



République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur  
et de la Recherche Scientifique

Université Mentouri Constantine

Faculté des Sciences de l'Ingénieur



N°ordre:...../Doct/2011.

N°série:...../GM/2011.

Département de Génie Mécanique

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de

Doctorat en Sciences : Génie Mécanique

Option Energétique

Intitulée:

*Analyse de l'influence du sillage engendré par l'aile sur les  
caractéristiques aérodynamiques de la configuration interférée:  
aile - fuselage - empennage*

Présentée par :

***BelGhar Nourredine***

Devant le jury composé par :

<i>Dr M.Kadja</i>	Professeur	U Constantine	Président
<i>Dr K. Talbi</i>	Professeur	U Constantine	Rapporteur
<i>Dr S. Benissad</i>	Maître CA	U Constantine	Examineur
<i>Dr K. Zidani</i>	Professeur	U Batna	Examineur
<i>Dr A. Benchabane</i>	Maître CA	U Biskra	Examineur
<i>Dr B. Necib</i>	Professeur	U Constantine	Invité

Soutenue le 27 octobre 2011

*Année 2011*

## Remerciements

Au terme de ces années passées au LEAP, faculté génie mécanique, université Constantine, je suis heureux d'exprimer ma reconnaissance et mes remerciements à tous ceux qui ont contribué au bon déroulement de mes travaux.

Je tiens tout d'abord à dire ma reconnaissance envers Monsieur le Professeur Talbi Kamel qui, malgré les prérogatives qui sont siennes, a accepté sans réserve, de diriger cette thèse. Il s'y est grandement impliqué par ses directives, ses remarques et suggestions, mais aussi par ses encouragements dans les moments clés de son élaboration. Je tiens à le remercier aussi pour cette liberté qu'il a permise, sans laquelle le chercheur ne saurait affirmer sa manière de penser et de procéder, sa manière d'être, bref toute sa personnalité. et mes remerciements les plus sincères à Monsieur Boulahia Allaoua , pour le temps qu'il a bien voulu m'accorder malgré les responsabilités que ses fonctions exigent. Et son soutien a, pour Beaucoup, contribué au bon déroulement de mes travaux (magister et doctorat).

Je souhaite également remercier Monsieur Belkhiri Malki doctorant à la faculté de la physique université Constantine, pour m'avoir aidé durant ces années. Dans les différentes étapes de ma thèse ils m'ont fait bénéficier de leurs expériences et connaissances scientifiques.

Je suis très reconnaissant envers les membres intérieurs et extérieurs, de mon jury de thèse d'accepter de juger mon travail Monsieur Kadja Mahfoud, Professeur à l'université Constantine qui me fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Monsieur Brahim Necib, Professeur de l'Université Constantine qui a accepté l'invitation de juger mes travaux. Monsieur Smail Benissad, Maître de conférences et chef de département génie mécanique de l'Université de Constantine, et Monsieur Zidani Kamel, professeur de l'Université Batna, Monsieur Benchaabane Adel, Maître de conférences de l'Université Biskra qui ont accepté de juger ce travail.

Les parties numériques de ce travail n'auraient pu être réalisées sans L'aide précieuse de Belkhiri Malki et mon encadreur Pr. Talbi. Je les remercie très sincèrement pour leur disponibilité et leurs conseils avisés.

Mes remerciements s'adressent aussi à l'ensemble des enseignants et personnel technique du Département, Génie Mécanique université Constantine et tout particulièrement au Professeurs Kadja Mahfoud et Nemouchi Zoubir pour leur aimable et efficace contribution.

Mes remerciements s'étendent également à mes amis et collègues de l'université Mohamed Kheider Biskra.

Je saisis aussi cette occasion pour prononcer un mot de gratitude à l'égard au Professeurs Mr :Slatnia Belgacem et Mr : Djekoune Abdelhamid pour ses qualités scientifiques, pédagogiques.....etc

Mes remerciements ne seraient pas complets sans mentionner ma mère qui m'a soutenu et encouragé tout le long de mes études et de mon doctorat. J'exprime mon infinie reconnaissance à mon épouse Linda pour sa patience et son éternelle confiance. Et pour finir, je passe une dédicace spéciale à mon père rahimahou Allah Amine.

Je terminerai en exprimant ma reconnaissance la plus sincère à mes frères, ma sœur, mes enfants, Assala , Siradj, Meriem, Rahma,Douha, mes proches, collègues et amis surtout :Fouzi Boukahil, Dr Hammou, Hadjabi Abdelkrim,Abdelouahab slimani, Laiche lekhemissi, Mme saadi.

Enfin, j'espère du fond du cœur que tout ce petit monde, mon monde à moi, trouve ici un mot de reconnaissance, et que chacun se reconnaisse en ce qui le concerne. J'espère aussi que l'effort déployé dans le présent travail réponde aux attentes des uns et des autres.

# Dédicace

*Cette thèse est dédiée à ma maman, qui m'a toujours poussé et motivé dans mes études. Sans elle, je n'aurais certainement pas fait d'études longues. Cette thèse représente donc l'aboutissement du soutien et des encouragements qu'elle m'a prodigués tout au long de ma scolarité. Qu'elle en soit remerciée par cette trop modeste dédicace.*

# Table des matières

Remerciement	
Dédicaces	
Table des matières	
Liste des figures	
Introduction.....	1
<b>Chapitre 1</b>	
<b>Synthèse Bibliographique</b>	
1. Introduction.....	5
1.1) Synthèse Des Travaux.....	5
<b>Chapitre 02</b>	
<b>Modèle Mathématique et Résolution Numérique</b>	
2. Introduction.....	18
2.1) Etudes théoriques.....	18
2.1.1) La théorie des petites perturbations.....	18
2.1.2) La théorie de la ligne portante de Prandtl.....	20
2.1.3) Aile a répartition elliptique de circulation.....	22
2.1.4) Aile à répartition arbitraire de circulation.....	24
2.1.5) La Théorie des profils minces.....	25
2. 2) Méthodes numériques.....	26
2. 2.1) Complexité des problèmes d'aérodynamique.....	27
2.2.2) Diversité des méthodes numériques.....	27
2.2.2.1) Méthodes de singularités.....	28
2.2.2.2) Méthodes de différences finies.....	28
2.2.2.3) Méthodes de volumes finis.....	29
2.2.2.4) Méthodes d'éléments finis.....	29
2.2.2.5) Méthodes spectrales.....	30
2.2.2.6) discrétisation.....	30
2.2.2.7) discrétisation par la méthode de type .....	31
2.3) Méthodes de singularités.....	31
2.3.1) Introduction.....	31

2.3.2) Mise en équations.....	34
2.3.3) Résolution intégrale du problème.....	36
2.3.3.1) Discrétisation des équations intégrales.....	37
2.4) Traitement du code .....	39
2.4.1) Algorithme. ....	39
2.4.2) Calcul des influences dues aux facettes.....	39
2.4.3) Champ généré par un polygone plan avec une distribution de sources constantes.....	40
2.4.4) champ généré par un polygone plan avec une distribution de doublets normaux Constante..	42
2.4.5) Ecriture du système.....	43
2.4.6) Résolution.....	45
2.4.7) Calcul des vitesses.....	46
2.4.7.1) Vitesse due aux sources.....	46
2.4.7.2) Vitesse due aux doublets.....	46
2.5) Ecoulement compressible et subsonique.....	47
2.5.1) Introduction .....	47
2.5.2) La Règle de Prandtl – Glauert.....	49
2.5.3) La Règle de Gothert.....	50
2.5.4) La Règle de Karman-Tsien.....	50
2.5.5) La Règle de Laiton.....	50
2.6) Effet de compressibilité.....	51
2.6.1) Détermination de l'intensité de circulation sur l'aile et l'empennage.....	53
2.6.2) Détermination de l'angle induit.....	53
2.7) Calcul des coefficients aérodynamiques.....	53
2.7.1) Le Coefficient De Pression.....	54
2.7.2) Coefficient De Portance.....	54
2.7.3) Coefficient De Portance Moyen.....	54
2.7.4) Coefficient De Moment.....	54
<b>Chapitre 03</b>	
<b>Formulation Numérique</b>	
3.1) Introduction.....	55
3.2) Description de la géométrie et hypothèses.....	56
3.3) Méthode Numérique.....	56
3.4) Description du programme.....	57
3.5) Phase limite de la méthode intégrale.....	61

3.5.1) Simulation numérique de la deuxième étape.....	61
3.6) Conclusion.....	61
<b>Chapitre 04</b>	
<b>Résultats et interprétations</b>	
4.1) Validation Du Code.....	70
4.2) Résultats par fluent.....	89
<b>Conclusion</b>	
Conclusion.....	106
bibliographie.....	109
Annexe.....	i

Figure	Intitulé	Page
1.1	Iso Mach sur une RAE2822 à un nombre de Mach de 0.6 et une incidence	7
1.2	Iso Mach sur une RAE2822 à un nombre de Mach de 0.73 et une incidence de 2.5°	8
1.3	Iso Mach sur une aile ONERA M6 à un nombre de Mach de 0.84 et une incidence de 3°	8
1.4	Configuration. As28g avec mach=0.8, incidence 2.2°.	9
2.1	Système tourbillonnaire a une aile d'envergure finie	23
2.2	La distribution elliptique de circulation (modèle de la ligne portante de Prandtl)	23
2.3	Bord de fuite et sillage de l'aile	33
2.4	Maillage (bande complète)	37
2.5	Schéma de discrétisation : fonction F (k, j)	38
2.6	Aile et son sillage ramené à 200% de corde locale, vue de dessus	39
2.7	Sources réparties sur un quadrilatère plan	41
2.8	Doublets à axe normal répartis sur un quadrilatère plan	43
2.9	Détermination des composantes tangentielles de $\nabla\Phi$	47
3.1	Géométrie d'une aile avec des panneaux	56
3.2	Choix des singularités sur une aile	56
3.3	Détaille de la méthode des panneaux sur un avion avec utilisation plus de 2546 sur chaque géométrie.	56
3.4	Vérification du maillage de la géométrie de la configuration aile empennage avec gambit	61
3.5	Vérification du maillage de la configuration	62
3.6	Maillage aile, empennage, l'espace entourant	62
3.7	Maillage autour la combinaison aile empennage et l'espace entourant 3D (Position d'aile est en bas de l'empennage)	63
3.8	maillage autour la combinaison aile empennage l'espace entourant 3D (Aile en même plan que l'empennage)	63
3.9	Zoom d'un maillage autour l'aile 3D	64
3.10	Maillage autour de la combinaison aile empennage 2D (Aile en haut par rapport)	64
3.11	Maillage autour de la combinaison aile empennage 2D (Aile en haut par rapport)	65
3.12	Géométrie d'un avion réel simulé par fluent	65
3.13	Géométrie d'un avion réel simulé par fluent exporté par le logiciel CATIA	66
3.14	Géométrie d'un avion réel simuler par fluent exporté par le logiciel CATIA	66
3.15	Maillage d'un avion effectué par le mailleur GAMBIT	67



3.16	Maillage d'un avion et l'espace entourant	67
4.1	Discrétisation du profil symétrique : NACA 0012 et un profil cambré NACA 4415	70
4.2	L'influence du nombre de panneaux sur la géométrie du NACA 4415	71
4.3	Zoom l'influence du nombre de panneaux sur la géométrie du NACA 4415	71
4.4	Distribution du coefficient de pression $C_p$ le long de la corde NACA4415	72
4.5	Distribution du $C_p$ pour différents angles d'incidence : NACA 0012	72
4.6	Tracé et maillage du profil NACA0012	73
4.7	Tracé et maillage du profil NACA4415	73
4.8	Distribution de $C_p$ pour différent angle d'incidence NACA 0012	74
4.9	Distribution des pressions pour différent angle d'incidence NACA 0012	74
4.10	Distribution de Vitesse tangentielle pour différent angle d'incidence NACA0012	75
4.11	Distribution des vitesses pour différents angles d'incidence NACA0012	75
4.12	Distribution de Lignes de courant pour différent angle d'incidence NACA0012	76
4.13	Distribution de $C_p$ pour différent angle d'incidence NACA4415	76
4.14	Distribution des pressions pour différent angle d'incidence NACA4415	77
4.15	Distribution de Vitesse tangentielle pour différent angle d'incidence NACA4415	77
4.16	Distribution des Vitesses pour différent angle d'incidence NACA4415	78
4.17	Distribution des Lignes de courant pour différentes angles d'incidence NACA4415	78
4.18	Représentation du $C_l$ en fonction de l'incidence	79
4.19	Représentation de l'évolution de la portance en fonction de l'angle d'incidence pour le profil NACA 0012	80
4.20	Représentation de la variation du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence pour le profil NACA 4415	80
4.21.a	Influence du nombre de panneaux sur le coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence Pour le NACA 0012	81
4.21.b	Influence du nombre de panneaux sur le résultat obtenu de la variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence	82
4.22	Représentation du $C_m$ en fonction de l'incidence	83
4.23	Distribution tridimensionnelle du $C_l$ , effilement $e=1$ et flèche = $0^\circ$	85
4.24	Distribution tridimensionnelle du $C_D$ , effilement $e=1$ et flèche = $0^\circ$	85
4.25	Distribution tridimensionnelle du $C_m$ , effilement $e=1$ et flèche = $0^\circ$	86
4.26	Distribution tridimensionnelle du $C_l$ , effilement $e=1$ et flèche = $25^\circ$	86
4.27	Distribution tridimensionnelle du $C_D$ , effilement $e=1$ et flèche = $25^\circ$	87
4.28	Distribution tridimensionnelle du $C_m$ , effilement $e=1$ et flèche = $25^\circ$	87

4.29	Représentation de la géométrie à étudié (aile et empennage)	88
4.30	Représentation différentes stations pour la combinaison aile- empennage (Angle d'attaque =0°)	89
4.31	Le coefficient de pression à la région d'emplanture fuselage et aile- empennage y=0	89
4.32	Le coefficient de pression à la station aile- empennage y=1.5	90
4.33	Le coefficient de pression à la station aile- empennage y=3.5	90
4.34	Le coefficient de pression à la station aile- empennage y=6.00	91
4.35	Le coefficient de pression à la station aile- empennage y=9.00	91
4.36	Illustration du coefficient de pression pour différentes stations : aile- empennage (aile même niveau que l'empennage avec angle d'attaque=0)	92
4.37	Illustration du champ de pression pour différentes stations : aile- empennage (Aile même niveau que l'empennage avec angle d'attaque=0)	92
4.38	Illustration du champ de la vitesse pour différentes stations : aile- empennage (Aile même niveau que l'empennage avec angle d'attaque=0)	93
4.39	Illustration de la pression au niveau : aile- empennage (Avec un angle d'attaque=5°)	93
4.40	illustration du champ de vitesse au niveau : aile- empennage (Avec un angle 'attaque=5°)	94
4.41	Contours de coefficient de pression autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$ respectivement)	94
4.42	contours de la vitesse autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$ respectivement)	95
4.43	Coefficient de pression autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$ respectivement)	96
4.44	Comparaison de la vitesse autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$ respectivement avec une aile en bas que l'empennage)	97
4.45	Distribution des contours de coefficient de pression tridimensionnelle sur aile-empennage et le plan de symétrie (angle d'attaque=3° et l'empennage en haut par rapport à l'aile)	98
4.46	Distribution des contours de la vitesse sur aile-empennage pour une station y = 0. Avec angle d'attaque=3°	98
4.47	Illustration des vecteurs vitesses sur aile-empennage pour une station y=3.5 avec angles d'attaque=0° et 6°. (Avec un zoom)	99
4.48	Distribution des contours du coefficient de pression sur aile-empennage pour une station y =0. Avec angles d'attaque=3° et 6°	99
4.49	Distribution des vitesses sur aile-empennage pour une station y= 0 avec angle d'attaque=3°	100
4.50	Représentation des contours du coefficient de pression autour la combinaison aile	100

	empennage winglet 3D (Avec un angle d'attaque =5°)	
4.51	Représentation des contours des vitesses autour la combinaison aile empennage winglet 3D (Avec un angle d'attaque =5°)	101
4.52	Zoom de la figure 4.51 (Avec un angle d'attaque =5°)	101
4.53	Représentation de coefficient de pression autour un avion	102
4.54	Représentation Des lignes iso mach autour un avion	102
4.55	Représentation de la vitesse autour un avion	103
4.56	Représentation Des pressions autour un avion	103
4.57	Représentation Des lignes isothermes autour un avion	104
4.58	Représentation coefficient de pressions autour différentes stations d'un avion(Mach=0.1)	104
4.58	Représentation coefficient de pressions autour différentes stations d'un avion (Mach =0.1, alpha =3°)	105
4.59	Représentation des iso mach autour différentes stations d'un avion (Mach =0.1, alpha =3°)	105
4.60	Représentation coefficient de pressions autour différentes stations d'un avion (Mach =0.1, alpha =5°)	106

# Notations

$A_{ij}$  : la composante normale de la vitesse induite au  $i$  éme point de contrôle par une source d'intensité unité située sur le  $j$  éme élément.

$A_n$  : les coefficients de Fourier.

$a$  : la pente du coefficient de portance.

$B_n$  : les coefficients de Fourier.

$C$  : corde de profil.

$F_z$  : force de sustentation verticale

$C_p$  : coefficient de pression.

$C_x$  : coefficient de traînée.

$C_m$  : coefficient de moment.

$f$  : une fonctionne quelconque.

$g$  : une fonctionne quelconque.

$h$  : la moitié de la corde locale du segment.

$i, j$  : indices représentant les quantités associées avec  $i$  éme et  $j$  éme segment respectivement.

$K$  : indice dans la direction de l'axe  $oZ$

$M$  : le nombre de mach.

$N$  : nombre total des éléments surfaciques ou la viscosité cinématique.

$\vec{n}$  : Vecteur unitaire normal a la surface ou le vecteur normal sur chaque segment.

$p$  : point arbitraire situe sur la surface du profil.

$q$  : point ou on localise la source, et spécialement le point que est situé sur la surface du profil.

$R$  : coordonnées radiales (dans le système de coordonnées cylindrique)

$r$  : distance entre deux points dans le cas tridimensionnel, en particulier la distance entre deux points ou la source est placée et un point ou la vitesse et le potentiel sans évalués.

$S$  : la surface frontière du corps (le contour enveloppe).

$s$  : longueur d'un arc.

$U$  : la vitesse de l'écoulement non perturbé.

$t$  : temps

$T_1$  : vitesse tangentielle dans le cas des corps bidimensionnel ou dans le cas d'un écoulement axisymétrique autour d'un corps axisymétrique.

$T_2$  : la composante tangentielle de la vitesse dans le cas d'un écoulement transversal autour d'un corps axisymétrique ( $T_2$  tangent au profil est donné dans le plan XY).

$T_3$  : composante circonférentielle de la vitesse parallèle à l'axe Y dans le plan (XY)..

$u, v, w$  : les composantes de la vitesse induite.

$v_{ij}$  : Vitesse induite au  $i$  éme point de contrôle par une source d'intensité unité placé sur le  $j$  éme élément.

$X, Y, Z$  : coordonnées cartésiennes.

$\alpha$  : angle d'attaque.

$\Gamma$  : circulation du filament tourbillonnaire.

$\gamma$  : intensité de tourbillon

$\lambda_k$  : densité des doublets normaux.

$\eta$  : équation du profil.

$\alpha_i$  : angle induite

$\sigma$  : intensité de source.

$\Phi$  : potentiel de vitesse.

$\Phi_{ij}$  : potentiel induit au  $i$  éme point de contrôle par une source unitaire placée sur le  $j$  éme élément.

$\Psi$  : fonction de courant.

$\phi_j^k$  : fonctions de forme

$\infty$  : Indique les quantités associées à l'écoulement à l'infini amont.

$\Delta$  : Laplacien ou longueur d'un élément.

$\nabla$  : Gradient

# Introduction

L'origine de la conception des premiers modèles d'aéronefs fut initiée en 1808 par LORD CAYLEY, qui a introduit pour la première fois l'idée de l'aile fixe et des profils à cambrure afin de générer une portance capable de maintenir l'appareil en l'air. Cependant la mise en œuvre de ces idées doit attendre encore un siècle environ, avant l'apparition des premiers engins volants.

Les premiers travaux ont eu lieu avant 1884 par l'anglais HASTRIO PHILIPS, qui a progressé la forme des profils, en utilisant des séries de profils à double surface et des profils cambrés.

Il a fallu ensuite attendre, que les frères WRIGHT, après leur première expérience sur les planeurs, se rendent compte en 1901 que beaucoup des données sur les profils ont été inadéquates avec l'expérience. C'est pour cela qu'ils ont construit leur propre soufflerie où ils ont essayé une centaine de profils pour finalement opter pour leur premier essai en vol pour un profil ayant une cambrure de  $1/20$  de la corde.

En 1920, l'aérodynamicien allemand, PRANDTL élabore la théorie exacte de la sustentation de l'aile et l'application du comportement de l'écoulement d'air. C'est également lui qui introduit la notion de la couche limite qui a été fortement développée plus tard.

L'aérodynamique est l'une des branches de la mécanique des fluides. Elle est spécialement réservée aux études de l'écoulement de l'air et plus pratiquement autour d'obstacles. C'est surtout autour de profils d'aile que ses applications deviennent de plus en plus étendues (turbomachines,.....etc.).

Le développement de l'aérodynamique a suivi celui d'autres sciences telles que l'informatique avec l'apparition d'ordinateurs de plus en plus puissants, malgré leur coût, les techniques expérimentales (essais en souffleries) et bien sûr, les mathématiques avec leurs grands progrès et contribution en techniques numériques pour la résolution en mécanique des fluides des équations de NAVIER STOKES généralisées.

## Introduction

---

En effet, le pas décisif n'a été franchi que lorsque les fonctions motrices et de sustentation ont été séparées, l'intérêt pour l'aérodynamique est alors venu naturellement aussi bien pour les voilures tournantes, des organigrammes, des codes et des logiciels spécialisés ont ensuite été créés (NASA,NACA,ONERA,.....etc) pour stimuler les travaux de recherche en aérodynamiques surtout que la plage des vitesses couvertes par les aéronefs a considérablement augmenté pour atteindre des régimes supersonique, voir hypersonique.

Malgré les récents progrès dans le calcul des écoulements (EULER, NAVIER STOCKES) à l'aide du super ordinateurs, les méthodes utilisant la distribution des singularités restent d'un usage très courant dans les bureaux d'études et les centres de recherches aéronautique et spatial. La plupart des nouveaux codes, comme "Eco pan"de l'ONERA"quadpan de Lockheed et "pan 'air" de boeing sont basés sur ces méthodes dont la formulation physique est la suivante :

Dans la mécanique des fluides, un écoulement autour d'un corps de géométrie quelconque peut être générer par une distribution de singularités qui peuvent être localisées dans des positions assez spécifiques de telle sorte que la surface du corps devient une ligne de courant de l'écoulement. Ce dernier peut être finalisé en remplaçant la surface par une distribution continue d'une combinaison de sources-puits sous forme de maillage dense. Si le corps génère une force de sustentation, l'introduction de vortex est la plus souhaitée ( Vortex sheet ) afin de prévoir le phénomène de circulation dont l'intensité est fixée par la condition de Kutta- car la détermination des caractéristiques aérodynamique d'une surface ainsi que les effets du sillage sur les extrémités des ailes nécessitent en générale l'utilisation des méthodes numériques pour simuler et comparer les résultats de différentes conception et configuration d'aile.

La solution exacte ou approchée de l'équation intégrale dans la théorie des écoulements à potentiel continue pose plusieurs difficultés pour le calcul des champs d'écoulement autour de corps à profil quelconque. Cependant, une nouvelle approche pour solutionner l'équation à potentiel peut être accomplie par une méthode appelée méthode des panneaux (panel method ou méthode intégrale- méthode des singularités) qui transforme l'intensité de la singularité sur un élément spécifique en une fonction de courant ou potentiel, au lieu d'une distribution continue de singularités sur la surface du corps. La sommation des fonctions panneaux sur toute la surface permet ainsi de trouver un système d'équation algébrique facile à résoudre.



## Introduction

---

Afin de satisfaire les conditions aux limites, chaque panneau lui sera attribué un point de contrôle appelé le point P. En ces points, on leur attribue des intensités de vortex ( $\Gamma_i$ ) pour calculer les vitesses en chaque point. A partir de ces vitesses, on tire les pressions à la surface nécessaires.

En conséquence, le potentiel de l'écoulement a été discrétisé en un ensemble de singularités surfaciques, réparties sur des panneaux, lesquelles sont des solutions élémentaires de l'équation de Laplace.

Le but de notre travail est d'étudier et de comparer le champ d'écoulement autour de différentes configurations d'aile fuselage et empennage, au moyen de cette méthode numérique. Ceci, nous a poussés à élaborer un code de calcul permettant de simuler les phénomènes en questions. Puis, le travail a été élargi dont le but d'étudier des configurations complexes par un logiciel très puissant dans ce domaine qui est le logiciel Fluent, afin de bien prévoir ce qui se passe réellement.

L'écoulement en régime subsonique non visqueux incompressible à faible angle d'attaque qui se meut autour de la structure peut être imaginé comme un nombre défini de lignes de courants. L'ensemble de ces nombres lignes attaché aux structures géométriques considérées nous donnent une surface sur laquelle on va faire une distribution des singularités (sources, puits et vortex). Ce concept, nous permet de simuler l'influence des paramètres géométriques de la configuration en questions sur l'écoulement.

L'art de ce travail est composé de quatre chapitres et rédigé selon le plan suivant :

### **Plan de travail :**

Le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique. Où, nous portons les idées essentielles sur ce domaine à mener et de faire un point sur les études consacrées par des nombreux auteurs aux phénomènes des écoulements en faisant appel à des études numériques, théoriques, et expérimentales dont la connaissance est indisponible pour une meilleure compréhension des phénomènes aérodynamiques.

Le second chapitre couvre d'une manière détaillée la théorie mathématique et physique du cas traité. En plus, nous dévoilons les équations de base de la théorie des singularités à savoir, la définition des singularités tridimensionnelles et la notion de tourbillon en fer de cheval. Egalement, les règles de similarité qui permettent de déterminer les caractéristiques aérodynamiques des corps en écoulement compressible.

## **Introduction**

---

Le troisième chapitre donne une description globale des formulations numériques élaborées et montre les étapes essentielles de calcul ainsi que sa structure générale.

Dans le quatrième chapitre on présente les résultats numériques obtenus. Ces résultats seront discutés et comparés avec d'autres travaux dans les mêmes domaines d'études.

Enfin, nous achevons notre travail par une conclusion générale et par des références bibliographiques.

# Chapitre 1

## Synthèse Bibliographique

### 1) Introduction

Ce chapitre a pour objet de faire un point sur les études consacrées par de nombreux auteurs aux phénomènes des écoulements à différents régimes autour des profils d'aile d'avion. Il s'agit donc, de faire une synthèse des travaux effectués dans ce domaine soient numérique et/ou expérimental. Les approches des méthodes mathématiques et calculs sont nombreux et variés dans cet usage pour ces raisons une multitude des méthodes numériques ont été investi par les scientifiques. Ceci, a permet donc de pousser les pays puissants à développer cet axe strictement stratégiques et accentuer d'avantage la recherche financièrement.

#### 1.1) Synthèse Des Travaux

Murman et Cole [17] ont contribué largement au développement du calcul des écoulements transsoniques en proposant une combinaison de deux méthodes de différences finies selon le domaine de dépendance, écoulement subsonique et écoulement supersonique, pour résoudre l'équation des petites perturbations transsoniques.

De nombreux chercheurs ont présenté des solutions pour résoudre l'équation des petites perturbations transsonique ainsi que l'équation du potentiel complet. On peut citer par exemple, Steger et Lomax, Garabedian et Korn [18] qui ont proposé des solutions pour un écoulement transsonique sur une aile. L'hypothèse des profils minces n'était plus nécessaire comme elle l'était dans la publication originale de Murman et Cole [20]. Par la suite, en 1973, Murman a produit une formulation qui résolvait avec succès l'équation de TSD en se basant sur sa proposition initiale d'utiliser deux méthodes de différentiation.

Whitcomb(1972), étudiant les profils supercritiques a affirmé que le fait de négliger la viscosité ne donnerait pas une bonne solution pour l'analyse de profils supercritiques.

Garabedian, Korn et Bauer [19] ont répondu rapidement en incorporant une méthode d'intégration pour résoudre la couche limite turbulente dans leur code de résolution de l'équation

du potentiel complet. Trois ans plus tard, Whitcomb déclarait dans une conférence que la simulation numérique avec la méthode du potentiel couplée à une couche limite donnait des résultats si près des mesures pour les profils supercritiques, que les tests bidimensionnels en soufflerie de ces profils devaient être limités. Par contre, les analyses numériques pour les ailes finies ne donnaient pas encore de résultats aussi près des expérimentations.

Jameson(1975) [22] a résolu l'équation du potentiel complet sous sa forme conservative. Ceci a donné une représentation améliorée des ondes de choc par rapport à celles obtenues avec la forme non conservative. Pour les différents domaines de dépendance, Jameson a appliqué le concept de viscosité artificielle.

Une nouvelle tendance pour résoudre le potentiel complet est apparue en (1978) et a été établie par Hafez et al [17]. La forme conservative de l'équation du potentiel complet a été résolue en employant une compressibilité artificielle. Une fois appliquée à l'équation du potentiel, la viscosité nécessaire dans la région supersonique est introduite par la densité.

La densité est modifiée dans les régions où l'écoulement est supersonique de façon à ce que l'augmentation nécessaire soit fournie. Contrairement à la méthode originale proposée par Murman et Cole, cette méthode emploie la différence finie centrée dans tout [6] l'écoulement. Cette méthode simplifie énormément la façon de programmer un code en différences finies ou en volumes finis.

Steinhoff et Jameson(1981) [23] ont démontré que la forme conservative pour un calcul bidimensionnel en régime permanent pouvait donner des résultats multiples. Cependant, cette caractéristique n'a pas pu être démontrée pour un calcul utilisant la forme non conservative, pour un calcul en régime transitoire ou pour un calcul tridimensionnel d'un problème de CFD traditionnel (calcul d'aile d'avion).

La contribution la plus récente dans la recherche de l'écoulement potentiel a été faite par Holst. Il a développé une méthode de solution qui est applicable aux ailes finies ou à un jumelage aile/fuselage dans un écoulement tridimensionnel. Une grille intérieure est employée pour décrire la surface de l'aile alors que le maillage externe est décrit comme une région lointaine. Le chevauchement des maillages peut prendre avantage de l'approche de Chimera.

La recherche sur l'écoulement potentiel a progressé tout au long des années (1970) et dans le début des années 1980. En fait, il y a eu tellement d'innovations pendant cette période qu'il y a

eu très peu de découvertes depuis ce temps. Plusieurs codes développés durant cette période sont encore employés aujourd'hui.

Dans les écoulements non visqueux, Arnaud Barthet considère un profil d'aile bidimensionnelle dans un écoulement subsonique, la composante de traînée est nulle. Ce cas va introduire le calcul de la correction adjointe sur un nombre réduit de coefficients aérodynamique et un écoulement assez simple.

Ce premier cas est le profil RAE2822 à un nombre de Mach de 0.6 et une incidence de  $2.5^\circ$ .

Ainsi que le deuxième cas est le profil RAE2822 à un nombre de Mach 0.73 à une incidence  $2.5^\circ$  (régime transsonique). L'auteur rajoute alors un seul coefficient aérodynamique la traînée de choc.

Le comportement de la correction adjointe par rapport à ce nouveau coefficient est éprouvé. Le coefficient de traînée induite peut être introduite à une aile tridimensionnelle dans un écoulement transsonique (aile ONERA M6,  $M=0.6$  et une incidence de  $3.0^\circ$ ). Enfin l'étude se termine sur les fluides non visqueux par une configuration plus complexe. AS28G est très proche d'une forme industrielle avec un fuselage, aile, un moteur et une nacelle perméable. Les conditions de vol sont : mach=0.8, incidence  $2.2^\circ$  voir (figure 1.1).

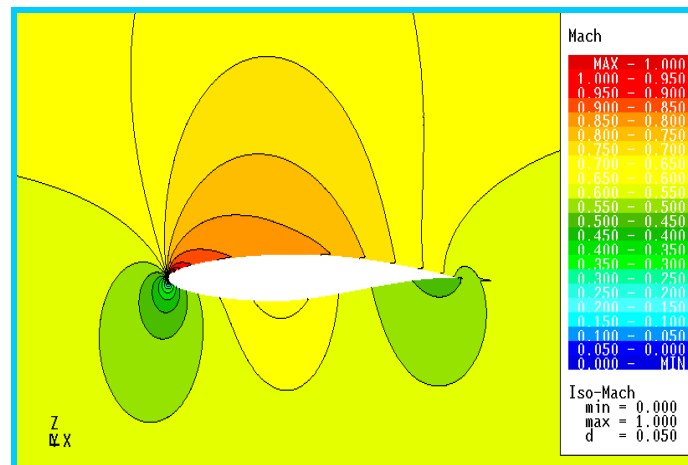


Figure 1.1 : iso mach sur une RAE2822 à un nombre de Mach de 0.6 et une incidence de  $2.5^\circ$

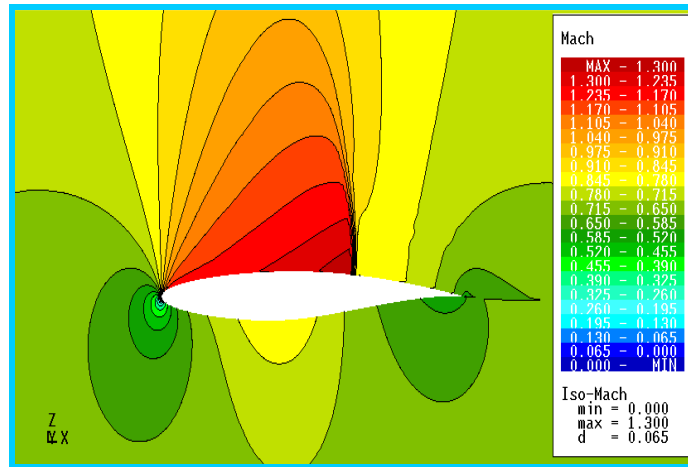


Figure 1.2 : iso mach sur une RAE2822 à un nombre de Mach de 0.73 et une incidence de 2.5°

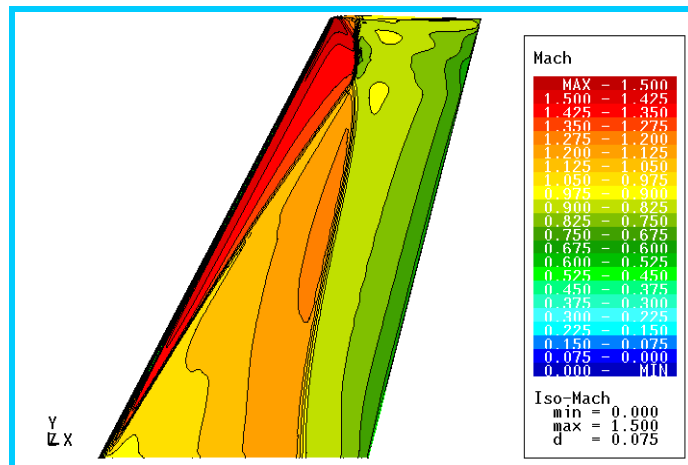


Figure 1.3 : iso mach sur une aile ONERA M6 à un nombre de Mach de 0.84 et une incidence de 3°

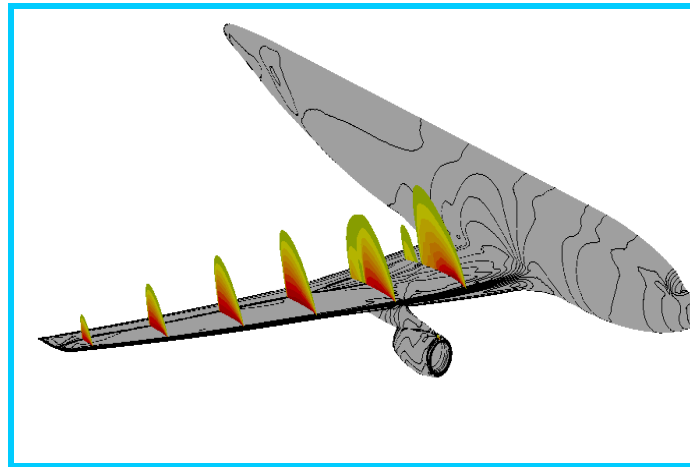


Figure 1.4 : configuration. As28g avec mach=0.8, incidence 2.2°

Xavier Jullien et Noémie Souhaite (2007) [26] au terme de leurs études, ils sont donc en mesure de mieux appréhender le fonctionnement, d'une part d'une soufflerie, et d'autre part des méthodes numériques pour déterminer les caractéristiques d'un profil. Ils ont pu suivre une démarche telle qu'utilisée par les entreprises du secteur aéronautique pour concevoir de nouveaux avions. Même avec l'arrivée de supercalculateurs et de méthodes de calcul toujours plus élaborées, les essais en soufflerie sont toujours utilisés pour caractériser l'écoulement autour de nouveaux profils, voire de nouveaux appareils, et ainsi recalibrer les modèles numériques.

Leur projet de recherche a donc permis de mieux réaliser les difficultés des deux méthodes expérimentale et numérique. Même si leurs résultats ne sont pas toujours à la hauteur, quelques résultats étant manifestement erronés, ils ont tout de même pu comparer et essayer d'appréhender l'origine des différences de résultats obtenus. Outre un problème survenu lors de leurs pesées, ils ont eu du mal à obtenir des calculs numériques très fiables, vu le nombre important de modèles à définir pour caractériser l'écoulement, avant de lancer un calcul souvent long. Ils ont réussi à faire converger les calculs pour une incidence trop élevée (14°, 30m/s). Malgré ces quelques difficultés, cette recherche a été accoutumée avec des méthodes de travail utiles dans le monde de l'aérodynamique industriel.

### Comparaison des résultats aérodynamiques

Tableau 1.1 : comparaison des résultats Cz

incidence (°)	Cz(théorique)	Cz(pression)	Cz(pesée)	Cz(Fluent)
0	0	-0.01	0	0
5	0,548	0,52	0,46	0,573
10	1,096	0,717	0,734	0,887

Tableau 1.2 : comparaison des résultats Cx

incidence (°)	Cx(pression)	Cx(pesée)	Cx(Fluent)
0	0.014	0.012	0.035
5	0.033	0.016	0.05
10	0.104	0.05	0.163

Tableau 1.3 : comparaison des résultats Cm

incidence (°)	Cm(théorique)	Cm(pression)	Cm(pesée)	Cm(Fluent)
0	0	0.08	0	0
5	-0.137	-0.132	-0.118	-0.159
10	-0.274	-0.172	-0.139	-0.255

Les résultats sont plus proches pour une incidence de 5° que pour 10° car le logiciel Fluent suit plutôt les résultats théoriques qu'expérimentaux, puisqu'il considère que le décrochage n'a pas encore eu lieu.

Arnaud Barthet, Alain Dervieux, Pierre Sagaut et Marianna Braza [24] ont améliorés de la prévision des coefficients aérodynamique autour de configurations portantes par la méthodes de la corrections adjointes utilisées pour des fluides parfaits et visqueux. Le fait d'étudier les écoulements non visqueux et permettre d'apprécier la correction adjointe sur des cas ne comportant pas des phénomènes liés à la viscosité telle la couche limite, la génération de la



traînée de frottement ou de pression visqueux. De plus les maillages demandent moins de points comparativement à ceux pour les fluides visqueux, cela donnera des temps de calcul plus court et une manipulation plus simple des maillages pour le développement de l'outil de calcul de la correction adjointe. Par la suite, les fluides visqueux vont être considérés. Toutes les conceptions de formes aérodynamiques se font avec des calculs en fluides visqueux. L'outil de calcul de la correction doit pouvoir être capable de traiter ces cas pour être applicable dans un contexte industriel. De plus, les contraintes sur les maillages sont différentes de celles pour des calculs en fluides visqueux à cause de la présence de la couche limite qu'il faut bien définir ainsi que du sillage. Il va être intéressant de voir le comportement de la correction adjointe sur ce nouveau genre de maillage. Les coefficients de traînée seront donnés en point de traînée correspond à  $10^4$  du coefficient de traînée.

Une approche stratégique basée sur la connaissance du comportement des tourbillons de sillage, notamment des mécanismes de dégénérescence. Cette approche a pour objectif d'atteindre la source même du problème, en agissant sur la voilure pour générer une naissance tourbillonnaire non aigu. Pour cela, les moyens envisagés seraient l'injection massive de turbulence à petite échelles par différents dispositifs (aileron, déflecteur aérodynamique..) qui réduisaient l'intensité des tourbillons de façon importante. Cependant de tels systèmes ont l'inconvénient d'augmenter la traînée totale qui est une contrainte plus importante pour les aviateurs. Une autre solution est l'utilisation de système de déclenchement d'instabilités des tourbillons qui accélèrent leur décroissance (instabilités de Crow [2], de moyenne longueur d'onde [1,2] perturbation optimale. Mais pour cela, il est nécessaire de connaître les caractéristiques stationnaires et instationnaires du sillage, les instabilités essentielles au système de tourbillons et leurs caractéristiques (en régimes linéaire, non linéaire et turbulent), ainsi que les moyens actifs ou passifs permettant de fournir de l'énergie à moindre coût aux modes instables qu'il cherche à provoquer.

Nybelen L., Brancher P et Giovanni(2008) [5], ont étudié un sillage d'avion composé de plusieurs tourbillons énergétiques dont la durée de vie peut atteindre plusieurs minutes. Ils ont conclu qu'ils peuvent représenter un danger pour un avion suiveur en induisant un fort moment de roulis. Le travail présenté contribue à la connaissance du comportement de ces tourbillons à l'aide de simulation numérique directe et aux grandes échelles. Différents aspects de la dynamique des tourbillons ont été étudiés. Le premier concerne la propagation et la collision de fronts d'onde le long de tourbillon. Ils peuvent être générées lors de la reconnection des

tourbillons contra-rotatifs dans le champ lointain du sillage. Les caractéristiques de la propagation et de ses conséquences ont été mises en évidence, ainsi qu'un critère objectif d'apparition du phénomène d'explosion tourbillonnaire (vortex bursting). Ils ont aussi étudié par le biais de simulations temporelles, une étude paramétrique qui a mené pour caractériser et quantifier l'interaction entre un tourbillon et un jet de moteur. Ils ont étudié aussi la fusion des tourbillons co-rotatifs émis en bout d'aile et de volet. L'approche temporelle a permis d'étudier ce processus dans des conditions stables et instables sans vitesse axiale pour deux modèles de tourbillons réalistes. Des conditions aux limites adaptées ont par la suite été implantées dans le but d'effectuer des simulations spatiales. Ce type de simulation a permis en outre de prendre en compte la torsion du système tourbillonnaire et l'influence de la vitesse axiale

Zoran Dimitrijevič, Gay Daniel Mortchéléwicz, et Fabrice Poirion(2000) [6] ont travaillé sur les déterminations des bifurcations de Hopf d'un profil bidimensionnel soumis à un écoulement transsonique en présence d'un jeu. Un modèle d'état décrivant les forces aérodynamiques acquises dans le domaine fréquentiel par un code Euler linéaires modélisant l'écoulement d'un fluide parfait est utilisé pour analyser le comportement dynamique d'un profil d'aile bidimensionnel comportant une non-linéarité concernant le type de jeu. Cette formulation des équations aéroélastiques par variable d'état permet de déterminer numériquement l'existence de point de bifurcation de Hopf et de cycles limites d'oscillations. Des comparaisons entre les solutions des équations d'Euler couplées aux équations du mouvement de la structure et les solutions du modèle d'état sont réalisées.

Green S.I (1995) [25], la différence de pression entre l'intrados et l'extrados autour de l'aile est responsable de la mise en rotation de l'air à ses extrémités, formant ainsi des tourbillons longitudinaux intenses et concentrés. Les différentes discontinuités de surfaces portantes (volets, becs nacelles, empennage..) constituent également des éléments générateurs de tourbillons. Ces différents tourbillons interagissent entre eux ainsi qu'avec les écoulements marginaux derrière l'avion qui peut persister plusieurs minutes dans l'atmosphère.

A.Kourta et Al [7], ont fait l'étude d'un écoulement transsonique. L'interaction onde choc /couche limite turbulente et les décollements qui en découlent sur l'extrados d'une aile induisent des instabilités appelés tremblement provoquent des vibrations de la structure. Ce phénomène peut considérablement influencer les performances aérodynamiques. Ces excitations entretenues peuvent produire suffisamment d'énergie pour exciter l'aile.

Cette étude porte essentiellement sur la simulation du tremblement aérodynamique (buffet). L'objectif est de prédire correctement ce phénomène en utilisant les équations de Navier-Stokes instationnaires moyennées avec un modèle de turbulence à concept de viscosité de turbulence ( $k-\epsilon$ ) adapté à cette situation. Ce modèle utilise un coefficient de viscosité en fonction des taux de déformation et de rotation. Pour valider ce modèle, on calcule tout d'abord l'écoulement sur une plaque plane à nombre de Mach de 0,6. La comparaison avec les résultats analytique montre un bon accord. Le profil ONERA OAT15A est choisi pour décrire le tremblement. Les résultats trouvés montrent la capacité du modèle à prédire ce phénomène instationnaire.

Xavier Toussain [8] Dans son travail a traité une simulation numérique d'un écoulement transonique instationnaire et turbulent d'un profil supercritique. L'objectif de ce travail était de tester quelques modèles de turbulence du type RANS pour la prévision du tremblement, en vue du développement futur d'une méthode hybride RANS/LES. Les modèles Spalart-Allmaras de Jones-Launder ont été testés au préalable en stationnaire, et le modèle de Spalart est apparu le plus apte aux calculs instationnaires du tremblement. Les calculs instationnaires ont révélé que la viscosité turbulente était surévaluée par le modèle de Spalart dans la zone de décollement et dans la zone de sillage, ce qui conduit au tremblement.

Merabet Amel(2006) [9], L'étude entreprise consiste en l'étude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion de différents profils à des vitesses subsoniques avec de différentes distributions de circulation. Les formes de ces derniers sont considérées comme elliptiques et arbitraires, qui représentent analytiquement une aile d'avion avec une trainée minimale. Il a été convenable de représenter cette distribution de circulation en termes de séries infinies où les premiers termes décrivent la distribution elliptique. Par ailleurs, ils ont également représenté les caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions de différentes formes dans une soufflerie subsonique. Les essais expérimentaux ont permis de faire une comparaison entre les caractéristiques aérodynamiques d'une aile d'avion de forme rectangulaire, elliptique et trapézoïdale fournies par la théorie de la ligne portante de Prandtl et celle données par les essais dans une soufflerie à vitesse subsonique. Les résultats numérique et expérimental obtenus sont en bonne concordance et montrent que les propriétés aérodynamiques des ailes d'avion de formes arbitraires ne diffèrent pas radicalement de celles de formes elliptiques. Ces résultats montrent aussi qu'en régime subsonique les caractéristiques de l'aile ne sont pas influencées par les différentes formes géométriques considérés.

N. Bekka et al (2009) [14], une étude numérique d'écoulements à faible nombre de Reynolds avec effet thermique autour de profils d'ailes MAV ( Micro air vehicles) en utilisant différents modèles de turbulence incluant le modèle algébrique de Baldwin-Lomax, le modèle à une équation de Spalart-Allmaras et les modèles à deux équations  $k-\omega$  et SST  $K-\omega$ , est présentée. D'abord, l'effet thermique sur l'efficacité dynamique est étudié pour l'écoulement autour d'une aile rectangulaire MAV, basée sur la section du profil NACA0012, avec un rapport d'aspect  $AR = 2$  et un angle d'incident au bord d'attaque de  $0^\circ$ . Ensuite, des détails de l'effet thermique sont limités au profil bidimensionnel NACA0012 avec une longueur de la corde de 3.81 cm. Cette étude montre qu'une amélioration de l'efficacité aérodynamique ( augmentation de portance et réduction de traînée) est obtenue par la génération d'une différence de température entre l'extrados et l'intrados du profil ( en refroidissement la surface supérieure et chauffant la surface inférieure). Les résultats numériques obtenus avec différents modèles de turbulence sont en bon accord avec les données expérimentales sauf le modèle  $k-\omega$ .

Les calculs ont été effectués avec le code CFD-FASTRAN en utilisant un schéma d'intégration dans le temps totalement implicite et le schéma d'intégration dans l'espace Upwind Roe flux difference splitting augmenté par un high Osher-Chakravarthy limiter.

J-P Rosenblum et al( 2001) [12], pour contrôler l'éclatement tourbillonnaire sur l'aile delta avion militaire dans le but de générer des moments de roulis ou d'améliorer la stabilité à grande incidence, les simulations numériques d'écoulements aident à améliorer la compréhension des topologies d'écoulement relatives à l'utilisation de technique de contrôle spécifiques. Une première étape dans ce genre d'études est de s'assurer que l'on peut simuler déjà de façon précise l'éclatement tourbillonnaire sur aile delta en l'absence de dispositif de contrôle.

Dassault aviation a réalisé des calculs (Euler et Navier Stokes) sur la configuration grande incidence ( avec braquage des bords) de l'aile delta du mirage 2000. Sur cette configuration industrielle complexe, l'écoulement sur l'aile résulte du mélange des tourbillons provenant de l'apex, du bord interne et du bord externe. Les calculs Euler conduisent à une convergence instationnaire, mais les efforts moyennés prédisent correctement l'incidence de portance maximale. Les calculs Navier-Stokes réalisés pour l'incidence de portance maximale montrent que les tourbillons de voilure sont complètement éclatés , alors que ce n'est pas le cas sur les répartitions de pression expérimentales. Plusieurs voies d'améliorations sont envisagées : la première est d'enrichir le maillage dans la zone des tourbillons. La seconde est d'améliorer la modélisations turbulente : il est connu que les modèles  $k-\epsilon$  classiques modélisent mal la

turbulence en rotation, ce qui est le cas dans les couches de cisaillement qui sont à l'origine du noyau visqueux du tourbillon.

De sorte à simplifier la configuration d'écoulement, une comparaison calculs/expérience est réalisée sur aile delta générique d'angle de flèche  $70^\circ$ . Les essais correspondants ont été réalisés par ONERA à soufflerie F2 du fauga. On compare la position de l'écalatement tourbillonnaire. L'influence du raffinement de maillage dans le cœur du tourbillon et du modèle de turbulence (utilisation du modèle RSM qui prend en compte l'influence de la rotation et l'anisotropie) sont présentés. En conclusion, certaines recommandations sont données pour la simulation des écoulements tourbillonnaires.

C.E- Moldoveanu (2007) [13], le but de cette thèse est d'étudier le comportement des tourbillons longitudinaux sous l'influence d'une turbulence extérieure. Les travaux portent tout d'abord sur les aspects théoriques concernant les tourbillons qui constituent le sillage des avions. Ils ont présenté des aspects théoriques et les principaux mécanismes d'instabilité qui sont à la base de destruction des tourbillons longitudinaux contrarotatifs. Pour les simulations réalisées, ils ont choisi le logiciel JADIM développé à L'IMP adapté pour les simulations des grandes échelles des écoulements turbulents.

La validation des méthodes numériques utilisées est réalisée par comparaison entre résultats théoriques et les résultats obtenue par simulation numérique d'un tourbillon longitudinaux solitaire. De même, ils ont étudié le comportement d'un écoulement perturbé à l'intérieur ou l'extérieur d'un tourbillon isolé. L'étude de l'effet de la turbulence extérieure sur une paire de tourbillons longitudinaux contrarotatifs a mis en évidence la compétition entre l'instabilité elliptique et l'instabilité de Crow des tourbillons. Par l'étude des interactions d'une paire de tourbillons contrarotatifs au voisinage d'une paroi d'une paroi a mis en évidence le mécanisme de génération d'une couche limite de vorticité puis le décollement des tourbillons secondaires.

Les résultats numériques, pour une aile rectangulaire finie non tordue (NACA 0012,  $AR = 6.7$ ) qui n'utilise pas de déflexions par volets, sont comparés avec les prédictions théoriques de la ligne de portance. L'approche numérique utilise un logiciel CFD basé sur les équations d'Euler. Un code maison de la ligne de portance a été utilisé pour prédire les valeurs de référence théoriques. En divisant l'envergure de l'aile en vingt sections et en utilisant l'intégrale de surface de la pression en chaque section une distribution est obtenue de la solution d'écoulement correspondantes aux écoulements subsoniques et supersoniques ( $Mach = 0.3-0.7$ ) à petits angles

d'attaque, la comparaison entre les valeurs prédites et les valeurs théoriques de la ligne de portance montre un bon accord avec une déviation maximale seulement de 2.4 % sur toute l'envergure de l'aile. La trainée induite était extraite du sillage en aval en utilisant une technique d'intégrale du sillage appelée « l'analyse plane de Trefftz ». Cette approche était utilisée à cause de:

- Il n'existe pas d'impressions inhérentes associées avec l'utilisation de la méthode plus courantes d'intégrale de surface pour calculer la trainée d'une aile.
- L'approche d'intégrale du sillage isole directement la trainée induite (trainée visqueuse et trainée du sillage)

Les prédictions de la trainée induite basées sur l'intégration de surface, l'intégration du sillage et les méthodes de ligne de portance sont confrontées. Les résultats numériques de la trainée induite montrent une dépendance de la position en aval du plan de Trefftz. Les corrections d'écoulements presque en sillage et compressibles étaient appliquées pour améliorer les prédictions de trainée induite par l'intégration du sillage.

L'approche d'intégration du sillage est susceptible à la dissipation artificielle due au maillage utilisée, qui fournit une erreur qui augmente lorsque la position du plan de Trefftz se déplace plus loin en amont. Les tentatives pour estimer l'étendue de cet effet et de le corriger ont été discutées. La solution numérique des équations d'Euler montre que la méthode d'intégrale du sillage via l'analyse plane de Trefftz a été appliquée avec succès. L'étude montre en détail un effort original pour identifier les incertitudes numériques associées à la simulation et spécifiquement à la prédiction de la trainée induite.

Une tendance de fond ces dernières années en mécanique des fluides est de recourir massivement à la simulation numérique à la fois dans le domaine de la recherche et du développement de nouveaux produits dans l'industrie. Les champs d'application de la simulation numérique sont très vastes et s'étendent chaque année pour traiter des problèmes de plus en plus complexes avec des ordinateurs toujours plus puissants et des logiciels plus intelligents. Dans ce contexte (Vincent Chapin), (Gerhard Zumbil) et (Tanguy Kervern) entrepris au sein de l'institut supérieur de l'aéronautique et de l'espace ISAE France en novembre (2010), le développement d'une plateforme de simulation et d'optimisation numérique en mécanique des fluides nommée

VLab (Laboratoire virtuel) et qui permettra à terme de traiter des problèmes complexes de haut niveau.

Cuzieux, (2003) Haverdings (2002), Nannoni (2001) [102,103;104] ont des études portées sur la modélisation des interactions aérodynamiques qui interviennent sur un convertible à rotors et parties d'aile basculants quand l'appareil est en mode hélicoptère, avion ou bien lors de la transition entre ces deux modes. Par conséquent, après avoir dressé un état de l'art, une première étape consiste à modéliser l'aile suivant une méthode de ligne portante non linéaire permettant d'améliorer la prise en compte des interactions avec les rotors ainsi que l'impact de l'effet de sol sur l'aile (théorie des images). Le travail consiste ensuite à intégrer les différents modèles étudiés au code de mécanique du vol d'Eurocopter host afin d'améliorer ses capacités d'évaluation des performances et des Qualités de Vol de ce type d'appareil.

## Chapitre 2

# Modèle Mathématique et Résolution Numérique

## 2) Introduction

L'aéronautique a été toujours concernée et dans une large mesure par l'ensemble des effets de la pression de l'air sur les corps, la distribution de la pression et des forces aérodynamiques. Mais le comportement d'une particule ou d'une molécule élémentaire de l'air doit être toujours étudié afin de transformer le comportement physique en équations mathématiques. Ceci pour ne pas dire que toute équation représentative de chacune des caractéristiques pratiques d'un fluide réel doit être prise en considération et introduit dans la solution générale de chaque phénomène physique. Cependant, ceci entraîne une complexité du système mathématique résultants où il n'est plus facile de trouver de solution simple, et dans la mesure du possible d'omettre les caractéristiques des fluides de faible influence.

### 2.1) Etudes théoriques

La détermination des performances aérodynamiques des avions a été l'une des préoccupations importantes des laboratoires de recherche durant ce siècle. Ceci a permis d'établir des méthodes analytiques fiables très utilisées dans la conception des aéronefs.

Quelques unes de ces techniques sont décrites dans les paragraphes qui vont suivre.

#### 2.1.1) La théorie des petites perturbations

D'un point de vue analytique, le potentiel des vitesses est la somme d'un potentiel du champ uniforme de vitesse parallèle à l'axe des abscisses et d'un potentiel de Perturbation. Les vitesses de perturbation sont considérées très petites en modules comparés à  $U_\infty$ .

En régime permanent, l'équation de la quantité de mouvement associée à l'équation de continuité donne le résultat exact et classique suivant:



$$\begin{aligned}
 (1 - M_\infty^2) \frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{\partial v}{\partial x_2} + \frac{\partial w}{\partial x_3} = & M_\infty^2 \left[ (\gamma + 1) \frac{u}{U_\infty} + \frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{u^2}{U_\infty^2} + \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right] \frac{\partial u}{\partial x_1} \\
 + M_\infty^2 \left[ (\gamma - 1) \frac{u}{U_\infty} + \frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{v^2}{U_\infty^2} + \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{u^2 + w^2}{U_\infty^2} \right] \frac{\partial v}{\partial x_2} + \\
 M_\infty^2 \left[ (\gamma - 1) \frac{u}{U_\infty} + \frac{(\gamma + 1)}{2} \frac{w^2}{U_\infty^2} + \frac{(\gamma - 1)}{2} \frac{u^2 + v^2}{U_\infty^2} \right] \frac{\partial w}{\partial x_3} + \\
 M_\infty^2 \left[ \frac{v}{U_\infty} \left( 1 + \frac{u}{U_\infty} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_1} \right) + \frac{w}{U_\infty} \left( 1 + \frac{u}{U_\infty} \right) \left( \frac{\partial u}{\partial x_3} + \frac{\partial w}{\partial x_1} \right) + \frac{uv}{U_\infty^2} \left( \frac{\partial w}{\partial x_2} + \frac{\partial v}{\partial x_3} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{2-1}$$

Cette équation différentielle est du type elliptique, parabolique ou hyperbolique selon qu'est  $(1 - M_\infty^2)$  positif, nul ou négatif. Elle est applicable dans le cas d'écoulement subsonique et supersonique.

Pour un nombre de mach nul, c'est à dire en incompressible, on retrouve l'équation de Laplace qui gouverne l'écoulement du fluide incompressible.

L'équation ci-dessus, peut être simplifiée en négligeant les termes contenant les quantités de perturbation du membre de droite.

En terme de potentiel des vitesses et ne gardant que le premier terme du membre droite, on a:

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = M_\infty^2 \frac{(\gamma + 1)}{U_\infty} \frac{\partial \phi}{\partial x_1} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} \tag{2-2}$$

Cette équation est valable en régime subsonique, supersonique et transsonique.

Pour un écoulement isentropique, stationnaire, irrotationnel et faiblement perturbé d'un fluide non visqueux et compressible l'équation précédente peut être simplifiée dans le cas d'un régime subsonique et supersonique en négligeant le terme de droite:

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = 0 \tag{2-3}$$

Cette équation, contrairement aux deux premières, est maintenant linéaire. Si P est la pression statique en un point quelconque de la paroi, on peut définir le coefficient de pression par :

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2} \tag{2-4}$$

En remplaçant la pression par son expression, et être utilisant les formules d'approximations, le coefficient de pression devient:

$$C_p = - \left[ 2 \frac{u}{U_\infty} + (1 - m_\infty^2) \frac{u}{U_\infty^2} + \frac{v^2 + w^2}{U_\infty^2} \right] \tag{2-5}$$

Les termes contenant les carrés des vitesses de perturbation peuvent être négligés dans le cas bidimensionnel ou dans celui des obstacles plans.

Les conditions aux limites sont rapportées à la surface de l'obstacle qui est décrite d'une manière générale par:

$$F(x_1, x_2, x_3) = 0$$

L'imperméabilité des parois se traduit, dans le cas d'un fluide non visqueux, par la tangentialité de la vitesse sur la surface de l'obstacle.

Dans le cas de l'écoulement subsonique bidimensionnel. La condition à la paroi pour un profil mince prend la forme classique suivante:

$$v = U_\infty \frac{dx_2}{dx_1} \quad (2-6)$$

Stipule que les vitesses de perturbations tendent vers zéro à de grandes distances de l'obstacle

La présence d'un obstacle du type profil d'aile mince perturbe l'écoulement [6,82,83] et altère le champ des vitesses à l'infini amont, le champ des vitesses non perturbé, appelé aussi écoulement de base, est donnée par :

$$\begin{aligned} u_1 &= U_\infty \\ u_2 &= 0 \\ u_3 &= 0 \end{aligned} \quad (2-7)$$

La vitesse autour de l'obstacle reste voisine en tout point, de la vitesse à l'infini et elle donnée par :

$$\begin{aligned} u_1 &= u + U_\infty \\ u_2 &= v \\ u_3 &= w \end{aligned} \quad (2-8)$$

### 2.1.2) La théorie de la ligne portante de Prandtl:

Avant d'étudier la théorie de la ligne portante de Prandtl, il est nécessaire de donner un aperçu qualitatif sur la théorie tourbillonnaire appliquée aux écoulements subsoniques tridimensionnels.

Lorsque l'aile est portante et d'envergure infinie, le courant est plan et normal à l'envergure, à une incidence de sustentation positive, les dépressions qui s'établissent sur l'extrados et les surpressions d'intrados sont uniformes toute l'envergure.

Par contre, si l'envergure est fini, un courant secondaire se produit à chaque extrémité de l'aile et tend à égaliser les pressions, alors deux conséquences en résultent.

En premier lieu, par la composition des vitesses du courant secondaire et du courant principal, les lignes de courant sont déviées sur l'extrados vers le plan de symétrie de l'aile et sur l'intrados vers les extrémités de l'aile.

En fin du bord de fuite de l'aile part une surface de discontinuité tangentielle de vitesse suite aux directions différentes provoquées par l'extrados et l'intrados cette surface est une nappe tourbillonnaire.

En second lieu, les pressions ne sont plus uniforme sur toute l'envergure, la sustentation d'une tranche élémentaire est maximum dans le plan de symétrie et, en général, tend graduellement vers zéro vers les extrémités.

Une infinité de tourbillons liés et parallèles à l'envergure, chaque tourbillon lié donnant deux tourbillon libres, comme la circulation varie, les tourbillons liés n'ont pas tous la même envergure, les surfaces de discontinuités formées sont instables et tendent à s'enrouler à leurs extrémités donnant naissance à deux tourbillon marginaux qui s'établissent aux extrémités de l'aile sur lesquels s'enroulent respectivement les autres tourbillons libres. Lorsque la sustentation devient notable, ces tourbillons marginaux ainsi que les déviations des lignes de courant aux extrémités de l'aile sont. Faciles à mettre en évidence dans les laboratoires au moyen de fumées émises au voisinage de l'extrémité de l'aile

Ainsi, nous pouvons supprimer la voiture qui est un corps matériel et la remplacer par deux nappes tourbillonnaires, la nappe de tourbillons liés et la nappe de tourbillons libres.

La théorie de la ligne portante de Prandtl est applicable aux ailes rectangulaires de grand allongement et de faible flèche. Le modèle de Prandtl considère que tous les tourbillons liés sont parallèles et peuvent être réunis sur un seul segment dit segment porteur et une nappe tourbillonnaire plane située dans le plan de l'aile. Il poursuit l'étude de l'aile d'envergure limitée en calculant la vitesse induite par les tourbillons libres les tourbillons liés situé sur le segment porteur donnent une vitesse induite nulle sur celui-ci.

Considérons dans la théorie des fluides parfaits un tourbillon rectiligne infini de circulation. Ce tourbillon produit en un point M situé à une distance de son axe, une vitesse induite perpendiculaire :

$$V_i = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (2-9)$$

Soit maintenant une aile plane, ayant  $OX$  comme axe de symétrie transversal dans la théorie de Prandtl, on admet qu'une nappe tourbillonnaire plane s'étend jusqu'à l'infini, vers l'arrière, dans le prolongement de l'aile cette nappe est formée des demi tourbillons élémentaires

juxtaposés de circulation  $d\Gamma$ , dont la vitesse induite est par conséquent deux fois moindre que précédemment.

Dans le système d'axes  $OXYZ$ , la vitesse induite par le demi-tourbillons d'ordonnée  $y$  au point  $M_0$  est :

$$\frac{dv_i}{dy} = - \frac{d\Gamma}{4\pi(y_0 - y)} \quad (2-10)$$

Et par suite :

$$V_i(y) = -\frac{1}{4\pi} \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{(d\Gamma/dy)}{y_0 - y} dy \quad (2-11)$$

Etant donné que la vitesse induite est dirigée vers le bas dans la section de l'aile contenant le point  $M_0$ , l'incidence aérodynamique est diminuée en valeur absolue. L'angle induit dans la section considérée est.

$$\tan(\alpha_i) = \frac{w}{V_\infty} \quad (2-12)$$

Prandtl admet que le théorème de Joukowski s'applique, d'où une force perpendiculaire à la vitesse résultante et qui a les deux composantes suivantes:

$$\begin{aligned} \delta F_{z_i}(y) &= \delta F(y) \cos(\alpha_i) \\ \delta F_{x_i}(y) &= \delta F(y) \sin(\alpha_i) \end{aligned} \quad (2-13)$$

Comme l'angle induit est faible, en remplaçant la résultante aérodynamique par son expression, les équations s'écrivent :

$$\begin{aligned} F_{z_i} &= \int_{-b/2}^{+b/2} \rho_\infty V_\infty \Gamma(y) dy \\ F_{x_i} &= \int_{-b/2}^{+b/2} \rho_\infty V_\infty \Gamma(y) dy \end{aligned} \quad (2-14)$$

Pour progresser dans les calculs, il faut connaître la loi de répartition de la circulation le long de l'envergure.

### 2.1.3) Aile à répartition elliptique de circulation :

la distribution de circulation, autour des différentes sections de l'aile, qui suit une loi elliptique est exprimée par:

$$\frac{\Gamma(y)}{\Gamma_0} + \frac{y^2}{(b/2)^2} = 1 \quad (2-15)$$

cette loi s'écarte peu de celles que l'on rencontre réellement, et les résultats obtenus à partir de cette hypothèse constituent une bonne approximation pour les ailes pratiques de forme rectangulaire ou trapezoidale .

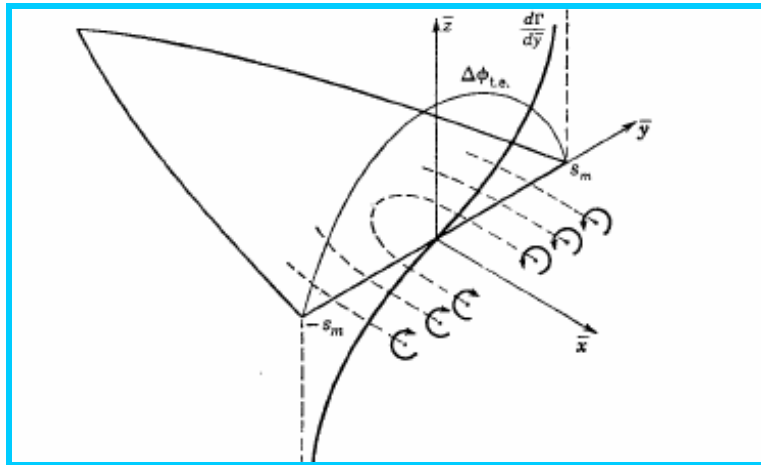


Figure 2.1 système tourbillonnaire a une aile d'envergure finie

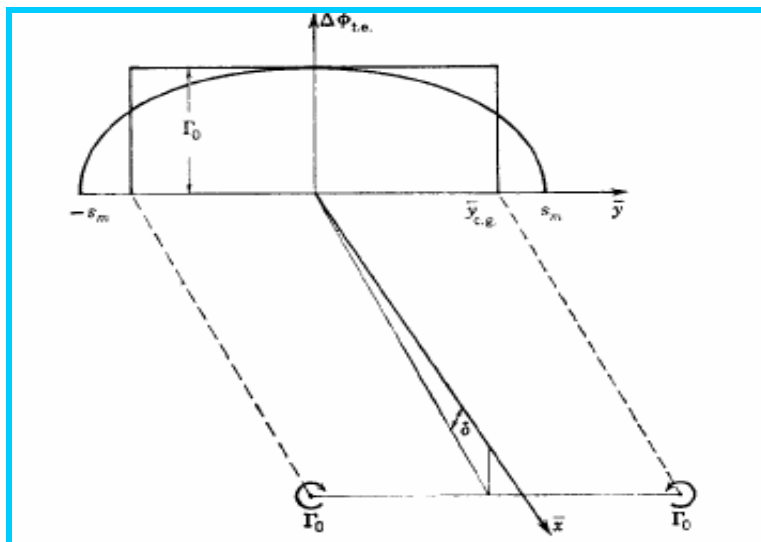


Figure 2.2 la distribution elliptique de circulation (modèle de la ligne portante de Prandtl)

Posons:

$$y = \frac{b}{2} \cos(\theta) \tag{2-16}$$

par conséquent, l'équation (2.16) donne:

$$V_i = -\frac{\Gamma_0}{2b} \tag{2-17}$$

La vitesse induite est constante tout le long de l'envergure de l'aile et par suite l'angle induit est donné par :

$$\alpha i = \frac{\Gamma_0}{2 V_\infty b} \quad (2-18)$$

d'après les équations (2-16,2-17) , la force de sustentation verticale est:

$$F_z = \rho_\infty V_\infty \frac{\pi b \Gamma_0}{4} \quad (2-19)$$

En remarquant que l'intégrale représente l'aire de la demi ellipse, la résistance induite est exprimée par:

$$F_{x_i} = \rho_\infty \frac{\pi \Gamma_0^2}{8} \quad (2-20)$$

Les coefficients de portance et de traînée induite sont:

$$C_z = \frac{\pi b \Gamma_0}{2 S V_\infty} \quad (2-21)$$

$$C_{x_i} = \frac{C_z^2}{\pi A} \quad \text{ou} \quad A = \frac{b^2}{S}$$

Par suite, pour que la circulation varie selon une loi elliptique, il faut que la corde également varie suivant une loi elliptique, ce qui conduit a:

$$C(y) = \cos \left[ 1 - \left( \frac{2y}{b} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (2-22)$$

L'expression de la circulation obtenue est:

$$\Gamma_0 = \frac{2 b V_\infty \cdot \alpha}{1 + \frac{\pi A}{a_0}} \quad (2-23)$$

Pour un profil mince d'envergure infinie avec un allongement qui tend aussi vers l'infini, la pente du coefficient de portance est:

$$a = \frac{a_0}{1 + \frac{a_0}{\pi A}} \quad (2-24)$$

Le rapport des coefficients de portance pour les deux profils considérés conduit à:

$$\frac{C_z}{(C_z)_\infty} = \frac{1}{1 + \frac{a_0}{\pi A}} \quad (2-25)$$

Cette analyse montre que l'aile elliptique donne lieu à la traînée induite minimale très recherchée par les aérodynamiciens.

#### 2.1.4) Aile à répartition arbitraire de circulation

En général, la répartition de circulation sur une aile est développée en série de Fourier :

$$\Gamma(\theta) = 2bV_{\infty} \sum_1^{\infty} A_n \sin(n\theta) \tag{2-26}$$

Les coefficients  $A_n$  ( $n=1, \dots, N$ ) sont des inconnues qui doivent satisfaire l'équation fondamentale de la ligne portante de Prandtl, le coefficient de portance est donné par:

$$C_z = \frac{2b^2}{S} \sum_1^N A_n \int_0^{\pi} \sin(n\theta) \sin(\theta) d\theta \tag{2-27}$$

L'utilisation des lois d'intégration des produits de fonctions circulaires conduit au résultat simple suivant :

$$C_z = A_i \pi SA \tag{2-28}$$

De même, le coefficient de traînée induite est:

$$C_{x_i} = \frac{C_z^2}{\pi SA} (1 + \delta) \tag{2-29}$$

Avec : 
$$\delta = \sum n \left( \frac{A_n}{A_i} \right)^2$$

La vitesse induite n'est pas constante sur toute l'aile et les formules de Prandtl ne sont plus applicables dans le cas de répartition arbitraire de circulation. Elles ne constituent qu'une première approximation pour le calcul des caractéristiques aérodynamiques, on procède comme suit :

L'aile arbitraire d'allongement  $a$  est assimilée à une aile répartition elliptique dont l'allongement est  $A/(1 + \delta)$  concernant coefficient de traînée induite et  $A/(1 + \tau)$  , en ce qui concerne calcul de l'angle induit.

$\delta$  Et  $\tau$  sont des coefficients positifs, ils dépendent l'allongement et profil. [08,79,82,83]

**2.1.5) La théorie des profils minces :**

La solution du problème de l'écoulement autour d'un profil arbitraire est très complexe si l'on tient compte de l'épaisseur, de la cambrure et de l'angle d'incidence.

La méthode donnée par théodosien décrite [66,67] très lente et itérative par conséquent, il est nécessaire de développer une méthode plus simple basée sur l'approximation de la solution exacte.

Les équations qui gouvernent ce type de problème sont :

L'équation de Laplace est donnée par:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \tag{2-30}$$

La condition à la surface du profil

$$\nabla\vec{\Phi}.\nabla\vec{F} = 0 \quad (2-31)$$

La condition imposée à l'infini :

$$\vec{V} = \vec{V}_{\infty} \quad (2-32)$$

La condition de Kutta :

- la circulation du profil est choisie de telle manière à ce que la vitesse reste finie et continue au bord de fuite.
- La présence du corps perturbe l'écoulement et le champ de vitesse devient :

$$\vec{V} = \vec{V}_{\infty} + \vec{q}(x, y) \quad (2-33)$$

Les composantes de la vitesse sont :

$$U(x, y) = V_{\infty} \cos(\alpha) + u(x, y) \quad (2-34)$$

$$V(x, y) = V_{\infty} \sin(\alpha) + v(x, y)$$

Ou bien:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = V_{\infty} \cdot \cos(\alpha) + \frac{\partial\phi}{\partial x} \quad (2-35)$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial y} = V_{\infty} \cdot \sin(\alpha) + \frac{\partial\phi}{\partial y}$$

Les équations transformées du problème initial deviennent :

L'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = 0 \quad (2-36)$$

La condition à la surface :

$$(\vec{V}_{\infty} + \vec{V}_{\infty} + \nabla\vec{\phi}).\nabla\vec{F} = 0 \quad (2-37)$$

## 2. 2) Méthodes numériques

Le développement extraordinaire de l'informatique a entraîné pour les sciences de l'ingénieur, et particulièrement pour l'aérodynamique, une révolution dans les méthodes d'étude théorique. Cette révolution, que l'on peut faire remonter au début des années soixante, a conduit à l'émergence d'une nouvelle discipline, l'aérodynamique numérique, qui joue un rôle de plus en plus important dans la conception et l'optimisation des véhicules ou engins aériens.

Le développement de l'informatique et des méthodes numériques en aérodynamique a eu deux sortes de conséquences, D'une part, des théories simplifiées (théories linéarisées, théories asymptotiques comme celle de la couche limite) ou des méthodes plus exactes bien connues dans leur principe (méthodes des singularités, méthodes des caractéristiques) ont vu leur champ d'applications considérablement élargi. D'autre part, des problèmes, jusque-là inaccessibles à



cause de leur complexité mathématique (par exemple, le calcul des écoulements transsoniques et des ondes de choc, ou le calcul d'écoulements fortement décollés), ont pu être résolus numériquement à l'aide de nouvelles méthodes.

### **2. 2.1) Complexité des problèmes d'aérodynamique**

La détermination théorique des écoulements autour de véhicules ou d'engins, et plus généralement autour d'obstacles, se heurte à des difficultés variées qui tiennent aussi bien aux caractéristiques des équations à résoudre (équations non linéaires, fortement couplées, de type mathématique variable) qu'à la complexité même des écoulements auxquels on a affaire (complexité géométrique des obstacles, diversité des conditions aux limites parfois délicates à définir, champs illimités, effets physiques avec des échelles de longueur et/ou de temps très différentes). En particulier, la très faible viscosité des fluides usuels tels que l'air et l'eau (qui se traduit par de très grandes valeurs du nombre de Reynolds) conduit à l'existence de couches visqueuses minces, comparées aux dimensions de l'obstacle, et de surfaces de quasi-discontinuité des propriétés de l'écoulement (les ondes de choc).

En conséquence de la complexité mathématique des problèmes, l'existence et l'unicité de la solution ne peuvent être démontrées qu'avec des hypothèses restrictives peu applicables à des problèmes réels d'aérodynamique. Une connaissance expérimentale préalable du problème est toujours indispensable à sa formulation mathématique.

Parmi les facteurs qui contribuent à la complexité des écoulements, il convient de faire une place à part à la turbulence, présente dans la plupart des problèmes d'aérodynamique. En effet, bien que les équations de Navier-Stokes soient valables pour décrire la turbulence, la prise en compte de toutes les échelles des fluctuations turbulentes exige une discrétisation spatio-temporelle tellement fine que le calcul complet d'un écoulement turbulent réel n'est possible que dans des situations physiques très simplifiées et au prix de centaines d'heures de calcul sur un ordinateur puissant. Comme une description statistique de la turbulence est en général suffisante, les méthodes de calcul actuelles portent sur la résolution des équations moyennées ou filtrées qui régissent un écoulement moyen. On sait que ces équations font apparaître de nouvelles grandeurs inconnues (termes de corrélation, comme les tensions de Reynolds) qui nécessitent des relations supplémentaires, soit algébriques, soit aux dérivées partielles, constituant ce qu'on appelle un modèle de turbulence. La modélisation de la turbulence reste un problème ouvert, d'une grande importance pratique, dont dépend pour une part la fiabilité des prévisions numériques.

### **2.2.2) Diversité des méthodes numériques**

La diversité des méthodes numériques utilisées en aérodynamique va de pair avec celle des

problèmes d'écoulement et avec celle de leurs formulations mathématiques.

Pour caractériser les divers types de méthodes, considérons le problème continu représenté symboliquement par les équations et des conditions, où  $f$  est l'ensemble des inconnues scalaires  $(f_1, f_2, f_3, \dots, f_L)$ , fonctions des variables  $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_R)$  dans un domaine  $D$  de frontière  $dD$ ;  $L_f = 0$  représente le système des équations à résoudre et  $C_f = g$  celui des conditions aux limites. Toute méthode de résolution numérique de ce problème continu comporte une phase de discrétisation (ou phase d'approximation) et une phase de résolution.

La phase de discrétisation transforme le problème continu en un problème discret, c'est-à-dire un problème dont l'inconnue  $p$  appartient à l'espace de dimension finie  $R^M$ , soit  $p = (p_1, p_2, \dots, p_M)$  où les  $p_m$  sont des nombres réels. La donnée de  $p$  doit définir une approximation  $f$  de  $f$ ; autrement dit, on fait le choix d'une représentation approchée de  $f(X)$  par  $f(X., p)$ , fonction donnée de  $X$  et de  $p$ . Les équations et les conditions sont approchées par des équations et conditions discrètes qui, appliquées à  $f$ , donnent un système de  $M$  équations pour les  $M$  inconnues  $p_1, p_2, p_3, \dots, p_M$ .

La phase de résolution porte sur la détermination de la solution  $p$  des équations discrètes. La résolution est dite directe si elle est effectuée avec un nombre fini d'opérations; elle est dite itérative si la solution  $p$  est obtenue asymptotiquement à la limite d'une suite infinie d'opérations, nécessairement tronquée en pratique. Même s'il existe une méthode de résolution directe, une méthode itérative peut être plus efficace et exiger en pratique moins d'opérations. À partir de ces considérations générales, on peut caractériser les grands types de méthodes de la façon suivante.

### 2.2.2.1) Méthodes de singularités

L'équation  $L_f = 0$  étant supposée linéaire, on choisit pour  $f$  une solution exacte de cette équation construite par superposition de certaines solutions fondamentales (appelées «singularités») qui dépendent de paramètres; l'ensemble de ces paramètres définit les inconnues discrètes  $p$ . Il s'agit donc d'un cas spécial où le système discret résulte de la seule discrétisation des conditions aux limites, l'équation  $L_f = 0$  étant vérifiée exactement, ce qui présente l'avantage de réduire considérablement le nombre  $M$  d'inconnues discrètes nécessaires.

### 2.2.2.2) Méthodes de différences finies

Les équations du problème continu sont prises sous la forme d'équations aux dérivées partielles. Le domaine  $D$  est discrétisé par un ensemble de points («nœuds») définis en général par les intersections de familles de lignes ou de surfaces qui constituent un maillage. Les

inconnues  $p$  sont les valeurs de  $f$  aux nœuds; le problème discret résulte de l'application de l'équation  $L_f = 0$  et des conditions aux limites  $C_f = g$  aux nœuds du maillage respectivement dans  $D$  et sur  $\partial D$ . En pratique, la dépendance de  $f$  par rapport à  $X$  n'est pas donnée explicitement; elle résulte implicitement (sans d'ailleurs être unique) des formules aux différences finies utilisées pour représenter les dérivées de  $f$  aux nœuds, formules déduites de développements en série de Taylor. Sauf cas spéciaux, on peut considérer que  $f$  est un polynôme en  $X$  continu et dérivable par morceaux.

**2.2.2.3) Méthodes de volumes finis**

Le problème continu est formulé en termes d'équations de bilan (lois de conservation) sous forme intégrale s'appliquant à des sous-domaines quelconques de  $D$ . Le domaine  $D$  est discrétisé par des volumes élémentaires (ou cellules, ou volumes finis) pouvant se recouvrir partiellement, et le plus souvent définis par des maillages comme dans les méthodes de différences finies. Les inconnues  $p$  peuvent être les valeurs moyennes de  $f$  dans chaque cellule, ou plus généralement des valeurs de  $f$  en certains points de chaque cellule. Les équations discrètes résultent de l'application à  $f$  des équations de bilan dans chaque cellule.

**2.2.2.4) Méthodes d'éléments finis**

Le problème continu est pris sous une formulation variationnelle, s'il en existe une, ou plus généralement sous une formulation faible. Cette dernière revient à écrire que  $L_f$  est orthogonal à un certain espace  $E_T$  de fonctions-tests  $q$ , soit symboliquement:

$$\langle L_f, \psi \rangle = 0 \quad \forall \psi \in E_T \tag{2-38}$$

Le domaine  $D$  est discrétisé par des volumes élémentaires (ou cellules, ou éléments finis) – notons  $e_k$  l'un d'eux – dans chacun desquels  $f$  a une représentation explicite assez simple du type:

$$\phi = \sum_{j=1}^j a_j^k \phi_j^k(X) \quad , X \in e_k \tag{2-39}$$

Les fonctions  $\phi_j^k$ , appelées fonctions de forme, sont le plus souvent des polynômes par rapport à une variable  $Y$  déduite de  $X$  par une transformation de  $e_k$  en un élément de référence. En général, les  $a_j^k$  sont reliés aux valeurs de  $f$  et éventuellement de ses dérivées en des points particuliers de  $e_k$ . Les inconnues  $p$  sont donc l'ensemble des  $a_j^k$ .

Le problème discret s'obtient soit en substituant  $f$  à  $f$  dans la formulation variationnelle du

problème continu, soit en écrivant que  $f$  vérifie la formulation faible (2-38) pour un sous-ensemble fini de fonctions-tests (méthode des résidus pondérés).

Les équations de bilan qui sont utilisées dans les méthodes de volumes finis peuvent être obtenues à partir d'une formulation faible de type (2-38) où les fonctions-tests  $q$  sont les fonctions caractéristiques d'une famille infinie de sous-domaines de  $D$  (la fonction caractéristique d'un sous-domaine  $d_1$  prend la valeur 1 si  $X \in d_1$ , 0 autrement). On peut donc considérer que les méthodes de volumes finis ne sont qu'une classe particulière de méthodes d'éléments finis utilisant comme fonctions-tests  $q^k$  les fonctions caractéristiques des éléments finis  $e_k$ . La distinction s'est établie en pratique pour des raisons historiques, les méthodes de volumes finis s'étant développées initialement pour des systèmes d'équations de conservation du premier ordre, et les méthodes d'éléments finis pour des équations du second ordre de type elliptique.

**2.2.2.5) Méthodes spectrales**

Ces méthodes sont caractérisées par la représentation de  $f$  (dans  $D$ , ou dans des sous-domaines macroscopiques de  $D$ ) sous la forme d'un développement par rapport à des fonctions de base  $F(r)(X_r)$  pour chacune des composantes de  $X$ . Supposant que  $D$ , ou le sous-domaine considéré, soit un cube, on écrit:

$$\phi = \sum_{j_1=1}^{J_1} \dots \sum_{j_R=1}^{J_R} a_{j_1 \dots j_R} \phi_{j_1}^{(1)}(X_1) \dots \phi_{j_R}^{(R)}(X_R) \tag{2-40}$$

Les inconnues discrètes  $p$  sont l'ensemble des coefficients à  $j=1, \dots, j_R$ . Les équations discrètes s'obtiennent à partir de (2-40).

**2.2.2.6) Discrétisation :**

Dans toutes ces méthodes se pose le problème théorique de la convergence de  $f$  vers  $f$  lorsque la discrétisation est rendue de plus en plus fine, le nombre  $M$  d'inconnues discrètes augmentant indéfiniment. Cette question fondamentale, à laquelle on ne peut répondre de façon complète et rigoureuse que pour des problèmes modèles simplifiés, est du domaine de l'analyse numérique. On notera que dans les méthodes spectrales, la discrétisation est affinée en augmentant les nombres des termes  $J_1, J_2, \dots, J_R$  des développements de type (2-40), chaque sous-domaine où s'applique un tel développement restant fixé, alors que dans tous les autres types de méthodes, le raffinement de la discrétisation est obtenu en diminuant de plus en plus la taille des mailles ou

des cellules, le schéma local de discrétisation pour une maille ou une cellule restant fixé.

### 2.2.2.7) Discrétisation par la méthode de type mixte

Les définitions générales ci-dessus ne distinguent pas, dans  $X$ , la variable temporelle  $t$  et les variables spatiales  $x = (x_1, x_2, x_3)$  qui peuvent être des coordonnées curvilignes quelconques. En pratique, cette distinction est importante; on considère séparément la discrétisation du temps et la discrétisation de l'espace, qui peuvent être de types différents. Ainsi, on pourra avoir une discrétisation de type différences finies en temps (cas usuel) et de type éléments finis ou de type spectral en espace. Il est même possible de mettre en œuvre des discrétisations de types différents selon la variable d'espace, par exemple de type différences finies en  $x_1, x_2$  et de type spectral en  $x_3$ .

## 2.3) Méthodes de singularités

### 2.3.1) Introduction :

elles sont adaptées au calcul des écoulements incompressibles «irrotationnels», et plus généralement au calcul approché des écoulements compressibles de fluide parfait en théorie linéarisée. L'équation à laquelle obéit, dans ces conditions, le potentiel des vitesses est linéaire, de type équation de Laplace ou équation des ondes. Les solutions fondamentales, dont la superposition donne le potentiel de perturbation qui s'annule à l'infini, sont des sources ou des doublets répartis sur la surface de l'obstacle qui est discrétisée au moyen de facettes, en général quadrangulaires ou triangulaires.

Il est essentiel de tenir compte de l'existence, dans les écoulements réels, de nappes ou de zones tourbillonnaires prenant naissance aux parois (décollements), et dans lesquelles l'écoulement est rotationnel. Ces zones sont discrétisées au moyen de filaments tourbillonnaires concentrés, ou de particules tourbillonnaires concentrées, qui sont autant de singularités «libres» dont les effets doivent être ajoutés à ceux des singularités «liées» à l'obstacle. Le calcul des positions en fonction du temps de ces singularités libres, ou la recherche de leurs positions d'équilibre en régime stationnaire, peut accroître considérablement les temps de calcul; il est possible, pour le traitement de configurations complexes, de figer ces singularités dans des positions approximatives.

Nous présentons dans cette thèse une approche originale de la construction du sillage derrière un profil d'aile. Cette méthode permet d'évaluer tous les efforts aérodynamiques s'exerçant sur une configuration donnée. Le modèle d'écoulement considéré est celui de l'écoulement potentiel. La méthode de résolution utilisée est celle des singularités : on ramène ainsi la résolution du problème extérieur posé dans un domaine non borné à la résolution d'équations intégrales

singulières posées sur la frontière, ce qui va se traduire par une économie importante dans le coût et le temps de calcul. Cette méthode permet aussi d'éviter le problème du remaillage lors de la construction du sillage.

Ce chapitre se donne pour objectif l'étude de la méthode des singularités dans le cadre de la visualisation d'un écoulement autour d'un profil d'aile. Nous envisagerons dans un premier temps une brève approche mathématiques basé sur la théorie des distributions dans le cadre de la mécanique des fluides. Nous répondrons identiquement ainsi aux problèmes de Neumann.

Nous nous ramenons à l'étude de l'écoulement permanent d'un fluide parfait incompressible autour d'une aile pour modéliser notre problème. La détermination du champ des vitesses autour d'un volume, est équivalente à la résolution d'un problème de Neumann extérieur, avec conditions de glissement aux limites [2, 5, 9, 51,52].

Avec la méthode des singularités, on est capable de fournir un maillage surfacique fermé de n'importe quelle aile, formé de quadrangles non-plans que nous appellerons facettes. L'aile est en fait décrite à l'aide de plusieurs profils, ce qui permet de définir une bande de facettes entre deux profils. En choisissant une formulation intégrale du problème, on peut se ramener à un calcul surfacique, et donc, utiliser le maillage dont nous disposons.

Ceci est important, car nous pouvons reprendre le maillage donné par la méthode des singularités, au lieu de développer un maillage tridimensionnel, ce qui demanderait beaucoup de temps. De plus, le nombre de facettes d'un tel maillage est compatible avec la puissance des ordinateurs, contrairement au cas d'un maillage tridimensionnel. Avec cette formulation, la vitesse du guide dérive d'un potentiel harmonique, créé par une distribution de simple couche (sources) et une distribution de double couche (doublets normaux), celles-ci étant réparties sur la Frontière du volume. Cependant, une telle répartition réduite à la surface de l'aile, ne conduit à l'obtention d'une Résultantes des forces aérodynamique(RFA) nulle, ce qui ne convient pas au cas d'une aile portante.

En fait, on ne peut pas obtenir de portance sans utiliser une distribution extérieure à l'aile. On crée donc un sillage (Figure 2.3), partant du bord de fuite de l'aile, orienté dans la direction d'écoulement infini du guide et de longueur importante.

Le sillage ainsi défini peut être considéré en première approximation comme une surface de courant. Il transporte la vorticité créée sur l'aile. Ainsi les potentiels de part et d'autre ne sont pas égaux : le potentiel est discontinu à la traversée du sillage. Mais, en écoulement permanent, le sillage étant une surface de courant, la dérivée du potentiel est continue. De ce fait, la distribution de sources sur le sillage est nulle car c'est elle qui engendre des discontinuités dans la vitesse normale au sillage.

On ne dispose donc sur le sillage, qu'une distribution de doublets normaux. Pour représenter physiquement le sillage, nous pouvons prolonger les bandes du maillage, à partir du bord de fuite, à l'aide de facettes. Or, en régime permanent, les densités de doublets normaux portées par le sillage sont constantes sur chaque bande. On peut donc modéliser le sillage en utilisant une seule facette par bande. On pourrait imposer une condition de glissement sur le sillage pour traduire le fait que c'est une surface de courant. Mais ce choix donne une mauvaise estimation de la RFA, en particulier compte tenu du fait que notre sillage n'est qu'une approximation de la réalité (un sillage réel est une surface de courant, alors que le nôtre ne l'est qu'en approximation). On utilise donc une condition, due à Joukowski, et bien connue en écoulement bidimensionnel parfait incompressible (continuité des pressions et des vitesses au bord de fuite), traduisant le fait que le guide ne contourne pas le bord de fuite, mais se raccorde bien derrière celui-ci. Pour traduire cette condition (Figure 2.3), on intercale une petite facette entre le bord de fuite et le sillage, dans le plan bissecteur pour chaque bande, et on lui applique une condition de glissement. Cette facette porte la même densité  $\lambda_k$  de doublets normaux que la facette du sillage pour la bande  $k$ . Par la suite, nous appellerons sillage l'ensemble des facettes que nous créons derrière le bord de fuite.

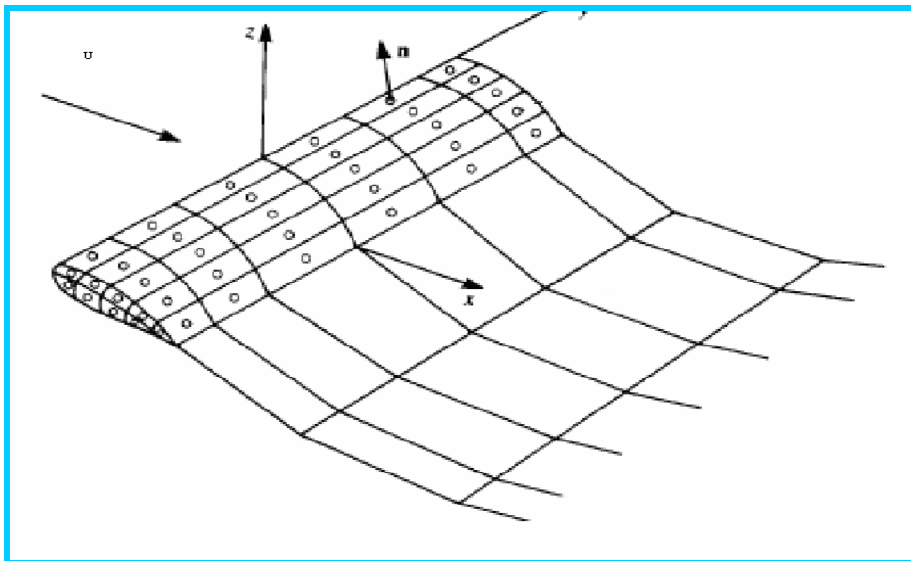


Figure2.3: bord de fuite et sillage de l'aile

Nous considérons donc toujours un problème de Neumann extérieur, mais sur un domaine légèrement modifié (ajout à l'aile de facettes de Joukowski), afin d'estimer la RFA. On conserve les mêmes conditions aux limites, mais sur la frontière du nouveau domaine. De plus, ce domaine comporte des densités surfaciques de doublets dans son intérieur (sillage),

contrairement au problème de Neumann extérieur de base (cas bidimensionnel sans sillage, par exemple).

Cette méthode, appelée méthode des singularités, a été développée dans les années 60-70. Les principes de celle-ci ont été formalisés par (J.L. Hess et A.M.O. Smith [31,79,]).

A l'époque, cette méthode était la plus accessible pour les calculs aérodynamiques en trois dimensions, car elle utilise une répartition surfacique des inconnues, ce qui conduit à une réduction considérable des temps de calcul par rapport à une méthode totalement tridimensionnelle. Elle était cependant exclusivement réservée aux grands groupes de l'aéronautique (Boeing, Airbus), qui possédaient les ordinateurs les plus puissants. Avec l'augmentation des moyens de calcul, on lui a ajouté diverses améliorations, comme un modèle de couche limite ou de sillage adaptatif. Ce dernier permet de définir un sillage suivant plus fidèlement les lignes de courants réelles. Ce modèle est meilleur que celui que nous venons de décrire, mais il nécessite un processus itératif coûteux en temps.

Dans les années 80, cette méthode a commencé à être utilisée par des équipes aux moyens plus réduits, et son champ d'application s'est ainsi étendu (application à la construction navale, à la conception des voitures de course, et même au développement du TGV).

Aujourd'hui, elle est à la portée des micro-ordinateurs. Une petite entreprise peut donc l'utiliser, sans investir dans un matériel spécifique et coûteux.

### 2.3.2) Mise en équations

Pour un écoulement quelconque, les équations de quantité de mouvement et de continuité prennent la forme (avec  $\rho$  constant) :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \overrightarrow{rot} \vec{V} \wedge \vec{V} + \overrightarrow{grad} \left( \frac{\vec{V}^2}{2} \right) = -\overrightarrow{grad} \left( \frac{p}{\rho} \right) + \vec{F} \quad (2-41)$$

$$div \vec{V} = 0$$

Si les forces massiques dérivent d'un potentiel  $A$  tel que  $\vec{F} = grad A \Gamma$ , et si, à l'instant initial le rotationnel du vecteur vitesse est nul, la nullité du rotationnel reste acquise aux instants ultérieurs (Théorème de Lagrange). Dans ces conditions, si on désigne par  $\phi$  le potentiel des vitesses (tel que)  $\vec{V} = \overrightarrow{grad} \phi$  alors l'équation de continuité prend la forme :

$$\Delta \phi = 0 \quad (2-42)$$

On peut remarquer que dans l'équation de quantité de mouvement, les dérivées spatiales et temporelles commutent, elle prend donc la forme :



$$\text{grad} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{\vec{V}^2}{2} + \frac{p}{\rho} - A \right) = \vec{0} \quad (2-43)$$

D'où, après intégration, l'équation de Bernoulli généralisée :

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\vec{V}^2}{2} + A + F(t) \quad (2-44)$$

On se place dans le cas d'un écoulement stationnaire, les dérivées partielles par rapport au temps sont donc nulles et la fonction F est une constante :

$$\frac{p}{\rho} = -\frac{\vec{V}^2}{2} + A + \text{constante} \quad (2-45)$$

On suppose que les forces massiques se réduisent aux forces de pesanteur, on a donc  $A = -gy$ , en supposant l'accélération de la pesanteur constante, parallèle et de direction opposée à l'axe Oy.

$$p + \frac{1}{2} \rho \vec{V}^2 + gy = \text{constante} \quad (2-46)$$

Le terme  $gy$  correspond à la poussée d'Archimède, qui se compense avec le poids de l'air contenu dans la voile. Cette considération nous permet de nous ramener à des forces massiques nulles dans notre cas. Cette formule permettra de déduire le champ de pression en fonction du champ de vitesse, puis l'effort exercé par le fluide sur l'aile (de surface S) en utilisant :

$$\vec{f} = - \iint_S p \vec{n} dS = \frac{\rho}{2} \iint_S \vec{V}^2 \vec{n} dS \quad (2-47)$$

Soit  $D_e$ , le domaine extérieur délimité par l'aile et son sillage. Le but du problème est donc de déterminer le potentiel des vitesses en tout point M de  $D_e$ .

$$V_M - \text{grad}(\phi_M) : \text{Potentiel au point M.} \quad (2-48)$$

Si on se place dans le cas où l'écoulement est parallèle au plan de symétrie de l'aile avec une incidence  $i$  et une norme  $V_\infty$  :

$$\phi_M = \underbrace{(V_\infty \cos i)x + (V_\infty \sin i)y}_{\text{potentielle à l'écoulement infini}} + \underbrace{\phi_m}_{\text{potentielle perturbative}} \quad (2-49)$$

Le problème revient donc à trouver un potentiel harmonique ( $\Phi$ ) dans  $D_e$  avec comme conditions aux limites :

- Une condition de glissement sur l'aile et les facettes de Joukowski.
- A l'infini, le potentiel global doit être égal à celui engendré par l'écoulement permanent, le potentiel de perturbation doit donc être nul.

D'où l'expression finale du problème à résoudre, qui est en fait un problème de Neumann extérieur :

$$\Delta\Phi = 0 \quad \text{dans } D_e$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial\nu} = -\vec{V}_\infty \cdot \vec{\nu} \quad \text{sur l'aile et les facettes de Joukowski avec } \vec{\nu} \text{ une normale extérieure} \quad (2-50)$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \Phi = 0$$

### 2.3.3) Résolution intégrale du problème

La solution de notre problème de Neumann extérieur peut s'écrire comme le produit de convolution de la distribution solution de base de l'équation harmonique avec la somme de deux distributions surfaciques de support inclus dans la frontière de  $D_e$  (une de simple couche  $\sigma$  et une de double couche  $\mu$ ), soit :

$$\Phi_p = -\frac{1}{4\Pi} \iint_{S,\Sigma} \sigma_m \frac{1}{\|\overrightarrow{MP}\|} dS_M - \frac{1}{4\Pi} \iint_{S,\Sigma} \mu_M \frac{\partial}{\partial\nu_M} \left( \frac{1}{\|\overrightarrow{Mp}\|} \right) dS_M \quad (2-51)$$

M étant le point courant sur les surfaces S et sillage de l'aile, P le point où est évalué le potentiel. En prenant le gradient de l'expression (2. 5) et en complétant du fait que les sources sont nulles sur le sillage, la vitesse en un point P n'appartenant pas à S. La vitesse dans ce cas s'écrit :

$$\vec{V}_p = \frac{1}{4\Pi} \iint_S \sigma_M \frac{\overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3} dS_M - \frac{1}{4\Pi} \iint_{S,\Sigma} \mu_M \overrightarrow{grad} \left( \vec{\nu}_M \frac{\overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3} \right) dS_M \quad (2-52)$$

Pour traduire la condition de glissement sur l'aile, il nous faut exprimer la vitesse en un point de celle-ci. Il a été démontré que la condition de glissement sur l'aile se traduit par :

$$-\int_S \frac{\sigma_M}{4\Pi} \frac{\partial}{\partial\nu_P} \left( \frac{1}{r_{MP}} \right) dS_M + \frac{\sigma_P}{2} + \int_{S,\Sigma} \frac{\mu_M}{4\Pi} \frac{\partial}{\partial\nu_P} \frac{\partial}{\partial\nu_M} \left( \frac{1}{r_{MP}} \right) dS_M = -\vec{V}_\infty \cdot \vec{\nu}_P \quad (2-53)$$

### 2.3.3.1) Discrétisation des équations intégrales

L'aile est d'abord divisée en bandes, et chaque bande en facettes (Figure 2.4). Sur chaque facette de l'aile, on suppose que la distribution de sources et de doublets normaux est constante.

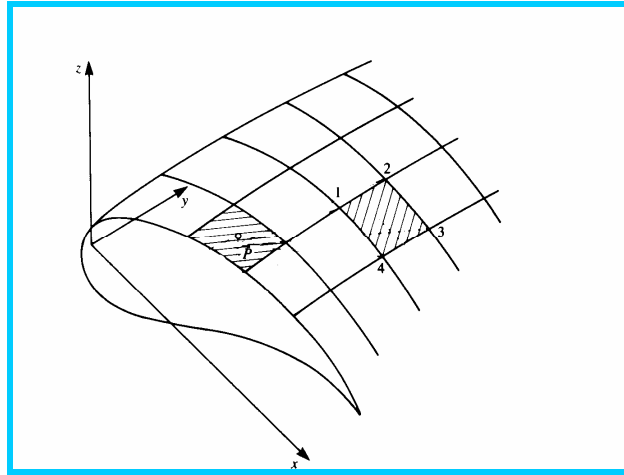


Figure 2.4 : maillage (bande complète)

Si l'on effectue un bilan des inconnues et des équations dont nous disposons, nous remarquons que nous avons un déficit d'équations. En effet, l'aile comportant  $K \cdot N$  facettes, nous avons donc autant de distributions de sources à déterminer. En considérant aussi les  $K$  facettes de Joukowski, nous avons  $K(N + 1)$  distributions de doublets normaux inconnues.

Ceci nous donne donc  $K(2n + 1)$  inconnues. En ce qui concerne les équations, nous disposons de  $K(n + 1)$  conditions de glissement, qui fournissent autant d'équations. Il nous manque donc  $Kn$  équations.

Comme nous disposons d'une répartition de sources sur l'aile pour réaliser les conditions aux limites, nous avons la liberté d'imposer la densité de doublets normaux sur l'aile selon une loi simple liée à la circulation  $\Gamma_k$ . Nous choisissons pour chaque bande  $k$ , la densité suivante pour une facette  $j$  :  $\mu_{k,j} = F(k, j) \cdot \Gamma_k$  où  $F$  est la distance entre le bord d'attaque et la projection du point de contrôle de la facette sur la corde locale, divisée par 2 fois la corde locale.  $F$  étant une fonction positive pour les facettes de l'extrados et négative pour les facettes de l'intrados (Figure 2.9).

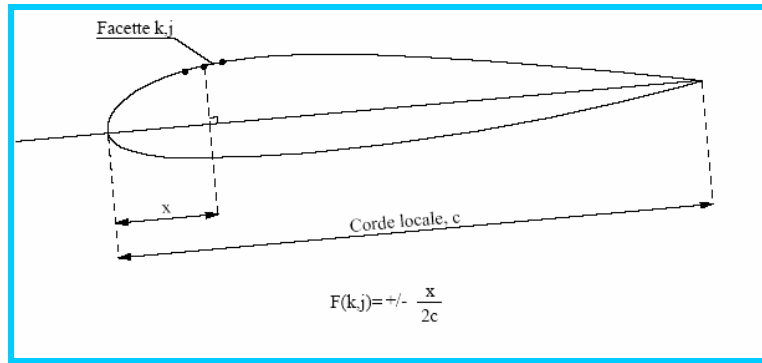


Figure 2.5 : schéma de discrétisation : fonction F (k, j)

Nous avons maintenant  $K(n + 1)$  inconnues, autant que d'équations. Il existe d'autres méthodes, notamment la méthode dite de minimisation, dont le principe est de minimiser les variations de distribution d'une facette à l'autre d'une même bande. Cette méthode est légèrement meilleure, pour un nombre de facettes donné, mais elle augmente le nombre d'équations au lieu de réduire le nombre d'inconnues, ce qui double la taille du système. Cette perte de temps engendrée ne nous a pas paru justifiée, nous ne retenons donc pas cette méthode.

On pourrait aussi estimer la répartition de doublets normaux sur chaque bande grâce à un calcul bidimensionnel. Mais cette méthode oblige à implémenter un code 2D, et elle ne garantit pas de meilleurs résultats.

Les facettes de Joukowski ont une longueur de 0,5% de corde locale et les facettes du sillage 10 fois la corde locale (Figure.2.4 et figure 2.5). D'après [80], une longueur de 3 à 4 fois la corde locale devrait être suffisante, mais pour obtenir la convergence, par prudence, nous avons fixé la taille à 10 fois la corde locale pour pallier à d'éventuelles formes d'ailes qui nécessiteraient des sillages plus longs. Nous pensons que cette différence de résultats vient du fait que l'aile a un fort caractère 3D, dû au fait qu'elle n'est pas plane, mais possède un dièdre important (les bords de l'aile sont verticaux)

Si on note  $\alpha_j^i, \beta_j^i$  respectivement, les influences en termes de distributions unitaires de sources et de doublets normaux de la facette  $j$  sur le point de contrôle de la facette  $i$  suivant la vitesse normale à la facette, l'équation (2.53) discrétisée donne :

$$\forall P_i \in (S \cup \delta), \sum_{\substack{P_j \in S \\ j \neq i}} \alpha_j^i \sigma p_j + \frac{\sigma P_i}{2} + \sum_{P_j \in (s \cup \sigma)} \beta_j^i \mu_j = -\vec{V}_\infty \cdot \vec{v}_{pi} \tag{2-54}$$

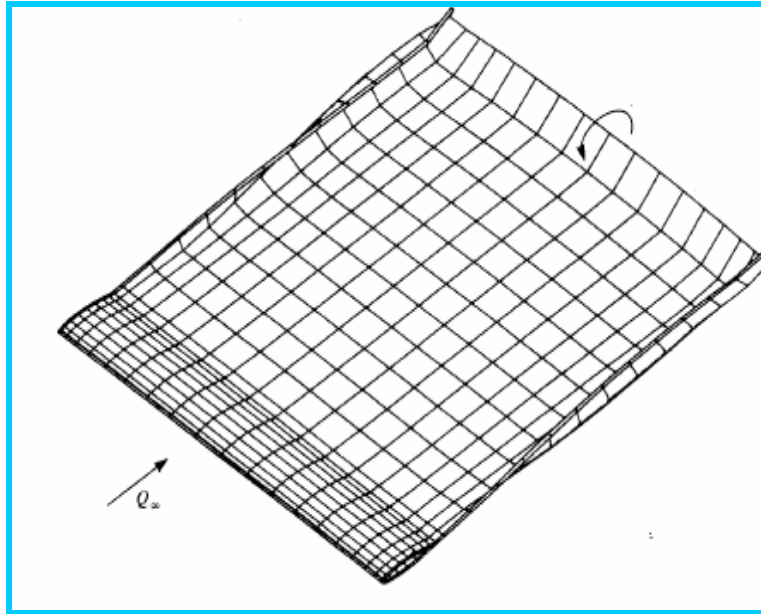


Figure 2.6 : aile et son sillage ramené à 200% de corde locale, vue de dessus

## 2.4) Traitement du code

### 2.4.1) Algorithme.

L'implémentation peut se décomposer en quatre parties indépendantes. Il est tout d'abord nécessaire de pouvoir évaluer l'influence d'une facette portant une répartition de sources et de doublets normaux en un point de l'espace (III.2.1). Dans un deuxième temps, on remplit la matrice et le second membre du système (III.2.2). La matrice représente les interactions des facettes les unes sur les autres. Le système étant déterminé, on le résout à l'aide d'une routine standard (III.2.3).

Une fois les distributions connues, les vitesses sont évaluées aux différents points de contrôle de l'aile grâce aux formules d'influences (III.2.4). Puis, à l'aide de la solution, des variables caractéristiques de l'écoulement sont calculés (III.2.5).

### 2.4. 2) Calcul des influences dues aux facettes

L'objectif est le suivant : Savoir déterminer le potentiel et la vitesse créés en un point par une facette du maillage en fonction de sa densité de sources et de sa densité de doublets normaux.

Il faut noter que ces deux calculs sont simplifiés lorsque les quadrilatères formant le maillage surfacique sont plans. Or, le maillage que peut nous fournir n'est pas obligatoirement composé de facettes exactement planes.

Le potentiel créé par un élément vrillé étant difficile à exprimer, il nous faut le transformer en élément plan, par projection de ses quatre sommets dans le plan médian. Cette transformation de la surface initiale en un ensemble de facettes planes, même disjointes, se révèle meilleure pour la Mise en oeuvre de la méthode que l'utilisation d'éléments triangulaires, laquelle n'assure pas généralement la continuité de la direction normale.

Elle a par contre l'inconvénient de demander quatre fois plus de points pour décrire une aile, les facettes n'ayant plus de sommets communs. Mais ceci n'est pas gênant, car il ne faut qu'environ 1000 points pour décrire le maillage initial.

Dans le cas particulier d'une facette à contour carré, portant une distribution de sources constante, nous avons effectué le calcul du potentiel engendré en un point de l'espace. Ce calcul correspond aux formulations plus complètes dues à [39] G. Coulmy, que nous rappelons maintenant.

**2.4.3) Champ généré par un polygone plan avec une distribution de sources constantes**

Le potentiel créé par une surface S portant une distribution de source constante q est donné par la formule générale suivante :

$$\frac{\Phi}{q} = \frac{-1}{4\Pi} \int_S \frac{dS}{r} \tag{2-55}$$

Soit, sur un quadrilatère ABCD et en passant en coordonnées cylindriques (Figure 2.11) :

$$\frac{\Phi}{q} = \frac{-1}{4\Pi} \oint_{ABCD} \int_0^{R_i} \frac{RdRd\theta}{\sqrt{R^2 + Z^2}} \tag{2-56}$$

Or,  $r = \sqrt{R^2 + Z^2}$  d'où  $dr = \frac{RdR}{\sqrt{R^2 + Z^2}}$ ,

Et l'équation (2.56) devient :

$$\frac{-4\Pi}{q} = \oint \left[ \int_{|z|}^{r_i} dr \right] d\theta = \oint r_i d\theta - |z| \Delta\theta = \left( \int_1^2 + \int_2^3 + \int_3^4 + \int_4^1 \right) r_i d\theta - |z| \Delta\theta$$

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= 2\pi \text{ si } p' \in S \text{ si non} \\ \Delta\theta &= 0 \end{aligned} \tag{2-57}$$

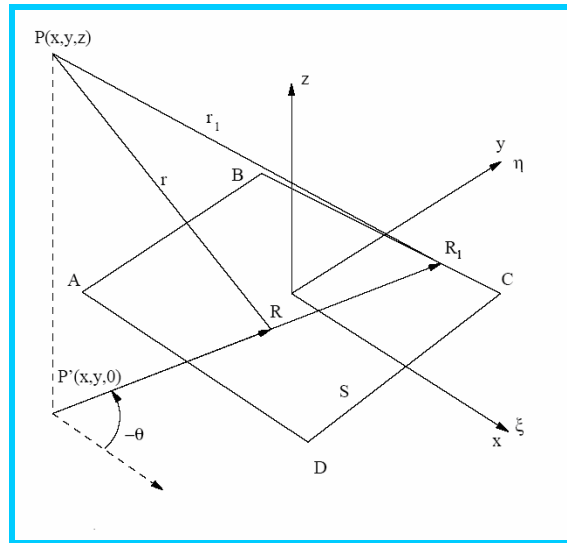


Figure 2.7: Sources réparties sur un quadrilatère plan

Le plan (O, x, y) Coïncide avec le plan du polygone, lui-même défini par ses trois sommets  $(\xi_i, \eta_i, 0)$ . Dans ces conditions, on peut écrire :

$$\frac{\Phi}{q} = -\frac{1}{4\Pi} (\phi_{12} + \phi_{23} + \phi_{34} + \phi_{41}) - |z|\Delta\theta \quad (2-58)$$

Où:

$$\Phi_{MN} = R_{MN}Q_{MN} + |Z|J_{MN} \quad (2-59)$$

Avec:

$$R_{MN} = (x - \xi_M)S_{MN} - (y - \eta_{MN})C_{MN} \quad (2-60)$$

$$C_{Mn} = \frac{\xi_n - \xi_m}{d_{mn}} \quad S_{mn} = \frac{\eta_n - \eta_m}{d_{mn}}$$

$$d_{mn} = \sqrt{(\xi_n - \xi_m)^2 + (\eta_n - \eta_m)^2}$$

$$Q_{mn} = \ln \frac{r_m + r_n + d_{mn}}{r_m + r_n - d_{mn}}$$

$$j_{mn} = \text{sign}(R_{mn}) \left[ \arctan \left( \frac{z}{R_{mn}} \left| \frac{s_{mn}^n}{r_n} \right. \right) - \arctan \left( \frac{z}{R_{mn}} \left| \frac{s_{mn}^m}{r_m} \right. \right) \right]$$

$$r_i = \sqrt{(x - \zeta_i)^2 + (y - \eta_i)^2 + z^2} \quad ; \quad s_{mn}^i = (\zeta_i - x)C_{mn} + (\eta_i - y)S_{mn}$$

$$\Delta\theta = \begin{cases} 2\pi si & R_{12}, R_{23}, R_{34} \text{ et } R_{41} \text{ sont tous positifs} \\ 0 & \text{si non} \end{cases} \quad (2-61)$$

Le gradient induit s'obtient par dérivation du potentiel :

$$\begin{cases} \frac{\phi'_x}{q} = -\frac{1}{4\Pi} (S_{12}Q_{12} + S_{23}Q_{23} + S_{34}Q_{34} + S_{41}Q_{41}) \\ \frac{\phi'_y}{q} = \frac{1}{4\Pi} (C_{12}Q_{12} + C_{23}Q_{23} + C_{34}Q_{34} + C_{41}Q_{41}) \\ \frac{\phi'_z}{q} = \frac{1}{4\Pi} \text{sign}(z) (\Delta\theta - J_{12} - J_{23} - J_{34} - J_{41}) \end{cases} \quad (2-62)$$

On peut remarquer que  $\frac{\phi'_z}{q}$  tend bien vers +/-  $\frac{q}{2}$  quand P tend respectivement vers les faces supérieures ou inférieures de la facette.

#### 2.4.4) champ généré par un polygone plan avec une distribution de doublets normaux Constante

Le champ créé par une répartition constante de doublets normaux  $\Delta\phi$  sur le polygone ABCD (Figure.2.8) est identique à celui engendré par un anneau de tourbillons formé par  $\overrightarrow{AB\Gamma}$ ,  $\overrightarrow{BC\Gamma}$ ,  $\overrightarrow{CD\Gamma}$ ,  $\overrightarrow{DA\Gamma}$ . La circulation de ces tourbillons étant identique à  $\Delta\phi$ , le gradient du champ peut donc être évalué en appliquant à ces quatre tourbillons, la formule de Biot-Savart.

La vitesse induite par le segment [AB] au point P est donc :

$$\frac{\vec{V}}{\Delta\phi} = \frac{1}{4\Pi} \frac{\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BP}}{|\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{BP}|^2} \left[ \overrightarrow{AB} \left( \frac{\overrightarrow{AP}}{|\overrightarrow{AP}|} - \frac{\overrightarrow{BP}}{|\overrightarrow{BP}|} \right) \right] \quad (2-62)$$

Quant au potentiel induit, il se présente sous la forme suivante :

$$\frac{\phi}{\Delta\phi} = -\frac{1}{4\Pi} \int_S \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} dS \quad (2-63)$$



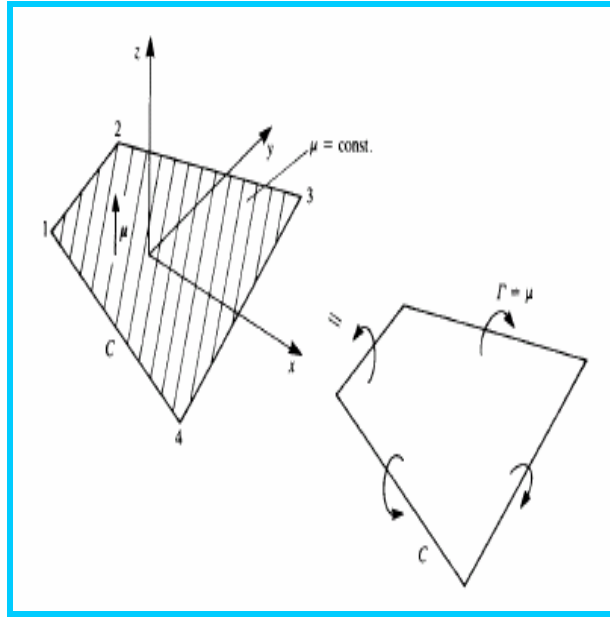


Figure 2.8 : Doublets à axe normal répartis sur un quadrilatère plan

Il se déduit donc facilement, grâce à l'expression de  $\phi_z$  induite par une répartition de sources :

$$\frac{\phi}{\Delta\phi} = \frac{1}{4\pi} \text{sign}(z) (\Delta\theta - J_{12} - J_{23} - J_{34} - J_{41}) \quad (2-63)$$

### 2.4.5) Ecriture du système

Le remplissage de la matrice du système se fait à partir de la formule (2.54). Si l'on note K le nombre de bandes total de l'aile, et N le nombre de facettes par bande, l'équation devient, pour tout P de :  $\delta U$  s :

$$\sum_{K=1}^K \sum_{J=1}^N \alpha_{KJ}^P + \frac{\sigma^P}{2} + \sum_{K=1}^K \sum_{J=1}^{N+2} \beta_{KJ}^P \mu_{KJ} - \vec{V}_\infty \cdot \vec{v}_P \quad \text{avec } P \notin \{P_K, P_J\} \quad (2-64)$$

L'aile étant symétrique, les répartitions de sources et de doublets sur deux facettes symétriques seront égales. Le système d'équations peut donc être réduit sur une demi-aile, et sa taille est alors divisée par 4 ce qui est loin d'être négligeable pour les coûts de calcul. En notant  $\text{sym}(k; j)$  la facette symétrique de  $(k; j)$ , on obtient :

$$\sum_{k=1}^{K/2} \sum_{j=1}^N (\alpha_{KJ}^P + \alpha_{\text{sum}(k,j)}^P) \sigma_{KJ} + \left( \alpha_{\text{sum}(p)}^P + \frac{1}{2} \right) \sigma_P \quad (2-65)$$

$$\sum_{k=1}^{K/2} \sum_{j=1}^{N+2} (\beta_{KJ}^P + \beta_{\text{sum}(k,j)}^P) \mu_{KJ} = -\vec{V}_\infty \cdot \vec{v}_P \quad \text{avec } p \notin (p_K, p_j)$$

De plus, sur une bande  $k$ ,  $\mu_{k,j} = F(k, j) \cdot \Gamma_k$  :

$$\sum_{k=1}^{K/2} \sum_{j=1}^N \left( \alpha_{KJ}^p + \alpha_{sum(k,j)}^p \right) \sigma_{KJ} + \left( \alpha_{sum(p)}^p + \frac{1}{2} \right) \sigma_p$$

$$+ \sum_{k=1}^{K/2} \left\{ \sum_{j=1}^{N+2} \left( \beta_{KJ}^p + \beta_{sum(k,j)}^p \right) F_{k,j} \right\},_K = -\vec{V}_\infty \cdot \vec{V}_P \quad \text{AVEC } p \notin (p_K, p_j)$$

(2-66)

La matrice du problème est donc de la forme :

$$\left( \begin{array}{cccccc} 1/2 & \alpha_{1,2}^{1,1} & \dots & \alpha_{k/2,N}^{1,1} & \sum_{j=1}^{N+2} (\beta_{1,j}^{1,1} + \beta_{sym(i,j)}^{1,1}) F_{i,j} & \dots & \sum_{j=1}^{N+2} (\beta_{k/2,j}^{1,1} + \beta_{sym(k/2,j)}^{1,1}) F_{K/2,j} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{11}^{K^1, J^1} & \alpha_{12}^{K^1, J^1} & \dots & \alpha_{k/2,N}^{K^1, J^1} & \sum_{j=1}^{N+2} (\beta_{1,j}^{K^1, J^1} + \beta_{sym(i,j)}^{K^1, J^1}) F_{i,j} & \dots & \sum_{j=1}^{N+2} (\beta_{K/2,j}^{K^1, J^1} + \beta_{sym(K/2,j)}^{1,1}) F_{K/2,j} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_{11/1}^{K/2, N+1} & \alpha_{11/2}^{K/2, N+1} & \dots & \alpha_{k/2,N}^{K/2, N+1} & \sum_{j=1}^{N+2} (\beta_{1,j}^{K/2, N+1} + \beta_{sym(i,j)}^{K/2, N+1}) F_{i,j} & \dots & \sum_{j=1}^{N+2} (\beta_{k/2,j}^{K/2, N+1} + \beta_{sym(K/2,j)}^{K/2, N+1}) F_{K/2, N+1} \end{array} \right)$$

Les lignes de la matrice parcourent les points de contrôle sur l'aile et  $\delta$ , soit  $\frac{K}{2} (n + 1)$  lignes.

Les  $\frac{Kn}{2}$  premières colonnes représentent l'influence de l'aile en termes de sources sur les points de contrôle. Enfin, l'influence, en termes de doublets, de l'aile et du sillage sur les points de contrôle est donnée par les  $\frac{K}{2}$  dernières colonnes.

Le second membre est quant à lui beaucoup plus simple :

$$\begin{pmatrix} -\vec{V}_\infty \cdot \vec{v}_{1,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ -\vec{V}_\infty \cdot \vec{v}_{1,N+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ -\vec{V}_\infty \cdot \vec{v}_{K,j} \\ \cdot \\ \cdot \\ -\vec{V}_\infty \cdot \vec{v}_{K/2,N+1} \end{pmatrix}$$

De même pour l'inconnue du problème :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{1,1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \sigma_{1,N+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \sigma_{K,j} \\ \cdot \\ \sigma_{K/2,N+1} \\ ,1 \\ \cdot \\ , k / 2 \end{pmatrix}$$

### 2.4. 6) Résolution

Bien que la matrice ne soit pas à diagonale strictement dominante, elle ne pose pas de difficulté pour la résolution. Cette matrice est malheureusement pleine et sans aucune symétrie. Sa taille étant moyennement importante, on peut opter pour une méthode de résolution utilisant la décomposition LU qui est une méthode directe et performante pour ce problème. Ainsi une méthode itérative n'est pas nécessaire.

2.4.7) Calcul des vitesses :

La vitesse de l'écoulement en un point de l'espace est fonction de la répartition des sources et des doublets normaux.

2.4.7.1) Vitesse due aux sources :

Pour calculer la contribution des sources à la vitesse en un point il suffit de sommer toutes les contributions des facettes de l'aile. Ces contributions ont été calculées.

2.4.7.2) Vitesse due aux doublets :

La contribution des doublets est un peu plus complexe. En effet la composante normale de la vitesse par rapport à la facette influente, obtenue en appliquant (II.2.4), est correcte. Par contre, les vitesses tangentielles ne sont pas parfaitement utilisables. Nous avons cependant tenu à mettre en évidence ce type de problème.

- Le calcul des vitesses tangentielles se décompose donc en deux étapes :
- Le calcul du potentiel engendré par les doublets aux différents points de contrôle.
- La détermination des vitesses tangentielles à l'aile par différences finies.

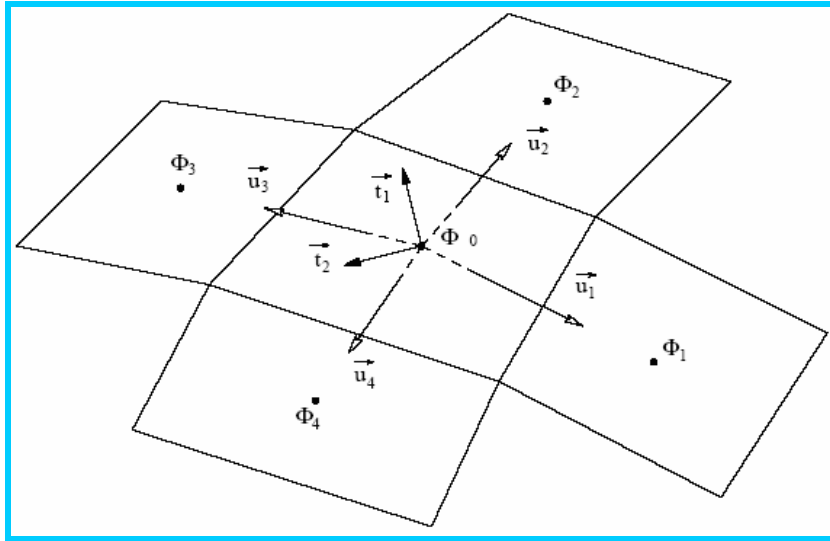
On note  $\vec{v}_n$  les vecteurs unitaires partant du point de contrôle vers l'un des points de contrôle voisins et  $\vec{t}_1 \Gamma \vec{t}_2$  Deux vecteurs unitaires orthonormés tangents à l'aile (Figure 2.8). On a alors le système suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial u_m} = \frac{\partial \phi}{\partial t_1}(\vec{u}_m, \vec{t}_1) + \frac{\partial \phi}{\partial t_2}(\vec{u}_m, \vec{t}_2) \\ \frac{\partial \phi}{\partial u_n} = \frac{\partial \phi}{\partial t_1}(\vec{u}_n, \vec{t}_1) + \frac{\partial \phi}{\partial t_2}(\vec{u}_n, \vec{t}_2) \end{cases} \quad (2-67)$$

Dont la résolution donne:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial t_1} = \frac{1}{D} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial u_m}(\vec{u}_n, \vec{t}_2) - \frac{\partial \phi}{\partial u_n}(\vec{u}_m, \vec{t}_2) \right] \\ \frac{\partial \phi}{\partial t_2} = \frac{1}{D} \left[ -\frac{\partial \phi}{\partial u_m}(\vec{u}_n, \vec{t}_1) - \frac{\partial \phi}{\partial u_n}(\vec{u}_m, \vec{t}_1) \right] \\ D = (\vec{u}_m, \vec{t}_1)(\vec{u}_n, \vec{t}_2) - (\vec{u}_m, \vec{t}_2)(\vec{u}_n, \vec{t}_1) \end{cases} \quad (2-68)$$

En affectant successivement à m et n respectivement les valeurs 1; 2; 3; 4 et 2; 3; 4; 1 on obtient quatre valeurs pour les vitesses tangentielles dont on prend la moyenne (1,5;7)(Figure 2.8).

Figure 2.8 : Détermination des composantes tangentielles de  $\nabla\Phi$ 

## 2.5) Écoulement compressible et subsonique

### 2.5.1) Introduction

Les coefficients aérodynamiques déterminés précédemment par la distribution de singularités sur des panneaux modélisant une configuration donnée en écoulement incompressible peuvent être étendus à l'écoulement compressible en appliquant les règles de similarités décrites ci-dessous.

Ces règles s'appliquent à un écoulement subsonique continu c'est-à-dire sans onde de choc elles ramènent le problème de l'écoulement d'un fluide compressible à un écoulement d'un fluide incompressible et permettant ainsi de tenir compte des effets de compressibilité [10, 58,59].

### 2.5.2) La Règle de Prandtl – Glauert :

L'écoulement compressible irrotationnel en subsonique est décrit par l'équation différentielle suivante:

$$\beta \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2-69)$$

Avec :  $\beta^2 = (1 - M_\infty^2)$

Les composantes de la vitesse de l'écoulement compressible sont exprimées par:

$$\begin{aligned}
 U(x; y; z) &= \frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial x} \\
 V(x; y; z) &= \frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial y} \\
 W(x, y, z) &= \frac{\partial \phi(x, y, z)}{\partial z}
 \end{aligned}
 \tag{2-70}$$

L'équation différentielle précédente peut être transformée par un changement de variables en équation de Laplace qui caractérise l'écoulement potentiel incompressible.

Le changement de variable effectué par Prandtl du repère  $x, y, z$  au repère  $x_i, y_i, z_i$  est :

$$x_i = x \quad ; \quad y_i = \beta y \quad ; \quad z_i = \beta z
 \tag{2-71}$$

Désignons par  $\phi_i(x_i, y_i, z_i)$  le nouveau potentiel de perturbation, Il est lié à  $\phi(x, y, z)$  par :

$$\phi(x, y, z) = \frac{\phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\beta^2}
 \tag{2-72}$$

En substituant dans l'équation (2.69) il vient :

$$\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial z_i^2} = 0
 \tag{2-73}$$

La fonction potentielle  $\phi_i$  vérifie l'équation de Laplace, qui est une équation différentielle qui caractérise l'écoulement potentiel incompressible.

Les composantes de la vitesse dans les cas sont :

$$\begin{aligned}
 u_i(x_i, y_i, z_i) &= \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial x_i} \\
 v_i(x_i, y_i, z_i) &= \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial y_i} \\
 w_i(x_i, y_i, z_i) &= \frac{\partial \phi_i(x_i, y_i, z_i)}{\partial z_i}
 \end{aligned}
 \tag{2-74}$$

En tenant compte des équations précédentes, les composantes de la vitesse en écoulement compressible s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 u(x; y; z) &= \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial \phi i(x_i, y_i, z_i)}{\partial x_i} \\
 v(x; y; z) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial \phi i(x_i, y_i, z_i)}{\partial y_i} \\
 w(x; y; z) &= \frac{1}{\beta} \frac{\partial \phi i(x_i, y_i, z_i)}{\partial z_i}
 \end{aligned} \tag{2-75}$$

On calcule les variations locales de pression en faisant apparaître les vitesses de perturbation les coefficients de pression des écoulements sont liés par la relation suivante:

$$C_p = \frac{C_{pi}}{\beta} \tag{2-76}$$

Cette relation donne l'influence du nombre de Mach sur le coefficient de pression, pour un profil d'aile placé à une incidence donnée elle est obtenue dans l'hypothèse où les vitesses de perturbation sont faibles c'est-à-dire pour un profil ne modifiant que faiblement le champ de vitesse à l'infini sa validité est donc limitée aux profils minces à faible courbure et dont la corde fait un angle faible avec la vitesse à l'infini donc aux faibles incidences.

L'intégration des pressions locales conduit au coefficient de portance suivant:

$$C_z = \frac{C_{zi}}{\beta} \tag{2-77}$$

De même le coefficient de moment est donné par:

$$C_m = \frac{C_{mi}}{\beta} \tag{2-78}$$

Cette règle qui est la plus connue permet de tenir compte de l'effet de compressibilité le calcul des composantes de la vitesse en écoulement incompressible sur un corps est obtenu en résolvant l'équation de Laplace et en multipliant les coordonnées y et z par le facteur de Prandtl-Glauert.

Les composantes de la vitesse en écoulement compressible sur le corps considéré sont obtenues en divisant la vitesse axiale par  $\beta^2$  par contre les composantes transversale et verticale sont divisées par  $\beta$ . L'ensemble des coefficients aérodynamiques en écoulement compressible est obtenu en divisant les coefficients aérodynamiques de l'écoulement incompressible par le facteur de compressibilité.

### 2.5.3) La Règle de Gothert:

La règle de Prandtl Glauert est en bon accord avec l'expérience en ce qui concerne les coefficients aérodynamiques pour des nombres de Mach faibles par contre et toujours dans le domaine subsonique et pour les nombres de Mach notables les coefficients aérodynamiques et les pressions locales ne suivent pas aussi bien l'évolution théorique, c'est dans ce contexte que la règle établie par Gothert introduit des corrections à apporter sur les coefficients aérodynamiques obtenus en écoulement incompressible . Les coefficients de pression, de portance et de moment en écoulement compressible sont obtenus en divisant ceux de l'écoulement incompressible par le facteur  $\beta^2$  :

### 2.5.4) La règle de Karman-Tsien:

La règle de Karman-Tsien s'écrit:

$$C_p = \frac{C_{pi}}{\beta + \frac{m_\infty^2}{2(1+\beta)} C_{pi}} \quad (2-79)$$

Pour de faibles valeurs de  $C_{pi}$  c'est à dire de faibles perturbations à partir de la vitesse infinie amont, la relation ci-dessus se réduit à celle de Prandtl – Glauert, par contre pour des valeurs négatives de  $C_{pi}$  la vitesse locale est plus grande que la vitesse infinie la relation de Karman-Tsien apporte une correction de l'effet de compressibilité plus importante. Les valeurs expérimentales sont comparées aux courbes tracées d'après les équations (2.76) et (2.79).on remarque que l'expression donnée par karman-tsein, rend mieux compte l'évolution du coefficient de pression aux nombres de mach modérés

### 2.5.5) La règle de Laiton

Une autre relation qui permet d'inclure l'effet de compressibilité a été établie par laiton qui applique La relation de prandlt-glauert en se référant au nombre de mach local par:

$$C_p = \frac{C_{pi}}{(1-M^2)^{1/2}} \quad (2-80)$$

La pression au point considéré du profil est liée à la pression à l'infini par la relation de l'écoulement isentropique .on l'obtient en introduisant l'expression du nombre de mach obtenue dans l'équation (2.71).la relation de laiton s'écrit

$$C_p = \frac{C_{pi}}{\beta + \frac{M_\infty^2(1+0.5(\gamma-1)M_\infty^2)}{2\beta} C_{pi}} \quad (2-81)$$



Cette relation peut être comparée favorablement aux règles de Prandtl –Glauert et Karman-Tsien, elle montre que l'effet de compressibilité est en bon accord avec les valeurs expérimentales.

### 2.6) Effet de compressibilité

A cause de la variation de la vitesse locale sur la surface cambrée d'une section d'aile, le nombre de Mach local de l'écoulement peut varier considérablement par rapport à celui de l'écoulement libre  $M_\infty$ . En augmentant le nombre de mach de l'écoulement libre  $M_\infty$  a un angle d'incidence donné, on peut atteindre la vitesse sonique quelque part sur la surface de la section d'aile. le nombre de mach équivalent est défini comme le nombre de mach critique.

Le coefficient de pression en un certain point sur l'aile, où la vitesse sonique est en premier atteinte, est appelé le coefficient de pression critique. Dans ce qui suit un expression va être dériver et à partir de laquelle le coefficient de pression peut être déterminer.

A partir de l'équation compressible de Bernoulli, on trouve que :

$$\frac{V^2}{2} - \frac{V_\infty^2}{2} = -\left(\frac{1}{\gamma - 1}\right)\left(\frac{\gamma p}{Q} - \frac{\gamma p_\infty}{Q_\infty}\right) = \left\{\frac{\gamma p_\infty}{Q_\infty(\gamma - 1)}\right\}\left(\frac{pQ_\infty}{Qp_\infty} - 1\right) \quad (2-82)$$

$$= \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right)\frac{p_\infty}{\rho_\infty}\left\{\frac{p}{p_\infty}\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{-\frac{1}{\gamma}} - 1\right\}$$

$$= -\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1}\right)\frac{p_\infty}{\rho_\infty}\left\{\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right\} = \left(\frac{V_{a_\infty}}{\gamma - 1}\right)\left\{\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right\} \quad (2-83)$$

Comme on peut avoir :

$$\frac{p}{p_\infty} = 1 + \frac{Cp \bar{q}_\infty}{p_\infty} = 1 + \frac{\gamma Cp M_\infty^2}{2} \quad (2-84)$$

Après Substitution dans l'équation (2.83) et application de certains réarrangements :

$$V^2 = V_\infty^2 - \left(\frac{2V_{a_\infty}^2}{\gamma - 1}\right)\left\{\left(1 + \frac{\gamma Cp M_\infty^2}{2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right\} \quad (2-85)$$

Si  $V=V_a$  : la vitesse du son, alors cette dernière s'exprimera comme suit :

$$V_a^2 = \frac{\gamma p}{\rho} = \left(\frac{\gamma p_\infty}{\rho_\infty}\right)\frac{p p_\infty}{p_\infty \rho} = V_{a_\infty}^2 \left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = V_{a_\infty}^2 \left(1 + \frac{\gamma Cp M_\infty^2}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2-86)$$

À la condition de l'état critique, les équations (2.85) et (2.86) sont égalisées et résolues afin d'obtenir l'expression du coefficient de pression critique dont la formulation finale est :

$$C_{P_{crit}} = \frac{2}{\gamma M_\infty^2} \left[ \left\{ \frac{M_\infty^1 (\gamma - 1) + 2}{\gamma + 1} \right\}^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right] \quad (2-87)$$

L'équation (2.89) représente la valeur du coefficient de pression,  $C_P$ , en un point sur l'aile où la vitesse sonique est en premier atteinte, pour un nombre de mach de l'écoulement libre  $M_\infty$ . Cette expression peut également être employée pour déterminer le nombre de mach critique d'une aile pour un angle d'attaque donné  $\alpha$ , pour que ceci soit plausible, on suppose qu'à  $M_\infty = 0$ , le coefficient de pression le plus négatif enregistré sur l'aile est représenté par  $C_{p_0}$ , selon Glauert [6], le coefficient de pression établi dans un même point et pour le même angle d'attaque  $\alpha$  mais par contre pour un  $M_\infty$  différent est approximativement exprimé par :

$$C_P = \frac{C_{P_0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (2-88)$$

Où le facteur,  $\sqrt{1 - M_\infty^2}$ , est connu comme le facteur de transformation de Prandtl - Glauert.

Une formule plus précise a été proposée par Van Karman et Tsien [6], son expression est :

$$C_p = \frac{C_{p_0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2} + \frac{C_{p_0} M_\infty^2}{2(\sqrt{1 - M_\infty^2} + 1)}} \quad (2-89)$$

En traçant les courbes du  $C_p$  en fonction du nombre de mach  $M_\infty$  des équations respectivement (2.87), (2.88) et (2.89) on pourra déterminer la valeur du mach critique à l'intersection de ces courbes.

Puisque le coefficient de sustentation peut être trouvé en intégrant le  $C_p$  autour de l'aile, on peut déduire à partir de l'équation de Prandtl - Glauert (2-89) que :

$$C_l = \frac{C_{l_0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (2-90)$$

Par conséquent et avec le même esprit de raisonnement on peut estimer la pente du coefficient de sustentation  $C_{l\alpha}$  à partir de :

$$C_l = \frac{C_{l\alpha_{M=0}}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad \text{Où} \quad a = \frac{a_0}{\sqrt{1 - M_\infty^2}} \quad (2-91)$$

Enfin les équations de respectivement Karman-Tsien et Prandtl-Glauert sont seulement valides pour des états d'écoulements subsoniques dont le nombre de mach est inférieur au nombre de mach critique  $M_{crit}$ .

**2.6.1) Détermination de l'intensité de circulation sur l'aile et l'empennage :**

Les vitesses de perturbation dues à la distribution de tourbillons sur l'aile sont :

Pour  $i = 1, n$  on a

$$\frac{U_i}{U_\infty} = \sum_{j=1}^{n-} P_{ij} \gamma_j$$

$$\frac{v_i}{U_\infty} = \sum_{j=1}^{n-} Q_{ij} \gamma_j$$

$$\frac{W_i}{U_\infty} = \sum_{j=1}^{n-} R_{ij} \gamma_j$$

(2-92)

$U_i, V_i$  et  $W_i$  : les composantes des vitesses de perturbation

$P_{ij}, Q_{ij}$  et  $R_{ij}$  : Les matrices aérodynamiques.

$\Gamma_j$  : Intensité de circulation.

La condition à la paroi appliquée au point de contrôle de chaque panneau est exprimée par la relation suivante :

$$- B \alpha_{fi} \sum R_{ij} \gamma_j$$

(2-93)

La résolution de ce système d'équations algébriques permet d'obtenir l'intensité de circulation

**2.6.2) Détermination De L'angle Induit**

La vitesse ascensionnelle sur l'aile induite par la distribution des doublets sur l'axe de l'empennage est donnée par :

$$\frac{Wf}{U_\infty} = - \alpha b \partial^2 \frac{y^2 - Z_0^2}{(y^2 + Z_0^2)^2}$$

(2-94)

L'angle induit total s'écrit alors :

$$\frac{w_i}{u_\infty} = - \alpha f_i + \frac{Wb_i}{U_\infty} + \frac{Wf_i}{U_\infty}$$

(2-95)

## 2.7) Calcul des coefficients aérodynamiques

### 2.7.1) Coefficient de pression

Le coefficient de pression de l'aile est donné par :

$$Cp_J = \frac{b \cdot \gamma_J}{\beta^2 (Xd_J - Xv_J)} \quad (2-96)$$

D'autre part, le coefficient de pression concernant l'empennage est :

$$Cp_J = -\frac{2Ub_J}{\beta^2} \quad (2-97)$$

### 2.7.2) Coefficient de portance

La distribution de la portance le long de l'envergure est exprimée par la relation suivante :

$$Cp_J = -\frac{2Ub_J}{\beta^2 l(y)} \sum_{i=1}^n \gamma_i \quad (2-98)$$

### 2.7.3) Coefficient de portance moyen

Le coefficient de sustentation moyen est donné par :

$$C_L = \frac{\sum_{i=1}^n Cp_j \Delta S_j}{\sum_{j=1}^n \Delta S_j} \quad (2-99)$$

La section du panneau de l'aile est supposée décrite par la relation suivante :

$$\Delta S_J = 4\beta h_J (Xd_J - Xv_J) \quad (2-100)$$

De même, la section d'un panneau située sur l'empennage est donnée par :

$$\Delta S_J = \beta a \Delta \theta \Delta X_J \sin \theta_J \quad (2-101)$$

### 2.7.4) Coefficient de moment

Le coefficient de moment le long de l'envergure est calculé par rapport au point situé à 25 % de la corde.

$$Cm(y) = \frac{2b}{\beta^2 l(y)} \sum_{j=1}^n \gamma_j (Xd_J - Xv_J) \quad (2-102)$$

## Chapitre 3

# Formulation Numérique

### 3.1) Principe de la méthode :

L'approche numérique de singularité exige que tout le corps autour duquel l'écoulement se meut est divisé en un nombre fini de surface appelé panneaux adjacents. Pour faire sortir les caractéristiques physiques de l'écoulement sur l'ensemble du champ du corps considéré, nous faisons la sommation de l'effet de chaque panneau. Où, une distribution inconnue des singularités exprimées sous forme des sources ponctiformes, de doublets ou des tourbillons est imposée. Ces inconnues appelés intensités des singularités sont déterminées à l'aide d'un système d'équations linéaires couplées, générées par l'application de la condition que l'écoulement externe qui sont tangents aux parois [29, 31, 32, 33, 38,43]. Ceci accède vers le calcul des vitesses induites dans les points de contrôle sur chaque panneau. Par conséquent, cette articulation nous permet d'analyser l'écoulement autour de la géométrie considérée.

Comme, cette méthode présente des limites pour des géométries complexes, ceci nous a conduits à élargir nos calculs vers un logiciel plus puissant qui est le logiciel Fluent.

### 3.2) Description de la géométrie et hypothèses:

La géométrie que nous allons adoptée pour modéliser les écoulements extérieur autour des configurations différentes est donnée dans les figures (3-1, 3-2 et 3-3).

Pour appliquer cette méthode sur une combinaison du type aile empennage, nous allons imposer les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est stationnaire, subsonique et non visqueux.
- l'angle d'attaque est faible
- l'aile est mince
- l'aile est attachée au fuselage et la géométrie de ce dernier est un cylindre circulaire.

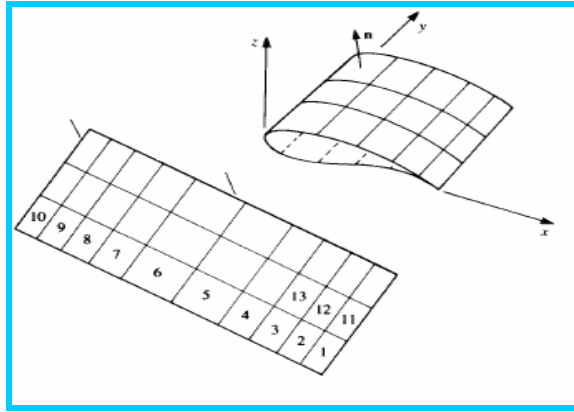


Figure 3.1: géométrie d'une aile avec des panneaux

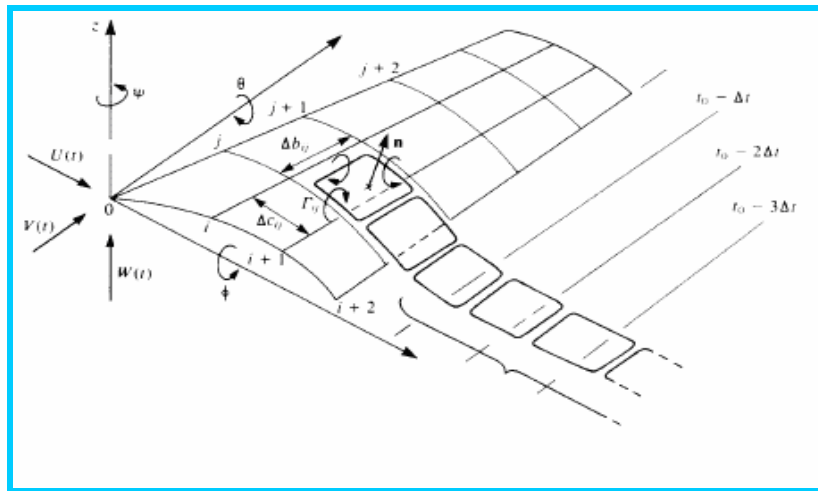


Figure 3.2: choix des singularités sur une aile

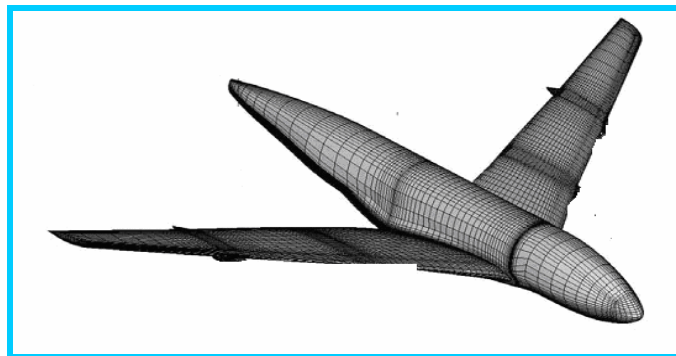


Figure 3.3 détail de la méthode des panneaux sur un avion avec utilisation plus de 2000 sur chaque configuration géométrique.

### 3.3) Méthode Numérique

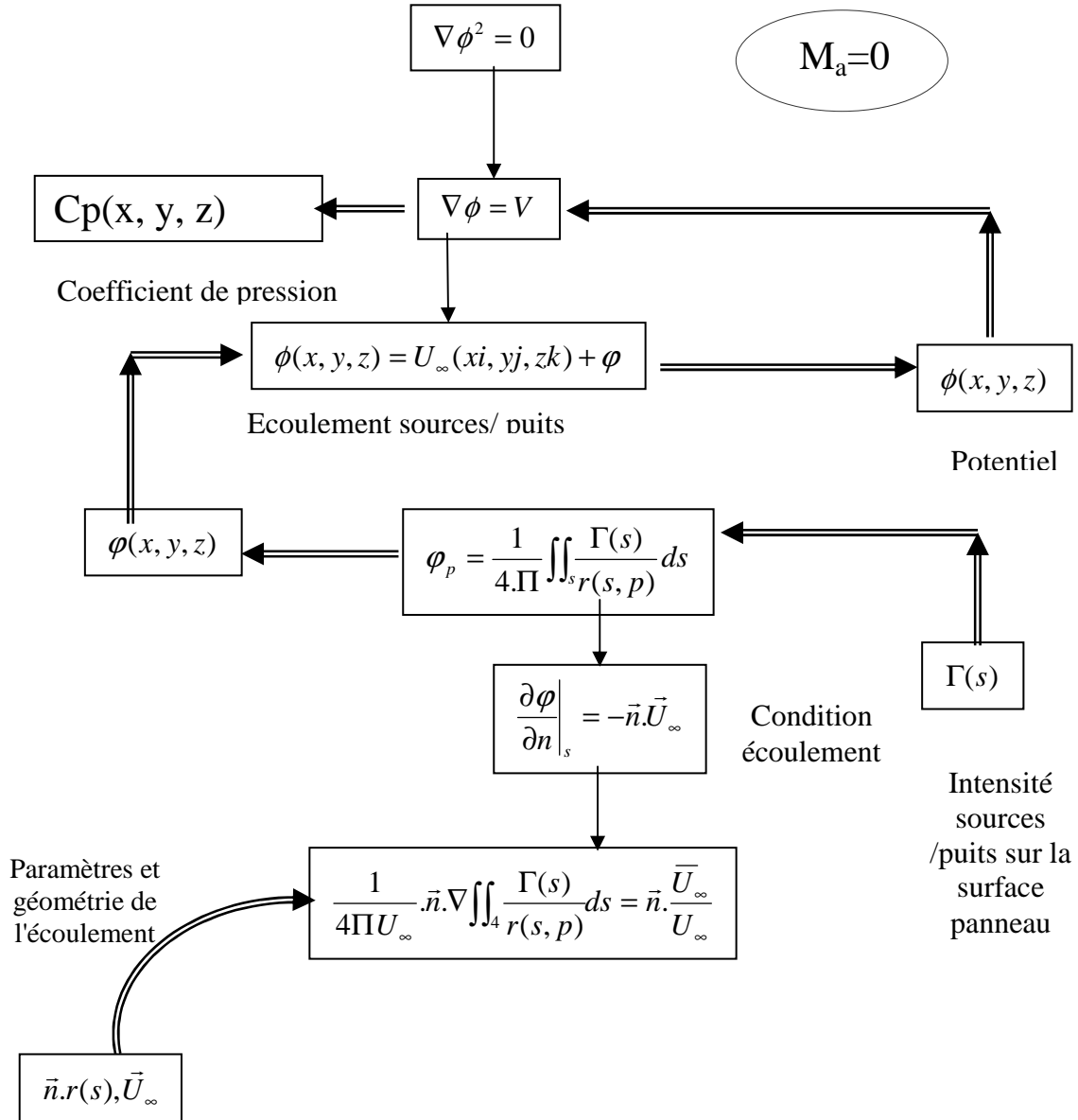
En utilisant les figures ci-contre, nous remplaçons la structure de l'aile par un système de distribution de sources puits sur tout le contour pour simuler l'épaisseur, et une distribution de panneaux de vortex pour simuler l'influence de la cambrure et de l'angle d'attaque. Les équations

de base de cette méthode sont données par l'organigramme (3-1)(voir page 58). , On remarque que le point de départ de celui-ci est l'équation relative au potentiel. Par conséquent, on applique comme condition aux limites la disparition des perturbations du potentiel à l' infini et la condition de l'écoulement cinématique sur le contour (vitesse orthogonale nulle).

L'application de ces conditions permet la résolution de l'équation en faisant appel à la méthode des panneaux, qui a été résumée sur l'organigramme (3-2) (voir page 59), pour la détermination des intensités des singularités. On remarquera que le double intégral est identifié comme étant l'influence du coefficient  $C_{ij}$  du panneau  $j$  sur le point  $i$ . Cette procédure nous ramène à un système d'équations linéaires facile à résoudre. Une fois les grandeurs  $\Gamma(S_i)$  déterminées, l'équation  $\varphi(S)$  est définie, ainsi la distribution de pression peut être obtenue, après différentiation des vecteurs vitesses.

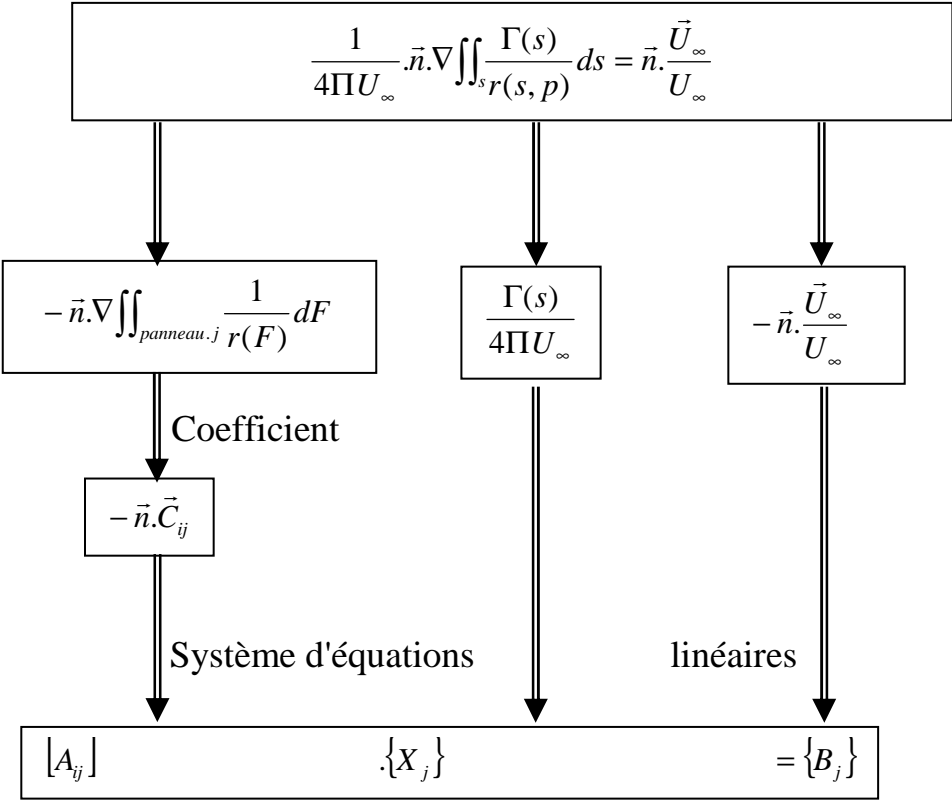
Organigramme (3-1)

Equation à potentiel





Organigramme (3-2)



Matrice      vecteurs inconnus

$$\sum \vec{C}_{ij} \cdot X_j \left( \frac{\vec{U}_\infty}{U_\infty} \right) = \vec{V}_i$$

### 3.4) Description du programme

Dans ce chapitre nous avons élaboré un programme en fortran permettant le calcul des caractéristiques aérodynamiques de l'écoulement autour des profils (NACA4 et 5 chiffres,) et de la combinaison du type aile, empennage et fuselage. Nous l'avons principalement constitué d'un total de 5820 lignes répartis en 8 parties dont leurs contenus consistent à gérer 24 sous-programmes "subroutine". Chaque soubroutine a une tâche spécifique et cela suivant le type de configuration à traiter, son rôle est de déterminer la vitesse tangentielle, la distribution de pression et l'ensemble des coefficients aérodynamiques (coefficient de portance, coefficient de traînée, coefficient de moment.)

Le programme principal fait appel aux fichiers de données qui caractérisent la géométrie de la configuration ainsi que les propriétés de l'écoulement (l'angle de l'incidence, nombre de mach .etc.)

Finalement, les résultats du code élaboré sont stockés d'une manière organisée dans des fichiers de résultats. Ces derniers sont ensuite représentés graphiquement. A l'aide du logiciel tecplot version 360, lequel nous a permis de visualiser et mettre en évidence l'influence de certains paramètres tel que l'effilement, l'angle dièdre, la flèche et entre autre la compressibilité sur les caractéristiques aérodynamiques de la configuration choisie.

### 3.5) Phase limite de la méthode intégrale

Le code élaboré présente quand même des limitations en pratique. L'hypothèse de l'incompressibilité de l'écoulement limite l'applicabilité de ces codes au régime subsonique, aux nombres de Mach plus petites que 0.3. L'hypothèse de non viscosité des fluides ne permet pas des calculs précis de portance et de moment aérodynamique pour des angles élevés plus de  $10^\circ$  où le phénomène de séparation de l'écoulement devient important [32]. Par conséquent, nous avons allongés notre calcul à cette deuxième étape par le code fluent.

#### 3.5.1) Simulation numérique de la deuxième étape:

La simulation numérique élargi en code Fluent de l'aérodynamique, avec lequel on a va traiter des cartographies tridimensionnelles de toutes les variables mises en jeu (vitesse, température, pression etc....). Dans ce cas, les caractéristiques des phénomènes à étudier peuvent être calculées.

Le logiciel Fluent est un code commercial de la CFD basé sur la méthode des volumes finis. Les équations gouvernant le comportement du fluide peuvent être résolues à l'aide des différents modèles physiques en régime incompressible ou compressible, non visqueux ou visqueux, laminaire ou turbulent, etc.

Le domaine d'étude de la géométrie est défini par le maillage Gambit. Ce maillage propose des solutions étendues pour les géométries les plus compliquées tel que notre géométrie "géométrie interférée aile fuselage empennage ". Cette géométrie est importée par le solveur fluent selon un fichier DATA du premier code élaboré "fortran" avec incorporation des conditions aux limites (angle d'incidence, nombre de mach, la vitesse de l'écoulement) avant d'entamer les calculs [107].

Dans cette partie, on analyse par simulation numérique l'écoulement bidimensionnel et tridimensionnel en régime subsonique à faible nombre de mach pour des différentes configurations (aile seul, aile empennage, et en dernière lieu une configuration complète d'un avion simulé en vrai grandeur voir figure (3.12)).

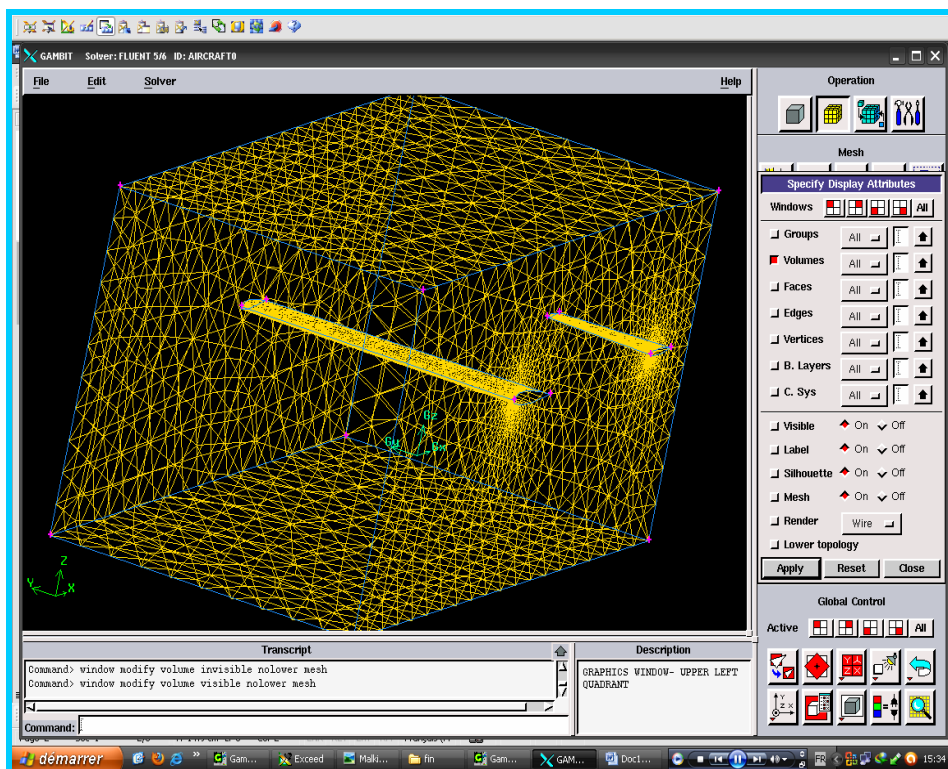


Figure 3. 4: vérification du maillage de la Géométrie de la configuration aile empennage avec gambit

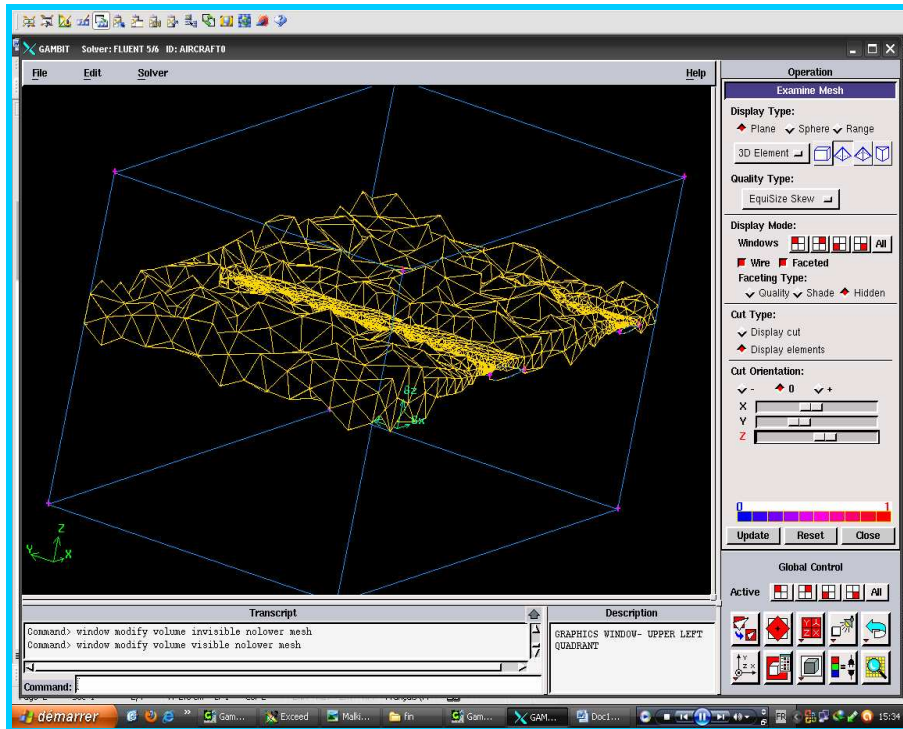


Figure 3.5 : vérification du maillage de la configuration

Le maillage utilisé est bien raffiné près des parois. Des mailles triangulaires, quadrilatères ou mixtes ont été utilisés. Pour notre cas, nous avons opté pour un maillage triangulaires afin de mieux contrôler le maillage dans les zones critiques de l'écoulement (couches limites et sillages). Où on placera un maillage condensé de type couche limite. Voir (figure 3. 6, figure 3.11).

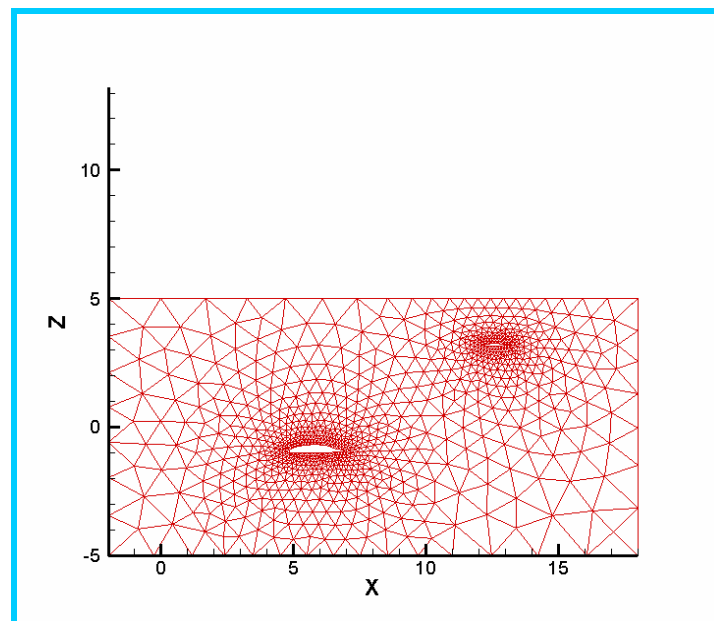


Figure 3.6: maillage aile, empennage, l'espace entourant l'aile

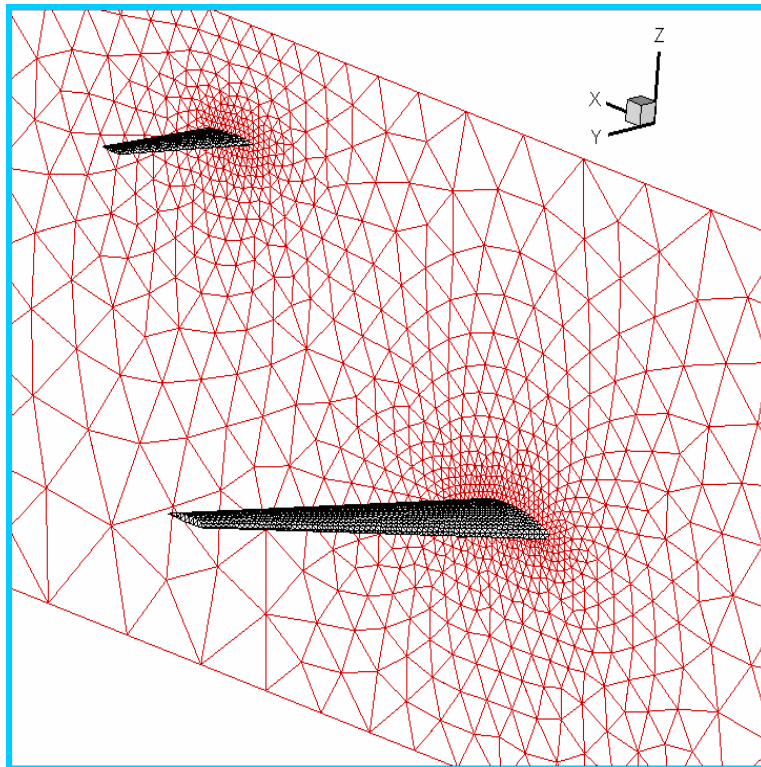


Figure 3.7: maillage autour la combinaison aile empennage et l'espace entourant 3D  
(Position d'aile est en bas de l'empennage)

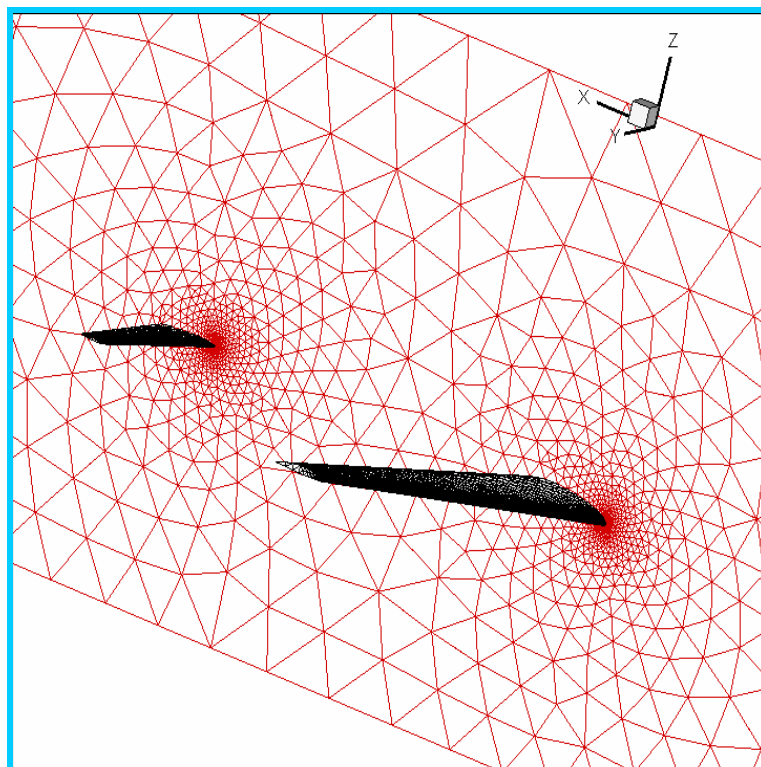


Figure 3.8: maillage autour la combinaison aile empennage l'espace entourant 3D  
(Aile en même plan que l'empennage)

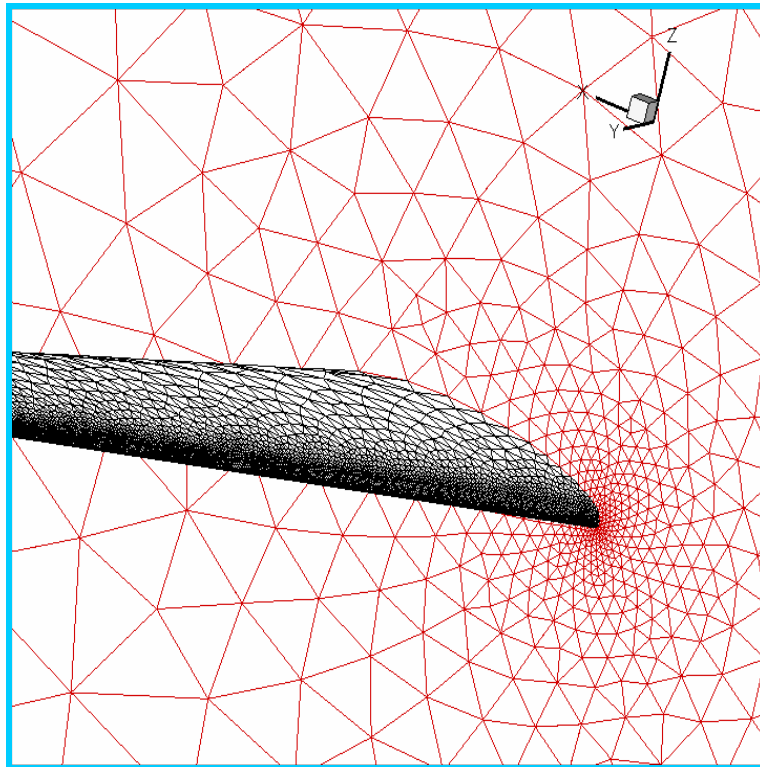


Figure 3.9: zoom d'un maillage autour l'aile 3D

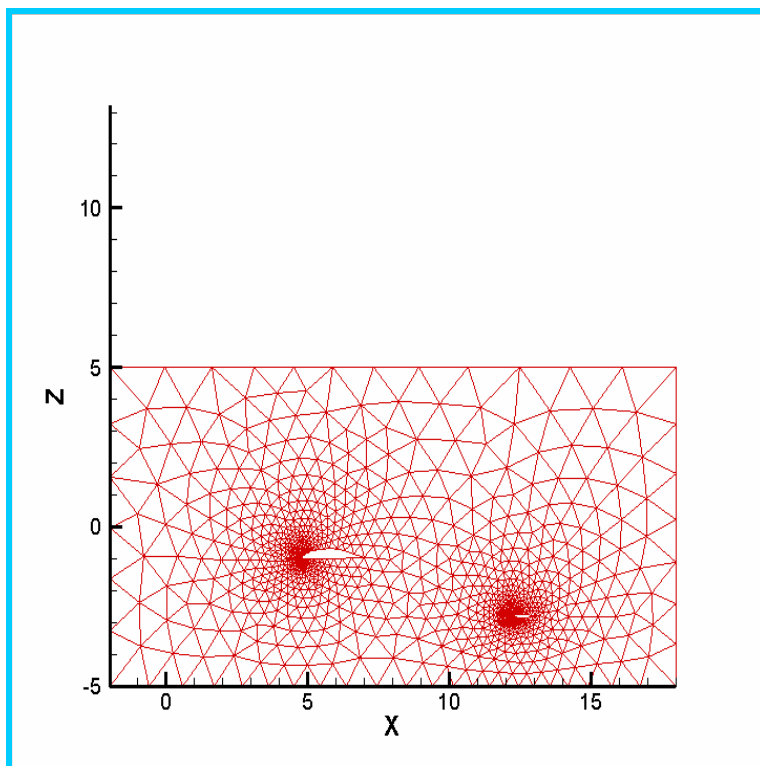


Figure 3.10: maillage autour de la combinaison aile empennage 2D  
(Aile en haut par rapport à l'empennage)

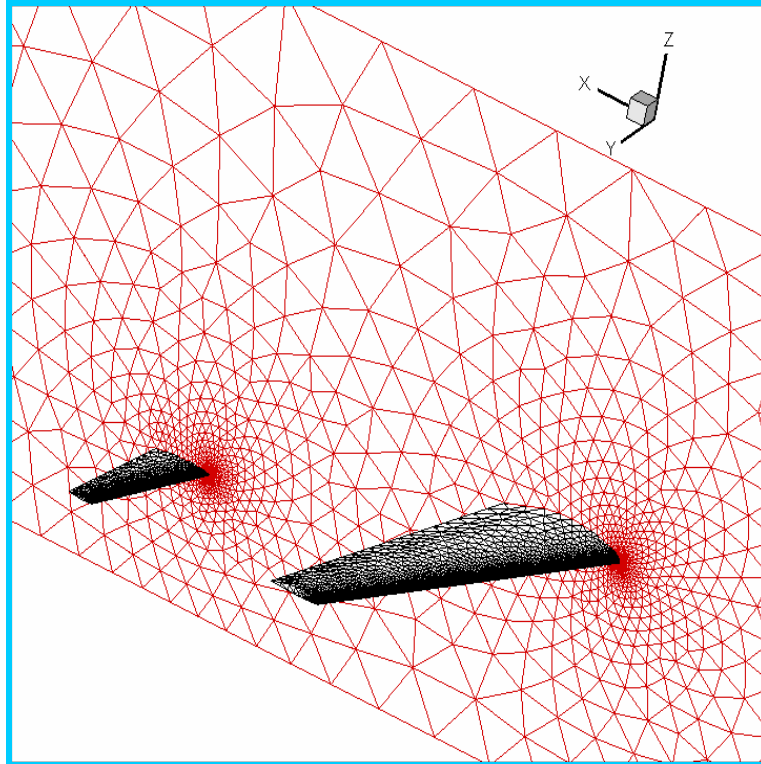


Figure 3.11: maillage autour la combinaison aile empennage 3D  
(Aile en haut par rapport à l'empennage)



Figure 3.12: géométrie d'un avion réel simulé par fluent

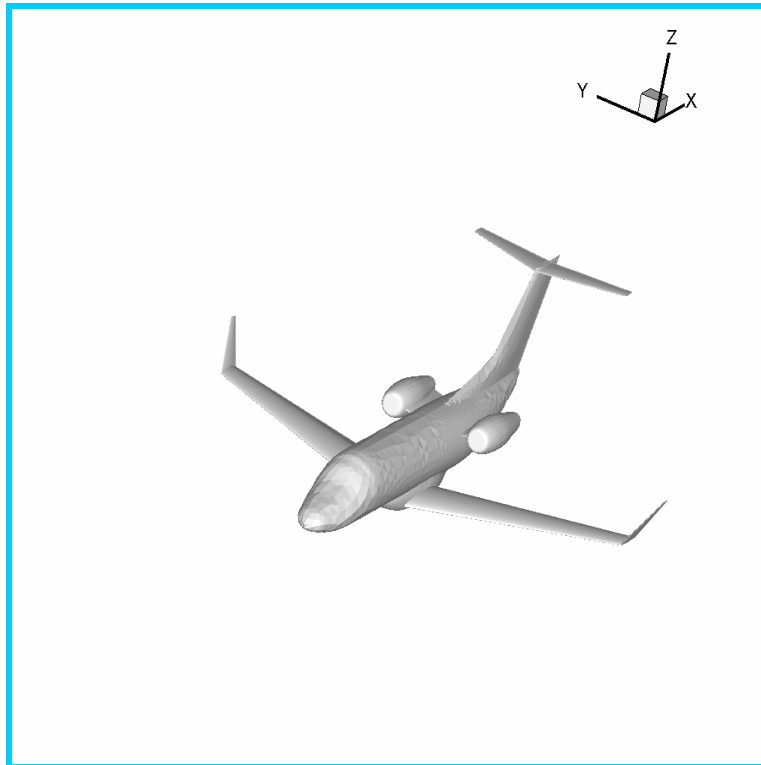


Figure 3.13: géométrie d'un avion réel simulé par fluent exporté par le logiciel CATIA

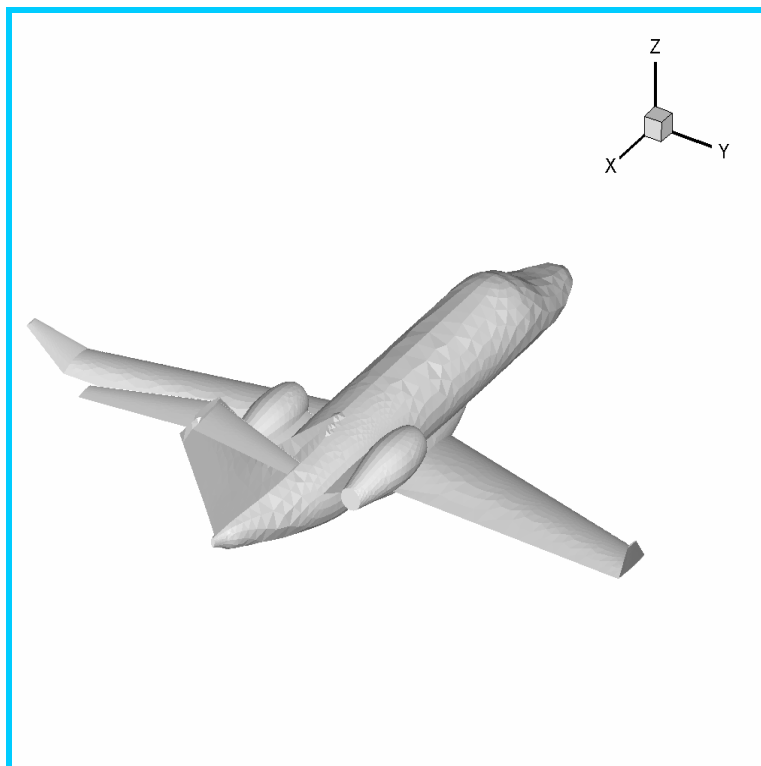


Figure 3.14: géométrie d'un avion réel simulé par fluent exporté par le logiciel CATIA



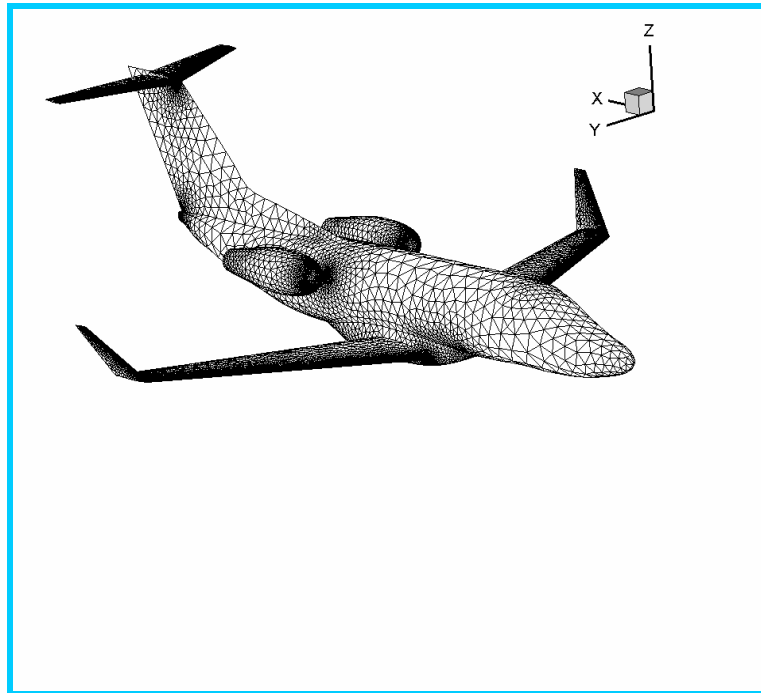


Figure 3.15: maillage d'un avion effectué par le mailleur GAMBIT

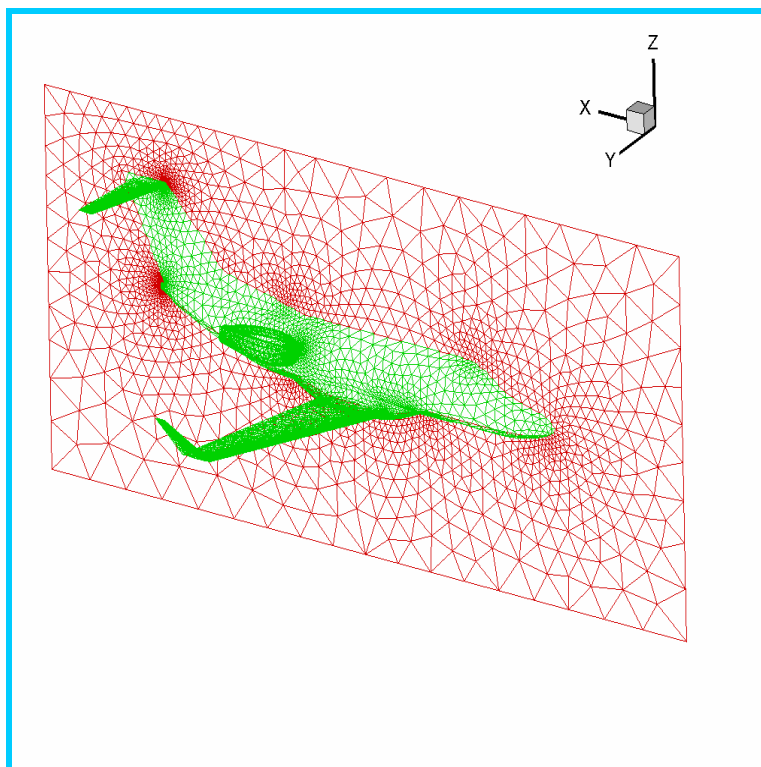


Figure 3.16: maillage d'un avion et l'espace entourant

**3.7) Conclusion :**

La technique consiste à modéliser l'aile et l'empennage par une distribution de tourbillons imposés et le fuselage par une distribution de sources et de doublets normaux. Il est à préciser que chaque panneaux, on considère une présence intime d'une source et un puits pour le cas de doublet.

L'aile et l'empennage sont divisés en plusieurs panneaux dont chacun comporte un tourbillon en fer à cheval (voir le détail en annexe B) qui est constitué de deux tourbillons aux extrémités et un tourbillon en amont de la même manière le fuselage est aussi divisé en un grand nombre de panneaux. Par la suite nous avons exploité le logiciel Fluent afin de présenter des détails plus profonds en tridimensionnel en surmontant les limites du premier code développé.

## Chapitre 4

# Résultats et Interprétations

Nous abordons dans ce chapitre les résultats obtenus. Plusieurs exemples sont présentés pour illustrer l'efficacité de l'application de la méthode de singularités à l'analyse des écoulements subsonique autour d'une variété de configurations d'aile portante. Il est à rappeler que cette méthode consiste à déterminer les caractéristiques aérodynamiques autour de différents types de configurations (aile – empennage) à partir d'une solution numérique.

Avant de se lancer dans les calculs, au premier lieu nous avons d'abord examiné la validité du code tracé par une série de tests voir figures (4.1 à 4.7). Une analyse vérificative de la segmentation (paneling) et du calcul des caractéristiques aérodynamiques à différents angles d'incidence dans la plage ( $0^\circ$ ,  $9^\circ$ ) ont été entamé. Par la suite, des profils (airfoil) bidimensionnels ont été confrontés à d'autres résultats numériques et/ou expérimentaux figurants dans les références bibliographiques dans le souci de bien être éclairer et d'adapter nos géométries. Ceci, a été fait essentiellement à des cas axisymétriques en l'occurrence le NACA0012 et l'asymétrique du NACA4415.

Plusieurs positions de configurations géométriques de l'aile avec des dimensions différentes (flèches, effilement allongements etc..) par rapport à l'empennage ont été considérés. Sachant que l'écoulement tridimensionnel autour d'une combinaison d'une aile portante avec un empennage et les caractéristiques aérodynamiques qui en résultent sont en fonction des différents paramètres qui définissent plus particulièrement la forme en plan. Ces considérations correspondent aux types d'avions utilisés actuellement et qui ne se différencient que par le nombre de Mach. Nous avons voulu ajuster une configuration d'aile caractérisée par un nombre de Mach nul, avec angle d'incidence de  $0^\circ$  à  $9^\circ$  et d'un allongement standard de  $AR = 6$ . Quant à l'influence de l'effilement de l'aile nous nous sommes intéressés à l'étude d'une valeur la plus couramment utilisée dans la construction aéronautique, à savoir 0.5.

Pour cerner qualitativement l'influence des phénomènes d'interactions issues de l'implanture de l'empennage et fuselage sur l'aile portante et principalement leurs impacts sur les paramètres aérodynamiques, nous avons étalé cette simulation sur plusieurs positions de l'empennage par rapport au plan de l'aile.

#### 4.1) Validation Du Code

Au cours du développement du code, que nous appellerons (aile\_empennage code) (en référence à Icare, panel code [31,32]), nous avons effectué quelques tests simples, permettant de valider nos arrangements. Ensuite, nous avons créé des panneaux rectangulaires répartis sur la surface d'aile qu'on appelle par la suite maillage de l'aile. L'allongement le plus grand de l'aile nous permet de considérer son envergure comme infinie. On peut donc comparer alors les valeurs de  $C_p$  obtenues par notre calcul avec celles données par "Smith-Hess Panel Method For Single Elément Lifting [31,32] Airfoil In 2-D. Il nous reste ultérieurement à vérifier la cohérence des résultats pour une configuration aile-empennage.

Pour vérifier l'exactitude des tracés de profils obtenus (discrétisation et paneling), nous avons comparé nos résultats avec les tableaux de coordonnées de discrétisation fournis par Ion Paraschivoiu [107]. Il est nettement claire que les points obtenus en 2D s'adaptent parfaitement aux profils théoriques, voir figures 4-1 et 4-2.

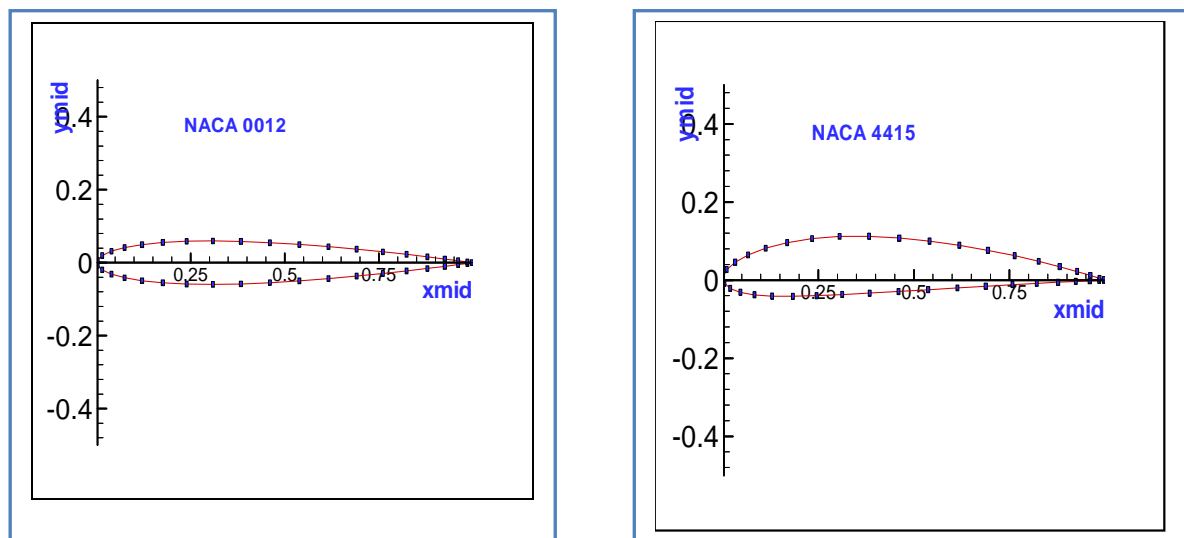


Figure: 4. 1 Discretisation du profil symétrique : NACA 0012 et un profil cambré NACA 4415

Quant aux figures 4-2 et 4-3 qui représentent l'influence sur l'approximation géométrique des profils tests de la segmentation bidimensionnelle pour différents nombres de panneaux (8, 16, 32,40), montrent nettement que le contour géométrique réel est rapidement atteint pour un nombre de paneling supérieur au facteur 32. Il est claire que plus nous augmentons le nombre de panneaux plus la précision sera atteinte.

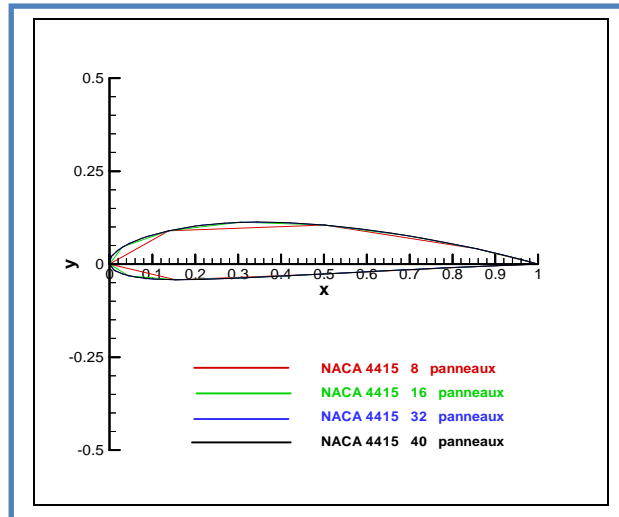


Figure 4.2 :L'influence du nombre de panneaux sur la géométrie du NACA 4415

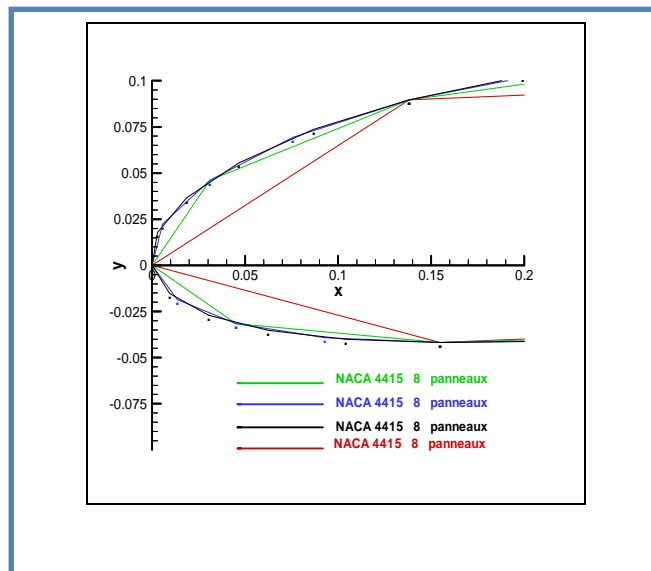


Figure 4.3: Zoom l'influence du nombre de panneaux sur la géométrie du NACA 4415

Les figures 4.5 et 4.6 représentent la distribution des pressions locales et illustre clairement le mécanisme de sustentation. Elle permet de montrer l'évolution des zones de dépression et surpressions le long du profil. On remarque franchement l'importance de la dépression sur l'extrados qui est beaucoup plus élevée en moyenne que la surpression sur l'intrados.

De ce fait, elle confirme d'une manière accomplie la validité du code élaboré. En effet, il est à noter aussi que les résultats suivent la distribution des singularités (source et tourbillons) et leurs bons placements sur la surface à étudier. Par la suite, une comparaison est faite avec les résultats théoriques et expérimentaux pour les profils NACA0012 et NACA4415 [51,54,57,58,61,66,68, 69,73,91,93 107].

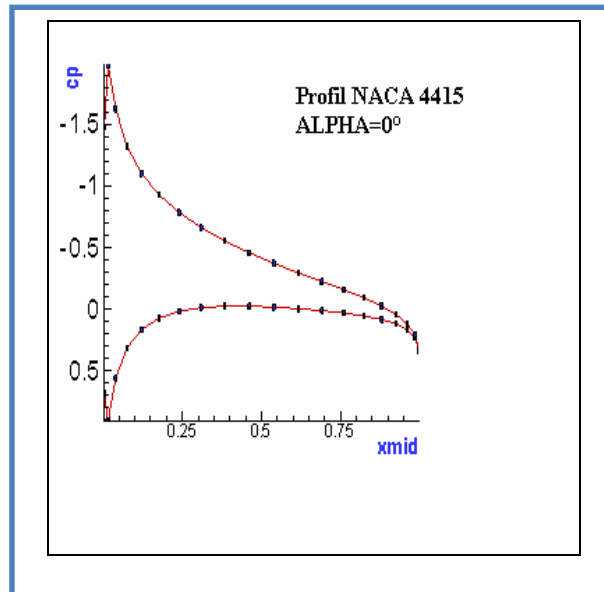


Figure 4.4: Distribution du coefficient de pression  $C_p$  le long de la corde NACA4415

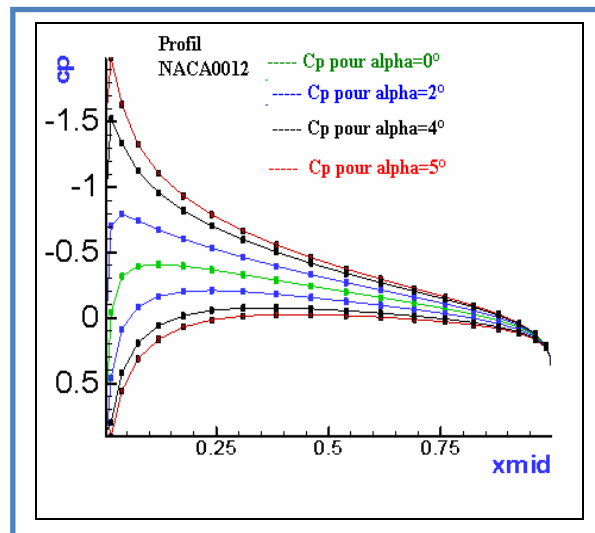


Figure 4. 5: Distribution du  $C_p$  pour différents angles d'incidence : NACA 0012

Selon la figure (4-5), on a présenté la courbe  $C_p$  pour différents angles d'incidences le long du profil. Les pressions obtenues sont réparties de la même manière sur l'intrados et l'extrados pour un angle  $\alpha$  de  $0^\circ$  pour un le NACA0012. Puisque la vitesse tangentielle sur les parois du profil est supérieure à la vitesse infinie (sur le profil hors extrémités). Par conséquent, les lignes de courant du fluide considéré comme parfait se rapprochent les unes des autres. Par conservation d'énergie, la vitesse le long du profil est élevée, alors que la pression en aval du profil augmente. On note donc, le comportement des graphes selon la figure (4-5) pour les différents angles d'attaque où le  $C_p$  est important au début du profil arrivant à un pic et chute au fur et à mesure que l'on se déplace dans le corps.

L'augmentation de l'incidence permet de différencier les pressions de l'intrados et l'extrados. Sur l'extrados, la vitesse tangentielle augmente par rapport à la vitesse normale donc la pression diminue sous incidence nulle. À l'inverse, l'intrados voit sa vitesse tangentielle diminuer, du fait de l'augmentation de l'obstacle que produit l'aile à l'écoulement venant de l'amont. Comme le point d'arrêt est toujours le bord d'attaque, toutes les courbes du coefficient de pression tendent à la fin du profil vers la valeur unité.

Pour de plus amples informations techniques, nous avons jugé utile d'enrichir et tester notre code à partir d'un maillage prédéfini voir figures (4.7 ,4.8). A ce stade, nous présentons les distributions des pressions et des vitesses autour des profils consacrés à cette étude ainsi que la disposition des lignes de courants. Ceci nous permis l'illustration quasi réelle de l'écoulement autour des différentes configurations choisies voir figures (4.9 à 4.17).

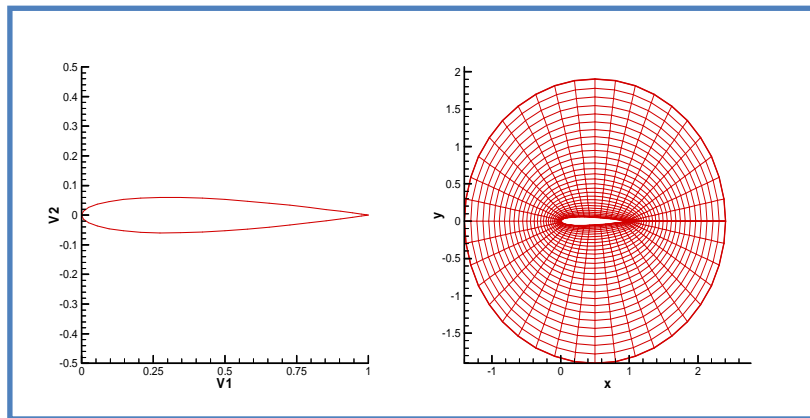


Figure 4.6 : Tracé et maillage du profil NACA0012

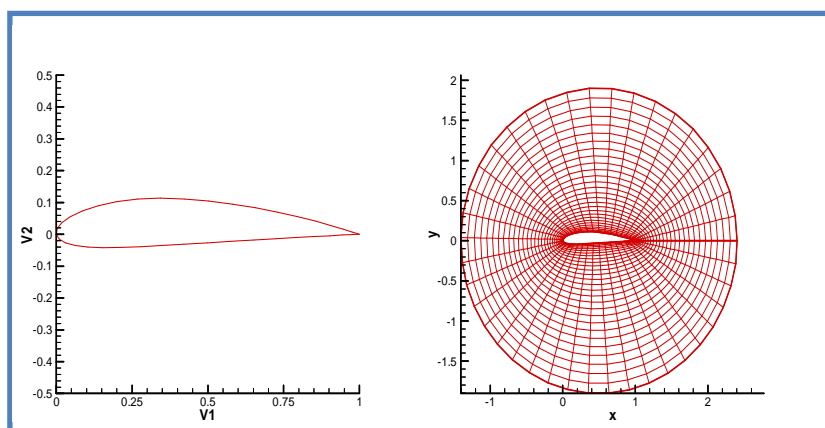


Figure 4.7: Tracé et maillage du profil NACA4415

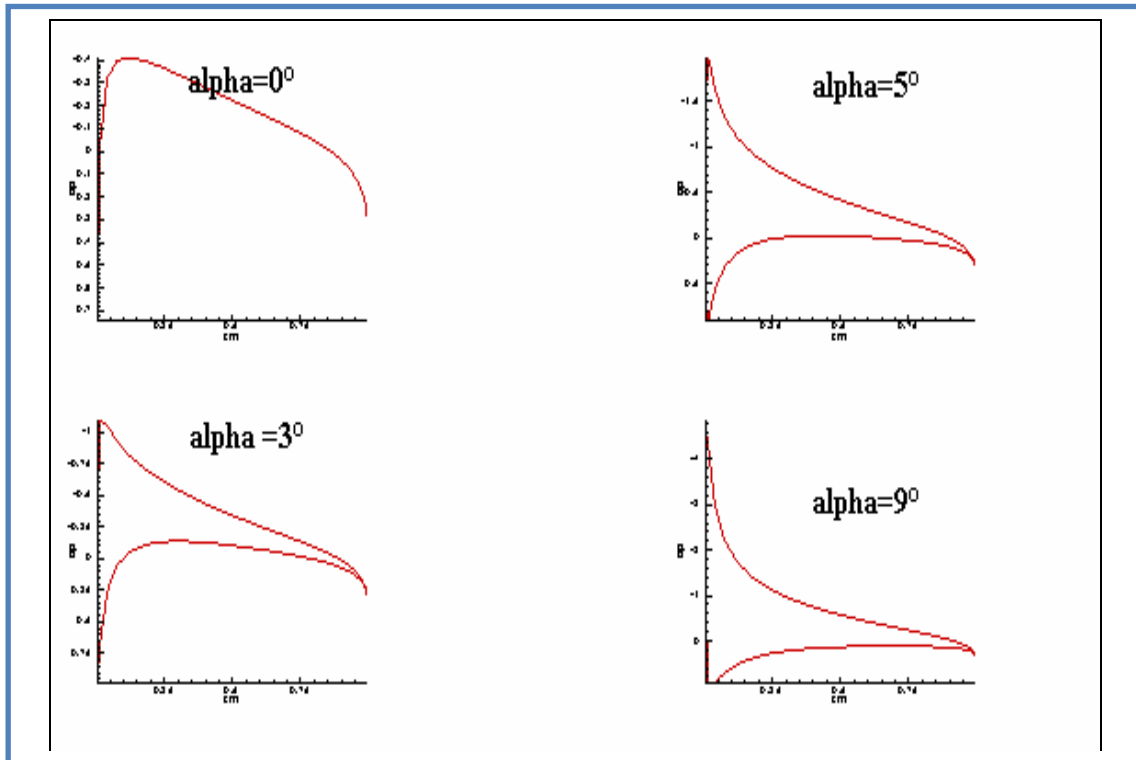


Figure 4. 8 : Distribution de CP pour différent angle d'incidence NACA 0012

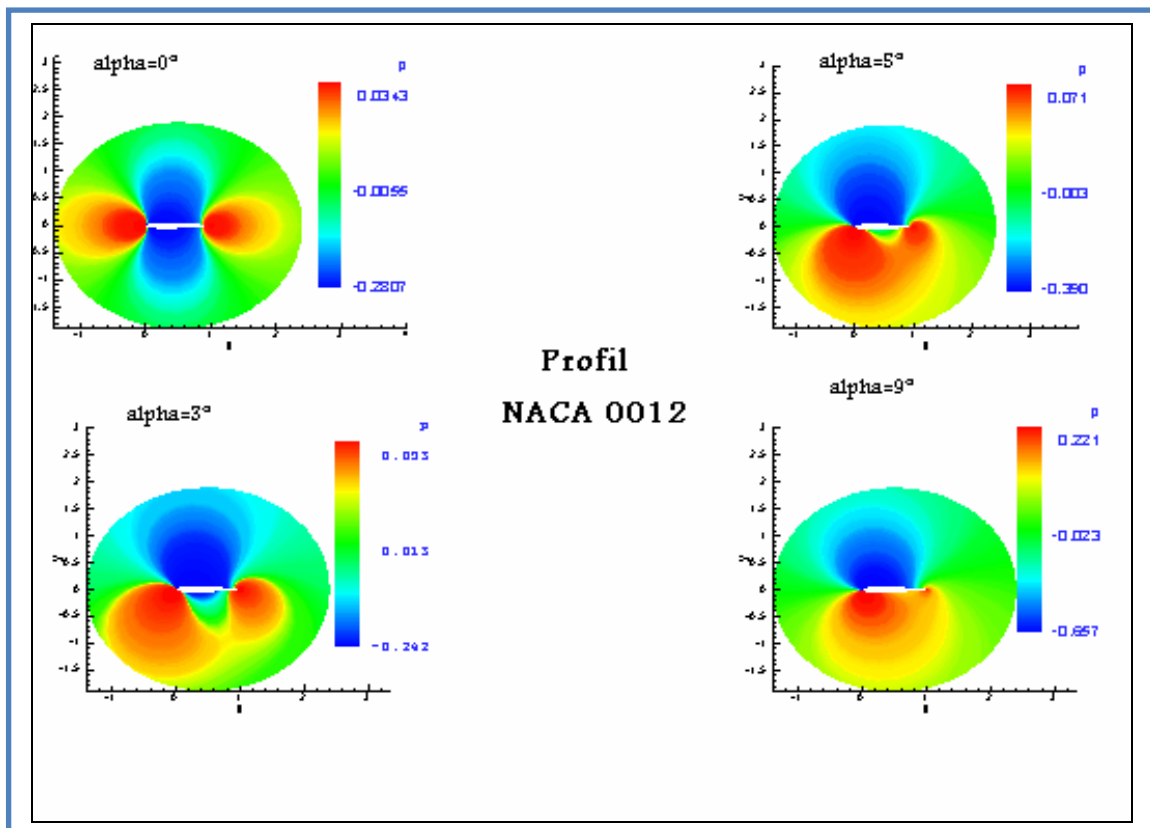


Figure 4.9: Distribution des pressions pour différent angle d'incidence NACA 0012



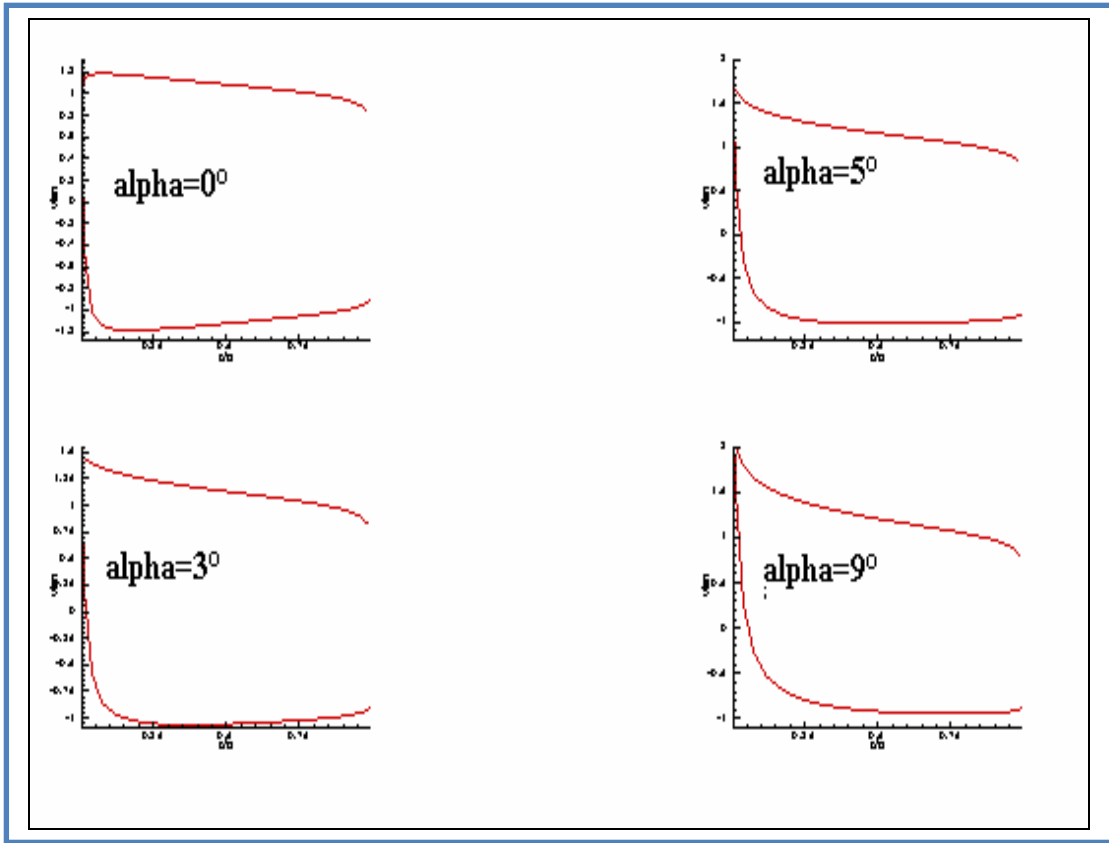


Figure 4.10 : Distribution de la vitesse tangentielle pour différents angles d'incidence NACA0012

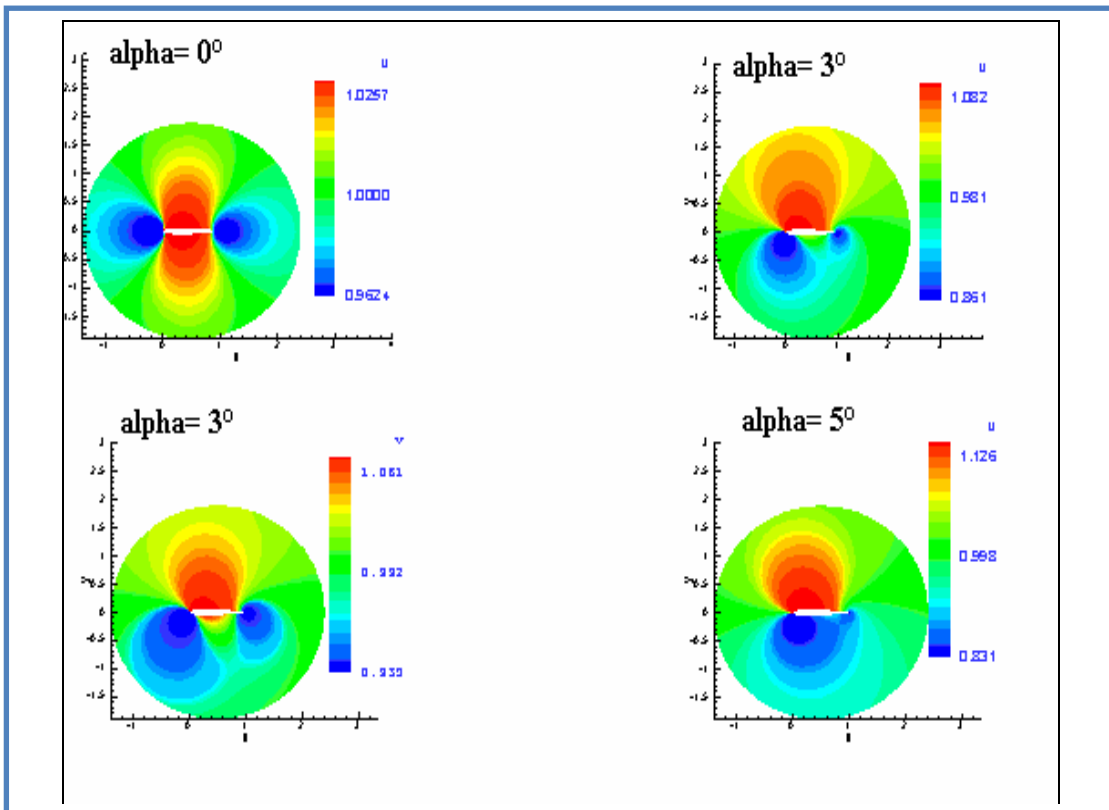


Figure 4.11: Distribution des vitesses pour différents angles d'incidence NACA0012

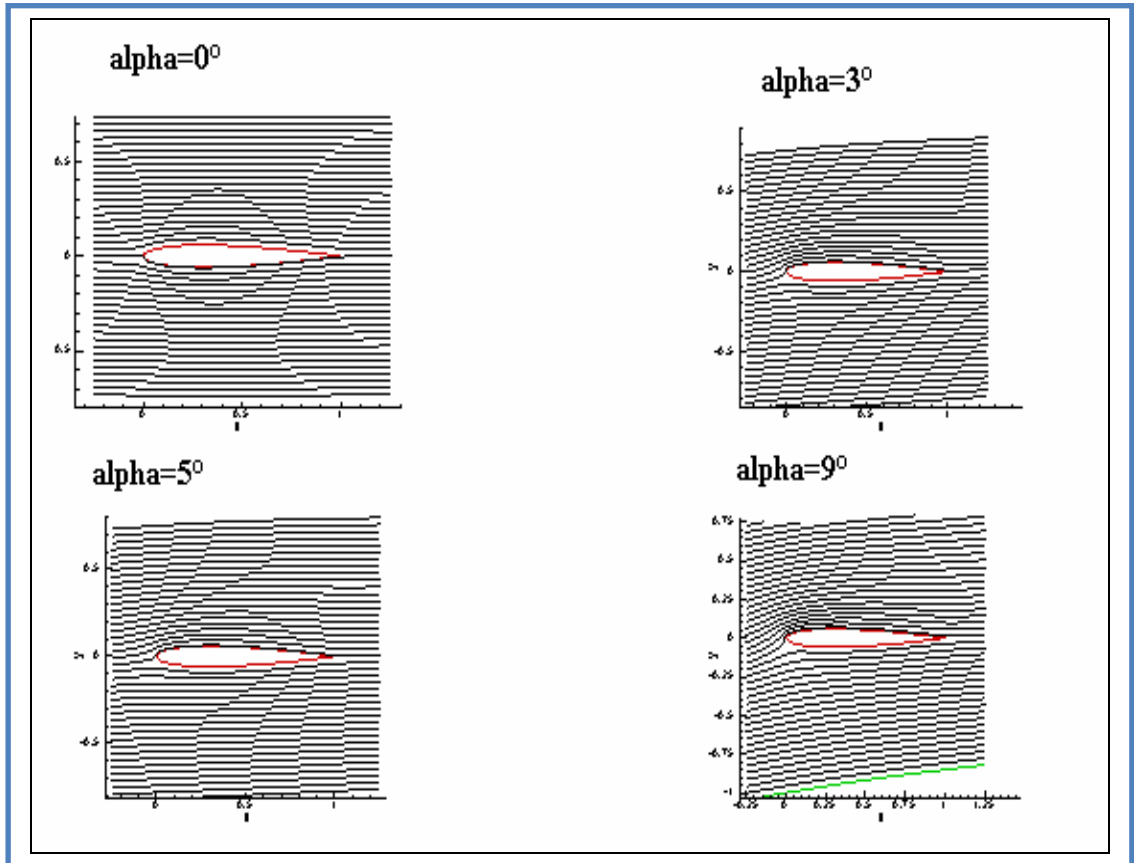


Figure 4.12: Distribution de Lignes de courant pour différentes angles d'incidence NACA0012

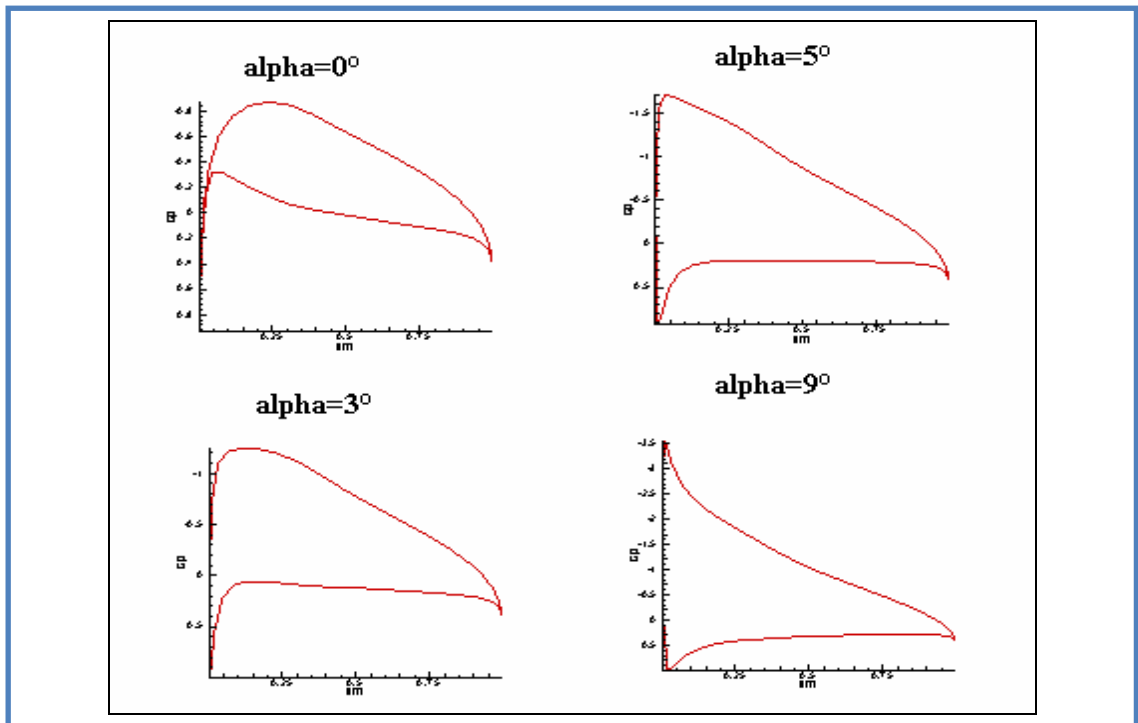


Figure 4.13 : Distribution de  $C_p$  pour différentes angles d'incidence NACA4415

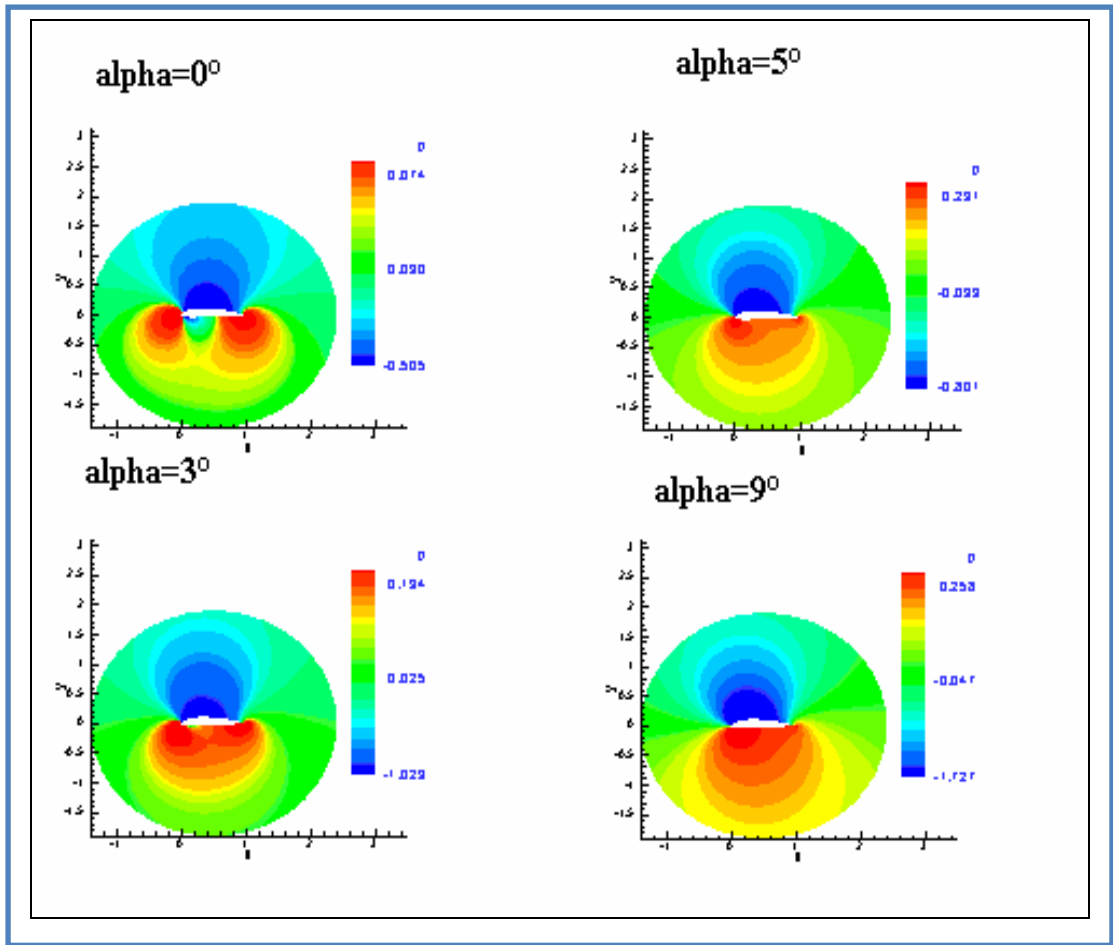


Figure 4.14 : Distribution des pressions pour différentes angles d'incidence NACA4415

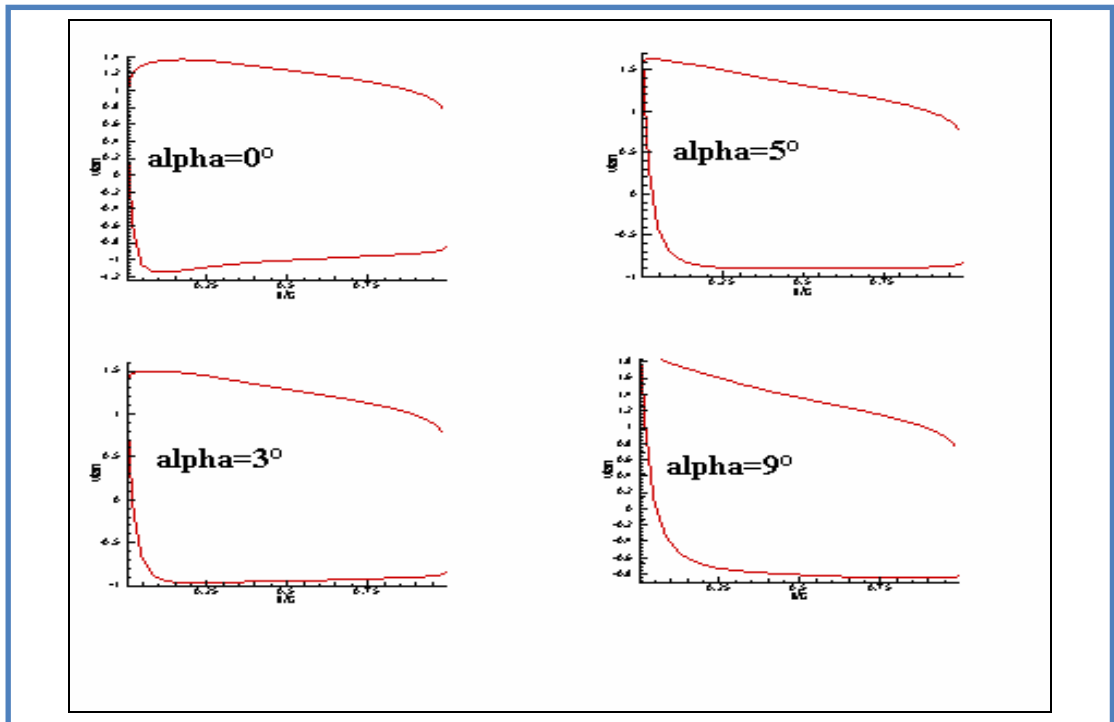


Figure 4.15 Distribution de Vitesse tangentielle pour différentes angles d'incidence NACA4415

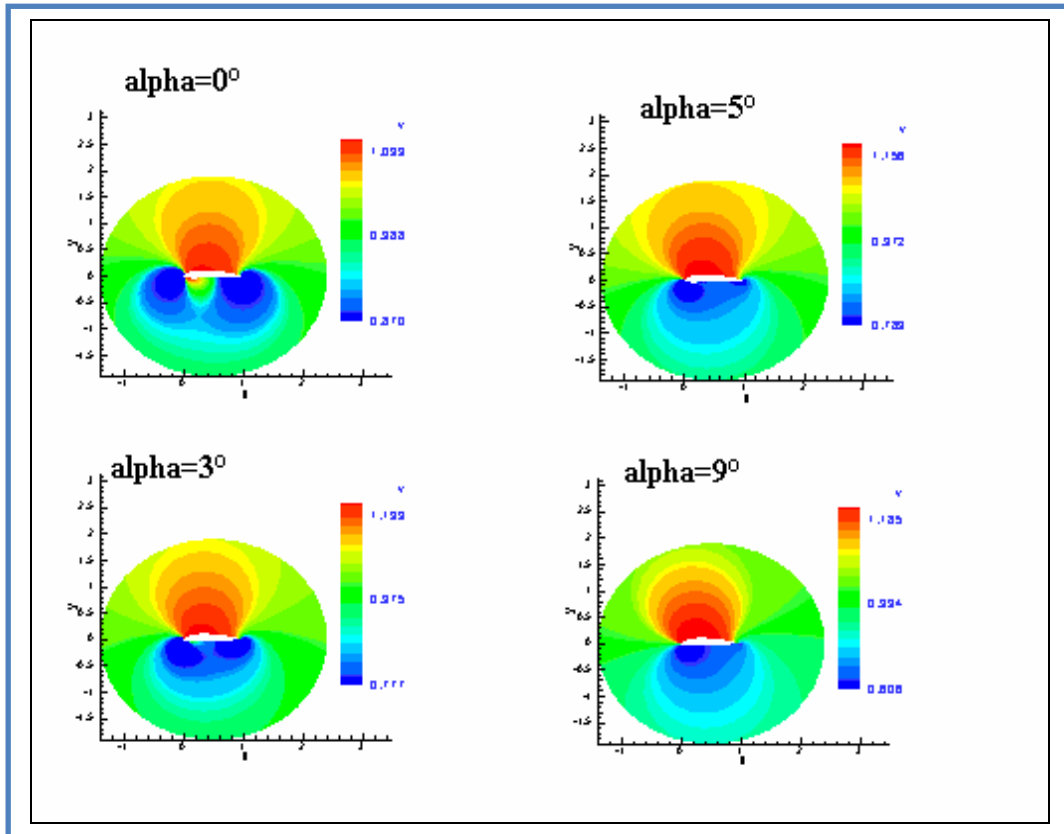


Figure 4.16: Distribution des Vitesses pour différents angles d'incidence NACA4415

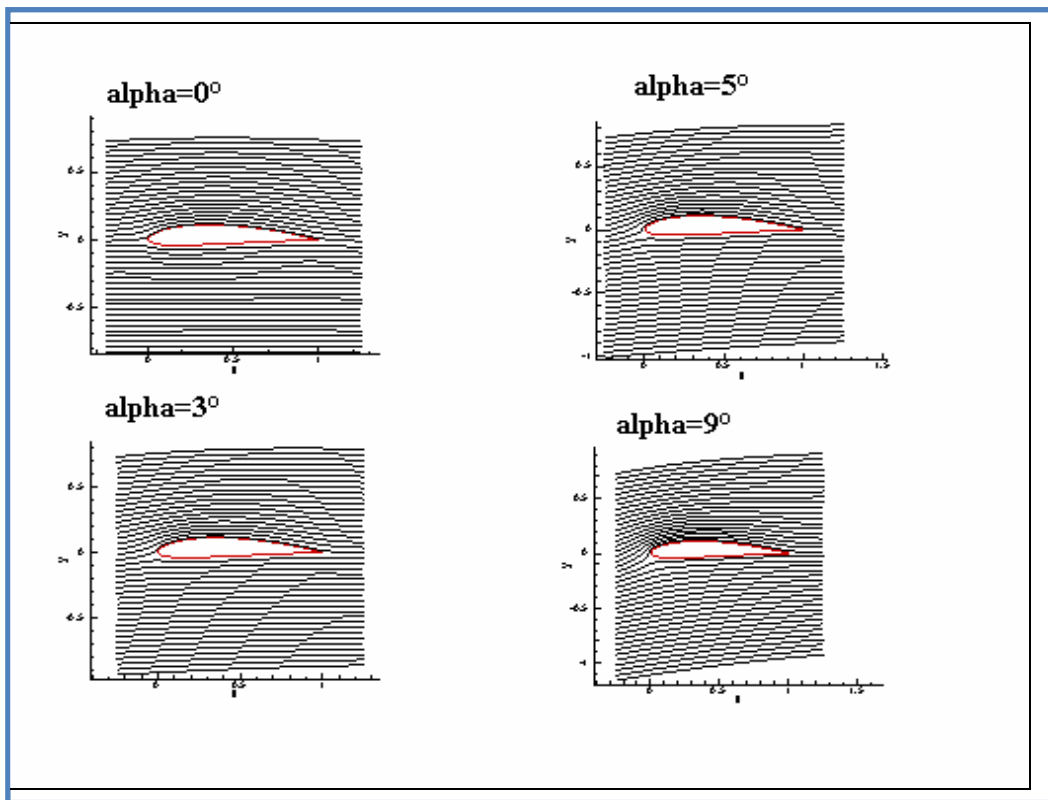


Figure 4.17 Distribution des Lignes de courant pour différents angles d'incidence NACA4415

Pour la détermination du coefficient de sustentation local du  $C_l$ , on a adopté une représentation en fonction de l'angle de l'incidence. La courbe  $C_l=f(\alpha)$  de la figure 4-19 présente un maximum aux incidences positives et par extrapolation un minimum aux incidences négatives, entre ces deux limites du coefficient de portance la courbe est pratiquement linéaire. La région utile s'étend sur une gamme d'incidence comprise entre  $-4^\circ$  et  $+4^\circ$ . À partir de la pente de droite définit à l'aide du rapport  $dC_l/d\alpha$  on exprime la variation de la portance résultant d'une variation d'incidence voir figure (4-19).

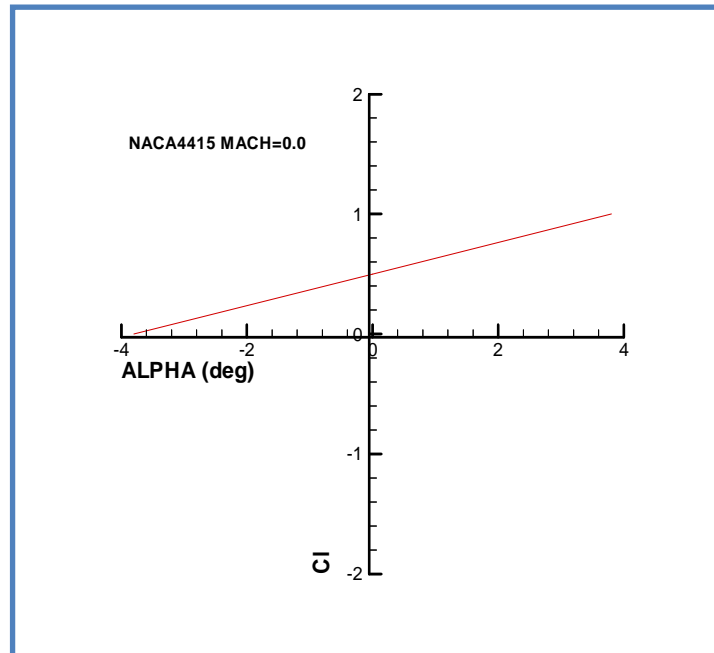


Figure 4. 18: Représentation du  $C_l$  en fonction de l'incidence

La courbe de portance présentée sur la figure (4-18), coupe l'axe des abscisses en  $\alpha = -4^\circ$  où la portance devient nulle. On remarque que celle-ci croît ou décroît avec  $\alpha$ . En dehors d'une plage d'angle de balayage d'incidence d'intervalle  $(-4$  et  $+4)$ , on obtient des valeurs extrêmes qui provoquent le décollement de l'écoulement. Cette perturbation se traduit sur les courbes éclaircies par les figures (4.20 et 4.21) par une variation linéaire au-delà du coefficient de portance maximale et qui est due théoriquement aux termes de degré supérieur des sinus et/ou des cosinus que prend en considération la formulation mathématique pour le calcul plus détaillé du  $C_l$ . Une représentation des données expérimentales graphique est accomplie et approximée raisonnablement par une comparaison avec nos résultats numériques. Il est enregistré qu'une bonne corrélation entre les deux résultats est en bon accord.

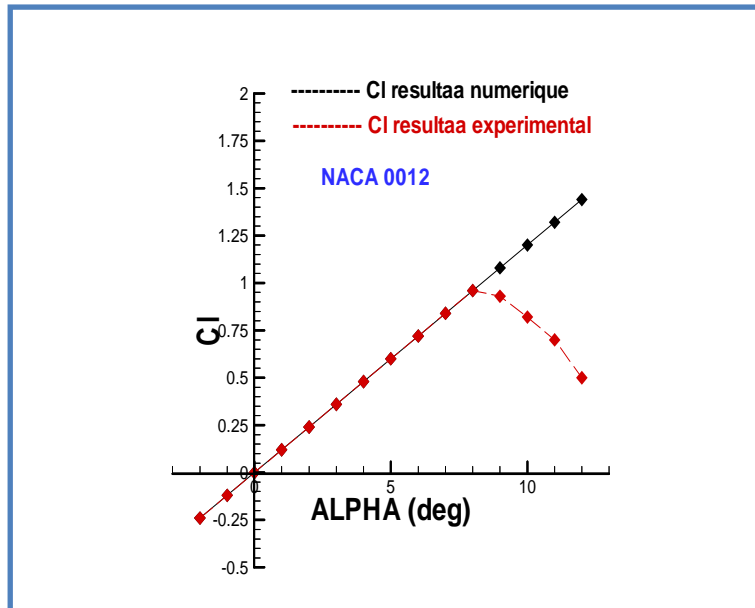


Figure 4.19 : Représentation de l'évolution de la portance en fonction de l'angle d'incidence pour le profil NACA 0012

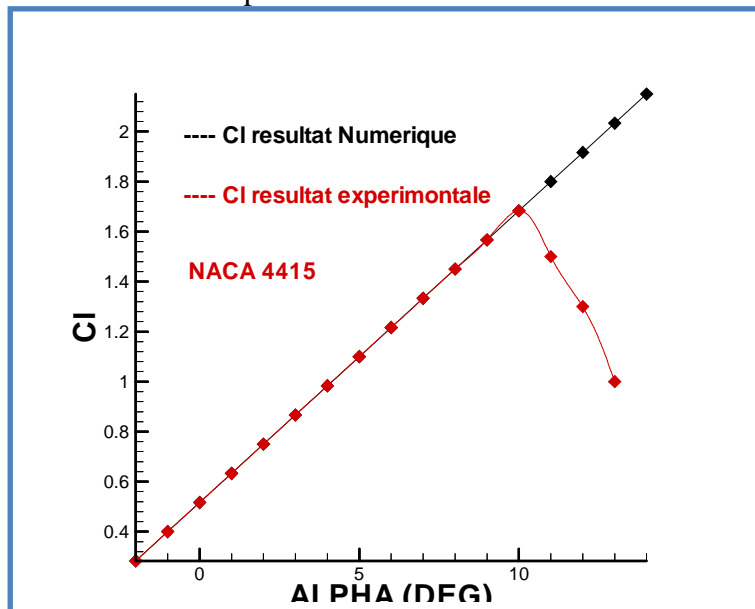


Figure 4. 20: Représentation de la variation du coefficient de portance en fonction de l'angle d'incidence pour le profil NACA 4415

Du point de vue influence de la segmentation (paneling), nous avons remarqué que la variation du nombre de panneaux utilisés pour la discrétisation du profil influe énormément sur le résultat du coefficient de portance figures (4-21-b et 4-21-a).

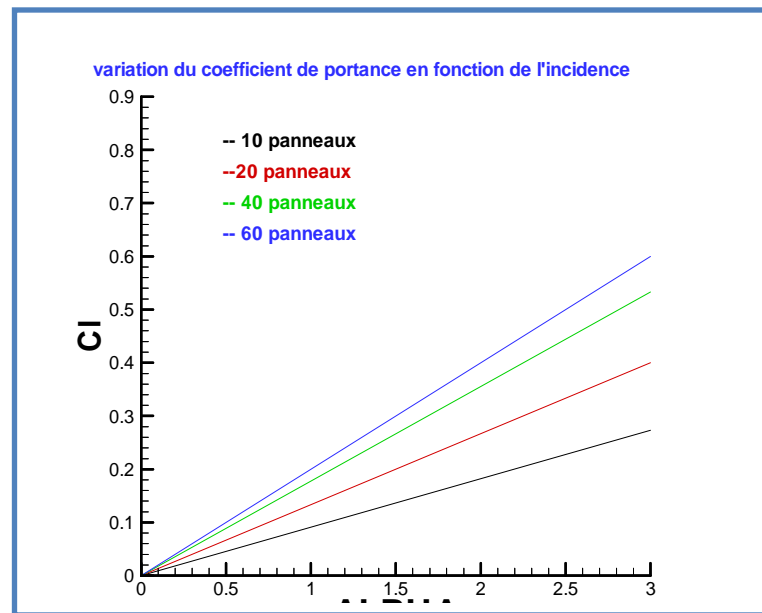


Figure 4. 21-a: Influence du nombre de panneaux sur le coefficient de portance  
En fonction de l'angle d'incidence Pour le NACA 0012

Sur la figure 4.21.a, nous avons fait varier l'angle d'incidence du profil symétrique NACA 0012 afin d'obtenir la portance du profil à diverses angles. Nous remarquons ainsi que la variation du  $C_l$  en fonction de  $\alpha$  suit une loi linéaire de pente environ égale à 0.12111. La fonction de  $C_l$  qui est  $C_l = 0.121 \cdot \alpha$  pour le cas des profils symétriques prend la forme  $y = ax$ . C'est une relation simple et aisée à manipuler.

Ayant présentés une variété de profils symétriques de type  $C_l = a\alpha$ , nous nous sommes rendus compte que la pente  $a$  est une constante qui dépend de la géométrie du corps géométrique étudié. Cette relation nous permettra ainsi de connaître la portance quelle que soit l'incidence du profil symétrique, grâce, soit à l'essai sous une incidence quelconque, soit grâce à des tables qui donneraient directement l'équation de la droite.

#### Remarque :

Nous nous sommes limités à un angle égal à 9 degrés; puisque la théorie avec laquelle on a traité notre code ne tient pas compte de l'effet de la viscosité et de la couche limite.

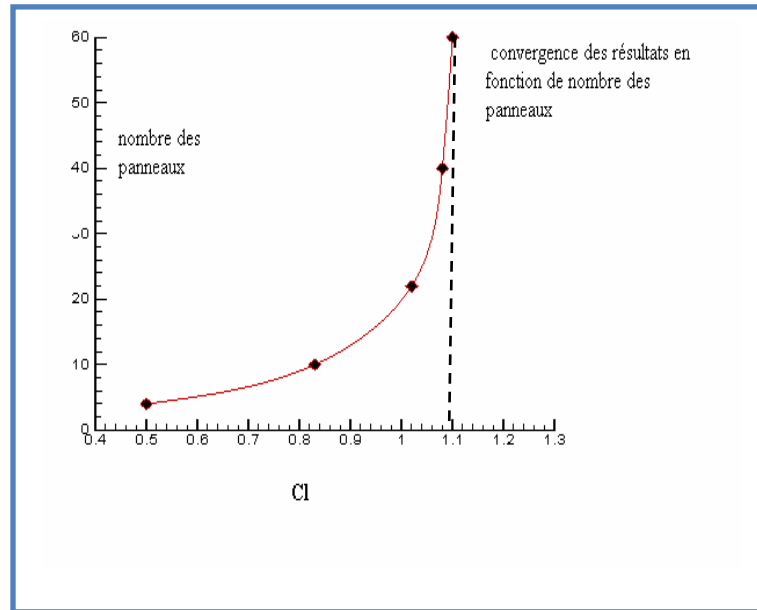


Figure 4. 21-b: Influence du nombre de panneaux sur le résultat obtenu de la variation du coefficient de portance en fonction de l'incidence

Sur la figure 4.21b, nous avons fait varier le nombre de panneaux par une discrétisation de 10 à 60. Nous remarquons qu'à partir de plus de 40 panneaux le coefficient de portance reste pratiquement le même.

Cette étude nous a permis de montrer la convergence des résultats avec l'augmentation du nombre de panneaux sur le profil. La méthode des panneaux, de même que n'importe quelle méthode discrétionnaire, n'apporte pas une solution analytique au problème, mais une solution numérique. On pourrait croire que l'augmentation vers l'infini du nombre de panneaux permettrait d'obtenir un excellent résultat. C'est vrai sur ce point, mais c'est inutile, car ainsi que le montre la figure 5.22-b, nous avons une convergence rapide du résultat au delà de 40 panneaux.

Nous pouvons aussi faire remarquer que pour les profils cambrés figure 4.19, l'évolution du coefficient de portance du profil est une fonction linéaire de  $\alpha$ , l'incidence du profil. Mais contrairement aux profils symétriques, les profils cambrés ont une portance initiale, ici de 0.37, ce qui fait que l'équation qui régit  $Cl(\alpha)$  est :  $Cl(\alpha) = a \cdot \alpha + b$ . Et que pour les NACA 4415,  $b=0.37$ , et  $a = 0.1149$

Cette relation nous permettra ainsi de connaître la portance quelle que soit l'incidence d'un profil cambré, grâce, soit à l'essai sous 2 incidences quelconques, soit grâce à des tables qui donneraient directement l'équation de la droite.



On utilise dans la figure 4.22 une représentation du coefficient de moment en fonction de l'incidence. Le moment est calculé par rapport au bord de d'attaque du profil ou nous adoptons comme convention qu'un moment piqueur est positif et moment cabreur est négatif. Aux incidences usuelles, le coefficient de moment est positif car il a pour effet de faire tourner le profil autour du bord d'attaque de façon à diminuer l'angle d'incidence. La courbe est sensiblement linéaire pour des incidences comprises entre  $0^\circ$  et  $9^\circ$ . Il est nul pour une incidence proche  $-7^\circ$ . Puis croit avec l'incidence jusqu'à une valeur maximale

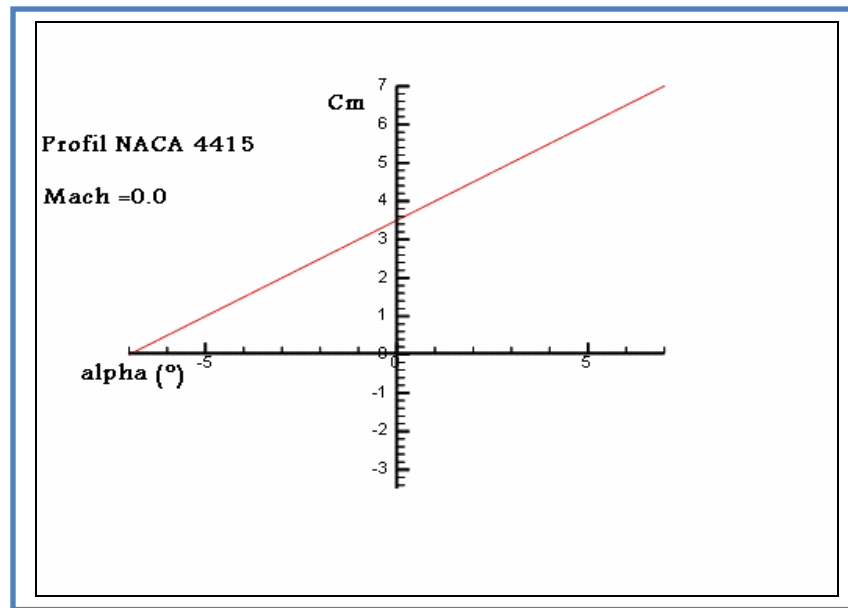


Figure 4. 22 : Représentation du  $C_m$  en fonction de l'incidence

L'objectif dans cette recherche est d'analyser l'influence des sillages engendrés par des géométries interférées.

L'extrémité de l'aile est une zone où la pression d'intrados rejoint la dépression d'extrados ce qui crée des sillages tourbillonnaire (tourbillons marginaux). Afin de diminuer la traînée induite par ces tourbillons, il est nécessaire de réduire progressivement les champs de pressions lorsqu'on s'approche de l'extrémité de l'aile. Pour cela, à surface d'aile identique, une plus grande envergure sera préférable à une plus grande corde. On augmente l'allongement (envergure<sup>2</sup>/surface.) bien entendu, cette augmentation d'envergure crée des problèmes de résistance mécanique : La portance en bout d'aile a tendance à la faire plier et à la casser. Des dispositifs ont été développés, pour limiter les effets mécaniques dus à l'allongement dont en autres l'implanture de la winglet.

Les phénomènes d'interactions entre obstacles et en particulier l'élément winglet et les surfaces portantes engendrent du fait de leur orientation une force de portance s'ajoutant à celle de l'aile. Une force de poussée diminue la traînée et une modification des champs des vitesses locales.

Tous ces paramètres dépendent vraisemblablement de l'angle d'incidence, de la forme de la winglet, de la position longitudinale de l'aile et enfin de la position de l'implanture du winglet sur le bout extérieur de l'aile.

La recherche des aérodynamiciens a été toujours d'essayer de trouver un moyen fondamental pour accroître l'efficacité aérodynamique et cela par l'intermédiaire de l'exploitation de l'idée de surfaces géométriquement non planes tel que les configurations canard et plus particulièrement les winglets dont actuellement le concept est communément utilisé sur les nouvelles configurations.

En pratique ces formes de bout d'aile amélioré aident à nettoyer les champs d'écoulements sur les bouts extérieurs des ailes, en réduisant les effets visqueux dont il résulte une réduction de la traînée et par conséquent la réduction systématique de la traînée de frottement sur la paroi.

Afin de mieux cerner et comprendre ces phénomènes d'interactions dans des configurations combinées (aile, empennage, winglet) dans des champs d'écoulements fluides et leurs influences sur les caractéristiques aérodynamiques au point d'implanture, nous avons simulé ces derniers par deux codes. Le premier a été élaboré et le deuxième a été exploité (code Fluent).

Les figures 4.23 jusqu'au 4.28 (simulation par le code élaboré et aussi le logiciel fluent) représentent une description tridimensionnelle de la répartition des caractéristiques aérodynamiques d'une aile portante dans la région d'implanture de la winglet par rapport à la variation simultanée de l'angle de calage (angle dièdre est respectivement de 0° 20° 50° 80°) et de la flèche. On remarquera en particulier l'élargissement de la zone d'influence dans les champs d'écoulement en bout d'aile conformément à la variation de la flèche de 0° et 25°. Cette simulation en 3D nous a permis de visualiser la distribution qualitative et surfacique des forces aérodynamiques locaux :  $C_l$ ,  $C_D$  et  $C_m$  et de focaliser les zones critiques à forte concentration de force maximale de traînée induite ainsi que la tendance et le sens de l'évolution tridimensionnelle des autres paramètres aérodynamiques en vue d'un choix approprié de l'angle optimum de calage du dièdre dans l'implanture ainsi que celui de la flèche .

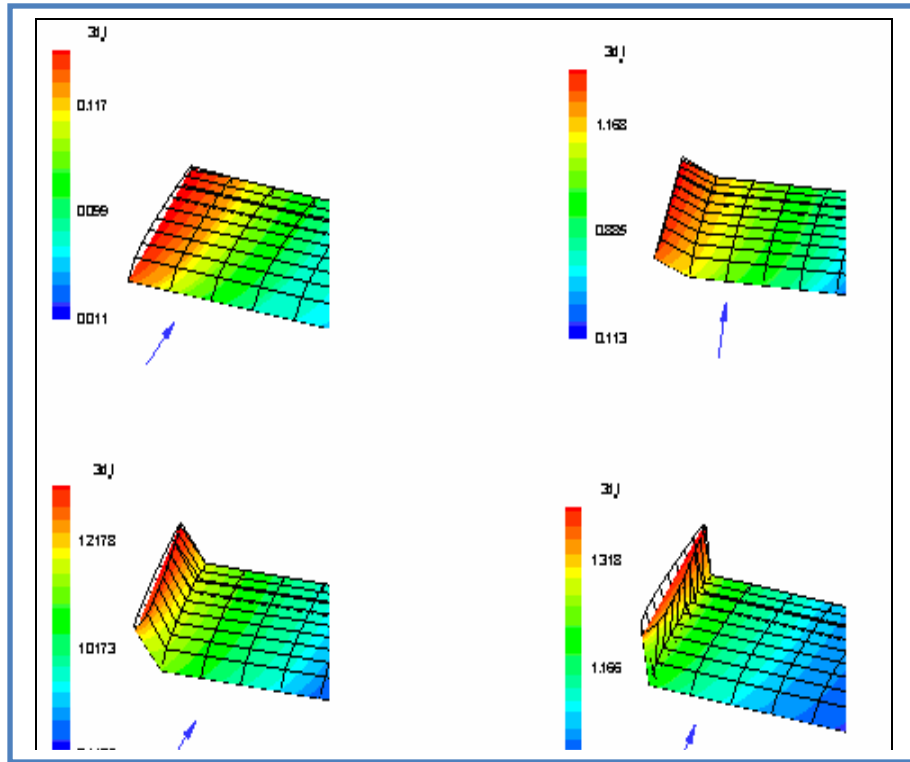


Figure 4.23: Distribution tridimensionnelle du  $C_l$ , effilement  $e=1$  et flèche =  $0^\circ$

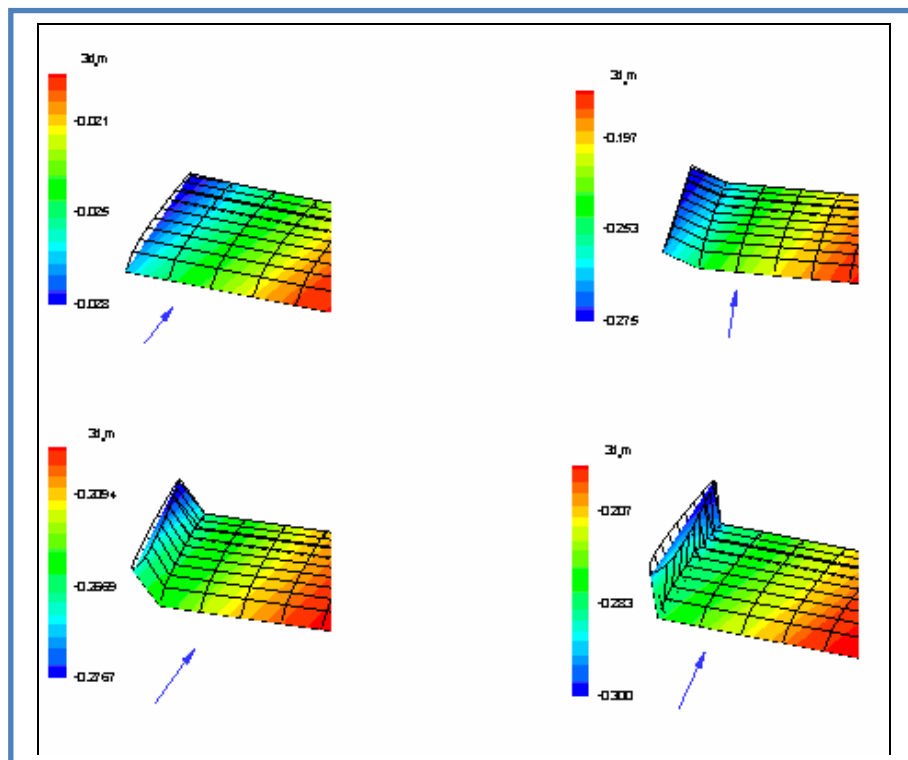


Figure 4.24 : Distribution tridimensionnelle du  $C_D$ , effilement  $e=1$  et flèche =  $0^\circ$

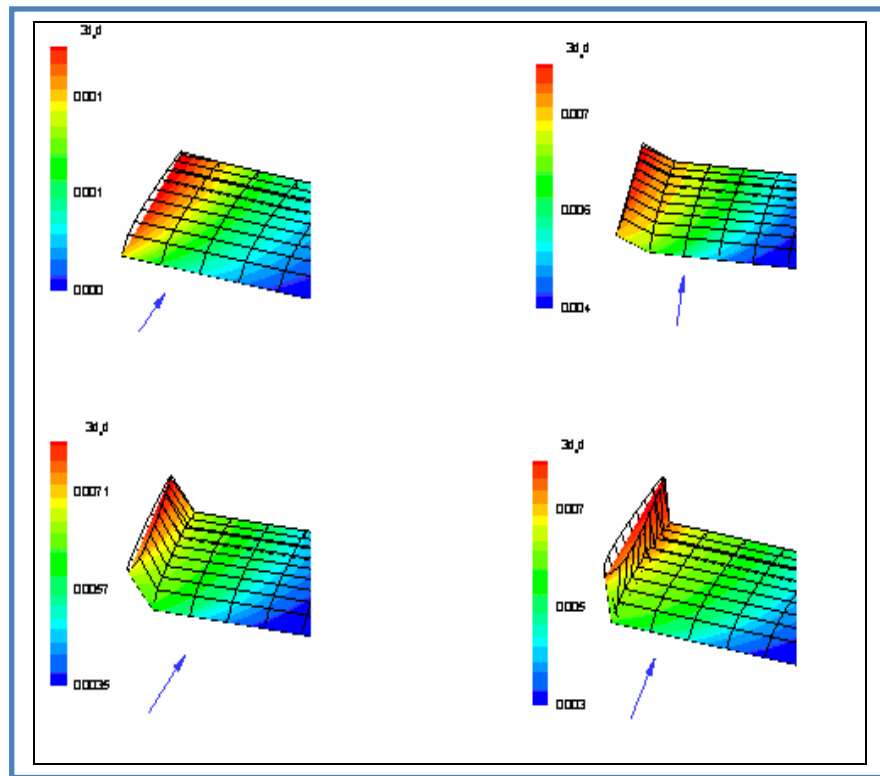


Figure 4.25 : Distribution tridimensionnelle du  $C_m$ , effilement  $e=1$  et flèche =  $0^\circ$

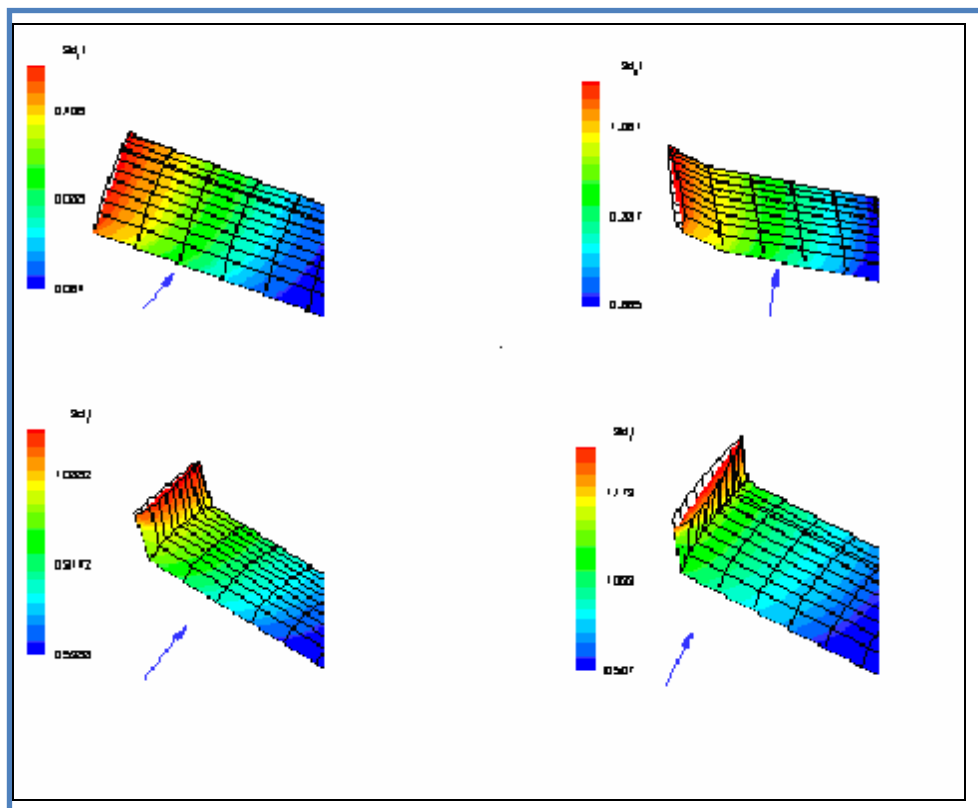


Figure 4.26: Distribution tridimensionnelle du  $C_l$ , effilement  $e=1$  et flèche =  $25^\circ$

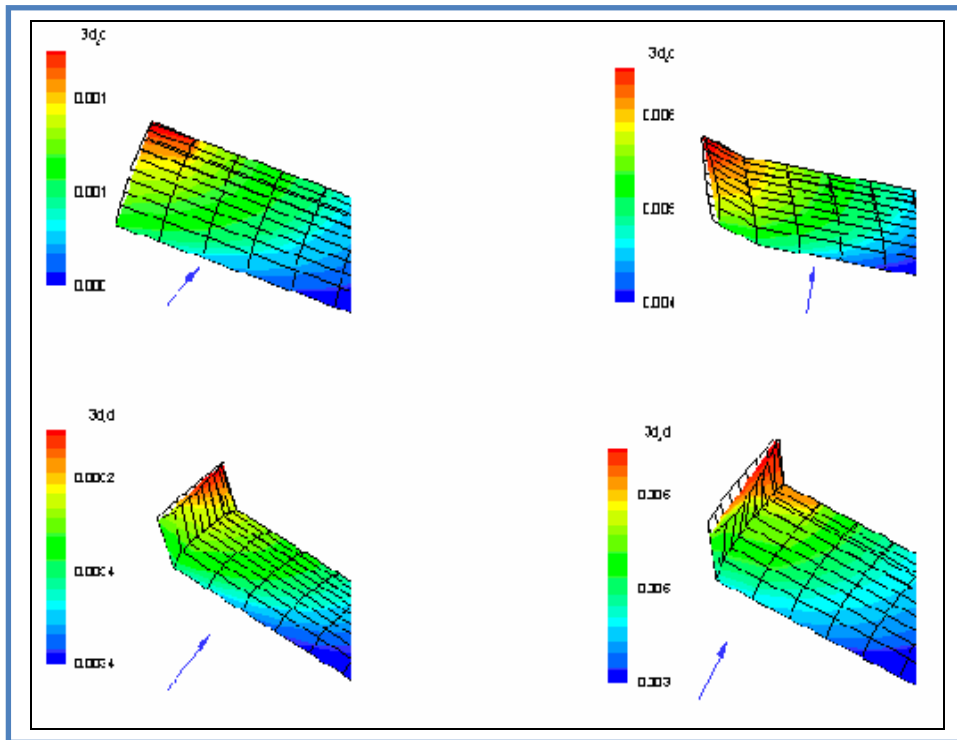


Figure 4.27 : Distribution tridimensionnelle du  $C_D$ , effilement  $e=1$  et flèche =  $25^\circ$

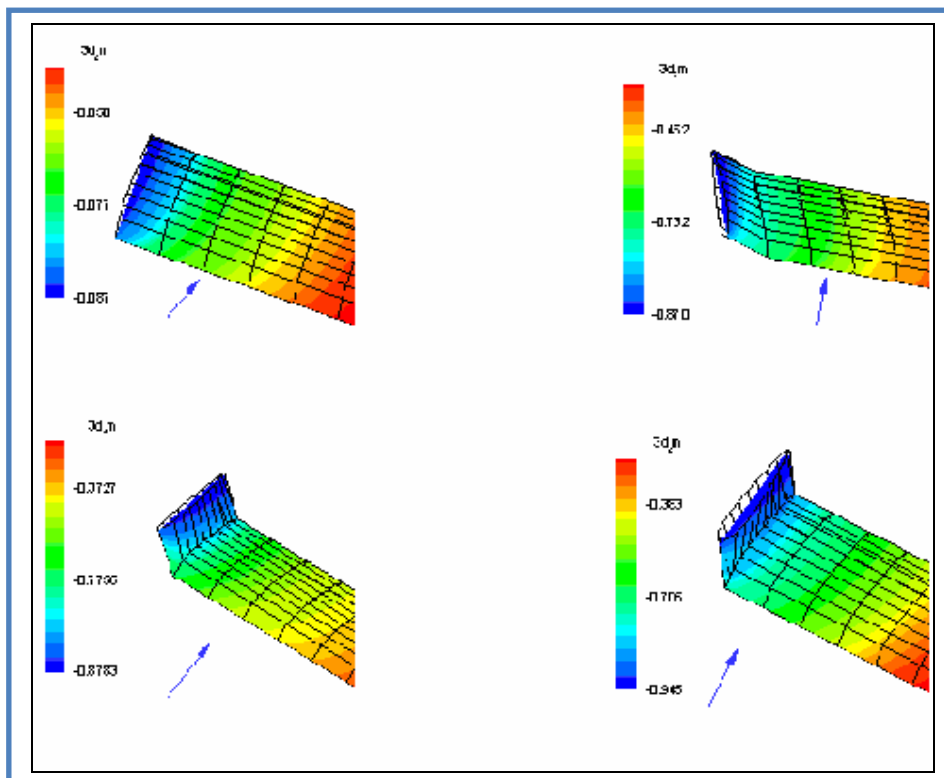


Figure 4.28: Distribution tridimensionnelle du  $C_m$ , effilement  $e=1$  et flèche =  $25^\circ$

## 4.2) Résultats obtenu par le logiciel Fluent

Dans cette deuxième partie de simulation numérique de notre travail réalisée par le logiciel Fluent, on s'intéresse essentiellement à l'écoulement aérodynamique tridimensionnel aux champs de vitesse, de pression, de coefficient de pression et des isomachs autour des différentes configurations géométriques de l'avion.

On se propose donc, dans cette étude la mise en évidence des écoulements autour d'une configuration aile empennage (voir figure 4. 29) et autour aussi de la configuration d'un avion en vrai grandeur voir les figures chapitre 3.

Dans l'ensemble des calculs entamés pour simuler le champ écoulement autour de la géométrie du design de l'avion en question, nous avons utilisé une vitesse initiale du le fluide de 50 m.s-1. Le régime obtenu dans ce cas est un régime subsonique.

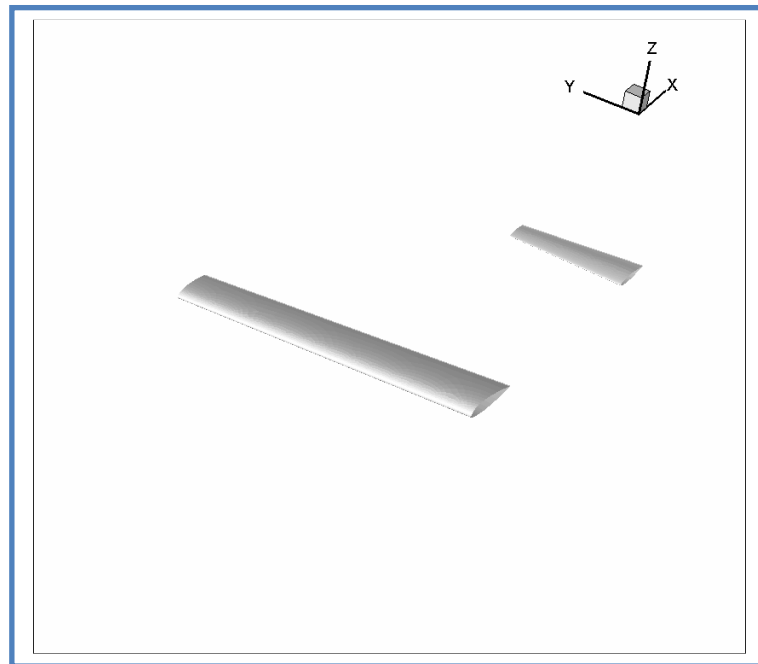


Figure 4. 29 : Représentation de la géométrie à étudié (aile et empennage)

La figure (4.30) montre l'aile et l'empennage. On présente ici les différentes stations le long de l'ensemble aile-empennage pour  $y = 0$  à  $y = 9$ , où, on souhaite chercher le coefficient de pression de chaque station. Le résultat obtenu montre sur les figures (4-31, 4.34) pour un angle d'attaque  $\alpha = 0$  le coefficient de pression est plus important sur l'intrados que sur l'extrados. On mentionne aussi sur les mêmes figures (4-35,4-36) que le coefficient de pression obtenu pour les stations  $y = 0$  et  $y = 1.5$  donnent des valeurs significatives que celle obtenue pour la station  $y = 3.5$ , on peut déduire

alors que le coefficient de pression diminue à partir de l'implantation vers le bout. La même remarque sera avancée pour la configuration de l'aile, où on remarque à la station  $y = 9$ , la chute du coefficient de pression voir figure 4.35. Une bonne illustration unissant des différentes stations est illustrée sur la figure 4.36. L'inclinaison de l'angle d'attaque provoque un accroissement du coefficient de pression sur l'intrados et une diminution sur l'extrados voir figure 4-39.

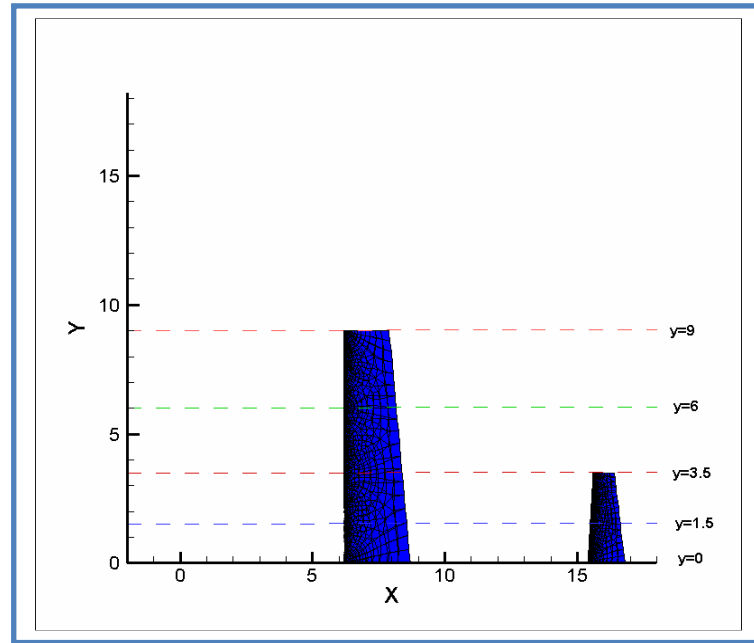


Figure 4.30: Représentation différentes stations pour la combinaison aile- empennage (Angle d'attaque =0°)

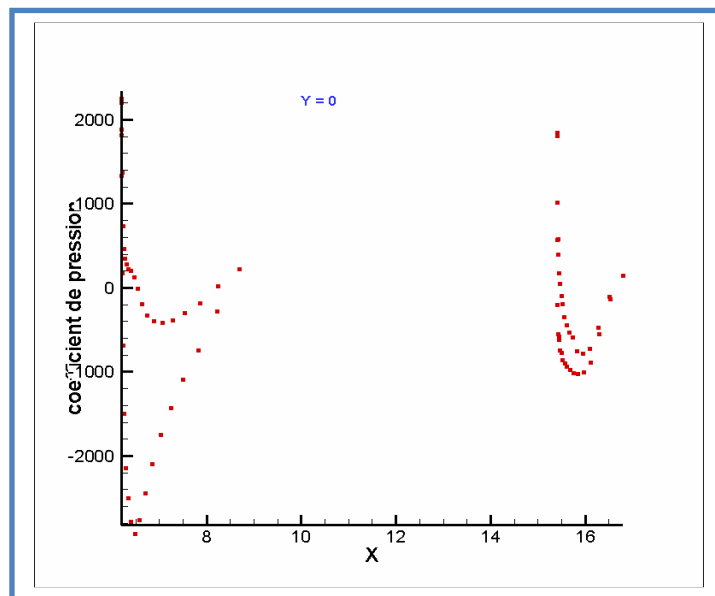


Figure 4.31: Le coefficient de pression à la région d'emplanture fuselage et aile- empennage  $y=0$

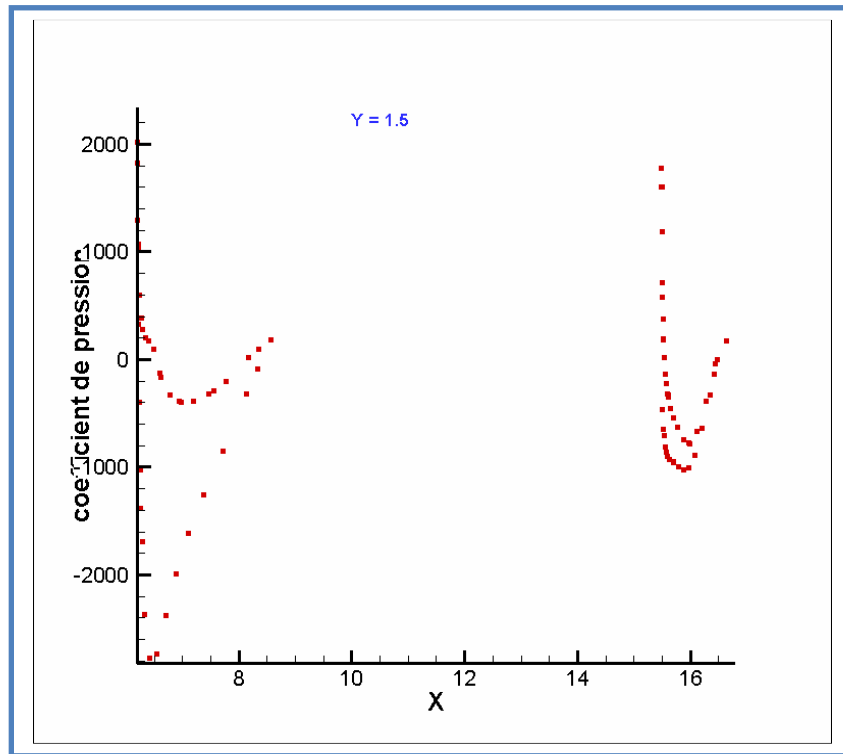


Figure 4.32: Le coefficient de pression à la station aile- empennage  $y=1.5$

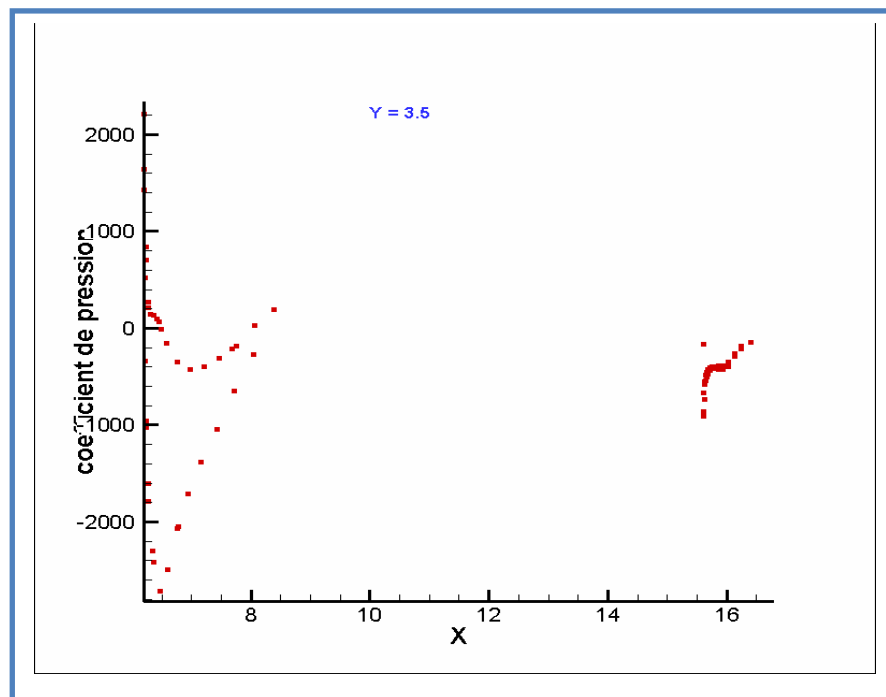


Figure 4.33: Le coefficient de pression à la station aile- empennage  $y=3.5$



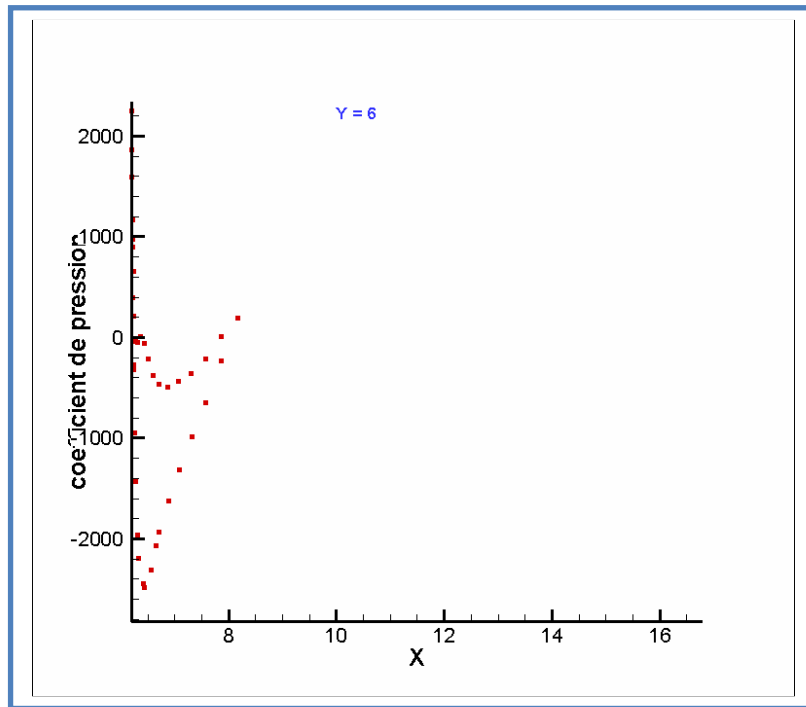


Figure 4.34: Le coefficient de pression à la station aile- empennage  $y=6.00$

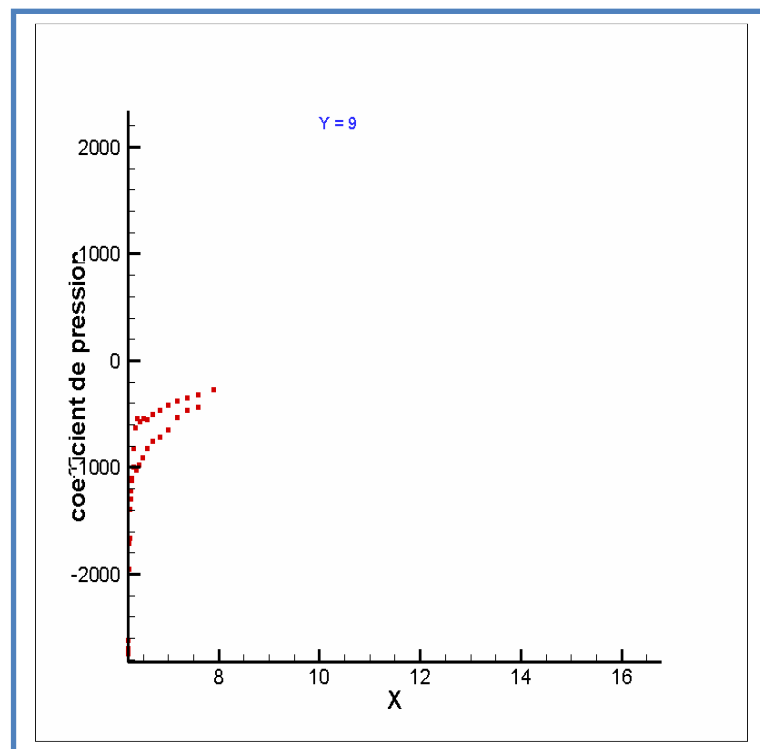


Figure 4.35: Le coefficient de pression à la station aile- empennage  $y=9.00$

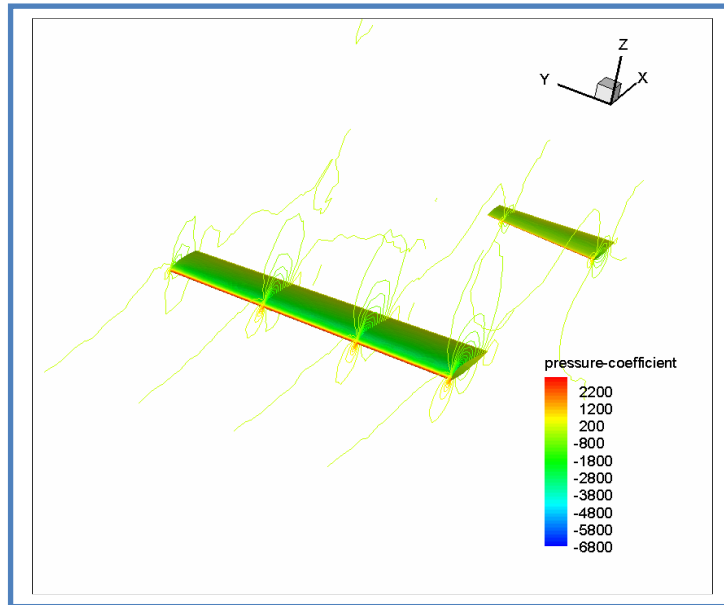


Figure 4.36: Illustration de coefficient de pression pour différentes stations : aile- empennage  
(Aile même niveau que l'empennage avec angle d'attaque=0)

Sur les figures (4-36, 4.37), on présente le champ de pression pour les différentes stations le même comportement que le coefficient de pression est à noter dans ce cas. Sur la figure 4.39, l'image montre clairement l'augmentation de la pression pour un angle  $\alpha = 5^\circ$ .

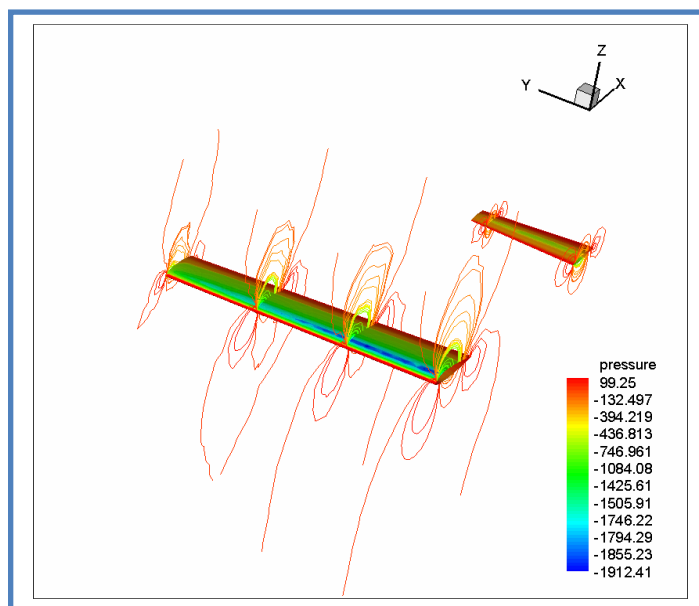


Figure 4.37: Illustration du champ de pression pour différentes stations : aile- empennage  
(Aile même niveau que l'empennage avec angle d'attaque=0)

Le champ de vitesse est configuré sur la figure (4.38, 4.40) pour des angles respectives  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 5^\circ$ . On mentionne dans ce cas une différence de comportement de la vitesse pour les deux angles. Où, on note une vitesse importante pour l'angle  $\alpha = 5^\circ$ .

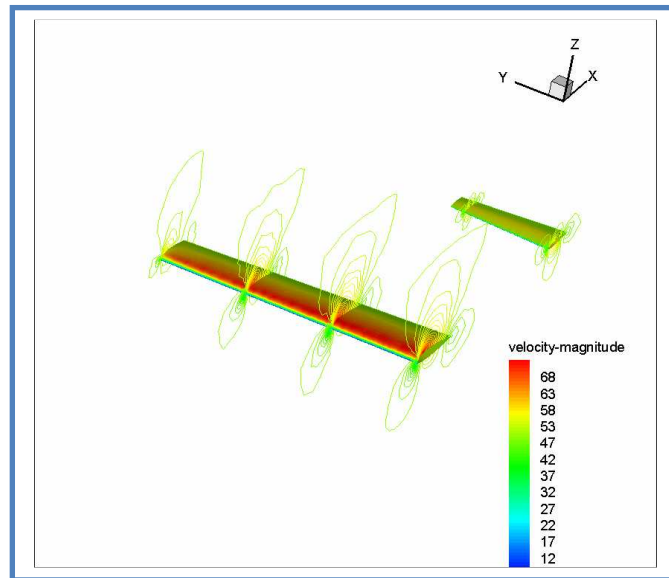


Figure 4.38: Illustration du champ de la vitesse pour différentes stations : aile- empennage (Aile même niveau que l'empennage avec angle d'attaque=0)

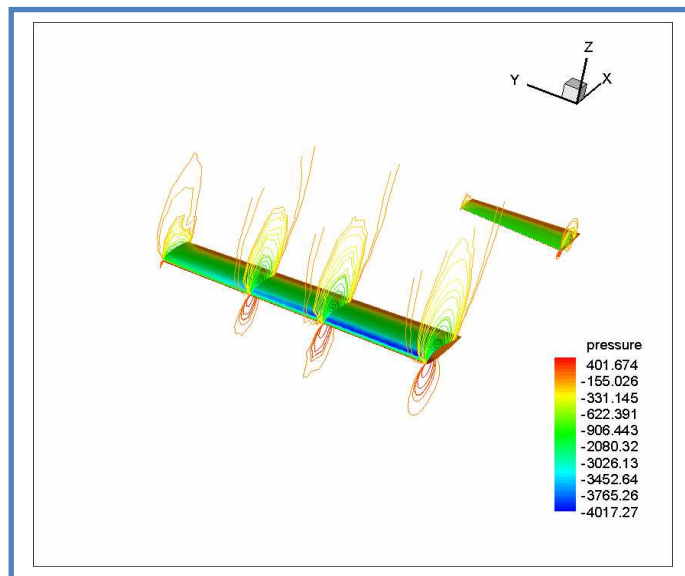


Figure 4.39: Illustration de la pression au niveau : aile- empennage (Avec un angle d'attaque=5°)

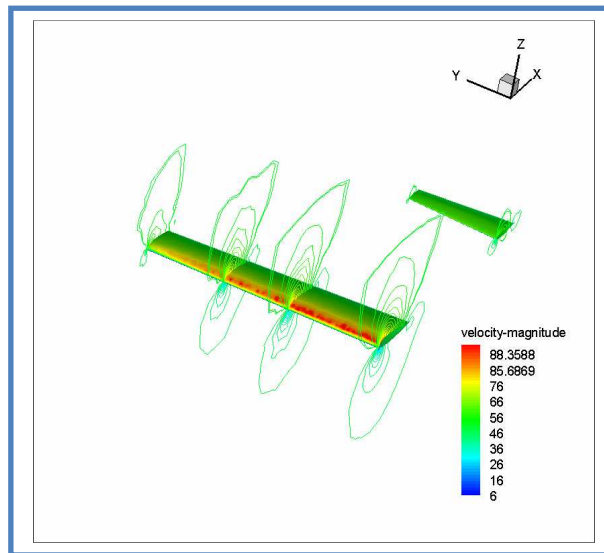


Figure 4.40: Illustration du champ de vitesse au niveau : aile- empennage  
(Avec un angle d'attaque=5°)

Aux figures 4.41 (a, b et c), on illustre par une représentation des champs de contours des coefficients de pression où on remarque clairement que selon la légende présentée que le coefficient de pression augmente avec l'augmentation de l'angle d'attaque.

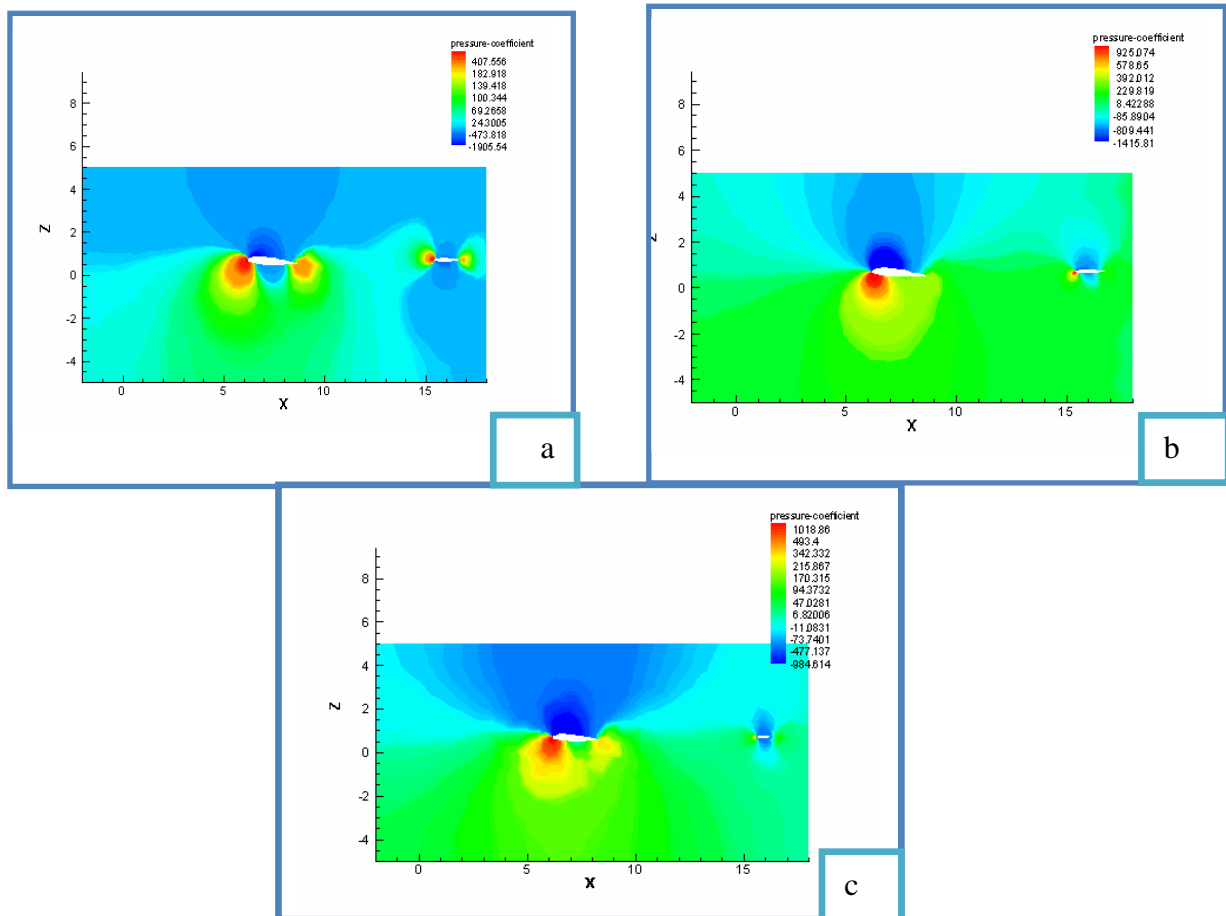


Figure 4.41 (a, b, c): Contours de coefficient de pression autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$  respectivement)

Pour une configuration aile empennage aligné, on remarque que la vitesse augmente à l'intrados et l'extrados avec l'augmentation de l'angle d'attaque. voir figure 4.42 (a,b ,c).

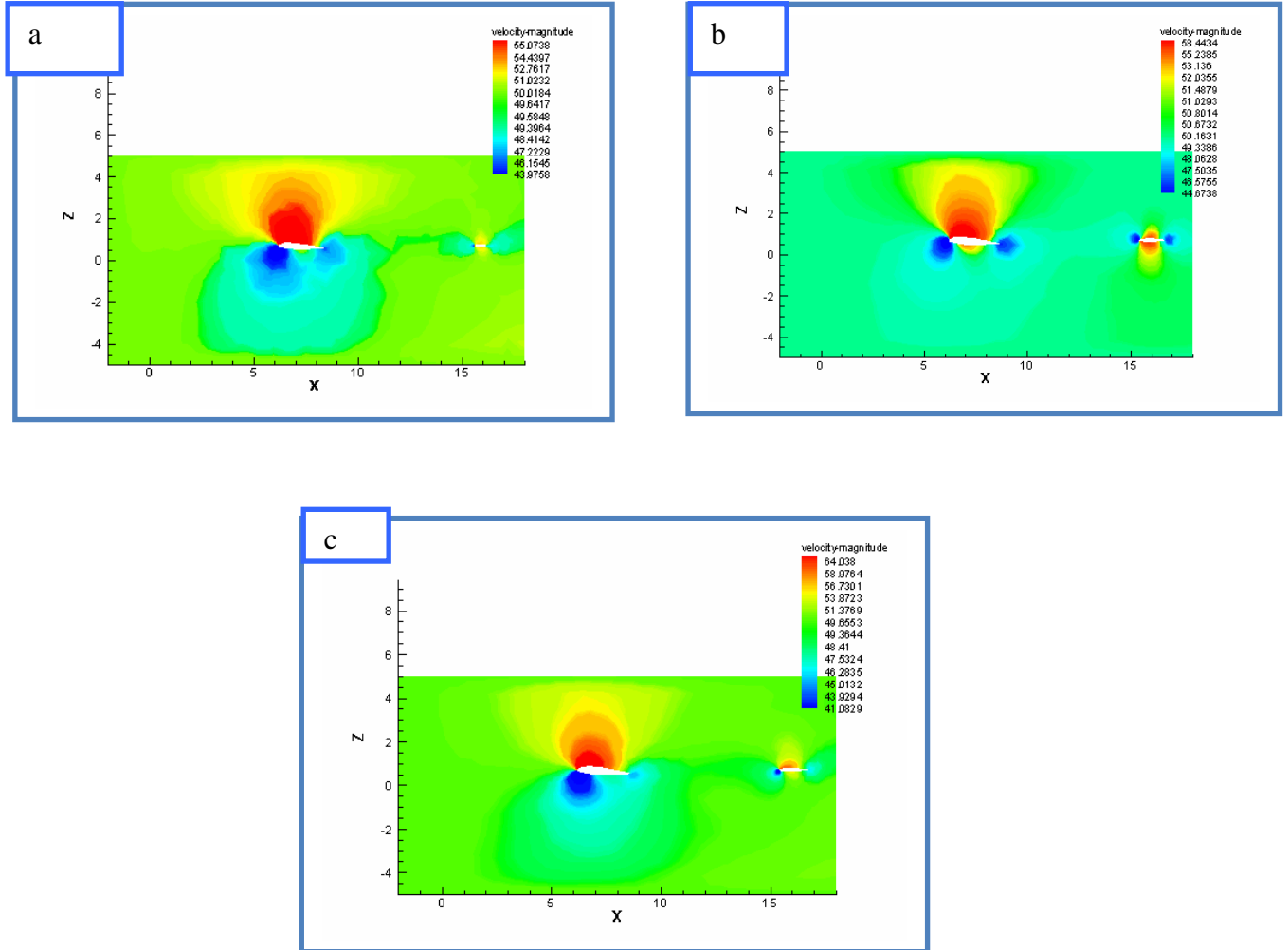


Figure 4.42 (a, b, c): contours de la vitesse autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$  respectivement)

Pour une position décalée entre aile et l'empennage, les valeurs trouvées dans ce cas sont beaucoup supérieures à celles obtenues avec position alignée. Cette situation est favorable surtout pour le décollage des avions, voir figure (4.43, a,b et c).

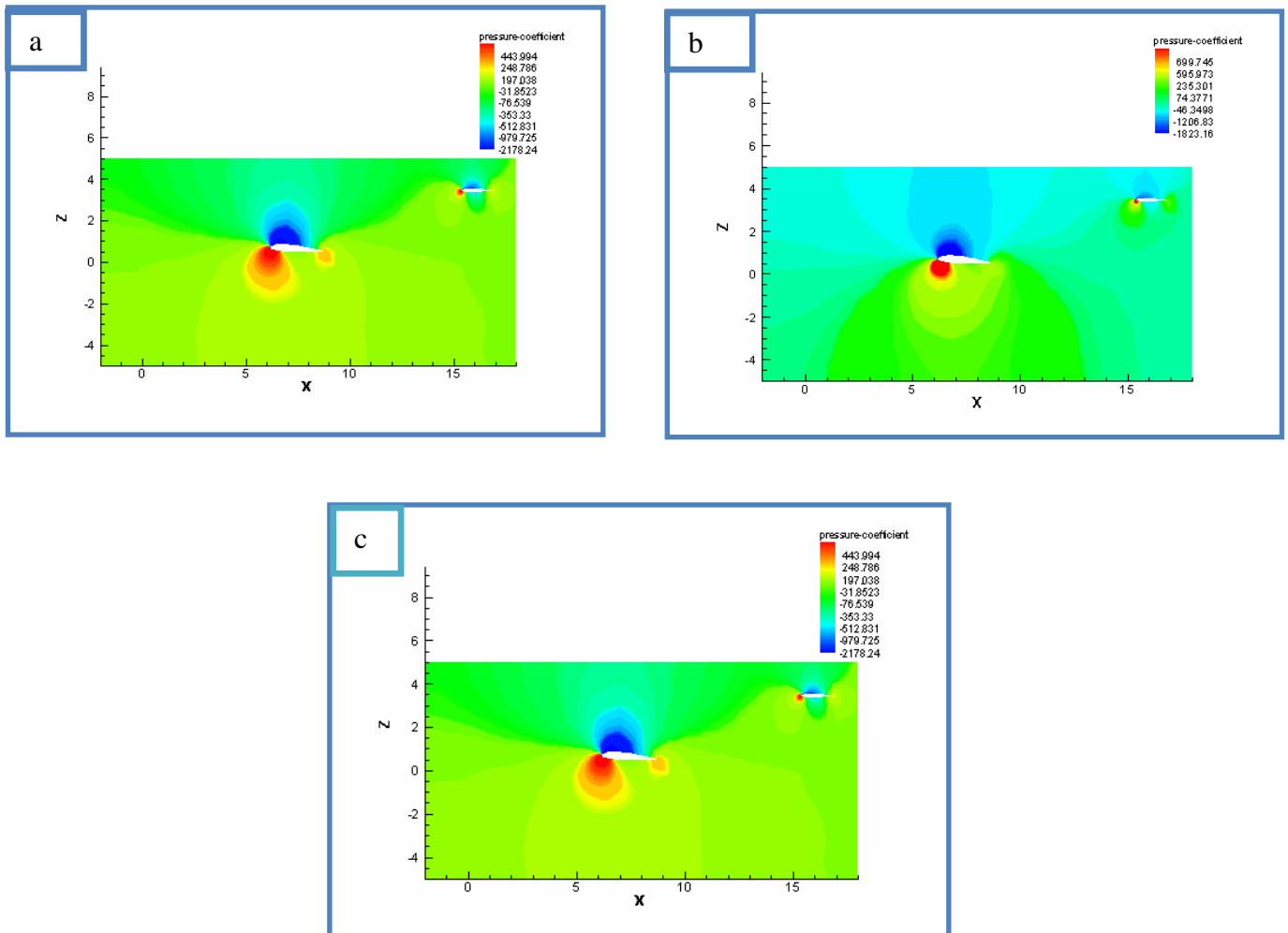


Figure 4.43 (a, b et c): Coefficient de pression autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$  respectivement)

Dans les figures 4.44(a,b et c), les vitesses augmentent avec l'angle d'attaque, ce qui se remarque à la figure 4.43(c) où note une appréciable différence de vitesse à l'intrados et l'extrados et ceci pour une position décalé d'empennage.

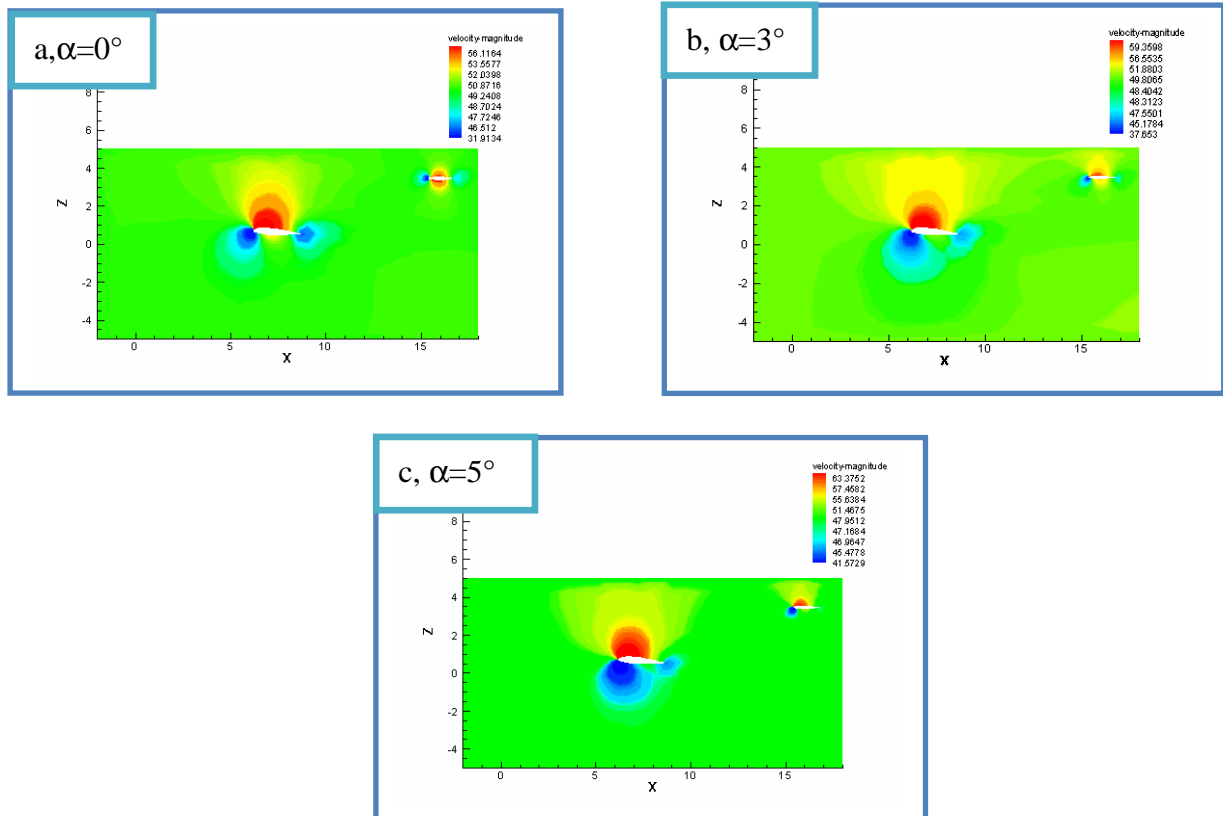


Figure 4.44: Comparaison de la vitesse autour de la configuration aile empennage pour différentes valeurs d'angle d'attaque ( $\alpha=0^\circ, 3^\circ, 5^\circ$  respectivement avec une aile en bas que l'empennage)

Pour une position décalée choisi et alignée, nous présentons aux figures (4.45 aux 4.49) les graphes des contours des coefficients de pression, les contours champs de vitesse et le champ de vecteurs vitesse.

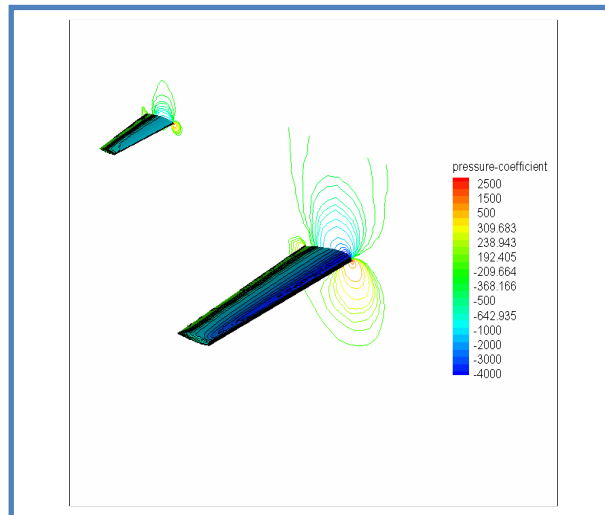


Figure 4.45: Distribution des contours de coefficient de pression tridimensionnelle sur aile-empennage et le plan de symétrie (angle d'attaque=3° et l'empennage en haut par rapport à l'aile)

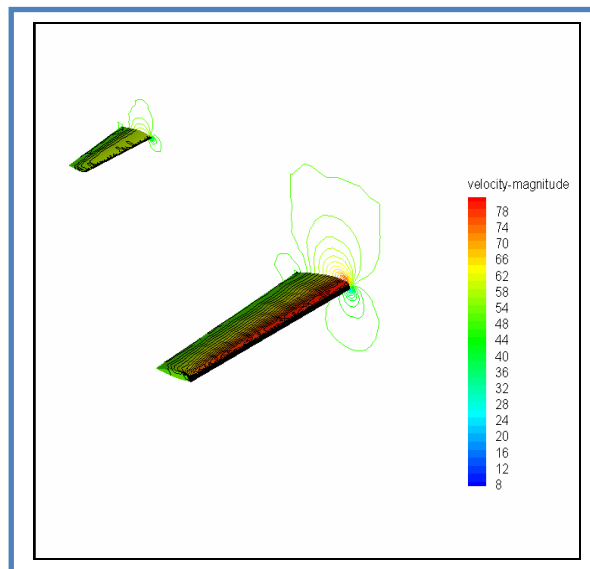


Figure 4.46: Distribution des contours de la vitesse sur aile-empennage pour une station  $y = 0$ . Avec angle d'attaque=3°



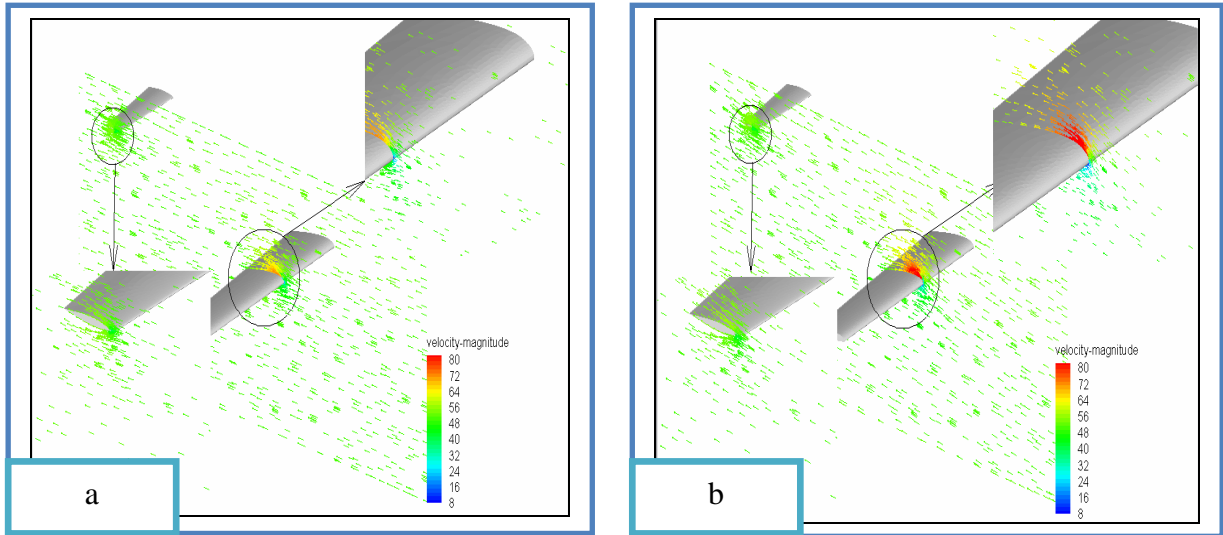


Figure 4.47: Illustration des vecteurs vitesses sur aile-empennage pour une station  $y=3.5$  avec angles d'attaque  $=0^\circ$  et  $6^\circ$ . (Avec un zoom)

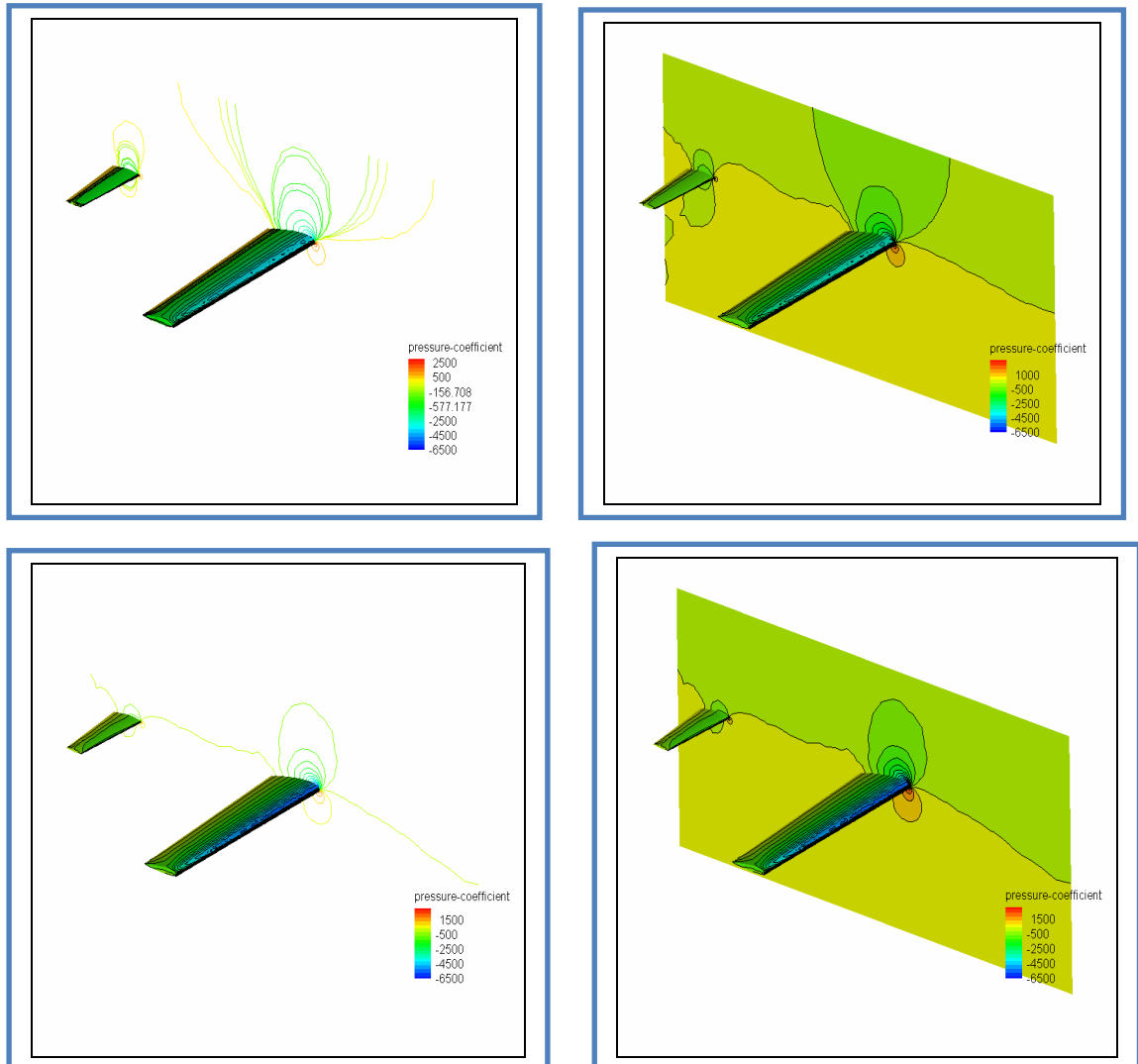


Figure 4.48: Distribution des contours du coefficient de pression sur aile-empennage pour une station  $y=0$ . Avec angles d'attaque  $=3^\circ$  et  $6^\circ$

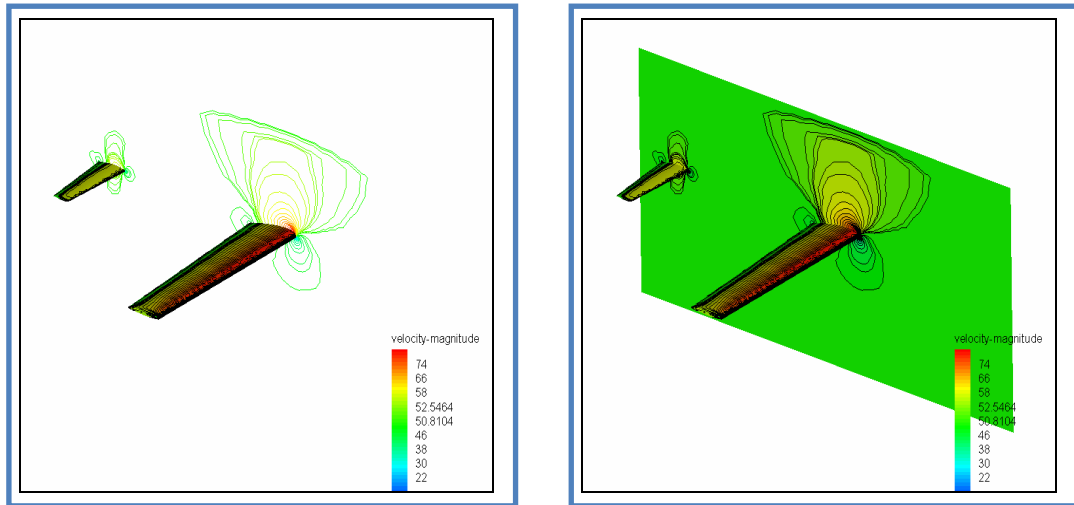


Figure 4.49: Distribution des vitesses sur aile-empennage pour une station  $y=0$  avec angle d'attaque= $3^\circ$

Les résultats obtenus par le logiciel fluent montrent sur les figures 4.50 et 4.51 que la distribution du champ de pression de la géométrie aile empennage en présence de la winglet est importante aux points d'arrêts et beaucoup plus accentuée au zone d'implanture aile fuselage.

De même aux figures 4.52 et 4.53 des contours de vitesses sont présentées. Ils illustrent que les vitesses maximales sont obtenues sur l'extrados et l'intrados.

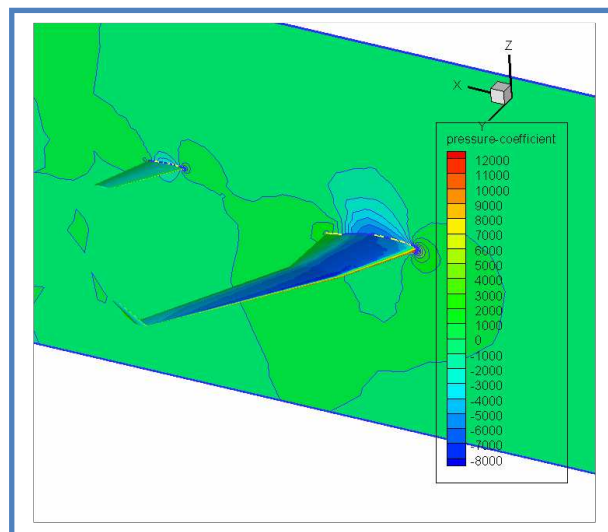


Figure 4.50: Représentation des contours du coefficient de pression autour la combinaison aile empennage winglet 3D (Avec un angle d'attaque = $5^\circ$ )

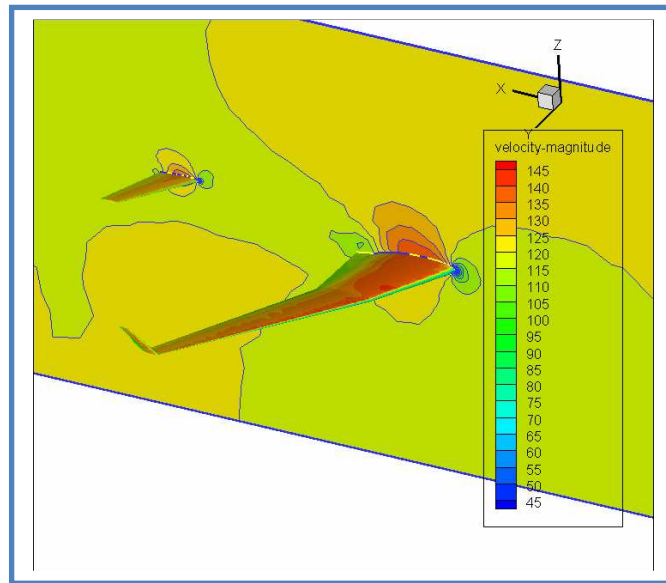


Figure 4.51: Représentation des contours des vitesses autour la combinaison aile empennage winglet 3D (Avec un angle d'attaque = $5^{\circ}$ )

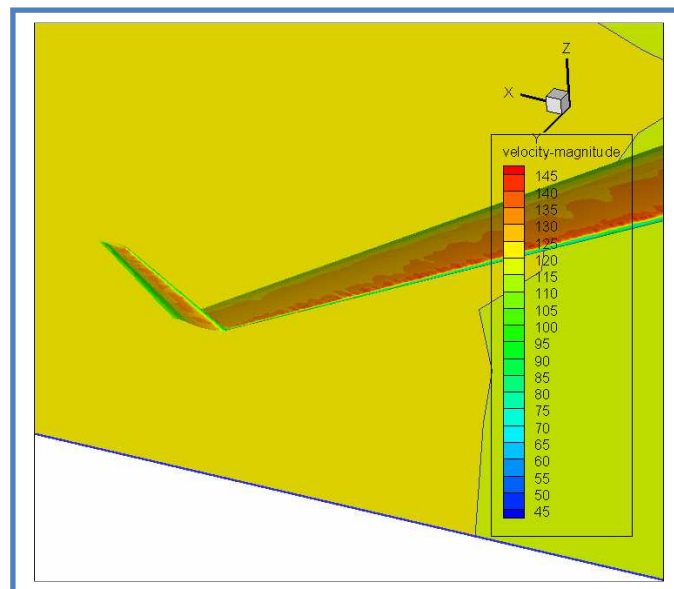


Figure 4.52: zoom de la figure 4.51 (Avec un angle d'attaque = $5^{\circ}$ )

Dans cette partie, on s'est penché sur l'influence et le comportement du coefficient de pression, les isomachs, température, pression et le champ des vitesses. Cette étude est faite en régime subsonique sur une configuration complète de l'avion en vraie grandeur pour une position décalée de l'aile et l'empennage en azimuth. Ceci est faite dans le but de mieux analyser les zones critiques sur l'ensemble du corps en question. La figure 4.53 illustre clairement que les coefficients de

pression sont maximales aux surfaces frontales. A la figure 4.54, on voit que les iso-Mach sont faibles aux régions intersections fluide structure et élevés loin de cette région.

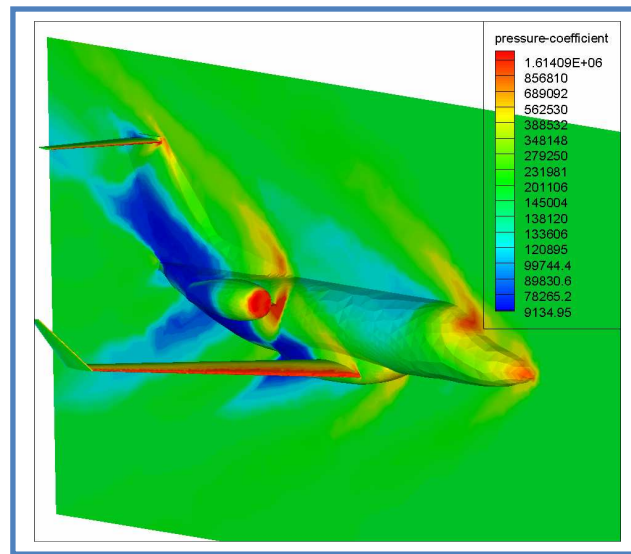


Figure 4.53: Représentation de coefficient de pression autour d'un avion

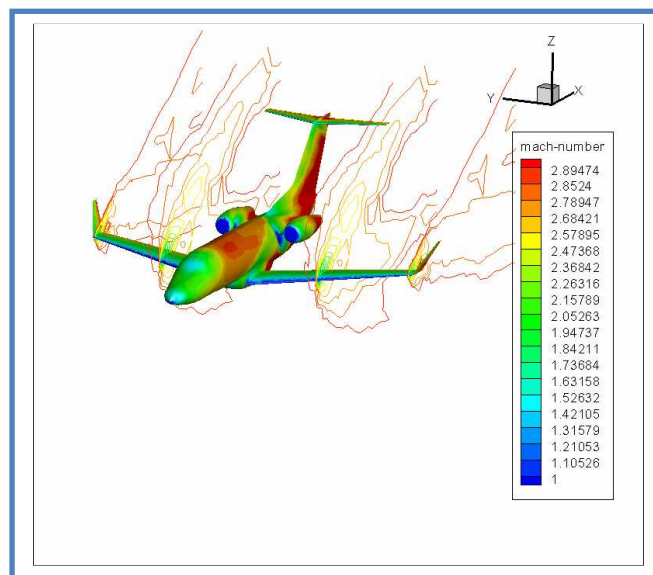


Figure 4.54: Représentation Des lignes iso mach autour d'un avion

La même interprétation est faite pour la figure 4.55 que la figure 4.54 car le vecteur géant phénomène est la vitesse.

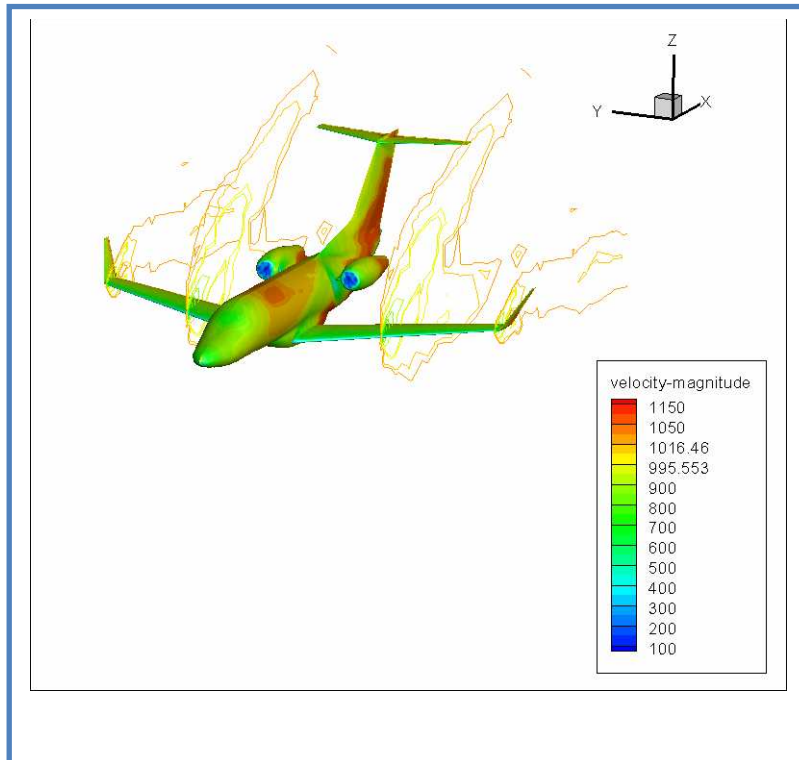


Figure 4.55: Représentation de la vitesse autour d'un avion

A la figure 4.56, on constate que la pression est maximale aux points d'arrêts.

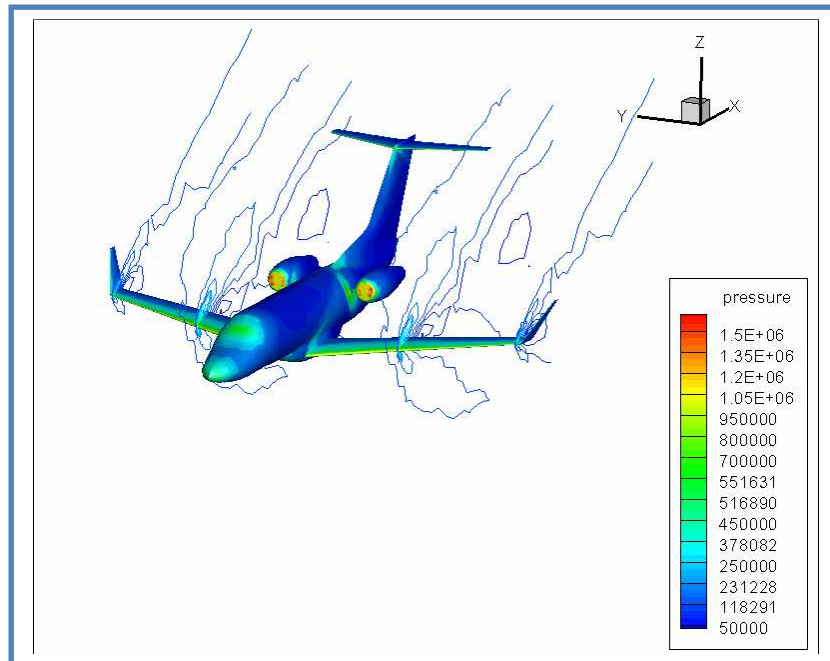


Figure 4.56: Représentation Des pressions autour d'un avion

Dans cette figure 4.57, on présente la distribution de la température sur l'ensemble du corps de l'avion. Il est à constater que les températures maximales sont obtenues à la région interaction fluide structure puisque dans cette la pression augmente ce qui provoque aussi une augmentation de température. Ceci s'explique par la liaison des deux paramètres par l'équation d'état de la thermodynamique.

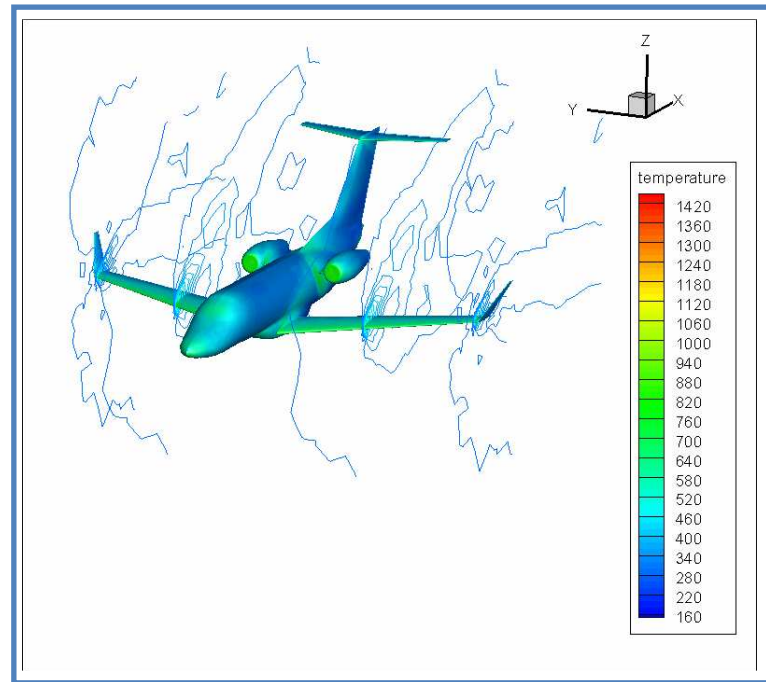


Figure 4.57: Représentation Des lignes isothermes autour d'un avion

Pour un nombre de mach supérieur à 0 essentiellement pour 0.1 et pour des angles d'attaques de  $3^\circ$  et  $5^\circ$ , les figures 4.58, 4.59 et 4.60 représentent respectivement le coefficient de pressions pour un angle  $3^\circ$ , les iso-mach et le coefficient de pression pour un angle  $5^\circ$  autour de différentes stations d'un avion. On mentionne là, où les pressions sont importantes le coefficient de pression l'est aussi. Par contre, les iso-mach sont importantes sur les surfaces beaucoup plus sur l'intrados et l'extrados.

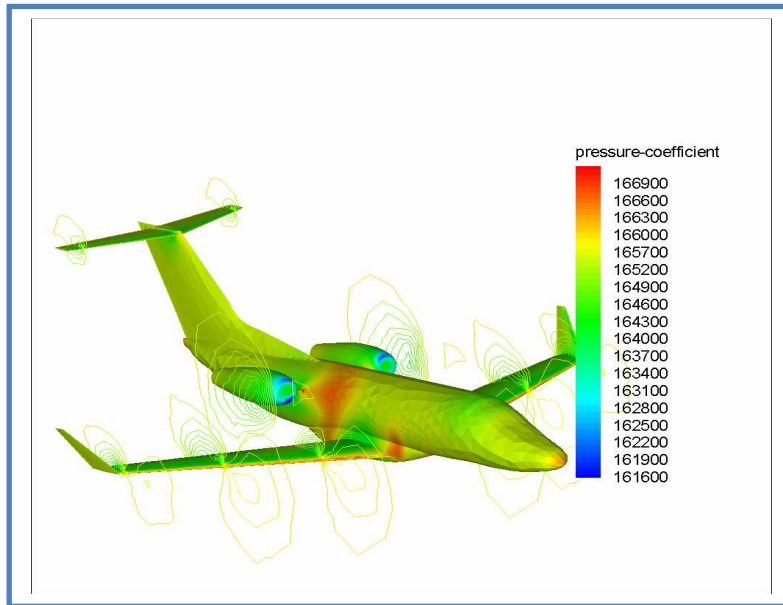


Figure 4.58:Représentation coefficient de pressions autour de différentes stations d'un avion (Mach =0.1, alpha =3°)

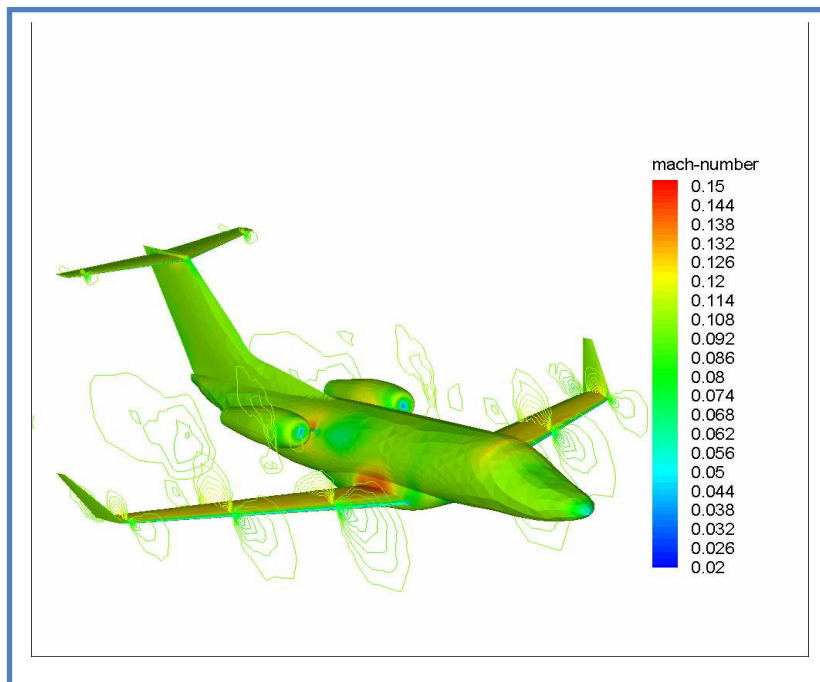


Figure 4.59:Représentation des iso mach autour différentes stations d'un avion (Mach =0.1, alpha =3°)

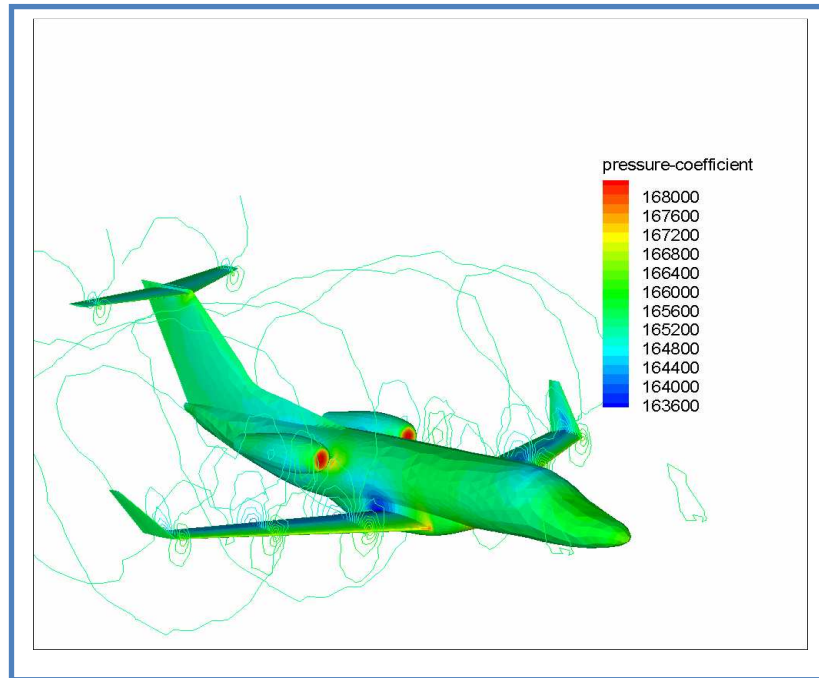


Figure 4.60: Représentation coefficient de pressions autour différentes stations d'un avion (Mach =0.1, alpha =5°)



## Conclusion

Dans cette étude, on s'est intéressé à étudier par une simulation numérique l'aile et l'empennage pour des positions différentes à des différents angles d'attaques avec l'influence du positionnement du fuselage de l'avion. Ceci a été réalisé avec un code développé. La méthode de l'art du code développé admet que l'aile et l'empennage sont divisés en plusieurs panneaux dont chacun comporte un tourbillon en fer à cheval qui est constitué de deux tourbillons aux extrémités et un tourbillon en amont. De la même manière le fuselage est aussi divisé en un grand nombre de panneaux. Par la suite, afin de maîtriser d'autres difficultés en des géométries complexes tridimensionnelles, nous avons fait appel au logiciel Fluent afin de surmonter ces difficultés.

La division de la surface en panneaux permet que l'intégrale soit approximée avec une expression algébrique pour chaque panneau, alors que les inconnues à déduire appelés intensités des singularités sont déterminées à l'aide d'un système d'équations linéaires couplées, générées par les conditions de l'écoulement. Ce système obtenu est résolu par des techniques de calcul numériques intermédiaire. En effet, ceci accède vers le calcul des vitesses induites dans les points de contrôle sur chaque panneau. Du fait que l'équation de Laplace a un caractère linéaire, la solution générale est représentée par la somme des solutions élémentaires (le principe de superposition). Par conséquent, cette articulation nous permet d'obtenir les paramètres de l'écoulement aérodynamique et d'analyser l'écoulement autour de la géométrie considérée.

La diversité d'exemples traités dans cette thèse démontre un accord satisfaisant entre les résultats obtenus en théorie de la méthode intégrale et les résultats numériques et expérimentaux d'autrui. Néanmoins, il apparaît un certain écart qui est relativement faible dans la région d'implanture de l'aile suite à l'interaction de l'aile fuselage modélisée par une distribution des tourbillons images à l'intérieur du fuselage.

Les champs de pression autour de divers configurations et mouvement dans un fluide parfait compressible a été déterminé dans ce travail et validé par des applications tests qui sont en bons accord avec les résultats expérimentaux.

Pour un écoulement bidimensionnel, le modèle proposé est basé sur la représentation de l'obstacle réel par un solide composée de plusieurs facettes planes et sur chacune est disposée un ensemble de singularités dont le choix du type est toujours lié aux genres de phénomènes d'écoulements sur ces facettes.

## Conclusion

---

Le code de calcul fournit notamment le champ de vitesse, de pression et portance de la configuration étudiée. Il est particulièrement adapté à des études diverses d'aérodynamique pour ses qualités suivantes :

- avoir directement les résultats précités sans résoudre l'équation de Laplace du champ d'écoulement à travers tout le domaine d'étude.
- Surmonter les limites de la théorie de l'aile mince en utilisant en plus des sources et vortex:
- les solutions d'ordre supérieur de l'équation de Laplace pour mettre en valeur la précision de cette approximation connue sous la dénomination d'expansion multipolaire et l'application des conditions aux limites tangentielles de l'écoulement exact.

La maniabilité du deux codes (code élaboré et le logiciel fluent) sur la possibilité de la diversification d'exemples traités a réellement capturé le phénomène d'interaction dans la région d'emplanture de l'aile-fuselage empennage, ces codes de calcul fournit d'une manière très appréciable et technique les solutions de l'équation intégrale.

Ce qu'il convient de souligner, c'est que l'aérodynamique est avant tout et par principe, une science expérimentale. On ne niera pas l'utilité de la théorie, car elle permet d'élaborer des modèles mathématiques simulant la réalité, ce qui est toujours une économie de temps, d'argent et d'énergie, et visualise des phénomènes physiques plus facilement et rapidement.

# Bibliographie

- [1] J.D. CrouCh, G.D. Miller, and P.R. Spalart. "Active control system for breakup of airplane trailing vortices". AIAA J., 39, 2001.
- [2] S.C. Crow. Stability theory for a pair of trailing vortices. AIAA J., 8 : 2172-2179, 1970.
- [3] D. Fabre and L. Jacquin. Stability of a four-vortex aircraft wake model. Phys. Fluids, 12 . pp:2438-2443, 2000.
- [4] D. Fabre and L. Jacquin, and A. Loof. "Optimal perturbations in a four vortex aircraft wake in counter-rotating configuration". J. Fluid Mech. 451 pp: 319-382, 2002.
- [5] L. Nybelen, "étude numérique d'écoulement tourbillonnaires de sillage d'avion", Université Sabatier Toulouse III, Cerfacs-10 juin 2008.
- [6] Z. Dimitrijevitich, G. D. Mortchéléwicz, et F. Poirio "nonlinear dynamics of a two dimensional airfoil with freeplay in an inviscid compressible flow", Onera , France 2000.
- [7] A. Kourta et al. "prédiction du tremblement en écoulement transonique", Elsevier, septembre, 2005.
- [8] Xavier Toussain, "simulation instationnaire d'un écoulement transonique turbulent autour d'un profil supercritique", ESM2, France septembre, 2002.
- [9] A. Merabet, "Analyse des caractéristiques aérodynamiques d'une aile d'avion de différents profils sous l'effet des vitesses subsoniques", thèse doctorat, département génie mécanique Constantine 2006.
- [10] N. Bekka et al, "Numerical Study of heat transfer around the small scale airfoil using various turbulence models", Numerical Heat transfer, Part A, 56:pp 946-969, 2009, ISSN: 1040-7782 print 1521-0634, 2009.
- [11] M. Anthony, Mitchel., "caractérisation et contrôle de l'éclatement tourbillonnaire sur une aile delta aux hautes incidences", ONERA NT 6-2000.
- [12] J. Pierre Rosenblum, J. Max Hasholder, J. Claude C. Xavier Rocca., communication présentée lors du symposium RTO AVT sur "La Gestion Avancée Des Ecoulements : Partie A - Les Ecoulements Tourbillonnaires Et Les Grandes D'attaques Pour Les Vehicules Militaires", organisé à loen, en Norvège, du 07 au 11 mai 2001 et éditée par RTO-MP-069(I), 2001.
- [13] C. Emil Moldoveanu, "Simulation des grandes échelles de tourbillons longitudinaux soumis à une turbulence extérieure intense", thèse Université de Toulouse, 18 décembre 2007.
- [14] N. Bekka, et al "Numerical study of heat transfer around the small scale airfoil using various turbulence models", Numerical heat transfer, Part A, 56:pp 946-969, 2009, ISSN: 1040-7782 print/1521-0634 online. 2009.
- [15] J.L. Steger and B.S. Baldwin, "Shock waves and drag in the numerical calculation of compressible, irrotational transonic flow," AIAA Journal, vol. 11, n°. 7, pp. 903 - 4, 1973.
- [16] P. Daniel Raymer, "Aircraft Design," , A Conceptual Approach, AIAA Education Series. AIAA, 4th edition edition, 2006.

- [17] E. Murman and J.D. Cole, "Calculation of plane steady transonic flows," AIAA Journal, vol. 9, N° 1, pp. 114 – 21, 1971.
- [18] J. L. Steger and H. Lomax, "Transonic Flow About Two-Dimensional Airfoils By Relaxation Procedures," AIAA Journal, vol. 10, N° 1, pp. 49 – 54, 1972.
- [19] P.R. Garabedian and D. Korn, "Analysis of Transonic Airfoils," Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 24, pp. 841–851, 1971.
- [20] E. Murman, "Analysis Of Embedded Shock Waves Calculated By Relaxation Methods.," AIAA Journal, vol. 12, N° 5, pp. 626 – 633, 1974.
- [21] F. Bauer, P. Garabedian, and D. Korn, "A Theory of Supercritical Wing Sections : With Computer Programs and Examples," Springer-Verlag, 1972.
- [22] A Jameson, "Iterative solution of transonic flows over airfoils and wings, including flows at Mach 1," Communications on pure and applied mathematics, vol. 27, pp. 283–309, 1974.
- [23] J. Steinhoff and A. Jameson, "Multiple solutions of the transonic potential flow equation," AIAA Journal, vol. 20, N° 11, pp. 1521 – 5, Nov. 1982.
- [24] A.Barthet, "amélioration de la prévision des coefficient aérodynamiques autour d'un configuration portantes pat la méthodes adjointe,".thèse de doctorat IMFT Toulouse ,Mai 2006.
- [25] S.I. Green. "Wing tip vortices kluwer academic publishers," S.I.Green (Ed) edition 1995.427-470.
- [26] X. Jullien et N.Souhaite ,Projet de Recherche, "Comparaison D'essais Expérimentaux Et Numériques Sur Un Profil D'aile 2d Incompressible," SUPAERO,Mai 2007.
- [27] M.Thompson, L. M., "Theoretical Hydrodynamics,"Macmillan, New York. 1960,
- [28] K.Karamachetti, 1966, "Principles of Ideal-Fluid Aerodynamics,"John Wiley & Sons, New York.
- [29] J..Katz,A.Plotkin., "low speed from wing theory to panel methods.cm" ,Mc Graw Hill series in aeronautical an aerospace engineering.,1991.
- [30] J.N. Nielsen, "Missile aerodynamics ",McGraw-Hill,New York,1960.
- [31] L. Hess, A.M.O. Smith. "Calculation of potentiel flow about arbitrary bodies", volume 8 of progress in aeronautical sciences. Pergamon press, 1967.
- [32] C.pellone. "Application de la methode des singularites au calcul des structures supercavitantes en theorie non lineaire",. Phd thesis, institut national polytechnique de grenoble, juin 1981.
- [33] C.Hirsch, "Numerical Computation of Internal and external Flows", Vol.1 et 2, Wiley Ed., NY, 1990.
- [34] A. Peyrat-Armandy, "Les avions de transport modernes et futurs",Teknea, 1997.
- [35] A.C Kermode, D.R Philpott, "Mechanics of Flight",. Longman, 10ème Ed., 1996.
- [36] J.F Ver,Wendt, "Computational Fluid Dynamics", Springer, 2ème Ed., 1996.
- [37] H.K Steeg., W.Malalasekera, "An introduction to Computational Fluid Dynamics : the finite volume method",Longman, 1995.

- [38] C.pellone., “Calcul de l'écoulement autour des structures minces par la methode des singularites. ”, Phd thesis, institut national polytechnique de Grenoble, avril 1985.
- [39] G. Coulmy. “ Formulation des effets de singularites ”, deuxieme partie : singularites en domaine tridimensionnel. Notes et documents, laboratoire d'informatique pour la mecanique et les sciences de l'ingenieur, 1985.
- [40] L.Larchevêque, P.Sagaut, T.H Lê., P.Comte, “ Large-eddy simulation of a compressible flow in three-dimensional open cavity at high Reynolds number”, Journal of Fluid Mech., Vol. 516, pp. 265-301 2004.
- [41] I.Mary, P. Sagaut “ Large Eddy Simulation of Flow Around an Airfoil Near Stall”,AIAA Journal., Vol. 36, N°. 1, pp. 1139-1145.2002.
- [42] H.John, M.C.Masters and S. D. Ford, “The Airplane Design Professor as Shepherd,” AIAA Paper 90-3259, AIAA/AHS/ASEE Aircraft Design and Operations Meeting, Dayton, OH, Sept. 17-19,1990.
- [43] J.Samareh ,GridTool “A surface modeling and grid generation tool,”. Proceedings of the Workshop on Surface Modeling, Grid Generation, and Related Issues in CFD Solutions, NASA CP-3291, May 9-11,1995.
- [44] P.Spalart and S. Allmaras, “A one-equation turbulence model for aerodynamic flows,”. AIAA Paper 92-0439,January 1992.
- [45] T.Neal.Frink, Z.Shahyar Pirzadeh, C. Paresh Parikh “the NASA tetrahedral unstructured software System (tetruss) ”,NASA Langley Research Center Hampton, Virginia, U.S.A., Presented at the 22nd International Congress of Aeronautical Sciences Harrogate, United Kingdom,August 27 – September 1, 2000.
- [46] M. Pechier,“Prévisions numériques de l'effet Magnus pour des configurations de munitions”, Thèse de doctorat, Université de Poitiers, 16 Septembre 1999.
- [47] A. Glezer and M.Amitay “Synthetic Jets,” Annu. Rev. Fluid. Mech., Vol. 34, pp 503-529, 2002.
- [48] L.Larchevêque, P.Sagaut, , T.H Lê, Comte P., “Large-eddy simulation of a compressible flow in three-dimensional open cavity at high Reynolds number,”, J. of Fluid Mech., Vol. 516, pp. 265-301 2004.
- [49] K. W. Morton , P. L. Roe ,“Vorticity-Preserving Lax-Wendroff-Type Schemes for the System Wave Equation,”, SIAM J. Sci. Comput., Vol. 23, No.1, pp. 170-192. 2001.
- [50] A. Lerat , C. Corre, “A.Residual.Based Compact Scheme for the Compressible Navier-Stokes Equations,”,Journal. Comput. Phys. 170, pp. 642-675. 2001.
- [51] R. M. Hicks, P. A. Henne, “Wing design by numerical optimization,” Journal of Aircraft, 15, pp. 407–412. 1978.
- [52] C.Hirsch, “Numerical computation of internal and external flows,” John Wiley , Sons. 1990.
- [53] T.Kloczko, , “Développement d'une méthode implicite sans matrice pour la simulation 2D-3D des écoulements compressibles et faiblement compressibles en maillages non-structurés,” Thèse de Doctorat, ENSAM - CER de Paris. ,2006.

- [54] R. F. Miserda, J. R. Jalowitski, R. Lauterjung, , A. Freire, “Numerical simulation of the laminar transonic buffet in airfoils“, in Proceeding of the 10th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering - ENCIT2004, Brazilian,2004.
- [55] H.Luo, J.D. Baum, R .Löhner, A fast, “matrix-free implicit method for compressible flows on unstructured grids,”, Journal of Computational Physics, 146, pp 664–690. 1998.
- [56] J.-C Magnient, “Simulation des Grandes Echelles d’écoulements de fluides quasi-incompressibles”, Thèse de Doctorat, PARIS XI. , 2001.
- [57] J. B.Mcdevitt, , A. F.Okuno, , “Static and dynamic pressure measurements on a NACA 0012 airfoil at ames high reynolds number facility”, NASA, NASA technical paper 2485,1985.
- [58] M.Belkhiri , A.Boulahia , “Comparaison par Simulation Numérique des Performances Aérodynamiques des Différentes Conceptions de Configuration de Bouts d’Aile”, Thèse De Magister; Université Oum El Bouaghi 2007.
- [59] N. Belghar ,A Boulahia, “Analyse Des Caractéristiques Aérodynamique De La Configuration Combinée Aile Fuselage En Régime Subsonique Par La Méthode Intégral.” ,Thèse De Magister ,Université Oum El Bouaghi. ,2005
- [60] S.Padey, “Simulation numérique stationnaire et instationnaire du profil OAT15A-CA en écoulement transsonique turbulent”. Mémoire de maîtrise, ENSICA, 2001.
- [61] J.Peter, , M.Marcelet, , S.Burguburu, , “Introduction à l’optimisation de forme en aérodynamique et quelques exemples d’application”, ONERA, Rapport Technique PUB-01, 2006.
- [62] G. A.Rathert, H. L. Ziff, G. E.Cooper, “ Preliminary flight investigation of the maneuvering accelerations and buffet boundary of a 35” swept-wing airplane at high altitude and transonic speeds“, NACA, Rapport Technique A50L04, 1951.
- [63] T.Renaud, “Simulation numérique du tremblement autour de profils d’ailes en régime transsonique”, Thèse de l’Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers, Ecole Nationale Supérieure d’Arts et Métiers. Décembre 2001
- [64] P.Sagaut, “Large Eddy Simulation for incompressible flows”,: an introduction, Springer,2005.
- [65] P. Sauvage, “Etude expérimentale et numérique des écoulements potentiels et visqueux dans le voisinage d’un bords de fuite épais cambré”, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure de l’Aéronautique et de l’Espace,1998.
- [66] H.Y. Wu, S.Yang, H.M.Tsai, “Comparison of three geometric representations of airfoils for aerodynamic optimization”, in 16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference, édité par AIAA. 2003.
- [67] H. flecniakoska. , “Aérodynamique et mécanique de vol“, Editions eyrolles, 1970.
- [68] B. Lecomte. “Code de calcul aerodynamique de l'ecoulement d'un fluide non visqueux autour d'un profil, en deux dimensions”,. Rapport de fin d’études, école supérieure des sciences et technologies de l’ingenieur de nancy.1996.
- [69] I. H. Abbott, A. E. Von Doenhoff, “Theory of Wing Sections”, Dover Publications : une grande base de données des profils NACA,1949.

- [70] A. M. Kuethe, C. Y. Chow, "Foundations of Aerodynamics ", Bases of Aerodynamic Design, 5th edition, John Wiley & Sons : un livre général qui aborde également les écoulements compressible, 1998.
- [71] H. Poincaré, "Théorie des tourbillons", Gauthiers-Villars, Paris, 1893
- [72] A. Betz, "Behavior of vortex systems", NACA Tech. Memo., 713, 1932
- [73] J.S. Spreiter , A.H., Sacks, "The rolling up of the trailing vortex sheet and its effect on the downwash behind wings," Journal of the Aeronautical Sciences, 1, pp.21-32, 1951
- [74] S.C. Row, "Stability theory for a pair of trailing vortices", AIAA Journal, 8 (12).pp. 2172-2179, 1970.
- [75] D.W. Moore, P.G. Saffman, "Axial flow in laminar trailing vortices", Proc. R. Soc. Lond., Ser. A 333, pp. 491-508, 1973.
- [76] D. Fabre, L. Jacquin, A. Loof, "Optimal Perturbations in a Four-Vortex Aircraft Wake in Counter-Rotating Configuration", Journal. Fluid Mech, 451, pp. 319-328, 2002.
- [77] T. Faure, "Aérodynamique Appliquée", Ouvrage de base d'aérodynamique appliquée, Master SDI Parcours MIS – Module MS 154.
- [78] H. Glauert, "The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory", Cambridge University Press : l'ouvrage historique qui expose la théorie des profils minces, 1926.
- [79] J. Katz, A. Plotkin, "Low-Speed Aerodynamics", second edition, McGraw Hill : ouvrage complet plus orienté vers les méthodes numériques, 2001.
- [80] A. M. Kuethe, C. Y. Chow, "Foundations of Aerodynamics," Bases of Aerodynamic Design, 5th edition, John Wiley , Sons : un livre général qui aborde également les écoulements compressibles , 1998.
- [81] P. Rebuffet, " Aérodynamique expérimentale, tomes I et II", 3e édition, Dunod : un classique de l'aérodynamique en français qui a un peu vieilli., 1969.
- [82] R. Ouziaux, , J. Perrier, " Mécanique des fluides appliquée, tomes I et II", 2e édition, Dunod : un livre général de mécanique des fluides en français avec un peu d'aérodynamique, 1972.
- [83] A. Bonnet, , J. Luneau, (1989) "Théorie de la dynamique des fluides", Cepadues Editions : un cours de base d'aérodynamique en français, avec une approche très mathématique
- [84] D. P. Raymer, "Aircraft Design" : a Conceptual Approach, AIAA Education Series : un livre utile pour l'ingénieur en aéronautique, 1992.
- [85] J. Seddon, S. Newman, "Basic Helicopter Aerodynamics", second edition, Blackwell Science : un ouvrage de base pour l'aérodynamique de l'hélicoptère, avec de nombreuses références, 2002
- [86] G. D. Padfield, "Helicopter Flight Dynamics : The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modeling", AIAA Education Series : approche d'ingénieur très pratique, 1996
- [87] P. Lefort, J. Hamann, "L'hélicoptère, théorie et pratique", Chiron : un ouvrage en français couvrant toute la mécanique de l'hélicoptère, 1991.
- [88] S. F. Hoerner, "Résistance à l'avancement dans les fluides", Gauthier-Villars : de nombreux exemples avec la discussion physique des phénomènes, 1965.

- [89] H. Tennekes, "The Simple Science of Flight, From Insects to Jumbo Jets", MIT Press : un ouvrage général d'accès très facile pour comprendre le vol, de la mouche au colibri jusqu'au Boeing 747. (1996)
- [90] Day, A. Dwayne "airfoils" u.s cenntennial of flight commission ",2003.
- [91] T.Cebeci, ,K.Chang, R.W.C,clark, N.D.Halsey , "Calculation of flow over multielement airfoils at high lift. ",Journal of aircraft, vol. 24; N° .8.pp.546-550,1987.
- [92] P.B.S Lissaman,. "Low Reynolds number airfoils",annual review of fuid mechanics;vol. 15,pp.223-239, 1983.
- [93] R.Eppler, D.M. sommers, "A computer program for the design and analysis of low speed airfoils",NASA TM80210, aug.1980.
- [94] F. W.Roos, J. T.Kegelman, "An Experimental Investigation Of Sweep-Angle Influence On Delta Wing Flows",AIAA paper 90-0383,jan 1990.
- [95] D.Levin, J.Katz, , "vortex lattice method for the calculation of the nonsteady separated flow over delta wings",journal of aircraft, vol. 18, N°12,pp. 1032-1037, 1981.
- [96] "Aerodynamics Of Vortical Type Flows In Three Dimensions",AGARD CP -247, oct 1978.
- [97] A. W .Rogers, "Application Of Two Dimensional Vortex Theory To The Prediction Of Flow Field Behind Wing Body Combinations At Subsonic And Supersonic Speeds", NACA tech. notes 3227,1954.
- [98] Pitts, C.William, J.N Nielsen, E. K. George, "Lift And Center Of Pressure Of Wing Body Tail Combinations At Subsonic, Transonic, And Supersonic Speeds", NACA, Tech Repts. 1307, 1957.
- [99] "Computation Of Viscous-Inviscid Interaction",AGARD CP -291 1980.
- [100] M. Belkhiri, A Boulahia , N. Belghar, "Numerical simulation of aerodynamics performance for winglet in the low speed compressible flow"; Revue des Energies Renouvelables CISM'08 Oum El Bouaghi pp.51 – 64, 2008.
- [101] N.Belghar ,K.Talbi, M. Kadja M. Belkhiri, A Boulahia, "Numerical Simulation of the Aerodynamic Characteristics of the Combined Configuration of the Wing-Body" Type European Journal of Scientific Research ISSN 1450-216X Vol.42 No.4, pp.576-586, 2010. EuroJournals Publishing, Inc. 2010,<http://www.eurojournals.com/ejsr.htm>,
- [102] F. Cuzieux. " Étude des phénomènes aérodynamiques pour un convertible à rotors basculants : Le swirl effect et l'effet de sol », Rapport de DEA, Université Aix-Marseille II, soutenu le 17 septembre 2003.
- [103] D.A. Griffiths. "A Study Ofmulti-Rotor Interference And Ground Effect Using A Free-Vortex Wake Model", Thesis at the University of Maryland, 2001.
- [104] F. Nannoni, G. Giancamilli , M. Cicalè. ERICA , "The European Advanced Tiltrotor", 27th European Rotorcraft Forum, Septembre 2001.
- [105] H. Haverdings. "Simplified fountain flow models for tilt-rotor applications", RHILP consortium, Octobre 2002.
- [106] W.P.Henderson, J.K.Huffmann, "Effects of Wing Design on the Longitudinal Aerodynamic Characteristics of a Wing Body Model at Subsonic Speeds", NASA TN D-7009, 1972.



[107] Ion .Paraschivoiu, “aerodynamique subsonique“,Ecole Polytechnique Montreal,un livre, ISBN : 978-2-553-00684-5 ,Paru le : 16 juin 1998.

[108] Fluent Inc., “ Fluent 6.2 User 's Guide“, 2005.

## Théories Des Images

### A-1) Principe De formulation Mathématique Des Images Pour Les Différents

#### Type De Singularités

##### Introduction

Dans la réalité pratique, l'écoulement se fait autour de plusieurs obstacles. Il s'ensuit alors des interférences mutuelles qui dépendent de la géométrie de ces corps et des distances qui les séparent.

Parmi les cas les plus intéressants, on peut citer l'effet du sol sur les performances aérodynamiques de l'avion, l'influence des champs d'écoulement perturbé par la présence des Avions qui volent l'un à proximité de l'autre et l'effet des parois soufflées sur les caractéristiques aérodynamiques mesurées sur les modèles testés

La méthode des images est utilisée pour déterminer ce genre d'interférences et plus particulièrement celles des ailes sur le fuselage de l'avion.

Si on considère un système (s) limité par des parois solides et composé par des singularités du type sources, puits, doublets et tourbillons (vortex), il est possible de trouver un autre système (s') de singularités, dit image du premier système, situé hors domaines du système (s) et tel que les frontières représentent les lignes de courant pour l'écoulement résultant de l'effet conjugué de l'ensemble des singularités.

#### A-1-1) Image Source :

Soit un écoulement généré par source placé en un point de coordonnées A (0, a) à proximité d'une paroi plane située à  $y=0$ . La condition à la surface implique une vitesse nulle sur la paroi

L'influence de cette paroi sur l'écoulement est identique à l'effet de l'image de la singularité source placée cette fois ici en un point de coordonnées A'(0,-a)

Le principe de superposition appliqué à la source et son image conduit à :

$$\Psi = \frac{Q}{2.\Pi} \text{Arc tan} \left[ \frac{y-a}{x} \right] + \frac{Q}{2.\Pi} \left[ \frac{y+a}{x} \right] \quad (\text{A.1})$$

Le champ de vitesse sera donné par :

$$u = \frac{Q}{2.\Pi} .r \left[ \frac{1}{x^2 + (y-a)^2} + \frac{1}{x^2 + (y+a)^2} \right] \quad (\text{A.2})$$

$$v = \frac{Q}{2.\Pi} .r \left[ \frac{(y-a)}{x^2 + (y-a)^2} + \frac{(y+a)}{x^2 + (y+a)^2} \right]$$

Le premier terme des composantes de la vitesse représente l'effet de la source le seconde terme représente la vitesse générée par la source image lequel remplace l'effet de la paroi.

### **A -1-2 )Image Vortex**

Soit un tourbillon (vortex) d'intensité  $\Gamma$  placé en un point A (0,a) de la paroi . L'image de ce type de singularité est un vortex de circulation opposée et qui placé en un point A'(0,-a)

Le principe de superposition permet d'obtenir la fonction de courant en ajoutant celle du tourbillon et de son image.

$$\Psi = \frac{\Gamma}{2.\Pi} \log[x^2 + (y-a)^2]^{1/2} - \frac{\Gamma}{2.\Pi} \log[x^2 + (y+a)^2]^{1/2} \quad (\text{A.3})$$

Les champs de vitesse seront alors:

$$u = \frac{\Gamma}{2.\Pi} \left[ \frac{(y-a)}{x^2 + (y-a)^2} + \frac{(y+a)}{x^2 + (y+a)^2} \right] \quad (\text{A.4})$$

$$v = - \frac{2a\Gamma x.y}{[x^2 + (y-a)^2][x^2 + (y+a)^2]}$$

### **Remarque :**

Il est possible d'associer au champ de vitesse de cet écoulement un champ d'écoulement uniforme pour étudier l'effet de la présence d'une paroi sur la portance.

### **A -1-3) Image Doublet**

Dans l'étude de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire que nous avons représentée par une superposition d'un écoulement uniforme et d'un doublet. L'influence d'une paroi plane sur le cylindre est obtenue en plaçant une image de la singularité doublet en un point A'(0,-a).

L'écriture de la fonction de courant sera de la manière suivante :

$$\Psi = V_{\infty} \cdot y - \frac{\mu}{2 \cdot \Pi} \left[ \frac{(y-a)}{x^2 + (y-a)^2} + \frac{(y+a)}{x^2 + (y+a)^2} \right] \quad (\text{A.5})$$

Les composantes des champs de vitesse seront dans ce cas :

$$u = V_{\infty} - \frac{\mu}{2 \cdot \Pi} \left[ \frac{x^2 - (y-a)^2}{[x^2 + (y-a)^2]^2} + \frac{x^2 - (y+a)^2}{[x^2 + (y+a)^2]^2} \right] \quad (\text{A.6})$$

$$v = -\frac{\mu \cdot x}{2 \cdot \Pi} \left[ \frac{(y-a)}{[x^2 + (y-a)^2]^2} + \frac{(y+a)}{[x^2 + (y+a)^2]^2} \right]$$

**Note :**

L'utilisation des variables complexes est une technique très pratique dans l'étude des écoulements potentiels bidimensionnels. Dans ce cas de figure la fonction de courant ainsi que le

Potentiel des vitesses peuvent être associés pour former une seule fonction complexe appelée le potentiel complexe défini par :

$$F(z) = \Phi(z) + j\Psi(z) \quad (\text{A.7})$$

Tel que  $z = x + j y$

La dérivation de  $F(z)$  par rapport à  $z$  conduit à une vitesse complexe qui liée aux composantes  $u$  et  $v$  de la vitesse par  $W(z) = u + jv$

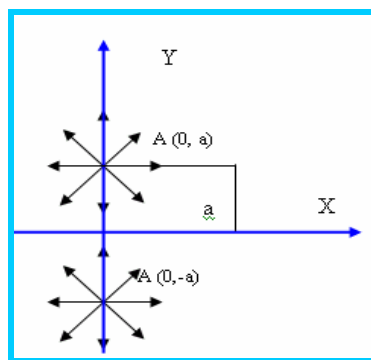


Figure A.1:Image source

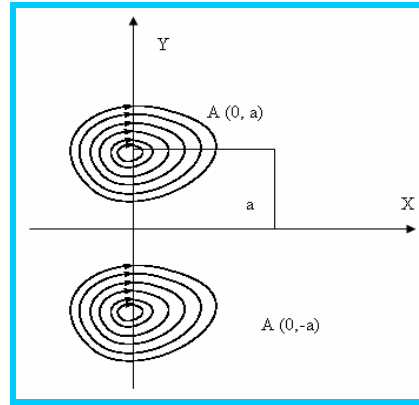


Figure A .2: Image vortex

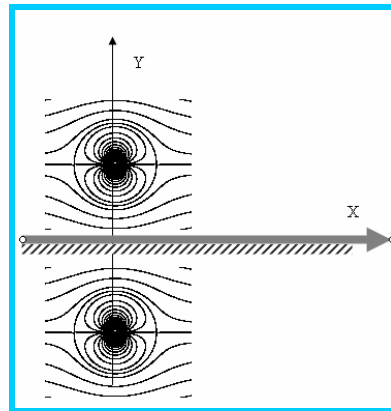


Figure A.2: Doublet à proximité d'une paroi plane

## La Distribution Des Singularités Tridimensionnelles

### Introduction

Les écoulements plans ou bidimensionnels permettent de comprendre certains écoulements pratiques mais ils présentent des limitations quand on veut modéliser un écoulement complexe tridimensionnel

L'aérodynamique appliquée est tridimensionnelle mais l'étude est complexe. La détermination du champ d'écoulement est toujours d'actualité dans le domaine de recherche aussi bien théorique ou expérimentale

### B -1) Source

#### B -1-1) Source Ponctuelle :

Une source ponctuelle d'intensité unité qui est située à une distance  $\xi$  suivant l'axe  $ox$ , induit en un point  $P(x,y,z)$  une vitesse cette vitesse induite est exprimée par (Figure B.1)

$$V_{\xi} = \frac{1}{4 \pi d_{\xi}^2} \quad (B.1)$$

$$d_{\xi} = \left[ (x'-\xi)^2 + y'^2 + z'^2 \right]^{1/2} \quad (B.2)$$

$$r' = \left[ y'^2 + z'^2 \right]^{1/2} \quad (B.3)$$

#### II-5 -1-2) SOURCES LINEIQUES :

cette fois-ci nous considérons des sources ponctuelles qui s'étendent sur une longueur  $L_s$  suivant l'axe  $ox'$  et formant une ligne de source d'intensité unité les composantes de la vitesse induite en un point  $P(x',y',z')$  sont (Figure B.2) :

$$u' = \int_0^{L_s} V \xi' \cos(\phi) d\xi \quad (B.4)$$

$$v' = \int_0^{L_s} V \xi' \sin(\phi) \cos(\theta) d\xi \quad (B.5)$$

$$w' = \int_0^{L_s} V \xi' \sin(\phi) \sin(\theta) d\xi \quad (B.6)$$

Ou :

$$\text{Cos}(\phi) = \frac{x' - \xi}{r'}; \sin(\phi) = \frac{r'}{d_\xi}; r' = [y'^2 + z'^2]^{1/2} \quad (\text{B.7})$$

$$\text{Cos}(\theta) = \frac{y'}{r'}; \sin(\theta) = \frac{z'}{r'}; r' = [y'^2 + z'^2]^{1/2} \quad (\text{B.8})$$

L'intégration des composantes de la vitesse induite permet d'obtenir les relations

$$u' = \frac{1}{4\pi} \left| \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right| \quad (\text{B.9})$$

$$v' = \frac{y'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - Ls}{d_2} - \frac{x'}{d_1} \right| \quad (\text{B.10})$$

$$w' = -\frac{z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - Ls}{d_2} - \frac{x'}{d_1} \right| \quad (\text{B.11})$$

$$d_1 = [x'^2 + r'^2]^{1/2}$$

$$d_2 = [(x' + Ls)^2 + r'^2]^{1/2} \quad (\text{B.12})$$

$$r' = [y'^2 + z'^2]^{1/2}$$

suivantes :

Le système d'axes (ox', oy', oz') défini précédemment représente le repère lié à la ligne de source dans la majorité des applications ce système de coordonnées est orienté d'un certain angle par rapport à l'axe des y et déplacé par rapport à l'origine du repère de référence.

La transformation des coordonnées (x', y', z') du point P dans le repère de référence est:

$$\begin{aligned} x' &= x \cdot \sin(\Omega) + y \cdot \cos(\Omega) \\ y' &= -x \cdot \cos(\Omega) + y \cdot \sin(\Omega) \\ z' &= z \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

En remplaçant dans l'équation (B.13) ( $\Omega$ ) par sa valeur, on obtient:

$$\begin{aligned} x' &= \frac{\lambda x + y}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\ y' &= \frac{\lambda y - x}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \end{aligned} \tag{B.14}$$

$$z' = z$$

Ou :  $\lambda = \tan(\Omega)$

$$d_1 = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

$$d_2 = [(x - \lambda b)^2 + (y - b)^2 + z^2]^{1/2}$$

$$r' = \frac{[(x - \lambda y)^2 + (1 + \lambda^2) z^2]^{1/2}}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \tag{B.15}$$

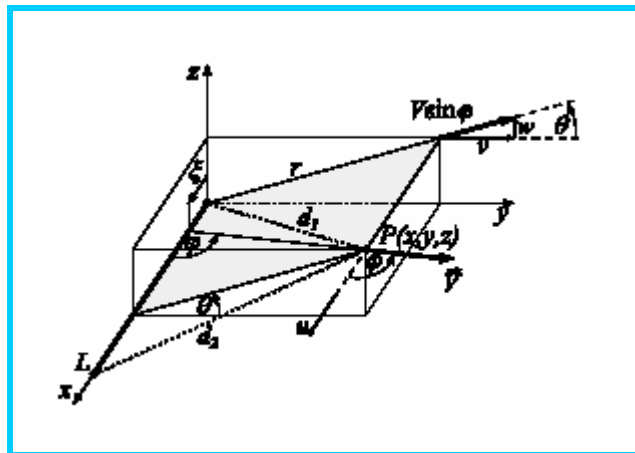


Figure B.1: la vitesse induite par une source ponctuelle

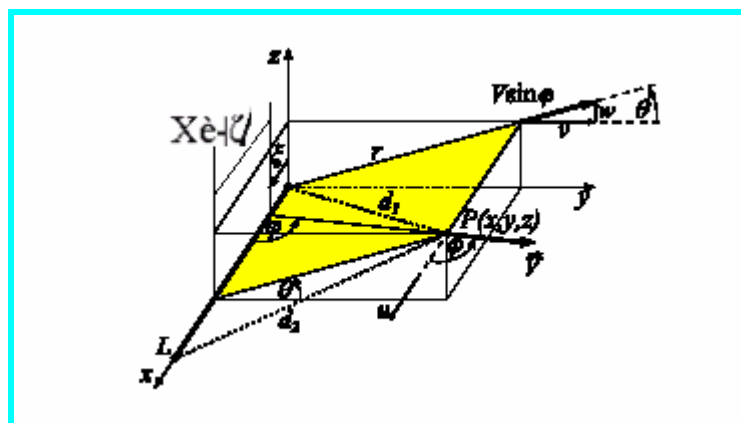


Figure B.2: la vitesse induite par une source linéique



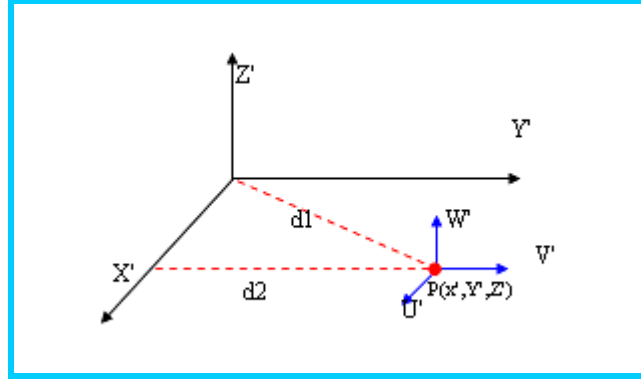


Figure B.3: les composantes de la vitesse induite par une source linéique

Si en plus la ligne de source est déplacée d'une distance  $\xi$  de l'origine, les Expressions ci-dessus deviennent :

$$\begin{aligned} x' &= \frac{\lambda (x - \xi) + y}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\ y' &= \frac{\lambda y - (x - \xi)}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\ z' &= z \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Avec :

$$\begin{aligned} d_1 &= [(x - \xi)^2 + y^2 + z^2]^{1/2} \\ d_2 &= [(x - \xi - \lambda b)^2 + (y - b)^2 + z^2]^{1/2} \\ r' &= \frac{[(x - \xi - \lambda y)^2 + (1 + \lambda^2)z^2]}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\ r' &= \frac{r}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Les composantes de la vitesse dans le nouveau repère s'écrivent:

$$\begin{aligned} u &= \frac{\lambda u' - v'}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\ v &= \frac{\lambda v' - u'}{(1 + \lambda^2)^{1/2}} \\ w &= w' \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

## Annexe B

Si nous considérons cette fois-ci une ligne de sources de longueur  $L_s$  et d'intensité unité, parallèle à l'axe  $oy$  et située à une distance  $\xi$  de l'origine les coordonnées dans le nouveau repère sont

$$\begin{aligned}x' &= y - m_1 \xi \\y' &= -(x - \xi) \\z' &= z\end{aligned}\tag{B.19}$$

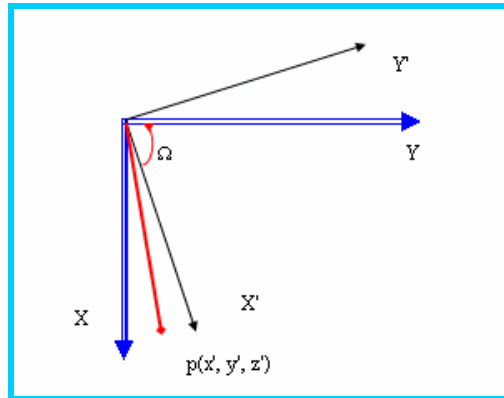


Figure B.4: systèmes d'axes orientés d'un angle  $\Omega$

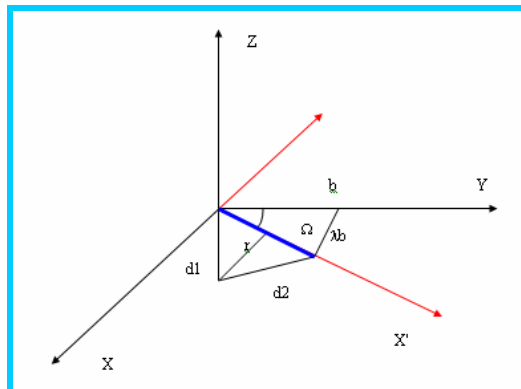


Figure B.5 : distributions de sources sur un système d'axes orientés à un angle  $\Omega$

Où :

$$\begin{aligned}L(\xi) &= b + m_2 \xi - m_1 \xi \\d_1 &= [(y - m_1 \xi)^2 + (x - \xi)^2 + z^2]^{1/2} \\d_2 &= [(y - m_2 \xi - b)^2 + (x - \xi)^2 + z^2]^{1/2} \\r' &= [(x - \xi)^2 + z^2]^{1/2} \\m_1 &= \tan(\alpha_1) \\m_2 &= \tan(\alpha_2)\end{aligned}\tag{B.20}$$

**B-1-3) Sources Surfaiques**

Les composantes de la vitesse induite, en un point P(x,y,z) par une ligne de sources placées à une distance  $\xi$  de l'axe ox du panneau de géométrie trapézoïdale, sont données par (Figure B.7) :

$$\begin{aligned}
 u' &= \frac{1}{4\pi} \int_0^c \frac{x-\xi}{r'^2} \left| \frac{y-m_1\lambda}{d_1} - \frac{y-b-m_2\xi}{d_2} \right| d\xi \\
 v' &= \frac{1}{4\pi} \int_0^c \left| \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right| d\xi \\
 w' &= \frac{1}{4\pi} \int_0^c \frac{z}{r'^2} \left| \frac{y-m_1\lambda}{d_1} - \frac{y-b-m_2\xi}{d_2} \right| d\xi
 \end{aligned} \tag{B.21}$$

L'influence du sommet 1 de la figure B.8 sur les composantes de la vitesse induite est :

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \frac{1}{4\pi} \left| \frac{m_1}{(1+m_1^2)^{1/2}} \text{Sinh}^{-1} \frac{x+m_1y}{[(x-m_1x)^2+(1+m_1^2)z^2]^{1/2}} - \text{Sinh}^{-1} \frac{y}{(x^2+z^2)^{1/2}} \right. \\
 v_1 &= \frac{1}{4\pi(1+m_1^2)^{1/2}} \text{Sinh}^{-1} \frac{x+m_1y}{[(x-m_1x)^2+(1+m_1^2)z^2]^{1/2}} \\
 w_1 &= \frac{1}{4\pi} \tan^{-1} \frac{z(x^2+y^2+z^2)^{1/2}}{x(y-m_1x)+m_1z^2}
 \end{aligned} \tag{B.22}$$

Les composantes de la vitesse des autres sommets 2, 3 et 4 peuvent être déduites des équations précédentes l'influence totale du panneau en vertu du principe de superposition est donnée par :

$$\begin{aligned}
 u &= u_1 - u_2 - u_3 - u_4 \\
 v &= v_1 - v_2 - v_3 - v_4 \\
 w &= w_1 - w_2 - w_3 - w_4
 \end{aligned} \tag{B.23}$$

Si on considère un panneau source en flèche et effilé dans la direction de l'envergure et sachant que :

$$\begin{aligned}
 d_1 &= [(x-\xi)^2 + y^2 - z^2]^{1/2} \\
 d_2 &= [(x-\xi-\lambda b)^2 + (y-b)^2 + z^2]^{1/2} \\
 \lambda &= \tan(\alpha)
 \end{aligned} \tag{B.24}$$

## Annexe B

Les composantes de la vitesse induite par cette ligne de source d'intensité constante en un point P sont :

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{4\pi(1+\lambda^2)^{1/2}} \int_0^c \left| \lambda \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{x-\xi-\lambda y}{r^2} \left( \frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right) \right| d\xi \\
 v &= \\
 &= \frac{1}{4\pi(1+\lambda^2)^{1/2}} \int_0^c \left| \frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda y)}{r^2} \left( \frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right) \right| d\xi \quad (\text{B.25}) \\
 w &= \frac{z(1+\lambda^2)^{1/2}}{4\pi} \int_0^c \left| \frac{\lambda(x-\xi)+y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi-\lambda b)+y-b}{d_2} \right| d\xi
 \end{aligned}$$

L'influence totale du panneau sur la vitesse induite est obtenue en faisant usage du principe de superposition.

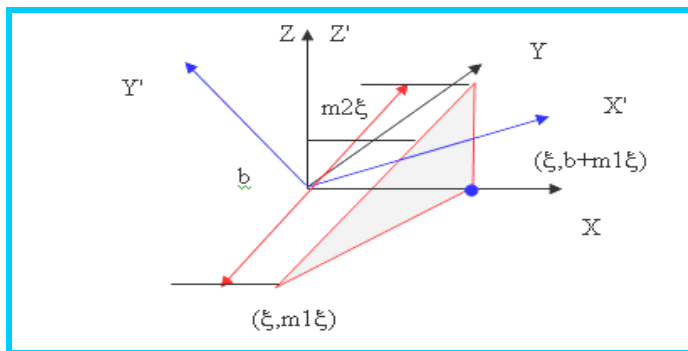


Figure B.6 : distributions linéiques de sources situées a une distance  $\zeta$  de l'origine

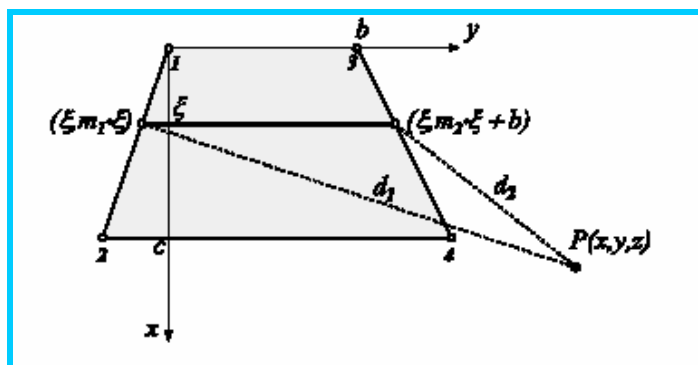


Figure B.7 : distribution surfacique des sources

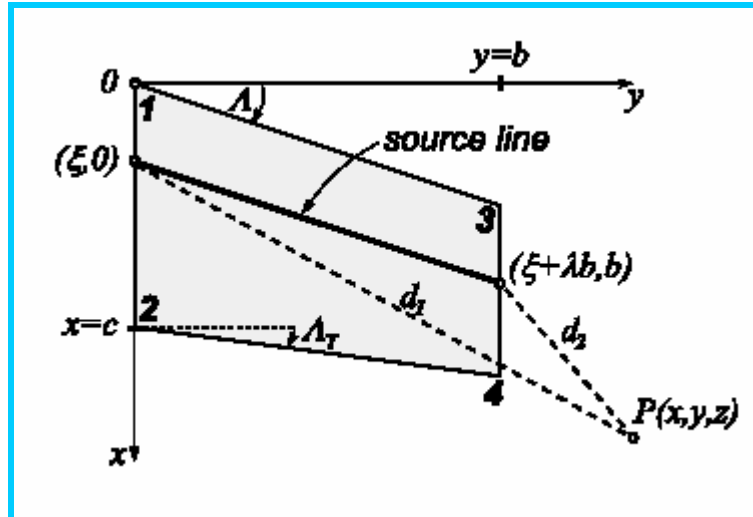


Figure B.8 : distribution des sources sur un panneau avec flèche et effile

**B- 2) Tourbillon :**

**B -2-1) Filaments Tourbillonnaires :**

Considérons une distribution de tourbillons suivant l'axe  $ox'$  la vitesse induite au point  $P(x', y', z')$  est donnée par la loi de boit-savart suivant (Figure B.10):

$$dV = \frac{\Gamma(d\xi \wedge d)}{4\pi d^3} \quad (B.26)$$

Ou :  $\Gamma$  - Représente du filament tourbillonnaire

$d$  -est la distance de l'élément infinitésimal en un point du champ.

**B -2-2) Tourbillons Rectilignes :**

La vitesse induite au point  $P$  par la distribution de tourbillons sur une droite est:

$$V' = - \frac{1}{4\pi r'} \left| \frac{x' - Lv}{d_1} - d_1 \right| \quad (B.27)$$

Ou :

$$d = [(x' - \xi)^2 + r'^2]^{1/2} \quad r' = [y'^2 + z'^2]^{1/2} \quad (B.28)$$

## Annexe B

---

$d_1$  et  $d_2$  représentent les distances du point P aux deux extrémités du filament tourbillonnaire.

La direction de la vitesse induite par l'élément  $d\xi$  est perpendiculaire au plan contenant le point P et l'élément  $d\xi$  il s'ensuit que la composante  $u'$  est nulle.

Les composantes de la vitesse induite sont :

$$\begin{aligned} u' &= 0 \\ v' &= -V' \sin(\theta) \\ w' &= V' \cos(\theta) \end{aligned} \tag{B.29}$$

En remplaçant la vitesse par l'expression de l'équation (B.29) les composantes de la vitesse deviennent :

$$\begin{aligned} u' &= 0 \\ v' &= \frac{z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - Lv}{d_2} - \frac{x'}{d_1} \right| \\ w' &= -\frac{y'}{4\pi r'^2} \left| \frac{x' - Lv}{d_2} - \frac{x'}{d_1} \right| \end{aligned} \tag{B.30}$$

si le filament tourbillonnaire de longueur  $Lv$  est orienté d'un angle  $\Omega$  par rapport à l'axe  $y$ , les composantes de la vitesse induite s'écrivent :

$$\begin{aligned} U &= -\frac{z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{\lambda x + y}{d_1} - \frac{\lambda(x - \lambda b) + y - b}{d_2} \right| \\ v &= -\frac{\lambda z'}{4\pi r'^2} \left| \frac{\lambda x + y}{d_1} - \frac{\lambda(x - \lambda b) + y - b}{d_2} \right| \\ w &= -\frac{x - \lambda y}{4\pi r'^2} \left| \frac{\lambda x + y}{d_1} - \frac{\lambda(x - \lambda b) + y - b}{d_2} \right| \end{aligned} \tag{B.31}$$

Si le filament tourbillonnaire est placé à une distance  $\xi$  de l'axe des abscisses et orienté d'un angle  $\Omega$  par rapport à l'axe  $y$ , les composantes de la vitesse cette fois-ci sont exprimées par:

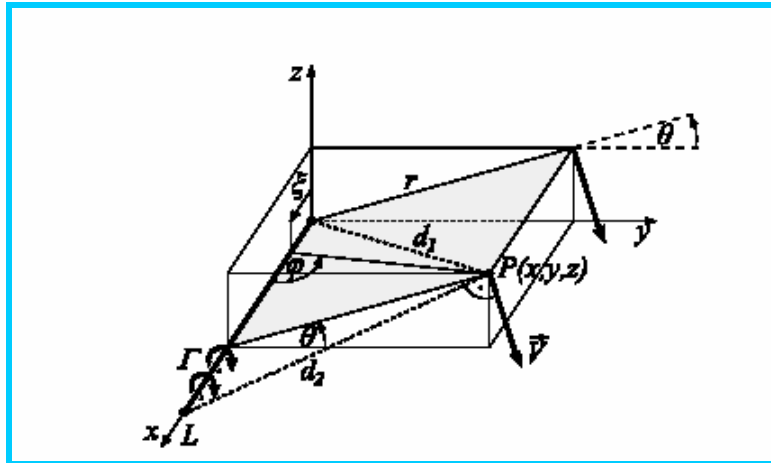


Figure B.9 : la vitesse induite par tourbillon

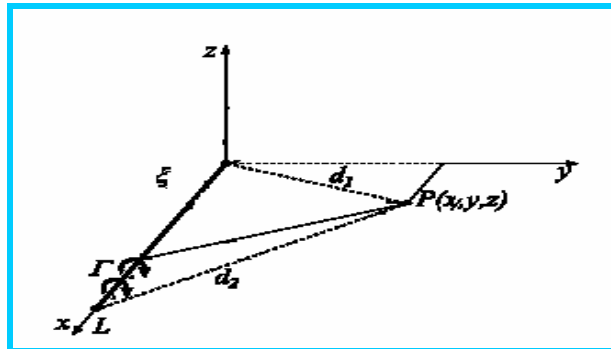


Figure B.10 : filaments tourbillonnaires de longueur infinie situés aune distance

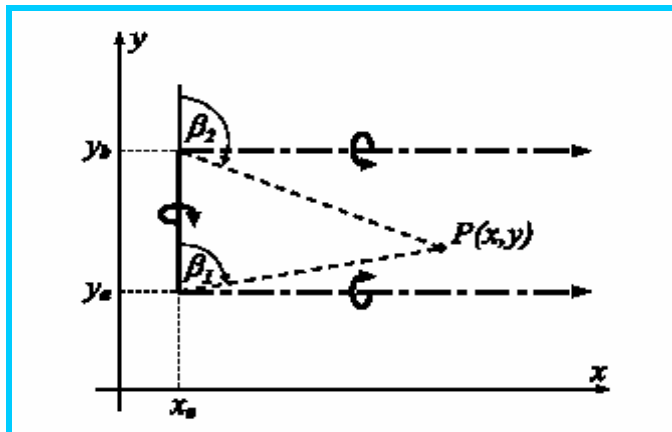


Figure B.11 : distribution de tourbillon en fer de cheval

$$\begin{aligned}
 u &= - \frac{z'}{4\pi r^2} \left| \frac{\lambda(x-\xi) + y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi - \lambda b) + y - b}{d_2} \right| \\
 v &= - \lambda u \\
 w &= - \frac{x - \lambda y - \lambda y}{4\pi r^2} \left| \frac{\lambda(x-\xi) + y}{d_1} - \frac{\lambda(x-\xi - \lambda b) + y - b}{d_2} \right|
 \end{aligned}
 \tag{B.32}$$

Si le filament tourbillonnaire de longueur infinie est placé à une distance  $\xi$  de l'origine et parallèle à l'axe des abscisses il induit au point P une vitesse qui est donnée par la loi de Biot-Savart en faisant tendre la longueur L vers l'infini on obtient :

$$\begin{aligned}
 u &= 0 \\
 v &= - \frac{z}{4\pi r^2} \left| 1 + \frac{x}{(x^2 + r^2)^{1/2}} \right| \\
 w &= - \frac{y}{4\pi r^2} \left| 1 + \frac{x}{(x^2 + r^2)^{1/2}} \right|
 \end{aligned}
 \tag{B.33}$$

Si ce même filament tourbillonnaire de longueur infinie est situé suivant l'axe des abscisses à une distance de l'origine, les composantes de la vitesse induite en un point P par ce filament sont:

$$\begin{aligned}
 u &= 0 \\
 v &= - \frac{z}{4\pi r(y^2 + z^2)} \left| 1 + \frac{x - \xi}{[(w - \xi)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} \right| \\
 w &= - \frac{y}{4\pi r(y^2 + z^2)} \left| 1 + \frac{x}{[(w - \xi)^2 + y^2 + z^2]^{1/2}} \right|
 \end{aligned}
 \tag{B.34}$$

**B -2-3 )Le Tourbillon En Fer A Cheval:**

Ce modèle de distribution est constitué d'une famille de tourbillons dits tourbillons en fer à cheval. La détermination des composantes de la vitesse induite en un point P(x,y,z) par ce type de distribution de tourbillons située dans le plan du panneau en flèche et effilés doit tenir compte de l'influence des tourbillons libres



situés sur les deux cotés latéraux du panneau qui s'étendent du bord d'attaque jusqu'à l'infini aval Figure B.11.

L'influence des tourbillons limites est obtenue en intégrant les composantes de la vitesse induite donnée par les équations précédentes pour inclure l'effet de sillage après intégration on trouve :

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{4\pi} \left[ \tan^{-1} \frac{z(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{xy + \lambda(y^2 + z^2)} - \tan^{-1} \frac{x}{y} \right] \\ V &= \frac{-\lambda}{4\pi} \left[ \tan^{-1} \frac{z(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{xy + \lambda(y^2 + z^2)} - \tan^{-1} \frac{x}{y} \right] \end{aligned} \quad (B.35)$$

$$U_1 = \frac{1}{4\pi} \left[ (1 + \lambda^2)^{1/2} \text{Sinh}^{-1} \frac{\lambda x + y}{[(x - \lambda x)^2 + (1 + \lambda^2)z^2]^{1/2}} - \lambda \text{Sinh}^{-1} \frac{x}{(y^2 + z^2)^{1/2}} - \text{Log}(y^2 + z^2)^{1/2} \right]$$

L'influence du tourbillon limite latéral est obtenue en intégrant les composantes de la vitesse induite calculées précédemment, en considérant un filament tourbillonnaire de longueur infinie et situé à une distance  $\xi$  de l'origine.

Les composantes de la vitesse induite obtenues après intégration sont exprimées par:

$$\begin{aligned} u &= 0 \\ v &= \frac{z}{4\pi} \left[ x + \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(y^2 + z^2)} \right] \\ w &= -\frac{y}{4\pi} \left[ x + \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}}{(y^2 + z^2)} \right] \end{aligned} \quad (B.36)$$

En vertu du principe de superposition l'influence complète du panneau au point P (x,y,z) est obtenue en sommant les influences de chacun des tourbillons composant le tourbillon en fer à cheval

### **B-3) le doublet tridimensionnel :**

On considère une source d'intensité Q et un puits de même intensité séparée par une distance I soit un point quelconque distant de r1 de la source et de r de la singularité puit le potentiel des vitesses de la source et du puit sont respectivement:

$$\phi_s = -\frac{Q}{4\pi r} \quad \text{Et} \quad \phi_p = \frac{Q}{4\pi r} \quad (\text{B.37})$$

L'application du principe de superposition permet d'obtenir le potentiel des vitesses suivant :

$$\phi = -\lim_{\substack{1 \longrightarrow 0 \\ Q \longrightarrow \infty}} \frac{Q}{4\pi} \left( \frac{r-r_1}{rr_1} \right) \longrightarrow \phi = -\frac{Q}{4\pi} \frac{I \cdot \text{Cos}(\theta)}{r^2}$$

On définit l'intensité du doublet par :

$$\mu = Q \cdot l \quad (\text{B.38})$$

Le potentiel des vitesses pour la singularité doublet est :

$$\phi = -\frac{\mu}{4\pi} \frac{\text{Cos}(\theta)}{r^2} \quad (\text{B.39})$$

En coordonnées cartésiennes le potentiel des s'exprime par :

$$\phi(x, y, z) = -\frac{\mu}{4\pi} \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}} \quad (\text{B.40})$$

Le champ des vitesses est donné par:

$$\vec{V} = \frac{\partial \phi}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \cdot \text{Sin}(\theta)} \frac{\partial \phi}{\partial \Phi} \vec{e}_\Phi \quad (\text{B.41})$$

Et enfin :

$$\vec{V}^\varphi = \frac{\mu}{2\pi} \frac{\text{Cos}(\theta)}{r^3} \vec{e}_r^\varphi + \frac{\mu}{4\pi} \frac{\text{Sin}(\theta)}{r^3} \quad (\text{B.42})$$

# RESUME

Le but essentiel de ce travail est de développer une méthode de l'équation de l'intégrale, basée sur la distribution des singularités pour déterminer les caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes combinées empennage en écoulement subsonique, non visqueux à des faibles angles d'incidences. La surface du corps à analyser a été divisée en un nombre fini de panneaux et chacun de ces derniers a été remplacé par une implantation d'une distribution d'un choix de singularités. Les composantes locales de la vitesse de perturbations induites aux points de contrôle spécifiques, localisées au niveau de chaque panneau sont déterminées. Elles formeront ainsi les matrices aérodynamiques nécessaires au calcul de la distribution locale de la vitesse du champ de l'écoulement et de pression et par conséquent des coefficients aérodynamiques qui sont le coefficient de pression, de portance et de moment. Par la suite, pour élargir notre étude à des configurations plus complexe sur un corps d'un avion en vraie grandeur nous avons fait appel au logiciel Fluent. Ceci nous a permis à visualiser le champ de l'écoulement vitesse, pression et les caractéristiques aérodynamiques. L'écoulement est considéré incompressible non visqueux en régime subsonique simulé en 2D et 3 D.

## SUMMARY

The essential purpose of this work is to develop the integral equation method, based on the distribution of singularities. This method is used to determine the aerodynamic characteristics of airfoils in inviscid, subsonic flow at small angles of attack.

The body surface being analyzed was divided into a finite number of panels and each one was replaced by a singularity distribution.

Components of perturbation velocity induced at specified control points of local panels are determined. They make up the aerodynamic matrices, which are needed to calculate the local distribution of flow field velocity and pressure, and consequently the aerodynamic coefficients, which are the drag, lift and moment coefficients.

Afterwards, and in order to enlarge our study to more complex configurations such as the plane body in its actual size, we used the program FLUENT. This allowed us to visualize the flow field velocity, the flow field pressure and the aerodynamic characteristics.

The flow is assumed incompressible, inviscid and subsonic and We investigated both 2D and 3 D airflows.

## ملخص

إن الهدف الأساسي الذي نصبوا إليه من خلال هذه الدراسة العلمية هو إنتاج وتطوير طريقة تعتمد أساساً على توزيع مجموعة من التفرديات لكي تتمكن من تقدير خصائص الديناميكا الهوائية لمختلف أنواع الأجنحة ومعظم التركيبات المكونة من أجنحة وأبدان انطارات مغمورة في سريان يتدفق بسرعة أصغر من سرعة الصوت، غير لزج وذو زاوية ورود صغيرة. فسمت مساحة الجسم الخاضع إلى التحليل العلمية إلى مجموعة منتهية من الأسطح حيث كل واحد منها تم تعويضه عن طريق توزيع هذه التفرديات حسب اختيار معين. وقد تم تحديد إحداثيات السرعة المضطربة المحدثة في نقاط على مستوى كل سطح مخصص للرقابة. هذه الأخيرة سوف تستعمل لتكوين مصفوفات الديناميكا الهوائية التي تعتبر أساسية لحساب التوزيع المحلي للضغط مما ينتج عنه حساب وتقييم معاملات الديناميكا الهوائية. وقد استعملنا في هاته الأطروحة برامج معنوماتية وذلك لحساب خصائص الديناميكا الهوائية وذلك باستعمال برنامج الفلوينت شبكات هندسية مثلثية (فامبيت) في شروط سريان يتدفق بسرعة أصغر من سرعة الصوت، غير لزج.