République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique Université Mentouri Constantine

Mémoire présenté pour l'obtention du diplôme de Magister Génie Climatique Thème

*Caractérisation des transferts de chaleur dans les materiaux de construction .Mise en marche d'un banc expérimental* 

Présenté par

Rebahi KARIMA

Année universitaire : 2006

+ Remerciements

Avant tout je remercie **DIEU** le grand qui m'a accordé la patience et la confiance pour que mes rêves ne resteront pas des rêves.

Le travail exposé dans ce mémoire a été effectué au sein du département de génie climatique de l'université de Constantine, Mentouri, dirigé par le professeur : Mr.A.KAABI

Toute ma reconnaissance va à monsieur KAABI qui ma guidé dans le choix de cette thèse et dans l'orientation de ma recherche.

Je tiens à exprimer mes respectueuses gratitudes a M<sup>me</sup> MARIR, professeur à l'université de Mentouri, qui me donne le privilège de l'avoir comme présidente de jury

Mes vifs remerciements s'adressent également à : Mr.Y.KHATIB, maître de conférence à l'université de mentouri, Mr.A.AYADI, maître de conférence à l'université mentouri, D'avoir accepté de me faire l'honneur de juger ce travail et participer à mon jury de thèse.

Je remercie également Mr. N. MOUSSA, Mr.A.khodja et M<sup>me</sup> .A.GHELLAB pour leurs aides et leurs conseils.

Tout mes remerciements et mon estime a touts les enseignants du département de génie climatique, mes amies et mes camarades chercheurs et à toute personne ayant contribué de prés ou de loin au bon déroulement de ce travail.

# Résumé

Le but de ce travail est de faire une étude comparative entre le rendement issu d'un capteur à simple vitrage et celui issu d'un capteur à double vitrage.

Notre choix s'est basé sur la région de Constantine, où le climat est chaud et sec en été et où le ciel est souvent découvert, offrant une chaleur gratuite.

Comme jour de calcul le plus représentatif pour la région considérée, nous avons choisi le 15 juillet. Ceci nous permet de comparer nos résultats théoriques avec les différents résultats expérimentaux obtenus jusqu'à ce jour.

Des modèles numériques ont été mis au point afin d'étudier l'influence de certains paramètres tels que le temps, l'inclinaison et le débit.

Cette étude nous a permis d'estimer les apports et les pertes d'énergie thermique et de déterminer ensuite les performances des capteurs utilisant soit un simple vitrage soit un double vitrage.

A cet effet, nous avons constaté que le système à double vitrage, comparé à celui d'un simple vitrage, peut donner satisfaction, en termes de rendement, à condition de choisir la meilleure vitre du point de vue performance optique.

#### Mots clés :

Rayonnement, capteur solaire à simple vitrage, capteur solaire à double vitrage, pertes d'énergie, apport d'énergie, performance.

#### الملخص

الهدف من هذ ه الدراسة هو القيام بمقارنة المر دودية الناتجة عن لاقط شمسي أحادي الغطاء الزجاجي و الأخر ناتج عن لاقط شمسي مزدوج الغطاء.

لقد وقع اختيارنا على مدينة قسنطينة التي تتميز بالمناخ الحار و الجاف في أغلب المواسم و السماء الخالية من الغيوم في أغلب الأوقات.

كيوم نموذجي لهذه المنطقة وقع اختيارنا على يوم 15 جويلية من أجل مقارنة نتائجنا النظرية مع مختلف النتائج التجريبية المحصل عليها إلى يومنا هذا .

تم استخدام نماذج رقمية تعطي من أجل در اسة تأثير بعض العناصر مثل الزمن ، زاوية ميل اللاقط ، معدل تدفق المائع الناقل للحرارة . وهكذا يمكننا تقييم مدى ضياع و كسب الطاقة الحرارية و أخيرا يتم تعيين نتائج مر دودية اللواقط التي تستعمل سواء غطاء زجاجي واحد أو غطاء زجاجي مزدوج.

لقد توصلنا إلى أن اللاقط الشمسي مزدوج الغطاء مقارنة مع اللاقط الشمسي أحاديي الغطاء، يمكن أن يعطي أحسن مردود شريطة ، اختيار الغطاء الزجاجي المناسب من حيث المر دودية البصرية.

الكلمات الأساسية:

الإشعاع، لاقط شمسي أحادي الغطاء ، لاقط شمسي مزدوج الغطاء ، فقدان الطاقة ،كسب الطاقة ، المر دودية

# Abstract

The aim of this work is to set up a comparative study between the performance of solar collector with simple glazing and that resulting from a solar collector with double glazing.

Our choice is based on the area of Constantine where the climate is hot and dry in summer and where the sky is mostly clear leading to a free heat.

As a representative day, for our simulation for the considered area, we selected

15<sup>th</sup> July, in order to compare our theoretical results with the various experimental results, obtained up to now.

Models are developed in order to study the influence of certain parameters such as time, inclination and fluid flow.

This study allowed us to estimate heat flow losses and heat gains as well as to determine performances of solar collectors using either a simple glazing or a double glazing.

In this fact, we noticed that the system with double glazing, compared with that of a simple glazing, may give satisfaction, in terms of performance, if glass, in terms of optical efficiency, is selected.

#### Keys words

Radiation, simple-glazing collector, double-glazing collector, heat loose, heat gains and performance

# Sommaire

Introduction 1
<b>CHAPITRE I – Etude bibliographique</b>
I.1- Le gisement solaire
I.1.1- Caractéristiques du soleil
I.1.2- La constante solaire
I.1.3- Rayonnement au voisinage du soleil
I.1.4- Données astronomiques 4
I.1.4.1-Latitude du lieu
I.1.4.2-Longitude 4
I.1.4.3-L'altitude
I.1.4.4-La déclinaison 4
I.1.4.5-L'albédo 4
I.1.5- Détermination du temps solaire 4
I.1.5.1- L'angle horaire 4
I.1.5.2- Le temps solaire moyen
I.1.5.3-Le temps civil
1.5.4- Le temps universel 5
I.1.5.5- Le temps légal 5
I.2 - Les capteurs solaires
I.2.1-Classification des capteurs solaires
I.2.2.1-Fluide de travail utilisé
I.2.2.2-Orientation
I.2.2.3-Types de composants
I.2.2-Description générale et composants du capteur a double vitrage 9
I.2.2.1-L'absorbeur
I.2.2.2-L'isolant
I.2.2.3-Les vitres
I.2.2.4-Le boîtier 11
I.2.3-Paramètres et caractéristiques de fonctionnement des capteurs solaires 11
CHAPITRE II – Etude théorique
II.1- Les apports solaires 12
II.1.1-Puissances incidentes 12
II.1.1.1-Calcul du rayonnement direct 12
II.1.1.2-Calcul du rayonnement diffus 14
II.1.1.3-Le flux solaire reçu par la surface du capteur 14
II.1.2-Puissances absorbées
II.1.2.1-Les propriétés optiques du vitrage recouvrant le capteur 1
II.1.2.2-Puissances absorbées par la vitre 18
II.1.2.3- Puissances absorbées par le corps noir
II.2-Coefficient d'échange thermique 22
II.2.1-Echange par conduction
II.2.2- Echange par rayonnement
II.2.3-Echange par convection
II.3-Comportement thermique du capteur
II.3.1-les pertes
II.3.2-Puissance utile récupérée par le fluide

II.4-Calcul du rendement d'un capteur	35
Chapitre III- Résolution mathématique du système	
III.1-La modélisation	36
III.2-Hypothèses simplificatrices	36
III.3-Descriptions des modèles	37
III.4-Analogie électrique	37
III.5-Schéma électrique équivalent	40
III.6-Mise en équation des systèmes	41
III.6.1-Equations définies le premier système	41
III.6.2-Equations définies le deuxième système	42
III.7- Discrétisation des équations	43
III.7.1-Discrétisation des équations du premier système	43
III.7.2-Discrétisation des équations du deuxième système	47
III.8-Résolution des systèmes d'équations	51
III.9-Organigramme développé pour le calcul numérique des paramètres inconnus	60
Chapitre IV- Interprétation et discussions des résultats	
IV.1-variation des puissances	63
IV.2- variation des température	66
IV.3- variation des propriétés optiques	69
IV.4- variation des pertes vers l'avant	71
IV.5- variation des rendements	73
Conclusion	82
réferences	84
Annexes	
Annexe1	. 87
Annexe2	.99

# Listes des tableaux

<b>Tableau III-1 :</b> analogie du système thermique au modèle électrique	39
<b>Tableau A-1 :</b> propriétés de quelque matériaux utilisés dans le calcul	88
Tableau A-2: propriétés de quelque couches sélectifs	89
Tableau E-1 : la réflexion et la transmission d'un système de vitrages	93

# Listes des figures

Figure I-1 : capteur à absorbeur rainuré
<b>Figure I-2</b> : capteur double vitrage à absorbeur poreux
Figure 1-3 : la structure d'un capteur à double vitrage placé sur le toit d'une
maison 10
Figure 11-1: la loi de SNELL DESCARTES 16
Figure 11-2a : les réflexions dans un capteur à simple vitrage
Figure 11-2b: les réflexions dans un capteur à double vitrage
Figure 11-3a: schéma du bilan énergétique pour un capteur à simple vitrage29
Figure II-3b: schéma du bilan énergétique pour un capteur à double vitrage 29
Figure III-1a : les différents noeuds considérés dans la maille d'un capteur à
simple vitrage
Figure II1-1b : les différents noeuds considérés dans la maille d'un capteur à double
vitrage
Figurel II - 2a : coupe verticale d'un capteur à simple vitrage
Figurel II - 2b : coupe verticale d'un capteur à double vitrage
Figure 11-3a : schéma des échanges thermiques au niveau d'une maille d'un capteur à
simple vitrage56
Figurel II-3b: schéma des échanges thermiques au niveau d'une maille d'un capteur à
double vitrage
Figure 111-4a: schéma électrique équivalent d'un capteur à simple vitrage 58
Figurel II - 4b : schéma électrique équivalent d'un capteur à double vitrage 59
FigureE-1 : addition d'un vitrage supplémentaire
FigureE-2 : addition d'une couche sur la face interne de la vitre intermédiaire95

Nomenclature       Notation latines			
h	Hauteur du soleil	degré	
n	Indice de réfraction	-	
i	Angle d'incidence	degré	
D	diamètre	m	
e	épaisseur	m	
L	longueur ou longitude	m, degré	
Т	température	K	
t	temps	S	
V	vitesse	m/s	
S	surface de la paroi	m <sup>2</sup>	
Р	périmètre	m	
Ср	capacité calorifique massique	J/kg.K	
Н	coefficient de transfert de chaleur	W/m <sup>2</sup> .k	
Нс	coefficient d'échange par conduction	W/m <sup>2</sup> .k	
Hr	coefficient d'échange par rayonnement	W/m <sup>2</sup> .k	
Hv	coefficient d'échange par convection	W/m <sup>2</sup> .k	
R	résistance thermique	m <sup>2</sup> .K/W	
m	masse de la paroi	kg	
G	débit massique de l'eau	kg/s	
a	albédo		
Ac	surface du capteur	m <sup>2</sup>	
CSV	Capteur à simple vitrage	-	
CDV	Capteur à double vitrage	-	
tvm	Température moyenne de la vitre	-	
Ν	Nombre de vitrage	-	

Caractère grecs		
symbole	Désignation	Unité
α	coefficient d'absorption	sans
β	inclinaison du capteur	degré
ε	émissivité	sans
η	rendement	(%)
λ	conductivité thermique	W/m.K
μ	viscosité dynamique	kg/m.s
ν	viscosité cinématique	m <sup>2</sup> /s
ρ	masse volumique	kg/m <sup>3</sup>
σ	constante de Stephan-Boltzman	-
τ	coefficient de transmission	sans
Φ	flux thermique	W/m <sup>2</sup>
Indices		
Symbole	Désignation	-
a	ambiant	-
av	avant	-
arr	arrière	-
b	boîtier	-
С	voûte-celeste	-
dif	diffus	
dir	direct	-
e	extérieur	-
f	fluide	-
fe	entrée fluide -	

g	global	-
sys	système	-
h	horizontal	-
i	intérieur ou isolant	-
lat	latéral	-
р	plaque (absorbeur) ou perte	-
S	sol	-
t	tube	-
	vitre ou vent	-
v	vitie ou vent	
V Nombro odimonsionnolo		
v Nombre adimensionnels		
v Nombre adimensionnels Symbole	Désignation	
v Nombre adimensionnels Symbole Gz	Désignation nombre de Graetz	-
v Nombre adimensionnels Symbole Gz Nu	Désignation       nombre de Graetz       nombre de Nusselt	- - -
v Nombre adimensionnels Symbole Gz Nu Pr	Désignation         nombre de Graetz         nombre de Nusselt         nombre de Prandtl	- - - -
v Nombre adimensionnels Symbole Gz Nu Pr Re	Désignation         nombre de Graetz         nombre de Nusselt         nombre de Prandtl         nombre de Reynolds	- - - -
v         Nombre adimensionnels         Symbole         Gz         Nu         Pr         Re         Ra	Désignation         nombre de Graetz         nombre de Nusselt         nombre de Prandtl         nombre de Reynolds         nombre de Rayleigh	

Opérateur mathématique	
Symbole	-
d	dérivée totale -
Δ	pas de temps -
grad	gradient -
exp	exponentiel -

# Introduction

# **Introduction :**

L'augmentation brutale du prix du pétrole survenue en 1973 a conduit, une première fois, l'homme à s'intéresser à des sources d'énergie de substitution telles que les énergies renouvelables, représentées par l'énergie solaire. Les principales caractéristiques de l'énergie solaire ayant suscité l'engouement des chercheurs à cette époque étaient sa gratuiteté, sa disponibilité sur une grande partie du globe terrestre et l'absence du risque d'épuisement connu par les ressources d'énergie fossiles **[4]**.

On s'est vite aperçu que l'énergie solaire, contrairement à une idée répandue, n'est pas tout à fait gratuite : son utilisation nécessite un investissement de départ souvent plus lourd que pour les énergies conventionnelles et nombre d'installations solaires sont aujourd'hui à l'arrêt faute d'avoir un budget destiné à la maintenance des équipements.

Toutefois, sans être totalement gratuite, l'énergie solaire présente des coûts de fonctionnement réduits et offre, dans certains cas, une alternative économiquement rentable par rapport aux sources d'énergie conventionnelles.

Le développement de l'utilisation de l'énergie solaire sera lié non seulement à ses avantages économiques, qui augmenteront au fur et à mesure que les réserves d'énergie fossile diminueront, mais surtout pour des considérations liées à la protection de l'environnement : pas de rejet de certains polluants tels que les fumées contenant du  $CO_2$  et du NO, issues des centrales thermiques, pas de danger radioactif et de déchets encombrants issus des centrales nucléaires, possibilité de limitation de l'emploi des CFC issus de la production de froid solaire par adsorption.

Ses applications sont nombreuses et variées dans divers domaines tels que le chauffage des locaux et des piscines, des serres, la production d'eau chaude sanitaire, la distillation de l'eau et le pompage de l'eau ou la production d'électricité.

Le rayonnement solaire peut être transformé en chaleur à basse température par des capteurs plans, constitués d'un absorbeur constitué d'une ou plusieurs vitres et isolés au niveau de la partie non réceptrice.

Le travail que nous présentons porte essentiellement sur une étude théorique comparative entre le rendement d'un capteur composé d'une vitre (capteur à simple vitrage) et un autre composé de deux vitres (capteur à double vitrage),

Cette étude comprend les chapitres suivants :

2

**Chapitre 1** : Une étude bibliographique sur le gisement solaire a été faite en plus d'une autre sur les différents types et composants des capteurs solaires.

Chapitre 2 : Une étude théorique portant sur les deux types de capteurs solaires a été mise en évidence, où nous avons énuméré les différentes relations ayant trait au calcul des apports solaires, des différents coefficients de transfert thermique et des rendements des capteurs.

**Chapitre 3**: Résolution mathématique a été mise au point pour les deux systèmes, où nous procédons à une modélisation des systèmes, en plus des études numériques établies afin de résoudre nos différentes équations à l'aide d'un outil informatique appelé « VISUEL FORTRAN ».

**Chapitre 4** : On a abordé l'interprétation et la discussion des différents résultats issus des différents modèles.

Enfin nous clôturons cette étude par une conclusion et des recommandations, en plus d'une partie annexe.

# Etude bibliographique

# **1-1 Le gisement solaire :**

#### 1-1-1 Caractéristiques du soleil :

Le soleil est une sphère gazeuse composée presque totalement d'hydrogène, son diamètre est de 1391000 km, qui est 100 fois plus grand que celui de la terre, sa masse est par contre de l'ordre de  $2.10^{27}$  tonnes.

Toute l'énergie du soleil provient des réactions thermonucléaires qui s'y produisent, elles transforment à chaque seconde 564.106 tonnes d'hélium, la différence de 4 millions de tonnes est dissipée sous forme d'énergie ( $E=mc^2$ ), ce qui représente une énergie totale de  $36.10^{22}$  KW. La terre étant à une distance de  $150.10^6$  Km du soleil, elle reçoit une énergie de  $1.8.10^{17}$  W [4]

On notera que 98 % du rayonnement solaire est émis dans des longueurs d'onde inférieures à 4  $\mu$ m, et comme première approximation, le rayonnement solaire peut être assimilé au rayonnement d'un corps noir à une température de 5777 K.

#### 1-1-2 Constante solaire :

La valeur du flux de rayonnement solaire reçu par une surface perpendiculaire aux rayons solaires placée à la limite supérieure de l'atmosphère terrestre, soit à environ 80km d'altitude, varie au cours de l'année avec la distance Terre / Soleil. Sa valeur moyenne est appelée la constante solaire [4]

#### 1-1-2 Rayonnement au voisinage du sol :

On est intéressé, du point de vue utilisation de l'énergie, par l'énergie reçue au voisinage du sol qu'à la limite de l'atmosphère terrestre. Le rayonnement solaire arrivant au sol se compose de :

Rayonnement direct : C'est celui qui traverse l'atmosphère sans subir de modifications.

Rayonnement diffus : C'est une partie du rayonnement solaire diffusé par les particules solides ou liquides en suspension dans l'atmosphère, il n'a pas de direction privilégiée.

Rayonnement global : C'est la somme du rayonnement direct et diffus.

# 1-1-4 Donnés astronomiques [1et3] :

1-1-4-1 Latitude de lieu ( $\phi$ ): C'est l'éloignement par rapport à l'équateur, mesuré en degré

1-1-4-2 La longitude ( $\lambda$ ): C'est l'éloignement par rapport au méridien de Greenwich, mesuré en degré.

1-1-4-3 L'altitude ( $\mathbf{Z}$ ) : C'est l'altitude d'un point correspondant à la distance verticale entre ce point et une surface de référence théorique (le niveau de la mer = 0), et est exprimée en mètre.

**1-1-4-4 La déclinaison** ( $\delta$ ) : C'est l'angle formé par la direction du soleil avec et le plan équatorial, elle varie au cours de l'année entre -23.45° et -23.45°. Elle est nulle aux équinoxes (21mars et 21 septembre), maximale au solstice d'été (21 juin) et minimale au solstice d'hiver (21 décembre). La valeur de la déclinaison peut être calculée par la relation **[1]** :

$$\delta = 23.45 \sin\left(\frac{360}{365}(n_{j} + 284)\right)$$
(1-1)

Où :

 $\delta$ : la déclinaison mesurée en degrés

n<sub>i</sub> : le numéro du jour dans l'année

# 1-1-4-5 L'albédo

C'est la fraction de l'énergie incidente diffusée par un corps lumineux, ainsi pour un corps noir parfait, l'albédo est nul.

# 1-1-5 Détermination du temps solaire :

# 1-1-5-1 L'angle horaire

L'angle «  $\omega$  » étant l'angle formé par le plan méridien passant par le centre du soleil et le plan vertical du lieu (méridien), il définit le vrai temps solaire.

$$\omega = 15(12 - TSV)$$
 (1-2)

Il est midi TSV,  $\sin \omega = 0$ .

#### 1-1-5-2 Le temps solaire moyen

Il est appelé parfois temps local (TSM)

$$TSV - TSM = Et$$
(1-3)

Où

Et : équation de temps (min).

Elle est donnée par la relation :

$$Et=9.87\sin(2.n)-7.53\cos(n)-1.5\sin(n)$$
(1-4)

$$n = \frac{360}{365} (n_j - 81) \tag{1-5}$$

n<sub>j</sub> : numéro du jour dans l'année.

#### 1-1-5-3 Le temps civil [5 et 11] :

Il est le temps moyen avec comme origine à minuit.

#### 1-1-5-4 Le temps universel (TU) :

Il est le temps civil moyen du méridien de Greenwich (méridien origine) appelé encore GMT (Greenwich Mean Time), pour un lieu situé à la longitude « L »

#### 1-1-5-5 Le temps légal :

C'est une heure liée au «TU» par une différence fixe exprimée en un nombre entier d'heures qui dépend de la longitude, et des coutumes de chaque pays.

# **1-2** Les capteurs solaires :

Le capteur solaire plan est un système thermique qui permet la conversion de l'énergie solaire en énergie calorifique, la chaleur reçue de cette conversion est utilisée soit directement (cas de chauffage), soit elle même convertie en énergie mécanique par l'intermédiaire des cycles thermodynamique. Son principe de fonctionnement est basé sur l'effet de serre qui consiste à piéger le rayonnement solaire, ce dernier arrive au niveau du couvert et le traverse pour atteindre une surface revêtue d'une peinture noir, appelée absorbeur **[6]**.

L'absorbeur va absorber une grande partie du rayonnement solaire entraînant une augmentation de sa température. Le rayonnement réfléchi par l'absorbeur arrive sur la vitre et comme celle-ci est opaque aux rayonnements infrarouges, le rayonnement est ainsi piégé.

# 1-2-1 Classification et description des capteurs solaires :

On classe les capteurs solaires d'après :

#### 1-2-1-1 Fluide de travail utilisé :

L'air constitue une classe de ces fluides et l'eau une autre. Naturellement il en existe d'autres (hydrocarbures, hydrocarbures halogénés..).

#### a) Le capteur solaire à eau :

On peut distinguer deux types de système [7] :

Les systèmes de circulation à basse pression et les systèmes de circulation à haute pression.

- Les systèmes à basse pression : on emploie ces systèmes pour le chauffage des piscines, le chauffage d'eau industrielle et pour le chauffage dans les foyers domestiques de certaines régions du mondes. Dans ces systèmes, il suffit d'un film plastique mince comme réservoir pour l'eau, le plastique doit cependant être suffisamment épais pour supporter les conditions atmosphériques.

- Les systèmes a haute pression : dans ces systèmes, le circuit d'eau est généralement constitué de tubes en cuivre et de plaque métallique qui augmentent la surface d'absorption et en collectionne plus de calories que dans le cas précédent. Les ailettes sont normalement en acier, en aluminium ou en cuivre, et ayant des épaisseurs de l'ordre de 0.25 mm pour le cuivre, 0.5 pour l'aluminium et 2 mm pour l'acier, à cause des différences de conductivité thermique. L'espacement entre les tubes dépend de l'épaisseur des ailettes.

#### b) Le capteur solaire a air :

Ce type de capteur est très simple, il est constitué d'une couche absorbante à dos isolé, refroidie par un courant d'air circulant entre l'absorbeur et un couvercle de verre. On peut augmenter sa surface d'échange de chaleur soit en donnant un pouvoir émissif élevé au dos de l'absorbeur soit en donnant à l'absorbeur une surface striée ou rainurée (**figure I -1**). Une autre méthode d'amélioration du rapport surface d'échange sur projection de la surface d'absorbeur consiste à utiliser un absorbeur poreux. On peut employer, à cet effet, du tissu noir de la fibre de verre noircie, des écrans rainurés et tirés, de la laine d'acier ou des assemblages de lamelles (**figure I-2**).

# 1-2-1-2Orientation :

Les capteurs solaires peuvent êtres fixes ou mobiles (en rotation), les capteurs fixes restent immobiles pendant toute la journée ce qui est le cas des capteurs à usage domestique. Dans l'hémisphère nord, les capteurs orientés vers le sud est recommandée mais il n'est pas toujours possible de satisfaire cette condition quand il s'agit d'équiper un bâtiment déjà construit ou quand les conditions d'implantation du bâtiment s'imposent. Il existe aussi des capteurs semi fixes qu'on peut à chaque fois réajuster l'angle d'inclinaison du capteur en fonction de la saison **[2]**.



Entrée d'air froid

Figure I-1 : Capteur à absorbeur rainuré



FigureI-2: Capteur double vitrages à absorbeur poreux

**1-2-1-3 Types de composants :** pour décrire une classe de capteurs solaires, on utilise souvent un certain type de couvercle, d'absorbeur et d'échangeur de chaleur.

#### • Le couvercle :

Le couvercle peut ne pas exister et dans ce cas le capteur est dit non vitré ou bien il existe une ou deux feuilles de verre et le capteur est donc à simple vitrage ou à double vitrage

#### • L'absorbeur :

Les absorbeurs peuvent se classer d'après leur forme, par exemple les absorbeurs plans ou à cavités. Ils peuvent aussi absorber sélectivement ou non le rayonnement.

#### • L'échangeur de chaleur :

Ce type d'échangeur de chaleur sert aussi à classer les capteurs solaires, comme par exemple l'échangeur la plaque en tube, qui est constitué d'un échangeur tubulaire faisant partie intégrante d'une plaque ou soudé à cette plaque **[7]**.

# 1-2-2 Description générale et composants du capteur à double vitrage :

Le capteur à double vitrage illustré dans la **figure I-3**, doit être constitué des quatre éléments suivants :

# 1-2-2-1 L'absorbeur :

C'est Le transformateur du rayonnement solaire en chaleur, il transporte cette chaleur au fluide caloporteur, il est constitué d'une plaque métallique (acier, cuivre, aluminium...) revêtue d'une peinture noire matte.

Ses principales qualités sont :

- Un facteur d'absorption aussi voisin que possible de l'unité.
- Un pouvoir émissif dans l'infrarouge aussi faible que possible.
- Une bonne conductivité thermique.
- Une faible inertie thermique.

# 1-2-2-2 L'isolant :

Il joue un rôle très important dans les applications thermiques de l'énergie solaire, non seulement au niveau des absorbeurs, dont il faut limiter les pertes mais aussi calorifuger les tuyauteries chargées de véhiculer la chaleur et les enceintes de stockage.

On peut classer les matériaux isolants en trois catégories :

- les isolants minéraux.

- les isolants organiques.- les isolants végétaux.



**FigureI-3** : La structure d'un capteur à double vitrage placé sur le toit d'une maison

# 1-2-2-3 Les vitres :

Pour améliorer encore les propriétés des capteurs, les constructeurs utilisent parfois deux vitres **[8,9]**:

- La vitre intermédiaire.

- La vitre de protection (vitre extérieure) : ce second verre a très peut d'incidence sur l'effet de serre, son intérêt consiste surtout en sa meilleure isolation thermique de la face avant du capteur, sa qualité qui est aussi importante que celle de l'isolation arrière.

# 1-2-2-4 Le boîtier :

Il contient les trois éléments cités précédemment et dont les parois sont tapissées d'une couche isolante destinée à réduire les pertes vers l'arrière et les cotés du capteur, il doit être solide et résistant à la corrosion.

# 1-2-3 Paramètres et caractéristiques de fonctionnement des capteurs solaires :

# • Paramètres externes :

Paramètre d'ensoleillement : éclairement énergétique du au rayonnement global, position du soleil et la durée d'insolation **[3 ,5 et10]** 

- La température extérieure sèche
- La vitesse du vent sur le capteur.

# • Paramètres internes :

- Paramètre de position : l'inclinaison et l'orientation
- Dimensions de capteur : épaisseur, longueur, la largeur et la surface réceptrice.
- La section de passage du fluide.

# • paramètre de fonctionnement :

- La température d'entrée du fluide dans le capteur ;
- Les températures des différentes parties du capteur ;
- Le débit du fluide caloporteur.

# Etude théorique

# **II-1** Les apports solaires :

Les apports solaires sont constitués par [1, 5 et 11] :

- le rayonnement direct
- le rayonnement diffus, où ce dernier sera considéré par la suite comme un rayonnement direct avec un angle d'incidence de 60°.

# **II-1-1** Puissances incidentes :

# II-1-1 Calcul du rayonnement direct

La relation calculant le rayonnement direct est :

$$P_{dir} = P_{dir, h} \times \cos\left(i\right) \qquad (W.m^{-2}) \qquad (II-1)$$

Où :

i : angle d'incidence.

P<sub>dir, h</sub>: est le flux direct reçu par un plan horizontal.

$$P_{dir,h} = I_0 \times C \times \tau_{dir} \qquad (w.m^{-2}) \qquad (II-2)$$

C = 1 + 0.033 × cos 
$$\left(\frac{360 \times d}{365}\right)$$
 (II-3)

d : numéro du jour dans l'année.

 $\tau_{dir}$ : coefficient de transmission du rayonnement direct.

En pratique, nous définissons l'état du ciel par deux coefficients A et B, qui symbolisent le trouble atmosphérique du lieu.

La transmissivité totale de la couche atmosphérique, pour le rayonnement direct, s'écrit :

$$\tau_{\rm dir} = A \, \exp.\left(-\frac{B}{\sinh}\right) \tag{II-4}$$

Où :

A et B sont des constantes tirées à partir du tableau suivant [22]:

	Ciel pur	Conditions normales	Zones industrielles
Α	0.87	0.88	0.91
В	0.17	0.26	0.43

Sin (h) = cos (
$$\phi$$
)× cos ( $\delta$ )× cos ( $\omega$ ) + sin ( $\phi$ )× sin ( $\delta$ ) (II-5)

 $\phi$  : est la latitude du lieu.

 $\delta$ : déclinaison, donnée par la relation suivante :

$$\delta = 23.45 \times \sin \left(\frac{360}{365} \times (d - 81)\right)$$
 (°C) (II-6)

 $\omega$ : est l'angle horaire compté en degré ( $\omega = 0$  au midi solaire vrai,  $\omega < 0$  le matin et  $\omega > 0$  l'après midi).

Pour chaque heure  $\omega$  vaut 15°.

$$Cos (i) = sin (\delta) \times sin (\phi) \times cos (\beta) + cos (\delta) \times cos (\phi) \times cos (\beta) \times cos (\omega) + cos (\delta) \times sin (\beta) \times sin (\alpha) \times sin (\omega) - sin (\delta) \times cos (\phi) \times sin (\beta) \times cos (\alpha) + cos (\delta) \times sin (\phi) \times sin (\beta) \times cos (\alpha) \times cos (\omega)$$
(II-7)

 $\beta$ : l'angle d'inclinaison du capteur.

Pour une surface regardant l'équateur  $\beta > 0$ .

Orientée au sud, on a  $\alpha = 0$ , et cos (i) s'écrira :

$$\cos(i) = \cos(\phi - \beta) \times \cos(\delta) \times \cos(\omega) + \sin(\phi - \beta) \times \sin(\delta).$$
(II-8)

Donc une surface orientée vers l'équateur  $\alpha = 0$ , inclinée d'un angle  $\beta$  sur l'horizontale se comporte vis à vis du rayon solaire comme une surface horizontale orientée vers l'équateur et située à la latitude  $\phi - \beta$ 

#### II-1-1-2 Calcul du rayonnement diffus :

Il englobe deux flux :

- L'un émis dans la voûte céleste et qui atteint le capteur
- L'autre en provenance du sol et est reçu par le capteur.

Le premier est donné par la relation :

$$P_{dif,c} = p_{dif,h} \frac{1 + \cos b}{2} \qquad (w.m^{-2}) \qquad (II.9)$$

Et le second par :

$$P_{dif,s} = \rho \, \frac{1 - \cos b}{2} \, (P_{dif,h} \sin h + P_{dif,h}) \qquad (w.m^{-2}) \tag{II.10}$$

Avec :

 $\rho$  : albédo du sol

H<sub>dif,h</sub>: le flux diffus reçu par un plan horizontal, il est donné par la relation suivante:

$$P_{\text{dif},h} = I_0 \times C \times \sin(h) \times \tau_{\text{dif}} \quad (w. m^{-2})$$
(II-11)

 $I_0$  est la constante solaire ( $I_0=1356 \text{ W/m}^2$ )

 $\tau_{dif}$ : coefficient de transmission du rayonnement diffus donné comme suit:

$$\tau_{\rm dif} = 0.2710 - 0.2939 \times \tau_{\rm dir}$$
 (II-12)

Enfin:

$$\mathbf{P}_{dif} = \mathbf{P}_{dif,c+} \mathbf{P}_{dif,s} \qquad (w \cdot m^{-2}) \qquad (II-13)$$

# II-1-1-3 Le flux solaire reçu par la surface du capteur :

La puissance incidente sur un isolateur de 1  $m^2$  incliné d'un angle  $\beta$  est la somme de deux flux : direct et diffus.

$$P_{g} = P_{dif} + P_{dir} \qquad (W . m^{-2}) \qquad (II-14)$$

#### II -1-2 Les puissances absorbées :

#### II-1-2-1 Les propriétés optiques du vitrage recouvrant le capteur [1,5,10,11,16,17,22 et 23]:

L'étude de la transmission, la réflexion et l'absorption dans le verre recouvrant le capteur solaire joue un rôle capital dans l'amélioration de la performance de l'insolateur.

Désignant par  $n_1$  et  $n_2$  les indices de réfraction de deux milieux le rayonnement solaire (I<sub>o</sub>) frappant l'interface d'une surface vitrée à un angle d'incidence  $(q_1)$  sera partiellement réfracté (I<sub>t</sub>) avec un angle  $(q_2)$  et partiellement réfléchi (I<sub>r</sub>) avec un angle  $(q_1)$  telle que montrée dans la figure **II-1 :** 

$$\sin\theta_2 = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1$$
 (Loi de Snell Descartes) (II-15)

Le pouvoir réflecteur r d'une surface plane entre l'air ou le vide et le matériaux est donné par la relation suivante :

$$\mathbf{r} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin^2 (q_2 - q_1)}{\sin^2 (q_2 + q_1)} + \frac{tg^2 (q_2 - q_1)}{tg^2 (q_2 + q_1)} \right]$$
(Fresnel) (II-16)

$$\theta_2 = \operatorname{Arc}\sin\left[\frac{n_1}{n_2}\sin(\theta_1)\right] \tag{II-17}$$

Et :

r :le pouvoir réflecteur du verre.

 $\theta_1$ : angle de réfraction (degré).

 $\theta_2$ : angle d'incidence (degré).

 $n_1$  et  $n_2$ : indices de réfraction de l'air et du verre.



Figure II-1 : loi de SNELL - DESCARTES

Pour une lame de verre d'épaisseur d les coefficients de transmission, d'absorption et de réflexion du au rayonnement direct sont données par les relations suivantes :

a) le coefficient de transmission ( $\tau_{tdin})$  :

Il est donné par :

$$\tau_{dir} = T_{a.}(1-r)^{2} \frac{1}{1-(rT_{a})^{2}}$$
 (II-18)

On peut écrire aussi :

$$\tau_{\rm dir} \approx T_{\rm a} \left( \frac{1-r}{1+r} \right) \tag{II-19}$$

On pose :

$$T_r = \left(\frac{1-r}{1+r}\right) \tag{II-20}$$

On aura :

$$\tau_{\rm dir} \approx T_{\rm a}. T_{\rm r}$$
 (II-21)

Tel que:

r : le pouvoir réflecteur du verre.

T<sub>r</sub> : représente de transmission du a la réflexion.

Ta : représente le coefficient du a l'absorption, il est donné par la relation suivante :

$$T_a = \exp\left(\frac{-K ev}{\cos \theta_2}\right)$$
 (Loi de LAMBERT BOUGUER) (II-22)

Oú :

k : coefficient d'extinction du verre  $(m^{-1})$ .

ev : épaisseur de la couverture (m).

 $\theta_2$ : angle de réfraction (degré).

# b) le coefficient de réflexion ( $\rho_{dir}$ ):

il est donné par :

$$\rho_{\rm dir} = r + \frac{(1 - r)^2 T_a^2 r}{1 - (r T_a)^2}$$
(II-23)

On peut écrire aussi:

$$\rho_{\rm dir} = r \left( 1 + T_a \tau_{\rm dir} \right) \tag{II-24}$$

#### c) le coefficient de l'absorption ( $\alpha_{v-dir}$ ):

il est donné par :

$$\alpha_{v-dir} = 1 - \tau_{dir} - \rho_{dir}$$
 (II-26)

Lorsque on a un système de deux couvertures identiques, en aura :

#### a) le coefficient de transmission ( $\tau_{sys-dir}$ ):

Il est de termine par :

$$\tau_{\text{sys}-\text{dir}} = \frac{\tau_{\text{dir}}^2}{1 - \rho_{\text{dir}}^2}$$
(II-27)

Il est calculé aussi par :

$$\tau_{\text{sys-dir}} = T_a^2 T_{r2} \tag{II-28}$$

Les coefficients  $\tau_{dir}, \rho_{dir}, T_a$  sont calculés par les relations précédentes pour une lame de verre. Le coefficient Tr2 est calculé comme suit :

$$T_{r2} = \frac{1 - r}{1 + 3 r}$$
(II-29)

#### **b**) le coefficient de réflexion (ρ<sub>sys-dir</sub>):

Il est défini par :

$$\rho_{\text{sys-dir}} = \rho_{\text{dir}} \left( 1 + \tau_{\text{sys-dir}} \right)$$
(II-30)

c) le coefficient d'absorption ( $\alpha_{sys-dir}$ ):

Il est donné par :

$$\alpha \underset{sys-dir}{=} 1 - \tau \underset{sys-dir}{=} \rho \underset{sys-dir}{(II-31)}$$

Nous définissons de la même manière les coefficients  $\alpha_{v-dif}$ ,  $\tau_{dif}$ ,  $\rho_{dif}$ ,  $\alpha_{sys-dif}$ ,  $\tau_{sys-dif}$ ,  $\rho_{sys-dif}$ ,  $\rho_{sys-dif}$ ,  $\rho_{sys-dif}$ ,  $\sigma_{sys-dif}$ ,  $\sigma_{sys$ 

#### II-1-2-2 Puissance absorbée par la vitre [5,11 et 17] :

### ∨ Cas d'un capteur à simple vitrage

- $P_{\nu} = P_{\text{dir}} \alpha_{\nu-\text{dir}} + P_{\text{dif}} \alpha_{\nu-\text{dif}} \qquad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \qquad (\text{II-32})$
- ∨ Cas d'un capteur à double vitrage

$$\mathbf{P}_{v1} = \mathbf{P}_{\text{dir}} \, \boldsymbol{\alpha}_{v1-\text{dir}} + \mathbf{P}_{\text{dif}} \, \boldsymbol{\alpha}_{v1-\text{dif}} \qquad (\text{W} \cdot \text{m}^{-2}) \tag{II-33}$$

$$P_{v2} = \tau_{dir} P_{dir} \alpha_{v2-dir} + \tau_{dif} P_{dif} \alpha_{v2-dif} \qquad (w .m^{-2}) \qquad (II-34)$$

Avec :

 $P_{v,1}$ : la puissance absorbée par la vitre de protection

 $P_{v2}$ : la puissance absorbée par la vitre intermédiaire

#### II-1-2-3-Puissance absorbée par le corps noir [24] :

#### ✓ Cas d'un capteur à simple vitrage

En faisant un schéma descriptif des réflexions se produisant entre la vitre et l'absorbeur

(Figure II-2a), on constate que la puissance absorbée par l'absorbeur est donnée en se basant sur l'approche mathématique suivante :

Si  $|x| \langle 1 \text{ on } a :$ 

$$\sum_{j=1}^{n} 1 + x + x + x + x + x + x + x + x = \frac{1}{1-x}$$
 (II-35)

Alors :

$$Pp = Pg\tau_{v}\alpha_{p} (1 + (\rho_{v}\rho_{p}) + (\rho_{v}\rho_{p})^{2} + (\rho_{v}\rho_{p})^{3} + \dots + (\rho_{v}\rho_{p})^{n})$$
(II-36)

$$Pp = \frac{Pg \tau_v \alpha_p}{1 - \rho_v \rho_p}$$
(II-37)

L'absorbeur est opaque donc :

$$Pp = \frac{Pg\tau_v \alpha_p}{1 - (1 - \alpha_p)p_v}$$
(II-38)



Figure II-2a : Les réflexions dans un capteur à simple vitrage

On considère l'arrangement donnée par la **figure II-2b**, dont on a deux couvertures identiques caractérisé par  $\tau_{v}$ ,  $\rho_{v}$ .

La fraction  $\tau_v$  de la radiation solaire incidente est transmise vers la première couche d'air, après un nombre infini de réflexions a l'intérieure de cette couche, le flux solaire entrant dans la deuxième couche d'air est déterminé par l'expression :

$$U = \frac{G\tau_{v}^{2}}{1 - \rho_{v}^{2}}$$
(II-39)

On utilisant l'équation (II-39) le flux absorbé (V) par la plaque après une multitudes de réfections a l'intérieur de la deuxième couche d'air est donné par :

$$V = U = \frac{\alpha_P}{1 - \rho_v \rho_p} = UA \tag{II-40}$$

La radiation solaire réfléchit par l'absorbeur est transmise vers la première couche d'air, Est donnée comme suit :

$$W = U \frac{\rho_{p} \tau_{v}}{1 - \rho_{v} \rho_{p}} = UB$$
(II-41)

La radiation solaire transmise vers la deuxième couche d'air après une multitude de réflexions dans la première couche d'air es exprimée par :

$$X = W \frac{\rho_v \tau_v}{1 - \rho_v^2} = WC = UBC$$
(II-42)



Figure II-2b : Les réflexions dans un capteur à double vitrage

Après un infinités de réflexions dans la seconde couche d'air une fraction (A) du flux solaire X est absorbée et le processus peut être répété pour donner la quantité totale de la radiation solaire absorbée par le corps noir.

La puissance totale absorbée par la plaque est décrit par :

$$Pp_0 = UA + UABC + UA (BC)^2 + UA (BC)^3 + \dots$$

En utilisant l'approche mathématique d'écrit dans (II-35) on trouve :

$$Pp \ _{0} = \frac{UA}{1 - BC} = \frac{G \tau_{v}^{2}}{(1 - \rho_{v}^{2})} \frac{\alpha_{p}}{(1 - \rho_{p} \rho_{v})} \frac{1}{1 - \frac{\rho_{p} \tau_{v}}{(1 - \rho_{p} \rho_{v})} \frac{\rho_{v} \tau_{v}}{(1 - \rho_{v}^{2})}}$$
(II-43)

Après la simplification :

$$Pp_{0} = \frac{G \tau_{v}^{2} \alpha_{p}}{(1 - \rho_{v}^{2})(1 - \rho_{v} \rho_{p}) - \rho_{p} \rho_{v} \tau_{v}^{2}} \qquad (w.m^{-2})$$
(II-44)

# **II-2** Coefficient d'échange thermique :

# II-2-1 Echange par conduction [3, 5, 11, 12 et 25] :

C'est un phénomène naturel grâce auquel la chaleur traverse la matière par excitation thermique des molécules.

Les échanges par conduction existent principalement entre :

- les deux faces de la vitre du capteur a simple vitrage  $H_{cv}$ .
- la face supérieure et la face inférieure de l'isolant H<sub>ci</sub>.
- la plaque et le tube H<sub>cpt.</sub>
- le tube et l'isolant H<sub>cit</sub>.

La densité du flux thermique à travers une surface élémentaire « ds », est lié au gradient de température[11], [12].

$$\Phi\left(w/m^{2}\right) = -\lambda \overline{\text{grad}}\left(T\right) \quad \text{Loi Fourier}$$
(II-45)

 $\lambda$ : Conductivité thermique du milieu, exprimé par (w.m<sup>-1</sup>.k<sup>-1</sup>)

La puissance qui traverse une surface S est alors donnée par :

$$\phi(w/m) = \frac{\lambda \cdot S \cdot (T_1 - T_2)}{L} = h_c \cdot S \cdot (T_1 - T_2)$$
(II-46)

$$h_{c} = \frac{\lambda}{L}$$
(II-47)

Si l'épaisseur « L » de la paroi est négligeable par rapport aux autres dimensions on ne tiendra pas compte des effets de bord, et l'échange thermique se fait dans une direction normale à la surface des parois.

Et dans le cas de plusieurs parois superposées, on peut écrire :

$$h_{c} = \frac{1}{\sum_{i} \frac{L_{i}}{\lambda_{i}}}$$
Où :

h<sub>c</sub> : coefficient de transfert thermique par conduction.
#### II-2-2 Echange par rayonnement :

Ce mode de transfert ne nécessite pas la présence d'un milieu matériel, on s'intéresse principalement aux échanges radiatifs qui existent [5,11 12, 18,25 et 26]:

- Entre la vitre d'un capteur a simple vitrage et le ciel H<sub>rvc</sub>
- Entre la vitre de protection d'un capteur a double vitrage et le ciel H<sub>rv1c</sub>
- Entre la vitre de protection et la vitre intermédiaire d'un capteur a double vitrage H<sub>rv1v2</sub>
- Entre la vitre d'un capteur a simple vitrage et la plaque chauffante H<sub>rpv</sub>.
- Entre la vitre intermédiaire d'un capteur a double vitrage et la plaque chauffante H<sub>rpv2</sub>.
- Entre l'isolant et le sol H<sub>ris</sub>.

$$H_{\rm rvc} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm v} \cdot \left( T_{\rm c} + T_{\rm ve} \right) \cdot \left( T_{\rm c}^2 + T_{\rm ve}^2 \right) \tag{II-49}$$

$$H_{rv1c} = \sigma . \varepsilon_{v1} . (T_c + T_{v1}) . (T_c^2 + T_{v1}^2)$$
(II-50)

$$T_{c} = 0.522 (T_{a})^{1.5}$$
(II-51)

Ou : T<sub>a</sub> est la température ambiante en (K). (voir annexe1)

$$H_{rpv} = \frac{\sigma \cdot (T_{vi} + T_p) \cdot (T_{vi}^2 + T_p^2)}{\frac{1 - \varepsilon_v}{\varepsilon_v} + 1 + \frac{1 - \varepsilon_p}{\varepsilon_p}}$$
(II-52)  
$$H_{rpv2} = \frac{\sigma \cdot (T_{v2} + T_p) \cdot (T_{v2}^2 + T_p^2)}{\frac{2}{\varepsilon_{v2}} - 1}$$
(II-53)

 $\epsilon_v$ ,  $\epsilon_{v2}$ : émissivités des vitres.

 $\varepsilon_p$ : émissivité de la plaque.

 $\sigma$  : constante de Stéphane – Boltzmann.

$$H_{ris} = \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot (T_{ie} + T_{sol}) \cdot (T_{ie}^2 + T_{sol}^2)$$
(II-54)

 $T_{sol} \approx T_a$ .

 $\varepsilon_i$ : émissivité de l'isolant.

#### **II-2-3** Echange par convection

Les échanges par convection qui interviennent sont [1, 4, 9,12 et 18]:

- Entre la vitre d'un capteur a simple vitrage et l'ambiance H<sub>vva</sub>.
- Entre la vitre de protection d'un capteur a double vitrage et l'ambiance H<sub>vv1a</sub>.
- Entre la vitre de protection et la vitre intermédiaire d'un capteur a double vitrage H<sub>vv1v2</sub>.
- Entre la vitre d'un capteur a simple vitrage et la plaque H<sub>vvp</sub>.
- Entre la vitre intermédiaire d'un capteur a double vitrage et la plaque H<sub>vv2p</sub>.
- Entre le tube et le fluide H<sub>vtf</sub>.
- Entre le fluide et l'isolant H<sub>vif</sub>.
- Entre l'isolant et l'ambiance H<sub>via</sub>.

Nous définissons le nombre de Reynolds, de Graschoff, de Prandtl et de Nusselt,

On se base sur des corrélations, citées dans la bibliographie par plusieurs auteurs.

Le calcul du coefficient de transfert par convection, par l'intermédiaire du groupement de Nusselt se fait ainsi :

$$Nu = H_v \times \frac{L}{\lambda}$$
(II-55)

L : la longueur caractéristique.

 $\lambda$  : la conductivité thermique

Pour déterminer le coefficient d'échange entre la vitre et l'ambiance, nous pouvons utiliser corrélation de Hottel et Woertz :

$$H = 5.67 + 3.86. V_v$$
 (w/m<sup>2</sup>k) (II-56)

H : coefficient de transfert thermique.

 $V_v$ : la vitesse du vent en (m/s).

L'échange de chaleur entre la vitre et l'absorbeur s'effectue naturellement, par la détermination, en première étape, de nombre Nusselt pour une inclinaison β du capteur par rapport à l'horizontal

$$\mathrm{Nu}_{\beta} = \frac{90 - \beta}{90} \times \mathrm{Nu}_{0} + \frac{\beta}{90} \times \mathrm{Nu}_{90} \tag{II-57}$$

 $Nu_{\beta}$ : Nombre de Nusselt pour une inclinaison  $\beta$  du capteur.  $Nu_0$ : Nombre de Nusselt pour une inclinaison nulle.  $Nu_{90}$ : Nombre de Nusselt pour une inclinaison  $\beta$  égale à 90°. D'après la corrélation de Grondin et Roux nous avons :

$$Nu = A \times R_a^{\beta} \times F^{-c}$$
 (II-58)

F : facteur de forme de la cavité,  $F = \frac{X}{Z}$ .

X : longueur de la cavité formée par les deux plans, comptée dans le sens de la pente.

- Z : épaisseur de la cavité.
- R<sub>a</sub>: Nombre de Rayleigh.

 $\mathbf{R}_{a} = \mathbf{Gr} \times \mathbf{Pr} \tag{II-59}$ 

$$Gr = \frac{g\beta\Delta T L^3}{v^2}$$
(II-60)

Et 
$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$
 (II-61)

Où :

L : Longueur caractéristique en mètre (distance entre les deux plans).

 $\lambda$  : Coefficient de conductivité thermique en (w/m k).

- $\mu$ : Coefficient de viscosité dynamique en (kg/m s).
- C<sub>p</sub>: Capacité calorifique massique à la pression constante en (j/kg°k).

- v : coefficient de viscosité cinématique en  $(m^2/s)$ .
- g : Accélération de la pesanteur en  $(m/s^2)$ .
- $\beta = \frac{1}{\rho} \times \frac{\partial P}{\partial T}$  Coefficient de dilatation thermique.

 $\Delta T$ : Ecart entre de températures entre les deux plans.

Les propriétés de l'air doivent être évaluées à la température moyenne entre

 $(T_{vi}, T_p) et(T_{v2}, T_p) et(T_{v2}, T_{v1})$ 

Remarque : Vous trouverez les propriétés de l'air dans la partie annexe (1).

On peut calculé Nu directement on se basant sur la corrélation de HOLLANDS et AL :

$$Nu = 1 + 1.44 \left( 1 - \frac{1708}{Ra \cdot \cos \beta} \right) \left( 1 - \frac{(\sin 1.8\beta)^{1.6} 1708}{Ra \cdot \cos \beta} \right) + \left( \left( \frac{Ra \cdot \cos \beta}{5830} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right)$$
(II-62)

Avec :

$$0 ^{\circ} < \beta < 75^{\circ}$$

Pour le coefficient d'échange par convection, entre deux surfaces parallèles (plaque et vitre), plusieurs formes sont proposées, parmi ces relations on cite:

$$H_{conv} = 1.14 \cdot \frac{\left(T_p - T_v\right)^{0.31}}{e_{vp}^{0.07}} \cdot \left(1 - 0.0018 \cdot \left(\frac{T_p - T_v}{2} - 10\right)\right)$$
(II-63)

 $e_{vp}$ : espace entre la vitre et la plaque (m)

L'échange de chaleur entre le tube et l'eau se fait par convection forcée, pour les conduites circulaires, on peut utiliser des corrélations, en tenant compte des nombres adimensionnels suivant :

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot D}{\mu} = \frac{V \cdot D}{\nu}$$

$$Gz = Re \times Pr \times \frac{D}{L}$$
(II-64)
(II-65)

$$St = \frac{Nu}{Re \times Pr}$$
(II-66)

Re : Nombre de Reynolds.

- Gz : Nombre de Graetz.
- St : Nombre de Stanton.
- $\rho$  : masse volumique (kg/m<sup>3</sup>).
- V : vitesse moyenne du fluide (m/s).
- D : Le diamètre du conduit (m).
- $\mu$  : La viscosité dynamique (kg/m s).
- v : La viscosité cinématique (m<sup>2</sup>/s).
- L : La longueur du conduit (m).

#### **<u>Remarque</u>** : Vous trouverez les caractéristiques de l'eau dans la partie **annexe 1**.

Dans le cas d'un écoulement laminaire : (Re < 2100)

- pour Gz < 100:

$$Nu = 3.66 + \frac{0.085.G_Z}{1 + 0.047.G_Z^{2/3}} \cdot \left[\frac{m_i}{m_p}\right]^{0.14}$$
 Haussen (II-67)

- pour 
$$Gz > 100$$
:

$$Nu = 1.86 \cdot Gz^{1/3} \cdot \left[\frac{m_{l}}{m_{p}}\right]^{0.14} + 0.87 \cdot \left(1 + 0.015 \cdot Gz^{1/3}\right) \quad \text{Sieder} - \text{Tate}$$
(II-68)

Dans la zone transitoire 2100 < Re < 10000

$$Nu = 0.116. \left( \text{Re}^{2/3} - 125 \right). \text{Pr}^{1/3} \cdot \left( 1 + \left( \frac{D}{L} \right)^{2/3} \right) \cdot \left[ \frac{m_a}{m_p} \right]^{0.14} \text{ Haussen}$$
(II-69)

Dans le cas d'un écoulement turbulent, Re > 10000

$$Nu = 0.023 \cdot \operatorname{Re}^{0.8} \cdot \operatorname{Pr}^{1/3} \cdot \left[\frac{m_{a}}{m_{p}}\right]^{0.14} \qquad \text{Sieder} - \text{Tate}$$
(II-70)

Avec :

 $\mu_a$ : La viscosité dynamique de l'eau à la température considérée.

 $\mu_p$ : La viscosité dynamique de l'eau au niveau de la paroi à la température considérée.

Ou bien utiliser la formule donnée par Tan et Charters :

$$Nu = 0.018 . Re^{0.8} . Pr^{0.4}$$
(II-71)

## II-3 Comportement thermique du capteur [4, 3, 5, 11 et 12] :

On donne les bilans énergétiques représentés dans les **figures II - 3a et figure II-3b**, par unité de surface du capteur comme suit :

#### ∨ Cas d'un capteur à simple vitrage

$$P_p = Q_u + Q_p \tag{II-72a}$$

#### ✓ Cas d'un capteur à double vitrage

$$P_{p0} = Q_{u0} + Q_{p0}$$
(II-72b)

Avec :

 $P_{\text{p}}$  ,  $\ P_{\text{p0}}$  sont la récupération effective de l'énergie incidente par l'absorbeur

 $Q_p$ ,  $Q_{p0}$  sont l'échange de chaleur entre l'absorbeur et le milieu extérieur

 $Q_u$ ,  $Q_{u0}$  sont L'échange de chaleur entre l'absorbeur et le fluide à réchauffer.

Les fractions P<sub>p</sub>, P<sub>p0</sub> du flux incident H<sub>g</sub> sont données par :

$$P_{p} = (\tau \alpha) \times H_{g}$$
 (II-73a)

$$P_{p0} = (\tau^2 \alpha) \times H_g$$
 (II-73b)

 $(\tau \alpha)$ ,  $(\tau^2 \alpha)$ : sont les coefficients de transmission – absorption.

Hg: est le flux global au niveau du sol, sur un plan incliné.

## II-3-1 Les pertes [4, 5, 9 et 11] :

Les déperditions thermiques du capteur sont données sous la forme suivant

#### ✓ Cas d'un capteur à simple vitrage

$$Q_{p} = A_{C} \times (U_{arr} + U_{av} + U_{lat}) \times (Tp_{m} - T_{a}) = A_{C} \times U_{g} \times (Tp_{m} - T_{a}).$$
(II-74a)



Figure II-3a : Schéma du bilan énergétique pour un capteur à simple vitrage



Figure II-3b : Schéma du bilan énergétique pour un capteur à double vitrage

## ∨ cas d'un capteur à double vitrage

$$Q_{p0} = A_{C} \times (U_{arr} + U_{av0} + U_{lat}) \times (Tp_{m} - T_{a}) = A_{C} \times U_{g0} \times (Tp_{m} - T_{a}).$$
(II-74b)

Avec :

A<sub>C</sub>: Surface du capteur

- Ta : la température de l'air extérieur
- $U_g$ ,  $U_{g0}$ : les coefficients globaux des pertes

Tp<sub>m</sub>: la température moyenne de la plaque absorbante

$$Tp_{m} = \frac{3T_{fs} + T_{fe}}{4} + \Delta T \qquad (II-75)$$

Tfs : la température de sortie du fluide

Tfe : la température d'entrée du fluide

Les pertes par arrières (par le fond) du capteur sont dues à la conduction par l'isolation arrière, le coefficient des pertes arrières par unité de surface s'écrit :

$$U_{arr} = \frac{\lambda_i}{e_i}$$
(II-76)

- $\lambda_i$ : conductivité thermique de l'isolant.
- e<sub>i</sub> : épaisseur de l'isolant.

Dans la pratique, la relation des pertes latérales par unité de surface est :

$$U_{lat} = \frac{\lambda_{i, lat} \cdot e_b \cdot P_b}{e_{lat} \cdot A_C}$$
(II-78)

 $\lambda_{i, lat}$ : conductivité thermique de l'isolant latéral.

e<sub>b</sub>: épaisseur du boîtier.

.P<sub>b</sub>: périmètre du boîtier

e<sub>lat</sub> : épaisseur de l'isolant latéral.

Les pertes d'avant sont dues à la convection et aux échanges radiatifs entre différentes parties du capteur :

#### ∨ Cas d'un capteur à simple vitrage

Le coefficient des pertes d'avant est défini comme suit :

$$U_{av} = \frac{1}{R_i + R_e}$$
(II-79)

La résistance intérieure  $R_i$  s'opposant aux transferts entre la surface de captation et la surface inférieure du verre est :

$$R_{i} = \frac{1}{H_{vpv} + H_{rpv}}$$
(II-80)

La résistance extérieure  $R_e$  s'opposant aux transferts convectif et radiatif entre la surface extérieure du verre et l'environnement est :

$$R_e = \frac{1}{H_{vva} + H_{rvc}}$$
(II-81)

Finalement nous arrivons à :

$$U_{av} = \left[\frac{1}{H_{vva} + H_{rvc}} + \frac{1}{H_{vpv} + H_{rpv}}\right]^{-1}$$
(II-82)

#### ∨ Cas d'un capteur à double vitrage

Le coefficient des pertes d'avant est défini comme suit :

$$U_{av0} = \frac{1}{R_{i0} + R_{e0} + R_c}$$
(II-83)

La résistance intérieure  $R_{i0}$  s'opposant aux transferts entre la surface de captation et la surface de la vitre intermédiaire:

$$R_{i0} = \frac{1}{H_{vpv2} + H_{rpv2}}$$
(II-84)

La résistance extérieure  $R_{e0}$  s'opposant aux transferts convectif et radiatif entre la surface de la vitre de protection et l'environnement:

$$R_{e0} = \frac{1}{H_{vvla} + H_{rvlc}}$$
(II-85)

La résistance R<sub>c</sub> s'opposant aux transferts entre la vitre de protection et la vitre intermédiaire :

$$R_{c} = \frac{1}{H_{vv 1v 2} + H_{rv 1v 2}}$$
(II-86)

Finalement nous arrivons à :

$$U_{av0} = \left[\frac{1}{H_{vv1a} + H_{rv1c}} + \frac{1}{H_{vpv2} + H_{rpv2}} + \frac{1}{H_{vv1v2} + H_{rv1v2}}\right]^{-1}$$
(II-87)

#### II-3-2 Puissance utile récupérée par le fluide [2, 5 et 11] :

Il y a plusieurs équations qui caractérisent cette puissance, parmi ses équations on cite :

a) première équation (puissance utile en fonction de T<sub>P</sub>):

∨ Cas d'un capteur à simple vitrage

$$Q_{u} = ((\tau \alpha) \cdot H_{g} - U_{g} \cdot (T_{p} - T_{a})) \cdot A_{c}$$
 (w.) (II-88a)

#### ∨ Cas d'un capteur à double vitrage

$$Q_{u0} = ((\tau^2 \alpha) \cdot H_g - U_{g0} \cdot (T_p - T_a)) \cdot A_c$$
 (w.) (II-88b)

Avec :

Tp : la température de l'absorbeur, elle est difficile a estimé en réalité car il y a des gradient de température sur l'absorbeur.

- b) deuxième équation (puissance utile en fonction de Tf et l'efficacité du transfert):
- ∨ cas d'un capteur à simple vitrage

$$Q_{u} = F'((\tau \alpha) . H_{g} - U_{g} . (T_{f} - T_{a})) . A_{c} \quad (w.)$$
(II-89a)

∨ cas d'un capteur à double vitrage

$$Q_{u0} = F'_0 \left( \left( \tau^2 \alpha \right) \cdot H_g - U_{g0} \cdot \left( T_f - T_a \right) \right) \cdot A_c \qquad (W.)$$
(II-89b)

Où :

- F', F'<sub>0</sub> : paramètres constructifs, du capteur (efficacité du transfert)
- Tf : la température du fluide caloporteur (°C)
- c) Troisième équation (puissance en fonction de T<sub>fe</sub> et l'efficacité globale) :
- ∨ cas d'un capteur à simple vitrage

$$Q_{u} = F_{R} \times ((\tau \alpha) \times H_{g} - U_{g} \times (T_{fe} - T_{a})) \times Ac \qquad (w.) \qquad (II-99a)$$

∨ cas d'un capteur à double vitrage

$$Q_{u0} = F_{R0} \left( \left( \tau^2 \alpha \right) \times H_g - U_{g0} \times \left( T_{fe} - T_a \right) \right) x \text{ Ac} \qquad (W.)$$
 (II-99b)

Avec :

Tfe : température d'entrée du fluide (C°).

F<sub>R</sub>, F<sub>R0</sub> : l'efficacité global de l'échange thermique du capteur.

F<sub>R</sub> est définit comme suit :

$$F_{R} = \frac{\text{puissance utile réelle}}{\text{puissance utile idéale}} = \frac{G \cdot C_{p} \cdot (T_{fs} - T_{fe})}{(\tau \alpha) \cdot \text{Hg} - \text{Ug} \cdot (T_{fe} - T_{a})}$$
(II-100)

D'où :

$$F_{R} = \frac{G \cdot Cp}{U_{g} \cdot A_{C}} \left[ 1 - \exp\left[\frac{-F' \cdot U_{g} \cdot A_{C}}{G \cdot Cp}\right] \right]$$
(II-101)

l'efficacité F' du transfert, peut s'écrire comme suit :

$$F' = \frac{\frac{1}{U_g}}{w \cdot \left[\frac{1}{U_g \cdot (d_e + (w - d_e) \cdot F)} + \frac{e_s \cdot d_e}{b \cdot \lambda_s} + \frac{1}{d_i \cdot H_{vtf}}\right]}$$
(II-102)

e<sub>s</sub>: étant l'épaisseur de la soudure, exprimé en (m).

b : largeur de la soudure, en (m).

 $\lambda_s$  : la conductivité thermique de la soudure, en (w/m . k).

Nous définissons le rendement de l'ailette F par la relation suivante :

$$F = \frac{\tanh gh\left(m \cdot \left(\frac{w - d_e}{2}\right)\right)}{m \cdot \left(\frac{w - d_e}{2}\right)}$$
(II-103)

$$m^2 = \frac{U_g}{K \cdot e_p}$$
(II-104)

K : étant la conductivité thermique du plan (w/m°c).

- e<sub>p</sub>: l'épaisseur de l'absorbeur (m).
- w : la distance entre les tubes (m).
- d<sub>e</sub> : le diamètre extérieure du tube (m).

## II-4 Calcul du rendement d'un capteur [5, 11, 13, 14, 15 et 16] :

Le rendement global du capteur est définit comme étant le quotient de la puissance utile sur la puissance incidente

$$\eta = \frac{Q_{\rm U}}{H_{\rm g} \cdot A_{\rm C}} \tag{II-105}$$

## ∨ Cas d'un capteur à simple vitrage

$$\eta_1 = F_R \left[ \left( \tau \alpha \right) - U_g \cdot \frac{\left( T_{fe} - T_a \right)}{H_g} \right]$$
(II-106a)

## ∨ Cas d'un capteur à double vitrage

$$\eta_2 = F_R \cdot \left[ \left( \tau^2 \alpha \right) - U_{g0} \cdot \frac{\left( T_{fe} - T_a \right)}{H_g} \right]$$
(II-106b)

Comme nous pouvons aussi définir un autre rendement dit optique dont il représente le rapport entre la puissance reçue par la plaque et la puissance incidente.

$$\eta_0 = \frac{P_p}{H_g}$$
(II-107)

Si bien que :

$$\eta_{1} = F_{R} \cdot \left[ \eta_{01} - U_{g} \cdot \frac{(T_{fe} - T_{a})}{H_{g}} \right]$$
(II-108a)

Et

$$\eta_{2} = F_{R0} \cdot \left[ \eta_{02} - U_{g0} \cdot \frac{(T_{fe} - T_{a})}{H_{g}} \right]$$
(II-108b)

# Résolution mathématique Des systèmes

#### **III-1 Modélisation :**

Il existe plusieurs méthodes de simulation, l'une d'elles est suivie par HTELL BLISS Et WHILLIER. Elle suppose que le régime est permanent et que les éléments de l'insolateur se trouvent a une température moyenne constante. Cette approche néglige les effets transitoires mais elle constitue un outil commode pour un calcul de conception, bien qu'il faille, la aussi procéder a des itérations **[1, 5, 11, 12, 17 et 27]**.

L'autre méthode est suivie par LIN et JORDAN, elle donne des rendements moyens sur une période donnée, il faut intègre les équations sur celle-ci.

La méthode que nous avons suivi est la résolution du systèmes d'équations par « Pas a pas ». Cette méthode nous permet de rendre compte de l'évolution des températures de tous les éléments de l'insolateur dans le temps et l'espace.

L'insolateur est découpé en tranches fictives égales (mailles), cette coupe est faite dans le sens de l'écoulement du fluide caloporteur, puis en établi le bilan des échanges énergétique qui interviennent aux niveaux des nœuds (voir figures III-1a et III-1b), places au endroits dont on veut étudier l'évolution temporelle de leurs températures.

Pour pouvoir déterminer le bilan énergétique entre les nœuds il serait commode d'utiliser les analogies qui existent entre le transfert de chaleur et le transfert électrique

#### **III-2** Hypothèses simplificatrices :

Il est nécessaire de faire certaines hypothèses afin d'avoir une simulation approchée du système [5, 11, 12, 13 et 18] :

1- Le ciel peut être assimile a un corps noir de température équivalente calculée.

2- La température du sol est prise égale à la température de l'ambiance.

3- Les surfaces d'échanges de chaleur par rayonnement sont supposées grises et diffusantes.

4-Les propriétés physiques des matériaux sont supposées constantes.

5- Le vent est supposé soufflant parallèlement aux faces du système.

6- Le rayonnement diffus atmosphérique est isotrope.

7- La température de sortie du fluide de la maille J est égale à la température d'entrée à La maille J+1.

8- Le régime d'écoulement est transitoire

9- Les différents milieux solides ont une température uniforme dans un plan normal au sens de l'écoulement

10-Les flux de chaleur sont unidimensionnels.

11- l'écart de température entre la face supérieure et inférieure du couverture transparent du capteur à double vitrage est négligeable.

#### **III-3 descriptions des modèles :**

Le premier modèle concerne le capteur a simple vitrage, (voir figure III-2a ) il est constitué par [5 et 11]:

- une vitre sur sa face avant ;

- une plaque métallique peinte en noir mat servant d'absorbeur ;

- une tubulure en forme parallèle soudée contre la plaque, servant à la circulation du fluide caloporteur.
- un isolant sur ses faces arrière et latérales.
- un boîtier en bois contenant le tous.

Le deuxième modèle caractérise le capteur a double vitrage (voir figure III-2b), il est composé par les mêmes constituants d'un capteur a simple vitrage, en ajoute seulement une deuxième vitre.

#### **III-4 Analogie électrique :**

En détermine la densité de flux de chaleur échangée entre deux points l'un porte a une température T1 et l'autre a la T2 de manière générale comme suit [1, 3, 5, 11 et 12] :

$$\Phi = h (T1 - T2)$$
(III.1)

 $\Phi$ : densité de flux thermique ( W/m<sup>2</sup> )

h : coefficient du mode de transfert de chaleur (w /  $m^2$  K )

Cette dernière équation ressemble à la loi d'ohm en électricité et s'écrit :

$$E_2 - E_1 = R_{eq} I \tag{III.2}$$

 $E_1$  et  $E_2$ : sont les potentielles électriques aux points 1 et 2 du circuit.

Req: la résistance aux transferts de charges électriques entre les points 1 et 2

I : Intensité du courant

Cette analogie (voir tableau III-1), nous permet de représenter les échanges de chaleur par des schémas électriques sur lesquels on peut appliquer la loi D'HOM et KIRCHOFF.

Lorsque le transfert de chaleur entre deux élément s'opère suivant plusieurs modes simultanés (par exemple convection et rayonnement), le circuit électrique modèle comportera des résistances en parallèles. Lorsqu'il s'effectue suivant plusieurs modes successifs (par exemple conduction et convection), le circuit électrique modèle comportera des résistances en séries.

Considérons une maille à l'instant t, i un nœud de cette maille, de masse Mi (kg), de capacité spécifique Cpi (J/kg.k), de section Si (m<sup>2</sup>) et de température Ti (k).

On applique la loi d'HOM au nœud « i » on obtient :

39

Système thermique			Modèle électrique		
Paramètre	Symbole usuel	unité	Paramètre	Symbole usuel	Unité
Température	Т	K	Potentiel	V	Volts
Flux de chaleur	Q,Φ	W	Intensité	Ι	Ampères
Densité de flux de chaleur	φ	W / m <sup>2</sup>	Densité de courant	i	A / m <sup>2</sup>
Conductivité thermique	λ	W / m / K	Conductivité électrique	K	A / m / V
Coefficient d'échange	Н	$W/m^2/K$			
Conductance thermique		W / K	Conductance électrique		$\Omega^{-1}$
Résistance thermique	R	K / W	Résistance électrique	R <sub>e</sub>	Ω
Résistivité		m . K/W	Résistivité	Р	m . V / A
thermique			électrique		
Chaleur massique	Ср	J / kg / K			
Capacité calorifique m . Cp	С	J / K	Capacité électrique	С	Farad

Tableau III-1 : Analogie du système thermique au modèle électrique

$$\frac{M_{I}}{S_{i}}Cp_{i} \frac{\partial T_{I}}{\partial t} = \sum_{j \in \mathbb{N}} h_{ij} (T_{j} T_{i}) + P_{i}$$
(III-3)

M<sub>i</sub>: masse du milieu i du système (Kg)

Cp<sub>i</sub> : chaleur spécifique (J / Kg. K)

 $S_i$ : la section (m<sup>2</sup>)

N : ensemble des nœuds J pour lesquels T<sub>j</sub> est un potentiel connecté à T<sub>i</sub>

 $P_i$  : facteur de puit ou de source.

 $\partial t$  : pas de temps.

#### **III-5** Schéma électrique équivalent :

On prend une maille k et on fait le bilan des échanges thermique entre les nœuds de cette maille ainsi que l'apport énergétique sur chaque nœud (**figures III-3a et III-3b**),

#### (figures III-4a et III-4b).

Nous définissons [5,11 et 17] :

 $H_{vva}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par convection entre la face externe de la vitre d'un capteur à simple vitrage et l'ambiance

 $H_{vv1a}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par convection entre la vitre de protection d'un capteur à double vitrage et l'ambiance

 $H_{rvc}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par rayonnement entre la face externe de la vitre d'un capteur a simple vitrage et le ciel

 $H_{rv1c}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par rayonnement entre la vitre de protection d'un capteur à double vitrage et le ciel

 $H_{cv}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par conduction entre la face externe et interne de la Vitre d'un capteur à simple vitrage

 $H_{vv1v2}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par convection entre la vitre de protection et intermédiaire d'un capteur à double vitrage.

 $H_{rv1v2}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par rayonnement entre la vitre de protection et intermédiaire d'un capteur à double vitrage.

 $H_{vpv}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par convection entre la plaque et la face interne de la vitre d'un capteur à simple vitrage

 $H_{rpv}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par rayonnement entre la plaque et la face interne de la vitre d'un capteur à simple vitrage

 $H_{vpv2}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par convection entre la vitre de intermédiaire et l'absorbeur d'un capteur à double vitrage

 $H_{rpv2}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par rayonnement entre la vitre de intermédiaire et l'absorbeur d'un capteur à double vitrage

 $H_{cpt}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par conduction entre la plaque et le tube du capteur

 $H_{vtf}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par convection entre le tube et le fluide du capteur

 $H_{cit}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par conduction entre le tube et l'isolant du capteur

 $H_{vif}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par convection entre l'isolant et le fluide du capteur

 $H_{ci}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par conduction entre l'isolant de la face externe et la face interne du capteur

 $H_{ris}(W/m^2 K)$ : coefficient d'échange thermique par rayonnement entre la face externe de isolant du capteur et le sol

 $H_{via}$  (W/m<sup>2</sup> K): coefficient d'échange thermique par convection entre la face externe de l'isolant du capteur et l'ambiance.

## III-6 Mise en équation des systèmes :

## III-6-1 Equations définies le premier Système : (capteur à simple vitrage)

Selon le schéma électrique montré dans la **figure III-5**, en applique la loi d'OHM au nœud de la maille, nous allons avoir les équations suivantes **[1, 5, 11, 13 et 19]** :

-Nœud 1 : (la face extérieure de la vitre)

$$\frac{m_{v} Cp_{v}}{2 S_{v}} \left( \frac{dT_{ve}}{dt} \right) = \left( \frac{P_{v}}{2} + H_{rvc} \left( T_{c} - T_{ve} \right) + H_{vva} \left( T_{a} - T_{ve} \right) + H_{cv} \left( T_{vi} - T_{ve} \right) \right)$$

-Nœud 2 : (la face intérieure de la vitre)

$$\frac{\mathbf{m}_{v} \mathbf{C} \mathbf{p}_{v}}{2 \mathbf{S}_{v}} \left( \frac{\mathbf{d} \mathbf{T}_{vi}}{\mathbf{d} t} \right) = \left( \frac{\mathbf{P}_{v}}{2} + \mathbf{H}_{cv} \left( \mathbf{T}_{ve} - \mathbf{T}_{vi} \right) + \left( \mathbf{H}_{vpv} + \mathbf{H}_{rpv} \right) \left( \mathbf{T}_{p} - \mathbf{T}_{vi} \right) \right)$$

-Nœud 3 :( l'absorbeur)

$$\frac{m_{p} Cp_{p}}{S_{p}} \left(\frac{dT_{p}}{dt}\right) = \left(P_{p} + \left(H_{vpv} + H_{rpv}\right)\left(T_{vi} - T_{p}\right) + \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt}\left(T_{t} - T_{p}\right)\right)$$

-Nœud 4 : (le tube)

$$\frac{m_{t} Cp_{t}}{S_{t}} \left( \frac{dT_{t}}{dt} \right) = \left( \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt} \left( T_{p} - T_{t} \right) + \frac{S_{f}}{S_{t}} H_{vtf} \left( T_{f} - T_{t} \right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left( T_{ii} - T_{t} \right) \right)$$

-Nœud 5 : (le fluide caloporteur)

$$\frac{G \ C p_{\rm f}}{S_{\rm f}} \ \left(T_{\rm f} - T_{\rm f}^*\right) = \left( \frac{S_{\rm f}}{S_{\rm t}} \ H_{\rm vtf} \ \left(T_{\rm t} - T_{\rm f}\right) + \frac{S_{\rm if}}{S_{\rm i}} \ H_{\rm vif} \ \left(T_{\rm ii} - T_{\rm f}\right) \right)$$

-Nœud 6 :(l'isolant de la face intérieure)

$$\frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i}} \left( \frac{dT_{ii}}{dt} \right) = \left( \frac{S_{if}}{S_{i}} H_{vif} \left( T_{f} - T_{ii} \right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left( T_{t} - T_{ii} \right) + H_{ci} \left( T_{ie} - T_{ii} \right) \right)$$

-Nœud 7 : (l'isolant de la face extérieure)

$$\frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i}} \left( \frac{dT_{ie}}{dt} \right) = \left( H_{ci} \left( T_{ii} - T_{ie} \right) + H_{ris} \left( T_{s} - T_{ie} \right) + H_{via} \left( T_{a} - T_{ie} \right) \right)$$

 $S_v = S_p = S_i$ 

Où :

 $S_{pt}$ : surface de la jonction tube- plaque (m<sup>2</sup>),

 $S_f$ : surface de contact tube – fluide (m<sup>2</sup>),

 $S_t$  : surface du tube (m<sup>2</sup>),

 $S_{if}$ : surface fictive d'écoulement d'eau sur l'isolant (m<sup>2</sup>).

$$S_{pt} = N \frac{p}{4} D_e l$$

$$S_f = N 3.14 D_i l$$

$$S_t = N 3.14 D_e l$$

$$S_{if} = N D_i l$$

T<sub>f</sub>\* : température du fluide de la tranche précédente

#### III-6-2 Equations définies le deuxième Système : (capteur à double vitrage)

Selon le schéma électrique montré dans la **figure III-6**, en applique la loi d'HOM au nœud de la maille, nous allons avoir les équations suivantes **[20 et 21]** :

<u>Nœud 1</u> : (la vitre de protection)

$$\frac{m_{v1} C p_{v1}}{S_{v1}} \left( \frac{dT_{v1}}{dt} \right) = \left( P_{v1} + H_{rv1c} \left( T_c - T_{v1} \right) + H_{vv1a} \left( T_a - T_{v1} \right) + \left( H_{vv1v2} + H_{rv1v2} \right) \left( T_{v2} - T_{v1} \right) \right)$$

Nœud 2 :(la vitre intermédiaire)

$$\frac{m_{v2} Cp_{v2}}{S_{v2}} \left( \frac{dT_{v2}}{dt} \right) = \left( P_{v2} + (H_{vv1v2} + H_{rv1v2}) \left( T_{v1} - T_{v2} \right) + \left( H_{vpv2} + H_{rpv2} \right) \left( T_{p} - T_{v2} \right) \right)$$

<u>Nœud 3</u> :( l'absorbeur)

$$\frac{m_{p} Cp_{p}}{S_{p}} \left(\frac{dT_{p}}{dt}\right) = \left(P_{p} + \left(H_{vpv2} + H_{rpv2}\right)\left(T_{v2} - T_{p}\right) + \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt} \left(T_{t} - T_{p}\right)\right)$$

<u>Nœud 4</u> :( le tube)

$$\frac{m_{t} Cp_{t}}{S_{t}} \left( \frac{dT_{t}}{dt} \right) = \left( \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt} \left( T_{p} - T_{t} \right) + \frac{S_{f}}{S_{t}} H_{vtf} \left( T_{f} - T_{t} \right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left( T_{ii} - T_{t} \right) \right)$$

<u>Nœud 5</u> : (le fluide caloporteur)

$$\frac{G \ C p_{\rm f}}{S_{\rm f}} \ \left(T_{\rm f} - T_{\rm f}^*\right) = \left( \frac{S_{\rm f}}{S_{\rm t}} \ H_{\rm vtf} \ \left(T_{\rm t} - T_{\rm f}\right) + \frac{S_{\rm if}}{S_{\rm i}} \ H_{\rm vif} \ \left(T_{\rm ii} - T_{\rm f}\right) \right)$$

<u>Nœud 6</u> :(l'isolant de la face intérieure)

$$\frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i}} \left( \frac{dT_{ii}}{dt} \right) = \left( \frac{S_{if}}{S_{i}} H_{vif} \left( T_{f} - T_{ii} \right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left( T_{t} - T_{ii} \right) + H_{ci} \left( T_{ie} - T_{ii} \right) \right)$$

<u>Nœud 7</u> : (l'isolant de la face extérieure)

$$\frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i}} \left(\frac{dT_{ie}}{dt}\right) = \left(H_{ci} \left(T_{ii} - T_{ie}\right) + H_{ris} \left(T_{s} - T_{ie}\right) + H_{via} \left(T_{a} - T_{ie}\right)\right)$$

#### **III-7** DISCRETISATIONS DES EQUATIONS :

#### **III-7-1 DISCRETISATIONS DES EQUATIONS DU PREMIER SYSTEME :**

<u>Nœud 1</u> :

$$\frac{m_{v} Cp_{v}}{2 S_{v} \times \Delta t} \left(T_{ve}^{t}\left(j\right) - T_{ve}^{t-\Delta t}\left(j\right)\right) = \frac{P_{v}}{2} + H_{rvc} \left(T_{c} - T_{ve}^{t}\left(j\right)\right) + H_{vva} \left(T_{a} - T_{ve}^{t}(j)\right) + H_{cv} \left(T_{vi}^{t}\left(j\right) - T_{ve}^{t}\left(j\right)\right)$$

## <u>Nœud 2</u> :

$$\frac{m_{v} C p_{v}}{2 S_{v} \times \Delta t} \left(T_{vi}^{t}\left(j\right) - T_{vi}^{t-\Delta t}\left(j\right)\right) = \frac{P_{v}}{2} + H_{cv} \left(T_{ve}^{t}\left(j\right) - T_{vi}^{t}\left(j\right)\right) + \left(H_{vpv} + H_{rpv}\right) \left(T_{p}^{t}(j) - T_{vi}^{t}(j)\right)$$

## <u>Nœud 3</u> :

$$\frac{m_{p} C p_{p}}{S_{p} \times \Delta t} \left(T_{p}^{t}\left(j\right) - T_{p}^{t-\Delta t}\left(j\right)\right) = P_{p} + \left(H_{vpv} + H_{rpv}\right)\left(T_{p}^{t}\left(j\right) - T_{vi}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt}\left(T_{t}^{t}\left(j\right) - T_{p}^{t}\left(j\right)\right)$$

<u>Nœud 4</u> :

$$\frac{m_{t} Cp_{t}}{S_{t} \times \Delta t} \left(T_{t}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t-\Delta t}\left(j\right)\right) = \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt} \left(T_{p}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{f}}{S_{t}} H_{vtf}$$

$$\left(T_{f}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left(T_{ii}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t}\left(j\right)\right)$$

## <u>Nœud 5</u> :

$$\frac{G C p_{f}}{S_{f} \times \Delta t} \left(T_{f}^{t}\left(j\right) - T_{f}^{t}\left(j-1\right)\right) = \frac{S_{f}}{S_{t}} H_{vtf}\left(T_{t}^{t}\left(j\right) - T_{f}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{if}}{S_{i}} H_{vif}\left(T_{ii}^{t}\left(j\right) - T_{f}^{t}\left(j\right)\right)$$

<u>Nœud 6</u> :

$$\frac{m_{i} C p_{i}}{2 S_{i} \times \Delta t} \left(T_{ii}^{t}(j) - T_{ii}^{t-\Delta t}(j)\right) = \frac{S_{if}}{S_{i}} H_{vif} \left(T_{f}^{t}(j) - T_{ii}^{t}(j)\right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left(T_{t}^{t}(j) - T_{ii}^{t}(j)\right) + H_{ci} \left(T_{ie}^{t}(j) - T_{ii}^{t}(j)\right)$$

<u>Nœud 7</u> :

$$\frac{m_{i} \ Cp_{i}}{2 \ S_{i} \times \Delta t} \ \left(T_{ie}^{t} \left(j\right) - T_{ie}^{t-\Delta t} \left(j\right)\right) = \ H_{ci} \left(T_{ii}^{t} \left(j\right) - T_{ie}^{t} \left(j\right)\right) + \ H_{ris} \left(T_{s} - T_{ie}^{t} \left(j\right)\right) + H_{via} \left(T_{a} - T_{ie}^{t} \left(j\right)\right)$$

C'est un système de sept équations à sept inconnues de la forme suivante :

Mat A (7, 7) x Mat T (7, 7) = Mat B (7, 7)

	$\overline{}$	$\langle \rangle$		$\langle \rangle$
$a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{14} \ a_{15} \ a_{16}$	a <sub>17</sub>	$T_{ve}^{t}(j)$		B <sub>1</sub>
$a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{24} \ a_{25} \ a_{26}$	a <sub>27</sub>	$T_{vi}^{t}(j)$		<b>B</b> <sub>2</sub>
$a_{31}$ $a_{32}$ $a_{33}$ $a_{34}$ $a_{35}$ $a_{36}$	a <sub>37</sub>	$T_p^t(j)$		<b>B</b> <sub>3</sub>
$a_{41} \ a_{42} \ a_{43} \ a_{44} \ a_{45} \ a_{46}$	a <sub>47</sub>	$T_t^t(j)$	=	<b>B</b> <sub>4</sub>
$a_{51}$ $a_{52}$ $a_{53}$ $a_{54}$ $a_{55}$ $a_{56}$	a57	$T_{f}^{t}(j)$		<b>B</b> 5
$a_{61} \ a_{62} \ a_{63} \ a_{64} \ a_{65} \ a_{66}$	a <sub>67</sub>	T <sub>ii</sub> <sup>t</sup> (j)		B <sub>6</sub>
a <sub>71</sub> a <sub>72</sub> a <sub>73</sub> a <sub>74</sub> a <sub>75</sub> a <sub>76</sub>	a77)	$T_{ie}^{t}(j)$	(	$B_7$

Tel que :  $a_{11} = \frac{m_v \ Cp_v}{2 \ S_v \ \Delta t} + H_{vvc} + H_{vva} + H_{cv}$  $a_{12} = -H_{cv}$  $a_{13} = 0$  $a_{14} = 0$  $a_{15} = 0$  $a_{16} = 0$  $a_{17} = 0$  $a_{21} = a_{12}$  $a_{22} = \frac{mv Cp_v}{2 Sv \Delta t} + Hcv + H_{rpv} + H_{vpv}$  $a_{23} = -(H_{rpv} + H_{vpv})$  $a_{24} = 0$  $a_{25} = 0$  $a_{26} = 0$  $a_{27} = 0$  $a_{31} = 0$  $a_{32} = a_{23}$  $a_{33} = \frac{m_{\text{p}} \ Cp_{\text{p}}}{S_{\text{p}} \ \Delta t} + H_{\text{rpv}} + H_{\text{vpv}} + \frac{Spt}{Sp} H_{\text{cpt}}$  $a_{34} = -\frac{Spt}{Sp} H_{pct}$  $a_{35} = 0$  $a_{36} = 0$  $a_{37} = 0$  $a_{41} = 0$  $a_{42} = 0$ 

$a_{43} = a_{34}$
$a_{44} = \frac{m_t Cp_t}{S_t \Delta t} + \frac{Spt}{Sp} H_{cpt} + \frac{Sf}{St} H_{vtf} + \frac{Si}{St} H_{cit}$
$a_{45} = -\frac{Sf}{St} H_{vtf}$
$a_{46} = -\frac{S_i}{S_t} H_{cit}$
$a_{47} = 0$
$a_{51} = 0$
$a_{52} = 0$
$a_{53} = 0$
$a_{54} = a_{45}$
$a_{55} = G \frac{Cp_{\rm f}}{S_{\rm f}} + \frac{Sf}{St} H_{\rm vtf} + \frac{Sif}{Si} H_{\rm vif}$
$a_{56} = -\frac{\text{Sif}}{\text{Si}} H_{\text{vif}}$
$a_{57} = 0$
$a_{61} = 0$
$a_{62} = 0$
$a_{63} = 0$
$a_{64} = a_{46}$
$a_{65} = a_{56}$
$a_{66} = \frac{m_i \ Cp_i}{2 \ S_i \ \Delta t} + \frac{Sif}{Si} \ H_{vif} + H_{ci} + \frac{Si}{St} \ H_{cit}$
$a_{67} = -H_{ci}$
$a_{71} = 0$
$a_{72} = 0$
$a_{73} = 0$
$a_{74} = 0$
$a_{75} = 0$
$a_{76} = a_{67}$
$a_{77} = \frac{m_i Cp_i}{2 S_i \Delta t} + H_{ci} + H_{ris} + H_{via}$

$$B_{1} = \frac{m_{v} Cp_{v}}{2 S_{v} \Delta t} T_{v}^{0} + H_{rvc} T_{c} + H_{vva} T_{a} + \frac{P_{v}}{2}$$

$$B_{2} = \frac{m_{v} Cp_{v}}{2 S_{v} \Delta t} T_{vi}^{0} + \frac{P_{v}}{2}$$

$$B_{3} = \frac{m_{p} Cp_{p}}{S_{p} \Delta t} T_{p}^{0} + P_{p}$$

$$B_{4} = \frac{m_{t} Cp_{t}}{S_{t} \Delta t} T_{t}^{0}$$

$$B_{5} = q \frac{Cp_{f}}{S_{f}} T_{f} (j-1)$$

$$B_{6} = \frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i} \Delta t} T_{ii}^{0}$$

$$B_{7} = \frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i} \Delta t} T_{ie}^{0} + H_{ris} T_{s} + H_{via} T_{a}$$

Les inconnues sont :

 $T_{ve}$ ,  $T_{vi}$ ,  $T_p$ ,  $T_t$ ,  $T_f$ ,  $T_{ii}$ ,  $T_{ie}$  qui sont respectivement les températures de : La face externe de la vitre, la face interne de la vitre, la plaque, le tube, le fluide, la face interne de l'isolant et la face externe de l'isolant.

#### **III-7-2 DISCRETISATIONS DES EQUATIONS DU DEUXIEME SYSTEME :**

#### <u>Nœud 1</u> :

$$\frac{M_{vl}Cp_{vl}}{S_{v}1 \times \Delta t} \left(T_{v1}^{t}(j) - T_{v1}^{t-\Delta t}(j)\right) = Pv_{1} + H_{rv1c} \left(T_{c} - T_{v1}^{t}(j)\right) + H_{vv1a} \left(T_{a} - T_{v1}^{t}(j)\right) + H_{$$

 $( H_{vv1v2} + H_{rv1v2} ) ( T_{v2}^{t} (j) - T_{v1}^{t} (j) )$ 

#### <u>Nœud 2</u> :

$$\frac{M_{v2} Cp_{v2}}{S_{v2} \times \Delta t} \left( T_{v1}^{t} (j) - T_{v2}^{t-\Delta t} (j) \right) = Pv_{2} + \left( H_{vv1v2} + H_{rv1v2} \right) \left( T_{v1}^{t} (j) - T_{v2}^{t} (j) \right) + \left( H_{vpv2} + H_{rpv2} \right) \\ \left( T_{P}^{t} (j) - T_{v2}^{t} (j) \right) \right)$$

#### <u>Nœud 3</u> :

$$\frac{m_{p} Cp_{p}}{S_{p} \times \Delta t} \left(T_{p}^{t}\left(j\right) - T_{p}^{t-\Delta t}\left(j\right)\right) = P_{p} + \left(H_{vpv2} + H_{rpv2}\right) \left(T_{p}^{t}\left(j\right) - T_{v2}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt}\left(T_{t}^{t}\left(j\right) - T_{p}^{t}\left(j\right)\right)$$

## <u>Nœud 4</u> :

$$\frac{m_{t} Cp_{t}}{S_{t} \times \Delta t} \left(T_{t}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t-\Delta t}\left(j\right)\right) = \frac{S_{pt}}{S_{p}} H_{cpt} \left(T_{p}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{f}}{S_{t}} H_{vtf} \left(T_{f}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left(T_{ii}^{t}\left(j\right) - T_{t}^{t}\left(j\right)\right)$$

## <u>Nœud 5</u> :

$$\frac{G C p_{f}}{S_{f} \times \Delta t} \left(T_{f}^{t}\left(j\right) - T_{f}^{t}\left(j-1\right)\right) = \frac{S_{f}}{S_{t}} H_{vtf} \left(T_{t}^{t}\left(j\right) - T_{f}^{t}\left(j\right)\right) + \frac{S_{if}}{S_{i}} H_{vif} \left(T_{ii}^{t}\left(j\right) - T_{f}^{t}\left(j\right)\right)$$

## <u>Nœud 6</u> :

$$\frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i} \times \Delta t} \left(T_{ii}^{t}(j) - T_{ii}^{t-\Delta t}(j)\right) = \frac{S_{if}}{S_{i}} H_{vif} \left(T_{f}^{t}(j) - T_{ii}^{t}(j)\right) + \frac{S_{i}}{S_{t}} H_{cit} \left(T_{t}^{t}(j) - T_{ii}^{t}(j)\right) + H_{ci} \left(T_{ie}^{t}(j) - T_{ii}^{t}(j)\right)$$
Neud 7:

$$\frac{m_{i} C p_{i}}{2 S_{i} \times \Delta t} \left(T_{ie}^{t}\left(j\right) - T_{ie}^{t-\Delta t}\left(j\right)\right) = H_{ci} \left(T_{ii}^{t}\left(j\right) - T_{ie}^{t}\left(j\right)\right) + H_{ris} \left(T_{s} - T_{ie}^{t}(j)\right) + H_{via} \left(T_{a} - T_{ie}^{t}(j)\right)$$

C'est un système de sept équations à sept inconnues qui est de la forme suivante :

## Mat A (7, 7) x Mat T (7, 7) = Mat B (7, 7)

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} & a_{16} & a_{17} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} & a_{26} & a_{27} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} & a_{36} & a_{37} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} & a_{46} & a_{47} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} & a_{56} & a_{57} \\ a_{61} & a_{62} & a_{63} & a_{64} & a_{65} & a_{66} & a_{67} \\ a_{71} & a_{72} & a_{73} & a_{74} & a_{75} & a_{76} & a_{77} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{v1}{}^{t}(j) \\ T_{v2}{}^{t}(j) \\ T_{v2}{}^{t}(j) \\ T_{v2}{}^{t}(j) \\ T_{v1}{}^{t}(j) \\ T_{ie}{}^{t}(j) \\ T_{ie}{}^{t}(j) \\ T_{ie}{}^{t}(j) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{1} \\ B_{2} \\ B_{3} \\ B_{4} \\ B_{5} \\ B_{6} \\ B_{7} \end{pmatrix}$$

Tel que :

$$a_{11} = \frac{m_{v1} C p_{v1}}{S_{v1} \Delta t} + H_{rv1c} + H_{vv1a} + H_{rv1v2} + H_{vv1v2}$$
$$a_{12} = -(H_{rv1v2} + H_{vv1v2})$$

$a_{13} = 0$	
$a_{14} = 0$	
$a_{15} = 0$	
$a_{16} = 0$	
$a_{17} = 0$	
$a_{21} = a_{12}$	
$a_{22} = \frac{m_{v2} Cp_{v2}}{S_{v2} \Delta t} + H_{rv1v2} + H_{vv1v2} + H_{rr}$	ov2+Hvpv2
$a_{23} = -(H_{rpv2} + H_{vpv2})$	
$a_{24} = 0$	
$a_{25} = 0$	
$a_{26} = 0$	
$a_{27} = 0$	
$a_{31} = 0$	
$a_{32} = a_{23}$	
$a_{33} = \frac{m_p Cp_p}{S_p \Delta t} + H_{rpv2} + H_{vpv2} + \frac{Spt}{Sp} H$	Hcpt
$a_{34} = -\frac{Spt}{Sp} H_{pct}$	
$a_{35} = 0$	
$a_{36} = 0$	
$a_{37} = 0$	
$a_{41} = 0$	
$a_{42} = 0$	
$a_{43} = a_{34}$	
$a_{44} = \frac{m_t}{S_t} \frac{Cp_t}{\Delta t} + \frac{Spt}{Sp} H_{cpt} + \frac{Sf}{St} H_{vtf} + \frac{Sf}{S$	<u>Si</u> H <sub>cit</sub> St

 $a_{45} = -\frac{Sf}{St} H_{vtf}$  $a_{46} = -\frac{S_i}{S_t} H_{cit}$  $a_{47} = 0$  $a_{51} = 0$  $a_{52} = 0$  $a_{53} = 0$  $a_{54} = a_{45}$  $a_{55} = G \, \frac{Cp_{\rm f}}{S_{\rm f}} + \frac{Sf}{St} \, H_{\rm vtf} + \frac{Sif}{Si} \, H_{\rm vif}$  $a_{56} = -\frac{Sif}{Si} H_{vif}$  $a_{57} = 0$  $a_{61} = 0$  $a_{62} = 0$  $a_{63} = 0$  $a_{64} = a_{46}$  $a_{65} = a_{56}$  $a_{66} = \frac{m_i \ Cp_i}{2 \ S_i \ \Delta t} + \frac{Sif}{Si} \ H_{vif} + H_{ci} + \frac{Si}{St} \ H_{cit}$  $a_{67} = -H_{ci}$  $a_{71} = 0$  $a_{72} = 0$  $a_{73} = 0$  $a_{74} = 0$  $a_{75} = 0$  $a_{76} = a_{67}$  $a_{77} = \frac{m_i \ Cp_i}{2 \ S_i \ \Delta t} + H_{ci} + H_{ris} + H_{via}$  $B_{1} = \frac{m_{v1} C p_{v1}}{S_{v1} \Delta t} T_{v1}^{0} + H_{rv1c} T_{c} + H_{vv1a} T_{a} + Pv_{1}$  $B_2 = \frac{m_{v2} C p_{v2}}{S_{v2} \Delta t} T_{v2}^0 + P v_2$ 

$$B_{3} = \frac{m_{p} Cp_{p}}{S_{p} \Delta t} T_{p}^{0} + P_{p}$$

$$B_{4} = \frac{m_{t} Cp_{t}}{S_{t} \Delta t} T_{t}^{0}$$

$$B_{5} = q \frac{Cp_{f}}{S_{f}} T_{f} (j-1)$$

$$B_{6} = \frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i} \Delta t} T_{ii}^{0}$$

$$B_{7} = \frac{m_{i} Cp_{i}}{2 S_{i} \Delta t} T_{ie}^{0} + H_{ris} T_{s} + H_{via} T_{a}$$

Les inconnues sont :

 $T_{v1}$ ,  $T_{v2}$ ,  $T_p$ ,  $T_t$ ,  $T_f$ ,  $T_{ii}$ ,  $T_{ie}$  qui sont respectivement les températures de : la vitre de protection, la vitre intermédiaire, la plaque, le tube, le fluide, la face interne de l'isolant et la face externe de l'isolant.

## III-8 Résolution du système d'équation

La résolution du système est effectuée par la méthode itérative de Gauss-Seidel (voir annexe1)

Nous supposons connues, les températures des différents nœuds à l'instant initial, et avec l'algorithme de calcul (voir organigramme), nous évaluons les différents coefficients des transferts thermiques pour les deux systèmes, ainsi pour chaque pas de temps et pour chaque maille, nous obtenons un système d'équation, dont sa résolution permet de calculer nos inconnues.



Figure III-1a : Différents nœuds considérés dans la maille d'un capteur à simple vitrage



## Figure III-1b : Différents nœuds considérés dans la maille d'un capteur à double vitrage



Figure III-2a : Coupe verticale d'un capteur à simple vitrage



Figure III-2b : Coupe verticale d'un capteur à double vitrage





capteur à double vitrage


Figure III-4a: Schéma électrique équivalent d'un capteur à simple vitrage



Figure III-4b: Schéma électrique équivalent d'un capteur à double vitrage

# **III-9:** Organigramme développé pour le calcul numérique des paramètres inconnues





### Interprétation et discussion Des résultats

### IV- Interprétation et discussion des résultats :

Dans cette étude , nous avons utilisé un programme de simulation numérique développé en langage FORTRRAN, en prenant Constantine comme région d'étude et à partir des différents tests des résultats sont obtenus.

Des données météorologique prises pour la région de Constantine sont [22] :

Altitude=687 m

Latitude =36°17'

Longitude=6°37'

Albédo=0.20

### VI-1 <u>Variation des puissances</u> :



Figure IV-1 : Variation du rayonnement global avec le temps

Dans la figure **IV-1**, nous constatons que la puissance incidente sur l'insolateur est au maximum entre 13h et 14h, car le flux de chaleur est important.

Ce résultat est similaire à plusieurs résultats expérimentaux obtenus auparavant [1,11].



Dans cette figure, on constate clairement que la puissance absorbée par la plaque d'un CSV dont (K=32m<sup>-1</sup>) est supérieure à celle d'un CDV possédant la même valeur de K, car en passant d'un simple vitrage à un double vitrage, l'augmentation de N (nombre de vitres), mène vers une augmentation du coefficient de réflexion et une diminution du coefficient de transmission. Cependant, on veut obtenir, de notre côté, une faible valeur de réflexion et une

forte valeur de transmission du verre, donc il est important d'avoir une très faible valeur de K  $(k=10^{-6} m^{-1})$ , comme indiqué dans cette figure.

On peut donc diminuer le facteur de réflexion en utilisant les solutions suivantes :

- On applique des revêtements antiréflexifs sous forme de couches minces multiples sur la surface de la vitre.

- La deuxième solution consiste en une micro attaque chimique (traitement chimique) de la surface vitrée.



### VI-2 Variation des températures :

On remarque que les températures « Ta » et « Tc » ont la même allure et atteignent le maximum entre 13h et 14h, lorsque le flux de chaleur est important, ceci peut expliquer ce comportement par la relation de SWINBANK « II-51 » dont la température du ciel (Tc) dépend de la température ambiante (Ta).



D'après cette figure, on voit clairement que :

la température au niveau de la vitre intermédiaire  $(tv_2)$  du CDV est supérieure à la température au niveau de la vitre de protection  $(tv_1)$  et ce pour le même capteur ,ceci est du à l'effet de serre qui permet de piéger l'énergie solaire incidente se trouvant entre l'absorbeur et la vitre intermédiaire et de piéger également l'énergie se trouvant entre les deux vitres , due aux différents réflexions.

On constate aussi que les températures  $(tv_1)$  et  $(tv_2)$  sont supérieures à la température moyenne  $(tv_m)$  du CSV, à cause de l'isolation de la face avant du CDV.



Dans cette figure on constate que :

La température de la plaque absorbante du CDV est supérieure à celle du CSV, ceci est du à la bonne isolation de la face avant du CDV, elle est assurée par le second verre (vitre de protection).





D'après cette figure, on constate que :

le coefficient de transmission diminue avec l'augmentation de l'inclinaison du capteur [28]
l'augmentation du nombre de vitres mène à une diminution du coefficient de transmission.
Le même phénomène a été observé par BENOSMAN [16].



D'après cette figure, on remarque que :

- le coefficient de réflexion augmente avec l'augmentation de l'inclinaison du capteur.
- l'augmentation du nombre de vitres mène à une augmentation du coefficient de réflexion

[16]

### IV-4 Variation des pertes vers l'avant :



Dans cette figure, on constate que :

- Les pertes vers l'avant d'un CDV sont inférieures a celles du CSV.

- La vitesse du vent a tendance à augmenter les pertes de chaleur vers l'avant, ceci peut être expliqué par l'augmentation du coefficient de transfert de chaleur par convection décrite par la relation (**II-56**) de HOTELLE et WOERTZ, elle est proportionnelle à la vitesse V.



D'après cette figure on remarque que :

- les pertes vers l'avant du CDV sont inférieures à celles du CSV

les pertes vers l'avant augmentent avec l'augmentation de l'émissivité de l'absorbeur, et
l'augmentation de l'émissivité signifie l'augmentation des pertes radiatives.

### IV-5 variation des rendements :



Cette figure montre que l'accroissement du coefficient d'extinction « K » conduit à une diminution du rendement; ceci est du à l'oxyde de fer contenu dans le verre qui absorbe les grandes longueurs d'ondes issues du rayonnement solaire incident en rendant les vitres de couleur verte.

On note qu'il faut aussi traiter les surfaces vitrées afin qu'elles puissent avoir une faible valeur du coefficient d'extinction.



On constate dans la figure ci-dessus que :

- le rendement optique diminue lorsque l'angle d'inclinaison augmente à cause de l'influence de cet angle sur particulièrement le facteur de transmission et de réflexion.

 le rendement optique d'un CDV avec K=32m<sup>-1</sup>, est inférieur à celui d'un CSV possédant la même valeur de K. Donc toute augmentation de N a un effet négatif sur le rendement optique pour des raisons citées précédemment. Pour éviter ce problème, il faut utiliser des surfaces vitrées faiblement réfléchissantes et absorbantes.



D'après cette figure, on constate que :

- Le rendement instantané du CDV diminue en augmentant l'espace entre la vitre de protection et la vitre intermédiaire.

- On adopte une épaisseur optimale de 10mm de façon à pouvoir garder l'échange par rayonnement, et au delà de cette valeur les pertes par convection interviennent et le rendement diminue. Il faut noter que les mêmes résultats ont été obtenus par JOLANTA, EDWARD et YURIY [29]



Dans cette figure, on constate que :

- les deux rendements se trouvent au maximum entre 13h et 14h, où la densité du flux thermique est importante, ce qui augmente la puissance utile pour chauffer le fluide.

- on distingue trois phases : avant 11h le rendement thermique du CDV est inférieur à celui du CSV. Entre 11h et 16h, où le flux est important et le rendement du CDV est supérieur à celui du CSV. Après 16h, c'est encore le rendement du CDV qui est inférieure à celui du CSV.

Toutes ces variations peuvent être expliquées par l'augmentation de l'inertie thermique du CDV.



Figure IV-14 : Variation du rendement thermique avec l'inclinaison du capteur

On remarque que :

- le rendement d'un CDV est supérieur à celui d'un CSV.
- En ramenant les capteurs vers l'horizontale on favorise leur fonctionnements en été, en augmentant le rendement instantané [6].



Dans cette figure on remarque que :

- le rendement d'un CDV est supérieur a celui d'un CSV.

- le rendement augmente avec l'augmentation du débit car lorsque le débit augmente, la température de l'absorbeur diminue et par conséquent les pertes radiatives et convectives diminuent.

### **Remarque :**

on a utilisé le logiciel « Origin » pour tracer les courbes, d'où nous avons introduit les valeurs obtenues par la simulation et en utilisant la méthode des moindre carrées, qui nous a donné une régression polynomiale avec une bonne précision P (faible erreur) et le coefficient de détermination  $R^2$  important.

## Conclusion

#### **Conclusion et recommandation :**

Dans ce travail, nous avons abordé une étude comparative entre un capteur à simple vitrage et un autre à double vitrage, on a conclu à la fin que le système à double vitrage permet une bonne amélioration du rendement thermique car il contribue à la diminution des pertes vers l'avant .

A cet effet, nous avons utilisé des modèles numériques permettant de simuler le fonctionnement du capteur, où un programme de calcul a été développé en langage de FORTRAN.

Le but de ces modèles est d'étudier les différentes variations du rendement instantané en fonction de certains facteurs tels que la déclinaison, le débit du fluide caloporteur et de certains facteurs géographiques et météorologiques propres à la région de Constantine durant le 15 juillet, qui est choisi comme le jour de calcul.

Les cordonnés de cette région sont [22] :

Altitude : 687 m

Latitude : 36°17' nord

Longitude : 6°37'

Albédo : 0.20

Les résultats obtenus nous ont permis de tirer les conclusions suivantes :

- L'utilisation d'un capteur à double vitrage permet de diminuer les pertes vers l'avant, aboutissant à l'amélioration du rendement thermique.

- La diminution de la vitesse augmente le rendement thermique.

- un minimum d'espace de 10mm entre la vitre de protection et la vitre intermédiaire a été choisi , ceci nous permet de diminuer les pertes au maximum

- Plus on redresse le capteur vers l'horizontale plus on favorise son fonctionnement en été.

- L'accroissement du coefficient d'extinction « K » conduit à une diminution du rendement optique.

- L'augmentation du débit du fluide caloporteur permet d'améliore le rendement thermique des deux systèmes

- Une augmentation du nombre de vitre a pour conséquence une diminution du coefficient de transmission et une augmentation du coefficient de réflexion, on note aussi que cette

augmentation a un autre effet négatif secondaire sur le rendement à travers l'augmentation de l'inertie thermique du capteur.

Comme ces résultats obtenus sont issus d'une étude théorique, nous préférons réaliser une étude expérimentale afin de valider ces résultats.

A la fin on pense que des études peuvent être développées sur :

- Les pertes de charge, qui ont une grande influence sur le rendement ;

- L'écart de température (entre l'absorbeur et la vitre) qui a un impact sur l'efficacité du capteur.

# Référence bibliographique

[1] Michel Dagunet, Les séchoirs solaires, théoriques et pratiques, UNESCO, Paris (France)1985.

[2]Charles Chauliaguet, L'énergie solaire dans le bâtiment 4<sup>ieme</sup> édition, Paris (France)1981

[3] Bernamrane Karima, Utilisation des capteurs solaires sous vides pour le fonctionnement du système de climatisation, thèse de magister en énergétique, Université de Ouargla 2004

[4] Yves Jannot, Thermique solaire, octobre 2003

[5] Medjdoub Amine Khodja ,Etude de l'espace entre un l'absorbeur et la vitre et son influence sur le rendement d'un capteur solaire, Thèse de magistère en génie climatique, Université de Constantine 2004

[6] N. Kadem et F.K Benabdelaziz, Etude du rendement optique du capteur d'un chauffe eau solaire, SIRE 5, Bechar, novembre 2000.

[7] D.K Edwards, Capteurs solaires, SCM, Paris (France), 1979

[8] Guitouni Alima, Modélisation numérique d'un nouveau collecteur phothothermique.

Thèse de magister en énergétique, Université de Constantine2000

[9] Boudjadar Toufik et Tebbal Ahmed ,Capteur à double vitrage, calcul de la performance, étude comparative et applications , Mémoire d'ingéniorat en génie mécanique, option énergétique, Université de Constantine 1993

[10] Dobbi Abdelmadjid, Climatisation solaire, système à absorption, Thèse de magister en énergétique, Université de Ouargla 2000

[11] Ghellab Amel ,Choix et optimisation des paramètre de fonctionnement d'un capteur solaire utilisé pour la climatisation, Thèse de magister en génie climatique, Université de Constantine 2002.

[12] Laour Salah, Etude comparative de deux types de capteurs solaires plans à eau Thèse de magister en énergétique, Université de Constantine 1994 [13] Nadir Bellal, Contribution à la réalisation et simulation d'un capteur à eau type collecteur, Thèse de magister en énergétique, Université de Constantine 1989

[14] Y. A Duffie et W.A Beckman, Solar energy thermal process, New York (U.S.A), 1980

[15] T. Agami Reddy, The design and sizing of active solar thermal systems, Clarendon press, Oxford( U.K), 1987

[16] M.Benosman et A. Zerga "Optimisation économique et énergétique d'une enceinte thermique à double vitrage en vue d'une amélioration des performances d'un capteur plan ENERSOLE 01-Adrar-Algerie

[17] A.A. Sfeir et G Guarracio, Ingénierie des systèmes solaires, application à l'habitat, technique et documentation

[18] A. Benkhalifa, Optimisation d'un capteur solaire plan, Rev. energ, ren, physique énergétique, 1998, pp. 13-18

[19] Aissani Larbi, Etude et réalisation d'un séchoir solaire pour fruits et légumes, Thèse de magister en énergétique, Université de Constantine 1988

[20] A.Hakhim et M. Boukar, Simulation et expérimentation d'un capteur solaire auto stockeur pour la production d'eau chaude, pp. 116-125, CHEMSS 2000, Algérie

[21] D. Willey et Sons, Solar engineering of thermal process, second edition, USA 1991

[22] Michel Capderou, Atlas solaire de l'Algerie, OPU, Alger (Algérie), 1985

[23] Lyes Bennamoun, Etude d'un séchoir solaire et d'un capteur solaire ,Thèse de magister en énergétique, Université de Constantine

[24] B.P Axell, Technical note: A simple equation for the effect of multiple reflections on the solar radiation absorbed by a collector with a double glazed cover plate, Ren. Eng. vol. 13 No 3, pp. 389-391, 1998

[25] J.F,Saccadura , Initiation aux transferts thermiques, Technique et documentation, Paris (France) , 1982 [26] Robert Siegel and John R. Howel, Thermal radiation heat transfer, second edition, 1980

[27] R-Bernard et G. Guarracino ,Le rayonnement solaire, conversion thermique et application , Technique et documentation, Paris (France) 1980

[28] S, Belakhowsky, Chauffage et climatisation, 6<sup>ieme</sup> édition 1980

[29] Yuriy Dobransky, F. Jolanta and E. Desela, The numerical condition of a thermal condition of solar collector, heat transfer and renewable sources of energy, University of Warmi and Masury

[30] Curtis F., Gerald Patrick and O. Wheatley, Applied numerical analysis, edition on Wesley, 1989

[31] H Tabord ,Selective surfaces, solar energy conversion, a.e Dixon, Pergamon Press 1974.

### Annexes

### A- Les caractéristiques physiques appliquées au capteur (Sc=1m<sup>2</sup>)

### A-1 La vitre

 $\rho_v = 2530 \text{ kg.m}^{-3}$  $Cp_v = 836 j.kg^{-1}.K^{-1}$  $\lambda_v = 1.15 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  $\epsilon_v = 0.88$ A-2 L'isolant (laine de verre)  $\rho i = 24 \text{ kg.m-3}$  $Cp_i = 919 \ j.kg^{-1}.K^{-1}$  $\lambda_i = 0.045 W.m^{\text{-1}}.K^{\text{-1}}$  $\varepsilon_i = 0.1$ epis=3 cm A-3 Tubes : Diamètre extérieure = 20 mm Diamètre intérieure = 18 mm Distance entre les tubes = 100 mmLongueur du tube=90 cm Nombre de tubes = 10A-4 Boîtier : Epaisseur = 2 cmA-5 Soudure :

Epaisseur moyenne de la soudure = 1.5 mm

Conductivité thermique de la soudure =  $5 \text{ W.m}^{-1}$ .K<sup>-1</sup>

	Conductivité thermique (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	Coefficient d'absorption	Coefficient d'émissivité	Chaleur massique (J.K <sup>-1</sup> .m <sup>-1</sup> )	Masse volumique (kg.m <sup>-3</sup> )
Cuivre	389	0.75	0.04	38	8940
Aluminium	200	0.04	0.04	86	2700
Acier	46	0.7	0.1	49	7850

### <u>**Tableau A-1**</u> : propriétés de quelques matériaux utilisées dans le calcul [25]

Couches sélectives	Matériaux	Absorptivité	Emissivité
Noir de Nickel	Cuivre	0.96	0.12
Noir de chrome sur Nickel	Cuivre, acier, aluminium	0.95	0.07
Noir de cuivre	Cuivre, nickel, aluminium	0.88	0.15
Aluminium Oxyde de molébdène	N'importe	0.93	0.35
Oxyde de Fer	Acier	0.85	0.08

 Tableau A-2 : propriétés de quelques couches sélectives [31]
#### B- Calcul de la température ambiante [5,11 et 12]

La détermination de la température ambiante se fait à l'aide d'une fonction sinusoïdale, où nous avons choisi d'utiliser les données de l'Atlas Solaire Algérien et notons aussi que la simulation n'est pas effectuée sur 24 heures, on se limite à l'intervalle dans lequel le soleil arrive sur la surface du capteur.

$$T_{a} = \left[\frac{T_{a \max} - T_{a \min}}{2}\right] \cdot \sin\left[\frac{(t-8) \cdot \pi}{12}\right] + \left[\frac{T_{a \max} + T_{a \min}}{2}\right]$$

 $T_{amax}$  étant la température maximale journalière moyenne du mois considéré.  $T_{amin}$  étant la température minimale journalière moyenne du mois considéré. t est le temps local.

## C-Les caractéristiques physiques de l'eau [5et11] :

 $\label{eq:conductivite} \begin{array}{l} \mbox{Conductivite} \ thermique} \ (W \ . \ m^{-1} \ . \ ^{\circ}C^{-1}) \\ \lambda \ (T_f) = 0.5692 + 0.1858 \ . \ 10^{-2} \ . \ T_f - 0.7499 \ . \ 10^{-5} \ . \ T_f \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Masse volumique} \ (kg \ . \ m^{-3}) \\ \rho \ (T_f) = 999.879395 + 0.04694 \ . \ T_f - 0.66725 \ . \ 10^{-2} + \ T_f^2 \ . \ 0.208229 \ . \ 10^{-4} \ . \ T_f^3 \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Viscosite} \ dynamique \ (kg \ . \ m^{-1} \ . \ s^{-1}) \\ \eta \ (T_f) = 5.449 - 0.1067 \ . \ T_f + 0.0007325 \ . \ T_f^2 \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Viscosite} \ cinématique \ (m^2 \ . \ s^{-1}) \\ \nu \ (T_f) = 5.449 - 0.1067 \ . \ T_f + 0.0007325 \ . \ T_f^2 \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Viscosite} \ cinématique \ (m^2 \ . \ s^{-1}) \\ \nu \ (T_f) = \eta \ / \ \rho \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Capacité} \ calorifique \ (J \ . \ kg^{-1} \ . \ ^{\circ}C^{-1}) \\ \mbox{Cp} \ (T_f) = 4216.66406 - 3.1657 \ . \ T_f + 0.0886749 \ . \ T_f^2 - 0.10106375 \ . \ 10^{-2} \ . \ T_f^3 + \ 0.444909529 \ . \ 10^{-5} \ . \ T_f^4 \\ \end{array} \\ \begin{array}{l} \mbox{Nombre de Prandl} \ (s.d) \\ \mbox{Pr} \ (T_f) = 12.9969168 - 0.460649 \ . \ T_f + 0.00886749 \ . \ T_f^2 - 0.10106375 \ . \ 10^{-5} \ . \ T_f^4 - \ 0.377076859 \ . \ 10^{-8} \ . \ T_f^5 \end{array}$ 

T<sub>f</sub>: température du fluide en (°C)

# D- <u>Les caractéristiques thermophysiques de l'air [4]:</u>

$$\begin{split} \lambda &= 7.57.10^{-5}.\theta + 0.0242 & (w.m^{-1}c^{-1}) \\ \mu &= 10^{-5}.(0.0046\theta + 1.7176) & (pa.s) \\ \alpha &= 10^{-5}.(0.0146\theta + 1.8343) & (m^2.s^{-1}) \\ pr &= -2.54.10^{-4}\theta + 0.7147 \\ \beta &= \frac{1}{T} & (k^{-1}) \\ \rho &= \frac{353}{(\theta + 273)} & (Kg.m^{-3}) \\ cp &= 1008 & (j.kg^{-1}c^{-1}) \end{split}$$



### E- La transmission et la réflexion d'un système de vitrages multiples [7] :

Figure E-1 : addition d'un vitrage supplémentaire

L'ensemble de N vitres a une réflectance totale  $\rho_N$  et une transmitance totale  $\tau_N$ . Soit un flux solaire unité incident sur l'ensemble de vitres, alors le flux émergeant Q<sup>-</sup> a la sortie est :

$$Q^{-} = \rho_N + Q^+ \tau_N$$

Ou le flux réfléchi Q<sup>+</sup> est simplement

$$Q^+ = \rho Q^-$$

Ce qui donne

$$Q^{-} = \frac{\tau_{N}}{1 - \rho \rho_{N}} \qquad \text{et} \qquad Q^{+} = \frac{\rho \tau_{N}}{1 - \rho \rho_{N}}$$

Le flux transmis à travers la vitre additionnelle est  $\tau Q^{-}$ , et ce flux, puisque le flux incident est égale a l'unité , est la nouvelle transmitance du système  $\tau_{N+1}$ 

$$t_{N+1} = \frac{tt_{N+1}}{1 - rr_N}$$

La nouvelle réflectance du système  $\rho_{N+1}$  est égale a l'ancienne  $\rho_N$  plus le flux réfléchit vers le haut  $Q^+\,\tau_N$ 

$$\rho_{\rm N+1} = \rho_{\rm N} + \frac{\rho \tau_{\rm N}}{1 - \rho \rho_{\rm N}}$$

Notant que si N tend vers l'infini et  $\tau_N$  tend vers le zéro, le fait d'ajouter un vitrage supplémentaire laisse $\rho_{N+1}$  égale a  $\rho_N$ 

Nombre De vitrage	Verre commercial		Verre hypothétique	
	Réflexion du système	transmission du système	Réflexion du système	Réflexion du système
0	0.0000	1.000	0.0000	1.000
1	0.0735	0.879	0.0400	0.950
2	0.1306	0.777	0.0716	0.904
3	0.1754	0.689	0.1089	0.861
4	0.2101	0.614	0.1388	0.822
5	0.2389	0.548	0.1659	0.785
6	0.2614	0.490	0.1907	0.751

**Tableau E-1** :La réflexion et la transmission d'un système de vitrages [7]



Figure E-2 : Addition d'une couche sur la face interne de la vitre intermédiaire

#### F- Résolution des systèmes d'équations linéaires par les méthodes itératives [5 et 30]

#### **F-1 Introduction**

Les méthodes itératives sont généralement préférées pour les grands systèmes linéaires ( $A \times x = b$ ) à matrice « A » creuse parce qu'elles ne modifient pas la matrice « A », et que dans un grand nombre d'applications « A » est creuse et présente une structure particulière (tri diagonale, penta diagonale), ce qui lui permet de ne pas être mémorisée explicitement et d'assurer pratiquement la convergence.

Pour résoudre les équations ainsi discrétisées pour obtenir leurs solutions approchées, plusieurs méthodes itératives appropriées à ce problème existent, mais notre choix est basé sur la méthode de Gauss Seidel, parce qu'elle est rapide en convergence, et présente une économie de mémoire d'autant plus important qu'il est souvent inutile de mémoriser explicitement la matrice « A ».

#### F-2 Méthode de Gauss Seidel

#### **F-2-1** Principe

On résoudre le système linéaire suivant :

$$A \times T = b$$

Où :

A : est une matrice carrée d'ordre  $n \times n$ .

b : est la matrice colonne du deuxième membre d'ordre n.

T : est le vecteur des inconnus d'ordre n.

Ecrivons « A » sous la forme suivante :

$$A = M - N$$

Où :

$$M = D - L$$

$$N = U$$

Avec :

D : est la matrice diagonale.

L : est la matrice inférieure.

U : est la matrice supérieure.

Donc la matrice « A » s'écrit comme suit :

$$A = (D - L) - U$$

A partir d'un vecteur initial T<sup>(0)</sup>, ont peut écrire :

$$T^{(1)} = (D - L)^{-1} \times U \times T^{(0)} + (D - L)^{-1} \times b$$

Comme l'inverse de (D - L) peut être compliquée à calculer, on préfère écrire le système comme suit :

$$(D - L) \times T^{(1)} = U \times T^{(0)} + b$$

$$\mathbf{D} \times \mathbf{T}^{(1)} = \mathbf{L} \times \mathbf{T}^{(1)} + \mathbf{U} \times \mathbf{T}^{(0)} + \mathbf{b}$$

Où :

$$T^{(1)} = D^{-1} \times L \times T^{(1)} + D^{-1} \times U \times T^{(0)} + D^{-1} \times b$$
$$T^{(k+1)} = D^{-1} \times L \times T^{(k+1)} + D^{-1} \times U \times T^{(k)} + D^{-1} \times b$$

En développant cette récurrence vectorielle en obtient :

$$T^{(k+1)_{1}} = (b_{1} - a_{12} \times T^{(k)_{2}} - a_{13} \times T^{(k)_{3}} \dots - a_{1n} \times T^{(k)_{n}}) / a_{11}$$
  

$$T^{(k+1)_{2}} = (b_{2} - a_{21} \times T^{(k)_{1}} - a_{23} \times T^{(k)_{3}} \dots - a_{2n} \times T^{(k)_{n}}) / a_{22}$$
  

$$T^{(k+1)_{n}} = (b_{n} - a_{n1} \times T^{(k)_{1}} - a_{n2} \times T^{(k)_{2}} \dots - a_{nn} \times T^{(k)_{n}}) / a_{nn}$$

## F-2-2 Condition de convergence

Pour, k = 1, jusqu'à,  $k_{max}$ , ce système d'équation converge si :

$$\mid T^{(k+1)} - T^{(k)} \mid < \epsilon$$

Ou bien :

$$\frac{\left| \begin{array}{c} T^{(k+1)} - T^{(k)} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} T^{(k+1)} \end{array} \right|} < \epsilon$$