

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT DE GENIE CLIMATIQUE

N° d'ordre:

N° de série:

THESE

Pour obtenir le diplôme de

DOCTEUR EN SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE CONSTANTINE

Spécialité : Génie Climatique

Option : Thermique du bâtiment et réfrigération

Présentée et soutenue par

Souheila MELLARI

Le 11/12/2012

ETUDE DU COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE D'UN FLUIDE
FRIGOPORTEUR DIPHASIQUE : Coulis de glace

Directeur de thèse

Pr. Mourad Boumaza

Jury

Pr. Azeddine Belhamri

Président

Pr. Abd El Karim Haouam

Rapporteur

Pr. Abdenacer Kaabi

Examineur

Pr. Tidjani Bouchami

Examineur

Pr. Cherif Bougriou

Examineur

Dr. Abd El Malik Bachtarzi

Membre invité

بسم الله الرحمن الرحيم

A mon fils

REMERCIEMENTS

Mes premiers remerciements vont à M. le Professeur M. Boumaza, mon directeur de thèse pour toute sa patience.

J'ai bénéficié également de l'encadrement du M. le Professeur A. Haouam de l'institut de chimie Constantine que je lui dois ma première initiation dans la chimie de surface et qui m'a permis par la suite de comprendre les problèmes de l'interface solide-liquide.

Je remercie très vivement Mr J. Guilpart chargé de recherche au Cemagref- unité de recherche en Génie des Procédés Frigorifiques (GPAN) Anthony - France pour son accueil dans son unité.

Je suis toute particulièrement reconnaissante à Mme L. Fournaison chargée de recherche au Cemagref et ma responsable dans la partie expérimentale. J'ai été très touché par sa gentillesse. Merci pour les documents.

J'adresse mes plus vifs remerciements à M. le Professeur Peter W.Egolf de l'université des sciences appliquées de Western Switzerland, département de simulation numérique des systèmes thermiques de m'avoir accueilli deux fois dans son laboratoire et de m'avoir soutenu jusqu'à la fin ainsi son collaborateur Cyril Gonin et je remercie aussi Sarah Aicher.

Je pense que je ne serai jamais assez reconnaissante auprès du M. le Professeur M. Afrid de l'institut de physique de Constantine, pour tout le temps qu'il m'a consacré dans la partie numérique et dans la correction de la thèse. Merci pour tous les conseils.

Je remercie très vivement messieurs les membres de jury, qui ont accepté de lire et de juger ce travail : en tant que rapporteur, M. le Professeur Abdel Karim Haouam, de l'université de Constantine, en tant que président, M. le Professeur Azeddine Belhamri, de l'université de Constantine, et en tant qu'examineurs, M. le Professeur Abdenacer Kaabi, de l'université de Constantine, M. le Professeur Tidjani Bouchami, de l'université de Annaba et M. le Professeur Cherif Bougriou, de l'université de Batna. Je remercie également M. le Docteur Abdel Malik Bachtarzi, Maître de conférences à l'université de Constantine en tant qu'un invité d'honneur.

Je voudrais également remercier toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation et à au bon déroulement de ce travail.

**SOMMAIRE, INDEX ET
NOMENCLATURE**

SOMMAIRE

INDEX DES FIGURES.....	10
INDEX DES TABLEAUX.....	13
NOMENCLATURE.....	14
INTRODUCTION.....	18
I SYNTHÈSE BIBLIOGRAPHIQUE.....	21
I.1 La réfrigération secondaire et les fluides frigoporteurs.....	21
I.1.1 La réfrigération secondaire.....	21
I.1.2 Les fluides frigoporteurs	22
I.1.3 Types de fluides frigoporteurs diphasiques	22
I.1.3.1 Fluides frigoporteurs diphasiques liquide-vapeur	22
I.1.3.2 Fluides frigoporteurs diphasiques liquide-solide.....	23
a) Fluides frigoporteurs du type solution aqueuse ou fluides non miscibles.....	23
- Les solutions aqueuses de composés non organiques.....	23
- Les solutions aqueuses de composés organiques.....	23
- Les émulsions.....	23
b) Fluides frigoporteurs à MCP emprisonné dans une structure.....	24
- Les gels.....	24
- La microencapsulation.....	25
I.1.4 Domaines d'application des fluides frigoporteurs diphasiques.....	25
I.1.5 Critères de choix d'un fluides frigoporteurs diphasiques liquide-solide.....	25
I.1.6 Générateurs des fluides frigoporteurs diphasiques.....	26
I.1.6.1 Générateurs de glace de type film tombant.....	26
I.1.6.2 Générateurs de glace par contact direct.....	27
I.1.6.3 Générateurs de glace par rupture de surfusion.....	28
I.1.6.4 Générateurs de glace sous vide.....	28
I.1.6.5 Générateurs à surface raclée ou brossée.....	30
I.1.6.6 Générateurs avec traitement de surface spécial.....	30
I.2 Les coulis de glaces	30
I.2.1 Formation des coulis de glaces.....	30
I.2.1.1 Caractéristiques géométriques des cristaux de glace dans le coulis (état de l'art)	31
I.2.1.2 Agglomération.....	32
I.2.1.3 Théorie de maturité d'Ostwald (Ostwald ripening).....	32
I.2.1.4 Influence de la concentration du soluté	33
I.2.1.5 Influence des additifs.....	35
I.2.2 Propriétés des coulis de glace.....	36
I.2.2.1 Propriétés de la solution aqueuse (phase liquide).....	36

I.2.2.2	Point de congélation commençante.....	36
I.2.2.3	Fraction massique et volumique en glace.....	37
I.2.2.4	Masse volumique.....	38
I.2.2.5	Conductivité thermique.....	39
I.2.2.6	Enthalpie.....	40
I.2.2.7	Capacité thermique massique apparente.....	40
I.2.2.8	Viscosité.....	41
	a) Influence de la concentration en solide.....	42
	b) Influence des interactions des particules.....	42
	c) Influence de la taille de la particule.....	42
	d) Influence de la forme des particules.....	43
	e) Influence de l'étendu granulaire.....	46
I.3	Comportement hydrodynamique d'un fluide frigoporteur diphasique dans une conduite.....	46
I.3.1	Comportement rhéologique des fluides.....	46
I.3.1.1	Fluides Newtoniens.....	46
I.3.1.2	Fluides non-Newtoniens dont la viscosité est indépendante du temps.....	46
	a) Fluides pseudo-plastiques ou rhéofluidisants.....	46
	b) Fluides dilatants ou rhéoépaississants.....	46
	c) Fluides rhéoplastiques.....	47
I.3.1.3	Fluides non -Newtoniens dont la viscosité dépend du temps	48
	a) Fluides thixotropes.....	48
	b) Fluides rhéopexes.....	49
I.3.2	Modèles rhéologiques.....	49
I.3.3	Mesure des propriétés rhéologiques.....	51
I.3.4	Écoulements monophasiques.....	55
I.3.5	Écoulements diphasiques solide-liquide.....	56
I.3.5.1	Classification des régimes d'écoulements multiphasiques...	56
I.4	Rhéologie des coulis de glace (Etat de l'art).....	58
I.4.1	Écoulement homogène.....	58
I.4.2	Écoulement hétérogène.....	61
I.4.2.1	Distribution de la vitesse.....	61
I.4.2.2	Distribution hétérogène de la concentration.....	62
I.4.2.3	Vitesse de déposition critique.....	63
I.4.2.4	Détermination théorique des régimes d'écoulements.....	64
I.5	Conclusion	65
II	EXPERIMENTAL.....	67
II.1	Le dispositif expérimental.....	67
II.1.1	La solution aqueuse étudiée.....	71
II.1.2	Capteurs de températures.....	71
II.1.3	Capteur de débit et de masse volumique.....	71

II.1.4	Capteur de pression différentielle.....	71
II.1.5	Régulateur de vitesse.....	71
II.2	Protocole expérimental.....	71
II.3	Conclusion.....	75
III	MODELISATION.....	77
III.1	Simulation des écoulements diphasiques.....	77
III.1.1	Modèle de phase discrète.....	77
III.1.2	Modèle de mélange.....	77
III.1.3	Modèle Eulérien.....	77
III.1.4	Modèle homogène.....	78
III.2	Modélisation mathématique de l'écoulement étudié.....	78
III.2.1	Modèle physique.....	78
III.2.2	Formulation mathématique.....	79
III.2.2.1	Hypothèses simplificatrices.....	79
III.2.2.2	Mises en équation du problème.....	79
III.2.2.3	Modèle rhéologique type loi de puissance (Ostwald-de Waele).....	79
III.2.2.4	Forme adimensionnelle du modèle mathématique.....	82
III.3	Résolution numérique.....	84
III.4	Conclusion.....	84
IV	RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES.....	86
IV.1	Caractérisation empirique des propriétés rhéologiques des coulis de glace...	86
VI.1.1	Détermination des paramètres.....	86
IV.1.1.1	Fraction massique en glace.....	86
IV.1.1.2	Indice de comportement.....	87
IV.1.1.3	Indice de consistance.....	89
IV.1.1.4	Contrainte de cisaillement minimale.....	91
IV.1.2	Construction des rhéogrammes.....	92
IV.1.3	Viscosité.....	98
IV.1.4	Comparaison des résultats du modèle théorique, de la simulation numérique et des valeurs expérimentaux	102
IV.2	Comparaison des modèles théoriques et empiriques.....	104
IV.3	Conclusion.....	107
	CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....	110

REFERENCES.....	113
ANNEXES.....	119
ANNEXE 1 Calcul des propriétés du mélange liquide	119
ANNEXE 2 Détails numériques.....	123
Publication 	137

INDEX DES FIGURES

Figure I.1.	Schéma d'un procédé de distribution indirect.....	21
Figure I.2.	Représentation schématique d'un gel avec son MCP dans le liquide porteur.....	24
Figure I.3.	Encapsulation par polymérisation interfaciale.....	24
Figure I.4.	Principe d'un générateur de glace de type film tombant.....	27
Figure I.5.	Principe d'un générateur de glace à contact direct.....	27
Figure I.6.	Principe d'un générateur de glace à surfusion.....	28
Figure I.7.	Principe d'un générateur de glace sous vide et point triple de l'eau....	29
Figure I.8.	Principe d'une variante du générateur de glace sous vide.....	29
Figure I.9.	Schéma d'un échangeur de chaleur à surface raclée.....	30
Figure I.10a.	Distribution des diamètres des cristaux dans le temps.....	31
Figure I.10b.	Cumulative des diamètres des cristaux dans le temps.....	31
Figure I.11.	Images microscopiques	32
Figure I.12.	La croissance de diamètre moyen de Feret en fonction des additifs, de concentration en glace et de type de stockage montre clairement effet maturité d'Ostwald.....	33
Figure I.13.	Cumulative des diamètres des cristaux dans le temps.....	33
Figure I.14.	Ratio croissance de diamètre de particule de Feret en fonction des additifs, de concentration en glace et de type de stockage.....	34
Figure I.15.	Effet du type du soluté et la concentration sur le diamètre moyen des cristaux.....	34
Figure I.16a.	Image STM d'une surface de cristal de glace obtenue à l'aide d'une solution de PVOH.....	35
Figure I.16b.	Image STM d'une surface de cristal obtenue à l'aide d'une eau pure sans additif.....	35
Figure I.17.	Diagramme de phase du monopropylène glycol-eau.....	36
Figure I.18.	Effet de la forme des particules et de la concentration solide sur la viscosité relative de suspensions.....	43
Figure I.19.	Effet de l'étendue granulaire d/D et de la concentration solide sur la viscosité relative de suspensions bimodales dont les particules ont des diamètres d et D	44
Figure I.20.	Courbes d'écoulement des principales catégories de fluides avec et sans contrainte critique.....	48
Figure I.21.	Comportement des fluides non-Newtoniens dont la viscosité dépend du temps.....	49
Figure I.22.	Forces intervenant lors de l'écoulement établi d'un fluide en conduite horizontale.....	51
Figure I.23.	Profils des vitesses réduits d'un fluide D'Ostwald en écoulement laminaire dans un tube.....	55
Figure I.24.	Diagramme de régimes d'écoulement.....	56

Figure I.25.	Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement dans la veine de caractérisation rhéologique. Influence de la température et de la fraction massique en glace.....	59
Figure I.26.	Paramètres de Casson, η_c et τ_c en fonction de la concentration des particules de glace (0-45%) et pour des viscosités du fluide porteur η_L variant de 2 mPa.s à 10 mPa.s.....	60
Figure I.27.	Contrainte de cisaillement à la paroi en fonction du taux de déformation.....	60
Figure I.28.	Profils de vitesse de particules de glace pour un écoulement de coulis de glace (11 % d'éthanol à $x_g = 12, 10$ et 11 %, DN 25, $d_p = 0.1mm$).....	62
Figure I.29.	Profils de concentration de coulis de glace dans un tube horizontal ($x_i = 10$ % d'éthanol, $D = 27.2 mm$, $d_p = 1mm$).....	62
Figure I.30.	Vitesses de déposition obtenues par la corrélation empirique (I.96) en fonction des concentrations en glace	64
Figure I.31.	Diagramme de régimes d'écoulement des coulis de glace obtenu en appliquant un modèle théorique (DN 50, 10 % eau-éthanol).....	64
Figure II.1.	Schéma du dispositif expérimental.....	68
Figure II.2.	Boucle de production	69
Figure II.3.	Boucle de production (vue de face).....	69
Figure II.4.	Boucle de distribution.....	70
Figure II.5.	Schéma de l'échangeur de chaleur à surface brossée.....	70
Figure II.6.	Exemple d'évolution de la température dans l'échangeur par refroidissement jusqu'à la température de congélation commençante puis par réchauffement naturel jusqu'à la température de fusion pour une concentration du soluté de 14%.....	72
Figure II.7.	Diagramme de phase du monopropylène Glycol-eau.....	73
Figure III.1.	Configuration géométrique du problème considéré.....	78
Figure IV.1.	Exemple de courbe $\ln\left(\frac{D\Delta p}{4L}\right) = f\left(\ln\left(\frac{8V_d}{D}\right)\right)$ d'un coulis de glace pour $x_i = 14$ %	87
Figures IV.2.	Evolution de l'indice de comportement du coulis de glace en fonction de la fraction massique en glace et pour différentes fractions massiques initiales du soluté.....	88
Figures IV.3.	Evolution de l'indice de consistance du coulis de glace en fonction de la fraction massique en glace et pour différentes fractions massiques initiales du soluté.....	90
Figure IV.4.	Exemple de calcul de contrainte de cisaillement minimale pour une concentration en soluté de 5.3%.....	91
Figures IV.5a.	Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 5$ %.....	92
Figure IV.5b.	Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 11$ %.....	93
Figure IV.5c.	Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 14$ %.....	93
Figure IV.5d.	Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 19$ %.....	94

Figure IV.5e.	Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 24\%$	94
Figure IV.6 a.	Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 5\%$	95
Figure IV.6b.	Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 11\%$	96
Figure IV.6 c.	Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 14\%$	96
Figure IV.6 d.	Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 19\%$	97
Figure IV.6 e.	Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 24\%$	97
Figure IV.7a.	Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 5\%$	99
Figure IV.7b.	Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 11\%$	99
Figure IV.7c.	Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 14\%$	100
Figure IV.7d.	Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 19\%$	100
Figure IV.7e.	Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 24\%$	101
Figure IV.8.	Comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs des deux corrélations de l'indice de l'écoulement et le coefficient de consistance...	103
Figure IV.9.a.	Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un fluide pseudoplastique pour $x_i = 5\%$ et $x_g = 25\%$	104
Figure IV.9.b.	Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un fluide dilatant pour $x_i = 5\%$ et $x_g = 5\%$	105
Figure IV.9.c.	Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un lit mouvant pour $x_i = 24\%$ et $x_g = 22\%$	106
Figure IV.9.d.	Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un fluide Newtonien pour $x_i = 19\%$ et $x_g = 5\%$	107

INDEX DES TABLEAUX

Tableau I.1.	Expressions de la viscosité pour une suspension Newtonienne en fonction de la concentration volumique de particules	44
Tableau I.2.	Lois rhéologiques de fluides ne présentant pas de contrainte critique.....	50
Tableau I.3.	Modèles rhéologiques présentant de contrainte critique	50
Tableau I.4.	Equations d'un écoulement laminaire	54
Tableau I.5.	Classification des suspensions solide-liquide.....	57
Tableau II. 1.	Les conditions opératoires.....	74
Tableau II. 2.	Essais de caractérisation rhéologique pour une concentration de MPG.....	74
Tableau IV.1.	Comparaison entre les valeurs de viscosité de l'équation de Thomas (1960) et les valeurs expérimentales pour les écoulements présentant un comportement Newtonien.....	101

NOMENCLATURE**Alphabet latin**

<i>a</i>	Activité	
<i>a</i>	Paramètre du modèle de Carreau- Yasuada	
<i>C</i>	Concentration volumique	$m^3/m^3, \%$
<i>C_p</i>	Capacité thermique massique	$kJ.kg^{-1}.K^{-1}$
<i>d</i>	Diamètre de la particule	<i>m</i>
<i>D</i>	Diamètre du tube	<i>m</i>
<i>Exc</i>	Polynôme d'excès	
<i>F</i>	Force	<i>N</i>
<i>F_L</i>	Coefficient de frottement Fanning	
<i>g</i>	Accélération de la pesanteur	$m.s^{-2}$
<i>h</i>	Enthalpie	$kJ.kg^{-1}$
<i>k</i>	Indice de consistance	$Pa.s^n$
<i>L</i>	Longueur	<i>m</i>
<i>L_f</i>	Chaleur latente de fusion	kJ/kg
<i>M</i>	Masse molaire	$kg.mol^{-1}$
<i>m</i>	Masse	<i>kg</i>
<i>m</i>	Paramètre de l'équation de Papanastatiou	
<i>n</i>	Indice d'écoulement	
<i>Q</i>	Débit volumétrique	$m^3.s^{-1}$
<i>p</i>	Pression	<i>Pa</i>
<i>R</i>	Constante des gaz parfaits	$J.mol^{-1}.K^{-1}$
<i>R</i>	Rayon	<i>m</i>
<i>Re</i>	Nombre de Reynold	
<i>r</i>	Coordonnée radiale	<i>m</i>
<i>S</i>	Surface	m^2
<i>s</i>	Densité relative	
<i>T</i>	Température	<i>K</i>
<i>t</i>	Temps	<i>s</i>
<i>t_l</i>	Temps caractéristique des modèles de Carreau et Cross	<i>s</i>
\vec{V}	Vecteur vitesse	$m.s^{-1}$
<i>V</i>	Vitesse principale de l'écoulement	$m.s^{-1}$
<i>w</i>	Vitesse locale de déposition terminale	$m.s^{-1}$
<i>x</i>	Fraction massique	$kg/kg, \%$
<i>y</i>	Coordonnée verticale	<i>m</i>
<i>z</i>	Coordonnée axiale	<i>m</i>

Alphabet grec et symboles

α	Paramètre du fluide dans le modèle d'Ellis	
ε	Coefficient de diffusion local	$m^2.s^{-1}$
$\dot{\gamma}$	Vitesse de déformation	s^{-1}
$\dot{\gamma}_{ij}$	Tenseur des déformations pures ou invariantes	s^{-1}
λ	Conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$
μ	Viscosité dynamique	$Pa.s$
μ_0	Viscosité limite à faible (ou nul) cisaillement	$Pa.s$
μ_∞	Viscosité limite à hautes vitesses (ou infini) de cisaillement	$Pa.s$
ρ	Masse volumique	$kg.m^{-3}$
τ	Contrainte de cisaillement	Pa
τ_0	Seuil minimal de contrainte	Pa
τ_{ij}	Tenseur des contraintes visqueuses	Pa
Γ	Elancement des particules	
Δ	Différence	

Indices

<i>app</i>	apparent
<i>B</i>	Bingham
<i>c</i>	congélation
<i>cc</i>	congélation commençante
<i>C</i>	Casson
<i>d</i>	Débitante, diphasique
<i>e</i>	eau
<i>f</i>	fusion, final
<i>g</i>	glace
<i>i</i>	idéal, initial
<i>l</i>	liquide

<i>m</i>	moyenne
<i>max</i>	maximal
<i>p</i>	paticule, paroi
<i>r</i>	réel
<i>s</i>	soluté
<i>v</i>	volumique
<i>0</i>	grandeur à l'entrée de la conduite

Exposant

* relatif aux grandeurs adimensionnelles

INTRODUCTION

INTRODUCTION

En 1928, l'Américain Thomas Midgley a identifié les fluides frigorigènes de la seconde génération les CFC. C'est à partir des années 30 lorsque la production du CFC-12 a commencé et que la production de CFC dérivés de l'éthane (113, 114, 115) s'est développée. A partir des années 50, les CFC ont été utilisés pour de nombreuses applications, parmi lesquelles la réfrigération, la congélation et le conditionnement d'air.

En 1980, les scientifiques commencent à tirer la sonnette d'alarme, attirant l'attention sur les méfaits des CFC sur l'environnement. En effet, ces produits chimiques synthétiques endommageaient la couche d'ozone stratosphérique qui protège la terre contre des niveaux dangereusement élevés de rayons ultraviolets. Ainsi, afin de limiter la dégradation de la couche d'ozone, le protocole de Montréal a été élaboré sous la direction du programme des Nations Unies pour l'environnement (PNUE) en septembre 1987. Il compte plus de 80 parties, dont près de 40 pays en voie de développement.

Le protocole de Montréal (1989) a pour objectif premier de diminuer à 50%, puis éliminer complètement la consommation des produits réglementés qui détruisent la couche d'ozone et les remplacer par des fluides frigorigènes ayant un potentiel d'appauvrissement de la couche d'ozone (ODP-Ozone Depletion Potential) plus faible, voire nul : les hydrochlorofluorocarbures (HCFC) et les hydrofluorocarbures (HFC).

Le deuxième impact environnemental de ces gaz consiste dans leur contribution à l'effet de serre. Les HFC qui sont actuellement indispensables pour remplacer les CFC et les HCFC ont un potentiel de réchauffement de la planète (GWP- Global Warming Potential) élevé, exemple le HFC-134a est de 1200, selon le protocole de Kyoto (1997).

Face à cette nouvelle situation de l'industrie frigorifique, deux importantes solutions sont développées.

La première solution est la mise au point des fluides frigorigènes de substitution de HCFC et HFC comme les éthers fluorés, les alcools, les amines fluorés, les silicones et des composés de soufre. Des études ont montré que certains de ces fluides ont un rendement frigorifique proche de celui de HFC, mais pour l'instant aucun ne semble encore émerger. Les produits dits naturels tels que les hydrocarbures (le propane et l'isobutane), l'eau et le gaz carbonique sont aussi utilisés avec des rendements très différents mais les hydrocarbures sont inflammables.

Une autre solution alternative vise à la réduction de charges et de confinement qui conduisent à la mise en œuvre de système de réfrigération indirecte, lesquels présentent deux inconvénients majeurs : une augmentation de puissance absorbée par les compresseurs à cause de l'échange complémentaire et de l'énergie de pompage et une augmentation de l'investissement essentiellement due au coût du réseau. Ce refroidissement indirect se fait aujourd'hui par les fluides frigoporteurs monophasiques et par utilisation de leur chaleur sensible, ce qui entraîne un écart de température complémentaire. Le changement d'état présente donc un intérêt majeur et c'est pour cette raison que se développe l'idée d'utiliser des fluides pompables partiellement congelés appelés frigoporteurs diphasiques liquide-vapeur ou liquide-solide.

Notre contribution s'inscrit dans la deuxième solution, à savoir l'utilisation d'un fluide frigopporteur diphasique liquide-solide appelés aussi coulis de glace, ie phase solide divisée en petits cristaux dans un support liquide, dans notre cas la solution aqueuse est à base de mono propylène de glycol, utilisé comme fluide frigopporteur dans les systèmes de refroidissement.

Le premier chapitre de ce travail de recherche constitue la synthèse bibliographique réalisée dans le cadre de cette thèse. On présente dans la première partie de ce chapitre des généralités sur la réfrigération secondaire et les fluides frigopporteurs diphasiques en dégagant les critères de sélection permettant une valorisation des coulis de glace en réfrigération secondaire. Puis on s'intéresse aux travaux réalisés sur les coulis de glace. Enfin, les deux dernières parties du chapitre sont consacrées aux études du comportement hydrodynamique et la rhéologie des coulis de glace (état de l'art).

Le deuxième chapitre décrit la partie expérimentale de ce travail. Une boucle de circulation dynamique a été conçue, montée et instrumentée pour l'étude des coulis de glace en s'appuyant sur un protocole expérimental basé premièrement sur le refroidissement de la solution aqueuse à base du monopropylène de glycol afin de déterminer le point de congélation commençante, et deuxièmement sur la mesure des pertes de charge et des débits.

Le troisième chapitre traite la simulation numérique. La première section présente les différents modèles pour simuler un fluide frigopporteur diphasique puis le choix d'un modèle homogène pour décrire l'écoulement. Ce modèle s'appuie sur les équations de continuité et de quantité de mouvement. Les équations modélisantes de ces dernières ont été résolues par la méthode des volumes finis, les détails de la méthode ont été donnés dans l'ANNEXE 2.

Le quatrième chapitre de ce document regroupe l'ensemble des résultats expérimentaux et numériques obtenus dans le cadre de la thèse. Une première partie décrit les résultats expérimentaux rhéologiques des coulis de glace obtenus et l'établissement des corrélations. On présente dans une deuxième partie la comparaison avec les deux modèles analytique et numérique de perte de charge. Et à la fin une conclusion générale.

CHAPITRE I : SYNTHESE
BIBLIOGRAPHIQUE

I SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

Une synthèse bibliographique a été effectuée pour la caractérisation des coulis de glace en vue d'une application en réfrigération secondaire. Son but est de dresser un état de l'art des différents aspects du sujet et d'apporter les outils nécessaires aux études numériques et expérimentales de la thèse. Ce chapitre a ainsi été décomposé en quatre sections: La réfrigération secondaire et les fluides frigopORTEURS en général, les coulis de glace et leurs propriétés, l'hydrodynamique et enfin la rhéologie des coulis de glace (état de l'art).

I.1 *La réfrigération secondaire et les fluides frigopORTEURS*

I.1.1 La réfrigération secondaire

La réfrigération secondaire est un système indirect dans lequel la puissance frigorifique est toujours produite par une installation primaire (compresseur, condenseur, détendeur, évaporateur) dans la quelle circule le fluide frigorigène (Figure I.1). Mais dans ce cas, le froid est transmis à un circuit secondaire par l'intermédiaire de l'évaporateur du circuit primaire. Le fluide frigopORTEUR qui circule grâce à une pompe dans ce circuit secondaire permet d'emmagasiner l'énergie frigorifique produite par la source froide (évaporateur d'une machine frigorifique), puis de véhiculer cette énergie jusqu'à son ou ses points d'utilisation. Cette énergie est transmise par contact direct ou indirect aux produits ou ambiances à refroidir.

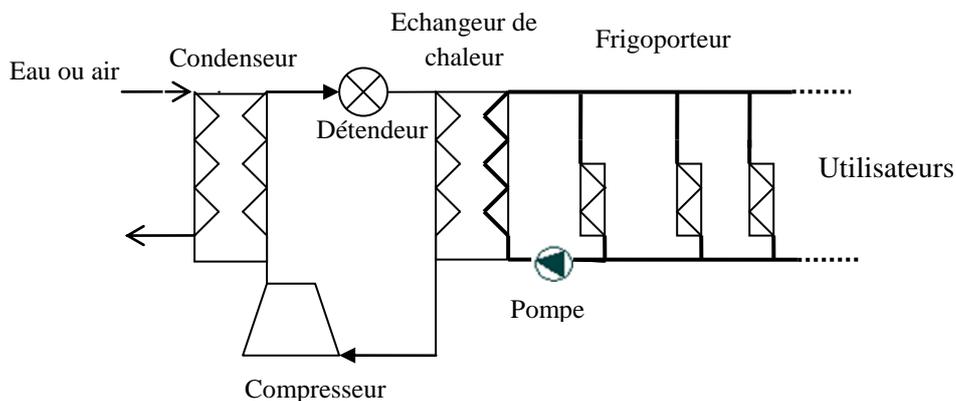


Figure I.1. Schéma d'un procédé de distribution indirect

I.1.2 Les fluides frigoporteurs

Les fluides frigoporteurs définis comme les fluides intermédiaires utilisés dans les systèmes de refroidissement indirect sont de deux types :

Fluides frigoporteurs monophasiques

Ce sont des liquides dont la quasi-totalité des cas incongelables dans le domaine des températures d'applications. Ces fluides stockent et restituent l'énergie frigorifique par chaleur sensible. Leur capacité thermique est donc un paramètre important, en liaison avec leurs caractéristiques de transport et de transfert thermique. Seuls leurs domaines d'utilisation sont limités.

Fluides frigoporteurs diphasiques

Ce sont des fluides dont le transfert d'énergie est réalisé essentiellement par l'intermédiaire de l'enthalpie de changement de phase du fluide frigoporteur. Ces effets sont beaucoup plus importants que ceux réalisés par variation de température du frigoporteur. Avec ces fluides on peut minimiser considérablement les débits et envisager, dans bien des cas, des stockages relativement importants d'énergie.

I.1.3 Types de fluides frigoporteurs diphasiques

On distingue deux types de fluides frigoporteurs diphasiques : liquide-vapeur et liquide-solide.

I.1.3.1 Fluides frigoporteurs diphasiques liquide-vapeur

Ce sont des liquides qui se vaporisent totalement ou partiellement dans les postes utilisateurs et se recondensent au niveau de la source froide.

Les frigoporteurs diphasiques liquide-vapeur ont les avantages suivants :

- forte enthalpie de changement de phase, ce qui réduit le débit massique du frigoporteur ;
- constance de la température du fluide frigoporteur si on néglige les pertes de charges ;
- bons coefficients d'échanges thermiques à l'évaporation et à la condensation ;
- pertes de charges faibles ;
- utilisation d'échangeurs classiques.

Leurs inconvénients résident dans les points suivants :

- très grand volume occupé par la phase vapeur ce qui impose des canalisations de forts diamètres pour garder des vitesses acceptables ;
- très forte sensibilité de la pression interne au circuit frigorifique ;
- impossibilité de faire l'accumulation de froid du fait de la grande différence entre les volumes massiques du liquide et de la vapeur ;
- difficile circulation forcée du frigoporteur par pompage à cause des risques de cavitation si le sous refroidissement est insuffisant.

Parmi les frigopORTEURS à changement de phase liquide-vapeur, l'eau a une très forte chaleur latente : 2500 kJ/kg à 0°C, seulement elle ne peut même pas être utilisée à température positive à cause du rapport entre les volumes massiques de la vapeur et du liquide de l'ordre de 1000.

En revanche, le dioxyde de carbone, malgré sa faible chaleur latente de l'ordre de 230 kJ/kg à 0°C, il est actuellement employé, notamment pour la distribution de froid à des températures de l'ordre de -25°C à -50°C. Le CO₂ a une température critique relativement basse, ce qui impose un emploi à basse température.

Dans les installations à CO₂ comme frigopORTEUR, le fluide rentre à l'état liquide dans l'échangeur, et il en ressort à l'état vapeur pour être à nouveau condensé dans le secondaire de l'évaporateur d'une machine frigorifique.

I.1.3.2 Fluides frigopORTEURS diphasiques liquide-solide

Ce sont, en général, des solutions aqueuses ou des matériaux à changement de phase (MCP) emprisonnés dans une structure et supportés par un liquide non congelable, dont la température d'utilisation est inférieure au point de congélation commençante. Les changements d'état mis en œuvre sont la fusion et la solidification.

a) Fluides frigopORTEURS du type solution aqueuse ou fluides non miscibles

Les fluides frigopORTEURS du type solution aqueuse sont actuellement les plus employés, ils permettent selon les concentrations en soluté, de couvrir différents domaines d'applications (réfrigération, congélation et surgélation,...).

Ces frigopORTEURS, composés de cristaux de glace en suspension dans la solution aqueuse, sont appelés "coulis de glace", ils peuvent être classés en trois familles.

Les solutions aqueuses de composés non organiques

Les composés non organiques utilisés en solution aqueuse sont essentiellement :

- les sels tels que le chlorure de sodium (NaCl), le chlorure de calcium (CaCl₂), le chlorure de magnésium (MgCl₂), le carbonate de potassium (K₂CO₃) et l'acétate de potassium (KC₂H₃O₂) ;
- L'ammoniac dont la solution est connu sous le nom d'eau ammoniacale.

Les solutions aqueuses de composés organiques

Ce sont essentiellement des solutions à base d'alcools, de glycols, de glycérols et de glycols éthers. Il existe des saumures comportant, à des niveaux de concentrations divers, du méthanol, de l'éthanol, de l'éthylène glycol, du propylène glycol ou du glycérol. Certains chercheurs ont aussi utilisé comme fluide frigopORTEUR un mélange eau - protéines contenues dans le sang de certains poissons vivant en Antarctique (Antifreeze protein AFPs ou antifreeze glycoproteins, AFGPs). Ces protéines associées avec d'autres substances solubles telles que du sel, du sucre et du glycérol, jouent le rôle d'antigel. Ces protéines peuvent être synthétisées à l'aide de bactéries ou obtenues par purification à partir du sang de poissons de l'Antarctique.

Les émulsions eau – fluides organiques

Les émulsions sont réalisées à partir de deux fluides non miscibles. Le fluide à émulsionner est versé sous agitation dans le fluide porteur et forme une dispersion de micro- gouttelettes. Les émulsions sont intéressantes thermiquement car les deux fluides sont en contact direct. Par contre elles doivent être soumises à une agitation permanente pour éviter la coalescence des

micro- gouttelettes entre elles. Généralement des tensio-actifs sont ajoutés pour les stabiliser : ils enrobent les gouttelettes sous forme de micelles.

b) Fluides frigoporteurs à MCP emprisonné dans une structure

Dans cette catégorie, on distingue deux types de fluides : ceux pour lesquels le MCP est emprisonné dans un gel qui forme un réseau de " fils " de polymères fortement poreux (Figure I.2) et ceux dans lesquels le MCP est enrobé dans une capsule sphérique (Figure I.3).

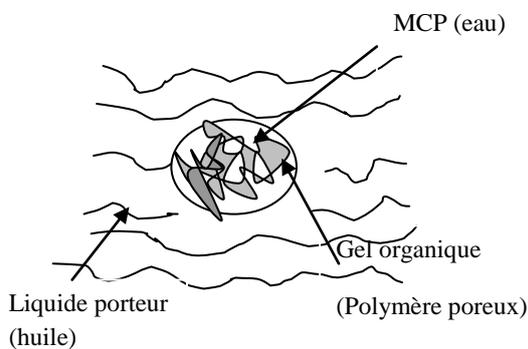


Figure I.2. Représentation schématique d'un gel avec son MCP dans le liquide porteur

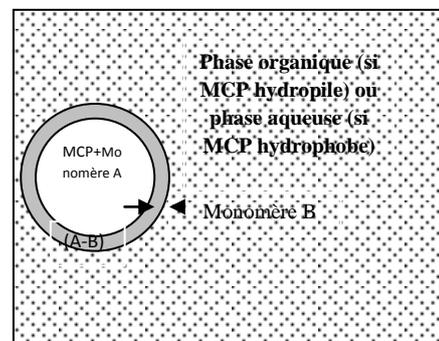


Figure I.3. Encapsulation par polymérisation interfaciale

Les gels

Les gels d'origine minérale ou organique présentent une grande affinité avec les solutions aqueuses. Leur structure poreuse " ouverte " vers le fluide porteur doit présenter une forte affinité envers le fluide à changement de phase et, au contraire, une faible affinité envers le fluide porteur. Par ailleurs, le fluide à changement de phase ne doit pas être soluble dans le fluide porteur. Ces contraintes limitent les choix des couples fluides à changement de phase et fluides porteurs.

- **Les gels organiques :** Les gels organiques, sous forme de dispersion, se présentent sous forme d'un réseau polymère, composé à 90 % d'eau, obtenu par un processus de polymérisation en solution. Ils ne nécessitent, du fait de la matrice polymère, aucun enrobage préalable à leur utilisation.

- **Les gels minéraux :** Les solides " hyperporeux " permettent l'immobilisation de fluides sous forme de gels. De tels matériaux sont peu nombreux et la famille des aérogels de silice présente des porosités de l'ordre de 97 %.

La microencapsulation

La microencapsulation est une méthode de conditionnement d'un liquide dans une membrane continue dans le but de disperser la matière encapsulée dans un fluide porteur quelconque (Figure I.3). La microencapsulation laisse donc un large éventail de choix sur le couple (matériel à encapsuler (MCP)/ fluide porteur) permettant de favoriser des critères thermiques et hydrauliques pour leur sélection.

I.1.4 Domaines d'application des fluides frigoporteurs diphasiques

Dès l'antiquité, les romains utilisaient des coulis de glace naturels (mélanges neige-eau, glace pilée) pour refroidir leurs aliments. Ces dernières années, les coulis de glace ont été produits artificiellement. Initialement composés d'eau et de particules de glace dont le diamètre allait de un à plusieurs centimètres, ils étaient principalement utilisés pour refroidir les mines.

La production de coulis de glace à cristaux fins ($d_{\text{moy}} < 1\text{mm}$) a plus tard permis à cette technique d'être appliquée dans d'autres systèmes. On peut trouver pour des applications frigorifiques dans différents secteurs suivants [Bellas et Tassou (2005)]:

- supermarchés, laiteries, fromageries, brasseries ;
- refroidissement par contact direct de produits alimentaires ;
- refroidissement des avions dans les aéroports (transport du froid sur de longues distances vers les lieux de stationnement) ;
- refroidissement des parcs pharmaceutiques ;
- stockage du froid dans l'agroalimentaire, le conditionnement d'air et les réseaux urbains de distribution de froid.

I.1.5 Critères de choix d'un fluides frigoporteurs diphasiques liquide-solide

Pour le choix d'un fluide frigoporteur diphasique liquide-solide, les critères à examiner sont les suivants :

- une chaleur latente de fusion élevée ;
- des masses volumiques du liquide et du solide assez proches pour limiter les problèmes de sédimentation et avoir une faible variation de volume lors de la fusion et de la solidification ;
- une gamme de température de changement d'état adaptée à l'application ;
- une faible pression de vapeur aux températures d'utilisation ;
- une viscosité suffisamment faible pour ne pas engendrer des pertes de pressions trop élevées et permettre d'atteindre un régime d'écoulement turbulent à des vitesses raisonnables ;
- une capacité calorifique élevée ;
- une bonne stabilité chimique et une faible aptitude à la corrosion ;

- une ininflammabilité et une non- toxicité pour l'environnement et pour les produits à refroidir ;
- un mécanisme de cristallisation reproductible, sans dégradation après plusieurs cycles de fusion- solidification ;
- une surfusion nulle ou faible et une vitesse de croissance cristalline élevée ;
- une conductivité thermique élevée ;
- être abondant et peu coûteux.

Il apparaît donc que le choix d'un fluide frigopporteur résulte d'un compromis entre les propriétés thermophysiques, thermodynamiques, chimiques, physiologiques, économiques et réglementaires. Il n'existe pas de frigopporteur parfait, chacun offrant ces avantages et ses inconvénients en regard des critères précités. Toute fois, l'aspect réglementaire peut s'avérer, dans certaines applications, prépondérant dans le choix du frigopporteur.

I.1.6 Générateurs des fluides frigopporteurs diphasiques

Il existe différents procédés pour mettre en suspension un fluide à changement de phase dans un fluide porteur, parmi lesquels:

I.1.6.1 Générateurs de glace de type film tombant

La production de glace se fait en deux étapes, la première consiste à faire ruisseler la solution aqueuse sur la face externe de la paroi froide (le fluide de refroidissement circulant à l'intérieur des plaques). La cristallisation de la solution aqueuse alimente progressivement la couche de glace sur la paroi. Afin de réduire, la résistance thermique entre l'évaporateur et la solution en écoulement, l'épaisseur maximum de glace généralement inférieure à 1 cm. Lorsque cette épaisseur est atteinte, on passe à la deuxième étape : circulation du fluide de refroidissement est arrêtée et on fait circuler un fluide chaud sur la face interne de la paroi. Au bout d'un certain temps, la couche de glace se détache de la paroi et chute par gravité dans un bac où elle se brise en petits fragments. L'utilisation d'un fluide chaud pour le détachement de la couche de glace entraîne une chute du coefficient de transfert de chaleur global entre l'évaporateur et la solution, passage d'une valeur de 1703 W/m²K durant la première étape à 284 W/m²K durant la seconde.

Afin de diminuer au maximum la chute du coefficient de transfert et d'éviter l'étape de réchauffage, un autre type de générateur à film tombant dont le principe est représenté sur la Figure I.4 a été développé. Le fluide frigopporteur circule à l'intérieur de tubes ou à l'extérieur de tubes où ruisselle sur la face externe de plaques. Des cristaux de glace se forment sur la surface et sont entraînés par le fluide frigopporteur chaud. Ces cristaux tombent dans le bac de stockage où ils vont donner naissance à d'autres cristaux. Stewart et Stickler (1991) mesurent avec ce type de système, des coefficients de transferts de chaleur globaux de l'ordre de 1250 W/m²K. Lorsque l'évaporateur est constitué de tubes, l'évaporation du fluide frigorigène se fait en noyé à l'extérieur ou à l'intérieur des tubes.

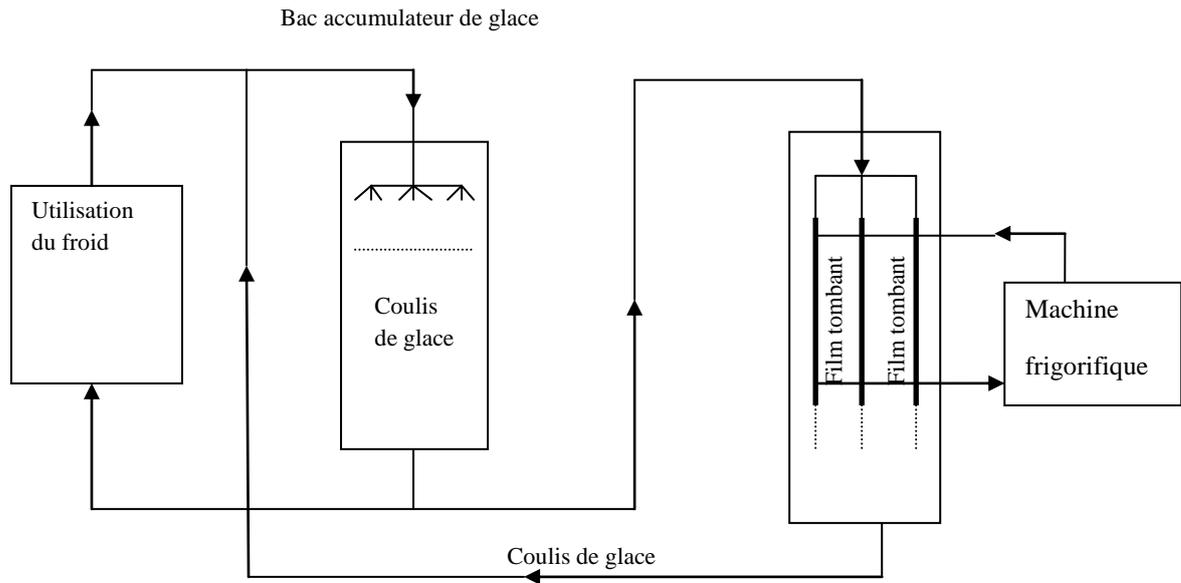


Figure I.4. Principe d'un générateur de glace de type film tombant

I.1.6.2 Générateurs de glace par contact direct

Le fluide frigoporteur est mis en contact direct avec un fluide frigorigène non miscible et plus dense que lui (Figure I.5). La vaporisation de ce dernier provoque de la glace dans la solution aqueuse [Duminil (1996), Rivet (1996) et Knodel (1989)]. Les cristaux obtenus sont de forme sphérique. La mise en contact des deux fluides contribue à améliorer les performances thermiques de ce système, mais les fluides de refroidissements utilisés sont généralement toxiques et inflammables, ce qui pose un problème réglementaire pour les applications en agro-alimentaire.

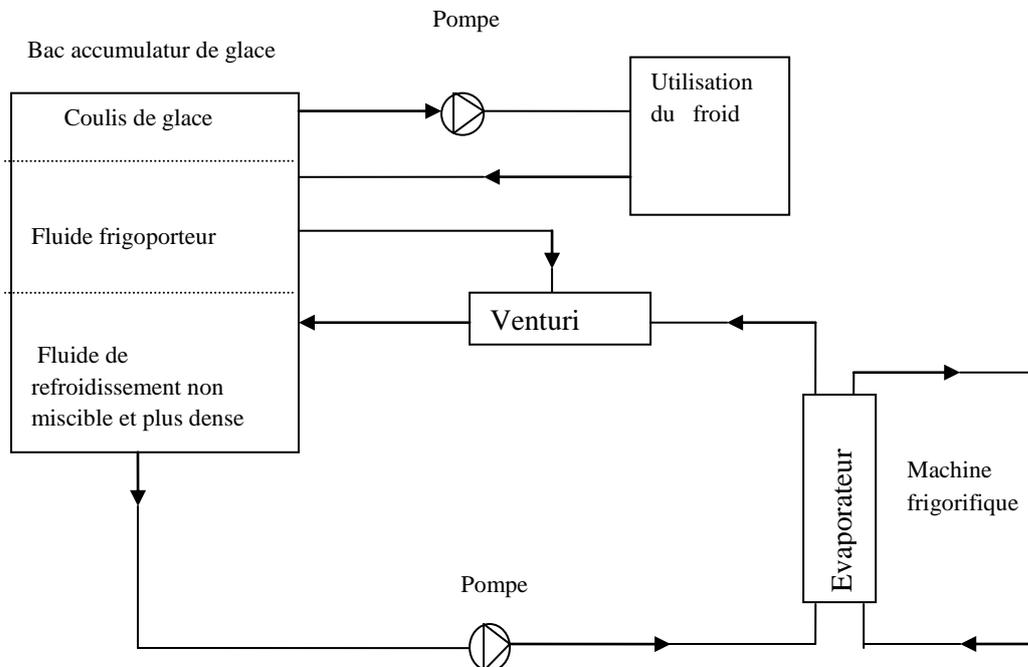


Figure I.5. Principe d'un générateur de glace à contact direct

I.1.6.3 Générateurs de glace par rupture de surfusion

La phase aqueuse est amenée dans un état de surfusion (Paradis *et al*, 1989 et Snoek, 1993) c'est-à-dire sans formation de glace à une température inférieure à sa température de cristallisation théorique. En imposant une perturbation mécanique, (acoustique ...), la surfusion est rompue, provoquant la formation de glace. Ce générateur développé par Paradis *et al* (1989) est représenté schématiquement sur la (Figure I.6).

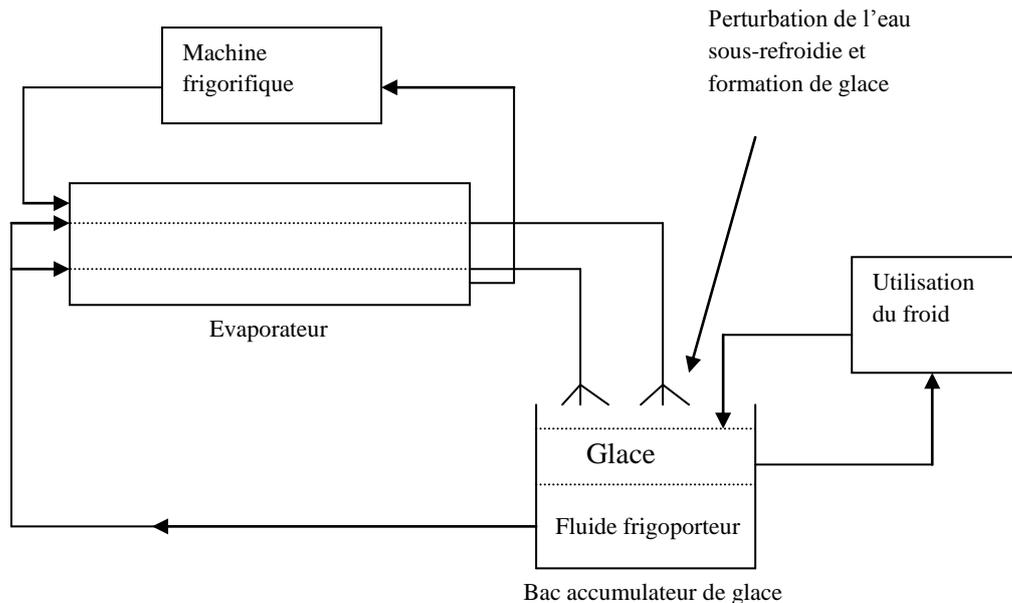


Figure I. 6. Principe d'un générateur de glace à surfusion

I.1.6.4 Générateurs de glace sous vide

L'intérêt principal de cette technique (Figure I.7) est l'absence totale d'évaporateur et la possibilité de ne pas utiliser le condenseur. Il n'est pas nécessaire d'utiliser de fluide frigorigène classique, l'eau elle-même sert à produire le froid. De l'eau placée à son point triple (0.0061 bar, 0.01°C) s'évapore et de la glace se forme. La vapeur comprimée est reliquifiée dans un condenseur qui peut être refroidi par de l'eau de refroidissement ou par un groupe frigorifique. Pour maintenir la dépression et évacuer les gaz incondensables, une pompe à vide est raccordée au condenseur. La société intégrale [Paul (1993)] fabrique des générateurs ayant des puissances frigorifiques variant entre 300 et 5000kW.

Pour des puissances frigorifiques plus faibles (puissance de l'ordre de 6.5 kW), une variante du générateur de glace sous vide a été développée par le NTNU (Norwegian University of Science and Technology). Ce générateur présenté schématiquement sur la Figure I.8 [Zakeri (1997)] est constitué de deux évaporateurs situés à l'intérieur d'une chambre à vide. Le vide est créé par une pompe à vide, la glace se forme au niveau des deux évaporateurs qui travaillent de façon cyclique. Un des deux évaporateurs est en phase de dégivrage, permettant ainsi le détachement de la glace qui tombe au fond de la chambre et est transportée vers l'utilisation par une pompe.

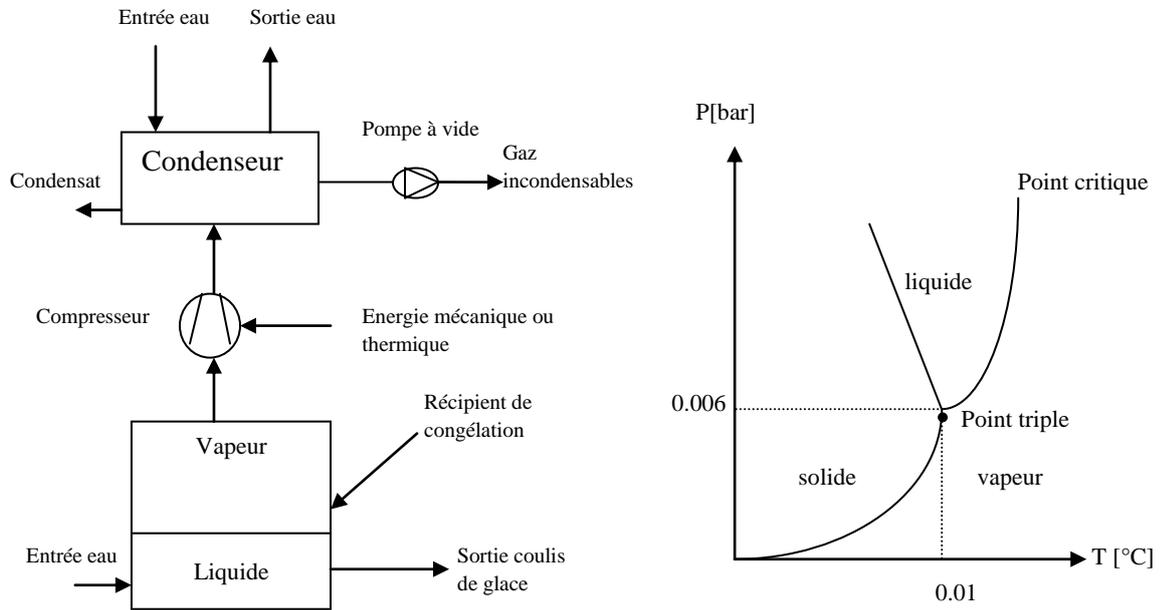


Figure I.7. Principe d'un générateur de glace sous vide et point triple de l'eau

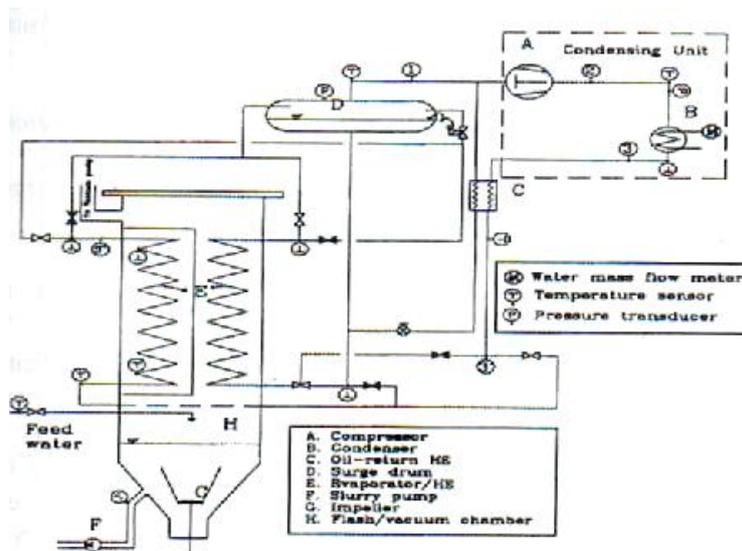


Figure I. 8. Principe d'une variante du générateur de glace sous vide [Zakeri (1997)]

I.1.6.5 Générateurs à surface raclée ou broyée

Ce sont des échangeurs tubulaires composés généralement de deux cylindres coaxiaux. Le fluide frigoporteur circule à l'intérieur du cylindre interne tandis que le fluide frigorigène circule dans la double enveloppe formée entre les deux cylindres. La chaleur latente de vaporisation du fluide frigorigène refroidit le fluide frigoporteur et provoque la formation de la glace. La glace formée sur la surface interne du cylindre intérieur. L'échangeur est aménagé d'un système de pâles racles (Figure I.9) ou brosses permettant d'augmenter l'agitation et d'éviter la formation de croûte sur la surface d'échange. Cet appareil permet le passage de fluides très visqueux et/ou contenant des particules importantes.

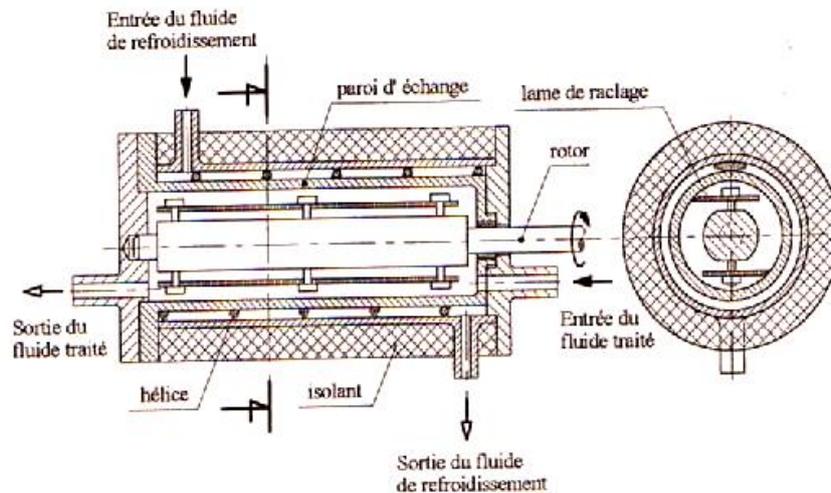


Figure I. 9. Schéma d'un échangeur de chaleur à surface raclée [Bel (1996)]

I.1.6.6 Générateurs avec traitement de surface spécial

Ces générateurs sont en cours d'évaluation par DTI (Danish Technological Institute), ils utilisent des agents de nucléation dans les frigoporteurs.

I.2 Les coulis de glaces

I.2.1 Formation des coulis de glaces

A une pression donnée, la formation des cristaux, à partir des solutions liquides, commence sans surfusion et s'achève à des températures bien déterminées qui dépendent de la composition de la solution. Les diagrammes qui regroupent ces renseignements sont les diagrammes d'équilibre solide-liquide ou diagrammes de phases. Ces diagrammes permettent de relier le niveau de température et la composition d'un corps à son état physique.

I.2.1.1 Caractéristiques géométriques des cristaux de glace dans le coulis (état de l'art)

Yamoka et Kono (1978) ont constaté que les corps solides ne se présentent pas sous forme de cristaux élémentaires mais plutôt d'agrégats polycristallins constitués d'un nombre important de cristaux liés les uns aux autres par de fines couches de la phase liquide. Le contour des agrégats dans le plan des deux plus grandes dimensions est de type hexagonal. A l'échelle moléculaire Boutron et Kaufmann (1978) ont mis en évidence la structure hexagonale des cristaux élémentaires à partir d'une analyse par diffraction de rayon X.

Dans la thèse de PhD de Bel (1996) les cristaux de glace ont une structure tridimensionnelle, avec une épaisseur d'environ dix fois plus faible que leur longueur et leur largeur. D'après son étude, le contour des cristaux est de type elliptique dans le plan longueur/ largeur. Cette forme est dégénérée de la forme hexagonale, le lissage est dû à l'action de la brosse dans l'échangeur de production. La taille des particules est hétérogène. Leur longueur et largeur varient respectivement de 40 à 350 μm et de 30 à 250 μm .

Kauffeld *et al* (1999) a publié des images microscopiques des coulis de glace produit avec trois pourcentages de masse d'additif MgCl_2 et Fukusako *et al* (1999) a publié des images microscopiques pour une solution aqueuse d'éthylène glycol.

Les images microscopiques de Sari *et al* (2000) montrent une forme des particules approximativement ellipsoïdale.

Les différents résultats peuvent être expliqués par le comportement du temps, qui a été découvert par Frei et Egolf (2000) à travers leur viscosimètre data. Les recherches DTI confirment ces résultats et reportent des résultats expérimentaux, qui montrent clairement la croissance du diamètre principal des particules de glace en fonction du temps (Figures I.10a et I.10.b).

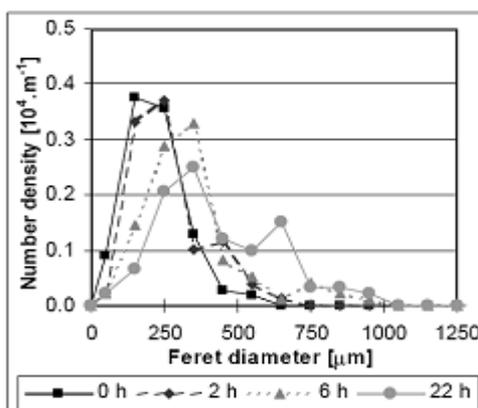


Figure I.10a. Distribution des diamètres des cristaux dans le temps

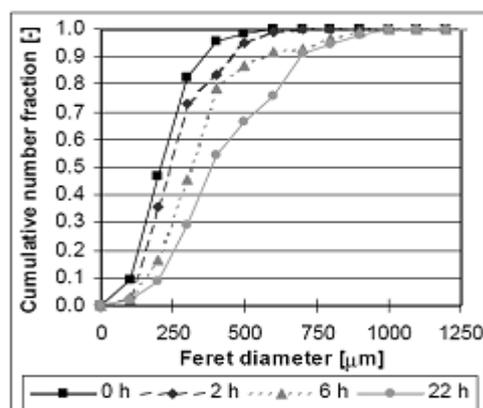


Figure I.10b. Cumulative des diamètres des cristaux dans le temps

Depuis beaucoup de travaux ont été élaboré pour performer les images des cristaux de glace parmi lesquels [Vuarnoz *et al* (2001), Hansen *et al* (2002) et Pronk *et al* (2002)] comme il est illustré dans la Figure I.11.

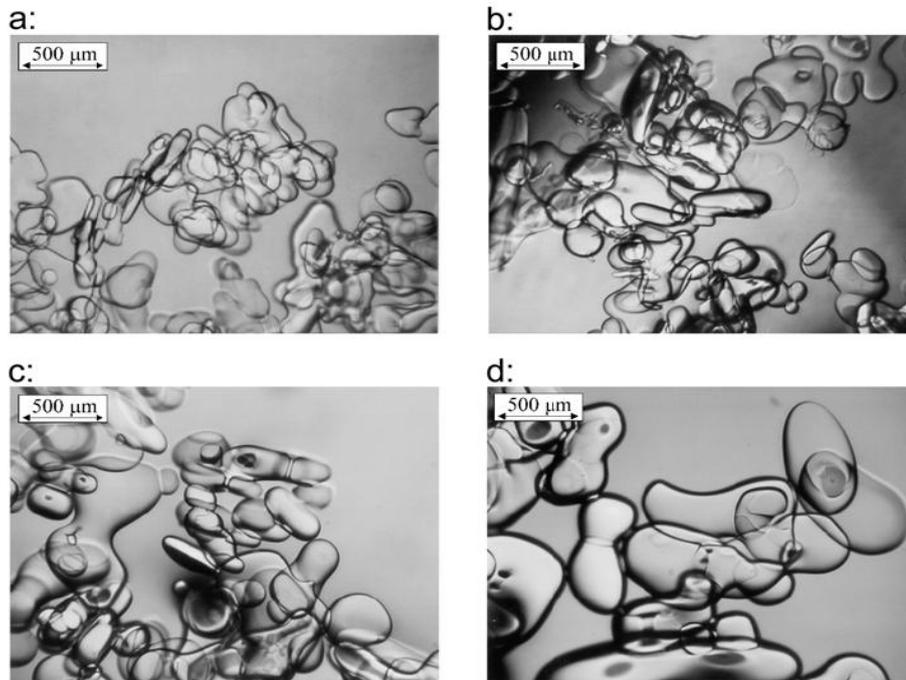


Figure I.11. Images microscopiques (a) 0 heure, (b) 2 heures, (c) 6 heures, et (d) 22 heures [Pronk *et al* (2002)]

I.2.1.2 Agglomération

Quant deux ou plusieurs cristaux entre en collision dans une suspension saturée, ils peuvent adhérer entre eux et deviennent un cristal. Ces cristaux peuvent aussi s'unir et fritter entre eux, formant un Crystal large et stable. Ce processus on l'appelle agglomération. Le degré d'agglomération décroît avec l'augmentation de l'agitation et croît avec la sursaturation élevée.

Vuarnoz *et al* (2001) et Egolf *et al* (2002) ont montré aussi le problème d'agglomération dans une cuve de stockage de 1000 litres de volume. Kitamoto et al (2001) a proposé d'utiliser des surfactants chimiques ou biologiques pour diminuer l'agglomération des coulis de glace.

I.2.1.3 Théorie de maturité d'Ostwald (Ostwald ripening)

En effet un coulis de glace est formé d'un ensemble de petits et de gros cristaux qui n'ont pas la même concentration d'équilibre et même température d'équilibre, part à cause de la contribution de l'énergie de surface, plus le rayon du cristal est petit, plus la tension est grande. Il en résulte que les petits cristaux, disparaissent au bénéfice des grands.

Hagiwara et Hartel (1996) ont montré le développement de la distribution de la taille des particules de glace avec le temps.

Les résultats de Hansen *et al* (2002) représentés dans la Figure I.12 sont en bon accord avec ceux trouvés par Hagiwara et Hartel (1996). Le diamètre initial du crystal dans la cuve de stockage était distribué dans une marge de $\pm 50\mu m$ autour du diamètre principal qui est de

100 μm approximativement. A la fin de la période de stockage (94 heures), le diamètre principal a augmenté jusqu'à 480 μm , et la taille du cristal est située dans l'intervalle de 250 à 700 μm

Pronk *et al* (2002) ont montré expérimentalement qu'Ostwald ripening est le mécanisme dominant et que leurs résultats sont similaires à ceux trouvés par Hansen *et al* (2002).

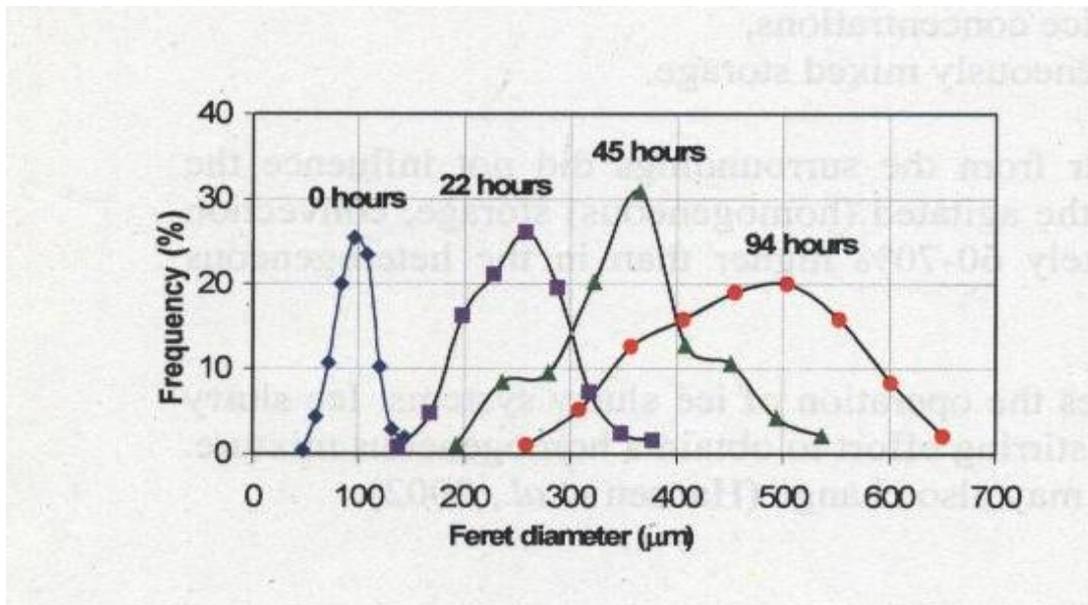


Figure I.12. La croissance de diamètre moyen de Feret en fonction des additifs, de concentration en glace et de type de stockage montre clairement effet maturité d'Ostwald [Hansen *et al* (2002)]

I.2.1.4 Influence de la concentration en soluté

Les résultats de Smith et Schwarzberg (1985) ont montré la forte dépendance de la concentration en soluté en sucre par rapport à la distribution de la taille des cristaux (Figure I.13).

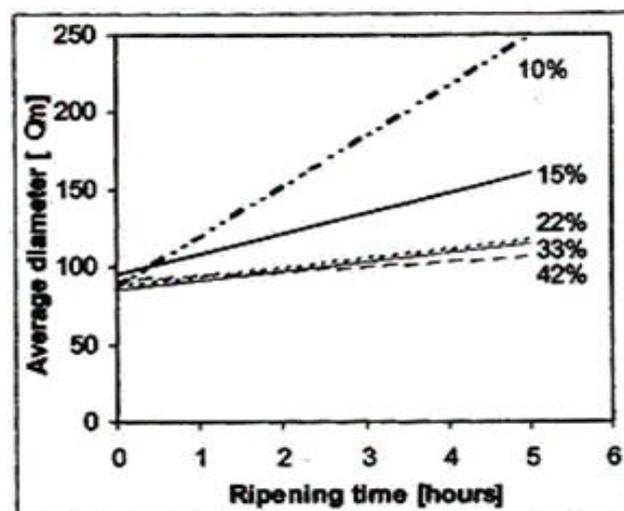


Figure I.13. Cumulative des diamètres des cristaux dans le temps [Smith et Schwarzberg (1985)]

La Figure I.13 montre que la taille des noyaux croît au cours du temps et décroît avec l'augmentation de la concentration en soluté.

Hansen *et al* (2002) a montré aussi l'influence de la concentration en soluté (Figure I.14)

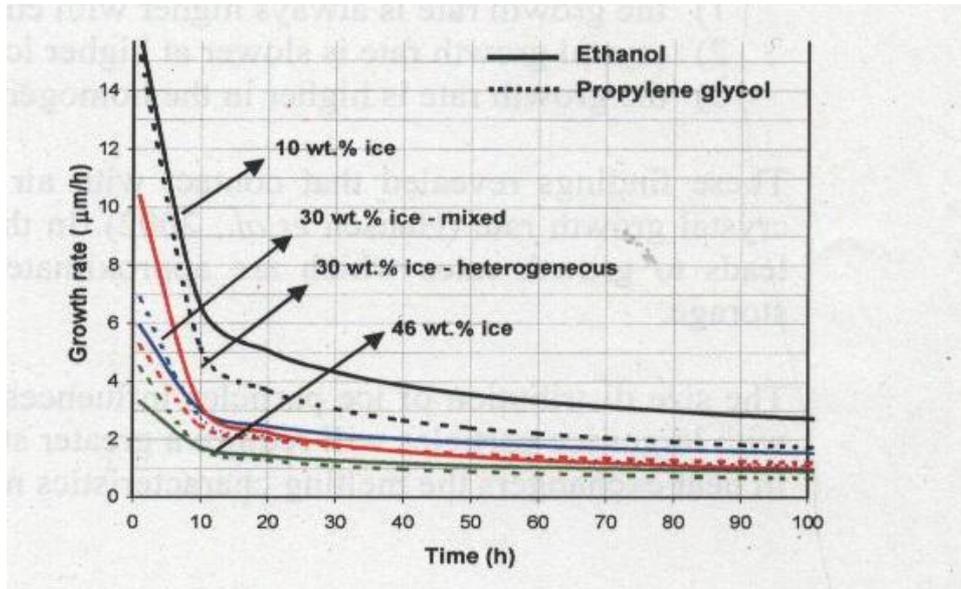


Figure I.14. Ratio croissance de diamètre de particule de Feret en fonction des additifs, de concentration en glace et de type de stockage [Hansen *et al* (2002)]

Dans le rapport interne de Stamatiou (2005), L'influence du soluté et de sa concentration sur les caractéristiques granulaires de coulis de glace a été expérimentalement et numériquement étudiée dans une cellule statique.

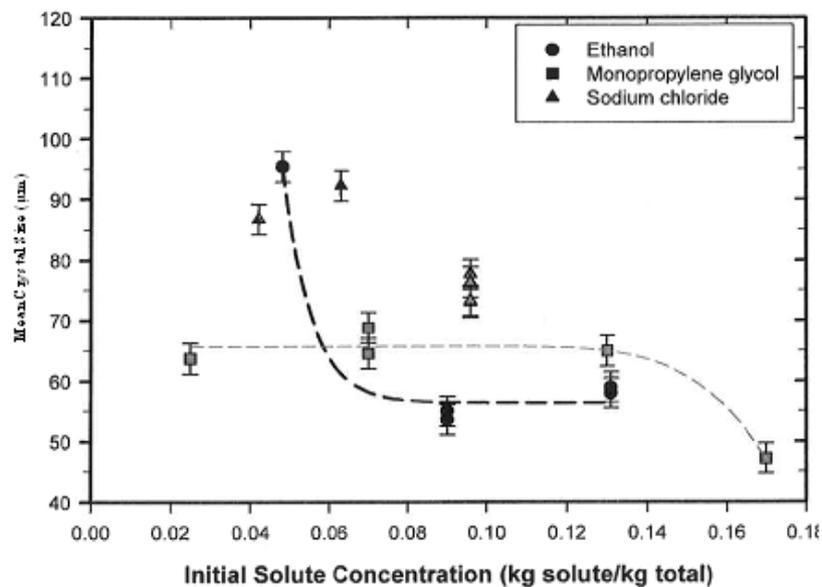


Figure I. 15. Effet du type du soluté et la concentration sur le diamètre moyen des cristaux [Stamatiou (2005)]

Les résultats expérimentaux de la Figure I.15 montrent que le soluté et sa concentration ont une influence sur les caractéristiques granulaires de coulis de glace : le diamètre moyen diminue quand la concentration du soluté augmente. Le diamètre principal des cristaux dans la solution aqueuse à base du monopropylène de glycol par exemple diminue sensiblement au-delà d'une concentration de 14 %.

I.2.1.5 Influence des additifs

Les additifs sont : soit des réducteurs de viscosité (ions ou surfactant) qui en même temps réduisent la stabilité, soit des stabilisateurs (polymère, résine soluble dans l'eau) qui affectent la structure de la glace et qui augmentent aussi la viscosité. Ces influences sont du aux interactions entre les molécules de la glace et les additifs. L'influence des additifs ne dépend pas seulement des propriétés physico-chimiques du solide, fluide porteur et additifs mais aussi de la concentration des particules et leurs tailles.

Lu *et al* (2002), a utilisé la microscopie électronique à effet tunnel (STM) afin d'étudier la morphologie superficielle des cristaux de glace contenant des molécules d'alcool polyvinylique (PVOH) adsorbée dans une chambre froide à une température de -7°C . Le PVOH a été utilisé comme substitut des protéines (AFP) de type I qui constituent un antigéant efficace permettant de développer des coulis de glace non sujet à la recristallisation. Les images STM (Figures I.16a et I.16.b) ont mis en évidence que le PVOH peuvent être adsorbé à la surface des cristaux et cela par la présence des courbures à la surface dû aux liaisons hydrogéniques et par conséquent inhibé la croissance cristalline de la glace dans la solution, donc le PVOH a un effet d'anti-congélation.

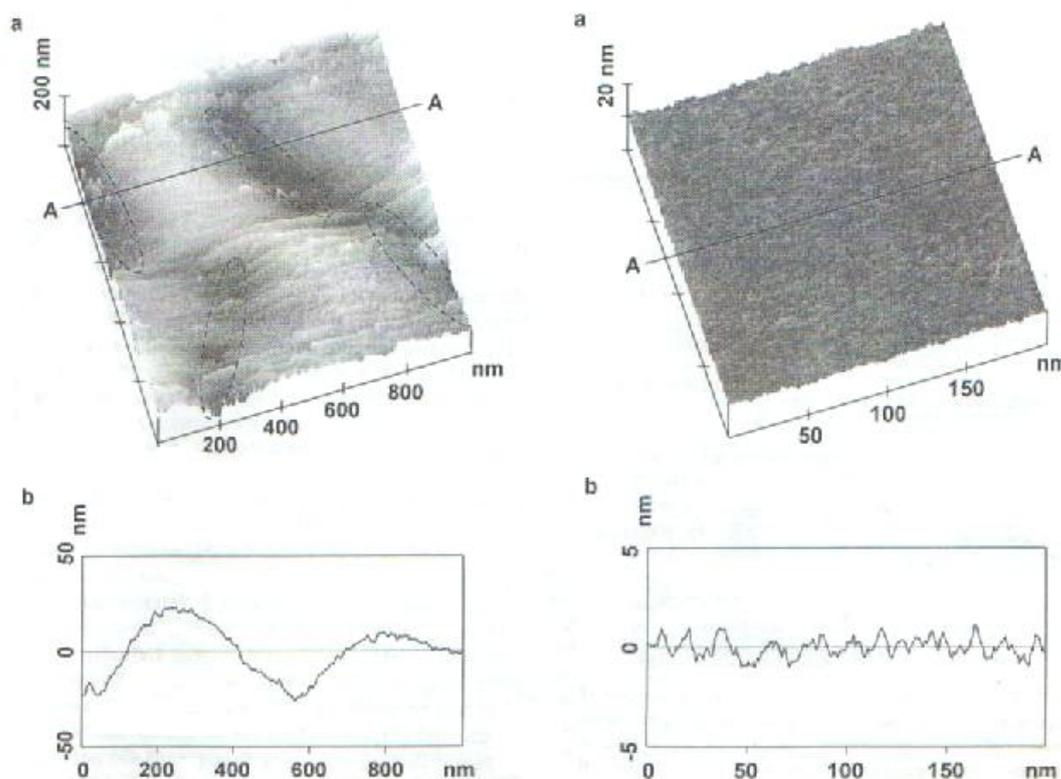


Figure I.16a. Image STM d'une surface de cristal de glace obtenue à l'aide d'une solution de PVOH [Lu *et al* (2002)]

Figure I.16b. Image STM d'une surface de cristal obtenue à l'aide d'une eau pure sans additif [Lu *et al* (2002)]

I.2.2 Propriétés des coulis de glace

La connaissance des caractéristiques thermophysiques des fluides frigoporteurs diphasiques est d'une grande importance pour l'utilisation optimale d'un mélange solide-liquide.

I.2.2.1 Propriétés de la solution aqueuse (phase liquide)

Différents sources bibliographiques proposent de modèles pour déterminer les propriétés thermophysiques du fluide frigopporteur liquide (solution aqueuse). Le travail le plus important est celui de Melinder (1997) puis Bel et Lallemand (1999), bien que ses deux dernières méthodes de calcul puissent être utilisés pour déterminer les propriétés thermophysiques des fluides frigopporteurs monophasiques avec une grande précision, elles ne peuvent pas être appliqués à des basses concentrations en soluté. En outre la méthode de calcul de Melinder (1997) est approchée par des ajustements polynomiaux qui nécessitent un nombre important de coefficients, valables sur des gammes souvent restreintes d'application.

Pour surmonter ce problème, un nouveau modèle basé sur une approche de Lugo *et al* (2002) décrite auparavant par Ben Lakhdar *et al* (1999). Cette méthode basée sur les fonctions d'excès donné par Guilpart *et al* (1999), pour le calcul des propriétés thermophysiques de la solution aqueuse par évaluation de la différence (divergence) entre l'état idéal et l'état réel. Dans le cas d'une solution binaire, le cas idéal demande un état de référence de chaque composant (ANNEXE 1).

I.2.2.2 Point de congélation commençante

C'est la température dans laquelle commence l'apparition des premiers cristaux de glace, la Figure I.17, montre le point de congélation en fonction de la concentration du soluté. Les courbes de congélation sont présentées pour différentes solutions aqueuses. C'est courbes sont basés sur les valeurs publiées en CRC Hand book of Chemistry and Physics (1989) pour les basses concentrations et sur les équations polynomiales de Melinder (1997) pour les concentrations élevées. Les températures des coulis de glace doivent être maintenues au dessous des points de congélations. La Figure I.17 montre combien le point de congélation change avec la composition du mélange.

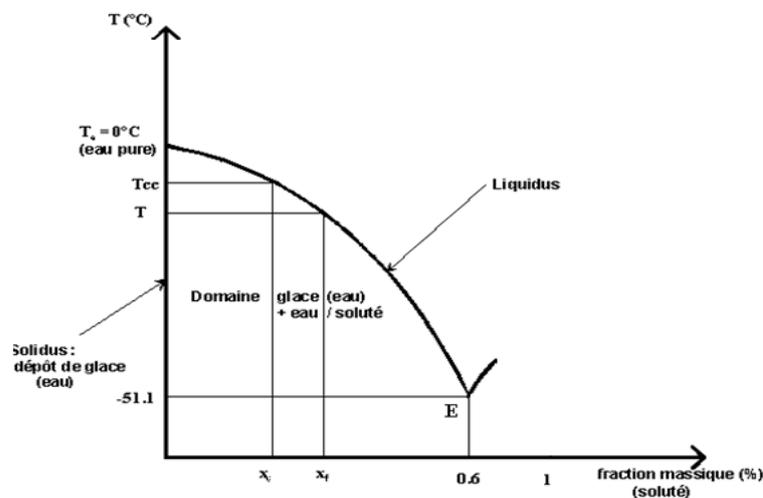


Figure I.17. Diagramme de phase du monopropylène glycol-eau

Si le mélange eau- monoprpylène glycol avait un comportement idéal, le point de congélation commençante pourrait, pour de faibles concentrations, être obtenu par la loi de Raoult :

$$d(\ln(a_e)) = \frac{L_f(T)M_e}{RT^2} dT \quad (I.1)$$

Où:

T : température (K) ;

L_f : chaleur latente de fusion de la glace (332.4 kJ/kg) [CRC of Handbook of Chemistry and Physics (1989)] ;

M_e : masse molaire de l'eau (18.10^{-3} kg.mol⁻¹) ;

R : constante des gaz parfaits (8.31441 J.mol⁻¹ .K⁻¹) ;

a_e : activité de l'eau supposée égale à sa fraction molaire, calculée par :

$$a_e = \frac{1}{1 + \frac{x_i M_e}{(1-x_i) M_s}} \quad (I.2)$$

Où M_s est la masse molaire du soluté (kg.mol⁻¹).

La température de congélation idéale $T_{c,i}$ s'obtient par intégration de (I.1) :

$$T_{c,i} = \frac{1}{\frac{1}{T_0} - \frac{R \ln(a_e)}{L_f M_e}} \quad (I.3)$$

La non-idéalité du mélange est donnée par l'écart ($T_{c,i} - T_{c,r}$) entre les températures de congélation idéale et réelle fournies par les expressions de Melinder (1997) et Lugo (2002), qui peut s'ajuster au moyen d'un polynôme d'excès Exc . Le calcul de la température de congélation commençante est le suivant:

$$T_{c,r} = T_{c,i} + Exc \quad (I.4)$$

1.2.2.3 Fraction massique et volumique en glace

La connaissance du taux de solide dans un fluide frigoporteur diphasique est un élément essentiel à la maîtrise des écoulements et à la détermination de l'énergie disponible dans le

coulis de glace. Les mesures directes de cette grandeur sont encore peu développées, c'est pourquoi un modèle de conversion théorique permettant de déterminer la fraction en glace (taux de glace) dans un coulis à partir des grandeurs mesurées (température et concentration initiale du soluté) a été mis en place dans le cadre de ce travail.

Hypothèses

La concentration de la solution résiduelle est donnée par l'équilibre massique basé sur la condition que la quantité du soluté ne change pas dans le mélange.

Soit m_g la masse de la glace pure, m_s la masse de la solution résiduelle, x_f la concentration massique finale du soluté et x_i la concentration massique initiale du soluté.

La quantité du soluté $m_s x_f$ initialement était $x_i(m_g + m_s)$, donc:

$$m_s x_f = x_i(m_g + m_s) \quad (\text{I.5})$$

Où : $m_s(x_f - x_i) = m_g x_i$

Et la concentration massique de la glace peut être déterminée par :

$$x_g = \frac{m_g}{m_g + m_s} = \frac{x_f - x_i}{x_f} \quad (\text{I.6})$$

La fraction volumique en glace C_v se calcul facilement à partir de la fraction massique par:

$$C_v = x_g \frac{\rho_d}{\rho_g} \quad (\text{I.7})$$

Où :

ρ_d : masse volumique diphasique (kg.m^{-3}) calculée par (I.9) ;

ρ_g : masse volumique de la glace (kg.m^{-3}) calculée par (I.10).

I.2.2.4 Masse volumique

Dans le cas de systèmes comportant n phases, la masse volumique, peut être calculée à partir de la relation suivante :

$$\frac{1}{\rho} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\rho_i} \quad (\text{I.8})$$

L'application de cette relation au mélange binaire diphasique, considéré non miscible, conduit à :

$$\rho_d = \frac{1}{\frac{(1-x_g)}{\rho_l} + \frac{x_g}{\rho_g}} \quad (\text{I.9})$$

x_g : fraction massique en glace ;

ρ_l : masse volumique de la solution résiduelle (kg.m^{-3}), (ANNEXE 1) ;

ρ_g : masse volumique de la glace (kg.m^{-3}) calculée par l'expression de Levy (1982) :

$$\rho_g = 917 + 1.7310^4 T \quad (\text{I.10})$$

I.2.2.5 Conductivité thermique

Une approximation a été proposée par Jeffrey (1973), en introduisant les interactions entre les particules sphériques.

$$\lambda_d = \lambda_l (1 + 3\beta C_v + 3\beta^2 C_v^2 \gamma) \quad (\text{I.11})$$

avec

$$\gamma = 1 + \frac{\beta}{4} + \frac{3\beta}{16} \left(\frac{\alpha + 2}{2\alpha + 3} \right), \quad \beta = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 2} \quad \text{et} \quad \alpha = \frac{\lambda_g}{\lambda_l}$$

C_v : fraction volumique en glace (%) ;

λ_d : conductivité thermique diphasique ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) ;

λ_l : conductivité thermique de la solution résiduelle ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$), (ANNEXE 1) ;

λ_g : conductivité thermique de glace ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$) calculée par l'expression citée par Bel (1996):

$$\lambda_g = 2.24 + 5.975.10^{-3} (-T)^{1.156} \quad (\text{I.12})$$

Tareef cité par Perry and Chilton (1973), propose de prédire la conductivité thermique des suspensions solides-liquides par :

$$\lambda_d = \lambda_l \left[\frac{2\lambda_l + \lambda_g - 2C_v(\lambda_l - \lambda_g)}{2\lambda_l + \lambda_g + C_v(\lambda_l - \lambda_g)} \right] \quad (\text{I.13})$$

Basée sur l'analogie des champs thermique et électrique, cette formulation a été préférée à celle de Jeffrey (1973) car elle présente l'avantage d'une plus grande simplicité d'emploi, d'un large spectre d'application (émulsion liquide-liquide par exemple, pour des faibles fractions massiques, les résultats obtenus par les deux méthodes sont par contre tout à fait similaires.

Ou mieux :

$$\lambda_d = \frac{1}{\frac{(1-x_g)}{\lambda_l} + \frac{x_g}{\lambda_g}} \quad (\text{I.14})$$

I.2.2.6 Enthalpie

Considérons un mélange diphasique passant de l'état initial "i" à l'état final "f" caractérisé par sa température T , sa fraction massique en soluté x_i dans la phase liquide et sa fraction massique de glace x_g :

$$h_d(T) = (1-x_g)h_l(x_i, T) + x_g(-L_f + h_g(T)) \quad (\text{I.15})$$

Où :

x_g : fraction massique en glace (%) ;

h_d : enthalpie diphasique (kJ.kg^{-1}) ;

h_l : enthalpie de la solution résiduelle (kJ.kg^{-1}), (ANNEXE 1) ;

L_f : chaleur latente de fusion de glace à 0°C (333.6 kJ.kg^{-1}) ;

h_g : enthalpie de glace (kJ.kg^{-1}) calculée par l'expression citée par Bel (1996):

$$h_g = -3324 + (2.12 + 0.008T)T \quad (\text{I.16})$$

Ce modèle est appliqué en dessous de la température de début de solidification.

I.2.2.7 Capacité thermique massique apparente

La capacité thermique massique apparente du mélange diphasique s'obtient par :

$$C_{pd} = \left(\frac{dh}{dT} \right)_p \quad (\text{I.17})$$

Ou mieux :

$$C_{pd} = \frac{1}{\frac{(1-x_g)}{C_{pl}} + \frac{x_g}{C_{pg}}} \quad (\text{I.18})$$

x_g : fraction massique en glace ;

C_{pd} : capacité thermique massique diphasique ($\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) ;

C_{pl} : capacité thermique massique ($\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) de la solution résiduelle, (ANNEXE1) ;

C_{pg} : capacité thermique massique ($\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$) calculée par l'expression citée par Bel (1996) :

$$C_{pg} = 2.1162 + 0.78.10^{-2}T \quad (\text{I.19})$$

I.2.2.8 Viscosité

La viscosité dynamique d'une suspension diphasique μ_d dépend de celle du liquide μ_l , de la concentration volumique des particules C_v , de la dimension et de la forme des particules solides, des interactions entre ces particules et le liquide, la distribution des tailles des particules, les additifs chimiques et le temps. Une étude détaillée a été menée sur cette grandeur, vu l'importance qu'elle joue dans le comportement. Les facteurs influençant sur la viscosité d'une suspension sont :

a) Influence de la concentration du solide : la concentration a une très grande influence sur la viscosité de la suspension. Beaucoup d'études ont traité ce facteur, en partant de l'équation d'Einstein [citée par Barnes (1989)] valable pour des suspensions diluées ($C_v < 0.02$), en écoulement laminaire, avec des particules sphériques petites ($d_p < 2 \mu\text{m}$) :

$$\frac{\mu_d}{\mu_l} = 1 + 2.5C_v \quad (\text{I.20})$$

$\frac{\mu_d}{\mu_l}$: viscosité relative ;

μ_l : viscosité du liquide porteur (Pa.s) [calculée par Melinder (1997), Bel (1999), Lugo *et al* (2002)]

μ_d : viscosité diphasique (Pa.s).

Hansen *et al* (2001) a utilisé dans son étude des coulis de glace l'équation (I.23) de Jeffrey (1973) avec une constante $A = 4.5$ qui a donné des bons résultats en comparaison avec les résultats expérimentaux.

b) Influence des interactions des particules : pour des suspensions à plus forte concentrations, il est nécessaire de prendre en compte l'interaction des particules entre elles, leur rotation, leur collision, la formation d'agglomérats... Plusieurs des équations théoriques ou expérimentales utilisent un polynôme :

$$\frac{\mu_d}{\mu_l} = 1 + 2.5C_v + kC_v^2 + kC_v^3 + \dots \quad (\text{I.21})$$

Le terme au carré représente l'interaction hydrodynamique des sphères entre elles. Suivant l'approche faite, les valeurs du coefficient k proposées par les différents auteurs fluctuent entre 14.1 [Guth, Eugene et Simba (1936) citée par Darby (1986)] et 10.05 [Thomas (1965)]. Les coefficients des termes d'ordre supérieur sont déterminés de manières moins précises car ils expriment des interactions complexes, difficiles à prendre en compte théoriquement.

Thomas a observé que pour $C_v < 25\%$, la valeur des trois premiers termes de son équation comprend plus de 97,5 % de la viscosité relative et pour $C_v > 25\%$ cette valeur est moins élevée que la viscosité relative, exemple 60 % pour $C_v = 40\%$ et 8,7 % pour $C_v = 60\%$. Cela veut dire que à faibles vitesses, les forces d'interactions sont plus importantes dans l'écoulement hétérogène où la concentration est maximale au sommet du tube, que dans l'écoulement homogène. Donc la viscosité locale des coulis de glace au sommet du tube augmente rapidement et influe sur la valeur moyenne de la viscosité.

c) Influence de la taille de la particule : pour la rhéologie d'une suspension est bien connue que la taille des particules a une influence importante sur la viscosité.

Kitanovski et Poredos (2002), a trouvé la différence de viscosité entre les diamètres $d_p = 0,25$ mm et $d_p = 1$ mm ($D_{tube} = 200$ mm) est de 6,2 %. Ce chiffre est bas mais non négligeable. Kitanovski explique cette faible valeur par les constantes de Thomas, et que dans le cas réel cette différence doit être plus élevée que 30 %. Donc une nouvelle valeur spécifique au coulis de glace doit être calculée dont le but de donner une nouvelle équation aux coulis de glace.

d) Influence de la forme des particules : l'effet de la variation de l'élancement des particules Γ (rapport diamètre / longueur) sur la viscosité est illustré à la Figure I.18, tirée des travaux de Kitano *et al* (1981) et reproduite à partir de la revue bibliographique de Metzner (1985).

La Figure I.18 montre l'augmentation de la viscosité relative pour des particules (taille exacte inconnue, non spécifiée dans le texte) lorsque leur élancement varie de 1 (sphères) à 27 (fibres).

L'accroissement important mesuré pourrait être causé par un blocage de l'écoulement ou une diminution de la concentration d'empilement maximum. En effet, pour une concentration donnée, on s'approche davantage de Γ_{max} (donc d'une viscosité infinie) pour des particules de formes irrégulières que pour des grains sphériques.

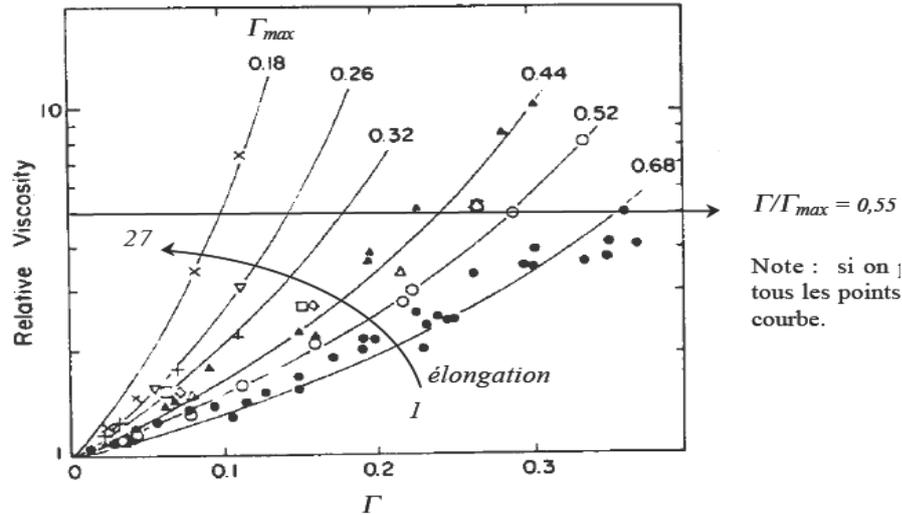


Figure I.18. Effet de la forme des particules et de la concentration solide sur la viscosité relative de suspensions. L'élongation varie de 1 (sphères) à 27 (fibres). Γ_{max} a été déterminé à partir de la relation de Krieger-Dougherty. [D'après les travaux de Kitano *et al* (1981) mais reproduit à partir de Metzner (1985)]

e) Influence de l'étendu granulaire (distribution de la taille des particules) : la dépendance de la viscosité relative, par rapport à la concentration solide volumique et à l'étendue granulaire des particules, est illustrée à la Figure I.19. Cette dernière est également reproduite à partir de la revue bibliographique de Metzner (1985), mais le travail est dû à Chong *et al* (1971). Elle montre, sur des suspensions bimodales formées par le mélange 25 % de sphères de diamètre d et 75 % de sphères de diamètre D , la variation de viscosité consécutive à l'augmentation de l'étendue granulaire d/D .

On constate que pour une concentration donnée, la viscosité s'accroît lorsque l'étendue granulaire diminue. Comme dans le cas précédent (forme des particules), cet accroissement est dépendant du rapport Γ/Γ_{max} : en effet, Γ_{max} diminue lorsque l'étendue granulaire diminue.

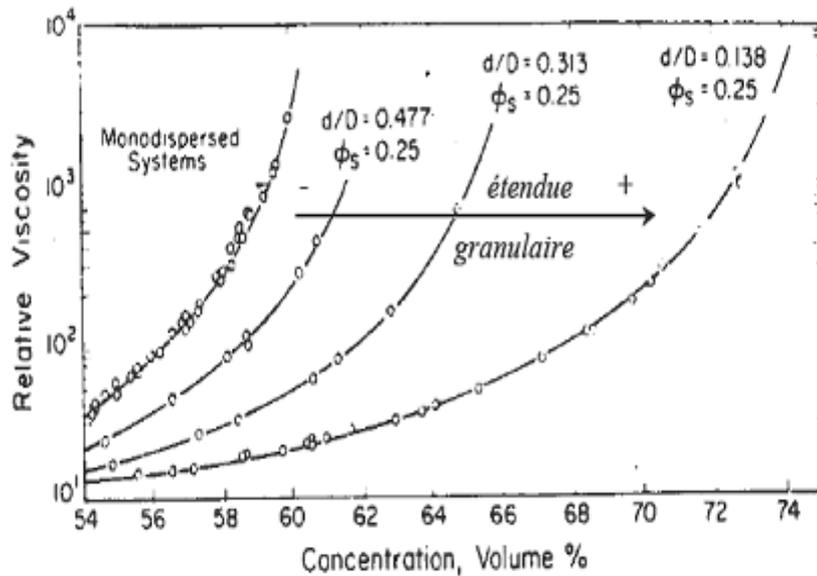


Figure I.19. Effet de l'étendue granulaire d/D et de la concentration solide sur la viscosité relative de suspensions bimodales dont les particules ont des diamètres d et D . ϕ_s est la fraction volumique de petites sphères [d'après les travaux de Chong *et al* (1971). mais reproduit à partir de Metzner (1985)].

Tableau I.1. Expressions de la viscosité pour une suspension Newtonienne en fonction de la concentration volumique de particules [Darby (1986), Bel (1996), Demasles (2002) et Kauffeld *et al* (2005)]

Auteurs	Expressions de viscosité	Limitations	N° d'équation
Einstein (1906)	$\mu_l(1 + 2.5C_v)$	$C_v < 0,02$ et $d_p < 2\mu\text{m}$	(I.22)
Jeffrey (1922)	$\mu_l(1 + AC_v)$ $2,5 < A < 10$	Particules éllipsoidales	(I.23)
Kunitz (1926)	$\mu_l \frac{(1 + 2.5C_v)}{(1 - C_v)^4}$	$0,1 \leq C_v \leq 0,4$	(I.24)
Guth, Eugene et Simba (1936)	$\mu_l(1 + 2.5C_v + 14.1C_v^2)$	$C_v > 0,02$	(I.25)
Guth et Simba (1936)	$\mu_l \frac{(1 + 0.5C_v - 0.5C_v^2)}{(1 - 2C_v - 9.6C_v^2)}$	$\mu \rightarrow \infty$ $C_v = 0,234$	(I.26)
Steimour (1944)	$\mu_l \exp(4.5C_v)$	$0 \leq C_v \leq 0,4$	(I.27)
Vand (1945)	$\mu_l(1 - C_v - 1.16C_v^2)^{-2.5}$	$C_v > 0,2$ $0,3 < d_p < 400\mu\text{m}$ $20 < D/d_p < 100$	(I.28)
Vand (1948)	$\mu_l \exp\left(\frac{2.5C_v}{1 - 0.609C_v}\right)$	Pas de forces inteparticulaires	(I.29)
Vand (1948)	$\mu_l \exp\left(\frac{2.5C_v + 2.7C_v^2}{1 - 0.609C_v}\right)$	Inclut doublet collision, mais non triplet collision	(I.30)

Tableau I.1 (continuation)

Auteurs	Expressions de viscosité	Limitations	N° d'équation
Mooney (1951)	$\mu_l \exp\left(\frac{2.5C_v}{1 - kC_v}\right)$ $0,751 < k < 1,5$	k dépend de système suspension Newtonienne	(I.31)
Simba (1952)	$\mu_l(1 + 1.5C_v(1 + (25C_v/4f^3)...))$ $1 < f < 2$	Suspension diluée suspension Newtonienne	(I.32)
Happel (1957)	$\mu_l \exp(4.5C_v)$	$C_v \leq 0,3$	(I.33)
Ford (1960)	$\mu_l(1 + 2.5C_v + 11C_v^5 - 11.5C_v^7)$		(I.34)
Thomas (1965)	$\mu_l(1 + 2.5C_v + 10.5C_v^2 + 0.00273\exp(16.6C_v))$	$\rho_l \approx \rho_p$ $0 < C_v < 0,625$ $0,1 < d_p < 435\mu\text{m}$	(I.35)
Frankel et Acrivos (1967)	$\mu_l C_v \left(1 - \left(\frac{C_v}{C_{v.\text{max}}}\right)^{1/3}\right)^{-1}$	Seulement pour les concentrations concentrées	(I.36)
Graham et Steel (1984)	$\mu_l \left(1 - \left(1 + 0.35 \left(1 - \frac{0.7404 - C_v}{0.7404}\right)^2\right)^{0.5} C_v\right)^{-2.5}$	$\rho_l \approx \rho_p$ Forces de cisaillement nulles ($Rep = 0$)	(I.37)
Morio-Ototake (cité par Bel-1996)	$\mu_l \left(1 + \frac{1.56C_v}{0.52 - C_v}\right)$	$0,1 \leq C_v \leq 0,4$	(I.38)
Leighton (1985)	$\mu_l \left(1 + \frac{1.5C_v}{1 - (C_v/C_{vs})}\right)^2$	$\rho_l \neq \rho_p, C_{vs}$ (concentration de la suspension lorsqu'elle est sédimenté) dépend du type de la suspension et de l'arrangement des particules entre elles. Leighton prend $C_{vs} = 0.58$	(I.39)
Mills (1985)	$\mu_l \frac{1 - C_v}{(1 - C_v/C_{v.\text{max}})^2}$	pour $C_v < 4/7$	(I.40)

Pour le calcul de la viscosité d'un fluide diphasique hétérogène (solide-liquide), on applique la règle du mélange:

$$\mu_d = x_g \mu_g + (1 - x_g) \mu_l \tag{I.41}$$

La viscosité de la glace est exprimée par la somme de la viscosité due à la collision des particules $\mu_{g.col}$, de la cinétique $\mu_{g.cin}$ et de la viscosité due aux frottements proches de l'empaquetage limite $\mu_{g.fr}$:

$$\mu_g = \mu_{g.col} + \mu_{g.cin} + \mu_{g.fr} \tag{I.42}$$

I.3 Comportement hydrodynamique d'un fluide frigoporteur diphasique dans une conduite

I.3.1 Comportement rhéologique des fluides

La section qui suit vise à définir les principaux paramètres rhéologiques ainsi que les différentes typologies d'écoulement des fluides.

I.3.1.1 Fluides Newtoniens

L'étude de la viscosité permet de distinguer différents types de fluides. Toutes les substances fluides à caractère moléculaire simple (gaz, vapeur, liquides chimiquement simples) sont des fluides Newtoniens.

Les fluides à structure moléculaire complexe, c'est-à-dire les fluides dont la viscosité ne suit pas la loi de Newton exprimée par la relation :

$$\tau = \frac{F}{S} = \mu \dot{\gamma} \quad (\text{I.43})$$

Ces derniers constituent la classe des fluides non-Newtoniens dont l'étude du comportement fait l'objet de la rhéologie.

Dans le cas d'un fluide non-Newtonien, le coefficient de viscosité apparente μ n'est pas uniquement fonction de l'état thermodynamique local mais peut aussi dépendre du gradient de vitesse ou du taux de déformation $\dot{\gamma}$ et, éventuellement, de la contrainte de cisaillement τ au point considéré et du temps.

I.3.1.2 Fluides non-Newtoniens dont la viscosité est indépendante du temps

Suivant la façon dont varie le rapport $\tau/\dot{\gamma}$, on distingue plusieurs types de fluides, dont le comportement est décrit par des relations approchées, contrairement aux fluides Newtoniens pour lesquels l'équation (I.43) est exacte.

a) Fluides pseudo-plastiques ou (rhéo-fluidisants)

La viscosité des fluides pseudo-plastiques diminue quand la contrainte de cisaillement croît. Ce phénomène s'explique par des modifications de la structure du fluide entre les états de repos et d'écoulement. Au repos, l'ordre interne irrégulier de ces fluides provoque une résistance interne importante ce qui implique une viscosité élevée. À la suite de l'augmentation de la contrainte de cisaillement, les particules en suspension se positionnent dans le sens de l'écoulement, d'où un meilleur glissement et donc une baisse de la viscosité. Les fluides reviennent à leur viscosité initiale (réversibilité) si l'effet de cisaillement s'arrête ou diminue.

Parmi les fluides pseudo-plastiques, on rencontre, par exemple : les solutions et les suspensions aqueuses concentrées (solutions d'alginate de sodium, de certains polymères, jus de fruits concentrés...), les pétroles, latex de caoutchouc, pâte à papier, colles, savon, certaines peintures, purées (de bananes, de pommes de terre), mayonnaise, sang humain, etc...

b) Fluides dilatants (ou rhéo-épaississants)

À l'inverse des fluides pseudo-plastiques, les fluides dilatants ont une viscosité apparente qui croît quand la contrainte de cisaillement augmente. Ce comportement, moins fréquent que celui des fluides pseudo-plastiques, se rencontre dans les suspensions fortement concentrées, dans lesquelles la phase liquide n'occupe pratiquement que les interstices entre les particules solides.

Dans ce cas, quand le taux de glissement croît, les particules solides tendent à freiner le déplacement d'une couche par rapport à l'autre. L'accroissement des frottements, dû à la disparition du liquide interstitiel lors de la mise en mouvement du milieu, fait apparaître des cavités et la viscosité dynamique apparente augmente. On observe ce type de comportement, par exemple, avec des solutions aqueuses d'amidon ou avec du sable et du quartz dans l'eau.

c) Fluides rhéoplastiques (ou viscoplastiques)

Avec les fluides rhéoplastiques, l'écoulement ne se produit qu'à partir d'un seuil minimal de contrainte τ_0 , appelé seuil de plasticité, au-delà duquel on peut retrouver – suivant le fluide – les comportements Newtoniens, pseudo-plastiques ou dilatants. Dans le cas de ces fluides, la courbe d'écoulement coupe l'ordonnée en un point définissant la contrainte critique. Le phénomène est réversible. Il est possible d'expliquer qualitativement ce comportement en supposant que ce dernier présente au repos une structure tridimensionnelle rigide, qui rend les substances assimilables à un solide, susceptible de résister à des contraintes inférieures à τ_0 . Dès que l'on dépasse cette contrainte, la structure se détruit complètement et le comportement du fluide devient Newtonien (fluide de Bingham). Pour un écoulement laminaire en conduite cylindrique circulaire d'un fluide de Bingham, la vitesse est constante dans la zone centrale, pour laquelle τ est inférieure à τ_0 .

Dans cette catégorie de fluides, on peut citer, par exemple : les pâtes de fruits et de chocolat, les peintures à l'huile, les graisses, les pommades, le dentifrice, la pâte à papier, les boues de forage, le ciment frais, etc...

La corrélation entre le gradient de vitesse et la contrainte tangentielle τ définit la capacité d'écoulement d'un fluide. Celle-ci est exprimée sur un diagramme (Figure I.20), dit courbes d'écoulement, dans lequel la contrainte tangentielle est portée en ordonnée et le gradient de vitesse en abscisse.

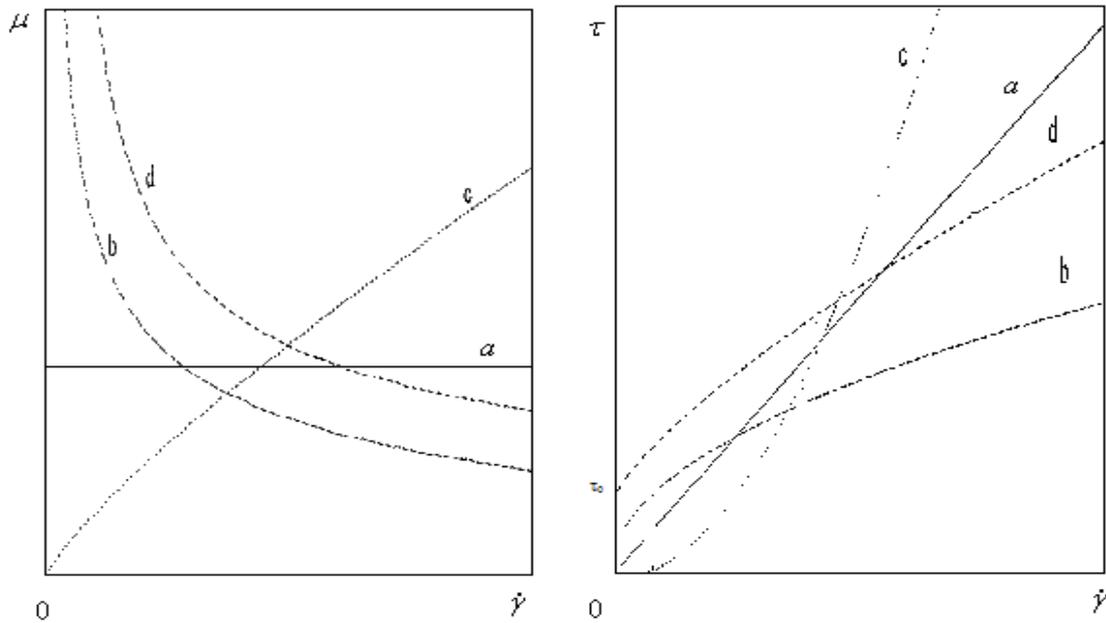


Figure I. 20. Courbes d'écoulement des principales catégories de fluides avec et sans contrainte critique.
a) Newtonien, b) pseudo-plastique, c) dilatant, d) viscoplastique

La Figure I.20 récapitule, sur deux diagrammes représentant la contrainte de cisaillement τ et la viscosité μ en fonction du taux de glissement, le comportement des principaux types de fluides (sauf ceux dont la viscosité dynamique apparente dépend du temps). Un fluide non visqueux, ou pascalien, pour lequel μ est toujours nulle, est représenté par l'axe horizontal. L'axe vertical correspond à un solide élastique. Le fluide Newtonien est représenté par une droite de pente μ .

I.3.1.3 Fluides non -Newtoniens dont la viscosité dépend du temps

Certains fluides peuvent présenter des caractéristiques d'écoulement dépendant des traitements antérieurs qu'ils ont subis (Figure I.21).

a) Fluides thixotropes

Les fluides thixotropes ont, pour un gradient de vitesse constant, une viscosité qui diminue avec la durée de cisaillement. Ils admettent un seuil de contrainte comme les fluides rhéoplastiques, mais ce seuil augmente avec le temps quand le fluide est au repos et s'abaisse après agitation. Ce comportement s'observe quand les phénomènes d'alignement ou de formation de cavités, décrits respectivement pour les fluides pseudo-plastiques et dilatants, se déroulent lentement, de telle sorte que, même dans un écoulement permanent, on constate une diminution ou une augmentation de la contrainte de cisaillement.

La thixotropie est un phénomène rhéologique de grande importance industrielle car il peut être soit néfaste dans le cas du démarrage d'installations de pompage, soit recherché lorsqu'on souhaite disposer d'un matériau qui se liquéfie quand on le met en œuvre et qui se raidit quand on le stocke. C'est le cas des encres d'imprimerie, des mélanges eau-alcool, des sels de pentaoxyde de vanadium, des gels, de la mayonnaise, du blanc d'œuf frais, etc. Ces fluides sont en règle générale pseudo-plastiques.

b) Fluides rhéopexes (ou anti-thixotropes)

Extrêmement complexe, le phénomène de rhéopexie n'a été que très peu étudié. Il apparaît que, dans ce type de fluides, un faible cisaillement est susceptible de favoriser la restructuration du produit. On peut observer la rhéopexie dans les émulsions d'eau dans de l'huile ou la cristallisation du plâtre à faible cisaillement.

Pour les fluides thixotropes et rhéopexes, les phénomènes observés sont réversibles. Ainsi l'agitation d'un gel peut le fluidifier mais, au bout d'un certain temps, l'agitation ayant cessé, le gel se reforme.

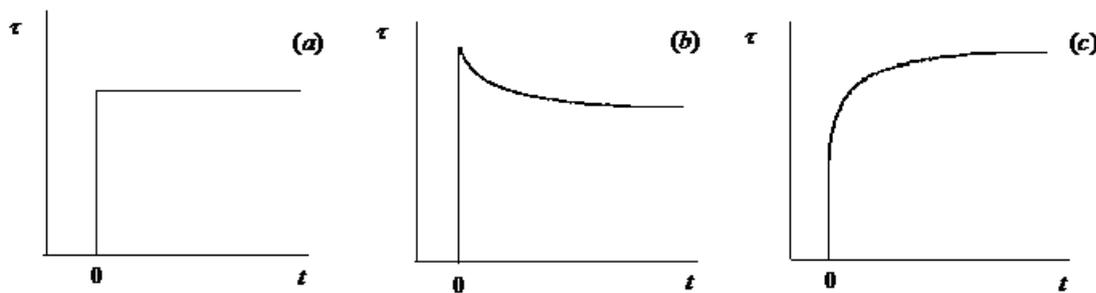


Figure I.21. Comportement des fluides non-Newtoniens dont la viscosité dépend du temps (a), thixotropique (b) et anti-thixotropique (c)

I.3.2 Modèles rhéologiques

Les fluides qui suivent le modèle d'Herschel-Bulkley :

$$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n \quad (\text{I.44})$$

Où τ_0 est la contrainte de cisaillement minimale, appelée seuil de plasticité, nécessaire pour amorcer le mouvement du fluide. Les coefficients k et n , appelés respectivement indice de consistance et indice d'écoulement, sont des constantes déterminées expérimentalement dans le domaine d'utilisation. De façon générale, en fonction de la température, n varie peu et k varie selon les mêmes lois que la viscosité μ .

Dans le cas particulier où $\tau_0 = 0$, le fluide est dit *d'Ostwald* et son comportement est représenté par une loi de type « puissance » ou loi d'Ostwald de Waele :

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (\text{I.45})$$

Cette loi permet, par des calculs analogues à ceux utilisés pour l'étude des fluides Newtoniens, d'étudier l'écoulement laminaire en conduite des fluides pseudoplastiques ($n < 1$) ou dilatants ($n > 1$). Selon que le fluide est pseudoplastique ou dilatant, la vitesse maximale est inférieure ou supérieure à celle du fluide newtonien. À la limite, si l'exposant n tend vers ∞ , la distribution des vitesses tendent vers un cône, la vitesse maximale devenant égale à 3 fois la vitesse moyenne.

Tableau I.2. Lois rhéologiques de fluides ne présentant pas de contrainte critique [d'après Midoux(1985)]

Auteurs	Modèle	N° d'équation
Ostwald-de Waele(1925)	$\tau = k\dot{\gamma}^n$	(I.46)
Ellis (1927)	$\tau = [\mu_0 / 1 + (\tau / \tau_{1/2})^{\alpha-1}] \dot{\gamma}$	(I.47)
Reiner Phillipoff (1935)	$\tau = [\mu_\infty + ((\mu_0 - \mu_\infty) / (1 + \tau^2 / k))] \dot{\gamma}$	(I.48)
Prandtl-Eyring (1936)	$\tau = A sh^{-1}(B\dot{\gamma})$	(I.49)
Sisko (1958)	$\tau = \mu_\infty \dot{\gamma} + k\dot{\gamma}^n$	(I.50)
Cross (1965)	$\tau = [\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) / (1 + t_1 \dot{\gamma} ^{1-n})] \dot{\gamma}$	(I.51)
Carreau (1968)	$\tau = [\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) / (1 + (t_1 \dot{\gamma})^2)^{(1-n)/2}] \dot{\gamma}$	(I.52)
Carreau- Yasuada (1979)	$\tau = [\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) / (1 + t_1 \dot{\gamma} ^a)^{(1-n)/a}] \dot{\gamma}$	(I.53)

Tableau I.3. Modèles rhéologiques de fluides présentant de contrainte critique [d'après Midoux (1985)]

Auteurs	Modèle	N° d'équation
Bingham (1922)	$\tau = \tau_0 + \mu_B \dot{\gamma}$	(I.54)
Herschel-Bulkley (1926)	$\tau = \tau_0 + k\dot{\gamma}^n$	(I.55)
Shangraw-Grim-Mattocks	$\tau = \tau_0 + \mu_\infty \dot{\gamma} + \alpha_1 (1 - \exp(-\alpha_2 \dot{\gamma}))$	(I.56)
Casson général (1959)	$\tau_n = \tau_0 + (\mu_C \dot{\gamma})^n$	(I.57)
Casson (1959)	$\tau^{1/2} = \tau_0^{1/2} + (\mu_C \dot{\gamma})^{1/2}$	(I.58)
Ponslinki <i>et al</i>	$\tau = \tau_0 + [\mu_\infty + (\mu_0 - \mu_\infty) / (1 + (t_1 \dot{\gamma})^2)^{(1-n)/2}] \dot{\gamma}$	(I.59)

I.3.3 Mesure des propriétés rhéologiques

En régime permanent, il y a deux méthodes générales qui permettent la détermination de la loi de comportement des fluides dont la viscosité est indépendante du temps :

1) la relation entre τ et $\dot{\gamma}$ peut être déterminée directement en soumettant l'échantillon à une vitesse de cisaillement uniforme et en mesurant la contrainte tangentielle correspondante. Les viscosimètres les plus usuels utilisant ce principe sont des viscosimètres rotatifs utilisant des géométries à cônes, à cylindres, ou à plateau.

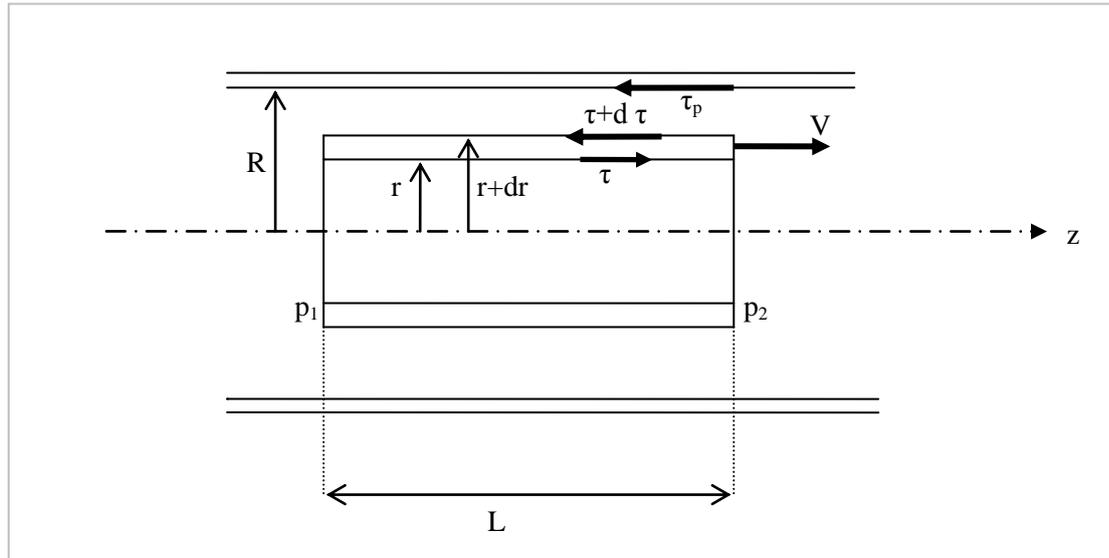


Figure I.22. Forces intervenant lors de l'écoulement établi d'un fluide en conduite horizontale

2) la relation entre τ et $\dot{\gamma}$ peut être déterminée indirectement à partir des graphes débit/pression. L'appareil, fondé sur ce principe, est le viscosimètre d'Ostwald. C'est un tube cylindrique, de faible section circulaire, dans lequel circule le fluide testé. Le mouvement de cisaillement est engendré en imposant une différence de pression entre les deux extrémités du tube, à laquelle vient s'ajouter la force de la pesanteur si le tube est en position verticale. La différence de pression tend à entraîner dans un mouvement d'ensemble le fluide dans le sens des pressions décroissantes. La mesure de la pression induite par frottement du fluide au contact de la paroi, et la mesure du débit véhiculé par la conduite, permettant d'obtenir une loi expérimentale reliant la contrainte pariétale au débit.

En régime permanent établi dans une conduite circulaire (Figure I.22) de diamètre $D = 2R$, on a [Bird *et al* (1960)] :

$$\Delta p \pi R^2 = 2\pi R L \tau_p \quad (\text{I.60})$$

D'où la valeur de la contrainte de cisaillement à la paroi ($r = R$) vaut:

$$\tau_p = \frac{R\Delta p}{2L} = \frac{D\Delta p}{4L} \quad (\text{I.61})$$

Si τ est la contrainte de cisaillement pour $r \leq R$ on a :

$$\tau = \frac{r\Delta p}{2L} \quad (\text{I.62})$$

En combinant les équations (I.61) et (I.62) on a :

$$\tau = \tau_p \frac{r}{R} \quad (\text{I.63})$$

A l'intérieur de la section annulaire, limitée par les cylindres de rayon r et $r + dr$, s'écoule le débit $dQ_v = V2\pi r dr$, si V est la vitesse à la distance r de l'axe du tube dans la conduite, il s'écoule au total :

$$Q_v = \int_0^{Q_v} dQ_v = \pi \int_0^R V 2r dr = \pi \int_0^{R^2} V d(r^2) \quad (\text{I.64})$$

A prés intégration par partie on obtient :

$$Q_v = \pi \left([Vr^2]_0^{R^2} - \int_0^{R^2} r^2 dV \right) \quad (\text{I.65})$$

En supposant qu'il n'y a pas de glissement à la paroi, on a $V = 0$ pour $r = R$ et donc $[Vr^2]_0^{R^2} = 0$, la loi rhéologique suivie par le fluide est :

$$\dot{\gamma} = -\frac{dV}{dr} = f(\tau)$$

$$dV = -f(\tau) dr$$

L'équation (I.63) permet d'écrire :

$$r^2 = \frac{R^2 \tau^2}{\tau_p^2}$$

$$dr = \frac{R}{\tau_p} d\tau$$

En substituant ces différentes expressions dans l'équation (I.65) on a :

$$Q_v = \pi \int_0^{\tau_p} \frac{R^2 \tau^2}{\tau_p^2} f(\tau) \frac{R}{\tau_p} d\tau \quad (\text{I.66})$$

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{1}{4} \left(\frac{8V_d}{D} \right) = \frac{1}{\tau_p^3} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau \quad (\text{I.67})$$

Où V_d est la vitesse moyenne débitante.

Cette relation fondamentale introduite par Rabinowitsch et Mooney cité par Skelland (1967), nécessite la formulation de diverses hypothèses fondamentales :

- 1) l'écoulement est laminaire en régime permanent et établi ;
- 2) la température est constante ;
- 3) le fluide a un comportement indépendant du temps ;
- 4) il n'y a pas de glissement à la paroi de la conduite (vitesse du fluide nulle à l'interface fluide-paroi).

Après dérivation de l'équation de Rabinowitsch et Mooney par rapport à τ_p on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \frac{d\left(\frac{8V_d}{D}\right)}{d\tau_p} &= -\frac{3}{\tau_p^4} \int_0^{\tau_p} \tau^2 f(\tau) d\tau + \frac{1}{\tau_p^3} \tau_p^2 f(\tau) \\ &= -\frac{3}{\tau_p} \left(\frac{1}{4} \frac{8V_d}{D}\right) + \frac{\dot{\gamma}_p}{\tau_p} \end{aligned} \quad (\text{I.68})$$

D'où après regroupement :

$$\dot{\gamma}_p = \frac{8V_d}{D} \left[\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \frac{d \ln\left(\frac{8V_d}{D}\right)}{d \ln\left(\frac{D\Delta p}{4L}\right)} \right] = \frac{(3n+1) 8V_d}{4n D} \quad (\text{I.69})$$

Avec :

$$n = \frac{d \ln\left(\frac{D\Delta p}{4L}\right)}{d \ln\left(\frac{8V_d}{D}\right)}, \text{ pente du graphe } \ln\left(\frac{D\Delta p}{4L}\right) = f\left(\ln\left(\frac{8V_d}{D}\right)\right). \quad (\text{I.70})$$

En faisant varier la vitesse débitante V_d et par conséquent le gradient de pression $\Delta p/L$, il est possibles à l'aide des équations de Rabinowitsch et Mooney d'obtenir le graphe τ_p en fonction de $\dot{\gamma}_p$ qui fournit alors les rhéogrammes du fluide étudié.

Appliquons ces équations à un fluide ayant un comportement rhéologique du type loi de puissance d'Ostwald de Waele tel que : $\tau = k\dot{\gamma}^n$

On obtient :

$$\frac{Q_v}{\pi R^3} = \frac{n}{3n+1} \left(\frac{\tau_p}{k}\right)^{1/n} \quad (\text{I.71})$$

Et en définitive:

$$\tau_p = k \left[\left(\frac{3n+1}{4n} \right) \left(\frac{8V_d}{D} \right) \right]^n \quad (\text{I.72})$$

On représente dans le Tableau I.5 quatre méthodes particulières pour l'évaluation des contraintes à la paroi en écoulement laminaire.

Tableau I.4. Equations d'un écoulement laminaire [Darby(1986)]

Nom du modèle	Equations	N° d'équation
Loi de puissance	$Q_v = \frac{n\pi R^3}{(3n+1)} \left(\frac{\tau_p}{k} \right)^{1/n}$	(I.73)
	$\tau_p = k \left[\frac{4Q_v}{\pi R^3} \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \right]^n$	(I.74)
Bingham	$Q_v = \frac{\pi R^3}{4\mu_B} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^4 \right]$	(I.75)
	$\tau_p = \mu_B \left(\frac{4Q_v}{\pi R^3} \right) + \frac{4}{3} \tau_0 - \frac{1}{3} \frac{\tau_0^4}{\tau_p^3}$	(I.76)
Casson	$Q_v = \frac{\pi R^3 \tau_p}{4\mu_C} \left[1 + \frac{4}{3} \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right) - \frac{16}{7} \left(\frac{\tau_C}{\tau_p} \right)^{1/2} - \frac{1}{21} \left(\frac{\tau_C}{\tau_p} \right)^4 \right]$	(I.77)
	$\tau_p = \mu_C \left(\frac{4Q_v}{\pi R^3} \right) - \frac{4}{3} \tau_C + \frac{16}{7} (\tau_C \tau_p)^{1/2} + \frac{\tau_C^4}{21 \tau_p^3}$	(I.78)
Heschel-Bulkley	$Q_v = \frac{n\pi R^3}{(3n+1)} \left(\frac{\tau_p - \tau_0}{k} \right)^{1/n} [A]$	(I.79)
	$\tau_p = \tau_0 + k \left[\left(\frac{4Q_v}{\pi R^3} \right) \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \right]^n [A]^{-n}$	(I.80)
	$[A] = \left[\left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^3 + \frac{2(3n+1)}{(2n+1)} \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right) \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^2 + \frac{(3n+1)}{(n+1)} \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^2 \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right) \right]$	

I.3.4 Ecoulements monophasiques

Profils de vitesse

En régime laminaire établi, le profil de la vitesse d'un écoulement isotherme d'un fluide d'Ostwald-de Waele est donné par la relation suivante:

$$\frac{V_{(r)}}{V_d} = \frac{3n+1}{n+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (\text{I.81})$$

Dans le cas d'un fluide Newtonien ($n=1$), on retrouve bien l'expression :

$$\frac{V_{(r)}}{V_d} = 2 \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (\text{I.82})$$

On voit que pour un fluide pseudoplastique, le profil des vitesses est plus plat que pour un fluide Newtonien (dispersion des temps de séjour plus faible). Au centre du tube (Figure I.23), la vitesse ne peut varier qu'entre 1 et 3 fois la valeur de la vitesse débitante V_d pour $0 < n < \infty$, cette valeur étant de 2 pour le fluide Newtonien ($n=1$).

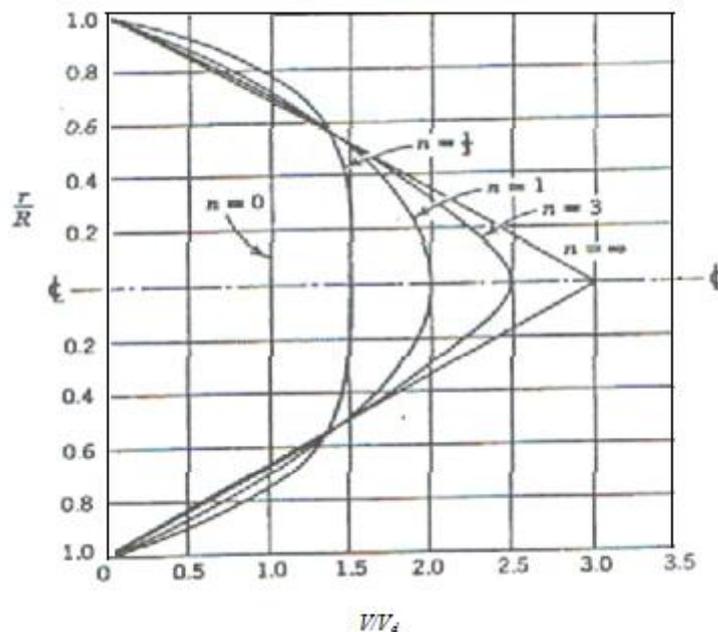


Figure I.23. Profils des vitesses réduits d'un fluide D'Ostwald en écoulement laminaire dans un tube [Skelland (1967)]

I.3.5 Écoulements diphasiques solide-liquide

I.3.5.1 Classification des régimes d'écoulement multiphasiques

La force de gravité (toujours présente), la poussée d'Archimède (toujours présente), la force de traînée hydrodynamique (dépendante de la vitesse) et la portance. Selon les niveaux de ces forces, plusieurs régimes d'écoulement sont observables. L'écoulement des coulis ou les suspensions peut être classé en trois principaux régimes proposés par plusieurs observateurs. Les trois catégories sont : homogène, hétérogène et saltation (lit mouvant ou stationnaire). Dans le cas d'apparition du lit mouvant, la différence de masse volumique entre les deux phases peut conduire à une configuration d'écoulement particulière. Les particules de glace sont plus légères que le fluide porteur, et tendent à s'accumuler dans la partie supérieure de tube.

Les pertes de charge de pression dépendent significativement du régime d'écoulement comme c'est illustré dans la Figure I.24, le gradient de pression de la suspension (mélange liquide-solide) est plus grand que celui du liquide porteur, cette différence diminue plus que le degré d'hétérogénéité diminue et donc les pertes de pression s'approchent à celles engendrées par la phase liquide de transport seule.

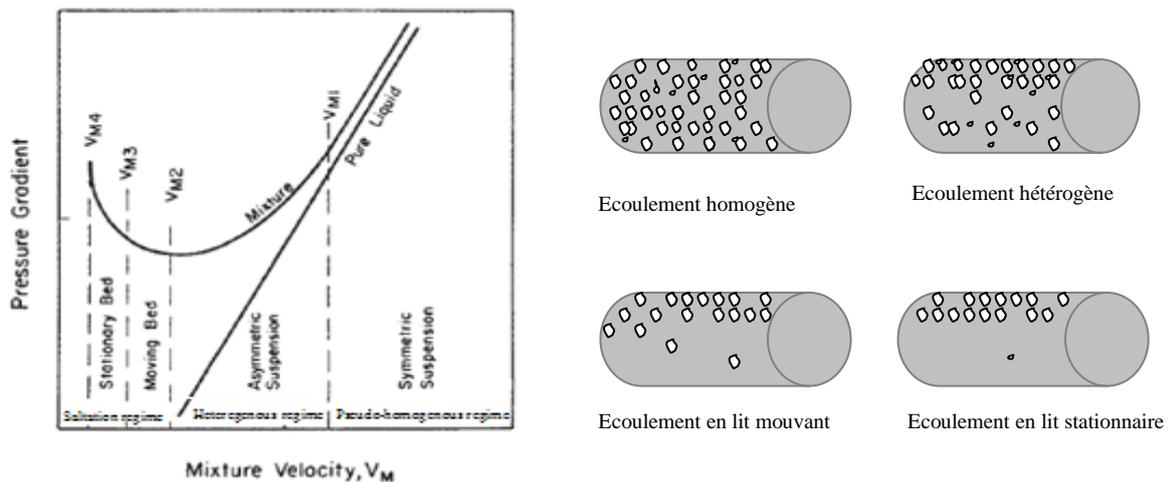


Figure I.24. Diagramme de régimes d'écoulement [Govier et Aziz (1972)]

Si V représente la vitesse de circulation du fluide diphasique, La vitesse critique V_{M1} correspond à la vitesse de transition de l'écoulement homogène à l'écoulement hétérogène. V_{M2} vitesse marquant la transition entre le régime de saltation et le régime hétérogène, cette vitesse est appelée vitesse minimale de dépôt [Wasp *et al* (1977)], le régime de saltation apparaît à des vitesses faibles. La valeur des différentes vitesses critiques dépend à la fois de la taille des particules, de la concentration volumique des particules, du liquide porteur et du diamètre de la conduite.

Govier et Aziz (1972) proposent une classification (Tableau I.5) des suspensions solide-liquide en fonction de la taille des particules solides, qui permet de prévoir leur régime d'écoulement.

Tableau I.5. Classification des suspensions solide-liquide [Govier et Aziz (1972)]

Phase simple	Phases multiples (gaz-liquide, liquide-liquide, gaz-solide, liquide-solide)				
	dispersion fine	dispersion demi-fine	dispersion grossière	macro mélange	stratifié
homogène vrai	Pseudo-homogène		hétérogène		
	laminaire turbulent	turbulent seulement			
Ecoulement en phase unique			Ecoulement en phase séparé		

Govier et Aziz (1972) donnent pour les différents mélanges les définitions suivantes :

- dispersion fine : petites particules solides plus ou moins uniformément dispersées dans une phase liquide et continue ;
- dispersion grossière : grosses particules solides dispersées dans une phase liquide continue ;
- macro-mélange : mélange en écoulement fortement turbulent pour lequel aucune phase n'est continue ;
- stratifié : écoulement diphasique constitué par deux phases pratiquement continues séparées par une interface identifiable.

Les paramètres qui influent sur l'écoulement des suspensions ont été recensés par Govier et Aziz (1972):

- vitesse limite de chute ;
- caractéristiques géométriques des particules ;
- effet de la paroi de la conduite ;
- effet de la concentration en particules solides.

I.4 Rhéologie des coulis de glace (Etat de l'art)

I.4.1 Écoulement homogène

Les coulis de glace ont déjà fait l'objet de plusieurs études et ce depuis vingt ans, Sasaki *et al* (1993) a utilisé le modèle d'Ostwald-de Waele pour un fluide dilatant.

Christensen et Kauffeld (1997) ont proposé un modèle qui décrit les coulis de glace comme un fluide de Bingham, dont la viscosité a été déterminée par l'équation de Thomas (1965) et la contrainte de plasticité par des données expérimentales :

$$\tau_0 = 0.00059x_g^3 - 0.0070k_g^2 + 0.087x_g - 0.02498 \quad (\text{I.83})$$

Ben Lakhdar (1998) a mené une étude sur la rhéologie des coulis de glace avec l'éthanol-eau comme fluide porteur, il a trouvé, pour des fractions massiques comprises entre 0 et 6 %, que les coulis de glace se comportent comme un fluide Newtonien et au-delà de 6 %, le coulis présente un comportement non-Newtonien (Figure I.25), l'indice de comportement n , très sensible à l'évolution de la fraction massique de la glace, s'écarte de l'unité en décroissant. Pour des fractions massiques en glace égales ou supérieures à 13 %, la viscosité apparente diminue avec l'augmentation du gradient de la vitesse, mettant ainsi en évidence le caractère non-Newtonien rhéofluidifiant du coulis à ces concentrations. Pour des fractions massiques supérieures à 6 % et des vitesses de cisaillement allant de 20 à 310 s^{-1} le fluide suit une loi de comportement de type loi de puissance d'Ostwald.

A partir des rhéogrammes obtenus, Ben Lakhdar (1998) a établi des corrélations pour déterminer l'indice de comportement, n et le coefficient de consistance, k pour l'ensemble du comportement rhéologique (Newtonien et non-Newtonien) du coulis de glace, ce même modèle utilisé plus tard par Guilpart *et al* (1999) (concentration initiale d'éthanol 11 %). les relations déduites par ces expériences sont :

$$\mu_{app} = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = k(x_g) \dot{\gamma}^{n(x_g)-1} \quad (\text{I.84})$$

Avec :

$$n(x_g) = 0.263 + \frac{0.737}{1 + \left(\frac{x_g}{0.112}\right)^{8.34}} \quad 0 \leq x_g \leq 0,28 \quad (\text{I.85})$$

$$k(x_g) = \exp(-5.441 + 8324x_g^{2.5}) \quad 0 \leq x_g \leq 0,13 \quad (\text{I.86})$$

$$k(x_g) = \exp(-6.227 + 16.487x_g^{0.5}) \quad 0,13 \leq x_g \leq 0,28 \quad (\text{I.87})$$

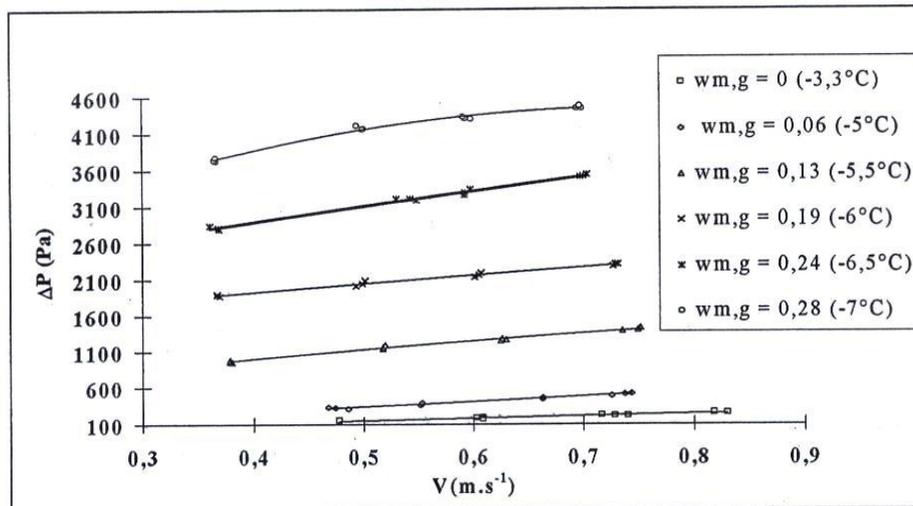


Figure I.25. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement dans la veine de caractérisation rhéologique. Influence de la température et de la fraction massique en glace [Ben Lakhdar (1998)]

Jensen *et al* (2000) ont utilisé le modèle de Bingham pour des concentrations initiales d'éthanol $x_i = 5\%$, 10% , 20% et ont proposé une autre approche pour décrire la contrainte de cisaillement minimale :

$$\tau_0 = \exp(-1.47 + 0.0035x_i^2 + 0.116x_g) \quad (\text{I.88})$$

Ce même modèle a été utilisé par Frei et Egolf (2000), Hansen *et al* (2001).

Doetsch (2002) a utilisé le modèle de Casson pour des concentrations volumiques en glace C_v variant de 0 à 45% et $2 \text{ mPa} < \mu_l < 10 \text{ mPa}$.

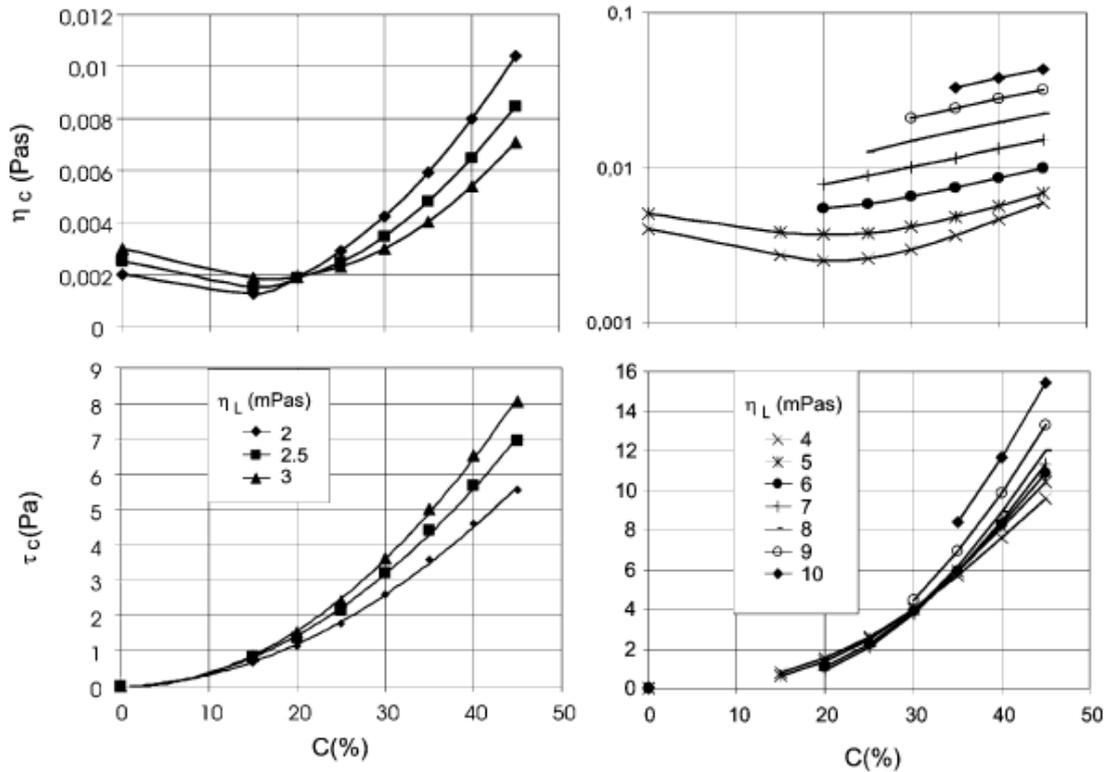


Figure I.26. Paramètres de Casson, η_c et τ_c en fonction de la concentration des particules de glace (0-45 %) et pour des viscosités du fluide porteur η_L variant de 2 mPa.s à 10 mPa.s [Doetsch (2002)]

La Figure I.27 représente la contrainte cisaillement à la paroi en fonction du taux de déformation pour un coulis de glace formé par une concentration initiale du propylène glycol de 10% dans l'eau et une concentration de glace de 20 %. Les valeurs issues du modèle Bingham modifié sont comparées avec celles issus du modèle de Casson qui a été développé expérimentalement par Doetsch (2002).

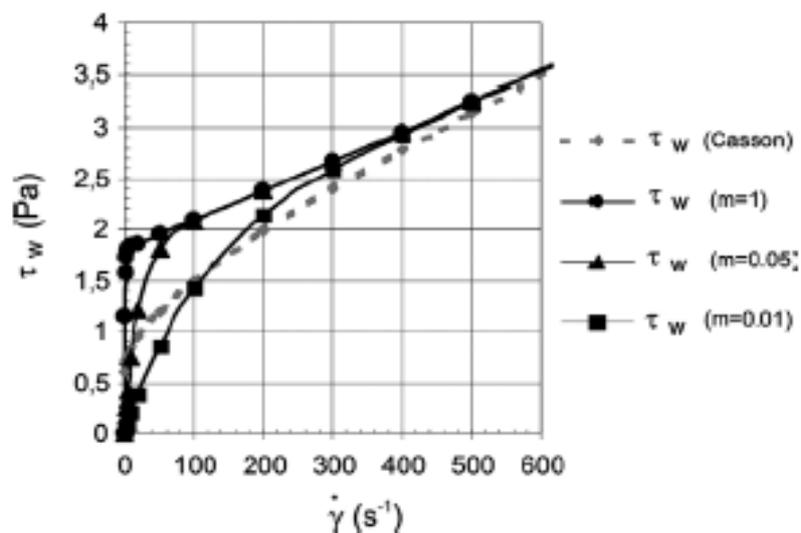


Figure I.27. Contrainte de cisaillement à la paroi en fonction du taux de déformation [Doetsch (2002)]

Plus tard Egolf et Kauffeld (2005) et Niezgodna -Zelasko et Zalewski (2006) ont aussi utilisé le modèle de Bingham. Niezgodna -Zelasko et Zalewski (2006) ont donné des corrélations pour décrire la viscosité de Bingham et la contrainte de plasticité pour les deux écoulements laminaire et turbulent:

- Ecoulement laminaire ($x_i=10.6\%$; $d_p=0.1-0.15\text{ mm}$) :

La viscosité plastique de Bingham :

$$\mu_B = 0.0035 + 0.0644 \left(\frac{x_g}{100} \right) - 0.7394 \left(\frac{x_g}{100} \right)^2 + 5.6963 \left(\frac{x_g}{100} \right)^3 - 19.759 \left(\frac{x_g}{100} \right)^4 + 26.732 \left(\frac{x_g}{100} \right)^5 \quad (\text{I.89})$$

La contrainte de plasticité

$$\tau_0 = 0.013 - 1.4284 \left(\frac{x_g}{100} \right) + 73.453 \left(\frac{x_g}{100} \right)^2 - 394.64 \left(\frac{x_g}{100} \right)^3 + 835.82 \left(\frac{x_g}{100} \right)^4 \quad (\text{I.90})$$

- Ecoulement turbulent ($0,05 \leq d_p \leq 0,35\text{mm}$)

La viscosité plastique de Bingham :

$$\mu_B = \mu_l \exp \frac{2.5C_v}{(1-0.609C_v)} \quad (\text{I.91})$$

El Boujaddaini *et al* (2010) ont utilisé le modèle de Bingham modifié (Eq.I.92) qui a été donné par Papanastasiou (1987). Ce modèle a été utilisé avant par Egolf *et al* (2001).

$$\tau = \tau_0 (1 - e^{(-m\dot{\gamma})}) + \mu_B \dot{\gamma} \quad (\text{I.92})$$

Cette formule empirique montre un inconvénient de structure mathématique et deux cas particuliers correctes : Si $\tau_0 = 0$ ou la constante du temps $m = 0$, on trouve le fluide Newtonien (avec une viscosité dynamique), et si m tend vers l'infinité on trouve le fluide de Bingham.

I.4.2 Écoulement hétérogène

I.4.2.1 Distribution de la vitesse

Selon Vuarnoz *et al* (2000) les conditions d'écoulement homogènes sont observées si la vitesse de suspension est de 1.5 m/s (Figure I.28). Lorsque la vitesse est plus faible, e.g. $V=1.2\text{ m/s}$ l'axe dynamique est un peu inférieure à celui de l'axe du tuyau, mais l'écoulement peut encore être considéré comme homogène. Une nouvelle diminution de la vitesse conduit à un écoulement hétérogène comme celui illustré dans le premier profil de la Figure 1.28, ici la vitesse des coulis de glace était de 0,25 m/s. la vitesse n'est pas constante prise plus, parce que la distribution de concentration affecte la viscosité locale et la limite d'élasticité locale, qui augmentent avec la concentration plus élevée de la glace locale.

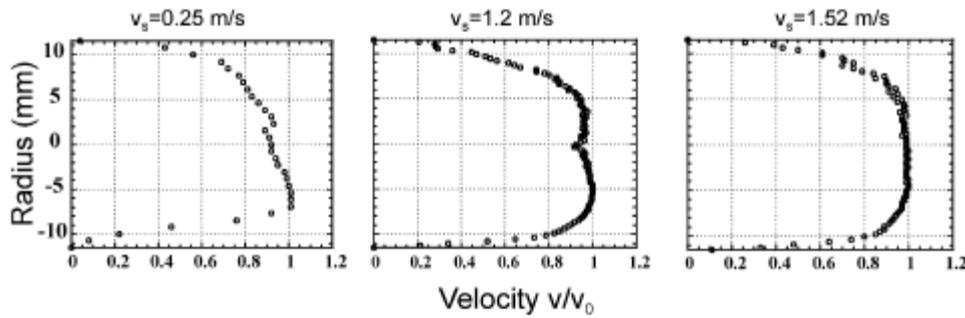


Figure I.28. Profils de vitesse de particules de glace pour un écoulement de coulis de glace (11 % d'éthanol et $x_g = 12, 10$ et 11 %, DN 25, $d_p = 0.1$ mm) [d'après Vuarnoz *et al* (2000)]

I.4.2.2 Distribution hétérogène de la concentration

La distribution de la concentration des coulis de glace dépend sur les propriétés de la phase liquide, densité des particules de glace, diamètre de tube, diamètre des particules solides, la forme des particules la distribution de la vitesse de chaque phase et les frictions qui se produisent pendant le transport des coulis de glace. Ces paramètres essentiels pour décrire les régimes d'écoulements. Il est clair que la distribution des vitesses est fortement liée à la distribution des concentrations et vice versa.

Kitanovski et Poredos (2002) et El Boujaddaini *et al* (2010), ont utilisé l'équation I.93 proposée par Doron (1987), où le profil de concentration suivant l'axe vertical peut être estimé par un modèle simple qui est le suivant :

$$C(y) = C_{\max} e^{\left(\frac{-w}{\varepsilon}y\right)} \quad (\text{I.93})$$

Où C_{\max} est la concentration maximale, ε est le coefficient de diffusion local et w est la vitesse locale de déposition terminale de la particule de glace.

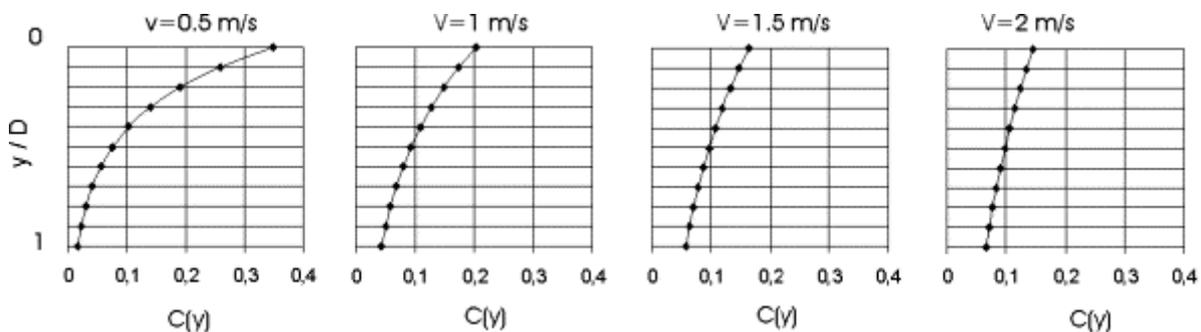


Figure I.29. Profils de concentration de coulis de glace dans un tube horizontal ($x_i=10$ % d'éthanol,

$D = 27.2$ mm, $d_p=1$ mm) [Kitanovski et Poredos (2002)]

La Figure I.29 [Kitanovski et Poredos (2002)] montre et spécialement pour des faibles vitesses, les particules s'accumulent beaucoup plus à la partie supérieure du tube, ce qui en résulte un écoulement hétérogène. Quand la vitesse est inférieure à 0,75 m/s, la concentration dans le sommet de tube est maximale.

I.4.2.3 Vitesse de déposition critique

Dans la littérature, on trouve beaucoup de formules empiriques qui déterminent la vitesse critique de dépôt dans le cas où $\rho_p > \rho_l$, mais on trouve pratiquement pas dans le cas des coulis de glace où $\rho_g < \rho_l$, sauf celle développée par Durand [citée par Wasp *et al* (1977)]:

$$V_{déposition} = F_L \sqrt{2 \cdot g \cdot D \cdot (1 - s)} \quad (I.94)$$

Où F_L est le coefficient de frottement Fanning, qui dépend de la taille de la particule et de la fraction volumique du solide.

Une modification empirique de l'équation de Durand a été proposée par Hanks (1986):

$$\frac{V_{déposition}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot D \cdot (1 - s)}} = 1.32 \cdot C_v^{0.186} \cdot \left(\frac{d_p}{D} \right)^{1/6} \quad (I.95)$$

Cette équation tient compte en plus de la concentration volumique des particules solides l'influence de la taille des particules.

Une corrélation empirique a été obtenue par Kitanovski *et al* (2005) (tube DN50, 10% d'éthanol, $d_p = 0.1mm$, $R^2 = 0.98$)

$$\frac{V_{déposition}}{\sqrt{2 \cdot g \cdot D \cdot (1 - s)}} = 0.397756 C_v^{0.3} (1 - C_v)^{3.756} \cdot \left(\frac{D}{d_p} \right)^{-0.17833} \cdot \left(\frac{w \cdot 10^{-4}}{v_f} \right)^{-0.8383} \quad (I.96)$$

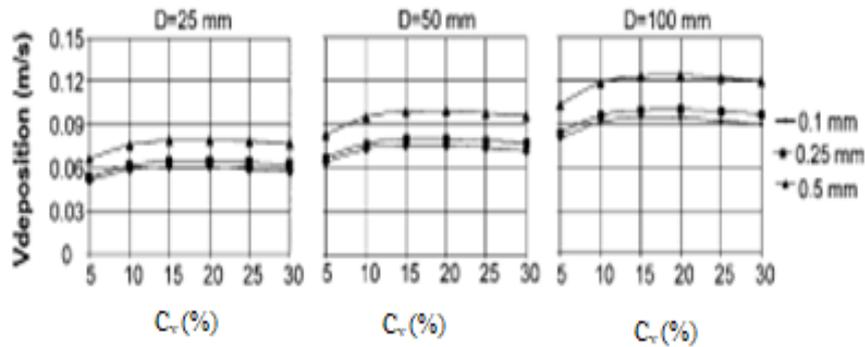


Figure I.30. Vitesses de déposition obtenues par la corrélation empirique (I.96) en fonction des concentrations en glace [Kitanovski *et al* (2005)]

La Figure I.30 montre que la vitesse de déposition augmente avec l'augmentation de la concentration en glace à certaines valeurs et décroît encore une fois. La raison est l'influence de la viscosité du fluide porteur qui change avec la concentration en glace et l'influence des conditions dynamique.

I.4.2.4 Détermination théorique des régimes d'écoulements

Dans son étude sur les coulis de glace, Kitanovski *et al* (2005) a obtenu le diagramme des régimes d'écoulement (Figure I.31) en investigant le profil de concentration volumique de glace (voir Eq.I.93) avec lequel a pu avoir des informations sur si le lit mouvant se développe dans l'écoulement ou pas. Avec l'utilisation du critère de Wasp (1977) pour la production de l'écoulement homogène, un qui peut prédire la transition entre le régime hétérogène et le régime homogène. Tels résultats ont été toujours vérifiés expérimentalement.

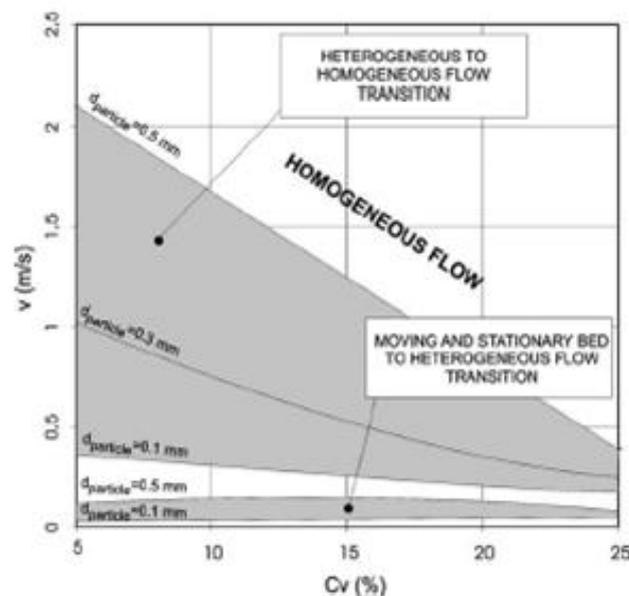


Figure I.31. Diagramme de régimes d'écoulement des coulis de glace obtenu en appliquant un modèle théorique (DN 50,10 % eau-éthanol) [Kitanovski *et al* (2005)]

I.5 Conclusion

L'étude bibliographique a permis de rappeler des notions importantes concernant les différents types de frigoporteurs et leurs structures.

La rhéologie s'intéresse à la description des propriétés de matériaux sous l'influence de contrainte, la théorie attachée à ce domaine d'étude a été décrite dans ce chapitre.

Les comportements des suspensions en écoulement se révèlent pouvoir être très différents selon les propriétés du fluide porteur et de la particule. Ceci est aussi valable pour les coulis de glace, ce chapitre a permis d'exposer aussi en particulier les travaux relevés dans la littérature concernant les propriétés et la rhéologie des coulis de glace relevés, informations qui peuvent s'avérer utiles pour notre étude expérimentale. Il apparaît donc intéressant d'étudier le comportement en écoulement de coulis de glace pour essayer d'établir des liens entre leurs propriétés physico-chimiques et leurs comportements rhéologiques, Voir :

Effet de la concentration en glace,

Effet de la concentration du soluté,

Effet de la distribution de la concentration des particules.

CHAPITRE II: EXPERIMENTAL

II EXPERIMENTAL

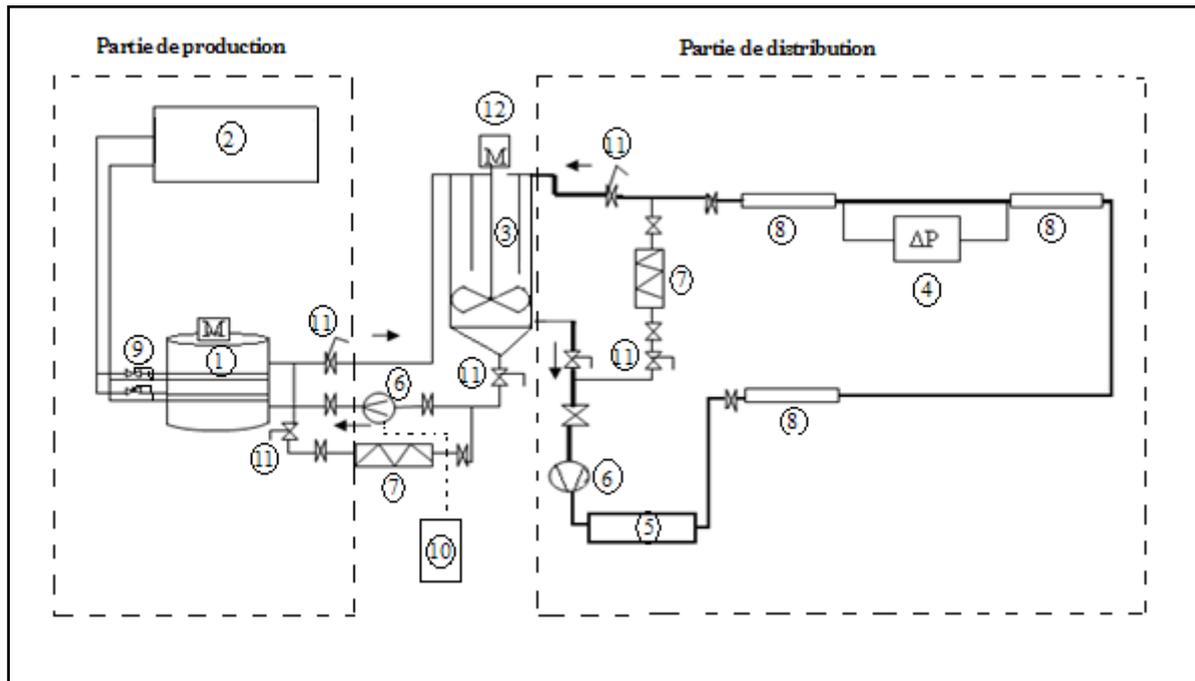
L'objectif de ce chapitre est de décrire l'installation expérimentale ainsi que les différentes techniques de mesures mises en œuvre pour l'étude de la production et de l'utilisation du coulis de glace. On a réparti ce chapitre en deux sections, la première destinée à la description du dispositif, la seconde au protocole expérimental.

II.1 *Le dispositif expérimental*

Le dispositif expérimental (Figure II.1) présent au *Cemagref* (Unité de Recherche Anthony, France) est composé de deux boucles fermées et indépendantes, le lien entre les deux parties est une cuve de stockage en inox parfaitement isolée et d'une capacité volumique de 270l, muni d'un agitateur à pales monophasique type R245 B2B de puissance 150W, tourne continuellement pour assurer l'homogénéité de la texture du coulis.

L'ensemble de l'instrumentation est relié à une carte d'acquisition connectée à une centrale de mesure, elle-même connectée à un ordinateur. Un programme Agilent Benchlink Data logger qui est un logiciel de la centrale HP.

La boucle de production (Figures II.2 et II.3) est formée d'un groupe de condensation par air d'une puissance de 16kW, le fluide frigorigène utilisé étant le R404A d'une charge de 10kg. Le compresseur installé est de marque Maneurop, de type MTZ 125 HU4VE, équipé de deux pressostats électronique (HP, BP) de marque Thonson Control, deux disques évaporatifs situés dans l'échangeur de chaleur à surface brossée (ECSB) type HEATCRAF (Figure II.5). La chaleur latente de vaporisation du fluide frigorigène refroidit le fluide frigoporteur et provoque la formation de la glace sur la surface externe des deux disques. L'ECSR est entraîné par un moteur asynchrone triphasé LEROY SOMER type LS90L d'une puissance nominale de 1.5kW, avec une intensité de 3.7 A permettant d'augmenter l'agitation et d'éviter la formation de croûte sur la surface d'échange. Une pompe centrifuge Salmson type multi-H203 dont le débit est réglable de 200 à 2000 kg/h, la pression maximale de service de 10 bars, plage de température de -15°C à 110°C, débit max de 1.5 m³/h, est placée sur le circuit pour assurer la bonne circulation du fluide frigoporteur du réservoir à l'échangeur de chaleur. C'est dans la partie boucle de distribution (Figure II.4) où s'effectueront les mesures de débit massique, masse volumique et pression différentielle.



LEGENDE :

- 1 Générateur de coulis de glace à surface brossée,
- 2 Groupe de condensation par air,
- 3 Cuve de stockage,
- 4 Capteur de pression différentielle,
- 5 Débitmètre Coriolis,
- 6 Pompe centrifuge,
- 7 Résistance de dégivrage,
- 8 Visualisation en plexiglas,
- 9 Détendeur thermostatique,
- 10 Régulateur de vitesse,
- 11 Electrovanne,
- 12 Agitateur.

Figure II.1. Schéma du dispositif expérimental

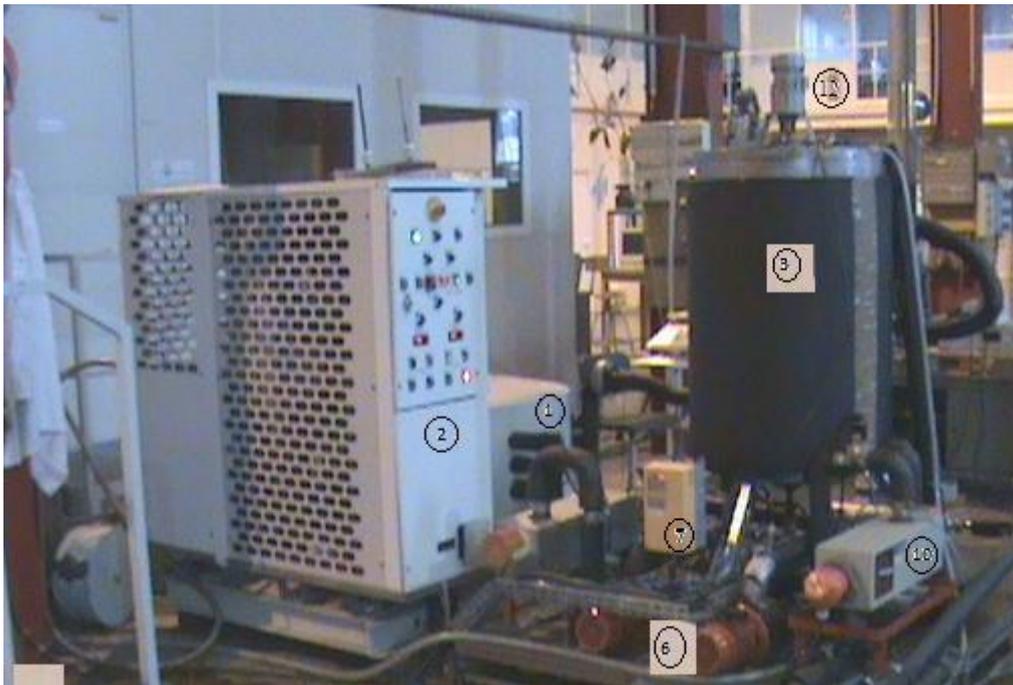


Figure II.2. Boucle de production



Figure II.3. Boucle de production (vue de face)



Figure II.4. Boucle de distribution

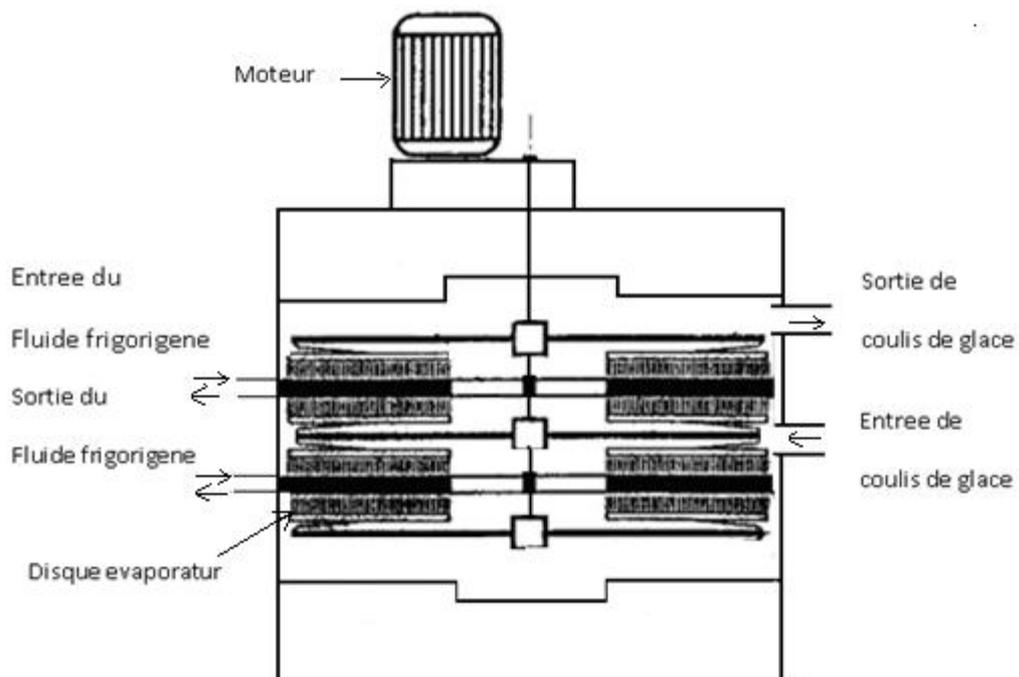


Figure II.5. Schéma de l'échangeur de chaleur à surface brossée

II.1.1 La solution aqueuse étudiée

La solution étudiée est à base du monopropylène glycol (MPG), de chez Dow Chemical. Le diagramme de phase du monopropylène glycol est présenté sur la Figure II.7.

Le MPG est un peu polluant pour l'eau, mais pratiquement non-toxique pour les humains. La dose létale minimale de propylène glycol pur pour l'homme adulte est plus de 15 fois supérieure à l'éthylène glycol. Le MPG a des risques d'incendie inférieur lorsqu'il est exposé à la chaleur ou aux flammes. Le MPG peut avoir tout à fait un faible pH, qui pourrait affecter le potentiel de corrosion.

II.1.2 Capteurs de températures

Le circuit est équipé de deux principaux thermocouples de type T (cuivre-constantan) de 1.5 mm de diamètre étalonnés à l'aide d'un bain thermostaté à eau glycolée (type KB25-1Calcon) à des températures comprises entre -15 °C et 0 °C, avec une précision de 0.5K placés de part et d'autre de la boucle de distribution.

II.1.3 Capteur de débit et de masse volumique

Le débit massique et la masse volumique du fluide diphasique sont mesurés à l'aide du débitmètre Coriolis ABB/ MC 2000, débit max 6000 kg/h, étalonné de 0 à 4000 kg/h, masse volumique de 950 à 1050 kg/m³, le constructeur donne une précision de ±1%.

II.1.4 Capteur de pression différentielle

Le circuit est également équipé d'un capteur de pression différentielle ROSEMOUNT, modèle 3051, régler de 0 à 40 mbar, la distance qui sépare les deux points de prise est égale à 1 m et le diamètre du tube est égal à 2.54 cm précision de classe 1%.

II.1.5 Régulateur de vitesse

La circulation du fluide frigoporteur diphasique est assurée par une pompe à vitesse réglable, équipé d'un variateur de fréquence (type MV502ACI 400V 50Hz- 0.75kW).

II.2 Protocole expérimental

- 1) Variation de la concentration du soluté, puis vérification de la température de congélation commençante en refroidissant enfin validation par la température de fusion.
- 2) Déterminer les températures correspondant aux concentrations en glace de 5, 10, 15, 20 et 25% pour chaque concentration en soluté.
- 3) Etudier le comportement rhéologique des coulis de glace en fonction de sa fraction massique en glace. Ces essais ont été réalisés avec des concentrations en soluté de 5, 11, 14, 19 et 24 %.

On donne ici un exemple des étapes à suivre pour une concentration en soluté de MPG de 14%.

Etape 1 :

D'après le graphe de la Figure II.6 ci-dessous, donné par le programme Agilent Benchlink Data logger, on a fait un refroidissement jusqu'à aboutir à la température de congélation commençante $T_{cc} = -4.6$ °C, après un réchauffement naturel qui a durée 9000 s, on a obtenu un deuxième changement de phase qui est la fusion à $T_f = -4.5$ °C, donc $T_{cc} \approx T_f$: on a un équilibre thermodynamique solide- liquide.

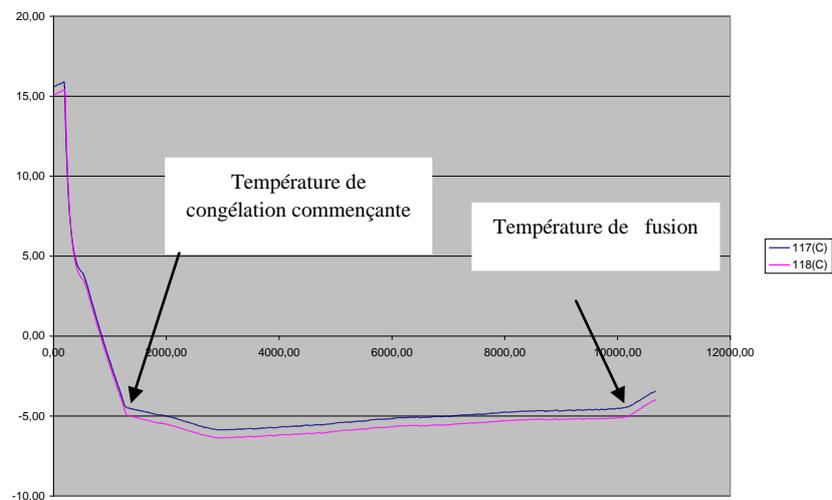


Figure II.6. Exemple d'évolution de la température dans l'échangeur – Par refroidissement jusqu'à la température de congélation commençante puis par réchauffement naturel jusqu'à la température de fusion pour une concentration du soluté de 14%

Etape 2 :

En connaissant la température de congélation commençante T_{cc} , et d'après l'expression du liquidus basée sur l'excès de fonction de la température du mélange liquide monophasique eau-monopropylène glycol donnée par Lygo *et al* (2002) (ANNEXE 1), on vérifie la fraction massique initiale du soluté, soit $x_i = 14$ % (Figure II.7).

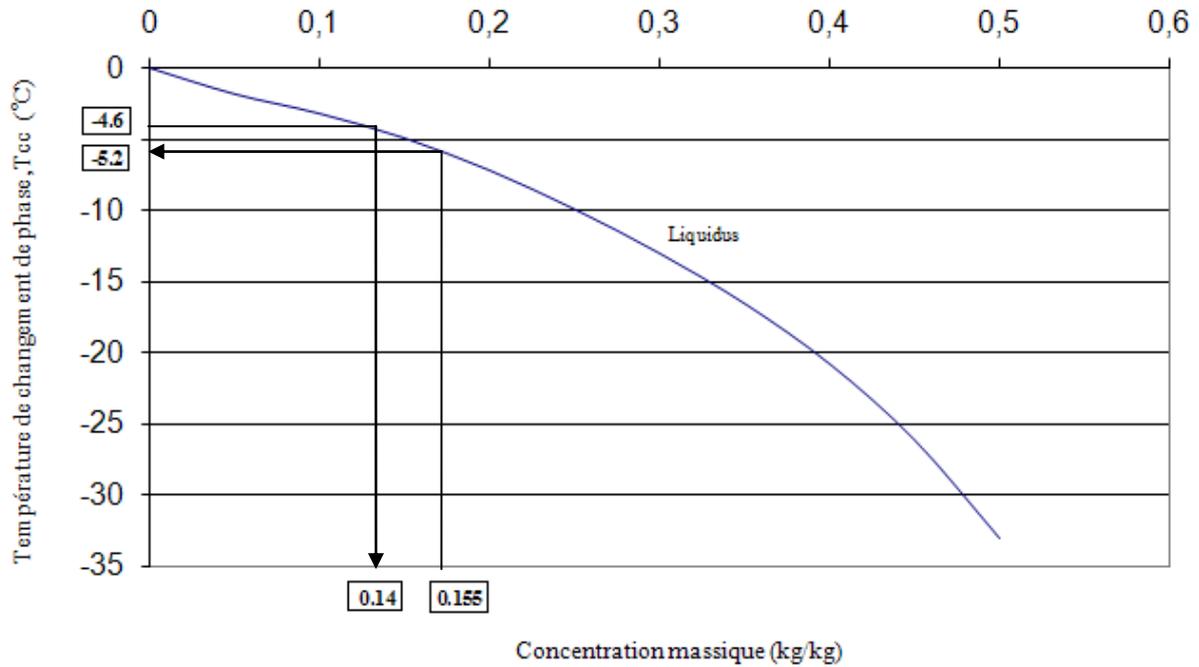


Figure II.7. Diagramme de phase du monoéthylène Glycol-eau

Etape 3 :

Pour une concentration de glace désirée, on calcule la concentration en soluté finale d'après Eq.I.6 par :

$$x_f = \frac{x_i}{1 - x_g} \quad (\text{II.1})$$

Pour avoir $x_g = 0.10$ à titre d'exemple, on aura $x_f = 0.155$ (Figure II.7)

Etape 4 :

On calcule ensuite la température correspondante à la concentration en soluté finale calculée d'après l'expression du liquidus basée sur l'excès de fonction de la température du mélange liquide monophasique eau- monoéthylène glycol donnée par Lygo *et al* (2002) (voir ANNEXE 1), qui est bien sûre inférieure à la température de congélation commençante.

D'après l'exemple, $T = -5.2$ °C (Figure II.7)

Etape 5 :

Sur le banc d'essais, on abaisse la température jusqu'à la température correspondante à la concentration en glace désirée (-5.2 °C d'après l'exemple précédent).

Il faut veiller à la précision de la mesure de la température d'une part et la concentration en soluté d'autre part. En effet, une erreur de 0.05°C sur la température entraîne une imprécision de +/- 10% sur la concentration en glace. Et une erreur de 0.1 °C sur la température de congélation commençante donne une imprécision de ±1 % sur la concentration initiale du MPG.

Etape 6 :

Grâce au régulateur de vitesse MV502AC1, on fait varier le débit de 400 kg/h à 2000kg/h. A chaque débit, on attend 15 minutes pour l'établissement du régime permanent. Les conditions opératoires sont consignées dans les deux tableaux suivants :

Tableau II. 1. Les conditions opératoires

x_i (%)		5	11	14	19	24
T_{cc} (°C)		-1.84	-3.52	-4.6	-6.72	-9.39
x_g (%)	5	-1.92	-3.7	-4.9	-7.2	-10.1
	10	-2.0	-3.9	-5.2	-7.8	-10.9
	15	-2.1	-4.15	-5.6	-8.4	-11.9
	20	-2.19	-4.45	-6.1	-9.2	-13.0
	25	-2.3	-4.8	-6.6	-10.2	-14.5

Tableau II. 2. Essais de caractérisation rhéologique pour une concentration de MPG

Fraction massique de glace (%)	Débit massique du coulis de glace (kg/h)
5	400 – 800- 1200 -1600 - 2000
10	400 – 800- 1200 -1600 - 2000
15	400 – 800- 1200 -1600 - 2000
20	400 – 800- 1200 -1600 - 2000
25	400 – 800- 1200 -1600 - 2000

II.3 *Conclusion*

Le dispositif expérimental a été présenté dans ce chapitre ainsi que le protocole expérimental et les conditions expérimentaux associés. Grâce aux expériences menées, il est possible de caractériser et d'optimiser les coulis de glace à base du monopropylène Glycol à introduire dans une boucle de réfrigération secondaire. Les résultats expérimentaux obtenus à partir de ce montage sont décrits dans le chapitre suivant. Les études numériques présentées dans le quatrième chapitre peuvent notamment appuyer ces résultats.

CHAPITRE III : MODELISATION

III MODELISATION

Ce chapitre comporte deux sections, la première résume les différentes méthodes de simulation des écoulements diphasiques en général et la deuxième partie est consacrée à la mise en équations du problème physique considéré en utilisant les équations de conservation de masse et de quantité de mouvement, avec les conditions initiales et les conditions aux limites appropriées, ces équations modélisent la physique de l'écoulement. Pour le problème étudié, on commencera par l'écriture des équations sous leurs formes dimensionnelles générales, puis en passera en revue la forme adimensionnelle retenue lors de cette étude. J'ai réservé l'ANNEXE 2 pour la discrétisation des équations de quantité de mouvement et de continuité ainsi leurs solutions.

III.1 *Simulation des écoulements diphasiques*

L'utilisation d'un modèle homogène ou d'un modèle multiphasique spécifique (phase discrète, mélange ou Eulérien) pour simuler correctement le transfert de quantité de mouvement dépend de la fraction volumique des particules et il faut connaître le régime d'écoulement, c'est-à-dire qu'il faut savoir selon quel mode les phases sont distribuées. Souvent il existe une phase dispersée et une phase continue mais il existe aussi des cas où les deux phases sont continues. Il faut prendre en compte aussi les interactions entre les phases et au sein de chaque phase pour choisir le bon modèle.

III.1.1 Modèle de phase discrète (DPM)

La phase fluide est traitée comme continue en résolvant les équations de Navier-Stokes, alors que la phase discrète est calculée en suivant un grand nombre de particules. La phase dispersée peut échanger de l'énergie cinétique ainsi que l'énergie calorifique et de la matière avec la phase continue.

III.1.2 Modèle de mélange (Modèle avec glissement identifié)

Dans certaines applications, le glissement de vitesse n'est pas négligeable dû à la différence de densité, et on peut le calculer par une équation algébrique. Les particules sont alors soumises à l'action de la pesanteur, et elles atteignent rapidement leur vitesse terminale de chute (dans le cas des coulis de glace, on dit de dépôt). On résout alors une seule équation pour la vitesse du liquide et une équation pour le calcul de la fraction volumique locale de chaque classe de tailles des particules. La vitesse des particules résulte de la combinaison entre la vitesse du liquide et la vitesse du glissement.

III.1.3 Modèle Eulérien

A la différence des modèles précédents, utilisant un seul ensemble d'équations de conservation pour la dynamique et la continuité, le modèle Eulérien introduit d'autres ensembles d'équations. Les équations de conservations sont calculées pour chaque phase et une équation assure l'échange entre les différentes phases via un coefficient d'échange.

III.1.4 Modèle homogène

Lorsque la différence de densité entre les phases est faible, il est possible d'utiliser le modèle de mélange, qui suppose l'absence de vitesse de glissement entre les phases, les phases suivent le même champ de vitesse. Donc on considère que le fluide est un milieu continu. Une seule équation traduisant la conservation de la quantité de mouvement est résolue. Ce modèle est numériquement très proche du modèle monophasique dont les propriétés sont les propriétés diphasiques du mélange obéissant aux lois d'un écoulement monophasique d'où le nom écoulement pseudo-monophasique. C'est ce modèle qui a été choisi pour simuler l'écoulement des coulis de glace étudié.

III.2 *Modélisation mathématique de l'écoulement étudié*

III.2.1 Modèle physique

La Figure III.1 représente une conduite cylindrique de longueur L et de rayon R , disposée horizontalement, dans laquelle circule un fluide frigoporteur diphasique. L'écoulement est supposé axisymétrique (invariant suivant la direction angulaire). Sur cette figure, nous avons représenté la configuration géométrique du problème étudié. Le système de coordonnées adéquat sera, donc, le système de coordonnées cylindriques (r, z) . Ainsi, au point $M(r, z)$ le vecteur vitesse \vec{V} est défini par les deux composantes (\vec{V}_r, \vec{V}_z) . Ces composantes sont respectivement la vitesse radiale et la vitesse axiale. Sur la même figure, on a illustré une coupe transversale de la conduite.

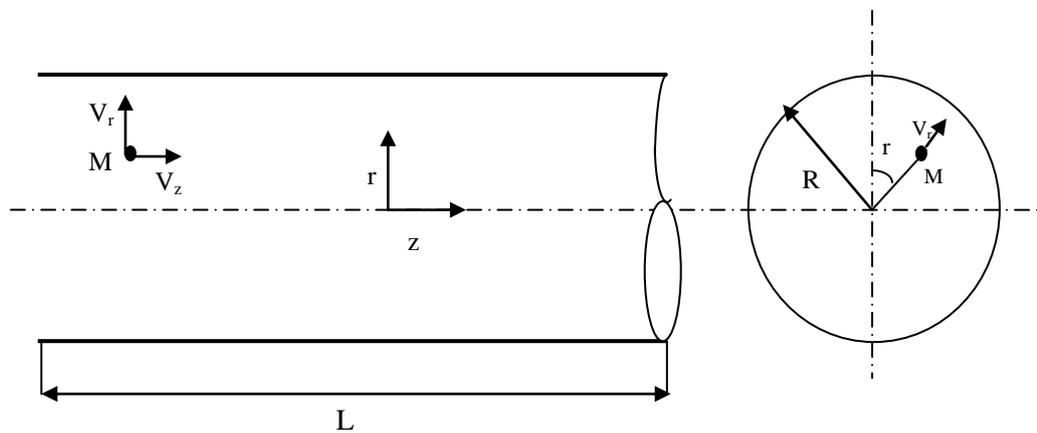


Figure III.1. Configuration géométrique du problème considéré

III.2.2 Formulation mathématique

Dans ce paragraphe, nous allons exposer les différentes étapes de la formulation mathématique nécessaire pour aboutir à un système d'équations finales régissant ainsi les phénomènes de conservation.

III.2.2.1 Hypothèses simplificatrices

Un ensemble d'hypothèses est retenu dans cette étude, afin de simplifier la modélisation du problème. Les principales hypothèses prises en compte dans cette étude sont les suivantes :

- 1) Le fluide constitué par le soluté et les fines particules de glace est considéré pseudo monphasique;
- 2) le fluide est incompressible;
- 3) L'écoulement est laminaire;
- 4) L'écoulement est axisymétrique;
- 5) Le conduit est horizontal;
- 6) Le terme de la pesanteur dans l'équation de quantité de mouvement est négligeable ;
- 7) Les équations de Navier-Stokes et de continuité sont appliquées, bien que l'équation de l'énergie soit négligée, tant que le fluide est considéré en équilibre thermique.

III.2.2.2 Mises en équation du problème

Les équations de bases sont l'équation de continuité, les équations de Navier-Stokes, et comme l'écoulement étant en équilibre thermique alors l'équation d'énergie est sans importance.

Équation de conservation de la masse

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho V_j) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Conservation de quantité de mouvement

$$\rho \frac{dV_i}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{III.2})$$

III.2.2.3 Modèle rhéologique type loi de puissance (Ostwald-de Waele)

Le tenseur des contraintes visqueuses est défini par :

$$\tau_{ij} = (k\dot{\gamma}^{n-1})\dot{\gamma}_{ij} \quad (\text{III.3})$$

Pour: $n < 1$ le fluide a les propriétés d'un pseudoplastique;

$n = 1$, le fluide a un comportement Newtonien;

$n > 1$, le fluide a les propriétés d'un dilatant.

En se basant, sur les hypothèses citées au dessus et le modèle rhéologique d'Ostwald-deWaele, les équations de conservation de masse et des quantités de mouvement en coordonnées cylindriques sont:

Équation de conservation de la masse

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{III.4})$$

Equation de la quantité de mouvement radiale

$$\rho \frac{\partial V_r}{\partial t} + \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r V_r) + \rho \frac{\partial}{\partial z} (V_z V_r) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zr}) - 2 \mu \frac{V_r}{r^2} \right] \quad (\text{III.5})$$

Equation de la quantité de mouvement axiale

$$\rho \frac{\partial V_z}{\partial t} + \frac{\rho}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r V_z) + \rho \frac{\partial}{\partial z} (V_z V_z) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zz}) \right] \quad (\text{III.6})$$

Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses, sont :

$$\tau_{rr} = 2 \mu \frac{\partial V_r}{\partial r} \quad (\text{III.7})$$

$$\tau_{zz} = 2 \mu \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (\text{III.8})$$

$$\tau_{zr} = \tau_{rz} = \mu \left[\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right] \quad (\text{III.9})$$

$$\mu = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad (\text{III.10})$$

L'invariant taux de déformation est :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} [\dot{\gamma}_{rr}^2 + \dot{\gamma}_{rz} \cdot \dot{\gamma}_{rz} + \dot{\gamma}_{rz} \cdot \dot{\gamma}_{rz} + \dot{\gamma}_{zz}^2]} \quad (\text{III.11})$$

Avec:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_{rr} &= 2 \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} \right) & \dot{\gamma}_{rz} &= \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \\ \dot{\gamma}_{rz} &= \frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} & \dot{\gamma}_{zz} &= 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

Donc

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2 \left(\frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} + \frac{\partial V_r}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2}$$

Conditions aux limites

A l'entrée de la conduite: à $z = 0$ et $0 \leq r < D/2$

Le fluide entre dans la conduite avec une vitesse uniforme, et par conséquent:

$$V_z(r, z = 0) = V_0, \quad V_r = 0$$

A la sortie de la conduite : $z = L$ et $0 \leq r < D/2$, l'écoulement est développé :

$$\frac{\partial V_r}{\partial z} = \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0$$

Sur l'axe du conduit (axe de symétrie) à $r = 0$, la condition de symétrie permet d'écrire:

$$V_r = \left(\frac{\partial V_z}{\partial r} \right) = 0$$

A la paroi du conduit: $r = D/2$ et $0 \leq z \leq L$, la condition d'adhérence à la paroi impose:

$$V_r(D/2, z) = V_z(D/2, z) = 0$$

III.2.2.4 Forme adimensionnelle du modèle mathématique

Les coordonnées sont normalisées par le diamètre D , les composantes de la vitesse sont normalisées par V_0 , le temps est normalisé par D/V_0 , la pression est normalisée par ρV_0^2 et la viscosité est normalisée par $k \left(\frac{V_0}{D} \right)^{n-1}$.

V_0 : Vitesse moyenne ou vitesse débitante.

Les variables adimensionnelles sont représentées par des symboles étoilés.

$$t^* = \frac{t}{D/V_0} ;$$

$$r^* = \frac{r}{D} ;$$

$$z^* = \frac{z}{D} ;$$

$$V_r^* = \frac{V_r}{V_m} ;$$

$$V_z^* = \frac{V_z}{V_m} ;$$

$$p^* = \frac{p - p_0}{\rho V_m^2}$$

$$\mu^* = \frac{\mu}{k \left[\frac{V_m}{D} \right]^{n-1}} = \frac{\dot{\gamma}^{n-1}}{\left[\frac{V_m}{D} \right]^{n-1}}$$

Les équations différentielles adimensionnelles et leurs conditions initiales et aux limites sont:

$$\text{A } t^* = 0, V_r^* = V_z^* = 0$$

Pour $t^* > 0$;

Équation de conservation de la masse

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^*) + \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} = 0 \tag{III.12}$$

Équation de la quantité de mouvement radiale

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_r^*}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_r^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* V_r^*) &= - \frac{\partial p^*}{\partial r^*} \\ + \frac{1}{\text{Re}_0} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \tau_{rr}^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (\tau_{rz}^*) - 2\mu^* \frac{V_r^*}{r^{*2}} \right] \end{aligned} \quad (\text{III.13})$$

Le nombre de Reynolds est $\text{Re}_0 = \frac{\rho V_m^{2-n} D^n}{k}$, la vitesse moyenne de l'écoulement est égale à

$$V_0 : V_m = V_0$$

Équation de la quantité de mouvement axiale :

$$\frac{\partial V_z^*}{\partial t^*} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* V_r^* V_z^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (V_z^* V_z^*) = - \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{1}{\text{Re}_0} \left[\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \tau_{rz}^*) + \frac{\partial}{\partial z^*} (\tau_{zz}^*) \right] \quad (\text{III.14})$$

Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses, non dimensionnelles sont :

$$\tau_{rr}^* = 2\mu^* \frac{\partial V_r^*}{\partial r^*} \quad (\text{III.15})$$

$$\tau_{zz}^* = 2\mu^* \frac{\partial V_z^*}{\partial z^*} \quad (\text{III.16})$$

$$\tau_{zr}^* = \tau_{rz}^* = \mu^* \left[\frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} + \frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} \right] \quad (\text{III.17})$$

Les conditions aux limites adimensionnelles sont :

A l'entrée de la conduite : $z^* = 0$ et $0 \leq r^* < 0.5$

$$V_r^* = 0, V_z^* = 1$$

A la sortie de la conduite: $z^* = 1/0.0254 = 39.37$ et $0 \leq r^* \leq 0.5$

$$\frac{\partial V_r^*}{\partial z^*} = \frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} = 0$$

Sur l'axe de symétrie de la conduite : $r^* = 0$

$$V_r^* = \left(\frac{\partial V_z^*}{\partial r^*} \right) = 0$$

A la paroi : $r^* = 0.5$ $V_r^* = V_z^* = 0$

III.3 *Résolution numérique*

Les équations modélisantes sont résolues par la méthode des volumes finis. Le domaine physique est discrétisé en domaine de calcul par sa division en petits volumes finis. Les variables scalaires (pression et viscosité) sont stockées aux centres des volumes alors que les composantes de la vitesse sont stockées sur les faces des volumes. Un maillage de 42x502 points est utilisé. Le maillage radial est uniforme (avec 42 points) ; le maillage axial est uniforme (avec 502 points).

La discrétisation temporelle est d'ordre deux. Les dérivées temporelles sont faites suivant le schéma Euler backward en second ordre. La discrétisation temporelle des termes convectifs des équations des quantités de mouvement, suit le schéma Adam-Bashforth en second ordre.

La discrétisation temporelle des gradients de pression et des termes diffusifs est totalement implicite.

La discrétisation spatiale, de toutes les dérivées spatiales, suit le schéma des différences centrées en second ordre. Et donc, la discrétisation numérique, spatiotemporelle, a une précision d'ordre deux. La solution séquentielle des équations de discrétisation des composantes de la vitesse et de la pression suit l'algorithme SIMPLER, développé par S. Patankar (1980), les détails sont donnés dans l'ANNEXE 2.

III.4 *Conclusion*

On a présenté dans ce chapitre les différents modèles pour la simulation de l'écoulement des coulis de glace. La modélisation basée sur le modèle pseudomonophasique (homogène) et sur l'utilisation des grandeurs équivalentes du mélange diphasique a été opté pour simuler le cas étudié. La résolution des équations modélisantes est faite par la méthode des volumes finis.

**CHAPITRE IV: RESULTATS
EXPERIMENTAUX ET
NUMERIQUES**

IV RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES

La boucle expérimentale et les modèles développés dans le cadre de cette thèse ont été présentés dans les deux chapitres précédents. On présente dans ce quatrième et dernier chapitre les résultats expérimentaux et numériques relatifs à l'écoulement du coulis de glace obtenus à partir de ces outils. Ce chapitre se répartisse en deux sections, une pour la caractérisation empirique des propriétés rhéologiques des coulis de glace et l'autre destinée à la comparaison des résultats expérimentaux et les résultats numériques.

IV.1 *Caractérisation empirique des propriétés rhéologiques des coulis de glace*

Dans cette partie, on applique le principe du viscosimètre capillaire aux mesures des pertes de charge et de débit (chapitre I.3.3) afin de déterminer une corrélation empirique (rhéogrammes) caractéristique du comportement rhéologique des coulis de glace. Ce comportement est décrit par la relation entre la contrainte de cisaillement et le taux de déformation à la paroi:

$$\tau_p = f(\dot{\gamma}_p) \quad \text{IV.1}$$

Avec :

$$\tau_p = \frac{\Delta p}{2L} R \quad \text{IV.2}$$

et

$$\dot{\gamma}_p = \left(\frac{3n+1}{4n} \right) \left(\frac{8V_d}{D} \right), \quad \text{où } n = \frac{d \ln \left(\frac{D\Delta p}{4L} \right)}{d \ln \left(\frac{8V_d}{D} \right)} \quad \text{(IV.3,IV.4)}$$

La démarche consiste à déterminer, pour chaque fraction massique en glace x_g , les paramètres suivants: l'indice de comportement n du fluide diphasique, l'indice de consistance k et la contrainte de cisaillement minimale τ_0 et cela pour les cinq concentrations en soluté comprises entre 5 et 25 %.

IV.1.1 Détermination des paramètres

IV.1.1.1 Fraction massique en glace

La fraction massique en glace est déterminée à partir de l'Eq.I.6 (chapitre I.2.2.3), et l'expression de la courbe liquidus du diagramme de phase du monopropylène glycol (Figure I.17, chapitre I.2.2.2). Ce modèle s'appuie sur les conditions expérimentales (x_i, T_{cc}) correspondantes à la série de mesures réalisée lors de la formation des particules de glace.

IV.1.1.2 Indice de comportement

On cherche tout d'abord à déterminer l'indice de comportement rhéologique des coulis de glace formés. Pour cela, on trace pour chaque fraction massique en glace les courbes $\ln\left(\frac{D\Delta p}{4L}\right) = f\left(\ln\left(\frac{8V_d}{D}\right)\right)$ à partir de la perte de charge Δp mesurée au moyen du capteur de pression différentielle et de la vitesse débitante V_d fournie par le débitmètre Coriolis.

On donne dans la Figure IV.1 un exemple de ce type de courbes dans le cas d'un coulis chargé de 5 à 25 % en glace et à une concentration initiale de soluté (MPG) égale à 14 %. Les pentes des cinq courbes de tendance linéaire des données expérimentales correspondent aux indices de comportement n relatifs aux fractions massiques en glace considérées.

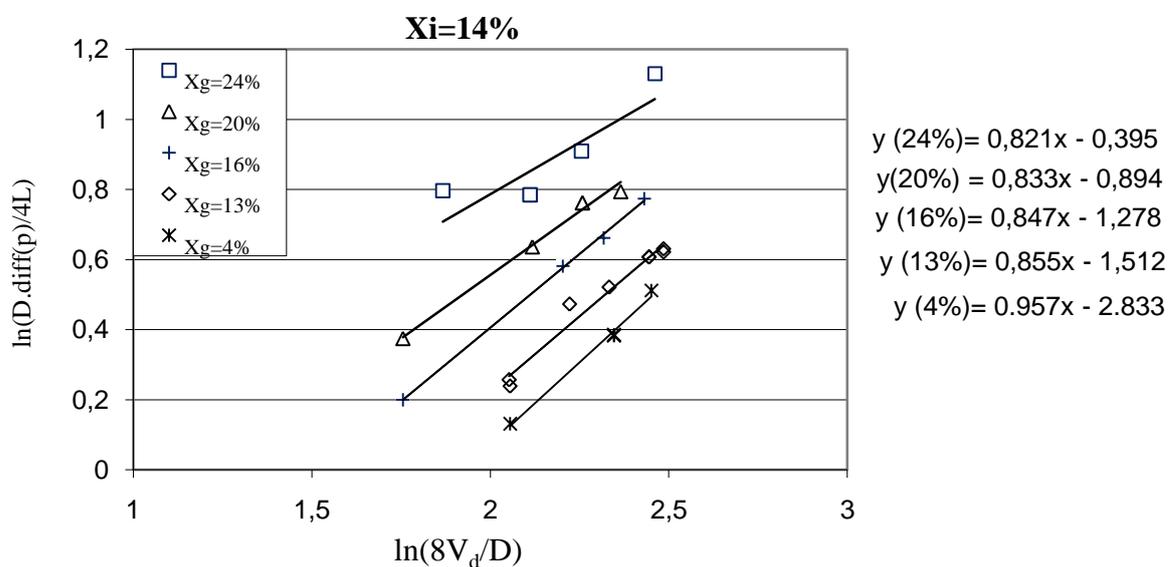


Figure IV.1. Exemple de courbe $\ln\left(\frac{D\Delta p}{4L}\right) = f\left(\ln\left(\frac{8V_d}{D}\right)\right)$ d'un coulis de glace pour $x_i = 14\%$

Cette méthode permet de tracer les indices de comportement des coulis de glace en fonction de la fraction massique en glace et cela pour les cinq concentrations en soluté variant de 5 à 25%, tel que l'illustre les courbes de la Figure IV.2.

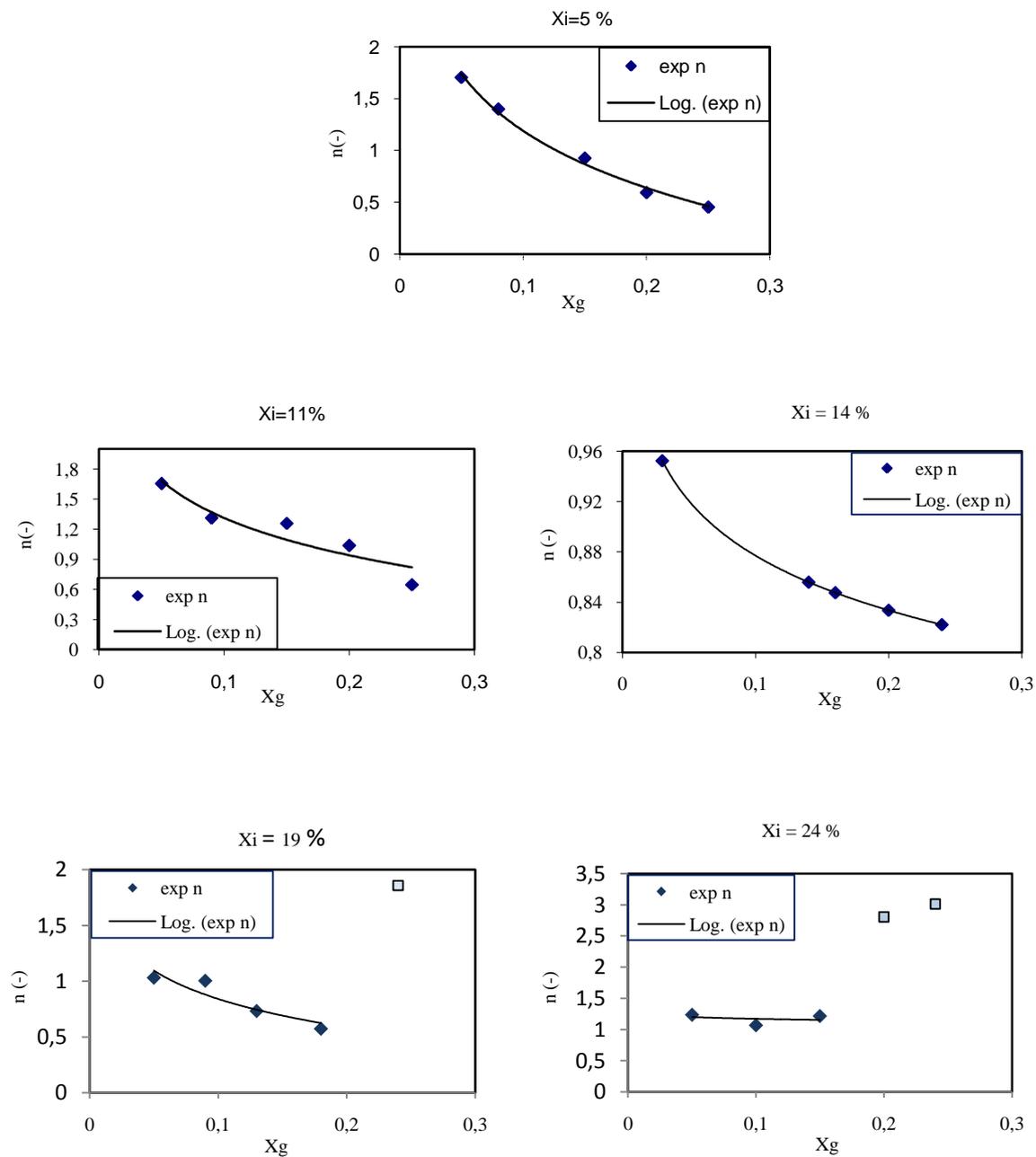


Figure IV.2. Evolution de l'indice de comportement du coulis de glace en fonction de la fraction massique en glace et pour différentes fractions massiques initiales du soluté

Les résultats expérimentaux obtenus à des fractions en glace comprises entre 5 et 25 % pour chaque concentration en soluté qui varie de 5 à 25 % montrent que l'indice de comportement décroît avec la concentration en glace x_g .

Pour des différentes concentrations en soluté, on a quatre cas : soit $n > 1$ ou soit $n < 1$. Alors que pour des concentrations en soluté ≥ 19 % et des concentrations en glace élevées, on observe que n est aussi très élevé, et quelques fois n s'approche de 1.

Ces résultats expérimentaux permettent d'établir des corrélations pour l'indice de comportement n en fonction de la fraction massique en glace (les points à $x_i=19$ %, $x_g=25\%$ et à $x_i=24\%$, $x_g=19, 25$ % présentant des valeurs très élevées n'ont pas été pris en compte):

$$n(x_g, x_i = 0.05) = -0.79 \ln x_g - 0.638 \quad (R^2 = 0.993), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.25$$

$$n(x_g, x_i = 0.11) = -0.54 \ln x_g - 0.059 \quad (R^2 = 0.882), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.25$$

$$n(x_g, x_i = 0.14) = -0.06 \ln x_g - 0.638 \quad (R^2 = 1), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.25$$

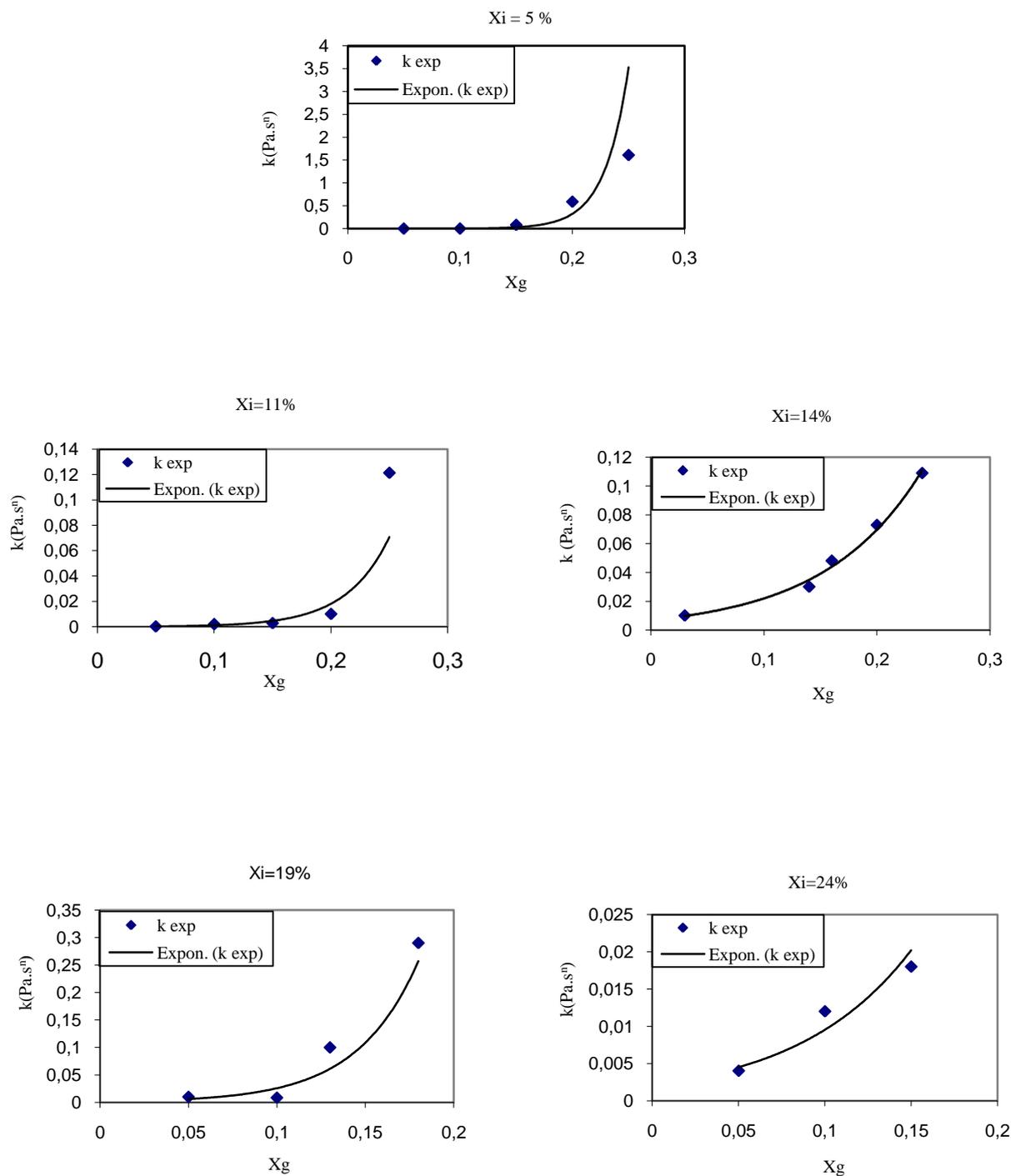
$$n(x_g, x_i = 0.19) = -0.36 \ln x_g - 0.009 \quad (R^2 = 0.846), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.20$$

$$n(x_g, x_i = 0.24) = -0.21 \ln x_g - 0.592 \quad (R^2 = 0.989), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.15$$

Dans le cas présent, il est clair que l'indice n n'est pas toujours égal à 1, ce qui traduit un comportement rhéologique non – Newtonien. On peut envisager d'utiliser la loi de puissance d'Ostwald-de Waele (Eq.I.46) pour décrire les deux comportements Newtonien et non-Newtonien.

IV.1.1.3 Indice de consistance

En supposant que les coulis de glace suivent une loi de comportement rhéologique de type Ostwald-de Waele (Eq.I.46), l'étape suivante consiste à déterminer les termes des indices de consistance k en fonction de la fraction massique en glace et cela pour les cinq concentrations initiales en soluté (Figure IV.3).



Figures IV.3. Evolution de l'indice de consistance du coulis de glace en fonction de la fraction massique en glace et pour différentes fractions massiques initiales du soluté

Dans la Figure IV.3, les résultats expérimentaux des indices de consistance k ont été corrélés pour les fractions massiques en glace x_g comprises entre 5 et 25 % et cela pour chaque concentration en soluté x_i qui varie de 5 à 25 % (les points à $x_i=19$ %, $x_g=25$ % et à $x_i=24$ %, $x_g=19$, 25 % présentant des valeurs très élevées n'ont pas été pris en compte), permettant d'établir :

$$k(x_g, x_i = 0.05) = 2.10^{-5} e^{48.05xg} \quad (R^2 = 0.958), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.25$$

$$k(x_g, x_i = 0.11) = 7.10^{-5} e^{27.9xg} \quad (R^2 = 0.935), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.25$$

$$k(x_g, x_i = 0.14) = 0.000 e^{25.99xg} \quad (R^2 = 0.998), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.25$$

$$k(x_g, x_i = 0.19) = 1.10^{-3} e^{29.23xg} \quad (R^2 = 0.873), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.20$$

$$k(x_g, x_i = 0.24) = 2.10^{-3} e^{15.04xg} \quad (R^2 = 0.933), \quad 0.05 \leq x_g \leq 0.15$$

IV.1.1.4 Contrainte de cisaillement minimale

La dernière étape consiste à déterminer la variation de la contrainte de cisaillement minimale τ_0 avec la fraction massique en glace et pour les différentes concentrations en soluté. La méthode consiste à prolonger les courbes d'écoulement jusqu'à l'intersection avec l'axe des ordonnées. La Figure IV.4 donne un exemple de ce type de courbes dans le cas d'un coulis à concentration initiale en soluté (MPG) égale à 5 % et chargé de 5 à 25 % en glace.

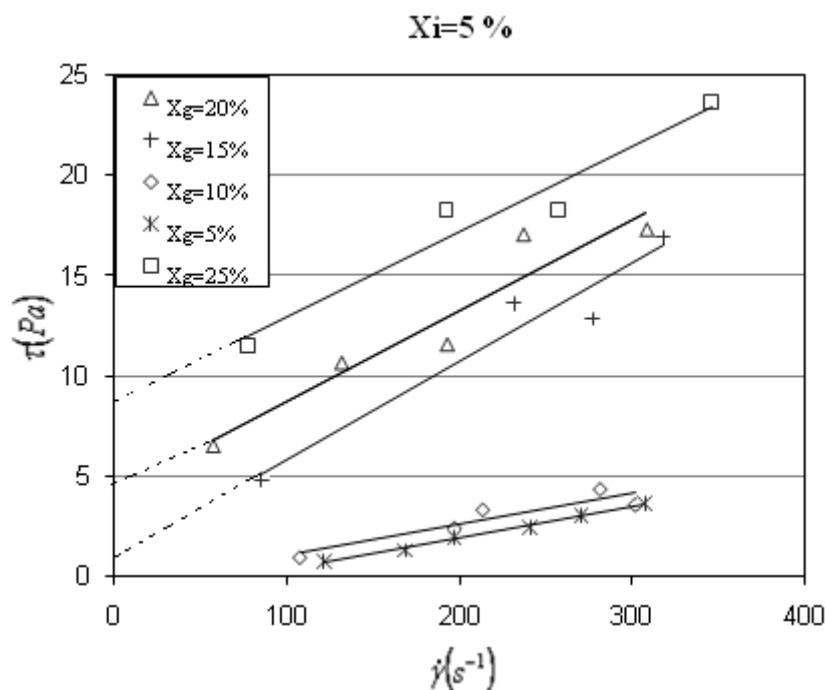
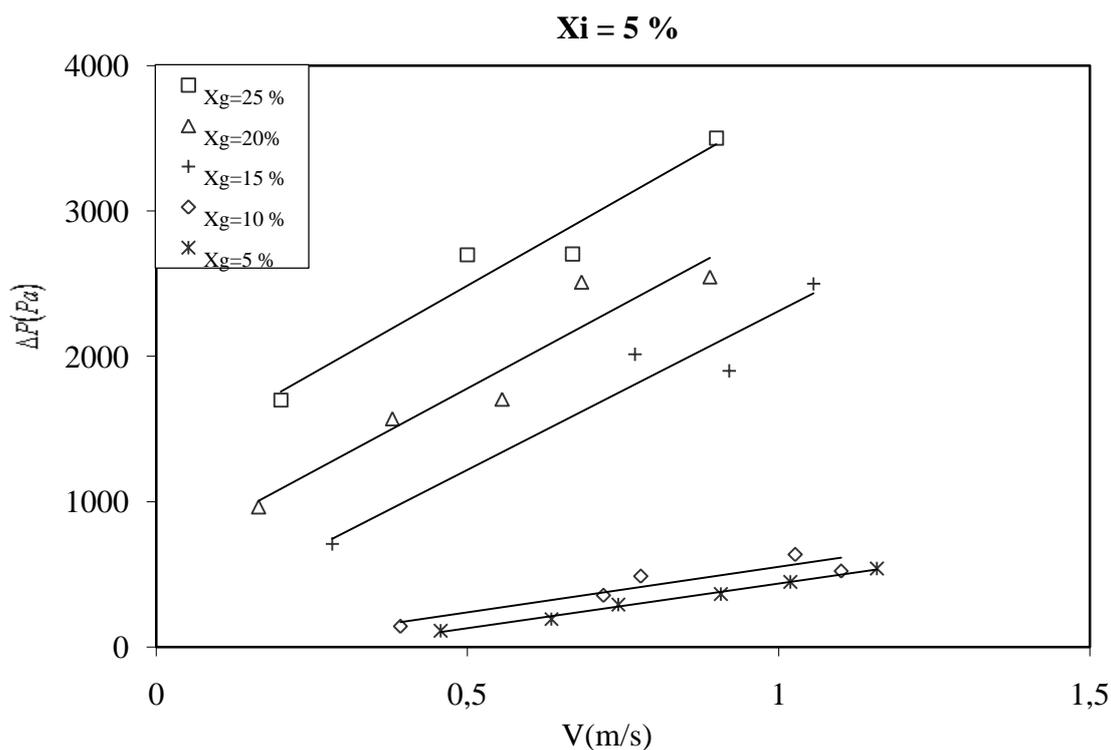


Figure IV. 4. Exemple de calcul de contrainte de cisaillement minimale pour une concentration en soluté de 5 %

Les résultats expérimentaux montrent que la contrainte de cisaillement minimale τ_0 est très faible est parfois inexistante, comme on peut l'observer pour les autres concentrations en soluté dans les Figures IV.6 (a-e), ce qui permet de classer les coulis de glace dans la catégorie des fluides rhéofluidifiants ou rhéoépaississants.

IV.1.2 Construction des rhéogrammes

En appliquant le principe du viscosimètre capillaire aux mesures de pertes de charge et de vitesse, on peut établir les rhéogrammes expérimentaux des coulis de glace. Dans les Figures IV.5 (a-e) on représente la variation des pertes de pression en fonction de la vitesse d'écoulement dans la conduite de caractérisation rhéologique ($D=2.54\text{ cm}$, $L=1\text{ m}$) pour les cinq concentrations en soluté ($0.05 \leq x_i \leq 0.25$) en fonction de la fraction massique en glace ($0.05 \leq x_g \leq 0.25$).



Figures IV.5a. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 5\%$

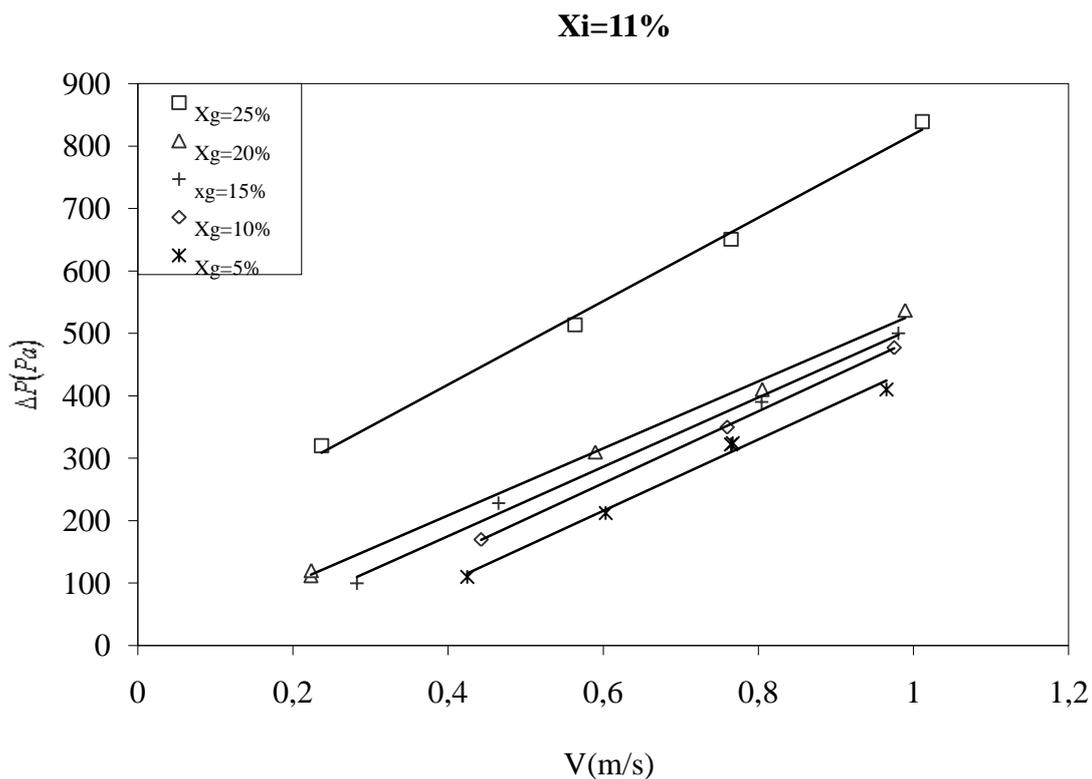


Figure IV.5b. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 11\%$

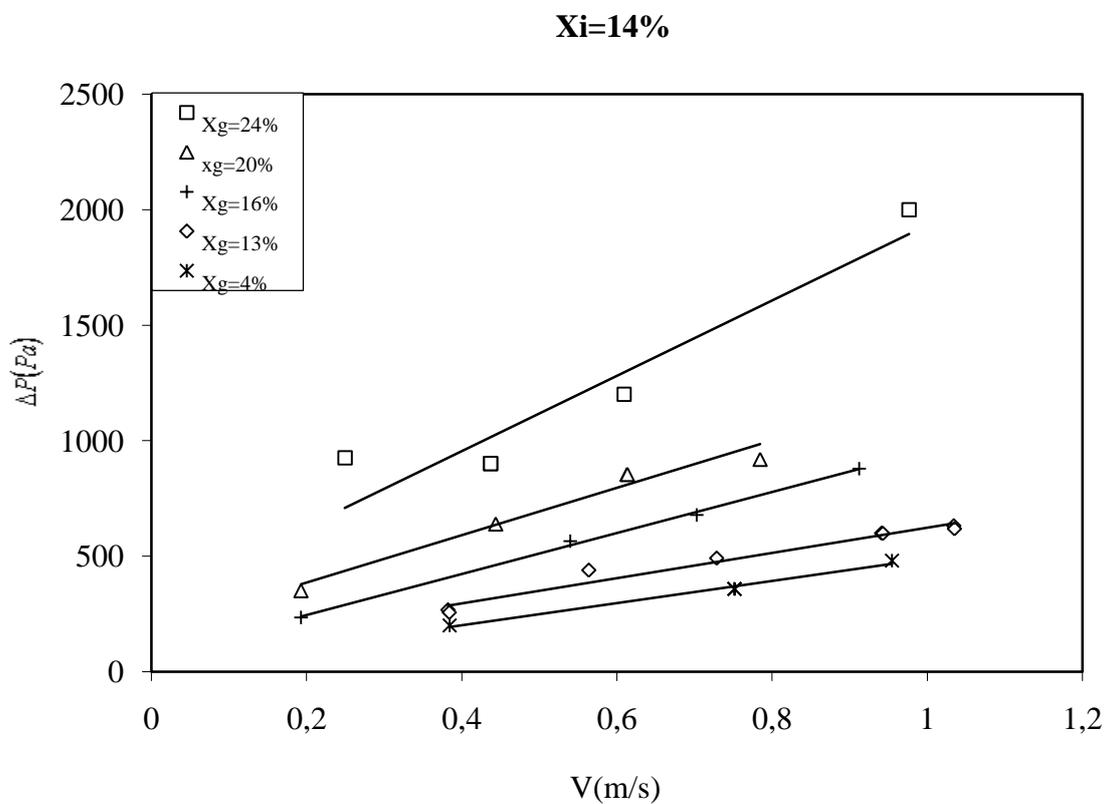


Figure IV.5c. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 14\%$

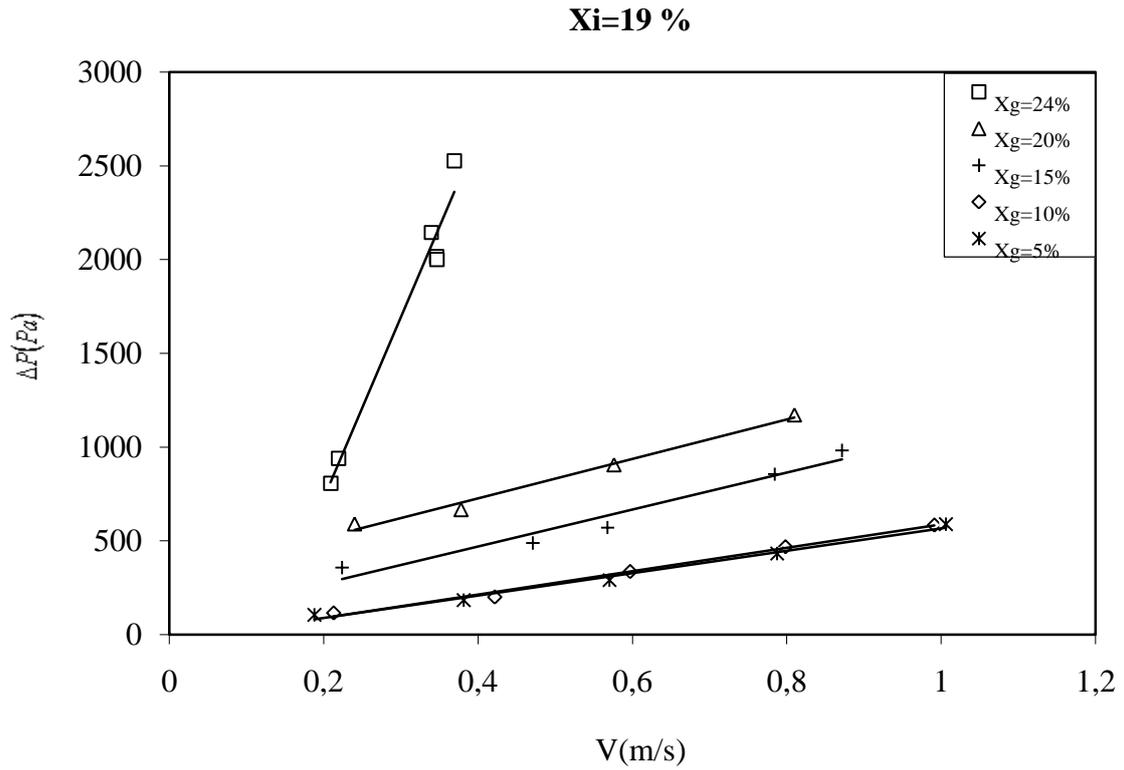


Figure IV.5d. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 19\%$

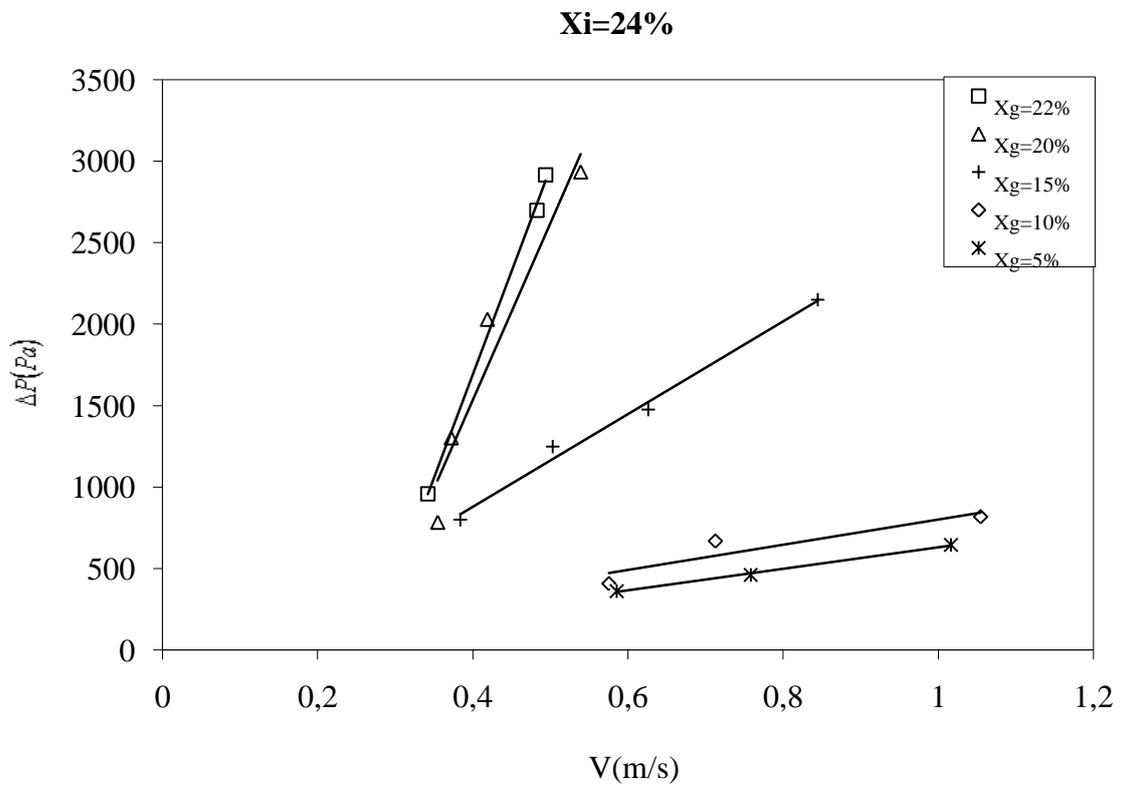


Figure IV.5e. Evolution de la perte de pression en fonction de la vitesse d'écoulement pour $x_i = 24\%$

Nous observons sur ces Figures IV.5 (a-e), que les pertes de charges augmentaient avec la vitesse débitante (donnée par le débit mètre Coriolis) et beaucoup plus avec la concentration en glace, car la viscosité dépend essentiellement de cette dernière. Ces résultats sont en accord avec les travaux de Snoek (1993), Bel (1996) et Ben lakhdar (1998).

A partir des pertes de charges et des vitesses mesurées, on peut établir les rhéogrammes expérimentaux pour de taux de déformation $\dot{\gamma}$ compris entre 50 et 350 s^{-1} , en fonction de la fraction massique en glace. Les gammes de taux de déformation étudiées dépendent de la boucle expérimentale (pompe, diamètre de la conduite ...). Dans les Figures IV.6 (a – e) on représente la variation des contraintes de cisaillement en fonction du taux de déformation pour les cinq concentrations en soluté x_i .

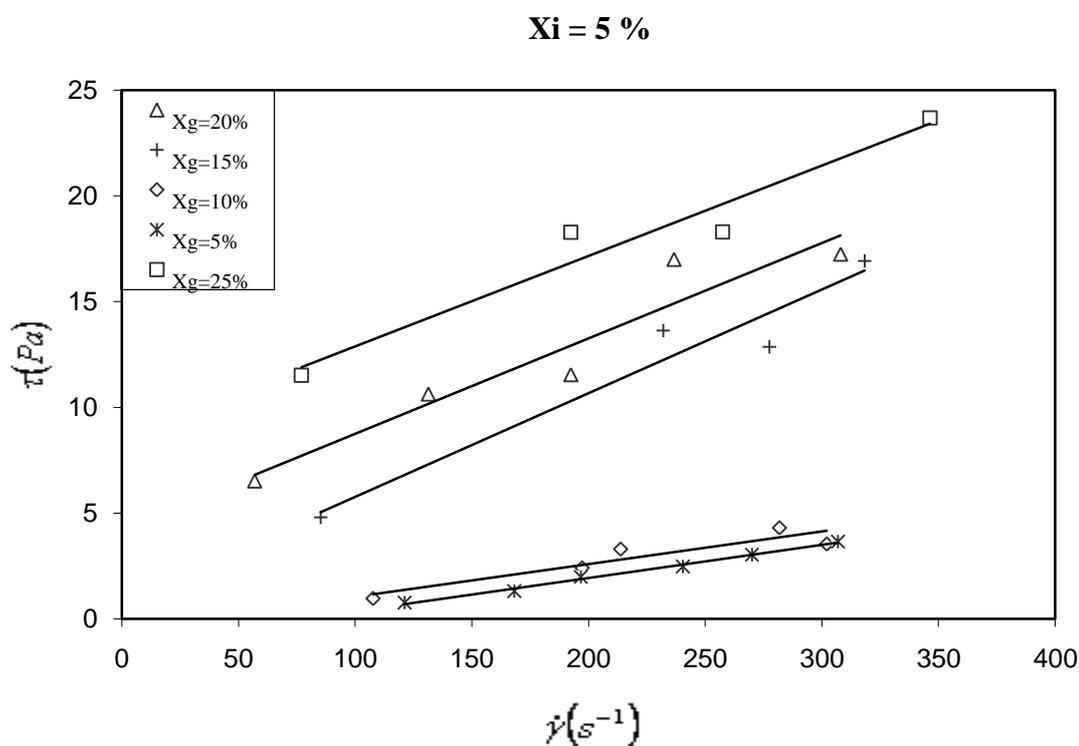


Figure IV.6 a. Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 5\%$

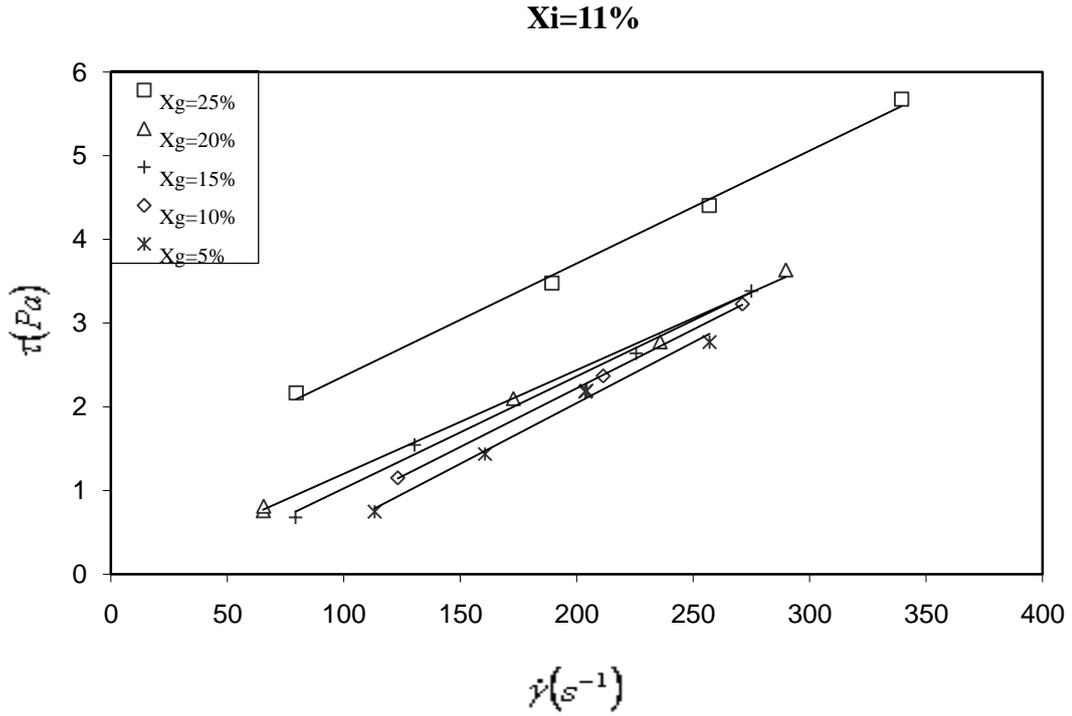


Figure IV.6b. Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 11 \%$

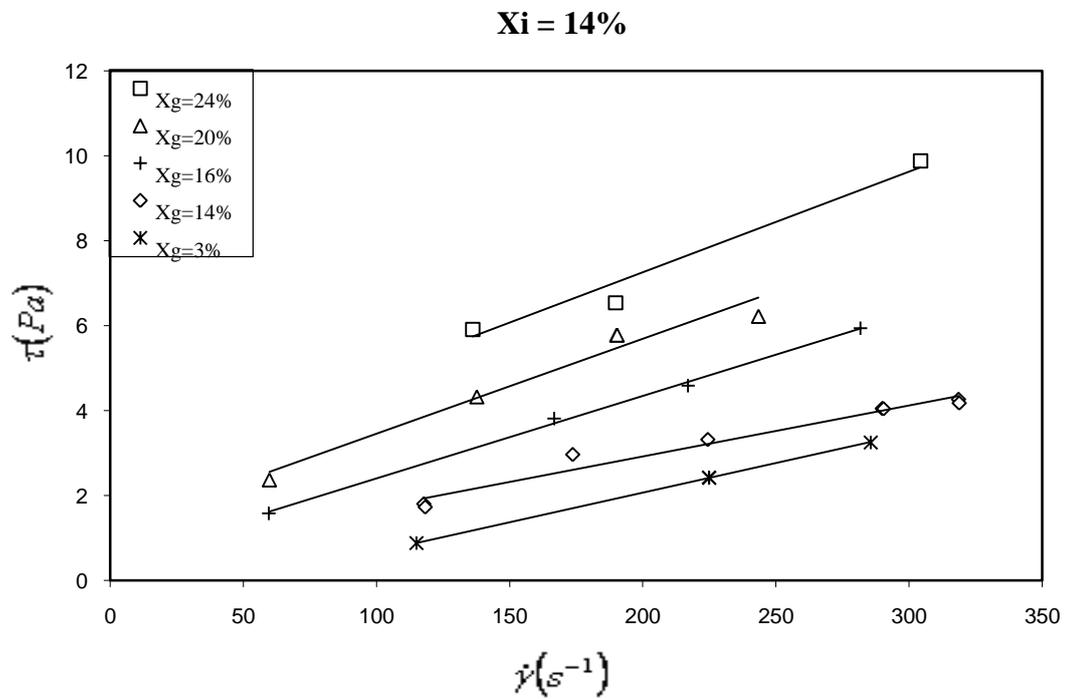


Figure IV.6 c. Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 14 \%$

Xi=19 %

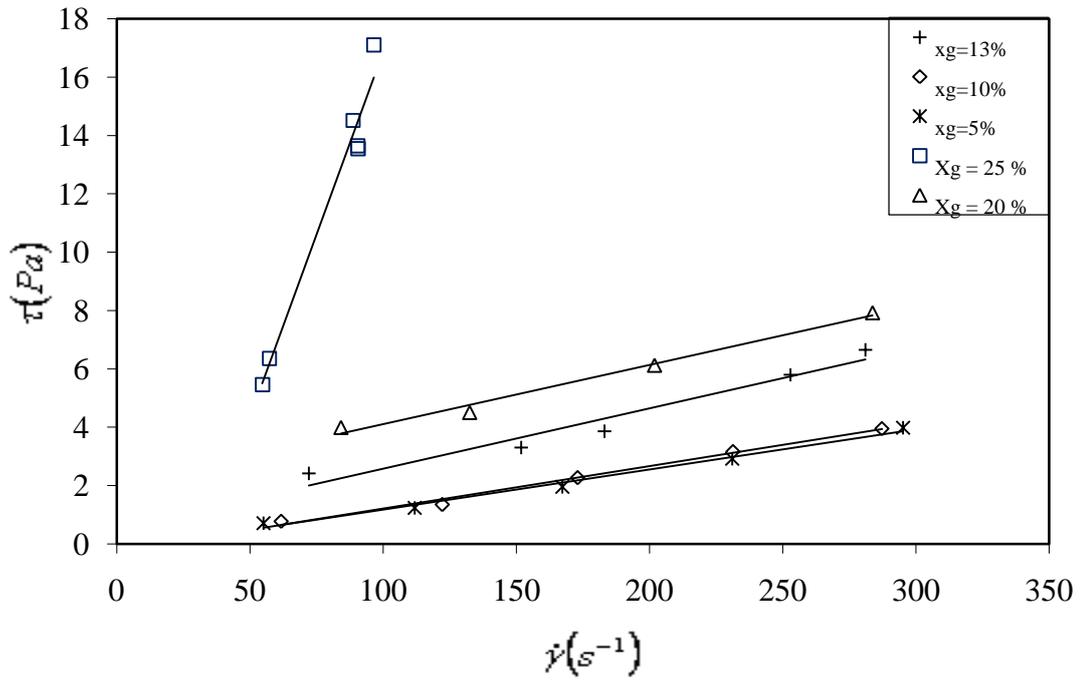


Figure IV.6 d. Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 19\%$

Xi=24%

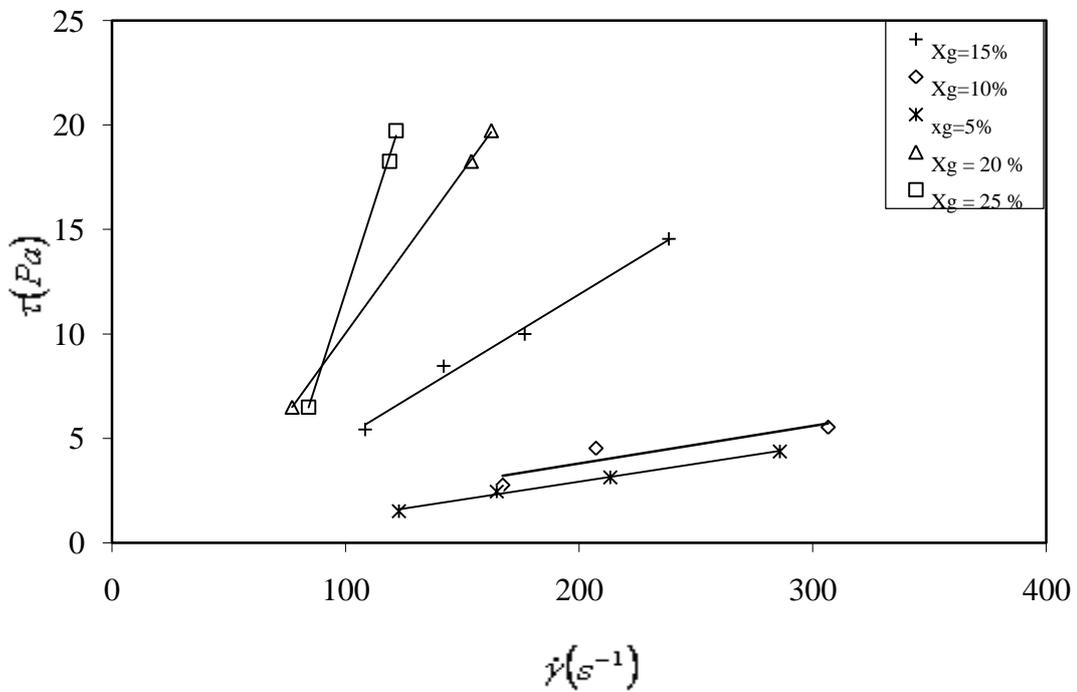


Figure IV.6 e. Rhéogramme du coulis de glace pour $x_i = 24\%$

Les rhéogrammes expérimentaux des coulis de glace obtenus dans les Figures IV.6 (a-e) montrent que, pour les concentrations en soluté $\leq 11\%$, le coulis de glace se comporte comme un fluide non-Newtonien, il passe d'un écoulement dilatant ($n > 1$) à un écoulement pseudoplastique ($n < 1$) avec l'augmentation de la fraction en glace. On observe aussi que pour la concentration en soluté 5% qu'il ya une augmentation considérable des pertes de charge avec l'augmentation de la concentration de glace, car on estime qu'avec des faibles concentrations en soluté les diamètres des particules sont plus grands, ce qui dit que les interactions interparticulaires sont importantes.

Par contre pour les concentrations initiales en soluté $\geq 14\%$, le fluide est proche du Newtonien pour des faibles concentrations en glace et pseudoplastique pour des concentrations élevées. Ainsi Ben Lakhdar (1998), Guilpart et al (1999) ont démontré que les coulis de glace ont un comportement Newtonien pour des faibles concentrations en glace et non-Newtonien pour des concentrations en glace élevées pour une concentration initiale d'éthanol de 10% .

Alors que pour $x_i \geq 19\%$ et des concentrations de glace élevées (cas $x_i = 19\%$ et $x_g = 24\%$ et cas $x_i = 24\%$ et $x_g = 20$ et 24% des Figures IV.6d à IV.6e), les contraintes de cisaillement sont très élevées (dues aux pertes de charges élevées) avec des faibles vitesses ($0.2 \leq V \leq 0.5$ m/s). Cela peut être interprété par la structure des coulis, en effet, le diamètre moyen des particules diminue avec l'augmentation de la concentration en soluté, à ce stade, les particules sont plus fines et leurs tailles sont inférieures à $50 \mu m$ d'après le travail de Stamatiou (2005), donc à cause de leurs petites tailles, ces particules peuvent interagir à distance les unes des autres par différentes forces colloïdales tel que les forces de London–Van der Waals [Hunter (1993)], ce qui a pour conséquence à des concentrations en glace élevées, les particules tendent à se coller ensemble et forme une agglomération à la partie supérieure de tube ($\rho_g < \rho_l$) (voir cf.I.1.6). C'est le phénomène de stratification où la transition du régime hétérogène au lit mouvant, entraînant ainsi des forces de friction particule-particule et particule-paroi importantes et un ralentissement des vitesses. Ceci explique aussi que les vitesses usuelles de fonctionnement sont trop faibles pour éviter la séparation et qu'elles se trouvent au dessous de la vitesse critique de déposition qui est de l'ordre de 0.3 m.s^{-1} . Snoek (1993) situe cette vitesse au alentour de 0.25 m.s^{-1} , pour une teneur en glace de 25% . Dans ces conditions, on doit augmenter l'énergie de pompage.

IV.1.3 Viscosité

La viscosité apparente de ces fluides est le rapport de la contrainte de cisaillement sur le gradient de vitesse et peut être calculée à partir de l'équation (III.10).

Les Figures IV.7 (a – e) illustrent l'évolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour les cinq concentrations initiales en soluté x_i et en fonction de la fraction massique en glace x_g .

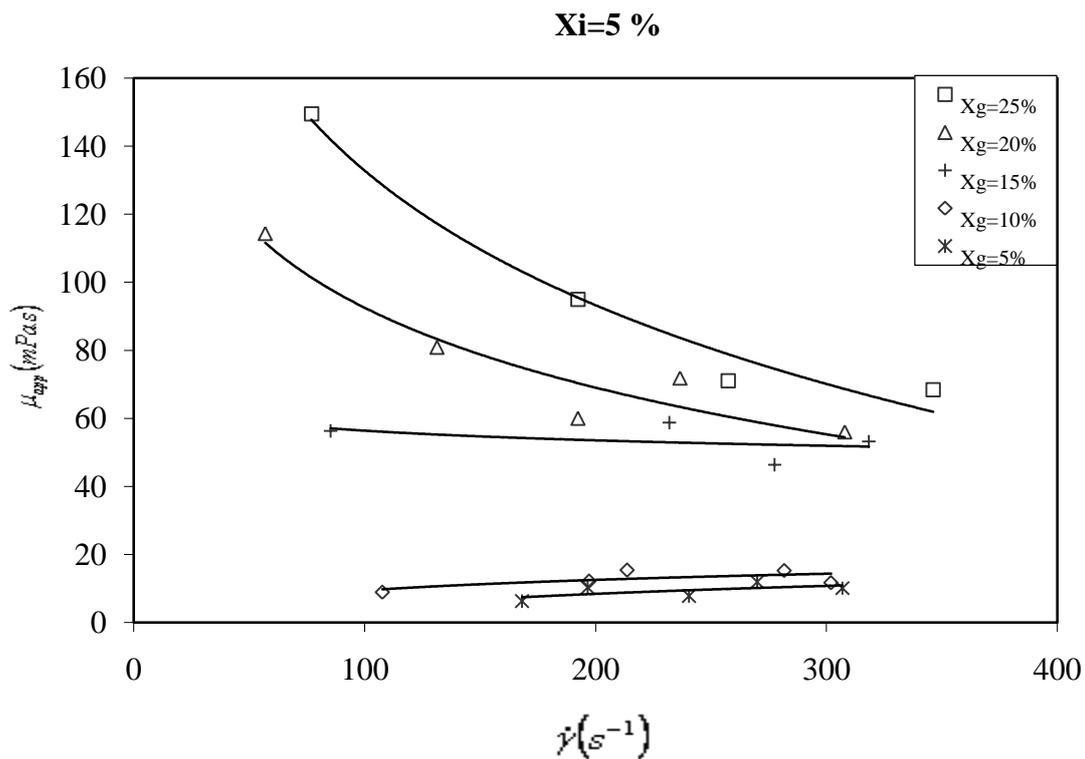


Figure IV.7a. Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 5 \%$

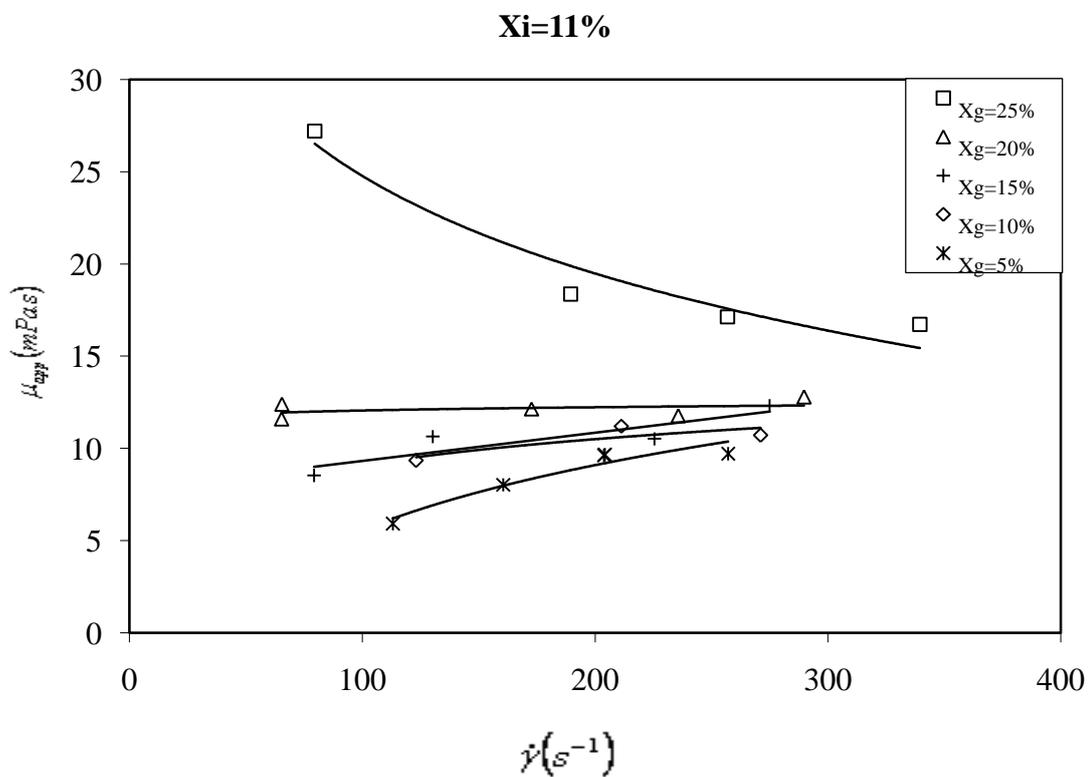


Figure IV.7b. Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 11 \%$

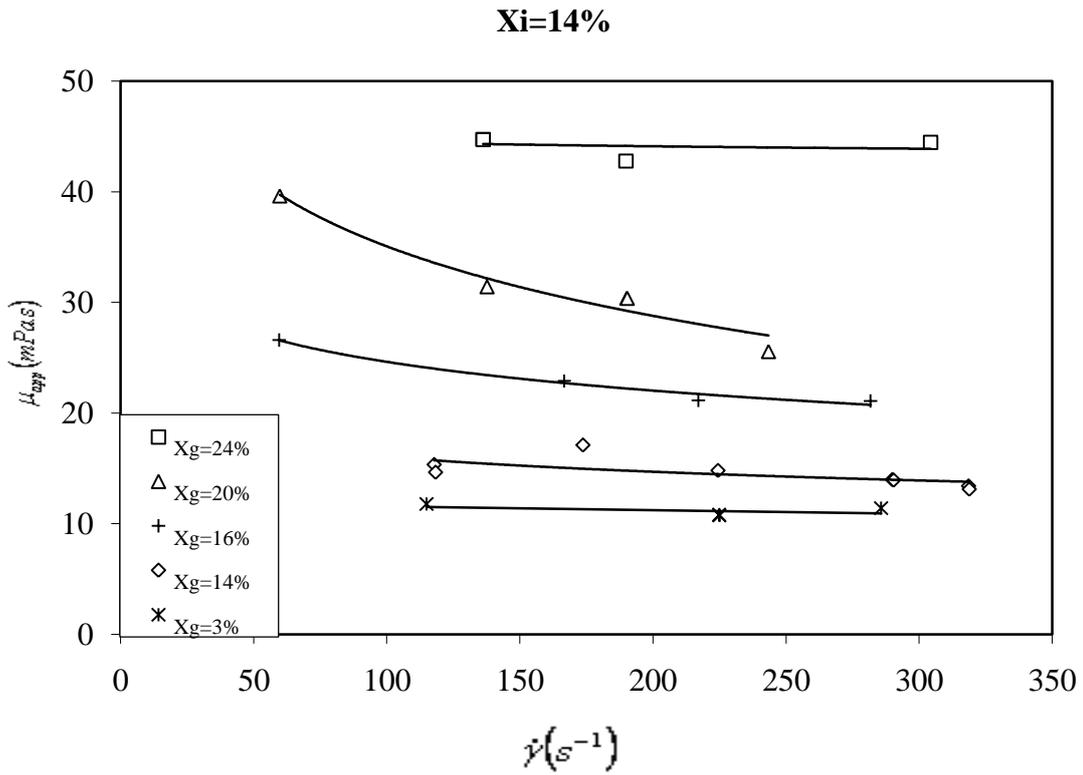


Figure IV.7c. Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 14 \%$

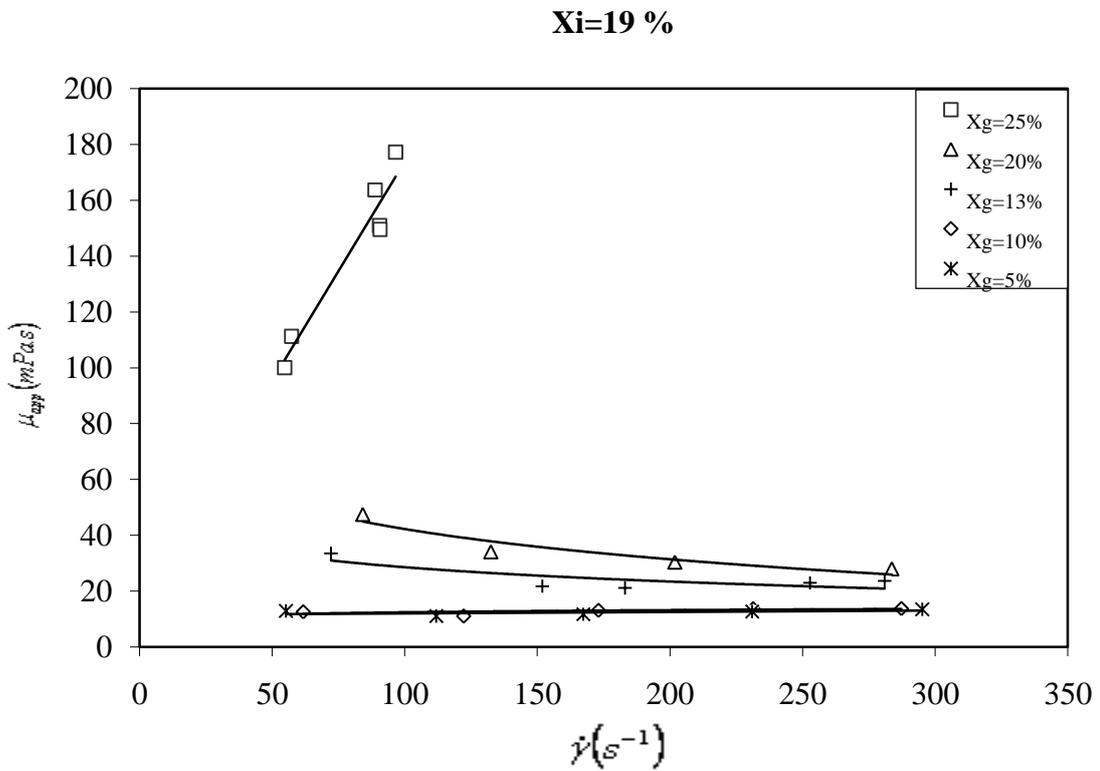


Figure IV.7d. Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 19 \%$

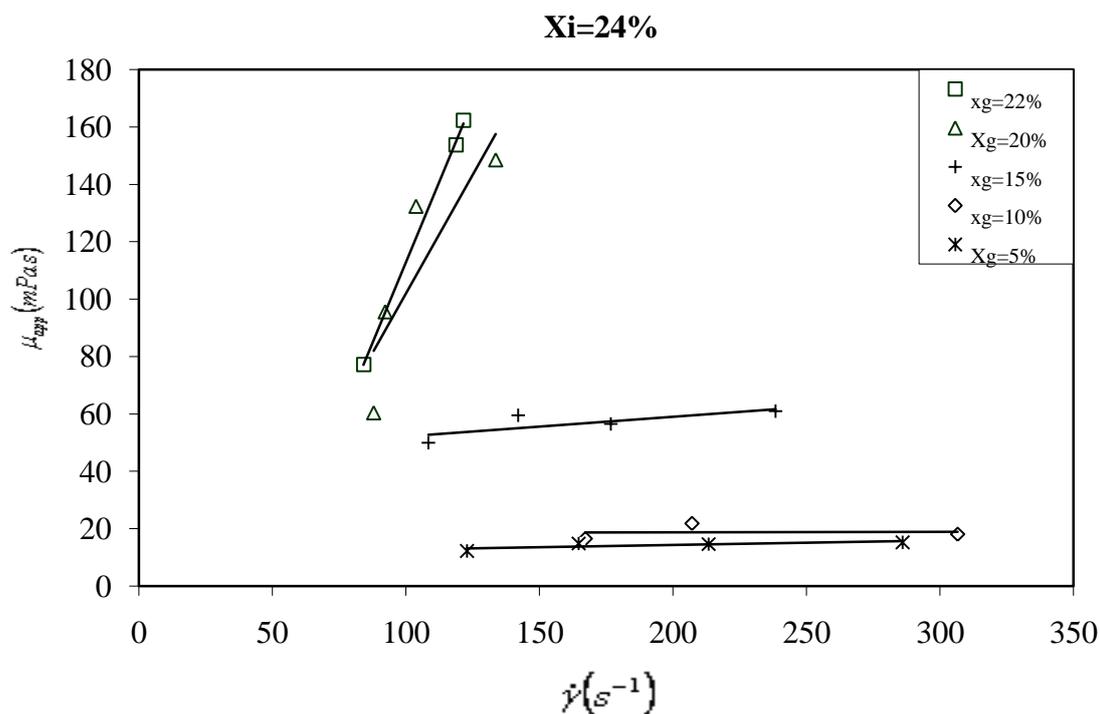


Figure IV.7e. Evolution de la viscosité apparente du coulis de glace pour $x_i = 24\%$

Les courbes de la Figure IV.7 (a – e) montrent que pour le comportement dilatant, n est supérieur à 1, la viscosité apparente augmente avec l'accroissement du gradient de vitesse de cisaillement et pour le comportement pseudoplastique, n est inférieur à 1, la viscosité diminue avec l'augmentation du gradient de vitesse de cisaillement alors que pour le comportement Newtonien, quand n s'approche de 1, la viscosité ne varie pas beaucoup avec le gradient de vitesse de cisaillement. Si n devient plus élevé, le fluide s'écarte davantage du comportement Newtonien.

Le Tableau IV.1 présente une comparaison entre les valeurs expérimentales de la viscosité des coulis de glace présentant un comportement Newtonien et les valeurs de la viscosité dynamique apparente provenant de l'équation de Thomas (Eq.I.35).

Tableau IV.1. Comparaison entre les valeurs de viscosité de l'équation de Thomas (1965) et les valeurs expérimentales pour les écoulements présentant un comportement Newtonien

x_i (%)	x_g (%)	n (-)	Viscosité [$mPa.s$]	
			Thomas (1965)	expérimentale
19	5	1.03	7.52	10.0
19	10	1.08	9.84	8.5
24	10	1.069	16.96	12.5
11	20	1.0378	8.29	10

Les viscosités issues des résultats expérimentaux et celles données par l'équation de Thomas pour un fluide Newtonien et homogène sont très proches. Par contre pour les cas non-Newtoniens les sont très loin.

En généralisant les corrélations des indices d'écoulement n et des indices de consistance k en fonction de la concentration initiale en soluté et de la fraction massique en glace, on peut conclure que les coulis de glace à base de MPG présentent un comportement rhéologique qui peut être modélisé par le modèle de la loi de puissance d'Ostwald de Waele :

$$\tau = k(x_g, x_i) \dot{\gamma}^{n(x_g, x_i)} \quad (\text{IV.5})$$

avec:

$$n(x_g, x_i) = \ln(x_g^{(6.881x_i - 1.174)} x_i^{1.062}) + 2.519 \quad (\text{IV.6})$$

$$k(x_g, x_i) = 2.10^{-6} e^{39.32x_i + (6.85x_i^{-0.65})x_g} \quad (\text{IV.7})$$

$$0.05 \leq x_i \leq 0.14$$

$$0.05 \leq x_g \leq 0.25$$

IV.1.4 Comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs des deux corrélations de l'indice de l'écoulement n et du coefficient de consistance k

Les courbes de la Figure IV.8 illustrent une comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs des deux corrélations de l'indice de l'écoulement n et du coefficient de consistance k (Eqs.IV.6 et IV.7).

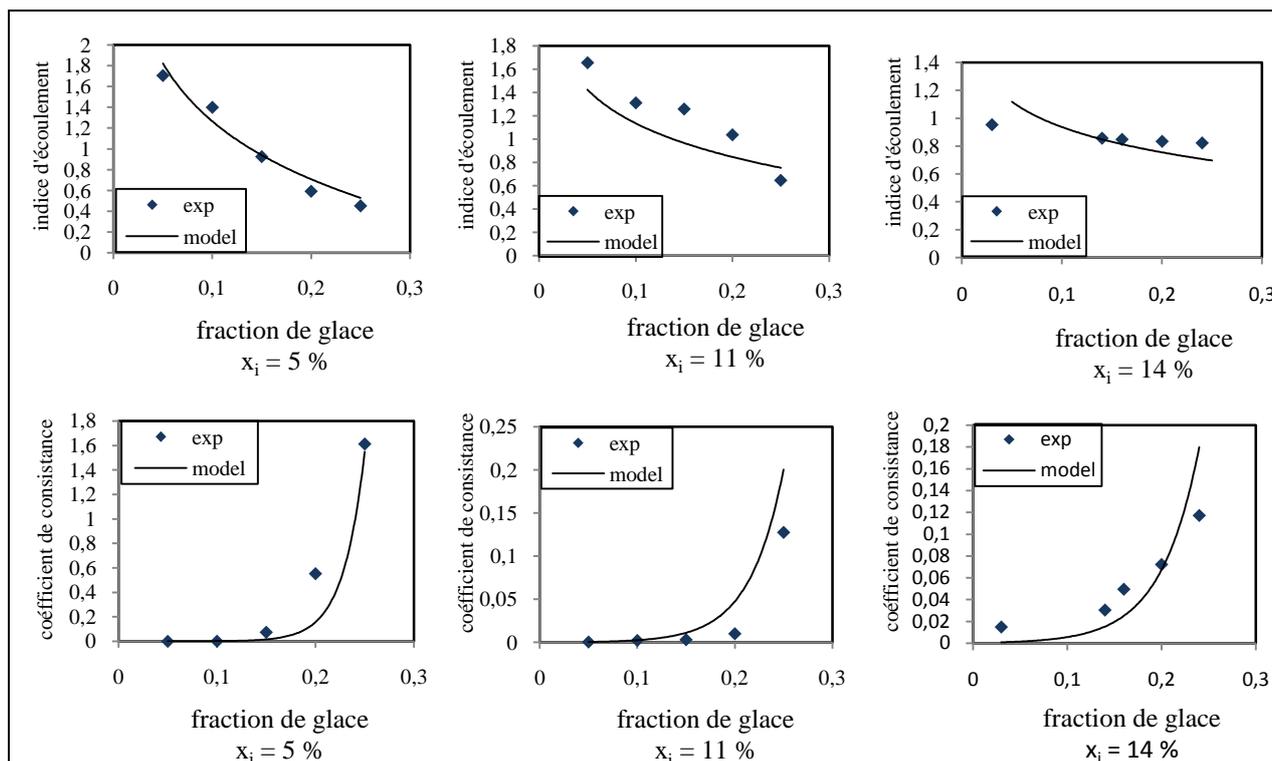


Figure IV 8. Comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs des deux corrélations de l'indice de l'écoulement n et le coefficient de consistance k

La comparaison entre les valeurs expérimentales et les valeurs des deux modèles (ou corrélations) de l'indice de l'écoulement n et le coefficient de consistance k démontre que les écarts entre les corrélations et les mesures expérimentales peuvent s'expliquer par plusieurs raisons :

- On a déjà mentionné (chapitre II.2) que l'incertitude sur le calcul de la fraction de glace est de l'ordre de 10 % pour une variation de température de 0.05 °C, cela explique en partie la dispersion des points expérimentaux de l'indice d'écoulement et le coefficient de consistance, comme c'est un matériel industriel c'était trop difficile de maintenir la température ambiante constante.
- En plus les incertitudes sur les mesures de débit et de la vitesse et même sur la longueur et le diamètre de la conduite.
- Par ailleurs, l'indice de l'écoulement et le coefficient de consistance ont été corrélé à partir des concentrations initiales en solutés de 5, 11 et 14 % pour des fractions massiques en glace comprises entre 5 et 25 %. Les concentrations initiales en soluté de 19 et 24 % ont été écartées des corrélations vu qu'elles présentent des comportements rhéologiques très variés et pourront être source d'une grande différence entre les points expérimentaux et les corrélations.

IV.2 Comparaison des résultats du modèle théorique, de la simulation numérique et des valeurs expérimentales

On présente dans la Figure IV.9a la comparaison entre les valeurs des pertes de charge obtenues à partir du modèle analytique (Eq. I.72, chapitre I.3.3), la simulation numérique et les résultats expérimentaux pour des coulis de glace présentant un écoulement pseudoplastique ($n < 1$) pour une concentration en soluté égale à 5 % et une concentration en glace égale à 25 %.

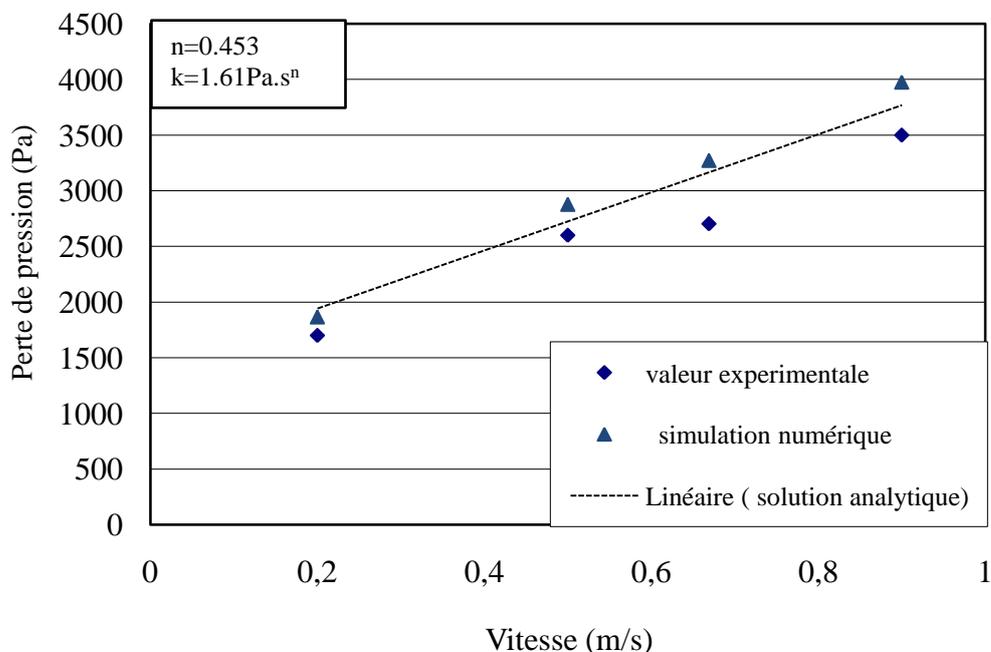


Figure IV.9.a .Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un fluide pseudoplastique pour $x_i = 5\%$ et $x_g = 25\%$

La Figure IV.9a qui concerne l'écoulement pseudoplastique ou rhéofluidifiant montre un accord très étroit entre les résultats numériques et analytiques. Il peut également être vu que la chute de pression expérimentale est légèrement inférieure à la chute de pression obtenue par le modèle de simulation (ou la solution analytique), l'écart est d'environ 16%. Cela peut être dû au phénomène de glissement à la paroi cité par Balmforth et Craster (2001) qui précise que dans les limites des paramètres expérimentaux, la concentration des particules solides est uniformément répartie sur la section de tuyau avec une bonne approximation, mais, à la paroi, la contrainte de cisaillement élevée entraîne une diminution des particules solides conduisant à une concentration à la paroi inférieure (moins que 25%) et donc une plus faible viscosité effective à la paroi. Depuis la chute de pression est proportionnelle à la contrainte de cisaillement à la paroi (qui à son tour, est proportionnelle à la viscosité), la chute de pression mesurée est relativement plus faible que celle correspondant à une concentration de paroi égale à 25%.

On présente dans la Figure IV.9b la comparaison entre les valeurs des pertes de charge obtenues à partir du modèle analytique (Eq. I.72, chapitre I.3.3), la simulation numérique et les résultats

expérimentaux pour des coulis de glace présentant un écoulement dilatant ($n > 1$) pour une concentration en soluté égale à 5 % et une concentration en glace égale à 5%.

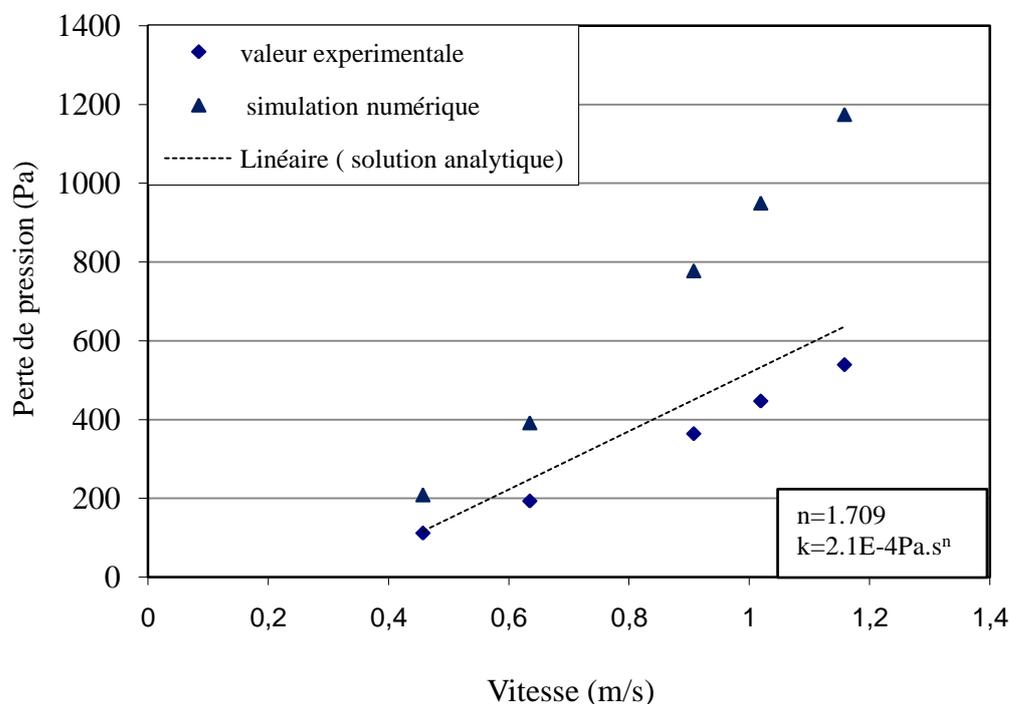


Figure IV.9.b. Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un fluide dilatant pour $x_i = 5\%$ et $x_g = 5\%$

Le cas dilatant ou épaississant est représenté par la Figure IV.9b. Encore une fois, on peut observer que la chute de pression expérimentale est légèrement inférieure à la chute de pression obtenue avec la solution analytique d'environ 14%. La différence peut être due au phénomène de glissement à la paroi comme il a été expliqué ci-dessus. Le désaccord des résultats exactes et expérimentaux avec les résultats numériques est dû au fait que les flux expérimentaux et théoriques sont développés le long de la direction axiale (constante le long de cette direction), alors que le flux numérique a été considéré comme présentant un profil de vitesse uniforme à l'entrée de tube et devient pleinement développé, mais au-delà d'une certaine longueur du tuyau. Le changement dans le profil de vitesse, donne des résultats avec une chute de pression plus élevée.

On a présenté dans la Figure IV.9c la comparaison entre les valeurs des pertes de charge obtenues à partir du modèle analytique (Eq. I.72, chapitre I.3.3), la simulation numérique et les résultats expérimentaux pour des coulis de glace présentant un lit mouvant pour une concentration en soluté égale à 24 % et une concentration en glace égale à 22 %.

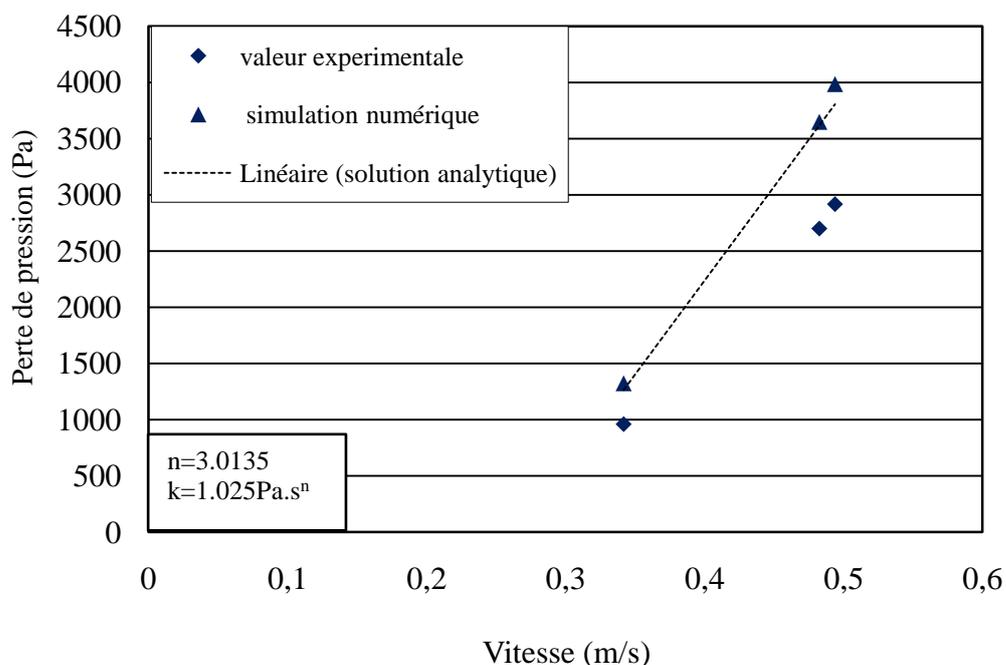


Figure IV.9.c. Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un lit mouvant pour $x_i = 24\%$ et $x_g = 22\%$

La Figure VI.9.c montre les résultats de l'écoulement d'un lit mouvant. On peut observer, dans ce cas que la chute de pression expérimentale est plus faible d'environ 45% que ceux obtenus à partir de la solution analytique et le modèle numérique. Il paraît que le phénomène de glissement à la paroi est plus important vu que les particules de glace s'accumulent à la partie supérieure du tube contre la paroi. Cependant, il semble que le modèle rhéologique pseudophasique utilisé n'est pas adéquat pour ce type d'écoulement. Ce type d'écoulement nécessite plus de recherche qui pourrait permettre de le simuler par un modèle diphasique solide-liquide spécifique (mélange ou Eulérien).

On a présenté dans la Figure IV.9d la comparaison entre les valeurs des pertes de charge obtenues à partir du modèle analytique (Eq. I.72, chapitre I.3.3), la simulation numérique et les résultats expérimentaux pour des coulis de glace présentant un écoulement Newtonien ($n \approx 1$) pour une concentration en soluté égale à 19 % et une concentration en glace égale à 5 %.

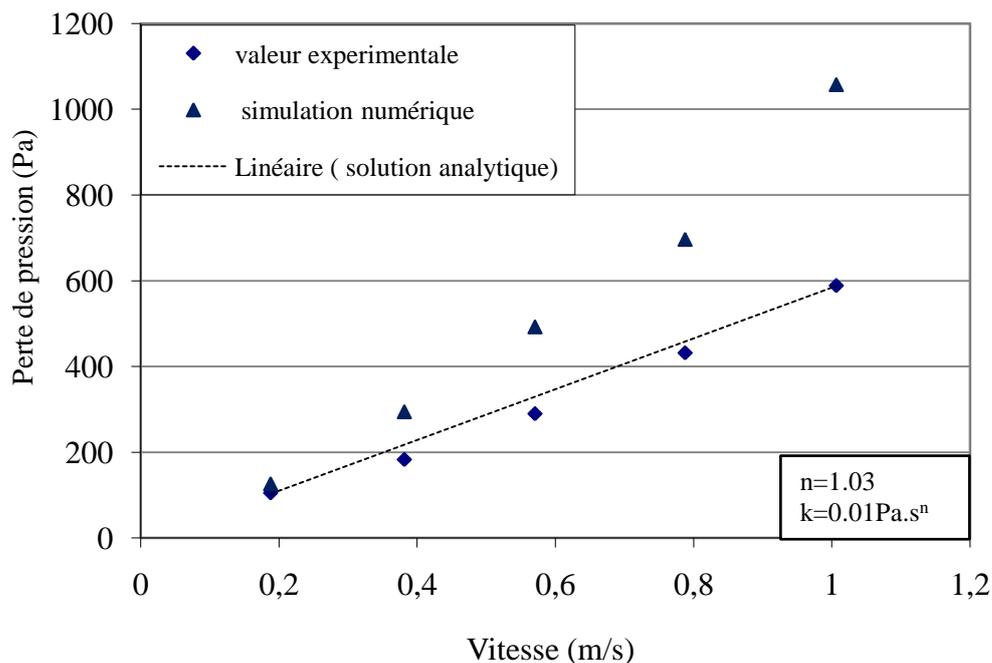


Figure IV.9.d. Comparaison entre le modèle théorique, numérique et expérimental d'un fluide Newtonien pour $x_i = 19\%$ et $x_g = 5\%$

Dans le cas de la Figure IV.9d, le coulis de glace se comporte comme un fluide Newtonien avec une distribution des particules uniforme et avec une viscosité homogène. La viscosité apparente est égale à $0.01 Pa.s^n$ qui est très proche de celle de la viscosité de Thomas qui est égale à $0.00752 Pa.s$ [D'après le tableau IV.2]. Cette distribution est possible, et dans ce cas, la concentration est un simple paramètre.

IV.3 Conclusion

Les résultats expérimentaux et numériques obtenus dans le cadre de ce travail sur les coulis de glace sont présentés dans ce quatrième et dernier chapitre.

On a présenté dans une première section, le comportement rhéologique des coulis de glace, dans cette partie les principes du viscosimètre capillaire ont été appliqués afin de mesurer le débit massique et la chute de pression, de construire les rhéogrammes et de déterminer les meilleures corrélations qui peuvent décrire le comportement rhéologique des coulis de glace.

Les résultats expérimentaux sont donnés pour des concentrations initiales fixes de MPG $x_i = 5, 11, 14, 19, 24\%$ et des fractions massiques de glace variant de 0 à 25 %. Les vitesses d'écoulement varient de 0.25 à 1.2 m/s et qui sont les vitesses classiques utilisées dans les boucles de distribution de froid par un fluide frigoporteur. Grâce à ces résultats on a pu mettre en évidence :

- i) influence de la concentration en glace ;
- ii) influence de la concentration en soluté ;
- iii) influence de la distribution de la concentration en glace.

Les résultats expérimentaux montrent que les pertes de charge dans la conduite de caractérisation augmentaient avec la fraction massique de glace et la vitesse débitante. Les coulis se comportent généralement comme non-Newtonien (pseudoplastique ou dilatant) pour des faibles concentrations en soluté.

Pour les concentrations en soluté ≥ 19 %, le fluide est quelques fois Newtonien à des basses concentrations en glace et non-Newtonien (pseudoplastique) à des concentrations en glace élevées. A partir des fractions massiques en glace encore plus élevées, on commence à observer la transition du régime hétérogène au lit mouvant.

Finalement, avec des contraintes de cisaillement minimales très faibles et parfois pratiquement nulles, on peut envisager d'utiliser la loi de puissance de type $\tau = k\dot{\gamma}^n$ pour décrire les deux comportements Newtonien et non-Newtonien.

Malgré les écarts entre les points expérimentaux et les deux corrélations donnant l'indice d'écoulement et le coefficient de consistance en fonction de la concentration initiale en soluté et la fraction massique en glace, les coulis de glace peuvent être modélisé par la loi de puissance d'Ostwald de Waele à partir des équations (IV.15, IV.16 et IV.17).

Dans la deuxième partie, on a présenté une comparaison entre les résultats expérimentaux, analytiques et numériques. Le modèle non-Newtonien de type loi de puissance paraît à posteriori plus adapté aux calculs des pertes de charge des coulis de glace.

Le code numérique qui a été utilisé peut être considéré comme fiable car il a donné des résultats qui sont très proches des résultats expérimentaux. Seulement pour les deux comportements dilatant et Newtonien, il est suggéré d'utiliser un maillage plus fin. Il est également recommandé d'utiliser le modèle multiphasique spécifique (mélange ou Eulérien) basé sur l'interface, la vitesse relative, la gravité et la poussée d'Archimède afin de modéliser le lit mouvant.

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Conclusion générale

Le présent document expose les travaux de thèse concernant la caractérisation rhéologique des coulis de glace en vue d'une application en réfrigération secondaire.

L'utilisation des coulis de glace pour la réfrigération secondaire est très peu étudiée dans la littérature. L'étude bibliographique a permis de déterminer différents critères à remplir par un coulis de glace pour une utilisation comme un fluide frigoporteur: le coulis de glace doit posséder certains critères parmi lesquels une chaleur latente de fusion élevée et des masses volumiques du liquide et du solide assez proches pour limiter les problèmes d'accumulation des particules de glace à la partie supérieure du tube et avoir une faible variation de volume lors de la fusion et de la solidification.

De plus, le mélange diphasique doit présenter de bonnes conditions d'écoulement. Le chapitre bibliographique décrit également les fondements relatifs à la physico-chimie des coulis de glace et dresse un état de l'art des proches hydrodynamiques liées aux écoulements des fluides diphasiques type coulis de glace.

Au cours de la thèse, un dispositif expérimental déjà mis en place au *Cemagref* formé de deux boucles, une de production et l'autre de distribution. L'analyse expérimentale de caractérisation rhéologique des coulis de glace a été effectuée en appliquant le principe du viscosimètre capillaire aux mesures des pertes de charge et de débit massique, et en utilisant la relation de Rabinowitsch et Mooney, on a pu établir les rhéogrammes expérimentaux des coulis de glace à base de la solution aqueuse du monopropylène glycol.

On peut affirmer que le caractère non - Newtonien des coulis de glace est confirmé. Les paramètres rhéologiques qui ont été déterminés expérimentalement (indice de consistance et indice d'écoulement) permettent de montrer que l'écoulement des coulis de glace est généralement pseudoplastique ou dilatant et parfois se présente comme un lit mouvant. Grâce à ces résultats on a pu établir des corrélations de l'indice de consistance et de l'indice d'écoulement en fonction de la fraction massique en glace et de la concentration initiale en soluté.

Pour simuler les écoulements des coulis de glace, on a choisi le modèle homogène ou pseudo-monophasique avec des propriétés du mélange diphasique. Les équations discrétisantes de Navier-Stokes et de continuité ont été résolues par la méthode des volumes finis. Le modèle non-Newtonien de type loi de puissance paraît a posteriori plus adapté aux calculs des pertes de charge des coulis de glace.

Le code numérique qui a été utilisé peut être considéré comme très fiable car il a donné des résultats qui sont très proches des résultats expérimentaux. Seulement pour les deux comportements dilatant et Newtonien, il est suggéré d'utiliser un maillage plus fin. Il est également recommandé d'utiliser un modèle multiphasique spécifique (mélange ou Eulérien) basé sur l'étude de l'interface, la vitesse relative et les forces de gravité et d'Archimède afin de modéliser le lit mouvant.

Perspectives

Ce pendant les modèles précédents ne peuvent être appliqués que pour les écoulements homogènes où les particules solides ont la même masse volumique que le fluide porteur. Or dans le cas des coulis de glace est impossible de respecter cette condition car la glace est plus légère que l'eau et les particules s'accumulent beaucoup plus à la partie supérieure du tube, ce qui en résulte un écoulement hétérogène et spécialement pour des faibles vitesses. Cela incite à amener au futur des études expérimentales de caractérisation rhéologique des coulis de glace en régime hétérogène.

De plus, cette étude est basée uniquement sur la caractérisation du comportement rhéologique de l'écoulement, et donc ne permet pas d'obtenir beaucoup d'indices nécessaires pour comprendre la structure changeante des particules de glace et d'établir des relations appropriées. Bien que la viscosité augmente avec la concentration de glace, ce paramètre peut être modifié par le rapport de taille des particules comme c'est rapporté dans le travail de Metzner (1985). Il est recommandé aussi d'étudier l'effet de la forme et les différentes forces complexes inter-particulaires intervenantes dans le fluide diphasique solide-liquide.

REFERENCES

REFERENCES

- Balmforth NJ, Craster RV., 2001**, Geophysical Aspects of Non-Newtonian Fluid Mechanics, (Eds.): LNP 582, p. 34–51.
- Barnes, H.A., 1989**. An introduction to rheology. Amsterdam: Elsevier (Chapitre 7), p.200.
- Bel, O., Lallemand, A., 1999**. Etude d'un fluide frigoporteur diphasique. 1: Caractéristiques thermophysiques intrinsèques d'un coulis de glace, *Int. J. of Refrigeration* **22** (3), p. 164–174.
- Bel, O., 1996**. Contribution à l'étude du comportement thermohydraulique d'un mélange diphasique dans une boucle frigorifique à stockage d'énergie. PhD Thèse. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France.
- Bellas, I., Tassou, S.A., 2005**. Present and future applications of ice slurries. *Int.J. of Refrigeration* **28** (1), p. 115–121.
- Ben Lakhard, M., Fournaison, L. M., Guilpart, J., 1999**. Caractéristiques d'un mélange eau-éthanol monophasique et diphasique. *Rev. Gén. Froid* N° 990, p. 69–73.
- Ben Lakhdar, M.A., 1998**. Comportement thermohydraulique d'un fluide frigoporteur diphasique: le coulis de glace, Etude théorique et expérimentale. PhD Thèse, INSA , Lyon, France.
- Bird, R.B., Stewart, W.E., Lighfoot, E.N., 1960**. Transport phenomena. New York: John Wiley & Sons, Inc., p.780 (Chapitre 6).
- Boutron, P., Kaufmann, A., 1978**. Metastable states in the system water-ethanol, Existence of a second hydrate; curious properties of both hydrates. *J. Chem. Phys.* **68** (11), p. 5032-5041.
- Chong, J.S., Christiansen, E.B., Baer, A.D., 1971**. Rheology of concentrated suspensions. *J. Appl. Polym. Sci.*, **15**(8), p. 2007-2021.
- Christensen, K., Kauffeld, M., 1997**. Heat transfer measurements with ice slurry. International Conference, Heat Transfer Issues in Natural Refrigerants, IIR/IIF, Institut International de Froid, November 6–7, USA , p. 161–176.
- CRC Hand book of Chemistry and Physics, 1989**, (edited by Weast, R.C) 69th edition.
- Demasles, H., 2002**. Etude des transferts de chaleur d'un fluide frigoporteur diphasique à changement de phase liquide-solide dans un échangeur à plaques lisses. PhD Thesis, INSA de Lyon, France.
- Darby, R., 1986**. Hydrodynamics of slurries and suspensions. *Encyclopedia of fluid mechanics, slurry flow technology*, Vol. 5 p. 49–92 (Chapitre 2).

- Doetsch, C., 2002.** Pressure drop calculation of ice slurries using the Casson model. Proceedings of the 5th Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, May 30-31, Stockholm, Sweden, p. 15–21.
- Doron, P., Granica, D., Barnea, D., 1987.** Slurry flow in horizontal pipes-experimental and modeling, *Int. J. Multiphase Flow* 13 (4) p.535–547.
- Duminil, M., 1996.** Réflexions sur l'emploi des frigoporteurs diphasiques. *Rev. Gén. Froid* N°961, p.35-41.
- Egolf, P.W., Kauffeld, M., 2005.** From physical properties of ice slurries to industrial ice slurry applications. *Int. J. Refrigeration* 28 (1), p.4–12.
- Egolf P, Sari O., Meili, M., Vuarnoz, D., 2001.** Pressure drop and heat transfer in a cylindrical heat exchanger with ice slurry flow, Proceedings of the 3rd Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, May 16-18, Lucerne, Switzerland, p. 77–84.
- Egolf, P.W., Vuarnoz, D., Ata-Caesaz, D., Kitonovski, A., 2002.** Front Propagation of Ice Slurries stratification processes. Proceedings of the 5th Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, May 30-31, Stockholm, Sweden, p.106-123.
- El Boujaddaini, M.N., Haberschill,P., Mimet.A., 2010.** Rheological behaviour and concentration distribution of paraffin slurry in horizontal rectangular channel. *Int. J. Dynamics of Fluids* 6(2), p. 145–160.
- Frei, B., Egolf, P.W., 2000 .**Viscometry applied to the Bingham substance ice slurry. Proceedings of the 2nd Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, May 25–26,Paris, France, p.48-59.
- Fukusako, S., Kozawa, Y., Yamada, M., Tanino, M.,1999.** Research and development activities on ice slurries in Japan. Proceedings of the 1st Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, Yverdon-les-Bains, Switzerland; May 27–28, p. 83–105.
- Govier, G.W., Aziz, K., 1972.** The flow of complex mixture in pipes, Van Nostrand Reinhold Company, New York, p.503.
- Guilpart, J., Fournaison, L., Ben Lakhdar, M.A., Flick, D., Lallemand, A., 1999.** Experimental study and calculation method of transport characteristics of ice slurries. Proceedings of the 1st Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, May 27–28, Yverdon-les-Bains, Switzerland, p. 74–82.
- Guilpart, J., Fournaison, L., BenLakdhar, M.A., 1999.** Calculation Method of Ice Slurries Thermophysical Properties-Application to Water/Ethanol Mixture. 20th International Congress of Refrigeration, Sydney. Canada.
- Hagiwara,T., Hartel, R.W., 1996.** Effect of sweetener, stabilizer, and storage temperature of Ice recrystallization in ice cream. *Journal of Dairy Science*, Vol.79(5). p.735-744.
- Hanks, R.W., 1986.** Principles of slurry pipeline hydraulics. *Encyclopedia of Fluid Dynamics, Slurry Flow Technology*, Gulf Publishing Company, Vol.5, p.213-276.

- Hansen, T.M., T.M. Kauffeld, T.M., Sari, O., Egolf, P.W., Pasche. F., 2001.** Research, development and applications of ice slurry in Europe, from ancient Rome to modern technology. Proceedings of the 4th Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, November 12–13, Osaka, Japan, p. 1–12.
- Hansen, T.M., Radosevic, M., Kauffeld, M., 2002 .** Behaviour of ice slurry in thermal storage. ASHRAE research project RP 1166. Final Report, February.
- Hunter, R.J.,1993.** Particle interaction and coagulation. In introduction to modern colloid science, Oxford Science Publications.
- Jeffrey,D.J.,1973.** Conduction through a random suspension of spheres. Proc. R.Soc. London. Ser. A. 335, p.355-367.
- Jensen, E.N., Christensen, K.G., Hansen, T.M., Schneider, P., Kauffeld, M., 2000.** Pressure drop and heat transfer with ice slurry. Conference on Natural working fluids , IIF/IIR, Institut International de Froid, Purdue University, July 25–28,USA, p. 572–580.
- Kauffeld. M., Christensen, K.G., Lund, S., Hansen, T.M., 1999.** Experience with Ice Slurry, Proceedings of the 1st Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International de Froid, Paris, 27–28 May, Yverdon-les-Bains, Switzerland, p. 42–73.
- Kauffeld, M., Kawaji,M., Egolf, P.W., 2005.** Handbook on Ice Slurries. Fundamentals and Engineering, IIR/IIF, Institut International de Froid, p.364
- Kitamoto, D., Yanagishita,H., Endo, A., Nakaiwa,M., Nakane,T., Akiya,T., 2001.** Remarkable antiagglomeration effect of a yeast biosurfactant, diacylmannosylerythritol, on Ice-Water Slurry for Cold Thermal Storage. Biotechnology Progress, 17(2), p. 362–365.
- Kitano, T., Kataoka, T., Shirota, T., 1981.** An empirical equation of the relative viscosity of polymer melts filled with various inorganic fillers. Rheologica Acta 20 (2), p.207-209.
- Kitanovski, A., Poredos, A., 2002.** Concentration distribution and viscosity of ice-slurry in heterogeneous flow. Int. J. Refrigeration 25 (6), p. 827–835.
- Kitanovski, A., Vuarnoz, A., Atal-Cesar, D., Egolf, P.W., Hansen, T.M., Doetsch, Ch., 2005.** The fluid dynamics of ice slurry. Int. J. Refrigeration 28 (1), p. 37–55.
- Knodel, B.D.,1989.** Direct freez ice slurry district cooling. Proc. IDHCA, 80th Annual Conference. Virginia Beach, USA, p.240-244.
- Kyoto Protocol 1997,** to the United Nations framework Convention on Climate Change.
- Levy, F.L., 1982.** Calculating the thermal conductivity of meat and fish in freezing range. Int. J. of Refrigeration 5 (3) p. 149-154.
- Lu, S.S., Inada, T., Yabe, S. A., Zhang, X., Grandum, S., 2002.** Microscale study of polyvinyl alcohol as an effective additives for inhibiting recrystallization in ice slurries. Int. J. Refrigeration 25(5) , p.562–568.

- Lugo, R., Fournaison, L., Chourot, J.M., Guilpart, J., 2002.** An excess function method to model the thermophysical properties of one-phase secondary refrigerants, *Int. J. Refrigeration* 25 (7), p. 916–923.
- Melinder, A., 1997.** Thermophysical properties of liquid secondary refrigerants, *Tables and Diagrams for Industry*, IIF Edition.
- Metzner, A.B., 1985.** Rheology of suspension in polymeric liquids. *Int.J. Rheology* 29 (6), p.739-775.
- Midoux, N., 1985.** Mécanique et rhéologie des fluides en génie chimique. Paris: Lavoisier, p.512.
- Montreal Protocol 1989,** to United Nations Environment Programme on Substances that Deplete the Ozone layer- Final Act.
- Niezgoda-Zelasko, B., Zalewski, W., 2006.** Momentum transfer of ice slurry flows in tubes, experimental investigations, *Int.J. of Refrigeration* 29(3) , p.418–428
- Papanastasiou, T.C., 1987.** Flows of materials with yield. *J. of Rheology* 31(5) p. 385–404.
- Paradis, M.A., Turcot, R., Faucher, G., 1989.** Development of prototype ice slurry generator for district cooling. IDHCA, 80th Annual Conference. Virginia Beach, USA, p.392-404.
- Patankar, S.V., 1980.** Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere publishing Corporation, Taylor and Francis Group, New York.
- Paul, J., 1993.** La glace biphasique: une autre technique de réfrigération. *Rev.Gén.Froid*, N°9, p.12-17.
- Perry, R.H., Chilton, C.H., 1973.** *Chemical Engineer's Handbook*. 5th édition. New-York: Mc Graw-hill Book Company.
- Pronk, P., Infante Ferreira, C.A., Witkamp, G.J., 2002.** Effects of long-term ice slurry storage on crystal size distribution. *Proceedings of the 5th Workshop on Ice Slurries*, IIR/IIF, Institut International de Froid, May 30-31, Stockholm, Sweden, p.151-160.
- Rivet, P., 1996.** Refroidissement des denrées dans un mélange diphasique. *Rev.Gén.Froid* N°968, p.43-47.
- Roco, M.C., Shook, C.A., 1987.** New approach to predict concentration distribution in fine particle slurry flows. *PCH* 8 (1) p. 43–60.
- Sari, O., Vuarnoz, D., Meili, F., Egolf, P.W., 2000.** Visualization of ice slurries and ice slurry flows. *Proceedings of the 2nd Workshop on Ice Slurries*, IIR/IIF, Institut International de Froid, May 25-26, Paris, France p. 68–80.
- Sasaki, M., Kawashima, T., Takahashi, H., 1993.** Dynamics of snow-water flow in pipelines, *Slurry Handling and Pipeline Transport*. Hydrotransport 12, p.533–613.

- Skelland, A.H.P., 1967.** Non-Newtonian flow and heat transfer. New York: John Wiley & Sons, Inc, p.467.
- Smith, C.E., Schwartzberg, H.G., 1985.** Ice crystal size changes during ripening in freeze concentration. *Biotech Progress*, 1 (2) p.111-120.
- Snoek, C.W., 1993.** The design and operation of ice-slurry based district cooling systems. IEA report: district heating, The Netherlands Publishers, IEA-Novem.
- Stamatiou, E., 2005.** L'influence de la concentration, du type de soluté et des effets de la chaleur sur les caractéristiques granulaire dans les coulis de glace. Rapport final, Cemagref.
- Stewart,W.E. Jr., Stickler, L.A., 1991.** A pumpable ice slurry for thermal storage. Proceedings of the 5th International Conf.on thermal Energy storage, Scheveningen, Netherlands.
- Thomas, D.G., 1965.** Transport characteristics of suspension. *J. Colloid Sci.* 20, p. 267–277.
- Vuarnoz, D., Meili, F., Moser, Ph., Sari, O., Egolf, P.W., 2000.** Fluid and flow visualizations of ice slurries. Eureka Project FIFE, Research report N^o. 8, University of Applied Sciences of Switzerland.
- Vuarnoz, D., Sari, O., Egolf, P.W., 2001.** Correlations between temperature and particle size distributions of ice slurry in a storage tank. Proceedings of the 4th Workshop on Ice Slurries, IIR/IIF, Institut International du Froid, November 12-13, Osaka, Japan, p. 123–134.
- Wasp, E.J., Kenny, J.P.,Gandhi, R.L.,1977.** Solid-liquid flow slurry: pipeline transportation, Series on bulk material handlings. Vol. 1(4) p.224.
- Yamaoka, T., kono, R.,1978.** Pretransition in ethanol -water mixtyres. *J. Chem. Phys.*, 68(6), p. 2814-2818.
- Zakeri,G.R., 1997.** Development of an energy effective system for production of pumpable ice slurry. Thesis for degree of Dr. Ing (Ph.D) at Norwegian University of Science and Technoloy, p.105.

ANNEXES

ANNEXE 1. Calcul des propriétés du mélange liquide

La méthode de calcul des propriétés du mélange liquide monophasique (eau- monopropylène glycol) est basée sur l'excès de fonction donnée par Lugo (2002).

A.1.1 Description de la méthode

Π est une des propriétés à calculer, elle est exprimée en fonction des deux composants l'eau et le soluté ; la fraction massique du soluté et la température T . Pour l'eau pure, l'état de référence est à 0°C . Dans le but de limiter la validité de la fonction Π elle est décrite dans la région entre l'eau pure et le point eutectique. La solution a été choisie à $x = x_{eu}$ et $T = 0^\circ\text{C}$ comme un deuxième état de référence. Cependant, le comportement idéal peut être décrit comme suit :

$$\Pi_{(x,T=0^\circ\text{C})}^{id} = \left(1 - \frac{x}{x_{eu}}\right) \Pi_{T=0^\circ\text{C}}^e + \frac{x}{x_{eu}} \Pi_{T=0^\circ\text{C}}^{eu} \quad (\text{A1.1})$$

Où les indices "id", "e" et "eu" représentent "idéal", "eau" et la solution à $x = x_{eu}$ respectivement ; l'utilisation de la fraction massique $\frac{x}{x_{eu}}$ permet d'avoir une composition variant dans un intervalle $[0,1]$.

A cause des interactions entre le soluté et le solvant, décrire les équations uniquement par la loi idéale est inexact. Corrigé d'une fonction d'excès permettant de prendre en compte la non idéalité du mélange lors de la dissolution du soluté dans le solvant, on aura :

$$\Pi_{(x,T=0^\circ\text{C})}^r = \Pi_{(x,T=0^\circ\text{C})}^{id} + E_{(x,T=0^\circ\text{C})} \quad (\text{A1.2})$$

Où l'indice "r" représente "réel". La fonction d'excès E_x doit être égale à 0 à $x = 0$ et $x = x_{eu}$ et elle est exprimée par une fonction polynomiale à n ordre de la fraction massique.

$$E_{(x,T=0^\circ\text{C})} = \frac{x}{x_{eu}} \left(1 - \frac{x}{x_{eu}}\right) \left[\sum_{i=0}^{n-2} C_i \left(\frac{x}{x_{eu}}\right)^i \right] \quad (\text{A1.3})$$

Où C_i pour $0 \leq i \leq n-2$ sont les coefficients de la fonction polynomiale d'excès. Ainsi, l'Eq. (A.1.2) décrit le comportement réel de la solution à $T = 0^\circ\text{C}$. La dépendance de la température est donnée par une fonction linéaire comme s'est exprimée dans l'équation suivante :

$$\Pi_{(x,T)}^r = \Pi_{(x,T=0^\circ\text{C})}^r (1 + A_x T) \quad (\text{A1.4})$$

Où T est exprimé en $^\circ\text{C}$. Pour une substance pure, la dépendance de Π sur T est donnée par l'équation suivante :

$$\Pi_T^c = \Pi_{T=0^\circ C} (1 + \alpha^c T) \quad (\text{A1.5})$$

Où l'indice ‘‘ c ’’ représente ‘‘ e ’’ ou ‘‘ eu ’’. Le terme $\alpha^c = \frac{1}{\Pi_{T=0^\circ C}^c} \frac{d\Pi_T^c}{dT}$ est considéré comme constant.

$$A_x = \frac{x}{x^{eu}} \alpha^{eu} + \left(1 - \frac{x}{x^{eu}}\right) \alpha^e \quad (\text{A1.6})$$

Donc en résumé, la propriété Π peut être ‘exprimée par l’Eq. (A.1.7) :

$$\Pi_{(x,T)}^r = \left[\left(1 - \frac{x}{x^{eu}}\right) \Pi^e + \frac{x}{x^{eu}} \Pi^{eu} + E_x \right]_{T=0^\circ C} (1 + A_x T) \quad (\text{A1.7})$$

La méthode décrite au dessus est adaptée à toutes les propriétés a part la viscosité dynamique qui a un comportement particulier et qui nécessite certaines modifications. Pour une substance pure la viscosité suit la loi d’Arrhenius :

$$\mu_T^c = \mu^{c,ref} \left[\frac{\theta^c}{T + 273.15} \right] \quad (\text{A1.8})$$

Où $\mu^{c,ref}$ est la viscosité de référence à une température infinie et θ^c étant une constante ayant la dimension de la température. Le produit $\omega^c = R\theta^c$ où R est la constante des gaz parfaits, peut être interpréter comme la barrière d’activation .Par analogie, les Eqs. (A.1.1), (A.1.2) et (A.1.4) sont ainsi transformées dans les Eqs. (A.1.9), (A.1.10) et (A.1.11) respectivement.

$$\text{Ln}[\mu_l^{id}(x, T = 0^\circ C)] = \left(1 - \frac{x}{x^{eu}}\right) \text{Ln}\mu_0^e + \frac{x}{x^{eu}} \text{Ln}\mu_0^{eu} \quad (\text{A1.9})$$

$$\text{Ln}[\mu_{(x,T=0^\circ C)}^r] = \text{Ln}[\mu_{(x,T=0^\circ C)}^{id}] + E_{(x,T=0^\circ C)} \quad (\text{A1.10})$$

Où E est donné par l’Eq. (A.1.3). Finalement, la viscosité est calculée par l’Eq. (A.1.11).

$$\mu_{(x,T)}^r = \mu_{(x,T=0^\circ C)}^r \exp \left[\Theta_x^r \frac{1}{T + T_0} - \frac{1}{T_0} \right] \quad (\text{A1.11})$$

Quand $T_0 = 273.15K$. Θ_x^r représente la température d’activation associée avec l’énergie d’activation Ω_x de mélange par la relation $\Theta_x^r = \frac{\Omega_x}{R}$ où R est la constante des gaz parfaits. Mais ces équations sont insuffisantes, une seconde fonction d’excès est nécessaire pour mieux corrélérer les valeurs de la viscosité. Ainsi Θ_x^r est donnée par la l’Eq. (A.1.12) :

$$\Theta_x^r = \left(1 - \frac{x}{x_{eu}}\right) \theta^e + \frac{x}{x_{eu}} \theta^{eu} + E_x' \quad (\text{A1.12})$$

Où E_x' fonction polynomiale à ordre p égale à 0 à $x = 0$ et $x = x_{eu}$ est donnée par :

$$E_x' = \frac{x}{x_{eu}} \left(1 - \frac{x}{x_{eu}}\right) \left[\sum_{i=0}^{p-2} C_i' \left(\frac{x}{x_{eu}}\right)^i \right] \quad (\text{A1.13})$$

Tableau A.1.1 Valeurs des propriétés d'état référence [Lugo (2002)]

	Point de congélation (°C)	Densité (kg/m ³)	Capacité de chaleur (kJ/kg.K)		Conductivité (W/m .K)		Viscosité dynamique (mPa .s)		
	$\Pi_{T=0^\circ C}^c$	$\Pi_{T=0^\circ C}^c$	α^c (K ⁻¹)	$\Pi_{T=0^\circ C}^c$	α^c (K ⁻¹)	$\Pi_{T=0^\circ C}^c$	α^c (K ⁻¹)	$\mu^{c,ref}$	θ^c (K)
<i>Eau</i>	0	999.90	0	4.2058	0	0.569	$2.79 \cdot 10^{-3}$	<i>Exp(-7.9575)</i>	2330.5
<i>Ammoniaque (33.3%)</i>	-100	895.00	$-6.09 \cdot 10^{-4}$	4.2506	$-3.68 \cdot 10^{-4}$	0.394	$4.72 \cdot 10^{-3}$	<i>Exp(-7.1496)</i>	2161.5
<i>Alcool d'éthylène (93.5%)</i>	-118	824.5	$-9.89 \cdot 10^{-4}$	2.4390	$2.38 \cdot 10^{-3}$	0.184	$-1.09 \cdot 10^{-3}$	<i>Exp(-5.8204)</i>	1840.4
<i>Glycol d'éthylène (60%)</i>	-48.3	1094.64	$-2.82 \cdot 10^{-4}$	2.9970	$1.46 \cdot 10^{-3}$	0.336	$2.37 \cdot 10^{-3}$	<i>Exp(-10.372)</i>	3527.2
<i>Glycol propylène (60%)</i>	-51.1	1059.00	$-4.36 \cdot 10^{-4}$	3.2500	$1.35 \cdot 10^{-3}$	0.317	$1.57 \cdot 10^{-3}$	<i>Exp(-14.338)</i>	4867.7
<i>Chloride de sodium (23.1%)</i>	-21.27	1181.80	$-3.89 \cdot 10^{-4}$	3.3394	$2.68 \cdot 10^{-4}$	0.544	$2.94 \cdot 10^{-3}$	<i>Exp(-8.8657)</i>	2736.2

Tableau A.1.2. Coefficients des fonctions d'excès [Lugo (2002)]

Propriétés	C_0	C_1	C_2	C_3	C_4	R^2	N
Densité							
Ammoniaque	-9	-	-	-	-	-	11
Alcool d'éthylène	88	-	-	-	-	-	-
Glycol d'éthylène	18	-	-	-	-	-	5
Glycol propylène	27	-	-	-	-	-	5
Chloride de sodium	-	-	-	-	-	-	10
Conductivité thermique							
Ammoniaque	-0.062	-	-	-	-	-	11
Alcool d'éthylène	-0.212	-	-	-	-	-	-
Glycol d'éthylène	-0.099	-	-	-	-	-	5
Glycol propylène	-0.088	-	-	-	-	-	5
Chloride de sodium	-	-	-	-	-	-	10
Point de congélation							
Ammoniaque	60.393	83.809	-181.47	432.81	-316.62	0.99	11
Alcool d'éthylène	87.886	14.456	-303.09	609.34	-	0.99	-
Glycol d'éthylène	31.456	45.369	-193.61	402.75	-253.1	0.99	10
Glycol propylène	30.929	41.238	-	-	-	0.99	11
Chloride de sodium	9.602	-2.494	11.26	-	-	0.99	8
Capacité de chaleur							
Ammoniaque	-	-	-	-	-	-	11
Alcool d'éthylène	3.6589	-3.483	-	-	-	-	-
Glycol d'éthylène	-0.1446	-	-	-	-	-	5
Glycol propylène	0.1783	-	-	-	-	-	5
Chloride de sodium	-0.4434	-	-	-	-	-	8
Viscosité dynamique							
Ammoniaque	-1.586	13.861	-41.029	51.948	-22.884	0.99	11
Alcool d'éthylène	4.576	12.076	-34.525	22.088	-	-	-
Glycol d'éthylène	-2.126	17.139	-53.622	68.749	-31.684	0.97	9
Glycol propylène	-4.008	29.778	-86.282	106.79	-47.503	0.97	9
Chloride de sodium	-.500	-	-	-	-	0.99	9
	C'_0	C'_1	C'_2	C'_3	C'_4	R^2	N
Ammoniaque	-258.14	46.336	-87.989	-	-	-	-
Alcool d'éthylène	0.116	60.568	-153.230	134.53	-	-	-
Glycol d'éthylène	-	-	-	-	-36.006	-	-
Glycol propylène	1500	-	-	-	-	-	48
Chloride de sodium	-440	-	-	-	-	-	51

ANNEXE 2. Détails numériques

A.2.1 Maillage numérique

Le domaine physique est divisé en un certain nombre de volumes finis aux centres desquels sont placés les points intérieurs du maillage (Figure A.2. 1). Les points limites sont centrés aux faces limites. Un maillage de 42x502 points est utilisé. Le maillage radial est uniforme (avec 42 points) ; le maillage axial est uniforme (avec 502 points).

Le centre d'un volume fini typique est dénommé P. Chaque volume fini à l'intérieur du domaine de calcul est adjacent à quatre volumes finis voisins. Les centres des volumes finis voisins sont notés N, S, T et B. Les positions des faces séparant le volume fini typique de ses voisins sont notées n, s, t et b.

Les dimensions radiales des volumes finis sont dénommées Δr . Ainsi, les dimensions radiales des volumes finis, englobant les points P, T et B, sont notées Δr_p , et celles des volumes finis englobant les points N, S sont notées Δr_N et Δr_S , respectivement. Les dimensions axiales des volumes finis sont appelées Δz . Et donc, les dimensions axiales des volumes finis englobant les points P, N et S sont notées Δz_p , et celles des volumes finis englobant les points T, B sont notées Δz_T et Δz_B , respectivement. Les distances entre les points du maillage apparaîtront plus tard dans les équations de discrétisation et donc leurs déterminations sont nécessaires. On appelle les distances entre le point P et les points N, S, T et B, dr_n , dr_s , dz_t et dz_b , respectivement.

Dans un système de coordonnées cylindriques, la coordonnée radiale du point typique P est notée r_p et elle est égale à celle du point T (r_T) et à celle du point B (r_B). La coordonnée axiale du point P est notée z_p et elle est égale à celle du point N (z_N) et à celle du point S (z_S). Les coordonnées des faces radiales du volume fini autour du point P sont notées r_n et r_s . Les coordonnées des faces axiales du volume fini autour du point P sont notées z_t et z_b .

La détermination de toutes les dimensions des volumes finis, toutes les distances entre les points centrés dans ces volumes, les coordonnées de ces points et les coordonnées des faces des volumes finis, complète les spécifications géométriques du maillage qui s'avéreront nécessaires pour la discrétisation des équations différentielles dans les volumes finis et pour la représentation graphique des résultats.

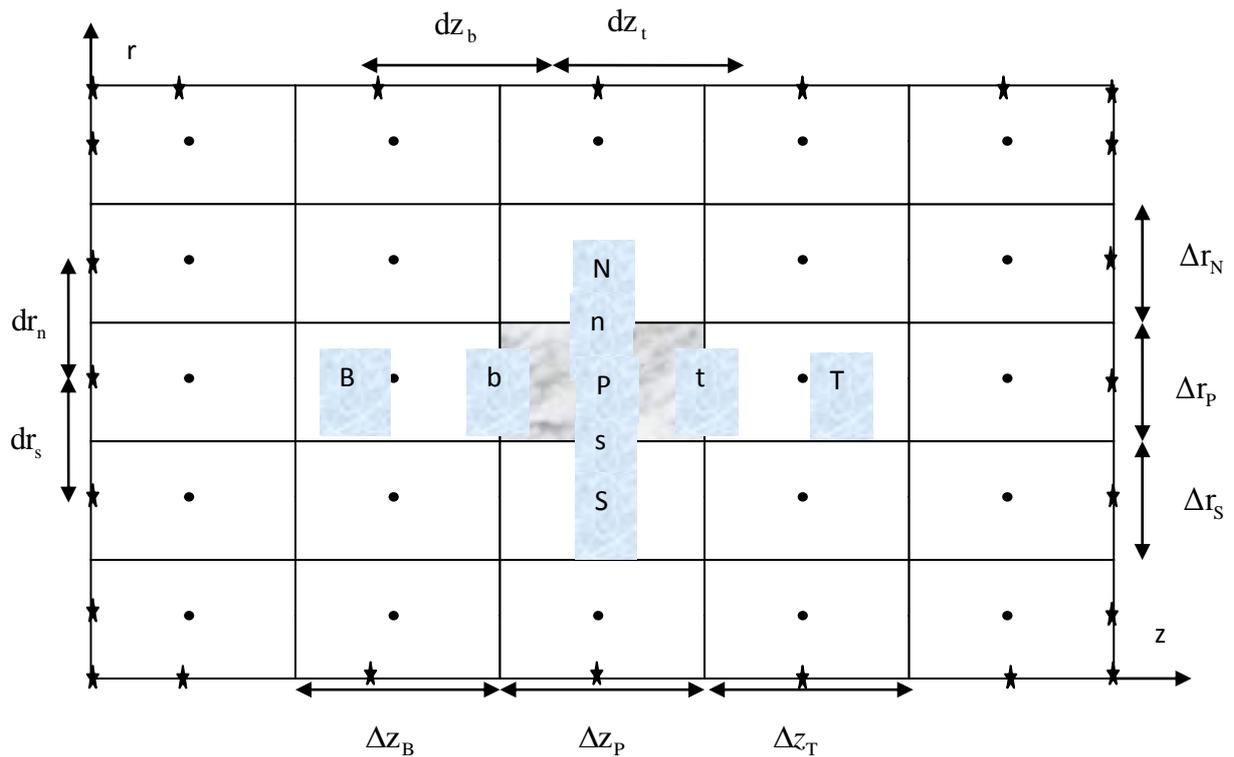


Figure A.2.1: Exemple d'une projection d'un maillage typique uniforme

Les points intérieurs sont représentés par des cercles noirs.

Les points limites sont représentés par des étoiles noires.

Le maillage typique décrit sera utilisé pour la discrétisation des équations des variables dépendantes scalaires: la pression et la viscosité. Pour les variables dépendantes vectorielles (les composantes du vecteur de vitesse) il est nécessaire et recommandé d'utiliser des maillages décalés. Le décalage du maillage améliore la représentation locale de certaines intégrales de discrétisation et évite la satisfaction des équations de discrétisation par des solutions numériques spatialement oscillatoires et physiquement inacceptables. Ainsi le maillage de la composante radiale de la vitesse est décalé (suivant r) par rapport au maillage typique; et le maillage de la composante axiale de la vitesse est décalé (suivant z) par rapport au maillage typique. Le résultat de ces décalages est l'emplacement des composantes radiales des vitesses aux milieux des faces radiales des volumes finis typiques; et l'emplacement des composantes axiales des vitesses aux milieux des faces axiales des volumes finis typiques. Une telle configuration est illustrée dans la Figure A.2.2.

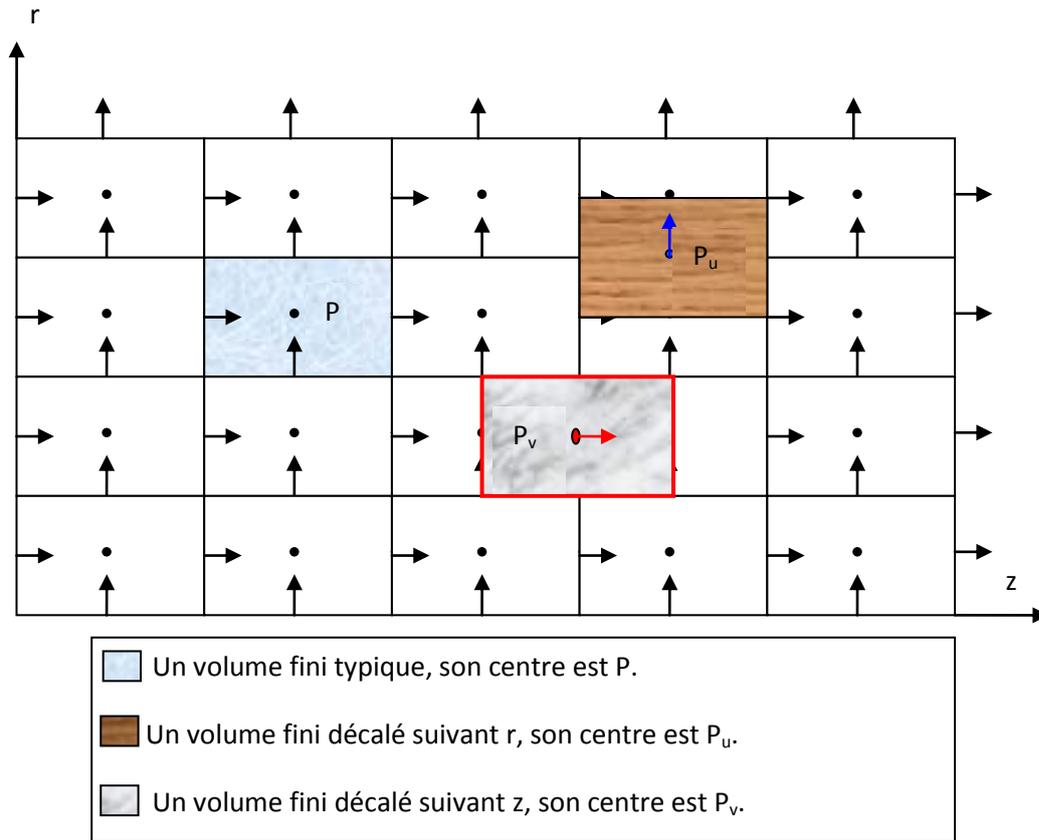


Figure A.2.2: Maillage typique et maillages décalés

Le volume fini de la vitesse radiale U est décalé suivant r .

Le volume fini de la vitesse axiale V est décalé suivant z .

A.2.2. Discrétisation numérique

La discrétisation temporelle en second ordre:

Considérons le développement en séries de Taylor d'une variable ϕ dépendante du temps:

$$\phi^t = \phi^{t+\Delta t} - \frac{\Delta t}{1!} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} + \frac{(\Delta t)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right|^{t+\Delta t} - \frac{(\Delta t)^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} \right|^{t+\Delta t} + O(\Delta t)^4 \quad (\text{A2.1})$$

Aussi,

$$\phi^{t-\Delta t} = \phi^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)}{1!} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} + \frac{(2\Delta t)^2}{2!} \left. \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \right|^{t+\Delta t} - \frac{(2\Delta t)^3}{3!} \left. \frac{\partial^3 \phi}{\partial t^3} \right|^{t+\Delta t} + O(\Delta t)^4 \quad (\text{A2.2})$$

Si l'équation (A.2.2) est diminuée de l'équation (A.2.1) multipliée par 4, on obtient:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|^{t+\Delta t} \approx \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2\Delta t} + O(\Delta t)^2 \quad (\text{A2.3})$$

et donc, une discrétisation de la variation temporelle locale, avec une erreur de troncature d'ordre deux, $(\Delta t)^2$, est :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{3\phi^{t+\Delta t} - 4\phi^t + \phi^{t-\Delta t}}{2 \Delta t} \quad (\text{A2.4})$$

Cette discrétisation est appelée: Second Order Euler Backward

Aussi, si on multiplie l'équation (A2.1) par (A2.2) et on retranche du produit l'équation (A2.2), on obtient:

$$\phi^{t+\Delta t} \approx 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t} + O(\Delta t)^2 \quad (\text{A2.5})$$

et donc, une approximation temporelle, avec une erreur de troncature d'ordre deux, d'une variable $\phi^{t+\Delta t}$ est :

$$\phi^{t+\Delta t} = 2\phi^t - \phi^{t-\Delta t} \quad (\text{A2.6})$$

Cette discrétisation est celle d'Adam-Bashforth.

La discrétisation spatiale en second ordre:

Nous allons démontrer que le schéma des différences centrées, utilisé pour la discrétisation des dérivées spatiales d'une variable, est d'ordre deux si le maillage est uniforme. Il suffit de faire cette démonstration pour les valeurs de ϕ et une de ses dérivées premières à l'interface d'un

volume fini. Soit ϕ_n la valeur de ϕ et $\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_n$ la valeur de sa dérivée première à l'interface n au milieu de la distance entre les points P et N (suivant l'axe y). Cette distance est ci-après dénommée dr_n (voir la Figure A.2. 3 ci-dessous).

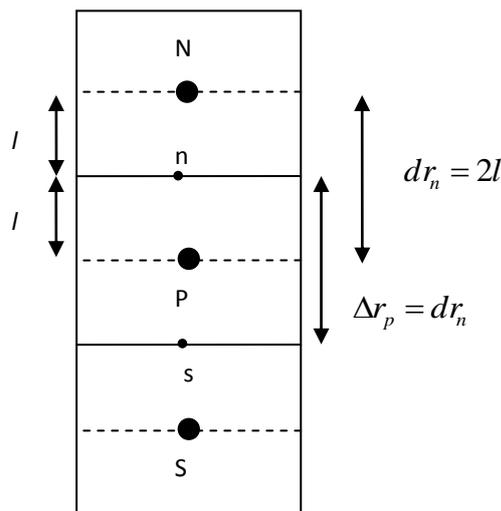


Figure A.2. 3 : L'interface n entre les points P et N dans le cas d'un maillage uniforme suivant r

Considérons les développements, en série de Taylor, suivant :

$$\phi_P = \phi_n - \frac{l}{1!} \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n + \frac{l^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \Big|_n - \frac{l^3}{3!} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \quad (\text{A2.7})$$

$$\phi_N = \phi_n + \frac{l}{1!} \frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n + \frac{l^2}{2!} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \Big|_n + \frac{l^3}{3!} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \Big|_n + \dots \quad (\text{A2.8})$$

En retranchant l'équation (A.2.7) de (A.2.8), on trouve:

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{dr_n} - \frac{1}{24} \frac{\partial^3 \phi}{\partial r^3} \Big|_n (dr_n)^2 + \dots \quad (\text{A2.9})$$

et donc,

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} \Big|_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{dr_n}, \text{ avec une erreur de troncature d'ordre } (dr_n)^2. \quad (\text{A2.10})$$

Aussi, l'addition des équations (A.2.7) et (A.2.8) donne:

$$\phi_n = \frac{\phi_N + \phi_P}{2} - \frac{1}{8} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} \Big|_n (dr_n)^2 + \dots \quad (\text{A2.11})$$

et donc,

$$\phi_n = \frac{\phi_P + \phi_N}{2}, \text{ avec une erreur de troncature d'ordre } (dr_n)^2. \quad (\text{A2.12})$$

Dans ce qui suit, on utilise une discrétisation temporelle avec une erreur de troncature de l'ordre de Δt^2 et une discrétisation spatiale avec une erreur de troncature de l'ordre de $(\Delta r)^2, (\Delta z)^2$.

Concernant la discrétisation temporelle, les dérivées temporelles seront discrétisées comme précisé par l'équation (A.2.4); tous les termes advectifs et non linéaires seront approchés par la discrétisation d'Adam-Bashforth précisée par l'équation (A.2.6); tous les gradients de pression et tous les termes diffusifs (de la variable dépendantes) seront évalués, sans approximation, au temps $(t + \Delta t)$; les viscosités seront approchés par la discrétisation d'Adam-Bashforth; les termes diffusifs, autres que ceux de la variable dépendante, seront approchés par la discrétisation d'Adam-Bashforth. Concernant la discrétisation spatiale, le schéma des différences centrées sera utilisé.

A.2.2.1 Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement suivant r

Tous les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant r sont multipliés par $r dr dz$ et double intégrés entre les limites du volume fini décalé suivant r . Les limites de ce volume décalé sont ci-après dénommés : n_u , s_u , t_u et b_u . Le centre du volume fini décalé est dénommé P_u . Le volume fini considéré est adjacent à quatre volumes finis. Les centres de ces volumes sont : N_u , S_u , T_u et B_u .

Terme transitoire:

$$\int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \frac{\partial U}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} r dr dz = \frac{3U_{P_u}^{t+\Delta t} - 4U_{P_u}^t + U_{P_u}^{t-\Delta t}}{2\Delta t} r_{P_u} dr_n \Delta z_p \quad (\text{A2.13})$$

Termes convectifs:

$$\int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rUU) \Big|^{t+\Delta t} r dr dz = \int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \left[2 \frac{\partial}{\partial r} (rUU) \Big|^t - \frac{\partial}{\partial r} (rUU) \Big|^{t-\Delta t} \right] dr dz =$$

$$\left[2(r_{n_u} U_{n_u}^t U_{n_u}^t - r_{s_u} U_{s_u}^t U_{s_u}^t) - (r_{n_u} U_{n_u}^{t-\Delta t} U_{n_u}^{t-\Delta t} - r_{s_u} U_{s_u}^{t-\Delta t} U_{s_u}^{t-\Delta t}) \right] \Delta z_p \quad (\text{A2.14})$$

$$\int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \frac{\partial}{\partial z} (vU) \Big|^{t+\Delta t} r dr dz = \int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \left[2 \frac{\partial}{\partial z} (vU) \Big|^t - \frac{\partial}{\partial z} (vU) \Big|^{t-\Delta t} \right] r dr dz =$$

$$\left[2(v_{t_u}^t U_{t_u}^t - v_{b_u}^t U_{b_u}^t) - (v_{t_u}^{t-\Delta t} U_{t_u}^{t-\Delta t} - v_{b_u}^{t-\Delta t} U_{b_u}^{t-\Delta t}) \right] r_{P_u} dr_n \quad (\text{A2.15})$$

Terme de pression:

$$\int_{w_u}^{e_u} \int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} - \frac{\partial P}{\partial r} \Big|^{t+\Delta t} r dr dz = (P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) r_{P_u} \Delta z_p \quad (\text{A2.16})$$

Termes diffusifs:

$$\frac{1}{\text{Re}} \int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(2r (\mu^{t+\Delta t}) \frac{\partial U}{\partial r} \Big|^{t+\Delta t} \right) r dr dz = \frac{1}{\text{Re}} \int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \frac{\partial}{\partial r} \left(2r (2\mu^t - \mu^{t-\Delta t}) \frac{\partial U}{\partial r} \Big|^{t+\Delta t} \right) dr dz =$$

$$\frac{2}{\text{Re}} (2\mu_{n_u}^t - \mu_{n_u}^{t-\Delta t}) \left(r_{n_u} \frac{U_{N_u}^{t+\Delta t} - U_{P_u}^{t+\Delta t}}{dr_{n_u}} \right) \Delta z_p - \frac{2}{\text{Re}} (2\mu_{s_u}^t - \mu_{s_u}^{t-\Delta t}) \left(r_{s_u} \frac{U_{P_u}^{t+\Delta t} - U_{S_u}^{t+\Delta t}}{dr_{s_u}} \right) \Delta z_p \quad (\text{A2.17})$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\text{Re}} \int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \left(\frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right) \right)^{t+\Delta t} r dr dz = \\
& \frac{1}{\text{Re}} \left[2\mu^t \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^t - \mu^{t-\Delta t} \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^{t-\Delta t} \right]_{b_u}^{t_u} r_{P_u} dr_n + \left[(2\mu^t - \mu^{t-\Delta t}) \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right) \right]_{b_u}^{t+\Delta t} r_{P_u} dr_n = \\
& \frac{1}{\text{Re}} \left[2 \left(\mu_{t_u}^t \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{t_u}^t - \mu_{b_u}^t \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{b_u}^t \right) - \left(\mu_{t_u}^{t-\Delta t} \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{t_u}^{t-\Delta t} - \mu_{b_u}^{t-\Delta t} \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{b_u}^{t-\Delta t} \right) \right] r_{P_u} dr_n + \\
& \frac{1}{\text{Re}} (2\mu_{t_u}^t - \mu_{t_u}^{t-\Delta t}) \left(\frac{U_{T_u}^{t+\Delta t} - U_{P_u}^{t+\Delta t}}{dz_t} \right) r_{P_u} dr_n - \frac{1}{\text{Re}} (2\mu_{b_u}^t - \mu_{b_u}^{t-\Delta t}) \left(\frac{U_{P_u}^{t+\Delta t} - U_{B_u}^{t+\Delta t}}{dz_b} \right) r_{P_u} dr_n
\end{aligned} \tag{A2.18}$$

$$\frac{1}{\text{Re}} \int_{s_u}^{n_u} \int_{b_u}^{t_u} \left[-2\mu \frac{U}{r^2} \right]^{t+\Delta t} r dr dz = -\frac{2}{\text{Re}} (2\mu^t - \mu^{t-\Delta t}) \frac{U_{P_u}^{t+\Delta t}}{r_{P_u}} dr_n \Delta z_p \tag{A2.19}$$

Les termes intégrés sont réarrangés dans une équation de discrétisation algébrique sous la forme standard :

$$A_P U_{P_u}^{t+\Delta t} = A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + A_T U_{T_u}^{t+\Delta t} + A_B U_{B_u}^{t+\Delta t} + S_u^{t+\Delta t} \tag{A2.20}$$

Avec:

$$A_N = \frac{2}{\text{Re}} (2\mu_{n_u}^t - \mu_{n_u}^{t-\Delta t}) \frac{r_{n_u} \Delta z_p}{dr_{n_u}} \tag{A2.21}$$

$$A_S = \frac{2}{\text{Re}} (2\mu_{s_u}^t - \mu_{s_u}^{t-\Delta t}) \frac{r_{s_u} \Delta z_p}{dr_{s_u}} \tag{A2.22}$$

$$A_T = \frac{1}{\text{Re}} (2\mu_{t_u}^t - \mu_{t_u}^{t-\Delta t}) \frac{r_{P_u} dr_n}{dz_t} \tag{A2.23}$$

$$A_B = \frac{1}{\text{Re}} (2\mu_{b_u}^t - \mu_{b_u}^{t-\Delta t}) \frac{r_{P_u} dr_n}{dz_b} \tag{A2.24}$$

$$A_P = A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{3}{2} \frac{r_{P_u} dr_n \Delta z_p}{\Delta t} + \frac{2}{\text{Re}} (2\mu_{P_u}^t - \mu_{P_u}^{t-\Delta t}) \frac{dr_n \Delta z_p}{r_{P_u}} \tag{A2.25}$$

$$\begin{aligned}
S_u^{t+\Delta t} &= \frac{4U_{p_u}^t}{2\Delta t} r_{p_u} dr_n \Delta z_p - \frac{U_{p_u}^{t-\Delta t}}{2\Delta t} r_{p_u} dr_n \Delta z_p + \\
&\left[(U_{n_u}^{t-\Delta t})^2 - 2(U_{n_u}^t)^2 \right] r_{n_u} \Delta z_p + \left[2(U_{s_u}^t)^2 - (U_{s_u}^{t-\Delta t})^2 \right] r_{s_u} \Delta z_p + \\
&\left[(V_{t_u}^{t-\Delta t} U_{t_u}^{t-\Delta t}) - 2(V_{t_u}^t U_{t_u}^t) \right] r_{p_u} dr_n + \left[2(V_{b_u}^t U_{b_u}^t) - (V_{b_u}^{t-\Delta t} U_{b_u}^{t-\Delta t}) \right] r_{p_u} dr_n + \\
&\frac{1}{\text{Re}} \left[2 \left(\mu_{t_u}^t \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{t_u}^t - \mu_{b_u}^t \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{b_u}^t \right) - \left(\mu_{t_u}^{t-\Delta t} \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{t_u}^{t-\Delta t} - \mu_{b_u}^{t-\Delta t} \frac{\partial V}{\partial r} \Big|_{b_u}^{t-\Delta t} \right) \right] r_{p_u} dr_n + \\
&(P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) r_{p_u} \Delta z_p
\end{aligned} \tag{A2.26}$$

$$S_u^{t+\Delta t} = B_u^{t+\Delta t} + (P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) r_{p_u} \Delta z_p \tag{A2.27}$$

A.2.2.2 Discrétisation de l'équation de la quantité de mouvement suivant z

Tous les termes de l'équation de la quantité de mouvement suivant z sont multipliés par $r dr dz$ et double intégrés entre les limites du volume fini décalé suivant z . Ces limites sont ci-après dénommées: n_v , s_v , t_v et b_v . Le centre du volume fini décalé est dénommé P_v . Le volume fini considéré est adjacent à quatre volumes finis. Les centres de ces volumes sont : N_v , S_v , T_v et B_v .

Terme transitoire:

$$\int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial V}{\partial t} \Big|^{t+\Delta t} r dr dz = \left[\frac{3V_{P_v}^{t+\Delta t} - 4V_{P_v}^t + V_{P_v}^{t-\Delta t}}{2\Delta t} \right] r_p \Delta r_p dz_t \tag{A2.28}$$

Termes convectifs:

$$\begin{aligned}
\int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} (rUV) \Big|^{t+\Delta t} r dr dz &= 2 \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} (rUV) \Big|^t r dr dz - \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} (rUV) \Big|^{t-\Delta t} r dr dz \\
&= \left[2 \left(r_{n_v} U_{n_v}^t V_{n_v}^t - r_{s_v} U_{s_v}^t V_{s_v}^t \right) - \left(r_{n_v} U_{n_v}^{t-\Delta t} V_{n_v}^{t-\Delta t} - r_{s_v} U_{s_v}^{t-\Delta t} V_{s_v}^{t-\Delta t} \right) \right] dz_t
\end{aligned} \tag{A2.29}$$

$$\begin{aligned}
\int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial}{\partial z} (vV) \Big|^{t+\Delta t} r dr dz &= 2 \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial}{\partial z} (vV) \Big|^t r dr dz - \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial}{\partial z} (vV) \Big|^{t-\Delta t} r dr dz \\
&= \left[2 \left(V_{t_v}^t V_{t_v}^t - V_{b_v}^t V_{b_v}^t \right) - \left(V_{t_v}^{t-\Delta t} V_{t_v}^{t-\Delta t} - V_{b_v}^{t-\Delta t} V_{b_v}^{t-\Delta t} \right) \right] r_p \Delta r_p
\end{aligned} \tag{A2.30}$$

Terme de pression:

$$\int_{w_v}^{e_v} \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \left(-\frac{\partial P}{\partial z} \right)^{t+\Delta t} r dr dz = (P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}) r_P \Delta r_P \quad (\text{A2.31})$$

Termes diffusifs:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu^{t+\Delta t} \left(\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^{t+\Delta t} + \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^{t+\Delta t} \right) \right] r dr dz = \\ & \frac{1}{\text{Re}} 2 \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu^t \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^t \right] dr dz - \frac{1}{\text{Re}} \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu^{t-\Delta t} \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^{t-\Delta t} \right] dr dz + \\ & \frac{1}{\text{Re}} \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial}{\partial r} \left[(2\mu^t - \mu^{t-\Delta t}) r \left(\frac{\partial V}{\partial r} \right)^{t+\Delta t} \right] dr dz = \quad (\text{A2.32}) \\ & \frac{1}{\text{Re}} \left[2 \left(\mu_{n_v}^t r_{n_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{n_v}^t - \mu_{s_v}^t r_{s_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{s_v}^t \right) - \left(\mu_{n_v}^{t-\Delta t} r_{n_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{n_v}^{t-\Delta t} - \mu_{s_v}^{t-\Delta t} r_{s_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{s_v}^{t-\Delta t} \right) \right] dz_t + \\ & \frac{1}{\text{Re}} (2\mu_{n_v}^t - \mu_{n_v}^{t-\Delta t}) \left[r_{n_v} \left(\frac{V_{N_v}^{t+\Delta t} - V_{P_v}^{t+\Delta t}}{dr_n} \right) \right] dz_t - \frac{1}{\text{Re}} (2\mu_{s_v}^{t-\Delta t} - \mu_{s_v}^{t-\Delta t}) \left[r_{s_v} \left(\frac{V_{P_v}^{t+\Delta t} - V_{S_v}^{t+\Delta t}}{dr_s} \right) \right] dz_t \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\text{Re}} \int_{s_v}^{n_v} \int_{b_v}^{t_v} \frac{\partial}{\partial z} \left(2\mu \frac{\partial V}{\partial z} \right)^{t+\Delta t} r dr dz = \\ & \frac{1}{\text{Re}} \left\{ 2 \left[2\mu^t \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^{t+\Delta t} \Big|_{b_v}^{t_v} - \left[2\mu^{t-\Delta t} \left(\frac{\partial V}{\partial z} \right)^{t+\Delta t} \Big|_{b_v}^{t_v} \right] \right\} r_P \Delta r_P = \quad (\text{A2.33}) \\ & \frac{1}{\text{Re}} \left[2(2\mu_{t_v}^t - \mu_{t_v}^{t-\Delta t}) \left(\frac{V_{T_v}^{t+\Delta t} - V_{P_v}^{t+\Delta t}}{\Delta z_T} \right) \right] r_P \Delta r_P - \frac{1}{\text{Re}} \left[2(2\mu_{b_v}^t - \mu_{b_v}^{t-\Delta t}) \left(\frac{V_{P_v}^{t+\Delta t} - V_{B_v}^{t+\Delta t}}{\Delta z_P} \right) \right] r_P \Delta r_P \end{aligned}$$

Les termes intégrés sont réarrangés dans une équation de discrétisation algébrique sous la forme standard :

$$A_P V_{P_v}^{t+\Delta t} = A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + A_T V_{T_v}^{t+\Delta t} + A_B V_{B_v}^{t+\Delta t} + S_v^{t+\Delta t} \quad (\text{A2.34})$$

Avec:

$$A_N = \frac{1}{\text{Re}} \left(2\mu_{n_v}^t - \mu_{n_v}^{t-\Delta t} \right) \frac{r_{n_v} dz_t}{dr_n} \quad (\text{A2.35})$$

$$A_S = \frac{1}{\text{Re}} \left(2\mu_{s_v}^t - \mu_{s_v}^{t-\Delta t} \right) \frac{r_{s_v} dz_t}{dr_s} \quad (\text{A2.36})$$

$$A_T = \frac{2}{\text{Re}} \left(2\mu_{t_v}^t - \mu_{t_v}^{t-\Delta t} \right) \frac{r_p \Delta r_p}{\Delta z_T} \quad (\text{A2.37})$$

$$A_B = \frac{2}{\text{Re}} \left(2\mu_{b_v}^t - \mu_{b_v}^{t-\Delta t} \right) \frac{r_p \Delta r_p}{\Delta z_P} \quad (\text{A2.38})$$

$$A_P = A_N + A_S + A_T + A_B + \frac{3}{2} \frac{r_p \Delta r_p dz_t}{\Delta t} \quad (\text{A2.39})$$

$$\begin{aligned} S_v^{t+\Delta t} &= \frac{4V_{p_v}^t}{2\Delta t} r_p \Delta r_p dz_t - \frac{V_{p_v}^{t-\Delta t}}{2\Delta t} r_p \Delta r_p dz_t + \\ &\left[-2 \left(r_{n_v} U_{n_v}^t V_{n_v}^t - r_{s_v} U_{s_v}^t V_{s_v}^t \right) + \left(r_{n_v} U_{n_v}^{t-\Delta t} V_{n_v}^{t-\Delta t} - r_{s_v} U_{s_v}^{t-\Delta t} V_{s_v}^{t-\Delta t} \right) \right] dz_t + \\ &\left[-2 \left(V_{t_v}^t V_{t_v}^t - V_{b_v}^t V_{b_v}^t \right) + \left(V_{t_v}^{t-\Delta t} V_{t_v}^{t-\Delta t} - V_{b_v}^{t-\Delta t} V_{b_v}^{t-\Delta t} \right) \right] r_p \Delta r_p + \\ &\frac{1}{\text{Re}} \left[2 \left(\mu_{n_v}^t r_{n_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{n_v}^t - \mu_{s_v}^t r_{s_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{s_v}^t \right) - \left(\mu_{n_v}^{t-\Delta t} r_{n_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{n_v}^{t-\Delta t} - \mu_{s_v}^{t-\Delta t} r_{s_v} \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{s_v}^{t-\Delta t} \right) \right] dz_t + \\ &\left(P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t} \right) r_p \Delta r_p \end{aligned} \quad (\text{A2.40})$$

$$S_v^{t+\Delta t} = B_v^{t+\Delta t} + \left(P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t} \right) r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.41})$$

A.2.3 Discrétisation de l'équation de continuité

L'équation de continuité est discrétisée dans un volume fini typique:

$$\int_s^n \int_b^t \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) + \frac{\partial V}{\partial z} \right] r dr dz = 0 \quad (\text{A2.42})$$

$$\int_s^n \int_b^t \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) \Big|^{t+\Delta t} r dr dz = \left(r_n U_n^{t+\Delta t} - r_s U_s^{t+\Delta t} \right) \Delta z_p \quad (\text{A2.43})$$

$$\int_s^n \int_b^t \frac{\partial V}{\partial z} \Big|^{t+\Delta t} r dr dz = \left(V_t^{t+\Delta t} - V_b^{t+\Delta t} \right) r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.44})$$

Et on obtient l'équation de continuité discrétisée:

$$\left(r_n U_n^{t+\Delta t} - r_s U_s^{t+\Delta t}\right) \Delta z_p + \left(V_t^{t+\Delta t} - V_b^{t+\Delta t}\right) r_p \Delta r_p = 0 \quad (\text{A2.45})$$

A.2.4 Equations de la pression et de correction de la pression

La résolution des systèmes d'équations algébriques des vitesses nécessite la connaissance du champ de pression qui apparaît dans les termes des sources. Ce champ est généralement inconnu. Une équation de discrétisation de la pression, à chaque point du calcul, est nécessaire pour une estimation de la pression. Cette estimation doit être corrigée. L'utilisation des équations de discrétisation des vitesses dans l'équation de discrétisation de continuité permet l'obtention d'une équation de discrétisation de la pression.

Reconsidérons l'équation de quantité de mouvement suivant r :

$$A_p U_{P_u}^{t+\Delta t} = A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + A_T U_{T_u}^{t+\Delta t} + A_B U_{B_u}^{t+\Delta t} + B_u^{t+\Delta t} + \left(P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}\right) r_{P_u} \Delta z_p \quad (\text{A2.46})$$

Notons que la position P_u du maillage décalé est confondue avec la position n du maillage typique. On divisant cette équation par A_p on obtient :

$$U_n^{t+\Delta t} = \hat{U}_n^{t+\Delta t} + d_n \left(P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}\right) \quad (\text{A2.47})$$

Avec la pseudo vitesse:

$$\hat{U}_n^{t+\Delta t} = \frac{A_N U_{N_u}^{t+\Delta t} + A_S U_{S_u}^{t+\Delta t} + A_T U_{T_u}^{t+\Delta t} + A_B U_{B_u}^{t+\Delta t} + B_u^{t+\Delta t}}{A_p} \quad (\text{A2.48})$$

et

$$d_n = \frac{r_n \Delta z_p}{A_p} \quad (\text{A2.49})$$

De manière similaire, à la position s on a :

$$U_s^{t+\Delta t} = \hat{U}_s^{t+\Delta t} + d_s \left(P_S^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t}\right) \quad (\text{A2.50})$$

$$d_s = \frac{r_s \Delta z_p}{A_p} \quad (\text{A2.51})$$

Reconsidérons l'équation de quantité de mouvement suivant z :

$$A_p V_{P_v}^{t+\Delta t} = A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + A_T V_{T_v}^{t+\Delta t} + A_B V_{B_v}^{t+\Delta t} + B_v^{t+\Delta t} + \left(P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}\right) r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.52})$$

Notons que la position P_v du maillage décalé est confondue avec la position t du maillage typique. On divisant cette équation par A_p on obtient :

$$V_t^{t+\Delta t} = \hat{V}_t^{t+\Delta t} + d_t \left(P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}\right) \quad (\text{A2.53})$$

Avec la pseudo vitesse :

$$\hat{V}_{P_v}^{t+\Delta t} = \frac{A_N V_{N_v}^{t+\Delta t} + A_S V_{S_v}^{t+\Delta t} + A_T V_{T_v}^{t+\Delta t} + A_B V_{B_v}^{t+\Delta t} + B_v^{t+\Delta t}}{A_p} \quad (\text{A2.54})$$

et

$$d_t = \frac{r_p \Delta r_p}{A_p} \quad (\text{A2.55})$$

De manière similaire, à la position b on a :

$$V_b^{t+\Delta t} = \hat{V}_b^{t+\Delta t} + d_b (P_B^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.56})$$

$$d_b = \frac{r_p \Delta r_p}{A_p} \quad (\text{A2.57})$$

Et donc on a les expressions des vitesses en fonction des pseudos vitesses :

$$U_n^{t+\Delta t} = \hat{U}_n^{t+\Delta t} + d_n (P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.58})$$

$$U_s^{t+\Delta t} = \hat{U}_s^{t+\Delta t} + d_s (P_S^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.59})$$

$$V_t^{t+\Delta t} = \hat{V}_t^{t+\Delta t} + d_t (P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.60})$$

$$V_b^{t+\Delta t} = \hat{V}_b^{t+\Delta t} + d_b (P_B^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.61})$$

Si on remplace ces quatre équations dans l'équation de discrétisation de continuité :

$$(r_n U_n^{t+\Delta t} - r_s U_s^{t+\Delta t}) \Delta z_p + (V_t^{t+\Delta t} - V_b^{t+\Delta t}) r_p \Delta r_p = 0 \quad (\text{A2.62})$$

On obtient l'équation de discrétisation de pression :

$$A_p P_P^{t+\Delta t} = A_N P_N^{t+\Delta t} + A_S P_S^{t+\Delta t} + A_T P_T^{t+\Delta t} + A_B P_B^{t+\Delta t} + S_p \quad (\text{A2.63})$$

$$A_N = d_n r_n \Delta z_p \quad (\text{A2.64})$$

$$A_S = d_s r_s \Delta z_p \quad (\text{A2.65})$$

$$A_T = d_t r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.66})$$

$$A_B = d_b r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.67})$$

$$A_p = A_N + A_S + A_T + A_B \quad (\text{A2.68})$$

$$S_p = [r_s \hat{U}_s^{t+\Delta t} - r_n \hat{U}_n^{t+\Delta t}] \Delta z_p + [\hat{V}_b^{t+\Delta t} - \hat{V}_t^{t+\Delta t}] r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.69})$$

Les équations de discrétisation du champ de vitesse et du champ de pression obtenues dépendent l'une de l'autre. On ne peut tirer la pression sans la connaissance des vitesses (et les pseudo-vitesses) ainsi que l'on ne peut tirer la vitesse sans connaître la pression. On peut comprendre qu'il faudrait des séquences successives (itératives) d'estimation et de correction de la vitesse et de la pression pour aboutir un champ de pression et un champ de vitesses corrects.

Supposons que:

$$P = P^* + P' \text{ et } U = U^* + U', \quad V = V^* + V'$$

U^* , V^* sont les vitesses estimées associées à la pression estimée P^* .

U' , V' sont les corrections des vitesses associées à la correction de pression P' .

Les corrections des vitesses sont dépendantes des corrections de la pression, et suivant la procédure recommandée par S. Patankar (1980), les vitesses sont corrigées avec les corrections de la pression comme suit :

$$U_n^{t+\Delta t} = U_n^{*t+\Delta t} + d_n (P_P^{t+\Delta t} - P_N^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.70})$$

$$U_s^{t+\Delta t} = U_s^{*t+\Delta t} + d_s (P_S^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.71})$$

$$V_t^{t+\Delta t} = V_t^{*t+\Delta t} + d_t (P_P^{t+\Delta t} - P_T^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.72})$$

$$V_b^{t+\Delta t} = V_b^{*t+\Delta t} + d_b (P_B^{t+\Delta t} - P_P^{t+\Delta t}) \quad (\text{A2.73})$$

L'introduction de ces expressions dans l'équation de continuité discrétisée permettra l'obtention d'une équation de discrétisation de la correction de pression P' :

$$A_P P_P^{t+\Delta t} = A_T P_T^{t+\Delta t} + A_B P_B^{t+\Delta t} + A_N P_N^{t+\Delta t} + A_S P_S^{t+\Delta t} + S_{p'} \quad (\text{A2.74})$$

$$A_N = d_n r_n \Delta z_p \quad (\text{A2.75})$$

$$A_S = d_s r_s \Delta z_p \quad (\text{A2.76})$$

$$A_T = d_t r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.77})$$

$$A_B = d_b r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.78})$$

$$A_p = A_N + A_S + A_T + A_B \quad (\text{A2.79})$$

$$S_{p'} = [r_s U_s^{*t+\Delta t} - r_n U_n^{*t+\Delta t}] \Delta z_p + [V_b^{*t+\Delta t} - V_t^{*t+\Delta t}] r_p \Delta r_p \quad (\text{A2.80})$$

A.2.5 Algorithme de calcul SIMPLER

La résolution des systèmes d'équations de discrétisation des champs de vitesse et de la pression suit l'algorithme SIMPLER (Semi-Implicit-Pressure-Linked-Equation-Revised) Patankar (1980). Les différentes étapes de cet algorithme sont les suivantes :

1. Initialisation d'un champ de vitesse.
2. On incrémente le temps d'un pas.
3. Calcul des coefficients des équations de discrétisation des équations des quantités de mouvement et des pseudos vitesses \hat{U}, \hat{V} .
4. Utilisation des pseudo-vitesses calculées pour calculer la source de l'équation de la pression. Calcul des coefficients de discrétisation de cette équation de pression.
5. Résolution de l'équation de pression pour tirer la pression P . Considérer cette solution P comme étant une pression estimée P^* .
6. Résolution des équations de discrétisation des vitesses pour obtenir ces dernières. Considérer ces vitesses comme des estimations U^*, V^* .
7. Utilisation de ces vitesses estimées U^*, V^* pour calculer la source de l'équation de correction de la pression.
8. Résolution de l'équation de correction de la pression pour tirer la correction de pression P' .
9. A l'aide de la correction de la pression P' , corriger les vitesses.
10. Mise à jour des viscosités en fonction des gradients des vitesses
11. Si le régime stationnaire est atteint arrêter le calcul, sinon aller à l'étape 2.

A.2.5 Résolution d'un système d'équations de discrétisation

Dans cette étude, la solution des systèmes d'équations de discrétisation des vitesses sont résolus par la méthode de Gauss-Seidel. Les systèmes d'équations de discrétisation de la pression et de la correction de pression sont résolus par la méthode de balayage qui utilise l'algorithme de Thomas Patankar (1980).

ملخص

المشاكل البيئية الناتجة عن تأثير الإنسان على طبقة الأوزون ، والتي كانت القضية الرئيسية لبروتوكول مونتريال (1989) فضلا عن انبعاث غازات المسببة للاحتباس الحراري و الذي أصبح موضوع بروتوكول كيوتو (1997) قد أسرع البحث والتطوير لإيجاد حلول جديدة في مجال صناعة التبريد.

المساهمتان المهمتان التي حققت هما وضع بدائل للموائع المبردة التقليدية وتخفيض كمية الموائع المبردة الأولية في وحدات ونظم التبريد. مساهمتنا تكمن في الحل الثاني، أي استخدام موائع التبريد الثانوية التي تتألف من حالتين السائلة والصلبة وتسمى أيضا **طين الجليد**، أي المرحلة الصلبة تنقسم إلى بلورات صغيرة في الناقل السائل، في حالتنا في محلول مائي متكون من البروبيلين غليكول (MPG) كمادة مضافة.

وتعرض هذه الرسالة دراسة تجريبية، نظرية ورقمية للتدفقات الطين الجليد . تركيز هذه المادة المضافة يتراوح بين 5 % و 25 % مما يؤدي إلى انخفاض درجات الحرارة من 0 درجة مئوية إلى -15 درجة مئوية التي تقابلها كسور في الكتلة الجليدية تتراوح بين 5 % و 25 %.

النتائج التجريبية تظهر أن طين الجليد له في الغالب تصرف غير نيوتوني و في بعض الحالات يتكون السريير المتحرك تم تطبيق نموذج الريولوجية ل Ostwald-de Waele من أجل وصف تصرف طين الجليد.

البرنامج الرقمي المستخدم أعطى نتائج قريبة من النتائج التجريبية إلا أن بالنسبة للتصرف يستلزم استعمال شبكة أصغر. أما بالنسبة للسريير المتحرك يقتضي دراسة عميقة و ذلك باستعمال نموذج للحالتين الصلبة - السائلة .

الكلمات الرئيسية: البيئة، مائع تبريد ثانوي، مادة مضافة، تدفق سائل- صلب، ريولوجي، تجريبية، دراسة رقمية،

.Ostwald-de Waele

Résumé

Les problèmes environnementaux créés par l'impact humain sur la couche d'ozone, a été la principale question du protocole de Montréal (1989) ainsi que les émissions de gaz provoquant l'effet de serre et qui deviennent le sujet du protocole de Kyoto (1997) ont accéléré la recherche et le développement de nouvelles solutions dans l'industrie du froid. Les deux contributions les plus importantes qui ont été obtenus sont le remplacement des fluides frigorigènes conventionnels et l'abaissement des charges primaires du fluide frigorigène dans les systèmes de réfrigération. Notre contribution s'inscrit dans la deuxième solution, à savoir l'utilisation d'un fluide frigoporteur diphasique liquide –solide appelé aussi coulis de glace, ie phase solide divisée en petits cristaux dans un support liquide, dans notre cas la solution aqueuse est à base du monopropylène de glycol (MPG) en tant qu'additif.

Cette thèse présente une étude expérimentale, analytique et numérique des écoulements des coulis de glace. La concentration du soluté varie entre 5% et 25% conduisant à des températures de congélation entre -15°C et 0°C qui correspondent à des fractions massiques de glace de l'ordre de 5% et 25%.

Les résultats expérimentaux montrent que le comportement du coulis de glace est généralement non-Newtonien et parfois le lit mouvant se produit dans certaines conditions.

Le modèle rhéologique d'Ostwald-de Waele a été appliqué dans la présente étude pour décrire le comportement des coulis de glace.

Le code numérique qui a été utilisé peut être considéré comme très fiable car il a donné des résultats qui sont très proches des résultats expérimentaux. Seulement pour un comportement dilatant, il est suggéré d'utiliser une grille plus fine. Le cas du lit mouvant nécessite plus de recherche qui pourrait permettre de le simuler par un modèle diphasique solide -liquide spécifique.

Mots clé : *Environnement, Fluide frigoporteur, Additif, Ecoulement solide-liquide, Rhéologie, Ostwald-de Waele, Expérimental, Simulation numérique.*

Abstract

The environmental problems produced by the human impact on the ozone layer, which was the main issue of the Montreal protocol (1989) as well as the gas emissions causing the greenhouse effect and being the topic of the Kyoto protocol (1997) have accelerated research and development for new solutions in the refrigeration industry. The two most important contributions which were achieved were the replacements of conventional refrigerants and the lowering of primary refrigerant charges in refrigeration units and systems. Our contribution is in the second solution, namely the use of a refrigerant fluid two-phase liquid-solid also called ice slurry, ie solid phase divided into small crystals in a liquid carrier, in our case the aqueous solution of propylene glycol (MPG).

This thesis presents an experimental, analytical and numerical investigation of ice slurry flows. The concentration of this additive varies between 5 % and 25 % leading to a freezing temperatures laying between of -15 °C to 0 °C which correspond to ice mass fractions in the range of 5 % and 25 %.

The experimental results show that the behaviour of ice slurries is generally non-Newtonian and in some conditions the moving bed occurs.

The rheological model of Ostwald-de Waele is applied in the present study to describe the behavior of ice slurry

The numerical code which was used can be considered very reliable as it gave results which are very close to experimental results. Only for a shear thickening behaviour, it is suggested to use finer grid. The moving bed case requires more research that may allow the modelling of the separate motions of the solid - liquid phases.

Key words: *Environnement, Secondary refrigerant, Additive, solid-liquid flow, Rheological, Ostwald-de Waele, Experimental, Numerical simulation.*

ملخص

المشاكل البيئية الناتجة عن تأثير الإنسان على طبقة الأوزون ، والتي كانت القضية الرئيسية لبروتوكول مونتريال (1989) فضلا عن انبعاث غازات المسببة للاحتباس الحراري و الذي أصبح موضوع بروتوكول كيوتو (1997) قد أسرع البحث والتطوير لإيجاد حلول جديدة في مجال صناعة التبريد. مساهمتنا تكمن في هذا الإطار ، أي استخدام موائع التبريد الثانوية التي تتألف من حالتين السائلة والصلبة وتسمى أيضا طين الجليد. وتعرض هذه الرسالة دراسة تجريبية نظرية ورقمية للتدفقات الطين الجليد . تركيز هذه المادة المضافة يتراوح بين 5 % و 25 % مما يؤدي إلى انخفاض درجات الحرارة من 0 درجة مئوية إلى -15 درجة مئوية التي تقابلها كسور في الكتلة الجليدية تتراوح بين 5 % و 25 %.

النتائج التجريبية تظهر أن طين الجليد له في أغلب تصريف غير نيوتوني و في بعض الحالات يتكون السريبر المتحرك. تم تطبيق نموذج ريبولوج Ostwald-de Waele من أجل وصف تصريف طين الجليد.

البرنامج الرقمي المستخدم أعطى نتائج قريبة من النتائج التجريبية إلا أن بالنسبة للتصريف يستلزم استعمال شبكة أصغر. اما بالنسبة للسريبر المتحرك يقتضي دراسة عميقة و ذلك باستعمال نموذج للحالتين السائلة-الصلبة.

الكلمات الرئيسية: البيئة، مائع تبريد ثانوي، مادة مضافة، تدفق سائل-صلب، ريبولوجي، تجريبية، دراسة رقمية،

.Ostwald-de Waele

Résumé

Les problèmes environnementaux créés par l'impact humain sur la couche d'ozone, a été la principale question du protocole de Montréal (1989) ainsi que les émissions de gaz provoquant l'effet de serre et qui deviennent le sujet du protocole de Kyoto (1997) ont accéléré la recherche et le développement de nouvelles solutions dans l'industrie du froid. Notre contribution s'inscrit dans ce contexte, à savoir l'utilisation d'un fluide frigoporteur diphasique liquide –solide appelé aussi coulis de glace, Cette thèse présente une étude expérimentale, analytique et numérique des écoulements des coulis de glace. La concentration du soluté varie entre 5% et 25% conduisant à des températures de congélation entre -15 ° C et 0 ° C qui correspondent à des fractions massiques de glace de l'ordre de 5% et 25%. Les résultats expérimentaux montrent que le comportement du coulis de glace est généralement non-Newtonien et parfois le lit mouvant se produit dans certaines conditions. Le modèle rhéologique d'Ostwald-de Waele a été appliqué dans la présente étude pour décrire le comportement des coulis de glace. Le code numérique qui a été utilisé peut être considéré comme très fiable car il a donné des résultats qui sont très proches des résultats expérimentaux. Seulement pour un comportement dilatant, il est suggéré d'utiliser une grille plus fine. Le cas du lit mouvant nécessite plus de recherche qui pourrait permettre de le simuler par un modèle diphasique solide -liquide spécifique.

Mots clé : *Environnement, Fluide frigoporteur, Additif, Ecoulement solide-liquide, Rhéologie, Ostwald-de Waele, Expérimental, Simulation numérique.*

Abstract

The environmental problems produced by the human impact on the ozone layer, which was the main issue of the Montreal protocol (1989) as well as the gas emissions causing the greenhouse effect and being the topic of the Kyoto protocol (1997) have accelerated research and development for new solutions in the refrigeration industry. Our contribution is in this context, namely the use of refrigerant fluid two-phase liquid-solid also called ice slurry. This thesis presents an experimental, analytical and numerical investigation of ice slurry flows. The concentration of this additive varies between 5 % and 25 % leading to a freezing temperatures laying between of -15 °C to 0 °C which correspond to ice mass fractions in the range of 5 % and 25 %. The experimental results show that the behaviour of ice slurries is generally non-Newtonian and in some conditions the moving bed occurs. The rheological model of Ostwald-de Waele is applied in the present study to describe the behavior of ice slurry. The numerical code which was used can be considered very reliable as it gave results which are very close to experimental results. Only for a shear thickening behaviour, it is suggested to use finer grid. The moving bed case requires more research that may allow the modelling of the separate motions of the solid - liquid phases.

Key words: *Environnement, Secondary refrigerant, Additive, solid-liquid flow, Rheological, Ostwald-de Waele, Experimental, Numerical simulation.*

SOUHEILA MELLARI

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE, Route Ein El Bey 25001, ALGERIE