

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTRE DE L' ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE**

N° d'ordre :

Série :

**THESE**

Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat en sciences  
En **GENIE MECANIQUE**

OPTION

**CONSTRUCTION**

PAR

Melle MERABET Amel

**THEME :**

ANALYSE DES CARACTERISTIQUES AERODYNAMIQUES D'UNE AILE  
D'AVION DE DIFFERENTS PROFILS SOUS L'EFFET DES VITESSES  
SUBSONIQUES

**SOUTENUE LE**

**Devant le jury :**

<b>Président :</b>	A.BOUCOCHA	Prof.	Univ. CONSTANTINE
<b>Rapporteur :</b>	B.NECIB	Prof.	Univ. CONSTANTINE
<b>Examineurs :</b>	L.BAHI	Prof.	Univ. CONSTANTINE
	H.BOUGHOUAS	M.C.	Univ. CONSTANTINE
	K.CHAOUI	Prof	Univ. ANNABA
	J.ZEGHICHE	M.C	Univ.ANNABA

## ***DEDICACES***

*A MES PARENTS*

*A MA FAMILLE*

*A TOUS LES CHERCHEURS DU MONDE ET A TOUS CEUX QUI ME SONT CHERS*

## REMERCIEMENTS

Au terme des études qui me permettent de soutenir une thèse de Doctorat, Je tiens à remercier monsieur Brahim NECIB, directeur du laboratoire de mécanique, pour m'avoir proposé un sujet aussi important et aussi intéressant, pour avoir dirigé ma recherche avec compétence et efficacité, me prodiguant encouragements et conseils judicieux et enrichissants qui ont permis de mener à bien la tâche qui m'était confiée.

Les échanges scientifiques fructueux que nous avons eus aux cours de ces années ont été pour moi une source d'enrichissements profonds. A cette occasion, je voudrais lui adresser, mes plus sincères remerciements, pour l'intérêt qu'il a constamment manifesté à l'égard de cette recherche.

J'adresse mes remerciements les plus sincères à monsieur Francis MARTY, chef du laboratoire d' Aérodynamique de l'ENSAE (SUPAERO, TOULOUSE, France) en retraite et le professeur Allan BONNET , qui m'ont fait bénéficier de leur grandes compétences dans les domaines les plus variés de l'Aérodynamique. je tiens à leur exprimer ma gratitude et mon attachement autant pour l'aide précieuse et les encouragement constants qu'ils m'ont prodigués et qui m'ont permis d'effectuer les essais expérimentaux au sein de ce laboratoire, pour l'efficacité qu'ils ont su m'apporter au cours de mon séjour à TOULOUSE, sans laquelle cette recherche n'aurait pas vu le jour avec autant de bonheur. qu'ils veuillent bien trouver ici l'expression de ma profonde reconnaissance.

Mes plus vifs remerciements, s'adressent également à monsieur Ali BOUCHOUCHA qui a bien voulu présider ce jury.

Je suis comblée par l'honneur que me fait monsieur Lakhdar BAHY en participant à ce jury, et le remercie vivement d'avoir bien voulu s'intéresser à mon travail.

Je sais grè à monsieur Kamel CHAOUI, d'avoir bien voulu témoigner tout l'intérêt qu'il porte par sa présence dans ce jury et qu'il soit le bien venu à Constantine .

Je tiens à remercier monsieur Hamlaoui BOUGHOUAS d'être également présent dans le jury de cette thèse.

Je remercie également monsieur Jahid ZEGHICHE , qui a bien voulu participer au jury de cette thèse et qu'il soit le bien venu à Constantine.

Je désire remercier tout spécialement monsieur Abdelhamid DJEKOUN , recteur de l'université Mentouri de Constantine et je suis très sensible à l'honneur qu'il me fait en acceptant malgré ses charges multiples d'assister à la soutenance ma thèse, je tiens à lui exprimer toute ma gratitude.

Que monsieur Abdelmadjid BENGHALIA, doyen à l'université Mentouri de Constantine, dont les conseils que j'ai suivis dans un passé encore récent me sont toujours aussi précieux, soit assuré de ma sincère reconnaissance. C'est avec un grand honneur de le compter parmi les invités d'honneur.

Qu'il me soit enfin permis de témoigner ma reconnaissance à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation , ils méritent tout mon respect pour l'aide qu'ils m'ont apportée au cours de ces années.

**Titre : “Analyse des Caractéristiques Aérodynamiques D’une Aile d’Avion avec Différents Profils sous l’Effet des Vitesses Subsoniques ”**

**Résumé :**

Les recherches contemporaines dans le domaine de l’aérodynamique ont donné lieu à des hautes performances dans les technologies de la mécanique, l’aéronautique et les technologies spatiales ; ce qui ont permis à l’amélioration des perfectionnements techniques des avions, des hélicoptères, des hélices propulsives et motrices ainsi que des nouveaux véhicules spatiaux. Cependant la mise en équation de ces problèmes reste toujours complexe vu les méthodes numériques de résolution et le calcul expérimental utilisés tout en tenant compte des nouvelles technologies de vol.

Notre travail consiste en l’étude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d’avion de différents profils à des vitesses subsoniques avec de différentes distribution de circulation. Les formes de ces dernières sont considérées comme elliptiques et arbitraires, qui représentent analytiquement une aile d’avion avec une traînée minimale. Il a été convenable de représenter cette distribution de circulation en termes de séries infinies où les premiers termes décrivent la distribution elliptique. Par ailleurs, on a également représenté les caractéristiques aérodynamiques des ailes d’avions de différentes formes dans une soufflerie subsonique. Les essais expérimentaux nous permettent de faire une comparaison entre les caractéristiques aérodynamiques d’une aile d’avion de forme rectangulaire, elliptique et trapézoïdale fournies par la théorie de la ligne portante de Prandtl et celle données par les essais dans une soufflerie à vitesse subsonique.

Les résultats numériques et expérimentaux ainsi obtenus sont en bonne concordance et montrent que les propriétés aérodynamiques des ailes d’avion de formes arbitraires ne diffèrent pas radicalement de celles de formes elliptiques . Ces résultats montrent aussi qu’en régime subsonique les caractéristiques aérodynamiques de l’aile ne sont pas influencées par les différentes formes géométriques considérées.

**Mots clés :** Aérodynamique, avion, ailes, profil, forme, circulation, numérique, subsonique, soufflerie.

**Title: “Analysis of aerodynamic characteristics of a plane wings of different airfoils under subsonic speeds”**

**Abstract :**

The recent researches in the aerodynamic areas have given place to high performances in mechanics, aeronautics and space technologies; these allow to improve technical performances of planes, helicopters, propulsive helices and engines as well as new space spacecrafts. However, the equations setting of such problems stay allow very complex due to the numerical methods of resolution and the experimental techniques used by taking into account the new technologies of flight.

Our work consists on the study of the aerodynamic properties of plane wings of different airfoils in subsonic speeds with different circulation distributions. The shape of these circulation distributions are considered as elliptic and arbitrary which represent analytically an airplane wing with minimal drag. It has been convenient to represent this circulation distribution in terms of an infinite series where the first terms describe the elliptic distribution. On the other hand, we have also represented the aerodynamic characteristics of plane wings with different shapes in a subsonic wing tunnel. The experimental results allow us to make a comparison between the aerodynamic characteristics of a wing plane of rectangular, elliptic and trapezoidal shapes provided by the Prandtl lifting line theory and those obtained using the subsonic wing tunnel tests.

The numerical and experimental results thus obtained are in good concordance and show that the aerodynamic properties of wings of arbitrary shapes are not radically different from those of elliptic forms. These results also show that on a subsonic speed, the aerodynamic characteristics of wing plane are not influenced by the different geometrical shapes considered.

**Key words:** Aerodynamic, plane, wings, airfoil, shape, circulation, numeric, subsonic, wind tunnel

:\_\_\_\_\_”

:\_\_\_\_\_

.  
.  
:  
:\_\_\_\_\_

# SOMMAIRE

<b>Introduction</b> .....	1
<b>Chapitre 1 : Les caractéristiques aérodynamiques et géométriques des profils en régime subsonique</b> .....	9
1.1 Aérodynamique : Définition et objectifs .....	9
1.2 Méthodes numériques et expérimentales en aérodynamique .....	9
1.3 Définition du profil .....	14
1.4 Lois de l'aérodynamique .....	18
1.5 Les caractéristiques géométriques et aérodynamiques de l'aile d'avion .....	25
<b>Chapitre 2 : Rappels en Fluide Parfait Incompressible Permanent</b> .....	30
2.1 définition du fluide .....	30
2.2 écoulements particuliers .....	31
2.3 équations générales du fluide parfait incompressible permanent .....	32
2.4 les équations de Navier- stokes .....	35
2.5 équations de l'énergie cinétique de la turbulence .....	36
2.6 architecture des modèles en aérodynamique .....	37
2.7 Nombres sans dimension .....	37
<b>Chapitre 3 : Etude de la théorie linéarisée</b> .....	39
3.1 Problème à résoudre en linéarisé .....	39
3.2 Principe de linéarisation .....	40
3.3 Equation de quantité de mouvement .....	40
3.4 Condition aux limites .....	41
3.5 Décomposition du problème global .....	41
3.6 Répartition linéique de singularités sources-tourbillons .....	42
3.7 Résolution du problème direct portant .....	44
3.8 calcul des efforts en appliquant la théorie linéarisée .....	48
3.9 influence de l'incidence .....	49
3.10 Conclusion .....	50
<b>Chapitre 4 : Etude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions par la théorie de la ligne portante de Prandtl</b> .....	52
4.1 Spécificité des écoulements 3D .....	52
4.2 L'architecture des méthodes 3D en fluide parfait .....	55
4.3 Etude de l'aile plane à envergure finie .....	57
4.4 Les équations fondamentales des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion de différents profils .....	60
4.5 Résolution de l'équation intégral-différentielle de PRANDTL .....	62
4.6 Calcul des efforts .....	63
4.7 Récapitulation .....	65
4.8 Les caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes de forme elliptique .....	66
4.9 Les caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes de forme arbitraire .....	70
4.10 Conclusion .....	78

<b>Chapitre 5 : Investigation expérimentale des ailes d'avion de différentes formes</b>	<b>79</b>
.....	79
5.1 objet .....	79
5.2 Les différents types d'écoulement dans une soufflerie .....	79
5.3 Classification des souffleries .....	80
5.4 Matériel utilisé .....	83
5.5 Procédure d'essai .....	88
5.6 profils bidimensionnels .....	90
5.7 Mesure sur le profil d'aile .....	91
5.8 Résultats et discussions .....	92
<b>Chapitre 6 : Description de la couche limite laminaire autour des profils</b>	
<b>d'ailes d'avion.....</b>	<b>108</b>
6.1 Introduction .....	108
6.2. Méthodes de résolution de l'équation différentielle de Blasius .....	112
6.3 Procédure de résolution du problème posé .....	113
6.4 Réalisation de l'algorithme et du programme de notre problème .....	117
6.5 Discussion des résultats .....	117
6.6 Conclusion .....	118
Conclusion générale .....	122
Références Bibliographiques .....	126
<b>Annexe</b>	

## Notations principales

$\Gamma$  circulation

$q_\infty$  pression dynamique

$\omega$  vitesse induite

$V_\infty$  vitesse d'incidence de l'avion

$V_E$  vitesse effective de l'aile

$V_{loc}$  vitesse locale

$\alpha_a$  angle d'attaque absolu

$\alpha_i$  angle d'attaque induit

$\alpha_0$  angle d'attaque effectif

$\alpha$  incidence de l'aile

$c(y)$  est la loi de corde

$\Delta\alpha_w(y)$  est la loi du vrillage

$m_0(y)$  est le gradient de portance du profil qui compose l'aile

$\alpha_0(y)$  est la portance à zéro incidence qui varie selon les différents profils ou avec les profils avec ou sans volets.

$\phi$  potentiel de perturbation

PIDE équation intégral-différentielle de Prandtl

PDP, PIP problème direct portant, problème inverse portant

VP valeur de l'intégrale de Cauchy

A est l'allongement =  $b^2/S$

B envergure de l'aile

S surface de l'aile.

C Corde de la section du profil

$c_1, c_0$  corde à la racine, corde à l'emplanture

e épaisseur relative du profil

ef effilement

$A_n$  coefficients de Fourier.

$\theta_j$  valeurs discrètes

N nombre fini d'inconnus

N,k indices

CL coefficient de portance totale de l'aile

L portance totale de l'aile

$\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$  pente de la portance

$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot A}$  le coefficient de traînée induite de l'aile

$D_i$  traînée induite de l'aile.

S réfère aux valeurs du plan de symétrie

El distribution de portance elliptique

$\sigma$  facteur de correction

$c(y)$  corde à une station  $y$ .

Re nombre de Reynolds.

$p$  tot,  $p$  stat pression totale, pression statique

$\rho$  masse volumique

$\mu$  viscosité dynamique

$\nu$  viscosité cinématique

$C_p$  coefficient de pression

P portance

T traînée

M nombre de Mach

$a$  est le vitesse du son

$x$  Distance le long de la corde mesurée à partir du bord d'attaque

$y$  Ordonnée par rapport à plusieurs valeurs de  $x$

$y$  variable  $y = \frac{b}{2} \cos\theta$ ,  $\theta \in [0, \pi]$

$z$  échelle de longueur par rapport à l'envergure

$z$  variable complexe

$Y(x)$  distribution de l'épaisseur du profil

SDG surfaces de glissement

$(u, v)$  composantes du champ des vitesses de perturbation

A section dans une conduite ou un tube de courant

$\psi$  fonction de courant

$f$  fonction de Blasius

$U, V$  vitesses non dimensionnelles

$\tau$  variable non dimensionnelle

P : prédit, C : corrigé, P.exact : Prédit exact, C.exact : corrigé exact

## **Introduction**

## Introduction

L'aérodynamique des profils d'aile est une science très récente dans le domaine de la mécanique, puisque les premiers travaux de recherche numériques et/ou expérimentaux remontent au vingtième siècle. L'aérodynamique d'un profil d'aile portant en mouvement par rapport à son milieu environnant, a suscité, de longue date, l'intérêt des chercheurs tant sur le plan fondamental qu'appliqué, et aussi bien numérique qu'expérimental [1-7]. Les motivations profondes de ces recherches trouvent leurs origines dans la connaissance et la détermination des caractéristiques aérodynamiques des ailes aux différents angles d'incidences numériquement et expérimentalement, et dans leur applications à un très grand nombre de problèmes d'intérêt pratique se situant dans les domaines les plus variés, des secteurs technologiques les plus avancés de l'industrie aéronautique. En se limitant au domaine de l'aérodynamique pure, cette dernière catégorie de phénomènes, constitue l'un des thèmes favoris de la grande majorité des recherches actuelles aussi bien en France qu'à l'étranger.

L'aérodynamique est la science qui étudie les phénomènes accompagnant tout mouvement relatif entre un corps et l'air qui le baigne. Dans son utilisation en aéronautique, en particulier en aérodynamique externe, une caractéristique fondamentale est que les nombres de Reynolds représentatifs de l'écoulement sont toujours beaucoup plus grands que l'unité. Dans ces conditions, suivant l'idée géniale de Prandtl, on peut décomposer l'écoulement autour d'un profil d'aile ou d'une aile en une région où les effets de la viscosité sont négligeables et une autre, la couche limite, où au contraire ils sont essentiels. Là où les effets visqueux sont négligeables, l'approximation du fluide parfait s'applique pleinement. Les effets visqueux sont déterminants pour prévoir la traînée et le décollement, ils le sont aussi pour expliquer la formation de la portance lors de la mise en mouvement d'un profil. Néanmoins, l'approximation du fluide parfait permet de simuler très correctement les efforts de la portance qui sont de première importance lorsque l'on aborde la définition d'une aile d'avion. De plus, les résultats de ces simulations fournissent les données indispensables à l'évaluation des effets de la couche limite.

Les recherches en aérodynamique font appel à la fois aux calculs et aux essais, et concernent des types d'écoulement variés : subsonique, transsoniques, supersoniques, hypersoniques, stationnaires, in stationnaires et les principaux thèmes de recherches développées actuellement dans le domaine de la mécanique et l'aéronautique sont :

Aérodynamique de surfaces portantes animées de mouvements combinés de translation/rotation, mettant en jeu des variations cycliques de vitesse et/ou d'incidence en régime d'écoulement stationnaire ou in stationnaire.

Comportement de couches limites pariétales (transition, laminarisation, décollement et recollement) soumises à des conditions d'in stationnarité naturelle ou forcée, par l'intermédiaire d'écoulements pulsés ou de mouvements d'oscillations harmoniques qui engendre des Phénomènes de décrochage dynamique, d'interaction tourbillonnaire, d'effets visqueux et centrifuges intervenants en écoulements 2D et 3D, autour de corps géométriquement simples (plaque plane, cylindre, profil, demi-aile, pale en rotation, ...). L'objectif des recherches en cours est donc d'optimiser la gestion du trafic aéroportuaire tout en diminuant le danger potentiel que représentent les sillages. Deux voies principales sont explorées :

En premier lieu il s'agit de développer un système de détection des tourbillons opérant sur les aéroports. Ces systèmes de mesure sont basés, entre autre, sur l'utilisation de faisceaux laser (technique LIDAR pour Light Detection And Ranging). Ils permettent de "suivre" les tourbillons de façon à s'assurer qu'ils sont détruits ou bien transportés en dehors de la trajectoire de l'avion suivant. Ces systèmes de détection sont dorénavant opérationnels mais des systèmes plus précis sont en cours de développement. Ils doivent permettre de quantifier, non seulement la position, mais aussi l'intensité des tourbillons. La seconde voie, plus prospective, concerne le développement de méthodes qui permettraient d'atténuer la "signature tourbillonnaire" des avions. Il s'agit de comprendre pourquoi tel avion semble plus dangereux qu'un autre, ou encore, quel peut-être l'impact d'un changement du dessin d'une aile sur les propriétés des tourbillons qu'elle engendre. Les expériences en soufflerie et les simulations numériques réalisées dans nos ordinateurs pour essayer de répondre à ces questions nous interpellent alors sur les lois physiques fondamentales qui régissent le monde des tourbillons. La chasse aux tourbillons est donc ouverte. Sous les auspices de l'Union européenne, les laboratoires du monde académique (universités, CNRS...) se sont alliés avec les grands centres de recherches en aéronautique, tels que l'Onera ou son homologue allemand le DLR, pour développer les recherches dans ce domaine. Un effort équivalent est consenti par les USA. L'instabilité de Crow[8] qui se développe sous l'action de perturbations extérieures naturelles indique une voie possible pour détruire prématurément les sillages. Le tout est de pouvoir déclencher ce type d'instabilités sans compter sur l'humeur de l'atmosphère. Pour cela, il faut agir à partir de l'avion lui-même. Des analyses théoriques montrent qu'en rajoutant des tourbillons suffisamment persistants entre les deux tourbillons dominants, on peut provoquer des instabilités qui peuvent perturber plus vite le système. Les chercheurs de chez Boeing ont été les premiers à explorer cette voie [9]. L'Onera

développe aussi cette idée en explorant des arrangements de tourbillons particulièrement prometteurs et en analysant leur efficacité, par voies théorique et expérimentale. Ces analyses restent pour l'instant limitées à des modèles académiques de sillage mais des expériences en soufflerie sont en cours et des essais en vol sont prévus. La façon dont ces arrangements de tourbillons peuvent être créés derrière un avion, la manière d'injecter les "bonne" perturbations à partir de l'avion et la capacité effective de destruction du système global restent encore à évaluer [10,11].

En fait, la portance et la traînée jouent un rôle important durant l'atterrissage ou au décollage d'un d'avion et spécialement aux alentours des ailes où plusieurs types de tourbillons résultent du contournement du fluide à des diverses extrémités de la voilure : extrémités des ailes, des volets hypersustentateurs, des ailerons etc..., ce qui peuvent provoquer des perturbations sur ces derniers et affectent la stabilité de l'avion. Par ailleurs, un avion de plus petite taille qui rencontre ces tourbillons peut subir un violent mouvement de roulis qui le met en danger. Pour cela, des normes internationales définissent des distances de séparation minimales entre les avions selon trois catégories de poids surtout lors du décollage. Afin de diminuer le danger de ces tourbillons, les caractéristiques aérodynamiques et géométriques des ailes d'avion jouent un rôle important dans la recherche de l'aéronautique contemporaine. Dans ce domaine, plusieurs méthodes de calcul, d'analyses et d'investigations sont utilisées en aérodynamique.

Par ailleurs, dans le cas 2D comme dans le cas 3D, l'analyse des grandeurs turbulentes de l'écoulement stationnaire, sera conduite suivant les procédures de décomposition et de traitement statistique en moyenne de phase, qui ont été entreprises lors de travaux antérieurs. La détermination des quantités turbulentes associées en moyenne de phase à l'écoulement stationnaire, sera plus particulièrement considérée en vue de la formulation de modèles turbulents qui seront utilisés, en régime stationnaire, dans les approches numériques.

En ce qui concerne l'Aérodynamique des voilures tournantes, celle ci comprend des configurations d'hélices aériennes en vol axial, de rotors d'hélicoptères opérant en vol stationnaire, ou in stationnaire d'avancement ou de descente, ainsi que des configurations d'avions convertibles sur lesquels la voilure tournante est en interaction avec son environnement aérodynamique proche (ailes fixes, fuselage, ...).

On peut également citer l' Aérodynamique appliquée aux véhicules ferroviaires (de type TGV), aux engins sous-marins (de type Sonar), aux mécanismes d'interaction fluide/structure, ainsi qu'à des dispositifs hypersustentateurs sur des voilures fixes et tournantes.

On ne peut négliger l'importance de l' Aéro-biomécanique de configurations d'études et de pratiques sportives courantes ou de compétitions, mettant en jeu le mouvement relatif du sujet et de son équipement par rapport au milieu environnant air et eau (voiles de bateaux, skieurs de vitesse notamment). Ainsi, les domaines d'application décrits ci-dessous concerneront les six configurations suivantes : de skieurs, de voiliers, de véliplanchistes, de nageurs, de cyclistes et de gestes de lancer/frappe qui constituent une liste non exhaustive des applications qui seront envisagées à terme. Celles-ci pourront concerner en effet d'autres configurations relevant des mêmes disciplines sportives, ou d'autres disciplines comprenant notamment les sports mécaniques terrestres et aériens (automobiles, delta plane, vol à voile, planeur, chute libre et parachutisme, ...).

Enfin l' Aérodynamique externe, qui traite de l'écoulement autour des corps en mouvement, en général ou fixes, dans les cas particuliers de l'action du vent sur les bâtiments, des ponts de poteaux (par exemple, les lignes de transmission électriques), tours ou grands immeubles.

Ces recherches se situent tant au niveau de la simulation et de l'analyse expérimentale des phénomènes que de leur simulation numérique. Sous l'aspect expérimental, sont développées en particulier, des méthodologies originales d'investigation, fondées sur la vélocimétrie embarquée dans des profils oscillants et des pales en rotation pour atteindre des données uniques et essentielles à la compréhension des mécanismes dynamiques qui régissent le comportement des profils de couche limite (transitions, modèles de turbulence, décollements, ...).

Cette activité scientifique comprend également une forte implication dans des collaborations de recherche au niveau national et international (Eurocopter, Onera, SPAE, US Army, Nasa-Ames, Tsagi-Moscou, Contrats Européens Brite-Euram, ...).

L'aérodynamicien ne dispose pas véritablement d'une méthode privilégiée pour déterminer les caractéristiques aérodynamiques d'une aile .Il existe en fait toute une panoplie de méthodes de calcul depuis les bases de données jusqu'à la résolution numérique des équations de Navier-Stokes. La validation des méthodes Navier-Stokes sera également poursuivie dans le cadre du programme européen Brite-Euram-UNSI (UNSteady viscous flow in the context of fluid-structure Interaction). Dans cette collaboration qui regroupe 15 partenaires de l'industrie (DASA, Dassault-Aviation, British Aerospace, Alenia, Saab, Casa) des centres de recherches (DLR, DERA, Onera, Numéca, FFA) et des laboratoires universitaires (UMIST, IMFT, TU-Berlin), les bases de données expérimentales obtenues par l'équipe en régime d'écoulement 2D et 3D, stationnaire et instationnaire, sont mises à profit à des fins d'amélioration et de validation des méthodes CFD développées en parallèle.

Ces méthodes sont plus ou moins puissantes ,plus ou moins raffinées, plus ou moins rapides, elles ont toutes leur utilité suivant l'avancement du projet. Dans notre thèse, la résolution des équations du fluide parfait garde une place de choix. Les recherches et développements dans les domaines de l'aéronautique et des technologies spatiales ont donné lieu au perfectionnement technique des avions ,des hélicoptères ,des hélices propulsives et motrices ainsi que des nouveaux véhicules spatiaux. Les problèmes de nature aérodynamique sont devenus très complexes ,pour les résoudre, il faut recourir à des études approfondies ,au point de vue des calculs et des expériences, et axées sur les nouvelles technologies de vol. De plus, l'industrie aéronautique travaille à accroître la sécurité des passagers ainsi qu'à assurer une consommation optimale du combustible tout en diminuant la pollution atmosphérique et en préservant ainsi l'environnement. L'étude des problèmes d'aérodynamique en régime subsonique occupe une place prépondérante dans la compréhension des principes fondamentaux de la dynamique des fluides et de leurs applications aux écoulements externes et internes. Cette thèse se penche sur l'étude des caractéristiques aérodynamiques d'une aile d'avion de différents profils sous l'effet des vitesses subsoniques, utilisant des modèles numériques comparativement à une étude expérimentale, ces caractéristiques ont été déterminées numériquement en utilisant la théorie de la ligne portante de Prandtl puis comparés à des éventuels résultats expérimentaux des profils d'ailes d'avion testés au laboratoire d'Aérodynamique de l'école nationale supérieure de l'aéronautique et de l'espace (E.N.S.A.E ,TOULOUSE ,France) . Ces ailes portantes sont soumises à l'écoulement d'un fluide parfait et incompressible dans le domaine subsonique. Le concept du fluide parfait et incompressible représente le modèle le plus simple du fluide comme milieu continu, car on n'y tient pas compte de sa viscosité et on pose en principe que sa masse volumique est constante, quoi que la viscosité et la compressibilité soient des caractéristiques fondamentales des fluides réels, comme l'air, le modèle du fluide parfait et incompressible constitue, dans certaines situations , une approximation acceptable et préliminaire à des calculs plus exactes. Précisons que le comportement d'un fluide parfait est fonction seulement de la pression normale et l'incompressibilité signifie que tout élément du fluide conserve le même volume au cours de l'écoulement.

Les principaux problèmes aéronautiques qui sont traités : profil d'aile ,aile d'envergure finie , hélice ,pale de l'hélicoptère . Ainsi dans les applications en aéronautique , notamment le calcul des profils et des ailes portantes. La théorie de la ligne portante ,ou la théorie de la surface portante de Prandtl ,ainsi que la méthode des panneaux (singularités), constituent les méthodes les plus classiques et les indispensables chez les constructeurs en aéronautique .

la théorie de la ligne portante de Prandtl qui est le sujet de notre recherche, est une théorie de base , d'utilisation extrêmement simple qui présente un rapport qualité (des résultats) prix (coût d'utilisation) excellent. Son intérêt réside également dans le fait que , tout en conservant quelques principes de base ,

il est possible d'enrichir cette théorie de façon à prendre en compte les effets du fluide réel dans la soufflerie subsonique de l'E.N.S.A.E.

Cette recherche donne des bases sûres et solides pour le calcul des caractéristiques aérodynamique d'une aile d'avion de différents profils par la théorie de la ligne portante de Prandtl. Les résultats numériques sont comparés aux résultats expérimentaux des essais dans une soufflerie subsonique. Sans doute elle permet aux chercheurs et à ceux qui s'engagent dans cette discipline passionnante de bien maîtriser cette théorie de calcul.

La présente étude se situe dans le cadre des recherches menées sur l'aérodynamique fondamentale de surfaces portantes dans des conditions d'écoulements 2D/3D. Plus précisément, le domaine d'investigation retenu concerne la détermination expérimentale et la prédiction numérique des caractéristiques aérodynamiques de différents profils d'aile aux différents angles d'incidence.

La littérature scientifique abonde en effet, de travaux expérimentaux et numériques qui témoignent de l'influence des paramètres caractéristiques de l'écoulement et des profils d'aile (incidence, vitesses d'écoulement, géométrie, ...) sur les grandeurs aérodynamiques globales et locales. Une attention particulière sera donnée dans le cadre de cette thèse à la prédiction précise de l'évolution du coefficient de portance  $C_z$  en fonction de l'augmentation de l'angle d'incidence, jusqu'à atteindre l'incidence de décrochage statique du profil d'aile considéré.

cette étude nous permet également de définir la finesse du profil de l'aile qui caractérise sa qualité sustentatrice tout en tenant compte du phénomène de décrochage qui nous permet d'améliorer ses performances .

Finalement, notre étude consiste à faire une comparaison entre les caractéristiques aérodynamiques des différentes géométries des profils d'aile aux différents angles d'incidence dans le domaine de vitesse de vols subsoniques .

Afin de conduire l'approche globale ainsi définie, la présente thèse se structure en six chapitres principaux.

Dans le premier chapitre, Les caractéristiques aérodynamiques et géométriques des profils en régime subsonique ont été citées en particulier une gamme complète des principales caractéristiques géométriques et aérodynamiques des profils NACA a été présentée.

On a également décrit Les caractéristiques géométriques et aérodynamiques de l'aile d'avion car, pour l'étude des caractéristiques de l'écoulement de l'air autour des ailes d'envergure infinie, on peut se servir de l'écoulement plan autour du profil de l'aile, donc en bidimensionnelle. En revanche, l'écoulement de l'air autour de l'aile d'envergure finie est tridimensionnel.

Des exemples de calcul où l'évolution des coefficients de portance de traînée et de finesse ainsi que le centre aérodynamique du profile d'aile et la pente de la portance de la section (lift curve slope) ont été déterminés et représentés.

Dans le second chapitre, des Rappels en Fluide Parfait Incompressible Permanent ont été détaillés, car le modèle du fluide parfait incompressible est à la base de l'aérodynamique externe que contient notre étude. un fluide est dit parfait lorsque son mouvement peut être décrit par un modèle mathématique qui ne prend pas en compte les processus de viscosité et de conduction thermique. Ces effets, ne se manifestent pas lorsque le fluide est au repos et en équilibre thermodynamique.

Dans le troisième chapitre, une Etude de la théorie linéarisée a été faite. D'ou L'intérêt de la théorie linéarisée est d'avoir très rapidement les caractéristiques aérodynamiques d'un profil, aussi bien sur le plan global. Le équations de linéarization montrent que le profil est décomposé en un profil épais, indépendant de l'incidence, et un profil squelettique mis à l'incidence  $\alpha$ . la méthode linéarisée, bien que non exempte de défauts, constitue encore une méthode de base, qui permet rapidement d'avoir les caractéristiques d'un profil.

Dans le quatrième chapitre, o na effectué l' Etude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions par la théorie de la ligne portante de Prandtl . d'ou La théorie classique de la ligne portante donne des résultats raisonnables et acceptables pour des ailes droites d'allongement moyen et élevé. Dans ce chapitre, une analyse physique de l'écoulement incompressible sur une aile de grand allongement a été faite. D'ou la Résolution de l'équation intégró –différentielle de PRANDTL a été résolue à l'aide des coefficients de FOURRIER nous a permis de Calculer des caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes d'avion de forme rectangulaire et elliptique à grands allongements à l'aide d'un programme en langage Fortran

Dans le cinquième chapitre, on a effectué une Investigation expérimentale des ailes d'avion de différentes formes telles que rectangulaire, elliptique et trapézoïdale dans une soufflerie subsonique de l'ENSAE. Cette investigation, nous a permis de mesurer les forces de portance et traînée des différentes maquettes d'aile d'avion en bidimensionnel et plus particulièrement sur l'aile d'avion en tridimensionnel.

on se propose de mesurer les coefficients aérodynamiques longitudinaux  $C_X$ ,  $C_Z$  en fonction de l'angle d'attaque  $\alpha$  sur des ailes de forme rectangulaire, elliptique et trapézoïdale en 3 D.

toutes ces ailes étant équipées d'un NACA 0012.

Les résultats obtenus seront comparés à ceux numériquement calculés par la théorie de la ligne portante de PRANDTL

L'objectif de l'étude expérimentale sera de définir et de caractériser fondamentalement les différents types de décrochage dynamique locaux et globaux considérés. A cet effet, la réponse aérodynamique du modèle sera déduite de mesures globales et locales qui concerneront : la mesure des coefficients aérodynamiques globaux ( $C_z$ ,  $C_x$ ); la mesure des distributions instantanées de pression suivant l'abscisse en corde  $x$  et en différentes sections  $z$  de l'envergure de la demi-aile  $C_p=C_p(x, z, \alpha)$ , conduisant notamment à déterminer l'évolution du coefficient de force normale  $C_n$  (déduit de l'intégration des pressions) en fonction de  $z$ ; la visualisation des systèmes tourbillonnaires qui sont engendrés par l'extrémité libre de l'aile et par le décrochage statique.

Dans le sixième chapitre, on a fait part d'une Description de la couche limite laminaire autour des profils d'ailes d'avion. car D'après nos expériences qui ont été réalisées dans le laboratoire d'aérodynamique de l'E.N.S.A.E sur les différents profils d'aile NACA dans la veine de l'une des souffleries subsoniques, et d'après le relevé des valeurs de la pression qui a été effectué à différentes incidences.

Les distributions de pressions ainsi obtenues le long du profil dans un fluide parfait on constate que :

A l'extrados, dans les conditions d'essais, la couche limite est laminaire près du bord d'attaque. Dans la région de forte re compression , une petite zone décollée (appelée bulbe de décollement) entraîne la transition et la couche limite devient turbulente. Des méthodes numériques ont été utilisées pour la description de la couche limite laminaire autour de ces profils d'aile.

## Chapitre I

*Les caractéristiques aérodynamiques et géométriques des profils  
en régime subsonique*

## Chapitre I

### Les caractéristiques aérodynamiques et géométriques des profils en régime subsonique

#### 1.1 Aérodynamique : Définition et objectifs

##### 1.1.1 Définition

L'aérodynamique (du grec aer =air et dunamis =force) est la science qui a pour objet l'étude des mouvements de l'air autour des corps . En d'autres termes , il s'agit des phénomènes mis en jeu chaque fois qu'il existe un mouvement relatif entre un corps et l'air qui l'entoure . Le corps peut se déplacer dans le fluide immobile (avion en vol) ou être fixe dans le fluide en mouvement (aile d'avion dans une soufflerie).

##### 1.1.2 Objectifs

Le premier objectif de l'aérodynamique est de déterminer les forces et les moments, sur un corps se déplaçant dans un fluide ,généralement de l'air ,par exemple , la génération de la portance, de la traînée et des moments sur les profils , les ailes d'avion, le fuselage , les nacelles et les hélices. On peut également calculer les forces qui s'exercent sur les pales d'hélicoptère ou sur les éoliennes (machine à vent) à axe horizontal ou à axe vertical. On pourrait aussi s'intéresser , aux détails de l'écoulement dans le sillage d'un corps en mouvement, de l'écoulement associé aux tourbillons libres qui se détachent aux bouts des ailes d'un avion subsonique comme le Boeing 747.

Le second objectif se résume à la détermination des écoulements internes des gaz dans les tuyaux , les moteurs, les turbines , les compresseurs et les ventilateurs. L'aérodynamique doit permettre de calculer et de mesurer les propriétés de l'écoulement dans un propulseur de missiles (ou de fusées), etc. Dans notre thèse , nous nous intéressons à l'aérodynamique des ailes d'avion de différents profils dans le régime de vitesses subsonique

#### 1.2 Méthodes numériques et expérimentales en aérodynamique

Les méthodes numériques et expérimentales en aérodynamiques reposent essentiellement sur les notions de base régissant le mouvement d'un corps dans un fluide réel [12-16].

L'aérodynamique des profils d'ailes a été étudiée par Kutta (1902) sur des profils squelettes et Joukowski (1905) sur des profils présentant de l'épaisseur. Ces profils étaient obtenus par la transformation conforme d'un cercle en un contour fermé avec un arrondi à l'avant et une pointe à l'arrière. La théorie de Joukowski en mouvement plan, dite théorie de l'aile d'envergure infinie, marque le début de l'aérodynamique moderne. A la même époque, les

travaux des pionniers de l'aviation, des frères Wright qui se sont basés sur l'analyse de la stabilité de l'avion faite par Lanchester en 1894 [1, 4], permettent de faire voler un avion en 1903 et ont réussi à faire décoller pour la première fois un avion propulsé par leur propres moyens, avant même, que l'on ne connaisse les équations de la portance et de la traînée, personne ne se doutait de l'extraordinaire degré de développement qu'allait atteindre ce mode de locomotion. Bien que l'appareil ne se soit élevé que de quelques mètres et n'ait parcouru qu'une distance inférieure à 36m , cet événement historique allait marquer le début d'une période très féconde en perfectionnements techniques qui donnèrent naissance à des avions tels les chasseurs hautement supersoniques et les avions de transport capables de traverser l'Atlantique à des vitesses supérieures à la vitesse du son, comme le Concorde. parallèlement, les études expérimentales prennent un nouvel essor par l'essai en souffleries de maquettes faites en Angleterre par Wenham et Philips. Un pas nouveau fut franchi par Prandtl [3, 12, 19] qui édifia la théorie de l'aile d'envergure limitée (1917-1918) qui fut présentée par une formule mathématique laborieuse qui honore de nos jours le domaine de l'aérodynamique.

Cette théorie donna un nouvel essor à l'aérodynamique. Pendant vingt ans, les théories de Joukowski et de Prandtl furent les points de départ de nombreux travaux théoriques et expérimentaux, et nous permettent dans ce contexte de décrire les propriétés aérodynamiques de l'aile de distribution elliptique [5, 6] et de distribution de forme arbitraire. Cette distribution représente l'aile avec une traînée minimale, alors il est convenable de présenter cette distribution de circulation en terme de séries infinies [13-18]. Ce premier terme décrit une distribution elliptique, ce qui fait que les propriétés aérodynamiques des ailes de forme planes arbitraires ne diffèrent pas radicalement de celles des ailes elliptiques.

Plusieurs chercheurs célèbres ont contribué à l'établissement de toutes les notions d'aérodynamique : Bernoulli (1700-1782), auteur du théorème qui régit l'écoulement des fluides incompressibles, Euler (1707-1783) avec ses travaux de l'hydrodynamique , Laplace (1749-1829) , qui a donné la formule exacte de la propagation du son dans l'air , Mach (1838-1916) ,qui a découvert les ondes de choc dans le domaine supersonique, Navier stokes , qui ont généralisé les lois qui gouvernent le mouvement d'un fluide visqueux, prandtl (1875-1953) ,qui a établi le concept de la couche limite et le théorie de l'aile d'envergure finie, Reynolds (1842-1912) , qui a trouvé une des lois fondamentales de la similitude en dynamique des fluides , Von Karman (1881-1963), qui a développé le concept de la couche limite , Ackeret , qui a développé la première théorie de l'écoulement supersonique autour d'une aile en 1925 ,enfin Busemann qui, en 1935, a pu améliorer les résultats en utilisant une méthode encore plus perfectionnée. C'est au cours de la seconde guerre mondiale qu'on a entrepris les premières études sur le régime transsonique, par la suite on a mis sur pied un vaste programme de

recherche sur l'aérodynamique des avions (subsonique/supersonique, civils/militaires), des hélicoptères et des véhicules spéciaux.

Parallèlement aux études et recherches numériques, les premiers travaux relatifs à l'aérodynamique expérimentale datent de 1866, alors que Lilienthal a pu mesurer la composante de sustentation d'éléments plans et déterminer, dans un vent naturel, la portance, la traînée et le moment de tangage dont la forme s'apparentait à celles d'ailes d'oiseaux. Depuis, plusieurs souffleries aérodynamiques ont vu le jour : grâce à Wenham (1871) puis à Philips (1891) en Angleterre, grâce à Lacour (1890) au Danemark, à Joukowski (1903) en Russie, à Râteau (1909) et à Eiffel (1909) en France, on doit d'ailleurs à EIFFEL la mise au point de techniques d'essai en soufflerie qui sont encore en usage de nos jours [19-41].

Actuellement, on dispose de grandes souffleries qui sont indispensables autant pour valider et améliorer les méthodes de calcul. On effectue également des essais en vol afin de compléter les mesures prises en soufflerie.

Les différentes approches en aérodynamiques sont :

### **1. Aérodynamique théorique**

- .établissement de l'ensemble des modèles de l'aérodynamique
- .étude des propriétés de ces modèles
- .résolution analytique éventuelle
- .établissement des résultats à caractères fondamentaux

### **2. Aérodynamique appliquée**

. Aérodynamique hybride utilisant les résultats théoriques, les résultats expérimentaux pour en tirer des applications plus générales : configurations géométriques complexes, incidences élevées etc..

cette Aérodynamique pourrait être qualifiée d'empirico-théorico-expérimentale tant ces trois aspects apparaissent conjointement.

### **2. Aérodynamique Expérimentale**

- . Essais en soufflerie ONERA
- . Tir de Maquette Véhicules Espace (SUPAERO)
- . Essais en vol Aérospatiale- Dassault (contrôle de la laminarité)

### **3. Aérodynamique numérique**

.date de naissance approchée 1971 : première résolution numérique d'une configuration 2D SUPERCRITIQUE avec une approche potentielle simplifiées.

#### **. codes de calcul Navier-Stokes**

en partenariat ONERA + industriels, FLU 3M (avec aérospatiale adapté au supersonique)- CANARI ( avec Aérospatiale et SNECMA- adapté subsonique)

en partenariat divers, NSMB ( CERFACS , Aérospatiale, SAAB , Ecole polytechnique de Lausanne).

Codes du commerce : FLUENT, PHOENICS,...

Code de couche limite : en partenariat ONERA + industriel , 3C3D.

UN EXEMPLE DE CALCUL NUMERIQUE (code MSES du MIT disponible à SUPAERO), tiré des études numériques d'un profil transsonique sous l'action du logiciel MSES 1998

Profil Boeing à 2° d'incidence-  $Re = 6.21 \cdot 10^6$ .

Les aérodynamiques théorique et appliquée s'appuient encore très largement sur les méthodes linéarisées (en fluide parfait ) et sur l'approche couche limite en (fluide visqueux).

Avec pour objectif en fluide parfait, l'analyse à tout régime de Mach :

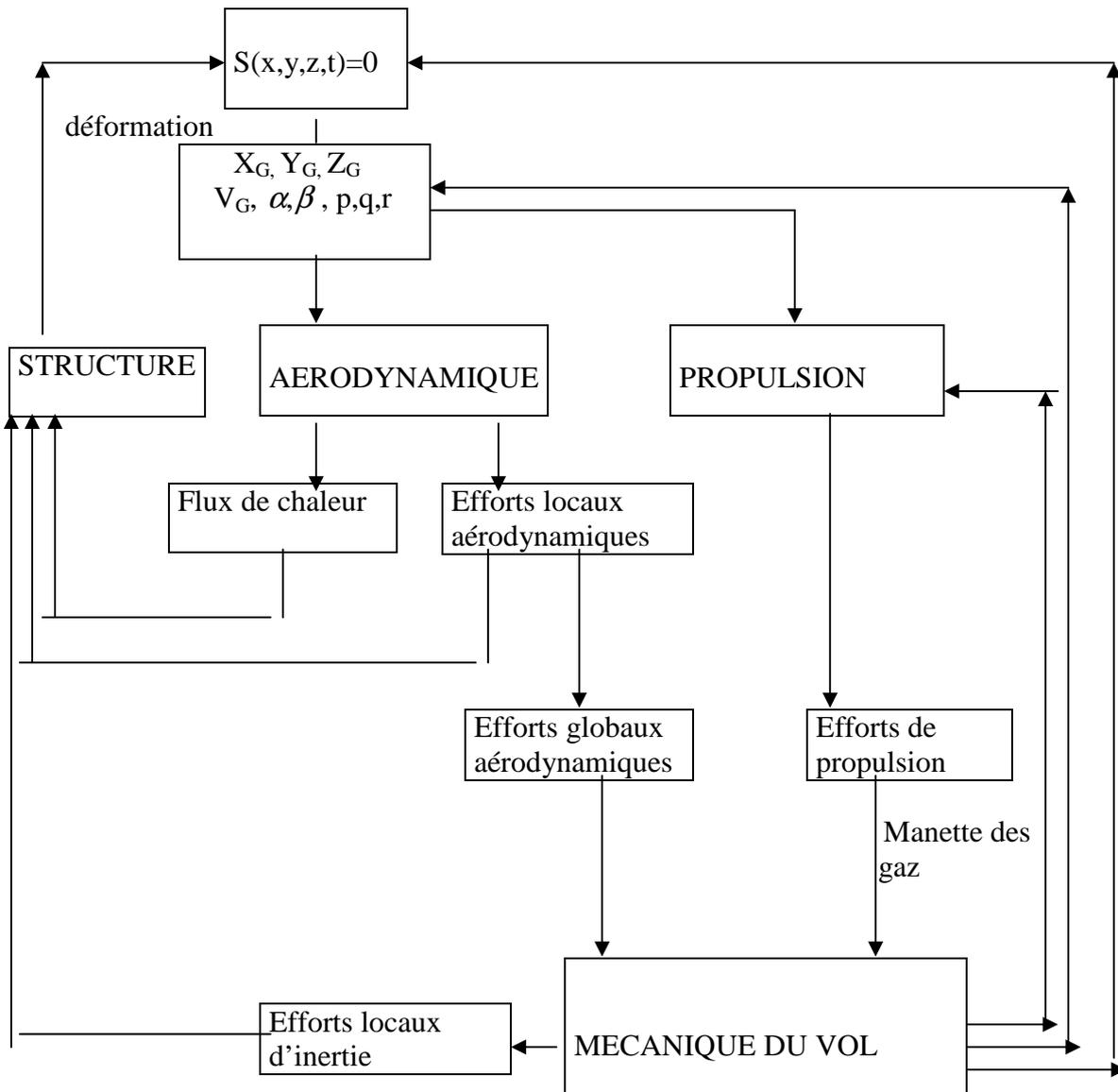
- des profils (écoulement 2D)
- des ailes (grand ou petit allongement) (écoulement 3D)
- des corps fuselés (autre écoulement 3D de faible allongement)

### **1.2.1 Nouvelle approche pour le calcul des ailes subsoniques de grand allongement**

Le calcul des ailes subsoniques en régime incompressible a fait l'objet de nombreuses analyses théoriques dont la plupart considèrent une distribution elliptique de circulation le long de l'envergure. Sato [42] a proposé une formule qui généralise la distribution de la circulation sur les ailes rectangulaires de grand allongement. Notre analyse traitera l'écoulement autour de l'aile avec une distribution de type série de FOURIER pour la circulation. On calculera une aile équivalente à l'aile réelle, ce qui permettra d'obtenir la portance et la traînée induite en fonction de coefficients de FOURIER.

La plupart des études sur les ailes de grand allongement portent sur les cas particuliers, soit pour la distribution de circulation , presque toujours elliptique, soit pour des formes en plan rectangulaires ou triangulaires. En 1977, Sato a réussi à généraliser la distribution de la circulation, mais seulement pour les ailes rectangulaires de grand allongement. En considérant la forme en plan de l'aile connue et en tenant compte des tourbillons libres, on peut calculer la portance et la traînée induite pour n'importe quelle forme d'aile et pour une gamme d'allongements assez grande par une méthode approximative, avec de bons résultats toutefois, surtout pour les ailes à bords d'attaque arrondis. Le calcul de la portance maximale permet également d'estimer le comportement de chaque aile au régime de décollage et d'atterrissage. La présente méthode représente une extension de la théorie linéaire aux ailes d'une forme en plan arbitraire ayant des bords d'attaque arrondis, on l'applique surtout aux ailes à incidence variables le long de l'envergure.

## Place de l'aérodynamique vis-à-vis des autres matières relevant de la mécanique



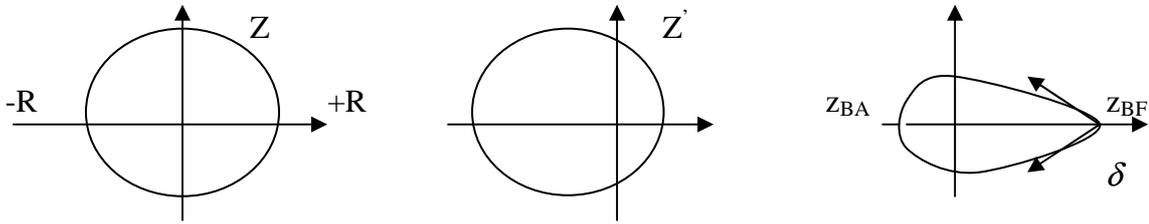
Sortie de trains, braquage de volets, d'hypersustentateurs

L'avion dans l'espace peut être considéré comme un point massique, sur lequel actionnent les forces de gravité, la portance, la traînée (forces aérodynamiques) et la poussée (forces de propulsion). En ce qui concerne la structure, on peut sûrement dire que la performance concerne avec un long terme, l'allure des mouvements de l'avion et donc seulement trois degrés de liberté sont considérés : trois déplacements linéaires.

L'avion est soumis à des agitations intérieures produites qui sont : le changement dans la location du centre de gravité et les changements dans la configuration de l'avion tels que : braquage des volets, sortie des trains d'atterrissage, changement d'incidence, des exemples extérieures produites sont : la turbulence, les coups de vent les manettes des gaz et les changements dans l'altitude et la température. Les parties structure, aérodynamique et propulsion, forment les axes principaux de la mécanique du vol de l'avion.

### 1.3 Définition analytique du profil

Un profil déduit du cercle par une transformation conforme, présente l'avantage de conduire à une solution analytique. Il est obtenu par le jeu de transformation ci-dessous, où  $R$  est le rayon du cercle dans le plan ( $Z$ ), est par convention, supérieur à 1 [36].



Le profil Karman-Trefftz ainsi obtenu est symétrique. L'image du point  $Z = +R$  est le bord de fuite  $z_{BF} = n$ , qui présente un angle  $\delta = \pi(2-n)$

#### Condition de Joukowski [36-41]

Puisque, le point d'arrêt est l'image du point  $Z = +R$ , il suffit d'identifier ce point au point d'arrêt aval du cercle  $Z_1 = R e^{i\alpha_0}$  soit  $\alpha_0 = 0$ .

Ce résultat peut d'ailleurs être trouvé intuitivement puisque le profil est symétrique.

$\alpha_0$  incidence de portance nulle, coïncide avec l'incidence nulle

#### 1.3.1 Les paramètres géométriques du profil de l'aile d'avion

On définit un profil aérodynamique comme le contour géométrique qu'on obtient par la coupe verticale d'une aile d'avion. La forme du profil est une caractéristique essentielle d'une aile et influence grandement sur les caractéristiques aérodynamiques et les performances de l'avion.

Un profil est considéré comme une aile bidimensionnelle avec une envergure qui tend vers l'infini ( $A = \infty$ ). Une définition géométrique des profils d'ailes est représentée sur la figure 1 [20-26].

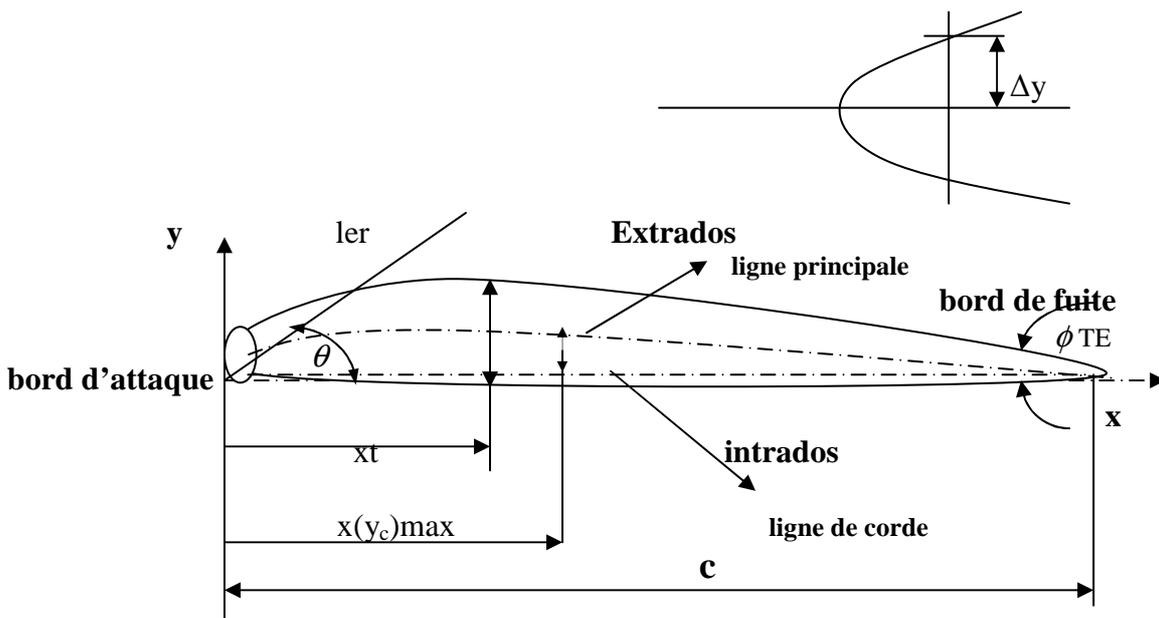


Figure 1 : géométrie du profil d'aile d'avion

Les paramètres géométriques les plus importants qui définissent les caractéristiques aérodynamiques d'un profil sont :

1- L'épaisseur maximale le rapport  $\frac{e}{c}$

2- La forme de la cambrure

3- La forme du bord d'attaque ou le paramètre  $\Delta Y$

4- L'angle du bord de fuite  $\phi_{TE}$  ( La flèche)

### 1.3.2 Les caractéristiques géométriques des profils symétriques

Selon la figure 1 [42-50], on définit les grandeurs géométriques d'un profil aérodynamique.

$C$  : Corde de la section du profil

$x$  : Distance le long de la corde mesurée à partir du bord d'attaque

$y$  : Ordonnée par rapport à plusieurs valeurs de  $X$  (mesurée normale à  $X$  et à partir de la ligne de corde pour les profils symétriques d'après , et normale à  $X$  et à partir de la ligne moyenne pour les profils cambres )

$Y(x)$  : distribution de l'épaisseur du profil

$e = 2 \cdot Y_{\max}$  épaisseur maximale du profil

$x_t$  : position de l'épaisseur maximale

$r$  : rayon du bord d'attaque

$\phi_{TE}$  : la flèche (angle inclus entre les tangentes aux surfaces du bord d'attaque et du bord de fuite).

La ligne moyenne de la cambrure

$(Y_c)_{\max}$  : ordonnée maximale de la ligne moyenne.

$Y_c(x)$  : forme de la ligne moyenne

$X(Y_c)_{\max}$  : position de la cambrure maximale

$\theta$  : pente entre le bord d'attaque jusqu'au bord de fuite, égale à la pente qui existe entre le bord d'attaque et la ligne moyenne.

$\Delta Y$  = paramètre de la forme du nez

Différents types de profils aérodynamiques sont catalogués dans le monde[51,52]

On note par exemple, les profils JOUKOWSKI, EPPLER, WORTMANN, RAE, NLR, SANDIA, GOTTINGEN

les profils d'ailes d'avion les plus reconnus dans le monde sont les fameux profils américains de type NACA et on en utilise certains couramment tant en pratique pour la validation des méthodes numériques.

### 1.3.3 profils de type NACA

Le prédécesseur de la NASA était le NACA ( National Advisory Committee for Aeronautics). Cet organisme a étudiée différentes familles de profils répondant à diverses applications. Parmi ces dernières , il faut distinguer la famille de profils à quatre chiffres, celle à cinq chiffres et les profils laminaires[53].

#### 1.3.3 .1 Famille de profils à quatre chiffres [29,30]

##### Série NACA 4 digits

Dans cette famille, on identifie un profil par quatre chiffres, le premier spécifiant la cambrure relative maximale ne pourcentage de la corde, le deuxième indiquant la position de cette cambrure en pourcentage de la corde et les deux derniers chiffres l'épaisseur relative maximale ,toujours en pourcentage de la corde

Par exemple, dans le cas du profil NACA 2415 :

Le 2 représente la cambrure relative maximale 2

Le 4 représente la position de la cambrure maximale

Le 15 représente l'épaisseur relative maximale

Le profil de BASE qui nous sert d'étude est le profil symétrique NACA 00ee

Dans le cas des profils symétriques de cette famille, on se sert de l'expression suivante [30] pour le calcul de sa forme géométrique

$$Y = e (1.4845 \sqrt{X} - 0.63X - 1.758X^2 + 1.4215X^3 - 0.5075X^4)$$

Cette loi est la loi de l'épaisseur avec le rayon du bord d'attaque  $r=1.1 e^2$

Exemples : NACA 0012 , NACA 0015 , NACA4412

Ces profils ont l'épaisseur maximale à  $x/l=0.3$ , très commode par leur définition géométrique et analytique, ils ont été très utilisés sur les avions (NACA 0012)

De nos jours, le NACA 0012 est encore le profil étalon pour les calculs numériques et expérimentaux dans les souffleries subsoniques, les corrections etc...

Les profils symétriques NACA 0012 , 0015...etc...sont couramment utilisés comme carénage.

#### 1.3.3 .2 Famille de profils à cinq chiffres

##### Série NACA 5 digits

Dans cette famille, cinq chiffres caractérisent chaque profil.

1 digits pour définir la cambrure par voies aérodynamique et géométrique.

2 digits pour l'épaisseur.

Loi de l'épaisseur : idem pour « 4 digits »

Cambrure polynôme du 3<sup>ème</sup> degré + droite

Rayon du bord d'attaque : idem pour « 4 digits » :  $r=1.1 e^2$

Par exemple, dans le cas du NACA 23015

Le 2 représente le coefficient de portance caractéristique ( $3/2 \cdot 0.2 = 0.3$ )

Le 30 représente la position de la cambrure maximale ( $1/2 \cdot 30 = 15\%$  de la corde)

Le 15 représente l'épaisseur relative maximale (15%)

Ces profils cambrés ont été utilisés à cause de leur définition analytique. Par contre ils décrochent brutalement.

### **1.3.3 .3 Profils pour hélices**

Exemples : NACA 16212 , 16309

Le premier chiffre indique la série.

Le deuxième chiffre indique la position du maître- couple ( $x/l = 0.6$ )

Le troisième chiffre indique le CZ d'adaptation/10 ( $C_{za} = 0.2$ )

Les quatrième et cinquième chiffre indiquent l'épaisseur relative exprimée en pourcentage.

### **1.3.3 .4 Famille des profils laminaires**

le NACA a également étudié une série de profils pour maintenir une couche limite laminaire sur une partie importante de sa corde, de manière à optimiser la traînée de frottement.

Dans cette plage optimale , l'absence de pic de dépression et de survitesse recule l'apparition des vitesses supersoniques (recul du mach critique), par contre au delà du mach critique , le choc est très brutal. le NACA les a désignés par un nombre de chiffres significatifs par exemple

NACA 64 , 1-215

Le premier 6 représente la désignation de la série (profil laminaire)

Le deuxième 4 représente la position de la pression minimale

L'indice 1 est la marge au dessus et au dessous du coefficient de portance

Le 2 représente le coefficient de portance caractéristique (0.2)

Le 15 représente l'épaisseur relative maximale (0.15)

### **1.3.3 .5 Profils « Peaky »**

Exemples : Boeing 747, Airbus A300, Trident.

Principe : accepter la présence du choc [32]

- rayons de bord d'attaque très grands

- détente très rapide près du bord d'attaque.

### **1.3.3 .6 Profils supercritiques Whitcomb**

Exemples : Airbus A310-320-330-340 , Boeing B767

Principe : comme sur le peaky, accepter une grande poche supersonique, mais avec un choc faible, et ajouter une cambrure arrière pour assurer une partie de la portance en diminuant le choc. Utilisés également en aviation légère avec adjonction de volets.

### **1.3.3 .7 Profils supercritiques laminaires**

Même description pour les NACA série 6 : chercher à obtenir une région d'écoulement laminaire la plus étendue pour réduire le  $C_x$  de frottement.

- gradients de pression négatifs pour stabiliser la couche limite.

- choc reculé à 60 pour cent de la corde.

### 1.3.4 principales caractéristiques géométriques et aérodynamiques des profils NACA

On trouve une gamme complète de profils de type NACA et leurs principales caractéristiques géométriques et aérodynamiques présentées par Abbott et al dans les références [33] et [34].

Dans l'annexe, on trouve [33,34] les tableaux des caractéristiques géométriques et aérodynamiques de certains profils à quatre chiffres NACA 4412, celles des profils à cinq chiffres NACA 230112 et celle des profils laminaires NACA 66 1-212.

On trouve également dans l'annexe les caractéristiques géométriques et aérodynamiques du fameux profil symétrique NACA 0012, les coefficients aérodynamiques  $c_l$  et  $c_d$  ont été déterminés pour les différents angles d'attaque  $\alpha$  variant de 0 jusqu'à 180 degré pour différents nombres de REYNOLDS.

Les données ont été fournies par Sandia National Laboratories [35], pour la partie linéaire et près du décrochage, les données expérimentales ont été présentées et obtenues en soufflerie à Wichita University [36].

## 1.4 Lois de l'aérodynamique

### 1.4.1 Forces aérodynamiques dans le domaine subsonique

#### Définition du Domaine Subsonique

$c$ 'est le domaine des vitesses inférieures à la vitesse du son.

Aux basses vitesses, l'air se comporte comme un fluide incompressible, ce qui signifie que sa densité est indépendante de sa pression et qu'il obéit aux lois de l'aérodynamique

La cause fondamentale qui génère les forces et les moments aérodynamiques est la distribution de pression sur le profil de l'aile de l'avion.

#### 1.4.1.1 Répartition des pressions :

La figure ci-dessous nous montre précisément un diagramme de la répartition des pressions sur un profil d'aile d'avion dans le régime de vitesse subsonique.

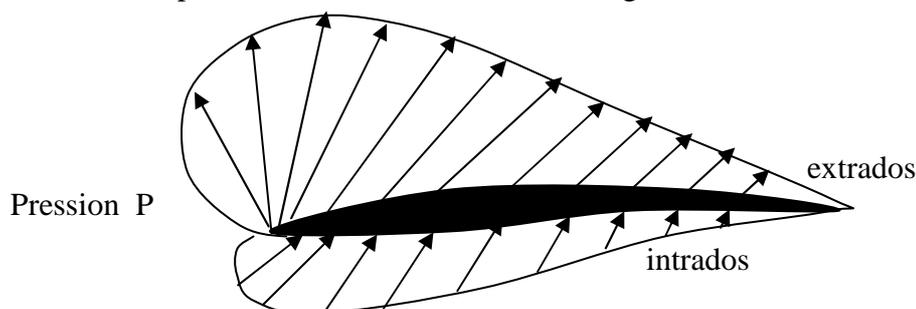


Figure 2 : distribution de pression sur un profil d'aile d'avion

Nous pouvons observer deux particularités remarquables [55-62 ] :

- 1- La diminution de pression sur l'extrados en valeur absolue, par contre l'augmentation de pression sur l'intrados.
- 2- Les pressions ne sont pas réparties également : la diminution de pression sur l'extrados et
- 3- l'augmentation de pression sur l'intrados sont plus importantes à l'avant du profil.

#### **1.4.2.2 Portance :**

Pour bien comprendre le phénomène physique qui crée la portance d'une aile, la meilleure méthode consiste à considérer le spectre de l'écoulement de l'air autour d'une section d'aile en mouvement attaquant ce fluide, initialement au repos, sous un certain angle d'attaque. On a tout d'abord l'impression que l'air heurte la surface inférieure inclinée de l'aile et que celle-ci est portée par cet air [8].

La réalité est beaucoup différente, en effet, si l'on mesure les pressions qui s'appliquent autour de l'aile, on constate que la partie supérieure de l'aile (ou extrados) est le siège de pressions inférieures à la pression du fluide au repos (dépressions) et que la partie inférieure (ou intrados) est le siège de pressions supérieures à la pression du fluide au repos (compression).

On constate également que la dépression qui règne que l'extrados de l'aile est supérieure à la compression qui règne sous l'intrados. Voir figure 2

L'aile est donc partiellement suspendue ou aspirée vers le haut par l'air qui s'écoule le long de la surface supérieure et la contribution apportée à la portance totale par cette dépression est plus grande que la compression positive agissant sur la surface intérieure.

Ce phénomène est dû au fait que les vitesses locales de l'air le long de l'extrados sont plus élevées que la vitesse de l'aile, à l'inverse des vitesses locales, le long de l'intrados qui sont plus faibles.

Ces constatations ont été confirmées par le théorème de Bernoulli d'après [ 5,8 ] :

« si la vitesse augmente, la pression statique diminue, et si la vitesse diminue la pression statique augmente ».

(cela est vrai pour des vitesses au régime subsonique)

L'explication de ce phénomène de portance lié au champ de vitesses locales autour de l'aile est dû aux travaux de Lanchester (1878 - 1946), Kutta (1867 - 1944) et Joukowski , qui de 1902 - 1909 établissent la notion de circulation [63] (produit de la valeur moyenne d'un profil par la longueur du contour de ce profil) et donnèrent la relation entre la circulation et la portance ainsi que le processus de l'apparition de la circulation (théorie tourbillonnaire).

Tout ce que l'on vient de dire s'applique à un profil d'une aile dont l'envergure est supposée infinie.

Que se passe-t-il donc aux extrémités des ailes dont l'envergure est finie ?

- Si par son mouvement, une aile crée une circulation de vitesses autour de son profil, cette circulation se comporte comme un tourbillon qui ne peut que se continuer à l'extrémité de l'aile [12] et s'étend vers l'aval de l'aile.

Ces tourbillons portent le nom de tourbillons marginaux.

Le système de tourbillons libres donnent lieu à un champ de vitesses, dit champ des vitesses induites, dont la composante dirigée vers le bas se nomme : déflexion.

#### **1.4.2.3 Traînée induite :**

Ainsi la portance donne lieu derrière l'avion à un mouvement de l'air dirigé vers le bas (déflexion).

Quand l'avion avance, de nouvelles masses de mouvement créée par unité de temps est précisément égale à la force de portance. L'énergie requise pour produire cette force de portance se nomme : « traînée de frottement ».

#### **1.4.2.4 Traînée de forme, traînée de frottement :**

si on analyse les forces qui agissent sur le profil d'aile en translation de l'exemple précédent, on trouve, en outre, les forces de résistance que l'on peut classer en résistance de pression et en résistance de frottement.

La résistance de pression tire son nom et son origine de deux phénomènes [ 64] l'un est lié à la portance, c'est la traînée ou résistance induite que nous avons définie, l'autre partie de la résistance de frottement est indépendante de la portance c'est la résistance de forme (ou sillage).

D'Alembert, en assimilant l'air à un fluide parfait, s'écoulant sans répartition le long d'un profil, démontra par un raisonnement mathématique rigoureux que la somme des composantes parallèles de pression s'exerçant sur le corps étant nulle, résultat qu'il qualifia dans son ouvrage, (essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides de paradoxe singulier) ou (paradoxe d'Alembert), depuis lors, on a trouvé le moyen d'échapper à ce paradoxe.

En réalité, l'air est un fluide visqueux et les lignes de courant, au lieu de coller au profil en aval, s'en séparent en formant un sillage tourbillonnaire d'une certaine épaisseur.

#### **Paradoxe d'Alembert :**

En fluide parfait [60], l'écoulement contourne l'aile sans séparation et sans frottement.

Les composantes des forces de pression  $F_1$  parallèles à l'écoulement et qui s'exercent sur la partie amont sont d'après le calcul d'Alembert rigoureusement équilibrées par les composantes des forces de pression  $F_2$  parallèles à l'écoulement qui s'appliquent à la partie arrière.

Il n'y a pas de résistance de forme.

Échappement au paradoxe d'Alembert :

En fluide réel qui est visqueux [65 ], l'écoulement se sépare de l'aile en S pour former un sillage, les forces de pression  $F_2$  n'équilibrent plus les forces  $F_1$ .

Il apparaît une résistance de forme  $\sum P_1 = \sum P_2$

En réalité, c'est cette épaisseur qui empêche les forces de pression à l'arrière du profil d'équilibrer (et cela parallèlement à la vitesse) les forces de pression qui s'exercent à l'amont du profil, ou bien entendu il n'y a pas de sillage.

Les forces de pression en amont et en aval comme elles ne s'équilibrent plus, produisent une résistance dite de forme (ou de sillage) et dont la viscosité de l'air est par conséquent la cause.

Aux vitesses usuelles en aviation, les forces de frottement des molécules d'air les unes sur les autres sont négligeables sauf dans une couche mince située au voisinage de l'aile, nommée couche limite, et dont la genèse physique est la suivante :

Lorsqu'un profil d'aile supposé immobile est plongé dans un écoulement aérodynamique des molécules d'air adhèrent à ses parois, et leur vitesse est nulle, par contre au fur et à mesure que l'on s'écarte de la paroi, la vitesse des molécules croît jusqu'à atteindre la vitesse de l'écoulement extérieur.

La couche mince où règne cette variation (gradient) de vitesse est constituée au voisinage du bord d'attaque par des lames de fluide sensiblement parallèles, on l'appelle **couche limite laminaire**

### **1.4.3 les caractéristiques aérodynamiques du profil d'aile de l'avion**

Les caractéristiques aérodynamiques des profils d'aile d'avion qui sont importantes du point de vue contrôle et stabilité sont :

a-Le coefficient de portance

b-Le coefficient de traînée

c- Le rapport de la portance à la traînée

d-La position du centre de poussée ou le coefficient du moment de tangage.

la figure 3 nous donne, les caractéristiques aérodynamiques de ces profils.

fig 3.1: courbe de portance

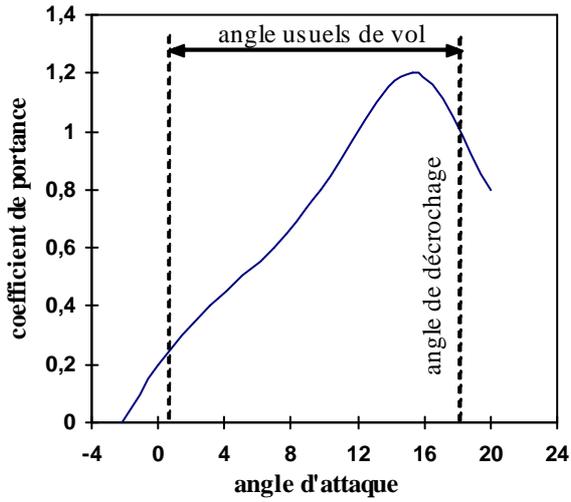


fig 3.2: courbe de traînée

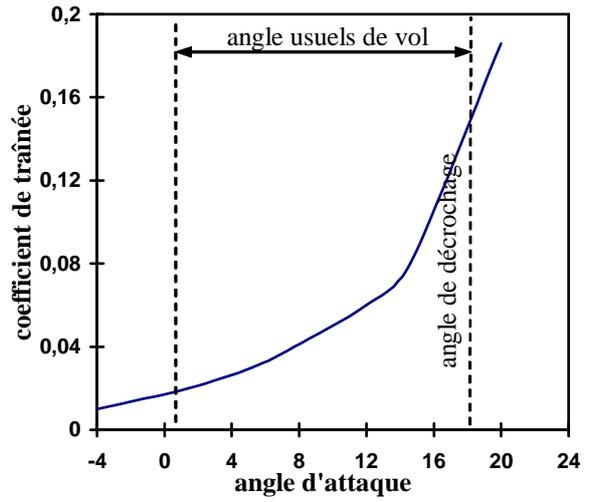


fig 3.4 : courbe de centre de poussée et du coefficient de moment

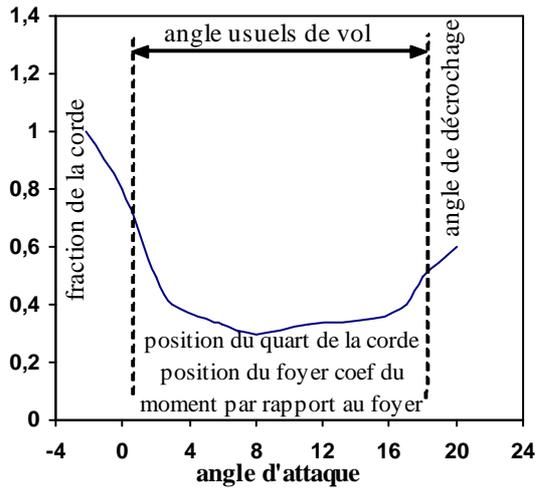


fig 3.3: courbe de finesse

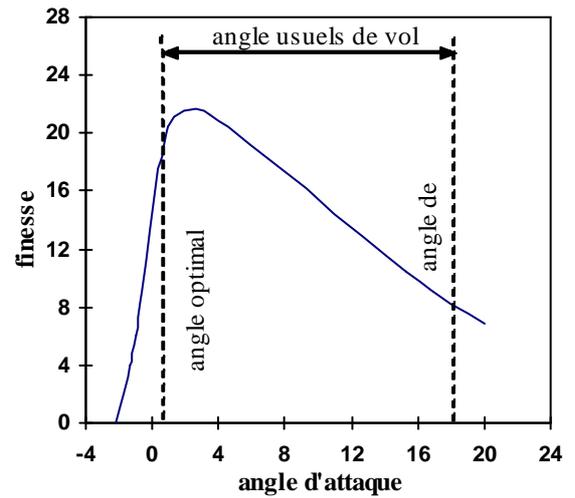


Figure 3 Les caractéristiques aérodynamiques du profil d'aile d'avion

-La table 1 nous montre l'effet de la géométrie du profil sur les caractéristiques aérodynamiques de celui-là d'après [66-70 ].

**Table 1 Récapitulation des principaux effets de la géométrie du profil sur ses caractéristiques aérodynamiques**

Le paramètre géométrique du profil	Le principal effet sur les caractéristiques aérodynamiques à l'exception de la traînée
Épaisseur maximale le rapport e/c	- le coefficient de portance maximale $Cl_{max}$ - le centre aérodynamique, $\bar{X}_{ac}$
La forme de la ligne moyenne	- l'angle d'attaque d'une hauteur nulle $\alpha_0$ - le coefficient de portance maximale $CL_{max}$ - le coefficient du moment de lancement (tangage), $Cm$
La forme du bord d'attaque	Le coefficient de portance maximale $Cl_{max}$
La flèche $\phi_{TE}$	Le centre aérodynamique $\bar{X}_{ac}$

- Deux caractéristiques, sont d'une importance majeure dans la détermination des caractéristiques de aérodynamiques de l'aile de l'avion.

1- La section du centre aérodynamique

2- La section de la pente de la portance

#### **1.4.3.1 Le centre aérodynamique :**

- Le centre aérodynamique du profil est défini comme un point pour lequel Le coefficient du moment de lancement (tangage ) demeure invariant avec l'angle d'attaque [ 11 ]

- Le centre aérodynamique ne doit pas être confondu avec le centre de pression.

### 1.4.3.2 La pente de la portance de la section (lift curve slope) :

Une autre caractéristique très importante dans la stabilité de l'aile de l'avion est la pente de la portance.

pour une vitesse subsonique,  $Cl_\alpha$  varie avec le nombre de Mach de la manière suivante :

$$Cl_{\alpha M} = \frac{Cl_\alpha |_{M=0}}{\sqrt{1-M^2}} \quad (1)$$

cette relation est basée sur la transformation de (Prandtl - Glauert) d'après [71-76 ]

Le centre de pression est défini comme étant le point où s'exerce la force aérodynamique totale sur le profil.

- Les profils non symétriques (cambrés) possèdent deux types de distribution de portance.

1. Une distribution de portance de base qui dépend de la cambrure.
2. Une distribution de portance additionnelle qui dépend de l'angle d'attaque.

- Le centre aérodynamique (a.c) est le centre de distribution de la portance additionnelle.

A partir de cette analyse, le centre aérodynamique (ac) et le centre de pression (cp) sont les mêmes pour les profils symétriques.

- Pour des petits angles d'attaque :

$$Cm_{ac} = -Cl (X_{cp} - X_{ac})^{\frac{1}{c}} \quad (2)$$

- si la contribution de (Cd) traînée peut être négligée on aura

$$X_{cp} = X_{ac} - \frac{Cm_{ac}}{Cl} \quad (3)$$

- Profil symétrique donc  $C_{mac} = 0$  et par suite  $X_{cp} = X_{ac}$

- Pour les profils communs (bas subsonique), le centre aérodynamique est à 0.25 du point de la corde.

- Il a été montré d'après [6] qu'à des vitesses supersoniques, le centre aérodynamique des sections plates à des épaisseurs nulles est situé à environ 0.50 du point de corde, ceci est dû à la distribution de pression de type rectangulaire sur différentes sections.

- Pour des profils à des épaisseurs limitées, le centre aérodynamique supersonique est plus éloigné d'après [77] .

Lorsque la vitesse est supersonique, on aura d'après [ 78 ] :

$$Cl_\alpha = \frac{4}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (4)$$

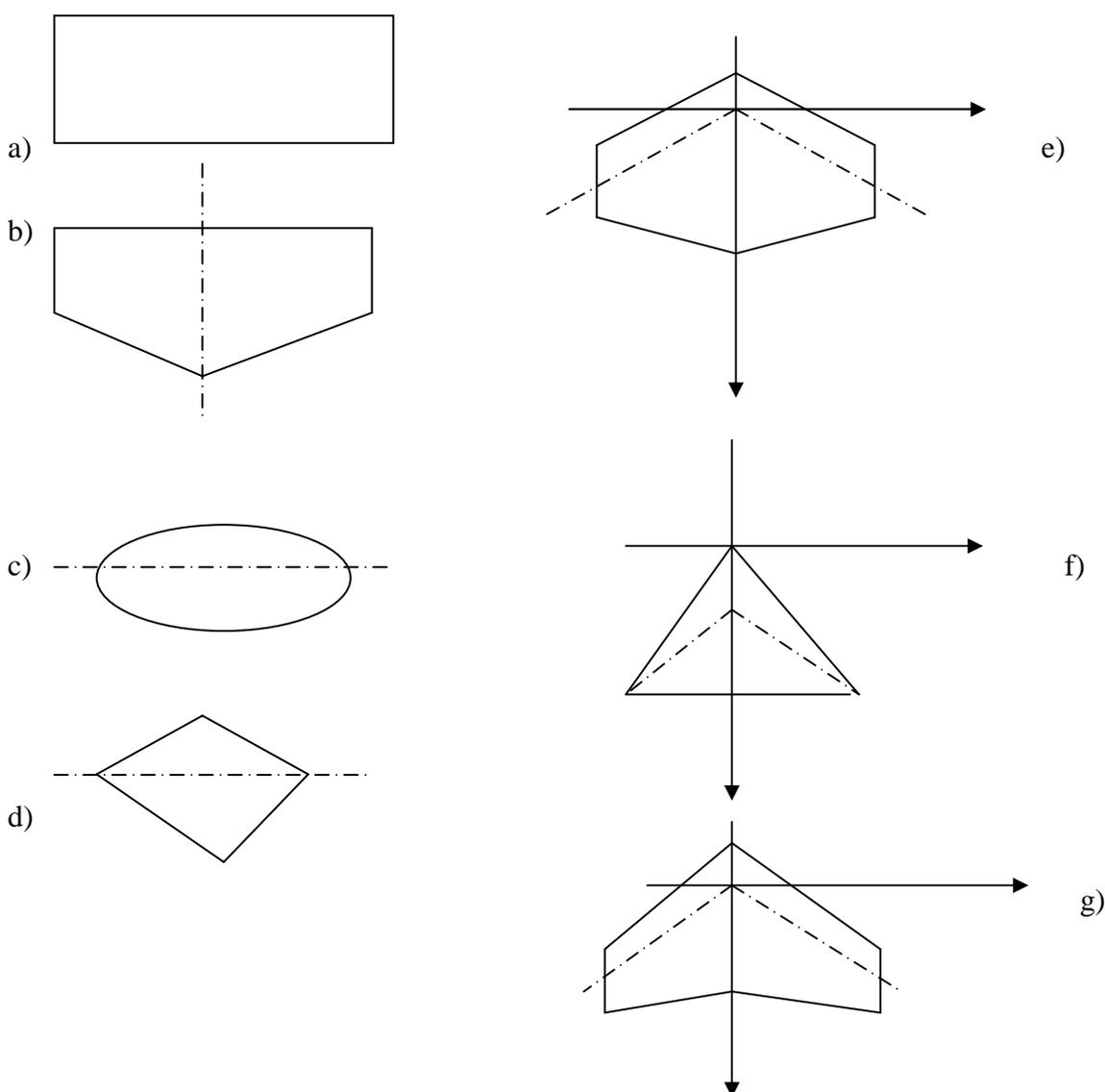
Lorsque la vitesse est transsonique, la variation de  $Cl_\alpha$  avec M est étudiée expérimentalement.

## 1.5 Les caractéristiques géométriques et aérodynamiques de l'aile d'avion :

### 1.5.1 les caractéristiques géométriques de l'aile d'avion

Dans les avions actuels, les sections des profils discutées auparavant sont avantageées pour former des ailes, des queues horizontales ou verticales, et/ou d'autres surfaces de portance de telles surfaces sont ainsi caractérisées par une forme plane.

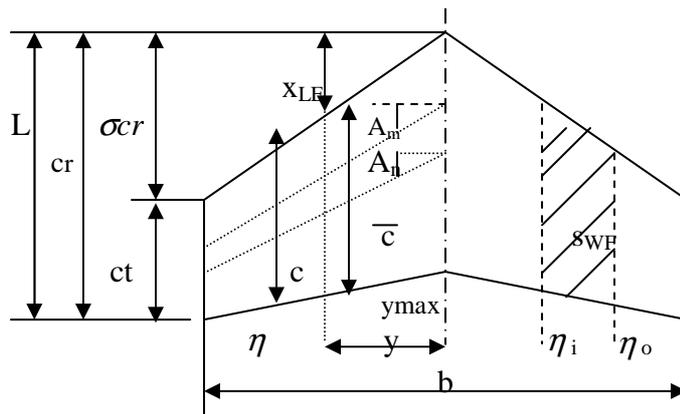
Les caractéristiques géométriques importantes d'une aile d'avion sont sa forme en plan et son profil aérodynamique. D'après leur forme en plan [79-80], on peut répartir les ailes d'avion en plusieurs catégories : rectangulaire, elliptique, trapézoïdale l'aile triangulaire ou delta, ogivale, gothique ou double gothique. voir figure 4.



**Figure 4. Formes en plan pour une aile d'envergure finie : a)rectangulaire, b) trapézoïdale, c) elliptique, d) double triangulaire, e) double trapézoïdale, f) aile en flèche, g) delta.**

Les ailes de formes rectangulaire, elliptique et trapézoïdale sont employées en régime subsonique. Par contre en régime supersonique, on utilise l'aile triangulaire ou delta, ogivale, gothique ou double gothique.

Un nombre de caractéristiques de la forme plane qui sont d'une importance particulière, sont résumées par la figure 5.



**figure 5 Paramètres des ailes de formes planes, trapézoïdales**

La figure 5 nous donne avec exactitude des ailes trapézoïdales droites.

#### Définitions

- B envergure de l'aile
- C corde de l'aile
- $\bar{c}$  corde aérodynamique moyenne
- Cr la corde en racine (à l'emplanture)
- Ct Corde à l'extrémité de l'aile
- Mn des stations de cordes non dimensionnelles en termes de c
- Swf surface de l'aile affectée par la déflexion du bord de fuite.
- $Y_{MAC}$  location de la corde moyenne de la station =  $\frac{Y}{(b/2)}$
- A Allongement =  $b^2/S$
- $\tau_i, \tau_o$  envergures non dimensionnelle à des stations de contrôle interne et externe respectivement.

$L$	L'effilement = $Ct / Cr$
$A_{LE}$	L'angle au bord d'attaque
$A_{TE}$	l'angle au bord de fuite
$A_m, A_n$	les angles de stations de cordes arbitraires
$\sigma$	rapport entre la corde de la position du bord d'attaque et la corde à l'emplanture = $\left(\frac{b}{2}\right) \tan g A_{LE} / Cr$

Les équations suivantes sont nécessaires pour le calcul des données de ces formes planes :

$$\lambda = \frac{le}{ls} = \frac{Ct}{Cr} \quad A = \frac{2b}{Cr(1+\lambda)} = \frac{b^2}{s} \quad (5)$$

$$S = \frac{b \cdot Cr}{2} (1+\lambda) \quad (6)$$

$$\bar{C} = \frac{2}{3} Cr \cdot \frac{1+\lambda+\lambda^2}{1+\lambda} \cdot (\text{m.g.c ou m.a.c}) \quad (7)$$

$$\frac{X_{\text{Centroid}}}{Cr} = \frac{1}{3} \left( \lambda + \sigma + \frac{1+\lambda\sigma}{1+L} \right) \quad (8)$$

$$\frac{Y_{\text{mac}}}{\frac{b}{2}} = \frac{1 - \frac{\bar{C}}{Cr}}{1-\lambda} = \frac{1}{3} \left[ \frac{1+2\lambda}{1+\lambda} \right] \quad (9)$$

$$\sigma = \frac{1}{4} A (1+\lambda) \tan A_{LE} \quad (10)$$

$$\tan A_n = \tan A_m - \frac{4}{A} \left[ (n-m) \cdot \frac{(1-\lambda)}{(1+\lambda)} \right] \quad (11)$$

où m et n sont des fractions dimensionnelles de la corde.

Pour des relations avec les surfaces de vol spécifiques, les souscriptions suivantes sont utilisées :

W : pour l'aile

H : pour la queue horizontale

V : pour la queue verticale

C : pour un canard

Les quantités géométriques suivantes sont utilisées très souvent pour les forces et les moments aérodynamiques .

### La surface de la forme plane S :

utilisée pour des forces aérodynamiques non dimensionnelles.

Exemples :

$$C_L = \frac{L}{q \cdot S}, \quad C_D = \frac{D}{q \cdot S}, \quad C_y = \frac{F_{AY}}{q \cdot S} \quad (12)$$

### La corde géométrique moyenne de la forme plane $\bar{C}$ :

Le plus souvent appelée la corde aérodynamique moyenne (m.a.c) : utilisée en même temps avec S aux moments de tangage (lancement) aérodynamiques non dimensionnelles

Exemple :

$$C_m = \frac{M}{q \cdot S \cdot \bar{C}} \quad (13)$$

les intégrales suivantes sont à dériver.

$$\bar{C} = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} C^2(y) \cdot dy \quad (14)$$

$$X_{\text{mac}} = \frac{1}{S} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} X_{\text{LE}}(y) C(y) \cdot dy \quad (15)$$

$$Y_{\text{mac}} = \frac{2}{S} \int_0^{\frac{b}{2}} y c(y) \cdot dy$$

la longueur longitudinale  $X_{\text{mac}}$  et la distance latérale  $Y_{\text{mac}}$  localisent la corde aérodynamique moyenne sur l'aile.

Pour les ailes rectangulaires ayant une corde constante c le long de l'envergure  $S = b \cdot c$  et l'allongement devient  $A = b/c$ . en général, les valeurs de l'allongement sont de 20 à 40 pour les planeurs( ou les avions ultra légers) et de 6 à 10 pour les avions de vitesse subsonique. L'allongement diminue, quand la vitesse de l'avion devient plus grande, de telle façon que pour les avions supersoniques, l'allongement est de l'ordre 2 à 3.

### **1.5.2 Les caractéristiques aérodynamiques de l'aile d'avion**

pour l'étude des caractéristiques de l'écoulement de l'air autour des ailes d'envergure infinie,  $A = \infty$ , on peut se servir de l'écoulement plan autour du profil de l'aile, donc en bidimensionnelle. En revanche, l'écoulement de l'air autour de l'aile d'envergure finie est tridimensionnel. Il se distingue de l'écoulement de l'air autour d'un profil (ou d'une section de l'aile) par l'apparition d'une nouvelle composante de l'écoulement, orientée dans la direction de l'envergure et qui dépend des extrémités de l'aile et du profil dans chaque section. Les caractéristiques aérodynamiques les plus importantes d'une aile d'envergure finie sont la portance, et la traînée que nous utiliserons pour leur forme dimensionnelle et que nous appellerons des coefficients. Les méthodes de calcul numériques et expérimentales de ces caractéristiques aérodynamiques feront l'objet des prochains chapitres.

## **Chapitre II**

### ***Rappels en Fluide Parfait Incompressible Permanent***

## Chapitre II

### Rappels en Fluide Parfait Incompressible Permanent

#### 2.1 définition du fluide

un fluide représente un milieu continu composé d'un nombre considérable de particules matérielles infiniment petites, qui sont libres de se déplacer les unes par rapport aux autres . le fluide est déformable, sans rigidité et il est un milieu susceptible de subir de grandes variations de forme sous l'action de forces. On traite généralement des écoulements des fluides du point de vue macroscopique par les lois de la mécanique de NEWTON, ce qui justifie l'appellation des fluides Newtoniens comme l'air et l'eau.

Les plus importantes propriétés aérodynamiques des fluides Newtoniens sont la mobilité, la viscosité et la compressibilité[36]. Les fluides isotropes ont des propriétés mécaniques identiques dans toutes les directions de l'espace. une résistance appelé viscosité accompagne la déformation du fluide, ainsi on aura un fluide réel ou visqueux . si la viscosité est considérée comme nulle , on se réfère au concept du fluide parfait . quand à la notion de compressibilité, elle permet de distinguer les liquides, qui occupent un volume déterminé . le modèle du fluide parfait incompressible est à la bases des d'aérodynamique externe que contient notre étude.

##### 2.1.1 définition habituelle du fluide parfait

un fluide est dit parfait lorsque son mouvement peut être décrit[20 ,41] par un modèle mathématique qui ne prend pas en compte les processus de viscosité et de conduction thermique. Ces effets, ne se manifestent pas lorsque le fluide est au repos et en équilibre thermodynamique. La différence entre fluide parfait ou réel, n'étant lié qu'à des déséquilibres. Il serait donc plus correct de parler de « mouvement parfait d'un fluide ». les équations de mouvement se trouvent à priori considérablement simplifiées. Elles sont obtenues des équations de Navier-Stokes privées des termes suivants :

$\Sigma_v$  = tenseur des contraintes visqueuses

$\phi_D$  = fonction de dissipation

$\phi_c$  = flux de chaleur par conduction thermique

en fluide parfait, les seuls efforts de surface à considérer sont donc les efforts de pression.

Les transformations dans un tel écoulement sont réversibles. De plus, les applications en fluide parfait, supposent souvent un apport de chaleur massique nul.

## 2.2 écoulements particuliers

### 2.2.1 écoulement permanent ou stationnaire

l'écoulement d'un fluide est dit permanent ou stationnaire si le champ des vitesses ainsi que la pression et la masse volumique ne dépendent pas du temps . les projections du vecteur vitesse ne sont alors fonction que des coordonnées x, y, z. les lignes du courant sont des courbes fixes indépendantes du temps et qui se confondent avec les trajectoires[36-40].

### 2.2.2 écoulement permanent en moyenne

dans la plupart des écoulements, les projections de la vitesse en un point fixe, P, ainsi que la pression et la masse volumique dépendent du temps mais demeurent constantes en moyenne. On peut donc considérer un temps T tels que les quantités moyennes :

$$\bar{u} = 1/T \int_t^{t+T} u \, dt \quad \bar{v} = 1/T \int_t^{t+T} v \, dt \quad \bar{w} = 1/T \int_t^{t+T} w \, dt \quad \bar{p} = 1/T \int_t^{t+T} p \, dt \quad \text{et} \quad \bar{\rho} = 1/T \int_t^{t+T} \rho \, dt$$

(1)

soient indépendantes de l'instant initial t . on dit alors que l'écoulement est permanent en moyenne . un cas important de ce type d'écoulement est celui des écoulements turbulents stationnaires.

### 2.2.3 écoulement plan

l'écoulement est plan lorsque le vecteur vitesse  $\vec{V}$  est parallèle par oxy d'un système cartésien. Par conséquent, toutes les dérivées partielles par rapport à z sont nulles :

$$\partial / \partial z = 0 \quad (2)$$

$$\text{et } \vec{V} = u \vec{i} + v \vec{j} \quad (3) \text{ en coordonnées cartésiennes.}$$

### 2.2.4 écoulement incompressible

un écoulement est dit incompressible si la masse volumique du fluide reste invariable le long de la trajectoire. On a alors :

$$D\rho / Dt = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (4)$$

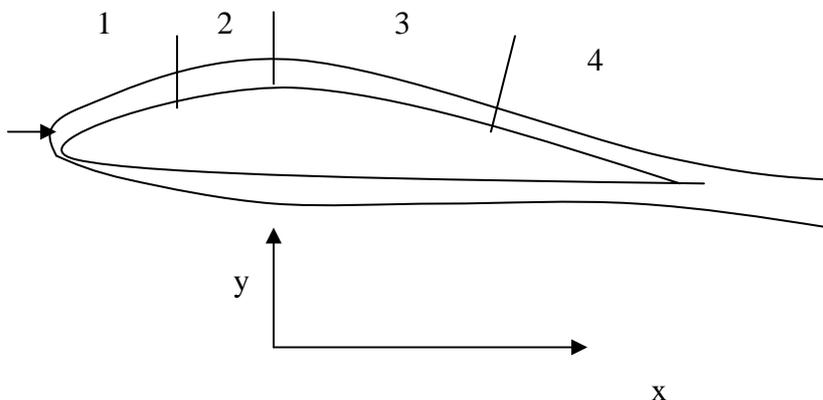
### 2.2.5 écoulement laminaire et turbulent

si l'on dispose, à l'entrée d'un tube dans lequel s'écoule un courant d'eau, un filet de liquide coloré, ce dernier conserve très longtemps son individualité, si la vitesse du courant principal est suffisamment faible, les particules fluides sont ordonnées et suivent des trajectoires bien déterminées. si la vitesse du courant augmente, il arrive un moment où, à une certaine distance de l'entrée, le filet coloré se mélange très rapidement avec le fluide ambiant, le filet fluide s'agite, les particules fluides deviennent désordonnées et les trajectoires sont aléatoires.

Dans le premier cas, il s'agit d'un mouvement laminaire et dans le second cas un mouvement turbulent prend naissance dans la zone où le filet coloré se mélange au courant, un cas particulier de l'écoulement turbulent est dit « écoulement tourbillonnaire ».

D'après les expériences et la théorie de la stabilité linéaire [8], le passage d'un régime laminaire à un régime turbulent semble lié à une instabilité de l'échafaudage des couches du régime laminaire. Dans le cas des fluides réels, il y a entre la paroi solide et le fluide libre une couche où la vitesse varie progressivement depuis la vitesse du fluide jusqu'à zéro. C'est surtout dans cette région, où les gradients de vitesse sont importants, que les viscosités se manifestent avec plus d'intensité, on l'appelle **la couche limite**. la couche limite joue un rôle important, car elle conditionne directement la résistance de frottement d'un corps. Cette couche peut être laminaire ou turbulente [12,13] et passe d'un régime à un autre par une transition.

La figure 1 illustre le développement de la couche limite autour d'un profil aérodynamique.



- 1 : couche limite laminaire
- 2 : zone de transition
- 3 : couche limite turbulente
- 4 : décollement

**Figure 1 Développement de la couche limite autour d'un profil**

### 2.3 équations générales du fluide parfait incompressible permanent

on peut décrire le mouvement d'un fluide tel que l'air par exemple d'équations aux dérivées partielles déduites des lois fondamentales de l'aérodynamique, c'est à dire des lois de la conservation de la masse (équation de continuité), équation de quantité de mouvement et de l'énergie.

#### 2.3.1 équation de continuité

la loi de continuité exprime la conservation de masse de l'écoulement du fluide, c'est à dire qu'il n'y a ni création ni destruction de masse pendant le mouvement des fluides.

L'équation de continuité en incompressible est la suivante :

$$\text{Div } \vec{V} = 0 \quad (5)$$

#### 2.3.2 équation de quantité de mouvement

en général, la quantité de mouvement d'une particule fluide est définie par le produit de la masse de la particule fluide  $m$  et de son vecteur vitesse  $\vec{V}$  à un temps  $t$ .

on détermine l'équation de quantité de mouvement grâce à l'équation :

$$Q = m(t) \vec{v} = \int_v \rho \vec{v} d v \quad (6)$$

En fluide parfait incompressible l'équation de quantité de mouvement est la suivante :

$$\vec{\text{rot}} v \wedge v + \vec{\text{grad}} v^2 = - \vec{\text{grad}} p / \rho + \vec{f} \quad (7)$$

avec les hypothèses suivantes du fluide parfait incompressible

- 1)  $\rho = \text{cte}$  en incompressible
- 2) fluide parfait  $\sum \vec{V} \rightarrow 0$
- 3) écoulement permanent  $\partial / \partial t = 0$  (8)

. si  $F = \text{grad } A$

.si  $\text{rot } V = 0$

.si tout point  $M$  est atteint par une ligne de courant issue de l'infini

alors :

$$\text{rot } V = 0 \text{ soit } V = \text{grad } \phi \quad (9)$$

$$\text{avec } V = \text{grad } \phi \quad (10)$$

alors l'équation de continuité est:

$$\Delta \phi = 0 \quad (11)$$

l'équation de quantité de mouvement est :

$$\text{grad} (p / \rho + v^2 / 2 - A) = 0 \quad (12)$$

$$\text{soit } p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{cte} \quad (13)$$

dans l'équation 12, on néglige les forces massiques, ce qui revient au niveau des forces globaux , à négliger la poussée d'Archimède devant les efforts dynamiques.

La relation 13 est la relation de Bernoulli qu'il est préférable d'exprimer en termes de coefficients

1) à l'aide des conditions à l'infini la constante vaut  $p_\infty + \frac{1}{2} \rho v_\infty^2$

2) à l'aide de la définition du coefficient de pression,

$$\text{soit } c_p = (p - p_\infty) / (\frac{1}{2} \rho v_\infty^2) \quad (14)$$

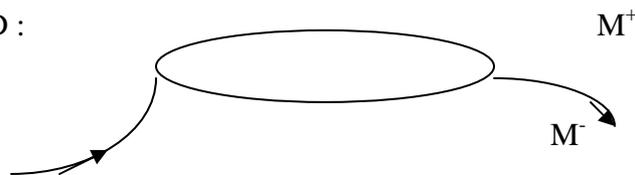
$$\text{on aura donc } c_p = 1 - (v/v_\infty)^2 \quad (15)$$

en fluide parfait peuvent exister des discontinuités

. lorsque la masse volumique  $\rho$  est constante, il n'y a pas de chocs, car en stationnaire, les chocs nécessitent un nombre de Mach  $M > 1$

. pour la ligne de courant dite ligne de glissement, elle est unique et issue de l'obstacle , elle est la dégénérescence de sillage lorsque le nombre de Reynolds  $Re \rightarrow \infty$

MAIS en 2D :



.Les relations de Rankine Hugoniot pour une ligne de glissement :

$$\begin{array}{l} V_n^+ = V_n^- = 0 \\ P^+ = p^- + \text{relation de Bernoulli} \rightarrow V^{+2} = V^{-2} \end{array} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{10em}} \\ \downarrow \end{array} \quad \begin{array}{l} V_t^{+2} = V_t^{-2} \\ \downarrow \end{array}$$

La seule solution acceptable est  $V_t^+ = V_t^-$

En conclusion nous avons :

Fluide parfait

Incompressible

Stationnaire

Une seule ligne de courant s'échappant de l'obstacle

→ Le champ des vitesses est partout continu dans le domaine fluide.

→ Seule la discontinuité de potentiel ( $\phi^- - \phi^+ = \Gamma$  circulation) rappellera que la ligne de courant issue de l'obstacle EST une ligne de glissement, ICI, avec continuité de  $V_t$

Pour les surfaces de glissement, les relations de Rankine – Hugoniot ne spécifient rien pour  $V_t$ , qui dans un cas général, peut être discontinue, elle peut donc être aussi continue ce qui est le cas en 2D mais ne le sera plus en 3D.

### 2.3.3 équation de l'énergie

cette équation se base sur le bilan énergétique d'un gaz homogène et visqueux dans un volume arbitraire  $v$  immobile dans l'écoulement et de surface extérieure  $S$  perméable.. le bilan énergétique exige un transfert de quantité de mouvement et de chaleur.

L'équation d'énergie sous forme différentielle est :

$$\rho \frac{d}{dt} (e + \frac{1}{2} V^2) = \nabla \cdot (p \cdot v) - \nabla \cdot q + \rho \cdot f \cdot v \quad (16)$$

$\rho$  dans le cas d'un fluide parfait l'équation (16) se trouve grandement simplifiée. L'équation d'énergie pour ce cas particulier, s'exprime ainsi :

$$d\rho / dt + p \frac{d}{dt} (1/\rho) = 0 \quad (17)$$

lors d'un fluide incompressible,  $de/dt = 0$  et le fluide conserve sa température,  $T$ , le long de sa trajectoire. De plus si  $\partial/\partial t = 0$ , la température est constante le long d'une ligne de courant.

En résumé l'équation de continuité, l'équation de quantité de mouvement et l'équation de l'énergie représentent les équations de base pour l'étude de l'écoulement du fluide parfait et incompressible.

### 2.4 les équations de Navier- stokes

un exemple d'approche théorique tiré de théories de l'aérodynamique sont les équations de Navier Stokes. D'une façon générale, chaque problème posé doit faire l'objet d'une analyse physique préliminaire et minutieuse conduisant à écrire des hypothèses simplificatrices. Ces hypothèses doivent être vérifiées à posteriori. Dans tous les cas, la comparaison avec des résultats expérimentaux ou des résultats de calculs plus exacts effectués par des méthodes numériques est nécessaire.

En l'absence de toutes simplifications, le système d'équations le plus général pour un milieu continu constitué d'un fluide Newtonien est désigné par « Equations de Navier Stokes ».

La formulation conservatrice de ce système utilisant l'équation de l'énergie totale, de continuité et de quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \partial\rho / \partial t + \text{div} (\rho V) &= 0 \\ \partial (\rho V) + \text{div} (\rho V \otimes v - \Sigma) &= \rho F \end{aligned} \quad (18)$$

$$\partial (\rho E) / \partial t + \text{div} (\rho EV - \Sigma \cdot V - \lambda \text{grad} T) = \rho F \cdot V + \rho \phi_t$$

$$E = e + V^2/2 \longrightarrow \text{définition de l'énergie totale.}$$

$$E = e(p, \rho) \} \longrightarrow \text{équation d'état}$$

$$T = T(p, \rho) \} \longrightarrow \text{équation d'état}$$

Ces équations rendues dimensionnelles, font intervenir des paramètres de similitude tels que les nombres de Mach ou de Reynolds, pour ne citer que les deux plus importantes dans le domaine de l'aérodynamique.

Dans le cas de notre problème du fluide parfait incompressible, on travaille notamment sur des valeurs élevées du nombre de Reynolds.

### 2.5 équations de l'énergie cinétique de la turbulence

un cas très important est celui de l'approche théorique tiré de la turbulence et la couche limite [7].

L'équation cinétique de la turbulence est la suivante :

$$\rho \frac{dk}{dt} = \rho \langle u_i' u_1' \rangle s_{i1} - 2\mu s_{i1} s_{i1} + \partial/\partial x_1 (-\rho u_1 + 2\mu s_{i1} u_i - \rho \langle u_i' u_1' \rangle u_i) \quad (19)$$

d'où par différence, l'équation pour k :

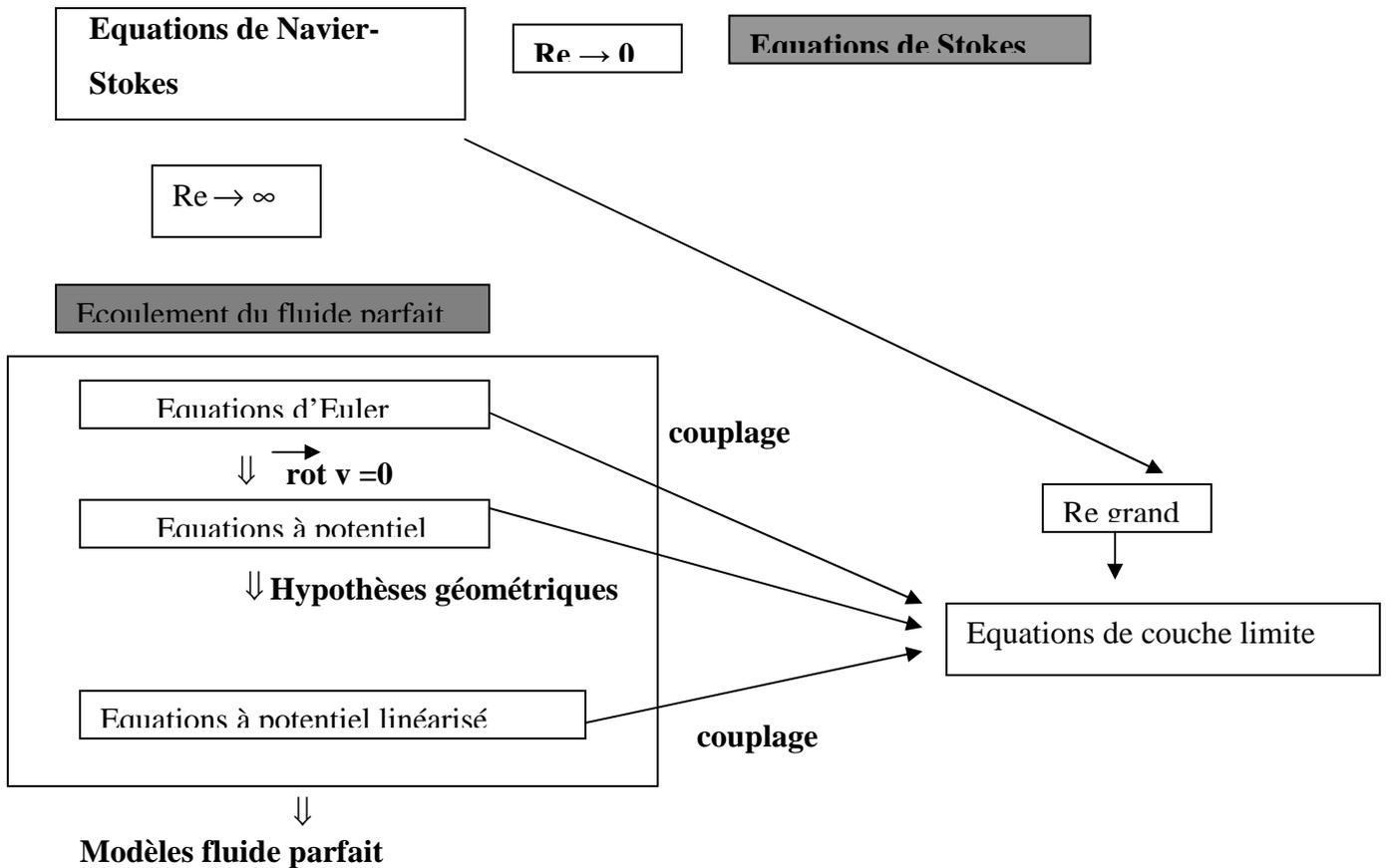
$$\rho \frac{dk}{dt} = -\rho \langle u_i' u_1' \rangle s_{i1} - 2\mu s_{i1} s_{i1} + \partial/\partial x_1 [-(\rho' u_1) + 2\mu (u_i' s_{i1}) - \rho (u_i' u_1'/2)] \quad (20)$$

cette équation exprime que le taux de variation de l'énergie cinétique de la turbulence (contenue dans un volume entraîné par le mouvement moyen est dû :

- 1) à la puissance de déformation des tensions de Reynolds (premier terme du membre de droite)
- 2) à la puissance de déformation des fluctuations de tensions visqueuses (deuxième terme)
- 3) à un transport par diffusion sous l'action de la pression, de la viscosité et de la turbulence (troisième terme).

## 2.6 architecture des modèles en aérodynamique

le tableau ci dessus , nous résume les modèles du fluide parfait incompressible :



les aérodynamiques théoriques et appliquée, s'appuient encore très largement sur les méthodes linéarisées (**en fluide parfait**) et sur l'approche couche limite (**en fluide visqueux**) .

les objectifs des études en fluide parfait , est l'analyse des écoulements autour des profils d'ailes(écoulement 2D), des ailes à grands ou petits allongements (écoulement 3D), ou des corps fuselés (autre écoulement 3D de faible allongement).

## 2.7 Nombres sans dimension

En aérodynamique, les nombres sans dimensions qui ont une grande considération et importance en fluide parfait et incompressible, sont le nombre de Reynolds, le nombre de Mach et le nombre d'Euler ou le coefficient de pression.

### 2.7.1 nombre de Reynolds Re

le nombre de Reynolds est proportionnel au rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité.

Re = forces d'inertie / forces de viscosité

$$= \rho v L / \mu \quad (21)$$

ou  $\mu = \rho \nu$  représente la viscosité dynamique.

### 2.7.2 nombre de Mach M

le nombre de Mach M, est proportionnel à la racine carrée du rapport entre les forces d'inertie et les forces dues à la compressibilité.

$M^2 = \text{forces d'inertie} / \text{forces dues à la compressibilité}$

$$M^2 = v^2 / a^2 \quad (22)$$

.a est le vitesse du son

Le nombre de Mach caractérise les effets de compressibilités dans un écoulement, pour les fluides incompressibles. On distingue en général les régimes d'écoulement suivants :

Régime subsonique incompressible  $0 < M < 0.3$

Régime subsonique compressible  $0.3 < M < 1$

Régime transsonique  $0.8 < M < 0.2$

Régime supersonique  $1.0 < M < 5.0$

Régime hypersonique  $M > 5.0$

### **2.7.3 nombre d'Euler ou coefficient de pression $c_p$**

le coefficient de pression  $C_p$  permet d'indiquer les pressions sous forme adimensionnelle. Il s'agit du rapport entre les forces de pression et les forces d'inertie.

$$C_p = \text{forces de pression} / \text{forces d'inertie} = p - p_\infty / \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \quad (23)$$

P est la pression locale.

### **Chapitre III**

#### ***Etude de la théorie linéarisée***

## Chapitre III

### Etude de la théorie linéarisée

#### Introduction

L'intérêt de la théorie linéarisée est d'avoir très rapidement les caractéristiques aérodynamiques d'un profil, aussi bien sur le plan global, essentiellement  $C_z$  et  $C_m$ , car le résultat  $C_x = 0$ , (paradoxe d'Alembert [14]) est connu que sur le plan local, distribution de pression  $C_p$ .

Historiquement, c'est cette méthode qui a permis la génération des profils NACA (problème inverse), à une époque où les moyens informatiques étaient absents, interdisant la détermination numérique des transformations conformes, ou le calcul par singularités [36-40].

#### 3.1 Problème à résoudre en linéarisé

Le problème à résoudre est :

$$\Delta\phi = 0 \quad (1)$$

$(\vec{\text{grad}} \phi \cdot \vec{n} = 0)$  obstacle

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\text{grad}} \phi \longrightarrow V_\infty \\ P \longrightarrow P_\infty \end{array} \right\} \text{à l'infini} \quad (2)$$

$$\text{Avec } C_p = 1 - (V/V_\infty)^2 \text{ et } \vec{V} = \vec{\text{grad}} \phi \quad (3)$$

On introduit alors le potentiel de perturbation  $\phi$ , tel que :

$$\vec{\phi} = V_\infty OM + \phi \quad (4)$$

On choisit ensuite le repère aérodynamique comme repère de travail et dans ce repère :

$$V_\infty \left\{ \begin{array}{l} V_\infty \\ 0 \end{array} \right. \text{ Soit } \vec{V} = \vec{\text{grad}} \phi \left\{ \begin{array}{l} V_\infty + u \\ v \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\text{avec } \vec{\text{grad}} \phi \left\{ \begin{array}{l} u = \partial \phi / \partial x \\ v = \partial \phi / \partial y \end{array} \right. \quad (6)$$

$(u,v)$  sont les composantes du champ des vitesses de perturbation.

Le problème initial peut être entièrement reformulé à l'aide de  $\phi$

$$\Delta\phi=0 \tag{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\text{grad}} \phi \cdot \vec{n} = -V_\infty \cdot \vec{n} \text{ obstacle} \\ \vec{\text{grad}} \phi \longrightarrow 0 \\ P \longrightarrow P_\infty \end{array} \right\} \text{à l'infini} \tag{8}$$

$$\text{Avec } C_p = -2u / V_\infty - u^2 / V_\infty^2 - v^2 / V_\infty^2 \tag{9}$$

De fait, le problème général se résout sans difficulté mais par voie numérique.

Aucun lien simple n'existe entre, par exemple, la géométrie de l'obstacle et la distribution de  $C_p$  dans un problème direct (géométrie connue).

De même, pour un problème inverse (cp-donné-géométrie inconnue), il y a lieu d'écrire des conditions aux limites sur l'obstacle dont la forme est inconnue.

### 3.2 Principe de linéarisation :

L'idée consiste alors à supposer que, pour un corps bien profilé, le champ des vitesses de perturbation est faible comparé à l'écoulement uniforme.

Si l'on désigne  $y=f^+(x)$  et  $y=f^-(x)$  les équations extradados-intradados de l'obstacle et  $\delta^{\pm}$  les lois de pente ou :  $\delta^+ = df^+/dx$ . (10)

Ces quantités sont faibles, notées  $\epsilon$ , pour un corps bien profilé, et implique à priori que  $u/v_\infty$  et  $v/v_\infty$  sont également d'ordre  $\epsilon$ .

On note en revanche deux problèmes :

. si  $f^+(x)$  est faible, la dérivée  $\delta^+$  ne l'est pas nécessairement partout : en particulier , pour un profil à bord d'attaque arrondi, la pente est localement infinie.

. on sait qu'ils existent des points d'arrêt, ou  $v = 0$  , mais hélas  $u=-V_\infty$  qui n'est pas du tout faible.

Ces deux remarques expliquent pourquoi la théorie linéarisée est mise en défaut aux bords d'attaque et de fuite. Toutefois , ce défaut local n'invalide pas la solution sur le reste du profil

### 3.3 Equation de quantité de mouvement

dans la relation de Bernoulli, il suffit de négliger les termes quadratiques pour obtenir l'expression linéarisée du coefficient de pression :

$$C_p = -2u/v_\infty = -2/v_\infty \partial \phi / \partial x \tag{11}$$

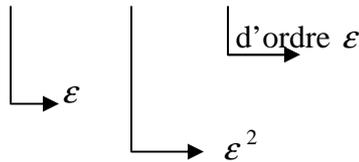
Puisque les termes quadratiques sont négatifs, la relation ci dessus, même appliquée à la valeur exacte de u, conduira à CP lin > CP exact (12)

En particulier, dans les zones de survitesses, les Cplin ne seront pas assez négatifs.

### 3.4 Condition aux limites

la condition limite  $[v \cdot n]_{\text{profil}}=0$  se développe en :

$$-v \infty \frac{df}{dx} - u \frac{df}{dx} + v = 0 \quad \forall x \in [x_{BA}, x_{BF}] \quad (13)$$



d'ou , en négligeant le terme du second ordre, l'expression linéarisée de la condition limite sur l'obstacle prend la forme finale :

$$v[x,0^+] = \frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0^+) = v \infty \delta^+(x) \quad (14)$$

la linéarisation permet ainsi d'écrire les conditions aux limites, non pas du profil lui même, mais sur la coupure  $y=0^+$  qui en représentera l'image linéarisée.

La dérivée  $\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0^+)$  sera en général discontinue

En aérodynamique, dès qu'il y aura portance, soit  $Cp^+ \neq Cp^-$ , la dérivée  $\frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, 0^+)$  sera également discontinue.

En effet sur le profil :

$$Cp[x, f^+(x)] = Cp[x, 0^+] + \frac{\partial Cp}{\partial y}(x, 0^+) f^+(x) + \dots \quad (15)$$

D'ou en négligeant le terme du second ordre, le coefficient de pression sur le profil sera en fait calculé sur la coupure  $y=0^+$ , soit :

$$Cp = [x, 0^+] = -2/v \infty \frac{\partial \varphi}{\partial x}(x, 0^+) \quad (16)$$

Puisqu'on travaille dans le repère aérodynamique, les lois de pente  $\delta^+$  incluent la mise en incidence.

Dans le cadre de l'approximation utilisée, on a :

$$\delta^+ = \delta_0^+ - \alpha \quad (17)$$

ou  $\delta_0^+$  représente les lois de pente extrados-intrados à incidence nulle.

### 3.5 Décomposition du problème global

le problème global se décompose en une épaisseur et un squelette

le problème global linéarisée s'écrit :

$$\Delta \varphi = 0$$

$$\text{grad } \varphi \longrightarrow 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial y}(x, 0^+) = v \infty \delta^+(x) \quad (19)$$

compte tenu du caractère entièrement linéaire du problème, il est possible de le décomposer en un problème épais et un problème squelettique écrit de la manière suivante :

$$\Delta \varphi_e = 0 \quad (20)$$

$$\text{grad } \varphi_e \longrightarrow 0$$

$$\partial \varphi_e / \partial y (x, 0^+) = v_\infty \delta_e(x) \quad (21)$$

**problème épais**

$$\Delta \varphi_s = 0 \quad (22)$$

$$\text{grad } \varphi_s \longrightarrow 0$$

$$\partial \varphi_s / \partial y (x, 0^+) = v_\infty \delta_s(x) \quad (23)$$

**problème squelettique**

dont la solution globale est :  $\varphi = \varphi_e + \varphi_s$  à l'instant ou

$$\delta^+ = \delta_e + \delta_s \text{ et } \delta^- = -\delta_e + \delta_s \quad (24)$$

également

$$\delta_e = \frac{1}{2} (\delta^+ - \delta^-) = \frac{1}{2} (\delta_0 - \delta_0) \quad (25)$$

$$\delta_s = \frac{1}{2} (\delta^+ + \delta^-) = \frac{1}{2} (\delta_0^+ + \delta_0^-) - \alpha \quad (26)$$

les relations ci dessus permet la décomposition d'un profil quelconque, placé à l'incidence  $\alpha$ . Elles montrent que le profil est décomposé en un profil épais, indépendant de l'incidence, et un profil squelettique mis à l'incidence  $\alpha$ .

Pour le problème épais  $\partial \varphi_e / \partial y$  est une fonction impaire de  $y$ , donc  $\varphi_e$  est pair et  $\partial \varphi_e / \partial x$  également, il en résulte logiquement que :

$$Cp_e^+ = Cp_e^- \quad (27)$$

Ceci veut dire que le profil épais ne crée pas de portance.

Pour le problème squelettique  $\partial \varphi_s / \partial y$  est une fonction paire de  $y$ , donc  $\varphi_s$  est impair et

$\partial \varphi_s / \partial x$  est impair et nécessairement discontinue, soit

$$\partial \varphi_s / \partial x (x, 0^+) = \partial \varphi_s / \partial x (x, 0^-), \text{ d'ou:} \quad (28)$$

$$Cp_s^+ = - Cp_s^- \quad (29)$$

Finalement nous pouvons conclure qu'en linéarisé, toute la portance vient du squelette.

### 3.6 Répartition linéique de singularités sources-tourbillons

En 2 D , les solutions élémentaires du Laplacien étaient la source et le tourbillon [30]

Par ailleurs, toujours en 2 D, la variable complexe  $z = x + iy$  s'introduit naturellement dans les calculs, et les potentiels et fonction de courant apparaissent respectivement comme les parties réelle et imaginaire d'une fonction de la variable complexe appelée potentiel complexe.

**Source ponctuelle** (intensité  $Q \in \mathbb{R}$ , placée en  $z_0$ ) admet pour potentiel complexe :

$$F(z) = Q / 2 \pi \text{Log}(z-z_0) \quad (30)$$

$Q$  est le débit émis par la source.

**Tourbillon ponctuel** (intensité  $\Gamma \in \mathbb{R}$ , placée en  $z_0$ ) admet pour potentiel complexe

$$\Gamma(z) = \Gamma / 2 \pi \text{Log}(z-z_0) \quad (31)$$

$\Gamma$  est la circulation créée par le tourbillon

### 3.6.1 solution du problème épais

en problème épais, on a besoin d'une composante  $v$  purement discontinu ( $+\delta_e$ ), tandis que la composante longitudinale de perturbation  $u$  est continue.

$$\sigma'(x) = 2 v \infty \delta_e(x) \quad (32)$$

le problème épais est résolu par une distribution de source pure. Il en résulte alors la distribution de pression :

$$C_{p_e}(x) = C_p(x) = -2 / \pi \text{VP} \int_{XBA}^{XBF} \delta_e(x_0) / (x-x_0) dx_0 \quad (33)$$

En problème direct épais PDE, la pente  $\delta_e(x)$  est connue : il suffit alors d'effectuer le calcul de l'intégrale ci-dessus pour avoir le coefficient de pression.

En problème inverse épais PIE, on se donne le coefficient de pression  $C_{p_e}(x)$  et le problème consiste à trouver la loi de pente  $\delta_e(x)$  : il s'agit alors de résoudre une équation intégrale dite de Fredholm, qui nécessite une étude particulière.

### 3.6.2 solution du problème squelettique

puisque la portance est créée par le squelette, il est équivalent de parler de problème squelettique ou de problème portant

en problème portant, on a besoin d'une composante  $v$  continue ( $\delta_s$ ), tandis que la composante longitudinale de perturbation  $u$  est discontinue.

$$\delta_s(x) = 2 / \pi \text{VP} \int_{XBA}^{XBF} \delta_s(x_0) / (x-x_0) dx_0 \quad (34)$$

en problème direct portant PDP, on donne la loi de pente  $\delta_s(x)$  du squelette et le coefficient de pression  $C_{p_s}(x)$  est inconnu, comme pour le PIE, il s'agit de résoudre une équation intégrale de Fredholm.

En problème inverse portant PIP, on se donne le coefficient de pression  $C_{p_s}(x)$  et le problème consiste à trouver la loi de pente  $\delta_s(x)$  : il suffit alors d'effectuer le calcul de l'intégrale ci dessus pour avoir la loi de pente et une intégration supplémentaire donne l'équation du squelette. Bien qu'ils soient résolus à l'aide de singularités différentes, on note la similitude de résolution de PDE et PIP de la forme  $[\text{inconnu}] = VP \int [\text{connu}] dx_0$ , qui se ramène à une seule intégration.

De même, le traitement des PIE et PDP est comparable mais est de la forme :

$$[\text{connu}] = VP \int [\text{inconnu}] dx_0 \quad \text{qui est moins évidente}$$

### 3.7 Résolution du problème direct portant

#### 3.7.1 Ecoulement sur un profil présentant une pointe : condition de Joukowski

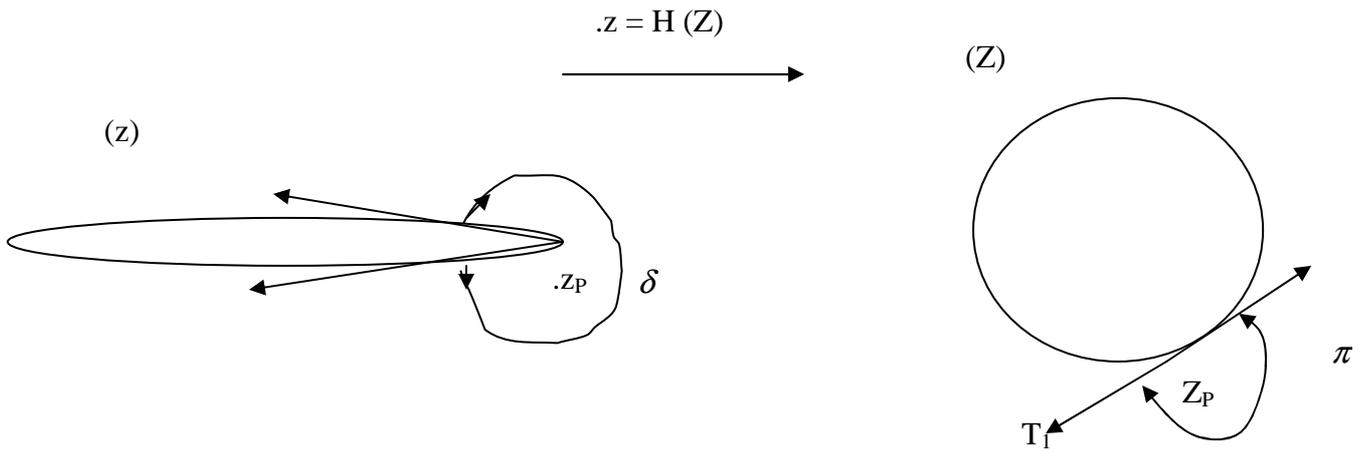
pour un profil comportant une pointe en  $z_p$ , on sait qu'il existe une transformation  $z = H(Z)$  qui va le ramener en un cercle, et qui vérifie :

$$z_p = H(Z_p) \quad \text{et} \quad H'(Z_p) = 0 \quad (35)$$

corrélativement, la seule façon d'obtenir une vitesse finie à la pointe  $z_p$ , est d'imposer une condition de Joukowski qui fixe la circulation à une valeur unique, et qui donne à la pointe  $z_p$  :

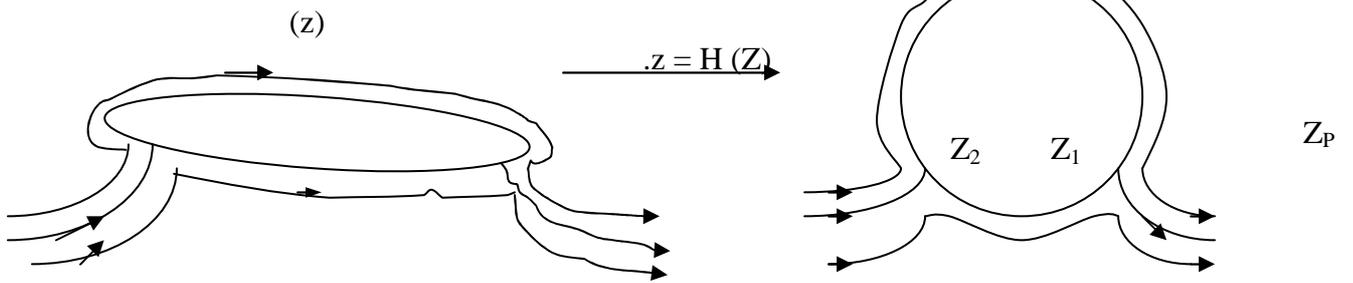
.soit un point d'arrêt, si la pointe est à tangente discontinue (qui sera mal traité par la théorie linéarisée) voir figure 1.

.soit une vitesse bornée non nulle, s'il y a un point de rebroussement( qui sera convenablement traité par la théorie linéarisée)

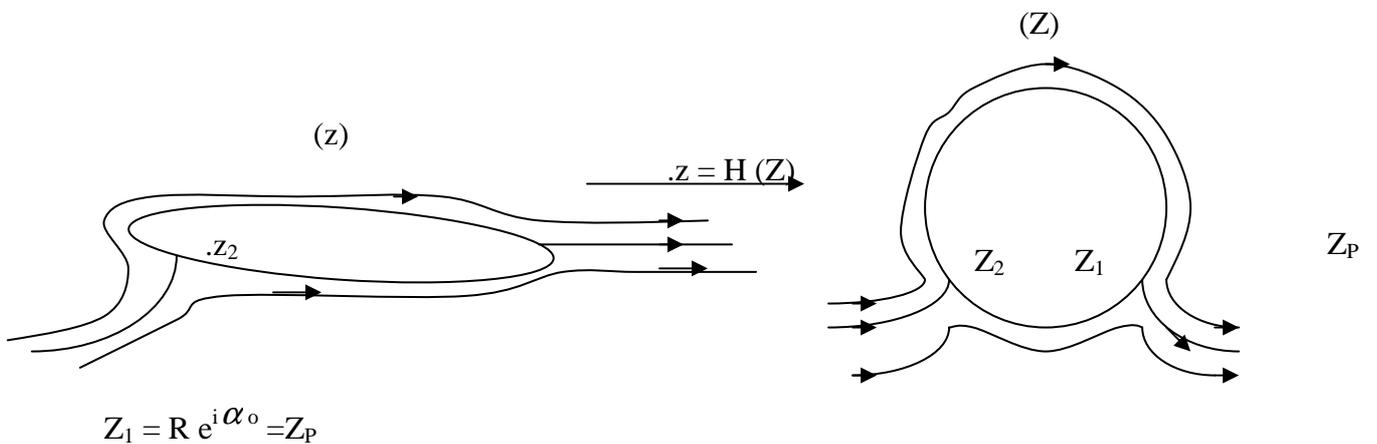


1)  $z_p = H(Z_p)$

2) pointe en  $z_p : H'(Z_p) = 0$  non conformité locale



. Si  $z_1 \neq z_p$  circulation mal ajustée  $Z_1 \neq Z_p$   
 La condition de JOUKOWSKI n'est pas respectée  
 $\lim V^*(z) = \lim V^*(Z) / H'(Z) = V^*(Z_p) / 0 \rightarrow \infty$



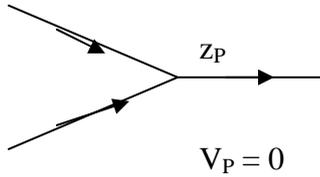
**Figure 1** : résolution du problème direct portant par la condition de JOUKOWSKI

. Si  $z_1 = z_P$  (36)  
 circulation satisfaisant la condition de Joukowski

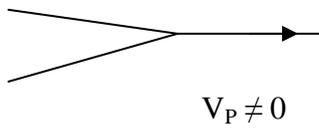
$$\lim_{z \rightarrow z_P} V^*(z) = \lim_{Z \rightarrow Z_P} V^*(Z) / H'(Z) = 0/0 \quad (37)$$

$$\Gamma = 4 \pi R V_\infty \sin(\alpha_0 - \alpha) \quad (38)$$

cette circulation est déterminée de façon unique.



$$\lim_{z \rightarrow z_P} V^*(Z) = 0 \text{ (point d'arrêt au Bord de fuite)}$$

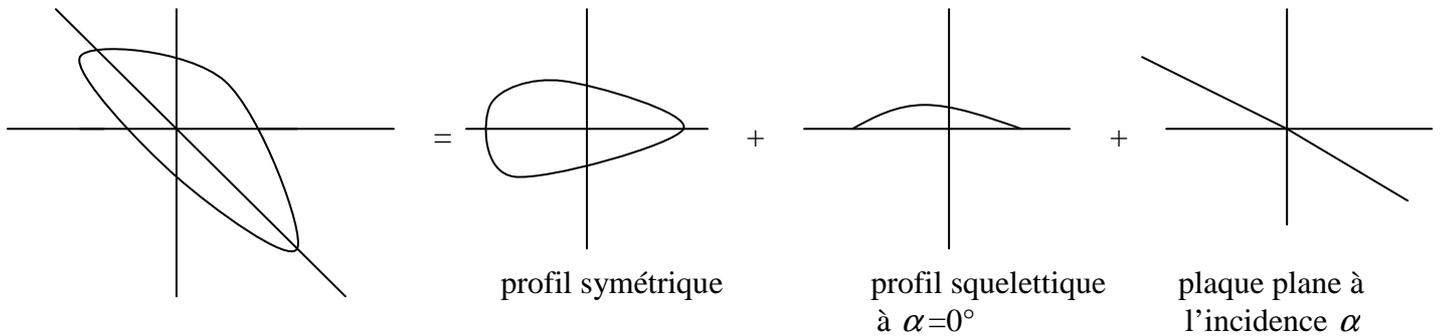


$$\lim_{z \rightarrow z_P} V^*(Z) = \text{valeur bornée } \neq 0$$

Pointe de rebroussement

pas de point d'arrêt au bord de fuite

Finalement, un profil quelconque d'incidence  $\alpha$  est décomposable en trois profils élémentaires :  
 Voir figure 2 .



**Figure 2** : décomposition du profil en vol [36]

### 3.7.2 Ecoulement sur un profil présentant deux pointes tel que un squelette

En présence de deux pointes, comme c'est le cas pour un squelette, on a :

. d'une part  $z_{P1} = H(Z_{P1})$  et  $H'(Z_{P1}) = 0$  à la première pointe (bord de fuite)

. d'autre part  $z_{P2} = H(Z_{P2})$  et  $H'(Z_{P2}) = 0$  à la deuxième pointe (bord de fuite)

en imposant une condition de Joukowski au bord de fuite, la circulation, donc l'angle  $\alpha_0$  sont fixés, et les risques de vitesse non bornée à la pointe arrière  $z_{P1}$  sont éliminés.

Par contre, la seule façon d'éviter une vitesse infinie au bord d'attaque, serait que, dans le plan du cercle, le point d'arrêt amont  $Z_2 = R e^{i(2\alpha - \alpha_0 + \pi)}$  coïncide avec  $Z_{P2}$ .

Dans le cas général ( $\alpha$  quelconque), ce ne sera pas possible, et il apparaîtra effectivement une vitesse infinie au bord d'attaque.

Cette vitesse infinie sera conservée dans la modélisation linéarisée, car elle est la représentation, certes maladroite, des phénomènes de survitesse observés réellement au contournement du bord d'attaque d'un profil complet.

Il existe par contre un cas d'incidence, appelée « incidence d'adaptation », notée  $\alpha_{ada}$  pour laquelle :

$$Z_2 = R e^{i(2\alpha_{ada} - \alpha_0 + \pi)} = Z_{P2} \quad (39)$$

A cette incidence particulière, le fluide attaque tangentiellement le bord d'attaque et la vitesse est bornée.

En fluide réel, les décollements préjudiciables au coefficient de portance, et générateurs de traînée, apparaissent lorsque les re compressions (ou gradients de pression positifs) sont trop intenses, ces re compressions sont d'autant plus sévères, que les détetes sont intenses au bord d'attaque.

Ainsi hors d'adaptation sur un vrai squelette, observe-t-on en fluide réel, un décollement dès le bord d'attaque et l'incidence d'adaptation est la seule bonne incidence de vol.

Pour un profil avec de l'épaisseur, les choses sont moins sévères et donnent lieu à la notion importante de plage d'adaptation qui est une gamme d'incidence de part et d'autre de l'incidence d'adaptation, ou les survitesses étant modérées, les re compressions également, évitant les risques de décollement.

C'est dans cette gamme d'incidence que le profil aura les meilleures performances.

### 3.7.3 transformation du plan de travail et champ des vitesses sur le squelette

la résolution du PDP va passer par la construction du champ des vitesses exact autour d'un squelette, sous forme d'un développement donc les coefficients seront déterminées de façon approchée grâce à la forme linéarisée des conditions aux limites.

La transformation de Joukowski  $z = H(z)$  écrite sous la forme  $z = 1/4 (Z + 1/Z)$  celle ci transforme un squelette quelconque  $z = x + i f(x)$  défini pour  $-1/2 \leq x \leq +1/2$  en une courbe quelconque (P), mais à tangente continue, et passant par les points  $Z = -1$  jusqu' à  $+1$ .

Par contre, l'image linéarisée du profil  $x+0^{++}$  est rigoureusement transformé en le cercle de rayon unité, soit  $Z = e^{i\theta}$  à  $y = 0^+$ , l'extrados correspond à  $\theta \in [0, \pi]$  et à  $y = 0^-$ , l'intrados correspond à  $\theta \in [\pi, 2\pi]$ .

L'application des conditions limites linéarisées sur le squelette, reviendra à les appliquer sur le cercle  $Z = e^{i\theta}$  dans le plan transformé. La correspondance entre  $x$  et  $\theta$ , sera  $x = 1/2 \cos \theta$ .

Le champ des vitesses prend sur l'image linéarisée du profil, ce qui correspond dans le plan ( $Z$ ) au cercle  $Z = e^{i\theta}$ , la forme suivante :

$$u = -V_{\infty}/2 [A_0/2 \operatorname{tg} \theta/2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta] \quad (40)$$

$$v = V_{\infty}/2 [A_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta] \quad (41)$$

$$\text{la première relation donne } C_{p_s}(\theta) = A_0/2 \operatorname{tg} \theta/2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \quad (42)$$

cette relation peut être exprimée en fonction de  $x$  en tirant  $\theta$  de  $x = 1/2 \cos \theta$ . On rappelle que l'extrados correspond à  $\theta \in [0, \pi]$  et l'intrados correspond à  $\theta \in [\pi, 2\pi]$ . La partie du  $C_{p_s}$  étant connue, il suffit de travailler à l'extrados.

Avec  $x = 1/2 \cos \theta$ , la loi de pente  $\delta_s(x)$  devient  $\delta_s(1/2 \cos \theta) = \Delta_s(\theta)$ , et la deuxième relation s'écrit, compte tenu des conditions limites linéarisées :

$$\Delta_s(\theta) = 1/2 [A_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta] \quad (43)$$

Une transformation de Fourier inverse permet alors de déterminer les coefficients  $A_n$

$$A_n = 4/\pi \int_0^{\pi} \Delta(\theta) \cos n\theta \, d\theta \quad (44)$$

Si le profil au lieu d'appartenir à l'intervalle  $-1/2 \leq x \leq +1/2$  est défini entre  $x_{BA} \leq x \leq x_{BF}$ , alors la correspondance générale entre  $x$  et  $\theta$  se met sous la forme :

$$X = (x_{BF} - x_{BA})/2 \cos \theta + (x_{BF} + x_{BA})/2 \quad (45)$$

Qui associe toujours le bord de fuite à  $\theta = 0$  et le bord d'attaque à  $\theta = \pi$  (46)

En conclusion, pour un problème direct, la décomposition a donné les pentes respectives des problèmes épais et squelettique.

.le calcul du  $C_{p_e}(x)$  est obtenue par simple intégration.

.pour le squelette, la correspondance  $x = x(\theta)$  adapté au cas étudié, transforme la loi de pente  $\delta_s(x)$  en  $\Delta_s(\theta)$ , ce qui donne accès aux coefficients  $A_n$  puis au  $C_{p_s}(\theta)$ , donc à  $C_{p_s}(x)$ , en réutilisant  $x = x(\theta)$ . (47)

### 3.8 calcul des efforts en appliquant la théorie linéarisée

en linéarisé, le coefficient de portance est donné par :

$$C_z = \int_{-l/2}^{+l/2} (Cp^- - Cp^+) dx / l = \int_{-l/2}^{+l/2} (-2Cp^+_s) dx / l = - \int_0^{\pi} Cp_s(\theta) \sin \theta d \theta \quad (48)$$

$$\text{Soit } C_z = - \pi / 2 (A_0 + A_1) \quad (49)$$

De même, le moment par rapport à un point A ( $X_A$ ,  $Y_A$ ) ou  $Y_A$  est d'ordre  $\varepsilon$ , donne :

$$C_{m_A} = \int_{-l/2}^{+l/2} (Cp^- - Cp^+) (x-x_A)/l dx / l = - \int_0^{\pi} Cp_s(\theta) (\cos \theta/2 - x_A/l) \sin \theta d \theta \quad (50)$$

$$\text{Pour un profil défini pour } -l/2 \leq x \leq +l/2 : \quad (51)$$

$$C_{m_A} = \pi/8 (A_0 - A_2) + \pi/2 x_A/l (A_0 + A_1) \quad (52)$$

### 3.9 influence de l'incidence

soit  $A_{n0}$  les coefficients de Fourier obtenus pour l'incidence nulle, c'est à dire pour la loi de pente du squelette  $\delta_{s0}$ . A l'incidence  $\alpha$ , la loi de pente devient :

$\delta_s = \delta_{s0} - \alpha$  et les nouveaux coefficients de Fourier sont donnés par

$$\text{pour } n=0 : A_0 = 4/\pi \int_0^{\pi} [\Delta_{s0}(\theta) - \alpha] d\theta = A_{00} - 4 \alpha \quad (53)$$

$$\text{pour } n \geq 1 : A_n = 4/\pi \int_0^{\pi} [\Delta_{s0}(\theta) - \alpha] \cos n\theta d\theta = A_{n0} \quad (54)$$

on constate donc que seul le coefficient  $A_0$  qui dépend donc de l'incidence.

Le coefficient de portance s'écrit alors :

$$C_z = - \pi/2 (A_0 + A_1) = 2 \pi \alpha - \pi/2 (A_{00} + A_1) \quad (55)$$

$$\text{De la forme } C_z = 2 \pi (\alpha - \alpha_0) \quad (56)$$

Le gradient de portance dû à l'incidence de tout profil mince est égal à  $2 \pi$  qui est l'évaluation linéarisée de la valeur exacte  $8 \pi R/l$

L'incidence  $\alpha_0$  de portance nulle est donnée par :

$$\alpha_0 = (A_{00} + A_1) / 4 \quad (57)$$

$$\text{l'incidence d'adaptation est telle que } A_0(\alpha_{ada}) = 0 \quad (58)$$

$$\text{soit } \alpha_{ada} = A_{00}/4 \quad (59)$$

$$\text{le foyer F est tel que } \partial C_{mf} / \partial \alpha = 0 \quad (60)$$

$$\text{seul } A_0 \text{ qui dépend de l'incidence avec } \partial A_0 / \partial \alpha = -4 \text{ d'où } x_F/l = -1/4 \quad (61)$$

le foyer est au quart avant de tout profil mince.

$$\text{Le centre de poussée P est tel que } C_{m_P} = 0, \text{ soit } x_P/l = -1/4 (A_0 - A_2) / (A_0 + A_1) \quad (62)$$

$$\text{Elle est variable avec l'incidence, sauf pour les profils vérifiant } A_1 + A_2 = 0 \quad (63)$$

### 3.10 conclusion

la méthode linéarisée, bien que non exempte de défauts, constitue encore une méthode de base, qui permet rapidement d'avoir les caractéristiques d'un profil.

Elle permet également d'avoir toute une série de résultats analytiques fort utiles en pratique, que ce soit pour définir l'efficacité d'un volet, un moment de charnière etc...

Toutes choses que calculerait sans doute plus précisément mais beaucoup plus laborieusement, un code de calcul.

Sur la base des résultats fluide parfait linéarisés, tous les profils sont équivalents en terme de gradient de portance dû à l'incidence ( $\partial C_z / \partial \alpha = 2\pi$ ) et de traînée  $C_x = 0$  (paradoxe de d'Alembert)

Ce sont essentiellement, les incidences de portance nulle et d'adaptation ainsi que le moment qui différentient les profils. Sachant que

$$C_{m_F} = -\pi/8 (A_1 + A_2) \quad (64)$$

En fluide réel, le calcul des effets visqueux utilisant les résultats de pression fluide parfait, l'influence de la forme de l'obstacle et de son incidence, apparaîtront de façon notable sur le comportement vis-à-vis du décollement et/ou de la transition laminaire-turbulent.

#### Résultat fluide parfait exact

La loi de pente  $\delta$  dans le repère lié à la vitesse apparaît en théorie linéarisée, comme la loi de pente  $\delta_0$  du profil à incidence nulle, diminuée de l'incidence.

L'application des formules de Blasius conduit pour les coefficients de traînée et de portance d'un profil aux expressions suivantes :

$$C_z = 8\pi R \frac{R}{l} \sin(\alpha - \alpha_0) \quad \text{autre forme du théorème de Joukowski}$$

$$C_x = 0 \quad (65) \quad \text{autre forme du paradoxe de d'Alembert}$$

Il convient de rappeler que R est le rayon du cercle, dont le profil de corde l. en comparant avec résultat fluide parfait en linéarisé (profil mince, ou petites perturbations)

$$C_z = 2\pi(\alpha - \alpha_0) \quad (66)$$

$$C_x = C_{x_e} + C_{x_s}$$

$$\text{Avec } \begin{cases} C_{x_s} = 0 \text{ à l'adaptation} \\ C_{x_s} \neq 0 \text{ hors adaptation} \end{cases} \quad (67)$$

#### Calcul des efforts : comparaison des résultats fluide parfait exact et linéarisés

Profil Joukowski symétriques d'épaisseur relative e

$$.e = 0 \text{ (plaque plane)} \quad C_z = 2\pi \sin \alpha \quad (68)$$

$$.e=6.5\% \quad C_z = 2 \pi (1.05) \sin \alpha \quad (69)$$

$$.e=9.1\% \quad C_z = 2 \pi (1.07) \sin \alpha \quad (70)$$

$$.e=13\% \quad C_z = 2 \pi (1.07) \sin \alpha \quad (71)$$

### application aux profils Karman-Trefftz

ces profils sont symétriques d'épaisseur  $e$ , angle de pointe arrière  $\delta = 10^\circ$

$$e=6.6\% \quad C_z = 2 \pi (1.05) \sin \alpha \quad (72)$$

$$e=9.0\% \quad C_z = 2 \pi (1.07) \sin \alpha \quad (73)$$

$$e=12.6\% \quad C_z = 2 \pi (1.10) \sin \alpha \quad (74)$$

En linéarisé, la portance ne provient que du squelette : de façon exacte, il y a une contribution de l'épaisseur à la portance via les termes non linéaires.

### Calcul des efforts : comparaison avec les résultats en fluide réel

La résultante des forces appliquées sur un profil en fluide réel est :

$$F_{\text{réel}} = F_{\text{FP}} - \iint_S (P - P_{\text{FP}}) n \, dS + \iint_S \sum n \, dS$$

(2)

(1)

Effet direct de la viscosité : le frottement

$[\sum_v n]_S \in \text{plan tangent à } S$



Effet indirect de **la viscosité** :

Modification du champ des pressions.

Le décollement est le phénomène majeur, responsable  
De l'apparition de ce terme.

$[(P - P_{\text{FP}}) n]_S$  est porté par la normale à  $S$



. dépend beaucoup de  $Re$

. dépend beaucoup de  $\alpha$

le terme de frottement (1) sera déterminé ainsi que les épaisseurs caractéristiques de la couche limite (déplacement, quantité de mouvement)

le terme de pression (2) ne sera pas connu !

dans l'approche couche limite, il ne peut être appréhendé que par les techniques de couplage (faible ou fort selon la présence ou l'absence de décollement).

. dépend beaucoup de  $Re$

dépend peu de  $\alpha$

## Chapitre IV

*Etude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions  
par la théorie de la ligne portante de Prandtl*

## Chapitre IV

### Etude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions par la théorie de la ligne portante de Prandtl

#### Introduction

La théorie classique de la ligne portante donne des résultats raisonnables et acceptables pour des ailes droites d'allongement moyen et élevé. Toutefois dans le cas des faibles allongements, celui du cas des ailes à flèche ou d'ailes delta, cette théorie s'avère inadéquate.

La théorie de la ligne portante de Prandtl est valable pour le calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion dans le domaine des vitesses subsoniques [64-69].

#### 4.1 Spécificité des écoulements 3D

Un obstacle 3D comporte trois échelles de longueur : on note  $l$ , celle dans le sens des  $x$ ,  $e$  celle dans le sens des  $y$  (épaisseur) et  $2b$  celle dans le sens des  $z$  (envergure).

Selon la position de ces trois échelles de longueur, on distinguera :

- 1) aile de grand allongement :  $e < l < 2b$
- 2) aile de petit allongement :  $e < 2b < l$

dans le cas des ailes, l'épaisseur est la plus petite des échelles de longueurs.

En prenant ensuite, le cas d'une aile rectangulaire, de même surface et de même envergure, il vient d'après la définition de l'allongement :

$$\lambda = \text{envergure}^2 / S_{\text{ref}} = 4b^2 / 2bl = 2b/l$$

d'où les notions de grand allongement lorsque  $l < 2b$  ou de petit allongement si  $2b < l$

En pratique, au-delà de  $\lambda = 4$ , le comportement d'une voilure est déjà de type "grand allongement"

Un exemple d'aile de petit allongement : on trouve les ailes Delta, type Mirage 2000 ( $\lambda = 2.03$ ), les ailettes de missiles

Un exemple d'aile de grand allongement : Aile d'avion de transport type Airbus ou Boeing ( $\lambda = 9.5$ )-aile de planeur ( $\lambda = 22.5$ ).

Compte tenu de la spécificité de l'écoulement bidimensionnel (allongement infini) en chapitre 3, il est logique de se pencher sur le fonctionnement d'une aile de grand allongement.

**4.1.1 analyse physique de l'écoulement incompressible sur une aile de grand allongement**  
on sait qu'en bidimensionnel incompressible, le champ des vitesses est parfaitement continu à travers la ligne de glissement unique, en fluide parfait "classique", qui s'échappe du bord de fuite.

Les relations de Rankine- Hugoniot impliquent en effet que :

$$Vn^+ = Vn^- = 0$$

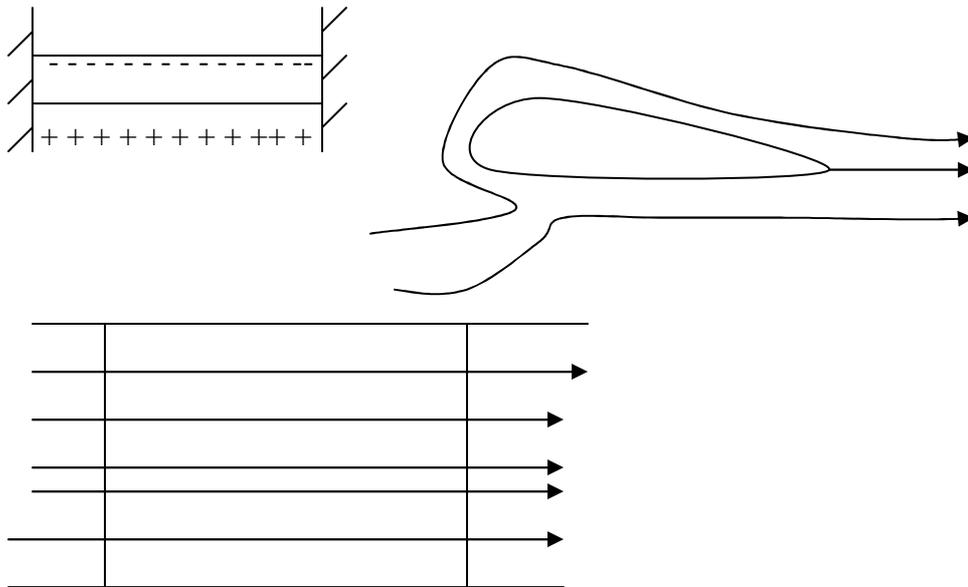
$$\text{et } P^+ = P^-$$

égalité qui , associée à la relation de Bernoulli et aux conditions à l'infini, impliquent nécessairement que :

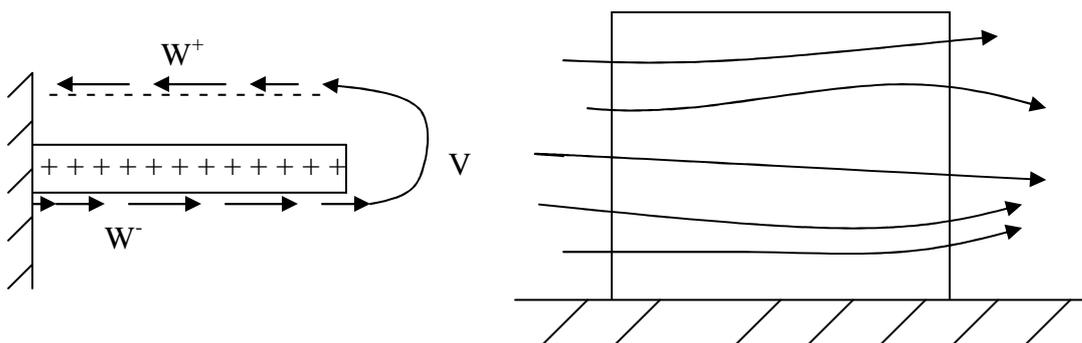
$$Vt^+ = Vt^-$$

En bidimensionnel, et en configuration portante, la pression moyenne intrados est supérieure à la pression moyenne extrados, et ces écarts haut-bas de pression, sont identiques tout le long de l'envergure de l'aile.

En vue de dessus, toutes les lignes de courant sont parallèles.



Par contre , en ce qui concerne l'écoulement tridimensionnel, en extrémité de voilure devenue libre, l'écart de pression, ne peut plus exister : le niveau moyen de pression extrados inférieur à celui de l'intrados va aspirer le fluide, provoquant, dans un vaste mouvement d'enroulement, l'apparition d'une composante  $v$  positive à l'extérieur de l'aile, mais négative à l'intérieur.



Corrélativement, les écarts de pression haut-bas s'amenuisent à fur et à mesure que l'on se rapproche de l'extrémité de la voilure : la portance 3D sera donc plus faible qu'en 2D ce qui s'explique également par les pertes locales d'incidence dues à la composante  $v \leq 0$ .

Ce mouvement fluide, se traduit également par l'apparition d'une composante  $w$ , qui n'existait pas en 2D, différenciée entre l'intrados (en direction de l'extrémité de l'aile) et l'extrados (en direction du plan de symétrie). Les lignes de courant, intrados-extrados sont alors déviées.

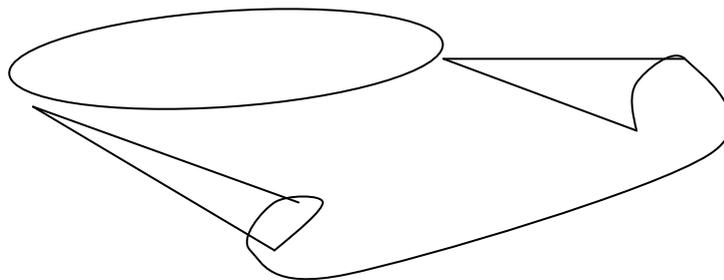
Différemment, on note en particulier qu'en sélectionnant deux lignes de courant extrados-intrados qui se coupent au bord de fuite, elles présentent des directions distinctes fait caractéristique de l'existence d'une surface de glissement, avec discontinuité des vitesses tangentielles.

La conclusion essentielle de cette partie est qu'en 3D, il va exister en fluide parfait, une ou des surfaces de glissement dues à l'obstacle, et présentant des vitesses tangentielles discontinues.

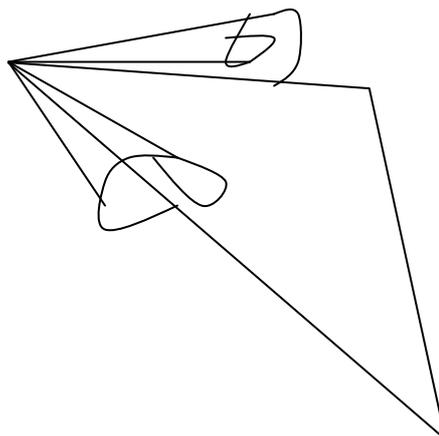
#### 4.1.2 le problème des surfaces de glissement

le nombre de surfaces de glissement est différent selon l'obstacle auquel on s'intéresse, aile de grand ou petit allongement.

- 1) Surface de glissement unique, issue du bord de fuite pour une aile de grand allongement en fluide parfait classique.



- 2) Surface de glissement issues à la fois des bords d'attaque et de fuite notamment pour les ailes Delta de faible allongement.



### 4.1.3 méthodes de calcul des surfaces de glissement

. par résolution des équations d'Euler, il faut, en général, forcer le départ des surfaces de glissement notamment en l'absence d'arrête. Le code de calcul doit théoriquement déterminer la forme de ces surfaces qui satisfera aux relations de Rankine- Hugoniot.

. dans les méthodes utilisant un potentiel des vitesses, en particulier pour les méthodes des singularités, le calcul est nécessairement itératif : les singularités permettant de réaliser une discontinuité de vitesse tangentielle sont réparties sur des surfaces  $\Sigma(0)$  en  $\Sigma(n)$  de telle façon qu'à la convergence du processus, les relations de Rankine-Hugoniot soient satisfaites.

## 4.2 L'architecture des méthodes 3D en fluide parfait

### 4.2.1 les équations d'Euler

. **avantages** : Méthode exacte qui contient tous les types de discontinuité (choc et SDG) et doit être capable de les capturer.

. **inconvénients** : équations encore lourdes sur le plan informatique. La résolution numérique, en particulier la détermination des SDG, est polluée par les effets parasites de viscosité numérique.

### 4.2.2 Méthodes à potentiel des vitesses

. **avantages** : problème beaucoup plus simple à résoudre que les précédentes (une seule équation à une seule inconnue, le potentiel  $\phi$ )

. **inconvénients** : l'existence d'un potentiel est correcte en subsonique, mais n'est qu'approchée au-delà, à cause de la présence de chocs de courbes, nécessite a priori des SDG (nombre, points de départ et forme initiale)

#### 4.2.2.1 Méthode à potentiel des vitesses "exacte"

elle nécessite l'équilibrage de toutes les SDG obtenu par les itérations.  $\Sigma(n)$

#### 4.2.2.2 Méthode industrielle

dans certains cas, il s'avère relativement inutile d'effectuer les itérations nécessaires à l'équilibrage des SDG l'industriel se contente alors des formes initiales  $\Sigma(0)$  essentiellement pour les voilures isolées, en configuration lisse.

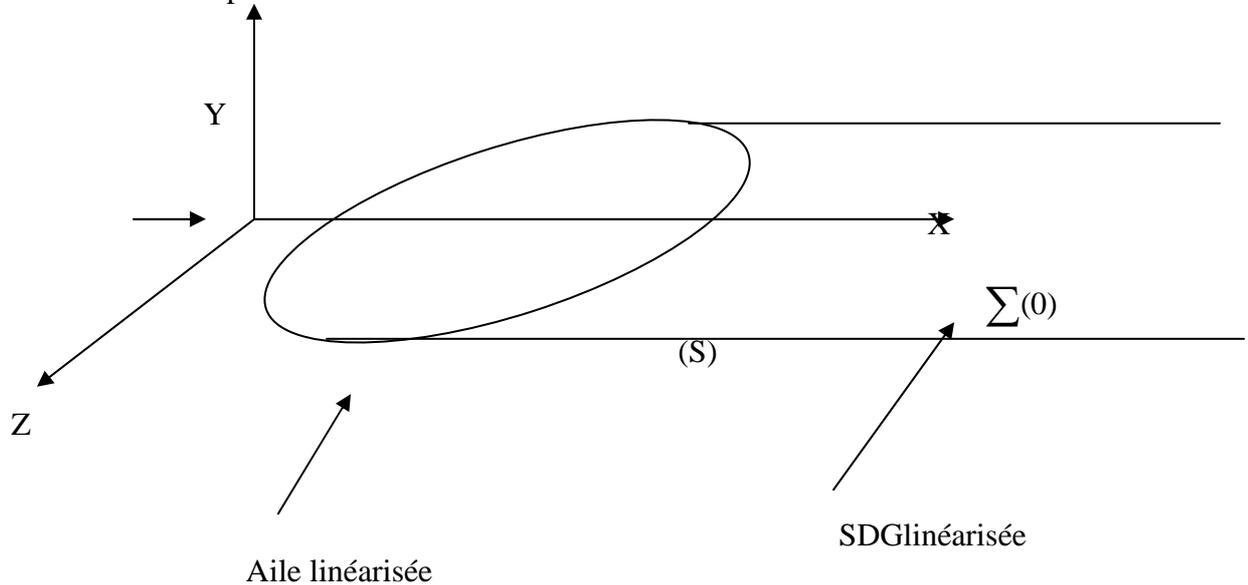
#### 4.2.2.3 Les méthodes linéarisées

##### 4.2.2.3.1 Surface portante

Dans cette méthode qui permet le calcul des ailes, l'équation du potentiel, ainsi que les conditions aux limites, sont linéarisées, ce qui nécessite, outre l'hypothèse d'aile mince, des

incidences faibles. Dans ces conditions, la SDG de bord d'attaque pour les ailes de faible allongement est supposée inexistante.

Enfin la surface de glissement SDG, issue du bord de fuite des ailes de grand ou faible allongement, est conservée sous sa forme initiale  $\Sigma(0)$  très simple, à savoir plane, d'envergure égale à celle de l'aile et parallèle à  $V_\infty$



$$Y_0 = 0^+ \\ -b \leq z_0 \leq +b$$

$$X_{BA}(z_0) \leq x_0 \leq X_{BF}(z_0)$$

$$Y_0 = 0^+ \\ -b \leq z_0 \leq +b \\ x_0 \geq X_{BF}(z_0)$$

#### 4.2.2.3.2 Ligne portante de Prandtl

##### Principe de la théorie de la ligne portante de PRANDTL

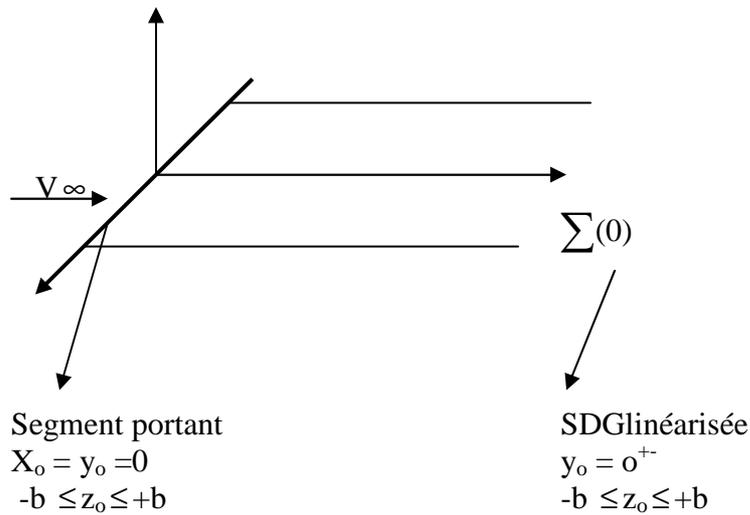
En 1918, Ludwig Prandtl a développé la première méthode permettant l'analyse d'une aile d'envergure finie. Il a admis le cas idéal dans lequel on peut fusionner tous les filaments tourbillonnaires attachés à l'aile en un seul filament dit ligne portante. Il a également supposé que la couche tourbillonnaire libre est plane et comprise dans le plan xy.

Le concept de la ligne portante de Prandtl est fondé sur le remplacement de l'aile d'envergure finie par une ligne de tourbillons attachés à l'aile sur toute l'envergure  $b$  [71-80].

Les différentes approches en aérodynamiques sont :

cette méthode présente un intérêt considérable par la qualité des résultats obtenus et sa facilité d'extension, l'aile est remplacée par un segment portant.

Par ailleurs, l'approche n'est valable que pour les ailes de grand allongement ce qui en contrepartie, autorise une approche quasi -2D dans des plans  $z = \text{cte}$ .



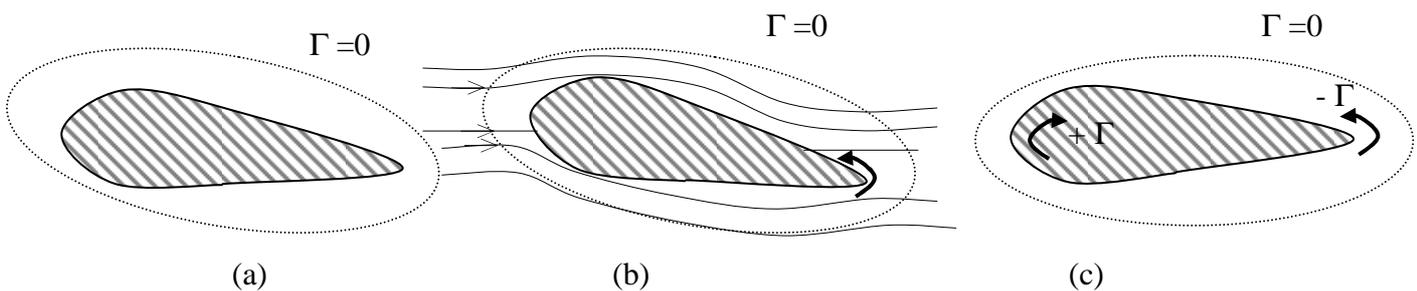
les schémas précédents ont montré comment réaliser une loi de circulation variable de façon discrète le long du segment porté par l'axe des z.

### 4.3 Etude de l'aile plane à envergure finie

L'aile portante d'envergure finie est [37], l'élément qui crée la force aérodynamique de sustentation. On l'utilise dans le domaine aérospatial (ailes d'avion, pales d'hélicoptère, aile d'une navette spéciale). Pour produire la force portante, les ailes ont une forme spéciale et elles sont profilées, ce qui contribue en même temps à la diminution du frottement avec le fluide, c'est à dire la réduction de la traînée.

Dans notre thèse, nous nous attarderons sur l'aile portante employée dans les constructions aéronautiques.

**4.3.1 Théorie tourbillonnaire de l'aile :** Les différents type de la circulation sur une aile à envergure finie sont représentées sur la figures 1



**Figure 1 : Schéma descriptif du tourbillonnement de l'aile à envergure finie**

Sur la Figure (1.a), le fluide est supposé au repos .et la circulation  $\Gamma$  sur un contour C entourant l'aile est nulle, autrement dit :

$$\Gamma = \int \vec{v} \cdot d\vec{L} = 0 \quad (1)$$

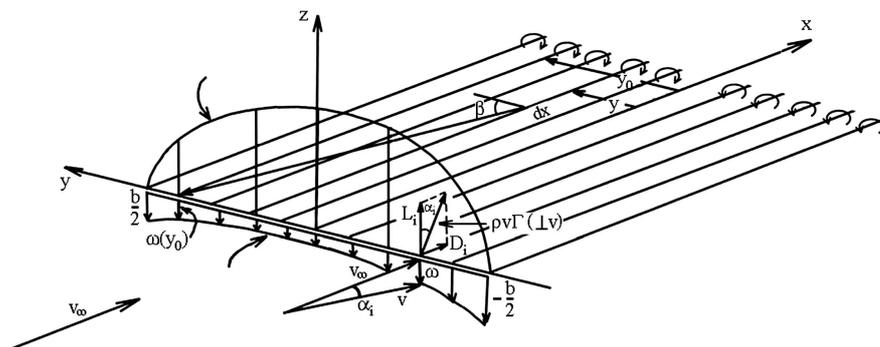
Sur la Figure.(1.b), le fluide est mis en mouvement, on constate que le tourbillon formé au bord de fuite de l'aile finit à s'en détacher.

Sur la Figure. (1.c), le tourbillon de démarrage emporte avec lui une circulation  $\Gamma$  tandis que l'aile de son côté développe une circulation opposée.

### 4.3.2 Champ de flux autour des ailes planes à envergure finie

Considérons une aile d'avion d'envergure finie. Dans sa limite, lorsque la distribution de circulation devient stationnaire et continue comme montré sur la Figure 2, le changement de circulation  $d\Gamma$  du tourbillon sur n'importe quel point de l'aile est donné théoriquement par :

$$d\Gamma = \frac{d\Gamma}{dy} \cdot dy$$



**Figure 2 : Distribution de circulation accès par les tourbillonnements**

La vitesse résultante sur l'aile a deux composantes  $V_\infty$  et  $\omega(y)$  sur n'importe quel point, définit un angle d'attaque induit  $\alpha_i(y)$  donné par :

$$\alpha_i(y) = \tan^{-1} \left( \frac{\omega}{V_\infty} \right) \quad (2)$$

où  $\omega$  est la vitesse induite et  $V_\infty$  est la vitesse d'incidence de l'avion.

A partir du théorème de Kutta-Joukowski [21], une force  $(\rho \cdot V \cdot \Gamma)$  est générée perpendiculairement au sillage induit et à la vitesse  $V$ . Cette force est inclinée d'un angle appelé angle induit  $\alpha_i$  par rapport à l'axe  $Z$ .

Celle ci a une composante de portance ( $L_i$ ) normale à  $V_\infty$  est donnée par :

$$L_i = \rho \cdot V \cdot \Gamma \cdot \cos \alpha_i \quad (3)$$

et une composante de traînée ( $D_i$ ) appelée la traînée induite est donnée par :

$$D_i = -\rho \cdot V \cdot \Gamma \cdot \sin \alpha_i \quad (4)$$

Dans la plus part des applications pratiques, le sillage induit est petit puisque que la vitesse induite en valeur absolue est inférieure a la vitesse d'incidence c'est à dire :  $|\omega| < V_\infty$ . Ceci montre que :

$$\tan g \alpha_i \approx \sin \alpha_i \approx \alpha_i$$

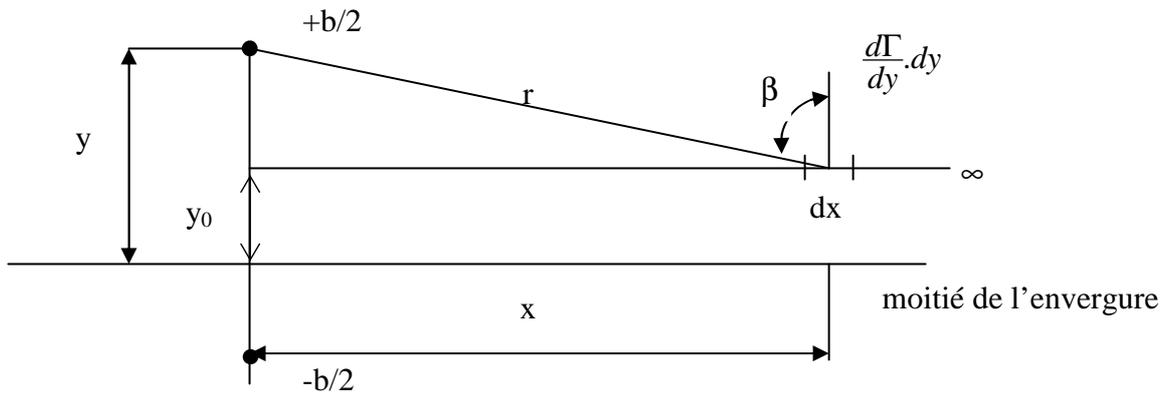
en conséquence les formules précédentes deviennent :

$$\alpha_i(y) = \frac{\omega}{V_\infty} \quad (5)$$

$$L(y) = \rho \cdot V_\infty \cdot \Gamma \quad (6)$$

$$D_i(y) = -L \cdot \alpha_i = -\rho \cdot \omega \cdot \Gamma \quad (7)$$

On note en particulier que la traînée induite  $D_i$  est une composante de la force de Kutta-Joukowski dans la direction de  $V_\infty$ . En utilisant la loi de Biot-Savat [26], on calcule la vitesse induite et l'angle d'attaque induit, si  $Z=0$ , voir Figure.(3).



**Figure 3 : Diagramme de calcul de la vitesse induite d'un filament d'intensité  $d\Gamma$**

Cette loi donne l'expression suivante :

$$d\omega_{y_0} = -\frac{d\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{\cos\beta \cdot dx}{r^2} \quad (8)$$

Le filament du tourbillon entier  $y$  est donné ainsi par :

$$\omega_{y_0} = -\frac{d\Gamma}{4\pi} \int_0^\infty \frac{\cos\beta \cdot dx}{r^2} = -\frac{d\Gamma}{4\pi} \cdot \frac{1}{y_0 - y} \quad (9)$$

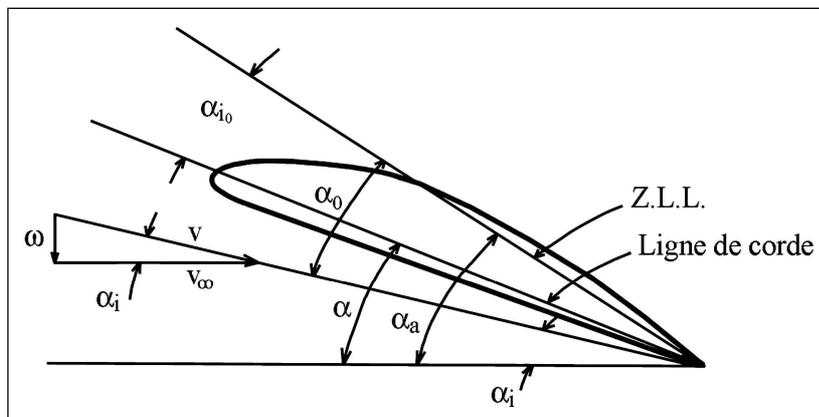
Après intégration de l'équation (9) et en divisant par  $V_\infty$ , on obtient la vitesse induite à  $y_0$ :

$$\alpha_i(y_0) = \frac{\omega_{y_0}}{V_\infty} = -\frac{1}{4\pi V_\infty} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \frac{d\Gamma/dy}{y_0 - y} \cdot dy \quad (10)$$

C'est une expression qui donne l'angle d'attaque induit et la vitesse induite comme étant une fonction de  $Y_0$  le long de l'envergure.

#### 4.4 Les équations fondamentales des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion de différents profils

L'équation fondamentale qui doit être résolue pour trouver la distribution de circulation pour une aile d'avion finie est exprimée comme étant une équation liant trois angles  $\alpha_a$ ,  $\alpha_0$  et  $\alpha_i$ , voir Figure.(4).



**Figure 4 : Diagramme fondamental de la théorie de l'aile plane à envergure finie**

Où  $\alpha_a$  est l'angle d'attaque absolu,  $\alpha_i$  est l'angle d'attaque induit,  $\alpha_0$  est l'angle d'attaque effectif, avec  $\alpha$  et  $\alpha_{L0}$  sont les angles géométriques pour une station d'envergure  $y$  donnée.

La relation qui connecte les angles d'attaque aérodynamique est donnée par :

$$\alpha_a = \alpha_0 - \alpha_i = \alpha \pm \alpha_{L0} \quad (11)$$

L'angle d'attaque effectif  $\alpha_0$  satisfait la propriété suivante :

$$Cl = m_0 \cdot \alpha_0 \quad (12)$$

$m_0$  varie selon le type du profil =  $2\pi$  pour une aile mince.

On peut également définir  $Cl$  par :

$$Cl = m \cdot \alpha_a \quad (13)$$

Où  $m$  est une fonction de  $\alpha_i$  ; la relation entre  $m_0$  et  $m$  est donc :

$$m = \frac{m_0}{1 - m_0 \cdot \alpha_i / Cl} = \frac{m_0}{1 - \alpha_i / \alpha_0} \quad (14)$$

L'équation (11) peut être mise dans une forme pour la résolution d'un problème donné en posant :

$$L = \rho \cdot V_\infty \cdot \Gamma = m_0 \cdot \alpha_0 \cdot q_\infty \cdot C = m_0 \cdot \alpha_0 \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot V_\infty^2 \cdot C \quad (15)$$

A partir de laquelle :

$$\alpha_0 = \frac{2 \cdot \Gamma}{m_0 \cdot V_\infty \cdot C} \quad (16)$$

Par suite, l'équation fondamentale dans sa forme finale est obtenue en substituant les équations (10) et (16) dans l'équation (11) :

$$\alpha_a(y_0) = \left( \frac{2 \cdot \Gamma}{m_0 \cdot V_\infty \cdot C} \right)_{y_0} + \frac{1}{4\pi \cdot V_\infty} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d\Gamma/dy}{y_0 - y} \cdot dy \quad (17)$$

La seule inconnue dans l'intégrale de cette équation différentielle est la circulation  $\Gamma$ .

une loi  $\Gamma(z)$  continue, est obtenue par superposition d'une infinité de tourbillon,  $c$  qui revient à répartir sur la surface  $S_0$  définie par  $y_0 = 0$ ,  $-b \leq z_0 \leq +b$  et  $x_0 \geq 0$ , un doublet normal d'intensité  $\omega_3 = \Gamma(z_0)$ .

par ailleurs, on sait qu'en bidimensionnel, la portance est proportionnelle à la circulation.

En 3D, puisque les écarts de pression aux extrémités de voilure, donc la portance, s'annulent, la circulation doit également être nulle en  $\pm b$ , soit  $\Gamma(\pm b) = 0$ .

On sait qu'en bidimensionnel, la loi de circulation est reliée à l'incidence d'un profil par :

$$\boxed{\Gamma_{2D} = \frac{m_0}{2} c V_\infty \sin(\alpha - \alpha_0)} \quad (18)$$

il suffit pour faire du 3 D, de remplacer formellement  $\alpha$  par  $\alpha_e(y)$ ,  $V_\infty$  par  $V_E$  (qui reste donc égal à  $V_\infty$ ) et de noter que la corde  $c(y)$  devient une fonction de  $y$  soit .en se référant à l'idée de Prandtl, la relation précédente est appliquée à l'aile tridimensionnelle, avec un grand allongement par la relation suivante, soit :

$$\Gamma(y) = \frac{m_0(y)}{2} c(y) V_e(y) \sin(\alpha_e(y) - \alpha_0(y)) \quad (19)$$

ou puisque les angles d'incidence sont supposés petits, alors cette relation se simplifie à

$$\forall y \in [-b/2, +b/2] \quad \boxed{\Gamma(y) = \frac{m_0(y)}{2} c(y) V_\infty [\alpha_e(y) - \alpha_0(y)]} \quad (20)$$

$$\text{ou} \quad \boxed{\alpha_e(y) = \alpha + \Delta\alpha_v(y) - VP \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{\Gamma'(y_0)}{4\pi V_\infty (y - y_0)} dy_0} \quad (21)$$

l'incidence à l'emplanture  $\alpha [y=0]$  est l'incidence de l'aile, notée simplement  $\alpha$ .

La loi  $\Delta \alpha_v (y)$  représente le vrillage de l'aile. Par définition on a  $\Delta \alpha_v (y=0)=0$

Où VP signifie la valeur l'intégrale de cauchy. La combinaison entre ces deux équations est la fameuse équation intégral-différentielle de Prandtl (PIDE) qui donne la loi de circulation inconnue, lorsque tous les autres paramètres sont donnés .

#### 4.5 Résolution de l'équation intégral-différentielle de PRANDTL

Seul est envisagé dans la suite, le cas où la circulation  $\Gamma(y)$  est l'inconnue, les lois  $\alpha, c(y), \Delta \alpha_v(y), m_0(y), \alpha_0(y)$  étant connues.

$\alpha$  est l'incidence de l'aile

$c(y)$  est la loi de corde

$\Delta \alpha_v(y)$  est la loi du vrillage

$m_0(y)$  est le gradient de portance du profil qui compose l'aile

$\alpha_0(y)$  est la portance à zéro incidence qui varie selon les différents profils ou avec les profils avec ou sans volets.

Parmi les méthodes de résolution, il est possible, par l'intermédiaire de changement de variable  $y = \frac{b}{2} \cos \theta$  ou  $\theta$  varie de 0 à  $\pi$ , de développer la loi de circulation en séries de fourier.

Cette loi de circulation devant s'annuler en extrémité de voilure, donc pour  $\theta=0$  et  $\theta = \pi/2$

Puisque la corde à la racine correspond à  $\theta=\pi/2$ . seul est conservé un développement en sinus. On pose ainsi :

$$\Gamma(\theta) = 2b V_\infty \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) \quad (22)$$

un des points clés consiste à remarquer que la vitesse induite s'exprime analytiquement en fonction des  $A_n$  de la forme suivante :

$$VP \int_{-b/2}^{+b/2} \frac{\Gamma'(y_0)}{4\pi V_\infty (y - y_0)} dy_0 = \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \frac{\sin(n\theta)}{\sin\theta} \quad (23)$$

Alors l'EIDP prend la forme suivante pour chaque valeur de  $\theta \in [0, \pi]$  :

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) = \frac{m_0(\theta)}{4b} c(\theta) \left[ \alpha + \Delta \alpha_v(\theta) - \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \frac{\sin(n\theta)}{\sin\theta} - \alpha_0(\theta) \right] \quad (24)$$

Avec 
$$\alpha_e(\theta) = \alpha + \Delta \alpha_v(\theta) - \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \frac{\sin(n\theta)}{\sin\theta} \quad (25)$$

Eclatement en trois sous- systèmes : effets de l'incidence de l'aile, de la loi des incidences de portance nulle et du vrillage

Il est clair que les coefficients  $A_n$  sont une solution d'un système linéaire infini qui peut être composé en trois sous-systèmes .

Si on note :

$$\boxed{G(\theta) = \frac{m_0(\theta)}{4b} c(\theta)} \quad \text{et} \quad \boxed{F_n(\theta) = \sin(n\theta) \left[ 1 + n \frac{G(\theta)}{\sin\theta} \right]} \quad (26)$$

les trois sous systèmes sont pour chaque  $\theta \in [0, \pi]$ :

• mise à l'incidence unitaire  $\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} a_n F_n(\theta) = G(\theta)}$

• influence du vrillage  $\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} B_n F_n(\theta) = G(\theta) \Delta\alpha_v(\theta)}$

• influence des incidences de portance nulle  $\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} C_n F_n(\theta) = -G(\theta) \alpha_0(\theta)}$

Et la solution complète

$$\boxed{A_n = \alpha a_n + B_n + C_n} \quad (27)$$

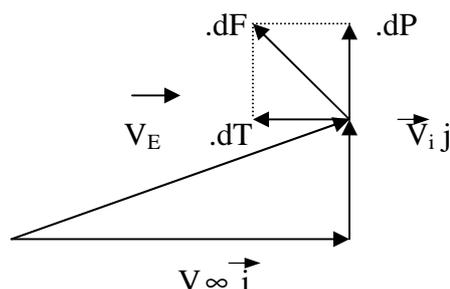
on peut noter que sur le plan numérique, ces systèmes sont tronqués à un nombre fini  $N$  de coefficients, et chaque équation est écrite pour  $N$  valeurs discrètes  $\theta_j$  . les trois problèmes ont alors même matrice à inverser  $A_{j n} = F_n(\theta_j)$  et ne diffèrent que par les seconds membres, avec respectivement :

$$B1_j = G(\theta_j) \quad , \quad B2_j = G(\theta_j) \Delta\alpha_v(\theta_j) \quad \text{et} \quad B3_j = -G(\theta_j) \alpha_0(\theta_j) \quad (28)$$

Il est important de souligner que chaque sous système dépend seulement des caractéristiques géométriques du profil 2D ou de ses caractéristiques aérodynamiques., alors ils peuvent être toutefois résolus pour toute l'aile. L'angle d'attaque apparaît uniquement dans la solution globale .

#### 4.6 Calcul des efforts

Compte tenu de l'approche quasi-2D , on écrit que , dans chaque tranche  $z$ , l'effort élémentaire  $\vec{dF}$  est perpendiculaire à la vitesse effective  $\vec{V}_E$  , voir schéma ci dessus :



Par commodité , les  $v_i$  ont été représentées vers le haut, mais on sait que ces vitesses induites sont en réalité négatives.

#### 4.6.1 Expression intégrale

Le théorème de Joukowski donne pour effort sur la tranche  $dz$  de profil  $Df = -\rho V_E \Gamma(z) dz$ ,

D'où en projection sur la direction  $V_\infty$

$$.dP = -\rho V_E \Gamma(z) dz \cos \delta\alpha = -\rho V_\infty \Gamma(z) dz$$

$$.dT = +\rho V_E \Gamma(z) dz \sin \delta\alpha = \rho V_i \Gamma(z) dz \quad (29)$$

soit pour l'ensemble de la voilure :

$$\text{portance : } P = -\rho V_\infty \int_{-b/2}^{+b/2} \Gamma(z) dz$$

$$\text{traînée : } T = \rho \int_{-b/2}^{+b/2} V_i \Gamma(z) dz \quad (30)$$

en configuration portante, on  $v_i(z) \leq 0$  et  $\Gamma(z) \leq 0$  de sorte qu'une traînée positive existe en 3D, domaine où le paradoxe de d'Alembert n'existe plus.

#### 4.6.2 Résolution à l'aide des $A_n$

A l'aide de  $P = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S_{\text{ref}} C_L$  et  $T = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 S_{\text{ref}} C_D$  et en remplaçant  $\Gamma$  et  $V_i$  à l'aide des  $A_n$ , il vient, tous calculs faits :

$$\boxed{C_L = \pi A A_1} \quad \text{et} \quad \boxed{C_{D_i} = \pi A \sum_{n=1}^{\infty} n A_n^2} \quad (31)$$

en particulier  $\partial C_L / \partial \alpha = \pi A A_1$ , qui montre que le  $C_L \alpha$  ne dépend que de la loi de corde de l'aile non vrillée et l'incidence de portance nulle de la voilure.

$$\alpha_0 = -(B_1 + C_1) / a_1 \quad (32)$$

on aura donc :

$$\boxed{C_{D_i} = \pi A \sum_{n=1}^{\infty} n A_n^2} = \boxed{C_L^2 / \pi A + \pi A \sum_{n=2}^{\infty} n A_n^2} \quad (33)$$

cette expression, montre clairement que , dès qu'il y a portance , il apparaît de la traînée, d'où l'appellation de traînée induite par la portance. De cette forme de traînée liée aux effets 3D.

Dans notre travail, on assume que l'aile est composée du même profil. Dans ces conditions, on aura :

$m_0(y) = m_0 = \text{constante}$  et  $\alpha_0(y) = \alpha_0 = \text{constante}$ , l'aile est non vrillée alors :  $\Delta\alpha_v(y) = 0$ .

On aura donc  $B_n = 0 \quad \forall n$  et  $C_n = -\alpha_0 a_n \quad \forall n$ , alors à partir de (27) :

$$\boxed{A_n = (\alpha - \alpha_0) a_n}$$

ou  $a_n$  vérifie PIDE,  $\forall \theta \in [0, \pi]$  :  $\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} a_n F_n(\theta) = G(\theta)}$  avec  $\boxed{G(\theta) = \frac{m_0}{4b} c(\theta)}$  (34)

et  $\boxed{F_n(\theta) = \sin(n\theta) \left[ 1 + n \frac{G(\theta)}{\sin\theta} \right]}$  (35)

Dans ce cas, les coefficients de portance et de traînée prennent la forme simplifiée finale

$$\boxed{C_L = \pi A a_1 (\alpha - \alpha_0)} \quad (36) \quad \text{et} \quad C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi A} \sum_{n=1}^{\infty} n \left( \frac{a_n}{a_1} \right)^2$$

Cette dernière relation est souvent écrite sous forme :

$$\boxed{C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi A} (1 + \sigma)}$$
 (37) avec :

$$\boxed{\sigma = \sum_{n=2}^{\infty} n \left( \frac{a_n}{a_1} \right)^2}$$
 (38)

#### 4.7 Récapitulation

Dans le cas général pour la résolution de l'EIDP :

$$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\theta) = \frac{m_0(\theta)}{4b} c(\theta) \left[ \alpha + \Delta\alpha_v(\theta) - \sum_{n=1}^{\infty} n A_n \frac{\sin(n\theta)}{\sin\theta} - \alpha_0(\theta) \right]}$$

1) Eclater le système général en trois sous-systèmes correspondant physiquement à :

- mise à l'incidence unitaire de l'aile non vrillée :  $a_n$
- effet spécifique du vrillage :  $B_n$
- effet spécifique des incidences de portance nulle :  $C_n$

d'où  $A_n = \alpha a_n + B_n + C_n$

2) Résolution de chaque sous système :

- penser à l'identification terme à terme des  $\sin p\theta$

- penser à la transformation de FOURIER inverse, ce qui n'est réellement intéressant que si cela permet directement d'isoler les  $A_n$  et non de fabriquer un autre système linéaire.

- sinon résolution numérique en tronquant chaque suite  $a_n$ ,  $B_n$  et  $C_n$  à un nombre  $N$  d'inconnues, suffisamment grand.

L'EIDP est ensuite écrite pour  $N$  valeurs discrètes de  $\theta_j$  ce qui donne par exemple pour la mise à l'incidence unitaire, le système :

$$\sum_{n=1}^{n=N} F_n(\theta_j) a_n = G(\theta_j)$$

matrice  $A_{jn}$       second membre  $B_j$

avec  $G(\theta_j) = k(\theta_j) c(\theta_j) / 4b$  et  $F_n(\theta_j) = (1 + n G(\theta_j) / \sin(\theta_j)) \sin n \theta_j$

#### 4.8 Les caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes de forme elliptique

Un cas spécial important est le cas de la distribution de circulation elliptique, cette distribution représente l'aile avec une traînée induite minimale. Les propriétés des ailes de forme planes arbitraires ne diffèrent pas radicalement de celles des ailes elliptiques. Il est toutefois nécessaires d'écrire les propriétés de l'aile elliptique [71-85].

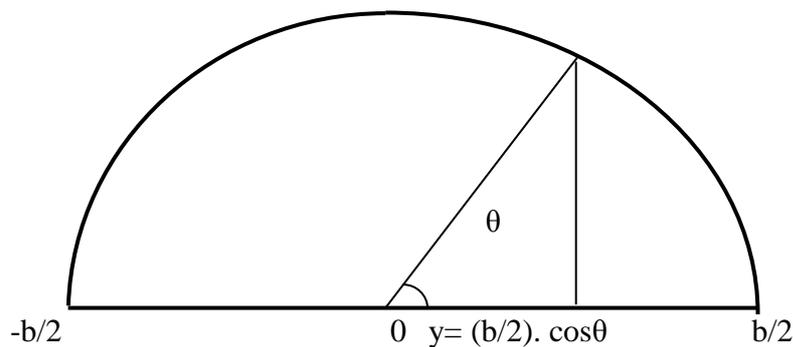
Si  $\Gamma_s$  représente la circulation dans un plan de symétrie, la variation de circulation elliptique avec l'envergure est :

$$\Gamma = \Gamma_s \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2} \quad (39)$$

L'angle d'attaque induit est trouvé en substituant l'équation (39) dans l'équation (9) :

$$\alpha_i(y_0) = \frac{\Gamma_s}{4\pi \cdot V_\infty} \cdot \int_{-b/2}^{b/2} \frac{d}{dY} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2}}{y_0 - y} \cdot dy \quad (40)$$

L'intégrale est évaluée facilement si la substitution trigonométrique  $y = \left(\frac{b}{2}\right) \cdot \cos\theta$  de la Fig.(5) est faite.



**Figure 5 : Interprétation trigonométrique**

L'équation (19) devient :

$$\alpha_i(\theta_0) = \frac{\Gamma_s}{2 \cdot \pi \cdot b \cdot V_\infty} \int_0^\pi \frac{d \sin\theta}{\cos\theta - \cos\theta_0} d\theta \quad (41)$$

sachant que  $\int_0^{\pi} \frac{\cos n\theta}{\cos\theta - \cos\theta_0} d\theta = \frac{\pi \sin n\theta_0}{\sin\theta_0}$

Notre cas correspond à  $n=1$ .

L'angle d'attaque induit devient :

$$\alpha_i = \frac{\Gamma_s}{2b \cdot V_\infty} \quad (42)$$

A partir des équations (15) et (18) la portance elliptique est :

$$L = \rho \cdot V_\infty \cdot \Gamma_s \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2} = m_0 \alpha_0 \cdot \frac{1}{2} \rho \cdot V_\infty^2 \cdot C \quad (43)$$

D'où le coefficient de portance  $C_L$  est défini comme étant la portance totale de l'aile  $L$  divisé par produit de la pression dynamique  $q_\infty$  et la surface de l'aile  $S$ .

$$C_L = \frac{L}{q_\infty \cdot S} = \frac{1}{\frac{1}{2} \rho \cdot V_\infty^2 \cdot S} \int_{-b/2}^{b/2} L \cdot dy = \frac{\Gamma_s \cdot \pi \cdot b}{2 \cdot V_\infty \cdot S} \quad (44)$$

L'équation (43) est résolue pour  $\Gamma_s$  ; et cette valeur est utilisée dans l'équation (42) qui donne l'expression pour l'angle d'attaque induit pour une distribution elliptique.

$$\alpha_i = \frac{\omega}{V_\infty} = \frac{C_L}{\pi \cdot A} \quad (45)$$

ou  $A$  est l'allongement =  $b^2/S$  (46)

En substituant l'équation (45) dans l'équation (4), le coefficient de traînée induite de l'aile elliptique est donné par :

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot A} \quad (47)$$

L'équation (14) devient :

$$m = \frac{m_0}{1 + \frac{m_0}{\pi \cdot A}} \quad (48)$$

Un cas très important est le cas d'une distribution de circulation elliptique pour laquelle  $A_n = 0$   $\forall n \geq 2$ . pour une aile non vrillée, composée du même profil, ce cas est obtenu pour une aile de forme elliptique.

Effectivement, les relations précédentes conduisent à  $a_n = 0$   $\forall n \geq 2$  et l' PIDE se réduit à :

$$a_1 \sin\theta = (1 - a_1) \frac{m_0}{4b} c(\theta) \text{ en modifiant } G(\theta) \text{ et } F_1(\theta), \text{ sous la forme :}$$

$$c(\theta) = c_0 \sin\theta = c_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2} \quad (49)$$

Le seul coefficient  $a_1$  peut être déterminée en utilisant l'allongement  $A = \frac{b^2}{S}$  et la surface de référence de l'aile  $S = \int_{-b/2}^{+b/2} c(y) dy = \frac{b}{2} \int_0^\pi c(\theta) \sin\theta d\theta$ . (50)

On aura:  $a_1 = \frac{\frac{m_0}{\pi A}}{1 + \frac{m_0}{\pi A}}$  alors  $C_L = \frac{m_0 (\alpha - \alpha_0)}{1 + \frac{m_0}{\pi A}} = m (\alpha - \alpha_0)$  (51)

Et lorsque  $\sigma = 0$ , la traînée induite minimale est donnée par l'équation :  $C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi A}$  (52)

La distribution de circulation est:

$\Gamma(\theta) = \frac{2b V_\infty C_L}{\pi A} \sin\theta = \Gamma_s \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b/2}\right)^2}$  (53) et l'angle d'attaque effectif est constant

$\alpha_e(\theta) = \alpha - A_1$  or :  $\alpha_e(\theta) - \alpha_0 = \frac{\alpha - \alpha_0}{1 + \frac{m_0}{\pi A}}$ . (54)

La vitesse induite par la SDG est par ailleurs une constante, avec  $V_I / V_\infty = -A_1 = -C_L / \pi A$ , de sorte que si cette aile est non vrillée, les incidences locales  $\alpha_e$  sont également constantes.

#### 4.9 Les caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes de forme arbitraire

Il est convenable de présenter une distribution de circulation arbitraire en termes de séries infinies, ce premier terme décrit une distribution elliptique [63-70]. L'équation (39) peut être écrite de la manière suivante :

$\Gamma = \Gamma_s \sin\theta$  (55)

Prandtl considérait une distribution de circulation exprimée par les séries de Fourier. Une présentation dimensionnelle correcte d'une circulation symétrique arbitraire peut être mise sous la forme suivante :

$\Gamma_s = \frac{1}{2} m_{0s} C_s V_\infty \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta$  (56)

En substituant l'équation  $y = \frac{b}{2} \cos\theta$  dans l'équation (17), on aura :

$\alpha_a(\theta) = \frac{1}{2} m_{0s} C_s V_\infty \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta_0 + \frac{m_{0s} C_s}{4 \pi b} \int_0^\pi \frac{d \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta}{d\theta \cos\theta - \cos\theta_0} d\theta$  (57)

Après la performance de la différentiation et intégration [63-66], en utilisant l'équation (41), l'équation (57) se réduit à :

$$\alpha_a(\theta) = \underbrace{\frac{m_{0s} C_s}{m_0 C} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n\theta}_{\alpha_0} + \underbrace{\frac{m_{0s} C_s}{4.b} \sum_{n=1}^{\infty} n.A_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}}_{-\alpha_i} \quad (58)$$

L'indice S réfère aux valeurs du plan de symétrie C.

- Les coefficient de portance et de traînée induite sont vite trouvés par substitution à partir des équation (56) et (58) dans les équations (6) et (7) respectivement.

$$C_L = \frac{\rho \cdot V_{\infty} \Gamma}{q_{\infty} \cdot C} = \frac{m_{0s} C_s}{C} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \quad (59)$$

$$C_{Di} = C_L \cdot \alpha_i = \frac{m_{0s}^2}{4.b.C} \left( \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \right) \cdot \left( \sum_{k=1}^{\infty} k A_k \frac{\sin k\theta}{\sin \theta} \right) \quad (60)$$

Pour la dernière série, dans l'équation (61), l'indice n est remplacé par k pour éviter la confusion en multipliant les deux séries. Le coefficient de portance totale de l'aile est trouvé en intégrant (59)

$$C_L = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{c_l q_{\infty} \cdot c \cdot dy}{q_{\infty} \cdot S} = \frac{m_{0s} C_s}{C} \int_0^{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \cdot \frac{b}{2} \sin k\theta \cdot d\theta \quad (61)$$

Sachant que :

$$\int_0^{\pi} \sin n\theta \cdot \sin k\theta \cdot d\theta = \begin{cases} 0 & \text{pour } n \neq k \\ \frac{\pi}{2} & \text{pour } n = k \end{cases} \quad (62)$$

Puisque k=1 dans l'équation (61) ; alors toutes les intégrales sauf pour n=1 sont nulles et le coefficient de portance de l'aile devient :

$$C_L = \frac{m_{0s} C_s \cdot \pi \cdot b}{4 \cdot S} A_1 \quad (63)$$

Le coefficient de traînée induite totale de l'aile est calculé en intégrant l'équation (60) et en exprimant dy en terme de  $d\theta$ .

$$C_{Di} = \int_{-b/2}^{b/2} \frac{c_{Di} \cdot q_{\infty} \cdot C}{q_{\infty} \cdot S} \cdot dy \quad (64)$$

$$= \frac{m_{0s} C_s^2}{8 \cdot S} \int_0^{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot A_n \cdot A_k \cdot \sin n\theta \cdot \sin k\theta \cdot d\theta \quad (65)$$

Lorsque k=n, l'équation (38) se simplifie à :

$$C_{Di} = \frac{m_{0s}^2 C_s^2 \cdot \pi}{16 \cdot S} \sum_{k=1}^{\infty} n \cdot A_n^2 \quad (66)$$

Pour une distribution de portance elliptique désignées par el, on a trouvé dans l'équation (47) que :

$$(C_{Di})_{el} = \frac{C_L^2}{\pi \cdot A}$$

A partir de cette expression et des expressions de  $C_L$  et  $C_D$  donnée par les équations (63) et (64) respectivement, on aura pour une distribution de portance symétrique arbitraire.

$$C_{Di} = (C_{Di})_{el} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot A_n^2}{A_1^2} = (C_{Di})_{el} (1 + \sigma) \quad (67)$$

$$\text{Où } \sigma = \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{n A_n^2}{A_1^2} \right) \quad (68)$$

$\sigma$  est le facteur de correction.

#### 4.9.1 Les caractéristiques aérodynamiques des ailes rectangulaires

Pour une aile rectangulaire, la corde  $c(y) = c_0$  est une constante et l'allongement est simplifié à :

$$A = \frac{b}{c_0}.$$

Dans ce cas, l'PIDE (24) devient :

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\theta) \left[ 1 + \frac{n}{\sin\theta} \frac{m_0}{4A} \right] = \frac{m_0}{4A} \quad \forall \theta \in [0, \pi]$$

si par convenance, on suppose que l'aile est composée d'un profil mince, dans ce cas l'EIDP devient :

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(n\theta) \left[ 1 + \frac{n}{\sin\theta} \frac{\pi}{2A} \right] = \frac{\pi}{2A} \quad \forall \theta \in [0, \pi] \quad (69)$$

Pour l'aile symétrique, l'écoulement du fluide est également symétrique. alors pour chaque valeur  $\theta$  on obtient  $\sum_{n=1}^{\infty} [1 + (-1)^n] a_n \sin(n\theta) = 0$

Donc tous les coefficients  $a_{2n}$  sont nuls . alors la résolution de l'équation(24) pour toutes les valeurs de  $\theta$  prises dans l'intervalle complet  $[0, \pi]$  est utile. Par conséquent, l'équation (24) est reformulée, d'une part seulement pour les coefficients de Fourier impairs et d'autre part pour les valeurs de  $\theta$  comprises dans l'intervalle  $[0, \pi/2]$  :

$$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \sin[(2n-1)\theta] \left[ 1 + \frac{2n-1}{\sin\theta} \frac{\pi}{2A} \right] = \frac{\pi}{2A} \quad \forall \theta \in [0, \pi/2]} \quad (70)$$

sur le point de vue numérique, le système linéaire infini (70) est tronqué à un système fini, en considérant seulement  $N$  coefficients inconnus  $a_{2n-1}$  . par conséquent, l'équation (70) est écrite pour  $N$  valeurs discrètes  $\theta_j$  .

$$\text{posant } X_n = a_{2n-1}, \text{ on aura à résoudre l'équation } \boxed{\sum_{n=1}^{n=N} \mathcal{A}_{jn} X_n = \mathcal{B}_j} \quad \forall j = 1, N.$$

La matrice inverse est  $\mathcal{A}_{1_n} = \sin[(2n-1)\theta_j] \left[ 1 + \frac{2n-1}{\sin\theta_j} \frac{\pi}{2A} \right]$  et le second membre est

$$\mathcal{B}_j = \frac{\pi}{2A}.$$

• si seulement quatre coefficients inconnus sont pris pour les valeurs  $\theta_1 = \frac{\pi}{8}$ ,  $\theta_2 = \frac{\pi}{6}$ ,

$\theta_3 = \frac{\pi}{4}$  et  $\theta_4 = \frac{\pi}{2}$ , on obtient les résultats suivants pour  $A = 6$  :

$a_1 = 0.24301$ ,  $a_3 = 0.02823$ ,  $a_5 = 0.00508$  et  $a_7 = 0.00218$ , qui donnent les coefficients aérodynamiques de portance et de traînée suivants

$$C_L = 4.5806 (\alpha - \alpha_0) \quad \sigma = 0.04322 \quad \text{et} \quad C_{D_i} = 1.16126 (\alpha - \alpha_0)^2$$

pour le choix de plusieurs inconnus, on aura:

• pour  $N = 40$ , c'est à dire de  $a_1$  jusqu'à  $a_{79}$ , et  $\theta_j = \frac{(j-1)}{(N-1)} \frac{\pi}{2}$ , les résultats globaux sont les

suivants:

$$\boxed{C_L = 4.53042 (\alpha - \alpha_0)} \quad \boxed{\sigma = 0.04829} \quad \text{et} \quad \boxed{C_{D_i} = 1.14145 (\alpha - \alpha_0)^2} \quad (71)$$

ou  $\boxed{C_{D_i} = 0.055613 C_L^2}$

il est clair que pour la valeur de  $\theta_1 = 0$ , qui correspond à la première ligne du système linéaire, l'EIDP est prise à la limite donnant  $\mathcal{A}_{1_n} = (2n-1)^2$  et  $\mathcal{B}_1 = 1$ .

Il n'y a pas de changement de résultats avec cinq chiffres après la virgule, si le nombre de coefficients inconnus,  $N$  est augmenté jusqu'à 60, ou 80 ou 100.

En parallèle à ces résultats traités pour l'aile rectangulaire, on peut calculer les coefficients aérodynamiques de l'aile elliptique avec le même allongement  $A = 6$ , et  $m_0 = 2\pi$ .

On aura:

$$\boxed{[C_L]_{\text{ell.}} = 4.71239 (\alpha - \alpha_0)} \quad \boxed{\sigma = 0} \quad \text{et} \quad \boxed{[C_{D_i}]_{\text{ell.}} = 1.17810 (\alpha - \alpha_0)^2} \quad (72)$$

$$\text{ou } \boxed{[C_{D_i}]_{\text{ell.}} = 0.053052 [C_L]_{\text{ell.}}^2} \quad (73)$$

la pente de la portance  $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$  est 3.86% plus petite que celle de l'elliptique pour ce nombre de coefficients. D'autre part, comparé avec la même coefficient de portance, le coefficient de traînée induite de l'aile rectangulaire est 4.83% plus grand que celui de l'aile elliptique.

#### 4.9.2 Pour l'aile trapézoïdale non vrillée :

Dans ce cas les envergures à la racine et à l'emplanture  $c$  et  $c_0$  sont différentes et à partir des équations de calcul développées auparavant dans le cas de l'aile rectangulaire le coefficient de la traînée induite devient :

$$\boxed{C_{D_i} = \frac{C_L^2}{\pi A} (1 + \sigma)}$$

$\sigma$  est une fonction de l'effilement et de l'allongement  $A$ .

$$(\sigma - 1) = F(\text{eff}, A)$$

sachant que l'effilement  $\text{eff} = c_1/c_0$

ou  $c_1$  est la corde à la racine et  $c_0$  est la corde à l'emplanture.

L'effilement d'une aile trapézoïdale, permettrait de minimiser  $\sigma$  (qui reste  $\geq 1$ ) tout en, pratiquement maximisant le  $Cz_{\infty}$ .

Mais en particulier le vrillage, ne modifie pas le  $Cz_{\infty}$  de la voilure, mais que judicieusement calculé, il permettait d'égaliser, à un point de vol, l'aile elliptique en terme de traînée induite.

Mais qu'en plus, pour toute une gamme de  $Cz$ , la traînée induite était plus faible que pour l'aile non vrillée, sachant que le vrillage négatif permet de diminuer les incidences effectives, de façon d'autant plus importante que l'on se rapproche de l'extrémité de la voilure.

Une aile trapézoïdale vrillée permettra de réaliser un excellent compromis et si une aile comportant deux trapèzes est choisie, ce qui dégage deux degrés de liberté supplémentaires, les possibilités d'optimisation sont accrues.

le calcul numérique et expérimental des coefficients de portance et de traînée de l'aile trapézoïdale sera présenté dans le prochain chapitre.

#### 4.9.3 Calcul des caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes d'avion de forme rectangulaire et elliptique à grands allongements

L'analyse des résultats est maintenant appliquée pour calculer les caractéristiques aérodynamiques d'une aile rectangulaire de différents allongements.  $A=6$ ,  $A=7$ ,  $A=8$  volant à un angle d'attaque  $\alpha$  dans le domaine subsonique.

On assume que le profil est non cambré alors l'angle d'attaque absolu  $\alpha_a$  est égale à  $\alpha$  le long de l'envergure, alors les sections de l'aile ne varient pas. On aura donc :

$$A = \frac{b^2}{S} = 6,7,8$$

$C = C_s$  et  $m_0 = m_{0s} = 2\pi$  ; alors l'équation (31) devient :

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \left(1 + \frac{n \cdot \pi}{2 \cdot A \sin \theta}\right) = \alpha \quad (74)$$

Pour une aile symétrique, les coefficients  $A_n$  varient pour toute valeur de  $n$  :

Cas 1 :  $A = 6$

L'équation (42) pour chaque station  $\theta = \cos^{-1}(2y/b)$  devient :

$$A_1 \sin \theta \left(1 + \frac{\pi}{12 \sin \theta}\right) + A_3 \sin 3\theta \left(1 + \frac{\pi}{4 \sin \theta}\right) + A_5 \sin 5\theta \left(1 + \frac{5 \cdot \pi}{10 \sin \theta}\right) + A_7 \sin 7\theta \left(1 + \frac{7 \cdot \pi}{12 \sin \theta}\right) = \alpha \quad (75)$$

Il suffit de choisir quatre stations le long de la demi envergure, vu la symétrie de l'aile rectangulaire.

Pour  $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}$  et  $\frac{\pi}{2}$ , on obtient un système de quatre équations simultanées linéaires pour les

coefficients  $A_n$  qui sera résolu par la méthode de Gauss [64].

$$0.7618 A_1 + 2.5708 A_3 + 1.8090 A_5 - 1.8326 A_7 = \alpha$$

$$0.9690 A_1 + 1.4925 A_3 - 2.0161 A_5 - 2.2397 A_7 = \alpha$$

$$0.6445 A_1 + 2.8200 A_3 + 4.0805 A_5 + 2.2153 A_7 = \alpha \quad (76)$$

$$1.2618 A_1 - 1.7854 A_3 + 2.3090 A_5 - 2.8306 A_7 = \alpha$$

$$\text{Programme de Gauss} \rightarrow \begin{cases} A_1 = 0.9267 \alpha \\ A_3 = 0.1067 \alpha \\ A_5 = 0.0192 \alpha \\ A_7 = 0.0095 \alpha \end{cases} \quad (77)$$

$$C_L = \pi^2 \frac{A_1}{2} = 4.588 \alpha$$

$$(C_{Di})_{el} = \frac{(C_L^2)}{\pi \cdot A} = 1.1168 \alpha^2 \quad (78)$$

$$\sigma = \frac{3 \cdot A_3^2 + 5 \cdot A_5^2 + 7 \cdot A_7^2}{A_1^2} = 0.042417$$

$$C_{Di} = (C_{Di})_{el} (1 + \sigma) = 1.16417 \alpha^2$$

Qui est approximativement 4.07% plus grand que  $(C_{Di})_{el}$ .

$$(C_L)_{el} = \frac{m_0 \alpha}{1 + \left(\frac{m_0}{\pi \cdot A}\right)} = 4.7106 \alpha$$

L'inclinaison du coefficient de portance  $\frac{dC_L}{d\alpha}$  de l'aile rectangulaire est approximativement 2.6026% plus petite que celle de l'elliptique.

- Cas 2 : A = 7 :

L'équation (42) devient :

$$A_1 \sin \theta \left(1 + \frac{\pi}{14 \sin \theta}\right) + A_3 \sin 3 \theta \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot \pi}{14 \sin \theta}\right) + A_5 \sin 5 \theta \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot \pi}{14 \sin \theta}\right) + A_7 \sin 7 \theta \cdot \left(1 + \frac{\pi}{2 \sin \theta}\right) = \alpha \quad (79)$$

Pour  $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8} \text{ et } \frac{\pi}{2}$ , on obtient un système de quatre équations simultanées linéaires pour les coefficients  $A_n$  qui sera résolu par la méthode de Gauss.

$$\begin{aligned} 0.7244 A_1 + 2.3464 A_3 + 1.6220 A_5 - 2.0708 A_7 &= \alpha \\ 0.9315 A_1 + 1.3803 A_3 - 1.8291 A_5 - 2.2780 A_7 &= \alpha \\ 0.6070 A_1 + 2.5491 A_3 + 3.6326 A_5 + 1.9534 A_7 &= \alpha \\ 1.2243 A_1 - 1.6731 A_3 - 2.1220 A_5 - 2.5700 A_7 &= \alpha \end{aligned} \quad (80)$$

$$\text{Programme de Gauss} \rightarrow \begin{cases} A_1 = 1.0213 \alpha \\ A_3 = 0.0938 \alpha \\ A_5 = 0.0345 \alpha \\ A_7 = 0.0078 \alpha \end{cases} \quad (81)$$

$$C_L = \pi^2 \frac{A_1}{2} = 5.048 \alpha$$

$$(C_{Di})_{el} = \frac{(C_L^2)}{\pi \cdot A} = 1.1155 \alpha^2$$

$$\sigma = \frac{3 \cdot A_3^2 + 5 \cdot A_5^2 + 7 \cdot A_7^2}{A_1^2} = 0.0314$$

$$C_{Di} = (C_{Di})_{el} (1 + \sigma) = 1.19137 \alpha^2 \quad (82)$$

Qui est approximativement 3% plus grand que  $(C_{Di})_{el}$ .

$$(C_L)_{el} = \frac{m_0 \alpha}{1 + \left(\frac{m_0}{\pi \cdot A}\right)} = 4.8855 \alpha$$

L'inclinaison du coefficient de portance  $\frac{dC_L}{d\alpha}$  de l'aile rectangulaire est approximativement 3% plus petite que celle de l'elliptique.

- Cas 3 : A = 8 :

l'équation (42) devient :

$$A_1 \sin \theta \left(1 + \frac{\pi}{16 \sin \theta}\right) + A_3 \sin 3 \theta \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot \pi}{16 \sin \theta}\right) + A_5 \sin 5 \theta \cdot \left(1 + \frac{5 \cdot \pi}{16 \sin \theta}\right) + A_7 \sin 7 \theta \cdot \left(1 + \frac{7 \pi}{16 \sin \theta}\right) = \alpha \quad (83)$$

Pour  $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}$  et  $\frac{\pi}{2}$ , on obtient un système de quatre équations simultanées linéaires pour les coefficients  $A_n$  qui sera résolu par la méthode de Gauss.

$$\begin{aligned}
 0.6963 A_1 + 2.1781 A_3 + 1.4817 A_5 - 1.8744 A_7 &= \alpha \\
 0.9034 A_1 + 1.2961 A_3 - 1.6888 A_5 - 2.0815 A_7 &= \alpha \\
 0.5790 A_1 + 2.3459 A_3 + 3.2940 A_5 + 1.7571 A_7 &= \alpha \\
 1.1963 A_1 - 1.5890 A_3 + 1.9817 A_5 - 2.3744 A_7 &= \alpha
 \end{aligned} \tag{84}$$

$$\text{Programme de Gauss} \rightarrow \begin{cases} A_1 = 0.9940 \alpha \\ A_3 = 0.1338 \alpha \\ A_5 = 0.0268 \alpha \\ A_7 = 0.0125 \alpha \end{cases} \tag{85}$$

$$C_L = \pi^2 \cdot A_1/2 = 4,9052\alpha$$

$$*(C_{Di})_{el} = C_L^2/\pi \cdot A = 0,9573 \cdot \alpha^2$$

$$\sigma = \frac{3 \cdot A_3^2 + 5A_5^2 + 7A_7^2}{A_1^2} = 0,0601$$

$$C_{Di} = (C_{Di})_{el}(1 + \sigma) = 1,0148\alpha^2 \tag{86}$$

Qui est approximativement 5,66% plus grand que  $(C_{Di})_{el}$ .

$$(C_L)_{el} = \frac{m_0 \alpha}{1 + \left(\frac{m_0}{\pi \cdot A}\right)} = 5,0245\alpha$$

L'inclinaison du coefficient de portance  $\frac{dC_L}{d\alpha}$  de l'aile rectangulaire est approximativement 2.35% plus petite que celle de l'elliptique.

#### 4.9.4 Analyse des résultats

En comparant les résultats de notre analyse concernant le profil d'aile elliptique et celui d'une aile rectangulaire pour les allongements  $A = 6, 7, 8$ , on aura deux types de courbes :

##### a) Courbe des portances (Figures 6a, 7a, 8a)

- La variation du coefficient de portance avec l'angle d'attaque  $\alpha$  est linéaire, elle est proportionnelle à l'angle d'attaque  $\alpha$ .

A zéro degré ( $0^\circ$ ), on obtient déjà un coefficient de portance positif quelque soit le profil d'aile.

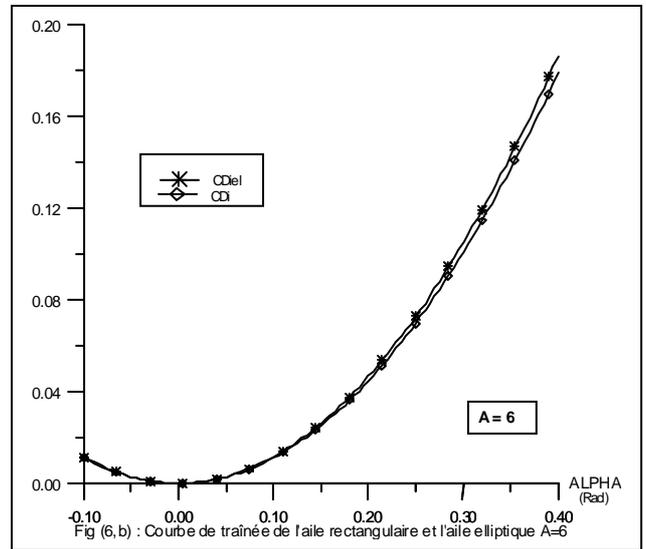
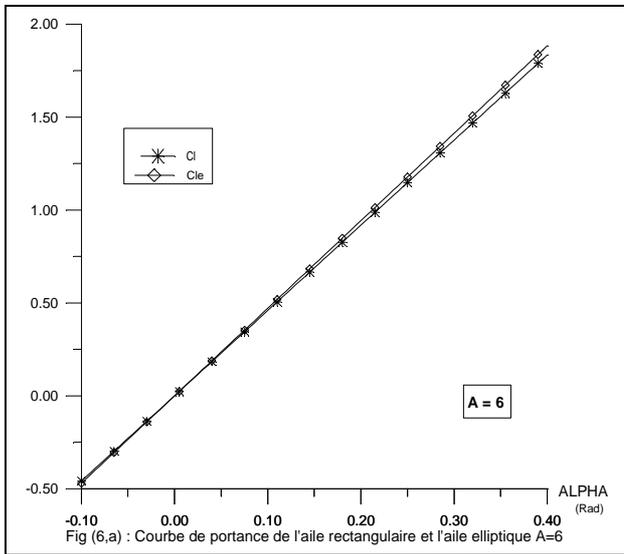
##### b) Courbe des traînées (Figures 6b, 7b, 8b)

La variation du coefficient de traînée induite avec l'angle d'attaque  $\alpha$  est parabolique ( $C_{Di}$ ,  $C_{Di,el} = f(\alpha^2)$ ).

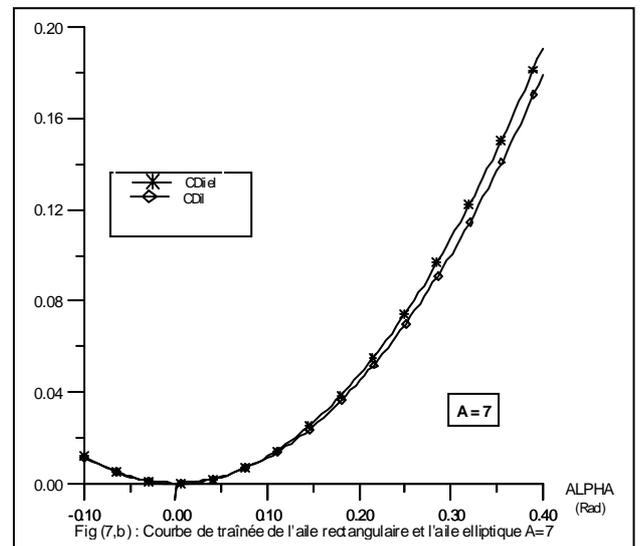
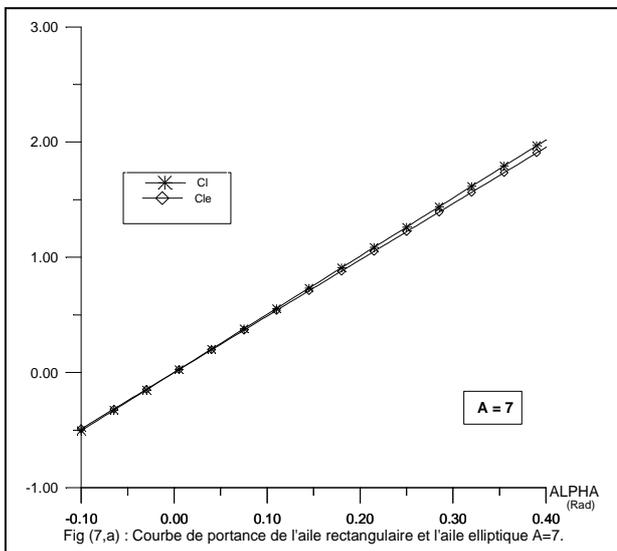
La traînée induite est minimale aux environs de zéro degré ( $0^\circ$ ).

Si l'angle d'attaque est légèrement négatif, le coefficient de traînée induite tend vers zéro.

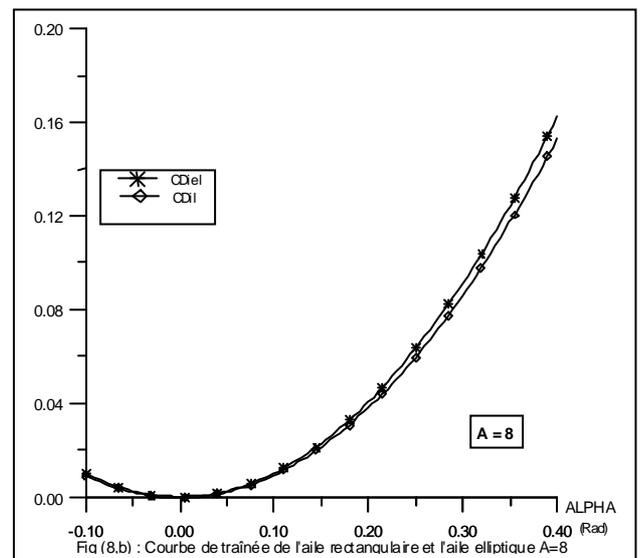
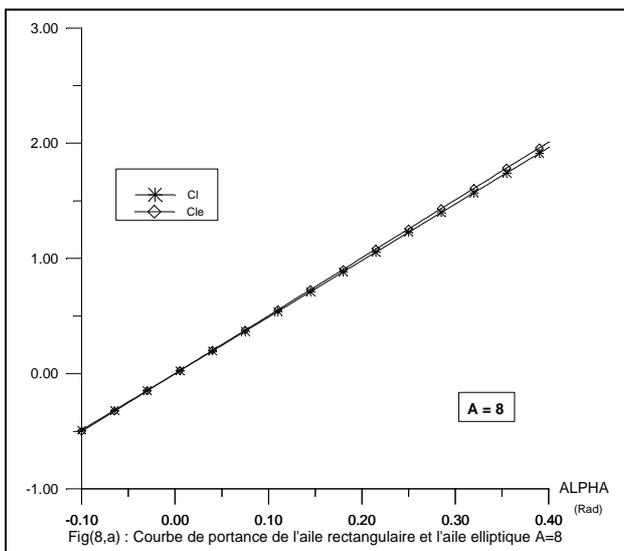
Jusqu'à  $6^\circ$ , l'augmentation de la traînée induite n'est pas très rapide, au fur et à mesure que l'angle croit, elle devient considérable. Finalement, on peut déduire d'après les résultats obtenus et les graphes tracés (Figures 6,7,8) que les propriétés des profils d'ailes de forme plane arbitraires sont presque semblables aux profils elliptiques.



**Figure 6 Les caractéristiques aérodynamiques de l'aile rectangulaire et l'aile elliptique A=6**



**Figure 7 Les caractéristiques aérodynamiques de l'aile rectangulaire et l'aile elliptique A=7**



**Figure 8 Les caractéristiques aérodynamiques de l'aile rectangulaire et l'aile elliptique A=8**

#### 4.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé les équations fondamentales pour le calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes elliptiques et des ailes de forme plane arbitraire.

L'analyse de ces équations est basée essentiellement sur la théorie de Kutta-Joukowski et de Prandtl. Les équations finales ont été appliquées pour calculer les caractéristiques aérodynamiques d'une aile rectangulaire. En second lieu, notre approche consistait à faire une comparaison de ces propriétés avec celles des ailes elliptiques dans le domaine subsonique. En revanche, on a pu déduire que les propriétés des ailes de forme plane arbitraire ne diffèrent pas radicalement des celles de l'elliptique.

Une aile elliptique est très difficile à construire et coûteuse, puisque les ailes de forme plane arbitraire et les ailes elliptiques possèdent les mêmes caractéristiques aérodynamiques, il serait donc préférable de construire une aile rectangulaire non conique puisque l'aile rectangulaire non chanfreinée a une longueur de corde constante le long de l'envergure.

Dans la plupart des avions, on emploie ce type de forme plane rectangulaire dans le domaine des vitesses de vols subsoniques, puis qu'elle n'est pas coûteuse et même les essais en soufflerie se font sur ce type de formes qui sont faciles à conquérir.

La théorie de la ligne portante de Prandtl est une théorie de base, qui présente un rapport qualité (des résultats) prix (coût d'utilisation) excellent.

Son intérêt réside également dans le fait que, tout en conservant quelques principes de base, il est possible d'enrichir cette théorie de façon à prendre en compte les effets de fluide réel, que ce soit au niveau de l'établissement de l'EIDP ou du calcul des efforts.

En effet, dans sa version de base, l'EIDP utilise le théorème de JOUKOWSKI (relation circulation portance) et la relation circulation- incidence : il est possible tout en gardant le théorème de JOUKOWSKI d'utiliser le coefficient de portance  $C_{L2D}(\alpha)$  obtenu en fluide réel et résoudre  $\Gamma(y) = -\frac{1}{2} V_{\infty} c(y) C_{L2D}(\alpha_e(y))$

Il y a en général perte de linéarité du système, mais un meilleur réalisme du résultat.

Il est possible d'accéder aux incidences effectives  $\alpha_e(y)$  et d'effectuer des calculs 2D par tranches afin d'obtenir les distributions locales de coefficients de pression.

**Chapitre V**

***Investigation expérimentale des ailes d'avion de différentes formes***

## Chapitre V

### Investigation expérimentale des ailes d'avion de différentes formes

#### Introduction

Le but des essais expérimentaux en soufflerie consiste à recréer dans des conditions facilement accessibles les conditions d'utilisation d'un corps mobile, ceci particulièrement du point de vue des interactions fluide corps [81-84]. Les principales mesures qu'on effectue concernent les forces aérodynamiques sur le profil de l'aile d'avion en bidimensionnel et plus particulièrement sur l'aile d'avion en tridimensionnel. Les essais expérimentaux nous permettent de faire une comparaison entre les caractéristiques aérodynamiques d'une aile d'avion de différentes formes (rectangulaire, elliptique, trapézoïdale) fournies par la théorie de la ligne portante de Prandtl et celles données par les essais expérimentaux dans une soufflerie subsonique au laboratoire d'aérodynamique à l'ENSAE.

#### 5.1 objet

on se propose de mesurer les coefficients aérodynamiques longitudinaux  $C_X$ ,  $C_Z$  en fonction de l'angle d'attaque  $\alpha$  sur des ailes de forme rectangulaire, elliptique et trapézoïdale en 3 D.

toutes ces ailes étant équipées d'un NACA 0012.

L'acquisition des différents résultats est gérée par PC (pilotage des scannivalves, mesures instantanées des vitesses, incidences, enregistrement des valeurs dans des fichiers Excel, tracés des courbes conduisant à une certaine automatisation des essais.

Les résultats obtenus seront comparés à ceux numériquement calculés par la théorie de la ligne portante de PRANDTL.

#### 5.2 Les différents types d'écoulement dans une soufflerie

D'après la relation d'HUGONIOT [12] qui relie les variations de vitesse et de section dans une conduite ou un tube de courant (écoulement mono dimensionnel)

Conservation du débit massique :  $d p / \rho + d v / v + d A / A = 0$

Écoulement iso-énergétique :  $v d v + d p / \rho = 0$

Écoulement isentropique :  $d p / p = \gamma d \rho / \rho$  et  $a^2 = d p / d \rho$

A partir de ces égalités on aura la fameuse relation d'HUGONIOT qui est la suivante :

$d A / A + d V / V (1 - M^2) = 0$

Cette relation met en évidence les différentes propriétés des écoulements subsonique et supersonique.

Écoulement incompressible :  $M=0$  d'où les variations de vitesse sont inversement proportionnelles aux variations de section.

Écoulement subsonique compressible :  $0 < M < 1$  même influence qualitative des variations de section, mais l'effet est plus grand puisque  $1-M^2$  est inférieur à 1.

Écoulement transsonique :  $M=1$  pour que la relation ait une signification physique lorsque  $d v/v$  reste fini, il faut que  $dA/A=0$ . l'air passe donc par un extremum.

Écoulement supersonique :  $M > 1$  dans cet écoulement  $1-M^2$  devient négatif et un accroissement de section produit un accroissement de vitesse d'où aux vitesses supersoniques, la masse volumique décroît plus vite que la vitesse n'augmente, de sorte que l'air doit augmenter pour maintenir la continuité du débit massique.

### **5.3 Classification des souffleries**

#### **5.3.1 Critère vitesse**

Soufflerie basse vitesse :  $M < 0.5$

Elle est conçue dans le domaine subsonique compressible et bas compressible.

Les souffleries subsoniques les plus connues en France sont celles de l'ONERA, SAINT SYR, CEAT à Toulouse.

Souffleries grande vitesse :

Transsonique :  $M < 1.4$  comme celle de l'ONERA, CERT, ENSAE

Supersonique : jusqu'à  $M = 5$  comme celle de l'ENSAE

Hypersonique :  $M > 5$

#### **5.3.2 Critère de fonctionnement**

Souffleries continues : le mouvement du fluide est entretenu par un exhausteur qui est un ventilateur ou un compresseur.

Souffleries à rafales : détente du fluide entre deux réservoirs haute et basse pression l'un des deux réservoirs peut être l'atmosphère. Souvent utilisé dans les souffleries à grandes vitesses, ce système permet d'établir l'accumulation d'énergie dans le temps de manière à diminuer la puissance installée.

#### **5.3.3 Critère d'utilisation**

Souffleries à grands nombres de Reynolds :

Augmentation du nombre de Reynolds par  $\rho$ . Elles permettent de dissocier les effets du nombre de Reynolds et de Mach exemples : CERT, transsonique de ENSAE.

Souffleries cryogéniques (en général pressurisées) : augmentation de  $Re$  par  $\rho$  et  $T_i$ , elles permettent de faire varier  $Re$ ,  $M$  et la pression dynamique. A titre d'exemples T2 cert, Langley (USA), projet européen ETW.

Souffleries spécialisées :

-souffleries de profils

-souffleries de vrille pour maquettes en vol libre( IMF Lille)

-souffleries pour automobiles, camion, pour trains(St Cyr)

-souffleries climatiques

souffleries à très basse densité(CERT)

les souffleries basse vitesse subsoniques

### 5.3.3.1 Type eiffel

Ces souffleries sont constituées d'une buse qui aspire et refoule l'air . la buse est constituée de trois éléments : un convergent, une veine d'essai et un divergent.

- a) **le convergent ou le collecteur** : à simple ou double courbure, dans lequel l'écoulement est accéléré. Le rapport de concentration (section entrée/ section sortie) est compris entre 8 à 15 pour une bonne soufflerie.

#### Rôle du collecteur :

-accélération de l'écoulement

-amortissement de la turbulence : la fluctuation turbulente se conserve à peu près en valeur absolue, l'intensité de turbulence est donc diminuée dans le même rapport de la section.

#### L'entrée du collecteur est équipée de :

- d'un filtre en nid d'abeilles qui détruit les gros tourbillons d'entrée.
- D'un ou plusieurs grillages à mailles serrées dont les sillages , en se rejoignant, contribuent à l'homogénéisation de l'écoulement et au remplacement de la turbulence à grande échelle par une turbulence fine , plus rapidement amortie[60].

- b) **la veine d'essai** : c'est un cylindre à section de passage constante.

Ou bien circulaire la plus facile à traiter sur le plan constructif et aérodynamique.

-carré : éventuellement à pans coupés, plus pratique à l'utilisation, permet des montages à la paroi ou entre parois.

- rectangulaire ou elliptique : optimisation de la section donc de la puissance , pour des maquettes d'aéronefs d'allongement classique. Le rapport entre les deux axes est compris entre 1.2 et 2.

La veine peut être libre, c'est à dire sans aucune paroi , autorisant un accès aisé pour des sondes, des faisceaux lumineux, des visualisations, etc...cela au détriment du rendement et de la connaissance précise des frontières de la veine fluide. Cela pose des problèmes pour les corrections de parois et le contrôle du gradient de vitesse longitudinal.

Dans les veines guidées, la continuité de la buse améliore le rendement et les corrections de vitesse sont déterminées avec plus de certitude. L'épaississement des couches limites, plus particulièrement de leur épaisseur de déplacement est compensé par une légère divergence des parois, on réussit ainsi à annuler les gradients longitudinaux de vitesse et de pression qui en résulteraient. La veine peut être enfermée dans une chambre d'expérience l'isolant de la

pression du hall. Pour une veine guidée, cette disposition n'est pas obligatoire, mais simplifie tous les problèmes d'étanchéité à la traversée des sondes et supports de maquettes.

### c) **Le diffuseur**

De forme conique, il ralentit l'écoulement de manière à récupérer une partie de l'énergie cinétique sous forme de pression et limiter le taux de compression.

Dans le cas d'une veine non circulaire, on confie au diffuseur le passage progressif à une section de révolution.

Economiser l'énergie, par vocation, le diffuseur apporte la plus grosse contributions aux pertes de charge et parfois à la médiocrité de l'écoulement dans la veine d'essais.

Dans le diffuseur, les pressions et la vitesse ne suivent pas les évolutions quantitatives que l'on pourrait attendre de la loi des sections, cela pour plusieurs raisons :

- l'épaississement des couches limites diminue la section, donc la pression statique.
- Le gradient de pression statique recherché dans le diffuseur est un facteur favorable au décollement des couches limites. Le décollement provoque une perte de pression d'arrêt (perte de charge) et engendre des pulsations. Dans un écoulement subsonique, ces perturbations sont perçues dans la veine d'essai. Le ventilateur est placé dans le diffuseur, généralement à l'extrémité, afin d'atténuer son effet perturbateur. Il crée l'échelon de pression qui compense les pertes de pression d'arrêt dues à la viscosité et l'énergie cinétique résiduelle à la sortie.

### **5.3.3.2 Soufflerie type prandtl (à retour)**

Ces souffleries conservent l'ajutage convergent-divergent, mais l'incorporent dans un circuit fermé qui assure le retour du fluide à faible vitesse [46].

#### **Avantages :**

- Pas de pertes d'énergie cinétiques
- diffuseur plus long ceci engendre un angle plus faible et une puissance nécessaire diminuée.
- possibilités du conditionnement du fluide :
- pression : réglage de la pression génératrice.
- choix du fluide.

#### **Inconvénients :**

- échauffement du fluide : l'énergie fournie par le ventilateur est transformée en chaleur, dans les souffleries de type Eiffel, le hall de retour constitue un réservoir tampon appréciable.
  - turbulence supérieure : car entretenue, on doit éviter les décollements et les instabilités d'écoulement et augmenter le rapport de contraction.
  - pertes de frottements supérieures : dues à la longueur du circuit, les coudes et les aubages.
- Malgré cela les souffleries à retour ont un meilleur rendement énergétique et constructif.

Type de soufflerie	Caractéristiques
De travail courant	S=3 à 4 m <sup>2</sup> V=30 à 50m/s Re=5.10 <sup>5</sup>
A densité variable	Re=3.10 <sup>6</sup> Petites maquettes
A veine elliptique	V= 60à 100m/s
A grande vitesse	Diamètre de 2 à3 m Vitesse supersonique
Supersonique de petites dimensions	1<M<2
Transsonique	0.75<M<1.2
Hypersonique	5<M<10 Fonctionnement en rafales pour atteindre M=20
A plasma	Convient aux études de matériaux d'ablation
Tubes à choc	Températures d'arrêt très élevées jusqu'à 8000°C
Cryogénique	Fonctionnement en transsonique

**Tableau récapitulatif des caractéristiques des souffleries aérodynamiques**

## 5.4 Matériel utilisé

### 5.4.1 La soufflerie subsonique

C'est une soufflerie atmosphérique à retour (type Eiffel), voir figure 1

Circuit à retour , vitesse maximale 35m/s

Veine guidée de section carrée : 0.45×0.45 m<sup>2</sup>

Puissance installée 4 kw

#### Référence de vitesse

La mesure de la pression dynamique  $q_{\infty} = \rho_{\infty} V_{\infty}^2 / 2$  est effectuée à l'entrée de la veine d'essai au moyen d'un tube de Pitot opposant la pression génératrice  $p_i$  à la pression statique  $p_{\infty}$ . c'est un capteur

différentiel en amont de la veine d'essai. Un étalonnage préalable permet d'en déduire la valeur dans la veine puis des corrections dites de blocage tiendront compte de la majoration locale de la norme du vecteur vitesse induite par la présence de la maquette.

### **Balance**

Externe aux composantes  $C_x$  et  $C_z$ .

Mesures par ponts de jauges .

Mesure de l'incidence  $\alpha$  ( $\alpha$ ) par un potentiomètre.

### **Système d'acquisition**

Les signaux bas- niveau (pont de jauges) sont amplifiés avec un gain de 1000 et filtrés passe bas à une fréquence de coupure de 1 Hz. Ils sont numérisés sur 12 bits au moyen d'une carte d'acquisition incorporée dans un micro ordinateur PC.

L'ordre des voies est le suivant :

Voie 0 :  $q_0 V_\infty^2/2$

Voie 1 : coefficient de portance  $C_x$

Voie 2 : Coefficient de trainée  $C_z$

Voie 3 : Angle d'attaque  $\alpha$  ( $\alpha$ )

Par sécurité la mesure de l'angle d'attaque  $\alpha$  est manuelle, mais la saisie des mesures est pilotée en continu par l'ordinateur.

-L'acquisition des différents résultats est gérée par PC (pilotage des scannivalves, mesures instantanées des vitesses, incidence, enregistrement des valeurs dans des fichiers Excel, tracés des courbes) conduisant à une certaine automatisation des essais.

Après chaque cycle de 10 acquisitions, le logiciel **ACQUISITION** , forme la moyenne des mesures, calcule en temps réel les valeurs  $\alpha$  ,  $q_0$  ,  $C_x$  ,  $C_z$  et les tracer sur l'écran.

### **5.4.2 les maquettes de mesure**

-les mesures porteront sur des ailes ou maquettes d'avion tridimensionnelle de même surface  $S=0.03m^2$ , même envergure  $b=0.32$  et même allongement dans tous les cas le profil de base est un **NACA 0012** qui est le profil symétrique.

**Caractéristiques géométriques d'un profil symétrique NACA 0012**

Rayon au bord d'attaque : 1.58% de la corde

.x (% de la corde)	.y(% de la corde)
0	0
0.5	1.5
1.25	1.894
2.5	2.615
5.0	3.555
7.5	4.200
10	4.683
15	5.345
20	5.737
25	5.941
30	6.002
40	5.803
50	5.294
60	4.563
70	3.664
80	2.623
90	1.148
95	0.807
100	0.126

-Les mesures porteront sur :

**1-AILE 1**

**une aile d'avion rectangulaire tridimensionnelle**

Longueur  $L=0.32m$

La corde  $C=0.107m$

L'allongement  $A= 6$

La surface  $S= 0.0342 m^2$

Le profil de l'aile est NACA 0012

**2- AILE 2**

**Une aile d'avion elliptique tridimensionnelle**

Longueur  $L=0.32\text{m}$

La corde  $C=0.107\text{m}$

L'allongement  $A= 6$

La surface  $S= \pi.c.l/2= 0.0342 \text{ m}^2$

Le profil de l'aile est NACA 0012

### 3-AILE 3

#### Une aile d'avion trapézoïdale tridimensionnelle

Longueur  $L=0.32\text{m}$

La corde  $C$  à l'emplanture  $C_{ep}=0.160\text{m}$

La corde  $C$  à l'extrémité  $C_{ex}=0.53\text{m}$

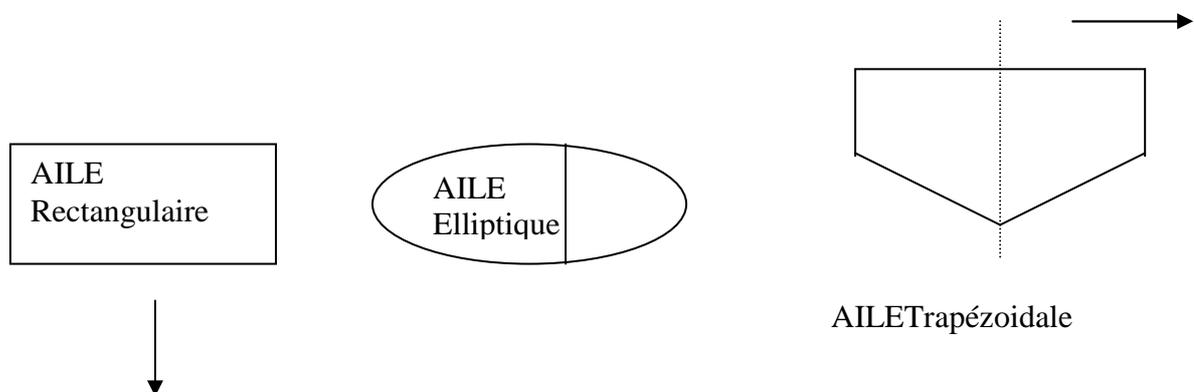
L'effilement  $ef=1/3$

Vrillée considérée comme une maquette de l'empennage **du petit canard**.

L'allongement  $A= 6$

La surface  $S= 0.0342 \text{ m}^2$

Le profil de l'aile est NACA 0012



**Figure 4. Formes en plan pour une aile d'envergure finie**

### 5.2.3 Mesures

Au moyen du matériel et du logiciel ACQUISITION décrits précédemment : faire l'acquisition des paramètres  $C_X$ ,  $C_Z$  sur les maquettes de l'aile d'avion pour les angles d'incidence  $\alpha$  variant de  $-10^0$  à la valeur correspondant au décrochage.

Les mesures porteront sur les ailes rectangulaire, elliptique et trapézoïdale d'allongement  $A=6$

Le montage utilisé est du type A LA PAROI, sur une demie aile dont une extrémité est fixée à une plaque de garde destinée à interdire les contournements tridimensionnels.

Les valeurs de  $C_X$ ,  $C_Z$  en fonction de l'angle d'attaque  $\alpha$  seront comparés à celles obtenues par voie théorique en utilisant :

La théorie de la ligne portante de PRANDTL

**On a pour l'aile rectangulaire les coefficients  $a_n$  fournis par la théorie de la ligne portante de PRANDTL sont :**  $a_1=0.24034649$   $a_3=0.02925746$   $a_5=0.0062292$   $a_7=0.00179696$   $a_9=0.00065943$

$$-a_{11}=0.00029005 \quad a_{13}=0.00014578 \quad a_{15}=0.000080886$$

avec  $a_n = A_n / (\alpha - \alpha_0)$

**On a pour l'aile trapézoïdale les coefficients  $a_n$  fournis par la théorie de la ligne portante de**

**PRANDTL sont :**  $a_1 = 0.31419$   $a_3 = 0.01052$   $a_5 = 0.00919$   $a_7 = 0.0010$   $a_9 = 0.00125$   $a_{11} = 0.00007$

$$a_{13} = 0.00034 \quad a_{15} = -0.0002$$

avec  $a_n = A_n / (\alpha - \alpha_0)$

En ce qui concerne l'aile trapézoïdale, une triple comparaison sera effectuée, entre les essais d'une part, les résultats numériques de la ligne portante de PRANDTL d'autre part et la formule empirico-théorique de Diedrich.

Extraire des courbes les paramètres suivants

- a- gradient de portance  $C_Z \alpha$
- b- incidence de portance nulle  $\alpha_0$
- c-  $C_Z$  max. et incidence correspondante
- d-  $C_{X_0}$  et  $C_X$  à portance nulle

e- position du foyer de l'aile :  $X_F/L$

f- $CM_0$

g- coefficient de traînée induite  $CX_i/CZ^2$

## 5.5 Procédure d'essai

Utilisation du logiciel **ACQUISITION** sur PC

La mise en route de l'ordinateur suivie de la commande: / Win provoquent l'apparition d'une fenêtre dans laquelle on clique sur **ACQUISITION**.

-**PRELIMINAIRES** : amener l'aile à l'incidence de début d'essai  $\alpha = 0^0$  en lisant la voie 4 du voltmètre de contrôle.

-soufflerie arrêtée, appeler la phase : Acquisition des **ZEROS**

**ESSAI** : amener l'aile à l'incidence de début d'essai  $\alpha = -10^0$  et appeler la phase acquisition avec tracé en temps réel.

-mettre éventuellement la soufflerie en route.

-commande d'incidences dans le sens CABRER et ESPACE pour lancer les acquisitions.

-garder le doigt appuyé sur la commande d'incidence jusqu'à l'apparition du décrochage de l'aile sur l'écran de contrôle.

-mettre fin aux acquisitions par la touche ENTER arrêter le vent et sauvegarder sous du menu **RESULTATS**.

Cette procédure sera appliquée avec une vitesse de vent  $V \alpha = 30\text{m/s}$  ( $q_\infty = 55\text{mm H}_2\text{O}$ ) pour réaliser l'essai proprement dit.

### **FIN d'ESSAI**

Appliquer la correction de gravité dans le menu **RESULTATS**, pour cela : appeler l'option **CORRECTION PAR UN AUTRE ESSAI : ESSAI SANS VENT** et corriger le fichier de l'essai par le fichier de la polaire de gravité.

Sauvegarder le résultat définitif dans un troisième fichier.

Dans le menu COURBES, appeler le traçage prédéfini de  $c_z(\alpha)$ ,  $c_x(\alpha)$  puis le traçage de ces courbes. Si l'on dispose suffisamment de temps, diverses options du menu COURBES permettent de mesurer des pentes, ajouter du texte, ...

### Corrections de vitesses

Il est important d'avoir une bonne connaissance de la vitesse de référence  $v_\infty$  utilisée pour le calcul des paramètres sans dimension. Pour cela on préfère la mesurer en amont des perturbations apportées par la maquette : fluctuations, courbure, etc...

La vitesse de référence  $v_\infty$  est donc mesurée en amont de la veine d'essai, mais il faut ensuite lui apporter deux corrections :

- sur la norme : correction de blocage
- sur la direction : correction de parois.

**Correction de parois :** l'effet des parois sur la répartition de circulation peut se ramener à une modification de l'incidence moyenne. La correction apportée est la suivante :

$$\Delta\alpha = \delta \cdot c_z \cdot S_{ref} / S_{veine}$$

Pour chaque point de mesure, il convient donc de considérer que la direction de  $v_\infty$  n'est pas horizontale, mais inclinée de la valeur  $\Delta\alpha$  (direction montante si  $\Delta\alpha > 0$ ). Il faut donc effectuer un calcul de rotation d'axes :

$$C_{Zcorrigé} = C_Z \cdot \cos\Delta\alpha - C_X \cdot \sin\Delta\alpha$$

$$C_{Xcorrigé} = C_X \cdot \cos\Delta\alpha + C_Z \cdot \sin\Delta\alpha$$

En général,  $C_X \leq C_Z$  et  $\sin\Delta\alpha \leq \cos\Delta\alpha$ , c'est pourquoi on peut se contenter d'appliquer la correction :

$$C_{Xcorrigé} = C_X + C_Z \cdot \Delta\alpha = C_X + \delta \cdot S_{ref} / S_{veine} \cdot C_Z^2$$

La correction sur la traînée consiste donc à rétablir la part de  $C_{x_{induit}}$  escamotée par la paroi dont l'effet est de gêner le développement du contournement de l'extrémité de l'aile.

Donc pour le cas de notre allongement

$$\text{Aile d'avion d'allongement } A=6 : \delta \cdot S_{ref} / S_{veine} = 0.91 \text{d}^\circ / C_Z = 0.01588 \text{rad} / C_Z$$

**Correction de blocage :**

La vitesse mesurée à l'amont est sous-estimée car elle ne tient pas compte du gradient local de vitesse

$Dv/dx$  du à l'obstruction de la veine par la maquette et ses sillages.

$$v_{\infty} \text{ corrigée} = v_{\infty} \text{ mesurée} \cdot (1 + \varepsilon)$$

$$q_{\infty} \text{ corrigé} = q_{\infty} \text{ mesurée} \cdot (1 + 2\varepsilon)$$

avec  $\varepsilon = \varepsilon_v + \varepsilon_s$  :

terme du au volume de la maquette :  $\varepsilon_v = \text{volume maquette} / (S_{\text{VEINE}})^{3/2}$

terme du au sillages :  $\varepsilon_w = 0.25 \cdot S_{\text{Réf}} \cdot C_x / S_{\text{VEINE}}$

## 5.6 profils bidimensionnels

-on étudiera les profils symétriques **NACA 0012** ou **NACA 64A010** comportant chacun 29 prises de pression ces profils ont l'allongement  $A = \infty$ , ces pressions sont prises de la manière suivante :

-1 prise au bord d'attaque ( $x=0$ )

-14 prises à l'extrados aux abscisses réduites :  $x=0.0125-0.025-0.05-0.1-0.15-0.2-0.3-0.4-0.5-0.6-0.7-0.8-0.9$

-14 prises à l'intrados aux mêmes abscisses

les pressions sont lues dans l'ordre suivant :

$p_i$ ,  $p_{\infty}$ , extrados (sens Bord d'attaque VERS Bord de fuite), bord d'attaque, intrados (sens Bord d'attaque VERS Bord de fuite)

### Caractéristiques géométriques

La corde  $l=0.1\text{m}$

L'envergure  $b=0.45\text{m}$

### Mesure de pressions

Les prises de pression sont reliées à un commutateur de pressions **Scanivalve** voir figure 2 piloté par l'ordinateur de la chaîne d'acquisition.

Le commutateur transmet la pression à un capteur de pression différentiel unique. La pression de référence est la pression statique de la veine  $p_{\infty}$ .

Sur la voie n° j, c'est donc la valeur  $(p_j - p_\infty)$  qui est mesurée . Le coefficient de pression correspondant  $CP_j$  sera :  $CP_j = (p_j - p_\infty) / (p_i - p_\infty) = \text{voie } j / (\text{voie } 0)$

On remarquera que la connaissance du coefficient sans dimension CP, obtenu en formant le rapport de deux mesures provenant du même capteur, ne requiert aucun étalonnage et élimine ainsi une source d'erreur.

-Le profil d'aile est également relié à un **multimanomètre à alcool** qui permet de visualiser en permanence la répartition de pression.

### **-Le logiciel cp\_Def 7**

Sur PC gère le commutateur et l'acquisition des mesures de pression.

-Le traçage en temps réel sur écran permet de contrôler le bon déroulement des acquisitions.

A la fin de l'essai, les répartitions de pressions sont intégrées et les résultats présentés dans les fichiers sont au format EXCEL.

## **5.7 Mesure sur le profil d'aile**

### **5.7.1 Manipulation**

- Régler la vitesse dans la veine  $V_\infty = 30\text{m/s}$ , soit  $p_i - p_\infty = 55\text{mm H}_2\text{O}$ . La valeur de ce paramètre est accessible sur le voltmètre indicateur de pression avant le lancement des acquisitions.
- Régler visuellement, avec la meilleure précision possible, l'incidence nulle du profil par comparaison entre les répartitions obtenues sur l'extrados et l'intrados, vérifier et, éventuellement , régler la valeur lue sur l'afficheur d'incidence.
- Observer sur le multimanomètre les variations de la répartition de pression en fonction de l'incidence . Repérer en particulier la plage d'adaptation , avant l'apparition d'un pic de survitesse et l'incidence de décrochage.
- Mesurer les pressions pour les différentes incidences.

### **Commutateur de pressions**

Cet appareil comporte 48 tubes d'arrivée numérotés de 0 à 47 que l'on relie aux prises de pression voir figure 3 . un rotor muni d'une fente radiale met successivement chacun des tubes en communication avec un capteur de pression unique.

Le mouvement du rotor est provoqué par une commande pas à pas :

-Le bouton STEP provoque la rotation de 1/48 de tour.

Le bouton HOME ramène le rotor en position de départ sur la voie 0.

La pression sélectionnée est mesurée dans un capteur différentiel référencé à la pression statique de la veine  $p_0$  et qui délivre donc des tensions proportionnelles aux différences  $(p-p_0)$ , ces tensions sont amplifiées et filtrées pour être transmises soit à un voltmètre numérique soit à une carte d'acquisition implantée dans un ordinateur Apple 2.

### 5.7.2 Exploitation

Tracer les courbes de répartition de pressions en fonction de l'abscisse pour les différentes incidences ( $c_p$  négatif vers le haut). Quel que soit le signe du  $c_p$ , on le tracera sur les normales sortantes et on mettra en évidence les poches de dépression et de surpression.

Le programme d'intégration fournit les coefficients de portance  $C_Z$ , de traînée  $C_X$ , **dans un repère lié au profil** et celui du tangage  $C_m$  en appliquant les simplifications du linéarisé :

$$C_Z = \int (C_{P_I} - C_{P_E}) dx \quad C_X = \int (C_{P_E} \cdot \delta_E - C_{P_J} \cdot \delta_J) dx \quad C_M = - \int (C_{P_J} - C_{P_E}) X dx$$

En mettant en commun toutes les valeurs de  $C_Z$  et  $C_X$  obtenues dans **le repère lié au vent**, on tracera les courbes  $C_Z(\alpha)$ , et le diagramme  $CP(y)$  pour les différentes incidences.

## 5.8 Résultats et discussions

Les résultats numériques des différentes ailes rectangulaires, elliptiques, et trapézoïdales, qui présentent les caractéristiques aérodynamiques de ces formes planes ont été comparés aux résultats expérimentaux de ces ailes testées dans une soufflerie subsonique.

### Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

La théorie de la ligne portante donne des résultats acceptables pour les ailes droites d'allongement moyen et élevé ( $A > 3$ ). toutefois, dans le cas d'allongements faibles, d'ailes en flèche ou d'ailes delta, cette théorie s'avère inadéquate. Pour cette raison. Pour cette raison, étendons ce modèle à une distribution tourbillonnaire sur la surface de l'aile et dans le sillage.

La théorie de la ligne portante de Prandtl suppose une variation linéaire de  $CL(\alpha)$ . la courbe  $CL(\alpha)$  devient non linéaire quand  $\alpha$  est grand.

Les figures suivantes, font la comparaison entre les caractéristiques aérodynamiques des ailes à grands allongements le long de l'envergure par la théorie de la ligne portante de Prandtl. Des comparaisons entre les expériences et les calculs montrent que la concordance est très bonne. Nos expériences nous permettent aussi de prédire la zone de décrochage statique.

### **Considérations physiques**

L'écoulement autour d'un profil (aile d'envergure infinie) et l'écoulement autour d'une aile d'envergure finie sont deux cas essentiellement différents. Sur l'aile d'envergure finie, la différence de pression entre l'intrados (surspression) et l'extrados (dépression) détermine un mouvement de fluide de l'intrados vers l'extrados aux extrémités de l'aile. Ce mouvement initié sur l'aile se propage en aval et forme une surface de filaments tourbillonnaires libres [47-57].

-Les trois ailes rectangulaire elliptique et trapézoïdale testées dans la soufflerie subsonique de l'ENSAE sont équipées d'un NACA 0012 qui est un profil symétrique d'une épaisseur de 12 %. Les trois ailes montées dans la soufflerie ont la même envergure  $b/2 = 0.3\text{m}$ , le même allongement  $A = 6$ , et par conséquent la même surface  $S$ . Pour toutes ces ailes, la corde moyenne  $c_{\text{moy}} = 0.1067\text{m}$  et le nombre de Reynolds dans cette soufflerie pour une vitesse  $v_{\infty} = 30\text{m/s}$  est approximativement égal à  $2 \cdot 10^5$ . Dans ces conditions, pour les angles d'attaque positifs, une couche limite laminaire positive au bord d'attaque, au point de transition, provoque un décollement rapide, qui engendre un écoulement turbulent rapide sur l'aile entière du à la chute du nombre de Reynolds, et par suite on a un décrochage rapide de l'aile (stall). Dans le prochain chapitre, on essaie de décrire la couche limite laminaire autour du profil d'aile.

#### **a) Courbes de portance (Figures 5,6,7,10,11,13)**

La variation de la portance avec l'angle d'attaque  $\alpha$  est linéaire jusqu'à approximativement  $6^\circ$ . Sur les figures 7 et 13, les deux courbes de portance expérimentales sont superposées montrant que la différence entre les trois ailes est visible après le décrochage.

#### **b) Courbes de traînées (Figures 8,9,10,12)**

Les courbes de portance et de traînée numérique et expérimentales ne sont pas directement comparées, ceci est dû aux effets de viscosité. Si on assume que la traînée de frottement n'est pas influée par l'angle d'attaque  $\alpha$ , alors la traînée expérimentale aux portances nulles, pour laquelle une petite séparation de la couche limite est constatée, donne une très bonne idée sur cette partie de la traînée totale. Avec cette valeur rajoutée à la traînée induite, la différence entre  $C_D = C_{D0} + (1 + \sigma) C_L^2 / \pi A$  et les résultats expérimentaux du décollement ou du décrochage sont donnés et constatés pour des angles d'attaque supérieurs à  $6^\circ$ .

En conclusion, dans ce chapitre on a comparé les caractéristiques aérodynamiques des ailes rectangulaires, elliptiques et trapézoïdale, sur le point de vue expérimental dans une soufflerie

subsonique ou sur le point de vue numérique utilisant la théorie de la ligne portante de PRANDTL.

Il est clair qu'à des nombres de Reynolds testés, les caractéristiques aérodynamiques des trois ailes sont semblables, avec des différences claires après le décrochage. Les résultats numériques ou théoriques prédisent une faible importance pour la pente de portance (lift curve slope) de la zone de décrochage pour les faibles incidences ou les faibles angles d'attaque.

En même temps, la traînée de frottement est rajoutée à la traînée induite théorique, la traînée induite totale est également satisfaisante pour les faibles angles d'attaque avec une petite séparation de la couche limite.

Il est possible d'améliorer les résultats de la ligne portante de PRANDTL, mais il est nécessaire de tenir compte de la courbe de portance expérimentale  $C_{L2D}(\alpha)$  y compris le décrochage. et la ligne de portance principale nous donne la relation suivante :

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2} v_{\infty} C_{L2D}[\alpha_e(y)]$$

due à la non linéarité de la fonction  $C_{L2D}(\alpha)$  dans les conditions expérimentales l'équation integro-différentielle de PRANDTL est non linéaire et doit être résolu par un processus itératif.

Dans le domaine aéronautique, la dimension et le coût des prototypes justifient l'utilisation des maquettes. La transposition au vol réel des résultats obtenus en soufflerie ne sera possible que si l'on respecte les conditions de similitude les plus importantes : similitude restreinte, à défaut de toutes les respecter : similitude totale.

### **Similitude géométrique**

La nécessité de respecter les formes géométriques est une évidence à laquelle on apportera toutefois une restriction dans le cas des petites maquettes qu'on dépouille des détails peu significatifs et dont l'influence pourrait être caricaturée en raison d'un nombre de Reynolds trop faible. Les précisions d'usinage nécessaires pour le respect du profil peuvent conduire à des impossibilités technologiques ... ou budgétaires déterminantes dans le choix de l'échelle de la maquette.

### **Influence du nombre de Reynolds dans les écoulements incompressibles**

Le nombre de Reynolds  $R$  représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces de viscosité :

$$R = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces viscosité}} = \frac{\rho u \frac{du}{dy}}{\mu \frac{du}{dy}} = \frac{\rho u^2 l}{\mu} = \frac{v l}{\nu}$$

$\mu$  = viscosité dynamique

$\nu$  = viscosité cinématique

la viscosité est responsable de la formation de la couche limite qui se développe sur tout obstacle dans un écoulement, et qui engendre les forces de frottement.

Le nombre de Reynolds conditionne la nature de la couche limite, la transition, mutation de l'écoulement laminaire en écoulement turbulent dont la couche limite se produit pour une valeur pour une valeur du nombre de Reynolds appelé :NOMBRE DE REYNOLDS CRITIQUE  $R_c$ .

Sur un profil d'aile, la proportion couche limite turbulente augmente avec le nombre de Reynolds.

Pour nos profils d'aile d'avion le nombre de Reynolds critique est  $R_c=2 \text{ à } 2.5 \cdot 10^6$

D'après les graphes tracés nous tiendrons donc quatre conclusions ou propriétés :

1. le coefficient de frottement  $c_f$  diminue lorsque le nombre de Reynolds croit.
2. A nombre de Reynolds égal le coefficient de frottement turbulent est supérieur au coefficient de frottement laminaire
3. les gradients de pression adverses  $\partial p / \partial x > 0$  sont des facteurs de décollement auxquels la couche limite turbulente résiste mieux que la couche limite laminaire.
4. la rugosité, les gradients de pression, la turbulence de l'écoulement général favorisent le déclenchement de la transition. c'est à dire diminuent la valeur du Reynolds critique( $R_c$ )
5. ou encore augmentent la proportion de couche limite turbulente.

#### **Effet du nombre de Reynolds sur la traînée**

Comme nous l'avons déjà cité au chapitre 1 la traînée d'une aile se décompose en :

$$C_x = c_x \text{ frottement} + c_x \text{ pression} + c_x \text{ induit}$$

#### **Effet direct**

Lorsque le nombre de Reynolds augmente la traînée  $c_x$  diminue avec des niveaux différents selon la nature de la couche limite. ce terme est prépondérant sur un profil d'aile à portance nulle et varie peu avec l'incidence.

#### **Effet indirect**

Sur  $c_x$  pression, cette composante de traînée provient de la modification de la forme de l'obstacle et par conséquent du champ de pressions par les couches limites. En outre les couches limites de l'extrados et de l'intrados se rejoignent au bord de fuite dans un sillage qui transforme le contour fermé d'un profil bidimensionnel en un contour ouvert à traînée non nulle.

-sur une couche limite non décollée, cet effet est faible .

-par contre, l'apparition de décollement entraîne un fort accroissement de la traînée de pression, or on sait que la nature de la couche limite et donc sa susceptibilité dépendent étroitement du nombre de Reynolds.

#### **Effet du nombre de Reynolds sur la portance**

D'après les graphes tracés , l'augmentation de l'incidence d'un profil engendre de forts gradients de pression positifs sur l'extrados.

La couche limite aura donc tendance à décoller, d'autant plus facilement que sa partie laminaire sera grande.

Le décrochage du profil, correspondant à un décollement généralisé de la couche limite sur l'extrados, sera donc plus précoce dans un écoulement à faible nombre de Reynolds.

Ce qui fait donc que lorsque le nombre de Reynolds augmente le  $c_z$  max. augmente et la traînée diminue ce qui empêche le décrochage de l'avion, en évitant le décollement de la couche limite laminaire.

### Bilan énergétique

Fonctionnement de la soufflerie

Soufflerie de type Eiffel ou à retour en incompressible dans le domaine subsonique :

Par application de la loi de Bernoulli en fluide parfait et en écoulement par tranches, la loi des pressions s'écrit :

$$C_p = \frac{p - p_{\text{statique}}}{\frac{1}{2} \rho v^2}$$

V est la vitesse du vent

D'après la relation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2} \rho v^2 = p(\text{tot}) - p(\text{statique})$$

$$\text{Ou } c_p = \frac{p - (p_{\text{stat}} + p_{\text{tot}} - p_{\text{tot}})}{p_{\text{tot}} - p_{\text{stat}}}$$

$$= 1 - \frac{p_{\text{tot}} - p}{p_{\text{tot}} - p_{\text{stat}}}$$

$$= 1 - \frac{\frac{1}{2} \rho v_{\text{locale}}^2}{\frac{1}{2} \rho v_{\text{vent}}^2}$$

$$\text{finalement } c_p = 1 - \left(\frac{v_{\text{loc}}}{v_{\text{vent}}}\right)^2$$

en incompressible on a :  $v < 80 \text{ m/s}$  et  $c_p \leq 1$

au point d'arrêt  $v_{\text{loc}} = 0$  d'où  $c_p = 1$

**pour la figure 14** on a l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour l'incidence  $11^\circ$  pour les différentes vitesses subsoniques 21m/s, 28m/s et 35m/s. pour ces différentes vitesses on constate que :

à 35 m/s le nombre de Reynolds = 231000 on constate un bulbe court.

. à 28m/s le nombre de Reynolds= 184800 on constate un bulbe plus grand.

. à 21m/s le nombre de Reynolds= 138600 on constate le décrochage (stall).

Donc le  $C_{lmax}$  augmente aux grands nombre de Reynolds, pour éviter le décrochage.

### Pour la figure 15

on a l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour les faibles incidences  $\alpha$   $0^\circ$ ,  $1^\circ$ ,  $2^\circ$ ,  $3^\circ$ ,  $4^\circ$ . pour une vitesse du vent égale à 30m/s. on constate à  $4^\circ$  que  $\frac{dp}{dx} > 0$  d'où on a une compression . à  $0^\circ$  et  $3^\circ$  on a  $\frac{dp}{dx} < 0$  d'où on a une détente. Pour les différentes incidences, à l'incidence  $1^\circ$  il y a un point d'arrêt à  $x=0$  ( $c_p = 1$ ,  $v=0$ )

### Pour la figure 16

on a l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour les incidences moyennes  $0^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $6^\circ$ ,  $7^\circ$ ,  $8^\circ$  à une vitesse du vent égale à 30m/s .

.à 6° on a l'apparition du bulbe on constate également pour  $c_p = -3$  la vitesse locale = 2. vitesse du vent puisque  $c_p = -3$  veut dire  $1 - (v_{loc}/v_{vent})^2 = -3$  d'où  $(v_{loc}/v_{vent})^2 = 4$ .

. pour ces différentes incidences on à  $x = 90\text{mm}$   $c_p = 0$  d'où la vitesse locale = vitesse vent pour ce point commun.

.on constate également pour ces différentes incidences , il y a un point d'arrêt commun lorsque  $c_p = 1$  d'où  $v_{loc} = 0$  .

### **Pour la figure 17**

on a l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour les plus grandes incidences 0°, 9°, 10°, 11° à une vitesse du vent égale à 28m/s .

. à 10° , lorsque  $c_p = -3$  on constate à ce point une grande bulbe de décollement de la couche limite laminaire qui devient turbulente, qui finit par décrocher le profil de l'aile (**figure 18**) .

.pour ces différentes incidences on constate un point d'arrêt commun ( $c_p = 1$  ,  $v_{loc} = 0$ ). Mais à ces grandes incidences , le point d'arrêt recule par rapport aux point d'arrêt des incidences moyennes.

### **Pour les figures 19 et 20**

on a l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 64A 010 pour les basses vitesses, et les incidences paires et impaires. Pour les incidences faibles inférieures à 10° à  $x = 90\text{mm}$  ,  $c_p = 0$ . aux environs des angles d'attaque de 7° et 8° on a :

$V_{loc} = \sqrt{3} V_{vent}$ . Aux incidences 5° et 6° , on a un bulbe court. à 7° et 8° , on constate un bulbe plus grand. A 1° , il existe un point d'arrêt et à 10° , c'est le décrochage du profil de l'aile (**figure 21**) .

### **Effet de la turbulence de la soufflerie**

La turbulence de l'écoulement général contamine la couche limite dont il rend la transition plus précoce[99-104]. On peut donc dire que le nombre de Reynolds critique d'un corps diminue lorsque la turbulence de l'écoulement général croit. On utilise cette propriété pour caractériser la turbulence de l'écoulement. En particulier, le  $R_c$  .

On définit ainsi un facteur de turbulence  $T_1$  :

$$T_1 = \frac{Re_{atmosphère}}{Re_{soufflerie}} = \frac{385000}{Re_{soufflerie}}$$

Il intervient comme facteur correctif du nombre de Reynolds  $Re$  obtenu dans la soufflerie.

Reynolds effectif :  $Re = R.T_1$

### **Respect de la similitude en soufflerie**

On a vu précédemment que la similitude entre deux écoulements est complète si l'on respecte les nombres sans dimension suivants :

Le nombre de Reynolds  $Re$

Le nombre de Mach M

-la plupart des essais ne sont pas concernés par la pesanteur.

Pour le nombre de Mach : doit en principe être respecté dès qu'apparaît la compressibilité ( $M > 0.3$ ), mais c'est à partir de  $M=0.5$  que cette similitude devient primordiale.

On remarquera que l'obtention du nombre de Mach ne pose pas de gros problèmes techniques, dès lors que l'on ne vise pas le nombre hypersonique, puisque notre domaine est le domaine des vitesses subsoniques.

Pour le nombre de Reynolds : c'est une source de difficultés expérimentales.

La conservation de  $\rho$  et  $\mu$  dans l'écoulement subsonique implique la conservation du produit (vitesse. Dimension). Cela n'est réalisable que dans le cas d'aéronefs très lents pour lesquels l'augmentation de vitesse peut compenser la réduction des dimensions, sans toutefois entamer le domaine compressible.

C'est pourquoi dans notre soufflerie la similitude de Reynolds est quelque peu bafouée sans que les résultats fournis soient pour autant dépourvus d'intérêt, cela pour plusieurs raisons :

- a) il est essentiel que la soufflerie et le vol se trouvent du même côté de nombre de Reynolds critique, ce qui conduit à des valeurs minimales de l'ordre de  $2 \cdot 10^6$  pour les nombres de Reynolds calculés avec les plus petites cordes des ailes d'avion.
- b) Bien que la turbulence d'une soufflerie ne soit pas souhaitable, elle favorise la transition des couches limites et les rapproche des conditions de vol.
- c) On utilise souvent des souffleries pour déclencher la transition de la couche limite sous forme de rugosités bidimensionnelles ou tridimensionnelles.
- d) Dans une première approche, pour des raisons économiques, il est fréquent de faire l'impasse sur la similitude de Reynolds, sachant que la viscosité ne modifiera pas le classement des solutions comparés dans des conditions identiques. Les meilleurs configurations ainsi sélectionnées font ensuite l'objet d'essais plus onéreux respectant les conditions de similitude.

Pour respecter donc les conditions génératrices du nombre de Reynolds  $Re$  et le nombre de Mach  $M_0$  dans la veine expérimentale, en augmentant  $P_i$ , la pressurisation fournit un gain important sur  $R$ , en conservant le nombre de Mach. Par contre, les efforts sur les maquettes, proportionnelles à  $\rho v^2$ , et la puissance à installer subissent le même accroissement que le nombre de Reynolds [94-99].

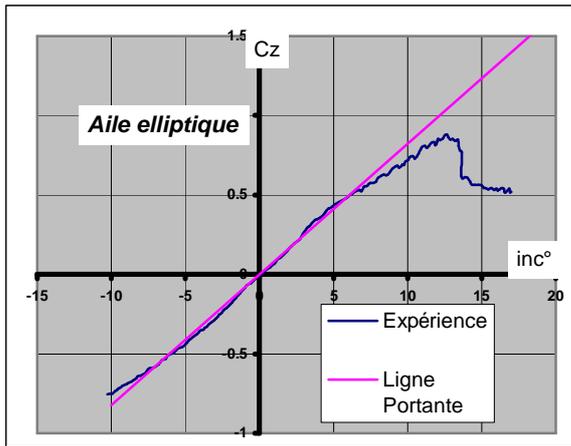


figure5:portance de l'aile rectangulaire

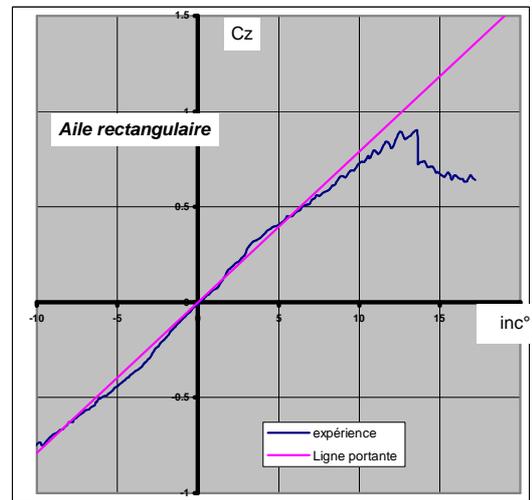


figure6 : portance de l'aile elliptique

$$C_z = f(Inc)$$

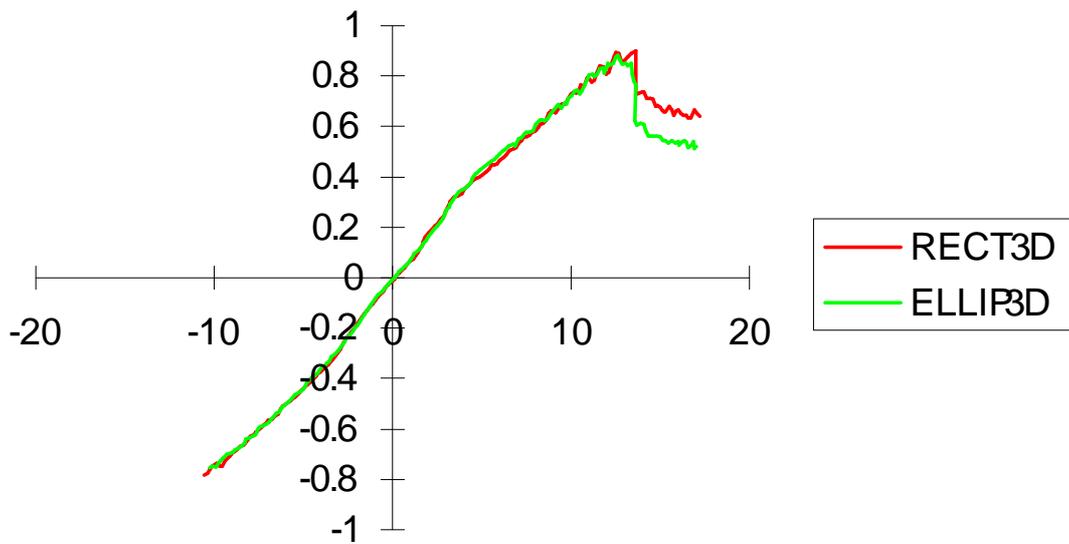


Figure 7 comparaison de portance entre l'aile rectangulaire et l'aile elliptique(résultats expérimentaux)

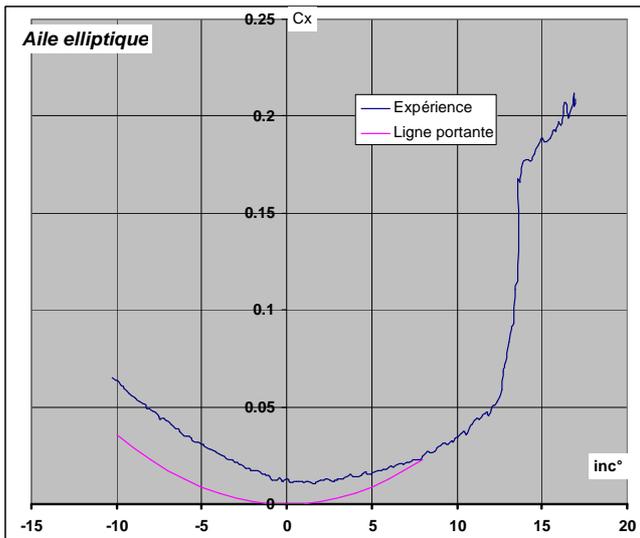


figure8 :traînée de l'aile elliptique

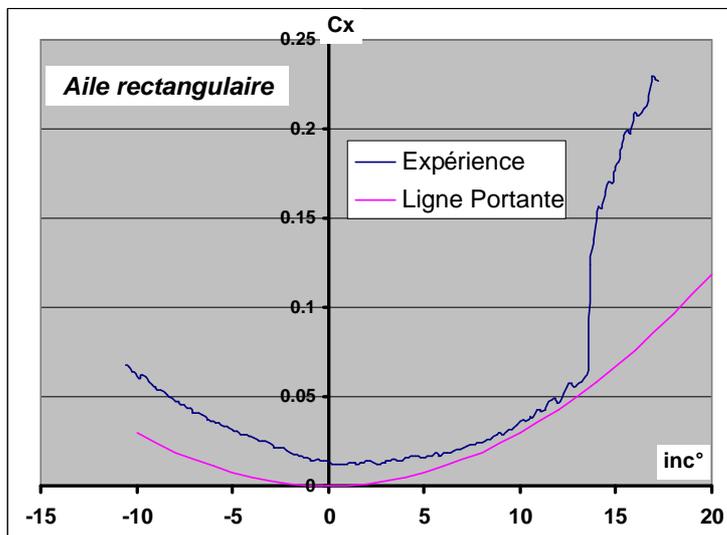


figure9 :traînée de l'aile rectangulaire

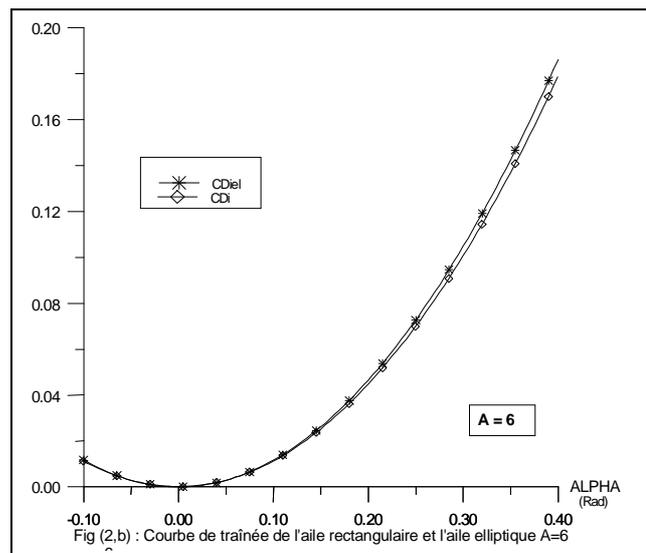
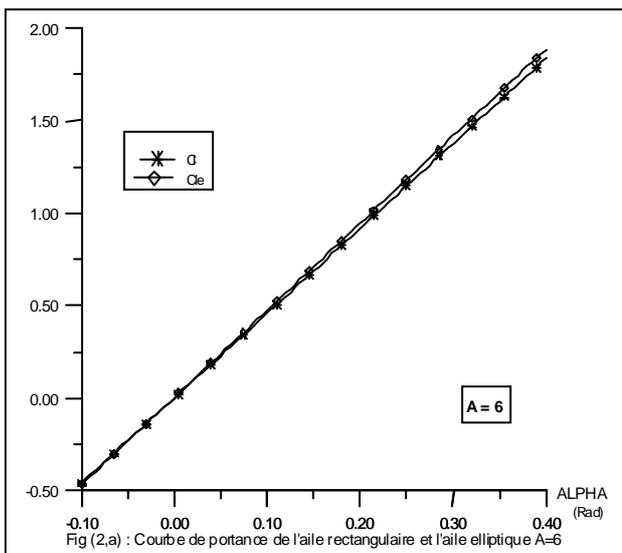


Figure10 :aérodynamiques de l'aile rectangulaire et l'aile elliptique (numériques)

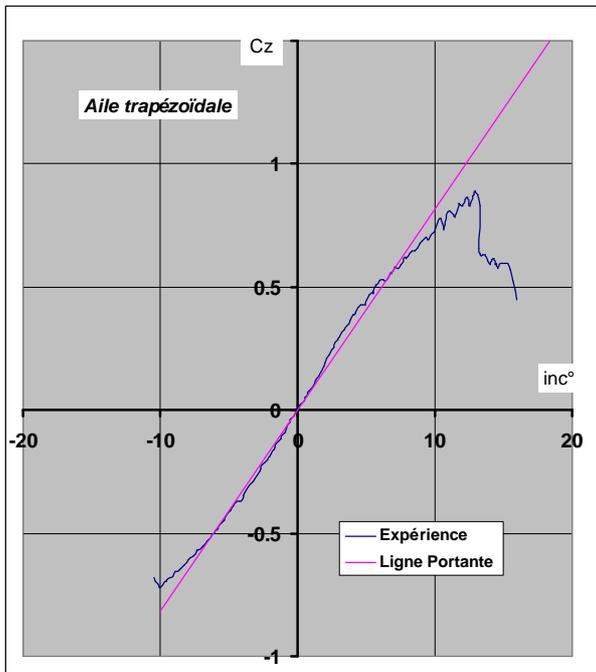


figure11 : portance de l'aile trapézoïdale

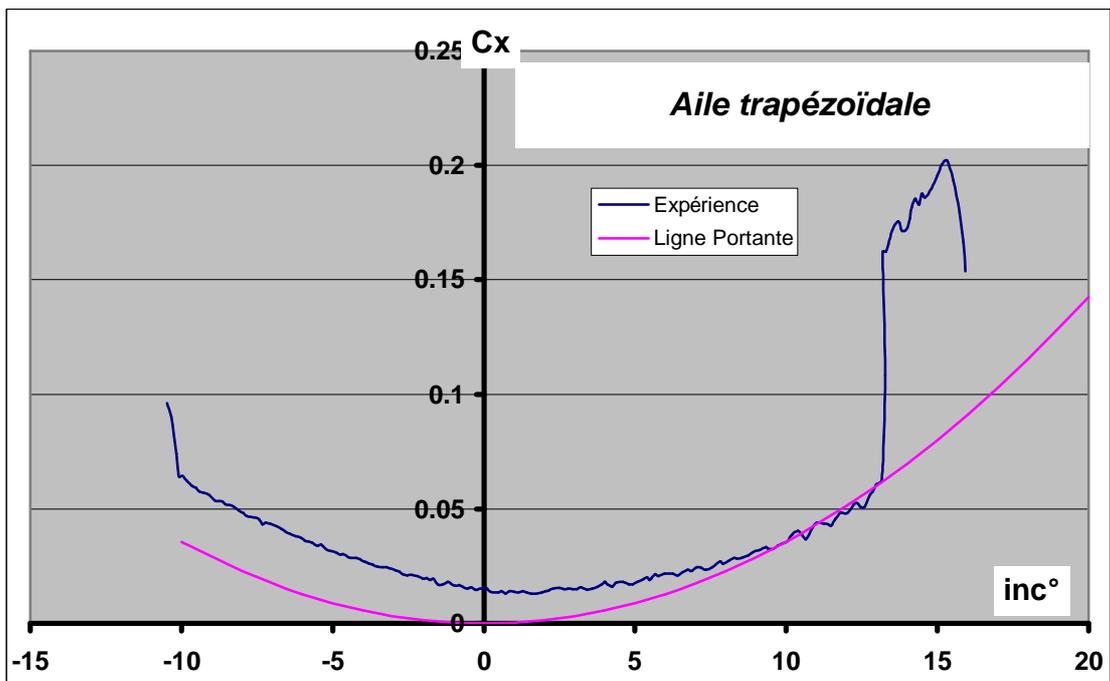


figure 12 : traînée de l'aile trapézoïdale

$$C_z = f(\text{Inc})$$

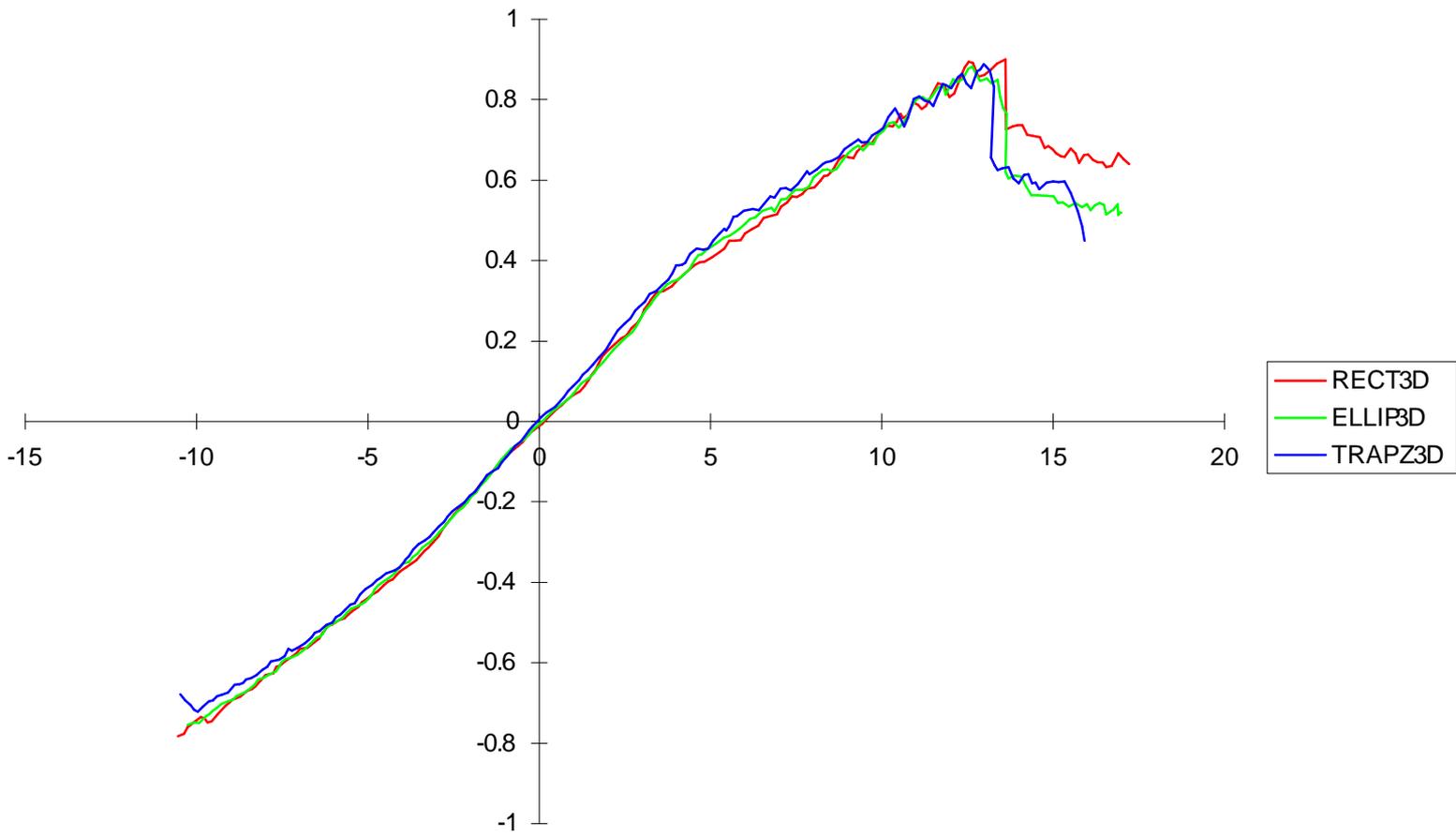


figure 13 :comparaison de portance entre l'aile rectangulaire, elliptique et trapézoïdale

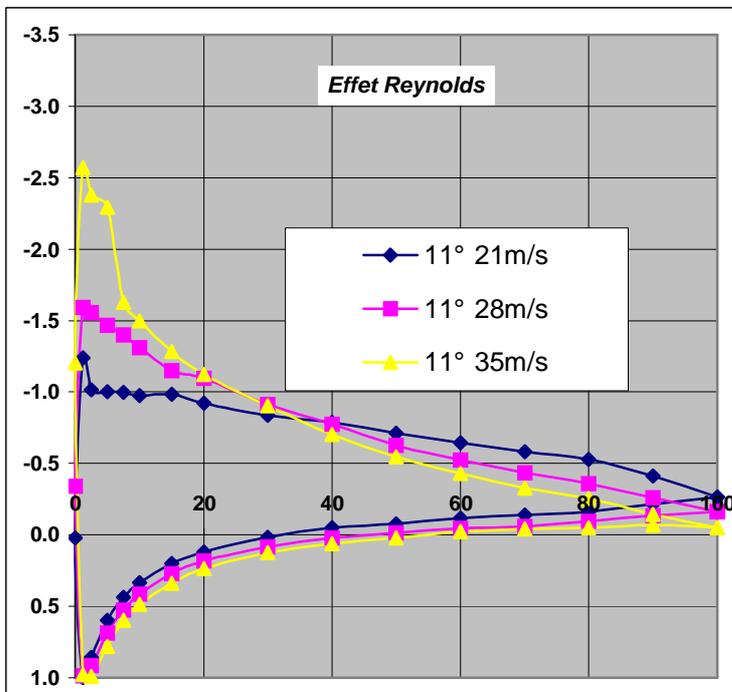


figure 14 l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour l'incidence  $11^\circ$

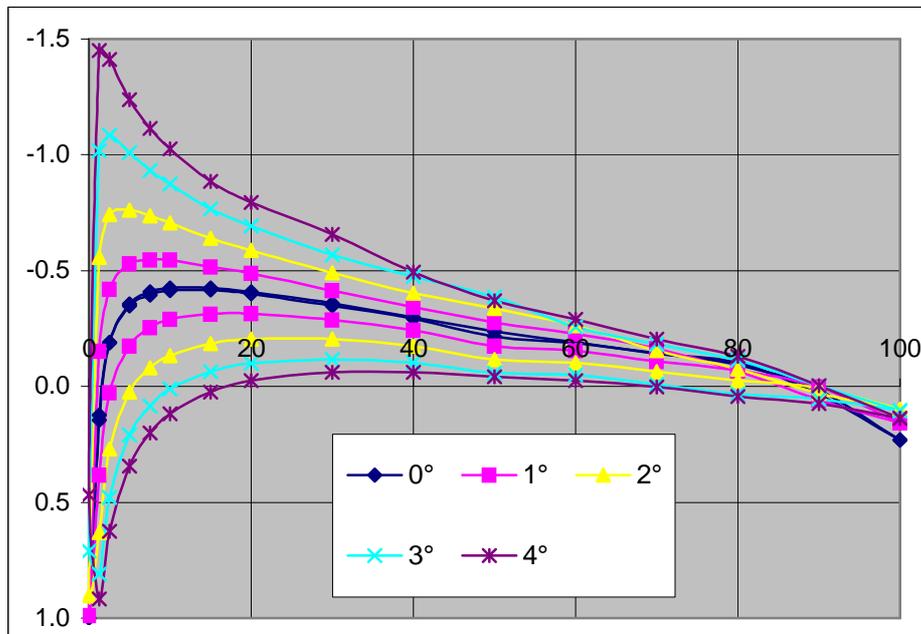


figure 15 l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour les faibles incidences  $\alpha$  pour une vitesse du vent égale à 30m/s.

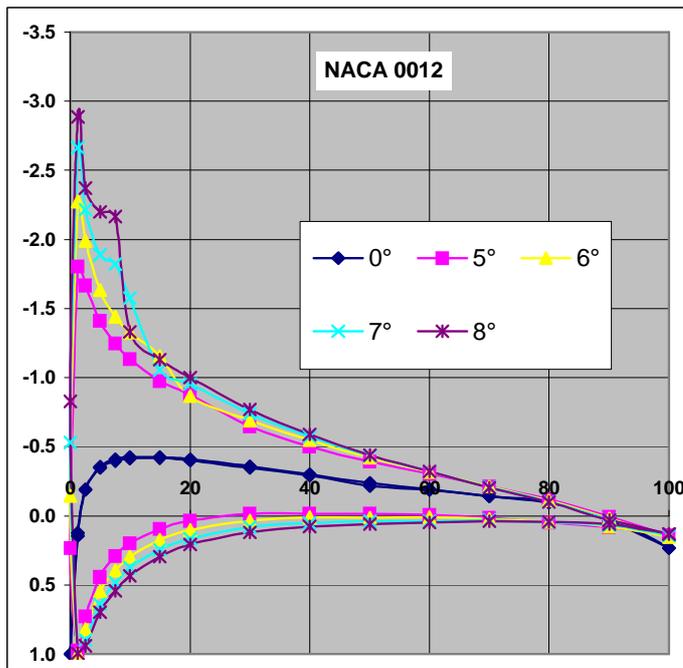


figure 16 l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour les incidences moyennes à une vitesse du vent égale à 30m/s .

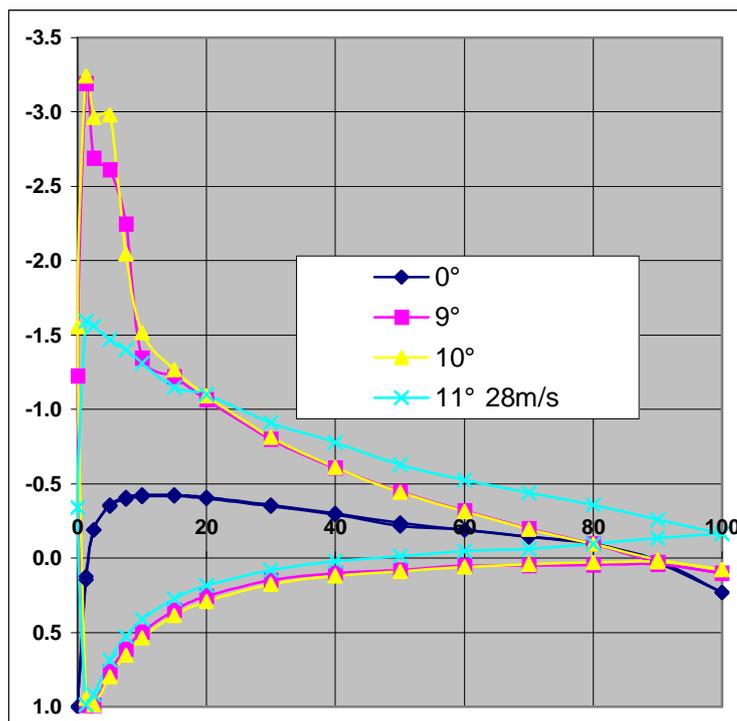


figure 17 l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 0012 pour les plus grandes incidences à une vitesse du vent égale à 28m/s .

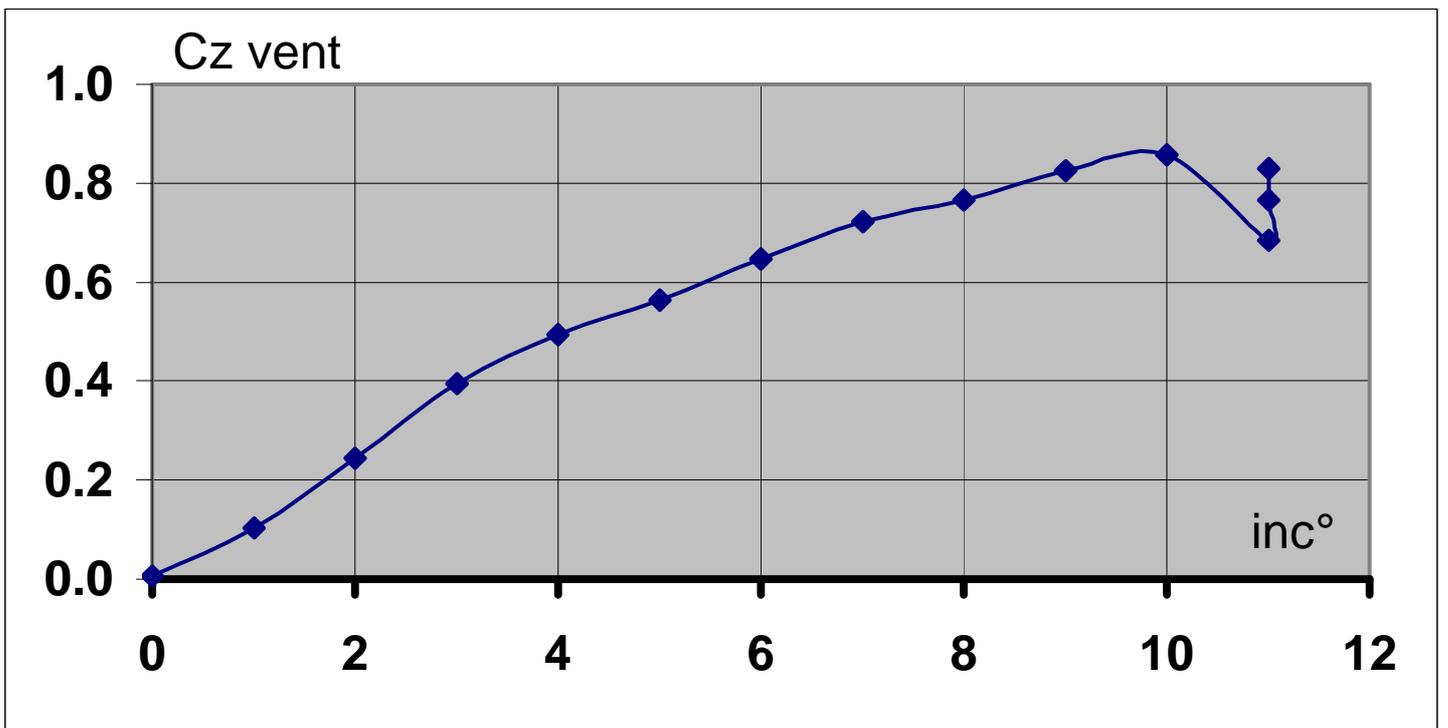


Figure 18 coefficient de portance du profil NACA 0012 en fonction de l'incidence .

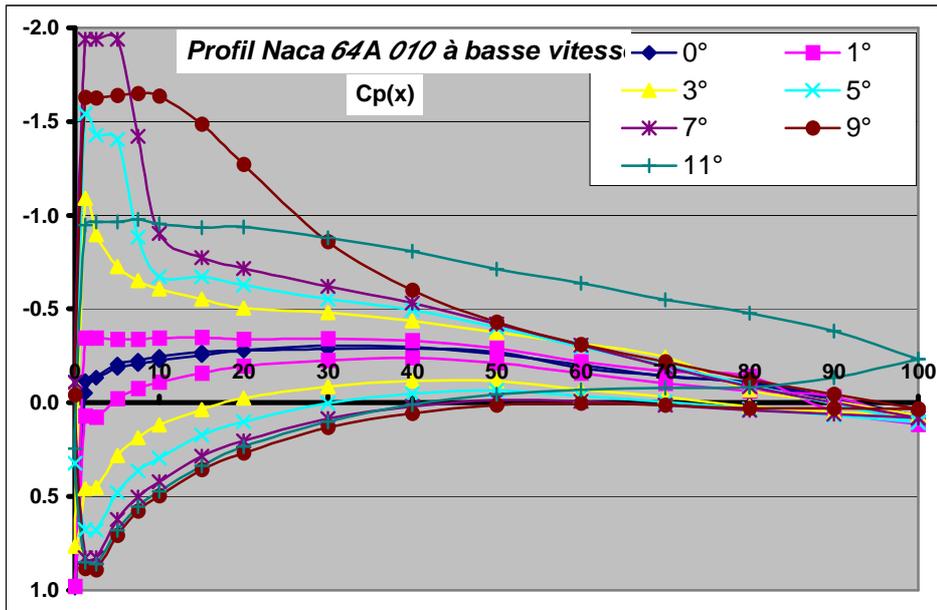


Figure 19 l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 64 A 010 pour les faibles incidences impaires  $\alpha$  pour une vitesse du vent égale à 30m/s.

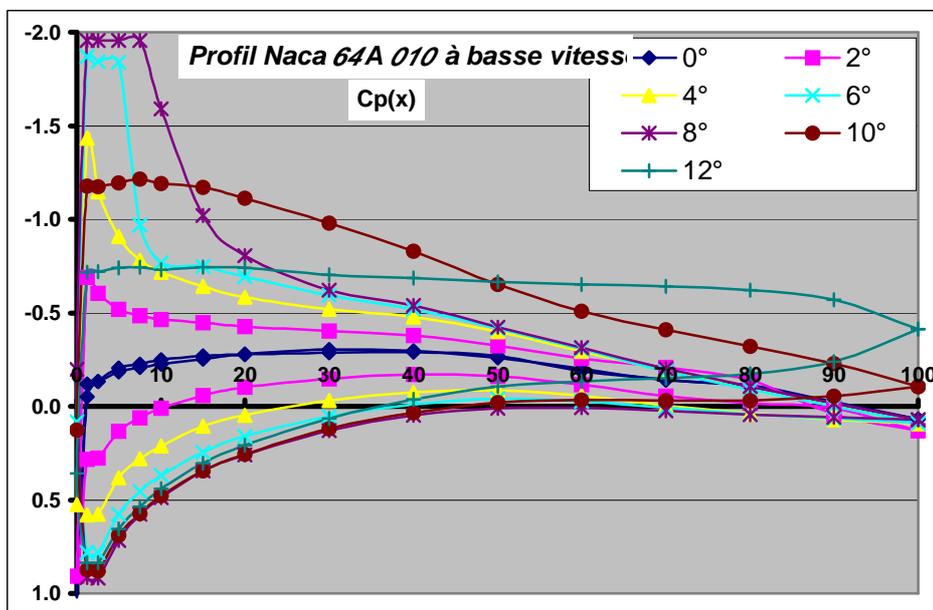


Figure 20 l'évolution du coefficient de pression  $c_p$  sur le profil d'aile d'envergure infini NACA 64 A 010 pour les faibles incidences paires  $\alpha$  pour une vitesse du vent égale à 30m/s.

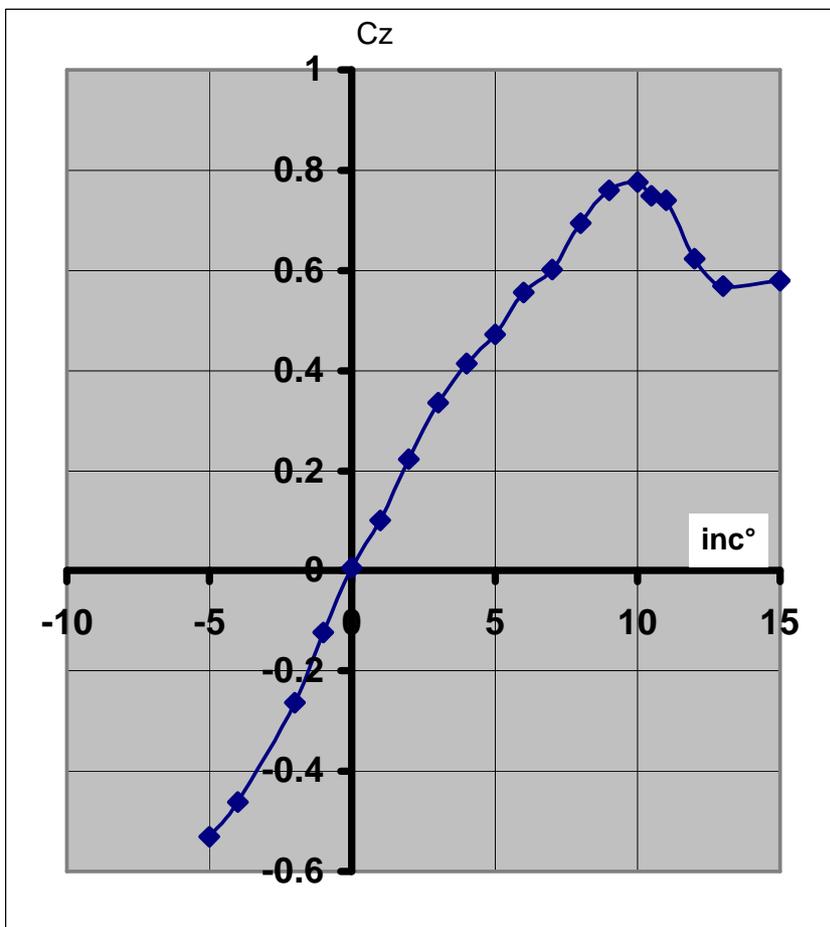


Figure 21 coefficient de pression du profil NACA 64 A 010 en fonction de l'incidence

## **CHAPITRE VI**

*Description de la couche limite laminaire autour des profils d'ailes d'avion*

## CHAPITRE VI

### Description de la couche limite laminaire autour des profils d'ailes d'avion

#### Introduction

En fluide réel qui est visqueux [85], l'écoulement se sépare de l'aile en S pour former un sillage, les forces de pression  $F_2$  n'équilibrent plus les forces  $F_1$ . Il apparaît une résistance de forme

En réalité, c'est cette épaisseur qui empêche les forces de pression à l'arrière du profil d'équilibrer (et cela parallèlement à la vitesse) les forces de pression qui s'exercent à l'amont du profil, ou bien entendu il n'y a pas de sillage. Les forces de pression en amont et en aval comme elles ne s'équilibrent plus, produisent une résistance dite de forme (ou de sillage) et dont la viscosité de l'air est par conséquent la cause.

Aux vitesses usuelles en aviation, les forces de frottement des molécules d'air les unes sur les autres sont négligeables sauf dans une couche mince située au voisinage de l'aile, nommée couche limite, et dont la genèse physique est la suivante :

Lorsqu'un profil d'aile supposé immobile est plongé dans un écoulement aérodynamique des molécules d'air adhèrent à ses parois, et leur vitesse est nulle, par contre au fur et à mesure que l'on s'écarte de la paroi, la vitesse des molécules croît jusqu'à atteindre la vitesse de l'écoulement extérieur. La couche mince où règne cette variation (gradient) de vitesse est constituée au voisinage du bord d'attaque par des lames de fluide sensiblement parallèles, on l'appelle **couche limite laminaire** [86] qu'on va décrire par le **problème de Blasius** qui va être résolu par la méthode du **prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur**.

Si on considère le problème de Blasius. Un frottement entre ces lames se produit à partir d'un certain point de transition, dont la position dépend de plusieurs facteurs (forme du profil, angle d'attaque, turbulence de l'air, ...etc.).

La couche limite devient turbulente d'après la figure 1 en augmentant brusquement d'épaisseur, elle est le siège d'un brassage énergétique des molécules d'air provoque un accroissement considérable des forces de frottement siège de la traînée de frottement [87].

#### 6.1 Effets visqueux sur l'écoulement autour des profils

En effet, au moins pour les avions de transport, l'objectif visé lors du dessin d'un profil d'aile est d'obtenir une forte portance avec une traînée faible. Ces buts sont atteints en utilisant des corps profilés relativement minces [88,89].

Dans les conditions de croisière, les phénomènes de décollement sont évités. Car, outre leur effet préjudiciable sur les performances, ils peuvent entraîner par l'in stationnarité qui les accompagne, des vibrations de la structure [90-99].

D'après nos expériences qui ont été réalisées dans le laboratoire d'aérodynamique de l'E.N.S.A.E sur les différents profils d'aile NACA dans la veine de l'une des souffleries subsoniques, et d'après le relevé des valeurs de la pression qui a été effectué à différentes incidences.

Les distributions de pressions ainsi obtenues le long du profil dans un fluide parfait on constate que :

A l'extrados, dans les conditions d'essais, la couche limite est laminaire près du bord d'attaque. Dans la région de forte re compression , une petite zone décollée (appelée bulbe de décollement) Entraîne la transition et la couche limite devient turbulente.

On s'intéresse surtout à la répartition de pression sur l'extrados du profil.

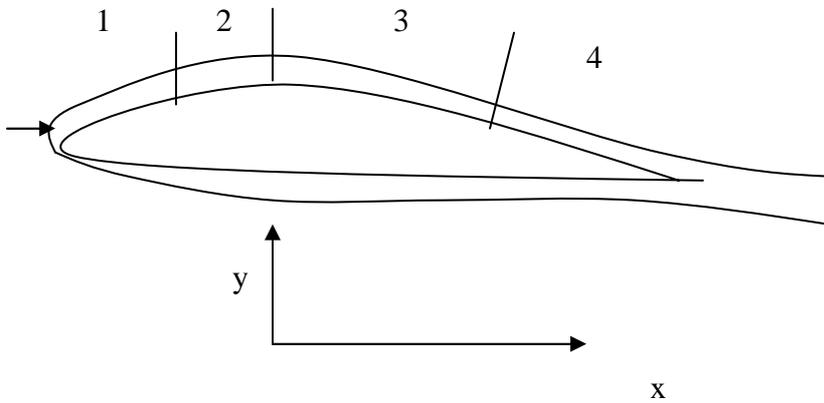
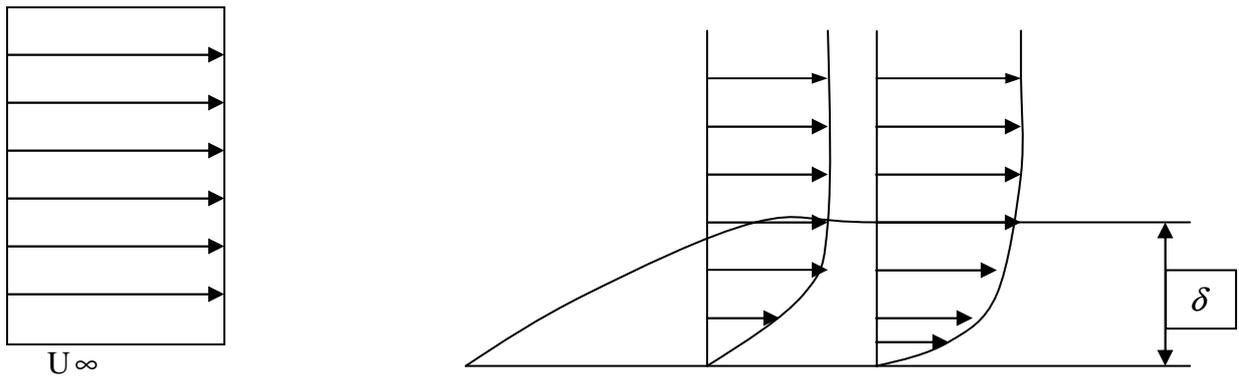
A faible incidence, jusqu'à  $\alpha = 8^\circ$  la couche limite est laminaire, au delà l'accord se dégrade et les écarts augmentent au fur et à mesure que croit l'incidence , on constate un décollement qui se forme près du bord de fuite du profil qui remonte vers le bord d'attaque.

D'après nos expériences plus fines avec des prises de pression resserrées près du bord de fuite, on constate que même aux incidences les plus faibles, la théorie du fluide parfait impose un point d'arrêt au bord de fuite. C'est là un effet fondamental de la viscosité de modifier fortement la répartition des pressions près du bord de fuite, ces profils sont conçus qu' aux faibles incidences, de telle façon que la résultante de pression est lente, ce qui permet d'éviter le décollement. Quand l'incidence croit, le gradient de pression longitudinal positif d'extrados s'intensifie et conduit au décollement. Les résultats théoriques et expérimentaux s'écartent et la théorie surestime sensiblement les performances du profil .

Expérimentalement, la portance croit moins vite avec l'incidence. De plus, l'expérience indique une augmentation de traînée très forte aux incidences élevées [46].

Enfin quand le décollement rejoint la région du bord d'attaque, la pression est presque constante sur toute l'extrados [100]. La portance a chuté notablement et la traînée a augmenté fortement ce qui fait que le régime du décrochage est atteint [101-104].

**. Equations de la couche limite laminaire (Problème de Blasius)**



- 1 : couche limite laminaire
- 2 : zone de transition
- 3 : couche limite turbulente
- 4 : décollement

**figure 1 : Description de la couche limite laminaire autour du profil**

Si on considère de Blasius d'après la figure 1 dans lequel une plaque plane du profil est placée dans et parallèlement à un fluide, ou placée dans un courant uniforme.

Le fluide passe de une vitesse  $U_{\infty} = \text{Constantes}$  et une viscosité  $\nu$

En mouvement laminaire, permanent, incompressible, les équations de mouvement et l'équation de quantité de mouvement de PRANDTL s'écrivent d'après [ 4,5 ] :

$$u \cdot \frac{\partial U}{\partial x} + v \cdot \frac{\partial U}{\partial y} = \nu \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Les conditions aux limites sont :

$$y = 0 : U = V = 0$$

$$y = \infty : U = U_{\infty} \quad (1)$$

En enduisant les variables :

$$\tau = y \cdot \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \quad (\text{variable sans dimension})$$

et la fonction de courant  $\psi = \sqrt{\nu \cdot x \cdot U_\infty} \cdot f(\tau)$ , sachant que :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \sqrt{\nu \cdot x \cdot U_\infty} \frac{\partial f}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} = U_\infty \cdot f'$$

$$V = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} (\sqrt{\nu \cdot x \cdot U_\infty} \cdot f(\tau)) = \frac{1}{2} \tau f' \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}} - \frac{1}{2} f(\tau) \cdot \sqrt{\frac{\nu \cdot U_\infty}{x}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}} [\tau f' - f]$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} = U_\infty \cdot f'' \cdot \frac{\partial \tau}{\partial x} = -\frac{U_\infty}{2x} \tau \cdot f''$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = U_\infty \cdot f'' \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} = U_\infty \cdot f'' \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu \cdot x}} = \frac{U_\infty \cdot f'' \cdot \tau}{y}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = U_\infty \cdot \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu \cdot x}} \cdot f''' \cdot \frac{\partial \tau}{\partial y} = U_\infty \cdot \frac{\tau^2}{y^2} \cdot f'''$$

L'équation de quantité de mouvement devient :

$$(U_\infty \cdot f') \left( -\frac{U_\infty}{2x} \cdot \tau \cdot f'' \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\nu U_\infty}{x}} (\tau f' - f) \cdot \left( \frac{U_\infty \cdot f'' \cdot \tau}{y} \right) = \nu \cdot U_\infty \cdot \frac{\tau^2}{y^2} \cdot f''' \quad (2)$$

$y = \infty$  on a  $U = U_\infty$  or :

$$\left. \begin{array}{l} U = U_\infty \cdot f' = U_\infty \\ \tau = y \cdot \sqrt{\frac{U_\infty}{\nu x}} \\ \lim_{Y \rightarrow \infty} \tau = \infty \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \tau \rightarrow \infty \\ f' \rightarrow 1 \end{array} \quad (3)$$

A partir des équations (1), (2) et (3), on déduit l'équation différentielle du troisième ordre :

$$2f''' + ff'' = 0 \quad (4)$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$\tau = 0, \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0$$

$$\tau \rightarrow \infty, \quad f'(\tau) \rightarrow 1$$

L'équation (4) est dite l'équation différentielle du problème de Blasius.

A partir de la fonction  $f$  qui est la fonction de courant non dimensionnel.

$\left( f = \frac{\Psi}{\sqrt{\nu \cdot x \cdot U_\infty}} \right)$  et qui sera déterminée selon la résolution de l'équation différentielle du troisième

ordre avec les conditions aux limites, on pourra alors prédire, les vitesses non dimensionnelles  $U$  et  $V$  qui sont données par les relations suivantes :

$$U = \frac{U}{U_\infty} = \frac{U_\infty \cdot f'}{U_\infty} = f' \quad (5)$$

$$V = \frac{v}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{v \cdot U_{\infty}}{x}}} = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{v \cdot U_{\infty}}{x}} (\tau f' - f)}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{v \cdot U_{\infty}}{x}}} = \tau f' - f \quad (6)$$

le tableau n°1 donne la solution de Blasius, qui présente la distribution de la vitesse longitudinale en fonction de la distance à la paroi. La solution de Blasius donne encore la distribution de la vitesse verticale. On remarque que lorsque  $\eta$  augmente, elle devient constante.

$\eta$	$f$	$f'$	$f''$
0	0	0	0.332
0.2	0.00664	0.0664	0.332
0.4	0.0266	0.133	0.331
0.6	0.0597	0.199	0.330
0.8	0.106	0.265	0.327
1	0.166	0.330	0.323
1.4	0.323	0.456	0.308
1.8	0.530	0.575	0.283
2.2	0.781	0.681	0.248
2.6	1.072	0.772	0.206
3	1.397	0.846	0.161
3.4	1.747	0.902	0.118
3.8	2.116	0.941	0.080
4.2	2.498	0.967	0.051
4.6	2.888	0.983	0.029
5	3.283	0.991	0.016
5.4	3.681	0.996	0.008
5.8	4.080	0.998	0.004
6.2	4.479	0.999	0.001
6.7	4.879	1.000	0.000
7	5.279	1.000	0.000

### Caractéristiques de la solution de la solution de BLASIUS

#### 6.2. Méthodes de résolution de l'équation différentielle de Blasius :

Selon l'équation différentielle de Blasius

$$2f''' + ff'' = 0$$

avec les conditions aux limites qui sont :

$$\text{pour : } \begin{aligned} \tau=0, & \quad f=0 \text{ et } f'=0 \\ \tau=\infty, & \quad f' \rightarrow 1 \end{aligned}$$

La résolution de cette équation a été effectuée par Blasius en 1908 à l'aide d'un développement en série de la fonction  $f$ .

Cependant 
$$f(\tau) = \frac{A\tau^2}{2!} - \frac{A^2\tau^5}{5!} + 11\frac{A^3\tau^8}{8!} + \dots \quad (7)$$

- la solution analytique de cette équation ( $2f'''' + ff'' = 0$ ) est entièrement ennuyeuse, pour cela, on utilise la fameuse méthode numérique qui est celle du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur[70].

### 6.3 Procédure de résolution du problème posé :

$2f'''' + ff'' = 0$  (équation différentielle non linéaire du troisième ordre)

On transforme , cette équation en un système de trois équations du premier ordre

Posons :

$$g_1 = f, \quad g_2 = f', \quad \text{et} \quad g_3 = f''$$

En substituant dans l'équation de Blasius on aura :

$$\frac{dg_3}{d\tau} = -\frac{1}{2}g_1 \cdot g_3 \quad (8)$$

Avec les conditions aux limites suivantes :

$$\text{Pour } \tau = 0, \quad g_1 = 0, \quad g_2 = 0 \text{ et pour } \tau = \infty \quad g_2 = 1$$

On transforme le problème avec conditions aux limites a un problème à conditions initiales de la manière suivante :

$$\frac{dg_1}{d\tau} = g_2, \quad g_1(0) = 0 \text{ et } \frac{dg_3}{d\tau} = -\frac{1}{2}g_1 g_3$$

$$g_2(0) = 0, \quad g_3(0) = ?$$

On cherche la valeur de  $g_3$  pour  $\tau = 0$  (qui est le problème posé)

sachant que  $g_2 = 1$  pour  $\tau = \infty$  on transforme la condition aux limites à une condition initiale.

Pour cela on utilise la méthode du TIR qui est discutée dans la référence [70] pour la résolution qui n'est pas du tout semblable à la méthode du tir pour les équations différentielles non linéaires qui n'est pas du tout semblable à la méthode du tir pour les équations différentielles linéaires puis résout l'équation différentielle par la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur.

Partant de la méthode du tir pour les équations différentielles non linéaires pour déterminer  $g_3(0)$ , cette procédure est itérative ( la détermination de  $g_3(0)$  se fait pour n itérations (ou n fois) ).

Cependant la résolution de l'équation de Blasius se fait également pour

n itérations pour chaque itération on trouve une valeur de  $g_3(0)$  et par suite une valeur pour la solution de l'équation de Blasius

On commence avec deux limites arbitraires

On a  $g_3(0)_{\text{Left}}$  et  $g_3(0)_{\text{Right}}$

$$g_3(0)_{\text{Left}} = g_3^L, \quad g_3(0)_{\text{Right}} = g_3^R \text{ et } g_3(0) = g_3^0$$

d'après la méthode de la bisection qui figure d'après la référence [6] :

$$g_3 0 = \frac{g_3 L + g_3 R}{2} \tag{9}$$

Pour chaque limite  $g_3 L$  et  $g_3 R$  à une itération près cette condition initiale doit vérifier la condition

$$g_2 (\tau_{\max}) \longrightarrow 1$$

Si  $g_2 (\tau_{\max})$  dépasse 1 : ( C'est a dire le choix  $g_3 0$  n'est pas convenable) dans La prochaine itération :

$g_3 R = g_3 0$  (calculée à l'itération précédente :

$g_3 L$  (demeure inchangée) c'est à dire :  $g_3 L = g_3 L$  de l'itération précédente et toujours avec la méthode de la bisection , on détermine la valeur de  $g_3 0$  pour la nouvelle itération

- Cependant si  $g_2 (\tau_{\max}) \leq 1$  , à la prochaine itération , on procède de la manière suivante :  $g_3 L = g_3 0$  ( de l'itération précédente)

$g_3 R$  (demeure inchangée) c'est à dire  $g_3 R = g_3 R$  (de l'itération précédente) et toujours avec la méthode de la bisection on détermine la valeur de  $g_3 0$  pour la nouvelle itération .

Maintenant selon le choix , la résolution de l'équation différentielle de Blasius se fait à l'aide de la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur

- sachant qu'on a transformé l'équation différentielle non linéaire du troisième ordre en un système de trois équations du premier ordre :

$$g_1 = f, \frac{dg_1}{d\tau} = g_2 \quad \text{avec} \quad g_1(0) = 0$$

d'où  $2g_2'' + g_1 g_2' = 0$  (1') (l'équation différentielle non linéaire du deuxième ordre)

$$\frac{dg_2}{d\tau} = g_3 \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{dg_3}{d\tau} + \frac{1}{2} g_1 g_3 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{ou} \quad \frac{dg_3}{d\tau} = -\frac{1}{2} g_1 g_3$$

$$\text{avec} \quad g_3(0) = g_3 0.$$

$$\text{en vérifiant que} \quad g_2 (\tau_{\max}) = 1$$

L'application de la méthode de prédicteur correcteur d'Adams avec estimation de l'erreur permet de déterminer  $g_1, g_2$  et  $g_3$  pour les différents points de l'intervalle  $[\tau_5, \tau_{\max}]$

- L'explication de la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur est donnée par la référence [ 7 ]

Pour les quatre premiers points  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4$  la détermination de  $g_1, g_2$  et  $g_3$  pour les valeurs sera donnée par la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 .

La méthode de Runge Kutta d'ordre 4 sera également expliquée par la référence

[8]. (10)

Partant de la définition de Runge Kutta pour une équation du premier ordre, et on l'applique pour une équation différentielle non linéaire du second ordre sachant que  $h$  est le pas, on essaye d'évaluer les quatre premières valeurs de  $g_1, g_2$  et  $g_3$  l'équation étant transformée en un système de trois équations du premier ordre chacune avec sa condition initiale tel que  $[(6)_{(1)}]$ ;

$$\text{EQU1} = \frac{d g_1}{d \tau} = g'_1 = g_2 \quad \text{avec} \quad g_1(0) = 0$$

$$\text{EQU2} = \frac{d g_2}{d \tau} = g'_2 = g_3(\tau, g_1, g_2) \quad \text{avec} \quad g_2(0) = 0$$

$$\text{EQU3} = \frac{d g_3}{d \tau} = F(\tau, g_1, g_2, g_3) \quad \text{avec} \quad g_3(0) = g_3 0$$

$$h = \frac{\tau_{\max} - 0}{N} \quad (N \text{ est le nombre d'approximation}) \cdot \text{pour } i = 1, 2, 3, 4, \quad \text{on a :}$$

$$k_{11} = h \cdot g_2(i-1)$$

$$k_{12} = h \cdot g_3(\tau_{i-1}, g_{1 i-1}, g_{2 i-1}) = h \cdot g_{3_{i-1}}$$

$$k_{13} = h \cdot F(\tau_{i-1}, g_{1 i-1}, g_{2 i-1}, g_{3 i-1})$$

$$= h \left( -\frac{1}{2} g_{1_{i-1}} \cdot g_{2_{i-1}} \right)$$

$$K_{21} = h \cdot (g_{2_{i-1}} + \frac{1}{2} k_{12})$$

$$K_{22} = h \cdot (g_{3_{i-1}} + \frac{1}{2} k_{13})$$

$$K_{23} = h \cdot F\left(\tau_{i-1} + \frac{h}{2}, g_{1 i-1} + \frac{k_{11}}{2}, g_{2_{i-1}} + \frac{k_{12}}{2}, g_{3_{i-1}} + \frac{k_{13}}{2}\right)$$

$$= h \left( -\frac{1}{2} \left( g_{1_{i-1}} + \frac{k_{11}}{2} \right) \cdot \left( g_{2_{i-1}} + \frac{k_{12}}{2} \right) \right)$$

$$= -\frac{1}{2} h \left( g_{1_{i-1}} + \frac{k_{11}}{2} \right) \cdot \left( g_{2_{i-1}} + \frac{k_{12}}{2} \right)$$

$$k_{31} = h \cdot \left( g_{2_{i-1}} + \frac{k_{22}}{2} \right) \tag{12}$$

$$k_{32} = h \cdot \left( g_{3_{i-1}} + \frac{k_{23}}{2} \right)$$

$$k_{33} = h \cdot F\left(\tau_{i-1} + \frac{h}{2}, g_{1 i-1} + \frac{k_{21}}{2}, g_{2_{i-1}} + \frac{k_{22}}{2}, g_{3_{i-1}} + \frac{k_{23}}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{2} h \left( g_{1_{i-1}} + \frac{k_{21}}{2} \right) \cdot \left( g_{2_{i-1}} + \frac{k_{22}}{2} \right)$$

$$\begin{aligned}
k_{41} &= h \cdot \left( g_{2_{i-1}} + k_{32} \right) \\
k_{42} &= h \cdot \left( g_{3_{i-1}} + k_{33} \right) \\
k_{43} &= h \cdot F \left( \tau_{i-1} + h, g_{1_{i-1}} + k_{31}, g_{2_{i-1}} + k_{32}, g_{3_{i-1}} + k_{33} \right) \\
&= -\frac{1}{2} h \left( g_{1_{i-1}} + k_{31} \right) \cdot \left( g_{2_{i-1}} + k_{32} \right)
\end{aligned}
\tag{13}$$

finalement on a :

$$\begin{aligned}
g_{1_i} &= g_{1_{i-1}} + (k_{11} + 2k_{21} + 2k_{31} + k_{41}) / 6 \\
g_{2_i} &= g_{2_{i-1}} + (k_{11} + 2k_{22} + 2k_{32} + k_{42}) / 6 \\
g_{3_i} &= g_{3_{i-1}} + (k_{13} + 2k_{23} + 2k_{33} + k_{43}) / 6
\end{aligned}
\tag{14}$$

pour  $i = 1, 2, 3, 4$

pour  $i \geq 5$ , on utilise la méthode du prédicteur correcteur d'Adams à pas multiples.

Une explication et une démonstration détaillée de cette méthode est donnée par la référence [8]

Partons de cette extrapolation et essayons de résoudre notre système d'équations différentielles

du premier ordre pour  $i \geq 5$

$$\begin{aligned}
\frac{dg_1}{d\tau} &= g_2 \dots\dots\dots \text{Equ1}' \\
\frac{dg_2}{d\tau} &= g_3 \dots\dots\dots \text{Equ2}' \\
\frac{dg_3}{d\tau} &= -\frac{1}{2} g_1 \cdot g_3 = F(\tau, g_1, g_2) \dots\dots\dots \text{Equ3}'
\end{aligned}$$

pour l'équation différentielle (1') on aura :

$$\begin{aligned}
g_{i+1}^P &= g_{1_i} + \frac{h}{24} \left[ 55g_2(\tau_i, g_{1_i}) - 59g_2(\tau_{i-1}, g_{1_{i-1}}) + 37g_2(\tau_{i-2}, g_{1_{i-2}}) - 9g_2(\tau_{i-3}, g_{1_{i-3}}) \right] \\
g_{i+1}^C &= g_{1_i} + \frac{h}{24} \left[ 9g_2(\tau_i, g_{1_{i+1}}^P) + 19g_2(\tau_i, g_{1_i}) - 5g_2(\tau_{i+1}, g_{1_{i-1}}^P) + g_2(\tau_{i-2}, g_{1_{i-2}}) \right]
\end{aligned}$$

$$g_{i+1}^{P, \text{exact}} = g_{i+1}^P + \frac{251}{270} \times \begin{pmatrix} C & P \\ g_{i+1} & g_{i+1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} C & P & C & P \\ g_{i+1} & g_{i+1} & g_i & g_i \end{matrix} = \begin{matrix} C & P \\ g_{i+1} & g_i \end{matrix}
\tag{15}$$

$$g_{i+1}^{P.exact} = g_{i+1}^P + \frac{251}{270} \times \left( g_{i+1}^C - g_{i+1}^P \right)$$

$$g_{i+1}^C = g_i^1 + \frac{h}{24} \times \left[ 9g_2(\tau_{i+1}, g_{i+1}^{P.exact}) + 19g_2(\tau_i, g_{li}) - 5g_2(\tau_{i-1}, g_{li-1}) + g_2(\tau_{i-2}, g_{li-2}) \right]$$

$$g_{i+1}^{C.exact} = g_{i+1}^{1.c} - \frac{19}{270} (g_{i+1}^C - g_{i+1}^P)$$

P : prédit, C : corrigé, P.exact : Prédit exact, C.exact : corrigé exact

On utilise la même procédure pour la détermination et le calcul des équations différentielle 2' et 3' d'ou' le calcul de G(2) et G(3)

Pour la détermination des vitesses non dimensionnelles U et V, après avoir effectuer la résolution du problème de Blasius, il est évident qu'à chaque itération et à chaque pas h, on évalue la valeur de  $g_1(\tau)$  et  $g_2(\tau)$  et par suite :

$$U = f' = g_2 \tag{16}$$

$$V = \tau f' - f = \tau g_2 - g_1 \tag{17}$$

#### 6.4 Réalisation de l'algorithme et du programme de notre problème :

Ce qui a été expliqué auparavant pour la réalisation de la solution du problème de Blasius va être exécuter selon un organigramme et par suite un programme écrit en langage Fortran .

#### 6.5 Discussion des résultats

Avant d'aborder cette discussion ,il est commode de signaler que la précision d'une solution repose sur le choix de la méthode , les équations posées et l'incrément h.

Le nombre d'itérations doit être assez grand pour que les résultats soient indépendants des fluctuations des erreurs d'arrondis et afin d'assurer aussi la convergence , le nombre d'itérations trouvé est au voisinage de 20.

L'incrément ,h doit être très petit puis que la méthode du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur converge pour un pas restreint ,aussi puisque pour un h grand engendre des nombres de Reynolds impressionnants c'est ce qui revient à une augmentation rapide de la vitesse, ce qui induit un régime turbulent ,alors que les suppositions prises sont pour un régime laminaire ,cet incrément est égal à 0,5%.

Les figures effectuées figures 2 et 3 représentent d'une façon critique l'évolution du profil de vitesse le long de la plaque en fonction de la coordonnée additionnelle  $\tau$  ainsi la vitesse est

minimale à la paroi, puis augmente jusqu'à la valeur asymptotique de l'écoulement libre, ceci est dû à l'effet de compensation entre les couches de la zone visqueuse

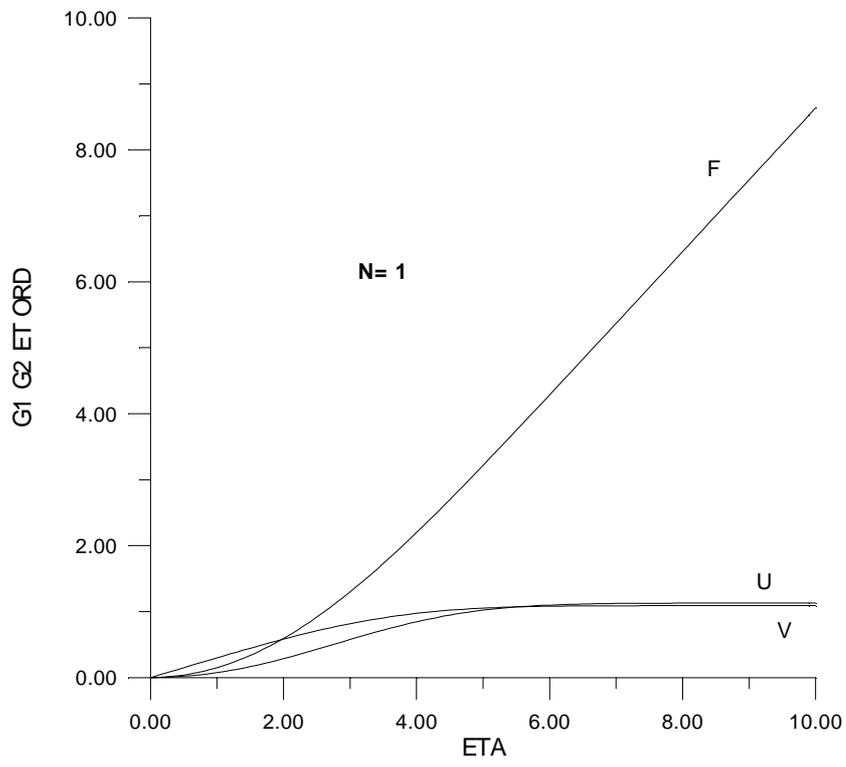
- Le succès de la méthode peut être examiné en constatant  $g_2(\tau_{\max})$  qui diffère de 1 ou qui s'approche de 1 pour la vingtième itération.

A propos de la vitesse non dimensionnelle  $v$  on constate aussi que à  $\tau = \tau_{\max}$  la valeur de  $v$  ne dépasse pas 1.

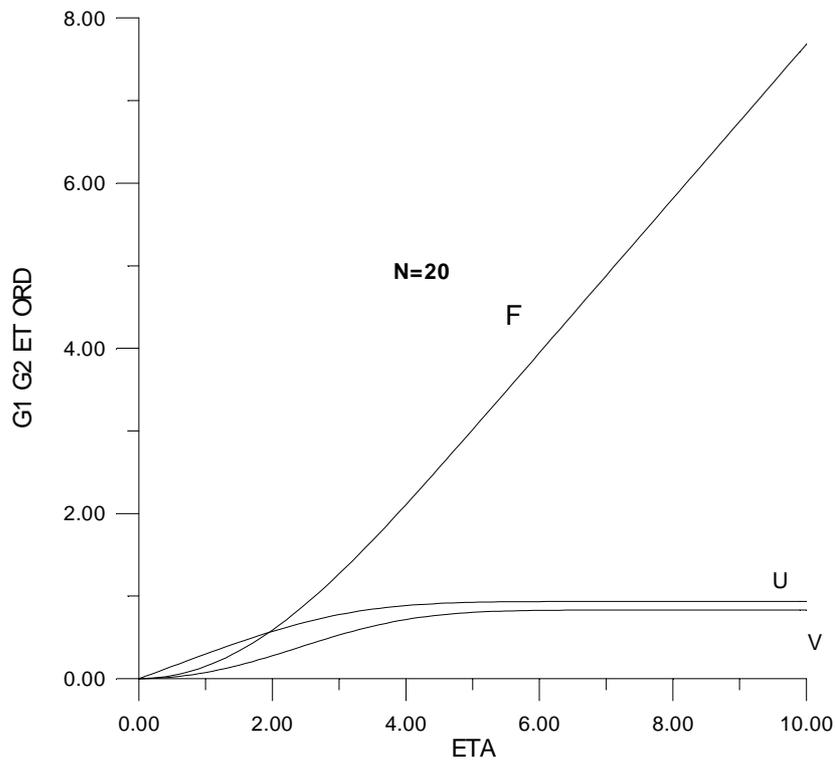
## 6.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons résolu, le problème de BLASIUS par une méthode numérique très exacte qui est celle du prédicteur correcteur avec estimation de l'erreur. On a pu mettre en valeur cette méthode dans le calcul des couches limites laminaires, cette laborieuse méthode nous aide à résoudre les équations différentielles du  $n$  ordre, non linéaires et avec des conditions aux limites qui est le cas de notre étude et de notre problème posé qui consistait à résoudre une équation différentielle non linéaire et ennuyeuse de l'ordre 3 avec des conditions aux limites, tout en élaborant par la suite un programme en langage fortran qui nous aide à calculer les vitesses non dimensionnelles  $u$  et  $v$ .

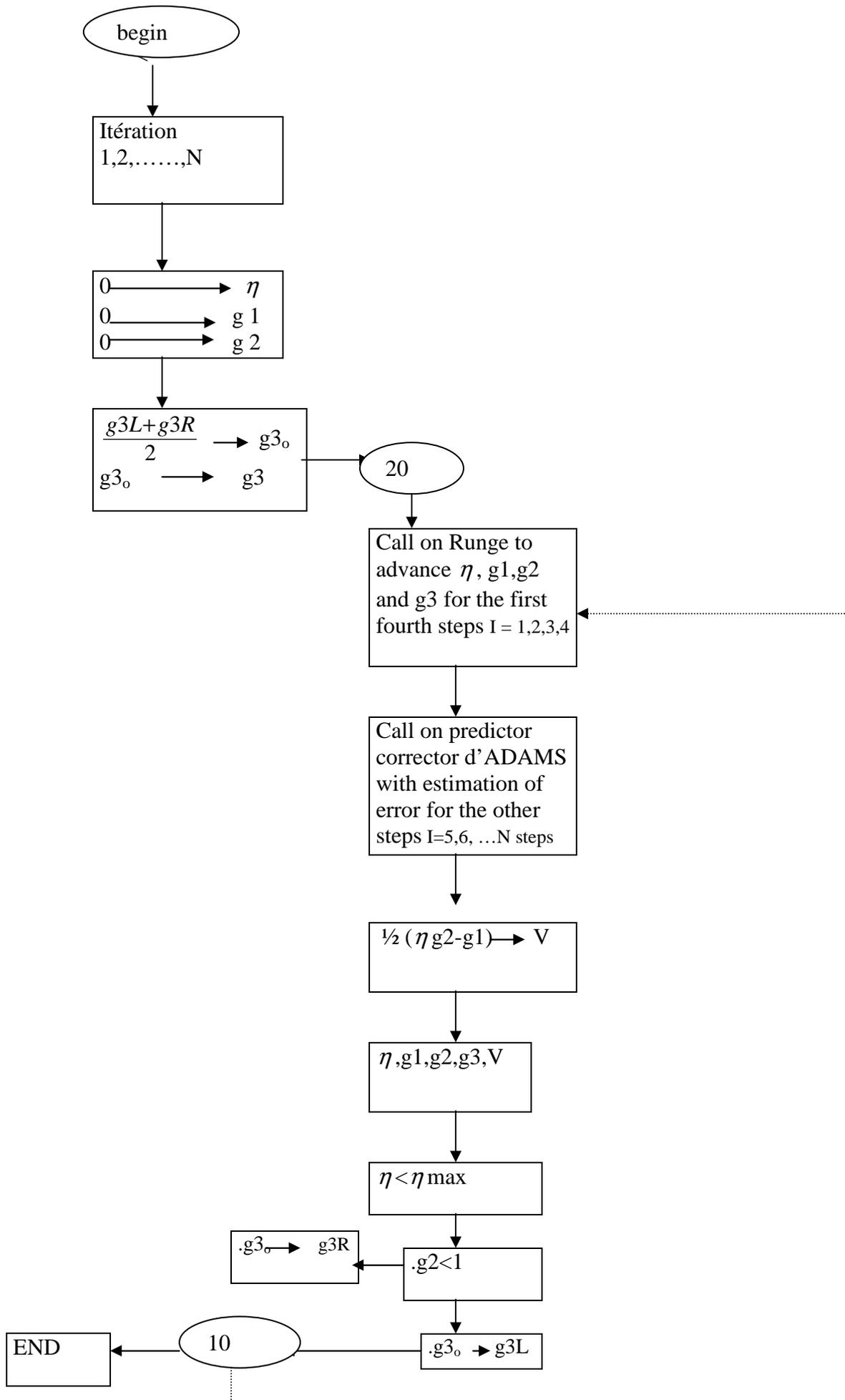
Le succès de cette méthode peut être examiné tout en vérifiant les conditions aux limites posées par le problème de BLASIUS, bien entendu on distingue la convergence de cette méthode.



**figure 2: vitesses non dimensionnelles u et v en fonction de eta (n=1)**



**figure 3 : vitesses non dimensionnelles u et v en fonction de eta (n=20)**



## Conclusion Générale

Dans ce travail, les propriétés d'une aile d'avion avec des distributions différentes de circulation ont été décrites. Ces distributions de circulation sont considérées avec des formes elliptiques et arbitraires, qui représentent analytiquement une aile d'avion avec une traînée minimale. Il était convenable de représenter cette distribution de circulation en termes de séries infinies ou les premiers termes décrivent la distribution elliptique.

Les résultats ainsi obtenus à l'aide d'une résolution analytique par la théorie de la ligne portante de Prandtl sont comparés aux résultats expérimentaux effectués dans une soufflerie subsonique, et montrent par la suite que les propriétés aérodynamiques des ailes de formes planes arbitraires ne diffèrent pas radicalement de celle des ailes de formes elliptiques.

Dans notre thèse, nous avons développé les équations fondamentales pour le calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes elliptiques et des ailes de forme plane arbitraire. L'analyse de ces équations est basée essentiellement sur la théorie de Kutta-Joukowski et de Prandtl. Les équations finales ont été appliquées pour calculer les caractéristiques aérodynamiques d'une aile rectangulaire. En second lieu, notre approche consistait à faire une comparaison de ces propriétés avec celles des ailes elliptiques et trapézoïdales dans le domaine subsonique. En revanche, on a pu déduire que les propriétés des ailes de forme plane arbitraire ne diffèrent pas radicalement des celles de l'elliptique.

Dans le premier chapitre, Les caractéristiques aérodynamiques et géométriques des profils en régime subsonique ont été citées en particulier une gamme complète des principales caractéristiques géométriques et aérodynamiques des profils NACA a été présentée.

On a également décrit Les caractéristiques géométriques et aérodynamiques de l'aile d'avion car, pour l'étude des caractéristiques de l'écoulement de l'air autour des ailes d'envergure infinie,  $A = \infty$ , on peut se servir de l'écoulement plan autour du profil de l'aile, donc en bidimensionnelle. En revanche, l'écoulement de l'air autour de l'aile d'envergure finie est tridimensionnel. Il se distingue de l'écoulement de l'air autour d'un profil (ou d'une section de l'aile) par l'apparition d'une nouvelle composante de l'écoulement, orientée dans la direction de l'envergure et qui dépend des extrémités de l'aile et du profil dans chaque section. Les caractéristiques aérodynamiques les plus importantes d'une aile d'envergure finie sont la portance, et la traînée que nous utiliserons pour leur forme dimensionnelle et que nous appellerons des coefficients

Dans le second chapitre, des Rappels en Fluide Parfait Incompressible Permanent ont été détaillés. Les plus importantes propriétés aérodynamiques des fluides Newtoniens sont la mobilité, la viscosité et la compressibilité car le modèle du fluide parfait incompressible est à la bases des d'aérodynamique externe que contient notre étude. De plus, les applications en fluide

parfait, supposent souvent un apport de chaleur massique nul. un fluide est dit parfait lorsque son mouvement peut être décrit par un modèle mathématique qui ne prend pas en compte les processus de viscosité et de conduction thermique et surtout qu'en un fluide parfait, les seuls efforts de surface à considérer sont donc les efforts de pression, donc les équations générales du fluide parfait incompressible permanent ont été détaillées.

Dans le troisième chapitre, une Etude de la théorie linéarisée a été faite. D'où L'intérêt de la théorie linéarisée est d'avoir très rapidement les caractéristiques aérodynamiques d'un profil, aussi bien sur le plan global, essentiellement  $C_z$  et  $C_m$ , car le résultat  $C_x = 0$ , (paradoxe d'Alembert) est connu que sur le plan local, distribution de pression  $C_p$ .

Historiquement, c'est cette méthode qui a permis la génération des profils NACA (problème inverse), à une époque où les moyens informatiques étaient absents, interdisant la détermination numérique des transformations conformes, ou le calcul par singularités.

Le équations de linéarisation montrent que le profil est décomposé en un profil épais, indépendant de l'incidence, et un profil squelettique mis à l'incidence  $\alpha$ .

la méthode linéarisée, bien que non exempte de défauts, constitue encore une méthode de base, qui permet rapidement d'avoir les caractéristiques d'un profil.

Elle permet également d'avoir toute une série de résultats analytiques fort utiles en pratique, que ce soit pour définir l'efficacité d'un volet, un moment de charnière etc...

Toutes choses que calculerait sans doute plus précisément mais beaucoup plus laborieusement, un code de calcul.

Sur la base des résultats fluide parfait linéarisés, tous les profils sont équivalents en terme de gradient de portance dû à l'incidence ( $\partial C_z / \partial \alpha = 2\pi$ ) et de traînée  $C_x = 0$  (paradoxe de d'Alembert)

Ce sont essentiellement, les incidences de portance nulle et d'adaptation ainsi que le moment qui différencient les profils. Sachant que

$$C_{m_F} = -\pi/8 (A_1 + A_2)$$

En fluide réel, le calcul des effets visqueux utilisant les résultats de pression fluide parfait, l'influence de la forme de l'obstacle et de son incidence, apparaîtront de façon notable sur le comportement vis-à-vis du décollement et/ou de la transition laminaire-turbulent.

Dans le quatrième chapitre, on a effectué l' Etude des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avions par la théorie de la ligne portante de Prandtl d'où La théorie classique de la ligne portante donne des résultats raisonnables et acceptables pour des ailes droites d'allongement moyen et élevé. Toutefois dans le cas des faibles allongements, celui du cas des ailes à flèche ou d'ailes delta, cette théorie s'avère inadéquate. La théorie de la ligne portante de Prandtl est valable pour le calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion dans le domaine

des vitesses subsoniques. Dans ce chapitre, une analyse physique de l'écoulement incompressible sur une aile de grand allongement a été faite.

L'aile portante d'envergure finie est, l'élément qui crée la force aérodynamique de sustentation. On l'utilise dans le domaine aérospatial (ailes d'avion, pales d'hélicoptère, aile d'une navette spéciale. Pour produire la force portante, les ailes ont une forme spéciale et elles sont profilées, ce qui contribue en même temps à la diminution du frottement avec le fluide, c'est à dire la réduction de la traînée.

Dans notre thèse, nous nous attardons sur l'aile portante employée dans les constructions aéronautiques, Les équations fondamentales des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion de différents profils ont été définies. D'où la Résolution de l'équation intégral – différentielle de PRANDTL a été résolue à l'aide des coefficients de FOURRIER nous a permis de Calculer des caractéristiques aérodynamiques des profils d'ailes d'avion de forme rectangulaire et elliptique à grands allongements à l'aide d'un programme en langage Fortran et en déduire d'après les résultats obtenus et les graphes tracés, que les propriétés des profils d'ailes de forme plane arbitraires sont presque semblables aux profils elliptiques. Ces résultats montrent aussi qu'en régime subsonique les caractéristiques aérodynamiques de l'aile ne sont pas influencées par les différentes formes géométriques considérées.

Les résultats numériques obtenus dans cette partie ont été publiés dans un article présenté dans une revue décrite dans la référence [64].

Dans le cinquième chapitre, on a effectué une Investigation expérimentale des ailes d'avion de différentes formes telles que rectangulaire, elliptique et trapézoïdale dans une soufflerie subsonique de l'ENSAE. Cette investigation, nous a permis de mesurer les forces de portance et traînée des différentes maquettes d'aile d'avion.

Les principales mesures qu'on effectue concernent les forces aérodynamiques sur le profil de l'aile d'avion en bidimensionnel et plus particulièrement sur l'aile d'avion en tridimensionnel.

on se propose de mesurer les coefficients aérodynamiques longitudinaux  $C_X$ ,  $C_Z$  en fonction de l'angle d'attaque  $\alpha$  sur des ailes de forme rectangulaire, elliptique et trapézoïdale en 3 D.

toutes ces ailes étant équipées d'un NACA 0012.

L'acquisition des différents résultats est gérée par PC (pilotage des scannivalves, mesures instantanées des vitesses, incidences, enregistrement des valeurs dans des fichiers Excel, tracés des courbes conduisant à une certaine automatisation des essais.

Les résultats obtenus seront comparés à ceux numériquement calculés par la théorie de la ligne portante de PRANDTL.

Il est clair qu'à des nombres de Reynolds testés, les caractéristiques aérodynamiques des trois ailes sont semblables, avec des différences claires après le décrochage. Les résultats numériques ou théoriques prédisent une faible importance pour la pente de portance (lift curve slope) de la zone de décrochage pour les faibles incidences ou les faibles angles d'attaque.

En même temps, la traînée de frottement est rajoutée à la traînée induite théorique, la traînée induite totale est également satisfaisante pour les faibles angles d'attaque avec une petite séparation de la couche limite.

Il est possible d'améliorer les résultats de la ligne portante de PRANDTL, mais il est nécessaire de tenir compte de la courbe de portance expérimentale  $C_{L2D}(\alpha)$  y compris le décrochage. et la ligne de portance principale nous donne la relation suivante :

$$\Gamma(y) = \frac{1}{2} v_{\infty} C_{L2D}[\alpha_e(y)]$$

due à la non linéarité de la fonction  $C_{L2D}(\alpha)$  dans les conditions expérimentales l'équation integro-différentielle de PRANDTL est non linéaire et doit être résolu par un processus itératif.

Les résultats numériques obtenus dans cette partie ont été publiés dans un article présenté dans une revue internationale décrite dans la référence [68].

Pour les profils bidimensionnels, on a effectué des mesures de pressions sur les profils symétriques **NACA 0012** ou **NACA 64A010** comportant chacun 29 prises de pression ces profils ont l'allongement  $A = \infty$ . A la fin de l'essai, les répartitions de pressions sont intégrées et les résultats présentés dans les fichiers sont au format EXCEL.

Dans le sixième chapitre, on a fait part d'une Description de la couche limite laminaire autour des profils d'ailes d'avion, car D'après nos expériences qui ont été réalisées dans le laboratoire d'aérodynamique de l'E.N.S.A.E sur les différents profils d'aile NACA dans la veine de l'une des souffleries subsoniques, et d'après le relevé des valeurs de la pression qui a été effectué à différentes incidences. Les distributions de pressions ainsi obtenues le long du profil dans un fluide parfait on constate que :

A l'extrados, dans les conditions d'essais, la couche limite est laminaire près du bord d'attaque. Dans la région de forte re compression, une petite zone décollée (appelée bulbe de décollement) Entraîne la transition et la couche limite devient turbulente.

En effet, au moins pour les avions de transport, l'objectif visé lors du dessin d'un profil d'aile est d'obtenir une forte portance avec une traînée faible. Ces buts sont atteints en utilisant des corps profilés relativement minces.

Dans les conditions de croisière, les phénomènes de décollement sont évités. Car, outre leur effet préjudiciable sur les performances, ils peuvent entraîner par l'in stationnarité qui les accompagne, des vibrations de la structure. Des méthodes numériques ont été utilisées pour la description de la couche limite laminaire autour de ces profil d'aile.

## Perspectives

les perspectives de développements futurs , prolongeant ceux de la présente étude numérique et expérimentale, sont nombreuses et impliquent en premier lieu, la poursuite de l'amélioration des procédures d'acquisition et de traitement statique des données qui conduisent à la détermination des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion en régime de vol supersonique.

Les résultats numériques et expérimentaux ainsi obtenus sont en bonne concordance et montrent que les propriétés aérodynamiques des ailes d'avion de formes arbitraires ne diffèrent pas radicalement de celles de formes elliptiques ou rectangulaire. Ces résultats montrent aussi qu'en régime subsonique les caractéristiques aérodynamiques de l'aile ne sont pas influencées par les différentes formes géométriques considérées, par contre en régime de vitesse supersonique , la forme géométrique de l'aile d'avion a une influence majeure sur les caractéristiques aérodynamiques de ce dernier, car les avions en régime supersonique, créent de puissantes ondes de choc. En présence de vent, l'atmosphère est généralement " turbulente ". Si cette turbulence est suffisamment intense, elle est capable de détruire les tourbillons de sillage en provoquant leur désalignement et en favorisant leur interaction. Ainsi, dans la majorité des cas, la présence de perturbations atmosphériques élimine le danger : les avions rencontrent souvent les résidus de ce phénomène sans pouvoir les distinguer de la turbulence atmosphérique ambiante. Mais dans une atmosphère calme, les tourbillons de sillage conservent très longtemps leur cohérence. C'est cette cohérence qui les rend dangereux. par ailleurs il a été aussi remarqué la difficulté pour distinguer expérimentalement les tourbillons. Ainsi, le développement des méthodes numériques et expérimentales, tenant compte de ces sillages tourbillonnaires, permettrait une investigation plus fine pour le cas de l'écoulement décollé, dans le cas de l'écoulement supersonique , les ailes sont à flèche, triangulaire, delta, ogivale, gothique ou double gothique donc à faible allongement, ou on pourra améliorer les connaissances sur le développement de la couche limite et le sillage tourbillonnaire en configuration 2D et 3D. Ils peuvent également d'ores et déjà servir d'élaboration et/ou de validation à des modélisations numériques et expérimentales , et en particulier à celles fondées sur la résolution des équations de Navier –Stokes 2D et 3D. A cet effet, une collaboration de recherche est actuellement envisagé avec différents partenaires français et européens (IMF-Toulouse, INRIA-Sofia Antipolis, Brite/Euram UNSI,...) en vue notamment d'améliorer les modèles turbulents utilisés dans les approches L.ES. (Large Eddy Simulation), qui distingue les structures présentes au sein de l'écoulement supersonique selon leur taille et qui consiste en une simulation de grandes échelles , et O.E.S (Organized Eddy Simulation), qui distingue les structures selon leur nature aléatoire et cohérente et nécessite en particulier une bonne connaissance préalable des structures présentes dans l'écoulement supersonique.

## Références Bibliographiques

- [1] Harris, Sherwood, "The first to fly, Aviation's pioneer days" Simon and Schuster Ed., New York, 1970.
- [2] Prandtl, L., "Applications of Modern Hydrodynamics to Aeronautics.," NACA 116, June 1921.
- [3] Kutta, M.W., "Auftriebskräfte in Stromenden to Flüssigkeiten.," Illustrierte Aeronautische Mitteilungen. Vol.6.1902. P.133.
- [4] Joukowski, N.E., "Sur les Tourbillons Adjoints.," Travaux de la section physique de la Société Impériale des Amis des Sciences Naturelles., " Vol.13.No.2.1906.
- [5] Blum, E.K., "Numerical Analysis And Computation Theory And Practice," Addison-Wesley, 1972.
- [6] McCormick, B.W. "Aerodynamics aeronautics and flight mechanics," 2<sup>nd</sup> ed., Wiley, New York, 1995, 112-119.
- [7] Rasmussen, M.L., and Smith, D.E., "Lifting-Line Theory for Arbitrary Shaped Wings," Journal of Aircraft, 36(2), 1999, 340-348.
- [8] Van Dam, C.P., Vijgen, P.M.H. W., Holmes, B. J., "Aerodynamic characteristics of Crescent and elliptic wings at high angles of attack," AIAA Journal of aircraft, 28 (4) 1991.
- [9] Klunker, E. B., "Contribution to methods for calculating the flow about thin lifting wings at transonic speeds – analytic expression for the far field," NASA.TN D- 6530, 1971.
- [10] Carlson, L. A., "Transonic Airfoil flow field analysis Cartesian coordinates final," report NASA CR- 2577 (TEXAS UNIVERSITY), 1975.
- [11] Carlson, L. A., "A program for high lift separated flow about air foils final," report NASA CR-3376 (TEXAS UNIVERSITY), 1980.
- [12] Henderson, M.L., "A solution to the 2-D separated wake modeling problem and its use to predict CL max of arbitrary air foil sections", AIAA Paper 78-156, presented at the AIAA 16TH AEROSPACE SCIENCES MEETING, 1978.
- [13] Zumwalt, G. W., and Nark, S. N., "An analytical model for highly separated flow on air foils at low speeds", Wichita state university report AR-77-2, 1977.
- [14] Eppert, R., and Somers, D. M., "A computer program for the design and analysis of low-speed airfoils, including transition," NASATM-80210, 1980.
- [15] Somers, D., Springer, V., "Subsonic natural-laminar – flow air foils  
Natural laminar flow and laminar flow control," New York, 1991.
- [16] Schlichting, H., "Boundary layer theory," Mc Graw-Hill, 7th Ed, 1979.

- [17] Hennes P.A., "Applied computational aerodynamics," AIAA 1990.
- [18] Aboutt I. H., and Von Doenhoff A.E., "Theory of wing sections,"  
Dover publications, Inc, 1979.
- [19] Hoak D.E., Ellison D.E., "USAF stability and control dactom," Air force flight  
dynamics laboratory, Base, Ohio, 1968.
- [20] Eggers A. J., et al "The generalized shock - expansion method and application to  
bodies traveling at high supersonic air speeds," Journal aerospace sciences, 1977.
- [21] Kats J., and Plotkin A., "Low- speed aerodynamics" Mc Graw-Hill, New York, 1991,  
chap 8.
- [22] Kuethe A. M. and Schetzer J. D. "Foundations of aerodynamics bases of aerodynamic  
design," 4<sup>th</sup> ed., Wiley, New york, 1986 chap 6.
- [23] Anderson J. D., "Fundamentals of aerodynamics," 2<sup>nd</sup> Ed., Mc Graw-Hill, New  
York, 1991, 632p.
- [24] Anderson, J.D, Jr., "Introduction to Flight," Mc Graw-Hill, New York, 1978.
- [25] Anderson J. D., Corda S., and Van Wie S.M., "Numerical Lifting-Line Theory Applied  
to Drooped Leading- Edge Wings Below and Above Stall," Journal of Aircraft, 17 (12),  
1980, 898-904.
- [26] Philips W.F., and Snyder D. O., "Modern Adaptation of Prandtl's Classic Lifting- Line  
Therory," Journal of Aircraft, 37(4), 662-670, 2000.
- [27] Bauer F., Garabedian P., "supercritical wing section II," vol.108, Springer Verlag, New  
York, 1975.
- [28] Roskam J., "Methods for estimating stability and control derivatives of conventional  
subsonic airplanes," Kansas, 66044, third printing 1977.
- [29] Roskam J.: Airplane flight dynamics and automatic fligh controls. Kansas, 1979.
- [30] Robert C.Nelson., "Flight Stability And Automatic Control .," Mc Graw-Hill, New  
York, 1989.
- [31] Whitcomb R.T., "Review of Nasa supertical airfoils," ICAS paper, 74 (10) 1974.
- [32] P.A Henne., "applied Computational Aerodynamics," second printing Colorado 1990.
- [33] James, R. M., "A New Look at Two - dimensional incompressible Airfoil Theory,"  
May 1971.
- [34] Callaghan, J.G., and Beatty, T.D., "A Theoretical Method for the Design and Analysis  
of Multi -Element Airfoils," Journal of Aircraft, vol.9, Dec.1972.
- [35] Vanplaats, G.N., "An Efficient Algorithm for Numerical Airfoil Optimization," AIAA  
paper 79-0079, Jan.1979.

- [36] Bonnet.A., “ Aérodynamique : Théorie de la dynamique des fluides ”, Editions Cepadues. E.N.S.A.E.Toulouse 1989.
- [37] Bonnet.A., “ Aérodynamique, Cours de l’E.N.S.A.E.Toulouse . Octobre 2001.
- [38] Cousteix.J. , “ Aérodynamique : Couche limite laminaire, ” ”, Editions Cepadues. E.N.S.A.E.Toulouse 1988.
- [39] Cousteix.J. , “ Aérodynamique : Turbulence et couche limite ,” ”, Editions Cepadues. E.N.S.A.E.Toulouse 1989.
- [40] Bousquet.J. , “ Aérodynamique : Méthode des Singularités ,” Editions Cepadues. E.N.S.A.E.Toulouse 1990.
- [41] Paraschivoiu.I. , “ Aérodynamique Subsonique , ” Editions de l’Ecole Polytechnique de Montréal. Canada. 1998.
- [42] Drela, M., “XFOIL: An Analysis and Design System for Low Reynolds Number Aerodynamics, Univ. of Notre Dame, in , June 1989.
- [43] Plotkin.A, Kartz.J,” Low-Speed Aerodynamics”, Second Edition Cambridge University 2001.
- [44] Plotkin.A, Kartz.J., “ Constant –Strength Vortex Line Segment.,” Low-Speed Aerodynamics from Wing Theory to Panel Method.McGraw-Hill,New York.1991.pp291-294.
- [45] Moran.J.” Theoretical and Computational Aerodynamics”, John wiley and Sons, 1984,464 P.
- [46] REBUFFET, P., “Aérodynamique Expérimentale”, vol.1, Paris, Dunod, 1970.
- [47] Kermode, A.C. ,“Mécanique du vol ”, Québec, Modulo éditeur, 1982,515p.
- [48] Roy.J-F. ” Fluides parfaits incompressibles., ” Edition Marketing, Ellipses, 1988.
- [49] Morino,L. ,Kuo,CC., “ Subsonic Potential Aerodynamics for complex configurations” : A general theory, AIAA Paper 77-641,1974.
- [50] Tran,P., “ Viscous –Inviscid Interaction on Wings at Low Speeds”,M.Ing., Département de genie mécanique, Ecole polytechnique de Montréal, avril 1992.
- [51] Thwaites, B., “ Incompressible Aerodynamics., ” Cambridge, Dover, 1987.
- [52] Patankar.S.V. , “ Heat and mass transfer in boundary layers.,” 2<sup>nd</sup> Edition, Intertext Books, London ,1970.
- [53] Thomson J.J. (Lord Kelvin), "Vibrations of a columnar vortex", *Phil. Mag.*, 10, 155-168, 1880
- [54] Crow S.C., "Stability theory for a pair of trailing vortices", *AIAA Journal*, 8 (12). 2172-2179, 1970

- [55] Moore D.W., Saffman P.G., "Axial flow in laminar trailing vortices", *Proc. R. Soc. Lond.*, Ser. A 333, pp. 491-508, 1973
- [56] Batchelor G.K., "An Introduction to Fluid Dynamics", Cambridge University Press, 1967
- [57] Houghton E.L. & Carter P.W. "Aerodynamics for engineering for students", Fourth edition, Arnold, London, 1993
- [58] Betz A., "Behavior of vortex systems", *NACA Tech. Memo.*, 713, 1932
- [59] Spreiter J.S. & Sacks A.H., "The rolling up of the trailing vortex sheet and its effect on the downwash behind wings", *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1, 21-32, 1951
- [60] Comolet.R., "Mécanique des fluides expérimentales", Edition MASSON.1994.
- [61] Brice Carnahan.H.A.Luter.JamesO.Wilkis., " Applied numerical methods ", Edition J.Wiley et SONS.1969.
- [62] Sibony.M et Mardon.J., "Approximation et équations différentielles en Analyse numérique". 1988.
- [63] Amel.Merabet., " Etude Dynamique D'un Avion dans l'Espace"., thèse de magister., Université Mentouri Constantine. Juin 1998.
- [64] Amel.Merabet et B. NECIB., " Calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion de forme rectangulaire et elliptique"., Revue Sciences et technologies numéro spécial section C. DECEMBRE 2001.
- [65] Amel.Merabet et B. NECIB., " Calcul des caractéristiques aérodynamiques des ailes d'avion par la théorie de la ligne portante de Prandtl"., 6<sup>ème</sup> Séminaire International Sur la Physique Energétique Béchar. Octobre 2002.
- [66] Amel.Merabet et B. NECIB., "Investigation analytique et expérimentale des ailes d'avion de différentes formes"., 1<sup>er</sup> Congrès International de Mécanique Constantine 14-16 Décembre 2002 .
- [67] Amel.Merabet et B. NECIB., "Etude expérimentale des ailes d'avion de différentes formes". , First International Conference on Materials Science and Engineering. M'sila 5-7 Mai 2003.
- [68] Amel.Merabet et B. NECIB., " characterization of wings with NACA 0012 airfoils., " Revue des Energies Renouvelables, UNESCO, ISSN 1112-2242pp131-137 presented at International Congress of Photovoltaic and Wind Energy. TLEMCEN 16,17,18 Décembre 2003.
- [69] Amel.Merabet et B. NECIB., " Aerodynamic characteristics of wings of plane., " Premier Congrès International Sur les Méthodes Numériques Appliquées. Beyrouth 14-15 novembre 2003.

- [70] Amel.Merabet et B. NECIB., " Calcul des couches limites laminaires autour des profils d'ailes d'avions par des méthodes numériques., " Journées d'Etudes Sur les Matériaux Sidi Bel Abbes 19-20 Octobre 2003.
- [71] Jacob , K.W., " Some Programs for Incompressible Aerodynamic Flow Calculation., " California Inst. Of Technology Computing Center, TR-122, FEB.1964.
- [72] Landweber,L.," The axially Symmetric Potential FLOW about Elongated Bodies of Revolution., "David W. Taylor Model Basin.US. Navy, Waschingon,DC, Rep.761,1951.
- [73] Maskew,B.," Prediction of Subsonic Aerodynamic Characteristics: A case for Low-ORDER Panel Methods.;" Journal of Aircraft, Vol 19, Feb.1982, pp 157-163.
- [74] Theodorsen, T., " Theory of wing Sections of Arbitrary shape", NACA Rept.411, 1982.
- [75] Karamacheti.K.," Ideal –Fluid Aerodynamics", Wiley .New York 1966. Chap 19.
- [76] Filotas.L.T.," Solution of the lifting-Line Equation for Twisted Elliptic Wings". Journal of Aircraft, Vol .17, N°12,1980, pp 898-904.
- [77] Bera.R.J.," Some Remarks on the Solution of the Lifting-Line Equation., " Journal of Aircraft. Vol.11.N°10.1974, pp 647-648.
- [78] Thwaites.B., "Incompressible Aerodynamics". Oxford Univ.Press.Oxford.England.UK.1960.
- [79] Glauert.H., " The Elements of Airfoil and Airscrew Theory", 2<sup>nd</sup> ed .Cambridge Univ.Press.Cambridge, England,UK.1960.
- [80] Anderson.R.," Application of the Galerkin Method to the Prandtl Lifting- Line Equation",. Journal of Aircraft.Vol 1, N°3.1964, pp 126-128.
- [81] Saini, J.K., "An experimental investigation of the effects of leading edge modifications on the post-stall characteristics of an NACA 0015 wing," M.S. thesis, Dep.of Aerospace Engineering, Univ of Maryland, July 1979.
- [82] Anderson.J. and Jones.E.," The Effects of Leading EDGE Modifications on the Post-Stall Characteristics of WINGS., "AIAA Paper 80-0199, Jan 1980.
- [83] Anderson.S.," Historical Overview of Stall Characteristics of General Aviation Aircraft",. Vol.16, July 1979, pp.455-461.
- [84] Feistel.T, Anderson.S.," A method for Localizing Wing Flow Separation at Stall to Alleviate Spin Entry Tendencies., " AIAA Paper 78-1476.
- [85] Weener.E.F., " Stalled and Partially Stalled High Aspect Ratio Straight Wings., " PHD Thesis. Dept of Aerospace Engineering.Univ of Michigan.1975.

- [86] Dicarlo.D.J., “Exploratory Study of The Influence OF Wing Leading-Edge Modifications on the Spin Characteristics of a Low-Wing Single –Engine General Aviation Airplane.,” AIAA Paper 79-1837.Aug 1979.
- [87] Belotserkovskii.S.M., “ The theory of Thin Wings in Subsonic Flow.,” Plenum. New York.1967. p 95.
- [88] Glauert.H., “ The elements of Airfoil and Airscrew Theory.,” Cambridge Univ.Press.Cambridge.England.UK.1983.PP.92,93,137-141.
- [89] Batchelor.G.K., “ An Intoduction to Fluid Dynamics.,” Cambridge Univ.Press. Cambridge. England. UK.1990. PP 93,94, 585-588.
- [90] Iosilevskii. G., “ Asymptotic Theory of High – Aspect- Ratio Arched Wings in Steady Incompressible Flow.,” Journal of Fluid Mechanics. Vol.303.Nov.1995.pp.367-377.
- [91] Bertin.J.J., and Smith.M.L., “ Incompressible Flow About Wings of Finite Span.,” Aerodynamics for Engineers.3<sup>rd</sup> ed.Prentice- Hall.Upper Saddle River.NJ.1998.pp261-336.
- [92] Saffman.P.G., “ Vortex Force and Bound Vorticity.,” Vortex Dynamics. Cambridge Univ.Press.Cambridge.England.U.K.1992.PP.46-48.
- [93] Kartz.J and Maskew.B., “ Unsteady Low-Speed Aerodynamics Model for Complete Aircraft Configurations.,” Journal of aircraft. Vol 25.N°4.1988.pp 3.2-310.
- [94] MCAlister.K.W and Takahashi.R.K., “ NACA 0015 Wing Pressure and TrailingVortex Measurementson .,” NASA TP –3151.Nov 1991.
- [95] Draper.N.R and smith.H. ,“ Applied Regression Analysis.,” edition Wiley. New York.1966.
- [96] Naylor.T.H., “ Computer Simulation Techniques.,” edition Wiley. New York.1966.
- [97] Ralston.A.,” Mathematical Methods For Digital Computers.,” Vol 2 . edition Wiley. New York.1966.
- [98] Dr. Leland M. Nicolai., “ESTIMATING R/C MODEL AERODYNAMICS AND PERFORMANCE.,” Technical Fellow Lockheed Martin Aeronautical company . June 2002.
- [99] Van Dam,C.P , Vijgen, P.M, Holmes, B.J. “Aerodynamic characteristics of Grescent and elliptic wings at high angle of attack”, AIAA Journal, April 1991.
- [100] D.Favier, A.Agnes and C.Maresca,”CombinedTranslational/Pitch Motion : A New Airfoil Dynamic stall Simulation”, Journal of Aircraft, 25 (9), pp. 805-814,1988.
- [101]J.Lombardi, M.Salvetti ”Numerical evaluation of airfoil friction drag”, Journal of aircraft, Vol.37, n°2, 2000.

[102] J.Wandon., "Numerical Investigation of Dynamic Stall Control via Airfoil Thickness Variation" *Journal of Aircraft*, Vol.39, N°2, Avril 2002.

[103] M.H.Akbari, S.J.Price., "Simulation of dynamic stall for a NACA 0012 airfoil using a vortex method.," *Journal of Fluids and Structures*, Vol ,17 , pp.855-874, 2003.

[104] M.Sahin and L.Sankar "Dynamic Stall alleviation Using a Deformable Leading Edge Concept", *Journal of Aircraft*, Vol.40, N°1, Janvier 2003.

## *Annexe*

$\alpha/Re$	0.01	0.02	0.04	0.08	0.16	0.36	0.70	1.0	2.0	5.0	10.0
0.0	0.0337	0.0245	0.0175	0.0133	0.0103	0.0079	0.0067	0.0065	0.0064	0.0064	0.0064
1.0	0.0338	0.0247	0.0177	0.0134	0.0104	0.0080	0.0068	0.0066	0.0064	0.0064	0.0064
2.0	0.0343	0.0251	0.0181	0.0138	0.0108	0.0084	0.0070	0.0068	0.0066	0.0066	0.0064
3.0	0.0351	0.0259	0.0189	0.0145	0.0114	0.0089	0.0075	0.0071	0.0069	0.0068	0.0068
4.0	0.0359	0.0270	0.0199	0.0155	0.0124	0.0098	0.0083	0.0078	0.0073	0.0072	0.0071
5.0	0.0351	0.0282	0.0218	0.0170	0.0140	0.0113	0.0097	0.0091	0.0081	0.0076	0.0074
6.0	0.0460	0.0460	0.0232	0.0189	0.0152	0.0125	0.0108	0.0101	0.0090	0.0081	0.0078
7.0	0.0580	0.0580	0.0580	0.0204	0.0170	0.0135	0.0118	0.0110	0.0097	0.0086	0.0082
8.0	0.0720	0.0720	0.0720	0.0222	0.0185	0.0153	0.0128	0.0119	0.0105	0.0092	0.0086
9.0	0.0860	0.0860	0.0860	0.0600	0.0203	0.0167	0.0144	0.0134	0.0113	0.0098	0.0091
10.0	0.101	0.101	0.101	0.060	0.0188	0.0184	0.0159	0.0147	0.0128	0.0106	0.0097
11.0	0.117	0.117	0.117	0.117	0.076	0.0204	0.0175	0.0162	0.0140	0.0118	0.0104
12.0	0.134	0.134	0.134	0.134	0.134	0.0217	0.0195	0.0180	0.0155	0.0130	0.0116
13.0	0.152	0.152	0.152	0.152	0.152	0.0222	0.0216	0.0200	0.0172	0.0143	0.0127
14.0	0.171	0.171	0.171	0.171	0.171	0.106	0.0236	0.0222	0.0191	0.0159	0.0141
15.0	0.190	0.191	0.190	0.190	0.190	0.190	0.117	0.0245	0.0213	0.0177	0.0157
16.0	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.210	0.128	0.0237	0.0198	0.0182
17.0	0.231	0.230	0.231	0.231	0.231	0.231	0.230	0.231	0.138	0.0229	0.021
18.0	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252	0.252
19.0	0.274	0.274	0.274	0.274	0.274	0.274	0.274	0.274	0.274	0.274	0.274
20.0	0.297	0.297	0.297	0.297	0.297	0.297	0.297	0.297	0.297	0.297	0.297
21.0	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320	0.320
22.0	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344
23.0	0.369	0.369	0.369	0.369	0.369	0.369	0.369	0.369	0.369	0.369	0.369
24.0	0.394	0.394	0.394	0.394	0.394	0.394	0.394	0.394	0.394	0.394	0.394
25.0	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420	0.420
26.0	0.446	0.446	0.446	0.446	0.446	0.446	0.446	0.446	0.446	0.446	0.446
27.0	0.437	0.473	0.473	0.473	0.473	0.473	0.473	0.473	0.473	0.473	0.473
30.0	0.570	0.570	0.570	0.570	0.570	0.570	0.570	0.570	0.570	0.570	0.570
35.0	0.745	0.745	0.745	0.745	0.745	0.745	0.745	0.745	0.745	0.745	0.745

**Coefficient de portance  $C_L$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ , pour différents nombres de Reynolds,  $Re(*10^6)$  du profil NACA0012.**

$\alpha/Re$	0.01	0.02	0.04	0.08	0.16	0.36	0.70	1.0	2.0	5.0	10.0
40.0	1.075	1.075	1.075	1.075	1.075	1.075	1.075	1.075	1.075	1.075	1.075
45.0	1.085	1.085	1.085	1.085	1.085	1.085	1.085	1.085	1.085	1.085	1.085
50.0	1.040	1.040	1.040	1.040	1.040	1.040	1.040	1.040	1.040	1.040	1.040
55.0	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965	0.965
60.0	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875	0.875
65.0	0.765	0.765	0.765	0.765	0.765	0.765	0.765	0.765	0.765	0.765	0.765
70.0	0.650	0.650	0.650	0.650	0.650	0.650	0.650	0.650	0.650	0.650	0.650
75.0	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515	0.515
80.0	0.370	0.370	0.370	0.370	0.370	0.370	0.370	0.370	0.370	0.370	0.370
85.0	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220	0.220
90.0	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070	0.070
95.0	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070	-0.070
100.0	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220	-0.220
105.0	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370	-0.370
110.0	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510	-0.510
115.0	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625	-0.625
120.0	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735	-0.735
125.0	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840	-0.840
130.0	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910
135.0	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945
140.0	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945	-0.945
145.0	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910	-0.910
150.0	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850
155.0	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740	-0.740
160.0	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660	-0.660
165.0	-0.675	-0.675	-0.675	-0.675	-0.675	-0.675	-0.675	-0.675	-0.675	-0.67	-0.675
170.0	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850	-0.850
175.0	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690	-0.690
180.0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

**Coefficient de portance  $C_L$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ , pour différents nombres de Reynolds,  $Re(*10^6)$  du profil NACA0012.**

$\alpha/Re$	0.01	0.02	0.04	0.08	0.16	0.36	0.70	1.0	2.0	5.0	10.0
0.0	0.0337	0.0245	0.0175	0.0133	0.0103	0.0079	0.0067	0.0065	0.0064	0.0064	0.0064
1.0	0.0338	0.0247	0.0177	0.0134	0.0104	0.0080	0.0068	0.0066	0.0064	0.0064	0.0064
2.0	0.0343	0.0251	0.0181	0.0138	0.0108	0.0084	0.0070	0.0068	0.0066	0.0066	0.0066
3.0	0.0351	0.0251	0.0189	0.0145	0.0114	0.0089	0.0075	0.0071	0.0069	0.0068	0.0068
4.0	0.0359	0.0270	0.0199	0.0155	0.0124	0.0098	0.0083	0.0078	0.0073	0.0072	0.0071
5.0	0.0351	0.0282	0.0218	0.0170	0.0140	0.0113	0.0097	0.0091	0.0081	0.0076	0.0074
6.0	0.0460	0.0460	0.0232	0.0189	0.0152	0.0125	0.0108	0.0101	0.0090	0.0081	0.0078
7.0	0.0580	0.0580	0.0580	0.0204	0.0170	0.0135	0.0118	0.0110	0.0097	0.0086	0.0082
8.0	0.0720	0.0720	0.0720	0.0222	0.0185	0.0153	0.0128	0.0119	0.0105	0.0092	0.0086
9.0	0.0860	0.0860	0.0860	0.0600	0.0203	0.0167	0.0144	0.0134	0.0113	0.0098	0.0091
10.0	0.1010	0.1010	0.1010	0.0600	0.0188	0.0184	0.0159	0.0147	0.0128	0.0106	0.0097
11.0	0.1170	0.1170	0.1170	0.1170	0.0760	0.0204	0.0175	0.0162	0.0140	0.0118	0.0104
12.0	0.1340	0.1340	0.1340	0.1340	0.1340	0.0217	0.0195	0.0180	0.0155	0.0130	0.0116
13.0	0.1520	0.1520	0.1520	0.1520	0.1520	0.0222	0.0216	0.0200	0.0172	0.0143	0.0127
14.0	0.1710	0.1710	0.1710	0.1710	0.1710	0.1060	0.0236	0.0222	0.0191	0.0159	0.0141
15.0	0.1900	0.1910	0.1900	0.1900	0.1900	0.1900	0.1170	0.0245	0.0213	0.0177	0.0157
16.0	0.2100	0.2100	0.2100	0.2100	0.2100	0.2100	0.2100	0.1280	0.0237	0.0198	0.0182
17.0	0.2310	0.2300	0.2310	0.2310	0.2310	0.2310	0.2300	0.2310	0.1380	0.0229	0.0210
18.0	0.2520	0.2520	0.2520	0.2520	0.2520	0.2520	0.2520	0.2520	0.2520	0.1480	0.0241
19.0	0.2740	0.2740	0.2740	0.2740	0.2740	0.2740	0.2740	0.2740	0.2740	0.2740	0.1610
20.0	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970	0.2970
21.0	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200
22.0	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440	0.3440
23.0	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690	0.3690
24.0	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940	0.3940
25.0	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200
26.0	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460	0.4460
27.0	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730	0.4730
30.0	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700	0.5700
35.0	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450	0.7450

**Coefficient de traînée  $C_D$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ , pour différents nombres de Reynolds,  $Re(*10^6)$  du profil NACA0012.**

$\alpha/Re$	0.01	0.02	0.04	0.08	0.16	0.36	0.70	1.0	2.0	5.0	10.0
40.0	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200	0.9200
45.0	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750	1.0750
50.0	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150	1.2150
55.0	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450	1.3450
60.0	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700	1.4700
65.0	1.5750	1.5700	1.5700	1.5700	1.5700	1.5700	1.5700	1.5700	1.5700	1.5700	1.5700
70.0	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650	1.6650
75.0	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350	1.7350
80.0	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800
85.0	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000
90.0	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000	1.8000
95.0	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800	1.7800
100.0	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500	1.7500
105.0	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000	1.7000
110.0	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350	1.6350
115.0	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550	1.5550
120.0	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650	1.4650
125.0	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500	1.3500
130.0	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250	1.2250
135.0	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850	1.0850
140.0	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250	0.9250
145.0	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550	0.7550
150.0	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750	0.5750
155.0	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200	0.4200
160.0	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200	0.3200
165.0	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300	0.2300
170.0	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400	0.1400
175.0	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550	0.0550
180.0	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250	0.0250

**Coefficient de traînée  $C_D$  en fonction de l'angle d'incidence  $\alpha$ , pour différents nombres de Reynolds,  $Re(*10^6)$  du profil NACA0012.**

NACA 4412				NACA4415				NACA4418			
Extrados		Intrados		Extrados		Intrados		Extrados		Intrados	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25	2.44	1.25	-1.43	1.25	3.07	1.25	-1.79	1.25	3.76	1.25	-2.11
2.5	3.39	2.5	-1.95	2.5	4.17	2.5	-2.48	2.5	5.00	2.5	-2.99
5.0	4.73	5.0	-2.49	5.0	5.74	5.0	-3.27	5.0	6.75	5.0	-4.06
7.5	5.76	7.5	-2.74	7.5	6.91	7.5	-3.71	7.5	8.06	7.5	-4.67
10	6.59	10	-2.86	10	7.84	10	-3.98	10	9.11	10	-5.06
15	7.89	15	-2.88	15	9.27	15	-4.18	15	10.66	15	-5.49
20	8.80	20	-2.74	20	10.25	20	-4.15	20	11.72	20	-5.56
25	9.41	25	-2.50	25	10.92	25	-3.98	25	12.40	25	-5.49
30	9.76	30	-2.26	30	11.25	30	-3.75	30	12.76	30	-5.26
40	9.80	40	-1.80	40	11.25	40	-3.25	40	12.70	40	-4.70
50	9.19	50	-1.40	50	10.53	50	-2.72	50	11.85	50	-4.02
60	8.14	60	-1.00	60	9.30	60	-2.14	60	10.44	60	-3.24
70	6.69	70	-0.65	70	7.63	70	-1.55	70	8.55	70	-2.45
80	4.89	80	-0.39	80	5.55	80	-1.03	80	6.22	80	-1.67
90	2.71	90	-0.22	90	3.08	90	-0.57	90	3.46	90	-0.93
95	1.47	95	-0.16	95	1.67	95	-0.36	95	1.89	95	-0.55
100	0.13	100	-0.13	100	0.16	100	-0.16	100	0.19	100	-0.19
Rayon du bord d'attaque :1.5 Pente du B.A :0.20				Rayon du bord d'attaque :2.48 Pente du B.A :0.20				Rayon du bord d'attaque :3.56 Pente du B.A :0.20			

**Caractéristiques géométriques des profils à quatre chiffres avec des valeurs données en pourcentage de la corde**

NACA 23012				NACA23015				NACA23018			
Extrados		Intrados		Extrados		Intrados		Extrados		Intrados	
x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25	2.67	1.25	-1.23	1.25	3.34	1.25	-1.54	1.25	4.09	1.25	-1.83
2.5	3.61	2.5	-1.71	2.5	4.44	2.5	-2.25	2.5	5.29	2.5	-2.71
5.0	4.91	5.0	-2.26	5.0	5.89	5.0	-3.04	5.0	6.92	5.0	-3.80
7.5	5.80	7.5	-2.61	7.5	6.90	7.5	-3.61	7.5	8.01	7.5	-4.60
10	6.43	10	-2.92	10	7.64	10	-4.09	10	8.83	10	-5.22
15	7.19	15	-3.50	15	8.52	15	-4.84	15	9.86	15	-6.18
20	7.50	20	-3.97	20	8.92	20	-5.41	20	10.36	20	-6.86
25	7.60	25	-4.28	25	9.08	25	-5.78	25	10.56	25	-7.27
30	7.55	30	-4.46	30	9.05	30	-5.96	30	10.55	30	-7.47
40	7.14	40	-4.48	40	8.59	40	-5.92	40	10.04	40	-7.37
50	6.41	50	-4.17	50	7.74	50	-5.50	50	9.05	50	-6.81
60	5.47	60	-3.67	60	6.61	60	-4.81	60	7.75	60	-5.94
70	4.36	70	-3.00	70	5.25	70	-3.91	70	6.18	70	-4.82
80	3.08	80	-2.16	80	3.73	80	-2.83	80	4.40	80	-3.48
90	1.68	90	-1.23	90	2.04	90	-1.59	90	2.39	90	-1.94
95	0.92	95	-0.70	95	1.12	95	-0.90	95	1.32	95	-1.09
100	0.13	100	-0.13	100	0.16	100	-0.16	100	0.19	100	-0.19
Rayon du bord d'attaque :1.58 Pente du B.A :0.305				Rayon du bord d'attaque :2.48 Pente du B.A :0.305				Rayon du bord d'attaque :3.56 Pente du B.A :0.305			

**Caractéristiques géométriques des profils à cinq chiffres avec des valeurs données en pourcentage de la corde**

NACA 66 <sub>1</sub> -212				NACA 66 <sub>2</sub> -215			
Extrados		Intrados		Extrados		Intrados	
X	y	x	y	x	y	x	y
0	0	0	0	0	0	0	0
0.424	0.953	0.576	-0.85	0.406	1.168	0.594	-1.068
0.666	1.154	0.834	-0.10	0.646	1.409	0.854	-1.269
1.156	1.462	1.344	-1.24	1.134	1.778	1.366	-1.564
2.395	1.991	2.605	-1.61	2.370	2.417	2.630	-2.045
4.883	2.809	5.117	-2.17	4.855	3.413	5.145	-2.781
7.379	3.459	7.621	-2.61	7.349	4.202	7.651	-3.354
9.878	4.011	10.122	-2.97	9.848	4.872	10.152	-3.838
14.883	4.905	15.117	-3.55	14.854	5.957	15.146	-4.611
19.894	5.596	20.106	-4.00	19.868	6.790	20.132	-5.198
24.908	6.132	25.092	-4.34	24.886	7.437	25.114	-5.647
29.925	6.539	30.075	-4.59	29.906	7.927	30.094	-5.983
34.943	6.833	35.057	-4.77	34.929	8.280	35.071	-6.220
39.962	7.018	40.038	-4.87	39.952	8.501	40.048	-6.359
44.981	7.095	45.019	-4.90	44.976	8.590	45.024	-6.400
50.000	7.068	50.000	-4.86	50.000	8.553	50.000	-6.347
55.019	6.931	54.981	-4.74	55.023	8.378	54.977	-6.188
60.036	6.659	59.964	-4.51	60.045	8.030	59.955	-5.888
65.051	6.169	64.949	-4.10	65.063	7.402	64.937	-5.342
70.061	5.487	69.939	-3.54	70.075	6.547	69.925	-4.603
75.066	4.661	74.934	-2.87	75.081	5.526	74.919	-3.736
80.065	3.739	79.935	-2.14	80.079	4.393	79.921	-2.801
85.057	2.755	84.943	-1.40	85.070	3.202	84.030	-1.856
90.043	1.750	89.957	-0.71	90.052	2.005	89.948	-0.971
95.022	0.789	94.978	-0.15	95.026	0.881	94.974	-0.249
100.00	0	100.00	0	100.00	0	100.00	0
Rayon du bord d'attaque :0.952 Pente du B.A :0.084				Rayon du bord d'attaque :1.435 Pente du B.A :0.084			

**Caractéristiques géométriques des profils laminaires avec des valeurs données en pourcentage de la corde.**