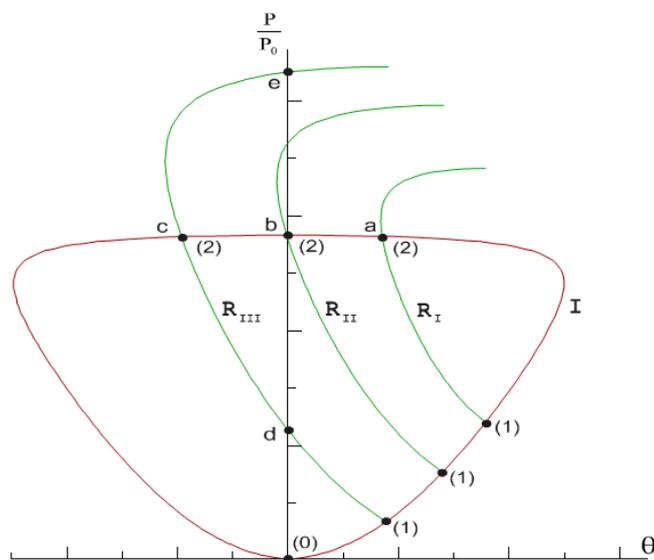
**Fig. 5.11** Représentation de réflexion de Mach dans le plan des polaires de choc obtenue pour un nombre de Mach égal à 1.95 et  $\theta = -15^\circ$  (donnée de l'ONERA).

La déflexion nette à travers ce système de chocs est non nulle et correspond à  $\theta_3 = \theta_1 - \theta_2$ .

Il est à noter que plusieurs solutions de réflexion de Mach sont possibles pour les mêmes conditions initiales : la réflexion de Mach directe, stationnaire et inverse. La Figure 5.12 représente les trois solutions qu'il est possible d'obtenir théoriquement, mais qui n'ont pas forcément toutes une réalité physique (solution (c) par exemple). La polaire *a* correspond à la réflexion de Mach directe, la polaire *b* à la réflexion de Mach stationnaire et la polaire *c* à la réflexion de Mach inverse. Chacune des solutions correspond à un écoulement aval différent dû au comportement des lignes de glissement émergeant du point triple. Les polaires *b* et *c* suggèrent l'existence de deux solutions possibles, la réflexion de Mach, ou la réflexion régulière. Ceci implique, pour des conditions initiales identiques, plusieurs solutions et plusieurs types de réflexion sont possibles. Il est donc essentiel de déterminer les critères théoriques de transition entre une réflexion régulière et une réflexion de Mach.

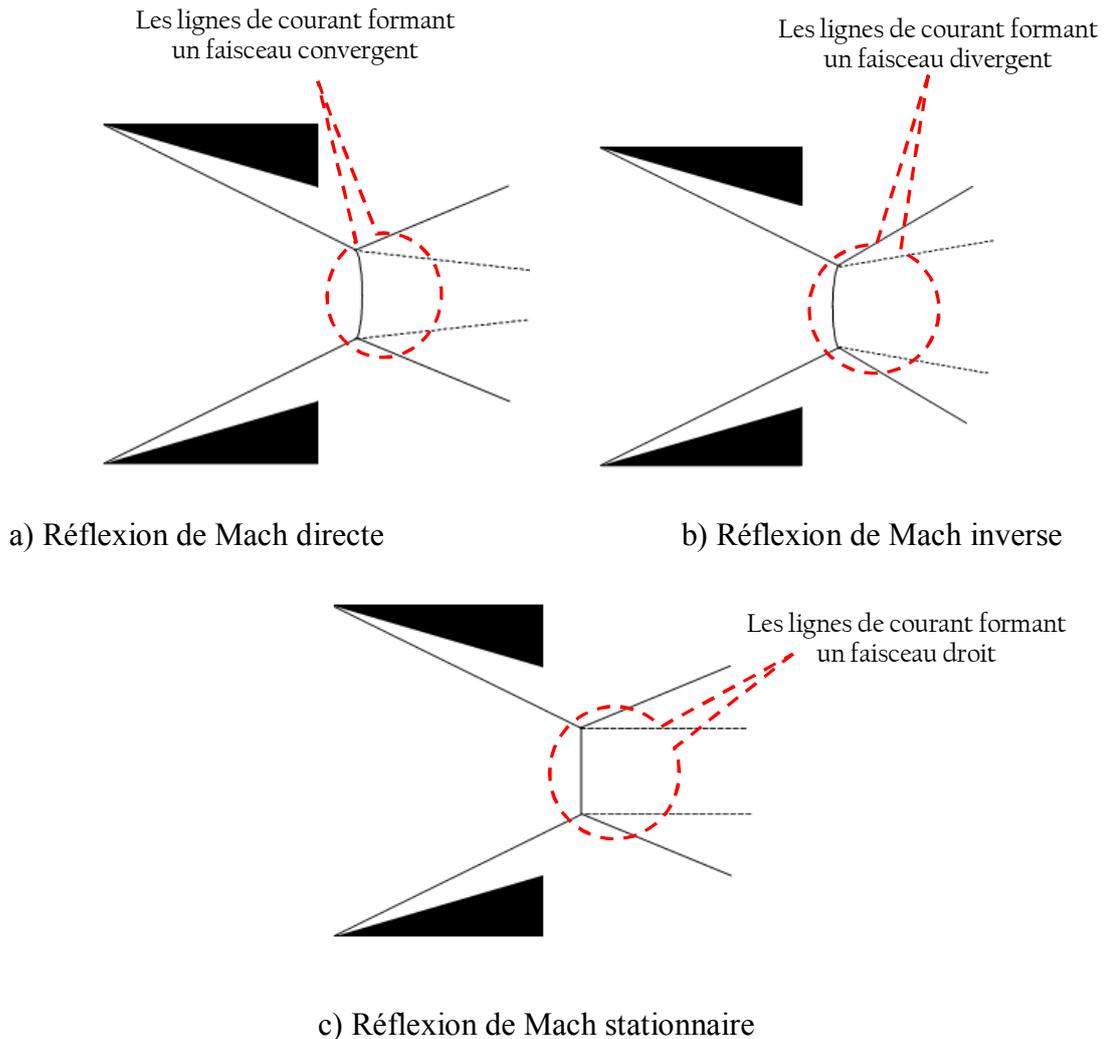
Suivant la position de l'intersection des polaires de chocs incident (I) et réfléchi (R), on peut distinguer trois types d'interaction de Mach :

- Réflexion de Mach directe (DiMR) définie par l'intersection (point *a* de la Figure 5.12a) de la polaire ( $R_I$ ) avec la partie droite de la polaire (I). Dans ce cas, la déflexion nette de l'écoulement, par rapport à l'écoulement immédiatement en aval du choc fort (m) forme un tube de courant convergent (voir la Figure 5.13a).
- Réflexion de Mach stationnaire (StMR), le point d'intersection de la polaire ( $R_{II}$ ) et la polaire (I) se situe sur l'axe des pressions (point *b* de la Figure 5.12b). La déflexion nette de l'écoulement est alors nulle et les lignes de courant sont parallèles derrière le choc fort (voir la Figure 5.13c).
- Réflexion de Mach inverse (InMR) [13] qui résulte de l'intersection de la polaire ( $R_{III}$ ) avec la partie gauche de la polaire (I) (point *c* de la Figure 5.12c). Dans ce cas, la déflexion nette de l'écoulement est négative et l'écoulement en aval du choc fort (m) forme un tube de courant divergent (voir figure 5.13b).



**Fig. 5.12** Représentation polaire des trois réflexions de Mach possibles : a) réflexion de Mach directe, b) réflexion de Mach stationnaire, c) réflexion de Mach inverse.

On peut également constater que dans le cas de la réflexion de Mach stationnaire, l'intersection de la polaire (I) avec la polaire ( $R_{II}$ ) en (b) suggère l'existence d'une possible réflexion régulière. De même dans le cas de la réflexion de Mach inverse, l'intersection de la polaire ( $R_{III}$ ) avec l'axe des pressions en (c) suggère également la probable existence d'une réflexion régulière. Il est ainsi évident que différentes configurations de réflexions sont possibles pour les mêmes conditions initiales. La question des transitions entre ces différentes configurations se pose alors.



**Fig. 5.13** Vue schématique des trois types de réflexions de Mach [14]

#### 5.2.4. Transition des phénomènes de réflexions de chocs

Le phénomène de réflexion des ondes de choc a été rapporté pour la première fois par E. Mach en 1878. L'analyse du théorème de trois chocs a permis d'obtenir deux configurations d'interaction possibles dans les réflexions d'ondes de chocs stationnaires supersoniques [1], la réflexion de Mach notée (MR) et la réflexion régulière notée (RR).

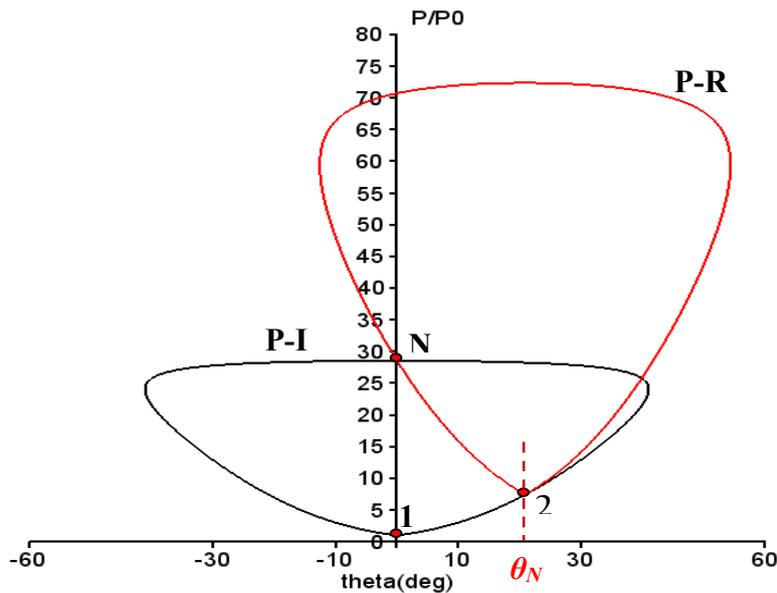
John Von Neumann dans un article célèbre (Von Neumann 1943) a proposé deux différents critères connus aujourd'hui sous le nom de critères de détachement et d'équilibre

mécanique (ou de Von Neumann). La transition de la réflexion régulière à la réflexion de Mach (RR→MR) coïncide avec le critère de détachement, et la transition inverse (MR→RR) est observée lorsque l'angle de Von Neumann est atteint.

### 5.2.4.1. Critère de Von Neumann

En partant de la réflexion régulière (RR) et en augmentant l'angle de déflexion  $\theta$ , il existe une valeur particulière  $\theta_N$  pour laquelle les polaires (I) et (R) se croisent sur l'axe des pressions (voir la Figure 5.14). Le point (N), point de Neumann est caractérisé par l'existence de deux configurations possibles donnant, pour une même déviation globale nulle de l'écoulement, un rapport de compression identique par l'intermédiaire, soit de deux chocs faibles (RR), soit d'un seul choc de type normal.

Cette situation correspond à l'un des critères proposés pour le passage de la réflexion régulière à la réflexion de Mach (MR). Ce critère a été suggéré dès les années 40 par Von Neumann, puis réintroduit par Henderson et Lozzi (1975) [15] sous le nom de critère de l'équilibre mécanique.



**Fig. 5.14** Représentation polaire du critère de Von Neumann à  $M=4.96$ ,  $\theta_N=20.97^\circ$ .

Cette transition possible se fait, en effet, sans discontinuité de pression et peut se formuler mathématiquement de la façon suivante :

$$\theta_1 - \theta_2 = \theta_3 = 0 \quad (5.6)$$

Ce critère est caractérisé par la donnée de la valeur de l'angle de déviation de l'écoulement  $\theta_N = (M_0, \gamma)$  et la valeur de l'angle de choc incident correspondant  $\phi_N = (M_0, \gamma)$ .

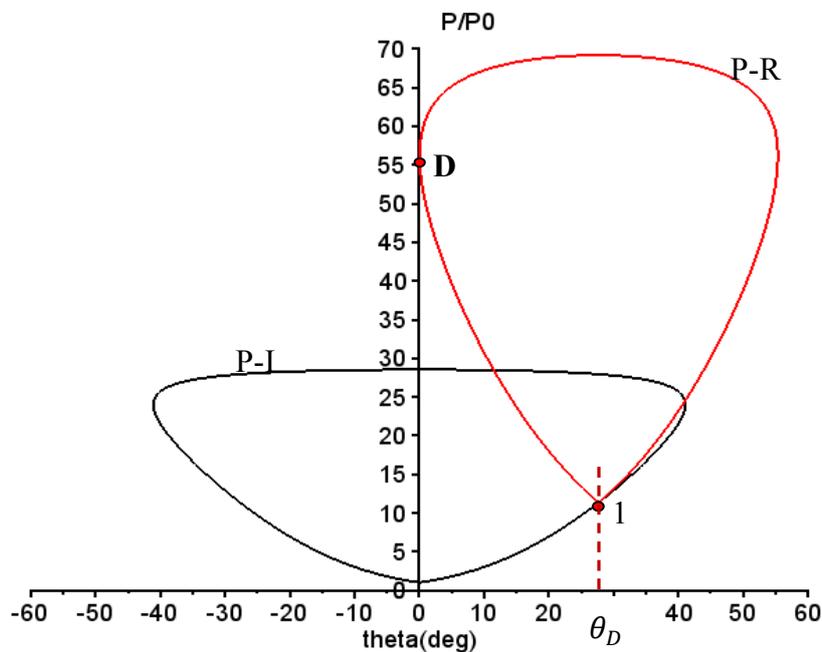
### 5.2.4.2. Critère de détachement

Pour une valeur plus élevée de l'angle de déflexion de l'écoulement, la polaire (R) devient tangente à l'axe des pressions (voir figure 5.14). Cette situation correspond à la limite au-delà de laquelle il n'existe plus de solutions pour un choc oblique réfléchi attaché.

$\theta_D = (M_0, \gamma)$  est donc la déviation maximale au-delà de laquelle toute réflexion régulière est impossible. Cette limite a été proposée comme autre critère de passage entre les réflexions RR et MR et porte le nom de critère de détachement. Sa formulation mathématique est la suivante:

$$\theta_1 - \theta_D = 0 \quad (5.7)$$

L'angle de choc incident correspondant est noté  $\phi_D = (M_0, \gamma)$



**Fig. 5.15** Représentation polaire du critère de détachement à  $M=4.96$ ,  $\theta_D = 27.75^\circ$ .

### 5.2.4.3. Zone duale

L'intervalle entre les deux critères correspond à une zone duale où l'on peut observer les deux types de réflexion.

Pour fortes ondes de choc, il existe une gamme d'angles de chocs  $\phi_N < \phi < \phi_D$  (domaine de la solution duale ou zone duale) où les deux types de réflexion sont théoriquement possibles.

Lorsque l'angle de choc est plus petit que l'angle critique de Von-Neumann, le seul type de réflexion d'onde de choc observé est la réflexion régulière (RR). Tandis que la réflexion régulière (RR) est impossible pour  $\phi > \phi_D$  et la réflexion de Mach (MR) est impossible observé aussi pour  $\phi < \phi_N$ .

La transition de la réflexion régulière à réflexion de Mach (RR→MR) coïncide avec le critère de détachement, et la transition inverse (MR→RR) est observée lorsque l'angle de Von Neumann ( $\phi_N$ ) est atteint. Ces différents critères sont schématisés sur la Figure 5.15.

Parmi les paramètres ayant une influence sur le phénomène de transition des réflexions des ondes de choc (RR→MR ou MR→RR) on cite :

- Les conditions physiques de l'écoulement amont infini
- La géométrie du générateur de choc

### 5.2.5. Phénomène d'hystérésis (Transition RR ↔MR)

L'hystérésis entre ces deux configurations de chocs est relativement bien connue théoriquement, expérimentalement et numériquement. Le phénomène d'hystérésis est défini par deux passages entre les deux types de configuration de réflexions de chocs, soit le passage de RR→MR ou bien l'inverse de MR→RR. Lorsqu'on commence par une configuration (par exemple (RR)) dans des conditions quelconques et on atteint une autre configuration de réflexion (par exemple réflexion de Mach (MR)), puis on inverse le passage, c'est-à-dire on fait le retour, avec des mêmes conditions pour revient à la même configuration primaire (RR).

#### 5.2.5.1. Phénomène d'hystérésis en angle

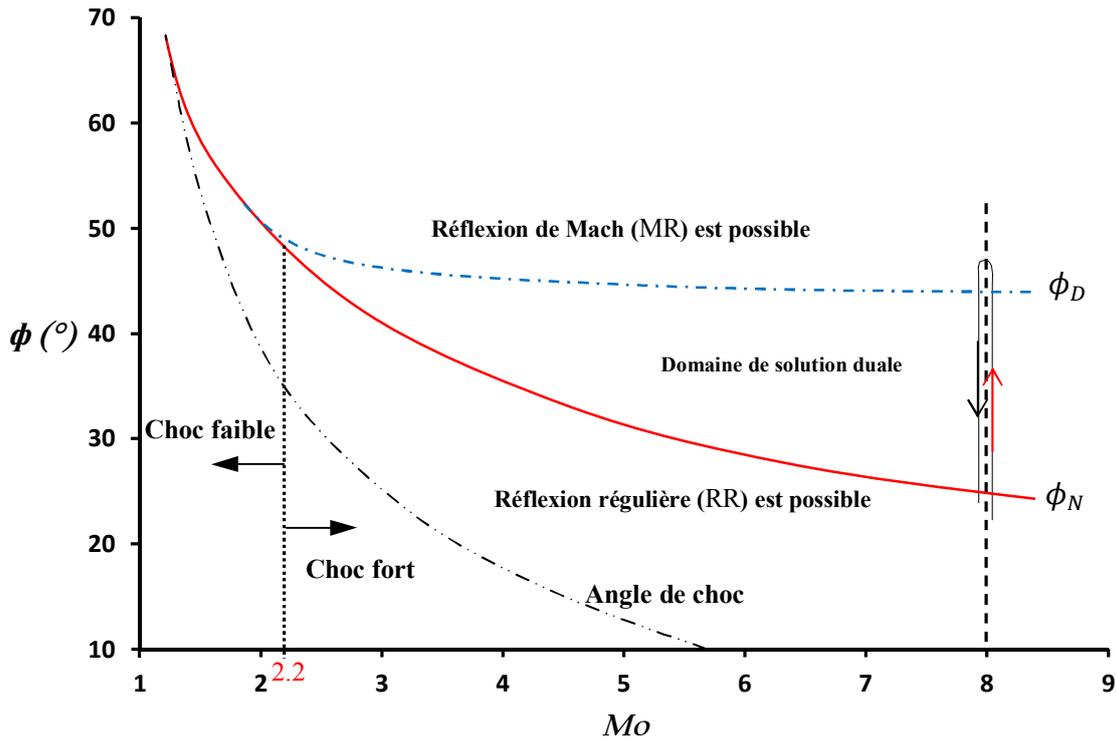
Les critères de transition associés aux deux types d'interférences définissent une zone duale dans laquelle la réflexion régulière et la réflexion de Mach sont, en théorie, possibles. Cette zone duale dans le plan ( $M_0, \phi$ ) est représentée sur la figure (5.15), ainsi que dans le plan  $M_0, (\theta)$  est sur la figure (5.16).

Suivant le sens de variation, la transition entre les deux types de réflexion ne s'effectue donc pas pour la même valeur d'angle. Ce phénomène d'hystérésis dépend donc de la variation de l'angle de déviation de l'écoulement.

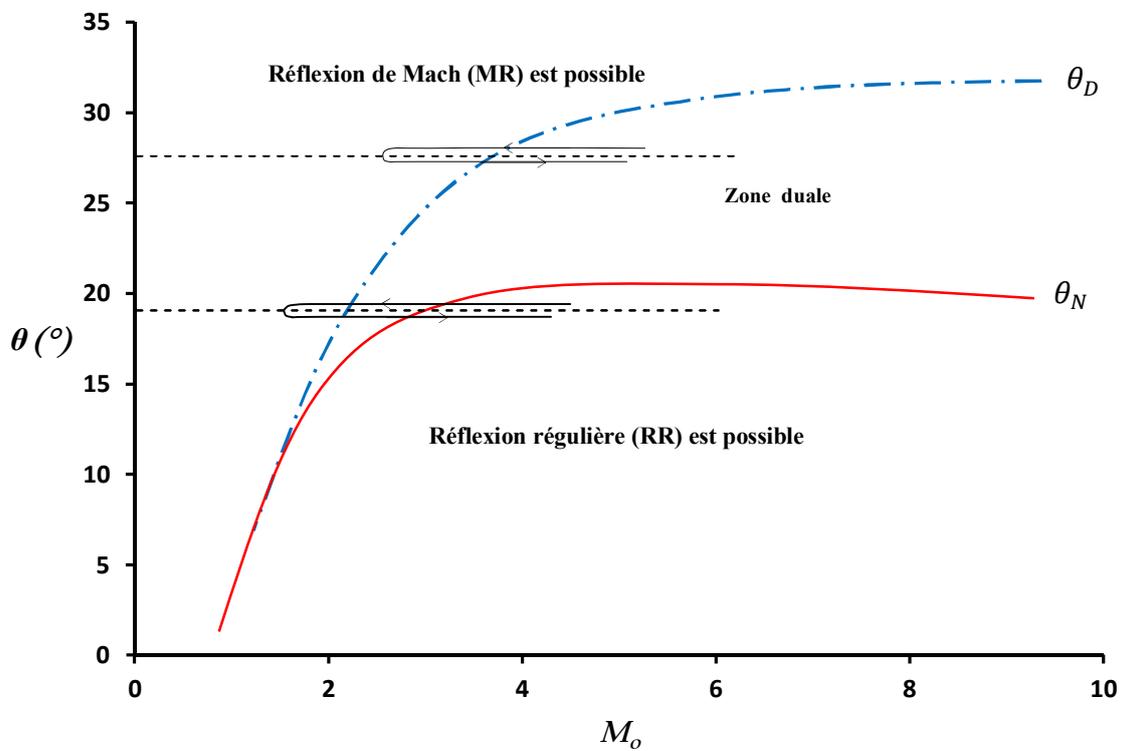
Sur ce graphique est, également, représenté l'angle de Mach  $\delta$  est obtenu par la relation:

$$\delta = \sin^{-1} \left( \frac{1}{M_0} \right) \quad (5.8)$$

Donc; tout simplement d'étudier les différents types de réflexion d'ondes de choc qui existent en fonction du nombre de Mach [16].



**Fig. 5.16** Domaines de réflexions des ondes de chocs dans le plan nombre de Mach-angle de choc ( $M_o, \phi$ ).



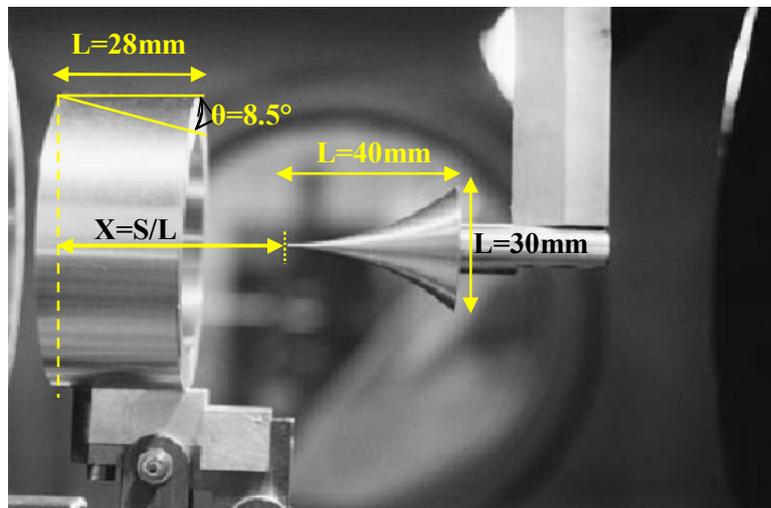
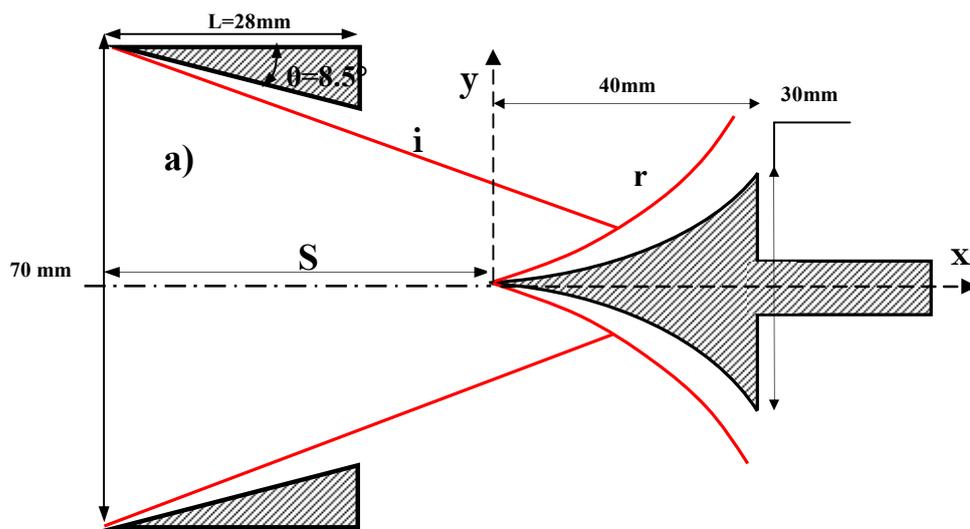
**Fig. 5.17** Domaines de réflexions des ondes de chocs dans le plan nombre de Mach-angle de déflexion ( $M_o, \theta$ ).

### 5.2.5.2. Phénomène d'hystérésis de Mach

D'une autre manière on peut observer le phénomène d'hystérésis par la variation du nombre de Mach. La transition entre RR $\leftrightarrow$ MR est en faisant varier l'angle de choc incident  $\phi$  par variation du nombre de Mach amont  $M_0$ , l'angle de déviation de l'écoulement  $\theta$  restant cette fois ci constant. Pour mieux comprendre ce phénomène, il est plus simple de représenter les critères de Von Neumann et de détachement non plus dans le plan  $(M_0, \phi)$  (voir figure 5.15) mais dans le plan  $(M_0, \theta)$  (voir figure 5.16). Il est alors possible, pour un angle de déviation donné, et par décroissance puis croissance du nombre de Mach de traverser entièrement (chemin 1) ou en partie (chemin 2) la zone duale, révélant ainsi un phénomène d'hystérésis. Ce phénomène suggéré par la théorie n'a été que très peu étudié jusqu'à présent. Récemment, des calculs numériques [18] et [19] basés sur la résolution des équations d'Euler ont vérifié l'existence de ce hystérésis, mais il n'a jamais été mis en évidence expérimentalement.

## 5.3. Description de la géométrie

Le phénomène des réflexions des ondes de chocs coniques axisymétriques est obtenu grâce à la configuration présentée par la Figure 5.19 [1, 2, 3]. Il s'agit d'une tuyère bidimensionnelle utilisée par A. Chpoun dans la soufflerie hypersonique SH2 du laboratoire d'aérothermique du CNRS à Meudon. Notre étude de simulation numérique porte sur cette tuyère. La configuration expérimentale comprend un cône interne de  $8.5^\circ$  d'angle générant un choc d'intensité constante et d'un cône externe de forme elliptique générant lui aussi un choc cette fois-ci d'intensité variable. La forme elliptique est donnée par un polynôme de degré trois (3) variant selon la fonction suivante:  $y(x)=0.000115x^3+0.002717x^2+0.08749x$  où les dimensions sont exprimées en mm. Ces calculs numériques sont réalisés pour un écoulement d'Euler stationnaire.



**Fig. 5.18** Chocs coniques existants : (a) choc incident généré par une bague conique avec un choc conique curviligne généré par un cône curviligne. Montage de l'expérience de G. Ben-Dor et al. [3].

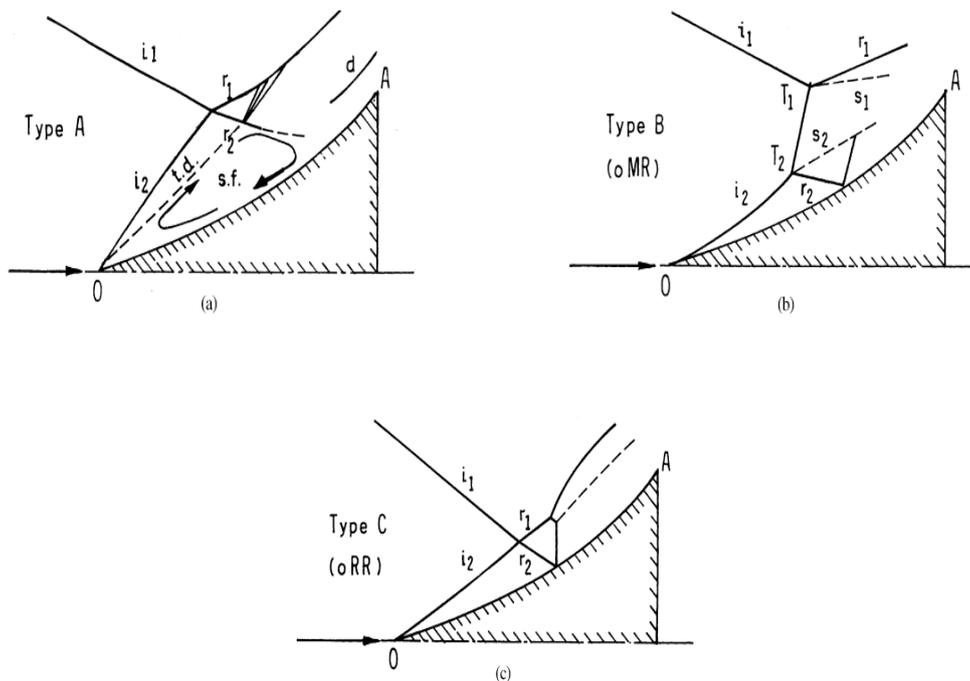
## 5.4. Description de trois interactions possibles rencontrées dans ce cas d'étude

Trois types de configuration de chocs possibles (figure 5.17a) trouvés par A. Chpoun et al [1, 2, 3] et Y. Burtschell et al. [4] sont:

- La réflexion de type A (Figure 5.18a), est une zone de recirculation qui existe près de la surface du cône curviligne, ce qui induit l'apparition d'un choc fort divergent attaché au nez du cône curviligne et un choc incident convergent généré par la bague droite qui sont respectivement  $\mathbf{i}_1$  et  $\mathbf{i}_2$ .  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$  sont les chocs réfléchis de  $\mathbf{i}_1$  et  $\mathbf{i}_2$ . **s.f.** représente la zone de recirculation; **t.d.** est une ligne de glissement. L'interaction de **t.d.** avec  $\mathbf{r}_2$  forme une détente qui va alors interagir avec  $\mathbf{r}_1$ .

- La réflexion de Mach (Figure 5.18b): comporte les deux ondes de choc incidents convergent et le choc divergent  $i_1$  et  $i_2$  respectivement.  $r_1$  et  $r_2$  sont les deux chocs réfléchis.  $s_1$  et  $s_2$  sont les deux lignes de glissement issues des deux réflexions de Mach. Il est utile de noter que dans ce cas, il y a la présence de deux points triples ( $T_1$  et  $T_2$ ) qui ont un disque de Mach commun.
- La réflexion régulière (Figure 5.18c): comporte deux ondes de choc incidentes convergentes générées par la tuyère et une onde de choc incidente divergente faible générée par le cône curviligne  $i_1$  et  $i_2$  respectivement.  $r_1$  et  $r_2$  sont les deux chocs réfléchis. On notera que dans ce cas, le choc réfléchi  $r_2$  vient interagir avec la surface du cône curviligne en une réflexion régulière.

Dans ce chapitre, l'étude est globalement répartie en deux, l'une basée sur les calculs non-visqueux et l'autre consiste à étudier l'écoulement bidimensionnel turbulent dans laquelle le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST est utilisé (écoulement visqueux).



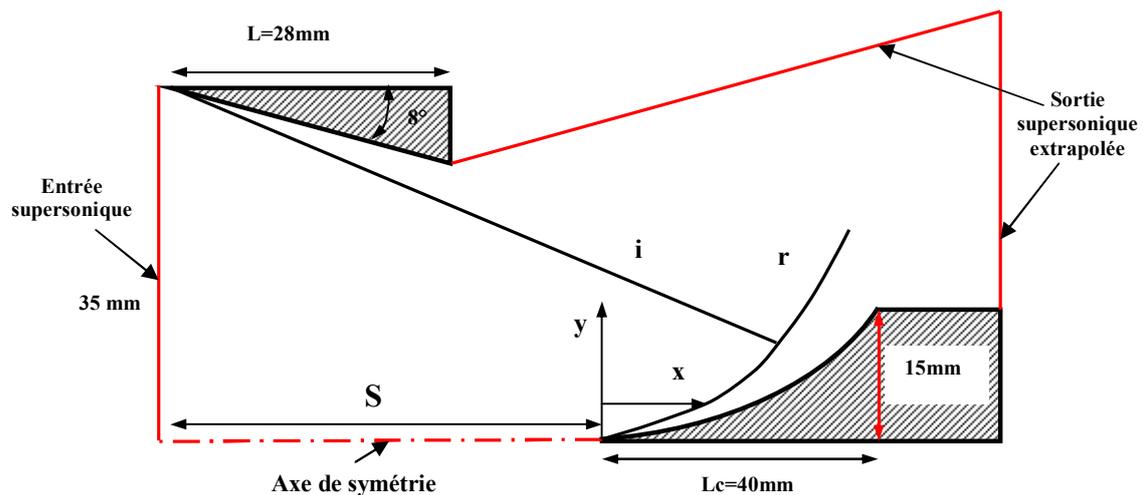
**Fig.5.19** Représentation schématique des trois configurations des réflexions de chocs coniques sont obtenus par [1, 2, 3]: (Type A) une configuration qui contient d'une zone de recirculation découvert par A. Chpoun et al. [1]; type C (RR) et type B (MR) [4].

## 5.5. Partie 1: Calcul d'écoulement non-visqueux

Dans ce qui suit, on présente une étude comparative entre nos calculs et ceux de G. Ben-Dor et al. [3], concernant le phénomène d'hystérésis ayant lieu au cours des deux transitions des réflexions d'ondes de chocs. La première transition a lieu de la réflexion régulière notée (RR) vers la réflexion de Mach notée (MR), la deuxième se fait en sens inverse c.à.d. de la réflexion de Mach vers la réflexion régulière. Cette étude fait ressortir l'effet du nombre de Mach amont sur l'écoulement de chocs coniques en régime supersonique stationnaire. Lors de cette investigation, on a effectué des calculs bidimensionnels et axisymétriques sur la géométrie présentée sur la Figure 5.21, afin de minimiser le temps de calcul.

### 5.5.1. Géométrie, maillage et méthode numérique

La Figure 5.21, représente la géométrie du domaine de calcul. L'écoulement à l'entrée et à la sortie de la tuyère est supersonique. Les conditions aux limites imposées à l'entrée et à la sortie de la tuyère sont de type pressure-inlet et pressure-outlet respectivement. Les parois de la tuyère sont considérées comme adiabatiques. Le maillage structuré utilisé est composé d'environ 217001 cellules, correspondant à 220004 nœuds (voir la Figure 5.22). Les équations de Navier-Stokes sont résolues à l'aide du solveur density-based, avec le schéma Upwind second ordre basé sur le flux de Roe-FDS.



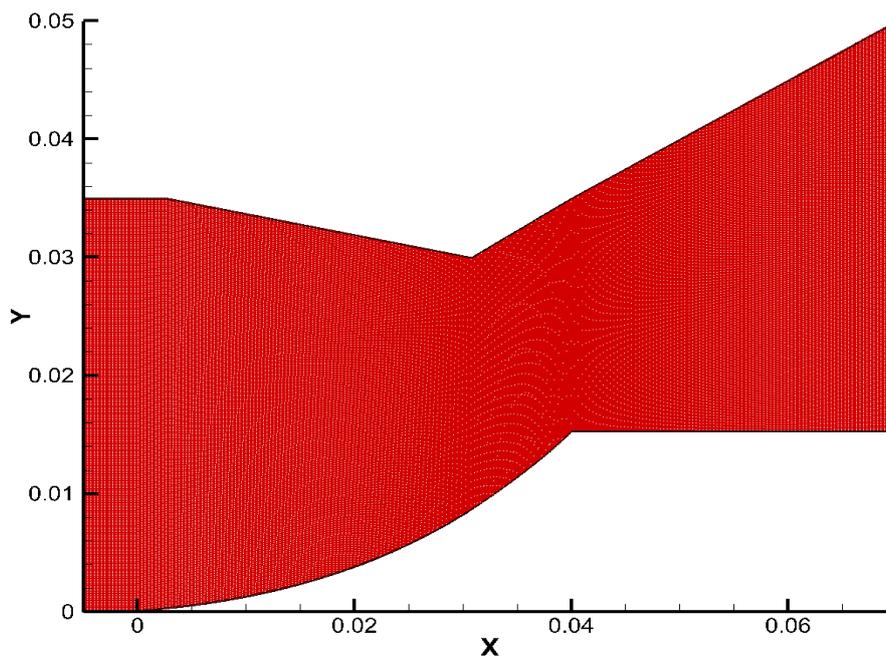
**Fig. 5.20** Géométrie du domaine de calcul

Les paramètres d'écoulement d'entrée sont présentés sur le tableau 5.1.

Fluide de travail	Air considéré comme un gaz parfait
Nombre de Mach	Variable
Température amont (k)	76.5
Pression amont (Pa.)	1683
$\theta$ (deg)	8.5° du cône droit
$X=S/L$	-0.1 (distance entre le nez du cône curviligne et l'entrée du cône droit (ou de la bague))

Tableau 5.1: Paramètres physiques de l'écoulement à l'entrée

A noter qu'afin d'assurer la convergence et la stabilité des calculs, les simulations sont conduites en réduisant, puis en augmentant le nombre de Mach amont (à l'entrée de l'écoulement).



**Fig. 5.21** Maillage du domaine de calcul

### 5.5.2. Résultats et discussions

Dans ce qui suit, on donne les résultats de simulation relatifs au phénomène d'interaction de chocs coniques en régime stationnaire. On présente aussi la topologie de l'écoulement. Les résultats obtenus sont comparés aux simulations de G. Ben-Dor et al. [3] comme cité précédemment, puis commentés.

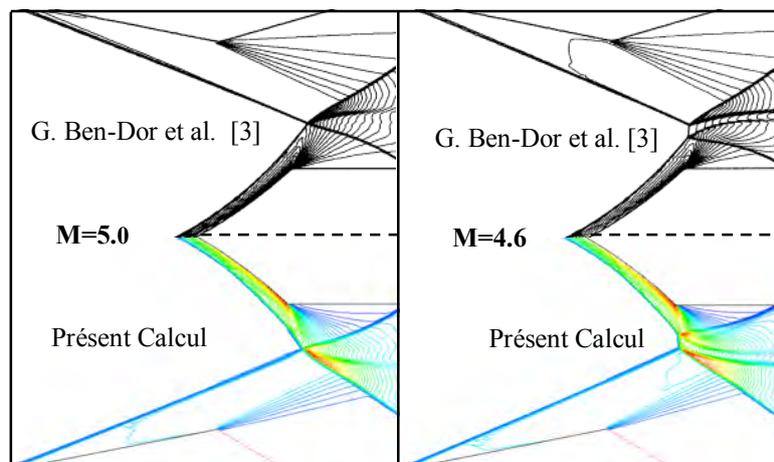
### 5.5.2.1. Effets du nombre de Mach sur le phénomène d'interaction de chocs coniques

#### 5.5.2.1.1. Validation des résultats

Parmi les expériences qui ont été réalisées par G. Ben-Dor et al. [3], celles basées sur l'effet du nombre de Mach amont, c'est-à-dire l'influence du nombre de Mach sur les deux phénomènes de transition  $RR \rightarrow MR$  ou  $MR \rightarrow RR$  qui ont été observés.

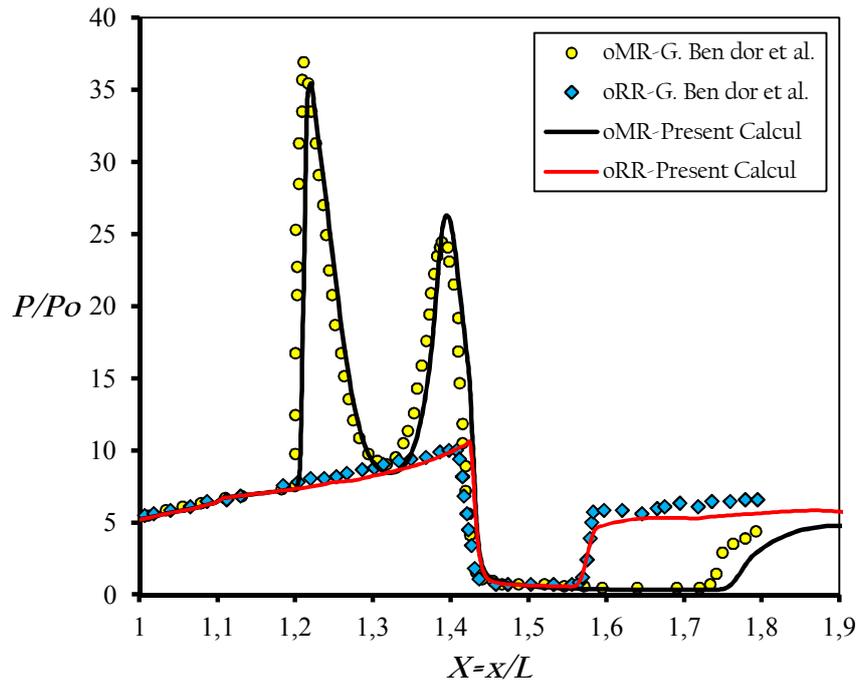
Pour valider nos résultats numériques, on a établi quelques comparaisons qualitatives et topologiques avec d'autres investigations numériques qui existent dans la littérature [3].

Pour les mêmes conditions de simulation, on présente les contours d'iso-densité sur la Figure 5.23, pour deux valeurs du nombre de Mach amont (comparaison entre nos calculs et ceux de G. Ben-Dor [3]). Le premier contour d'iso-densité est une réflexion régulière relative à la transition  $RR \rightarrow MR$ , où le nombre de Mach est égale à 5, tandis que le deuxième contour est choisi à partir du deuxième parcours, c.-à d. de la transition  $MR \rightarrow RR$ , où le nombre de Mach est égale à 4.6, là il s'agit d'une réflexion de Mach. On constate que les structures des chocs entre nos résultats et ceux de G. Ben-Dor [3] sont globalement en accord.



**Fig. 5.22** Comparaison entre nos résultats et ceux trouvés par G. Ben Dor [3].

Une deuxième validité de nos résultats concerne l'évolution de la pression pariétale tracée à  $Mo=3.43$ , où la réflexion régulière (RR) et la réflexion de Mach (MR) sont marquées (voir la Figure 5.24). Encore une fois, on observe que nos calculs sont conformes à ceux de G. Ben-Dor et al. [3].



**Fig.5.23** Distributions de pression le long de la surface du cône curviligne pour  $M_0=3,43$  : Comparaison entre nos résultats et ceux de G. Ben-Dor et al. [3] ( $X=S/L=-0.1$  du cône curviligne).

### 5.5.2.1.2. L'effet du nombre de Mach sur le critère de transition

A partir des discussions précédentes sur les deux critères de transition, présentés sur les Figures 5.14, 5.15 et 5.16 et 5.17, on donne, ci-dessous, plus de détails les concernant :

Notre étude est effectuée dans les conditions où le nombre de Mach est variable. Les résultats obtenus, d'après le calcul, montrent que les deux transitions des réflexions : de  $RR \rightarrow MR$  et de  $MR \rightarrow RR$ , sont observées.

Les deux types de réflexions étant visibles en état stationnaire, une série de calculs a été menée afin de simuler le passage d'une configuration à l'autre et de mettre en évidence le phénomène d'hystérésis. La transition, entre les deux types de réflexions, consiste à garder l'angle d'inclinaison du cône droit constant,  $\theta_1=8.5^\circ$ , et de varier le nombre de Mach amont pendant le calcul.

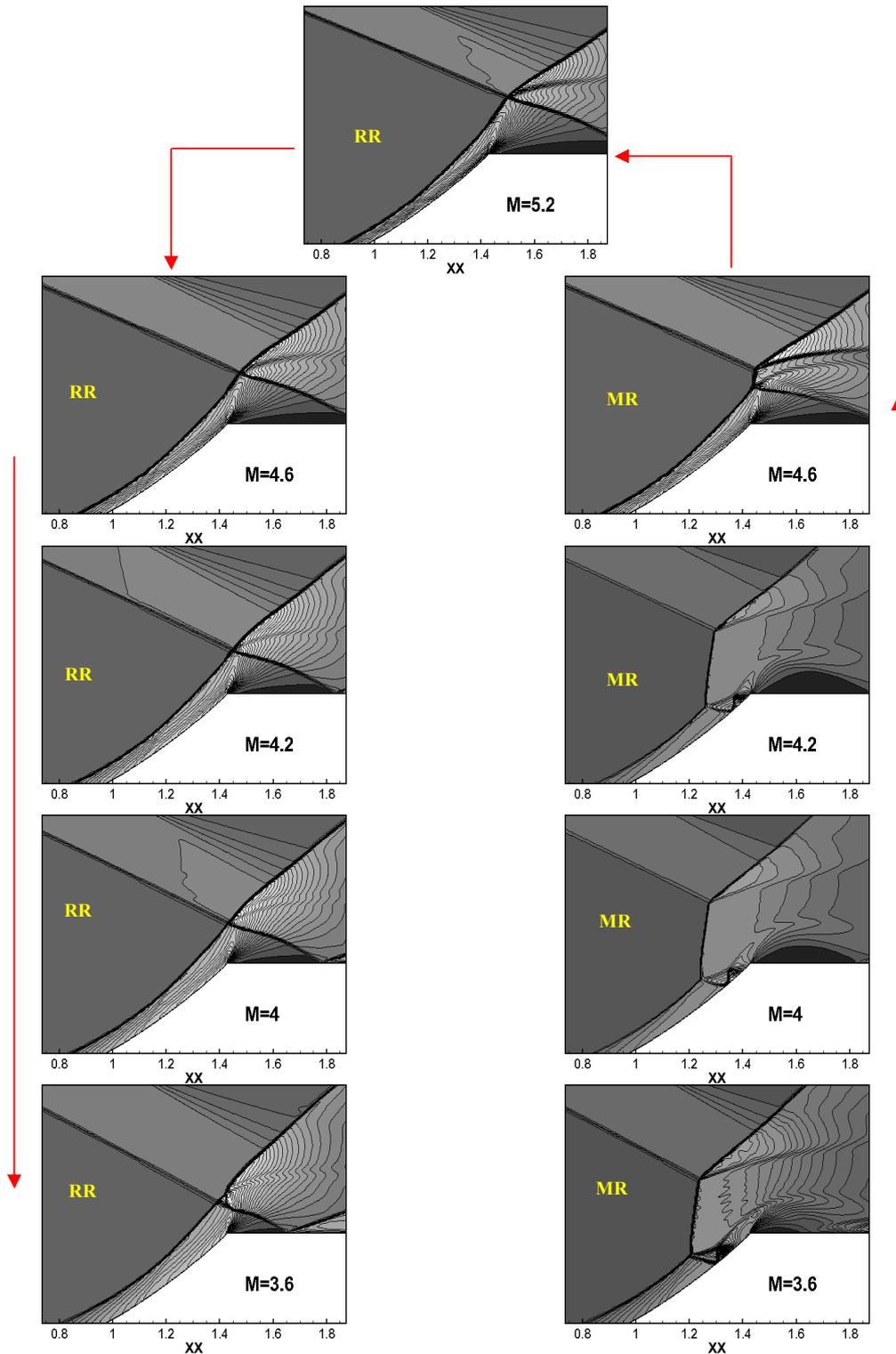
Dans un premier temps, une réflexion régulière (RR) a été obtenue, pour une valeur du nombre de Mach égale à 5.2, proche du critère de Von Neumann ( $M_0^T(\theta_2) = 5$ ). Cette configuration a été obtenue en partant d'un champ uniforme, où la position du point d'interférence est en-dessus et en aval du bord de fuite du cône curviligne. Ensuite, le nombre de Mach a été réduit et à chaque fois une solution stationnaire stable a été atteinte, à partir du champ initial convergé pour le nombre de Mach précédent. Les calculs ont été effectués jusqu'à l'obtention d'une réflexion de Mach (MR), puis ils ont été répétés en sens inverse, en augmentant à nouveau le nombre de Mach. En effet, en comparant les champs de densités obtenus pour un même nombre de Mach, (Figure 5.25), on remarque que l'on obtient, suivant le sens de parcours, soit une réflexion régulière (RR), soit une réflexion de Mach (MR).

La transition vers la réflexion de Mach s'est produite pour une valeur de Mach égale à 3. Cette valeur, proche du milieu de la zone duale (voir la Figure 5.25) est éloignée légèrement du critère de détachement ( $M_0^E(\theta_2)=3.655$ ) qui correspond à une hauteur du disque de Mach adimensionnée égale à 0.326 ( $h_m=9,11 \cdot 10^{-3}$  m).

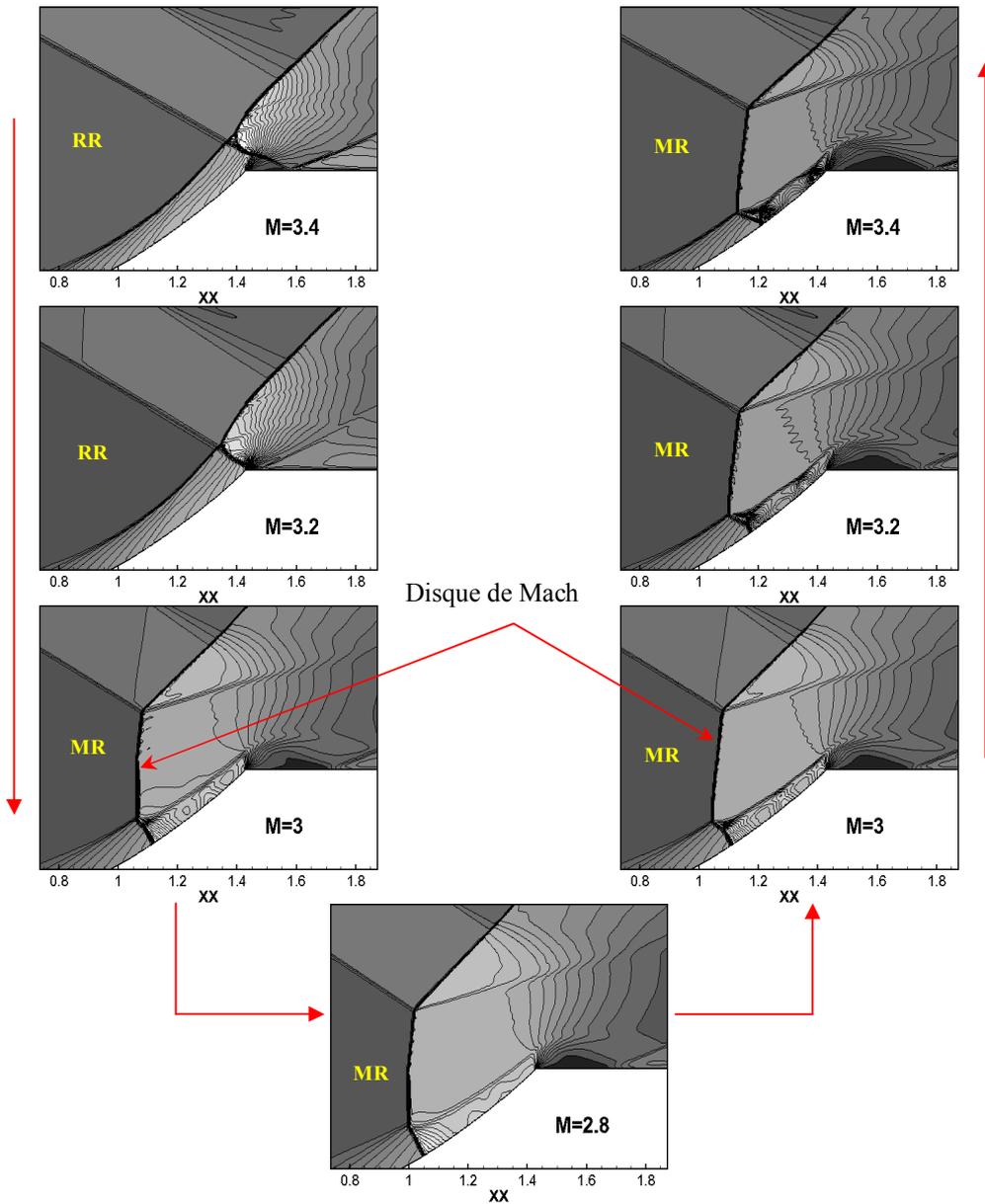
Les séquences présentées sur la Figure 5.25, montrent clairement que lors du premier passage, une apparition brutale d'un choc quasi-normal (disque de Mach) à  $M_0=3$ . Une diminution supplémentaire du nombre de Mach ne ferait qu'accroître progressivement la hauteur de ce disque. En parcours inverse (le deuxième passage), lorsque le nombre de Mach croît, la réflexion régulière est atteinte (RR) pour un nombre de Mach d'environ 5, qui correspond à la valeur théorique d'angle de critère de détachement ( $\theta_2^D=38.5^\circ$ ). Cette valeur est proche du milieu de la zone duale. Finalement, les deux transitions s'effectuent pour des valeurs approximativement égales, proches du milieu de la zone duale.

Pour plus de détail, la Figure 5.26, représente les différents domaines d'existence des diverses configurations d'interactions, dans le plan ( $M_0, \theta_2$ ) pour un angle de déflexion  $\theta_1=8.5^\circ$ . Sur cette figure, la ligne  $\theta_2^T$  représente le critère de Von Neumann, la ligne  $\theta_2^E$  représente le critère de détachement, étendues au cas dissymétrique.

Le critère de Von Neumann, dans le cas symétrique, est représenté par la petite droite noire  $\theta_2^N$ . La ligne  $\theta_2^D$  indique la valeur limite supérieure au-delà de laquelle une onde de choc attachée ne peut plus être obtenue. Ces quatre courbes délimitent cinq zones caractérisées par des topologies d'interactions différentes. Pour un nombre de Mach donné, et en faisant varier  $\theta_2$ , il est clairement possible d'obtenir différentes configurations de réflexions.



**Fig. 5.24** Les contours d'iso-Mach, Les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis A à  $X = S/L = -0.1$



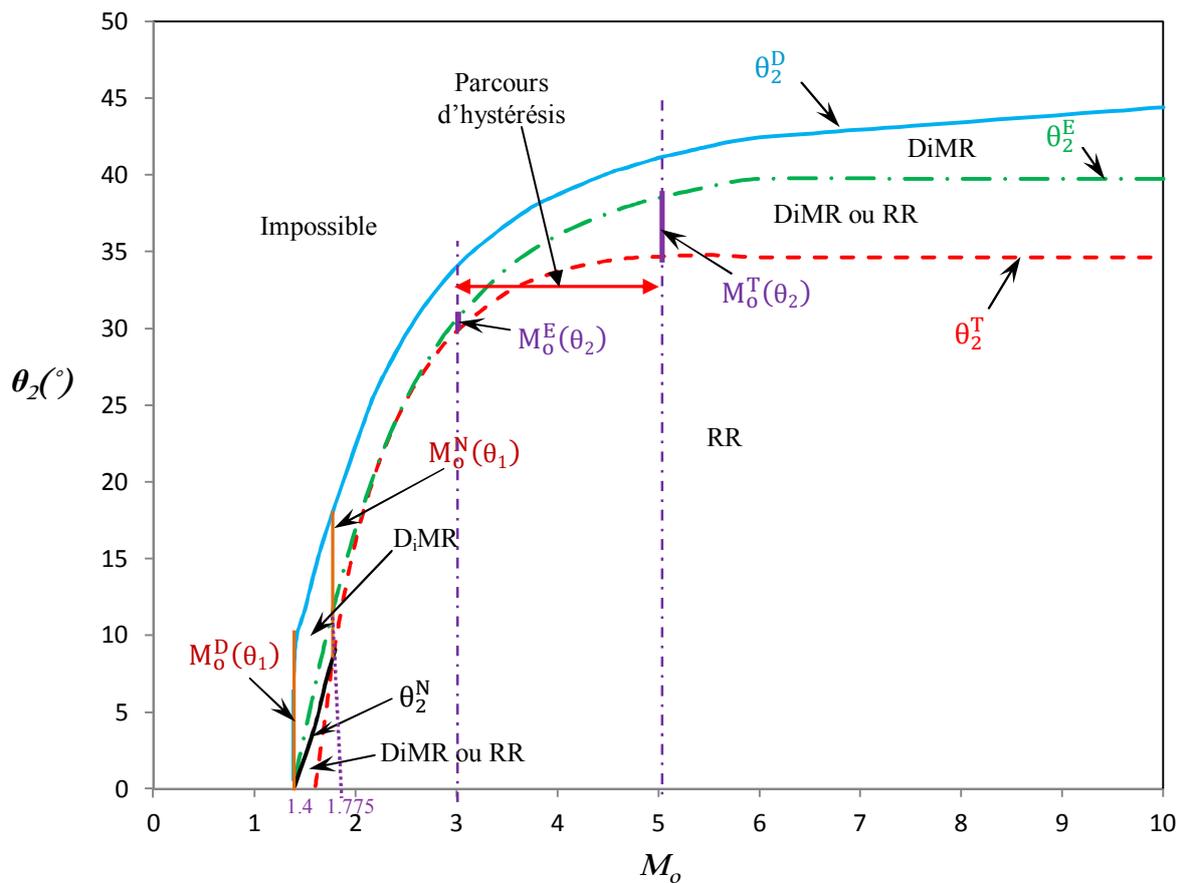
**Fig. 5.25** (suite) : Contours d'iso-Mach, Les configurations d'ondes de choc associées pour la boucle d'hystérésis A à  $X = S/L = -0.1$ .

Les courbes de transition (traits discontinus en couleurs verte et rouge) relatives aux critères de détachement et de Von Neumann notées  $\theta_2^E$  et  $\theta_2^T$  respectivement délimitent la zone duale où les deux types d'interactions sont théoriquement possibles.

Dans la zone en dessous de la ligne  $\theta_2^T$ , l'interaction régulière (RR) est la seule interaction possible observée. La zone duale se situe entre les deux courbes  $\theta_2^E$  et  $\theta_2^T$  et se comporte, soit en réflexion régulière (RR), soit en réflexion de Mach inverse (InMR). Dans ce cas, l'interaction de Mach est composée d'une réflexion de Mach directe et inverse, et les lignes de courant issues des points triples forment un tube de courant divergent. Cette remarque est bien observée dans le deuxième passage de transition  $MR \rightarrow RR$  où la réflexion de Mach reste apparente.

Dans la zone entre  $\theta_2^E$  et  $\theta_2^D$ , on obtient soit une réflexion de Mach inverse (InMR), soit une réflexion de Mach directe (DiMR).

Enfin, les deux lignes droites verticales (en couleur marron), présentent, les limites des zones d'interactions. La première ligne droite sépare la zone de réflexion de Mach directe et celle de Mach inverse et correspond à la valeur du nombre de Mach égale à 1.775, nommée  $M_0^N(\theta_1)$ , tandis que la ligne gauche, séparant la zone de la réflexion de Mach directe et la zone où le choc attaché est impossible, correspond à la valeur du nombre de Mach égale à 1.4, nommée  $M_0^D(\theta_1)$ .



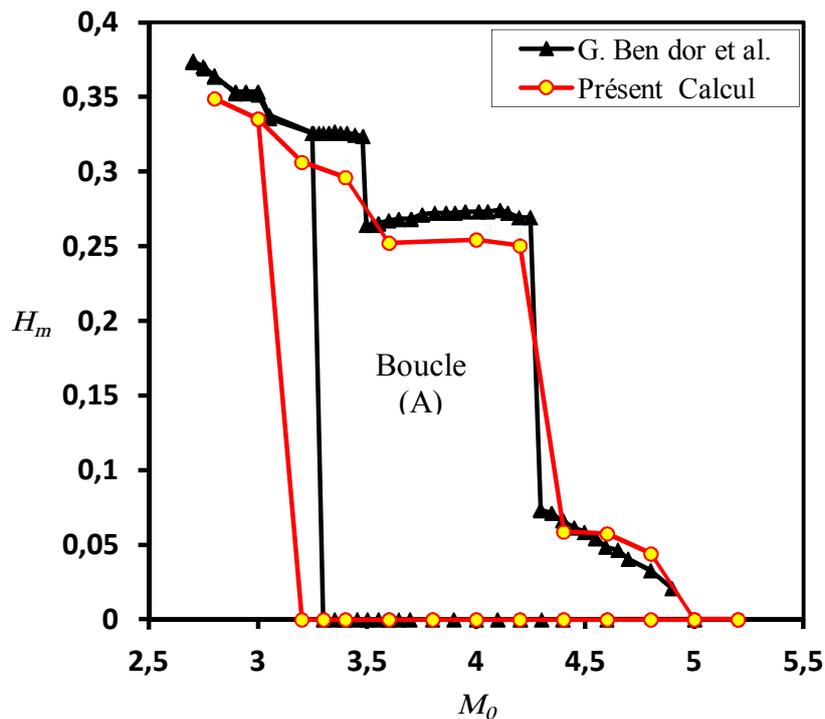
**Fig.5.26** Domaines des différentes réflexions théoriquement possibles dans le plan  $(M_0, \theta_2)$  pour un angle  $\theta_1 = 8.5^\circ$ ; le cône curviligne est fixé à  $X = S/L = -0.1$ .

### 5.5.2.1.3. L'effet du nombre de Mach sur le phénomène d'hystérésis

Le phénomène d'hystérésis, induit par la variation du nombre de Mach, est clairement reproduit par le calcul numérique présenté par les séquences des contours d'iso Mach sur la Figure 5.25. En effet, pour un même nombre de Mach, on observe, suivant le sens de passage, soit une réflexion régulière, soit une réflexion de Mach. Ce phénomène se traduit par une diminution, puis une augmentation du nombre de Mach défini par l'ensemble les deux passages de transition, de  $RR \rightarrow MR$  et de  $MR \rightarrow RR$ . Les deux parcours de ce phénomène sont proches de la zone duale, présentée sur la Figure 5.26 par la couleur violette. Ce phénomène

d'hystérésis a été confirmé aussi par G. Ben-Dor et al [3], qui ont trouvés les mêmes parcours.

La Figure 5.27 représente la hauteur du disque de Mach (rapportée à la longueur du cône droit,  $L=28\text{mm}$ ) en fonction du nombre de Mach amont, indiquant la boucle du phénomène d'hystérésis de la première partie de calcul. On constate globalement que la boucle "A" déduite de nos calcul est presque proche de celle obtenue par G. Ben-Dor et al [3], même chose concernant la hauteur du disque de Mach. Cette petite différence peut être liée à l'effet du schéma numérique utilisé ou au raffinement du maillage.



**Fig. 5.27** Hauteurs du disque de Mach  $h_m$  normalisées par la longueur du cône droit  $L$ . Comparaison entre nos résultats et ceux de G. Ben-Dor et al. [3] à  $X = S/L = 0.1$ .

## 5.6. Partie 2: Écoulement stationnaire: Calculs visqueux

De nombreuses méthodes de prévision des écoulements aérodynamiques sont fondées sur le modèle du fluide non visqueux et non conducteur de chaleur -ou fluide parfait- dont le mouvement est régi par les équations d'Euler. Or, le fait de négliger la viscosité peut conduire à des résultats irréalistes, notamment dans le cas où se forme un décollement. Par ailleurs, nous avons vu que le fait d'omettre les termes visqueux des équations de Navier-Stokes entraînait une indétermination du problème, une infinité de solutions étant admissibles. La majorité des études citées précédemment sont effectuées dans des cas d'écoulements supersoniques Eulériens, pour lesquels la viscosité n'est pas tenue en compte.

Parmi les études expérimentales et numériques menées dans ce cadre, on trouve les travaux de A. Chpoun et al. [1, 2], G. Ben-Dor et al. [3] et Y. Burstchell et al. [4].

On va étudier la même configuration utilisée dans la première partie, mais on lui ajoute l'étude de l'effet de la viscosité incluse dans le calcul turbulent, en utilisant le modèle  $k-\omega$  SST. Se basant sur les travaux expérimentaux et numériques cités précédemment, on effectue les calculs en variant le nombre de Mach amont. Enfin, on compare les résultats obtenus des deux parties, puis ces derniers avec ceux existants.

### 5.6.1. Résultats et discussion

La partie, qui suit, étudie le phénomène d'interaction des chocs coniques axisymétriques d'un écoulement supersonique bidimensionnel, turbulent et compressible en régime stationnaire pour la même configuration précédente où  $X = S/L = -0.1$ , et les mêmes conditions de simulation, tels que les conditions aux limites, le schéma numérique utilisé, excepté le maillage, qui est bien raffiné proche paroi. Ce travail a permis aussi de mettre en évidence le phénomène d'hystérésis en variant le nombre de Mach amont.

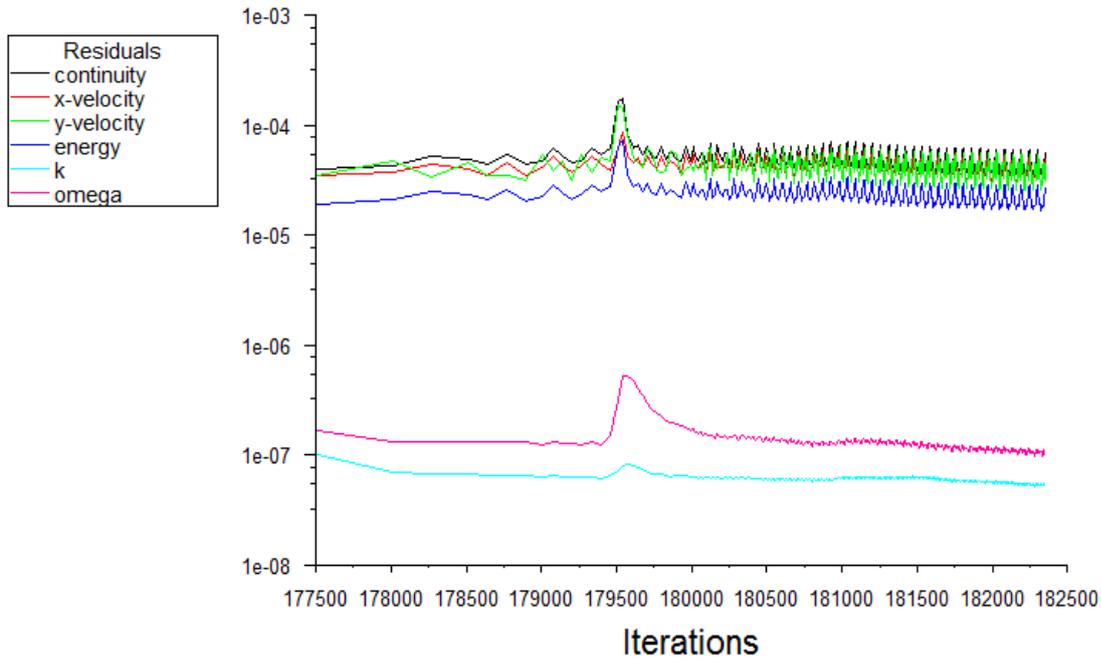
#### 5.6.1.1. Courbes de convergence

Avant de présenter les résultats, il faut tracer les courbes de convergence des paramètres d'écoulement. Elles sont obtenues à partir des solutions stationnaires d'une série de calcul du premier passage de la transition RI→DMR, puis celle du second passage. La Figure 5.28 présente ces courbes de convergence, pour le calcul final du critère RI→DMR du premier parcours à un nombre de Mach  $M_0=3.2$ .

#### 5.6.1.2. Traitement de la paroi

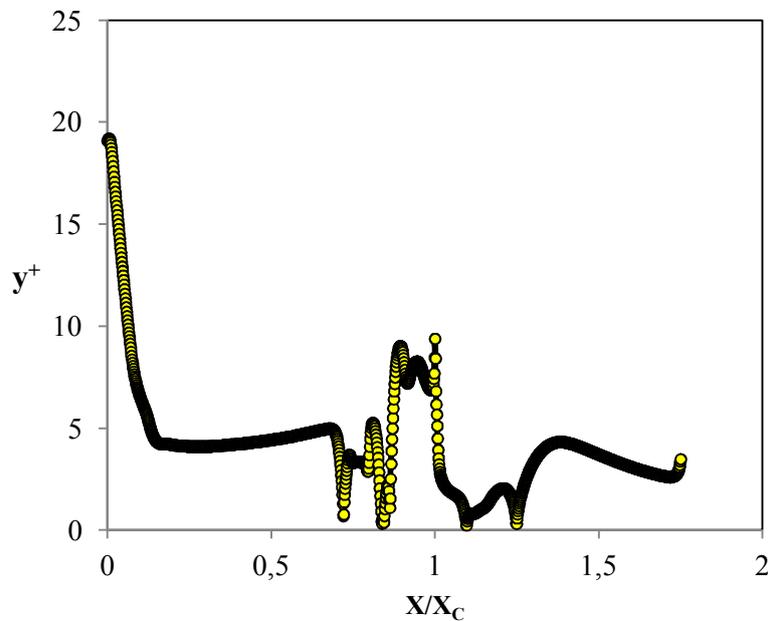
La qualité de la simulation de l'interaction onde de choc-couche limite dépend de la précision avec laquelle la couche limite est décrite. Le paramètre couramment utilisé pour évaluer cette précision est la hauteur de la sous couche limite exprimée en variable de paroi, notée  $y^+$ , définie par:

$$y^+ = \frac{y}{v_p} \sqrt{\frac{\tau_p}{\rho_p}} \quad (5.9)$$



**Fig. 5.28** Exemple des courbes résiduelles de la convergence de la solution stationnaire de MR→RR à  $M_0=3.2$ , où la réflexion de Mach (DMR) est observée.

La Figure 5.29 représente l'évolution de  $y^+$  le long de la surface du cône curviligne. Elle est presque proche de 5 pour l'intervalle de  $(x/x_c) \in [0.1, 1]$ , ce qui signifie une bonne précision dans la détermination des propriétés de la couche limite. Donc, la taille de la première maille dans ce maillage est validée.



**Fig. 5.29** L'évolution de  $y^+$  le long la surface du cône curviligne pour le modèle  $k-\omega$  SST à  $M_0=3.2$ .

### 5.6.1.3. Critères de transition

Les critères de transition dans le cas d'écoulement visqueux de la configuration (RI) vers (DMR) et de (DMR) vers (RI) sont obtenus à partir d'une décroissance, puis d'une croissance du nombre de Mach. En premier lieu, partant d'un nombre de Mach égale à 4.96, une configuration de type (RI) est observée. Ensuite, une série de calculs est effectuée, pour assurer la première transition RI→DMR, où la configuration de type DMR est captée. Le deuxième parcours est effectué en augmentant le nombre de Mach, jusqu'à la transition vers la réflexion régulière (RI) observée pour un nombre de Mach égal à 4.9 (le nombre de Mach est égal à celui du départ). Cependant, lorsque ce nombre continue de diminuer, un phénomène de transition de (DMR) vers (VMI) est capté pour un nombre de Mach égale à 3.

La différence entre le premier calcul (écoulement non-visqueux) et le présent calcul (écoulement visqueux) réside dans l'apparition du phénomène de décollement en calcul visqueux qui n'est pas observé en écoulement non visqueux.

En particulier au deuxième passage DMR→RI, ce phénomène est bien remarqué, il se manifeste par des zones de recirculation observées sur la surface du cône curviligne, où la forme Lambda de l'ensemble des chocs est claire dans le cas de la réflexion de Mach (voir la Figure 5.31).

Ces critères de transition qui ont été obtenus, sont provoqués par la présence de la viscosité qui a pris un rôle important dans les zones proches des parois, où les dissipations visqueuses sont importantes.

### 5.6.1.4. Phénomène d'hystérésis

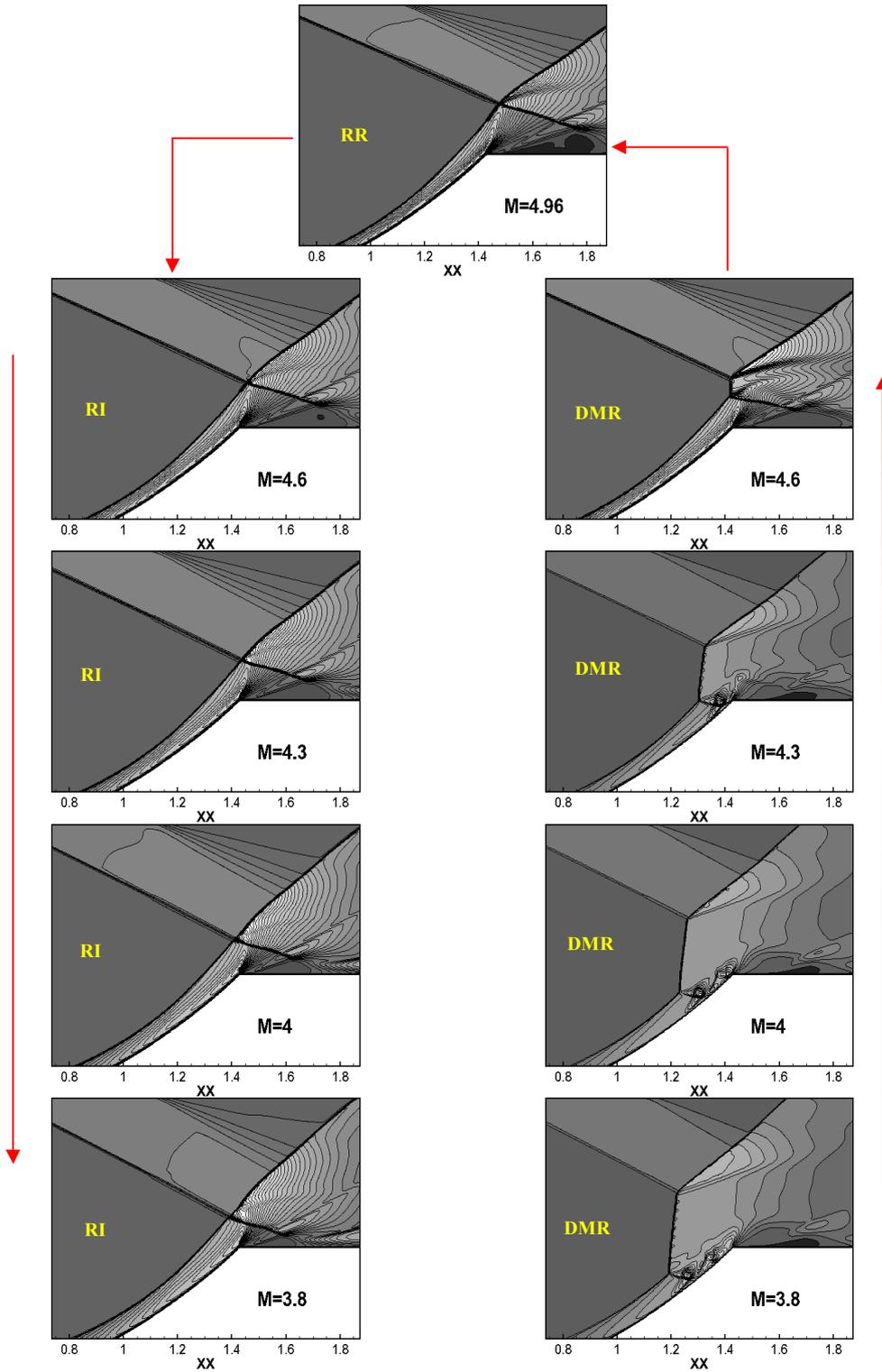
Le phénomène d'hystérésis (RI↔DMR), pour les deux types de transition est observé.

Dans un premier temps, une configuration de type (RI) est obtenue en partant d'un champ uniforme à Mach égale à 5. Ensuite, on diminue le nombre de Mach, toujours à chaque fois on conserve la solution stationnaire précédente qui converge, pour le nombre de Mach précédent, puis on relance le calcul suivant (reprise du calcul). Les calculs se poursuivent jusqu'à l'obtention d'une configuration de type (DMR) parvenue à un nombre de Mach de 3.2. Puis, on répète le calcul en sens inverse, c.à d. en augmentant le nombre de Mach, jusqu'à l'obtention de la configuration de départ (RI) survenue pour une valeur de Mach de 4.9. Dans ce cas, les deux valeurs de transition du nombre de Mach sont proches du milieu de la zone duale où les deux types de configuration sont théoriquement possibles (voir la Figure 5.26).

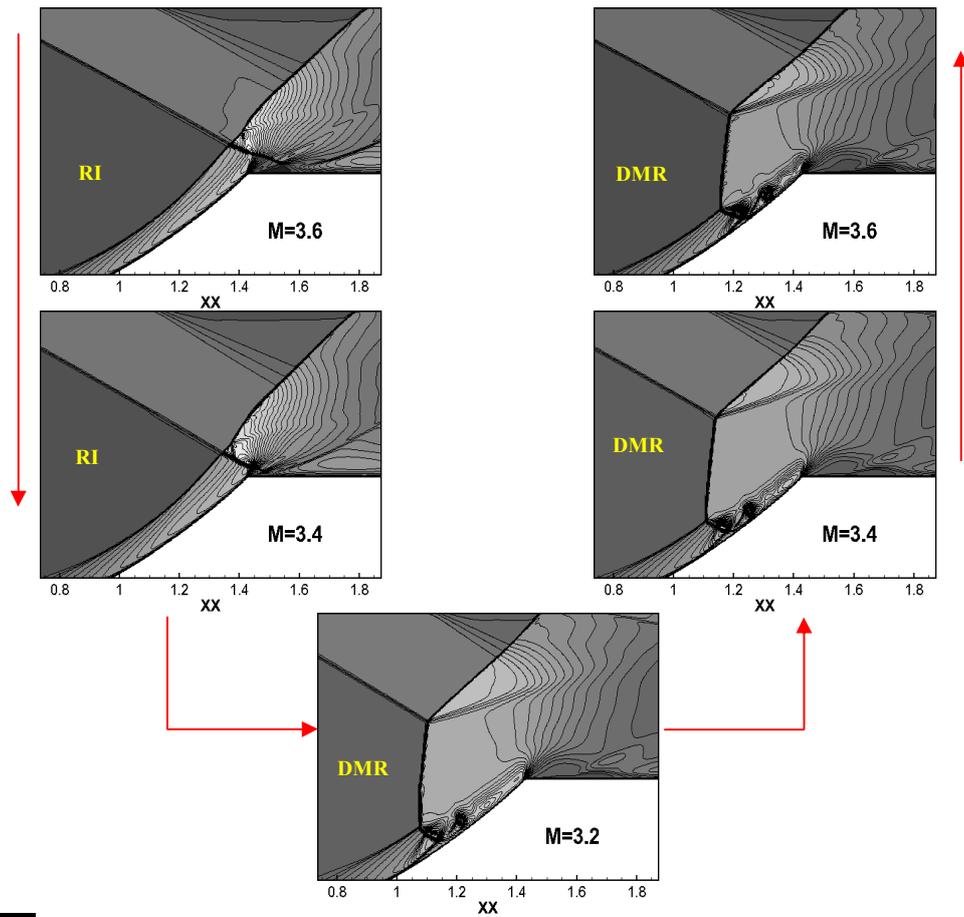
Le phénomène d'hystérésis, induit par la variation du nombre de Mach, est bien visible. Ce phénomène est visualisé par des séquences des contours d'iso-Mach sur la Figure 5.31. En effet, lorsqu'on compare les contours d'iso-Mach obtenus pour un même nombre de Mach, et suivant le sens de parcours, on obtient soit une configuration du type (RI), soit une configuration du type (DMR). En ce qui concerne la nouvelle configuration (VMI), elle est observée aussi.

La Figure 5.32 représente la transition de la configuration (DMR) vers la configuration (VMI). On constate que la configuration (VMI) contient un seul bulbe occupant

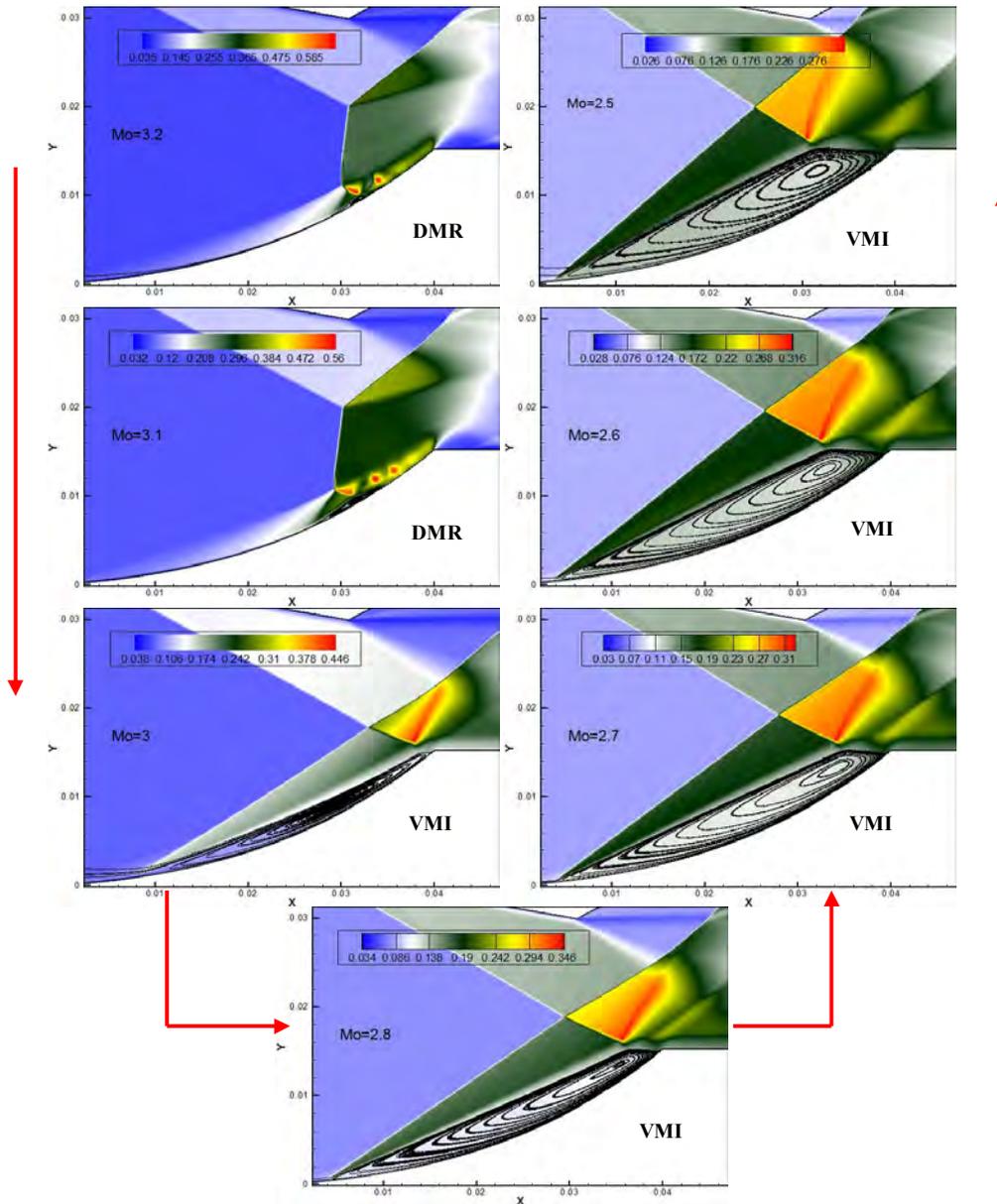
toute la surface du cône curviligne. La taille de ce bulbe augmente de plus en plus suite à la diminution du nombre de Mach. Alors que la transition inverse (VMI→DMR) n'est pas détectée. Par conséquent, absence du phénomène d'hystérésis.



**Fig.5.30** Contours des iso-densités, représentent une séquence de 10 images pour les deux types de configuration de chocs de transitions RR→MR et MR→RR à  $X=S/L=-0.1$ , sont clairement visibles.



**Fig. 5.30** (suite) Contours des iso-densités, représentent une séquence de 10 images pour les deux types de configuration de chocs de transitions  $RR \rightarrow MR$  et  $MR \rightarrow RR$  à  $X = S/L = -0.1$ , sont clairement visibles.



**Fig. 5.31** Contours des iso-densités, représentent une séquence de 7 images pour les deux types de configuration de chocs de type A et de type B à  $X = S/L = -0.1$ , sont globalement visibles.

### 5.6.1.5. Comparaison entre les calculs visqueux/non-visqueux

Afin de faire une étude correcte et solide, pour les écoulements réels, on a besoin d'introduire la viscosité du fluide, surtout pour les écoulements compressibles où interviennent les phénomènes d'interactions de chocs. Effectivement, les calculs produits pour les écoulements visqueux et non-visqueux sont différents, alors, les non-visqueux ne génèrent pas de couches limites, par contre les visqueux les génèrent.

Pour la solution de l'équation de l'écoulement non-visqueux, l'angle de choc est évaluée suivant la formule qui donne sa variation en fonction du nombre de Mach amont  $M_0$  et de l'angle du cône curviligne  $\theta$  (variable le long de l'axe  $ox$ , il est défini par la tangente

dans un point quelconque  $x$  de la surface du cône), c'est-à-dire  $\phi = f(M_0, \theta)$ , voir la figure 5.32-a, tandis que pour la solution de l'équation de l'écoulement visqueux, l'évolution de l'angle de choc généré par le cône droit peut être une fonction du nombre de Mach amont  $M_0$  et de l'angle  $\theta^+$ , qui est composé de deux angles: l'angle du cône curviligne (varié le long de l'axe  $ox$ , il est défini aussi par la tangente dans un point quelconque  $x$  de la surface du cône), et l'angle variant en fonction de l'épaisseur de déplacement  $\delta_1$  qui est varié en fonction de l'abscisse  $x$  donné par la formule (5.11), aussi, indiquée ci-dessous. Donc; on peut écrire cette évolution par la formule  $\phi = f(M_0, \theta^+)$ , voir la figure 5.32-b, tel que:

$$\theta^+ = \theta + \varphi(\delta_1) \quad (5.10)$$

Où;

$$\delta_1 = \int_{\text{Paroi}}^{\text{Couche limite}} \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_\infty u_\infty}\right) d\zeta \quad (5.11)$$

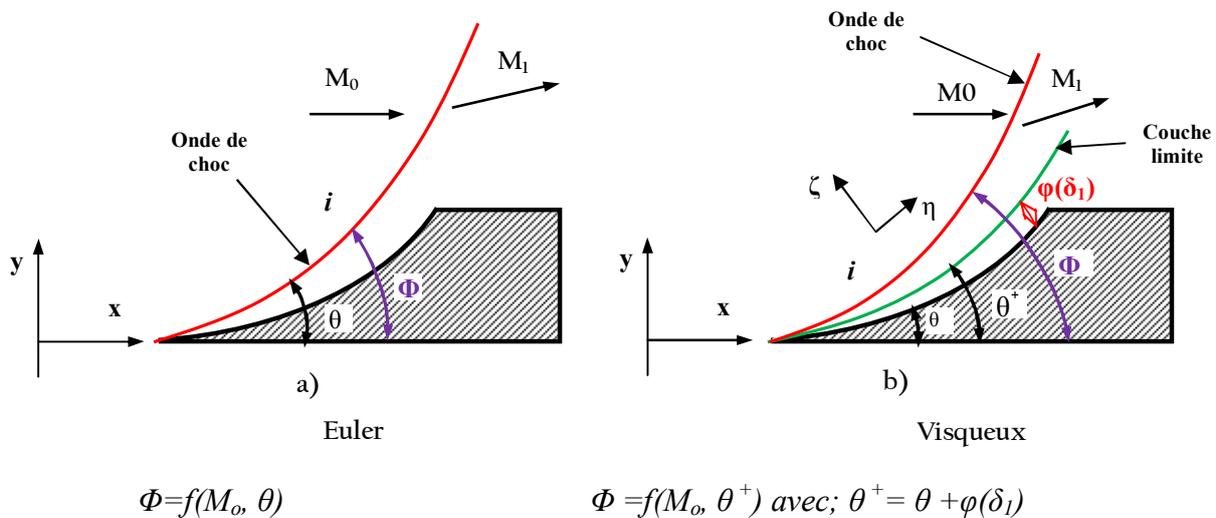
Où;  $\zeta$  est la coordonnée perpendiculaire au surface du cône droit.

L'équation (5.11) traduit la conservation du débit massique.

On résume ces équations comme suit:

Écoulement visqueux:  $\phi = f(M_0, \theta^+)$ , tel que;  $\theta^+ = \theta + \varphi(\delta_1)$

Écoulement non-visqueux:  $\phi = f(M_0, \theta)$



**Fig. 5.32** Schéma de définition les angles de choc pour le cas visqueux et non-visqueux sans interaction.

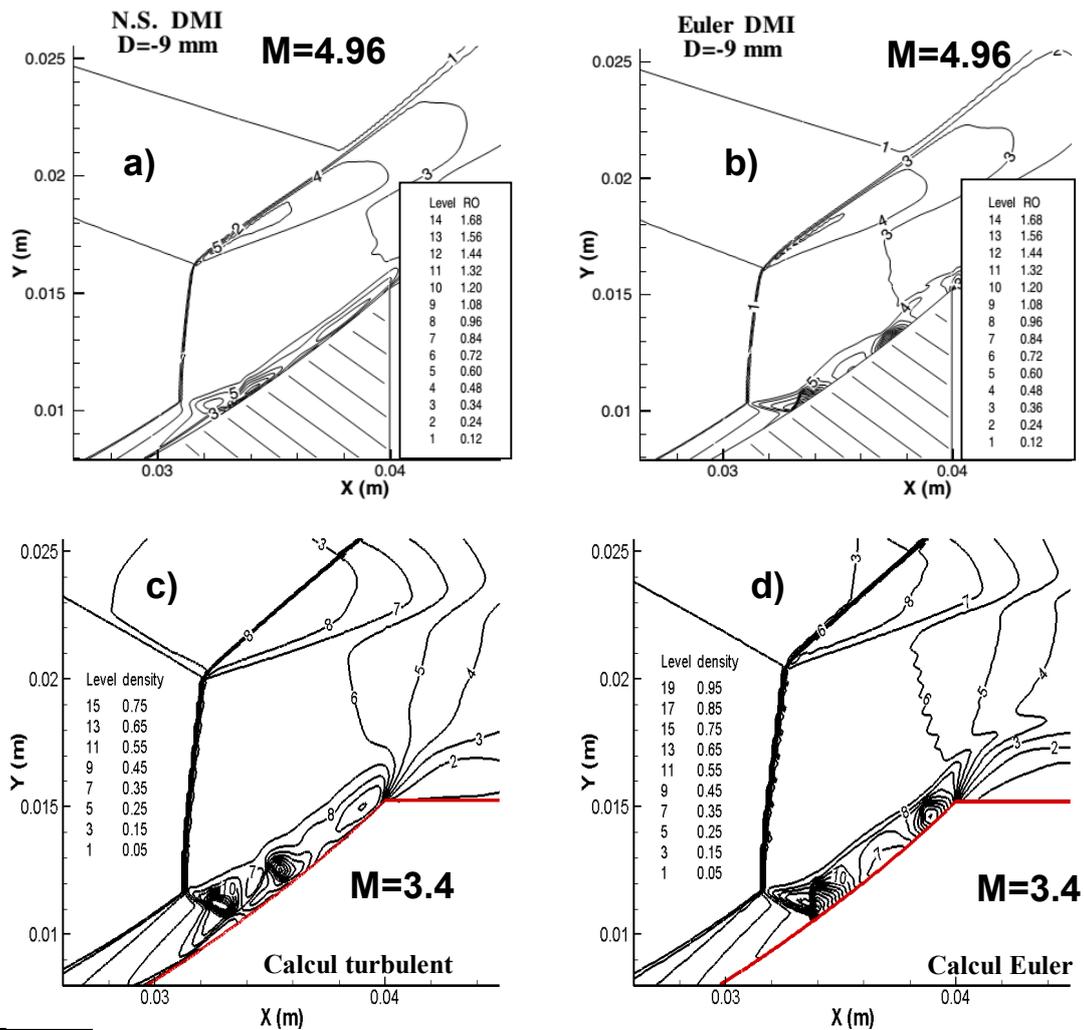
Avant de présenter nos résultats, on donne quelques remarques découvertes expérimentalement et numériquement, concernant les calculs sans cône droit, c.-à-d. que, pour un seul cône curviligne (absence de phénomène d'interaction de chocs). Les résultats obtenus expérimentalement par G. Ben-Dor et al [3] et ceux trouvés numériquement par Y. Burstchell et al. [9], ont montré, en premier lieu, l'absence de l'effet de la viscosité sur la surface du cône curviligne. Les résultats obtenus avec la présence du cône droit (présence du phénomène d'interaction de chocs) montrent le contraire, c.-à-d. l'effet de la viscosité est bien marqué.

Sur la base des résultats précédents, et pour donner plus de détails, on peut présenter quelques résultats obtenus, afin de comparer les écoulements visqueux et non visqueux:

La Figure 5.33 représente les champs des iso-densités dans les mêmes conditions de type transition DMR→RI, où seule l'interaction de Mach (DMR) existe. Les deux calculs sont effectués comme suit:

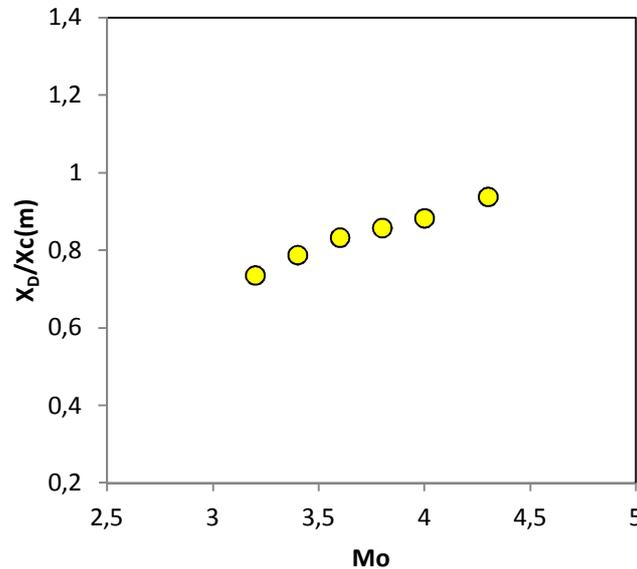
- Nos calculs sont obtenus à  $M_0=3.4$  et à une position du cône curviligne par rapport au dièdre de la tuyère ;  $X=-0.1$  reste fixe, en variant le nombre de Mach amont, voir la figure 5.33-c et 5.33-d ;
- Les résultats de Y. Burstchell et al. [9], sont obtenus à  $M_0=4.96$  et à la même position que nos calculs;  $X=S/L=-0.1$ , tout en déplaçant le cône curviligne selon l'axe symétrique longitudinale de la tuyère interne, voir la figure 5.33-a et 5.33-b.

On constate globalement que le calcul visqueux génère le phénomène de décollement, tandis que le calcul non-visqueux ne le génère pas. Cette constatation a été observée par A. Chpoun et al. [1], G. Ben-Dor et al. [3] et Y. Burstchell et al. [9]. Pour une autre fois, on peut dire que les phénomènes de transitions et celui de l'hystérésis découverts par nos calculs turbulents sont conformes et vérifiés.



**Fig.5.33** Contours Iso-densité: Comparaison numérique entre le calcul visqueux/non-visqueux de configuration DMR à  $X = S/L = -0.1$ , Calcul laminaire de Y. Burstchell et al. [9] (a et b) et (c et d) présent calcul (turbulent).

La Figure 5.34, montre l'évolution du point de décollement de la couche limite sur la surface du cône curviligne en calcul turbulent, en fonction du nombre de Mach amont. On observe que le point de décollement se déplace du milieu vers l'aval de la surface du cône curviligne en augmentant le nombre de Mach, jusqu'à  $M_0=4.6$ , où il est détaché. Donc, le point de décollement est délimité.



**Fig. 5.34** Évolution du point de décollement en fonction du nombre de Mach amont à  $X_{=S/L} = -0.1$

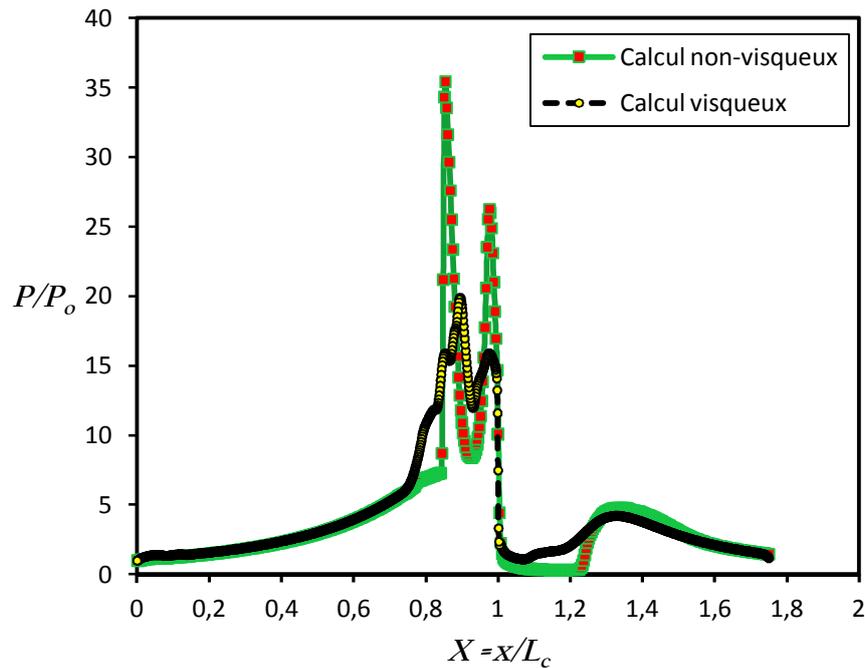
Pour confirmer la comparaison indiquée ci-dessus, pour les calculs visqueux (turbulent) et non-visqueux, on peut tracer les rapports de pressions pariétales sur la surface du cône curviligne, afin de capter le phénomène de décollement de la couche limite.

Les répartitions des pressions pariétales dans les deux cas (visqueux –calcul turbulent- et non-visqueux), pour un nombre de Mach égal à 3.4, sont représentées sur la Figure 5.35. On peut également noter une forte atténuation (division par un facteur d'environ deux (2)) des pics de pression avec un décalage en arrière de leurs positions et une réduction forte des amplitudes de ces oscillations de pression.

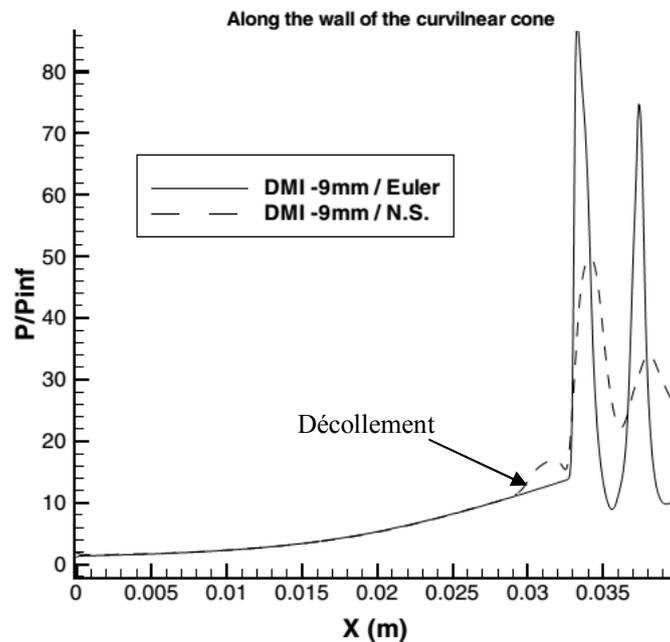
Les taux d'oscillations des deuxièmes pics par rapport aux premiers sont réduits de 72% pour le calcul non-visqueux et de 80% pour le calcul visqueux (turbulent). Ces différences sont dues principalement aux effets dissipatifs liés à la viscosité. L'effet de la viscosité bloque ou abaisse les pressions pariétales, parce que les effets dissipatifs sont prépondérants dans les zones proches parois. La Figure 5.36 de Y. Burstchell et al. [9] présentant l'évolution de la pression pariétale est presque similaire à nos résultats (Figure 5.35).

Les parcours de la transition globale sont les suivants:

- Pour le calcul non-visqueux:  
RR ( $Mo=5$ ) → MR ( $Mo=3$ ), puis de MR ( $Mo=3.2$ ) → RR ( $Mo=5$ )
- Pour le calcul visqueux (turbulent):  
RI ( $Mo=4.96$ ) → DMR ( $Mo=3.2$ ), puis de DMR ( $Mo=3.2$ ) → RI ( $Mo=4.9$ )  
DMR ( $Mo=3.2$ ) → VMI ( $Mo=3$ ), La transition inverse n'est pas captée



**Fig.5.35** Distribution des pressions pariétales le long de la surface du cône curviligne: Comparaison entre le calcul numérique visqueux (turbulent) / non-visqueux pour la configuration de double Mach (DMR): à  $Mo=3.4$  et  $X = S/L = -0.1$ .



**Fig.5.36** Distribution des pressions le long de la surface du cône curviligne: Comparaison numérique entre le calcul d'Euler et celui de Navier-Stokes pour la configuration DMI à  $D = -9mm = X = S/L = -0.1$ . à  $Mo=4.96$  [9].

## 5.7. Conclusion

Deux calculs numériques sont effectués sur les phénomènes de transitions des réflexions d'ondes de choc coniques axisymétriques de deux familles différentes, où le nombre de Mach amont varie. L'un consiste à étudier l'écoulement non-visqueux, et l'autre l'écoulement visqueux en utilisant le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST.

Les transitions des réflexions d'ondes de chocs ont conduit au phénomène d'hystérésis qui a été retrouvé et mis en évidence par nos calculs numériques.

Les résultats obtenus sont globalement similaires à ceux trouvés expérimentalement et numériquement [1, 2, 3, 4].

---

## Références du chapitre 5

- [1] A. Chpoun, J.-C. Lengrand, "Confirmation expérimentale d'un phénomène d'hystérésis lors de l'interaction de deux chocs obliques de familles différentes", C. R. Acad. Sci. Paris, série IIb, 324 1-8, 1997.
- [2] A. Chpoun, F. Chauveau, L. Zombas, G. Ben-Dor, "les interactions de ondes de chocs coniques", C. R. Acad. Sci. Paris, t. 327, série IIb 327, 85-90, 1999.
- [3] G. Ben Dor, E. Vasiliev, T. Elperin, A. Chpoun " Hysteresis phenomena in the interaction process of conical shock waves: experimental and numerical investigations", J. Fluid Mech., vol. 448, pp. 147–174, 2001.
- [4] Y. Burstschell, D. E. Zeitoun, A. Chpoun, G. Ben-Dor, "Conical shock interactions in a steady flow. Numerical study", presented at the 23rd Intl Symp. On Shock Waves, Fort Worth, Texas 2001.
- [5] Y. Burtschell, D.E. Zeitoun, "Shock/shock and shock/boundary layer interactions in an axisymmetric steady laminar flow", Shock Waves, 12: 487–495, 2003.
- [6] G. Ben Dor, M. Ivanov, E. Vasiliev, T. Elperin "Hysteresis processes in the regular reflection2 Mach reflection transition in steady flows", Progress in Aerospace Sciences 38, 347–387, 2002.
- [7] G. Ben Dor, T. Elperin, E. Vasiliev "Flow-Mach-number-induced hysteresis phenomena in the interaction of conical shock axes-a numerical investigation", J. Fluid Mech., vol. 496, pp. 335–354, 2003.
- [8] Y. Burtschell, D.E. Zeitoun, " Numerical investigation oh He injection in Mach 5 air flow with a strong shock/boundary layer interaction", Shock Waves 12: 487–495, 2003.
- [9] Z. Han, X. Yin, Kluwer, Dordrecht, Shock dynamics, 1993
- [10] Y. Burtschell and D. E. Zeitoun, "Hysteresis effect of oblique shock interactions axisymmetric steady flow", Shock Wave Journal, pp. 517-522, 2005.
- [11] J. Délery 'Aérodynamique fondamentale', 2<sup>ème</sup> partie, équations et concepts de base, Edition 1999.
- [12] H. Li, G. Ben-Dor "Application of the principle of minimum entropy production to shock wave reflections". I. Steady flows. J. Appl. Phys. 80 (4), 15 August 1996.
- [13] K. Takayama, G. Ben-Dor "The Inverse Mach Reflection". AIAA Journal, Vol. 23, n°12, December 1985.
- [14] Alain Durand, "phénomène d'hystérésis dans les interférences de choc, en écoulements stationnaires supersonique et hypersonique", thèse Doctorat, 2002.
- [15] L.F. Henderson, A. Lozzi "Experiments on transition of Mach reflexion". J.Fluid Mech, vol.68, part 1, pp. 139-155, 1975.

- [16] A. Durand, B. Chanetz, T. Pot, D. Cartigny, E. Széchényi, A. Chpoun "Experimental and numerical investigations on Mach hysteresis". Proc. 23rd Intl. Symp. Shock Waves, Fort Worth, Texas, USA, July 22-27, 2001.
  - [17] M. Onofri F. Nasuti "Theoretical considerations on shock reflections and their implications on the evaluation of air intake performance". Proc. 22nd Intl. Symp. Shock Waves, Imperial College, London, UK, July 18-23 1999.
  - [18] M. S. Ivanov, G. Ben-Dor, T. Elperin, A. N. Kudryavtsev, D. Khotyanovsky "Flow-Mach-Number-Variation-Induced hysteresis in steady shock wave reflections". AIAA Journal, Vol. 9, n°5, pp. 972-974, 2001.
-

# Chapitre

## 6

# *Interaction d'ondes de choc dans une tuyère conique convergente-divergente supersonique*

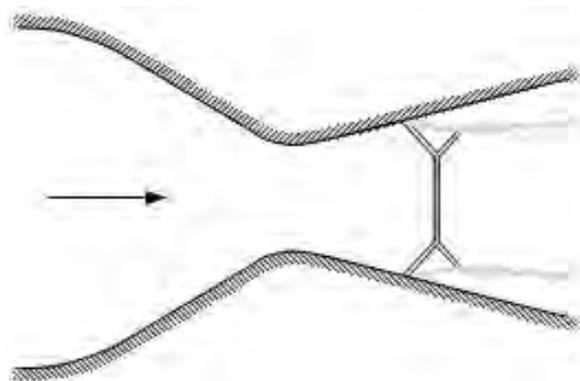
## Sommaire

6.1	Introduction.....	140
6.2	Régime de fonctionnement de tuyère.....	141
6.2.1	Fonction de poussée.....	142
6.3	Approche physique du phénomène de décollement de la couche limite.....	143
6.3.1	Décollement dans les tuyères supersoniques.....	143
6.3.1.1	Décollement libre.....	144
6.3.1.2	Décollement restreint.....	144
6.3.1.3	Dissymétrie du décollement.....	145
6.3.2	Critères de décollement.....	146
6.4	Structures globales de chocs dans les tuyères supersoniques.....	147
6.4.1	Réflexion régulière.....	147
6.4.2	Réflexion de Mach.....	148
6.4.3	Cellules de chocs.....	149
6.5	Vectorisation fluidique dans le divergent d'une tuyère.....	150
6.6	Tuyère 2D sans injection secondaire.....	152
6.6.1	Définition du profil de tuyère.....	152
6.6.2	Traitement de la paroi.....	154
6.6.3	Effets de raffinement du maillage.....	155
6.6.4	Sensibilité aux modèles de turbulence.....	156
6.6.5	Validation des résultats.....	157
6.6.6	Résultats et discussion.....	159
6.6.6.1	Effets du taux de pressions NPR.....	159
6.6.6.2	Structure de cellules de chocs.....	166
6.7	Tuyère conique avec une seule injection secondaire.....	170
6.7.1	Introduction.....	170
6.7.2	Description de la tuyère avec injection secondaire.....	170
6.7.3	Validation des résultats.....	172
6.7.4	Résultats et discussion.....	174
6.7.4.1	Effets du taux de détente sur la paroi opposée.....	174
6.7.4.2	Effets du rapport des pressions NPR.....	175
6.7.4.3	Effets du taux de détente sur le jet principal.....	176
6.7.4.4	Variation de l'angle de déviation du jet.....	178
6.7.4.5	Variation de la hauteur du jet.....	180
6.8	Calcul tridimensionnel (3D).....	180
6.8.1	Introduction.....	180
6.8.2	Géométrie et maillage.....	180

6.8.3	Analyse des résultats de la simulation numérique.....	181
6.9	Conclusion .....	195
6.10	Référence du chapitre 6.....	186

## 6.1. Introduction

L'objectif principal de cette partie est de simuler numériquement l'écoulement supersonique bidimensionnels et tridimensionnels d'un fluide compressible en régime stationnaire dans une tuyère sur-détente conique convergente-divergent non-axisymétrique de la NASA [1], voir la figure 1, ayant un demi-angle de divergence de  $11.01^\circ$  dans le but de comprendre les différents phénomènes d'interaction et de décollement des ondes de chocs ainsi que le phénomène de vectorisation fluïdique. Dans une application réelle de cette étude, il y a des moyens et des potentiels énormes pour améliorer les performances des moteurs fusés et des systèmes d'aéronef, en remplaçant les systèmes mécaniques des tuyères avec des configurations géométriques efficaces. Pour cette raison, on se base sur la variation des taux de pression  $NPR=P_{io}/P_a$  et ceux d'injection  $SPR=P_{inj}/P_{io}$ , en présence d'une injection secondaire qui est placée dans la partie divergente de la tuyère afin d'orienter le jet principal et de remplacer la vectorisation mécanique par la technique fluïdique. Plusieurs travaux de recherches ont traité ces phénomènes d'interactions des ondes de chocs dans les tuyères convergente-divergent sans injection secondaire, en particulier, les travaux de C.A. Hunter [1], K. S. Abdel-Hamid et al. [2], S. Girard [3], Hadjadj [4], Ph. Reijasse [5], M. Sellam et al. [6], Alexis Bourgoing [7], D.Vandromme [8], Jan Östlund [8], T. Alziary de Roquefort [9], Y. Perrot [11], Dimitri Papamoschou [12], Q. Xiao et al. [13], A. Hadjadj [14], ainsi que avec injection sont les suivants : les travaux de A. Waithe et al. [15], N. Maarouf et al.[16], Xin H. Zou et al. [17], V. Zmijanovic et al. [18], V. Zmijanovic et al. [19], A. Ashraf [20], K. A. Deere et al. [21], K. A. Deere [22], Li Li et al. [23], Victor J. [24].

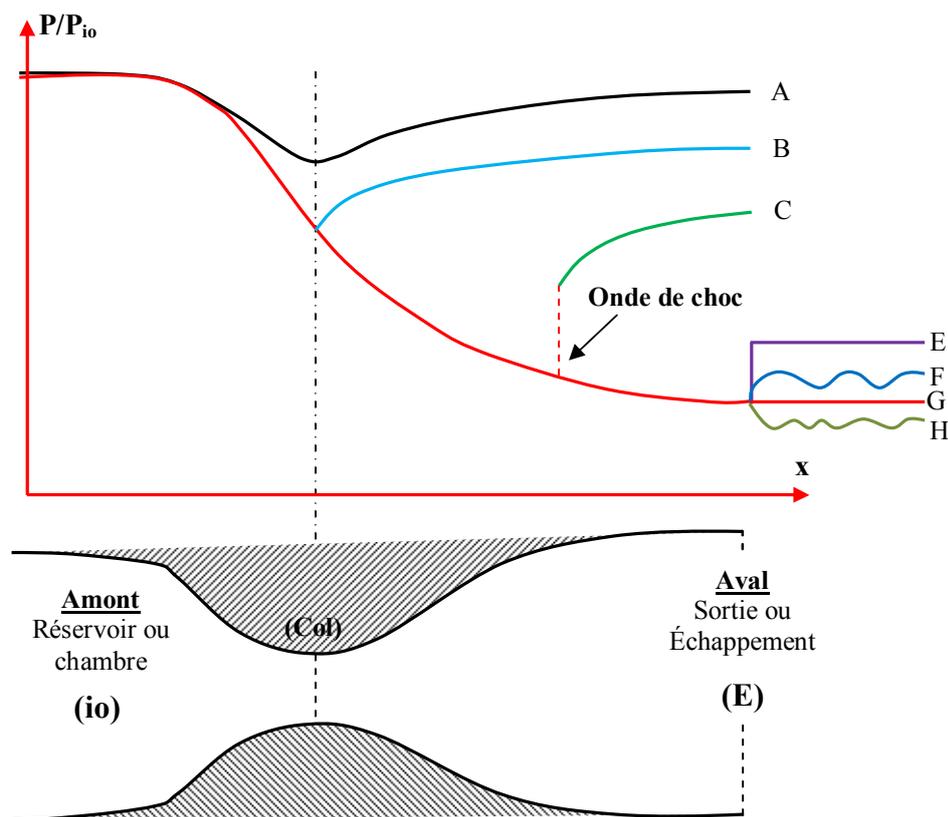


**Fig. 6.1** Schéma d'une tuyère sur-détente avec séparation [1]

## 6.2. Régime de fonctionnement de tuyère

L'écoulement dans une tuyère aval convergente-divergente (Figure 6.2) dépend du niveau de pression en sortie  $P_e$  [25], en effet si :

- 1-  $P_A = P_e$ : la pression en sortie est assez haute, l'écoulement dans la tuyère est subsonique et isentropique. Les relations isentropiques donnent la répartition de pression.
- 2-  $P_B = P_e$ : en diminuant la pression en sortie, on atteint un niveau où l'écoulement est sonique au col, mais reste subsonique dans le divergent. L'écoulement est isentropique. Les relations isentropiques pour une tuyère adaptée donnent la répartition de pression.
- 3-  $P_G = P_e$ : pour un autre niveau de pression plus bas, on a encore un écoulement isentropique, avec un col sonique. Mais dans ce cas l'écoulement est supersonique dans le divergent. Les relations isentropiques pour une tuyère adaptée donne là encore la répartition de pression.



**Fig. 6.2** Principe de fonctionnement d'une tuyère convergent-divergente [25].

Pour tous les autres niveaux de pression l'écoulement n'est plus isentropique, et des chocs d'adaptation sont nécessaires.

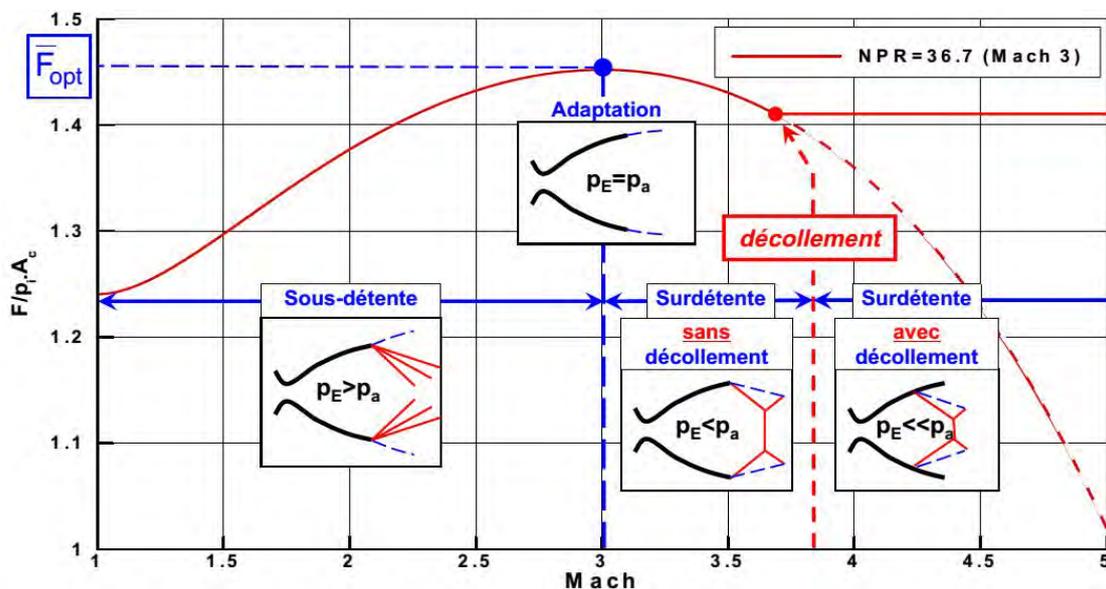
- 1-  $P_B > P_e = P_C > P_E$ : l'écoulement ne peut plus rester isentropique dans le divergent. Un choc droit apparaît pour passer d'un écoulement supersonique au début du divergent à un écoulement subsonique après le choc. Lorsque l'on diminue la pression  $P_E$  le choc se déplace vers la sortie de la tuyère pour se situer exactement en sortie dans le cas  $P_e = P_E$ .
- 2-  $P_E > P_e = P_F > P_G$ : le choc d'adaptation n'a pas lieu dans la tuyère, mais dans le jet au travers d'une série d'ondes de choc oblique, permettant l'adaptation de la pression. On observe en sortie un jet supersonique sous-détendu avec apparition de disque de Mach.
- 3-  $P_e = P_H < P_G$ : on a cette fois-ci un jet supersonique sur-détendu (i.e. qui sort de la tuyère avec une pression supérieure à la pression ambiante) avec une série d'ondes de détente permettant l'adaptation de pression.

### 6.2.1. Fonction de poussée

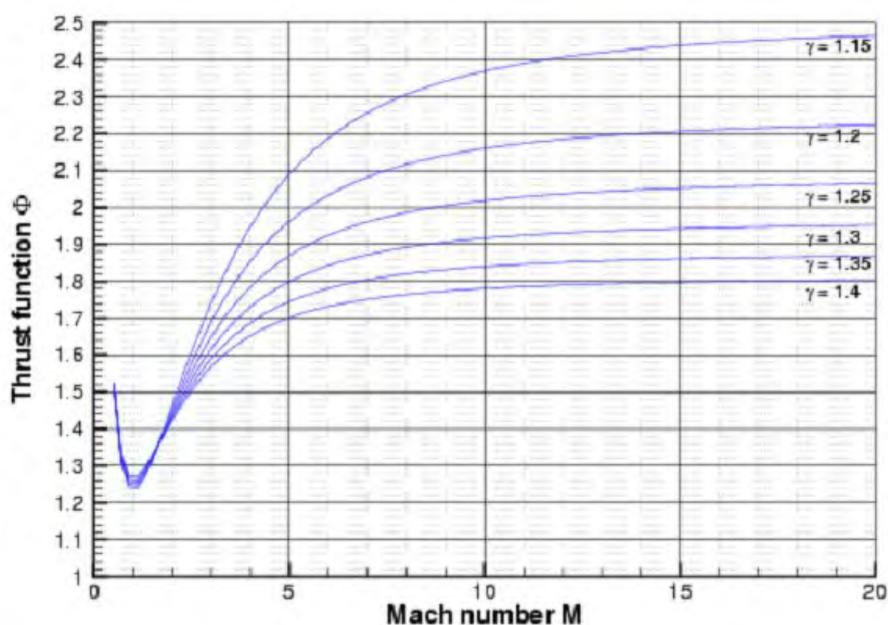
La poussée et les régimes moteur (adaptation, sous-détente, sur-détente) pour un moteur-fusée donnant une pression chambre  $P_{i0} = 36.7 \text{ bar}$ , le nombre de Mach de sa tuyère qui correspond la poussée optimale à  $P_a = 1 \text{ bar}$  est d'ordre 3. Tandis que cette poussée pour cette condition de pression chambre est égale à 1.45.

L'évolution de la poussée en fonction du nombre de Mach de sa tuyère est représentée sur la figure 6.3.

La fonction de poussée pour un écoulement monodimensionnel par tranches est représentée sur la figure 6.4. Elle est seule dépendante de la nature du gaz.



**Fig. 6.3** Évolution de la poussée d'une tuyère fusée en fonction du nombre de Mach de celle-ci [26].



**Fig. 6.4** Fonction de poussée en fonction du nombre de Mach d'une tuyère fusée pour différents valeurs du coefficient de la chaleur spécifique d'un gaz. [26].

### 6.3. Approche physique du phénomène de décollement de la couche limite

Le phénomène de décollement de la couche limite est présenté dans le chapitre précédent. Les différents critères de décollement dans une tuyère nécessitent la connaissance des différents régimes de fonctionnement d'une tuyère convergente divergente CD (sur-détente, adaptation et sous-détente).

#### 6.3.1. Décollement dans les tuyères supersoniques

Lors du régime de fonctionnement en sur-détente ( $P_e < P_a$ ), un décollement de la couche limite se produit à l'intérieur de la tuyère en raison de la contre pression  $P_a$  qui règne à sa sortie. Ce décollement est caractérisé principalement par une large augmentation de la pression pariétale dont l'évolution modifie la poussée de la tuyère. C'est la raison pour laquelle la connaissance de la position du point de décollement  $s$  et du saut de pression atteint est importante. Pour un régime à un rapport de pression donné (NPR), il est encore difficile de prévoir si ce régime provoquera un décollement et, s'il y a décollement, quelles seront la position du point de décollement et l'évolution de la pression pariétale. Cette difficulté provient de la complexité des phénomènes physiques rencontrés dans de tels écoulements, fortement compressibles et turbulents.

L'expérience montre qu'il y a au moins deux types différents de décollements à l'intérieur de la tuyère : le décollement libre et le décollement restreint.

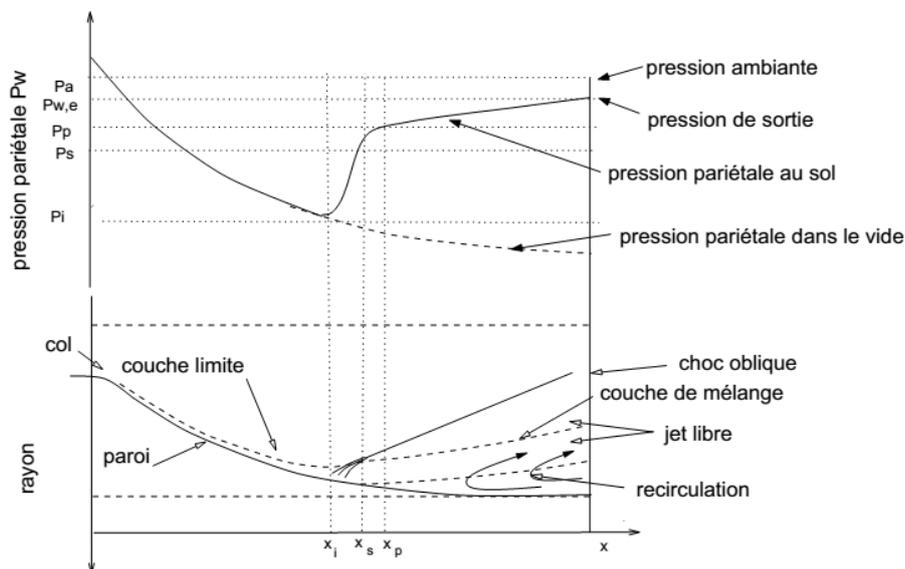
### 6.3.1.1. Décollement libre [11]

On appelle un décollement libre (Free Shock Separation FSS) le décollement qui apparaît lorsque la couche limite de l'écoulement décolle en amont de la sortie de la tuyère sous l'effet du gradient de pression adverse et que l'écoulement décollé débouche librement de la tuyère. La configuration de décollement libre peut apparaître dans toutes les tuyères, idéales tronquées ou optimisées à contour parabolique, en régime de sur-détente.

Ce décollement se produit quand l'écoulement est entièrement séparé de la paroi. Pendant que la sur-détente se développe, le point de décollement se déplace plus loin en amont dans la tuyère, (Figure 6.5).

En étudiant la répartition de la pression, on constate que l'écoulement est divisé en trois régions ; D'abord une première région, en amont du point  $x_i$ , où la couche limite est fixée à la paroi, on a le même comportement qu'en régime d'adaptation. Dans la deuxième région, la pression croît de la pression minimum  $p_i$  à la pression plateau  $p_p$ . Cette région est considérée comme une région d'interaction. La couche limite commence à s'épaissir au point  $x_i$ , mais elle ne se sépare pas de la paroi jusqu'à ce que la force de frottement pariétal  $\tau_w$  soit nulle au point de décollement  $x_s$ . La troisième région est une région de recirculation de l'écoulement qui est entièrement séparé de la paroi.

Il en ressort que le décollement libre fait intervenir deux mécanismes bien distincts ; Le premier est associé au décollement du jet à la paroi alors, que le second est lié à l'écoulement ambiant aspiré dans la zone de recirculation.



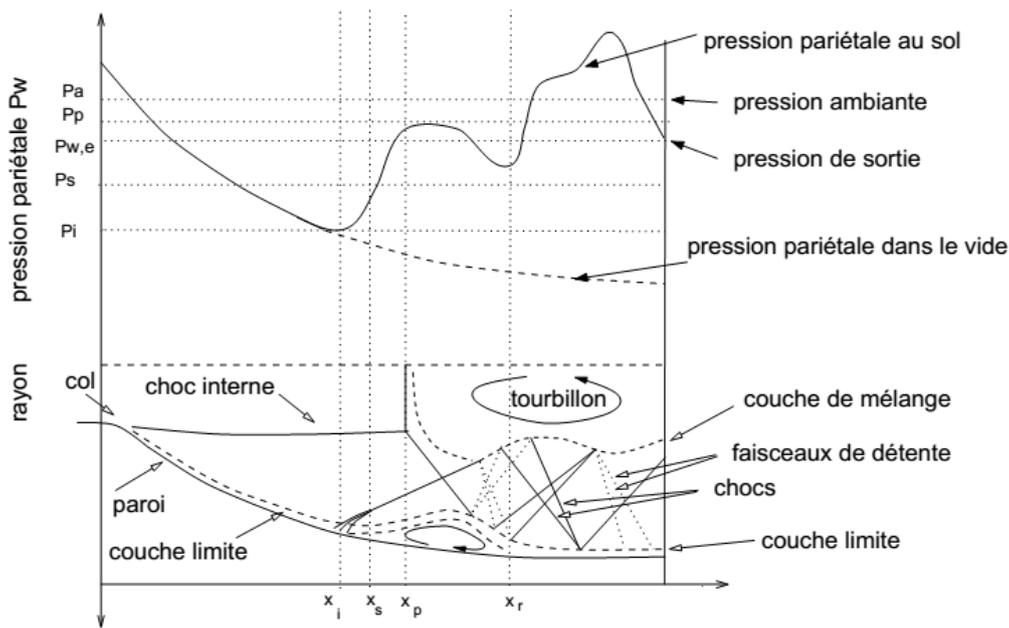
**Fig. 6.5** Représentation schématique du décollement libre [11]

### 6.3.1.2. Décollement restreint [11]

Un deuxième régime de décollement, autre que le décollement libre, peut apparaître lorsque le recollement de la couche limite intervient sur le divergent juste après le

décollement. Ce régime est appelé décollement restreint (Restricted Shock Separation RSS) (Figure 6.6).

Ce régime n'ayant lieu qu'à certains rapports de pression, la couche limite décolle puis recolte rapidement sur la paroi de la tuyère. L'évolution de la pression pariétale en aval du décollement est marquée par une succession de détente et de recompression, la pression pariétale dépassant parfois la pression ambiante. Ce phénomène est attribué au recollement de l'écoulement décollé. En effet, celui-ci induit des ondes de compression et de détente dans le jet supersonique.

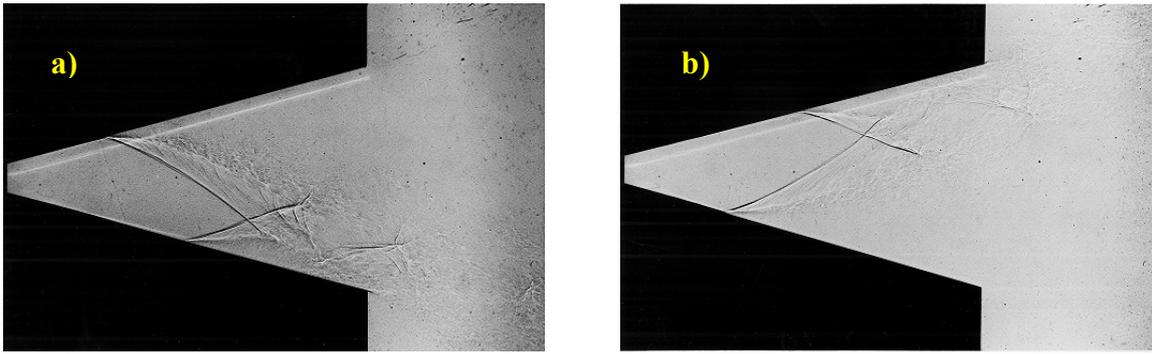


**Fig. 6.6** Représentation schématique du décollement restreint [11]

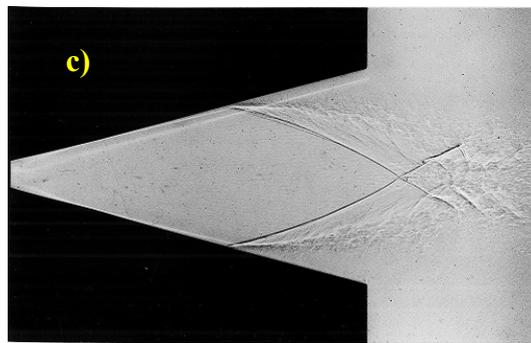
### 6.3.1.3. Dissymétrie du décollement

Nous avons décrit les caractéristiques globales stationnaires des décollements libre et restreint. Dans ce cas, on peut dire que ces décollements de couches limites se présentent des asymétries (Figures 6.7-a et 6.7-b) et des symétries (Figure 6.7-c).

Le caractère dissymétrique de l'écoulement a été étudié notamment par Lawrence [27, 28]. Ses expériences mirent en évidence que des décollements dissymétriques, stables ou non, pouvaient intervenir dans tous les types de tuyères, qu'elles soient bidimensionnelles, ou de révolution, coniques ou profilées, à petit ou à grand rapport de section. Elles montrèrent également, que ce régime dissymétrique apparaissait généralement dans des plages intermédiaires de  $P/P_a$ , après et avant les régimes de décollement symétriques. De plus, le caractère dissymétrique du décollement peut s'accompagner d'un phénomène de basculement d'un côté à l'autre du divergent.



Décollement dissymétrique a) sur paroi basse et b) paroi haute à  $P_0/P_a = 8.7$



c) Décollement symétrique à  $P_0/P_a = 19.4$

**Fig. 6.7** Tuyère bidimensionnelle décollée (Photos issues de [29])

Aujourd'hui encore, les phénomènes contrôlant la symétrie et la stabilité du décollement restent mal compris. Les études expérimentales récentes sur ce sujet témoignent de ces difficultés [7].

Par ailleurs, on peut noter que les décollements turbulents induits par des chocs sont par nature fluctuants. Cette caractéristique du décollement joue un rôle important dans l'apparition des charges latérales. Cependant, par souci de concision, ces aspects ne sont pas décrits ici. Une revue bibliographique des travaux effectués sur ce sujet se trouve dans les références 30, 3, 31].

### 6.3.2. Critères de décollement

De nombreuses expériences ont été réalisées pour déterminer les critères permettant d'évaluer la position du décollement et la pression plateau. Pour une tuyère sur-détendue, la position du point de décollement libre influe généralement sur la poussée. Ces critères fournissent en général le saut de la pression plateau  $p_p$  en fonction des conditions à l'origine de l'interaction ( $p_0$ ,  $M_0$ ) qui, d'après la théorie de l'interaction libre, pilotent le décollement. La pression plateau dans ces critères est supposée être égale à la pression ambiante. Le critère de décollement permet alors de déterminer les conditions à l'origine de l'interaction et donc la position de cette dernière. Les différents critères de décollement qui sont les plus utilisés dans le cas de la modélisation du phénomène d'injection secondaire dans les tuyères supersoniques sont [32] :

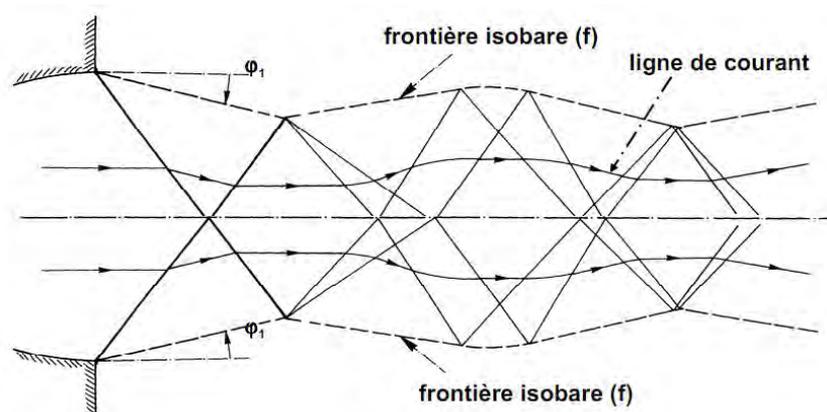
- 1- Critère de Summerfield,
- 2- Critère empirique de Zukoski,
- 3- Critère de Schmucker,
- 4- Théorie de Reshotko et Trucker,
- 5- Critère de Campbell et Farley.

## 6.4. Structures globales de chocs dans les tuyères supersoniques

Dans les tuyères supersoniques, plusieurs structures de chocs ont été observées en régime sous-détente et celui en sur-détente. Parmi ces structures, on cite les réflexions de chocs, il y a la réflexion de Mach (MR), la réflexion régulière (RR) et les cellules de chocs qui peuvent être observées dans la zone de sillage le long de l'axe du jet supersonique. Plusieurs paramètres influencent les structures de chocs, à savoir ; le rapport de pressions  $NPR = P_{io}/P_a$  et le taux d'injection  $SPR = P_{inj}/P_{io}$ , lorsque l'injection secondaire est présente.

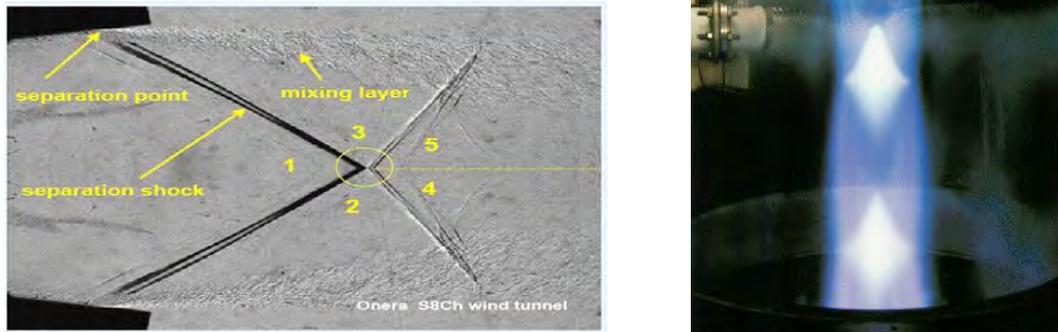
### 6.4.1. Réflexion régulière

La réflexion régulière est observée, lorsque deux ondes de chocs obliques de décollement interfèrent, conduisant à deux ondes de chocs réfléchissantes. Ce type de réflexion est montré sur les Figure 6.8 et 6.9. La Figure 6.8 représente l'écoulement de sur-détente et la structure des chocs de détente, tandis que la Figure 6.9 (gauche) tirée à partir des résultats expérimentaux de l'Onera, montre la structure topologique de l'écoulement avec la présence des chocs. La Figure 6.9 (droite) représente la topologie d'un jet supersonique d'écoulement en régime de sous-détente avec réflexion régulière obtenue à partir de Jan Östlund [33].



Structure d'un jet supersonique plan isobare sur-détendu

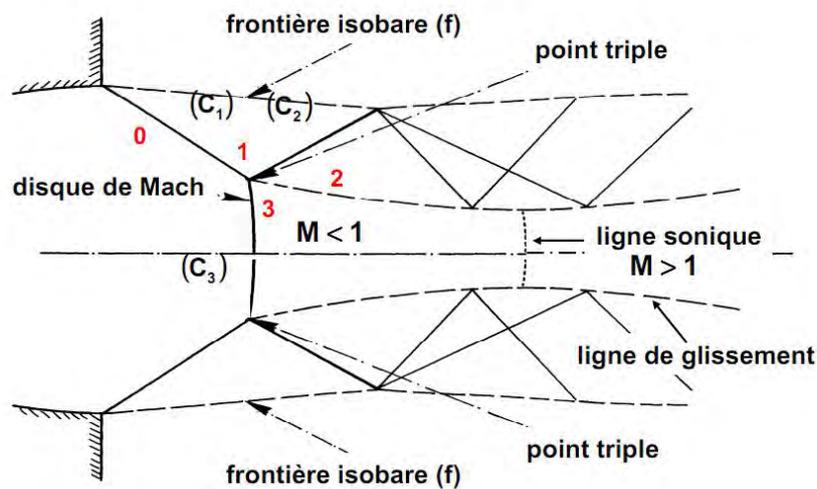
**Fig. 6.8** Réflexion régulière de l'onde de choc sur le plan de symétrie [Document d'Onera].



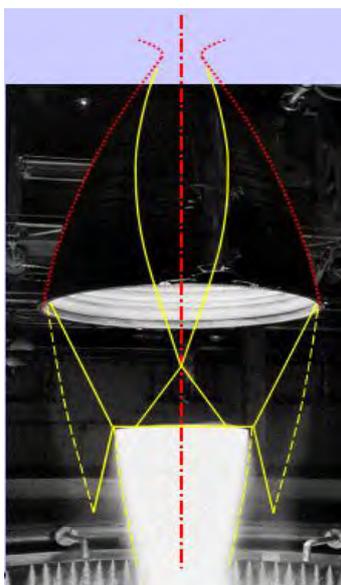
**Fig. 6.9** a) Réflexion régulière [Document d'Onera]. b) Visualisation strioscopique de la réflexion régulière ; RL10-A5, écoulement de sous-détente avec réflexion régulière apparente [33].

#### 6.4.2. Réflexion de Mach

La réflexion de Mach est observée (Figure 6.10), lorsque deux ondes de chocs obliques faibles de décollement interfèrent, il se forme une onde de choc forte quasi-normale (disque de Mach) et deux ondes de chocs réfléchissantes, ayant deux points triples et deux lignes de glissement, où l'écoulement derrière le disque de Mach est purement subsonique ( $M < 1$ ). Ces deux lignes de glissement séparent les zones supersoniques situées en aval du disque de Mach. La Figure 6.11 représente la strioscopie d'écoulement en régime de sur-détente d'une tuyère Vulcan, indiquant la structure des chocs en réflexion de Mach.



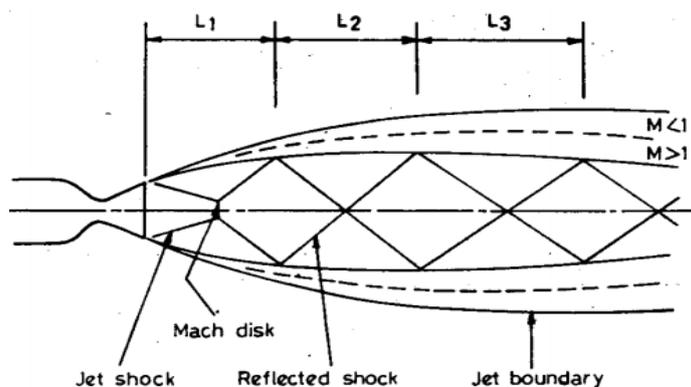
**Fig. 6.10** Structure d'un jet supersonique plan isobare sur-détendu ; Formation d'un disque de Mach [Document d'Onera].



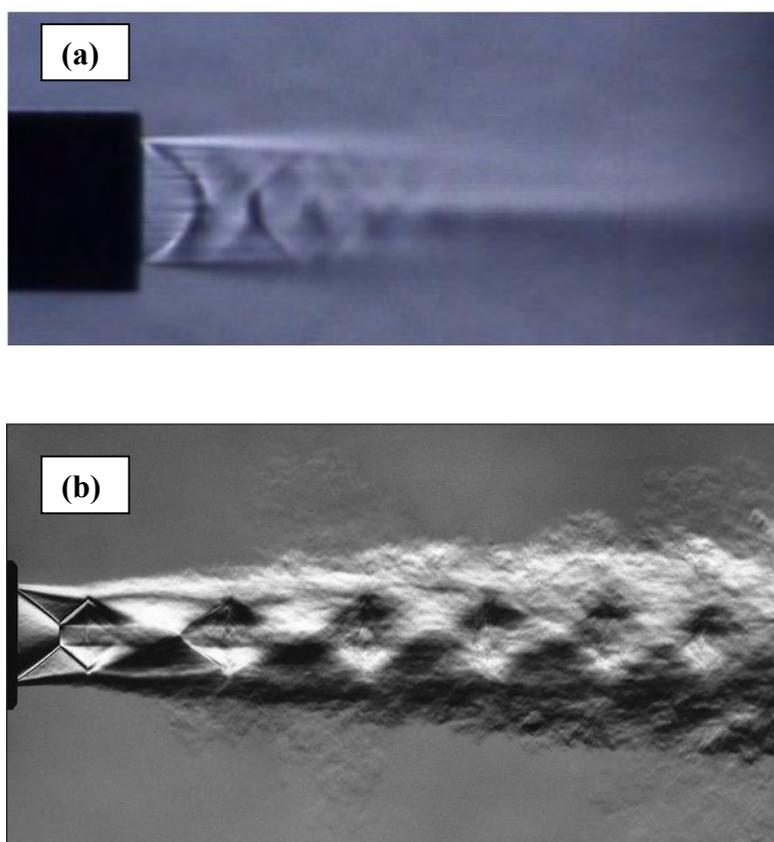
**Fig. 6.11** Vulcain, régime de sur-détente avec disque de Mach classique [33]

### 6.4.3. Cellules de chocs

Plusieurs cellules de chocs sont observées sur la Figure 6.12. Cette structure de chocs est obtenue à partir d'un jet supersonique symétrique par rapport à l'axe de ce dernier. Ces cellules sont composées d'un ensemble de chocs et des points d'interaction ou de séparation entre eux. Ces cellules ont des caractéristiques importantes, par exemple leurs longueurs, et leurs largeurs. Elles sont influencées par les effets des paramètres indiqués ci-dessus. La Figure 6.13-a et 6.13-b représente les deux strioscopies expérimentales des jets supersoniques d'écoulements sur-détendus. Ces strioscopies donnent des structures claires des cellules de chocs.



**Fig. 6.12** Structure de cellules de chocs pour un jet supersonique [34].



**Fig. 6.13** a) Strioscopie du jet rectangulaire à des différentes charges ( $NPR=9.0$ ) [35], b) Photo reproduite par H. Oertel sen. L'institut Français-allemand de recherche de SaintLouis, ISL [36].

## 6.5. Vectorisation fluïdique dans le divergent d'une tuyère

Une étude portant sur la modélisation du phénomène d'injection secondaire dans une tuyère supersonique a été faite par N. Maarouf [37]. Cette investigation avait pour objectif d'évaluer et de calculer la vectorisation de la poussée d'une tuyère supersonique convergente-divergente plane par injection de gaz dans sa partie divergente. Le calcul des épaisseurs et des paramètres de la couche limite est effectué selon la méthode intégrale de Michel le long du divergent. En effet, il existe trois types d'injection dans le divergent à savoir ;

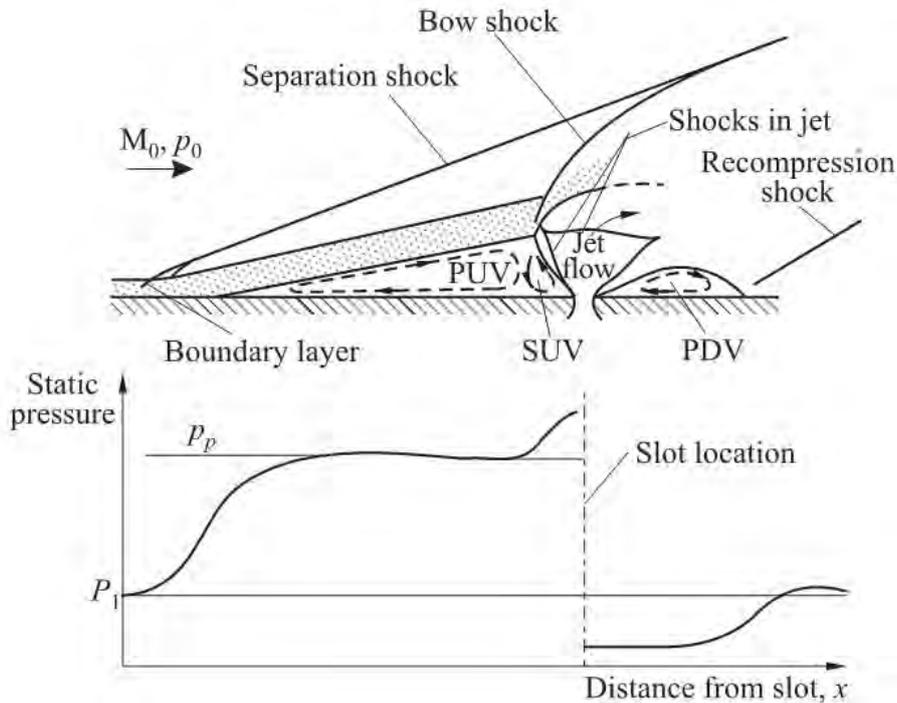
- 1- L'injection dans une tuyère plane ;
- 2- L'injection par une fente annulaire dans une tuyère axisymétrique ;
- 3- L'injection par un orifice circulaire dans une tuyère axisymétrique.

De nombreux travaux traitant les injections secondaires dans les tuyères existent dans la littérature [38, 37, 39].

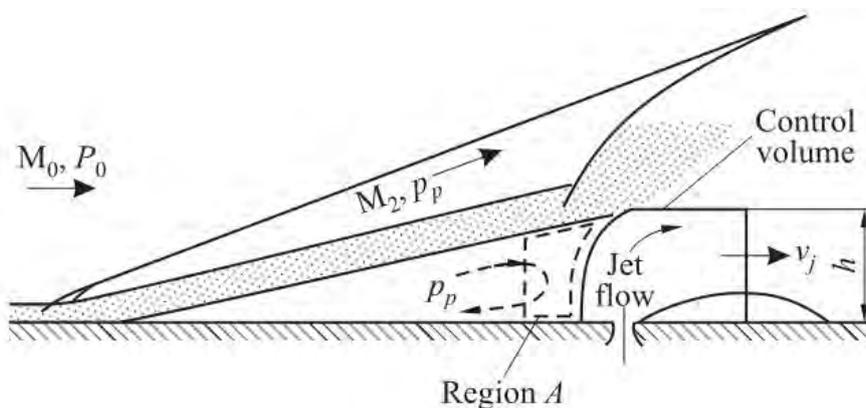
L'injection bidimensionnelle est similaire à un écoulement supersonique face à une marche d'une hauteur  $h$ , Spaid et al [40] (voir les Figures 6.14 et 6.15). Toutes les études relatives aux écoulements supersoniques avec une couche limite turbulente au-dessus d'une

marche indiquent que la distance entre le point de décollement en amont de la marche est proportionnelle à la hauteur de cet obstacle si celle-ci est plus grande que l'épaisseur de la couche limite.

La Figure 6.16 représente la strioscopie expérimentale du jet d'une tuyère supersonique TIC-SITVC tirée des travaux de V. Zmijanovic [39]. Cette figure indique bien la déviation du jet principal par un injecteur placé dans le divergent de la tuyère à NPR=37.5 et SPR=1.



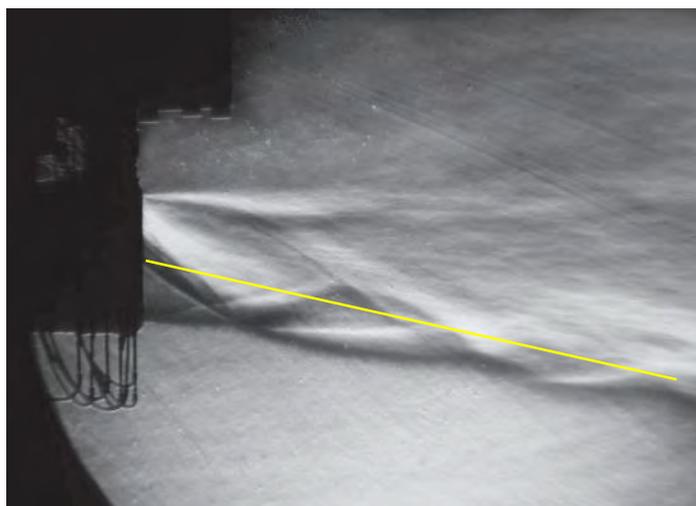
**Fig. 6.14** Schéma de la distribution de modèle d'injection de fente et la pression de paroi transversale 2D d'après F. W. Spaid [40]



**Fig. 6.15** Modèle du corps émoussé d'injection transversale en écoulement supersonique F. W. Spaid et al. [40].

Dans ce qui suit, on va étudier les points suivants :

- Le phénomène d'interaction de chocs en 2D dans une tuyère de la NASA sans injection secondaire,
- L'analyse du phénomène d'interaction de chocs dans la même tuyère, mais avec une seule injection secondaire placée dans le divergent de celle ci sur sa paroi haute,
- Le phénomène d'interaction de chocs en 3D pour une seule injection secondaire, de section rectangulaire, placée sur la paroi supérieure du divergent de la tuyère.



**Fig. 6.16** Visualisation Strioscopique à  $NPR=37.5$ ,  $SPR=1$  des résultats de Vladeta Zmijanovic [39]

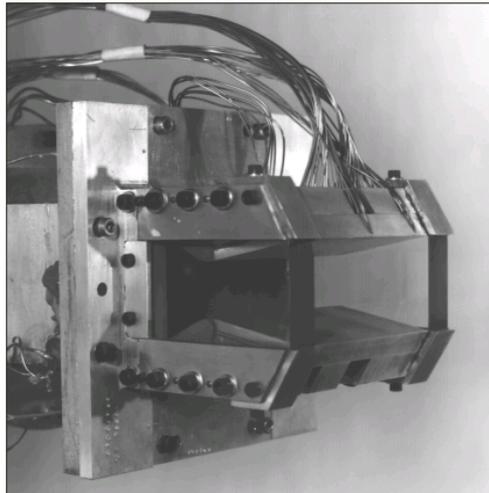
## 6.6. Tuyère bidimensionnelle (2D) sans injection secondaire

On présente dans cette partie, l'étude de l'interaction de chocs dans une tuyère conique de la NASA [1] sans injection secondaire pour un écoulement turbulent compressible en régime stationnaire. Cette étude traite le phénomène d'interaction de chocs ainsi que le phénomène de décollement de la couche limite dans la partie divergente de la tuyère. Elle est effectuée pour un taux de détente  $NPR=P_{io}/P_a$  variable.

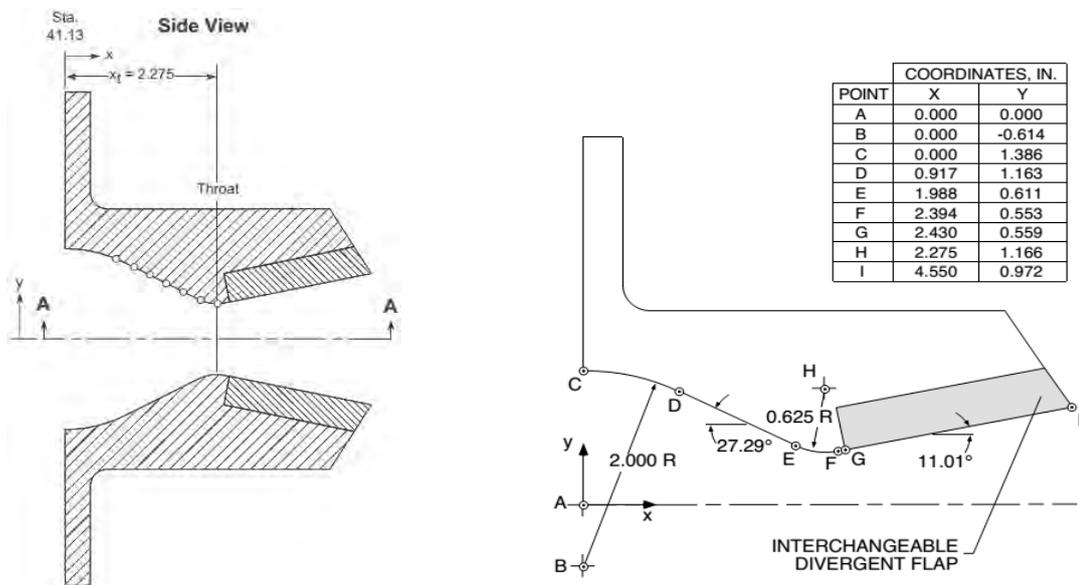
### 6.6.1. Définition du profil de tuyère

Dans ce qui suit, on se base sur l'étude expérimentale et numérique de C. A. Hunter [1] menée sur une tuyère convergente-divergente plane CD-2D pour simuler le phénomène d'interaction d'ondes de choc.

En effet, la tuyère simulée en 2D est une tuyère convergente-divergente avec un rapport de section de 1.8 et un demi-angle de divergence de  $11.01^\circ$ . La longueur de la partie divergente  $L$  est égale à 0.0577 m (voir la Figure 6.17 et 6.18).



**Fig. 6.17** Non-axisymétrique tuyère convergent-divergent [1]



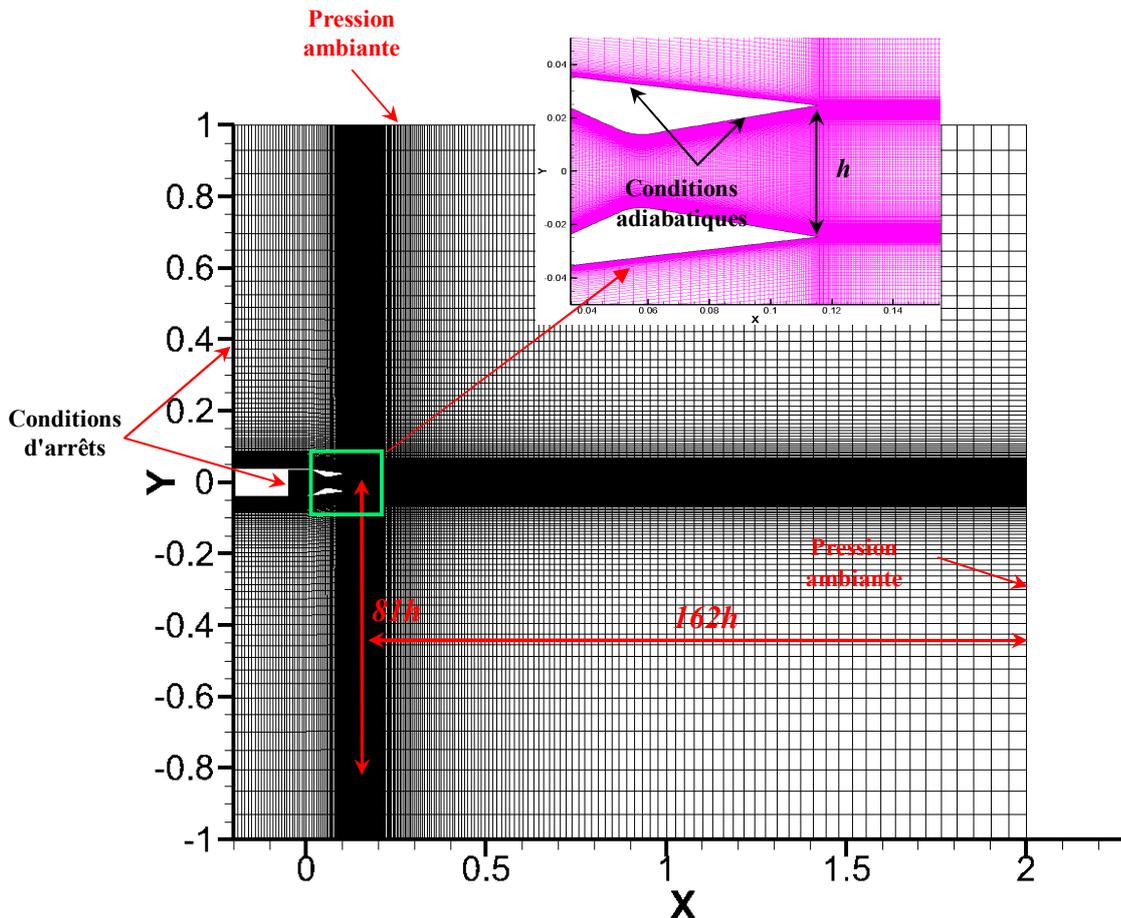
**Fig. 6.18** Schéma décrivant le détail géométrique de la tuyère de la NASA [1].

Nos simulations sont réalisées à l'aide du code de calcul CFD Ansys-Fluent utilisé dans les précédents chapitres. La géométrie et les conditions aux limites sont illustrées sur la Figure 6.19. Une condition aux limites de type *pressure-inlet* est imposée à l'entrée de la tuyère primaire, une autre de type *pressure-far-field* est imposée au domaine d'entrée ambiant et une dernière condition aux limites du type *pressure-outlet* est exigée à la sortie du domaine de calcul. Les parois de la tuyère et celles de l'éjecteur sont considérées comme adiabatiques et les conditions de type symétrie sont imposées aux frontières du domaine de calcul, en haut et en bas.

Le maillage utilisé est un maillage multi-blocs composé d'environ 131 500 cellules. Il est de type structuré et raffiné dans les zones internes de la tuyère et dans la zone de sillage de l'écoulement. La turbulence de l'écoulement est prise en compte par le modèle RANS de type  $k-\omega$  SST bien adapté aux écoulements compressibles de type jets circulaires ou

rectangulaires avec cisaillement. Ce dernier détecte bien l'origine du point de décollement de la couche limite.

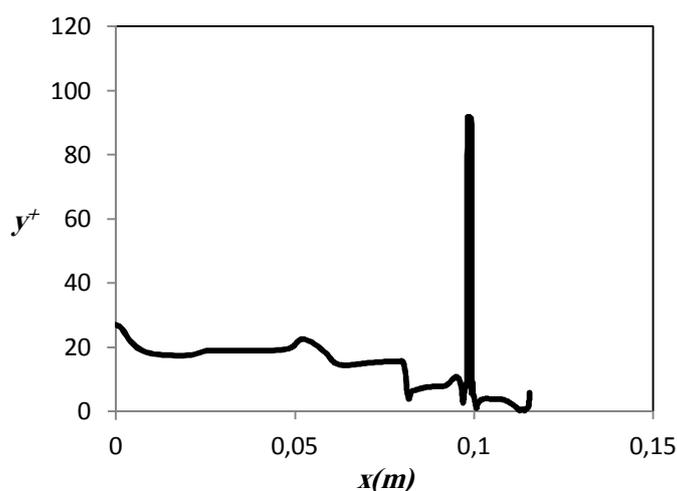
Nos simulations sont conduites en augmentant graduellement la pression génératrice d'entrée du fluide primaire de  $1,6 \times P_a$  à  $20 \times P_a$ . Les paramètres du fluide ambiant sont à une température et une pression de 300 K et 102387.14 Pa, respectivement.



**Fig. 6.19** Géométrie et maillage du domaine de calcul pour la tuyère conique de la NASA sans injection secondaire, composé de 131 500 cellules quadrilatérales.

### 6.6.2. Traitement de la paroi

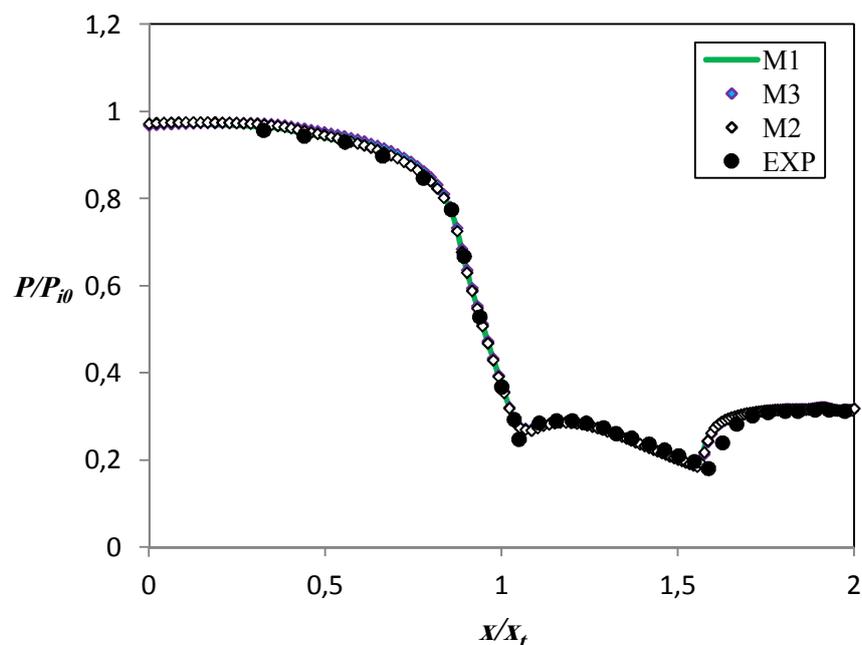
La qualité de la simulation de l'interaction onde de choc-couche limite dépend de la précision avec laquelle la couche limite est décrite. Le paramètre couramment utilisé pour évaluer cette précision est la hauteur de la sous couche limite exprimée en variable de paroi, notée  $y^+$ . La Figure 6.20 représente l'évolution de  $y^+$  le long de la paroi haute de la tuyère conique C.D. On observe que l'évolution de  $y^+$ , plus particulièrement dans la zone de décollement fluide est inférieure à 5, ce qui signifie une bonne précision dans la détermination des propriétés de la couche limite. Le choix de la taille de la première cellule de ce maillage est donc validé.



**Fig. 6.20** Evolution de  $y^+$  pour le modèle  $k\omega$ -SST, le long de la paroi haute de la tuyère conique convergente-divergente.

### 6.6.3. Effets de raffinement du maillage

Un maillage de qualité est primordial pour obtenir une bonne convergence lors de la simulation numérique. Il ne doit être ni trop lâche pour ne pas perdre d'informations, ni trop dense pour ne pas nécessiter trop de ressources de calcul. Diverses configurations de maillage ont été testées afin de déterminer le meilleur compromis entre la précision des résultats et le temps de calcul. Nos tests de simulation ont été validés en comparant les évolutions des pressions pariétales simulées aux profils expérimentaux de [1] pour  $NPR=3$ .

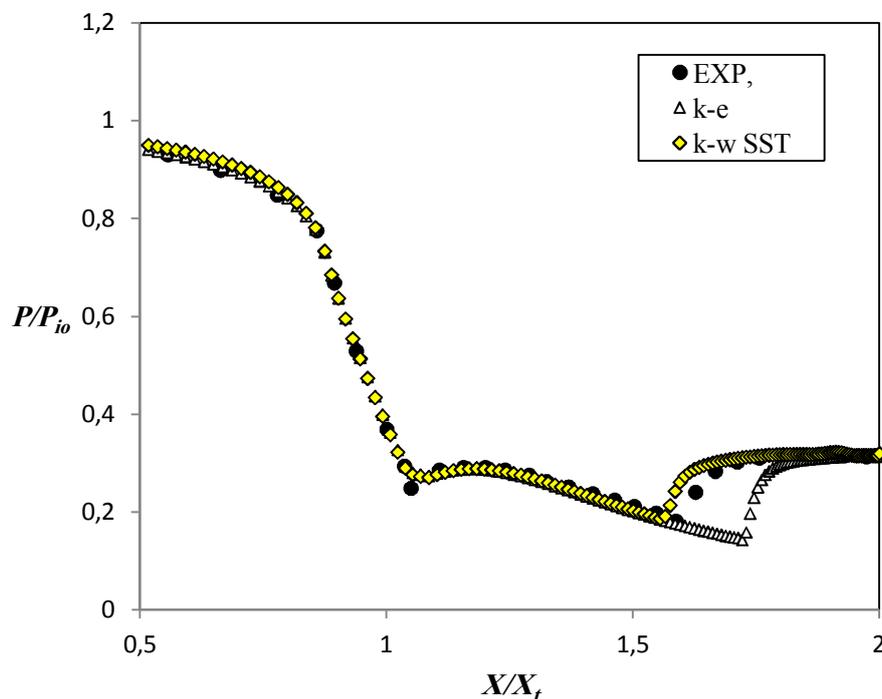


**Fig. 6.21** Effets de maillage superposés avec le calcul expérimentale de [1] à  $NPR=3$

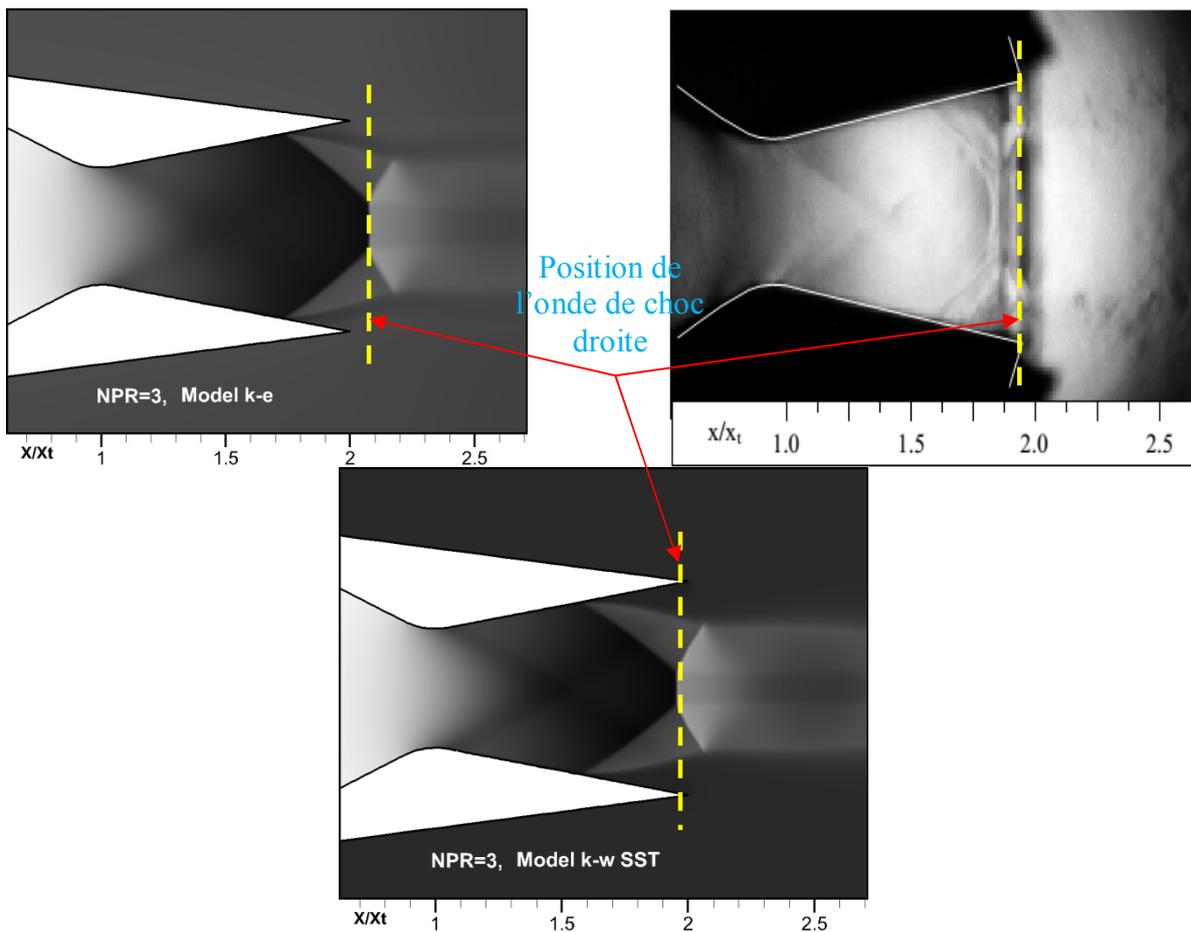
L'effet du maillage sur l'évolution des pressions pariétales est représenté pour trois maillages différents sur la Figure 6.21. Les calculs numériques sont réalisés à  $NPR=3$  en utilisant le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST. Pour toutes les simulations qui viennent, nous utiliserons des mailles de la deuxième configuration (M2), environ 131 500 cellules, car des mailles plus fines, si elles n'ont qu'une influence minimale sur les résultats, augmentent en revanche considérablement le temps de calcul.

#### 6.6.4. Sensibilité aux modèles de turbulence

Dans les calculs numériques, le choix du modèle de turbulence affecte notablement les résultats. Deux modèles ont été testés à savoir ; le modèle à deux équations  $k-\epsilon$  standard et le modèle  $k-\omega$  SST. La Figure 6.22 et 6.23 montre l'influence des modèles de turbulence sur la répartition de la pression pariétale et les strioscopies expérimentale et numérique, pour  $NPR=3$ . On remarque que la zone d'interaction présente une montée en pression plus raide dans le cas du modèle  $k-\omega$  SST. Le modèle  $k-\epsilon$  prédit une plus longue zone d'interaction. En revanche, le modèle de  $k-\omega$  SST reproduit convenablement la zone de décollement par rapport à l'expérience. On constate aussi, et sur la figure 6.23, la position du disque de Mach est bien marquée par le modèle  $k-\omega$  SST par rapport l'expérience de S. W. Whaite [15] juste à la sortie de tuyère. Tandis que, elle est en position externe loin de la sortie de celle-ci, pour le modèle  $k-\epsilon$ . Compte tenu de ces résultats, le modèle  $k-\omega$  SST sera utilisé dans la suite des calculs en 2D.



**Fig. 6.22** Évolutions des rapports des pressions pariétales le long de la surface de la tuyère, pour  $NPR=3$  données par l'effet des modèles de turbulence,  $k-\omega$  SST et  $k-\epsilon$ .



**Fig. 6.23** Strioscopie expérimentale de [1] et celle de nos calculs à NPR=3, présentant l'effet des modèles de turbulence,  $k-\omega$  SST et  $k-\epsilon$ .

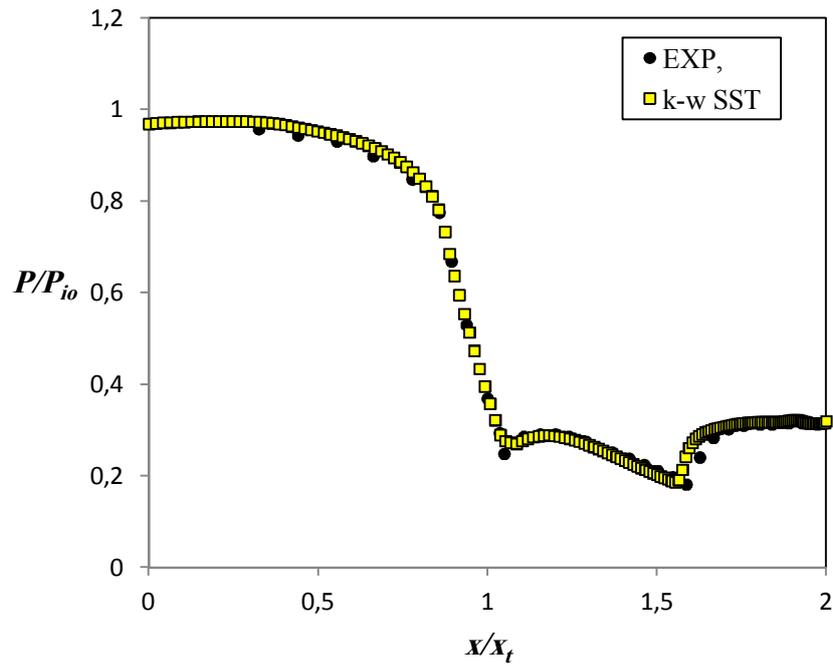
### 6.6.5. Validation des résultats

La Figure 6.24, représente les rapports de pressions pariétales le long de la surface de la tuyère pour notre calcul numérique et ceux de C.A. Hunter [1] obtenus expérimentalement à NPR=3. On observe qu'il y a un accord clair entre l'expérience et la simulation numérique. Cette comparaison valide le modèle numérique utilisé. Donc; les calculs suivants sont basés sur le modèle numérique qui vient d'être validé.

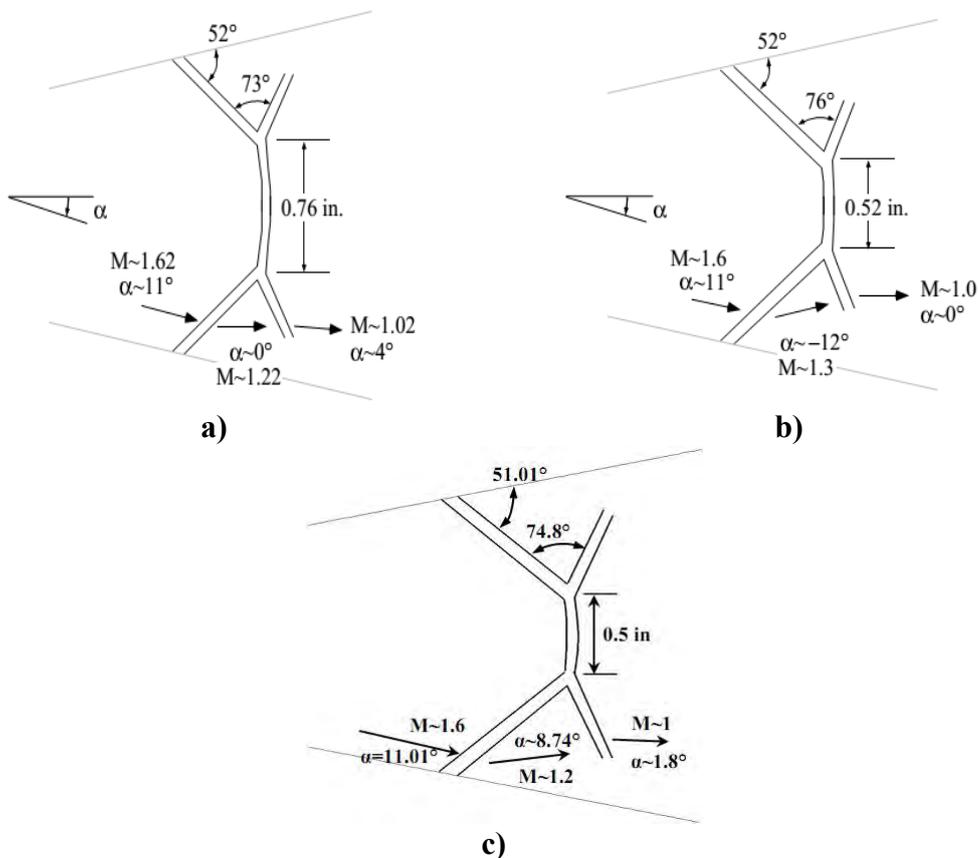
Une autre vérification de la crédibilité du modèle numérique choisi est confirmée par les calculs des schémas de chocs ainsi que par les champs du nombre de Mach et les lignes de courants déterminés à NPR=2.412.

La Figure 6.25 illustre les schémas de chocs qu'on a calculé pour NPR=2,412 et ceux obtenus expérimentalement et numériquement par [1].

Le présent calcul prédit une hauteur du disque de Mach de l'ordre de 0,5in, ce qui correspond à 1.27cm. Cette valeur est proche des résultats numériques de [1], mais un peu plus loin des mesures expérimentales de [1]. Par contre pour les calculs d'angles, on a obtenu des valeurs plus proches des mesures expérimentales que les calculs numériques de [1]. Cette comparaison révèle la précision de la présente simulation numérique.

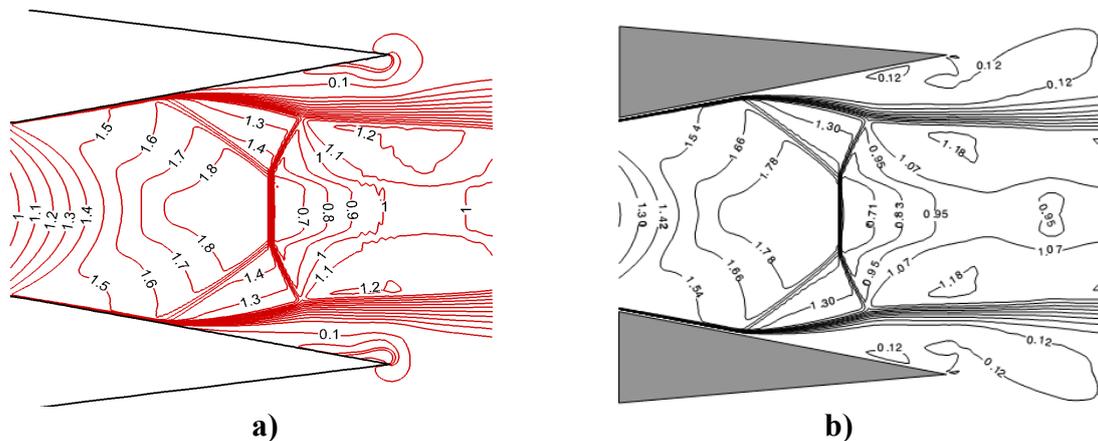


**Fig. 6.24** Évolutions de rapport des pressions pariétales, le long de la surface de la tuyère, calcul Expérimentale et numérique à NPR=3



**Fig. 6.25** Schéma de chocs à NPR = 2,412; comparaison entre a), mesures issues de l'expérience [1], b) calcul numérique de [1] et c) notre calcul.

La Figure 6.26 représente une comparaison des champs du nombre de Mach calculés à NPR=2.412 entre nos résultats et ceux de [1]. Globalement, on observe que les valeurs du nombre de Mach obtenues pour les deux calculs numériques sont extrêmement proches. Sur la base de ces comparaisons, on peut confirmer l'exactitude des résultats qui suivent obtenus pour tous les calculs effectués.



**Fig. 6.26** Contours des iso-Mach à NPR=2.41; comparaison entre a) nos résultats (à gauche) et ceux numériques de [1]) (à droite).

## 6.6.6. Résultats et discussion

### 6.6.6.1. Effets du taux de pressions NPR

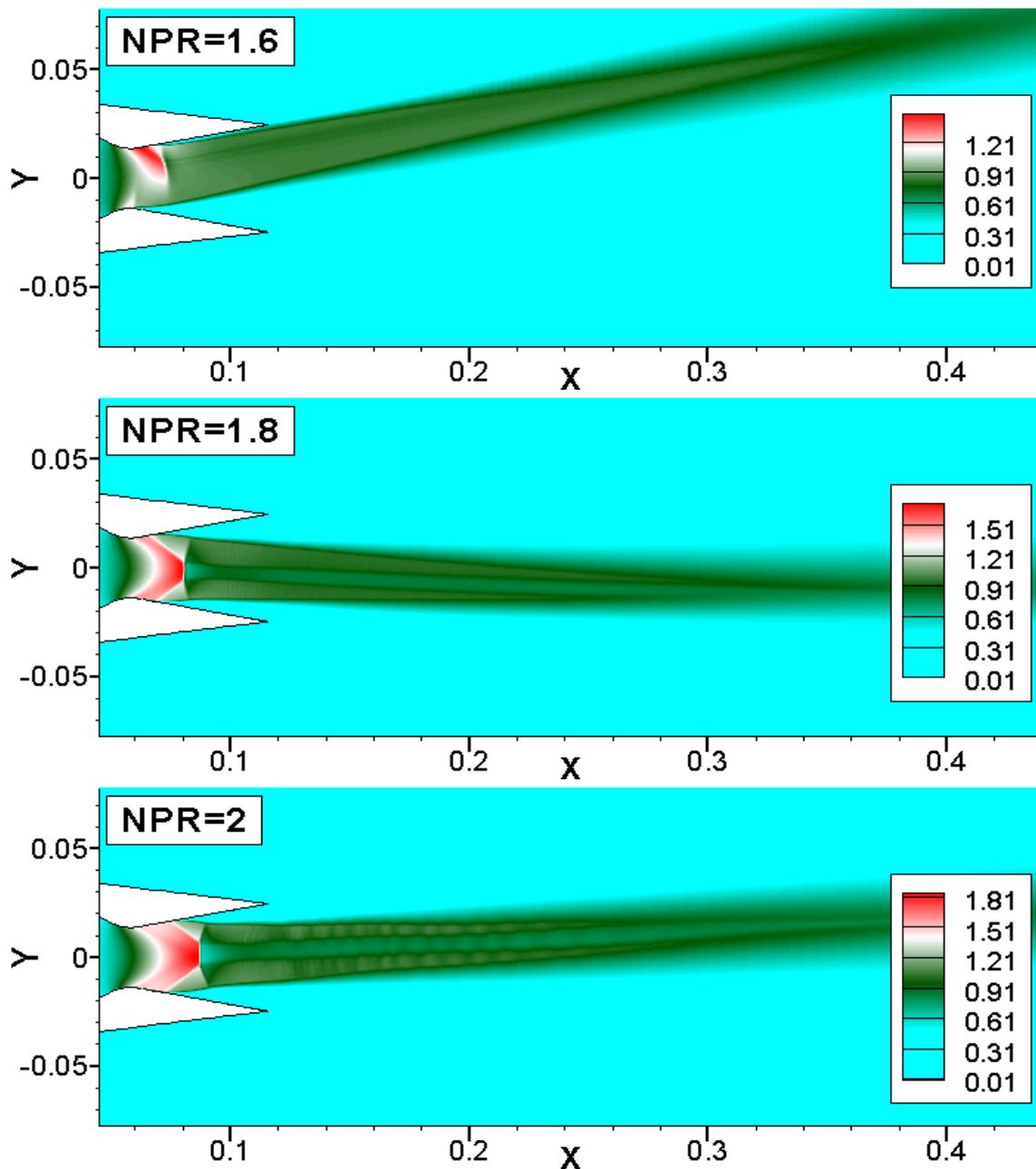
Comme indiqué précédemment, le modèle de turbulence SST a montré les meilleures performances globales en termes de temps de calcul et la précision. Par conséquent, afin de fournir une meilleure compréhension du comportement d'écoulement turbulent à l'intérieur de la tuyère convergent-divergente, le modèle SST est appliquée à la simulation numérique, présente l'écoulement de la tuyère turbulent, avec une large gamme de NPR.

Dans ce cas, les conditions ambiantes sont de  $P_a=102387.14$  Pa et  $T_a=300$  K. la température génératrice reste constante égale à 300 K, tandis que la pression génératrice varie entre  $1.6 \times P_a$  et  $20 \times P_a$ .

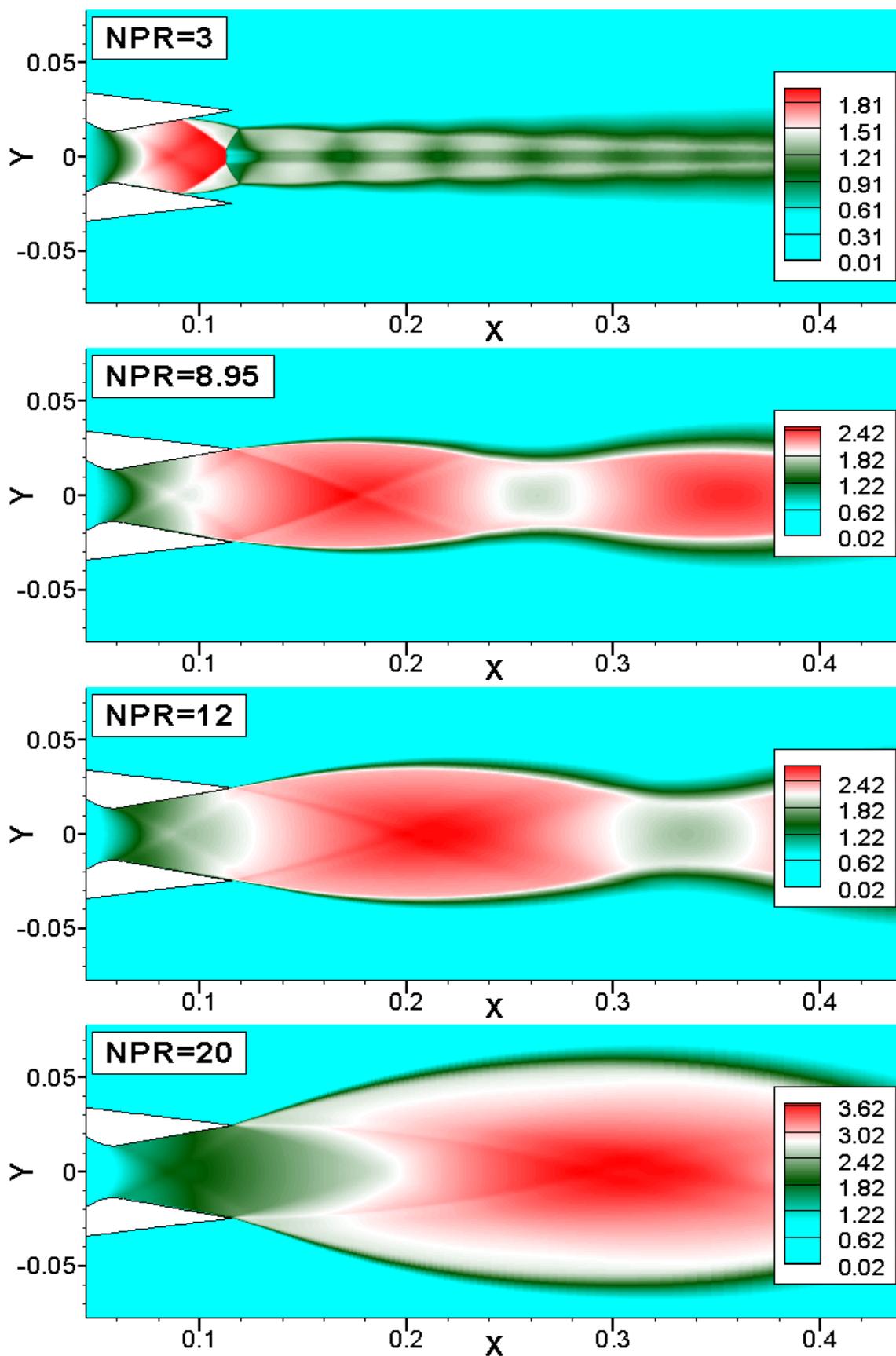
La Figure 6.27 représente les contours des iso-Mach, en fonction du rapport des pressions NPR, variant de 1.6 à 20. Le décollement obtenu pour chaque rapport de pression allant de 1.6 jusqu'à 6, est un décollement libre. On peut remarquer également que, lorsque le rapport de pression varie entre 1.6 et 4.22, le seul type de réflexion du choc de décollement sur l'axe de la tuyère est la réflexion de Mach, tandis qu'au-delà de cette valeur, c'est la réflexion régulière qui apparaît.

En effet, pour un taux de pressions allant de 1.6 et inférieur à 8.78, la pression ambiante (c.-à-d.  $P_a=103.287$  kPa) est supérieure à la pression de sortie de la tuyère, dans ce cas, l'écoulement est sur-détendu avec décollement jusqu'à la valeur de NPR=8.78, où l'écoulement devient adapté ( $P_e=P_a$ ). Au-dessus de cette valeur, le régime d'écoulement est sous-détendu, et la pression de sortie est supérieure à celle de l'ambiance. La dissymétrie est observée jusqu'à la valeur de NPR=2 (Figure 6.24-c). Au-delà, le jet devient symétrique par rapport à axe de symétrie de la tuyère. Cette remarque a été obtenue lors des travaux

expérimentaux de la NASA [1], S. Girard [3], M. Sellam et al. [6]. La dissymétrie du jet quand à elle, a été observée expérimentalement dans une tuyère de type S8Ch-b de l'ONERA par D. Vandromme [8], D. Papamoschou et al. [12] et Q. Xiao et al. [13]. On voit que l'étendue du jet d'expansion à la sortie de tuyère augmente avec le taux de pressions NPR. Près du col de la tuyère, les deux chocs obliques donnant naissance au choc normal (disque de Mach) sont clairement visibles (Figure 6.24-b-c-d-e-f-j). Cette constatation a été remarquée par [1, 3]. D'une façon générale, on peut dire que la structure globale des chocs décollés et des chocs internes obtenue numériquement est similaire à celle observée lors des expériences.

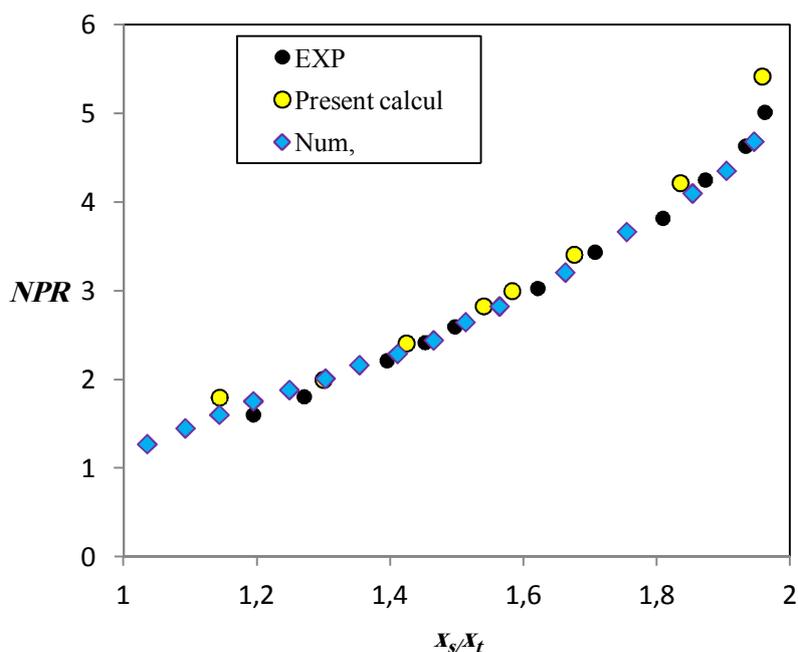


**Fig. 6.27** Champs des iso-Mach en fonction du changement de l'NPR

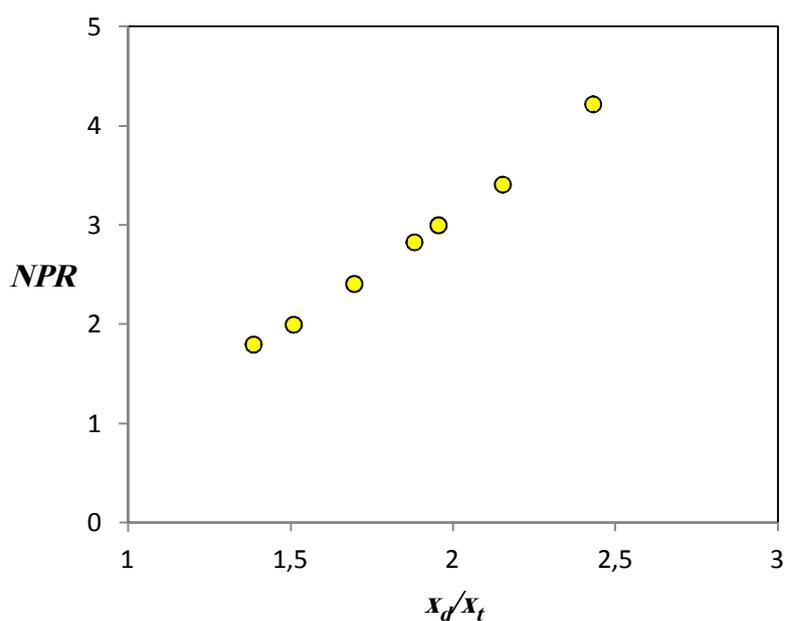


**Fig. 6.27** (suite) Champs des iso-Mach en fonction du changement de l'NPR

Les prédictions de la position du choc obtenue par le calcul numérique de [1], ainsi que celles donnant le point de séparation obtenu par notre simulation sont comparées aux mesures expérimentales [1] et sont tracées sur la Figure 6.28. Les résultats indiquent qu'en augmentant le NPR, la position de choc ainsi que le point de séparation se déplacent en aval de la tuyère. Au-delà de 5.22, on constate que la position du choc ne change pas, parce qu'elle est près de la sortie de la tuyère. On peut dire que nos calculs sont en très bon accord avec l'expérience de [1].



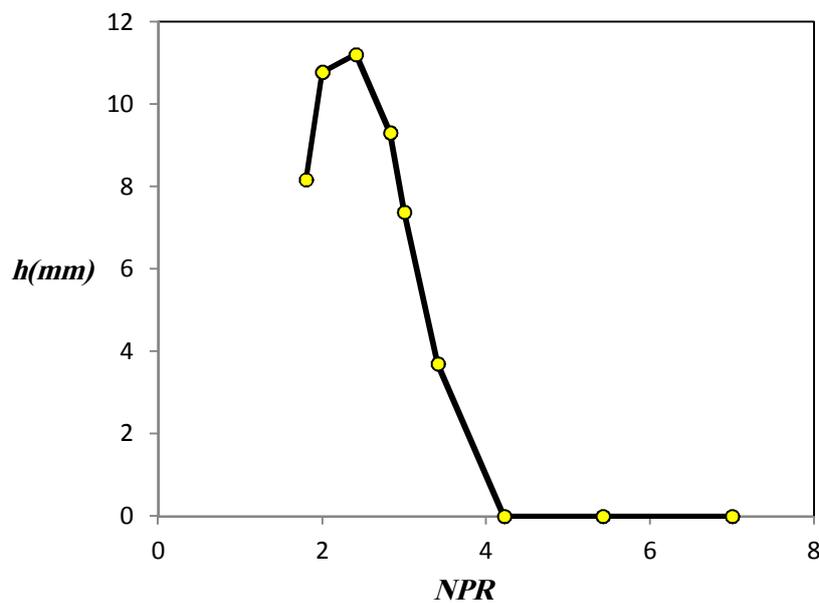
**Fig. 6.28** La comparaison des positions de choc prédites de calcul numérique de [1] et les positions des points de décollement de nos calculs et ceux expérimentaux de [1].



**Fig. 6.29** Evolution de la position prédite du disque de Mach en fonction du NPR

La Figure 6.29 représente l'évolution de la position du choc normal (disque de Mach) pour des nombres de NPR variant entre 1.8 et 4.22. On constate qu'en augmentant le taux de pressions NPR, la position prédite du disque de Mach se déplace selon l'axe de symétrie de la tuyère, jusqu'à la limite de l'interaction de Mach enregistrée à  $NPR=4.22$ , où l'interaction régulière apparaît.

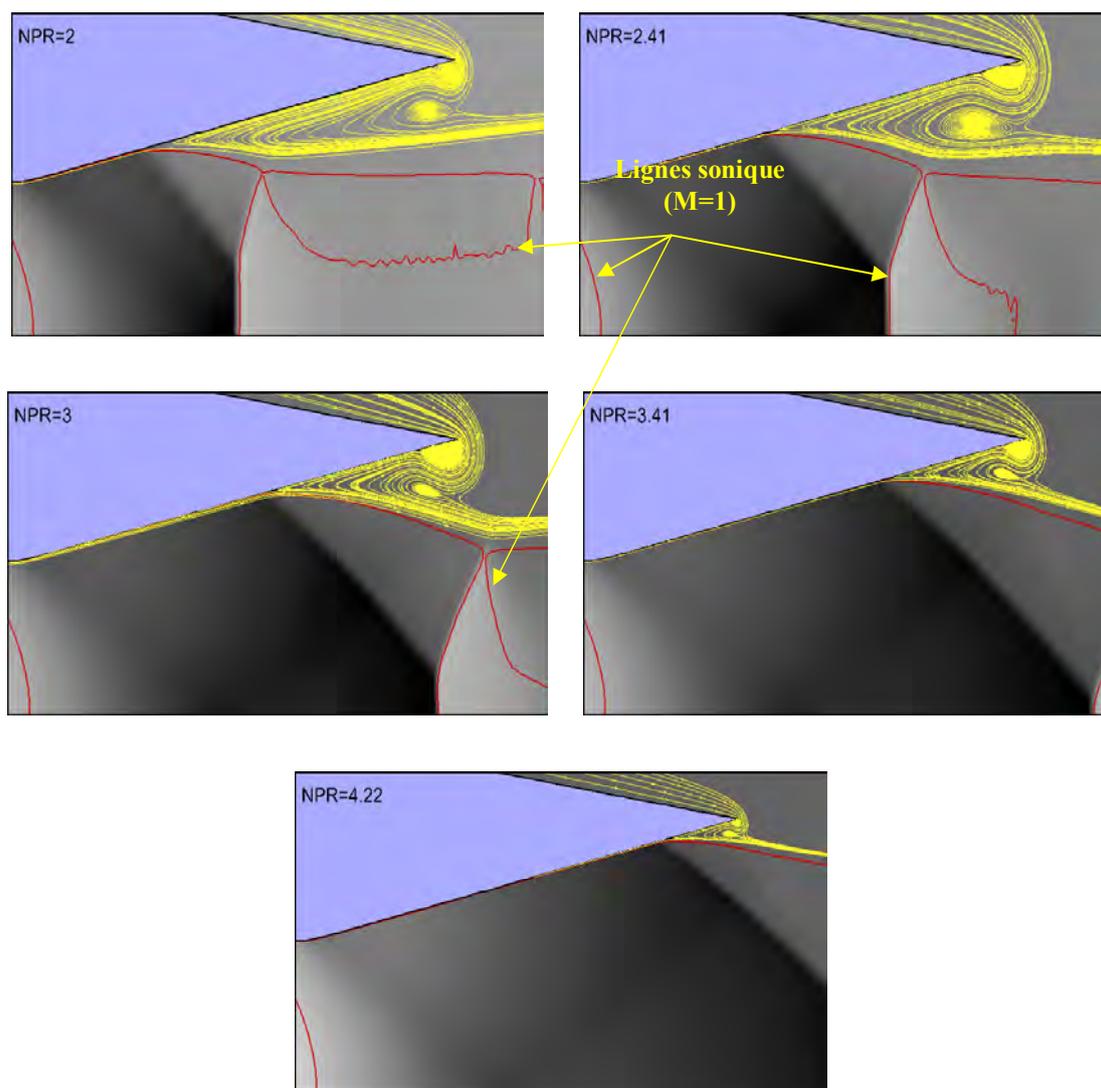
La Figure 6.30 représente l'évolution de la hauteur du disque de Mach en fonction du taux de pressions NPR. On constate que la hauteur du disque de Mach croît progressivement jusqu'à une valeur maximale enregistrée à  $NPR=2.41$ , puis elle décroît jusqu'à la valeur zéro à  $NPR=4.22$ , où la réflexion régulière apparaît. Cette constatation a été repérée numériquement par D. Vandromme [8] pour la tuyère LEA-TIC.



**Fig. 6.30** Variation de la hauteur de disque de Mach pour différents valeurs de NPR

La Figure 6.31 illustre les strioscopies des chocs de décollement en fonction du taux de détente. On observe le décollement libre du jet accompagné par des bulbes au niveau de la lèvre de la tuyère pour toutes les valeurs de NPR. Les tailles de ces bulbes sont importantes pour les faibles valeurs de NPR comparées aux valeurs les plus élevées.

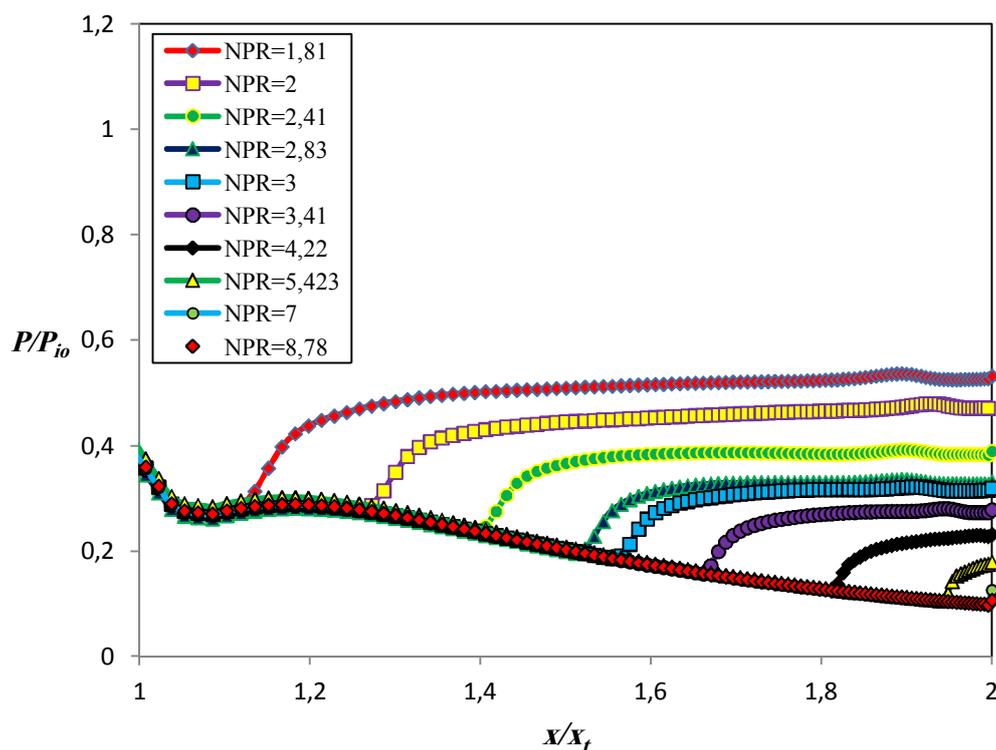
Le régime de fonctionnement de la tuyère est représenté par l'évolution des pressions pariétales le long de la surface supérieure du divergent pour différentes valeurs du taux des pressions NPR. Plusieurs cas de calcul allant de  $NPR=1.8$  jusqu'au régime d'adaptation ( $NPR$  égale à environ 8.95) sont effectués. Le phénomène d'interaction onde de choc - couche limite est observé presque pour la majorité des valeurs de NPR. Il est représenté sur la Figure 6.32. Le type de décollement de chocs observé est un décollement libre. Cette remarque est traduite par des pressions plateaux, qui restent constantes jusqu'à la sortie de la tuyère, c'est-à-dire pas de points de recollement, donc le décollement restreint n'apparaît pas. Cette constatation est expliquée le caractère de la tuyère conique droite.



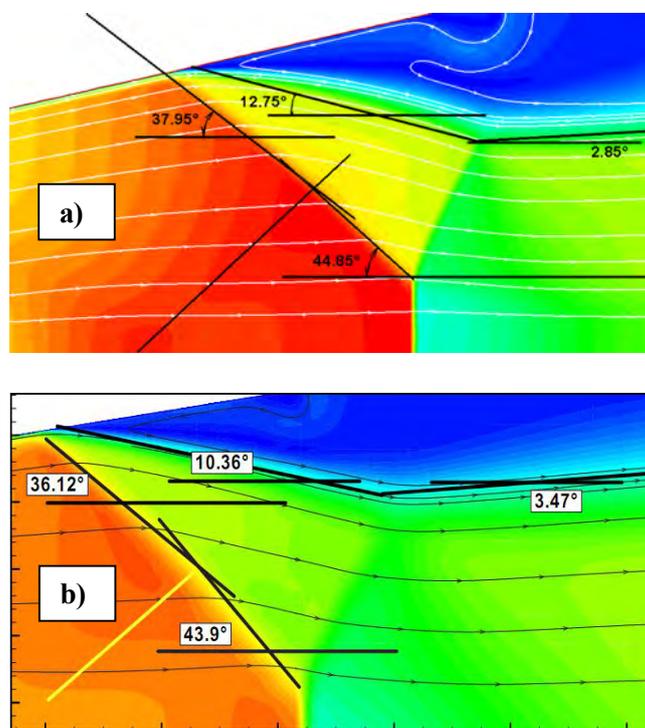
**Fig. 6.31** Strioscopie numérique de l'écoulement dans la tuyère conique pour différents NPR.

Cependant, lorsqu'on augmente le taux de détente NPR, le point de décollement et la position du choc droit se déplacent vers l'aval de la tuyère (voir la Figure 6.32). Cette constatation a été observée par Hunter [1], S. Girard et al. [3]. On peut dire également que nos résultats sont en très bon accord avec les résultats expérimentaux de Hunter [1].

Les Figures 6.33-a et 6.33-b représentent une comparaison entre notre calcul numérique et celui de S. Girard [3], concernant les angles de chocs en régime d'écoulement de sur-détente calculés à NPR=2.83. On constate que l'onde de choc droite et les angles de chocs obtenus par les deux calculs numériques sont proches l'un de l'autre, donc, il y a là encore un bon accord entre notre calcul et celui de S. Girard [3].



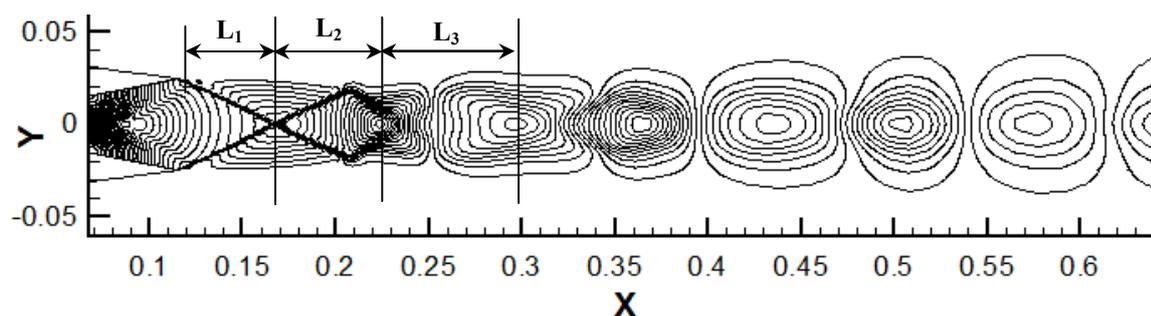
**Fig. 6.32** Évolutions de la pression pariétale de la tuyère de la NASA pour différents NPR



**Fig. 6.33** Comparaison des calculs numériques des angles de chocs en régime de sur-détente à NPR=2.83: a) notre résultat, b) calcul de S. Girard [3].

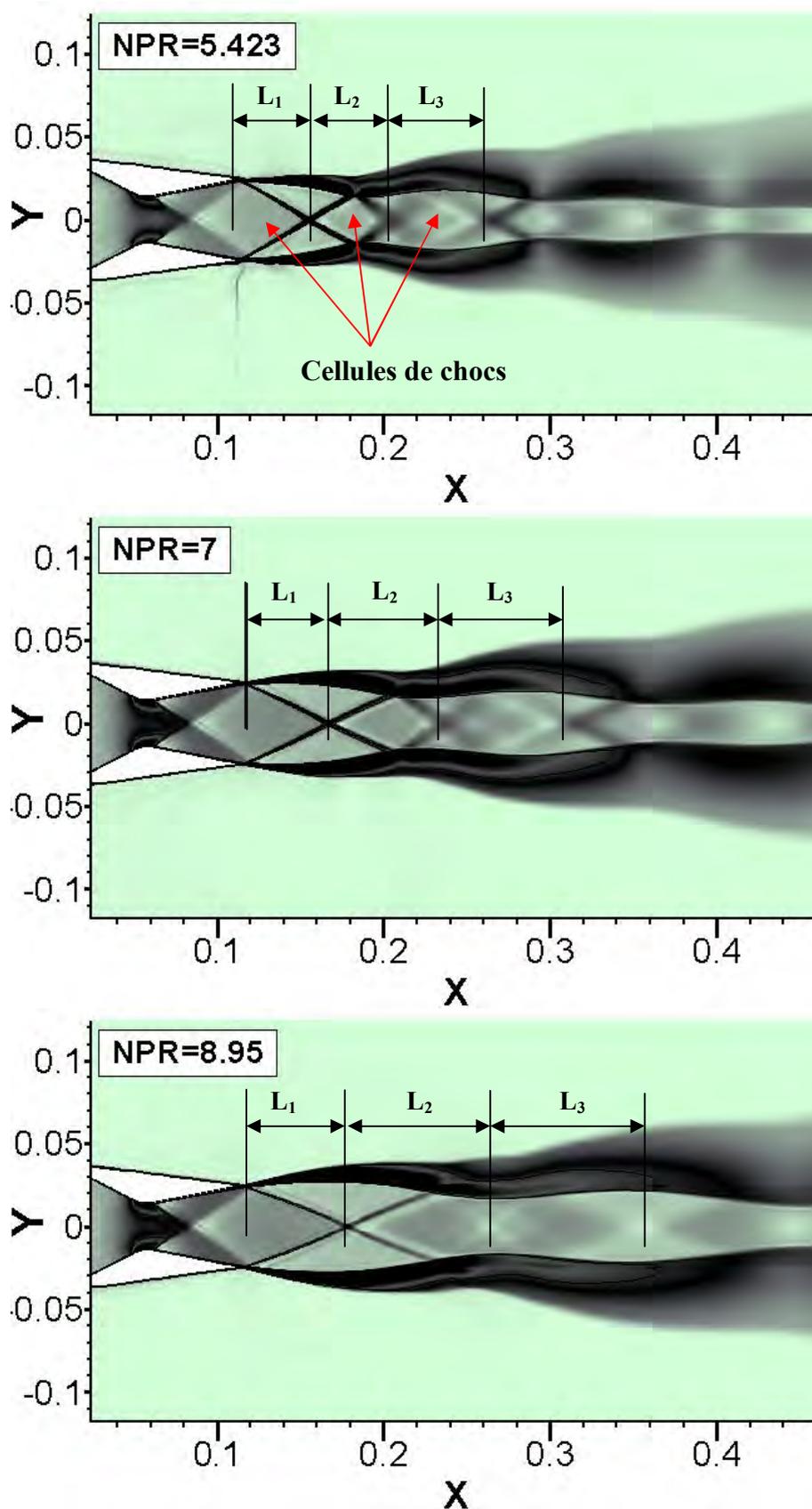
### 6.6.6.2. Structure de cellules de chocs

La formation de choc dans l'écoulement de jet est caractérisée par deux longueurs, la première  $L_1$  indiquant la distance de la sortie du jet à la première intersection de choc avec l'axe du jet. La seconde  $L_2$  concernant la distance entre l'intersection de la première cellule et la deuxième. La Figure 6.34 montre la définition de ces longueurs.

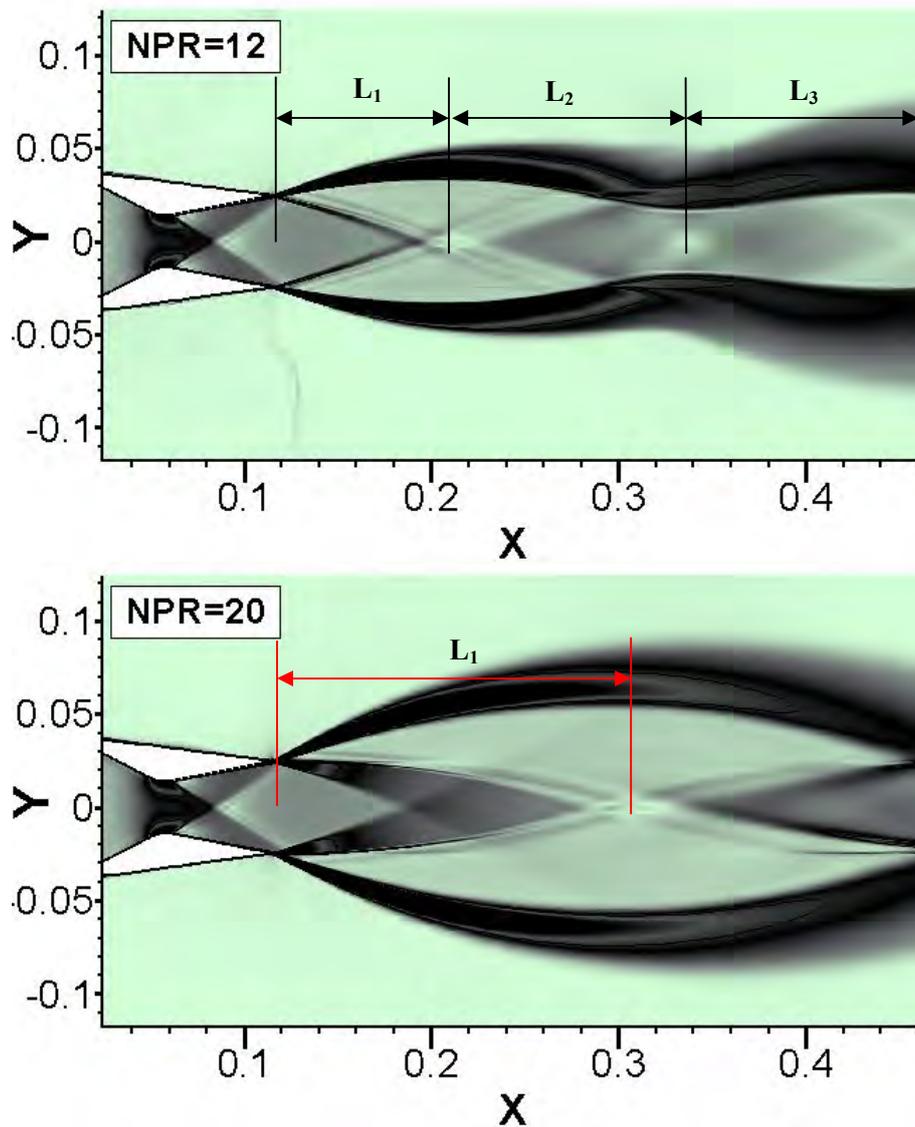


**Fig. 6.34** Contours d'iso-densité et longueur des trois premières cellules de chocs pour le jet supersonique sous-détendu à NPR=8.95.

La Figure 6.35 représente les strioscopies numériques de nos résultats calculés à NPR égale à 5.423, 7, 8.95, 12 et 20. On observe clairement le changement des structures de chocs internes et externes suivi par les cellules de chocs, variant le taux de détente. Cette Figure explique les remarques ultérieures sur les propriétés des cellules de chocs (tels que les longueurs  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$ ) et leur changement.



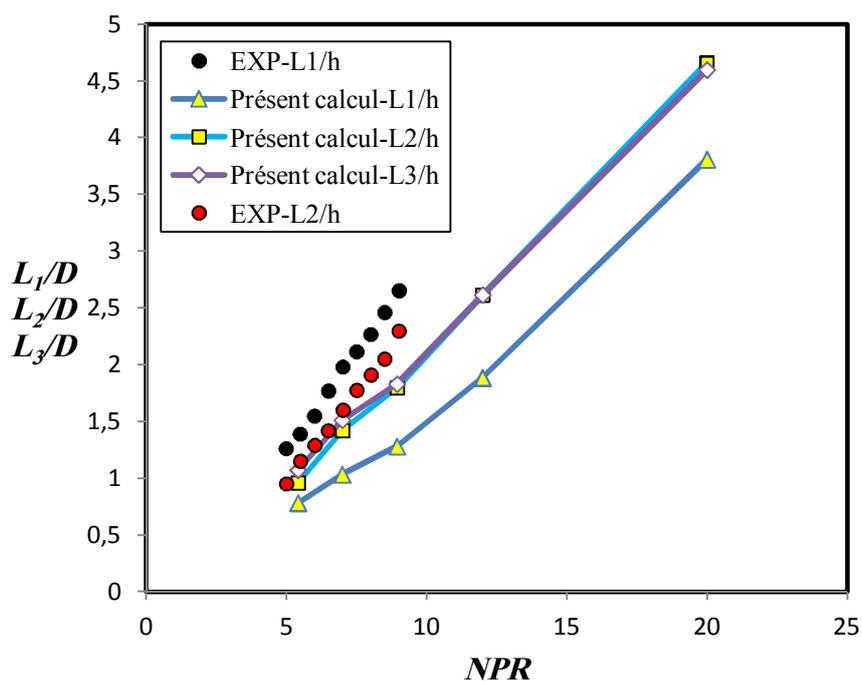
**Fig. 6.35** Strioscopie numérique du jet supersonique de la tuyère de la NASA calculé à NPR=5.423, 7 et 8.95.



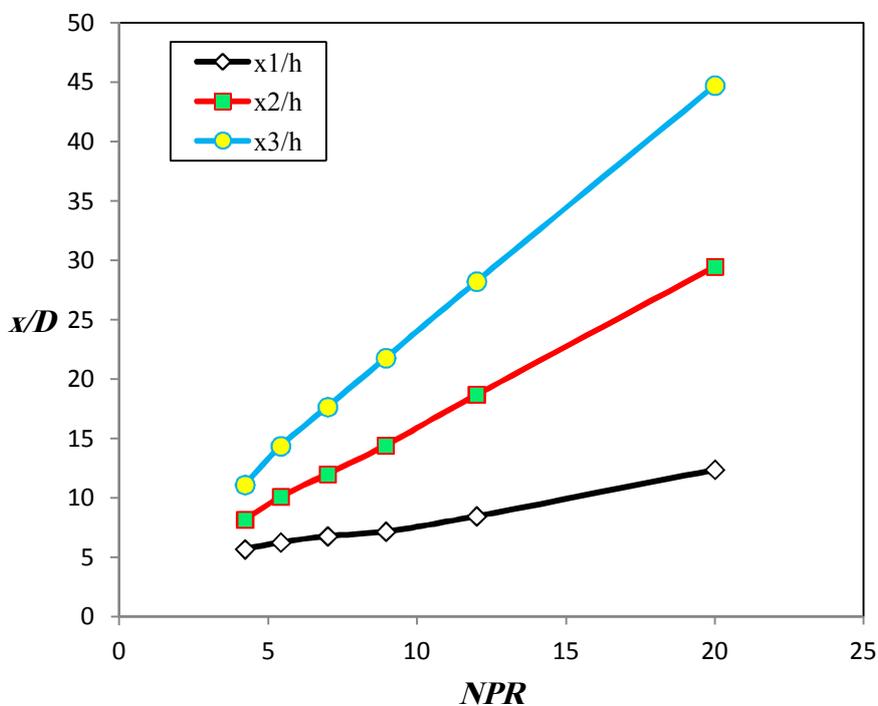
**Fig. 6.35** (continue) Strioscopie numérique du jet supersonique de la tuyère de la NASA calculé à NPR=12 et 20.

La Figure 6.36 représente seulement l'évolution des longueurs des trois premières cellules du choc du jet supersonique pour différentes valeurs de NPR. Cette Figure montre que les valeurs calculées numériquement et celles mesurées par A. Mohamed [41] de  $L_2$ ,  $L_3$  pour des valeurs du rapport de pressions NPR variant de 5.423 à 20 se coïncident. Les autres évolutions des longueurs de demi-cellules de chocs  $L_1$  a donnée des valeurs divergentes. Les tailles des deux cellules de chocs  $L_2$  et  $L_3$  sont plus grandes que la première cellule de chocs.

La Figure 6.37 illustre l'évolution des points d'intersection des trois premières cellules de choc en fonction du taux de détente. On observe que lorsqu'on augmente le taux de détente, les points d'intersections se déplacent vers l'aval sur le centre du jet principal. Le déplacement de ces points varie linéairement en fonction du taux de détente NPR.



**Fig. 6.36** Effet du rapport de pressions NPR sur la longueur des cellules de chocs. Comparaison entre nos calculs et ceux issus de l'expérience de A. Mohamed [41].



**Fig. 6.37** Evolution des points d'intersections des trois premières cellules de chocs en fonction du taux de détente NPR.

## 6.7. Tuyère conique avec une seule injection secondaire

### 6.7.1. Introduction

La technique ancienne pour orienter le jet d'un avion supersonique est la technique mécanique, elle est basée sur l'ensemble des pièces placées au niveau du divergent de la tuyère axisymétrique. Cette technique est performante mais coûteuse. Plusieurs problèmes ont marqué ce dispositif mécanique, en particulier lors du décollage ou de l'orientation rapide de vols militaires. Donc, le pilotage du vol est difficile. Pour remédier à l'inconvénient de ce système mécanique, une technique d'orientation ou de déviation du jet principal de la tuyère supersonique est apparue. Il s'agit d'utiliser le fluide comme solution. Cette technique est appelée vectorisation fluidique. Elle est basée sur l'injection secondaire du fluide au niveau du divergent de la tuyère. Il permet d'orienter le jet principal facilement. Dans ce cas, on élimine tous les problèmes liés aux ailerons mobiles.

Cependant, la vectorisation fluidique présente quelques inconvénients cités ci dessous:

- Installation délicate des fentes d'injection surtout dans les tuyères axisymétriques ;
- le débit du gaz injecté, en général soutiré de l'écoulement principal, réduit la poussée maximale du moteur au moment de la vectorisation ;
- la méthode de vectorisation par choc pénalise le coefficient de poussée via les pertes de pressions totales à travers le système de chocs obliques provoqués par l'injection.

La majorité des travaux, qui ont traité le problème d'injection secondaire d'un fluide pénétrant dans un jet principal sont basés sur le travail de F. W. Spaid et al. [40], qui ont étudié le phénomène d'interaction des jets gazeux en fentes traversant des flux externes supersoniques, ils ont trouvé que l'écoulement supersonique traversant un jet secondaire est similaire à celui face à une marche d'une hauteur  $h$  (voir la Figure 6.15).

Parmi les recherches qui ont été menées sur cette technique de vectorisation, on cite en particulier, les travaux expérimentaux et numériques de V. Zmijanovic et al. [39, 18 et 19], ceux numériques et analytiques de K. A. Waithe et al. [15], N. Maarouf [16] en plus des travaux de A. Achraf et al. [20] et Xin H. Zou et al [17].

En se basant sur cette technique et sur les travaux de K. A. Waithe et al. [15], on a étudié en régime stationnaire le phénomène de vectorisation fluidique dans une tuyère convergente-divergente conique supersonique axisymétrique bidimensionnel.

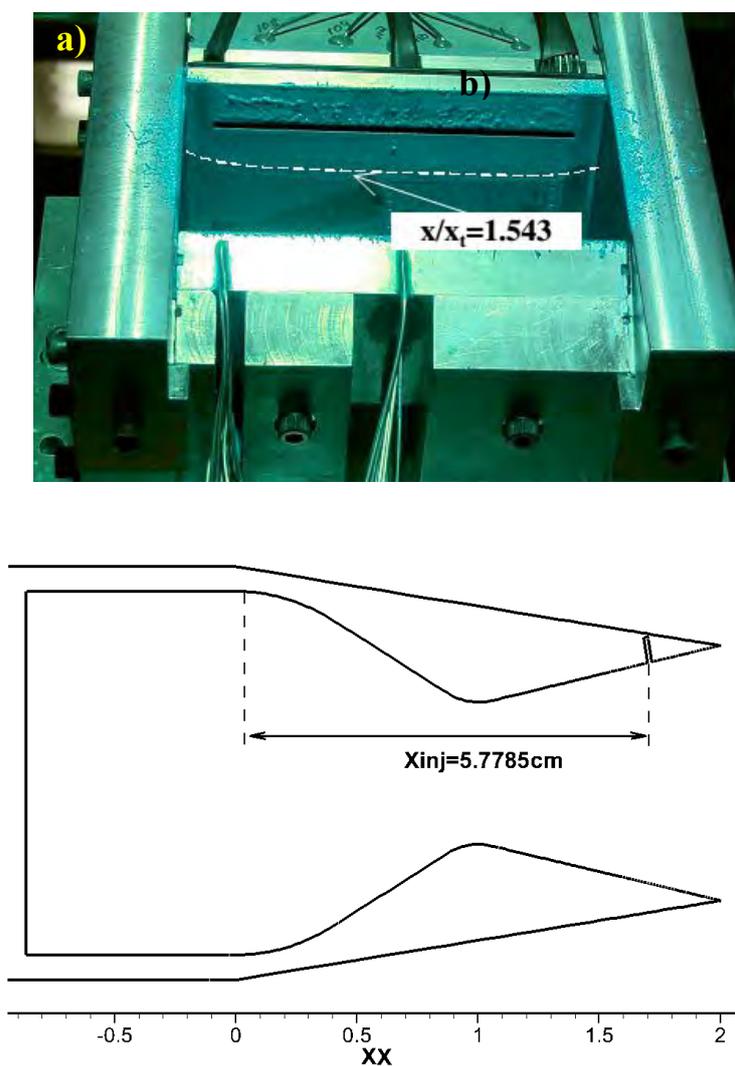
### 6.7.2. Description de la tuyère avec injection secondaire

Une étude expérimentale et numérique d'une tuyère convergente-divergente plane CD-2D (voir la Figure 6.38) a été menée par Waithe et al [15]. Sur la base de celle-ci on a simulé le phénomène d'interaction d'ondes de choc dans une tuyère conique supersonique axisymétrique. En premier lieu, on a effectué une étude basée sur l'effet du rapport des pressions  $NPR=P_{io}/P_a$ , défini par le quotient de la pression génératrice de la chambre de combustion à celle de l'ambiance à  $SPR=P_{inj}/P_{io}=1$ , exprimé par le rapport de la pression d'injection à la pression génératrice de la chambre de combustion. En deuxième lieu, on a fait une étude bidimensionnelle tout en variant le rapport de pressions NPR pour deux valeurs du rapport d'injection SPR (SPR=0.7 et 1).

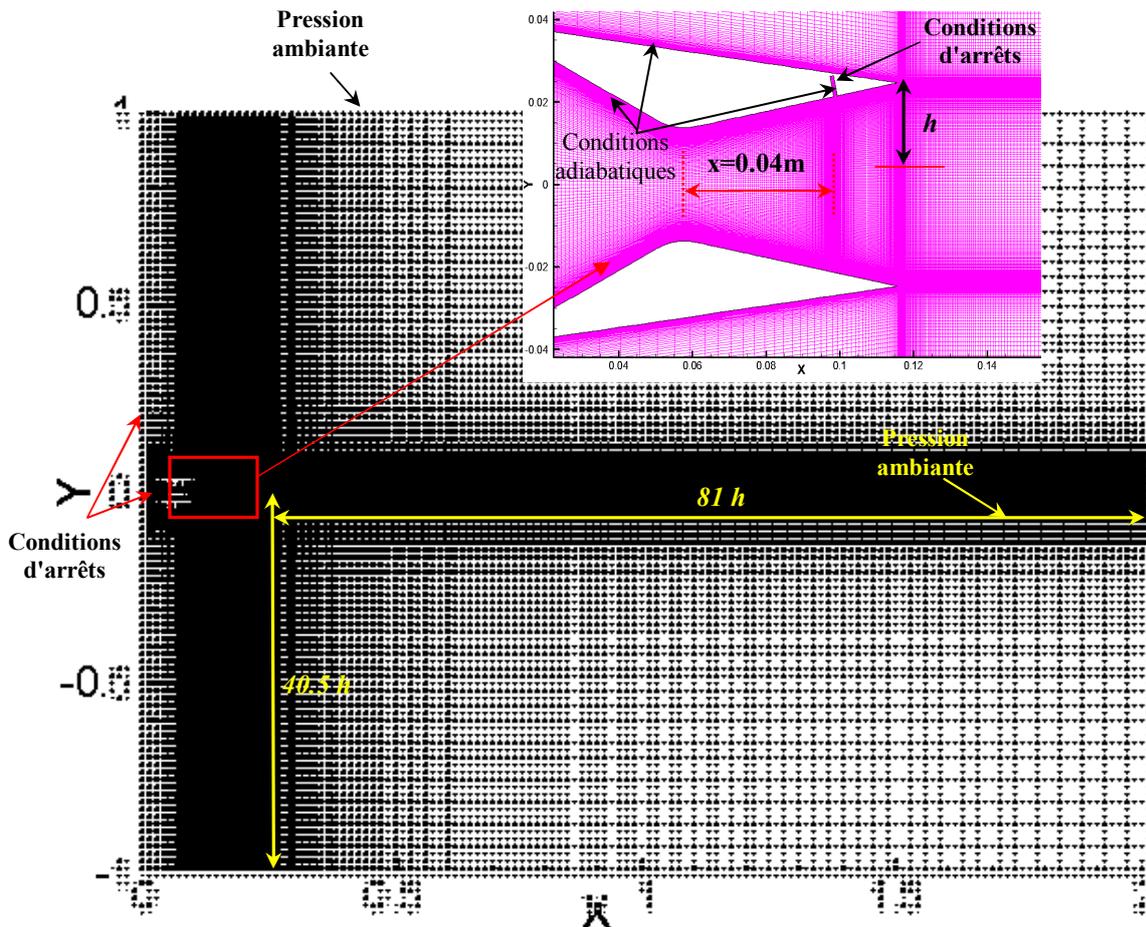
La tuyère simulée est une tuyère convergente-divergente plane (2D) avec un rapport de section de 1.8, et un demi-angle de divergence de  $11.01^\circ$ . La longueur de la partie divergente est  $L=0.0577$  m.

L'injection a lieu à une distance de 0.04 m du col de la tuyère et la largeur de la fente d'injection  $b$  est de 0.0011 m (voir la Figure 6.38).

Le modèle numérique est presque constant dans tous les calculs effectués, on utilise toujours le modèle de turbulence  $k\omega$ -SS. Le type de maillage est quadrilatère structuré et bien raffiné dans la tuyère et le long de la zone de sillage. Le domaine de calcul comporte 169800 cellules (voir la Figure 6.39).



**Fig. 6.38** Géométrie de la tuyère utilisée: a) modèle de la NASA d'après Waithe et al. [15], b) tuyère dessinée par le Maillageur Gambit.



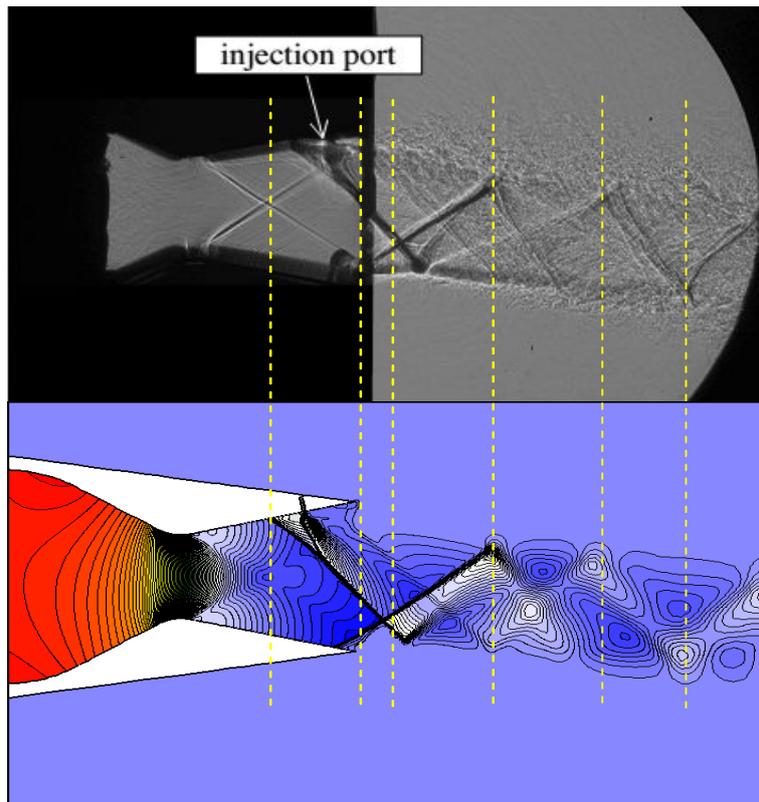
**Fig.6.39** Géométrie et maillage du domaine de calcul, comportant 169800 cellules quadrilatérales.

### 6.7.3. Validation des résultats

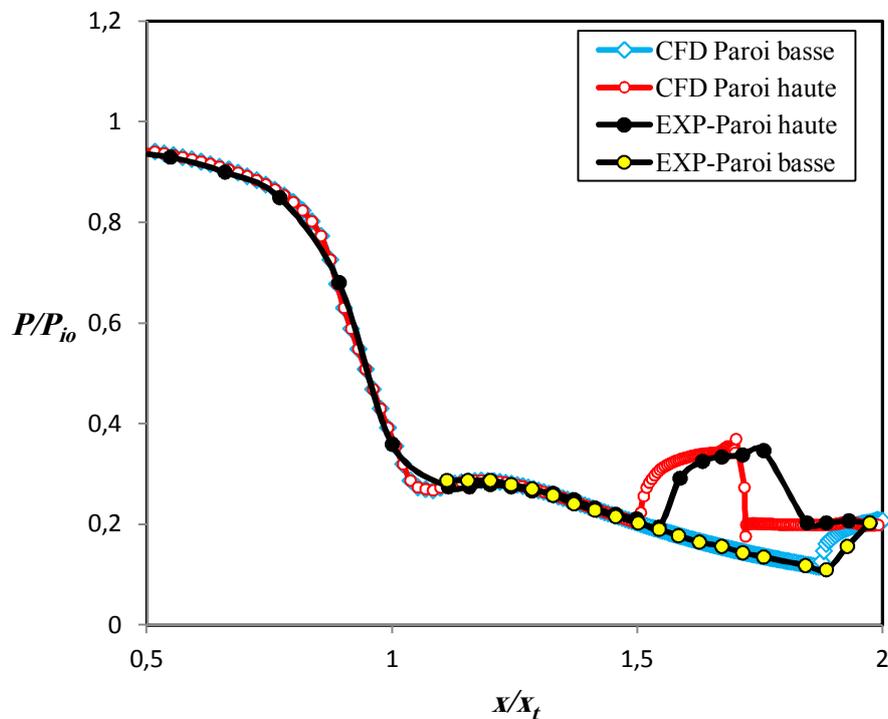
Nos calculs numériques sont comparés avec les travaux expérimentaux de Waithe et al. [15] (voir les Figures 6.40 et 6.41). Nos résultats sont obtenus pour  $NPR=4.6$  et  $SPR=0.7$ .

La Figure 6.40 représente la strioscopie expérimentale comparée avec celle acquise numériquement présentée sous forme de contours de pression. Une onde de choc de décollement en amont de l'injection secondaire est observée, elle est due à l'effet de cette dernière, qui crée un obstacle fluide. On observe aussi un autre choc sur la paroi opposée proche de la lèvre de la tuyère dû au phénomène de décollement provoqué par la sur-détente.

Une autre comparaison de l'évolution de la pression pariétale entre l'expérience de Waithe et al. [15] et notre simulation numérique, pour le régime de sur-détente, à  $NPR=4.6$  et  $SPR=0.7$  est présentée sur la Figure 6.41. On constate que les points de décollement sont enregistrés à  $x=1.52$  et  $x=1.54$ , pour les calculs numérique et expérimental respectivement. Globalement, on peut dire que les résultats expérimentaux et numériques sont similaires. Donc, nos résultats numériques par la suite sont validés expérimentalement.



**Fig. 6.40** Comparaison entre: (a) l'expérience de la NASA de Waithe et al. [15]; (b) notre calcul numérique représenté par les champs de pression, à  $NPR=4.6$  et  $SPR=0.7$ .

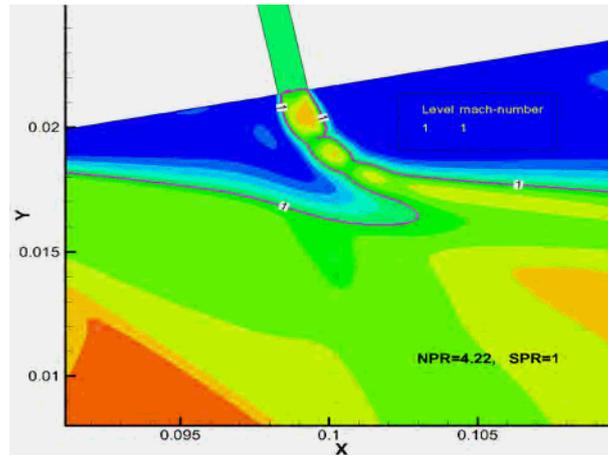


**Fig. 6.41** Distribution de la pression pariétale à  $NPR=4.6$  et  $SPR=0.7$  ; Comparaison entre les résultats de l'expérience de Waithe et al. [15] et notre calcul numérique.

### 6.7.4. Résultats et discussion

La Figure 6.42 montre que le régime d'écoulement à l'entrée de l'injecteur du fluide injecté dans le divergent de la tuyère est sonique ( $M=1$ ).

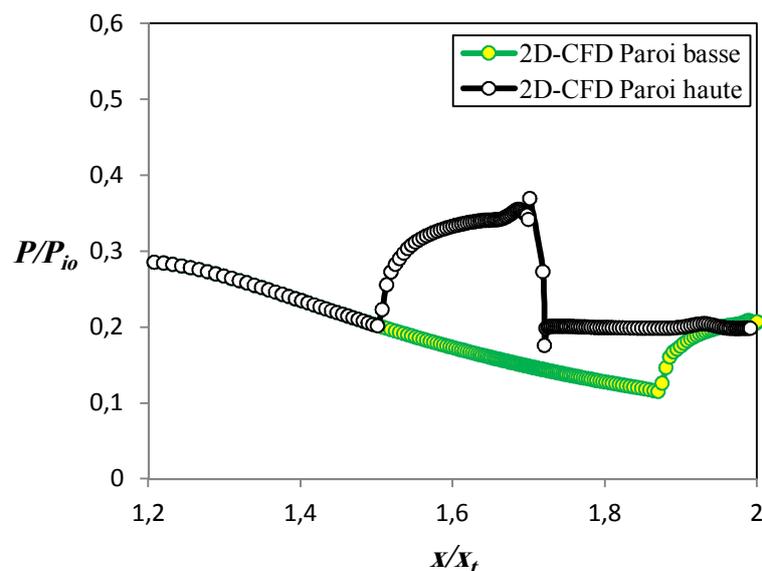
Cette valeur permet de dire que cette entrée est assimilée à un col sonique d'une tuyère. Cette observation est confirmée par les travaux de N. Maarouf [16], et de Valetda et al. [18, 19 et 39].



**Fig.6.42** Vérification à l'entrée du divergent de la tuyère, l'écoulement est purement sonique.

#### 6.7.4.1. Effets du taux de détente sur la paroi opposée

Le jet secondaire génère une différence de pression des parois latérales du divergent de la tuyère, d'où en résulte un effort latéral.



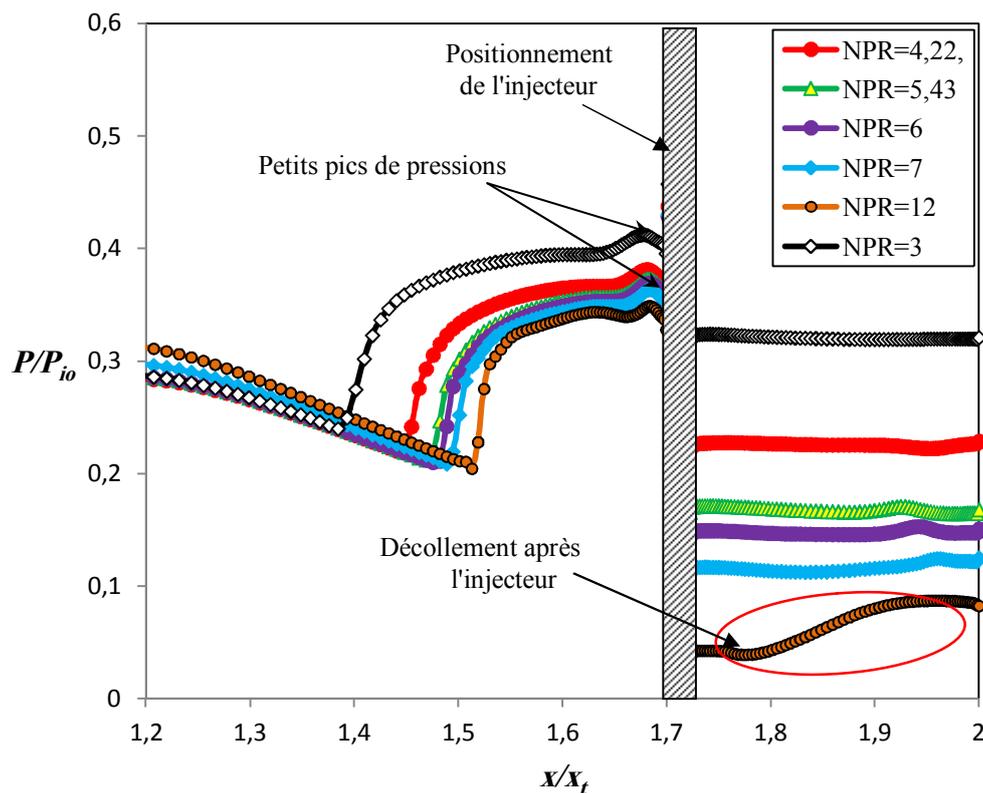
**Fig. 6.43** Différence de pression sur les parois hautes basses de la tuyère à  $NPR=4.6$  et  $SPR=0.7$ .

La Figure 6.43 représente la pression sur la paroi de l'injecteur et la paroi opposée de la tuyère. La composante verticale de la poussée étant directement liée à la différence de pression s'exerçant sur ces parois, on remarque que la présence de cet injecteur a permis d'augmenter cette différence.

Outre le fait qu'il permet de rendre la vectorisation symétrique, le divergent opposé au soufflage possède un rôle non négligeable et permet d'accroître l'efficacité du système.

#### 6.7.4.2. Effets du rapport des pressions NPR

La Figure 6.44 représente l'évolution des pressions pariétales en fonction du rapport de pressions NPR à  $SPR=1$ . On constate que le point de décollement et les pressions plateaux sont bien superposés, l'un sur l'autre suivant la diminution de l'NPR. En effet, la valeur de  $NPR=3$ , donne une position du point de décollement plus en amont par rapport aux autres. Ce décalage se traduit par une zone de recirculation qui est plus grande par rapport aux autres cas de NPR. Cette constatation s'explique par la transition de la réflexion régulière (RR), pour les petites valeurs de NPR, vers la réflexion de Mach (MR) détectée à  $NPR=3$ .



**Fig. 6.44** Effets du critère de décollement sur la distribution de la pression pariétale pour différents NPR à  $SPR=1$ .

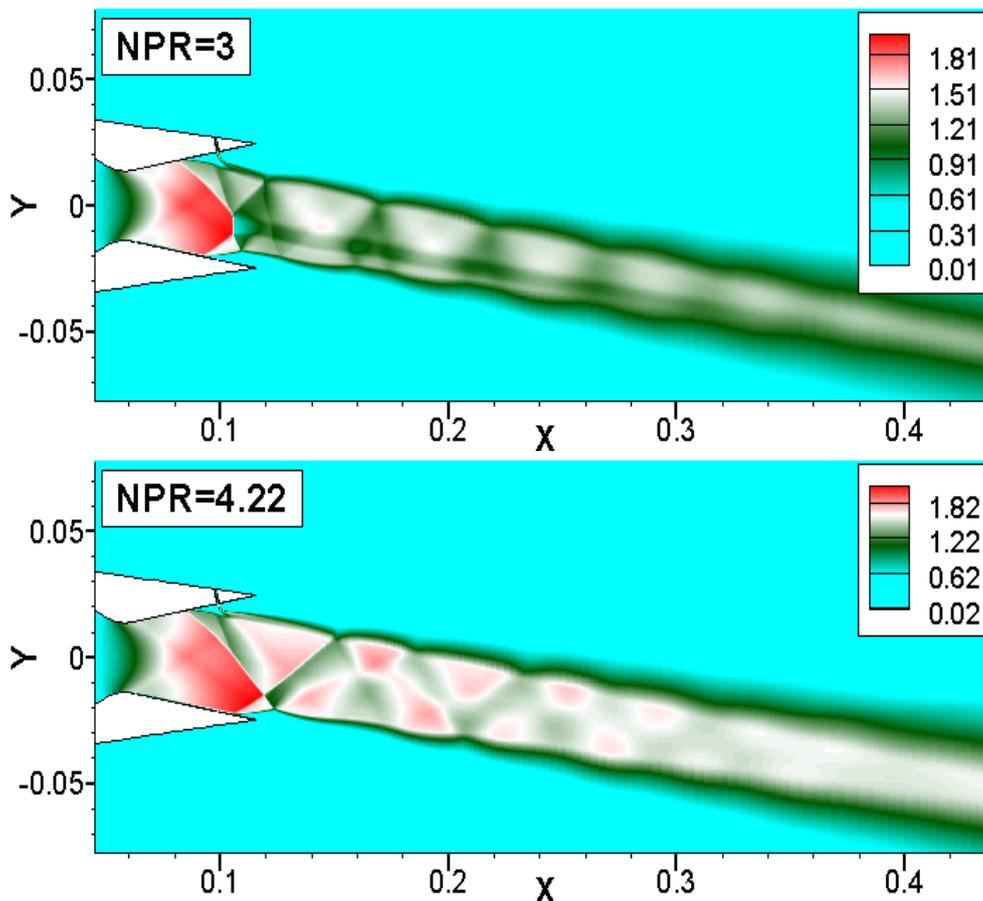
Cette transition affaiblit les ondes de chocs de décollement. On observe aussi, un autre décollement en aval de l'injecteur et en amont de la lèvre supérieure de la tuyère, dû à deux tourbillons de recirculation, l'un petit et l'autre grand. Ce décollement est enregistré à  $NPR=12$ . Là l'écoulement primaire ou principal peut récupérer son comportement avant

l'injection, en abaissant la hauteur de l'injecteur. Ce comportement peut être expliqué en 3D. On peut dire que le décollement restreint est bien marqué, c'est la limite du décollement libre. Des points de recollement et de décollement apparaissent, en aval de zone de décollement principale avant l'injecteur et en amont de ce dernier. La naissance de ces points caractérisés par des pics de pressions sont bien apparus avant le mur de l'injecteur.

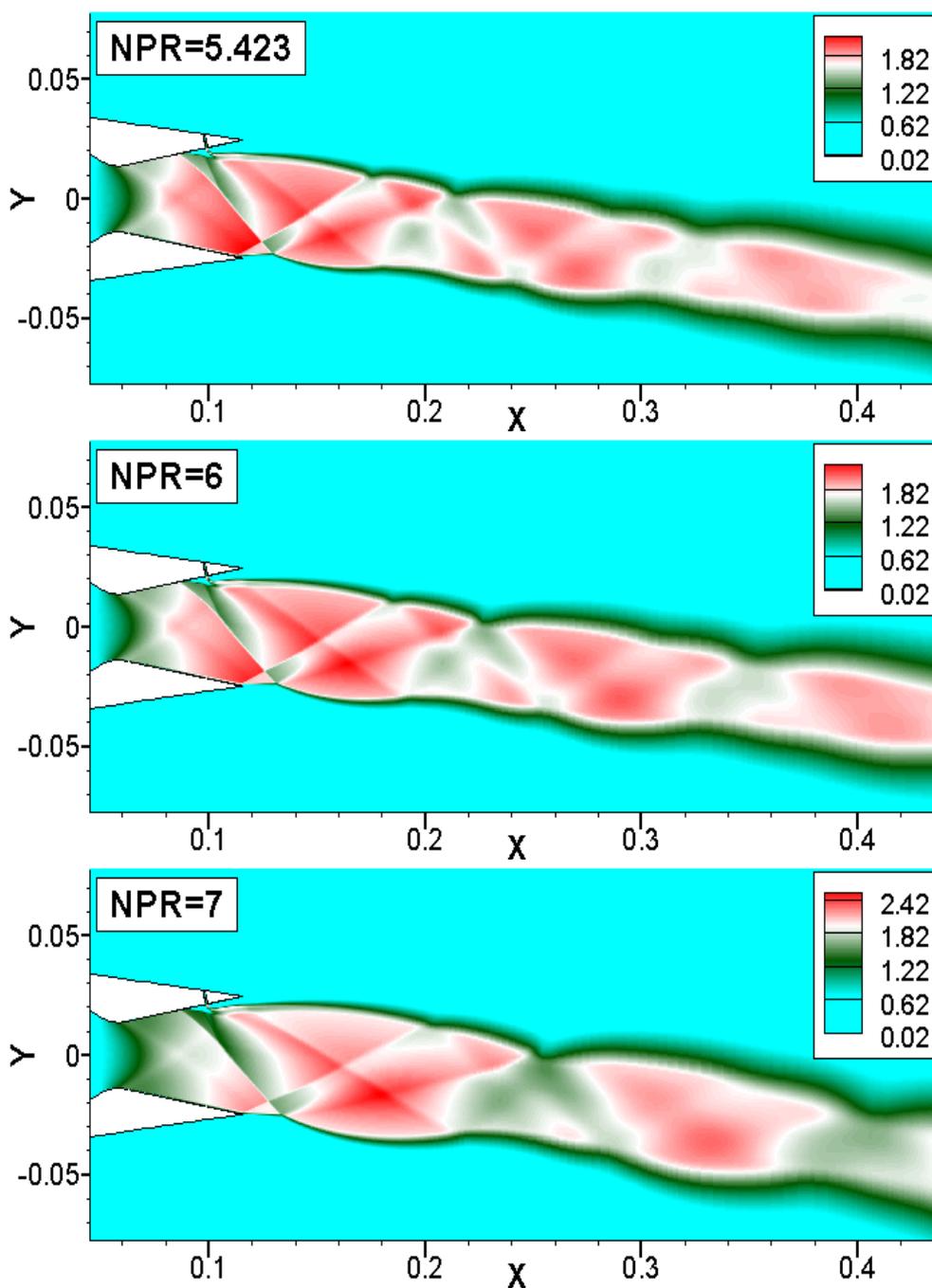
### 6.7.4.3. Effets du taux de détente sur le jet principal

L'effet du taux de pressions NPR sur la structure principale de l'écoulement avec la présence de l'injection secondaire est représenté sur la Figure 6.45, pour un taux d'injection secondaire SPR=1. Cette Figure définit les contours d'iso-Mach. Pour chaque rapport de pression, le décollement libre est observé jusqu'à la valeur de NPR=7, où le décollement restreint apparaisse (la figure 6.46-à NPR=7). On constate que le choc de décollement en amont de la tuyère se déplace en augmentant l'NPR. On peut remarquer également que, quel que soit le rapport de pression, la réflexion du choc de décollement par le jet secondaire avec celui décollé (choc) par l'effet de détente isentropique sur la surface du divergent en aval du col est régulière. Ce type de réflexion est obtenu pour des valeurs du taux de détente variant de 4.22 à 12. Pour et au-dessous de la valeur de NPR= 3, on obtient une réflexion de Mach.

D'une façon générale on peut dire que l'effet du taux de pressions avec injection secondaire est bien marqué surtout sur les réflexions des ondes de chocs.



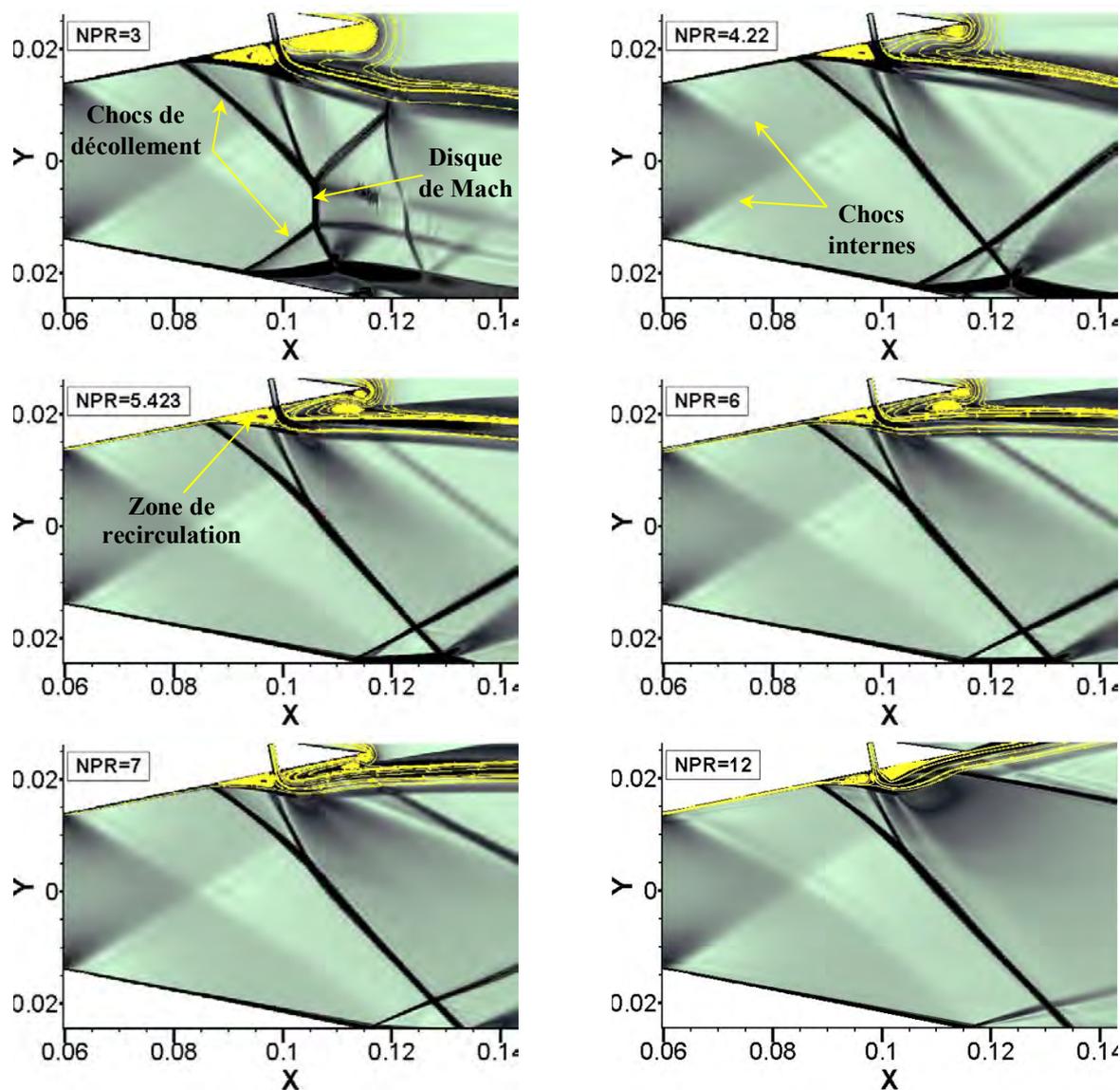
**Fig. 6.45** Contours des iso-Mach pour différents SPR à NPR=5.423.



**Fig. 6.45** (suite) Contours des iso-Mach pour différents SPR à NPR=5.423.

En outre, la taille de la zone de recirculation formée par l'obstacle fluide devient de plus en plus large quand le rapport de pressions NPR diminue (voir la Figure 6.46). Lorsque le taux de détente augmente le jet principal pousse le jet secondaire vers le haut, ceci conduit à diminuer sa hauteur  $h$ . En sens contraire, lorsque l'NPR est faible, le jet secondaire pénétrant plus profondément le milieu du jet principal est conduit d'une hauteur  $h$  plus importante. La Figure 6.46 met aussi en évidence la zone de recirculation associée au décollement et en particulier à l'aspiration du fluide ambiant. On note également la présence

d'un petit tourbillon au coin de la lèvre de sortie de la tuyère. Il est de plus en plus faible avec l'accroissement du NPR.

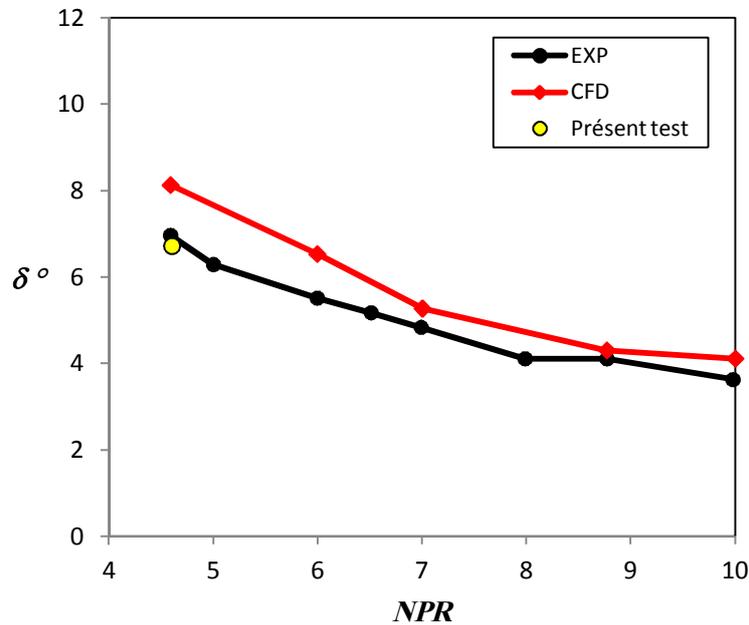


**Fig.6.46** Strioscopie numérique de l'injection secondaire à  $SPR=1$  et pour différents NPR.

#### 6.7.4.4. Variation de l'angle de déviation du jet

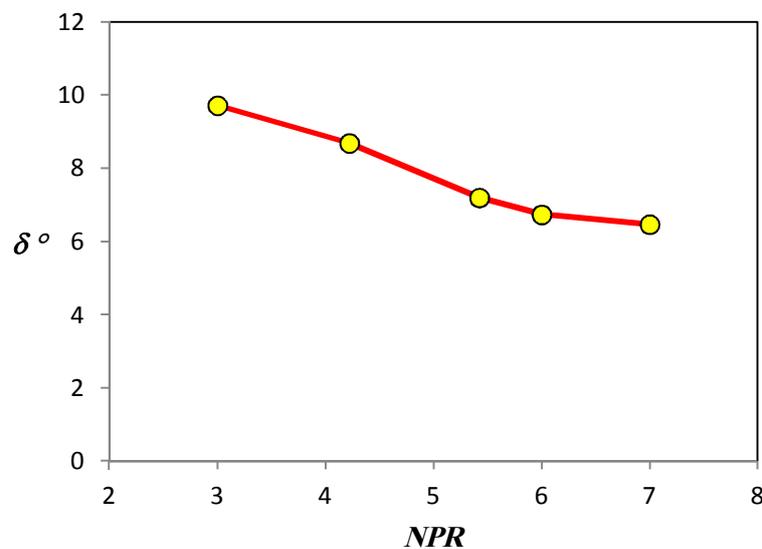
La Figure 6.47 représente l'angle de déviation de la poussée du jet principal en fonction du rapport de détente NPR pour notre cas test comparé avec l'expérience de Waithe et al [15] et les calculs numériques de N. Maarouf [17] à  $SPR=0.7$ . On constate que notre simulation numérique décrit bien l'expérience de Waithe et al [15]. En revanche il existe une différence entre l'expérience de Waithe et al [15] et le calcul numérique de N. Maarouf [17].

En effet, pour  $SPR=0.7$ , la vectorisation de la poussée du jet est de 6.29 pour l'expérience de Waithe et al [15], elle de 6.72 pour notre calcul numérique et de 8.13 pour la simulation numérique de N. Maarouf [17]. Ceci valide nos calculs numériques.



**Fig.6.47** Angle de vectorisation en fonction du rapport de détente à  $SPR=0.7$ , comparaison entre nos résultats numériques, ceux de l'expérience de Waithe et al [15] et ceux issus de la simulation numérique de N. Maarouf [17].

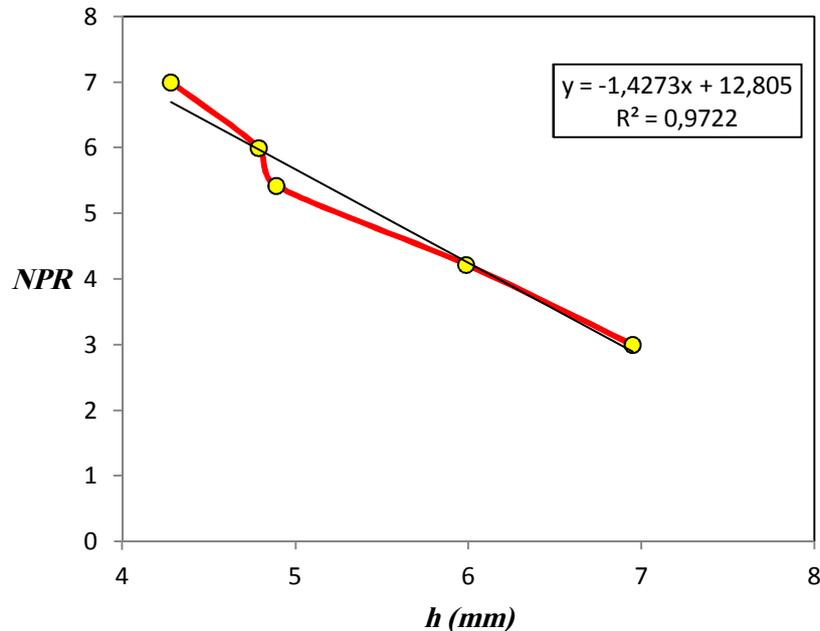
La Figure 6.48, représente l'angle de déviation de l'écoulement en fonction du rapport de pressions NPR à  $SPR=1$ . L'allure principale de cette évolution est identique à celle présentée sur la Figure 6.47. La valeur maximale de déviation du jet principal est enregistrée à  $NPR=3$ , ça correspond une nette déviation de l'écoulement dans la direction du jet injecté. Lorsque le taux de détente NPR diminue, l'angle de déviation augmente progressivement.



**Fig. 6.48** Angle de vectorisation en fonction du rapport de détente NPR à  $SPR=1$ .

### 6.7.4.5. Variation de la hauteur du jet

La Figure 6.49 représente la distribution du profil de la hauteur du jet principal en fonction du taux de détente NPR. On constate que, lorsqu'on augmente le taux de détente NPR la hauteur du jet diminue.



**Fig. 6.49** Evolution de la hauteur du jet secondaire en fonction du rapport de détente NPR.

## 6.8. Calcul tridimensionnel (3D)

### 6.8.1. Introduction

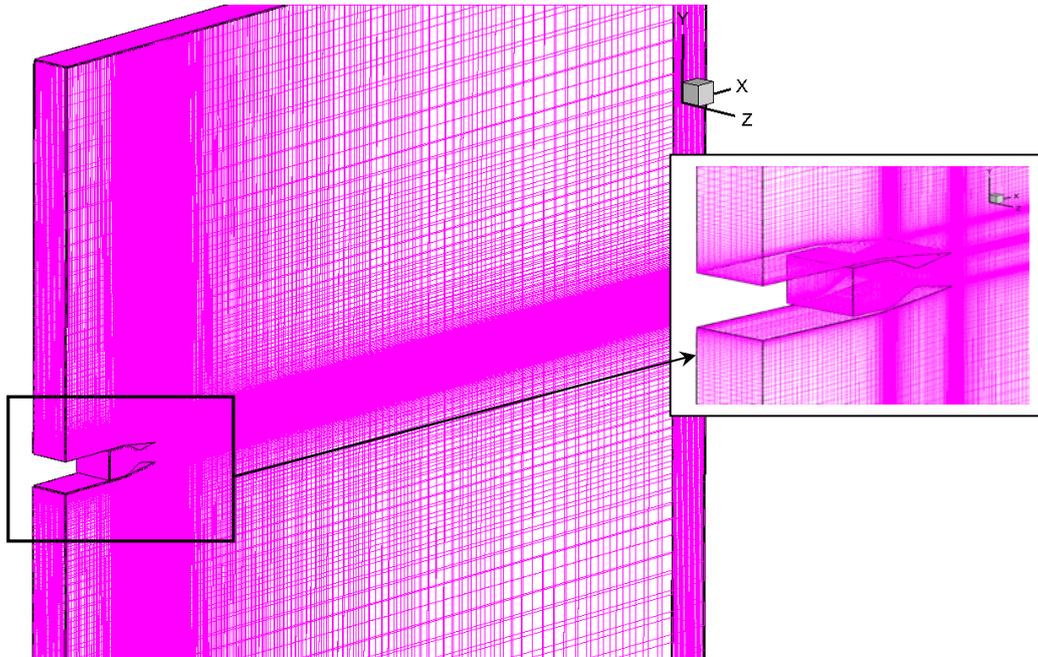
L'objectif de ce calcul, est de représenter globalement la structure topologique de l'écoulement tridimensionnel turbulent, en utilisant toujours le modèle  $k-\omega$  SST, en particulier les profils de pressions pariétales, les champs de Mach et de pressions. Notre calcul est effectué pour un taux de détente NPR=4.6 et celui de l'injection SPR=0.7 (ceci est un cas de test de l'expérience de Waithe et al [15]). Nos résultats sont comparés en outre, avec ceux bidimensionnels obtenus dans la partie précédente. Enfin, on interprète les observations trouvées physiquement.

### 6.8.2. Géométrie et maillage

On a suivi la même démarche que l'étude bidimensionnelle précédente. La géométrie d'étude est une extension suivant la troisième dimension oz de celle étudiée en 2D. Le maillage utilisé est un maillage multi-blocs raffiné près des parois de la tuyère ainsi que dans toute la zone de sillage. On a utilisé pour cette étude un schéma de type (Map/Hex), et le

nombre total de noeuds est de 2 749 637 noeuds pour l'ensemble du domaine présenté sur la Figure 6.50. Ce maillage donne des résultats satisfaisants.

L'écoulement est supposé stationnaire et caloriquement parfait. Les conditions d'entrées et de sorties du fluide, des parois et celles de l'injecteur sont les mêmes que ceux du cas bidimensionnel. On a ajouté seulement la condition de symétrie pour les frontières haute, basse et latérales.

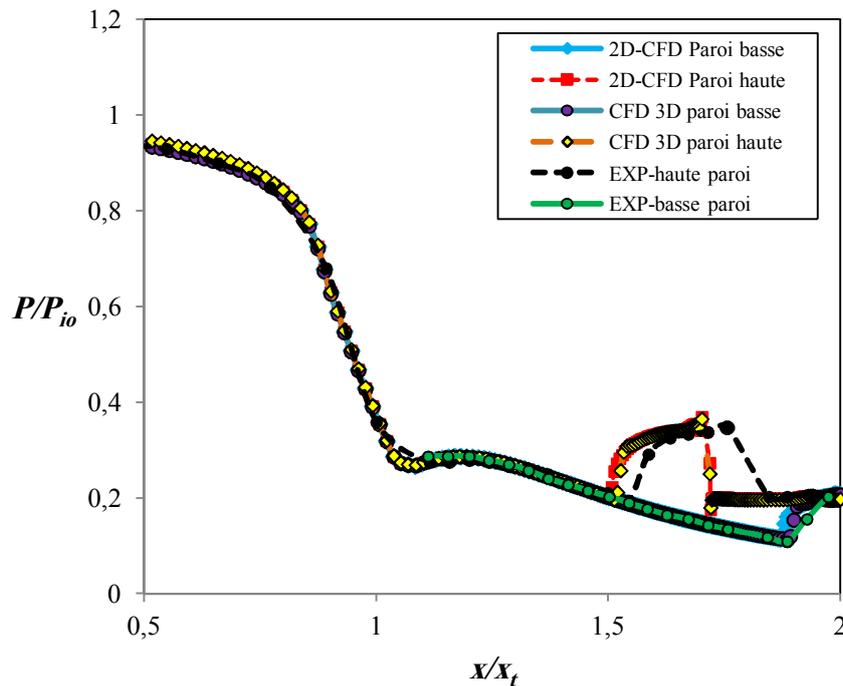


**Fig. 6.50** Maillage et domaine de calcul de la tuyère C.D. en 3D, plus de deux millions de noeuds.

### 6.8.3. Analyse des résultats de la simulation numérique

La Figure 6.51 représente l'évolution de la pression pariétale à  $NPR=4.6$  et  $SPR=0.7$ . A travers laquelle on compare les résultats numériques tridimensionnels et bidimensionnels avec ceux issus de l'expérience de Waithe et al [15]. On constate que le calcul numérique reproduit bien l'expérience avec l'existence d'un petit décalage dû à la largeur de la fente d'injection  $b$  qui est de  $0.001\text{m}$  pour notre cas et de  $0.002\text{ m}$  pour celui de Waithe et al [15]. En effet, les résultats obtenus pour la simulation en 3D (écoulement plus étendu) sont mieux que ceux en 2D. La différence entre les résultats portés sur la Figure 6.48 est bien marquée à la sortie de la tuyère et aux points de décollement.

Ces derniers sont bien captés par le modèle de turbulence  $k-\omega$  SST qui tient compte du positionnement de l'injecteur.



**Fig. 6.51** Evolution de la pression pariétale à NPR=4.6 et SPR=0.7 ; Comparaison entre les résultats du calcul numérique (3D, 2D) et ceux de l'expérience de Waithe et al [15].

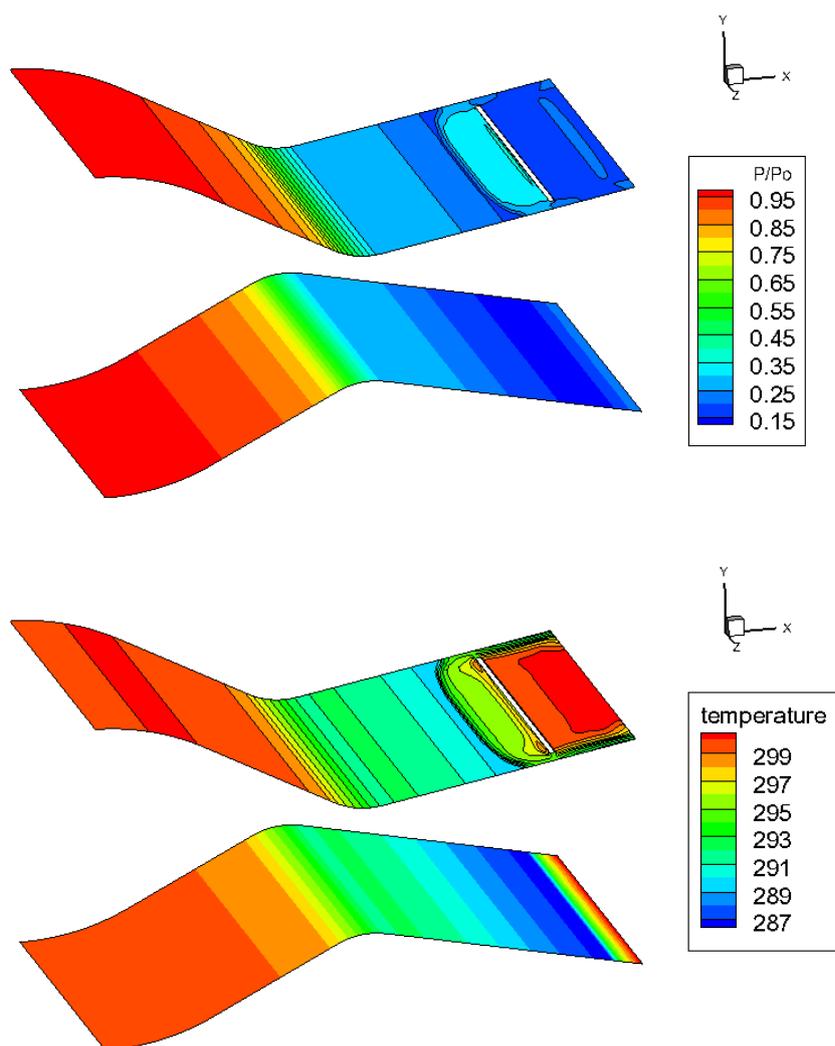
La Figure 6.52 représente le champ des pressions et des températures sur les parois inférieure et supérieure de la tuyère pour un taux de détente NPR=5.423 et celui d'injection SPR=0.7.

On constate qu'à partir du champ des pressions il ya une zone de dépression observé en aval de l'injecteur. On constate qu'à partir du champ des pressions l'existence d'une zone de dépression observée en aval de l'injecteur et en face près de la sortie de la paroi opposée. Cette zone correspond au régime de sur-détente.

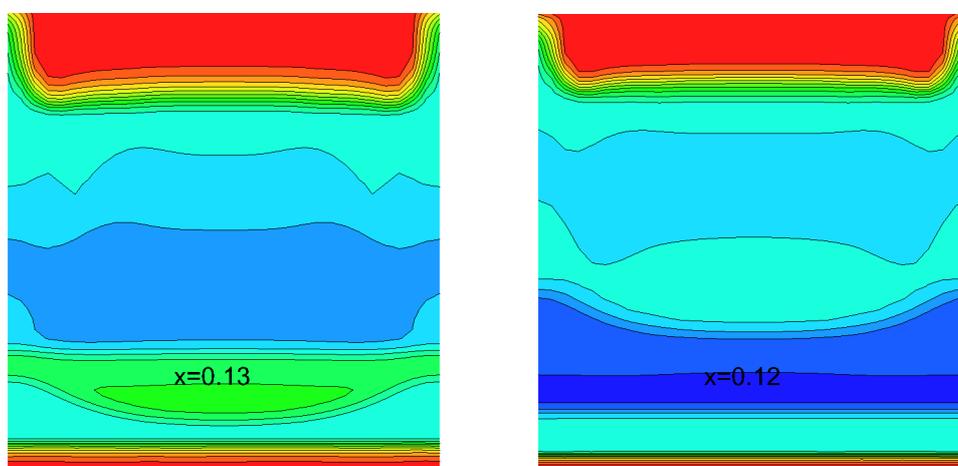
On remarque aussi à partir du champ des températures que le fluide en écoulement entre la sortie de la tuyère et l'injecteur a la même température que celle ambiante, ceci, confirme l'opération de soutirage de pression.

Une ligne de séparation de la zone de décollement est bien marquée exprimant des frottements pariétaux nuls. Cette dernière prend la forme d'une courbe quasi hyperbolique. Cette constatation a été observée dans l'expérience de Waithe et al [15] (voir la Figure 6.35), elle est située à une abscisse  $x=1.54$ . Pour notre calcul elle est à  $x=1.52$ . On constate globalement une conformité entre le champ de pressions de surface et l'évolution graphique.

La Figure 6.53 illustre les contours des iso-Mach pour différents plans d'abscisse  $x$ . On observe une symétrie d'écoulement par rapport à l'axe de symétrie  $z=0$  (plan médian).



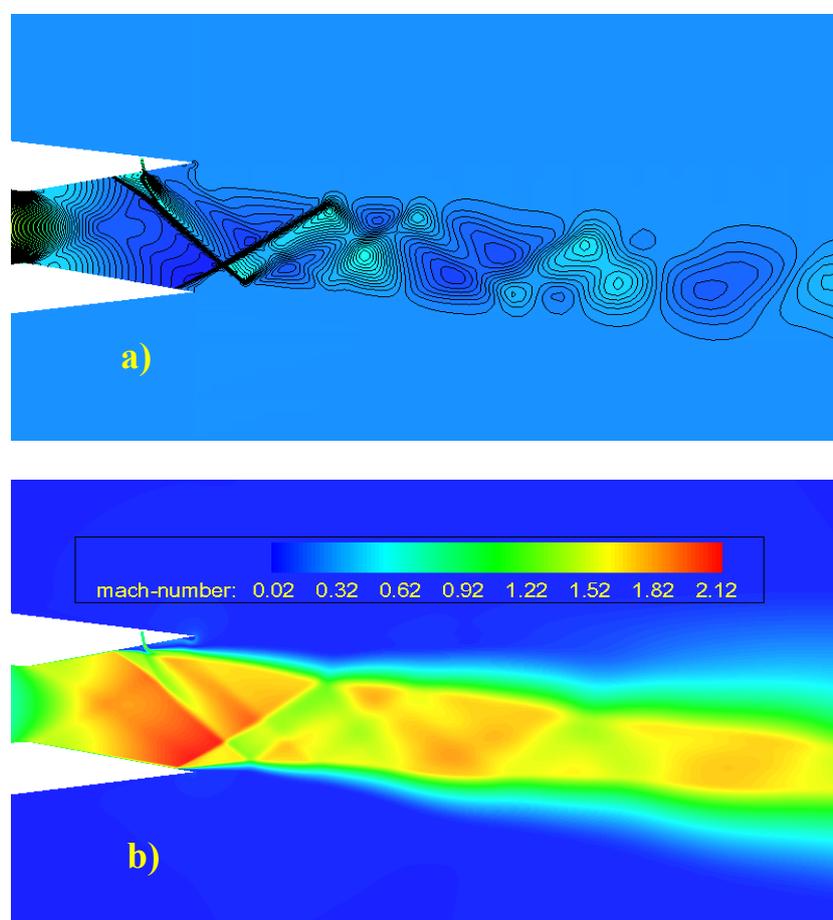
**Fig. 6.52** Champs de températures et de pressions sur les parois inférieure et supérieure de la tuyère à NPR=5.423 et à SPR=0.7.



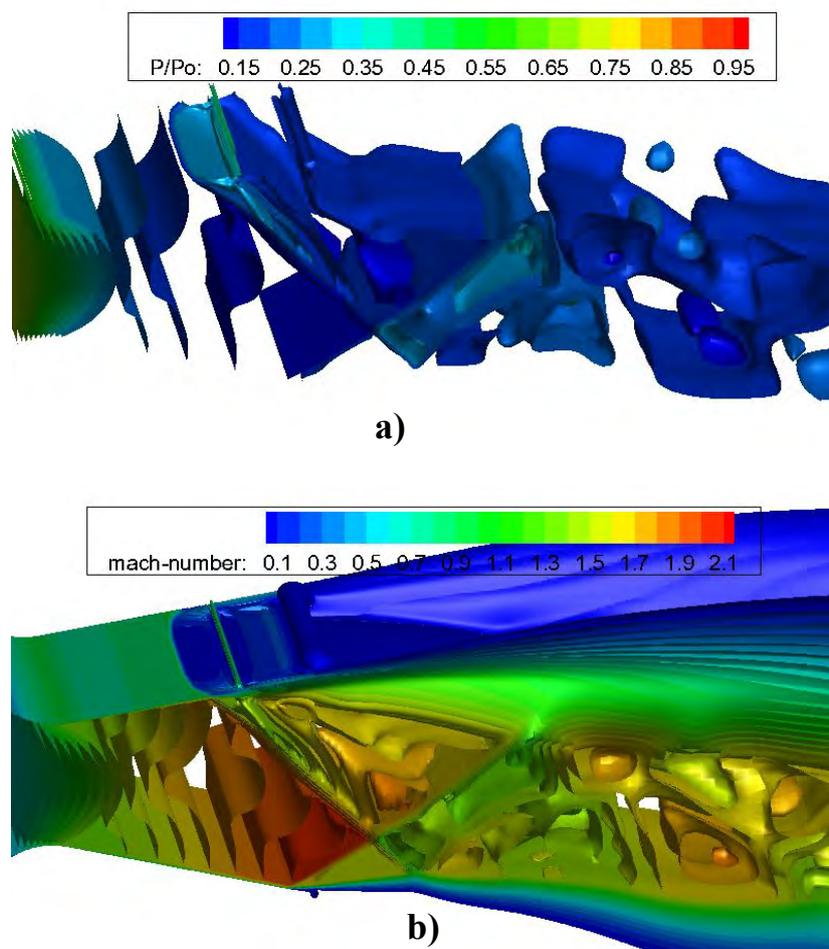
**Fig. 6.53** Contours des iso-Mach pour différents plans d'abscisse x.

La Figure 6.54 représente les champs de pressions et de Mach dans le plan médian ( $z=0$ ). On constate globalement que le comportement de l'écoulement en calcul tridimensionnel de chaque plan suivant l'envergure est le même que celui dans le cas du calcul bidimensionnel, mais ici, la géométrie 3D est sous forme rectangulaire, de mêmes pour les structures de chocs et leurs déviations.

La Figure 6.55 représente les champs de Mach et de pression, illustrés par la fonction  $Q$ . On constate que la structure tridimensionnelle d'écoulement est bien marquée, ainsi les ondes de chocs ont des formes de plans orientés selon leurs générateurs de chocs et donnent leurs structures réelles. On outre, un phénomène d'interaction de chocs est obtenu par l'interférence entre l'onde de choc décollée par l'obstacle fluide et celle décollée par l'effet de régime de sur-détente (décollement libre). Enfin, cette structure d'écoulement observée est globalement confrontée à des remarques tirées à partir des résultats numériques et expérimentaux.



**Fig. 6.54** Champs (a) de pression et (b) de Mach au plan médian ( $z=0$ ).



**Fig. 6.55** Champs 3D (b) de Mach et (a) de pression donnés par la fonction Q.

## 6.9. Conclusion

Dans cette partie, on a présenté trois calculs numériques d'écoulement turbulent bi et tridimensionnels pour l'investigation du phénomène d'interaction de chocs et de vectorisation fluide d'une poussée d'une tuyère convergente-divergente conique de la NASA [1]. Ces calculs sont basés sur la résolution des équations de Navier-Stokes stationnaires, en utilisant le modèle  $k-\omega$  SST comme modèle de turbulence. Les résultats obtenus ont bien décrit ce phénomène d'interaction et ces structures globales de chocs ainsi que celui de vectorisation, ils sont comparés avec ceux trouvés expérimentalement et numériquement.

## Références du chapitre 6

- [1] C. A. Hunter, "Experimental, Theoretical, and Computational Investigation of Separated Nozzle Flows", 34th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit July 13-15, / Cleveland, OH, 1998.
- [2] K. S. Abdel-Hamid et al. « Numerical Investigation of Flow in an Over-expanded Nozzle with Porous Surfaces », AIAA journal, 2005-4159.
- [3] S. Girard, "Etude des interférences de choc dans les tuyères surdétendues à choc interne", thèse de doctorat de l'Université Paris 6, 2009.
- [4] A. Hadjadj, "Analyse physique et simulation numérique des écoulements compressibles application aux tuyères de propulseurs", Thèse de Doctorat de l'Université de Rouen, 1997.
- [5] Ph. Reijasse, "Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régime stabilisé", Thèse doctorat de l'Université Paris 6, 2005.
- [6] M. Sellam · G. Fournier · A. Chpoun · Ph. Reijasse, Numerical investigation of overexpanded nozzle flows, Journal of Shock Waves, Vol. 24, pp 33-39, 2013.
- [7] Alexis Bourgoing, 'Instationnarité et dissymétrie d'un écoulement supersonique décollé dans une tuyère plan', Thèse de Doctorat de l'Université de Paris 6. 2002.
- [8] D. Vandromme, Etude numérique du décollement en tuyères supersoniques' thèse de l'université de l'INSA de Rouen. 2002.
- [9] Jan Östlund, 'Assessment of turbulence models in overexpanded rocket nozzle flow simulations', AIAA 99-2583, 5th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, June 20-23, Los Angeles, CA. 1999.
- [10] T. Alziary de Roquefort, Unsteadiness and side loads in over-expanded supersonic nozzles', Proc. 4<sup>th</sup> Europ Sym. Aerothermodynamics for space applications, 15-18 Octob. 2001, Capua, Italy, ESA SP-487, March 2002.
- [11] Y. Perrot "Etude, mise au point et validation de modèles de turbulence compressible", Doctraot de l'INSA de Rouan, 2006.
- [12] Dimitri Papamoschou, Andrew Johnson, ' Unsteady Phenomena in Supersonic Nozzle Flow Separation', AIAA 2006-3360, 36th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit 5 - 8 June 2006, San Francisco, California.
- [13] Q. Xiao, H. M. Tsai, 'Numerical Investigation of Supersonic Nozzle Flow Separation', A IAA JOURNAL Vol. 45, No. 3, March 2007.
- [14] A. Hadjadj, 'Nozzle flow separation', Shock Waves, Vol. 19, pp :163-169, 2009.
- [15] K. A. Waithe, K. A. Deere, "Experimental and computational investigation of multiple injection ports in a convergent-divergent nozzle for fluidic thrust vectoring", The 21st AIAA Applied Aerodynamics Conference, June 23-26, Orlando, Florida, 2003.

- [16] N. Maarouf, M. Sellam, M. Grignon, and A. Chpoun, "Thrust vectoring through fluid injection in an axisymmetrical supersonic nozzle: Theoretical and computational study", *Journal of shock wave*, pp. 1142- 1146, 2009.
- [17] Xin H. Zou, Qiang Wang, Hagemann, "The Comparative Analysis of Two Typical Fluidic Thrust Vectoring Exhaust Nozzles on Aerodynamic Characteristics", *World Academy of Science, Engineering and Technology Vol. 5*, pp. 04-20, 2011.
- [18] V. Zmijanovic L. Leger, V. Lago, 'Experimental and Numerical Study of Thrust-Vectoring Effects by Transverse Gas Injection into a Propulsive Axisymmetric C-D Nozzle, AIAA 2012-3874, 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 30 July - 01 August 2012, Atlanta, Georgia.
- [19] V. Zmijanovic, V. Lago, L. Leger, E. Depussay, M. Sellam, A. Chpoun, 'Thrust vectoring effects of a transverse gas injection into a supersonic cross flow of an axisymmetric convergent-divergent nozzle', *progress in Propulsion Physics*, Vol. 4, pp:227-256, 2013.
- [20] A. Ashraf, C. G. Rodriguez, A. J. Neely, and J. Young, 'Combination of Fluidic Thrust Modulation and Vectoring in a 2D Nozzle', AIAA 2012-3780, 48th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 30 July - 01 August 2012, Atlanta, Georgia.
- [21] K. A. Deere, B. L. Berrier, J. D. Flamm, 'A Computational Study of a New Dual Throat Fluidic Thrust Vectoring Nozzle Concept', AIAA 2005-3502, 41st AIAA /ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit 10 - 13 July 2005, Tucson, Arizona.
- [22] K. A. Deere, 'Computational Investigation of the Aerodynamic Effects on Fluidic Thrust Vectoring', AIAA 2000-3598, 6th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit July 17-19, 2000 / Huntsville, AL.
- [23] Li Li, T. Saito, 'Numerical and Experimental Investigations of Fluidic Thrust Vectoring Mechanism', *International Journal of Aerospace Innovations*, Vol.4, pp: 53-64, 2012.
- [24] Victor J. Giuliano, 'Fluidic thrust vectoring of an axisymmetric exhaust nozzle at static conditions', FEDSM97-3228, ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting FEDSM'97 June 22 - 26, 1997.
- [25] M. BUFFAT, "Cours aérodynamique" Université de Lyon 1. 2007
- [26] P. Reijasse, Cours « Aérodynamique des tuyères supersoniques» ENSAM, Nov. 2007
- [27] R.A. Lawrence. Symmetrical and unsymmetrical separation in supersonic nozzles. research report 67-1, Southern Methodist University, 1967.
- [28] R.A. Lawrence and E.E. Weynand. Factors affecting flow separation in contoured supersonic nozzles. AIAA, 6(6), 1968.
- [29] T. D. McKenney. An investigation of flow separation in an overexpanded supersonic nozzle. These for the degree of aeronautic engineer, 1949.
- [30] D.S. Dolling. Fluctuating loads in shock-waves/turbulent boundary layer interaction : tutorial and update. AIAA Paper 93-0284, 1993.
- [31] C. Pilinski. Etude numérique du décollement en tuyères supersoniques. PhD thesis, INSA de Rouen, 2002.
- [32] Anne-Sophie Mouronval, "Etude numérique des phénomènes aeroélastiques en aérodynamique supersonique. application aux tuyères propulsives. These de doctorat de l'INSA de Rouen, 2004.
- [33] Jan Östlund, 'Flow processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads, Technical reports from Royal Institute of Technology, S-100 44 Stockholm, Sweden, 2002.

- [34] R. C. Mehta, J. K. Prasad, "Estimation of shock-cell structure of axisymmetric supersonic free jets", *Indian Journal of Engineering and Material Sciences*, Vol. 3, pp. 141-147, 1996.
- [35] A. Mohamed, A. Hamed, T. Lehnig "Supersonic Rectangular Over-Expanded Jets of Single and Two-Phase Flows", ISABE -1119. 2003.
- [36] Y. A. Çengel, M. A. Boles, 'Thermodynamics: An Engineering Approach, 7th edition: McGraw-Hill, 2011.
- [37] N. Maarouf, "Modélisation des phénomènes dissymétriques dans le divergent des tuyères supersoniques propulsives : application a la vectorisation de la poussée" thèse de Doctorat de l'Université Dévry-Val D'essonne, France, 2008.
- [38] S. Asol, S. Okuyama<sup>1</sup> and Y. Ando<sup>2</sup>, " Shock wave/turbulent boundary layer interactions induced by gaseous secondary flows injected into supersonic flow through slot and circular nozzles" , *Proceedings of the 18th International Symposium on Shock Waves Held at Sendai, Japan 21-26 July 1991*.
- [39] Vladeta ZMIJANOVIC,"Vectorisation fluide de la poussée d'une tuyère axisymétrique supersonique par injection secondaire, thèse de Doctorat, de l'Université d'Orléans, 2013.
- [40] F.W. Spaid, Zukoski, E.E.: Study of the interaction of gaseous jets from transverse slots with supersonic external flows. *AIAA J.6* (2), 205–212, 1968.
- [41] A. E. Mohamed Ibrahim, 'An Experimental Investigation of Supersonic Rectangular Over-expanded Nozzle of Single and Two-phase Flows', these de doctorat de l'université CINCINNATI, 2008.

## Conclusion générale

Le but principal de ce travail était de simuler numériquement, les écoulements turbulents, laminaires, compressibles, stationnaires et quasi-stationnaires dans le but de comprendre le phénomène physique des d'interactions choc/choc et choc/couche limite.

Les simulations numériques, présentées dans cette thèse, ont été réalisées avec le logiciel commercial FLUENT basé sur la résolution des équations de Navier-Stokes d'un écoulement compressible turbulent, laminaire, visqueux et non-visqueux, en utilisant le modèle  $k-\omega$  SST comme modèle de turbulence. Le schéma numérique utilisé est le schéma décentré (Upwind) du second ordre basé sur le flux de Roe-FDS qui est robuste et permet de capter les chocs et les discontinuités.

Ce travail de recherche vise à étudier numériquement les phénomènes d'interactions dans les configurations suivantes:

- La première configuration est un dièdre incliné d'un angle  $\theta=8.5^\circ$  pour le calcul laminaire et d'un angle  $\theta=8^\circ$  pour le calcul turbulent. L'étude de l'interaction onde de choc couche limite (laminaire et turbulente) a été faite sur une plaque plane. Le cas laminaire a été étudié pour quatre valeurs du nombre de Mach amont ( $M_0=2.4, 3, 3.5$  et  $4.2$ ).
- La deuxième configuration est une tuyère bidimensionnelle utilisée par A. Chpoun dans la soufflerie hypersonique SH2 du laboratoire d'aérothermique du CNRS à Meudon. Notre étude consiste à traiter le phénomène d'interaction de deux chocs coniques pour deux familles différentes d'écoulement axisymétrique supersonique visqueux (calcul turbulent) et non-visqueux (calcul Euler). On a traité en particulier le phénomène de transition des réflexions  $RR \leftrightarrow MR$ , pour différents nombres de Mach. Ces chocs sont induits par deux générateurs de chocs, l'un droit et l'autre curviligne.
- La troisième configuration est une tuyère conique convergente-divergente sans et avec injection secondaire. Elle a pour angle de divergence  $11.01^\circ$ . Cette partie d'étude en 2D et 3D est basée sur l'effet du rapport des pressions  $NPR=P_{io}/P_a$ , défini par le quotient de la pression chambre à celle de l'ambiance à  $SPR=P_{inj}/P_{io}=1$ , exprimé par le rapport de la pression d'injection à la pression chambre.

En ce qui concerne le phénomène d'interaction onde de choc/couche limite laminaire supersonique, il est plus complexe. Il est lié directement au caractère instationnaire de la zone d'interaction. Cette instationnarité s'explique par l'apparition des zones

tourbillonnaires secondaires. La taille de ces zones est de plus en plus grande lorsque le nombre de Mach amont croît. Les résultats obtenus sont conformes aux calculs laminaires. Ces résultats sont présentés surtout par les évolutions d'angle de décollement naissant et le rapport des pressions aux points de séparation. A ce jour la nature physique de cette instationnarité (instabilité) reste inconnue.

Par ailleurs, les caractéristiques de l'écoulement lié à l'interaction choc/couche limite turbulente supersonique (profils des vitesses logarithmiques, champs des pressions, températures et vitesses moyennes et fluctuantes, etc...) montrent la naissance d'une zone d'interaction de taille inférieure par rapport au cas laminaire. En outre, cette zone d'interaction présente une structure plus claire du phénomène d'interaction onde de choc/couche limite.

Une première constatation consiste à mettre en évidence le phénomène de décollement de couche limite, dans tous les cas visqueux. Ce phénomène joue un rôle très important et est lié directement à la présence de la viscosité.

Les interactions d'ondes de chocs coniques des écoulements axisymétriques supersoniques ont été effectuées pour les écoulements visqueux et non-visqueux et cela pour des nombres de Mach variables à une position des deux cônes fixée à  $X=S/L=-0.1$ . Elles sont suivies par une représentation des phénomènes de transition, bien captés dans le cas de fluide non-visqueux, de la réflexion régulière (RR) vers la réflexion de Mach (MR) et inversement.

Le phénomène de transition est aussi détecté partiellement dans le cas d'écoulement visqueux turbulent par les transitions  $RI \rightarrow DMR$  et vice versa. Une autre configuration nouvelle de type A nommée (VMI) est apparue. Elle contient un grand bulbe de recirculation due peut être à l'effet de la viscosité. La configuration VMI apparue dans le cas laminaire sur le cône mobile curviligne, a été observée auparavant expérimentalement et numériquement. En revanche, seule la transition de DMR vers VMI est mise en évidence. Les parcours de transition ont mis en évidence l'apparition de deux phénomènes d'hystérésis. Le calcul non-visqueux permet de les observer pour les deux transitions classiques ( $RR \leftrightarrow MR$ ), tandis qu'avec le calcul visqueux (turbulent), ces phénomènes sont observés pour les deux transitions ( $RI \leftrightarrow DMR$ ).

Les interactions d'ondes de chocs dans une tuyère bidimensionnelle et tridimensionnelle ont été traitées en trois étapes : La première étape est faite par un calcul basé sur la variation des taux de détente pour un cas sans injection secondaire. La deuxième étape est réalisée pour la présence d'une seule injection localisée à une distance constante par rapport au col dans la partie du divergent à un taux d'injection constant ( $SPR=cte$ ). La troisième est effectuée dans le cas d'un écoulement tridimensionnel pour une seule injection secondaire à  $NPR=4.6$  et  $SPR=0.7$ .

Les résultats obtenus dans le cas des interactions dans une tuyère sont les suivants:

- Pour le cas sans injection secondaire : le phénomène de décollement libre en fonction des taux de détente NPR a été bien observé. Les régimes de sur-détente et de sous-détente ainsi que les phénomènes d'interactions d'ondes de chocs sont bien observés en fonction des NPR.

- Pour le cas avec une seule injection secondaire : ce cas a été effectué à un taux d'injection constant d'ordre de 0.7 et un taux de détente variant entre 3 et 12. L'effet de l'injection secondaire est bien marqué sur la déviation du jet principal provoquant des ondes de chocs ainsi que sur la taille de la zone de recirculation produite par l'obstacle fluide (le jet). Cette zone augmente d'une façon inversement proportionnelle au taux de détente.
- Le calcul tridimensionnel avec une seule injection secondaire a donné une représentation idéale de l'écoulement. L'intérêt de deux injecteurs est de modifier la profondeur de pénétration du jet. L'effet des injecteurs change les angles de chocs obliques générés, la position et la taille du disque de Mach (choc normal).

Différentes **perspectives** sont envisagées suite ce travail, notamment:

- L'étude numérique de la déviation de l'onde de choc par l'utilisation le modèle de Magnétohydrodynamique (MHD), c'est on placé un champ magnétique dans la partie divergente de la tuyère. Cette technique remplace celle de la vectorisation fluide;

## Résumé

En aérodynamique supersonique, les phénomènes d'interactions choc/choc et choc/couche limite imposent des problèmes physiques cruciaux dans les configurations d'écoulements pratiques. Ils sont rencontrés dans les entrées d'air supersoniques, les tuyères de moteurs fusés et les prises d'air supersonique. Dans ce travail, plusieurs calculs numériques ont été réalisés touchants directement au fond de ces phénomènes d'interactions dans les configurations citées ci-dessus. Ils sont basés sur la résolution des équations de Navier-Stokes stationnaires et quasi-stationnaires d'écoulements

supersoniques compressibles, turbulents et laminaires, en utilisant le code commercial Fluent. Ces calculs numériques ont été faits pour plusieurs configurations à des nombres de Mach et des taux de pression NPR et d'injection SPR différents. Ces derniers paramètres influent directement sur les phénomènes d'interaction de chocs. Les résultats montrent des configurations de chocs différentes suivant les paramètres cités ci-dessus. Une zone d'interaction sur une plaque plane globalement de taille importante en calcul laminaire que en calcul turbulent et un ensemble de chocs dans le divergent de la tuyère sans et avec une injection secondaire ont été mises en évidence. Ces résultats sont généralement conformes à ceux trouvés expérimentalement et numériquement.

**Mots clés:** Tuyère supersonique, interaction choc/ choc, choc/ couche limite turbulente ou laminaire, injection secondaire, vectorisation fluidique.

## Abstract

In supersonic aerodynamics, the interaction phenomena shock/shock and shock/boundary layer, impose physical crucial problems in practical flow configurations. They are encountered in the intakes supersonic air, nozzle Rocket engines and supersonic air inlets. In this work, several numerical calculations were made touching directly the bottom of those interaction phenomena in the above mentioned configurations. They are based on solving stationary Navier-Stokes equations and quasi-stationary compressible supersonic flows, laminar and turbulent, using the FLUENT commercial. These numerical calculations were conducted for multiple configurations at different Mach numbers and pressure and injection ratios (NPR and SPR respectively). These parameters are directly affecting shock interaction phenomena. The results show different shock configurations according to the parameters mentioned above. An interaction zone on a flat plate of overall large in laminar calculation than in turbulent one and a set of shocks in the divergent nozzle with and without secondary injection have been highlighted. These results are generally consistent with those found experimentally and numerically.

**Keywords:** supersonic nozzle, shock/shock interaction, shock wave/turbulent or laminar boundary layer, secondary injection, fluidic vectoring.

## ملخص

في الديناميكا الهوائية ذات السرعات الأكبر من الصوت، ظواهر التداخل، صدمة مع صدمة وصدمة مع طبقة نهائية فرضت مسائل فيزيائية حرجة في مكونات التدفقات العملية. التي عادة ما تكون في مداخل للهواء الأسرع من الصوت، فوهات محركات الصواريخ وكذلك مأخذ الهواء الأسرع من الصوت. في هذا العمل، أجريت عدة حسابات بواسطة الكمبيوتر حيث تم تعيين ظواهر هذه التداخلات في المكونات المذكورة سالفًا. هذه الحسابات استندت على حل معادلات نافير ستوكس سواء كانت متغيرة أو شبه متغيرة مع الزمن للتدفقات الأسرع من الصوت القابلة للانضغاط، المضطربة أو الصفائحية، وذلك باستخدام البرنامج Fluent. وأجريت هذه الحسابات العددية في تشكيلات متعددة وذلك بالنسبة للأعداد ماخ وكذا بالنسبة لنسب الضغط سواء كانت لنسب الاسترخاء NPR أو لنسب الحقن SPR. هذه المعايير تؤثر مباشرة على ظواهر تداخل الصدمات. وتظهر النتائج تكوينات صدمات مختلفة حسب المعايير المذكورة أعلاه. وقد تم تسليط الضوء عموماً على منطقة التداخل بين صدمة و طبقة نهائية، حيث أنها ذات حجم كبير بالنسبة للحساب الصفحي وأقل حجماً بالنسبة للحساب المضطرب. وكذلك تم التركيز على مجموعة الصدمات التي ظهرت على مستوى الفوهة المنفرجة مع وبدون الحقن الثانوي. النتائج التي تم الحصول عليها تتماشى مع تلك التي وجدت تجريبياً وعددياً.

**كلمات البحث:** فوهات الأسرع من الصوت، تداخل صدمة مع صدمة وصدمة مع الطبقة الحدودية المضطربة أو الصفائحية، تغيير اتجاه السائل بواسطة مانع، الحقن الثانوي.