

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mentouri Constantine

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département de Génie Climatique

N° d'ordre :

N° de série :

Thèse présentée pour l'obtention du diplôme de
Docteur en Sciences

Spécialité
Génie Climatique

Thème
**Etude des transferts de chaleur et de masse
lors de la condensation en film liquide**

Par
MEROUANI Lazhar

Devant le Jury :

Président :

Pr. MENIAI Hacène Abdesselem, Professeur, Université Mentouri Constantine

Rapporteur :

Pr. BELHAMRI Azeddine, Professeur, Université Mentouri Constantine

Examineurs :

Pr. MEZAACHE El-Hacène, Professeur, Université du 20 août 1955 Skikda

Dr. ROUBAH Mohamed Salah, Maître de Conférences, Université Mentouri Constantine

Dr. BENNAMOUN Lyes, Maître de Conférences, Université L. Ben M'hidi Oum-El-Bouaghi

Thèse soutenue le 06 juillet 2011

AVANT-PROPOS

Je tiens tout d'abord à exprimer mes vifs remerciements à M. Azeddine Belhamri, Professeur à l'Université Mentouri de Constantine, pour avoir assuré la direction et le suivi scientifique de cette étude ainsi que pour ses conseils et encouragements tout au long de ce travail.

Que M. Belkacem Zeghami, Professeur à l'Université de Perpignan Via Domitia reçoive l'expression de ma profonde reconnaissance pour m'avoir accueilli au sein de son Laboratoire. Ses critiques constructives et ses nombreux conseils m'ont été très précieux pour la réalisation de ce travail.

Mes sincères remerciements s'adressent également aux personnalités qui ont accepté d'examiner ce travail et participer au jury de cette thèse :

- M. Hacène Abdesselem Meniai, Professeur à l'Université Mentouri de Constantine,
 - M. El-Hacène Mezaache, Professeur à l'Université du 20 août 1955 de Skikda,
 - M. Mohamed Salah Rouabah, Maître de Conférences à l'Université Mentouri Constantine,
 - M. Lyes Bennamoun, Maître de Conférences à l'Université Ben M'hidi d'Oum-El-Bouaghi.
- Qu'ils trouvent ici l'expression de ma profonde gratitude.

Enfin, je salue chaleureusement mes amis et collègues de travail M. Salmi et L. Bordja pour l'aide précieuse et les conseils utiles qu'ils m'ont apportés.

TABLE DES MATIERES

TABLE DES MATIERES	1
NOMENCLATURE	4
INTRODUCTION	7
Chapitre 1. Etude bibliographique	10
1. Généralités	10
2. Modèle analytique de Nusselt	12
3. Condensation de vapeur pure	15
4. Condensation de vapeur en présence de gaz non condensables	20
5. Condensation de vapeur sur une paroi recouverte d'une couche poreuse	30
6. Conclusion	32
Chapitre 2. Formulation du problème	35
1. Modèle physique	35
2. Hypothèses simplificatrices	38
3. Modèle mathématique	40
3.1. Equations de transfert	41
3.2. Conditions aux limites	42
4. Adimensionnalisation	44
5. Transformation des coordonnées	46
5.1. Changement de variables	46
5.2. Equations transformées	47
5.3. Conditions aux limites transformées	49
6. Propriétés thermophysiques des fluides	51
7. Conclusion	52
Chapitre 3. Méthodologie de résolution	53
1. Maillage du domaine	53
2. Discrétisation des équations	54
2.1. Approximation des dérivées partielles	54

2.2. Equation de continuité discrétisée	56
2.3. Equation générale discrète	57
3. Méthodes de résolution numérique	57
3.1. Convergence et sous-relaxation	57
3.2. Calcul des champs de vitesse axiale et de pression	58
3.3. Calcul des champs de température et de concentration en vapeur	60
4. Méthode de calcul de l'épaisseur de film liquide	62
5. Initialisations des profils de vitesse et température du liquide	63
6. Algorithme de résolution	63
7. Solutions analytiques	64
7.1. Cas de deux cylindres coaxiaux	66
7.2. Cas d'un cylindre vertical	68
8. Validation du modèle	69
8.1. Régime de fin de condensation	69
8.2. Comparaison avec des travaux antérieurs	72
9. Etude de sensibilité au maillage	75
10. Conclusion	76
Chapitre 4. Résultats et analyse	77
1. Introduction	77
2. Evolution des écoulements et transferts par condensation	78
2.1. Profils de vitesse	78
2.2. Profils de température et de concentration en vapeur	81
2.3. Evolution de l'épaisseur et du débit de film	84
2.4. Evolution de la pression	85
2.5. Flux thermique	86
2.6. Fin de condensation	88
3. Influence des conditions opératoires	89
3.1. Influence du nombre de Reynolds	90
3.2. Influence de la concentration en vapeur	92
3.3. Influence de la pression d'entrée	96
3.4. Influence de l'écart de température ΔT	98
3.5. Influence du type de gaz non condensable	100
3.6. Influence du facteur de forme	102

3.7. Influence du coefficient de convection externe	104
4. Condensation de mélanges air-fluides frigorigènes	106
5. Influence des propriétés de la couche poreuse	110
6. Quelques problèmes particuliers	113
7. Conclusion	114
 CONCLUSION	 115
 Annexe 1. Propriétés des milieux poreux	 117
1. Introduction	117
2. Modèles d'écoulement en milieu poreux	117
3. Equation de conservation de l'énergie	121
Annexe 2. Propriétés thermophysiques des fluides	122
1. Propriétés de l'eau liquide	122
2. Propriétés des gaz non condensables	123
3. Propriétés de la vapeur d'eau	125
4. Propriétés des mélanges gaz-vapeur	126
5. Propriétés thermophysiques des fluides frigorigènes	130
Annexe 3. Paramètres adimensionnels	133
Annexe 4. Algorithmes de résolution des systèmes algébriques d'équations	135
1. Méthode de Thomas	135
2. Méthode de Gauss réadaptée	136
Liste des figures	138
Liste des tableaux	141
REFERENCES	142
RESUME	148

NOMENCLATURE

Symbole	Définition	Unité SI
C	Fraction massique de vapeur dans le gaz	kg vapeur/kg mélange
c_{pk}	Chaleur massique isobare du fluide k	$J.kg^{-1}.K^{-1}$
D_v	Coefficient de diffusion de la vapeur dans le gaz	$m^2.s^{-1}$
e	Epaisseur de paroi solide	m
F	Coefficient de Forchheimer	/
g	Accélération de la pesanteur	$g = 9.8 m.s^{-2}$
G	Gradient axial de pression [$G = dP/dz$]	$Pa.m^{-1}$
G_k	Gradient de pression motrice [$G_k = G - \rho_k g$]	$Pa.m^{-1}$
h	Coefficient de transfert de chaleur par convection	$W.m^{-2}.K^{-1}$
H_r	Humidité relative du mélange air-vapeur d'eau	/
i, j	indices de maillage suivant les directions η et z	/
J_v	Densité de flux massique local	$kg.m^{-2}.s^{-1}$
K	Perméabilité	m^2
L	Hauteur des cylindres	m
L_c	Chaleur latente de condensation	$J.kg^{-1}$
M_k	Masse molaire du fluide k	$kg.mol^{-1}$
M_1	Nombre de noeuds sur la distance L_1 suivant z	/
M	Nombre total de noeuds suivant z	/
$N_M,$ N_L, N_P	Nombre de noeuds suivant η dans le mélange gazeux, dans le film liquide, dans la couche poreuse	/
P	Pression	Pa
q'_k	Débit massique par unité de largeur du fluide k	$kg.s^{-1}.m^{-1}$
q_k	Débit massique du fluide k	$kg.s^{-1}$
r	Coordonnée radiale	m
R	Constante des gaz parfaits	$R=8.314 J.mol^{-1}.K^{-1}$
R', R	Rayon interne, rayon externe	m
T	Température	K
U	Composante axiale de la vitesse	$m.s^{-1}$
V	Composante radiale de la vitesse	$m.s^{-1}$
z	Coordonnée axiale	m

Lettres grecques		
α	Diffusivité thermique	m^2/s
ρ	Masse volumique du fluide	kg/m^3
μ	Viscosité dynamique	$kg.m^{-1}.s^{-1}$
λ	Conductivité thermique	$W.m^{-1}.K^{-1}$
ν	Viscosité cinématique	m^2/s
ε	Porosité	/
$\Delta\eta_k$	Pas d'espace suivant η dans le fluide k	/
Δz	Pas d'espace suivant z	/
ΔT	Différence de température [$\Delta T = T_0 - T_w$]	K
ϕ	Variables d'état (U, V, T, C) des fluides	
ϕ	Flux thermique à la paroi externe	W
φ	Densité de flux de chaleur à la paroi externe	$W.m^{-2}$
δ	Epaisseur de film liquide	m
η_k	Coordonnées radiales transformées dans le fluide k	/
Ψ_k	Grandeurs définies par les relations (2.5.4), (2.5.8), (2.5.12)	/
η'_k	Grandeurs définies par les relations (2.5.5), (2.5.9), (2.5.13)	/
Nombres adimensionnels		
Bi_k	Nombre de Biot (A3.21)	
c_p^*	Rapport des chaleurs massiques (A3.12)	
Da	Nombre de Darcy (A3.10)	
Ec	Nombre d'Eckert (A3.9)	
e^*	Epaisseur adimensionnelle de la couche poreuse (A3.11)	
F'	Distance adimensionnelle entre parois (A3.1)	
Fr	Nombre de Froude (A3.3)	
Ja	Nombre de Jakob (A3.8)	
Nu	Nombre de Nusselt local (2.4.7)	
Nu'	Nombre de Nusselt local modifié (2.4.12)	
Pr_k	Nombre de Prandtl du fluide k (A3.4), (A3.7)	
Re_L	Nombre de Reynolds liquide (2.2.2)	
Re_0	Nombre de Reynolds d'entrée (A3.2)	

Sc	Nombre de Schmidt (A3.5)
α	Rapport des masses molaires (A3.6)
λ^*, λ_e^*	Rapport des conductivités thermiques (A3.13), (A3.14)
μ^*, μ_e^*	Rapport des viscosités dynamiques (A3.15), (A3.17)
ν_k^*	Rapport des viscosités cinématiques (A3.18)
ρ^*, ρ_k^*	Rapport des masses volumiques (A3.19), (A3.20)
ϕ^*, ϕ'^*	Flux thermique entre 0 et z (2.4.11), (2.4.13)
Indices et exposants	
*	Grandeur adimensionnelle
a	Air
e	Effective (milieu poreux)
f	Fin du processus de condensation
g	Gaz incondensable
i	Interface liquide-mélange gazeux
k	Phase (liquide, mélange gazeux, milieu poreux)
L	Liquide
m	Moyen sur une section z
M	Mélange gazeux
P	Couche poreuse
s	Saturation
v	Vapeur
vs	Vapeur saturante
w	Face extérieure de la paroi
0	A l'entrée (z=0)

INTRODUCTION

La condensation de vapeur est un phénomène qui intervient dans de nombreux domaines de l'industrie tels que les machines frigorifiques et pompes à chaleur, les installations thermiques à vapeur, les échangeurs thermiques et les systèmes de distillation dans les installations de dessalement d'eau de mer. Elle conduit à l'apparition d'une phase liquide en écoulement accompagnée d'un important dégagement de chaleur. L'étude de ce phénomène est ainsi devenue un thème fondamental dans le domaine des écoulements diphasiques et des transferts de chaleur et de masse. Toutefois, sa complexité provient de l'intervention simultanée de plusieurs facteurs :

- les différents types de condensation : en brouillard, en gouttelettes ou en film,
- les régimes d'écoulement : diphasique liquide-vapeur en régime laminaire, ondulatoire ou turbulent, par convection forcée, mixte ou naturelle,
- l'état des fluides : vapeur pure saturée ou surchauffée, mélange de vapeurs ou mélange vapeur-gaz non condensables,
- l'influence d'un grand nombre de paramètres tels que la vitesse, la pression, la température des fluides en écoulement et de la paroi,
- la forme géométrique des dispositifs de condensation : plaque plane verticale, horizontale ou inclinée, paroi interne ou externe d'un cylindre horizontal ou vertical de section circulaire ou elliptique, faisceau de tubes horizontaux, échangeurs tubulaires.

Depuis les travaux de Nusselt [4], plusieurs études expérimentales ont été effectuées sur la condensation en film de vapeurs pures ou de mélanges vapeur-gaz. Les études théoriques sont moins nombreuses et font appel à des modèles monophasiques ou diphasiques, à des corrélations semi-empiriques ou à l'analogie entre transferts de chaleur et de masse. Des hypothèses simplificatrices sont souvent adaptées au problème traité, telles que l'élimination des différents termes intervenant dans les équations (inertie, convection d'enthalpie, gradient de pression, contraintes de cisaillement,...).

Ce travail porte sur l'étude de la condensation en film laminaire de mélanges vapeur-gaz dans des conduites cylindriques verticales à paroi poreuse, en prenant en considération tous les termes importants intervenant dans les équations de transfert formulées dans le cadre des modèles de la couche limite et de Darcy-Brinkman-Forchheimer. L'objectif de ce travail est d'élaborer un modèle diphasique couplé liquide - mélange gazeux - milieu poreux en vue d'étudier les évolutions des écoulements, des transferts de chaleur et de masse et l'influence des différents paramètres sur le processus de condensation. Le mémoire présenté comporte quatre chapitres structurés comme suit :

- Le premier chapitre consiste en une analyse bibliographique des travaux antérieurs effectués sur la condensation. On y présente d'abord le modèle théorique de Nusselt de condensation de vapeur pure saturée sur une plaque verticale, puis une synthèse des principales études concernant la condensation de vapeur pure sur des parois simples ou recouvertes d'une couche poreuse et de mélanges de vapeur - gaz non condensables.

- Le second chapitre concerne la description des modèles physiques étudiés (tube vertical et cylindres coaxiaux), des hypothèses simplificatrices adoptées et de la formulation mathématique du problème. On présente les équations régissant les transferts dans les trois milieux et les conditions aux limites qui leur sont associées. Une transformation des coordonnées spatiales est effectuée sur les systèmes étudiés. Les équations sont ensuite réécrites dans ce nouveau système de coordonnées.

- Le troisième chapitre est consacré à la description des différentes étapes de la procédure de résolution numérique du problème. La méthode retenue est celle des différences finies en schéma implicite. On présente successivement le maillage spatial du domaine physique, la discrétisation des équations et conditions aux limites pour chaque phase, la procédure de résolution numérique des différents systèmes d'équations, puis l'algorithme ayant servi de base au code de calcul élaboré pour ce problème. Des méthodes analytiques correspondant au régime de fin de condensation ont été ensuite élaborées. Le modèle est validé sur la base de la comparaison entre solutions analytiques et numériques puis avec des travaux antérieurs effectués par d'autres auteurs. Enfin, une étude de sensibilité aux pas d'espace est effectuée pour déterminer le maillage optimal.

- Le quatrième chapitre est consacré à la présentation et l'interprétation des résultats obtenus : profils de vitesse et température dans les trois milieux, répartition des concentrations en vapeur dans le mélange gazeux, évolutions de l'épaisseur de film, du débit liquide, du gradient de pression et du flux thermique. Une étude de simulation paramétrique est effectuée afin de déterminer l'influence des différentes conditions opératoires caractéristiques de la

condensation. Une large gamme de paramètres a été considérée: pression, température, humidité relative et nombre de Reynolds d'entrée du mélange gazeux, écart de température entre le fluide et la paroi, facteur de forme dans le cas des cylindres coaxiaux, coefficient convectif externe dans le cas d'une paroi refroidie par convection avec un fluide ambiant, propriétés de la couche poreuse (épaisseur, conductivité thermique effective et perméabilité). Une étude comparative sur la condensation de divers mélanges air-réfrigérants est ensuite menée, suivie d'une analyse sur les phénomènes de renversement du sens de l'écoulement et de condensation interne en milieu poreux.

Enfin, les annexes sont consacrées à la présentation des propriétés thermophysiques des différents fluides considérés et des milieux poreux, des groupements adimensionnels mis en jeu dans les équations de transfert et des algorithmes de Gauss et de Thomas utilisés pour la résolution des systèmes d'équations.

CHAPITRE 1

ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Ce chapitre est consacré à une analyse bibliographique succincte sur le phénomène de condensation en film liquide par convection de vapeur sur des surfaces froides. On présente d'abord quelques rappels théoriques sur les différents types de condensation, puis un aperçu général de quelques travaux de recherche théoriques et expérimentaux menés par différents auteurs, en considérant essentiellement les aspects suivants : la configuration géométrique étudiée, l'état de la vapeur, le régime d'écoulement et la nature des fluides utilisés.

Les principaux résultats obtenus concernent généralement le transfert de chaleur entre vapeur et paroi, l'effet des différents paramètres caractéristiques du processus, l'évolution des grandeurs telles que la vitesse, la concentration, la température, la pression des fluides et l'épaisseur de film liquide. Pour les applications industrielles, le paramètre le plus important est le coefficient de transfert thermique. A cet effet, on trouvera dans la littérature scientifique, un grand nombre de corrélations empiriques proposées par différents auteurs pour des configurations géométriques et conditions expérimentales très variées [1, 2, 3]

En pratique, la vapeur subissant la condensation est soit pure soit mélangée à des gaz non condensables et s'effectue sur une paroi simple ou recouverte d'un matériau poreux. C'est pourquoi l'étude bibliographique présentée ci-dessous se divise en trois parties :

- condensation de vapeur pure ou de mélange de vapeurs,
- condensation de vapeur en présence de gaz non condensables,
- condensation de vapeur sur une paroi recouverte d'une couche poreuse.

1. Généralités

La condensation est un processus physique de changement de phase d'un corps pur de l'état vapeur à l'état liquide. Elle se produit lorsque la vapeur se trouve en contact avec un

milieu dont la température est inférieure à la température de saturation de la vapeur et s'accompagne d'un dégagement de chaleur important. On distingue différents types de condensations selon la mouillabilité de la surface et les différentes formes du condensat obtenu (Fig. 1.1.1):

- La condensation en gouttes :

Elle apparaît quand la surface est contaminée par des impuretés contenues dans la vapeur ou traitée pour éviter le mouillage, ou lorsque le liquide n'adhère pas à la surface. Sur la surface apparaissent des gouttes de condensat qui s'agrandissent au fur et à mesure que le processus se développe, glissent sur la surface ou tombent sous l'effet de la gravité. Du point de vue thermique, ce type de condensation augmente considérablement l'échange de chaleur avec la paroi, puisqu'une partie de la surface froide reste en contact direct avec la vapeur. Le coefficient de transfert thermique est de 10 à 20 fois supérieur à celui de la condensation en film, pouvant atteindre jusqu'à 200 à 300 kW.m⁻².K⁻¹, dans le cas de la condensation en gouttes d'une vapeur à la pression atmosphérique [2, 3]. Cependant, ce type de condensation reste assez rare et les appareils industriels sont généralement dimensionnés en admettant une condensation en film.

- La condensation en film :

Elle se produit dans le cas où la vapeur se condense sur une surface mouillable sous forme d'un film liquide continu. Celui-ci oppose alors une résistance thermique plus grande au passage de la chaleur entre la vapeur et la paroi, du fait de la différence de température de liquide entre l'interface et la paroi et de l'épaisseur croissante du film liquide. Ceci entraîne une nette diminution des transferts thermiques le long de l'écoulement. L'écoulement du condensat sur une paroi plane est caractérisé par le nombre de Reynolds:

$$Re_L = \frac{4q'_L}{\mu_L} \quad (1.1.1)$$

q'_L = débit massique de liquide par unité de largeur de la plaque

μ_L = viscosité dynamique du liquide

Les diverses études expérimentales mettent en évidence trois régimes successifs d'écoulement du condensat [2, 3] :

- laminaire lisse (pour $Re_L \leq 30$),

- laminaire avec vaguelettes à la surface (pour $30 \leq Re_L \leq 1600$),

- turbulent (pour $Re_L \geq 1600$)

Le mode de condensation en film est le plus couramment rencontré dans les installations industrielles. Ce travail se limite à la condensation en film sur des parois froides lisses.

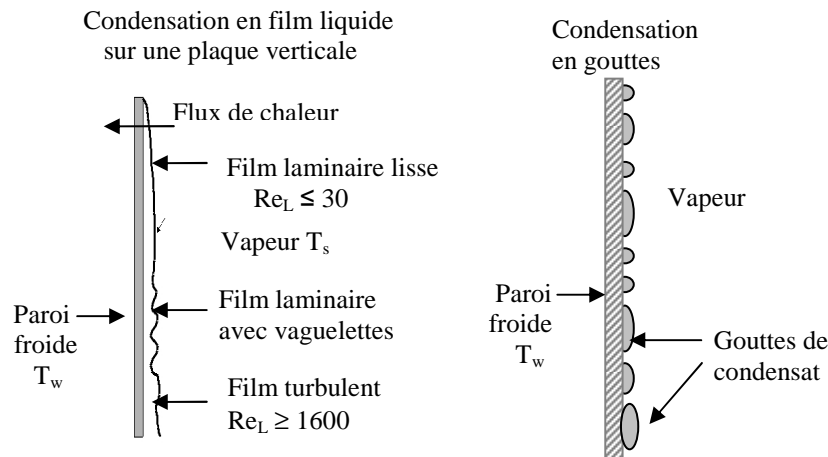


Fig. 1.1.1. Différents types de condensation

2. Modèle analytique de Nusselt

L'étude de la condensation de vapeur est relativement récente. Elle a débuté en 1916 avec les travaux de Nusselt [4] qui a considéré une vapeur pure saturée en contact avec une paroi plane verticale froide. La condensation de vapeur conduit alors à l'apparition d'un film liquide continu ruisselant sur la plaque (Fig. 1.2.1). La résolution analytique des équations du film liquide permet la détermination des profils de température et vitesse, du débit, de l'épaisseur de film liquide et du coefficient de transfert thermique entre vapeur et paroi. L'étude est menée sur la base d'hypothèses très restrictives :

- vapeur pure stagnante saturée à température uniforme T_s ,
- paroi isotherme à température $T_w < T_s$,
- film liquide en écoulement laminaire lisse,
- propriétés physiques constantes,
- termes d'inertie et gradient de pression négligeables dans l'équation du mouvement,
- termes convectifs négligeables dans l'équation de l'énergie,
- contrainte tangentielle et résistance thermique nulles à l'interface liquide-vapeur.

Les équations sont écrites dans le repère (Oyz) , les axes y et z étant respectivement dirigés suivant la normale à la plaque et suivant le sens de l'écoulement. L'équation de mouvement du liquide se simplifie alors considérablement :

$$\mu_L \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \rho_L g = 0 \quad (1.2.1)$$

avec les conditions aux limites suivantes :

$$- \text{à la paroi } (y = 0) : U_L = 0 \quad (1.2.2)$$

$$- \text{à l'interface liquide-vapeur: } (y = \delta) : \frac{\partial U_L}{\partial y} = 0 \quad (1.2.3)$$

δ_z étant l'épaisseur du film liquide (variable selon z)

La résolution analytique de cette équation conduit à un profil parabolique de vitesse liquide :

$$U_L(y, z) = \frac{g}{2\nu_L} (2\delta y - y^2) \quad (1.2.4)$$

Le débit massique par unité de largeur de la plaque à la côte z s'écrit alors:

$$q'_L = \frac{\rho_L \cdot g \cdot \delta^3}{3 \cdot \nu_L} \quad (1.2.5)$$

Par ailleurs, l'élimination des termes de convection dans l'équation de l'énergie du liquide conduit à un profil de température $T_L(y)$ linéaire :

$$T_L(y, z) = (T_s - T_w) \frac{y}{\delta} + T_w \quad (1.2.6)$$

L'épaisseur de film liquide δ est calculée par bilan thermique, en écrivant que la chaleur dégagée libérée par condensation de vapeur à l'interface est transmise à la paroi par conduction à travers le film liquide :

$$\varphi_p = \frac{\lambda_L}{\delta} (T_s - T_w) = L_c \cdot \frac{dq'_L}{dz} \quad (1.2.7)$$

Par intégration entre 0 et z , on en déduit l'épaisseur du condensat :

$$\delta(z) = \left(\frac{4\lambda_L \cdot \mu_L (T_s - T_w)}{L_c \cdot g \cdot \rho_L^2} z \right)^{1/4} \quad (1.2.8)$$

La densité de flux pariétale peut être exprimée comme suit :

$$\varphi_p = h_z (T_s - T_w) \quad (1.2.9)$$

Le coefficient de transfert local h_z s'écrit alors :

$$h_z = \left(\frac{\lambda_L^3 L_c g \rho_L^2}{4\mu_L (T_s - T_w) z} \right)^{1/4} \quad (1.2.10)$$

Le coefficient de transfert thermique moyen s'obtient par intégration sur toute la longueur

L de la plaque:

$$\bar{h} = 0.943 \left(\frac{\lambda_L^3 L_c g \rho_L^2}{\mu_L (T_s - T_w) L} \right)^{1/4} \quad (1.2.11)$$

Cette équation peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\overline{Nu} = 0.943 \left(\frac{Ga \cdot Pr_L}{Ja} \right)^{1/4} \quad (1.2.12)$$

Les nombres adimensionnels \overline{Nu} , Ga , Pr_L , Ja sont respectivement les nombres de Nusselt moyen, Galilée, Prandtl liquide et Jakob définis par les relations suivantes :

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h} \cdot L}{\lambda_L}, \quad Ga = \frac{g \cdot L^3}{\nu_L^2} \quad (1.2.13-14)$$

$$Pr_L = \frac{\mu_L \cdot c_{pL}}{\lambda_L}, \quad Ja = \frac{c_{pL} (T_s - T_w)}{L_c} \quad (1.2.15-16)$$

Ces équations restent valables pour une plaque inclinée en remplaçant g par $g \cdot \cos(\theta)$, θ étant l'angle entre la plaque et la verticale. Par ailleurs, l'extension de l'analyse de Nusselt à la condensation sur la paroi externe d'un cylindre horizontal de diamètre D (Fig. 1.2.2) conduit à la détermination du coefficient moyen de transfert de chaleur entre la paroi du cylindre et la vapeur à condenser comme suit [1]:

$$\overline{h} = 0.725 \left(\frac{L_c g \rho_L^2 \lambda_L^3}{\mu_L (T_s - T_w) D} \right)^{1/4} \quad (1.2.17)$$

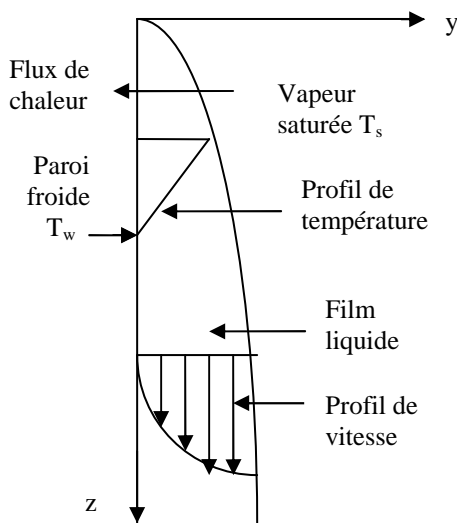


Fig. 1.2.1. Condensation en film sur une plaque plane verticale. Modèle de Nusselt.

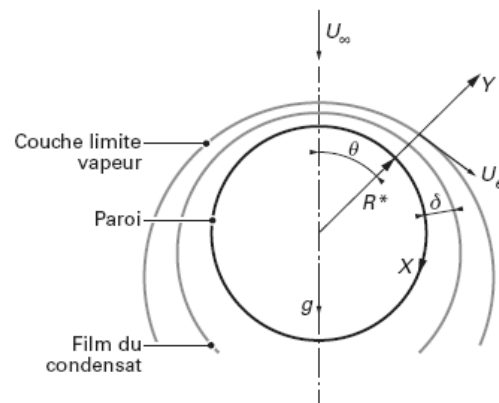


Fig. 1.2.2. Condensation en film sur la paroi d'un tube lisse horizontal [1]

3. Condensation de vapeur pure

Les hypothèses de Nusselt limitent considérablement l'application pratique de ces équations. En effet, les conditions réelles de condensation sont généralement très différentes de celles du modèle de Nusselt : vitesse de vapeur élevée ou en écoulement turbulent, pression variable, effets importants de la contrainte tangentielle à l'interface liquide-vapeur, écoulement de film liquide laminaire avec des vagues ou turbulent, température de paroi non uniforme, propriétés physiques des fluides variables avec la température,... Un grand nombre de travaux ont été réalisés par différents auteurs en vue d'apporter des améliorations au modèle de Nusselt en intégrant les termes négligés dans ce modèle et évaluer leur influence sur l'évolution de la condensation et les coefficients de transfert de chaleur.

La première correction apportée au modèle de Nusselt est due à Rohsenow [5] qui a tenu compte des termes de convection d'enthalpie dans l'équation de l'énergie du film liquide. A partir d'un bilan enthalpique dans le condensat, il détermine la distribution de température dans le film liquide. Son analyse conduit à une modification de la solution de Nusselt en y introduisant une nouvelle expression de la chaleur latente de condensation sous la forme :

$$L'_c = L_c(1 + 0.68.Ja) \quad (1.2.18)$$

Il en résulte que les effets de la convection dans le liquide sont d'autant plus importants que le nombre Ja est élevé. Par ailleurs la solution de Rohsenow conduit à une épaisseur de film plus faible que celle obtenue avec le modèle de Nusselt.

Sparrow et Gregg [6] ont utilisé les équations de la couche limite pour l'étude de la condensation de vapeur saturée stagnante sur une plaque plane verticale en considérant les termes d'inertie et de convection d'enthalpie. Le gradient de pression et la contrainte tangentielle de cisaillement à l'interface ont été négligés. Les propriétés physiques des fluides sont supposées constantes. En utilisant la méthode de transformation affine et en introduisant la fonction de courant, les équations aux dérivées partielles ont été transformées en équations différentielles ordinaires puis résolues numériquement. Ils montrent que pour des valeurs élevées du nombre de Prandtl liquide Pr_L , les effets du terme de convection d'enthalpie ne sont pas négligeables. Par contre, pour des faibles valeurs de Pr_L , l'influence des termes d'inertie peut être significative. Pour de faibles valeurs de Jacob, ils établissent la relation

suivante (peu différente de celle de Nusselt) pour le calcul du coefficient moyen de transfert de chaleur lors de la condensation d'une vapeur stagnante sur un cylindre horizontal à paroi lisse de diamètre D :

$$\bar{h} = 0.733 \left(\frac{L_c \cdot g \cdot \rho_L^2 \cdot \lambda_L^3}{\mu_L (T_s - T_w) D} \right)^{1/4} \quad (1.2.19)$$

Koh et al. [7] ont apporté des modifications au modèle de Sparrow et Gregg concernant la condensation de vapeur d'eau sur une paroi isotherme verticale, en tenant compte des contraintes de cisaillement à l'interface liquide-vapeur. La vapeur est entraînée par l'écoulement du film liquide. Les transferts dans les deux phases liquide et vapeur sont décrits par les équations de la couche limite. Le couplage des équations à l'interface est assuré par la continuité des vitesses et des contraintes de cisaillement. L'utilisation de la méthode de la transformation affine permet de convertir les équations aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles ordinaires dont la résolution est ensuite effectuée par des méthodes numériques. Ils mettent en évidence l'intervention du paramètre $R = (\rho_L \mu_L / \rho_v \mu_v)^{0.5}$ résultant de l'égalité des contraintes tangentielles à l'interface. Les résultats montrent que pour les liquides ayant un nombre de Prandtl élevé, l'effet des contraintes interfaciales est négligeable. Pour les liquides à faible Pr_L , la prise en compte des contraintes de cisaillement à l'interface conduit à une diminution de la densité de flux thermique.

Koh [8] a développé un modèle de condensation de vapeur en écoulement par convection forcée le long d'une plaque plane horizontale. Il a réutilisé la méthode de la transformation affine pour la résolution des équations, après élimination du terme de pesanteur. Les résultats montrent que le profil de vitesse liquide est sensiblement linéaire pour une faible épaisseur de film. Pour des petits nombres de Pr_L , le profil de température est linéaire et l'effet des termes de convection d'enthalpie du liquide est négligeable.

Shekriladze et Gomelauri [9] ont étudié la condensation de vapeur en écoulement laminaire par convection forcée le long d'une plaque horizontale. Ils supposent que la contrainte tangentielle à l'interface liquide-vapeur est égale à la perte de quantité de mouvement de la vapeur condensée. Cette hypothèse permet de simplifier le problème en découplant les équations des deux phases vapeur et liquide. De plus, en négligeant les termes d'inertie, de convection et le gradient de pression, des solutions simples ont pu être

développées. Les auteurs confirment également que l'influence des termes de convection d'enthalpie du liquide est négligeable pour des faibles nombres de Prandtl.

Dobran et Thorsen [10] ont procédé à une étude théorique de la condensation en film laminaire en écoulement forcé de vapeur pure saturée dans un tube vertical à paroi maintenue isotherme. Le profil de vitesse de vapeur à l'entrée est supposé parabolique établi. La variation de température de la vapeur est supposée négligeable. Le modèle est élaboré en tenant compte des termes de gradient axial de pression, d'inertie, des contraintes de cisaillement à l'interface dans les équations du mouvement des deux phases et des termes de convection d'enthalpie dans l'équation de l'énergie du film liquide. L'analyse menée a permis de déterminer les paramètres physiques caractéristiques du problème. En vue de la résolution des équations de transferts, les auteurs introduisent l'hypothèse simplificatrice de profils de vitesse vapeur, vitesse liquide et température liquide paraboliques. Les équations de transfert résolues après transformation en un système d'équations différentielles ordinaires. Une comparaison des résultats avec la solution analytique de Nusselt aux pressions élevées et aux forts nombres de Prandtl, fait apparaître des différences significatives sur les transferts massique et thermique à l'interface et l'épaisseur de film liquide. Par ailleurs, aux faibles nombres de Prandtl, l'étude montre l'influence importante des termes d'inertie dans les équations du mouvement du liquide et de la vapeur sur les solutions hydrodynamiques et thermiques.

Shang et al. [11] procèdent à une étude théorique de la condensation en film laminaire d'une vapeur surchauffée sur une plaque isotherme verticale à la pression atmosphérique. Les équations de la couche limite laminaire sont appliquées dans les 2 phases. Les propriétés thermophysiques de la vapeur et du film liquide sont considérées variables suivant une approche polynomiale. La méthode de la composante de vitesse adimensionnelle permet de transformer le système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations différentielles ordinaires. Selon les solutions numériques obtenues, des corrélations simples de détermination des coefficients de transfert de chaleur et de masse en fonction des écarts à la saturation (températures de sous-refroidissement de liquide et de surchauffe de vapeur) sont développées pour la condensation en film de vapeur surchauffée.

Par ailleurs, les études sur la condensation de différents fluides frigorigènes et de leurs mélanges non azéotropiques sont devenues particulièrement nombreuses au cours de ces

dernières années. L'objectif des ces études est de comparer les performances thermiques des fluides purs et de leurs mélanges et d'analyser leur effet sur le coefficient d'échange et la perte de charge.

Dans ce cadre, Louahlia et Panday [12] ont procédé à une étude numérique de la condensation en film entre deux plaques horizontales par convection forcée des fluides frigorigènes R123-R134a et de leur mélange. Les équations couplées de conservation de masse, de mouvement, d'espèce et d'énergie sont appliquées dans les deux phases en utilisant les modèles de couche limite et de turbulence dans les deux phases. L'étude est menée en tenant compte des forces de pression, de l'égalité des contraintes interfaciales liquide et vapeur, de l'effet Dufour, des termes d'inertie et de diffusion d'enthalpie, de la turbulence dans les deux phases ainsi que de la variation des propriétés physiques en fonction de la température et de la concentration. Les résultats des calculs montrent une forte influence de la composition du mélange et de la vitesse de la vapeur sur l'épaisseur de film liquide, le coefficient d'échange thermique et sur la perte de pression (Fig. 1.3.1a-b). Les nombres de Nusselt moyens calculés sont proches de ceux définis par les corrélations expérimentales obtenues par d'autres auteurs. Une relation est déduite pour déterminer le transfert de chaleur moyen pour la condensation du R123, du R134a et de leurs mélanges, en écoulement forcé entre deux plaques planes horizontales. Les calculs effectués montrent que le transfert de chaleur par condensation des fluides purs R123, R134a est plus élevé que celui du mélange de ces fluides dans les mêmes conditions.

Panday [13] a procédé à une étude numérique de la condensation en film turbulent à l'intérieur d'un tube vertical ou entre des plaques parallèles isothermes, de la vapeur saturée R123, puis d'un mélange binaire des fluides R123-R134a (Fig. 1.3.2a). L'étude est basée sur la résolution des équations de la couche limite des deux phases, en considérant les termes d'inertie et de convection d'enthalpie. Le modèle de turbulence établi sur la longueur de mélange est appliqué dans les deux phases. Dans le cas de la condensation de vapeur saturée dans un tube vertical, les calculs sont menés dans les conditions suivantes : température de saturation de vapeur R123: 117°C, température de paroi: 107°C. Dans le cas de la condensation entre deux plaques planes verticales, les calculs sont menés pour les conditions suivantes: température de vapeur : 60°C, température de paroi : 40°C. L'épaisseur du film liquide et le gradient de pression sont déterminés respectivement par les équations du bilan thermique dans la phase liquide et de conservation du débit massique. Les résultats

concernant l'évolution du nombre de Nusselt, du coefficient de transfert thermique et de l'épaisseur de film présentent une bonne concordance avec les résultats expérimentaux (Fig. 1.3.2).

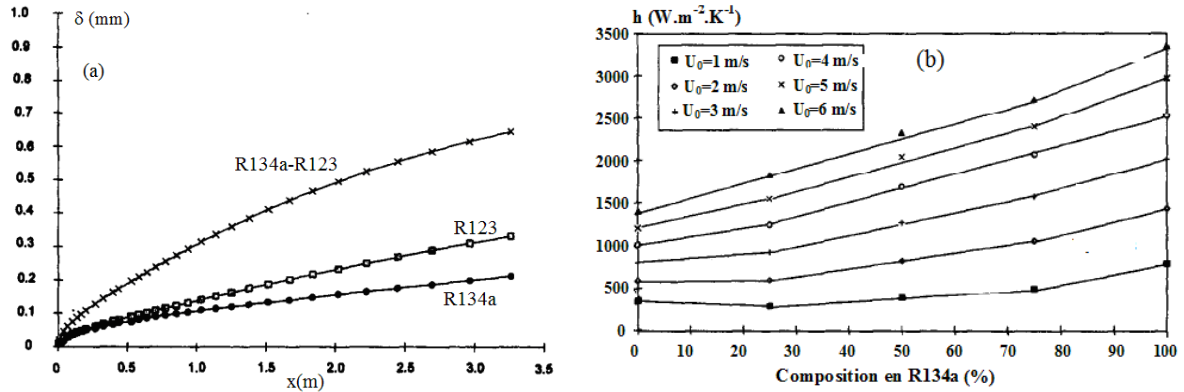


Fig.1.3.1. Condensation de réfrigérants purs et de leur mélange dans un canal horizontal [12]

(a) Evolution de l'épaisseur du condensat

(b) Influence de la composition et de la vitesse de vapeur sur le coefficient h

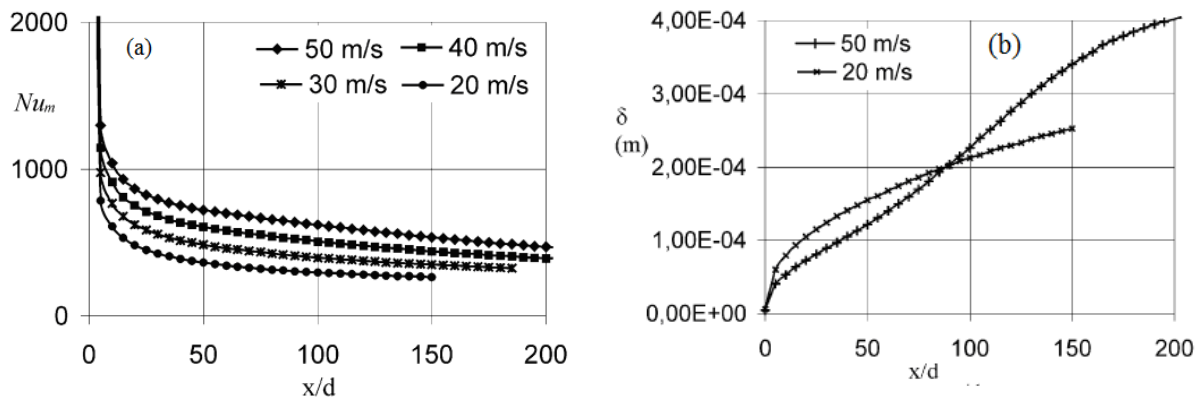


Fig. 1.3.2. Condensation de vapeur pure dans un tube vertical ($T_s=117^\circ C, T_w=107^\circ C$) [13]

(a) Nombre de Nusselt moyen.

(b) Evolution axiale de l'épaisseur δ de condensat

Oh et Revankar [14] ont mené une étude théorique de condensation complète de vapeur saturée en film liquide laminaire dans un tube vertical à paroi isotherme. Le modèle élaboré tient compte de l'évolution des contraintes de cisaillement à l'interface et des profils de vitesse liquide et vapeur. Le modèle modifié de Nusselt avec facteur de correction a été comparé aux données expérimentales. Les tendances globales des résultats d'analyse sont conformes à l'analyse classique de Nusselt pour la condensation de vapeur pure saturée. Le coefficient de transfert thermique diminue et le taux de condensation et le nombre de Reynolds du film liquide augmentent avec la pression et avec l'écart de température paroi-

vapeur (Fig. 1.3.3). Le coefficient local de transfert thermique varie avec la distance axiale z comme de $z^{-0.25}$. Le coefficient moyen de transfert thermique varie avec la longueur L du tube comme $L^{-0.25}$ et avec la différence de température entre la vapeur et le film comme $\Delta T^{-0.25}$.

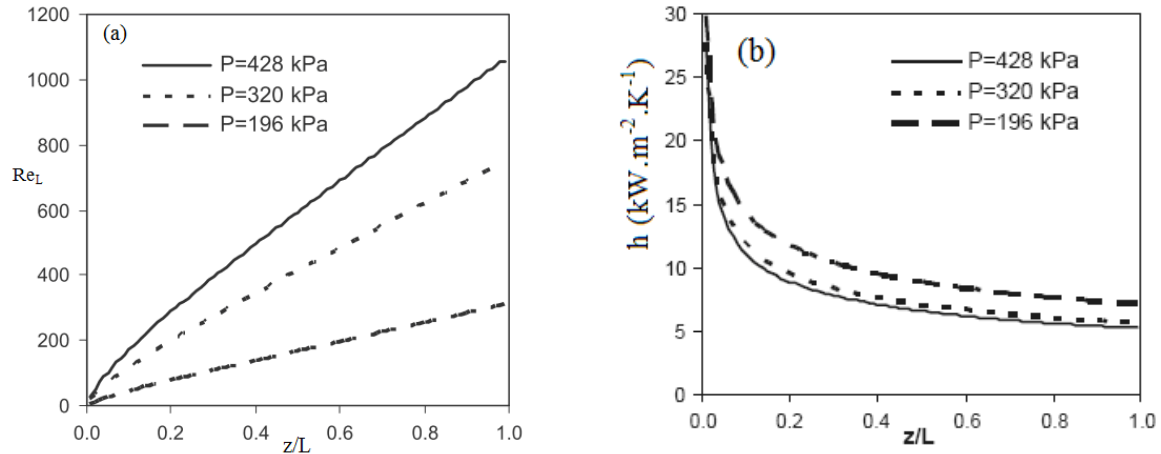


Fig.1.3.3. Condensation de vapeur d'eau dans un tube vertical ($D=26.6$ mm, $L=0.98$ m) [14]

(a) Evolution axiale du nombre de Reynolds du film liquide

(b) Evolution axiale du coefficient de transfert de chaleur

4. Condensation de vapeur en présence de gaz non condensables

Dans la plupart des processus industriels où se produit la condensation, la présence de gaz incondensables est généralement inévitable. Les résultats expérimentaux ont montré l'influence importante des gaz non condensables sur le processus de condensation. En effet, même s'ils sont présents en petite quantité au sein de la vapeur, ils contribuent à réduire de manière significative le taux de condensation et le transfert de chaleur entre le mélange gazeux et la paroi froide [2, 3]. En effet, selon la loi de Dalton, la pression totale d'un mélange gazeux est la somme des pressions partielles de ses constituants. La pression partielle de vapeur diminue à l'interface en raison de la condensation de vapeur entraînant une diminution de la température de saturation de vapeur à laquelle se produit la condensation. Par contre, la pression partielle de gaz augmente ce qui conduit à une accumulation de gaz à l'interface, constituant ainsi un gradient de concentration et une résistance thermique à la condensation de vapeur au voisinage de l'interface. Il s'ensuit une réduction du coefficient de transfert de chaleur par condensation. La modélisation théorique de ce problème est plus complexe que la condensation de vapeur pure, en raison de l'adjonction de la diffusion gazeuse et de la présence simultanée de plusieurs phénomènes de transfert avec un

écoulement diphasique. Ce problème est généralement résolu à l'aide des équations de la couche limite dans les deux phases liquide et gazeuse.

A cet effet, un modèle théorique bidimensionnel d'analyse de la condensation en film laminaire d'un mélange vapeur d'eau - air sur une plaque verticale a été élaboré par Sparrow et Lin [15]. Le modèle de Nusselt a été appliqué pour le film liquide, sans tenir compte des contraintes de cisaillement à l'interface. Pour le mélange gazeux, deux équations supplémentaires de transfert sont rajoutées : les équations de l'énergie et de diffusion gazeuse. La méthode de la transformation affine a été utilisée pour convertir les équations aux dérivées partielles en équations différentielles ordinaires résolues ensuite numériquement. Les résultats montrent une accumulation de gaz à l'interface. Il s'ensuit une diminution de la pression partielle de vapeur à l'interface et de la température de saturation, entraînant une réduction du flux thermique. Les fluides ayant les nombres de Schmidt Sc élevés subissent une accumulation importante de gaz à l'interface.

Minkowycz et Sparrow [16] ont mené une étude théorique en considérant le mélange air - vapeur d'eau surchauffée en écoulement ou stagnant avec propriétés physiques variables. Les équations de la couche limite ont été résolues en utilisant la méthode de la transformation affine. L'influence des effets Dufour et Soret s'est avérée relativement négligeable sur le transfert de chaleur dans les conditions étudiées. Les résultats confirment que la présence de faibles fractions massiques de gaz a pour effet une réduction des transferts thermiques d'autant plus importante que la pression totale est plus faible.

Wang et Tu [17] ont développé un modèle pour analyser l'effet d'un gaz non condensable sur la condensation en film laminaire d'un mélange vapeur-gaz en écoulement turbulent dans un tube vertical. La contrainte de cisaillement à l'interface liquide-mélange est exprimée en fonction de la vitesse du mélange et du coefficient de frottement. Les relations d'analogie de transfert de chaleur et de masse sont utilisées pour en déduire le taux de condensation local selon une procédure itérative. Ils ont constaté que la réduction du transfert thermique due au gaz non condensable était plus significative à basse pression et à bas nombres de Reynolds du mélange.

Dans les expériences sur la condensation en présence de gaz légers, l'hydrogène est généralement remplacé par l'hélium en raison des risques dus au caractère explosif de l'hydrogène au-delà d'une certaine concentration. Ces deux gaz ont des propriétés thermiques

et diffusives semblables. A cet effet, Siddique et al. [18] ont mené une étude expérimentale de la condensation par convection forcée de deux types de mélanges: vapeur d'eau-air et vapeur d'eau-hélium sur la paroi interne d'un tube vertical. Ils ont constaté que pour la même fraction massique du gaz non condensable, l'hélium a plus d'effet que l'air sur la réduction des transferts thermiques. Par ailleurs, les mesures effectuées ont conduit à l'élaboration de corrélations pour le calcul du coefficient de transfert de chaleur en fonction en fonction du nombre de Reynolds à l'entrée, des fractions massiques des gaz non condensables et du nombre de Jacob.

Siddique et al. [19] ont procédé à une étude théorique de la condensation par convection forcée de mélanges vapeur d'eau-gaz dans un tube vertical, en considérant différents gaz (air, hydrogène, hélium). Le modèle est élaboré en considérant le transfert de chaleur purement conductif dans la phase liquide et en utilisant les relations d'analogie de chaleur et de masse pour le mélange gazeux. Les résultats montrent que la présence d'air, d'hydrogène ou d'hélium conduit respectivement à des taux de condensation de plus en plus élevés.

Munoz-Cobo et al. [20] ont développé un modèle théorique pour la condensation de vapeur en écoulement turbulent en film en présence de gaz non-condensables à l'intérieur de tubes verticaux. Le modèle élaboré permet le calcul du coefficient local de transfert thermique (Fig. 1.4.1) et fournit une méthode approximative de détermination de l'épaisseur du film de condensat sans calcul itératifs. Une comparaison des prévisions théoriques avec quelques données expérimentales révèle une bonne concordance dans la région turbulente et pour des fractions massiques modérées de gaz non-condensables (de 1 à 10%).

Une étude expérimentale et analytique a été menée par Hasanein et al. [21] pour déterminer les effets de la présence de gaz non-condensables sur la condensation de vapeur dans un tube vertical en convection forcée turbulente. Les expériences ont été menées pour des écoulements turbulents des mélanges vapeur d'eau-hélium et vapeur d'eau-air-hélium dans un tube d'acier inoxydable de diamètre intérieur 46 mm et de longueur 2,54 m. La paroi externe est refroidie par un écoulement d'eau liquide à contre-courant. Les essais ont été effectués dans les conditions suivantes d'admission des mélanges vapeur-gaz : nombres de Reynolds de 6000 à de 26000, fractions massiques d'hélium de 0,022 à 0,20, fractions massiques d'air de 0.045 à 0.20, et température de mélange de 100°C à 130°C (correspondant

à une gamme de pression de 114 à 603 kPa). Les coefficients locaux de transfert de chaleur ont été déterminés expérimentalement et ont permis d'établir des corrélations entre les nombres locaux de mélange de Nusselt, Reynolds, Jakob et les fractions massiques de gaz ou le nombre de Schmidt, dans la gamme des conditions adoptées dans cette étude. Les rapports des résistances thermiques du film liquide et du mélange gazeux ont été calculés. En général, la résistance thermique du condensat s'est avérée significative pour un nombre de Reynolds de l'écoulement gazeux relativement élevé ($Re > 6000$) et des fractions massiques de gaz relativement basses ($W < 0.2$). D'autre part, un modèle théorique simplifié de couche limite a été développé. Les valeurs calculées des coefficients de transfert de chaleur sont en bonne concordance avec les résultats expérimentaux.

Dehbi et Guentay [22] ont élaboré un modèle théorique de la condensation de vapeur-gaz dans un tube vertical. La paroi extérieure du tube est refroidie par convection externe. Le modèle est basé sur les hypothèses classiques de Nusselt, en considérant les effets du gradient axial de pression et de la contrainte de cisaillement à l'interface. Les relations d'analogie de transfert de la chaleur et de la masse sont alors utilisées pour déduire le taux de condensation de vapeur sur la paroi. Une étude de l'influence des conditions d'entrée (concentration en gaz, débit du mélange, pression et masse molaire du gaz) sur l'évolution des nombres de Nusselt local et moyen est effectuée (Fig. 1.4.2). L'augmentation de la concentration de gaz entraîne une forte diminution du taux de condensation. Par ailleurs, les simulations réalisées prouvent l'importance de la prise en compte du transfert thermique latéral car la température de paroi varie sensiblement le long de l'écoulement.

Srzic et al. [23] ont mené une étude numérique de la condensation en film sur une plaque plane inclinée de vapeur en présence de gaz légers. Le modèle numérique a été élaboré sur la base des équations classiques de transfert diphasique, et résolues par la méthode des volumes finis. Les calculs ont été effectués pour 3 types de mélanges : vapeur d'eau-hydrogène, fréon12-air et mercure-air correspondant aux rapports des masses molaires de vapeur-gaz 9, 4.17 et 6.94 et couvrant une large gamme du nombre de Prandtl liquide ($0.008 < Pr_L < 3.5$). Lors de l'écoulement descendant d'un mélange vapeur-gaz léger le long d'une plaque verticale ou inclinée, la concentration en gaz augmente à l'interface. Ces gradients de concentration dans le champ de pesanteur engendrent une force verticale ascendante (résultante du poids et de la poussée d'Archimède). Ce qui peut conduire alors à une séparation de la couche limite cinématique du mélange gazeux, au-delà de laquelle les

équations de la couche limite ne sont plus applicables. Les résultats montrent que pour les mélanges vapeur d'eau-hydrogène et fréon12-air et dans la gamme de températures considérées, la valeur de l'abscisse du point de séparation diminue lorsque la concentration du mélange en gaz augmente. Par ailleurs, la réduction du taux de condensation et des transferts thermiques en présence de gaz est d'autant plus importante que leur masse molaire est faible.

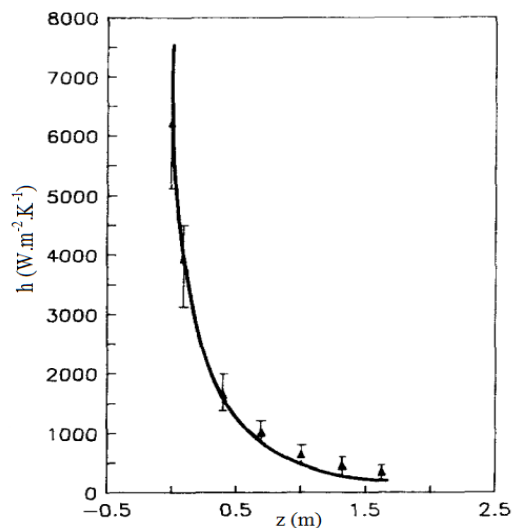


Fig.1.4.1. Variation du coefficient de transfert de chaleur le long du condenseur ($T_0=120^\circ\text{C}$, $C_0=0.89$) [20]

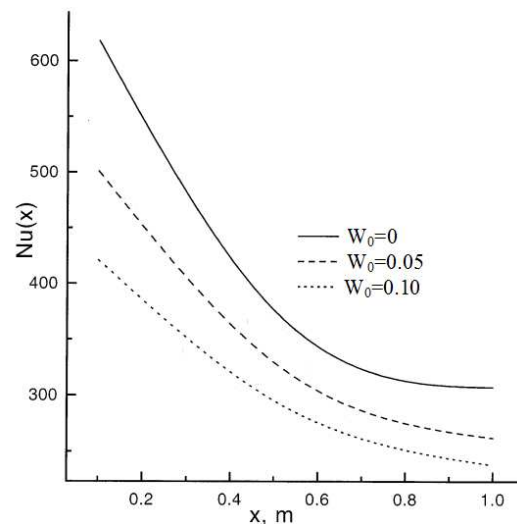


Fig.1.4.2. Effet du taux de gaz non condensables sur l'évolution du nombre de Nusselt ($T_0=130^\circ\text{C}$, $q_0 = 0.02 \text{ kg/s}$) [22]

Une étude numérique de la condensation par convection mixte laminaire de vapeur en présence de gaz non condensables sur une plaque plane inclinée isotherme a été effectuée par Chin et al. [24]. Le modèle adopté est basé sur les équations de la couche limite diphasique bidimensionnelle en considérant les termes d'inertie, de convection et des contraintes de cisaillement à l'interface et propriétés physiques variables. L'épaisseur du film liquide est calculée à partir du bilan thermique à l'interface. Les systèmes d'équations sont discrétisés par la méthode des volumes finis et résolus selon une procédure itérative par la méthode de Thomas. Les calculs ont été menés pour 3 types de mélanges couvrant une large gamme du nombre Pr_L : vapeur d'eau-air à $T_w=380 \text{ K}$ et $Pr_L \approx 2$, sodium-argon à $T_w=1000 \text{ K}$ et $Pr_L \approx 0.006$ et glycérine-bromine à $T_w=380 \text{ K}$ et $Pr_L \approx 1000$ (Fig. 1.4.3). Les effets des termes d'inertie liquide sont importants uniquement à faible Pr_L et diminuent avec l'augmentation de concentration en gaz. L'influence des termes de convection liquide ne devient significative qu'à des valeurs de Pr_L élevées.

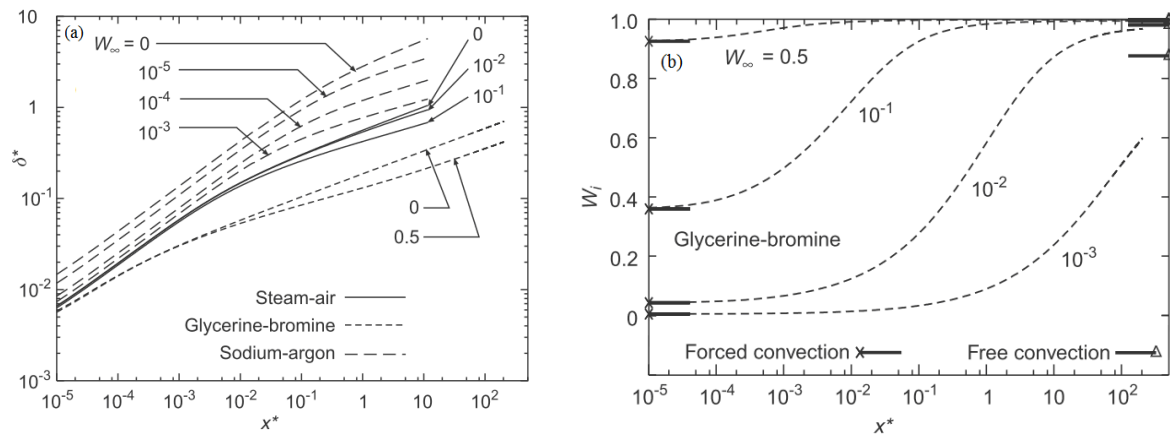


Fig. 1.4.3. Condensation de mélanges vapeur-gaz sur une paroi inclinée ($T_0=450$ K) [24]

(a) Variation de l'épaisseur du condensat

(b) Variation de la fraction de gaz W_i à l'interface liquide-mélange

Une étude numérique de la condensation de vapeur dans un tube vertical en présence de gaz non-condensables a été réalisée par Oh [25]. Les systèmes d'équations de la couche limite diphasique sont résolus par la méthode des différences finies pour le film liquide laminaire et des volumes finis pour la vapeur turbulente. Un changement de coordonnées est effectué pour une localisation précise de l'interface liquide-gaz. Pour l'écoulement gazeux, divers modèles algébriques de turbulence sont considérés (longueur de mélange, Van Driest, Kinney, Kays, Reichardt). Les épaisseurs de couches limites turbulentes pour la vitesse, la température et la concentration sont calculées puis comparées avec celles de la plaque plane. Le calcul de l'évolution du nombre de Nusselt puis sa comparaison avec les données expérimentales de Kuhn [26] montre que les meilleurs résultats sont obtenus avec le modèle de turbulence de Reichardt pour les cas considérés. Enfin, les profils adimensionnels de vitesse, température et concentration présentent une allure très similaire au-delà de la section $x=10$ cm.

Maheshwari et al. [27] ont développé un modèle théorique pour déterminer le coefficient local de transfert thermique lors de la condensation de vapeur en présence d'un gaz non condensable, en écoulement dans un tube vertical pour une large gamme du nombre de Reynolds du mélange. Les équations de transfert dans le mélange ont été élaborées en utilisant les relations d'analogie entre transfert de chaleur et de masse. L'écoulement du film liquide est régi par le modèle de Nusselt modifié afin de tenir compte du caractère ondulatoire

du film à l'interface. Les résultats montrent que la résistance thermique de la couche de gaz non condensables à l'interface mélange-liquide est supérieure à celle du condensat, à bas nombre de Reynolds d'admission du mélange. Lorsque celui-ci augmente, la résistance thermique du film liquide devient prépondérante.

Ait Hammou et al. [28] ont procédé à une étude numérique de convection mixte d'air humide en écoulement descendant laminaire dans un canal vertical dont les parois sont isothermes et recouvertes d'un mince film d'eau liquide. L'air entrant est plus chaud que les parois du canal mais son humidité absolue peut être supérieure ou inférieure à celle correspondant à la température de paroi. Ainsi, le refroidissement du courant d'air est accompagné de condensation ou d'évaporation. Les transferts dans l'air sont décrits par les équations de conservation de masse, de Navier-Stokes, d'énergie et de diffusion, en tenant compte des termes de diffusion axiale. Les systèmes d'équations de forme elliptique sont résolus par la méthode des volumes finis. Les résultats montrent que, pour des conditions fixées de paroi, une augmentation de la température de l'air d'admission entraîne une légère augmentation du nombre de Nusselt sensible et une diminution significative du nombre de Nusselt latent. D'autre part, les profils axiaux de vitesse, le coefficient de frottement, les nombres de Nusselt sensible et de Sherwood sont sensiblement influencés par la poussée d'Archimède.

Siow et al. [29, 30, 31] ont analysé l'effet des différents paramètres de fonctionnement sur les transferts lors de la condensation en film laminaire de vapeur en présence de gaz non condensables entre des plaques horizontales, verticales ou inclinées. Le modèle élaboré est basé sur les équations de la couche limite diphasique bidimensionnelle à propriétés physiques variables. Les équations de transfert dans les deux phases sont résolues selon une procédure itérative en bloc par la méthode des volumes finis. Une solution analytique a été également développée permettant de déterminer l'épaisseur de film, le gradient de pression et les profils de vitesse à fin du processus de condensation. L'influence des conditions d'entrée du fluide (nombre de Reynolds, pression, température et concentration en vapeur) a été étudiée. Ainsi, il a été trouvé que la présence de gaz produit une influence significative sur le processus de condensation. Les valeurs de l'épaisseur de film, du gradient axial de pression et du nombre de Nusselt diminuent nettement lorsque la concentration en gaz dans le mélange augmente. Par ailleurs, l'épaisseur de condensat augmente avec le nombre de Reynolds de l'écoulement gazeux, le nombre de Froude et l'écart de température entre fluide et paroi (Fig. 1.4.4a).

Dans le cas des plaques inclinées, une augmentation de l'angle d'inclinaison entraîne une diminution de l'épaisseur de film et un accroissement de la vitesse d'écoulement du liquide. Le nombre de Nusselt est peu influencé par la variation du nombre de Froude (Fig. 1.4.4b).

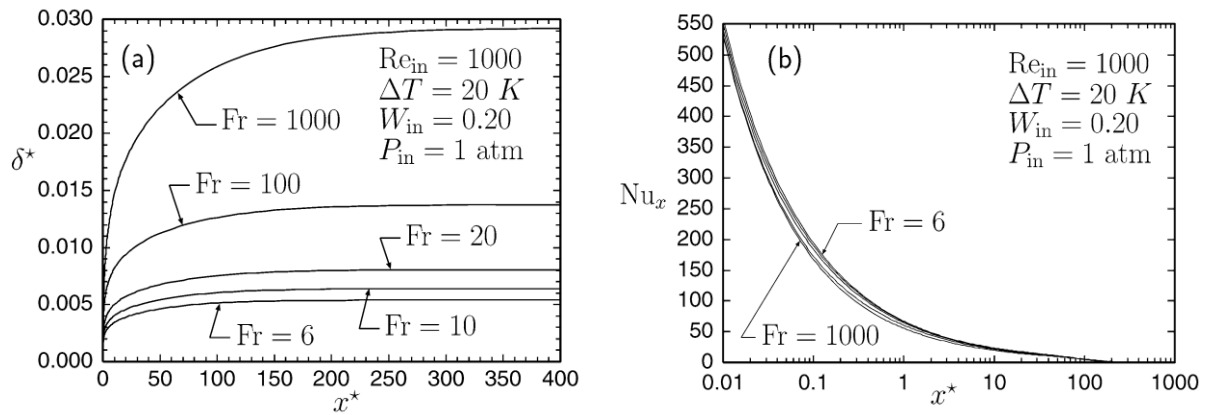


Fig.1.4.4. Condensation d'un mélange vapeur-gaz sur une plaque plane inclinée [31]

(a) Evolution de l'épaisseur de film

(b) Evolution du nombre de Nusselt pour différents nombres de Froude

Revankar et al. [32] ont élaboré un modèle théorique bidimensionnel d'analyse de la condensation en film laminaire par convection forcée d'un mélange vapeur saturée-gaz non condensable dans un tube vertical. L'écoulement du mélange est supposé turbulent et à propriétés physiques constantes. Les équations de couche limite de conservation de masse, quantité de mouvement, énergie et de diffusion ont été développées puis simplifiées en équations intégral-différentielles en utilisant des méthodes mathématiques appropriées. La résolution de ces équations est effectuée par une méthode implicite aux différences finies. L'épaisseur de film liquide est déterminée à partir d'un bilan thermique à l'interface. Les résultats présentés sont les profils axiaux et radiaux de concentration et de température du mélange, ainsi que les variations axiales du nombre de Nusselt et du coefficient de transfert de chaleur en fonction du nombre de Reynolds et de la concentration en gaz à l'entrée (Fig. 1.4.5). La diminution du coefficient de transfert thermique due à l'accumulation de gaz non condensable à l'interface est ainsi mise en évidence.

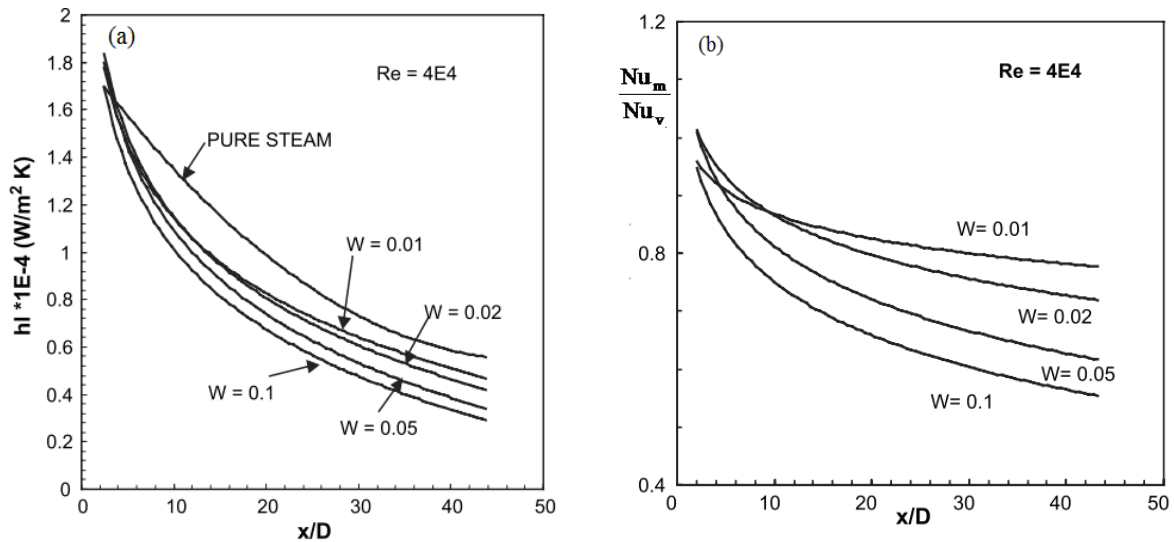


Fig. 1.4.5. Condensation d'un mélange vapeur-gaz dans un tube vertical ($Re_0 = 40000$) [32]
 (a) Evolution axiale du coefficient de transfert de chaleur en fonction de W (fraction massique de gaz) (b) Rapport des nombres de Nusselt avec et sans gaz non condensables

Oh et al. [33] ont présenté une étude théorique et expérimentale de la condensation de vapeur-gaz dans un tube vertical. Les essais ont été effectués sur un mélange vapeur d'eau – air dans un tube vertical immergé dans un bac d'eau, la chaleur dégagée dans le condenseur étant prélevée par ébullition. Les résultats obtenus montrent que le coefficient de transfert thermique de condensation et la densité de flux de chaleur augmentent avec le débit de vapeur et diminuent lorsque la concentration en gaz non condensable augmente. Par ailleurs, un modèle d'analogie de chaleur et de masse pour la condensation annulaire en film laminaire avec gaz a été développé. Les équations de transfert de masse, chaleur, quantité de mouvement ont été utilisées en prenant en considération les effets de l'aspiration extérieure à l'interface. L'épaisseur de film liquide est calculée par un bilan massique dans le condensat. Les résultats du modèle sont comparés aux données expérimentales. Pour un large intervalle du nombre de Reynolds du film liquide, le modèle sous-estime légèrement le coefficient de transfert de chaleur. L'amélioration du transfert thermique est due au caractère ondulatoire du film, qui n'a pas été pris en compte dans le modèle.

Groff et al. [34] ont mené une analyse numérique de la condensation par convection forcée turbulente de mélanges vapeur saturée-gaz non condensable dans un tube vertical. Les équations de transfert sont résolues par la méthode des volumes finis. Les calculs ont été effectués en utilisant trois modèles de turbulence dans le film liquide et le mélange gazeux. Une analyse comparative des résultats obtenus pour une vaste gamme de conditions

opérateurs montrent que le modèle de turbulence $k-\epsilon$ pour les deux phases conduit à la meilleure concordance avec les données expérimentales par rapport aux autres modèles. L'étude a permis également de déterminer les profils de vitesse, température, fraction massique de gaz ainsi que l'influence des propriétés du mélange gazeux sur l'épaisseur de film et le transfert de chaleur.

Une étude numérique de la condensation en film d'un mélange de vapeur de méthanol et de gaz non condensables par convection forcée a été menée par Henni [35]. Les transferts dans les deux phases liquide et mélange sont régis par les équations de conservation de masse, quantité de mouvement, énergie et diffusion, en tenant compte des termes de convection, de diffusion axiale et des gradients axial et radial de pression. Les équations de transfert sont résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Les résultats sont présentés sous forme de profils de vitesse, de température, de fraction massique de la vapeur de méthanol. Des corrélations entre les nombres de Nusselt, Sherwood, Reynolds et Jacob sont proposées. L'étude montre que le taux de condensation est d'autant plus élevé que le nombre de Reynolds vapeur à l'entrée est important et que la fraction massique des gaz non condensables est faible. Le nombre de Reynolds du mélange influence davantage les transferts que la différence entre la température du mélange et celle de la paroi. La prise en compte du gradient radial de la pression dans l'équation du mouvement conduit à des vitesses plus élevées, des transferts de chaleur et de masse plus intenses et une épaisseur de film liquide plus élevée.

Plus récemment, Dharma Rao et al. [36] ont développé un modèle pour l'étude de la condensation de vapeur d'eau en présence d'air humide par convection forcée laminaire dans un tube vertical. Le modèle est élaboré en considérant les équations classiques de la couche limite mais en négligeant les termes convectifs dans les équations de la phase liquide. La température à l'interface gaz-liquide et l'épaisseur de condensat sont calculées en considérant les bilans thermique et massique à l'interface. Les équations sont résolues numériquement par la méthode des différences finies. Les calculs ont été effectués pour une large gamme de paramètres ont permis de déterminer l'influence des conditions d'entrée du fluide sur les transferts. Les auteurs montrent que les nombres de Nusselt et Reynolds liquide augmentent avec la température, l'humidité relative et le nombre de Reynolds du mélange gazeux à l'entrée du tube, mais diminuent lorsque la pression d'entrée du mélange augmente. Toutefois les effets de ces paramètres sur le nombre de Nusselt de la phase gazeuse sont moins importants.

5. Condensation de vapeur sur une paroi recouverte d'une couche poreuse

Les études de condensation en film ont permis de montrer que le coefficient de transfert thermique pariétal diminue le long de l'écoulement, en raison de l'épaisseur croissante du film liquide. La présence du condensat constitue une résistance thermique importante au transfert de chaleur entre la vapeur et la paroi. De nombreuses études de condensation en milieu poreux ont été alors menées afin d'évaluer l'effet de la présence d'une couche poreuse sur l'évolution de l'épaisseur de condensat.

Shekarriz et Plumb [37] ont examiné expérimentalement l'effet de la présence d'ailettes poreuses sur la condensation en film sur la paroi externe d'un tube horizontal. Ils ont montré qu'elles contribuent à diminuer de manière significative l'épaisseur du film liquide, et donc à améliorer les échanges thermiques à la paroi.

En vue d'améliorer le transfert thermique par condensation, Renken et al. [38, 39] ont mené des études expérimentales de condensation de vapeur pure par convection forcée sur des plaques verticales et inclinées recouvertes d'une mince couche poreuse perméable. Les essais ont été effectués pour une large gamme de vitesses de vapeur, températures de paroi, angles d'inclinaison de la plaque, épaisseur, porosité et perméabilité de la couche poreuse. Ils ont constaté une nette augmentation des coefficients de transfert thermique par rapport à la surface classique non recouverte dans les mêmes conditions thermophysiques.

Une étude numérique de la condensation en film par convection sur une plaque inclinée recouverte d'une mince couche poreuse a été également menée par Renken et al. [40]. Les résultats montrent l'influence des nombres de Reynolds, Darcy, Jakob et Prandtl et de la conductivité thermique effective du substrat poreux sur les profils de température et le coefficient de transfert thermique.

Ma et Wang [41] présentent une étude numérique sur la condensation en film sur une plaque verticale poreuse, en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman simplifié. Les résultats numériques montrent que l'épaisseur du film de condensat et le nombre de Nusselt local augmentent avec l'épaisseur du revêtement poreux. La perméabilité de la couche poreuse affecte de manière significative l'épaisseur de condensat et le transfert thermique lors de la

condensation, tandis que l'effet de la conductivité thermique effective est de faible importance.

Asbik et al. [42] ont considéré un problème de condensation par convection forcée dans une mince couche poreuse sur une plaque plane verticale. Les équations de transfert dans la région poreuse et le liquide sont décrites par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer et les équations de couche limite sans termes d'inertie et de convection d'enthalpie. Une méthode analytique de résolution est appliquée. Les résultats présentés concernent les profils de vitesse et de température dans la couche poreuse, l'épaisseur du film liquide et le nombre de Nusselt local, ainsi que l'influence des nombres de Reynolds et de Darcy. Une analyse comparative entre les modèles de Darcy-Brinkman et Darcy-Brinkman-Forchheimer montre que l'épaisseur du film subit une réduction importante dans le cas où le terme Forchheimer est pris en compte.

Chaynane et al. [43] ont présenté une étude analytique et numérique de la condensation en film laminaire en convection forcée d'une vapeur pure saturée isotherme sur la paroi poreuse d'une plaque inclinée. Le modèle de Darcy-Brinkman et les équations classiques de la couche limitée sont respectivement utilisés pour décrire l'écoulement dans la couche poreuse et le film liquide. Ils ont montré que l'utilisation d'une paroi recouverte d'une couche poreuse améliore les échanges thermiques. D'autre part, l'absence du terme d'inertie relatif au liquide pur provoque une augmentation de l'épaisseur du film liquide.

Enfin, une étude analytique a été menée par Asbik et al. [44] pour traiter le problème de la condensation en film laminaire par convection libre sur une couche poreuse mince liée à une surface imperméable verticale. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer est utilisé pour décrire l'écoulement dans le substrat poreux et la dispersion thermique est prise en considération dans l'équation d'énergie. Les équations classiques de couche limite sans termes d'inertie et d'enthalpie sont utilisées pour modéliser les transferts dans le film liquide. Les profils de vitesse et température dans la couche poreuse et l'évolution de l'épaisseur de film ont été déterminés. Les résultats montrent qu'en raison de l'effet de dispersion thermique, l'augmentation du transfert thermique, de l'épaisseur de condensat et des températures dans la couche poreuse est significative.

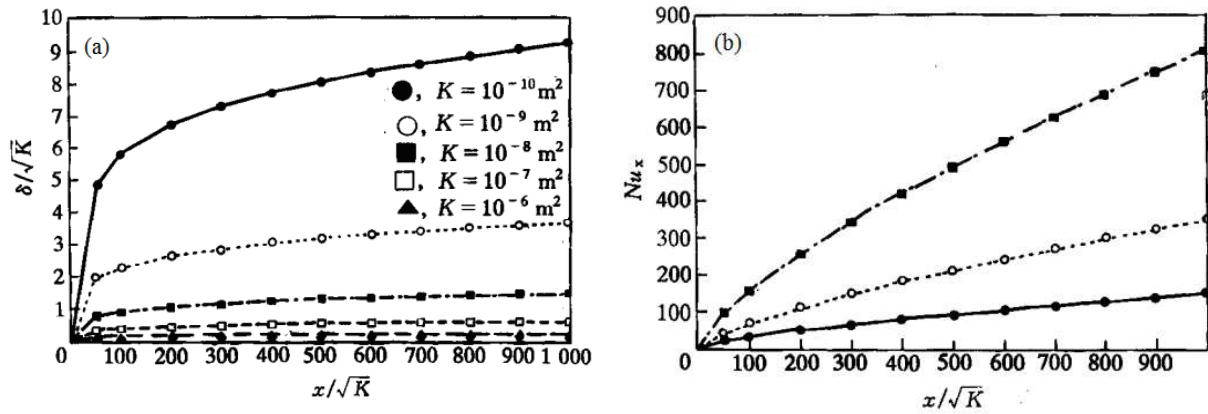


Fig. 1.5.1. Effet de la perméabilité K sur la condensation de vapeur pure sur une plaque poreuse verticale (épaisseur = 50 μm , $\lambda_l/\lambda_e = 0.5$) [41]

(a) Evolution de l'épaisseur de condensat

(b) Evolution du nombre de Nusselt

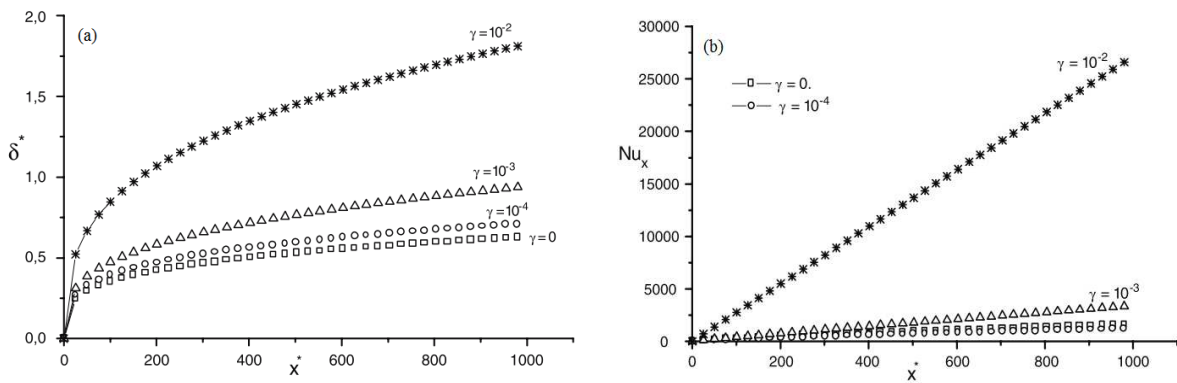


Fig. 1.5.2. Effet du paramètre de dispersion γ sur la condensation de vapeur pure sur une plaque poreuse verticale ($Da=10^{-6}$, $\lambda_l/\lambda_e = 0.5$) [44]

(a) Evolution de l'épaisseur de condensat

(b) Evolution du nombre de Nusselt

6. Conclusion

Une analyse bibliographique sur le problème de condensation en film de vapeur sur une paroi refroidie dans diverses configurations géométriques a été présentée dans ce chapitre. Dans le cas de la condensation de vapeur pure saturée, le modèle de Nusselt est souvent appliqué pour la phase liquide. Néanmoins, la modélisation de la condensation de vapeur en présence de gaz non condensables est plus complexe. Différentes approches ont été utilisées pour l'étude de ce phénomène :

- Les corrélations empiriques basées sur les mesures expérimentales sont établies pour des géométries et des configurations d'écoulement spécifiques et destinées généralement aux applications industrielles.

- Les études théoriques sont menées généralement sur la base de modèles monophasiques ou diphasiques, des approximations de la couche limite ou de l'analogie entre les transferts de chaleur et de masse. La résolution analytique des équations est le plus souvent effectuée selon la méthode intégrale ou de transformation affine. Ces approches nécessitent toutefois plusieurs hypothèses simplificatrices telles que l'élimination d'un ou plusieurs des paramètres suivants : gradient de pression, termes d'inertie ou de convection d'enthalpie, contrainte tangentielle à l'interface liquide-vapeur.

- Les modèles numériques se sont récemment développés en raison de la puissance de calcul accrue des ordinateurs. Ils sont généralement élaborés sur la base des équations de transfert dont la résolution est effectuée par des méthodes numériques appropriées (différences finies, volumes finis).

- Enfin, la quasi-totalité des études concernant la condensation sur des parois poreuses se limitent au cas d'une vapeur pure saturée isotherme, où les équations de l'écoulement et de transfert dans la phase vapeur sont généralement négligées.

Dans ce travail, on considère la condensation de vapeur en film liquide laminaire en présence de gaz non condensables par convection forcée dans un tube vertical et dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres coaxiaux. Cette configuration géométrique est particulièrement intéressante car elle est d'utilisation courante dans les installations industrielles (échangeurs de chaleur, condenseurs,...). A cet effet, on se propose de développer un modèle numérique couplé de condensation par convection forcée en tenant compte des transferts dans les trois milieux: revêtement poreux, film liquide et mélange gazeux. L'étude est menée en prenant en considération les paramètres souvent négligés dans les études de condensation en présence de couche poreuse, à savoir le gradient axial de pression, les termes d'inertie et de convection d'enthalpie et les contraintes de cisaillement aux interfaces liquide-mélange gazeux et liquide-milieu poreux. L'objectif est d'effectuer une analyse complète du phénomène de la condensation permettant de déterminer les évolutions des profils de vitesse, de température, de pression, de fraction massique de vapeur au sein du mélange gazeux, de l'épaisseur de film liquide, du débit de condensat, du flux thermique et du coefficient de transfert de chaleur à la paroi depuis l'entrée des tubes jusqu'à la fin du processus de condensation. L'effet des paramètres importants caractéristiques du phénomène

de condensation sur l'évolution de ces grandeurs sera également étudié, en particulier les propriétés du mélange gazeux et de la couche poreuse, la nature de la vapeur et du gaz non condensable et la distance entre parois des cylindres coaxiaux. Les applications choisies pour l'analyse concernent deux types de mélanges : gaz-vapeur d'eau et air-fluides frigorigènes.

CHAPITRE 2

FORMULATION DU PROBLÈME

La présente étude concerne la condensation en film par convection forcée de vapeur en présence de gaz non condensables dans un tube vertical et dans l'espace délimité par deux cylindres coaxiaux verticaux.

Ce chapitre présente une description des modèles physiques considérés, des hypothèses simplificatrices adoptées et des modèles mathématiques utilisés dans ce travail. La modélisation est menée en considérant la condensation sur une paroi d'épaisseur nulle ou recouverte d'une couche poreuse, isotherme ou soumise à un refroidissement convectif externe. L'étude conduit à un modèle diphasique: mélange gazeux, liquide, milieu poreux. Dans tous les cas, la variation de l'épaisseur de film liquide le long de l'écoulement est prise en compte. Enfin, un changement de coordonnées du modèle physique est effectué en vue de transformer le domaine de calcul en un système rectangulaire plus approprié pour le traitement numérique du problème.

1. Modèle physique

On considère les deux systèmes cylindriques suivants:

- tube vertical de rayon R et de hauteur L (Fig. 2.1.1),
- deux tubes coaxiaux d'axe vertical de rayon interne R' , de rayon externe R et de hauteur L (Fig. 2.1.2).

A l'entrée du système, arrive un écoulement descendant d'un fluide chaud constitué d'un mélange de gaz non condensables et de vapeur à température T_0 , vitesse U_0 , pression P_0 et concentration en vapeur C_0 uniformes. La paroi du tube interne est supposée adiabatique.

La paroi du tube externe est recouverte d'une mince couche poreuse d'épaisseur e très faible par rapport aux rayons des tubes. La face externe de cette paroi peut être soumise à deux types de conditions aux limites:

- soit isotherme à température T_w inférieure à la température de rosée du mélange,
- soit refroidie par convection en contact avec un fluide externe à température T_e .

En traversant le tube ou l'espace annulaire délimité par les deux cylindres, il se produit alors une condensation de vapeur sur cette paroi. Un mince film liquide se forme sur la surface créant ainsi trois régions distinctes dans le tube : la couche poreuse saturée, le film liquide d'épaisseur variable δ ruisselant le long de la paroi et l'écoulement du mélange vapeur-gaz. Le film liquide en écoulement est soumis à l'action des forces de pesanteur, de pression et de frottement à l'interface liquide-gaz et à la paroi du tube.

Le but de l'étude envisagée est de mener une analyse des processus de transfert de chaleur et de masse et des caractéristiques de l'écoulement au sein du tube en vue d'établir les propriétés principales du phénomène:

- profils de vitesse et température au sein des trois milieux (mélange gazeux, liquide, couche poreuse),
- évolution du gradient de pression, de l'épaisseur et du débit de liquide le long du tube,
- évolution du nombre de Nusselt caractéristique des transferts thermiques le long de la paroi externe,
- influence des principaux paramètres caractéristiques du mélange gazeux, de la vapeur, de la couche poreuse, des dimensions du tube et du coefficient de convection externe sur les transferts.

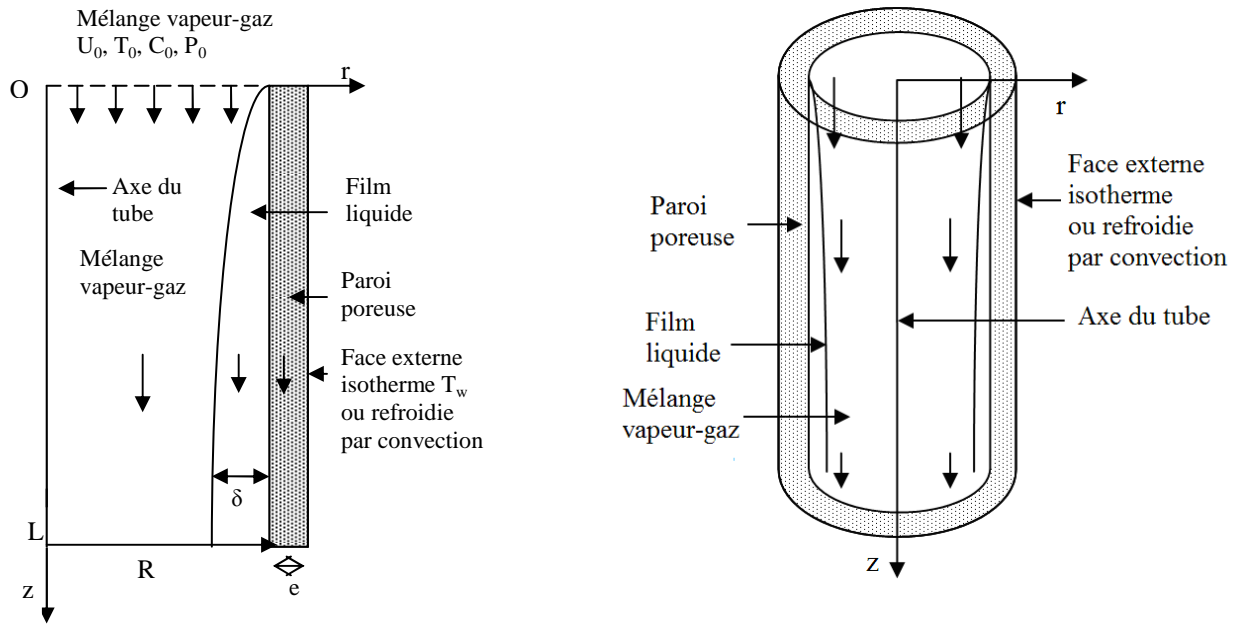


Fig. 2.1.1. Représentation schématique du modèle physique 1: Tube vertical.

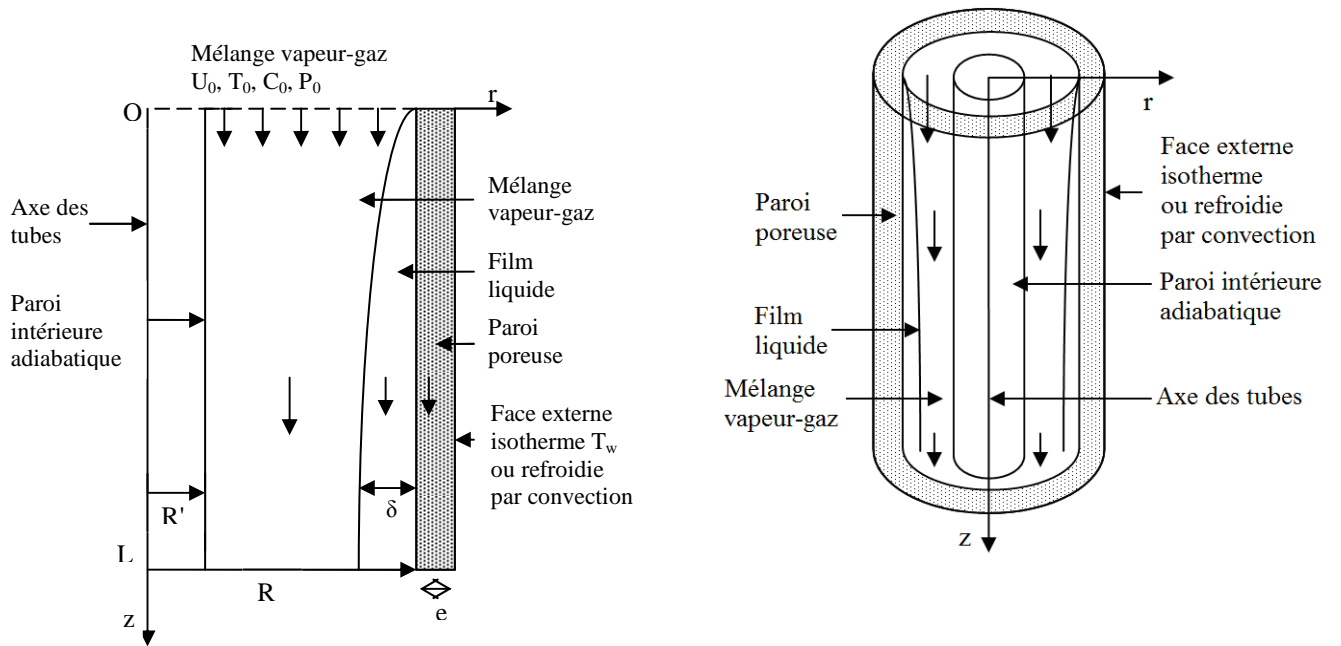


Fig. 2.1.2. Représentation schématique du modèle physique 2: Tubes coaxiaux verticaux

2. Hypothèses simplificatrices

Des hypothèses simplificatrices ont été adoptées pour les trois milieux en vue d'aboutir à une modélisation mathématique complète du problème. Elles sont énumérées ci-dessous :

- 1- les fluides sont visqueux newtoniens en écoulement laminaire,
- 2- le problème est bidimensionnel, axisymétrique et stationnaire,
- 3- les approximations de la couche limite sont supposées valables pour le film liquide et le mélange gazeux,
- 4- les propriétés physiques du mélange gazeux et du film liquide sont supposées constantes égales à leurs valeurs moyennes à chaque section z . Les propriétés de la couche poreuse sont supposées constantes et évaluées à la température de paroi externe,
- 5- la pression est uniforme dans toute section droite du tube,
- 6- le mélange vapeur- gaz est assimilé à un mélange idéal de gaz parfaits,
- 7- la vapeur est à l'état saturé en tout point de l'interface liquide-mélange gazeux,
- 8- la couche poreuse est saturée, homogène, isotrope et en équilibre thermodynamique local avec le liquide,
- 9- le revêtement poreux est totalement recouvert par le condensat dès l'entrée du tube,
- 10- les propriétés suivantes sont supposées négligeables : effets Dufour et Soret, forces capillaires à l'interface liquide-gaz, termes de travail de pression, transferts radiatifs et solubilité du gaz dans le film liquide, conduction thermique axiale dans la paroi poreuse.

Ces hypothèses peuvent être justifiées comme suit :

- 1- L'hypothèse de fluides newtoniens est justifiée pour la plupart des fluides et permet d'écrire que la contrainte tangentielle de cisaillement est proportionnelle au gradient transversal de vitesse.

$$\tau_k = \mu_k \frac{\partial U_k}{\partial r} \quad (2.2.1)$$

D'autre part, le régime d'écoulement des fluides est basé sur les critères des nombres de Reynolds du liquide Re_L , du mélange Re_M et du milieu poreux Re_p calculés comme suit :

$$Re_L = \frac{q_L}{\pi R \mu_L} \quad (2.2.2)$$

$$Re_M = \frac{2(R - R') \rho_M U_M}{\mu_M} \quad (2.2.3)$$

$$Re_p = \frac{\rho_L U_p \sqrt{K}}{\mu_e} \quad (2.2.4)$$

q_L = débit massique du film liquide

μ_L, μ_M, μ_e = viscosités dynamiques des fluides dans les trois milieux

Dans le cas d'un tube vertical, on considère $R'=0$. On admet généralement que les écoulements du mélange gazeux en conduite cylindrique et du film liquide restent laminaires pour $Re_M < 2200$ et $Re_L < 30$ [48]. Le modèle d'écoulement en milieu poreux utilisé dans cette étude est valable pour $Re_p < 100$ (Annexe 1).

2- L'hypothèse du problème bidimensionnel axisymétrique n'est valable en toute rigueur qu'assez loin des bords du tube. Elle implique que la vitesse d'écoulement n'a que deux composantes: U (axiale) et V (radiale) et que toutes les grandeurs physiques intervenant dans le problème ne dépendent que des coordonnées axiale r et radiale z. On considère également que le processus s'effectue en régime permanent, où toutes les grandeurs ne varient plus au cours du temps.

3- L'hypothèse des approximations de couche limite permet l'élimination des termes de diffusion axiale (en $\partial^2/\partial z^2$) dans les équations de transfert, du gradient radial de pression et conduit à des équations paraboliques [48].

4- La variation des propriétés physiques des fluides avec la température et la concentration de vapeur est en fait prise en compte dans la présente étude, car elles sont calculées à chaque section z aux valeurs de référence suivantes (qui sont variables le long de l'écoulement):

- pour le mélange gazeux:

$$T_r(z) = \frac{1}{R_i - R'} \int_{R'}^{R-\delta} T_M(r, z) dr \quad (2.2.5)$$

$$C_r(z) = \frac{1}{R_i - R'} \int_{R'}^{R-\delta} C(r, z) dr \quad (2.2.6)$$

- pour le liquide:

$$T_r(z) = \frac{1}{\delta} \int_{R-\delta}^R T_L(r, z) dr \quad (2.2.7)$$

5- La variation radiale de pression est négligeable dans le cadre des approximations de la couche limite.

6- La phase gazeuse peut être assimilée à un mélange idéal de gaz parfaits pour des pressions relativement faibles (ne dépassant pas quelques atm). L'équation d'état des gaz parfaits peut être alors appliquée:

$$P_k = \frac{\rho_k RT}{M_k} \quad (2.2.8)$$

avec l'indice $k = g$ (gaz), v (vapeur)

P_k , M_k étant la pression partielle et la masse molaire du composant k du mélange à la température T

$R =$ constante des gaz parfaits

D'après la loi de Dalton, la pression totale P du mélange est alors égale à la somme des pressions partielles de ses constituants:

$$P = P_g + P_v \quad (2.2.9)$$

7- A l'interface liquide-mélange gazeux où se produit la condensation, on considère la pression partielle de vapeur saturante, correspondant à une humidité relative locale égale à 1.

8- On considère que les propriétés locales du milieu poreux sont définies à l'échelle du volume élémentaire représentatif, où le milieu est supposé macroscopiquement homogène.

9- L'hypothèse 9 est justifiée pour une couche poreuse de très faible épaisseur et pour des taux de condensation relativement élevés.

10- Les effets Dufour et Soret représentent respectivement le flux d'énergie sous l'effet d'un gradient de concentration et le flux de masse sous l'effet d'un gradient de température. En pratique, ces effets n'ont d'importance que si ces gradients sont très élevés.

- Les forces capillaires à l'interface liquide-mélange gazeux sont supposées négligeables ce qui permet d'écrire la continuité de la pression à l'interface.

- Les termes de travail des forces de pression ne sont importants que pour gradients de pression très élevés.

- Les transferts radiatifs sont négligeables en raison des différences de température relativement faibles entre fluide et paroi adoptées dans cette étude.

- La solubilité du gaz dans le film liquide est négligeable ce qui permet d'assurer la conservation du débit massique du gaz le long du tube.

- Enfin, la dernière hypothèse permet d'éliminer le terme $\partial^2 T / \partial z^2$ dans l'équation de l'énergie de la paroi poreuse. Toutefois, la variation axiale de température intervient par l'intermédiaire de la condition de continuité des densités de flux thermique à l'interface liquide-paroi.

3. Modèle mathématique

Considérons un référentiel (Orz) tel que l'origine O soit placée sur l'axe des cylindres, z la coordonnée axiale mesurée dans le sens de l'écoulement et r la coordonnée normale à z .

Les transferts dans le mélange gazeux et le liquide sont décrits par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion suivant le modèle classique de la couche limite. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer (présenté en Annexe 1) est utilisé pour décrire l'écoulement dans la couche poreuse. Le couplage entre les équations des trois milieux est assuré par la continuité des contraintes de cisaillement, des densités de flux thermique et massique aux interfaces liquide-mélange gazeux et liquide-milieu poreux. Toutes les variables avec les indices M, L, P se rapportent respectivement au mélange gazeux, au liquide et au milieu poreux.

3.1. Equations de transfert

En admettant les hypothèses simplificatrices et les notations rapportées ci-dessus, les équations de transfert en coordonnées cylindriques dans le repère (Orz) s'écrivent dans les trois milieux comme suit :

a. Mélange gazeux :

Equation de continuité:

$$\frac{\partial U_M}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV_M)}{\partial r} = 0 \quad (2.3.1)$$

Equation de conservation de quantité de mouvement :

$$U_M \frac{\partial U_M}{\partial z} + V_M \frac{\partial U_M}{\partial r} = \frac{v_M}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_M}{\partial r} \right) + g - \frac{1}{\rho_M} \frac{dP}{dz} \quad (2.3.2)$$

Equation de conservation de l'énergie:

$$U_M \frac{\partial T_M}{\partial z} + V_M \frac{\partial T_M}{\partial r} = \frac{\alpha_M}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_M}{\partial r} \right) + D_v \frac{(c_{pv} - c_{pg})}{c_{pM}} \frac{\partial T_M}{\partial r} \frac{\partial C}{\partial r} \quad (2.3.3)$$

Equation de diffusion:

$$U_M \frac{\partial C}{\partial z} + V_M \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{D_v}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (2.3.4)$$

b. Film liquide :

Equation de continuité:

$$\frac{\partial U_L}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rV_L)}{\partial r} = 0 \quad (2.3.5)$$

Equation de conservation de quantité de mouvement :

$$U_L \frac{\partial U_L}{\partial z} + V_L \frac{\partial U_L}{\partial r} = \frac{v_L}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_L}{\partial r} \right) + g - \frac{1}{\rho_L} \frac{dP}{dz} \quad (2.3.6)$$

Equation de conservation de l'énergie:

$$U_L \frac{\partial T_L}{\partial z} + V_L \frac{\partial T_L}{\partial r} = \frac{\alpha_L}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_L}{\partial r} \right) + \frac{v_L}{c_{pL}} \left[2 \left(\frac{\partial V_L}{\partial r} \right)^2 + 2 \left(\frac{V_L}{r} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U_L}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_L}{\partial z} + \frac{\partial U_L}{\partial r} \right)^2 \right] \quad (2.3.7)$$

c. Milieu poreux :

Equation de continuité:

$$\frac{\partial U_p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r V_p)}{\partial r} = 0 \quad (2.3.8)$$

Equation de Darcy-Brinkman-Forchheimer:

$$\frac{\rho_L}{\varepsilon^2} \left(U_p \frac{\partial U_p}{\partial z} + V_p \frac{\partial U_p}{\partial r} \right) = \frac{\mu_e}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_p}{\partial r} \right) - \frac{dP}{dz} + \rho_L g - \frac{\mu_L U_p}{K} - \frac{F \rho_L U_p^2}{\sqrt{K}} \quad (2.3.9)$$

Equation de conservation de l'énergie:

$$(\rho c_p)_L \left(U_p \frac{\partial T_p}{\partial z} + V_p \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) = \frac{\lambda_e}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_p}{\partial r} \right) \quad (2.3.10)$$

d. Conservation du débit massique :

$$\int_{R'}^{R-\delta} \rho_M U_M \cdot 2\pi r \cdot dr + \int_{R-\delta}^R \rho_L U_L \cdot 2\pi r \cdot dr + \int_R^{R_e} \rho_L U_p \cdot 2\pi r \cdot dr = q_0 \quad (2.3.11)$$

Cette dernière équation reste valable dans le cas du cylindre unique, en faisant $R' = 0$. Elle exprime le bilan massique à travers toute section z le long du tube, puisque le débit de condensat résulte directement de la condensation de vapeur perdue par le mélange, q_0 étant le débit massique total (mélange gazeux + condensat) à l'entrée du système.

A noter également que les termes diffusion enthalpique dans le mélange et de dissipation visqueuse dans la phase liquide sont pris en compte respectivement dans les équations (2.3.3) et (2.3.7).

3.2. Conditions aux limites

Pour décrire complètement le problème, les conditions aux limites doivent être spécifiées sur les frontières du domaine : à l'entrée, à l'interface mélange-liquide, à l'interface liquide- milieu poreux et à la paroi externe.

- A l'entrée du tube ($z = 0$):

On suppose que le mélange pénètre dans le tube avec une vitesse U_0 , température T_0 , concentration en vapeur C_0 et pression P_0 uniformes:

$$U_M = U_0, V_M = 0, P_M = P_0 \quad (2.3.12-14)$$

$$T_M = T_0, C = C_0 \quad (2.3.15-16)$$

L'épaisseur du film liquide est nulle:

$$\delta(0) = 0, U_L = 0, V_L = 0 \quad (2.3.17-19)$$

- A l'entrée du milieu poreux :

Le profil de vitesse est déterminé par résolution numérique de l'équation Darcy-Brinkman-Forchheimer en négligeant les termes d'inertie, de Forchheimer et le gradient de pression:

$$\frac{\mu_e}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U_p}{\partial r} \right) - \frac{\mu_L U_p}{K} + \rho_L g = 0 \quad (2.3.20)$$

avec les conditions aux limites :

$$\left. \frac{\partial U_p}{\partial r} \right|_R = 0 \text{ et } U_p(R_e) = 0 \quad (2.3.21-22)$$

Le profil de température est déterminé par la résolution analytique de l'équation de l'énergie du milieu poreux (2.3.10) en négligeant les termes convectifs:

$$T_p(r) = T_w + \frac{T_0 - T_w}{\ln(R/R_e)} \ln(r/R_e) \quad (2.3.23)$$

- Sur la paroi interne (pour $r = R'$) dans le cas de deux cylindres coaxiaux :

Les conditions de non-glissement et de paroi adiabatique imperméable s'écrivent:

$$U_M = 0, \quad V_M = 0 \quad (2.3.24-25)$$

$$\left. \frac{\partial T_M}{\partial r} \right|_{R'} = 0, \quad \left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_{R'} = 0 \quad (2.3.26-27)$$

- Sur l'axe du tube (pour $r = 0$) dans le cas d'un cylindre vertical :

$$\left. \frac{\partial U_M}{\partial r} \right|_0 = 0, \quad V_M = 0 \quad (2.3.28-29)$$

$$\left. \frac{\partial T_M}{\partial r} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial C}{\partial r} \right|_0 = 0 \quad (2.3.30-31)$$

- A l'interface liquide - mélange gazeux ($R_i = R - \delta$)

Les conditions de continuité des vitesses, contraintes de cisaillement, températures, densités de flux thermique et massique et saturation de vapeur à l'interface s'écrivent respectivement:

$$U_L = U_M, \quad \mu_L \left. \frac{\partial U_L}{\partial r} \right|_i = \mu_M \left. \frac{\partial U_M}{\partial r} \right|_i \quad (2.3.32-33)$$

$$T_L = T_M, \quad -\lambda_L \left(\frac{\partial T_L}{\partial r} \right)_i = -\lambda_M \left(\frac{\partial T_M}{\partial r} \right)_i + J_v \cdot L_c \quad (2.3.34-35)$$

$$J_v = \rho_L (V_L - U_L \frac{d\delta}{dz})_i = \rho_M (V_M - U_M \frac{d\delta}{dz})_i \quad (2.3.36-37)$$

$$J_v = -\frac{\rho_M D_v}{1 - C_i} \left(\frac{\partial C}{\partial r} \right)_i \quad (2.3.38)$$

$$C = \frac{M_v P_{vs}}{M_v P_{vs} + M_g (P - P_{vs})} \quad (2.3.39)$$

La pression de vapeur saturante P_{vs} à la température T est déterminée par des relations empiriques ou par des tables de données thermodynamiques (Annexe 2).

- A l'interface liquide – couche poreuse ($r = R$):

Les conditions de continuité des vitesses, contraintes de cisaillement, températures et densités de flux thermique à l'interface s'écrivent respectivement:

$$U_L = U_p, \quad \mu_L \left(\frac{\partial U_L}{\partial r} \right)_R = \mu_e \left(\frac{\partial U_p}{\partial r} \right)_R \quad (2.3.40-41)$$

$$T_L = T_p, \quad \lambda_L \left(\frac{\partial T_L}{\partial r} \right)_R = \lambda_e \left(\frac{\partial T_p}{\partial r} \right)_R \quad (2.3.42-43)$$

- A la face externe de la paroi ($r = R_e$) :

La condition de non-glissement s'écrit :

$$U_p = V_p = 0 \quad (2.3.44-45)$$

La paroi est supposée soit isotherme :

$$T_p = T_w \quad (2.3.46)$$

soit refroidie par convection avec un fluide externe à température T_e :

$$-\lambda_e \left(\frac{\partial T_p}{\partial r} \right)_{R_e} = h_e (T_w - T_e) \quad (2.3.47)$$

T_w = température de paroi externe

h_e = coefficient de convection externe fluide-paroi

4. Adimensionnalisation

Les systèmes d'équations et conditions aux limites sont adimensionnalisés en introduisant les variables réduites suivantes:

$$(r^*, z^*, \delta^*) = \frac{(r, z, \delta)}{R} \quad (2.4.1)$$

$$(U_k^*, V_k^*) = \frac{(U_k, V_k)}{\sqrt{gR}}, \quad P^* = \frac{P - P_0}{\rho_0 g R} \quad (2.4.2-3)$$

$$q_k^* = \frac{q_k}{\mu_0 R}, \quad T_k^* = \frac{T_k - T_x}{T_0 - T_x} \quad (2.4.4-5)$$

$T_x = T_w$ si la paroi externe est isotherme

$T_x = T_e$ si la paroi externe soumise à un refroidissement convectif

Il en résulte les paramètres adimensionnels suivants: F' , e^* , Re_0 , Fr , Pr_M , Sc , α , Pr_L , Ja , Ec , Da ainsi que les rapports des propriétés physiques des fluides dont les définitions sont reportées en Annexe 3.

Par ailleurs, afin d'analyser les transferts de chaleur au cours de la condensation, on définit également le nombre adimensionnel de Nusselt à la paroi externe. En effet, la densité de flux de chaleur pariétale ϕ peut être exprimée avec un coefficient de transfert local h comme suit:

$$\phi = -\lambda_k \left(\frac{\partial T_k}{\partial r} \right)_w = h(T_0 - T_w) \quad (2.4.6)$$

avec l'indice $k=L$ pour un tube supposé sans épaisseur, $k=P$ pour un tube recouvert d'une couche poreuse. Le nombre de Nusselt local s'écrit :

$$Nu = \frac{hR}{\lambda_k} = \frac{R}{T_w - T_0} \left(\frac{\partial T_k}{\partial r} \right)_w \quad (2.4.7)$$

ainsi que le nombre de Nusselt moyen sur toute la longueur L de la paroi :

$$Nu_m = \frac{1}{L} \int_0^L Nu \cdot dz \quad (2.4.8)$$

D'autre part, le flux thermique ϕ transmis sur une distance z à travers la paroi s'écrit :

$$\phi = \int_0^z \phi 2\pi R \cdot dz \quad (2.4.9)$$

On définit son expression sous forme adimensionnelle comme suit:

$$\phi^* = \frac{\phi}{\lambda_k 2\pi R \Delta T} \quad (2.4.10)$$

Ce qui conduit finalement à l'expression suivante qu'on utilisera en pratique, dans notre étude, pour le calcul du flux thermique ϕ^* :

$$\phi^* = \int_0^{z^*} Nu \cdot dz^* \quad (2.4.11)$$

Enfin, signalons que lors de l'étude de l'influence de l'écart de température ΔT sur le processus de condensation (chap. 4), on considère un nombre de Nusselt Nu' et un flux thermique ϕ^* modifiés définis comme suit :

$$Nu' = \frac{-R}{T_0} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_w \quad (2.4.12)$$

$$\phi^* = \int_0^{z^*} Nu' dz^* \quad (2.4.13)$$

5. Transformation des coordonnées

5.1. Changement de variables

L'une des particularités de cette étude réside dans le fait que l'épaisseur du condensat est inconnue et variable le long de l'écoulement. Le maillage du domaine dans le système de coordonnées physiques (r, z) serait alors inadéquat en raison de la déformation progressive de l'interface liquide – gaz. A cet effet, une méthode de transformation homotopique permet de transformer le domaine réel physique (r, z) en un domaine fictif numérique (η, z') défini comme suit (Fig. 2.5.1):

- le long de l'écoulement, pour $0 \leq z \leq L$:

$$z' = z \quad (2.5.1)$$

- dans la direction transversale, les coordonnées radiales η_k sont définies selon le tableau 2.5.1. Ce nouveau référentiel présente les caractéristiques suivantes :

- le domaine d'étude est transformé en trois domaines numériques rectangulaires et de même largeur (unitaire), occupés par la phase gazeuse dans l'intervalle $0 \leq \eta_M \leq 1$, la phase liquide pour $1 \leq \eta_L \leq 2$ et le milieu poreux pour $2 \leq \eta_P \leq 3$

- la position de l'interface liquide-mélange gazeux est fixe, clairement définie et correspond à la valeur $\eta_M = \eta_L = 1$, tout le long de l'écoulement

- Les parois interne et externe correspondent respectivement aux valeurs $\eta_M = 0$ et $\eta_P = 3$ à toute coordonnée axiale z' .

- Cette transformation reste applicable au cas d'un système formé d'un seul tube en faisant $R'=0$.

Domaine physique	Domaine numérique	Relations entre coordonnées
Phase gazeuse $R' \leq r \leq R - \delta$	$\eta_M = \frac{r^* - R'^*}{1 - R'^* - \delta^*}$ (2.5.2) $0 \leq \eta_M \leq 1$	$r^* = \Psi_M \eta'_M$, $\Psi_M = 1 - R'^* - \delta^*$ $\eta'_M = \eta_M + \frac{R^*}{1 - R'^* - \delta^*}$ (2.5.3-5)
Phase liquide $R - \delta \leq r \leq R$	$\eta_L = \frac{r^* - 1}{\delta^*} + 2$ (2.5.6) $1 \leq \eta_L \leq 2$	$r^* = \Psi_L \eta'_L$, $\Psi_L = \delta^*$ $\eta'_L = \eta_L - 2 + \frac{1}{\delta^*}$ (2.5.7-9)
Couche poreuse $R \leq r \leq R_e$	$\eta_p = \frac{r^* - 1}{e^*} + 2$ (2.5.10) $2 \leq \eta_p \leq 3$	$r^* = \Psi_p \eta'_p$, $\Psi_p = e^*$ $\eta'_p = \eta_p - 2 + \frac{1}{e^*}$ (2.5.11-13)

Tableau 2.5.1. Systèmes de coordonnées physique et numérique

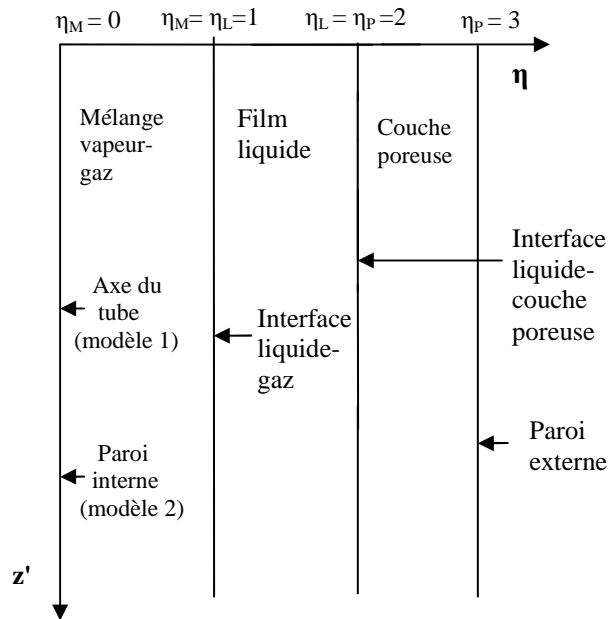


Fig. 2.5.1. Domaine numérique de calcul (Modèles 1 et 2)

5.2. Equations transformées

Cette méthode de transformation de coordonnées nécessite une reformulation mathématique des équations et des conditions aux limites. Soit la fonction $\phi(r, z)$ représentant l'une des variables scalaires (U_k, T_k, C) du problème. Ses dérivées partielles dans chaque phase k sont transformées dans le nouveau repère ($O\eta z'$) comme suit (avec l'indice $k=M$ pour le mélange gazeux, $k=L$ pour le liquide et $k=P$ pour la couche poreuse) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial r^*} = \frac{1}{\psi_k} \frac{\partial \phi}{\partial \eta_k} \quad (2.5.14)$$

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} \left(r^* \frac{\partial \phi}{\partial r^*} \right) = \frac{1}{\eta'_k \psi_k^2} \frac{\partial}{\partial \eta_k} \left(\eta'_k \frac{\partial \phi}{\partial \eta_k} \right) \quad (2.5.15)$$

$$\frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} (r^* \phi) = \frac{1}{\eta'_k \psi_k} \frac{\partial}{\partial \eta_k} (\eta'_k \phi) \quad (2.5.16)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z^*} = \frac{\partial \phi}{\partial z'^*} + \alpha_k \frac{\partial \phi}{\partial \eta_k} \quad (2.5.17)$$

$$\text{Avec : } \alpha_M = \frac{\eta_M}{(1 - R^* - \delta^*)} \frac{d\delta^*}{dz'^*} \quad (2.5.18)$$

$$\alpha_L = \frac{(2 - \eta_L)}{\delta^*} \frac{d\delta^*}{dz'^*} \quad (2.5.19)$$

$$\alpha_p = 0 \quad (2.5.20)$$

En tenant compte des expressions des dérivées partielles, les équations de transfert dans les 3 milieux s'écrivent dans le nouveau référentiel, sous la forme ci-dessous (k = M, L, P):

- Equation de continuité :

$$\frac{\partial U_k^*}{\partial z'} + \alpha_k \frac{\partial U_k^*}{\partial \eta_k} + \frac{1}{\eta'_k \psi_k} \frac{\partial (\eta'_k V_k^*)}{\partial \eta_k} = 0 \quad (2.5.21)$$

- Equations de transfert:

$$U_k^* \frac{\partial \phi_k}{\partial z'^*} + \alpha_k U_k^* \frac{\partial \phi_k}{\partial \eta_k} + \frac{V_k^*}{\psi_k} \frac{\partial \phi_k}{\partial \eta_k} = \frac{\Gamma_{\phi k}}{\eta'_k \psi_k^2} \frac{\partial}{\partial \eta_k} \left(\eta'_k \frac{\partial \phi_k}{\partial \eta_k} \right) + S_{\phi k} \quad (2.5.22)$$

ϕ_k = variable scalaire représentant les grandeurs (U_k , T_k , C)

$\Gamma_{\phi k}$ = coefficients de diffusion de la variable ϕ ,

$S_{\phi k}$ = terme source

Equation	ϕ_k	$\Gamma_{\phi k}$	$S_{\phi k}$
Quantité de mouvement (k = L, M)	U_k^*	$\frac{2Fr.v_k^*F'}{Re_0}$	$1 - \frac{1}{\rho_k^*} \frac{dP^*}{dz^*}$
Quantité de mouvement (k=P)	U_p^*	$\frac{2Fr.\mu_e^*v_L^*\epsilon^2F'}{Re_0}$	$\epsilon^2 - \frac{\epsilon^2}{\rho_L^*} \frac{dP^*}{dz^*} - \frac{2Fr.\epsilon^2v_L^*F'}{Re_0 Da} U_p^* - \frac{\epsilon^2F}{\sqrt{Da}} U_p^{*2}$
Energie Mélange gazeux	T_M^*	$\frac{2Fr.v_M^*F'}{Re_0 Pr_M}$	ϕ_{de}
Energie Liquide	T_L^*	$\frac{2Fr.v_L^*F'}{Re_0 Pr_L}$	ϕ_{dv}
Energie Milieu poreux	T_P^*	$\frac{2Fr.v_L^*\lambda_c^*F'}{Re_0 Pr_L}$	0
Diffusion Mélange gazeux	C	$\frac{2Fr.v_M^*F'}{Re_0 Sc}$	0

Tableau 2.5.2 : Liste des variables ϕ_k , des coefficients $\Gamma_{\phi k}$ et des termes $S_{\phi k}$

- Les termes de dissipation visqueuse dans le film liquide et de diffusion enthalpique dans le mélange gazeux et s'écrivent respectivement :

$$\phi_{dv} = \frac{2Ec.v_L^*F'}{Re_0 Fr} \left[\frac{2}{\delta^{*2}} \left(\frac{\partial V_L^*}{\partial \eta_L} \right)^2 + 2 \left(\frac{V_L^*}{\delta^* \eta_L'} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial U_L^*}{\partial z^*} + \alpha_L \frac{\partial U_L^*}{\partial \eta_L} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_L^*}{\partial z^*} + \alpha_L \frac{\partial V_L^*}{\partial \eta_L} + \frac{\partial U_L^*}{\delta^* \partial \eta_L} \right)^2 \right]$$

$$\phi_{de} = \frac{2Fr.v_M^*c_p^*F'}{Re_0 .Sc(F'-\delta^*)^2} \frac{\partial T_M^*}{\partial \eta_M} \frac{\partial C}{\partial \eta_M} \quad (2.5.23-24)$$

- L'équation de conservation du débit massique total s'écrit:

$$(F'-\delta^*)^2 \int_0^1 \rho_M^* U_M^* \cdot \eta_M' \cdot d\eta_M + \delta^{*2} \int_1^2 \rho_L^* U_L^* \cdot \eta_L' \cdot d\eta_L + e^{*2} \int_2^3 \rho_P^* U_P^* \cdot \eta_P' \cdot d\eta_P = q_0^* \frac{F'.Fr}{\pi Re_0} \quad (2.5.25)$$

5.3. Conditions aux limites transformées

- Au bord supérieur du tube (pour $z^* = 0$)

$$U_M^* = Fr, \quad V_M^* = 0, \quad P^* = 0, \quad (2.5.26-28)$$

$$T_M^* = 1, \quad C = C_0 \quad (2.5.29-30)$$

$$U_L^* = 0, \quad V_L^* = 0, \quad \delta^*(0) = 0 \quad (2.5.31-33)$$

- A l'entrée du milieu poreux, le profil de vitesse est déterminé par la résolution numérique de l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer simplifiée:

$$\frac{\mu_e^*}{\eta_p^* e^{*2}} \frac{\partial}{\partial \eta_p} \left(\eta_p^* \frac{\partial U_p^*}{\partial \eta_p} \right) - \frac{U_p^*}{Da} + \frac{Re_0}{2F' Fr.v_L^*} = 0 \quad (2.5.34)$$

avec les conditions aux limites :

$$\partial U_p^* / \partial \eta_p)_2 = 0 \text{ et } U_p^*(3) = 0 \quad (2.5.35-36)$$

Le profil de température est déterminé par l'équation:

$$T_p^* = 1 - \ln(r^*) / \ln(R_e^*) \quad (2.5.37)$$

- Sur la paroi interne (pour $\eta = 0$) dans le cas de deux cylindres coaxiaux :

$$U_M^* = 0, V_M^* = 0 \quad (2.5.38-39)$$

$$\left. \frac{\partial T_M^*}{\partial \eta_M} \right)_0 = \left. \frac{\partial C}{\partial \eta_M} \right)_0 = 0 \quad (2.5.40-41)$$

- Sur l'axe du tube (pour $\eta = 0$) dans le cas d'un tube vertical :

$$V_M^* = 0 \quad (2.5.42)$$

$$\left. \frac{\partial U_M^*}{\partial \eta_M} \right)_0 = \left. \frac{\partial T_M^*}{\partial \eta_M} \right)_0 = \left. \frac{\partial C}{\partial \eta_M} \right)_0 = 0 \quad (2.5.43-45)$$

- A l'interface liquide-mélange gazeux ($\eta = 1$):

$$U_L^* = U_M^*, \quad \left. \frac{\partial U_L^*}{\partial \eta_L} \right)_i = \frac{\mu^* \partial U_M^*}{(F' - \delta^*) \partial \eta_M} \Big|_i \quad (2.5.46-47)$$

$$T_L^* = T_M^*, \quad - \left. \frac{\partial T_L^*}{\partial \eta_L} \right)_i = \frac{-\lambda^* \partial T_M^*}{(F' - \delta^*) \partial \eta_M} \Big|_i + \frac{Pr_L Re_0}{2Ja.v_L^* Fr.F'} J_v^* \quad (2.5.48-49)$$

$$J_v^* = (V_L^* - U_L^* \frac{d\delta^*}{dz^*})_i = \rho^* (V_M^* - U_M^* \frac{d\delta^*}{dz^*})_i \quad (2.5.50-51)$$

$$J_v^* = - \frac{2Fr.v_M^* \rho^* F'}{Re_0 Sc(1 - C_i)(F' - \delta^*)} \left. \frac{\partial C}{\partial \eta_M} \right)_i \quad (2.5.52)$$

$$C = \frac{\alpha X_{vs}}{X_{vs}(\alpha - 1) + 1}, \quad X_{vs} = \frac{P_{vs}(T_i)}{P} \quad (2.5.53-54)$$

Où X_{vs} désigne la fraction molaire de la vapeur saturante à l'interface

- A l'interface liquide -couche poreuse ($\eta = 2$):

$$U_L^* = U_p^*, \quad \frac{1}{\delta^*} \left. \frac{\partial U_L^*}{\partial \eta_L} \right)_2 = \frac{\mu_e^*}{e^*} \left. \frac{\partial U_p^*}{\partial \eta_p} \right)_2 \quad (2.5.55-56)$$

$$T_L^* = T_p^*, \quad \frac{1}{\delta^*} \left. \frac{\partial T_L^*}{\partial \eta_L} \right)_2 = \frac{\lambda_p^*}{e^*} \left. \frac{\partial T_p^*}{\partial \eta_p} \right)_2 \quad (2.5.57-58)$$

- A la face externe de la paroi ($\eta = 3$) :

$$U_p^* = V_p^* = 0 \quad (2.5.59-60)$$

Condition d'isothermie :

$$T_p^* = 0 \quad (2.5.61)$$

ou de convection externe :

$$\left. \frac{\partial T_p^*}{\partial \eta_p} \right)_{R_e} = -e^* Bi_p \cdot T_w^* \quad (2.5.62)$$

6. Propriétés thermophysiques des fluides

Dans cette étude, on considère divers mélanges gazeux à deux constituants : gaz non condensable et vapeur dont la condensation conduit à l'apparition d'une phase liquide. Les fluides considérés sont les suivants :

- fluides condensables à l'état vapeur et liquide : eau, fluides frigorigènes (R12, R134a, R152a)
- gaz non condensables : hélium, air, argon, krypton
- mélanges gaz-vapeur d'eau et air-fluides frigorigènes.

La modélisation effectuée dans cette étude nécessite la connaissance des principales propriétés thermodynamiques et de transfert de ces fluides et de leur variation avec la température, la pression et la concentration en vapeur. On présente en Annexe 2, les propriétés suivantes des fluides étudiés: conductivité thermique λ , viscosité dynamique μ , masse volumique ρ , chaleur massique c_p , chaleur latente de condensation L_c , pression de vapeur saturante P_{vs} , coefficient de diffusion de la vapeur dans le gaz D_v . Ces propriétés sont calculées soit à partir de relations empiriques ou théoriques, soit par interpolation dans les intervalles de températures considérées à partir de valeurs tabulées disponibles dans la littérature [50-56]. Par ailleurs, on présente également en Annexe 1 les principales propriétés du milieu poreux saturé : porosité ε , perméabilité K , coefficient de Forchheimer F , viscosité dynamique effective μ_e et conductivité thermique effective λ_e .

7. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les deux modèles physiques étudiés : tube vertical et cylindres coaxiaux, à paroi poreuse et dont la face externe est isotherme ou soumise à un refroidissement convectif externe. A l'intérieur des tubes, un mélange vapeur-gaz s'écoule par convection forcée descendante. La condensation de vapeur sur la paroi froide conduit à l'apparition d'un film liquide d'épaisseur croissante le long du tube.

Les transferts dans les deux phases liquide et mélange gazeux sont décrits par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion en utilisant les approximations de la couche limite. Les transferts dans la couche poreuse sont décrits par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le couplage entre les équations des trois milieux est assuré par la continuité des contraintes de cisaillement et des densités de flux thermique et massique aux interfaces liquide-mélange gazeux et liquide-couche poreuse. Par ailleurs, l'épaisseur du condensat étant variable le long de l'écoulement, on procède à un changement de coordonnées adéquat afin de localiser avec précision la position de l'interface le long de la paroi. Les équations de transfert et les conditions aux limites associées au problème sont ensuite réécrites dans ce nouveau système de coordonnées puis adimensionnalisées. Le chapitre suivant est consacré au traitement numérique et analytique du problème.

CHAPITRE 3

METHODOLOGIE DE RESOLUTION

Ce chapitre est consacré à la description de la procédure de résolution des systèmes d'équations régissant les transferts dans les deux systèmes considérés : tube vertical et cylindres coaxiaux. La méthode de discrétisation retenue est basée sur la méthode des différences finies en schéma implicite. On présente les méthodes de traitement numérique, l'algorithme de résolution ainsi qu'une étude de sensibilité aux pas d'espace. Une méthode analytique a été également développée permettant de déterminer l'état des fluides en fin de condensation. La validation du modèle est effectuée par comparaison d'une part entre résultats analytiques et numériques obtenus en fin de condensation et d'autre part avec des résultats précédents publiés dans la littérature.

1. Maillage du domaine

Afin de résoudre les systèmes d'équations (2.5.21-25) avec les conditions aux limites associées (2.5.26-62), on utilise des méthodes numériques permettant la discrétisation de ces équations afin de les transformer en systèmes d'équations algébriques. A cet effet, la méthode retenue est celle des différences finies en schéma implicite décrite ci-dessous. Le traitement numérique du problème est abordé en faisant préalablement apparaître une forme commune à toutes les équations (2.5.21-22) permettant ensuite de développer une méthode de discrétisation générale applicable pour toutes les équations du système.

Avant de procéder à l'intégration des équations, le domaine d'étude bidimensionnel en (η, z') doit être discrétisé. Les figures 3.1.1 et 3.1.2 représentent l'allure globale du maillage d'espace adopté ainsi que le schéma de la grille de discrétisation utilisée. Dans notre étude, le maillage adopté est uniforme selon la direction η , avec des pas d'espace constants $\Delta\eta_M$ en

phase gazeuse, $\Delta\eta_L$ en phase liquide et $\Delta\eta_P$ dans la couche poreuse. Chaque nœud P est caractérisé par deux indices i, j représentant ses coordonnées radiale (selon η) et axiale (selon z). Les nœuds voisins sont notés $W(i-1, j)$, $E(i+1, j)$, $N(i, j-1)$. L'indice i varie le long de l'axe η de 0 à N dans le mélange gazeux, de N à N' dans le condensat, de N' à N'' dans l'épaisseur de la couche poreuse. L'indice j varie de 0 à M le long de l'axe z . La coordonnée radiale η_i du nœud P est définie comme suit :

- Mélange gazeux (pour $0 \leq i \leq N$) :

$$\eta_{Mi} = i.\Delta\eta_M \quad (3.1.1)$$

- Liquide (pour $N \leq i \leq N'$) :

$$\eta_{Li} = 1+(i-N)\Delta\eta_L \quad (3.1.2)$$

- Couche poreuse (pour $N' \leq i \leq N''$):

$$\eta_{Pi} = 2+(i-N')\Delta\eta_P \quad (3.1.3)$$

D'autre part, afin d'affiner le maillage au voisinage du bord d'entrée où les gradients sont élevés, l'axe z a été divisé en deux parties. A l'entrée du tube sur une courte distance L_1 , le pas d'espace Δz_1 est relativement fin. Au-delà de cette distance, le pas d'espace Δz_2 est plus élevé. La coordonnée axiale z_j du nœud P est définie comme suit :

- pour $z \leq L_1$ ($0 \leq j \leq M_1$) :

$$z_j = j.\Delta z_1 \quad (3.1.4)$$

- pour $z > L_1$ ($j > M_1$) :

$$z_j = L_1+(j-M_1).\Delta z_2 \quad (3.1.5)$$

2. Discrétisation des équations

2.1. Approximation des dérivées partielles

L'écoulement ayant lieu dans le sens descendant, les champs de vitesse, pression, température et concentration à chaque section z_j ne dépendent que des solutions en amont. Cette propriété impose une discrétisation amont des dérivées partielles par rapport à z :

$$\frac{\partial\phi}{\partial z} \approx \frac{\phi(P) - \phi(N)}{\Delta z} + O(\Delta z) \quad (3.2.1)$$

Les dérivées premières suivant η_k sont approchées en utilisant les différences centrées pour les nœuds intérieurs, et les différences progressives ou régressives à 3 points pour les nœuds de frontière suivant les formules respectives suivantes (précision du 2^{ème} ordre):

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta_k} \approx \frac{\phi(E) - \phi(W)}{2\Delta\eta_k} + O(\Delta\eta_k)^2 \quad (3.2.2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta_k} \approx \frac{-3\phi(P) + 4\phi(E) - \phi(E')}{2\Delta\eta_k} + O(\Delta\eta_k)^2 \quad (3.2.3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta_k} \approx \frac{3\phi(P) - 4\phi(W) + \phi(W')}{2\Delta\eta_k} + O(\Delta\eta_k)^2 \quad (3.2.4)$$

La dérivée seconde suivant η_k est calculée en utilisant les différences centrées du second ordre :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta_k^2} \approx \frac{\phi(E) - 2\phi(P) + \phi(W)}{\Delta\eta_k^2} + O(\Delta\eta_k)^2 \quad (3.2.5)$$

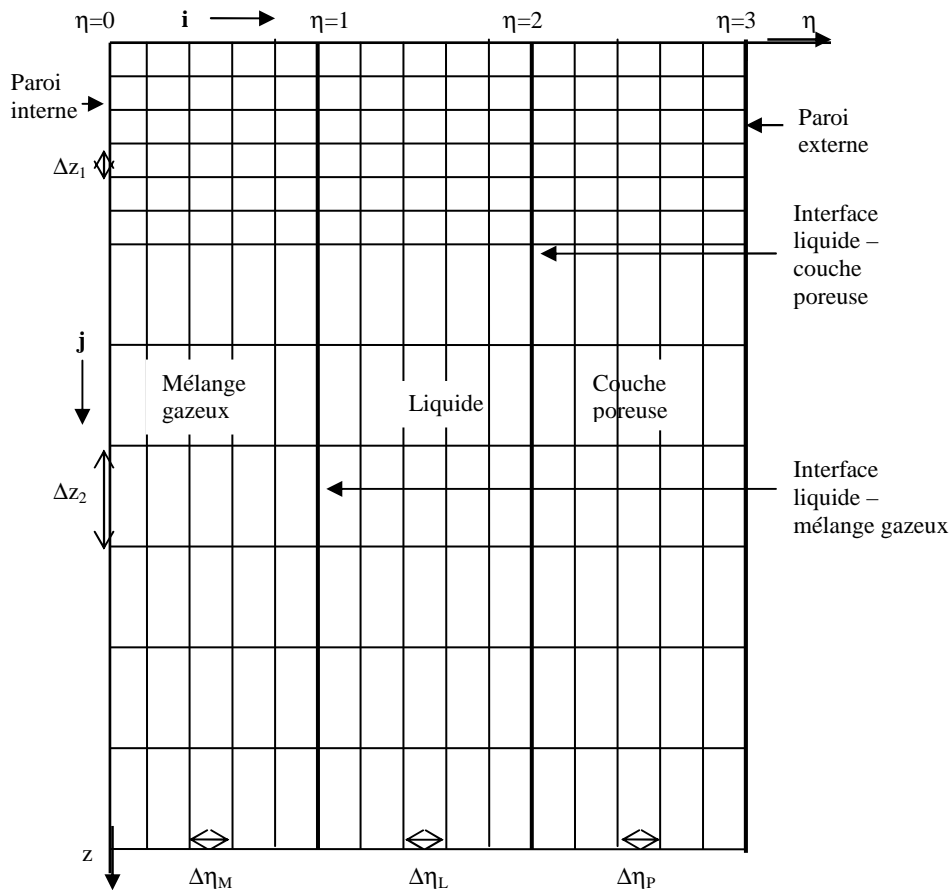


Fig. 3.1.1. Maillage global du domaine d'étude

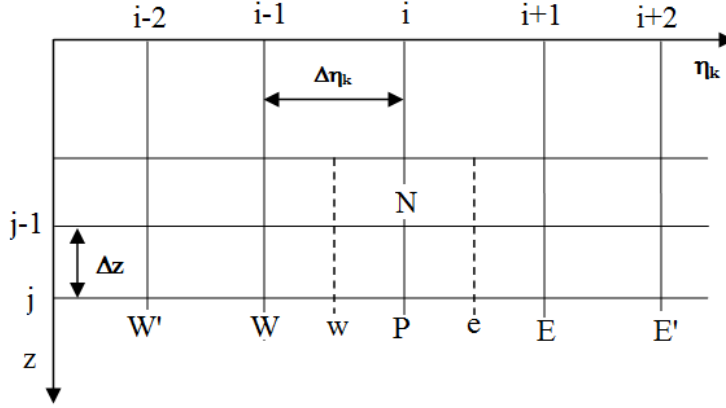


Fig. 3.1.2. Schéma de la grille de discrétisation

2.2. Equation de continuité discrétisée

La discrétisation de l'équation de continuité (2.5.21) suivant un schéma explicite appliqué aux nœuds $e(i+1/2, j)$ dans le mélange gazeux et $w(i-1/2, j)$ dans les phases liquide et poreuse, permet de calculer la vitesse radiale $V_k(i, j)$ comme suit :

- Phase gazeuse :

$$V_M^*(i, j) = \frac{\eta'_{ME}}{\eta'_{MP}} V_M^*(i+1, j) + \frac{\eta'_{Me}}{\eta'_{MP}} \Delta\eta_M \Psi_M \left(\frac{\partial U_M^*}{\partial z'^*} + \alpha_M \frac{\partial U_M^*}{\partial \eta_M} \right)_e \quad (3.2.6)$$

Le calcul s'effectue à partir de l'interface pour i variant de N à 1 . La vitesse radiale du mélange gazeux à l'interface liquide-gaz est calculée à partir de l'équation (2.5.51) :

$$V_M^*(N, j) = \frac{J_v^*}{\rho^*} + U_M^*(N, j) \frac{d\delta^*}{dz'^*} \quad (3.2.7)$$

- Phase liquide et milieu poreux ($k = L, P$):

$$V_k^*(i, j) = \frac{\eta'_{kW}}{\eta'_{kP}} V_k^*(i-1, j) - \frac{\eta'_{kw}}{\eta'_{kP}} \Delta\eta_k \Psi_k \left(\frac{\partial U_k^*}{\partial z'^*} + \alpha_k \frac{\partial U_k^*}{\partial \eta_k} \right)_w \quad (3.2.8)$$

Le calcul s'effectue également à partir de l'interface pour i variant de N à $N''-1$, la vitesse radiale du liquide à l'interface $i = N$ étant déterminée à partir de l'équation (2.5.50) :

$$V_L^*(N, j) = J_v^* + U_L^*(N, j) \frac{d\delta^*}{dz'^*} \quad (3.2.9)$$

2.3. Equation générale discrétisée

En remplaçant les dérivées partielles par leurs approximations en différences finies selon les expressions (3.2.1-3.2.5) et après un réarrangement des termes, l'équation générale de transfert (2.5.22) devient pour les nœuds intérieurs (i variant de 1 à N''-1) comme suit :

$$a_w \phi(W) + a_p \phi(P) + a_E \phi(E) + a_N \phi(N) = S_{\phi k} (P) \quad (3.2.10)$$

pour $\phi = U_k^*, T_k^*, C$ et $k = M, L, P$

Les coefficients a_w, a_E, a_p, a_N s'écrivent comme suit:

$$a_w = \frac{-1}{2\Delta\eta_k} \left(\alpha_k U'_k + \frac{V'_k}{\psi_k} - \frac{\Gamma_{\phi k}}{\eta'_k \psi_k^2} \right) - \frac{\Gamma_{\phi k}}{\psi_k^2 \Delta\eta_k^2} \quad (3.2.11)$$

$$a_E = \frac{1}{2\Delta\eta_k} \left(\alpha_k U'_k + \frac{V'_k}{\psi_k} - \frac{\Gamma_{\phi k}}{\eta'_k \psi_k^2} \right) - \frac{\Gamma_{\phi k}}{\psi_k^2 \Delta\eta_k^2} \quad (3.2.12)$$

$$a_p = \frac{U'_k}{\Delta z} + \frac{2\Gamma_{\phi k}}{\psi_k^2 \Delta\eta_k^2} \quad (3.2.13)$$

$$a_N = \frac{-U'_k}{\Delta z} \quad (3.2.14)$$

U'_k et V'_k étant les valeurs des vitesses au nœud (i,j) considérées à l'itération précédente.

Les coefficients vérifiant l'inégalité $|a_p| \geq |a_w + a_E|$, les systèmes d'équations peuvent être mis sous forme de matrice tridiagonale à diagonale dominante.

Les conditions aux limites font intervenir les valeurs du gradient radial $\partial\phi/\partial\eta_k$ sur les frontières du système aux nœuds suivants : paroi interne (i=0), axe du tube (i = 0), interface liquide-mélange gazeux (i=N), interface liquide- couche poreuse (i=N') et paroi externe (i=N''). Leur discrétisation est effectuée par les formules de dérivation numérique avant ou arrière du 2^{ème} ordre (3.2.3), (3.2.4).

3. Méthodes de résolution numérique

3.1. Convergence et sous-relaxation

Les équations obtenues après discrétisation sont non linéaires et couplées car les coefficients a_w, a_E, a_p, a_N dépendent des valeurs des vitesses et des coordonnées radiales aux nœuds considérés (3.2.11-14). La résolution de ces équations est alors effectuée successivement selon une procédure itérative à l'aide d'une méthode ligne par ligne. Cette

méthode est appliquée aux différentes équations algébriques à chaque ligne j en utilisant les conditions en amont à la section précédente ($j-1$) et en considérant les valeurs des vitesses connues correspondant aux dernières estimations obtenues au cours des itérations. La convergence du processus itératif est assurée lorsque les valeurs de chaque variable entre 2 itérations successives sont sensiblement identiques, selon la condition suivante :

$$\text{Max} \left| \frac{\phi^k(i, j) - \phi^{k-1}(i, j)}{\phi^k(i, j)} \right| < \varepsilon \quad (3.3.1)$$

k : indice de l'itération sur une ligne j .

Le critère d'arrêt des itérations a été fixé à $\varepsilon = 10^{-6}$. Cette valeur est choisie pour répondre à la fois à la rapidité, à la précision et à la convergence des calculs. Des valeurs plus faibles de ε auront pour effet d'augmenter inutilement le volume des calculs sans amélioration notable de la précision.

Par ailleurs, pour éviter les phénomènes d'oscillation ou de divergence des variables pouvant apparaître lors de la résolution itérative des équations, on utilise une méthode de sous-relaxation qui permet d'atténuer les variations des coefficients entre 2 itérations successives :

$$\phi_{p,\text{relaxé}} = \phi'_p + \alpha(\phi_p - \phi'_p) \quad (3.3.2)$$

ϕ'_p = valeur de ϕ_p à l'itération précédente

α_ϕ est un facteur de sous-relaxation qui contrôle les variations de ϕ . A chaque grandeur ϕ , correspond une valeur de α_ϕ déterminée au cours des calculs de façon empirique. Dans ce travail, les valeurs suivantes ont été utilisées:

- vitesse axiale : $\alpha_U = 0.4$
- gradient de pression : $\alpha_G = 0.4$
- vitesse radiale : $\alpha_V = 0.2$
- température : $\alpha_T = 0.4$
- fraction massique de vapeur : $\alpha_C = 0.4$

Plus la valeur de α_ϕ est faible, plus le nombre d'itérations est élevé tout en évitant la divergence du processus itératif.

3.2. Calcul des champs de vitesse axiale et de pression

Les équations algébriques déduites de la discrétisation des équations du mouvement des 2 phases à chaque ligne j sont exprimées sous la forme suivante ($k = L, M, P$):

$$a_W U_k^*(i-1, j) + a_P U_k^*(i, j) + a_E U_k^*(i+1, j) + \frac{\varepsilon^2 G^*}{\rho_k} = -a_N U_k^*(i, j-1) + S_{Uk} \quad (3.3.3)$$

avec : $\varepsilon = 1$ pour $k = L, M$

G^* étant le gradient axial de pression et S_{Uk} le terme source donné dans le tableau 2.5.2.

On aboutit ainsi à un système de $N''+1$ équations à $N''+1$ inconnues. Les équations 0, N et N' sont obtenues respectivement à partir de la discrétisation des conditions aux limites sur l'axe du tube, sur la paroi du cylindre interne et aux interfaces liquide-mélange gazeux et liquide-couche poreuse. Le système d'équations de quantité de mouvement s'écrit alors sous la forme matricielle $(A)(U) = (D)$. La figure 3.3.1 représente la structure de la matrice (A) où les éléments tridiagonaux (a_i, b_i, c_i), ceux de la dernière colonne (f_i) et ceux du second membre (d_i) sont donnés ci-dessous :

- 1^{ère} ligne ($i = 0$):

$$\text{Cylindres coaxiaux: } (b_0, c_0, f_0, d_0) = (1, 0, 0, 0) \quad (3.3.4)$$

$$\text{Cylindre unique : } (b_0, c_0, f_0, d_0) = (a_1 - 3c_1, b_1 + 4c_1, 1/\rho_M^*, d_1) \quad (3.3.5)$$

- Nœuds intérieurs : $i = 1, N''-1, i \neq (N, N')$:

$$(a_i, b_i, c_i, f_i, d_i) = (a_W, a_P, a_E, \varepsilon^2 / \rho_k^*, -a_N U_k^*(i, j-1) + S_{Uk}) \quad (3.3.6)$$

- A l'interface liquide-mélange gazeux ($i = N$) :

Après réarrangement de l'équation (2.5.47), les éléments de la ligne N s'écrivent comme

$$\text{suit : } a_N = 4\gamma a_{N-1} + \gamma b_{N-1} \quad (3.3.7)$$

$$b_N = -3c_{N+1} + a_{N+1} - 3\gamma a_{N-1} + \gamma c_{N-1} \quad (3.3.8)$$

$$c_N = 4c_{N+1} + b_{N+1} \quad (3.3.9)$$

$$f_N = \gamma / \rho_M^* + 1 / \rho_L^* \quad (3.3.10)$$

$$d_N = \gamma d_{N-1} + d_{N+1} \quad (3.3.11)$$

$$\text{avec } \gamma = \frac{\mu^* \delta^*}{(F' - \delta^*)} \frac{\Delta \eta_L}{\Delta \eta_M} \frac{c_{N+1}}{a_{N-1}} \quad (3.3.12)$$

- A l'interface liquide-couche poreuse ($i = N'$) :

Après réarrangement de l'équation (2.5.56), les éléments de la ligne N' s'écrivent comme

$$\text{suit : } a_{N'} = 4\gamma' a_{N'-1} + \gamma' b_{N'-1} \quad (3.3.13)$$

$$b_{N'} = -3c_{N'+1} + a_{N'+1} - 3\gamma' a_{N'-1} + \gamma' c_{N'-1} \quad (3.3.14)$$

$$c_{N'} = 4c_{N'+1} + b_{N'+1} \quad (3.3.15)$$

$$f_{N'} = (\gamma' + \varepsilon^2) / \rho_L^* \quad (3.3.16)$$

$$d_{N'} = \gamma' d_{N'-1} + d_{N'+1} \quad (3.3.17)$$

$$\text{avec } \gamma' = \frac{e^*}{\mu_e^* \delta^*} \frac{\Delta \eta_P}{\Delta \eta_L} \frac{c_{N'+1}}{a_{N'-1}} \quad (3.3.18)$$

La matrice (A) du système d'équations présente alors la structure suivante :

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_1 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & a_i & b_i & c_i & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_i \\ \cdot & \cdot & \cdot & a_N & b_N & c_N & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & f_N \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N'} & b_{N'} & c_{N'} & \cdot & \cdot & f_{N'} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_i & b_i & c_i & \cdot & f_i \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N''-1} & b_{N''-1} & f_{N''-1} \\ e_0 & e_1 & e_2 & \cdot & e_N & \cdot & \cdot & e_{N'} & \cdot & \cdot & e_{N''-1} & f_{N''} \end{pmatrix}$$

Fig. 3.3.1. Structure de la matrice du système d'équations de quantité de mouvement

Le système d'équations de taille (N''+1) est résolu par la méthode de Gauss qui a en fait été réadaptée à un système du type obtenu ci-dessus (Annexe 4). Le gradient de pression G* est ensuite discrétisé par des différences finies arrières (du 1^{er} ordre) :

$$G^*(j) = \frac{P^*(j) - P^*(j-1)}{\Delta z^*} \quad (3.3.19)$$

Ce qui permet d'en déduire le champ de pression P*.

3.3. Calcul des champs de température et de concentration en vapeur

Le calcul de la distribution de température et de concentration en vapeur se fait à partir de l'équation (3.2.10) pour $\phi = (T_k, C)$ et des conditions aux limites correspondantes. Dans les deux cas, les systèmes d'équations peuvent être exprimés sous forme tridiagonale et résolus par l'algorithme de Thomas (Annexe 4).

3.3.1. Champ de température

Le système à N''+1 équations (i = 0, N'') s'écrit sous forme matricielle (A)(T) = (D). La matrice (A) a été transformée pour être mise sous forme tridiagonale. Les conditions sur

l'axe du tube ($i = 0$), à l'interface liquide-mélange gazeux ($i = N$) et liquide-couche poreuse ($i=N''$) permettent le calcul des températures en ces points. Les éléments tridiagonaux de la matrice (A) sont notés (a_i, b_i, c_i) et ceux du second membre sont notés (d_i). Ils sont déterminés comme suit :

- 1^{ère} ligne ($i = 0$) :

$$(b_0, c_0, d_0) = (a_1 - 3c_1, b_1 + 4c_1, d_1) \quad (3.3.20)$$

- Nœuds intérieurs : $i=1, N''-1$ et $i \neq (N, N')$:

$$(a_i, b_i, c_i, d_i) = (a_w, a_p, a_e, -a_N \cdot T_k(i, j-1) + S_k) \quad (3.3.21)$$

$$\text{avec } (S_M, S_L, S_p) = (\phi_{de}, \phi_{dv}, 0) \quad (3.3.22)$$

- A l'interface liquide-mélange gazeux ($i = N$) :

Les coefficients (a_N, b_N, c_N, d_N) sont obtenus à partir de l'équation (2.5.49). Ils ont préalablement subi un réarrangement convenable pour maintenir la matrice principale sous forme tridiagonale.

$$a_N = 4\gamma a_{N-1} + \gamma b_{N-1} \quad (3.3.23)$$

$$b_N = -3c_{N+1} + a_{N+1} - 3\gamma a_{N-1} + \gamma c_{N-1} \quad (3.3.24)$$

$$c_N = 4c_{N+1} + b_{N+1} \quad (3.3.25)$$

$$d_N = \gamma d_{N-1} + d_{N+1} - 2B\Delta\eta_L c_{N+1} \quad (3.3.26)$$

$$\text{Avec } B = \frac{\text{Pr}_L \text{Re}_0}{2F' \text{Ja} \cdot v_L^* \text{Fr}^*} J_v^* \quad (3.3.27)$$

$$\gamma = \frac{\lambda^* \delta^*}{(F' - \delta^*)} \frac{\Delta\eta_L}{\Delta\eta_M} \frac{c_{N+1}}{a_{N-1}} \quad (3.3.28)$$

- A l'interface liquide-couche poreuse ($i = N'$) :

Les coefficients ($a_{N'}, b_{N'}, c_{N'}, d_{N'}$) sont obtenus à partir de l'équation (2.5.58) :

$$a_{N'} = 4\gamma' a_{N'-1} + \gamma' b_{N'-1} \quad (3.3.29)$$

$$b_{N'} = -3c_{N'+1} + a_{N'+1} - 3\gamma' a_{N'-1} + \gamma' c_{N'-1} \quad (3.3.30)$$

$$c_{N'} = 4c_{N'+1} + b_{N'+1} \quad (3.3.31)$$

$$d_{N'} = \gamma' d_{N'-1} + d_{N'+1} \quad (3.3.32)$$

$$\text{Avec } \gamma' = \frac{e^*}{\delta^* \lambda_e^*} \frac{\Delta\eta_P}{\Delta\eta_L} \frac{c_{N'+1}}{a_{N'-1}} \quad (3.3.33)$$

- Dernière ligne ($i = N''$):

si la paroi est isotherme :

$$(a_{N''}, b_{N''}, d_{N''}) = (0, 1, 0) \quad (3.3.34)$$

si la paroi est soumise à une convection externe:

$$a_{N''} = b_{N''-1} + 4a_{N''-1} \quad (3.3.35)$$

$$b_{N''} = c_{N''-1} - 3a_{N''-1} - 6\Delta\eta_p e^* Bi_p a_{N''-1} \quad (3.3.36)$$

$$d_{N''} = d_{N''-1} \quad (3.3.37)$$

3.3.2. Champ de concentration en vapeur

Le calcul des concentrations en vapeur pour $\phi = C$ dans l'équation (3.2.10) ne concerne que le mélange gazeux, d'où un système de $N+1$ équations à $N+1$ inconnues ($i = 0, \dots, N$) dont la matrice tridiagonale est formée des éléments suivants :

- 1^{ère} ligne ($i = 0$) :

$$(b_0, c_0, d_0) = (a_1 - 3c_1, b_1 + 4c_1, d_1) \quad (3.3.38)$$

- Nœuds intérieurs ($i = 1, N-1$) :

$$(a_i, b_i, c_i, d_i) = (a_w, a_p, a_E, -a_N \cdot C(i, j-1)) \quad (3.3.39)$$

- Dernière ligne ($i = N$):

$$(a_N, b_N, d_N) = (0, 1, C_{sat}) \quad (3.3.40)$$

4. Méthode de calcul de l'épaisseur de film liquide

Dans ce problème, l'épaisseur de film liquide est variable le long de l'écoulement. A chaque section z , elle est calculée par la méthode de la sécante [49] appliquée à l'équation de conservation du débit massique de condensat total, selon la procédure itérative suivante :

- On impose deux valeurs arbitraires distinctes de l'épaisseur de film δ_1 et δ_2

- Pour chacune d'elles, on effectue la résolution itérative des équations de quantité de mouvement, de continuité, d'énergie et de diffusion successivement jusqu'à vérification de la convergence selon le critère (3.3.1).

- On calcule ensuite l'erreur relative E_K sur le débit massique de condensat.

- A partir de la 3^{ème} itération ($K \geq 3$), si l'erreur relative est supérieure à 10^{-6} , alors une autre valeur de δ est calculée par la méthode de la sécante comme suit:

$$\delta_K = \delta_{K-1} - E_{K-1} \left(\frac{\delta_{K-1} - \delta_{K-2}}{E_{K-1} - E_{K-2}} \right) \quad (3.4.1)$$

Sinon, la valeur δ_K obtenue est adoptée et on passe à la ligne suivante.

5. Initialisations des profils de vitesse et température du liquide

Dans le cas d'un tube à paroi sans couche poreuse, l'épaisseur de condensat est nulle au bord d'attaque. Le démarrage des calculs à la 1^{ère} ligne ($j=1$) nécessite une estimation initiale des champs de vitesse et de température de la phase liquide à la 1^{ère} itération. A cet effet, la solution analytique de l'équation de quantité de mouvement en phase liquide peut être obtenue en négligeant les termes d'inertie. Il en résulte l'expression suivante du profil de vitesse liquide:

$$U_L^*(r^*) = A(1-r^{*2}) + \frac{\text{Ln}(r^*)}{\text{Ln}(R_i^*)} [A(R_i^{*2} - 1) + U_i^*] \quad (3.5.1)$$

avec
$$A = \frac{\text{Re}_0(\rho_L^* - G^*)}{8F'\mu_L^*Fr} \quad (3.5.2)$$

U_i^* désignant la vitesse à l'interface liquide-gaz.

De même, le profil de température liquide est déterminé selon la solution analytique de l'équation de l'énergie en négligeant les termes de convection d'enthalpie et de dissipation visqueuse:

$$T_L^*(r^*) = T_i^* \frac{\text{Ln}(r^*)}{\text{Ln}(R_i^*)} \quad (3.5.3)$$

T_i = température à l'interface liquide-gaz

6. Algorithme de résolution

Un code de calcul a été élaboré pour la mise en œuvre de la procédure de résolution numérique décrite ci-dessus. Le programme de calcul mis au point permet de déterminer les profils de vitesse et de température dans les trois milieux, de concentration en vapeur du mélange gazeux ainsi que l'évolution du gradient de pression, de l'épaisseur de film liquide et du débit de condensat. Les calculs sont effectués ligne par ligne jusqu'à ce que tout le domaine soit balayé. Les étapes de calcul sont les suivantes :

1. Entrée de toutes les données initiales du problème ($j=0$):
 - vitesse, température, pression, fraction massique de vapeur du mélange gazeux,
 - calcul des propriétés physiques des fluides.
2. Dans le cas d'un tube à paroi poreuse, le profil de vitesse initiale en milieu poreux est déterminé par la résolution numérique de l'équation de Darcy-Brinkman-Forchheimer

simplifiée (2.5.34). Le profil de température initiale en milieu poreux est déterminé par l'équation (2.5.37).

3. Dans le cas d'un tube à paroi non poreuse, une estimation initiale des champs de vitesse et de température de la phase liquide est calculée selon les équations (3.5.1-3), à la 1^{ère} station de calcul ($j=1$).
4. Une valeur arbitraire δ_1 de l'épaisseur de film est imposée à la station de calcul j .
5. Les équations de quantité de mouvement dans les trois phases sont résolues en utilisant l'algorithme de Gauss pour obtenir le champ de vitesse axiale et le gradient de pression.
6. Les composantes radiales de la vitesse sont calculées à partir de l'équation de continuité dans les trois milieux.
7. Les équations d'énergie dans les trois milieux sont résolues en utilisant l'algorithme de Thomas, pour obtenir le champ de température.
8. La résolution de l'équation de diffusion par la méthode de Thomas permet d'obtenir la répartition des fractions massiques de vapeur dans le mélange gazeux.
9. Le critère de convergence (3.3.1) est testé pour les variables (U_k, V_k, T_k, C), entre deux itérations successives. S'il est vérifié pour tous les nœuds de la ligne j , alors on passe à l'étape suivante. Sinon, les étapes 5-9 sont répétées.
10. Une 2^{ème} valeur arbitraire δ_2 de l'épaisseur de film est imposée. Les étapes 5-9 sont répétées jusqu'à convergence.
11. L'erreur relative E sur le débit liquide est calculée. Si elle est supérieure à 10^{-6} , une autre valeur de $\delta(j)$ est calculée par la méthode de la sécante et les étapes 5-9 sont répétées jusqu'à convergence. Sinon, la dernière valeur de δ est retenue et on passe à la ligne j suivante.
12. Les propriétés physiques des fluides sont réévaluées à partir des valeurs moyennes de températures et de fraction massique obtenues à la ligne j précédente
13. Les étapes 4-11 sont répétées pour la nouvelle ligne j jusqu'à convergence
14. Les calculs sont arrêtés lorsque l'extrémité des cylindres est atteinte

7. Solutions analytiques

Dans le cas des systèmes étudiés, la condensation complète est possible. En effet, à l'entrée du tube, le mélange gazeux est initialement à une température T_0 supérieure à celle de la paroi, puis se refroidit progressivement au cours de l'écoulement. Au bout d'une certaine distance suffisamment loin de l'entrée, la température de l'ensemble du système devient uniforme et égale à T_w . Le processus de condensation s'achève avec un mélange gaz-vapeur

saturée à la température T_w . Au-delà de cette distance, l'épaisseur de film liquide, le gradient de pression, la concentration, les propriétés physiques des fluides et les profils de vitesse des deux phases ne varient plus le long du tube (Fig. 3.7.1-2).

On se propose dans cette section de déterminer par des méthodes analytiques l'état final des deux fluides correspondant au régime de fin de condensation dans le cas de tubes à paroi non poreuse. Les méthodes utilisées sont basées sur une approche analogue à celle développée par Siow et al. [29, 30] dans le cas d'un écoulement diphasique entre deux plaques parallèles.

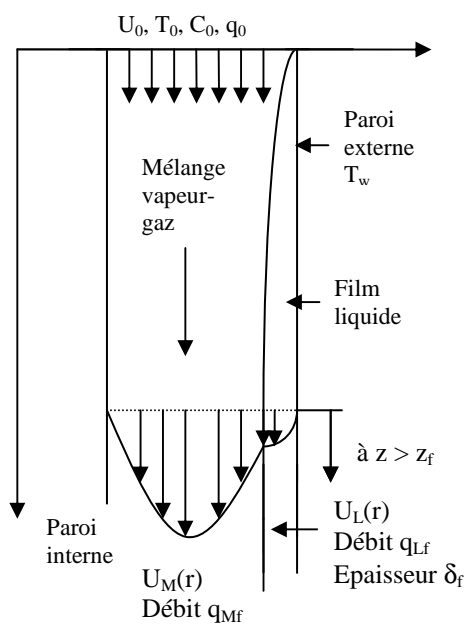


Fig. 3.7.1. Régime d'écoulement hydrodynamique établi. Tubes coaxiaux

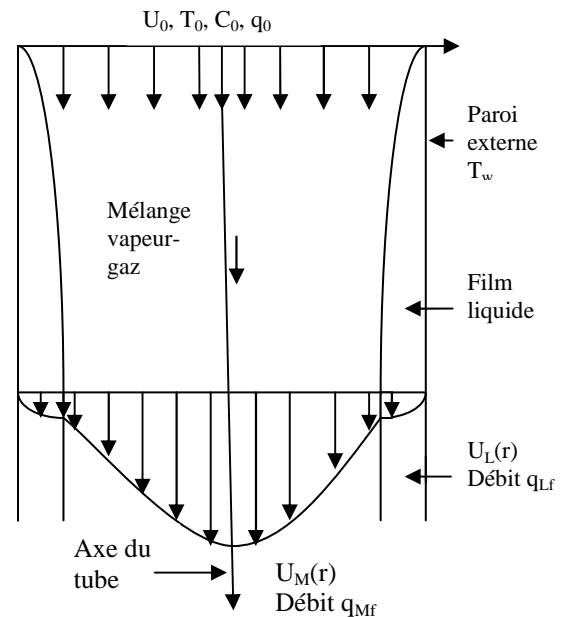


Fig. 3.7.2. Régime d'écoulement hydrodynamique établi. Tube vertical

En régime hydrodynamique établi, les équations de transfert (2.3.1-7) se simplifient comme suit :

$$V_L(r, z) = 0, \quad V_M(r, z) = 0 \quad (3.7.1-2)$$

$$\frac{\partial U_L}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial U_M}{\partial z} = 0 \quad (3.7.3-4)$$

$$T_L(r, z) = T_M(r, z) = T_w \quad (3.7.5)$$

$$C(r, z) = C_f \quad (3.7.6)$$

C_f est la concentration finale en vapeur du mélange gazeux saturé à la température T_w et à la pression finale P_f . Celle-ci reste très voisine de la pression d'entrée P_0 , car les calculs

effectués montrent en fait que la variation relative de pression reste très faible le long de l'écoulement. Les systèmes d'équations (2.3.2) et (2.3.6) se réduisent alors à :

$$\frac{\mu_k}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dU_k}{dr} \right) = G_k \quad (k = M, L) \quad (3.7.7)$$

$$\text{Avec } G_k = G - \rho_k g \quad (3.7.8)$$

G_k étant le gradient de pression motrice du fluide k

Par intégration, on obtient les profils de vitesse :

$$U_L(r) = \frac{G_L}{4\mu_L} (r^2 + C_1 \cdot \text{Ln}(r) + C_2) \quad (3.7.9)$$

$$U_M(r) = \frac{G_M}{4\mu_M} (r^2 + C_3 \cdot \text{Ln}(r) + C_4) \quad (3.7.10)$$

Dans ce qui suit, posons :

$$\alpha' = R'^2 - R_i^2, \quad \alpha'' = R^2 - R_i^2 \quad (3.7.11-12)$$

$$\alpha_1 = \text{Ln}(R_i / R'), \quad \alpha_2 = \text{Ln}(R_i / R) \quad (3.7.13-14)$$

7.1. Cas de deux cylindres coaxiaux

Les valeurs des constantes d'intégration C_1, C_2, C_3, C_4 sont évaluées à partir des conditions aux limites suivantes :

$$U_M(R') = 0 \quad (3.7.15)$$

$$U_M(R_i) = U_L(R_i), \quad \mu_M \frac{\partial U_M}{\partial r} \Big|_i = \mu_L \frac{\partial U_L}{\partial r} \Big|_i \quad (3.7.16-17)$$

$$U_L(R) = 0 \quad (3.7.18)$$

Elles conduisent respectivement aux relations suivantes :

$$R'^2 + C_3 \cdot \text{Log}(R') + C_4 = 0 \quad (3.7.19)$$

$$\frac{G_M}{\mu_M} (R_i^2 + C_3 \cdot \text{Ln}(R_i) + C_4) = \frac{G_L}{\mu_L} (R_i^2 + C_1 \cdot \text{Ln}(R_i) + C_2) \quad (3.7.20)$$

$$\frac{G_M}{\mu_M} \left(2R_i + \frac{C_3}{R_i} \right) = \frac{G_L}{\mu_L} \left(2R_i + \frac{C_1}{R_i} \right) \quad (3.7.21)$$

$$R^2 + C_1 \cdot \text{Ln}(R) + C_2 = 0 \quad (3.7.22)$$

Les profils de vitesse s'écrivent alors:

$$U_L(r) = \frac{G_L}{4\mu_L} \left[(r^2 - R^2) + C_1 \cdot \text{Ln}(r/R) \right] \quad (3.7.23)$$

$$U_M(r) = \frac{G_M}{4\mu_M} \left[(r^2 - R'^2) + C_3 \cdot \text{Ln}(r/R') \right] \quad (3.7.24)$$

avec :

$$C_4 = -R'^2 - C_3 \cdot \text{Ln}(R'), \quad C_2 = -R^2 - C_1 \cdot \text{Ln}(R) \quad (3.7.25-26)$$

$$C_3 = \frac{a'G + b'}{a'' \cdot G'_g}, \quad C_1 = \frac{a'G + b''}{a'' \cdot G'_L} \quad (3.7.27-28)$$

$$a' = \alpha' - \mu^* \alpha'', \quad a'' = \alpha_1 - \mu^* \alpha_2 \quad (3.7.29-30)$$

$$b' = -\rho_M g \alpha' + \rho_L g \mu^* \alpha'' + 2\alpha^2 g \mu^* \alpha_2 (\rho_L - \rho_M) \quad (3.7.31)$$

$$b'' = -\rho_M g \alpha' + \rho_L g \mu^* \alpha'' + 2\alpha^2 g \cdot \alpha_1 (\rho_L - \rho_M) \quad (3.7.32)$$

Les deux inconnues G et δ sont déterminées par les équations de conservation du débit entre l'entrée et la fin de la condensation :

$$q_{Mf} = \left(\frac{1 - C_0}{1 - C_f} \right) q_{M0} \quad (3.7.33)$$

$$q_{Lf} = \left(\frac{C_0 - C_f}{1 - C_f} \right) q_{M0} \quad (3.7.34)$$

Par substitution des expressions (3.7.25-32) dans les équations (3.7.23-24) et intégration, on obtient :

$$q_{Mf} = \int_{R'}^{R_i} \rho_M U_M 2\pi r \cdot dr = a_1 G + b_1 \quad (3.7.35)$$

$$q_{Lf} = \int_{R_i}^R \rho_L U_L 2\pi r \cdot dr = a_2 G + b_2 \quad (3.7.36)$$

Avec :

$$a_1 = \frac{\pi}{8v_M} \left[\alpha'^2 + \frac{a'}{a''} (\alpha' + 2R_i^2 \alpha_1) \right] \quad (3.7.37)$$

$$b_1 = \frac{\pi}{8v_M} \left[-\rho_M g \alpha'^2 + \frac{b'}{a''} (\alpha' + 2R_i^2 \alpha_1) \right] \quad (3.7.38)$$

$$a_2 = \frac{-\pi}{8v_L} \left[\alpha''^2 + \frac{a''}{a''} (\alpha'' + 2R_i^2 \alpha_2) \right] \quad (3.7.39)$$

$$b_2 = \frac{-\pi}{8v_L} \left[-\rho_L g \alpha''^2 + \frac{b''}{a''} (\alpha'' + 2R_i^2 \alpha_2) \right] \quad (3.7.40)$$

On obtient ainsi un système de deux équations (3.7.35-36) à deux inconnues (G, δ) qu'on peut résoudre par la méthode itérative de la dichotomie [49]. On peut ensuite en déduire

les profils de vitesse $U_L(r)$ et $U_M(r)$ suivant les relations (3.7.23-24) ainsi que le rayon R_m sur lequel le profil de vitesse gazeuse admet un maximum U_m :

$$R_m = \sqrt{-C_3/2} \quad (3.7.41)$$

$$U_m = \frac{G_M}{4\mu_M} [R_m^2 - R_i^2 - 2R_m^2 \text{Log}(R_m/R_i)] \quad (3.7.42)$$

7.2. Cas d'un cylindre vertical

Les conditions aux limites sont définies par :

$$\left. \frac{\partial U_M}{\partial r} \right|_0 = 0, U_M(R_i) = U_L(R_i) \quad (3.7.43-44)$$

$$\mu_M \left. \frac{\partial U_M}{\partial r} \right|_i = \mu_L \left. \frac{\partial U_L}{\partial r} \right|_i \quad (3.7.45)$$

$$U_L(R) = 0 \quad (3.7.46)$$

Il en résulte les relations suivantes :

$$C_3 = 0 \quad (3.7.47)$$

$$\frac{G_M}{\mu_M} (R_i^2 + C_4) = \frac{G_L}{\mu_L} (R_i^2 + C_1 \cdot \text{Ln}(R_i) + C_2) \quad (3.7.48)$$

$$\frac{2R_i G_M}{\mu_M} = \frac{G_L}{\mu_L} \left(2R_i + \frac{C_1}{R_i} \right) \quad (3.7.49)$$

$$R^2 + C_1 \cdot \text{Ln}(R) + C_2 = 0 \quad (3.7.50)$$

Les profils de vitesse s'écrivent :

$$U_L(r) = \frac{G_L}{4\mu_L} [r^2 - R^2 + C_1 \cdot \text{Ln}(r/R)] \quad (3.7.51)$$

$$U_M(r) = \frac{G_M}{4\mu_M} (r^2 + C_4) \quad (3.7.52)$$

Avec :

$$C_1 = 2R_i^2 \left(\frac{G_M}{G_L} - 1 \right) \quad (3.7.53)$$

$$C_4 = \frac{G_L}{G_M} \mu^* (R_i^2 - R^2 - 2R_i^2 \alpha_2) + R_i^2 (2\mu^* - 1) \quad (3.7.54)$$

Les débits finaux de gaz et liquide sont donnés par les relations (3.7.33-34). Par substitution des expressions (3.7.53-54) dans les équations (3.7.51-52) et intégration, on obtient :

$$q_{Mf} = \int_0^{R_i} \rho_M U_M 2\pi r dr = a_1 G + b_1 \quad (3.7.55)$$

$$q_{Lf} = \int_{R_i}^{R_2} \rho_L U_L 2\pi r dr = a_2 G + b_2 \quad (3.7.56)$$

Avec :

$$a_1 = \frac{\pi R_i^2}{4v_M} [-\mu^* \alpha'' - R_i^2 / 2] \quad (3.7.57)$$

$$b_1 = \frac{\pi \alpha^2}{4v_M} [\rho_L g \mu^* (\alpha'' + 2R_i^2 \alpha_2) + \rho_g g R_i^2 (-2\mu^* \alpha_2 + 1/2)] \quad (3.7.58)$$

$$a_2 = \frac{-\pi \alpha''^2}{8v_L} \quad (3.7.59)$$

$$b_2 = \frac{\pi}{8v_L} [\rho_L g \alpha''^2 - 2R_i^2 g (\rho_L - \rho_M) (\alpha'' + 2R_i^2 \alpha_2)] \quad (3.7.60)$$

La résolution des équations (3.7.55-56) par la méthode de la dichotomie permet d'obtenir l'épaisseur de condensat δ et le gradient de pression G .

8. Validation du modèle

Un code de calcul a été élaboré pour la mise en œuvre des modèles numériques décrits ci-dessus. Il a été validé en vérifiant la concordance des résultats numériques et analytiques correspondant au régime de condensation complète dans le cas de tubes à paroi non poreuse. Une deuxième validation est confirmée en effectuant une comparaison avec des résultats obtenus par d'autres auteurs sur la base de travaux précédents publiés dans la littérature.

8.1. Régime de fin de condensation

Les calculs ont été effectués pour un mélange air-vapeur d'eau saturée en écoulement dans un tube vertical d'épaisseur nulle, de rayon $R = 25$ mm, puis dans l'espace annulaire délimité par deux cylindres coaxiaux de rayons $R'=10$ mm et $R=25$ mm. Dans les deux cas, la hauteur des cylindres est $L = 3.6$ m et l'épaisseur de paroi externe supposée négligeable. Les conditions d'entrée sont les suivantes : $P_0 = 1$ atm, $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$ (correspondant à $T_0 = 98.2$ °C), $T_w = 88.2$ °C. Les tableaux 3.7.1 et 3.7.2 donnent les valeurs analytiques et numériques des principales grandeurs obtenues à l'extrémité des tubes : épaisseur de film, gradient de pression, température moyenne, concentration en vapeur moyenne, débit de liquide, débit de mélange gazeux, nombres de Reynolds et vitesse à l'interface liquide-

mélange gazeux. On constate d'abord que les valeurs de température moyenne, concentration en vapeur moyenne sont pratiquement égales aux valeurs finales de paroi. La condensation peut alors être considérée comme pratiquement achevée. Les tableaux montrent également que les résultats déduits de la solution analytique sont en bon accord avec ceux obtenus avec le code numérique, l'erreur relative ne dépassant pas 0.9 % dans le cas d'un tube vertical et 1% dans le cas de 2 cylindres coaxiaux. Par ailleurs, les figures 3.7.3 et 3.7.4 montrent également que les profils de vitesse en fin de condensation déterminés par les méthodes analytique et numérique sont pratiquement confondus.

	Solution analytique	Solution numérique	Erreur relative (%)
$1000 \times \delta^*$	2.652	2.649	0.1
G^*	1.1949	1.1947	0.02
$T_m(K)$	361.35	361.37	0.006
C_m	0.5299	0.5298	0.02
q_L^*	1381.	1378.	0.2
q_M^*	378.05	381.78	1
Re_L	17.21	17.17	0.2
Re_M	144.85	146.56	1
U_i^*	0.1309	0.1306	0.002

Tableau 3.7.1. Comparaison entre résultats analytiques et numériques en fin de condensation. Cylindres coaxiaux.

	Solution analytique	Solution numérique	Erreur relative (%)
$1000 \times \delta^*$	2.3661	2.3664	0.01
G^*	1.20206	1.20203	0.002
$T_m(K)$	361.35	361.37	0.005
C_m	0.5299	0.5298	0.02
q_L^*	986.73	982.33	0.4
q_M^*	270.02	272.55	0.9
Re_L	12.29	12.24	0.4
Re_M	144.84	146.20	0.9
U_i^*	0.10420	0.10423	0.03

Tableau 3.7.2. Comparaison entre résultats analytiques et numériques en fin de condensation. Tube vertical.

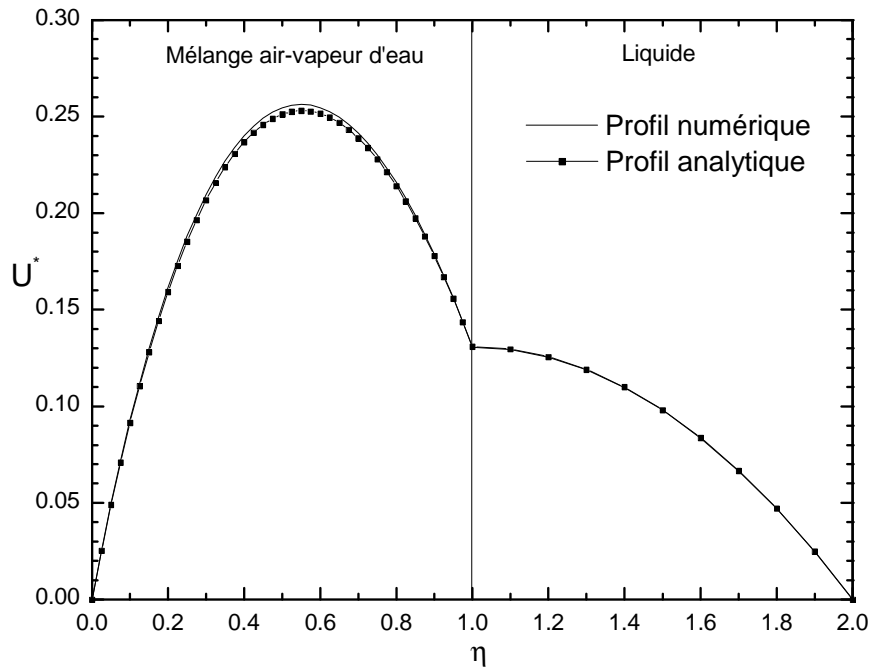


Fig. 3.7.3. Profils de vitesse en fin de condensation. Tubes coaxiaux.

Résultats analytiques et numériques. $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$

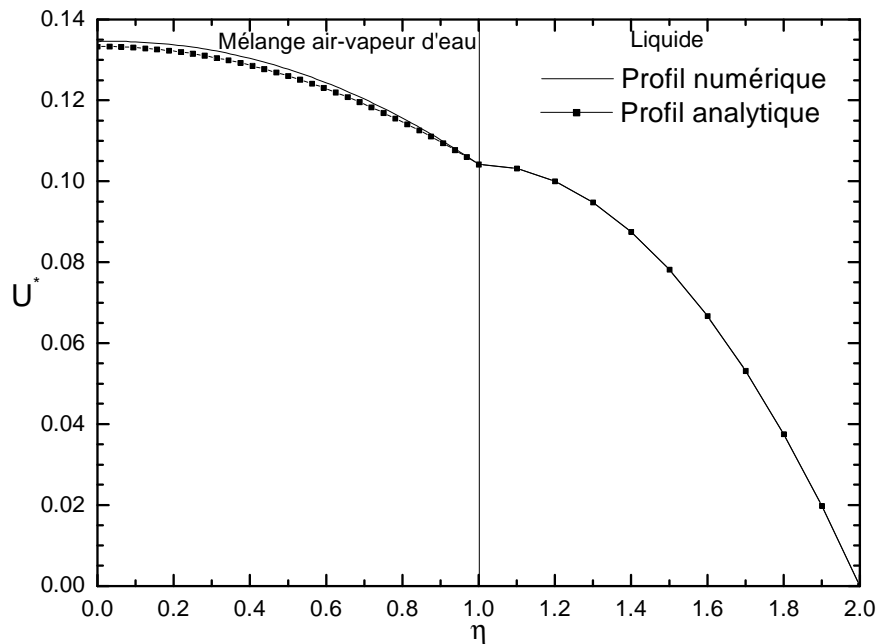


Fig. 3.7.4. Profils de vitesse en fin de condensation. Tube vertical.

Résultats analytiques et numériques. $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$

8.2. Comparaison avec des travaux antérieurs

Le deuxième test de validation du code numérique élaboré dans ce travail a été mené par comparaison avec les résultats obtenus par d'autres auteurs [30, 36].

On considère d'abord l'étude menée par Siow et al. [30] concernant la condensation en film laminaire du mélange air-vapeur d'eau sur les parois isothermes d'un canal vertical dans les conditions suivantes: $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 1000$, $C_0 = 0.8, 0.9, 0.95$ et $\Delta T = 5, 10, 20 \text{ K}$. Les figures 3.7.5a-b représentent les évolutions axiales comparées de l'épaisseur adimensionnelle du film liquide obtenues dans les mêmes conditions. Dans tous les cas, il y'a un bon accord entre les résultats obtenus avec les deux modèles puisque l'écart relatif est inférieur à 2 %.

Par ailleurs, une deuxième étude comparative a été également effectuée en considérant les résultats obtenus pour la condensation de vapeur d'eau en présence d'air humide dans un tube vertical et ceux obtenus numériquement par Dharma Rao et al. [36] dans les conditions suivantes: $P_0=1 \text{ atm}$, $T_0=60^\circ\text{C}$, $T_w=5^\circ\text{C}$, $H_{r0}=100\%$, $L =0.6 \text{ m}$. Deux séries de calculs ont été effectuées :

- La première série de résultats concerne l'étude de la variation du nombre de Nusselt moyen Nu_m du mélange en fonction de Re_0 pour un tube de diamètre $d=0.0175 \text{ m}$. La figure 3.7.6a illustre la variation de Nu moyen pour Re_0 variant entre 1000 et 2000 correspondant à un régime laminaire d'écoulement du mélange et une vitesse U_0 variant entre 1.05 m/s et 2.1 m/s.
- La deuxième série de résultats concerne l'étude de la variation du coefficient de transfert de chaleur du condensat h_L en fonction de la concentration en vapeur C'_0 (exprimée en g de vapeur par kg d'air sec) à l'entrée du mélange pour un tube de diamètre $d=0.02 \text{ m}$. La figure 3.7.6b représente la variation du coefficient h_L pour C'_0 variant entre 10 et 150 g/kg, pour deux valeurs de la vitesse : $U_0 = 0.7, 1.4 \text{ m/s}$ (correspondant à $Re_0 = 740, 1480$).

Les deux figures montrent que les variations $Nu_m = f(Re_0)$ et $h_L = f(C'_0)$ sont pratiquement linéaires. Les courbes obtenues par les deux modèles sont assez proches, particulièrement pour la 1^{ère} série. En effet, l'erreur relative maximale entre ces résultats est de 3.5 % pour la figure 3.7.6a et 5 % pour la figure 3.7.6b. Les faibles écarts observés entre ces résultats peuvent être attribués aux différences entre les méthodes de calcul, les procédures de résolution numérique employées et aux incertitudes relatives qui leurs sont associées. Par ailleurs, dans le modèle de Dharma Rao, les termes d'inertie et de convection dans la phase liquide ont été supposés négligeables.

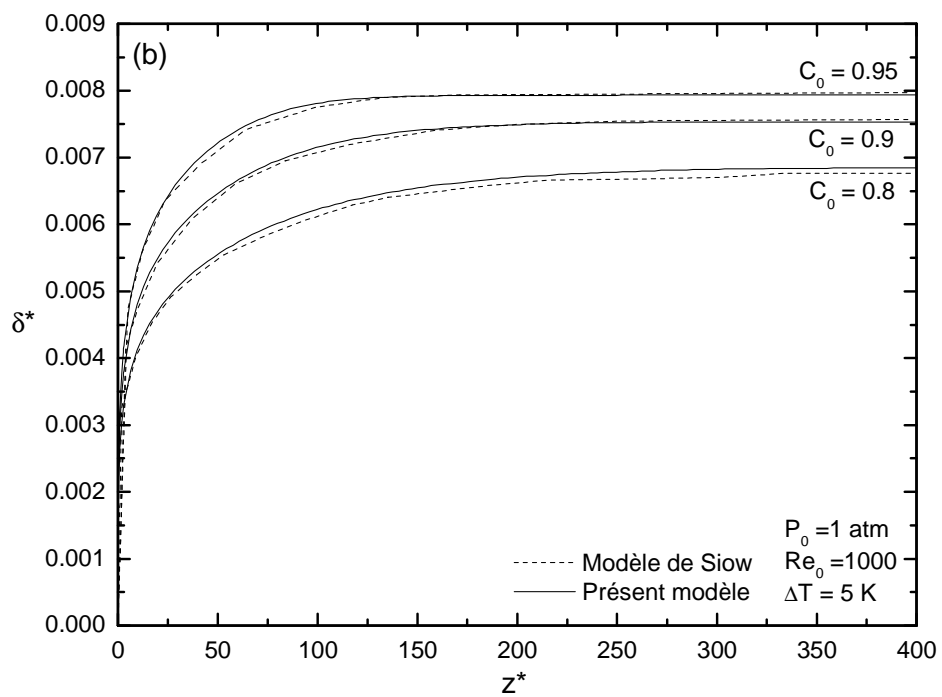
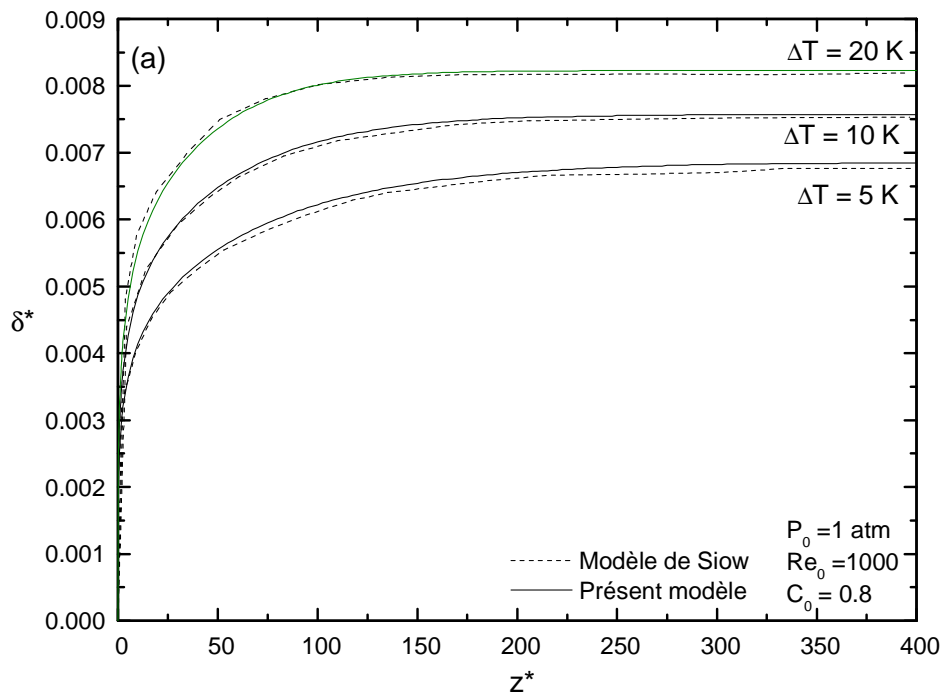


Fig. 3.7.5. Evolution axiale de l'épaisseur adimensionnelle de film liquide.
 Comparaison avec les résultats de Siow et al. [30].

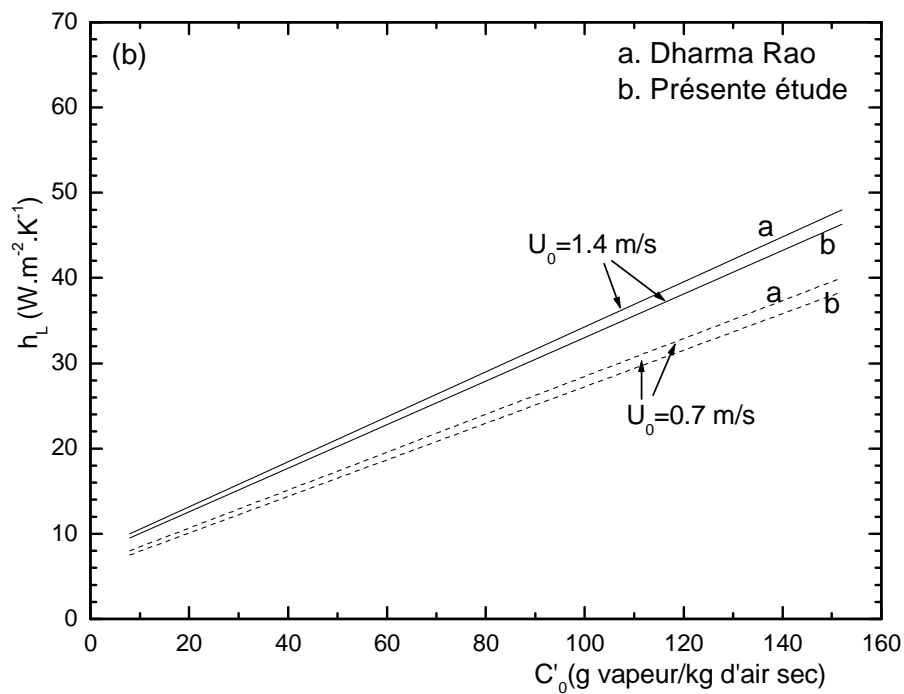
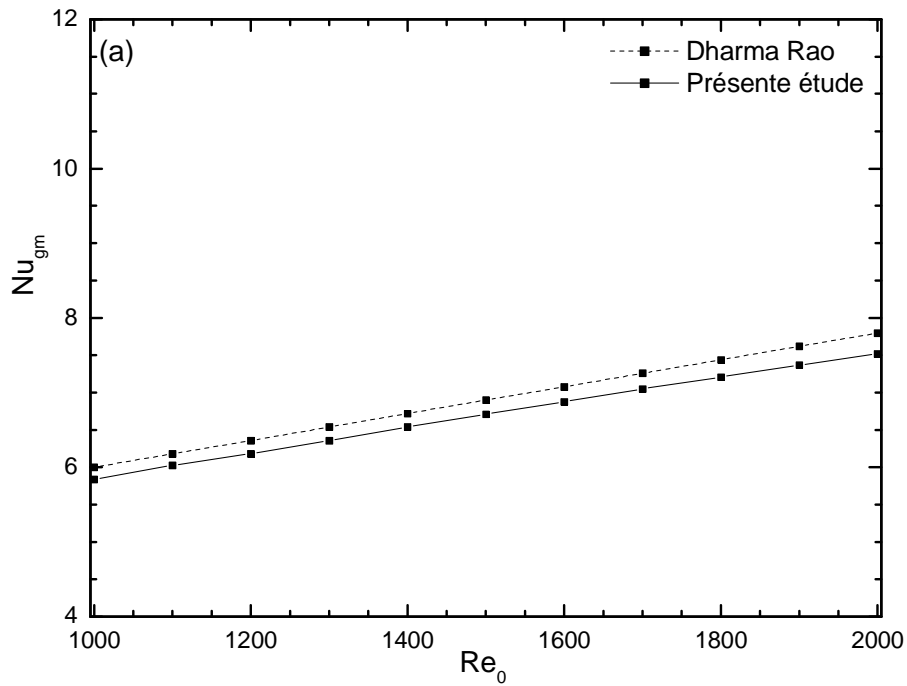


Figure 3.7.6. Comparaison avec les résultats de Dharma Rao et al. [36]
 (a) Nombre de Nusselt moyen de la phase gazeuse en fonction de Re_0 .
 (b) Coefficient de transfert thermique du condensat en fonction de C'_0 .

9. Etude de sensibilité au maillage

Une étude de sensibilité du modèle numérique aux dimensions du maillage a été menée en vue de déterminer le maillage optimal. Plusieurs dimensions de grilles ont été utilisées pour le calcul de diverses grandeurs: nombre de Nusselt pariétal moyen défini par la relation (2.4.8), épaisseur de film et gradient de pression. Pour chaque taille de grille, les valeurs de ces grandeurs sont comparées avec celles obtenues avec la grille la plus fine. On présente uniquement les résultats obtenus pour les variations de Nu moyen car il s'est avéré être le critère le plus sévère. En effet, les variations des valeurs de l'épaisseur de film et du gradient de pression à la sortie du tube en fonction du maillage sont relativement négligeables.

Les calculs ont été effectués pour un écoulement de mélange air-vapeur saturée dans un tube vertical dans les conditions suivantes : $R = 25$ mm, $L = 2$ m, $P_0 = 1$ atm, $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$, $T_0 = 98.2$ °C, $T_w = 88.2$ °C. Les propriétés de la couche poreuse sont les suivantes: $\varepsilon=0.5$, $e=0.04$ mm, $K=6.25 \times 10^{-9}$ m², $\lambda_e^*=1$.

Le tableau 3.7.3 représente les variations de Nu moyen en fonction des nombres de nœuds (M_1 , M) et (N_M , N_L , N_P) utilisés :

N_M , N_L , N_P = nombres de nœuds dans le mélange gazeux, le film liquide et la couche poreuse selon la direction radiale η

M_1 = nombre de nœuds sur la distance $L_1 = R$ suivant la direction axiale z

M = nombre total de nœuds suivant z

Sur la base des résultats présentés sur ce tableau, on constate que :

- les effets de variation du nombre de nœuds dans la phase liquide et la paroi solide sont globalement moins importants que ceux engendrés par les variations des pas d'espace dans le mélange gazeux,
- l'augmentation du nombre de nœuds de (36×2015) à (70×3240) entraîne des changements ne dépassant pas 1.9 % pour les valeurs du nombre de Nusselt moyen, ce qui montre une bonne indépendance des résultats par rapport aux dimensions des maillages.

Pour la suite des calculs, nous avons finalement retenu le maillage suivant : (N_M , N_L , N_P) = (40, 10, 10) et (M_1 , M) = (50, 2550), car il représente un bon compromis entre les critères d'une bonne précision et une occupation d'espace mémoire acceptable. Il correspond à une erreur relative de 0.4 % par rapport au maillage le plus fin. Par ailleurs, des études similaires effectuées sur les cylindres coaxiaux nous ont conduit à retenir également la même dimension de maillage.

N_M, N_L, N_P	16, 10, 10	32, 10, 10	32, 20, 20	40, 10, 10	40, 20, 20	50, 10, 10
M_1, M						
40, 2015	8.496 (1.9%)	8.398 (0.7%)	8.399 (0.7%)	8.373 (0.4%)	8.373 (0.4%)	8.294 (0.5%)
50, 2550	8.489 (1.8 %)	8.397 (0.7%)	8.397 (0.7%)	8.375 (0.4%)	8.374 (0.4%)	8.299 (0.4%)
80, 3240	8.487 (1.8%)	8.394 (0.7%)	8.395 (0.7%)	8.374 (0.4%)	8.375 (0.4%)	8.337 (Réf.)

Tableau 3.7.3. Influence de la taille du maillage sur les valeurs du nombre de Nusselt moyen.

L'erreur relative par rapport au maillage le plus fin (Réf.) est indiquée entre parenthèses.

10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la description de la méthodologie de résolution numérique et analytique des équations de transfert. Le domaine physique est préalablement découpé en un réseau rectangulaire de nœuds représentant le maillage de calcul. Les systèmes d'équations sont discrétisés à l'aide d'une méthode implicite aux différences finies. Les résolutions numériques des équations de quantité de mouvement, de l'énergie dans les trois phases et de diffusion sont respectivement effectuées par les algorithmes de Gauss et de Thomas. L'évolution de l'épaisseur du film liquide est déterminée par une procédure itérative utilisant la méthode de la sécante et appliquée à l'équation du bilan massique liquide à l'interface liquide-mélange gazeux. Par ailleurs, des solutions analytiques ont été élaborées pour des systèmes à paroi non poreuse. Elles permettent de déterminer les profils de vitesse des deux phases, ainsi que les valeurs limites de l'épaisseur de film, du débit de condensat et du gradient de pression à fin du processus de condensation. Un code de calcul a été ensuite développé pour le traitement des modèles numériques élaborés. Il a été validé en vérifiant la concordance des résultats numériques et analytiques en fin de condensation, puis par comparaison avec des résultats obtenus par d'autres auteurs. Enfin, une étude de sensibilité aux pas d'espace a été effectuée pour déterminer le maillage optimal.

En conclusion, sur la base des différents tests effectués, on peut conclure que le modèle numérique et le code de calcul élaborés dans cette étude sont valides et peuvent être utilisés pour l'analyse du problème considéré.

CHAPITRE 4

RESULTATS ET ANALYSE

1. Introduction

On présente dans ce chapitre les résultats numériques obtenus par application du modèle de condensation en film laminaire d'un mélange vapeur- gaz non condensables dans les deux systèmes considérés: tube cylindrique vertical et espace annulaire compris entre deux cylindres coaxiaux d'axe vertical. Les calculs ont été effectués dans des conditions très variées. Les résultats présentés concernent essentiellement les profils de vitesse, température, fraction massique de vapeur du mélange gazeux, ainsi que les évolutions du gradient axial de pression, du débit de condensat, de l'épaisseur de film, du nombre de Nusselt et du flux thermique pariétal.

En vue d'une analyse détaillée du phénomène de condensation, une large gamme de paramètres physiques caractéristiques du processus a été considérée :

- paramètres d'entrée du mélange gazeux: nombre de Reynolds, pression, température et humidité relative,
- écart de température entre le mélange gazeux et la paroi externe,
- type de gaz non condensable (hélium, air, argon, krypton),
- rapport des rayons interne et externe dans le cas de deux cylindres coaxiaux,
- coefficient de convection externe h entre le fluide extérieur et la paroi,
- type de vapeur : vapeur d'eau, fluides frigorigènes (R12, R134a, R152a),
- propriétés de la couche poreuse : épaisseur, conductivité thermique effective, perméabilité.

Tous les calculs ont été effectués en supposant les propriétés du mélange gazeux (vitesse, température, pression, concentration en vapeur) uniformes à l'entrée du système.

2. Evolution des écoulements et transferts par condensation

Dans un premier temps, on considère un mélange air-vapeur d'eau saturée en écoulement dans les deux systèmes (tube vertical et cylindres coaxiaux). La face externe de la paroi poreuse saturée est supposée isotherme. Les calculs ont été effectués pour les conditions suivantes :

- Dimensions : longueur $L = 2$ m, rayon externe $R=25$ mm, rayon interne $R'=10$ mm (dans le cas de deux cylindres coaxiaux)
- Paramètres d'entrée du mélange gazeux: pression $P_0=1$ atm, température $T_0=98.2$ °C, humidité relative $H_{r0}=1$, nombre de Reynolds $Re_0 = 800$. La fraction massique de vapeur calculée par la relation (2.3.39) est $C_0 = 0.9$
- Ecart de température entre le mélange gazeux et la paroi : $\Delta T = T_0 - T_w = 10$ °C
- Propriétés de la couche poreuse: $\varepsilon=0.5$, $e=0.04$ mm, $K=6.25 \times 10^{-9}$ m², $F=0.55$, $\lambda_e^* = 1$, $\mu_e^* = 1$.

Les résultats de l'étude numérique sont présentés sous différentes formes:

- distribution des vitesses axiales, températures au sein des trois milieux et concentrations en vapeur à différentes sections des tubes
- variations axiales du débit liquide, épaisseur de film, gradient de pression, nombre de Nusselt et flux de chaleur à la paroi froide sur laquelle se produit la condensation.

2.1. Profils de vitesse

Les figures 4.2.1.a et 4.2.1.b représentent les profils de vitesse axiale tracés à différentes côtes z^* variant de 1 à 80 dans les deux systèmes : tube vertical et cylindres coaxiaux. Les échelles de représentation des profils de vitesse et de température sont différentes dans les trois phases, car les variations radiales de ces grandeurs dans la phase liquide sont plus faibles que dans le mélange gazeux.

A l'entrée du système, arrive un mélange gazeux ayant une forte concentration en vapeur d'eau. Au contact avec la paroi froide, il se produit une condensation en film liquide qui débute dans la couche poreuse. En raison de sa faible épaisseur et du fort taux initial de condensation, des calculs préalables effectués montrent que le revêtement poreux est totalement recouvert par le condensat au bout d'une distance très courte. L'hypothèse adoptée consiste alors à affecter un profil de vitesse et un débit de condensat initial en milieu poreux,

permettant ainsi de décomposer le système en trois phases distinctes. L'évolution des profils de vitesse dans ces milieux est décrite ci-après.

Au bord d'entrée, la vitesse du mélange gazeux est supposée uniforme ayant pour valeurs respectives $U_0^* = 0.66$ et 1.10 pour un tube vertical et pour deux tubes coaxiaux, correspondant au même nombre de Reynolds $Re_0=800$. Elle subit ensuite une brusque diminution au niveau des parois solides. Il s'ensuit l'apparition au voisinage du bord d'entrée, de couches limites cinématiques accompagnés de forts gradients de vitesses le long des parois, ce qui entraîne une déformation progressive des profils de vitesse le long de l'écoulement. A partir d'une distance z relativement loin du bord d'entrée, les profils tendent vers une allure sensiblement parabolique, cette distance étant toutefois nettement plus longue dans le cas d'un tube vertical.

Dans le cas de deux tubes coaxiaux, au cours de l'écoulement, la vitesse du mélange gazeux s'annule au contact de la paroi solide et est maximale dans la région médiane de l'espace annulaire. Le pic des vitesses décroît et se décale graduellement vers la paroi sèche, en tendant vers la position limite $\eta_m = 0.52$ et la valeur $U^*=0.34$ en fin de condensation. Dans le cas d'un tube vertical, la vitesse du mélange gazeux est maximale sur l'axe du tube et minimale à l'interface. Le pic des vitesses décroît graduellement et tend vers la valeur limite $U^* = 0.198$ en fin de condensation. La vitesse à l'interface liquide-mélange gazeux augmente progressivement jusqu'à la valeur limite $U^* = 0.107$ en régime établi.

Les profils de vitesse du condensat dans le film liquide et dans la couche poreuse augmentent progressivement le long du tube sous l'effet de son entraînement par le courant gazeux et de la gravité et tendent vers une allure quasi-parabolique à partir de la côte $z^* \approx 10$. La valeur maximale à l'interface est nettement inférieure à celle du mélange gazeux, en raison de sa forte viscosité. La vitesse du condensat dans la couche poreuse reste inférieure à celle du film liquide externe, en raison de l'adhérence du liquide interstitiel à la paroi solide et aux interfaces pores - grains formant la matrice solide du milieu poreux.

Dans tous les cas, les profils de vitesse des trois phases ne varient pratiquement plus à partir de la distance $z^* \approx 60$ et correspondent alors aux profils finaux de fin de condensation. Par ailleurs, les écoulements restent laminaires tout le long du tube, puisque les nombres de Reynolds sont suffisamment faibles en fin de condensation (tableau 4.2.1):

- pour deux cylindres coaxiaux : $Re_{Mf} = 189$, $Re_{Lf} = 12.6$, $Re_{pf} = 11.4$
- pour un tube vertical : $Re_{Mf} = 186$, $Re_{Lf} = 8.62$, $Re_{pf} = 10.4$

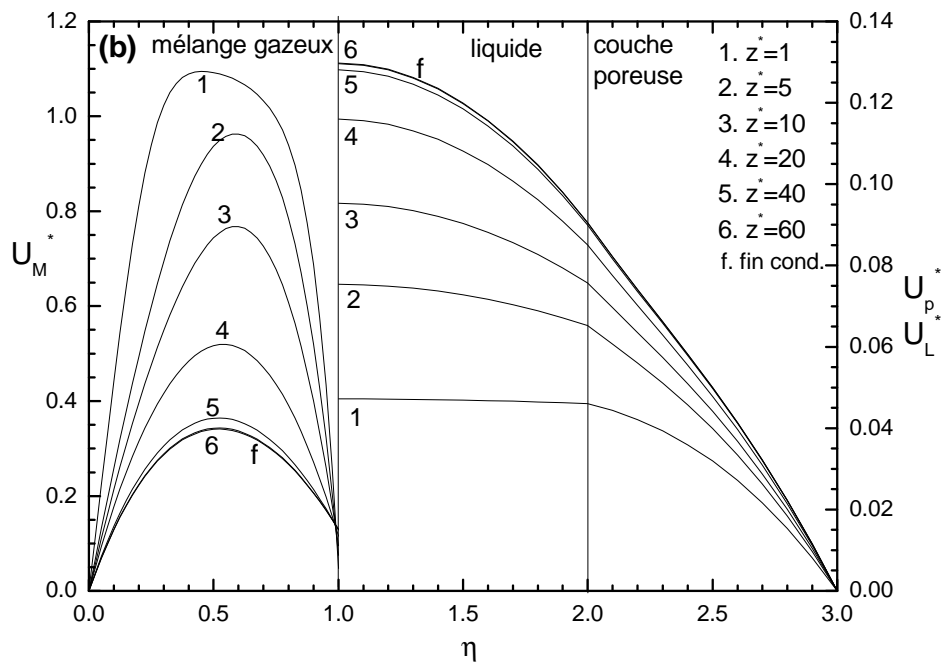
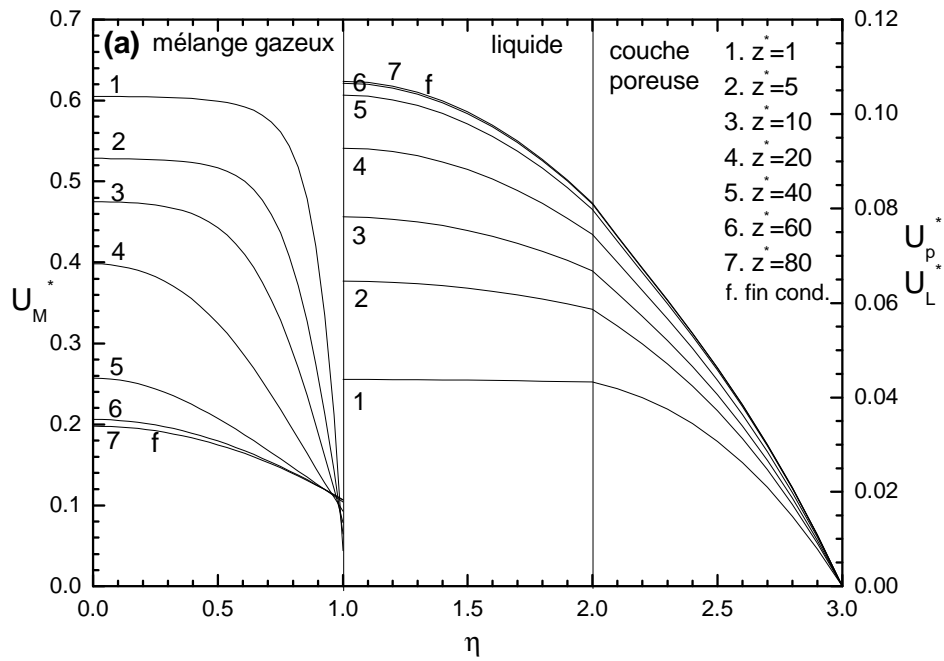


Fig. 4.2.1. Profils de vitesse dans les trois milieux.

(a) Tube vertical (b) cylindres coaxiaux

2.2. Profils de température et de concentration en vapeur

Les figures 4.2.2 et 4.2.3 représentent les profils de température et de concentration en vapeur à différentes côtes z^* comprises entre 1 et 80 dans les deux systèmes : tube vertical et cylindres coaxiaux. La température de la face externe de la paroi poreuse est maintenue constante T_w . A l'entrée du système, la température T_0 et la fraction massique de vapeur C_0 sont uniformes puis subissent une brusque diminution à l'interface avec la couche poreuse. Il s'ensuit une décroissance progressive de ces grandeurs dans le mélange, les profils présentant une allure similaire tout au long de l'écoulement. La température et la concentration sont maximales sur l'axe du tube ou sur la paroi interne supposée adiabatique imperméable, puis décroissent jusqu'à l'interface liquide-mélange. Au contact du liquide froid, la température atteint une valeur très proche de T_w conduisant à une concentration minimale correspondant à la saturation à la température locale. Il s'ensuit que la teneur en gaz incondensables est maximale à l'interface et augmente le long du tube. La condensation se produit sous l'effet du gradient de concentration de vapeur à l'interface liquide-mélange. Sa forte diminution le long du tube traduit une nette réduction du taux de condensation accompagnée d'un refroidissement simultané du mélange gazeux en écoulement. Par ailleurs, le mélange gazeux étant constitué de vapeur d'eau et d'air, la diminution de la concentration en vapeur s'accompagne d'une augmentation de la pression partielle d'air au détriment de celle de la vapeur le long du tube.

Dans le film liquide et la couche poreuse, les variations de température sont plus faibles et les profils thermiques sont quasi-linéaires. Ce qui traduit l'influence négligeable des termes convectifs et une prédominance des termes de transfert conductif dans l'équation de l'énergie de ces milieux. Les profils des trois milieux tendent progressivement vers les valeurs uniformes correspondant à la situation d'isothermie et de saturation à la température de paroi atteinte en fin de condensation ($C_f = 0.53$). Une quantité résiduelle de vapeur correspondant à la saturation à la température de paroi reste toutefois dans le mélange. Enfin, une analyse comparative des profils de température montre que le refroidissement des fluides est plus rapide dans le système à cylindres coaxiaux. En effet, dans ce cas, l'espace d'écoulement des fluides étant plus faible, il s'ensuit une plus grande capacité de transfert thermique à la paroi, ainsi qu'une plus courte longueur de tube parcourue par les fluides avant la fin de la condensation.

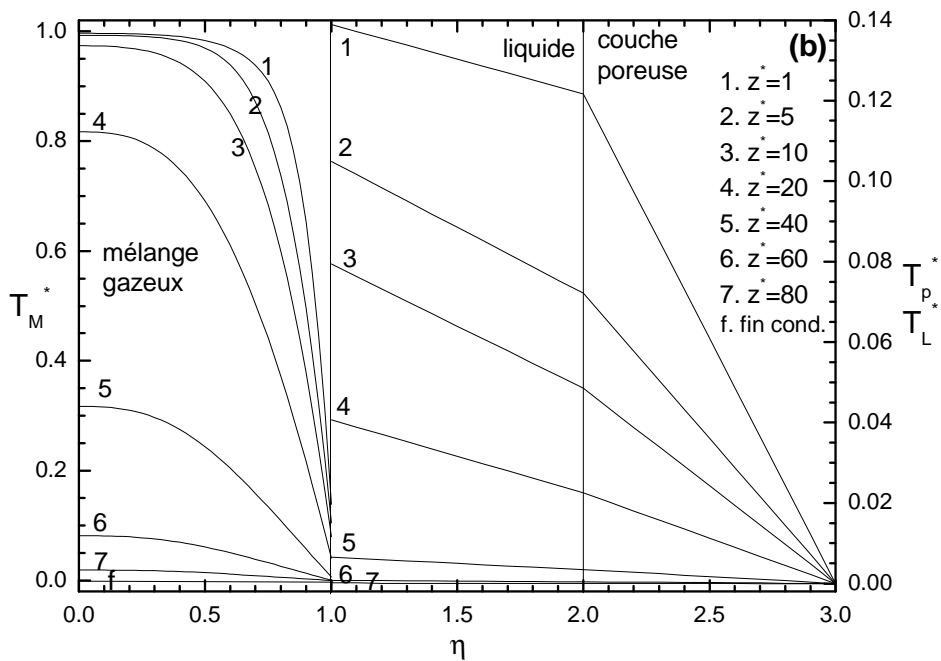
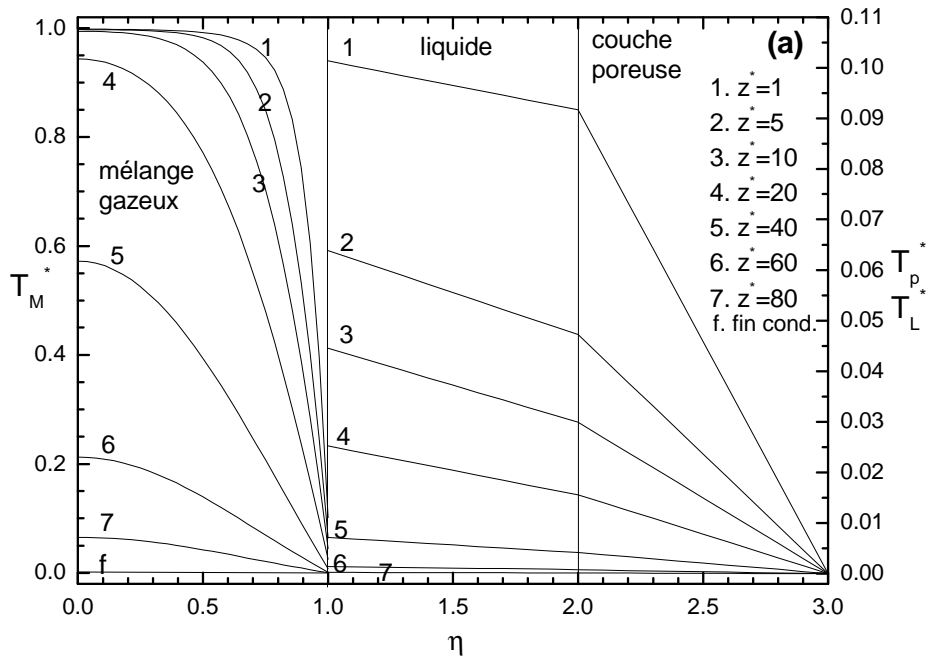


Fig. 4.2.2. Profils de température dans les trois milieux.

(a) Tube vertical (b) cylindres coaxiaux

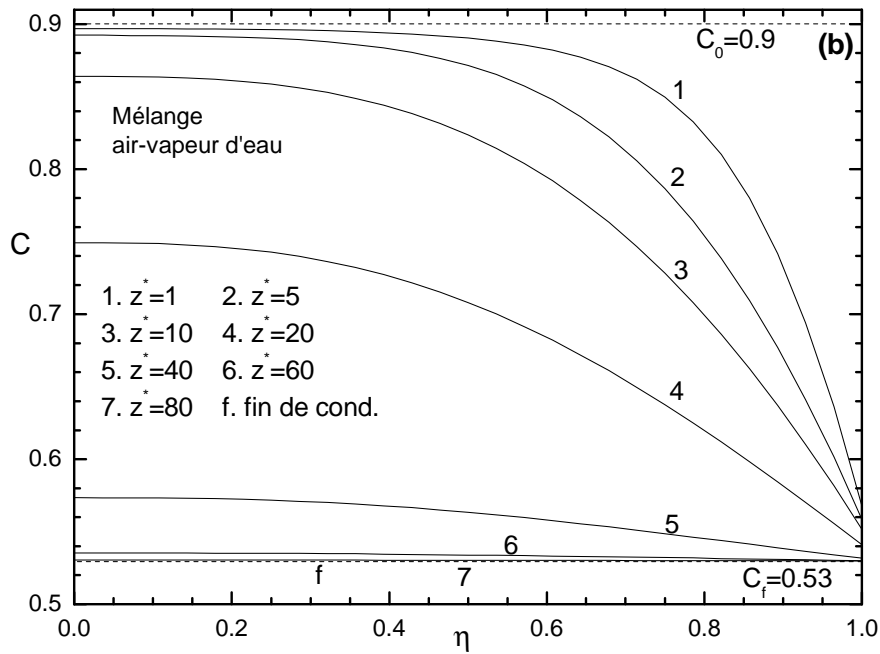
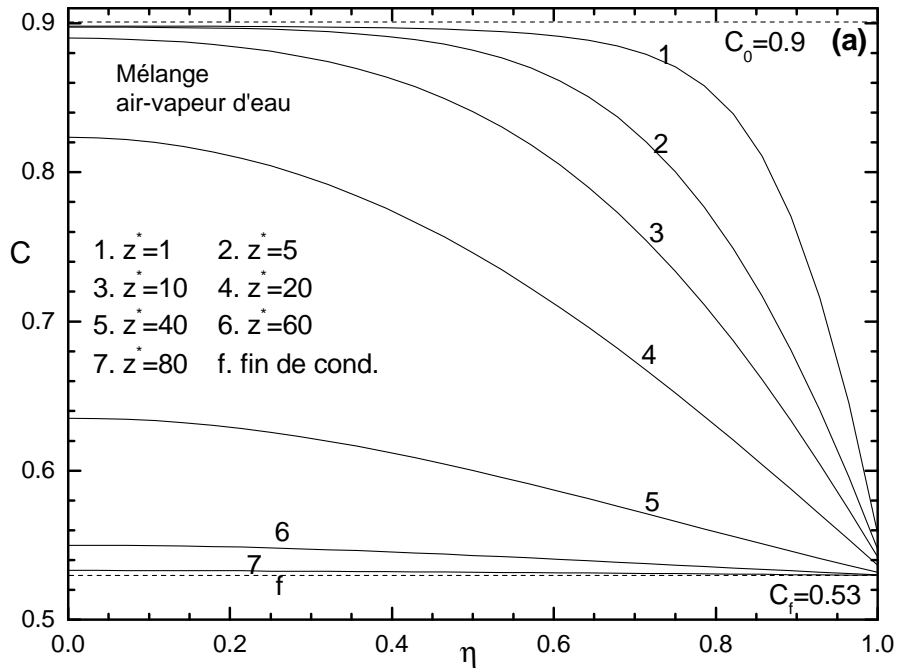


Fig. 4.2.3. Profils de concentration en vapeur dans le mélange gazeux.

(a) Tube vertical (b) cylindres coaxiaux

2.3. Evolution de l'épaisseur de film et du débit de condensat

La figure 4.2.4 montre les évolutions axiales de l'épaisseur de film et du débit de condensat pour le mélange air-vapeur d'eau dans les deux systèmes: tube vertical et cylindres coaxiaux, ainsi que pour la vapeur pure saturée en utilisant le modèle de Nusselt.

Le débit liquide d'entrée dans la couche poreuse est calculé par intégration du profil de vitesse déterminé par résolution numérique de l'équation Darcy-Brinkman-Forchheimer simplifiée (2.3.20). Il dépend essentiellement des propriétés de la couche poreuse (épaisseur et perméabilité) et représente respectivement 17% et 13% du débit de condensat final dans le cas d'un tube vertical et de deux cylindres coaxiaux.

On constate sur la figure que les évolutions de l'épaisseur de film et du débit de condensat présentent de fortes pentes axiales dues au gradient important de concentration au voisinage du bord d'entrée, suivies d'une croissance plus modérée et sensiblement linéaire. Le débit massique de condensat augmente le long du tube en raison de l'accroissement simultané de l'épaisseur de film par condensation, de la masse volumique d'eau liquide par refroidissement et de la vitesse de liquide sous les effets de la gravité et des contraintes de cisaillement à l'interface. La diminution simultanée de température et de concentration en vapeur entraîne un accroissement de la masse volumique du mélange gazeux le long du tube. Toutefois, le débit gazeux continue de décroître le long du tube sous l'effet de la perte de masse par condensation de vapeur. On constate également que la condensation entre deux cylindres coaxiaux conduit à des valeurs plus élevées de l'épaisseur de film et du débit liquide par rapport au tube vertical. Au bout d'une distance suffisamment éloignée de l'entrée, les évolutions de l'épaisseur de film et du débit de condensat tendent asymptotiquement vers des valeurs limites correspondant à la fin du processus de condensation dans les conditions considérées, les trois phases (couche poreuse, film liquide et mélange gazeux) étant alors à la même température T_w uniforme. L'épaisseur de film reste toutefois très faible par rapport au rayon du tube. L'espace intérieur des cylindres est en majorité occupé par la phase gazeuse.

Par ailleurs, à titre de comparaison avec le cas de la vapeur pure saturée stagnante, l'évolution de l'épaisseur de film δ est calculée par le modèle de Nusselt de condensation sur une plaque plane verticale dans les mêmes conditions de température et de pression. On constate qu'elle est nettement supérieure à celle obtenue dans le cas du mélange gaz-vapeur d'eau dans des tubes. D'autre part, sa croissance n'est pas limitée par une valeur maximale comme c'est le cas pour les mélanges vapeur-gaz en écoulement interne. Ce qui montre que la présence de gaz incondensables conduit à diminuer considérablement le taux de condensation.

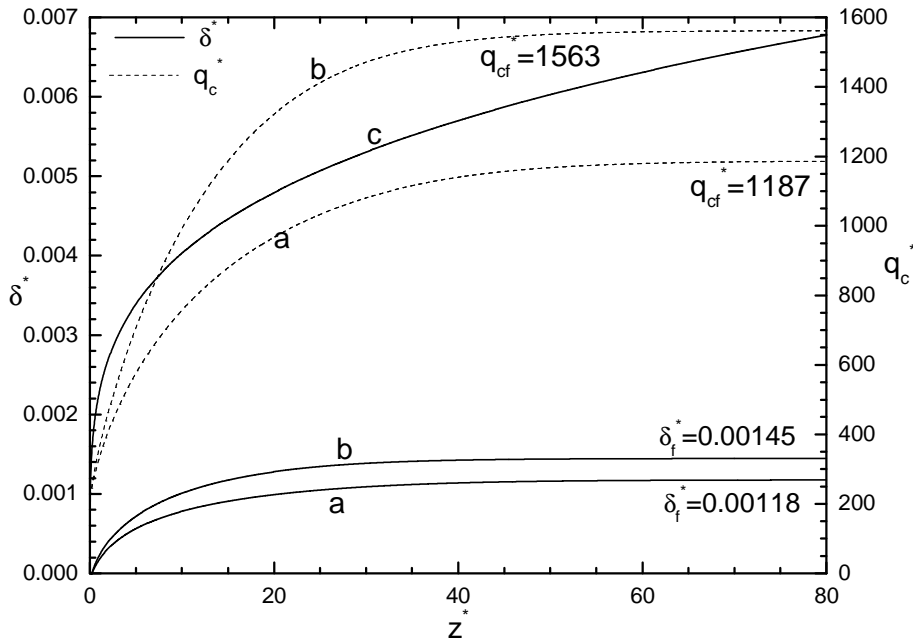


Fig. 4.2.4. Evolution de l'épaisseur de film et du débit liquide.
a. Mélange air-vapeur d'eau – tube vertical
b. Mélange air-vapeur d'eau – cylindres coaxiaux
c. Vapeur pure saturée – modèle de Nusselt

2.4. Evolution de la pression

Sur la figure 4.2.5, on présente l'évolution du gradient de pression G^* et de la pression effective P^* . Les deux systèmes (tube vertical et cylindres coaxiaux) présentent une évolution pratiquement similaire du gradient de pression. Sa variation est significative dans la zone d'entrée, traduisant des transferts d'impulsion plus intenses en raison du fort taux de condensation dans cette région. On constate que le gradient de pression décroît à l'entrée puis augmente et tend vers une valeur limite pratiquement atteinte à la sortie du tube. Il s'ensuit une augmentation linéaire de la pression essentiellement sous l'effet de la gravité. Toutefois, la pression effective à la sortie du système ($z = 2$ m) est d'environ 14.4 Pa correspondant à une très faible augmentation par rapport à la pression d'entrée ($P_0 = 1$ atm). Il s'ensuit que la pression totale peut être considérée pratiquement constante durant le processus. Par ailleurs, on vérifie que les pressions motrices des deux fluides sont décroissantes le long de l'écoulement car leurs gradients sont constamment négatifs. En fin de condensation, elles ont pour valeurs respectives : - en phase gazeuse: $G_M^* = G^* - \rho_M^* = -0.0023$

- en phase liquide et poreuse : $G_L^* = G^* - \rho_L^* = -1570$.

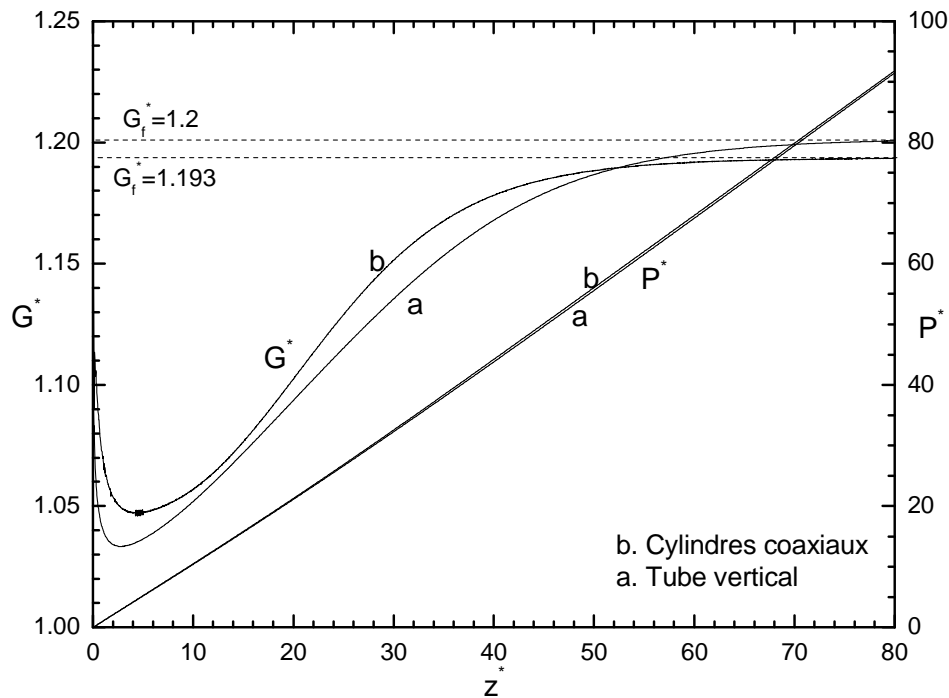


Fig. 4.2.5. Evolution du gradient de pression et de la pression.

Mélange air-vapeur d'eau. Tube vertical et cylindres coaxiaux.

2.5. Flux thermique

La figure 4.2.6 montre les évolutions axiales du nombre de Nusselt et du flux de chaleur échangé à la paroi externe. Le transfert de chaleur pariétal est étroitement lié au gradient thermique dans la couche poreuse. Celui-ci est très élevé au voisinage du bord d'attaque conduisant à une forte densité de flux de chaleur. En effet, on constate que 50 % du flux thermique total est transmis sur une très courte distance au voisinage du bord d'entrée ($z^* = 4.6$ pour le tube vertical et $z^* = 4.2$ pour les tubes coaxiaux). Au cours de l'écoulement, sous l'effet de la diminution de la température d'interface, le gradient thermique dans la couche poreuse diminue le long de la paroi, entraînant une forte réduction de la densité de flux thermique pariétale. Par ailleurs, dans le cas de deux cylindres coaxiaux, la paroi interne étant adiabatique, le flux thermique est intégralement transmis à la paroi externe à travers le film liquide et la couche poreuse. De plus, il est supérieur à celui d'un tube vertical, pour les mêmes conditions opératoires. Ce flux résulte essentiellement de la chaleur latente dégagée par la condensation de vapeur, la chaleur sensible due aux gradients thermiques dans le

mélange gazeux étant relativement faible. En fin de condensation, lorsque les trois milieux sont à la même température que la face externe de la paroi, le transfert de chaleur cesse et la densité de flux thermique s'annule.

Dans le cas de la vapeur pure saturée, le transfert de chaleur est nettement plus important que dans le cas du mélange vapeur-gaz, car l'écart de température entre vapeur et paroi reste constant, conduisant à des valeurs plus élevées du gradient de température dans le film liquide et de la densité de flux à la paroi. Par ailleurs, le tableau 4.2.1 représente les évolutions comparatives des principales grandeurs caractéristiques de la condensation, dans le cas de la vapeur pure saturée et du mélange air-vapeur d'eau saturée dans les deux systèmes (tube vertical et cylindres coaxiaux). On note ainsi que la condensation de vapeur pure conduit toujours à des valeurs nettement plus élevées du débit liquide, de l'épaisseur de condensat et du flux thermique, par rapport au mélange air-vapeur dans les mêmes conditions de température et de pression.

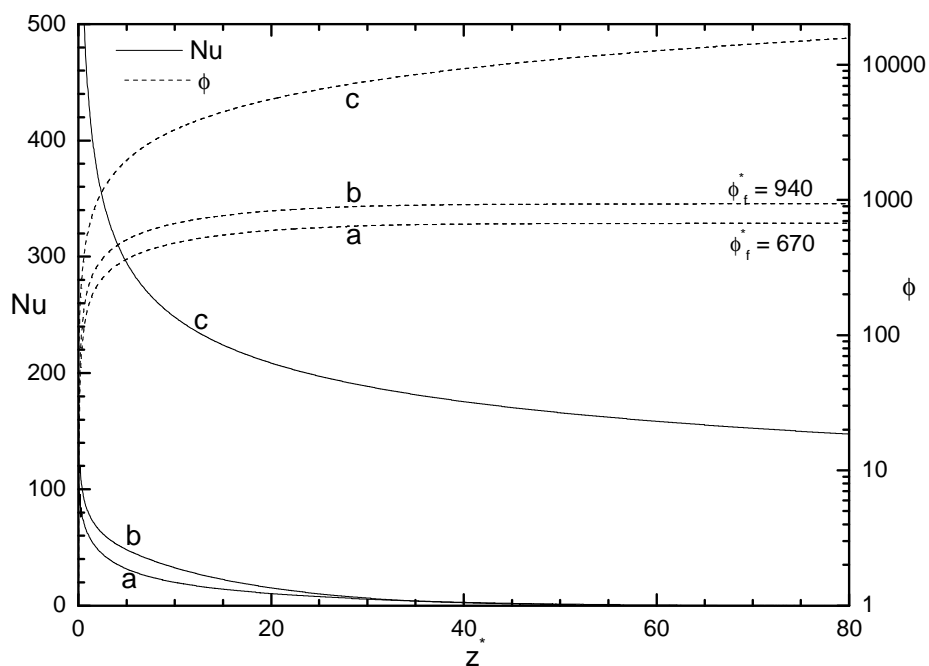


Fig. 4.2.6. Evolution du nombre de Nusselt et du flux thermique à la paroi.
a. Mélange air-vapeur d'eau – tube vertical
b. Mélange air-vapeur d'eau – cylindres coaxiaux
c. Vapeur pure saturée – modèle de Nusselt

2.6. Fin de condensation

A la sortie du tube, la fin de condensation est pratiquement atteinte pour les mélanges air-vapeur, comme le montre le tableau 4.2.1 présentant les valeurs finales des différentes grandeurs. Les écoulements de fluides s'effectuent alors en régime hydrodynamique établi, les températures des fluides et de la couche poreuse sont pratiquement égales. Les transferts de chaleur et de masse s'annulent. L'épaisseur de film, le gradient de pression, les débits du mélange gazeux et du condensat deviennent constants. La concentration en vapeur est uniforme correspondant à la saturation finale C_f à la température de paroi externe.

	Vapeur pure saturée (Modèle de Nusselt)	Mélange air-vapeur (tube vertical)	Mélange air-vapeur (cylindres coaxiaux)
Epaisseur de film δ (mm)	0.169	0.0295	0.0362
Débit de condensat q'_L (g.s ⁻¹ .m ⁻¹)	46.3	2.37	3.12
Vitesse d'interface U_i (m/s)	0.424	0.0529	0.0641
Gradient de pression G (Pa/m)	/	7.221	7.179
Température moyenne du mélange gazeux T_m (°C)	98.2	88.59	88.32
Concentration moyenne en vapeur C_m	1	0.531	0.53
Flux thermique total ϕ (W/m)	105991	4540	6332
Nombre de Reynolds du mélange gazeux Re_M	/	186	189
Nombre de Reynolds du film liquide Re_L	577	8.62	12.6
Nombre de Reynolds en milieu poreux Re_p	/	10.4	11.4

Tableau 4.2.1. Comparaison des résultats obtenus à $L = 2$ m.

Cas de la vapeur pure saturée et du mélange vapeur-gaz.

3. Influence des conditions opératoires

On présente ici une étude de l'effet des diverses conditions opératoires sur le processus de condensation d'un mélange gaz-vapeur dans un tube vertical à paroi d'épaisseur négligeable, en faisant varier successivement les paramètres suivants :

- nombre de Reynolds du mélange gazeux à l'entrée: $Re_0 = 400, 800, 16000, 2200$
- température d'entrée : $T_0 = 90.6, 93.6, 96, 98.2, 99.2$ °C
- humidité relative du mélange gazeux à l'entrée : $H_{r0} = 0.757, 0.845, 0.926, 1$
- pression du mélange gazeux à l'entrée : $P_0 = 0.5, 1, 1.5, 2$ atm
- écart entre la température d'entrée du mélange et celle de la paroi : $\Delta T = 5, 10, 15, 20$ °C
- type de gaz non condensable : hélium, air, argon, krypton
- rapport des rayons des tubes coaxiaux : $R^* = 0, 0.2, 0.4, 0.6$
- coefficient de convection externe : $h = 1500, 3000, 6000$ W.m⁻².K⁻¹

Les calculs ont été effectués pour un mélange gaz-vapeur toujours maintenue saturée à l'entrée du tube, sauf lors de l'étude de l'influence de l'humidité relative. Dans le cas d'un mélange non saturé, la condensation ne se produit que si la température de paroi est inférieure à la température de rosée.

La fin de condensation est considérée atteinte lorsque les évolutions axiales de toutes les grandeurs (excepté la pression) deviennent pratiquement constantes le long de l'écoulement. Elle est obtenue pour des longueurs de tube variables selon les paramètres mis en jeu. Le tableau 4.3.1 présente une synthèse des valeurs analytiques du débit liquide, de l'épaisseur de film et de la concentration finale en fin de condensation pour différentes valeurs des paramètres mis en jeu. Dans tous les cas, ces valeurs concordent bien avec les limites asymptotiques des valeurs numériques correspondantes. Les résultats numériques présentés concernent les évolutions comparatives des grandeurs suivantes : débit liquide, épaisseur de condensat, nombre de Nusselt, flux thermique ainsi que les profils de vitesse des deux phases en fin de condensation déterminés par la méthode analytique.

	$1000 \times \delta_f^*$	q_{Lf}^*	C_f
$Re_0 = 400, 800,$ 1600, 2200	1.882, 2.366, 2.986, 3.318	493.4, 986.7, 1973., 2714	0.53, 0.53, 0.53, 0.53
$T_0 = 90.6, 93.6, 96$ 98.2, 99.2 °C	1.983, 2.108, 2.231, 2.366, 2.444	465.7, 606.9, 770.5, 986.7, 1117	0.363, 0.421, 0.474, 0.53, 0.557
$H_{r0} = 0.757, 0.845,$ 0.926, 1	1.446, 1.895, 2.167, 2.366	189.1, 455.3, 722.2, 986.7	0.53, 0.53, 0.53, 0.53
$P_0 = 0.5, 1,$ 1.5, 2 atm	2.501, 2.366, 2.309, 2.263	1006., 986.7, 981.8, 969.4	0.5, 0.53, 0.549, 0.561
$\Delta T = 5, 10,$ 15, 20 °C	2.220, 2.366, 2.452, 2.526	852.6, 986.7, 1040., 1069	0.686, 0.53, 0.412, 0.323
Gaz = He, Air, Ar, Kr	2.185, 2.366, 2.405, 2.445	669.4, 986.7, 1024., 1076	0.786, 0.53, 0.464, 0.309
$R^* = 0, 0.2,$ 0.4, 0.6	2.366, 2.514, 2.652, 2.774	986.7, 1184., 1381., 1579	0.53, 0.53, 0.53, 0.53

Tableau 4.3.1. Influence des conditions opératoires sur les différents paramètres en fin de condensation. Tube vertical. Résultats analytiques.

3.1. Influence du nombre de Reynolds

En considérant à l'entrée un mélange air vapeur d'eau saturée dans les conditions : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 98.2 \text{ °C}$, $\Delta T = 10 \text{ °C}$, l'effet du nombre de Reynolds d'entrée du mélange a été étudié pour un tube vertical en faisant varier Re_0 dans un intervalle de valeurs correspondant à un écoulement laminaire : $Re_0 = 400, 800, 1600, 2200$. La température de paroi T_w étant maintenue constante, la concentration finale en vapeur du mélange est la même $C_f = 0.53$ dans tous les cas, représentant la fraction massique de vapeur non condensée. Les résultats numériques obtenus présentés sur les figures 4.3.1 sont en conformité avec les résultats analytiques de fin de condensation. Une augmentation de Re_0 s'accompagne d'un accroissement de la vitesse et du débit du mélange favorisant la condensation d'une plus grande quantité de vapeur. Il s'ensuit un net accroissement de l'épaisseur de film et du débit liquide obtenu par condensation avec Re_0 . En effet, selon la relation (3.7.34), le débit final de liquide est proportionnel au débit d'entrée du mélange, les concentrations initiale et finale étant maintenues constantes.

Par ailleurs, les figures montrent clairement que les pentes des courbes représentant les variations de l'épaisseur et du débit liquide augmentent avec Re_0 . En effet, pour $Re_0 = 400$, les courbes obtenues sont pratiquement horizontales à partir de $z^* \approx 20$, alors que pour $Re_0 = 2200$, elles continuent encore d'évoluer jusqu'à la sortie du tube ($z^* = 60$). Il s'ensuit que la longueur de tube nécessaire pour atteindre la condensation complète augmente avec Re_0 . Enfin, la densité de flux thermique pariétale augmente également avec Re_0 , en raison de l'accroissement du gradient de température liquide à la paroi et de la température d'interface. Le flux de chaleur total reste sensiblement proportionnel au débit de liquide, car il provient essentiellement de la chaleur latente de condensation.

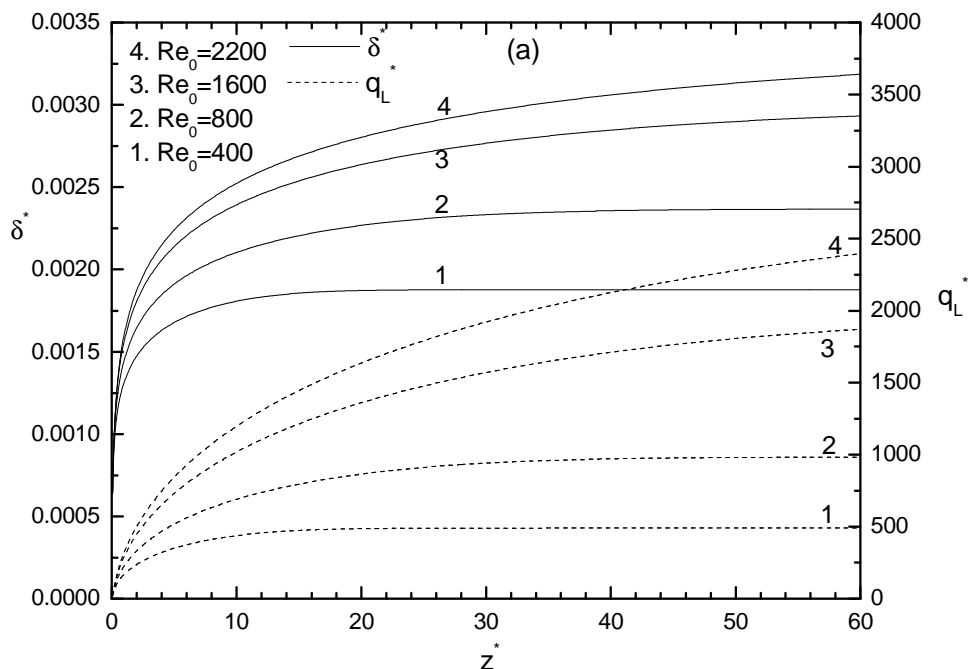


Fig. 4.3.1. Influence du nombre de Reynolds d'entrée du mélange air-vapeur d'eau
(a) Epaisseur et débit de condensat

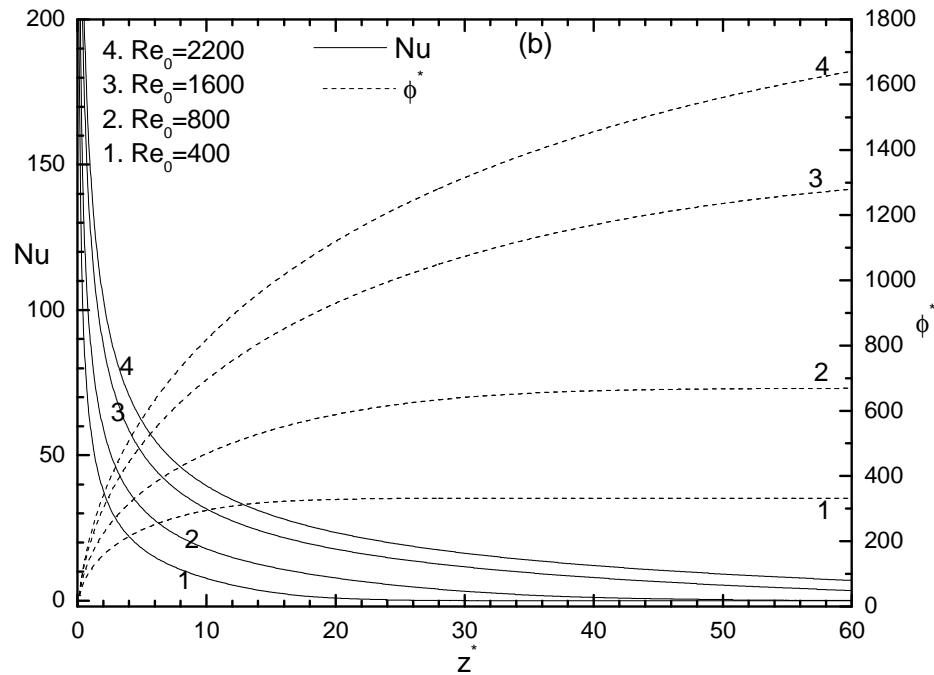


Fig. 4.3.1. Influence du nombre de Reynolds d'entrée du mélange air-vapeur d'eau
(b) Nombre de Nusselt et flux thermique

3.2. Influence de la concentration en vapeur

En maintenant à l'entrée du tube le mélange air-vapeur d'eau dans les conditions $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 800$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, l'étude de l'effet de la concentration en vapeur C_0 a été menée selon 2 méthodes différentes:

- d'une part, en gardant le mélange air-vapeur d'eau saturée (à une humidité relative $H_{r0} = 1$) et en faisant varier la température d'entrée dans l'intervalle $T_0 = 90.6, 93.6, 96, 98.2, 99.2 \text{ }^\circ\text{C}$ correspondant respectivement aux concentrations $C_0 = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 0.95$,
- d'autre part, en maintenant la température d'entrée $T_0 = 98.2^\circ\text{C}$ fixée, et en faisant varier l'humidité relative d'entrée dans l'intervalle $H_{r0} = 0.757, 0.845, 0.926, 1$ correspondant respectivement aux mêmes concentrations en vapeur $C_0 = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$. Dans ce cas, si la valeur de $H_{r0} < 0.69$, la température de paroi devient supérieure à la température de rosée et la condensation ne se produit pas.

Une augmentation de T_0 ou de H_{r0} affecte les propriétés thermophysiques du mélange gazeux à l'entrée, entraînant essentiellement une augmentation de la pression partielle de vapeur, accompagnée d'une diminution de la pression partielle et de la fraction massique de gaz dans le mélange. Dans le premier cas, comme Re_0 et l'écart de température ΔT entre la paroi et le mélange gazeux sont maintenus constants, il s'ensuit une augmentation de la vitesse d'entrée U_0 , de la température de paroi T_w et de la concentration finale en vapeur C_f . Dans le deuxième cas, une augmentation de H_{r0} conduit à un accroissement de l'écart entre les concentrations en vapeur initiale et finale ($C_0 - C_f$) du mélange, car les températures d'entrée et de paroi sont maintenues constantes.

Les résultats obtenus présentés sur les figures 4.3.2.a-d montrent l'influence prépondérante de C_0 sur le processus de condensation. Le gradient de concentration en vapeur à l'interface augmente fortement avec C_0 . Il s'ensuit une nette augmentation du taux de condensation, du débit liquide et de l'épaisseur de film δ à toute section z du tube. On observe également une nette augmentation des pentes axiales des courbes au voisinage de la zone d'entrée, ce qui entraîne une réduction importante de la distance de tube requise pour la fin de condensation. Par ailleurs, l'augmentation des gradients thermiques et du débit dans la phase liquide avec C_0 favorise un net accroissement de la densité de flux thermique et du transfert de chaleur à la paroi dans la partie supérieure du tube. Toutefois, plus C_0 est élevée, plus la décroissance du nombre de Nusselt est importante, tendant plus vite vers zéro en fin de condensation.

Enfin, une analyse comparative des effets de l'humidité relative et de la température d'entrée du mélange gazeux montre que le mélange gazeux saturé conduit à une épaisseur de condensat, un débit liquide et un flux de chaleur plus importants que le mélange non saturé, malgré la même concentration initiale en vapeur.

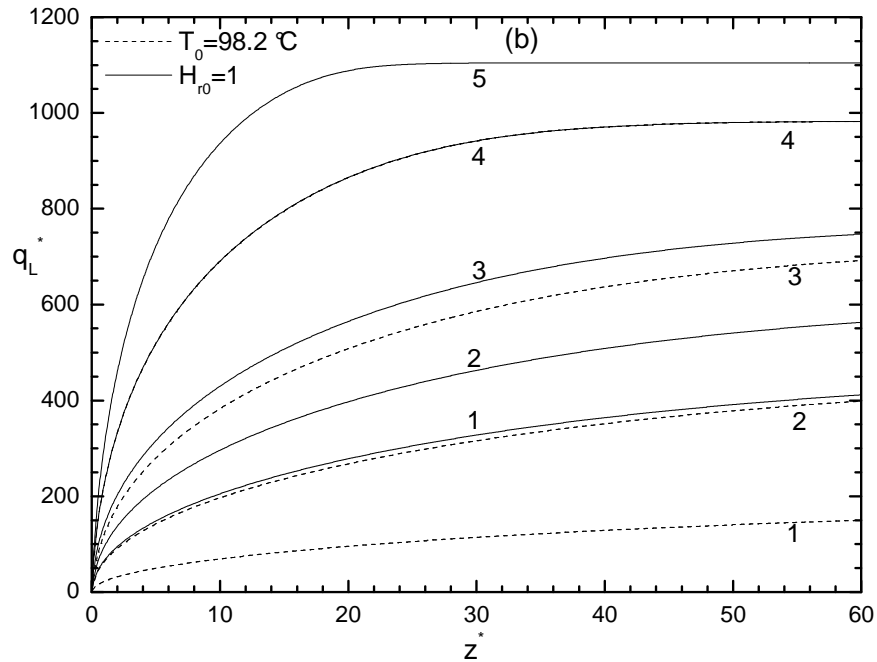
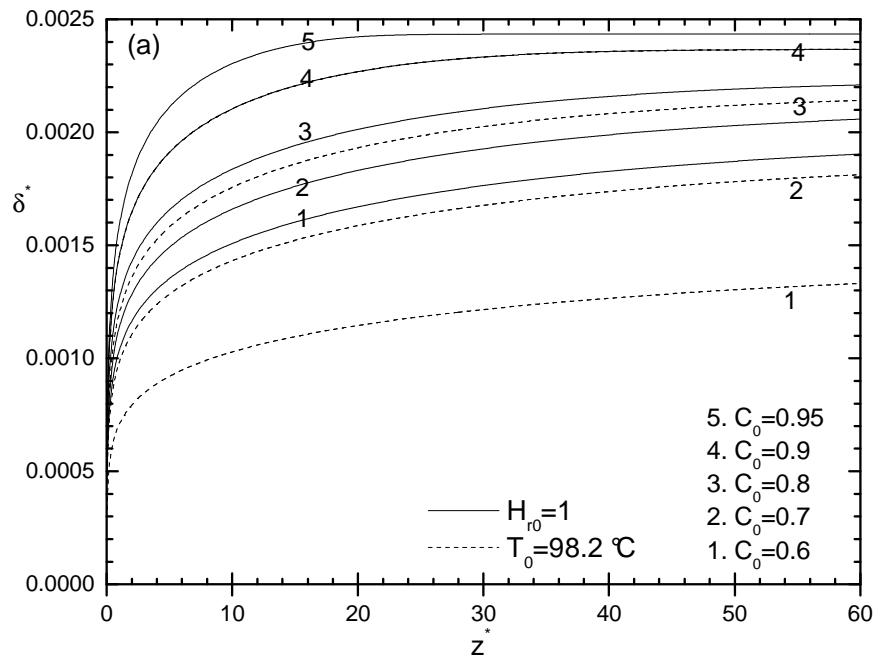


Fig. 4.3.2. Influence de la concentration en vapeur d'entrée du mélange gazeux

1. $C_0=0.6$ 2. $C_0=0.7$ 3. $C_0=0.8$ 4. $C_0=0.9$ 5. $C_0=0.95$

(a) Epaisseur de film (b) Débit de condensat

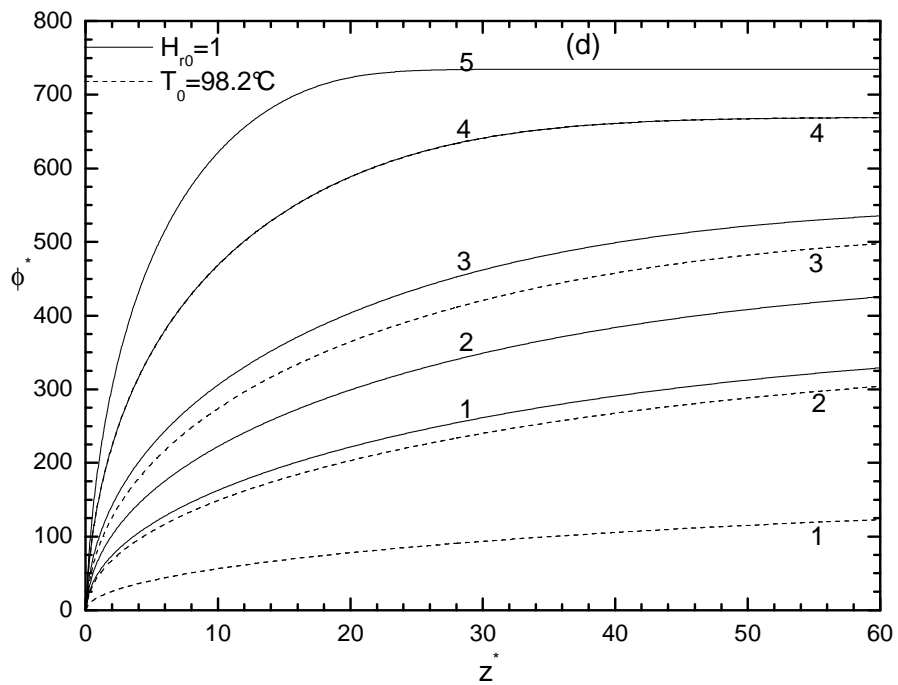
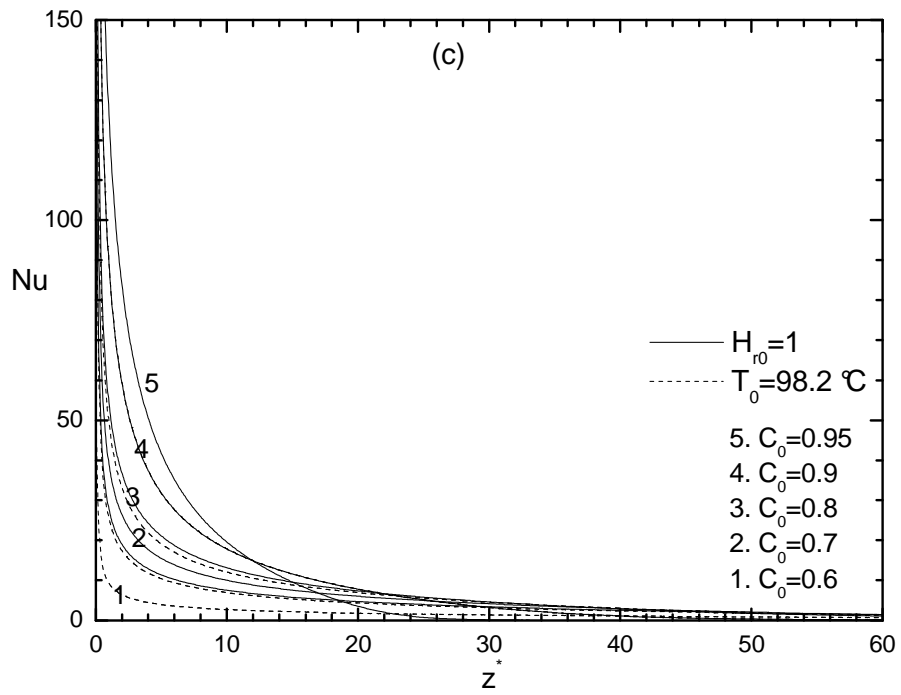


Fig. 4.3.2. Influence de la concentration en vapeur d'entrée du mélange gazeux
 1. $C_0=0.6$ 2. $C_0=0.7$ 3. $C_0=0.8$ 4. $C_0=0.9$ 5. $C_0=0.95$
 (c) Nombre de Nusselt (d) Flux thermique

3.3. Influence de la pression d'entrée

En maintenant $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ fixées, l'influence de la pression d'entrée a été étudiée en la faisant varier dans l'intervalle $P_0 = 0.5, 1, 1.5, 2$ atm. Pour maintenir le mélange air-vapeur d'eau à l'état saturé, il a été nécessaire de faire varier la température d'entrée comme suit : $T_0 = 80, 98.2, 109.9, 118.6^\circ\text{C}$. Une augmentation de P_0 conduit à un accroissement de la densité ρ_0 du mélange gazeux et des pressions partielles de gaz et de vapeur dans le mélange, les fractions massiques de chaque constituant restant fixées dans le mélange à l'entrée du tube. Par ailleurs, l'écart de température ΔT étant fixé, il s'ensuit une augmentation de la température de paroi et de la concentration saturante finale du mélange.

Les résultats obtenus présentés sur les figures 4.3.3 montrent qu'une augmentation de P_0 entraîne une diminution de l'épaisseur et du débit de film liquide. Ce résultat s'explique par une diminution de l'écart entre les fractions massiques de vapeur ($C_0 - C_f$) dû à l'augmentation de la concentration saturante finale du mélange et de la température de paroi T_w . La figure 4.3.5b montre également une légère augmentation du flux thermique avec la pression, car :

- d'une part, le profil de température liquide étant quasi-linéaire, la densité de flux est inversement proportionnelle à l'épaisseur de film δ ,
- d'autre part, la température à l'interface augmente, car elle correspond à la température de saturation à la pression locale P , du fait de l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique.

Par ailleurs, la figure montre également que l'augmentation de P_0 entraîne une diminution des pentes axiales des courbes, conduisant à une réduction de la distance de tube requise pour la fin de condensation.

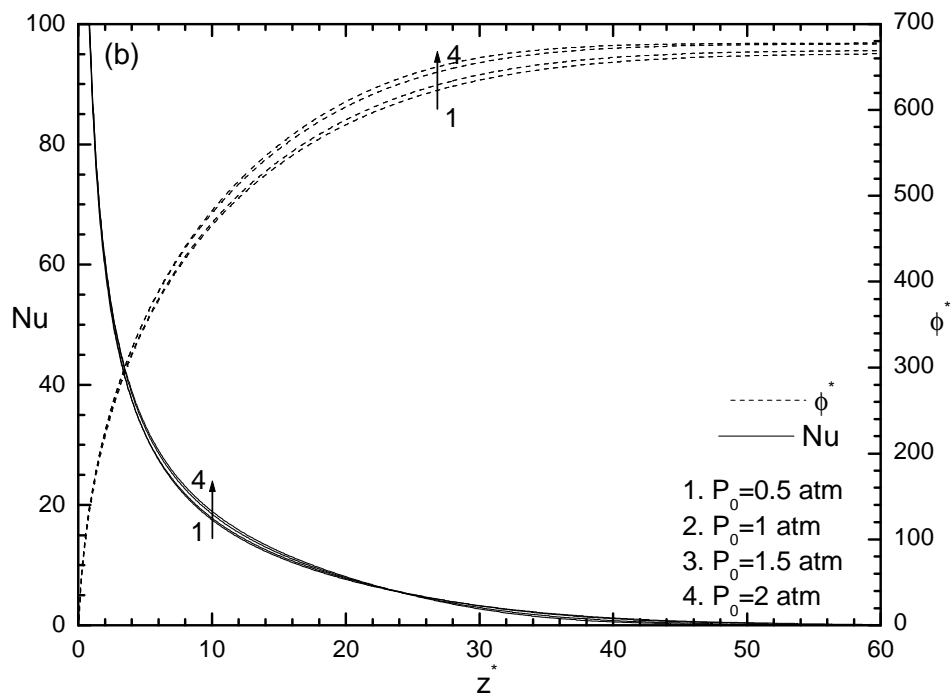
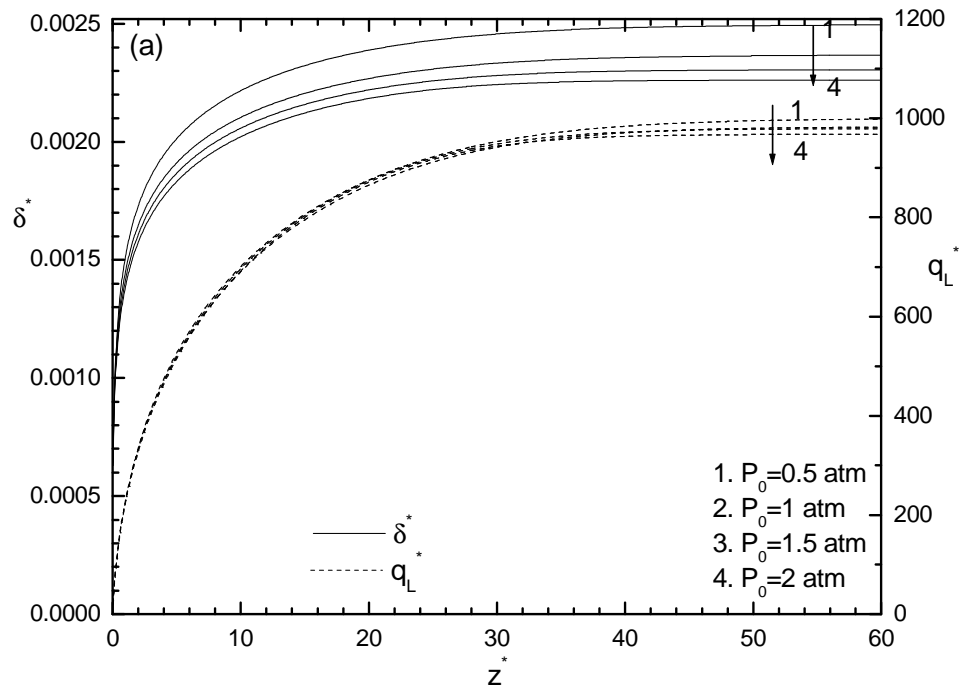


Fig. 4.3.3. Influence de la pression d'entrée du mélange air-vapeur d'eau
 (a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique

3.4. Influence de l'écart de température ΔT

En maintenant constants les paramètres suivants : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$, on étudie l'effet de l'écart de température ΔT entre la paroi et le mélange gazeux air-vapeur d'eau saturée. A température d'entrée T_0 fixée, les valeurs d'écart adoptées $\Delta T = 5, 10, 15, 20$ °C correspondent respectivement à des températures de paroi $T_w = 93.2, 88.2, 83.2, 78.2$ °C.

Les résultats obtenus présentés sur les figures 4.3.4 montrent que, malgré les mêmes valeurs de débit d'entrée, pression P_0 et concentration en vapeur C_0 , les valeurs de l'épaisseur de film, du débit liquide et du flux thermique ne convergent pas vers la même limite en fin de condensation. En effet, une augmentation de l'écart ΔT entraîne une diminution de la température pariétale, du taux de vapeur résiduelle C_f dans le mélange, d'où augmentation de l'écart entre les fractions massiques de vapeur ($C_0 - C_f$). Ce qui conduit à un accroissement des gradients de température, de concentration en vapeur et par conséquent du taux de condensation. Il s'ensuit une nette augmentation du débit liquide, de l'épaisseur de film et du flux thermique à la paroi. Ces résultats sont confirmés par l'étude analytique (tableau 4.3.1). Par ailleurs, les pentes des courbes sont d'autant plus élevées que l'écart de température est important, ce qui entraîne une diminution de la longueur de fin de condensation.

La figure 4.3.4.b montre que le nombre de Nusselt modifié Nu' représentant la densité de flux thermique à la paroi et défini par la relation (2.4.12) et le flux thermique total augmentent avec l'écart de température ΔT . En effet, le transfert de chaleur qui se déroule essentiellement par conduction à travers le film de condensat est d'autant plus grand que la température d'interface est élevée ce qui se traduit par une augmentation du nombre de Nusselt et du flux thermique à la paroi. A noter que l'expression classique de Nu n'a pas été retenue dans ce cas, car elle contient le terme $(T_0 - T_w)$ qui est ici variable, ce qui peut conduire à des interprétations erronées.

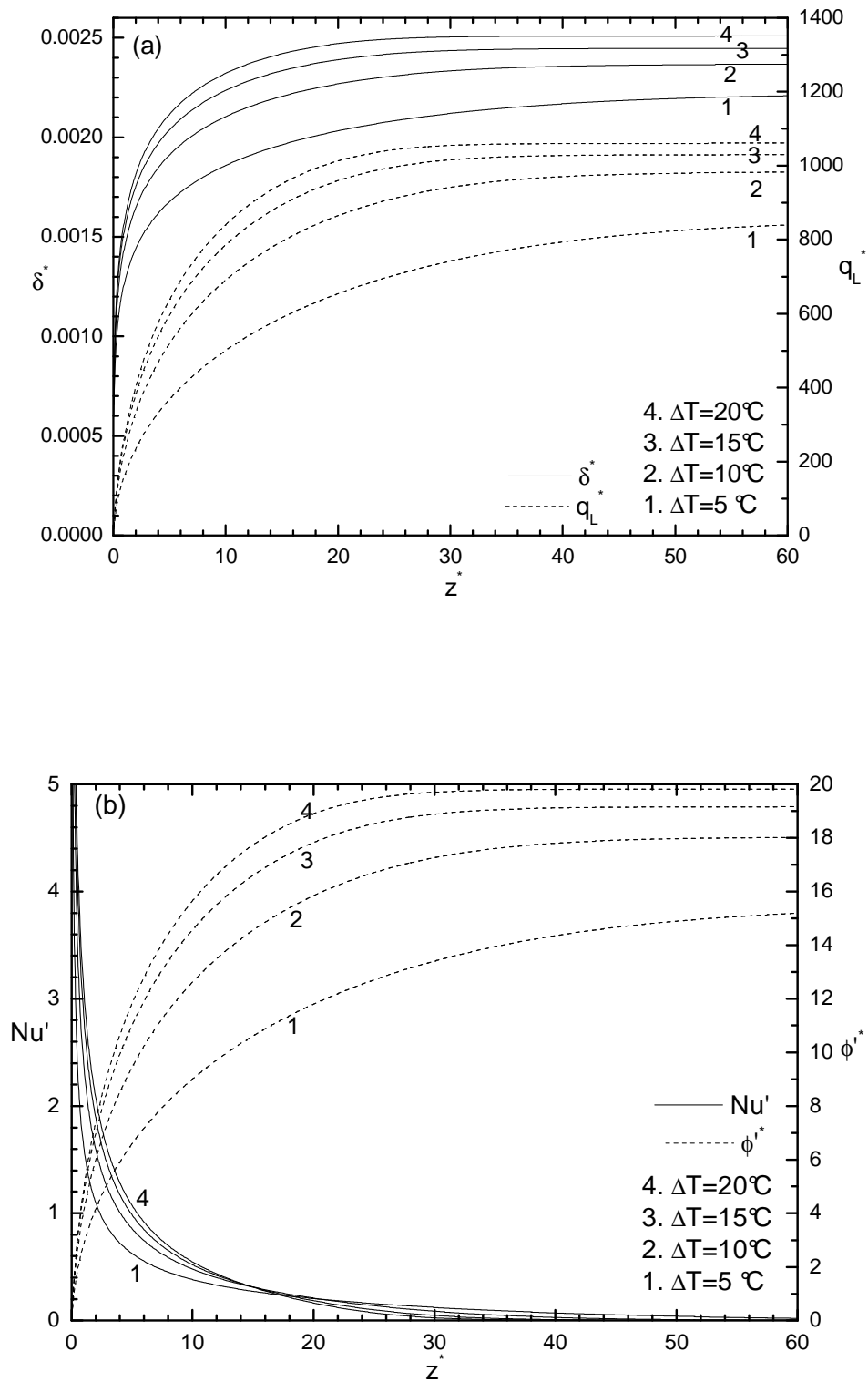


Fig. 4.3.4. Influence de l'écart de température ΔT

(a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique

3.5. Influence du type de gaz non condensable

Dans cette section, on analyse l'influence du type de gaz non condensable dans un mélange de vapeur d'eau-gaz non condensables lors de la condensation de cette vapeur. On a considéré 4 types de gaz : hélium, air, argon, krypton. Leurs masses molaires sont respectivement : 4.0026, 28.96, 39.95, 83.8 g/mol. Les propriétés thermophysiques de ces gaz sont présentées en Annexe 2. Les calculs ont été effectués pour un tube vertical dans les conditions suivantes : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $C_0 = 0.9$, $Re_0 = 800$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$.

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 4.3.5. Comme C_0 , P_0 et ΔT sont maintenus constants, une augmentation de la masse molaire du gaz entraîne un accroissement de la densité ρ du mélange gazeux, de la température d'entrée T_0 du mélange saturé et de la température de paroi T_w , ainsi qu'une diminution de la concentration finale de saturation C_f , celle du mélange krypton-vapeur d'eau étant la plus faible ($C_f = 0.309$). Il s'ensuit une augmentation du gradient de concentration en vapeur et du taux de condensation à l'interface. Les résultats obtenus montrent que l'évolution de l'épaisseur de film et du débit liquide, dans le mélange Kr-vapeur, sont nettement supérieures à celles des autres mélanges. De même, la distance requise pour atteindre la fin de la condensation est la plus courte pour le mélange au krypton, ayant la masse volumique la plus élevée.

Par ailleurs, parmi les quatre mélanges cités précédemment, le nombre de Nusselt et le flux thermique pariétal les plus élevés sont également obtenus pour le mélange le plus lourd (au Kr), particulièrement au voisinage du bord d'entrée du tube où les gradients de température et de concentration en vapeur sont les plus importants. Notons que ces résultats sont similaires à ceux obtenus en faisant varier la concentration en vapeur C_0 car les deux études considèrent en fait les effets des différences de fraction massique de vapeur entre l'entrée et la paroi.

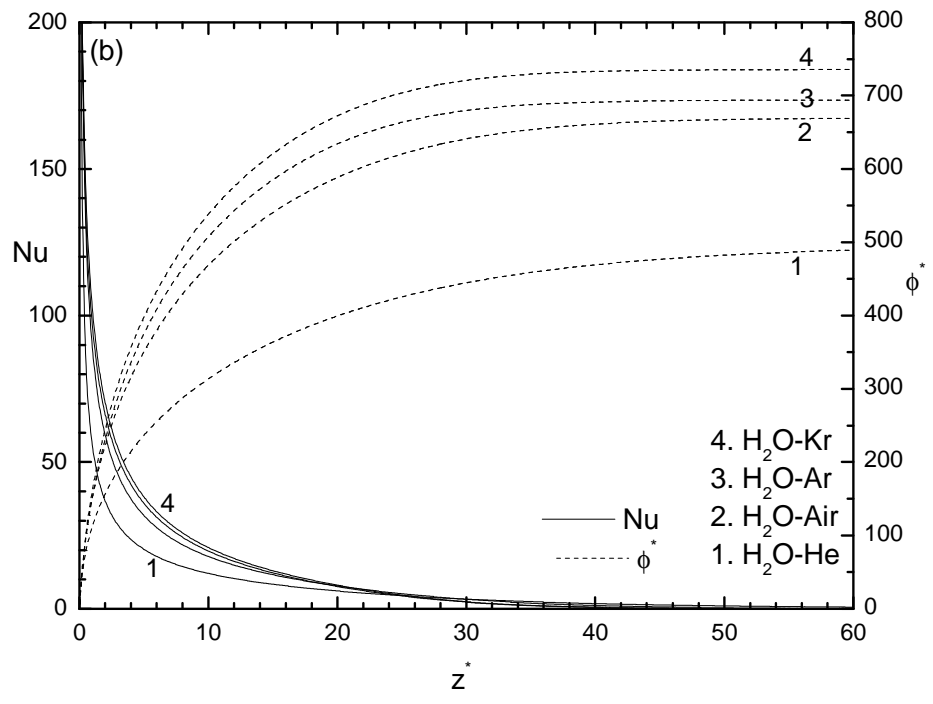
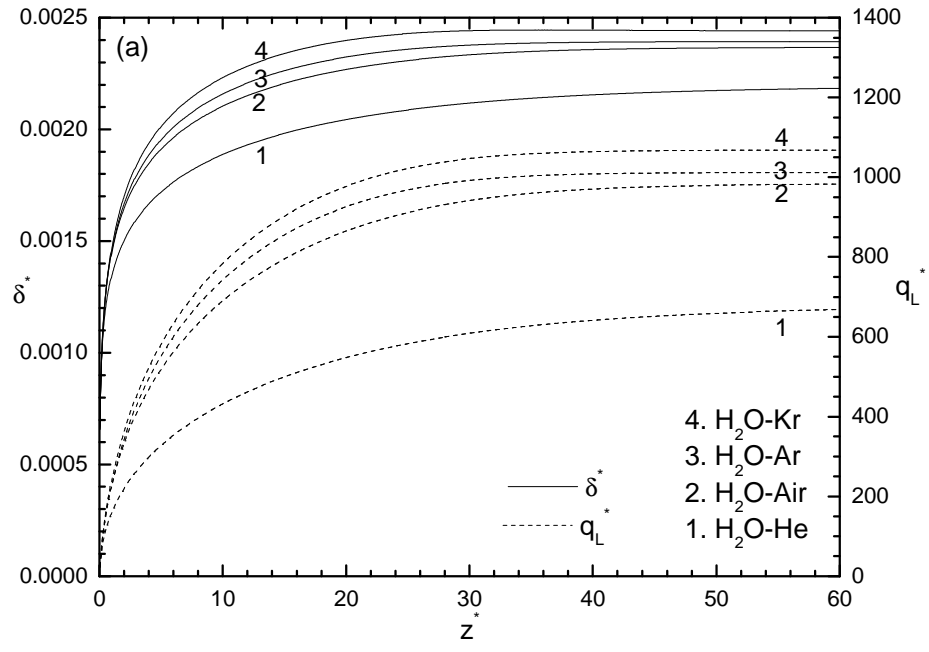


Fig. 4.3.5. Influence de la nature du gaz non condensable
 (a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique

3.6. Influence du facteur de forme

En gardant le mélange air-vapeur d'eau saturée dans les conditions : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$, $\Delta T = 10^\circ\text{C}$, l'étude de l'effet du facteur de forme a été menée sur un système formé de deux cylindres coaxiaux à paroi externe isotherme. Les dimensions du système ont été modifiées en faisant varier le rayon du tube interne dans l'intervalle: $R' = 0, 5, 10, 15 \text{ mm}$, correspondant à un facteur de forme $R'^* = 0, 0.2, 0.4, 0.6$. La hauteur et le rayon du cylindre externe sont maintenus constants. Par ailleurs, la pression et les températures d'entrée et de paroi étant également invariantes, la concentration finale C_f du mélange gazeux reste inchangée dans tous les cas.

La figure 4.3.6.a représente les profils de vitesse en fin de condensation calculés par la solution analytique pour différentes valeurs du facteur de forme. Le cas particulier $R' = 0$ correspond à un tube cylindrique de rayon R , le volume offert à l'écoulement étant maximal. Ce qui entraîne un changement radical au niveau des profils de vitesses du mélange gazeux. La vitesse du fluide est maximale sur l'axe du cylindre. Dans le cas de 2 cylindres coaxiaux, la vitesse s'annule à la paroi interne, alors que le pic des vitesses se situe dans la région médiane entre les 2 tubes. Le rayon externe R étant fixé, lorsque R' augmente, l'espace annulaire entre les 2 cylindres diminue entraînant une forte augmentation de la vitesse maximale du mélange gazeux au voisinage du pic. Le nombre de Reynolds Re_0 étant maintenu constant, le débit du mélange gazeux, les gradients de vitesse à l'interface et à la paroi augmentent considérablement. Il s'ensuit un net accroissement du taux de condensation conduisant à une augmentation de l'épaisseur de film, de la vitesse de liquide, du débit de condensat (figure 4.3.6.b). Par ailleurs, l'augmentation des pentes des courbes entraîne une baisse de la longueur de tube requise pour la fin de condensation.

D'autre part, la figure 4.3.6.c montre que le nombre de Nusselt et le flux thermique augmentent avec le rayon R' , en raison de l'augmentation des échanges thermiques dans les deux phases par diminution de la distance entre parois. Le flux thermique reste sensiblement proportionnel au débit liquide à toute section z de la paroi. Des évolutions similaires ont été constatées avec les résultats précédents concernant l'effet du nombre de Reynolds du mélange gazeux, car les deux études considèrent l'influence du débit d'entrée du mélange gazeux.

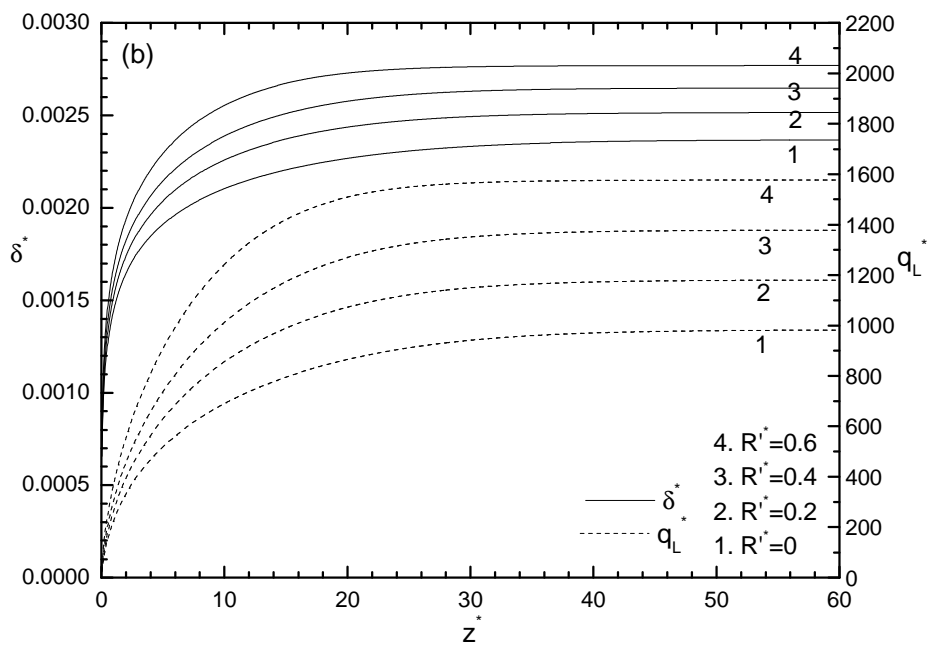
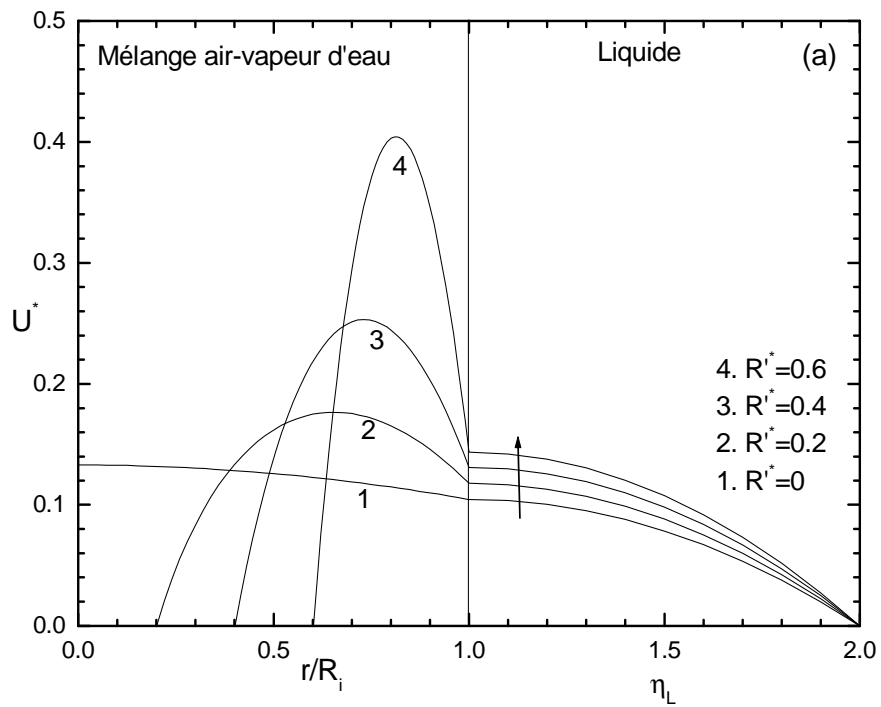


Fig. 4.3.6. Influence du facteur de forme des cylindres coaxiaux

(a) Profils de vitesse en fin de condensation

(b) Epaisseur et débit de condensat

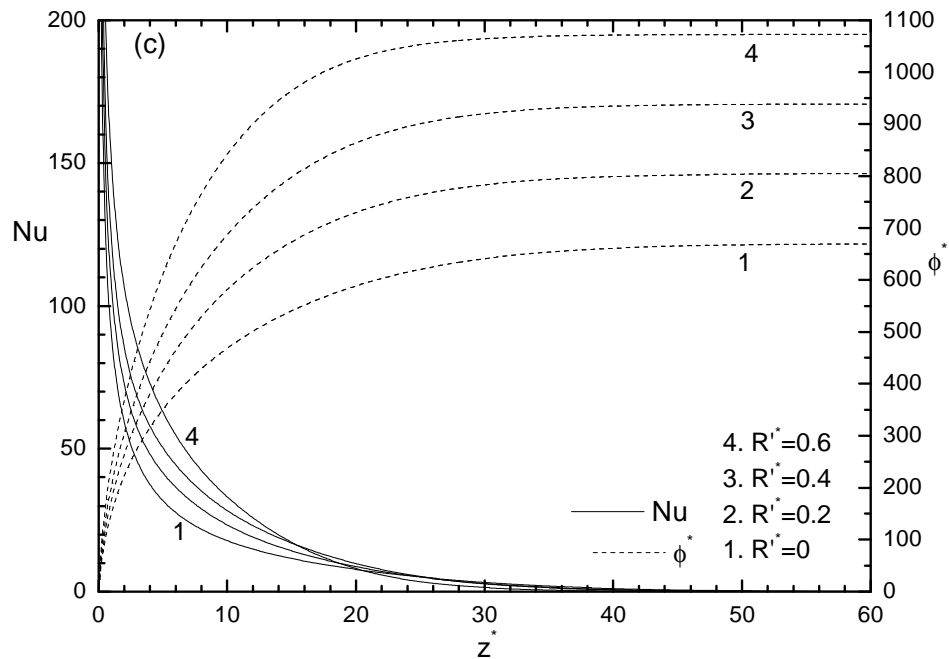


Fig. 4.3.6. Influence du facteur de forme des cylindres coaxiaux
(c) Nombre de Nusselt et flux thermique

3.7. Influence du coefficient de convection externe

Dans cette section, on présente une analyse de l'influence du refroidissement convectif de la paroi du tube vertical supposé en contact avec un fluide externe à température T_e . Les calculs sont effectués en maintenant le mélange air-vapeur d'eau saturée à l'entrée du tube dans les conditions : $P_0 = 1 \text{ atm}$, $Re_0 = 800$, $C_0 = 0.9$, $\Delta T = T_0 - T_e = 10^\circ\text{C}$. On fait varier le coefficient de convection h_e entre la paroi et le fluide ambiant comme suit : $h_e = 1500, 3000, 6000 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ correspondant respectivement aux valeurs suivantes du nombre de Biot : $Bi_L = 55, 110, 220$.

Dans ce type de conditions aux limites, la paroi est soumise à un refroidissement convectif externe dont l'intensité varie avec le coefficient h_e . Le processus de condensation dépend alors étroitement de l'évolution de la température pariétale qui décroît le long de l'écoulement et tend asymptotiquement vers la température du fluide externe ambiant. En effet, les résultats présentés sur les figures 4.3.7 montrent qu'une augmentation des échanges convectifs favorise la condensation car elle entraîne un refroidissement plus rapide de la

paroi. Il s'ensuit un accroissement de l'épaisseur de film, du débit de liquide obtenu par condensation et du flux thermique échangé à la paroi. La densité de flux thermique (représentée par l'évolution de Nu) est proportionnelle au coefficient h_e et à l'écart de température entre la paroi et le fluide externe. Au voisinage du bord d'entrée, Nu augmente avec h mais décroît plus vite au cours de l'écoulement tendant vers zéro en fin de condensation.

Par ailleurs, les figures montrent que lorsque le coefficient convectif h_e augmente, la distance de tube requise pour atteindre la condensation complète diminue, en étant minimale pour la paroi isotherme.. Toutefois, les valeurs de l'épaisseur de film, du débit liquide et du flux thermique convergent vers les mêmes limites en fin de condensation, car l'état final des fluides (régime hydrodynamique, température et concentration en vapeur) est le même, quelle que soit l'intensité du refroidissement convectif externe. Enfin, dans le cas de la paroi isotherme, la condensation est caractérisée par une intensification plus importante des transferts conduisant à une évolution plus rapide de l'épaisseur et du débit de condensat vers le régime final de fin de condensation.

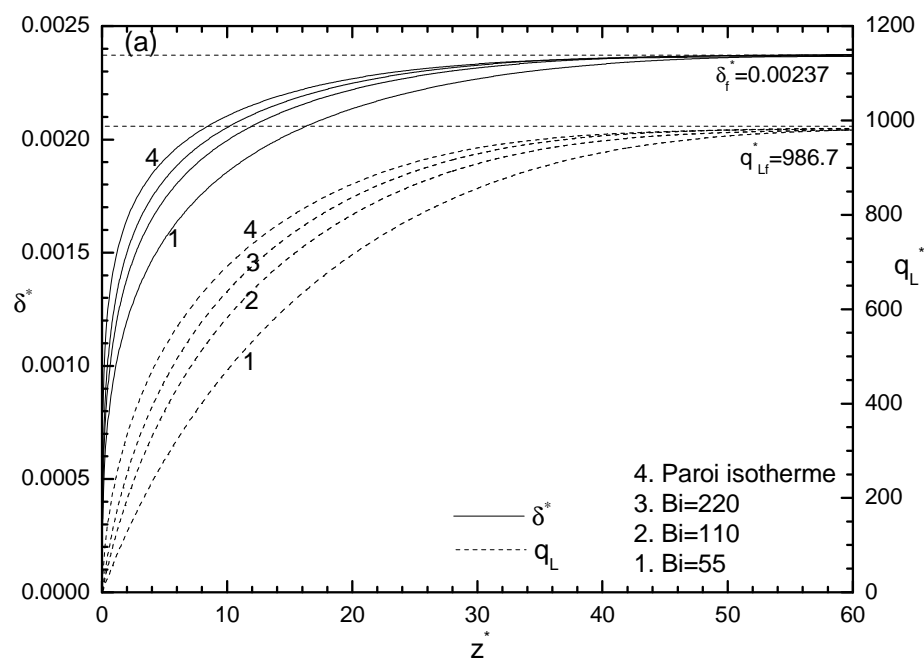


Fig. 4.3.7. Influence du coefficient de convection externe
(a) Epaisseur et débit de condensat

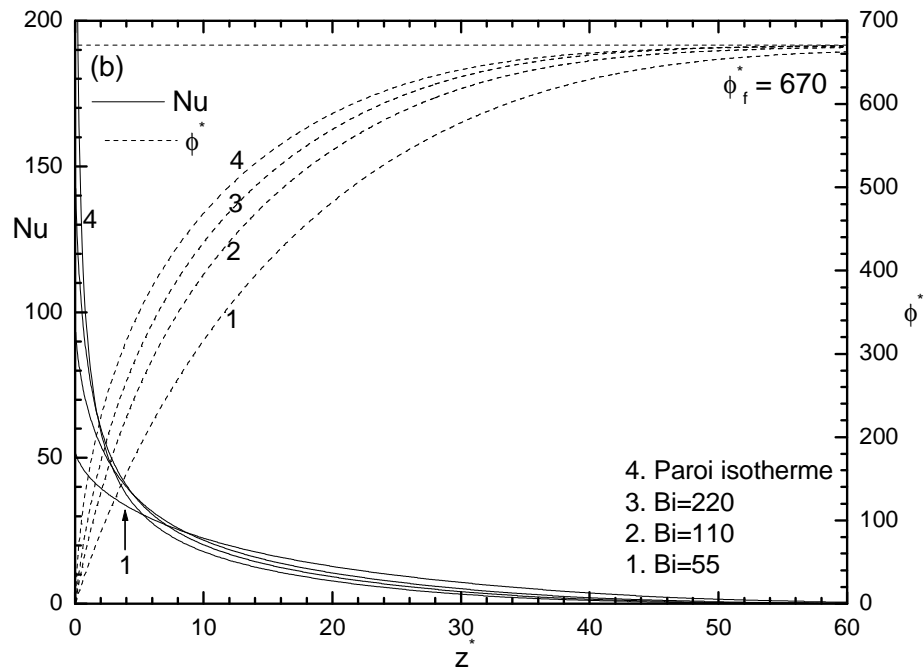


Fig. 4.3.7. Influence du coefficient de convection externe
(b) Nombre de Nusselt et flux thermique

4. Condensation de mélanges air-fluides frigorigènes

Dans ce paragraphe, on considère la condensation de mélanges air-fluides frigorigènes saturés dans un tube vertical à paroi isotherme d'épaisseur négligeable. Afin d'éviter le phénomène de renversement de l'écoulement, les calculs pour ces types de fluides ont été effectués dans les conditions suivantes : tube de faible diamètre ($D = 2$ cm), nombre de Reynolds élevé à la limite de l'écoulement laminaire ($Re_0 = 2200$), faibles écarts de températures $\Delta T = 5^\circ\text{C}$, fraction massique de vapeur modérée ($C_0 = 0.85$). La température du mélange saturé à l'entrée du tube est $T_0 = 40^\circ\text{C}$. Les valeurs de la pression d'entrée P_0 pour les différents mélanges sont calculées par la relation (2.3.32) en fonction de C_0 , T_0 et données dans le tableau 4.4.1.

On a considéré 3 types de fluides frigorigènes : R12, R134a, R152a. Notre choix s'est porté sur ces fluides pour deux raisons. D'une part, les données complètes des propriétés thermophysiques de ces fluides à l'état liquide et vapeur sont disponibles dans la littérature et

sont indiquées en Annexe 2. D'autre part, les calculs effectués sur ces fluides ne conduisent pas à un renversement de l'écoulement sur toute la longueur de tube considérée ($L = 1.5$ m).

Le R12 est un fluide de type CFC (Chlorofluorocarbone) dont la production a été arrêtée depuis quelques années car le chlore contenu dans sa formule détruit la couche d'ozone. Ce fluide n'a été considéré dans cette étude qu'à titre de comparaison avec les autres fluides. Le R134a et le R152a sont des fluides de type HFC (Hydrofluorocarbone) sans impact sur la couche d'ozone et sont considérés comme des substituts aux CFC.

Les résultats des calculs effectués sont présentés sur les figures 4.4.1. D'autre part, le tableau 4.4.1 présente les valeurs analytiques des paramètres caractéristiques des écoulements à l'entrée du tube et en fin de condensation. Malgré le même nombre de Reynolds Re_0 , les débits d'entrée des mélanges sont différents car les viscosités des fluides sont différentes, celle du mélange air-R12 étant la plus élevée.

La figure 4.4.1.a représente les profils de vitesse dans les 2 phases à l'entrée et en fin de condensation. Elle montre que la vitesse du mélange gazeux subit une forte décélération au niveau de l'axe central du tube. Un début de renversement de l'écoulement du mélange air-R134a apparaît dans la région centrale du cylindre. Par contre, à l'interface liquide-mélange gazeux, la vitesse atteint des valeurs nettement supérieures à celles imposées à l'entrée, celle du R152a étant la plus élevée. Les écoulements de liquide restent toutefois laminaires, car $Re_L < 30$ pour tous les fluides (tableau 4.4.1).

Par ailleurs, une analyse comparative de la condensation de ces trois mélanges montre que les évolutions du taux de condensation et du flux thermique pariétal sont les plus faibles pour le mélange air-R12, les plus élevées correspondant au mélange air-R152a (figures 4.4.1.b-c). En effet, ce dernier fluide est caractérisé par les plus faibles valeurs de masse molaire et de pression vapeur saturante, conduisant ainsi au taux le plus bas de vapeur résiduelle C_f et donc au gradient de concentration en vapeur le plus élevé. Son coefficient de diffusion de vapeur dans l'air est supérieur à ceux des autres fluides. Il s'ensuit un taux de condensation plus important, conduisant par conséquent à des valeurs plus élevées de l'épaisseur de film et du débit liquide par rapport aux autres fluides. De plus, il présente les valeurs les plus élevées de chaleur latente de condensation et de conductivité thermique liquide, permettant de produire un flux thermique pariétal plus important que les autres mélanges.

Enfin, comme pour la condensation des mélanges gaz-vapeur d'eau, le tableau 4.4.1 montre que la variation de pression reste très faible par rapport à la pression d'entrée. Les

écoulements peuvent être considérés globalement isobares, la pression étant plus faible pour le mélange air-R152a, et plus élevée pour le mélange air-R12.

	R12	R134a	R152a
q_0 (g/s)	0.490	0.486	0.414
P_0 (bar)	16.65	16.52	12.78
δ_f (mm)	0.0376	0.0420	0.0484
q_{Lf} (g/s)	0.0987	0.114	0.118
Re_{Lf}	18.31	20.73	25.86
U_i (m/s)	0.0493	0.0555	0.0668
G_f (Pa/m)	482.6	431.6	254.5
C_f	0.812	0.804	0.790

Tableau 4.4.1. Evolution des différentes grandeurs au cours de la condensation de mélanges air-fluides frigorigènes.

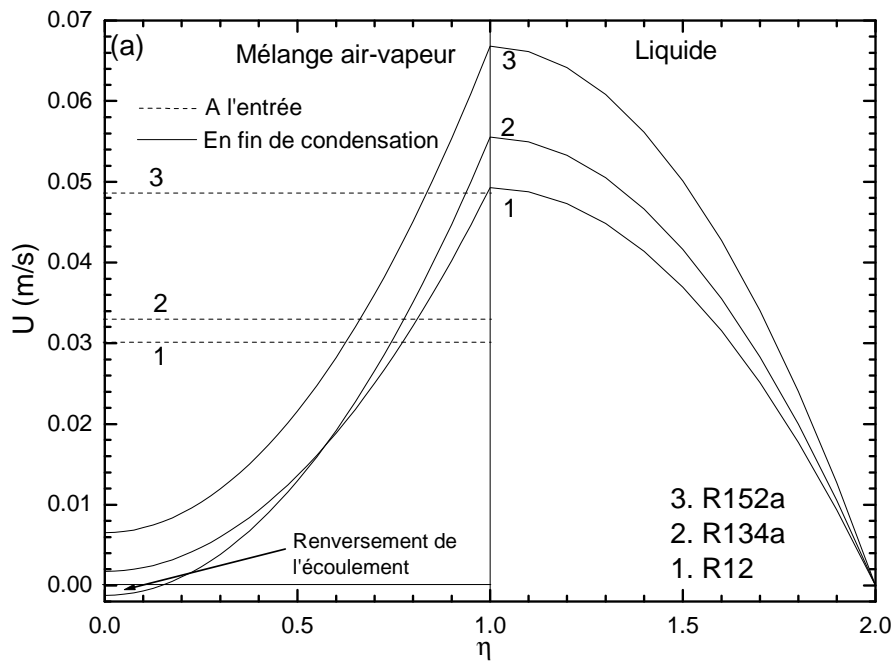


Fig. 4.4.1. Condensation de mélanges air-fluides frigorigènes
(a) Profils de vitesse à l'entrée et en fin de condensation

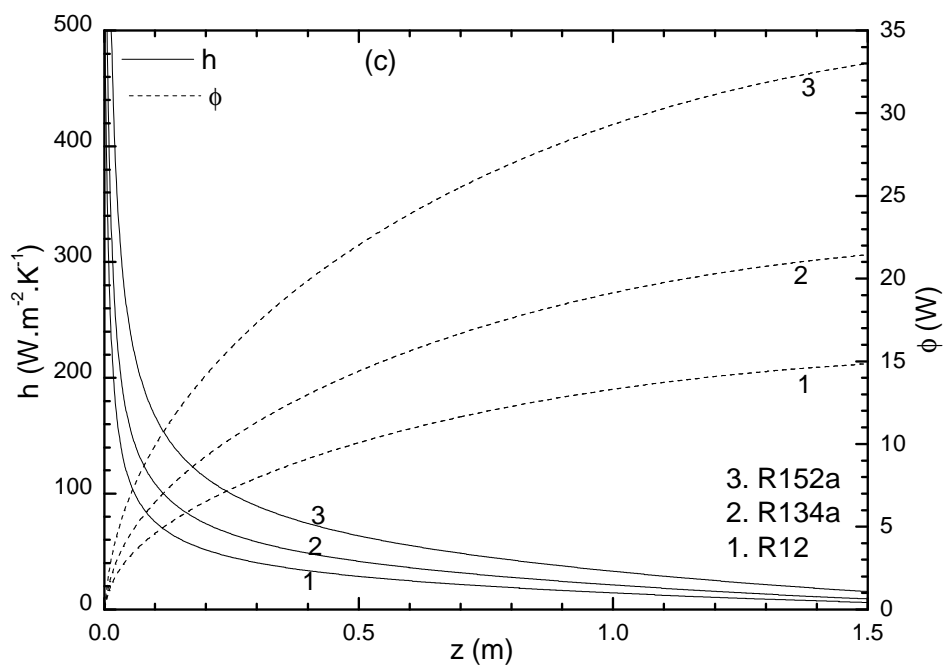
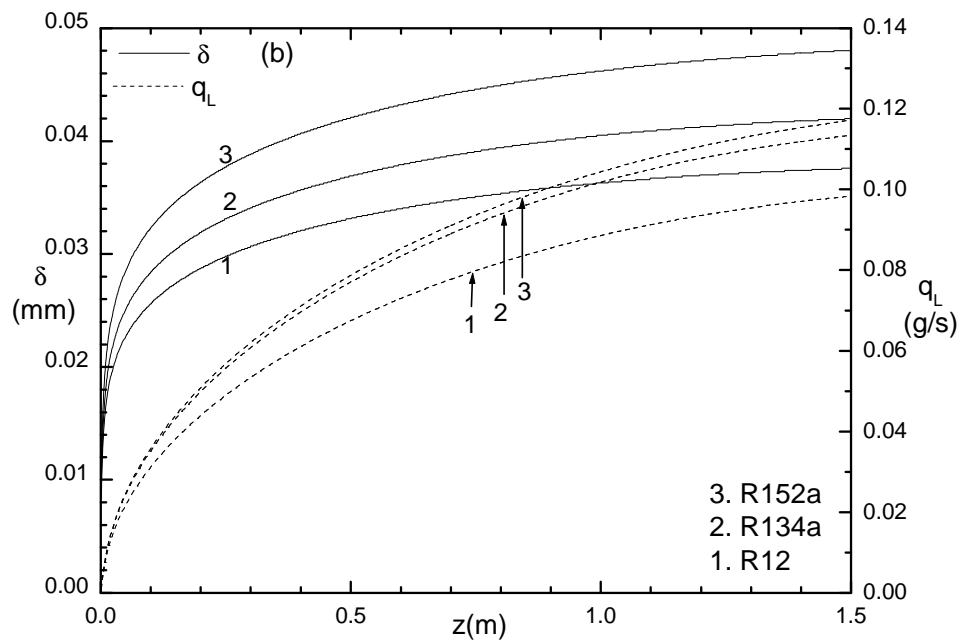


Fig. 4.4.1. Condensation de mélanges air-fluides frigorigènes

(b) Epaisseur et débit de condensat

(c) Coefficient de transfert thermique et flux thermique

5. Influence des propriétés de la couche poreuse

On considère dans ce paragraphe un tube cylindrique vertical dont la paroi est recouverte d'une couche poreuse saturée homogène d'épaisseur e et dont la face externe est maintenue isotherme à la température T_w . Les calculs ont été effectués pour un mélange air-vapeur d'eau saturée en écoulement dans une conduite verticale de dimensions $R = 0.025$ m, $L = 1.5$ m, dans les conditions suivantes :

- propriétés du mélange gazeux : $P_0 = 1$ atm, $T_0 = 98.2^\circ\text{C}$, $C_0 = 0.9$, $Re_0 = 800$, $T_w = 88.2^\circ\text{C}$
- propriétés de la couche poreuse : $\varepsilon = 0.5$, $e = 0.04$ mm, $K = 6.25 \times 10^{-9}$ m², $F = 0.55$, $\lambda_e^* = 1$, $\mu_e^* = 1$.

On fait varier les propriétés de la couche poreuse afin d'analyser leur influence sur les transferts, dans les intervalles suivants :

- épaisseur adimensionnelle : $e^* = 0, 0.0016, 0.0024, 0.003$ (correspondant à des valeurs de e comprises entre 0 et 0.075 mm)
- rapport des conductivités thermiques : $\lambda_e^* = 0.5, 1, 2, 5$
- nombre de Darcy : $Da = 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}, 10^{-3}$ (correspondant à des perméabilités K comprises entre 6.25×10^{-10} m² et 6.25×10^{-7} m²)

L'étude présentée ici est basée sur l'hypothèse que le condensat recouvre totalement la couche poreuse dès l'entrée du tube. Cette hypothèse est justifiée :

- d'une part si le taux de condensation est élevé au bord d'attaque du tube, c'est-à-dire pour des fortes fractions massiques de vapeur ou pour un écart de température paroi-fluide élevé,
- d'autre part, si la couche poreuse est de faible épaisseur. De ce fait, l'étude menée ici est limitée à des faibles valeurs de e , afin de vérifier cette dernière hypothèse.

Les figures 4.5.1.a-b représentent respectivement l'influence de l'épaisseur et de la perméabilité de la couche poreuse sur les évolutions axiales du débit de condensat total et du flux de chaleur transmis à la face externe de la paroi. Ces deux propriétés caractérisent le comportement hydrodynamique du milieu poreux. En effet, les résultats obtenus montrent qu'une augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse entraîne un net accroissement du débit liquide d'entrée dans le revêtement poreux et du débit de condensat total. Ces résultats s'expliquent par l'augmentation du volume poreux interne dans lequel s'effectue l'écoulement du fluide, ayant pour effet de favoriser le transfert de condensat à travers le

réseau poreux. L'augmentation du flux thermique avec l'épaisseur est toutefois plus modérée. On remarque également que le cas particulier d'un tube à paroi d'épaisseur nulle conduit aux variations les plus lentes du débit liquide et du flux thermique en comparaison avec celles obtenues en présence d'une couche poreuse.

De même, une évolution similaire est obtenue avec les courbes représentant l'influence de la perméabilité pour les faibles valeurs du nombre de Darcy ($Da < 10^{-5}$). Pour des valeurs plus élevées de la perméabilité, on constate qu'une augmentation de Da s'accompagne de variations relativement faibles sur les évolutions du débit liquide et du flux thermique, dans les conditions opératoires adoptées dans cette étude.

Enfin, la figure 4.5.1.c représente l'influence de λ_e^* représentant le rapport des conductivités thermiques du revêtement poreux et du liquide sur les évolutions du débit de condensat et du flux thermique. On constate qu'il est sans effet sur le débit liquide d'entrée en milieu poreux. Toutefois, son augmentation conduit à un net accroissement du taux de condensation, du débit liquide et du flux thermique. En effet, dans ce cas, la température de la face interne de la couche poreuse diminue, entraînant une augmentation des gradients de concentration à l'interface liquide-mélange. Par ailleurs, le flux de chaleur dégagé par la condensation traverse par conduction l'épaisseur e de la paroi poreuse. Il s'ensuit ainsi une évolution plus rapide de la condensation et du flux thermique, ainsi qu'une diminution de la longueur de tube requise pour atteindre la fin de la condensation. D'autre part, pour les valeurs de λ_e^* inférieures à 1, on constate une diminution du flux thermique par rapport au cas du tube sans couche poreuse. Toutefois, dans tous les cas, en fin de condensation, les valeurs limites du flux thermique total transmis à la paroi restent inchangées indépendamment des propriétés de la paroi poreuse.

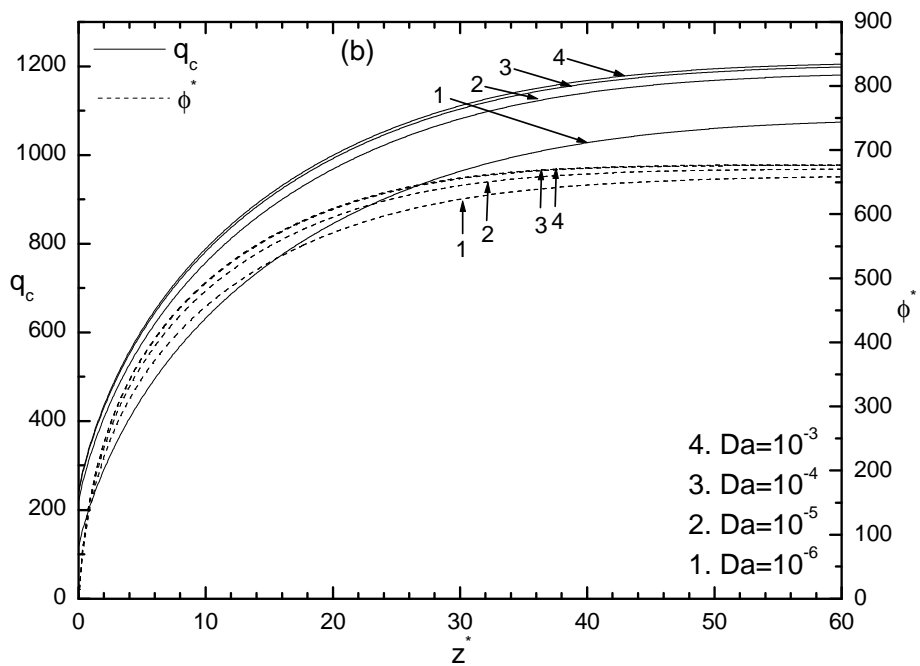
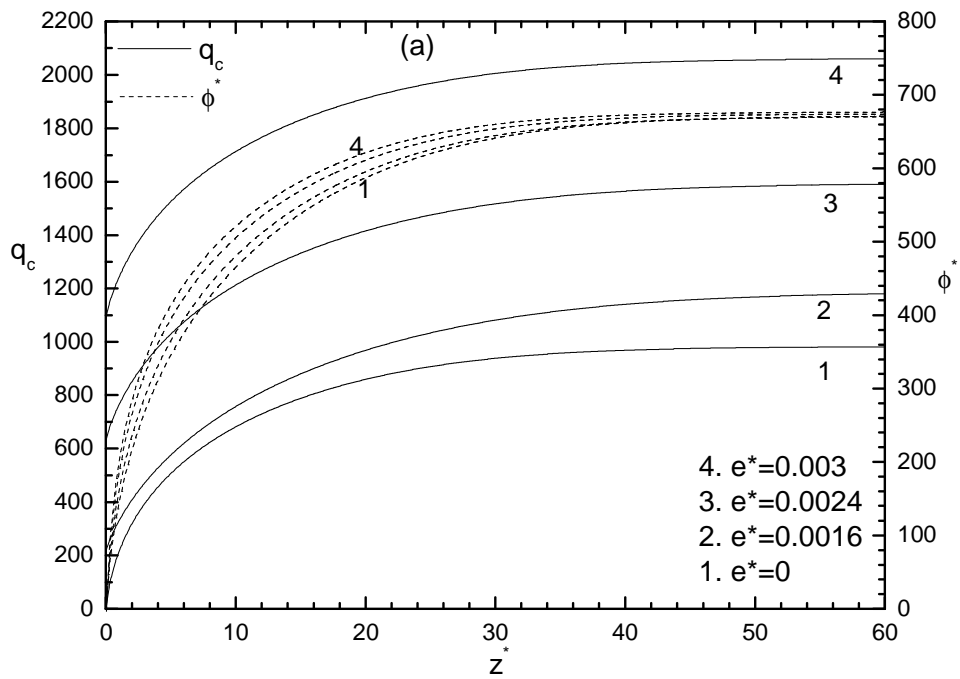


Fig. 4.5.1. Condensation dans un tube à paroi poreuse
 (a) Influence de l'épaisseur de la couche poreuse
 (b) Influence du nombre de Darcy

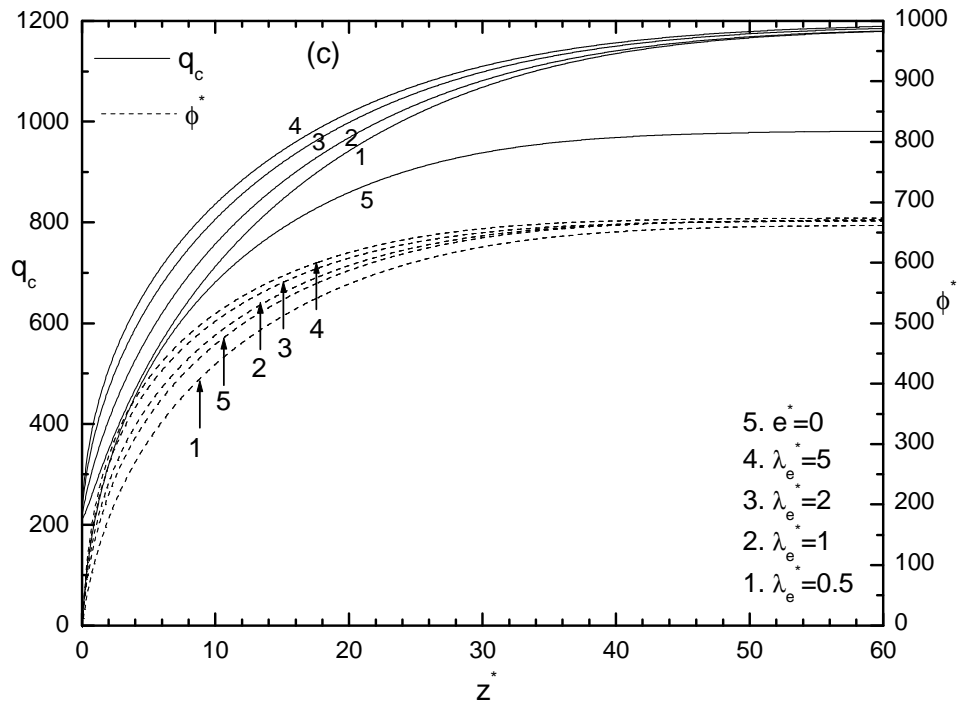


Fig. 4.5.1. Condensation dans un tube à paroi poreuse
 (c) Influence du rapport des conductivités thermiques

6. Quelques problèmes particuliers

Durant les calculs effectués, on a rencontré parfois un problème de renversement du sens de l'écoulement, qui se manifeste par des valeurs de vitesses axiales négatives (contraires à la direction principale de l'écoulement) au bout d'une certaine distance relativement longue. Dans ce cas, il y'a apparition d'instabilités numériques croissantes conduisant rapidement à une divergence des calculs puis un arrêt du programme, et ce quelles que soient les dimensions du maillage utilisé. D'une façon générale, dans les conditions adoptées dans notre étude, on a constaté que ce phénomène de renversement de l'écoulement apparaît systématiquement lors de la condensation de vapeur pure saturée dans un tube vertical en écoulement laminaire. Il se produit généralement au niveau de l'axe du tube. Dans le cas d'un mélange vapeur-gaz, les conditions suivantes y sont favorables: tube de diamètre élevé, écoulements à faibles nombres de Reynolds, forts taux de condensation ayant lieu pour une forte fraction massique de vapeur et/ou un écart de température paroi-fluide élevé. Par

ailleurs, ce phénomène ne s'est pas produit lors de la condensation d'un mélange gaz-vapeur d'eau, mais apparaît pour les mélanges gaz-fluides frigorigènes. Afin d'éviter ce phénomène, les calculs pour les mélanges air-réfrigérants ont été effectués dans les conditions particulières spécifiées au paragraphe 4.

D'autre part, lors de l'analyse de la condensation dans un tube à paroi poreuse, l'étude menée s'est limitée à des faibles valeurs de l'épaisseur de couche poreuse, afin de supposer celle-ci totalement recouverte par le condensat dès l'entrée. En effet, les calculs effectués montrent que des couches poreuses plus épaisses ne sont totalement saturées qu'au bout de distances non négligeables. Dans cette région, un problème plus compliqué se pose concernant la condensation interne en milieu poreux pour lequel notre modèle n'est pas valable. Il apparaît ainsi que la détermination d'une éventuelle valeur critique de l'épaisseur de couche poreuse peut être menée plus efficacement pour d'autres géométries de systèmes, telles que les plaques planes ou les conduites horizontales ou inclinées pour lesquelles les évolutions de l'épaisseur de condensat sont plus importantes.

7. Conclusion

Dans ce chapitre, on a présenté les résultats concernant la condensation de divers mélanges vapeur-gaz en écoulement descendant dans un tube vertical et dans l'espace interne délimité par deux cylindres coaxiaux. Les calculs effectués ont permis de déterminer les évolutions des profils de vitesse, de température, de concentration en vapeur du mélange gazeux, du gradient axial de pression, du débit liquide, de l'épaisseur de film et du flux thermique le long de la paroi externe. Une étude de l'influence des conditions opératoires a été ensuite menée en considérant les paramètres suivants: propriétés de la paroi solide, nombre de Reynolds, pression et concentration en vapeur du mélange gazeux, écart de température paroi-fluide, type de gaz, facteur de forme dans le cas de deux cylindres coaxiaux et coefficient de convection externe dans le cas d'une paroi non isotherme. Par ailleurs, une étude comparative de la condensation de divers mélanges gazeux air-réfrigérants saturés dans un tube vertical à paroi isotherme a été également effectuée. Elle a permis de déterminer les évolutions comparatives des taux de condensation et flux thermiques des divers réfrigérants. Enfin, dans le cas d'un tube à paroi poreuse, les effets des principales propriétés du revêtement poreux (épaisseur, perméabilité et conductivité thermique effective) sur l'évolution de la condensation et des transferts ont été également mis en évidence.

CONCLUSION

On présente dans ce travail une étude de la condensation en film par convection forcée laminaire de mélanges vapeur-gaz dans un tube vertical et dans l'espace annulaire compris entre deux cylindres coaxiaux à paroi poreuse saturée. Le modèle mathématique élaboré est basé sur les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie dans les deux phases liquide et gazeuse et de diffusion de vapeur en mélange gazeux. Les transferts dans la couche poreuse sont décrits par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. Le couplage entre les équations des trois phases est assuré par la continuité des contraintes de cisaillement, des densités de flux thermique et massique aux interfaces liquide-mélange gazeux et liquide-couche poreuse. L'épaisseur de film liquide est déterminée par une procédure itérative basée sur l'équation du débit massique liquide. Les équations sont résolues par la méthode des différences finies en schéma implicite. D'autre part, des solutions analytiques ont été élaborées permettant de déterminer les profils de vitesse, le gradient de pression, l'épaisseur de film et le débit de condensat en fin de condensation. Des tests de validation du modèle numérique et de sensibilité au maillage ont été également effectués. Les calculs ont été menés dans une vaste gamme de conditions opératoires. Les résultats obtenus permettent de tirer les conclusions suivantes :

- L'épaisseur de film liquide, le débit de condensat et le flux thermique pariétal augmentent fortement à l'entrée des tubes, puis tendent asymptotiquement vers des valeurs limites correspondant au régime de fin de condensation.
- Dans le cas d'une paroi externe isotherme, ces grandeurs augmentent avec le nombre de Reynolds d'entrée du mélange gazeux, sa température, son humidité relative, la masse molaire des gaz non condensables et l'écart de température fluide-paroi. Dans le cas des cylindres coaxiaux, elles augmentent par diminution de la distance entre les parois interne et externe.
- Dans le cas d'une paroi refroidie par convection avec un fluide extérieur, la condensation est caractérisée par une réduction des transferts conduisant à une évolution plus lente de l'épaisseur et du débit de condensat. Elle tend toutefois vers le même régime final de condensation complète que celui obtenu avec la paroi isotherme.

- La longueur de tube requise pour atteindre la fin de la condensation augmente avec le nombre de Reynolds d'entrée du mélange. Elle décroît avec la concentration en vapeur du mélange gazeux, l'écart de température paroi-fluide, la masse molaire du gaz non condensable et le coefficient d'échange convectif externe.

- L'étude de la condensation de mélanges air-fluides frigorigènes saturés dans un tube vertical à paroi isotherme a été également effectuée, en considérant trois réfrigérants: R12, R134a, R152a. L'analyse comparative des résultats obtenus avec ces trois mélanges montre que les évolutions du taux de condensation et du flux thermique pariétal sont les plus faibles pour le mélange air-R12, les plus élevées correspondant au mélange air-R152a. Par ailleurs, un renversement du sens de l'écoulement gazeux se produit au voisinage de l'axe du tube en fin de condensation, dans le cas du mélange air-R134a.

- Dans le cas d'un tube à paroi poreuse, les résultats montrent que le débit de condensat et le flux thermique augmentent de façon significative avec l'épaisseur et la conductivité thermique effective de la couche poreuse. Par contre, l'influence de la perméabilité n'est importante que pour les faibles valeurs du nombre de Darcy, dans les conditions opératoires adoptées dans cette étude.

Signalons enfin quelques perspectives de recherche qui paraissent intéressantes à la suite de ce travail:

- extension de l'étude au régime ondulatoire ou turbulent en convection forcée, mixte ou naturelle,

- étude d'un écoulement diphasique de mélange gazeux ascendant et de condensat liquide à contre-courant,

- modélisation de la condensation dans des systèmes horizontaux ou inclinés à paroi poreuse, en vue de la détermination d'une éventuelle valeur de l'épaisseur optimale de couche poreuse,

- mise en œuvre d'un modèle mathématique adéquat en considérant les termes de diffusion axiale dans les équations de transfert afin de tenir compte du problème de renversement du sens de l'écoulement.

ANNEXE 1

PROPRIETES DES MILIEUX POREUX

On présente dans cette section un bref aperçu des notions de base relatives aux transferts en milieu poreux. On trouvera des études plus approfondies dans ce domaine dans les références [45, 46, 47].

1. Introduction

On appelle milieu poreux un corps de texture complexe comportant une matrice solide délimitant et englobant des vides appelés pores (exemples : sols, sable, matériaux de construction, ...). Ces vides peuvent communiquer entre eux et contenir une ou plusieurs phases fluides pouvant s'écouler au sein du milieu. La principale propriété d'un milieu poreux est sa porosité ε , définie comme suit :

$$\varepsilon = \frac{V_p}{V_t}$$

V_p = volume des pores

V_t = volume apparent total de l'échantillon du milieu poreux

Les valeurs de ε peuvent varier dans une vaste gamme selon la nature du milieu poreux (de 0.02 pour un béton compact à 0.93 pour la fibre de verre) [45-46].

2. Modèles d'écoulement en milieu poreux

Les lois d'écoulement et de transfert en milieu poreux nécessitent la définition préalable d'un volume local de mesure, appelé volume élémentaire représentatif (noté VER). Il doit être suffisamment grand pour être représentatif, c'est-à-dire pour permettre la caractérisation de toute propriété, mais suffisamment petit pour que la grandeur ainsi définie conserve un caractère local. Lorsque les propriétés locales, définies sur le VER, sont

indépendantes de la position de celui-ci au sein de l'échantillon poreux, le milieu est dit homogène à une échelle qualifiée de macroscopique [45-46].

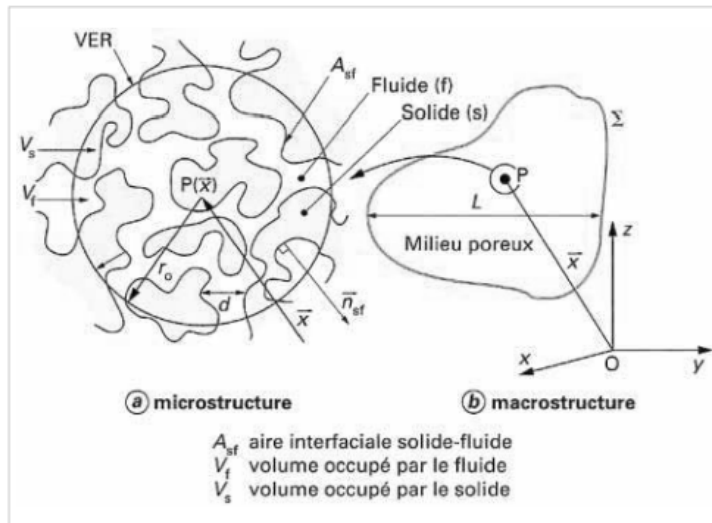


Fig. A1.1. Représentation schématique du volume de prise de moyenne [45]

- Vitesse de filtration

Pour un écoulement unidirectionnel d'un fluide dans un échantillon de milieu poreux de section droite S , on définit la vitesse de filtration U_p :

$$U_p = \frac{q_f}{\rho_f S}$$

ρ_f = masse volumique du fluide

q_f = débit massique du fluide à travers la section S

- Loi de Darcy

Cette loi a été établie par Darcy (1856) sur la base d'observations expérimentales. Elle régit l'écoulement stationnaire à faible vitesse d'un fluide incompressible newtonien à travers un milieu poreux homogène et isotrope :

$$\vec{U}_p = \frac{K}{\mu_f} (-\vec{\nabla}P + \rho_f \vec{g})$$

μ_f = viscosité dynamique du fluide

P = pression du fluide dans le milieu

K = perméabilité du milieu poreux

K dépend uniquement de la porosité et de la géométrie de la structure poreuse. Elle est déterminée soit par des mesures expérimentales, soit calculés par des modèles théoriques

géométriques ou basés sur les écoulements en conduite [46]. Parmi les modèles utilisés, citons en particulier la relation de Kozeny-Carman valable pour les milieux granulaires isotropes :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{36 C_0 (1 - \varepsilon)^2}$$

d = diamètre moyen des grains

C_0 = coefficient de forme compris entre 3.6 et 5 (selon la forme des grains)

- Nombre de Reynolds :

On définit un nombre de Reynolds pour les écoulements en milieu poreux :

$$Re_p = \frac{U_p \sqrt{K}}{v_f}$$

On distingue alors 3 régimes d'écoulements :

- Pour $Re_p < 1$, les forces visqueuses sont prédominantes. Seule la géométrie locale influence l'écoulement (échelle du pore). Le régime d'écoulement est laminaire et la loi de Darcy est valable,

- Pour $1 < Re_p < 100$, les forces d'inertie augmentent et la loi de Darcy n'est plus applicable (régime transitoire),

- Pour $Re_p > 100$, les forces d'inertie deviennent prédominantes et le régime devient turbulent. Les valeurs du nombre de Reynolds de transition vers le régime turbulent sont encore des sujets de controverse.

- Modèle de Forchheimer

Pour $Re_p > 1$, les vitesses de filtration sont importantes et les forces d'inertie deviennent importantes. La résistance totale à l'écoulement résulte des contributions visqueuses et inertielles. Une modification empirique de l'équation de Darcy a été apportée par Forchheimer (1901). L'équation de Darcy- Forchheimer est la suivante :

$$\vec{\nabla}P = \rho_f \vec{g} - \mu_f \frac{\vec{U}_p}{K} - \frac{\rho_f F}{\sqrt{K}} |\vec{U}_p| \vec{U}_p$$

F = paramètre adimensionnel de Forchheimer, caractéristique de la matrice solide

Il peut être estimé pour les milieux poreux granulaires par la relation [45] :

$$F = \frac{1.75 (1 - \varepsilon) \sqrt{K}}{d \varepsilon^2}$$

d = diamètre moyen des grains

Toutefois, la valeur la plus couramment adoptée par les auteurs est $F=0.55$ [45]

- Modèle de Brinkman

Lorsque la perméabilité est importante, la loi de Darcy devient inapplicable, car il faut tenir compte des forces de frottement visqueux du fluide, qui sont du même ordre de grandeur que la résistance à l'écoulement engendrée par la matrice poreuse. Une autre modification à la loi de Darcy a été apportée par Brinkman (1947) en rajoutant un terme représentant les contraintes visqueuses.

$$\vec{\nabla}P = \rho_f \vec{g} - \mu_f \frac{\vec{U}_p}{K} + \mu_e \nabla^2 \vec{U}_p$$

μ_e = viscosité effective du fluide en écoulement dans le milieu poreux ($\mu_e \neq \mu_f$)

Le dernier terme de cette équation (appelé terme de Brinkman) a pour principal intérêt de satisfaire la condition d'adhérence à la paroi, ainsi que pour l'étude du comportement d'un milieu poreux adjacent à un fluide. En incluant les modifications empiriques de Brinkman et Forchheimer dans une même équation générale, on obtient :

$$\vec{\nabla}P = \rho_f \vec{g} - \mu_f \frac{\vec{U}_p}{K} + \mu_e \nabla^2 \vec{U}_p - \frac{\rho_f F}{\sqrt{K}} |\vec{U}_p| \vec{U}_p$$

La difficulté dans l'utilisation du modèle de Brinkman réside dans l'évaluation de la viscosité effective μ_e qui est fonction de la porosité du milieu et de la géométrie de sa structure poreuse. Brinkman a assimilé la viscosité effective du milieu à celle du fluide ($\mu_e \approx \mu_f$). Par contre, pour des milieux fortement perméables et pour des nombres de Re_p élevés, les études expérimentales ont montré que les valeurs de μ_e sont très supérieures à celles de μ_f .

- Equation de conservation de quantité de mouvement :

Par analogie avec les équations de Navier-Stokes, des termes d'advection ont été introduits dans l'équation de conservation de quantité de mouvement en milieu poreux.

$$\frac{\rho_f}{\varepsilon^2} (\vec{U}_p \cdot \vec{\nabla}) \vec{U}_p = -\vec{\nabla}P + \rho_f \vec{g} - \mu_f \frac{\vec{U}_p}{K} + \mu_e \nabla^2 \vec{U}_p - \frac{\rho_f F}{\sqrt{K}} |\vec{U}_p| \vec{U}_p$$

Dans la partie droite de cette équation, les 3 derniers termes représentent respectivement :

- le terme de Darcy (effets de viscosité à l'échelle microscopique)
- le terme de Brinkman (effets de viscosité à l'échelle macroscopique)
- le terme de Forchheimer (effets d'inertie à l'échelle microscopique).

Dans le cadre de ce travail, nous avons retenu cette dernière équation pour la modélisation des écoulements en milieu poreux, avec une viscosité effective égale à celle du fluide ($\mu_e = \mu_f$).

3. Equation de conservation de l'énergie

En assimilant le milieu poreux à un milieu continu fictif unique, on admet que dans tout le volume élémentaire représentatif, les températures locales du solide et du fluide sont égales (équilibre thermodynamique local). Cette hypothèse conduit à la formulation à l'échelle macroscopique de l'équation de conservation de l'énergie comme suit :

$$(\rho c_p)_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p)_f \vec{U}_p \cdot \vec{\nabla} T = \text{div}(\lambda_e \vec{\nabla} T)$$

Où $(\rho c_p)_p$ et $(\rho c_p)_f$ représentent respectivement les capacités calorifiques du milieu poreux et du fluide. La conductivité thermique effective λ_e du milieu poreux est une fonction complexe des conductivités thermiques des phases solide et fluide au sein du milieu poreux, de sa structure et des vitesses de filtration à travers le milieu lorsque celles-ci sont importantes. Divers modèles sont utilisés pour évaluer λ_e en assimilant le milieu poreux à une structure géométrique simple régulière et permettant d'aboutir à des relations mathématiques de λ_e en fonction de λ_s , λ_f , ε .

λ_s , λ_f = conductivité thermique des phases solide et fluide du milieu poreux.

Parmi les modèles les plus utilisés, les modèles particuliers série et parallèle conduisent respectivement aux valeurs limites inférieure et supérieure de la conductivité thermique effective λ_e [45]:

- Modèle parallèle : $\lambda_e = \varepsilon \lambda_f + (1 - \varepsilon) \lambda_s$

- Modèle série : $\lambda_e^{-1} = \varepsilon \lambda_f^{-1} + (1 - \varepsilon) \lambda_s^{-1}$

En conclusion, les équations présentées ci-dessus permettent généralement une étude satisfaisante pour de nombreux problèmes de transferts en milieux poreux. Toutefois, du point de vue théorique, la modélisation des transferts et des écoulements en milieux poreux reste encore complexe en raison de leur structure composite et des interactions couplées entre phénomènes hydriques et thermiques au sein de ce type de matériaux.

ANNEXE 2

PROPRIETES THERMOPHYSIQUES DES FLUIDES

On présente en annexe 2, les principales propriétés thermophysiques des fluides suivants : eau liquide, vapeur d'eau, fluides frigorigènes (R12, R134a, R152a) à l'état vapeur et liquide, gaz non condensables (hélium, air, argon, krypton) et mélanges gaz-vapeur. Sauf indication contraire, ces propriétés sont généralement exprimées dans les unités suivantes :

- conductivité thermique λ en $\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- viscosité dynamique μ en $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$,
- masse volumique ρ en kg/m^3 ,
- chaleur massique c_p en $\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$,
- chaleur latente de condensation L_c en J/kg ,
- coefficient de diffusion moléculaire de la vapeur dans le gaz D_v en m^2/s ,
- pression de vapeur saturante P_{vs} en atm

Ces propriétés ont été calculées soit à partir de relations empiriques ou théoriques, soit par interpolation à partir de valeurs tabulées [50-56]. Une étude comparative des valeurs obtenues avec les diverses corrélations proposées dans la littérature par rapport aux valeurs exactes selon les tables de données des propriétés thermophysiques des fluides a été préalablement menée. Parmi les diverses formules proposées, nous avons retenu celles dont l'erreur relative est minimale (ne dépassant généralement pas 2 % dans la gamme de températures et pressions mises en jeu).

1. Propriétés de l'eau liquide

Les corrélations empiriques ci-dessous sont utilisées pour le calcul des propriétés physiques de l'eau liquide saturée. Elles sont applicables dans l'intervalle de température 20-300°C correspondant à un domaine de pression de saturation 0.0025 - 8.5 MPa. Toutes ces corrélations sont proposées par Crabtree et al. [50].

- Masse volumique :

$$\rho_L(t) = A + Bt_F + Ct_F^2$$

Avec $T_F = 1.8t + 32$,

$$A = 1004.789042, B = -0.046283, C = -7.9738 \times 10^{-4}$$

t en °C, ρ_L en kg/m³

- Viscosité dynamique :

$$\mu_L(t) = \exp\left(\frac{a + c.t}{1 + b.t + d.t^2}\right)$$

Avec $a = -6.325203964$, $b = 8.705317 \times 10^{-3}$

$$c = -0.088832314, d = -9.657 \times 10^{-7}$$

t en °C, μ_L en kg.m⁻¹.s⁻¹

- Conductivité thermique :

$$\lambda_L(T) = A + B.t + C.t^2 + D.t^3$$

Avec $A = 0.5677829144$, $B = 1.8774171 \times 10^{-3}$,

$$C = -8.1790 \times 10^{-6}, D = 5.66294775 \times 10^{-9}$$

t en °C, λ_L en W.m⁻¹.K⁻¹

- Chaleur massique :

$$c_{pL} = [(A + Ct)/(1 + Bt + Dt^2)]^{1/2}$$

Avec $A = 17.48908904$, $B = -1.67507 \times 10^{-3}$

$$C = -0.03189591, D = -2.8748 \times 10^{-6}$$

t en °C, c_{pL} en kJ.kg⁻¹.K⁻¹

2. Propriétés des gaz non condensables

On considère 4 gaz : hélium, air, argon, krypton, dont les propriétés sont les suivantes :

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits :

$$\rho_g = \frac{P_g M_g}{RT}$$

T = température en K

P_g = pression partielle du gaz

R = constante des gaz parfaits = 8.314 J.mol⁻¹. K⁻¹

M_g = masse molaire du gaz

- Propriétés de l'air sec :

Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés physiques de l'air sec sont proposées par Reid et al. [51]

Chaleur massique:

$$c_{pa}(T) = 1000 + 2.5 \times 10^{-7} T^3, \quad T \text{ en K, } c_{pa} \text{ en J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

Viscosité dynamique:

$$\mu_a(T) = 1.4888 \times 10^{-6} T^{1.5} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } \mu_a \text{ en kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

Conductivité thermique:

$$\lambda_a(T) = 1.195 \times 10^{-3} T^{1.6} / (118 + T), \quad T \text{ en K, } \lambda_a \text{ en W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

Les propriétés des autres gaz sont calculées par interpolation linéaire à partir des valeurs présentées dans les tableaux ci-dessous :

Hélium :

t(°C)	20	40	60	80	100
c _p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	5193	5193	5193	5193	5193
λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0.1535	0.1607	0.1677	0.1746	0.1814
μ (10 ⁻⁶ kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)	19.62	20.52	21.41	22.29	23.15

Argon :

t(°C)	50	60	70	80	90	100
c _p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	521	521	521	521	521	521
λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0.01898	0.01945	0.01992	0.02038	0.02084	0.02129
μ (10 ⁻⁶ kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)	24.3	24.91	25.51	26.1	26.69	27.27

Krypton :

t(°C)	40	70	100
c _p (J.kg ⁻¹ .K ⁻¹)	249.07	248.9	248.71
λ (W.m ⁻¹ .K ⁻¹)	0.0098	0.0105	0.0113
μ (10 ⁻⁶ kg.m ⁻¹ .s ⁻¹)	26.2	28.2	30.5

3. Propriétés de la vapeur d'eau

Les corrélations empiriques utilisées pour le calcul des propriétés physiques de la vapeur d'eau (c_{pv}, μ_v, λ_v, P_{vs}, T_{sat}, L_c) sont proposées par Fujii et al. [52], Irvine et Liley [53], Crabtree et al. [50].

- Masse volumique :

Selon la loi des gaz parfaits:

$$\rho_v = \frac{P_v M_v}{RT}$$

P_v = pression partielle de vapeur

M_v = masse molaire de la vapeur d'eau (M_v = 18 g/mol)

- La chaleur massique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante :

$$c_{pv} = 1863 + 1.65 \times 10^{-3} t^{2.5} + 1.2 \times 10^{-18} t^{8.5}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C}, c_{pv} \text{ en J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

- La viscosité dynamique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante :

$$\mu_v = (8.02 + 0.04.t)10^{-6}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C}, \mu_v \text{ en kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$$

- La conductivité thermique de la vapeur saturante sèche est calculée selon l'équation suivante:

$$\lambda_v = 0.0187 + 1.65 \times 10^{-5} t^{0.97} + 5.7 \times 10^{-15} t^{5.1}, \quad t \text{ en } ^\circ\text{C}, \lambda_v \text{ en W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

- Pression de vapeur saturante et température de saturation :

$$T_{\text{sat}} = A + \frac{B}{\ln(P_{\text{sat}} \times 10^{-6}) + C}$$

$$P_{\text{sat}} = \exp\left(\frac{B}{T_{\text{sat}} - A} - C\right) \times 10^6$$

Avec A = 42.6776 ; B = -3892.7 ; C = -9.48654

T en K, P en Pa

Domaine de validité : $611 \text{ Pa} < P_{\text{sat}} < 1.233 \times 10^7 \text{ Pa}$ et $273.16 \text{ K} < T_{\text{sat}} < 600.0 \text{ K}$

- La chaleur latente de condensation de la vapeur d'eau est calculée selon l'équation suivante :

$$L_c(t) = (A + Bt + Ct^2 + Dt^3)^{1/2}$$

Avec $A = 6254828.560$, $B = -11742.337953$,

$C = 6.336845$, $D = -0.049241$,

t en °C, L_c en kJ/kg

4. Propriétés des mélanges gaz-vapeur

a. Pression totale du mélange

Selon la loi de Dalton :

$$P = P_g + P_v$$

P_g, P_v = pressions partielles de gaz et de vapeur

b. Concentration en vapeur :

La concentration en vapeur du mélange est le rapport entre la masse de vapeur m_v sur la masse totale du mélange contenu dans un volume V :

$$C = \frac{m_v}{m_g + m_v} = \frac{\rho_v}{\rho_g + \rho_v}$$

Par combinaison des relations, on obtient :

$$C = \frac{M_v P_v}{M_v P_v + M_g (P - P_v)}$$

Si le mélange est saturé en vapeur, on obtient l'expression de la concentration saturante :

$$C_{\text{sat}}(P, T) = \frac{M_v P_{\text{vs}}(T)}{M_v P_{\text{vs}}(T) + M_g (P - P_{\text{vs}}(T))}$$

M_v, M_g = masses molaires de la vapeur et du gaz

Pression partielle de vapeur :

$$P_v = P \frac{(1 - W_g)}{1 + W_g(\alpha - 1)} = \frac{PC}{C(1 - \alpha) + \alpha}$$

Avec $\alpha = \frac{M_v}{M_g}$

W_g = fraction massique de gaz dans le mélange

c. Masse volumique :

Dans l'hypothèse d'un mélange idéal de gaz parfaits, la masse volumique ρ du mélange s'écrit:

$$\rho = \frac{\rho_v}{C} = \frac{M_v P_v}{RTC}$$

d. Chaleur massique :

La chaleur massique du mélange gazeux est égale à la moyenne pondérée des chaleurs massiques de ses constituants :

$$c_p = C.c_{pv} + (1-C).c_{pa}$$

e. Viscosité dynamique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [51]:

$$\mu = \frac{x_v \mu_v}{x_v + x_g \phi_v} + \frac{x_g \mu_g}{x_g + x_v \phi_g}$$

avec $R = \frac{\mu_g}{\mu_v}$, $\phi_g = \frac{(1 + R^{0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8/\alpha}}$, $\phi_v = \frac{\phi_g}{\alpha R}$

x_v, x_g = fractions molaires de vapeur et de gaz dans le mélange

f. Conductivité thermique :

Elle est calculée selon la formule donnée par Reid et al. [51] :

$$\lambda = \frac{x_v \lambda_v}{x_v + x_g \phi} + \frac{x_g \lambda_g}{x_g + x_v \phi_g}$$

avec $\phi = \frac{(1 + (\alpha R)^{-0.5} \alpha^{0.25})^2}{\sqrt{8 + 8\alpha}}$

g. Coefficients de diffusion

La diffusivité moléculaire de la vapeur d'eau dans l'air est calculée à partir de la relation Marrero et Mason [54]:

$$D_{H_2O-air} = 1.87 \times 10^{-10} \frac{T^{2.072}}{P} \text{ pour } 280 \text{ K} < T < 450 \text{ K}$$

Avec D_{H_2O-air} en m^2/s , T en K et P en atm.

Pour les autres gaz, le coefficient de diffusion est calculé à partir de la relation suivante :

$$D_{AB} = \frac{(1.8583 \times 10^{-7}) T^{3/2}}{P \sigma_{AB}^2 \Omega_D} \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{1/2}$$

D_{AB} = coefficient de diffusion binaire pour un mélange de 2 gaz A et B (en m²/s)

P = pression (en atm)

T = température (en K)

M_A, M_B = masses molaires des gaz A et B (en g/mol)

σ_{AB} = diamètre de collision des molécules A et B (en Å)

Ω_D = intégrale de collision (sans dimension)

Les valeurs de Ω_D et σ_{AB} sont calculées selon les méthodes suivantes :

$$\sigma_{AB} = (\sigma_A + \sigma_B) / 2$$

σ_A, σ_B désignant les diamètres transversaux des molécules A et B

$$\Omega_D = A.T'^{-B} + C.\exp(-D.T') + E.\exp(-F.T') + G.\exp(-H.T')$$

Avec $T' = kT/\epsilon_{AB}$

$$A=1.06036, B=0.15610, C=0.19300, D=0.47635,$$

$$E=1.03587, F=1.52996, G=1.76474, H=3.89411$$

ϵ_{AB} = profondeur de puits de potentiel effective pour les collisions des molécules A et B

ϵ_A, ϵ_B = profondeurs de puits de potentiel pour les molécules A et B (en J)

$$\epsilon_{AB} = \sqrt{\epsilon_A \epsilon_B}$$

k = constante de Boltzmann ($k = 1.3805 \times 10^{-23}$ J/K)

Les valeurs des constantes de Lennard-Jones ($\sigma, \epsilon/k$) et M_g sont données dans le tableau ci-dessous [54]:

	σ (Å)	ϵ/k (K)	M_g (g/mol)
Air	3.711	78.6	28.96
He	2.551	10.22	4.003
Ar	3.542	93.3	39.95
Kr	3.655	178.9	83.8
H ₂ O	2.641	363	18.02

Tableau A2.1. Constantes de Lennard-Jones et

masses molaires des gaz considérés [54]

Les constantes σ et ε/k peuvent également être calculées à partir des relations :

$$\sigma = (2.3551 - 0.087\omega)(T_c / P_c)^{1/3}$$

$$\frac{\varepsilon}{k} = (0.7915 + 0.1693.\omega)T_c$$

T_c = température critique en K

P_c = pression critique en atm

ω = facteur acentrique calculé comme suit :

$$\omega = -1.0 - \log_{10}(P_r) \text{ pour } T_r = 0.7$$

P_r = pression réduite : $P_r = P/P_c$

T_r = température réduite : $T_r = T/T_c$

Les valeurs des températures critiques, pressions critiques et masses molaires sont données ci-dessous :

	T_c (K)	P_c (atm)	M (g/mol)
H ₂ O	647.3	218.36	18.02
Air	132.65	37.23	28.96
He	5.15 K	2.246	4.003
Ar	150.85	48.35	39.95
Kr	209.35	54.31	83.8
R12	385.12	40.83	120.93
R134a	374.18	40.03	102.03
R152a	386.41	44.58	66.05

Tableau A2.2. Températures critiques, pressions critiques et masses molaires des fluides considérés [54]

5. Propriétés thermophysiques des fluides frigorigènes

Les propriétés des fluides frigorigènes à l'état vapeur et liquide sont calculées par interpolation linéaire à partir des valeurs ci-dessous d'après les tables de données disponibles dans ASHRAE Handbook [55]:

Réfrigérant R12

T °C	P _{vs} MPa	ρ _L kg/m ³	V _v m ³ /kg	h _L kJ/kg	h _v kJ/kg	c _{pL} kJ/(kg.K)	c _{pV} kJ/(kg.K)	μ _L μPa.s	μ _v μPa.s	λ _L mW/(m.K)	λ _v mW/(m.K)
10	0.42267	1363.2	0.04135	209.46	357.18	0.954	0.656	223.8	11.15	72.3	9.39
12	0.44895	1356.5	0.03901	211.38	358.03	0.958	0.661	219.1	11.23	71.6	9.51
14	0.47643	1349.7	0.03683	213.31	358.88	0.962	0.667	214.6	11.31	70.9	9.62
16	0.50514	1342.8	0.03480	215.24	359.71	0.967	0.672	210.1	11.40	70.2	9.74
18	0.53513	1335.9	0.03290	217.18	360.54	0.971	0.678	205.7	11.48	69.6	9.86
20	0.56642	1328.9	0.03112	219.14	361.36	0.976	0.685	201.4	11.57	68.9	9.98
22	0.59905	1321.8	0.02946	221.10	362.17	0.981	0.691	197.2	11.65	68.2	10.10
24	0.63305	1314.6	0.02790	223.07	362.97	0.986	0.697	193.1	11.74	67.5	10.23
26	0.66846	1307.4	0.02643	225.05	363.76	0.991	0.704	189.0	11.83	66.8	10.36
28	0.70531	1300.1	0.02506	227.04	364.54	0.997	0.711	185.0	11.92	66.1	10.49
30	0.74365	1292.7	0.02377	229.04	365.31	1.002	0.718	181.1	12.01	65.4	10.62
32	0.78350	1285.2	0.02256	231.06	366.07	1.008	0.726	177.3	12.10	64.8	10.75
34	0.82491	1277.6	0.02142	233.08	366.81	1.014	0.734	173.5	12.19	64.1	10.89
36	0.86791	1269.9	0.02034	235.12	367.54	1.020	0.742	169.8	12.28	63.4	11.03
38	0.91253	1262.2	0.01933	237.16	368.26	1.026	0.750	166.1	12.38	62.7	11.18
40	0.95882	1254.3	0.01838	239.22	368.96	1.033	0.759	162.5	12.48	62.1	11.33
42	1.00680	1246.3	0.01748	241.29	369.65	1.040	0.768	159.0	12.57	61.4	11.48
44	1.05660	1238.1	0.01662	243.38	370.33	1.048	0.778	155.5	12.67	60.7	11.63
46	1.10810	1229.9	0.01582	245.47	370.98	1.055	0.788	152.0	12.78	60.0	11.79
48	1.16140	1221.5	0.01505	247.59	371.62	1.063	0.798	148.6	12.88	59.4	11.96
50	1.21660	1213.0	0.01433	249.71	372.24	1.072	0.810	145.3	12.99	58.7	12.13
52	1.27370	1204.4	0.01365	251.85	372.85	1.081	0.821	141.9	13.10	58.0	12.31
54	1.33270	1195.6	0.01300	254.01	373.43	1.090	0.834	138.7	13.21	57.3	12.49
56	1.39380	1186.6	0.01238	256.18	373.99	1.100	0.847	135.4	13.33	56.7	12.68
58	1.45680	1177.5	0.01180	258.38	374.53	1.111	0.861	132.2	13.45	56.0	12.87
60	1.52190	1168.1	0.01124	260.58	375.05	1.122	0.876	129.1	13.57	55.3	13.08

Tableau A2.3.a. Propriétés thermophysiques du réfrigérant R12 [55].

Réfrigérant R152a

T °C	P _{vs} MPa	ρ _L kg/m ³	V _v m ³ /kg	h _L kJ/kg	h _v kJ/kg	c _{pL} kJ/(kg.K)	c _{pv} kJ/(kg.K)	μ _L μPa.s	μ _v μPa.s	λ _L mW/(m.K)	λ _v mW/(m.K)
10	0.37277	936.1	0.08583	217.19	513.78	1.734	1.152	194.7	9.51	104.5	13.03
12	0.39812	931.3	0.08052	220.67	515.08	1.742	1.164	190.1	9.58	103.6	13.25
14	0.42476	926.6	0.07560	224.17	516.36	1.750	1.177	185.6	9.65	102.7	13.48
16	0.45275	921.8	0.07104	227.69	517.62	1.759	1.190	181.3	9.73	101.8	13.71
18	0.48211	916.9	0.06680	231.22	518.86	1.768	1.203	177.1	9.80	101.0	13.95
20	0.51291	912.0	0.06286	234.77	520.09	1.776	1.217	173.0	9.87	100.1	14.18
22	0.54517	907.0	0.05919	238.34	521.30	1.786	1.231	169.0	9.95	99.3	14.42
24	0.57894	902.0	0.05577	241.93	522.50	1.795	1.246	165.1	10.02	98.4	14.66
26	0.61428	896.9	0.05258	245.53	523.67	1.805	1.261	161.3	10.10	97.5	14.91
28	0.65122	891.8	0.04960	249.16	524.83	1.815	1.277	157.6	10.18	96.7	15.16
30	0.68982	886.6	0.04682	252.80	525.96	1.826	1.293	154.0	10.26	95.9	15.41
32	0.73012	881.4	0.04422	256.47	527.07	1.837	1.309	150.4	10.34	95.0	15.67
34	0.77216	876.0	0.04179	260.16	528.16	1.848	1.326	147.0	10.42	94.2	15.93
36	0.81600	870.7	0.03951	263.86	529.23	1.860	1.344	143.6	10.50	93.3	16.20
38	0.86169	865.2	0.03737	267.60	530.27	1.872	1.362	140.3	10.58	92.5	16.47
40	0.90927	859.7	0.03536	271.35	531.28	1.885	1.381	137.1	10.66	91.7	16.74
42	0.95879	854.1	0.03348	275.13	532.27	1.898	1.401	134.0	10.75	90.8	17.03
44	1.01030	848.4	0.03170	278.93	533.23	1.912	1.421	130.9	10.84	90.0	17.32
46	1.06390	842.6	0.03004	282.76	534.16	1.926	1.443	127.9	11.21	89.2	17.60
48	1.11960	836.7	0.02846	286.62	535.06	1.941	1.465	125.0	11.32	88.4	17.90
50	1.17740	830.8	0.02699	290.50	535.93	1.957	1.489	122.1	11.42	87.5	18.22
52	1.23740	824.7	0.02559	294.41	536.77	1.974	1.513	119.2	11.53	86.7	18.54
54	1.29970	818.6	0.02427	298.35	537.56	1.992	1.539	116.5	11.64	85.9	18.87
56	1.36430	812.3	0.02303	302.33	538.32	2.010	1.566	113.7	11.76	85.1	19.21
58	1.43130	805.9	0.02185	306.34	539.04	2.030	1.595	111.1	11.88	84.2	19.56
60	1.50070	799.4	0.02074	310.38	539.72	2.051	1.626	108.4	12.00	83.4	19.92

Tableau A2.3.b. Propriétés thermophysiques du réfrigérant R152a [55].

Réfrigérant R134a

T °C	P _{vs} MPa	ρ _L kg/m ³	V _v m ³ /kg	h _L kJ/kg	h _v kJ/kg	c _{pL} kJ/(kg.K)	c _{pV} kJ/(kg.K)	μ _L μPa.s	μ _v μPa.s	λ _L mW/(m.K)	λ _v mW/(m.K)
10	0.41461	1261.0	0.04944	213.58	404.32	1.370	0.945	238.8	11.15	87.6	12.40
12	0.44301	1254.0	0.04633	216.33	405.43	1.377	0.956	232.9	11.23	86.7	12.58
14	0.47288	1246.9	0.04345	219.09	406.53	1.383	0.967	227.1	11.32	85.9	12.77
16	0.50425	1239.8	0.04078	221.87	407.61	1.390	0.978	221.5	11.40	85.0	12.95
18	0.53718	1232.6	0.03830	224.66	408.69	1.397	0.989	216.0	11.49	84.1	13.14
20	0.57171	1225.3	0.03600	227.47	409.75	1.405	1.001	210.7	11.58	83.3	13.33
22	0.60789	1218.0	0.03385	230.29	410.79	1.413	1.013	205.5	11.67	82.4	13.53
24	0.64578	1210.5	0.03186	233.12	411.82	1.421	1.025	200.4	11.76	81.6	13.72
26	0.68543	1202.9	0.03000	235.97	412.84	1.429	1.038	195.4	11.85	80.7	13.92
28	0.72688	1195.2	0.02826	238.84	413.84	1.437	1.052	190.5	11.95	79.8	14.13
30	0.77020	1187.5	0.02664	241.72	414.82	1.446	1.065	185.8	12.04	79.0	14.33
32	0.81543	1179.6	0.02513	244.62	415.78	1.456	1.080	181.1	12.14	78.1	14.54
34	0.86263	1171.6	0.02371	247.54	416.72	1.466	1.095	176.6	12.24	77.3	14.76
36	0.91185	1163.4	0.02238	250.48	417.65	1.476	1.111	172.1	12.34	76.4	14.98
38	0.96315	1155.1	0.02113	253.43	418.55	1.487	1.127	167.7	12.44	75.6	15.21
40	1.0166	1146.7	0.01997	256.41	419.43	1.498	1.145	163.4	12.55	74.7	15.44
42	1.0722	1138.2	0.01887	259.41	420.28	1.510	1.163	159.2	12.65	73.9	15.68
44	1.1301	1129.5	0.01784	262.43	421.11	1.523	1.182	155.1	12.76	73.0	15.93
46	1.1903	1120.6	0.01687	265.47	421.92	1.537	1.202	151.0	12.88	72.1	16.18
48	1.2529	1111.5	0.01595	268.53	422.69	1.551	1.223	147.0	13.00	71.3	16.45
50	1.3179	1102.3	0.01509	271.62	423.44	1.566	1.246	143.1	13.12	70.4	16.72
52	1.3854	1092.9	0.01428	274.74	424.15	1.582	1.270	139.2	13.24	69.6	17.01
54	1.4555	1083.2	0.01351	277.89	424.83	1.600	1.296	135.4	13.37	68.7	17.31
56	1.5282	1073.4	0.01278	281.06	425.47	1.618	1.324	131.6	13.51	67.8	17.63
58	1.6036	1063.2	0.01209	284.27	426.07	1.638	1.354	127.9	13.65	67.0	17.96
60	1.6818	1052.9	0.01144	287.50	426.63	1.660	1.387	124.2	13.79	66.1	18.31

Tableau A2.3.c. Propriétés thermophysiques du réfrigérant R134a [55].

ANNEXE 3

PARAMETRES ADIMENSIONNELS

L'utilisation des variables adimensionnelles (2.4.1-5) dans les équations de transfert (2.3.1-11) et les conditions aux limites associées (2.3.12-47) conduit aux paramètres adimensionnels suivants :

- Distance adimensionnelle entre parois: $F' = 1 - \frac{R'}{R}$ (A3.1)

- Caractéristiques du mélange gazeux :

Nombre de Reynolds du mélange à l'entrée : $Re_0 = \frac{2\rho_0 U_0 (R - R')}{\mu_0}$ (A3.2)

Nombre de Froude : $Fr = \frac{U_0}{\sqrt{gR}}$ (A3.3)

Nombre de Prandtl : $Pr_M = \frac{v_M}{\alpha_M}$ (A3.4)

Nombre de Schmidt: $Sc = \frac{v_M}{D_v}$ (A3.5)

Rapport des masses molaires : $\alpha = \frac{M_v}{M_g}$ (A3.6)

- Caractéristiques du film liquide :

Nombre de Prandtl liquide : $Pr_L = \frac{v_L}{\alpha_L}$ (A3.7)

Nombre de Jakob : $Ja = \frac{c_{pL}(T_0 - T_x)}{L_c}$ (A3.8)

Nombre d'Eckert : $Ec = \frac{U_0^2}{c_{pL}(T_0 - T_x)}$ (A3.9)

- Caractéristiques du milieu poreux :

Nombre de Darcy: $Da = K/R^2$ (A3.10)

Epaisseur adimensionnelle de la couche poreuse : $e^* = e/R$ (A3.11)

Porosité du milieu poreux : ε

Coefficient de Forchheimer : F

- Propriétés physiques des fluides :

$$\text{Rapport des chaleurs massiques : } c_p^* = \frac{(c_{pv} - c_{pg})}{c_{pM}} \quad (\text{A3.12})$$

$$\text{Rapport des conductivités thermiques : } \lambda^* = \frac{\lambda_M}{\lambda_L}, \quad \lambda_e^* = \frac{\lambda_e}{\lambda_L} \quad (\text{A3.13-14})$$

$$\text{Rapport des viscosités dynamiques : } \mu^* = \frac{\mu_M}{\mu_L}, \quad \mu_k^* = \frac{\mu_k}{\mu_0}, \quad \mu_e^* = \frac{\mu_e}{\mu_L} \quad (\text{A3.15-17})$$

$$\text{Rapport des viscosités cinématiques : } \nu_k^* = \frac{\nu_k}{\nu_0} \quad (\text{A3.18})$$

$$\text{Rapport des masses volumiques : } \rho^* = \frac{\rho_M}{\rho_L}, \quad \rho_k^* = \frac{\rho_k}{\rho_0} \quad (\text{A3.19-20})$$

$$\text{- Nombre de Biot : } \text{Bi}_k = \frac{h_e R}{\lambda_k} \quad (k = L, P) \quad (\text{A3.21})$$

Ces groupements adimensionnels apparaissent ensuite dans les équations et conditions aux limites, suite à leur réécriture sous forme réduite (2.5.21-2.5.62).

ANNEXE 4

ALGORITHMES DE RESOLUTION DES SYSTEMES ALGEBRIQUES D'EQUATIONS

Dans ce travail, les systèmes d'équations obtenues après discrétisation des équations de transfert sont résolus par les méthodes suivantes :

- méthode de Thomas pour les équations de conservation de l'énergie et de diffusion à matrice tridiagonale,
- méthode de Gauss réadaptée pour les équations de conservation de quantité de mouvement à matrice non tridiagonale.

Notre choix s'est porté sur ces méthodes car les systèmes considérés sont à matrice à diagonale dominante et de taille relativement réduite. Les méthodes directes sont alors les mieux adaptées, car conduisent pratiquement aux solutions mathématiques exactes, les erreurs d'arrondi étant relativement faibles.

1. Méthode de Thomas

L'algorithme de Thomas (ou méthode TDMA: TriDiagonal Matrix Algorithm) est une méthode numérique pour la résolution rapide de systèmes d'équations linéaires à matrice tridiagonale. Elle présente l'avantage d'occuper une place mémoire plus réduite qu'une matrice normale (3 tableaux de dimension $N+1$ au lieu d'une matrice de dimension $(N+1)^2$)

On considère le système $(A)(\phi)=(D)$ à matrice A tridiagonale, à $(N+1)$ équations algébriques à $(N+1)$ inconnues s'écrivant sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & a_i & b_i & c_i & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & a_{N-1} & b_{N-1} & c_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_N & b_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ . \\ \phi_i \\ . \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ . \\ d_i \\ . \\ d_{N-1} \\ d_N \end{pmatrix}$$

On distingue les points de grille internes ($i = 1, \dots, N-1$) des points de grille aux limites ($i=0$ et $i=N$).

$$b_0 \cdot \phi(0) + c_0 \cdot \phi(1) = d_0 \quad (\text{A4.1})$$

$$a_i \cdot \phi(i-1) + b_i \cdot \phi(i) + c_i \cdot \phi(i+1) = d_i \quad (i=1, \dots, N-1) \quad (\text{A4.2})$$

$$a_N \cdot \phi(N-1) + b_N \cdot \phi(N) = d_N \quad (\text{A4.3})$$

L'algorithme de résolution du système par la méthode de Thomas s'effectue en 2 étapes successives :

-1^{ère} étape : bidiagonalisation du système :

Elle consiste à transformer le système $(A)(\phi)=(D)$ à matrice A tridiagonale en un système équivalent $(A')(\phi)=(\beta)$ à matrice A' bidiagonale unitaire (éléments diagonaux égaux à 1) en appliquant les relations de récurrence suivantes :

$$\gamma_0 = \frac{c_0}{b_0}, \quad \beta_0 = \frac{d_0}{b_0} \quad (\text{A4.4}), (\text{A4.5})$$

$$\gamma_i = \frac{c_i}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}}, \quad \beta_i = \frac{d_i - a_i \cdot \beta_{i-1}}{b_i - a_i \cdot \gamma_{i-1}} \quad \text{pour } i = 1, \dots, N \quad (\text{A4.6}), (\text{A4.7})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & \gamma_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \gamma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & 0 & 1 & \gamma_i & . & 0 \\ 0 & . & . & . & . & . & 0 \\ 0 & . & . & . & 0 & 1 & \gamma_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ . \\ \phi_i \\ . \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ . \\ \beta_i \\ . \\ \beta_{N-1} \\ \beta_N \end{pmatrix}$$

- 2^{ème} étape : résolution du système bidiagonal par la méthode de remontée :

$$\phi_N = \beta_N \quad (\text{A4.8})$$

$$\phi_i = \beta_i - \gamma_i \cdot \phi_{i+1} \quad \text{Pour } i = N-1, \dots, 0 \quad (\text{A4.9})$$

2. Méthode de Gauss réadaptée

On considère le système $(A)(\phi) = (D)$ à matrice A particulière, à N+1 équations algébriques à N+1 inconnues. Ce système peut être résolu par la méthode classique d'élimination de Gauss [49]. Toutefois, la forme particulière de la matrice A nous a conduit à procéder à une réadaptation de la méthode de Gauss originale. Seuls les 5 tableaux (a_i, b_i, c_i, e_i, f_i) formant les éléments non nuls de la matrice A sont pris en considération dans les calculs.

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & f_1 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & a_i & b_i & c_i & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & a_{N-1} & b_{N-1} & f_{N-1} \\ e_0 & e_1 & e_2 & \cdot & \cdot & e_{N-1} & f_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d_1 \\ \cdot \\ d_i \\ \cdot \\ d_{N-1} \\ d_N \end{pmatrix}$$

L'algorithme réadapté s'effectue alors en 2 étapes successives :

1. Triangularisation du système:

Elle consiste à transformer le système $(A)(\phi)=(D)$ à matrice A quelconque en un système équivalent $(U)(\phi)=(D')$ à matrice U triangulaire supérieure en appliquant les relations de récurrence suivantes. Posons :

$$b'_0 = b_0, \quad f'_0 = f_0, \quad d'_0 = d_0, \quad e'_0 = e_0, \quad (A4.10 \text{ a-d})$$

$$f^{(1)}_N = f_N, \quad d^{(1)}_N = d_N, \quad c_{N-1} = 0 \quad (A4.11 \text{ a-c})$$

Pour $i=1, \dots, N$, Posons :

$$w = \frac{a_i}{b'_{i-1}}, \quad y = \frac{e'_{i-1}}{b'_{i-1}} \quad (A4.12), (A4.13)$$

$$f_n^{(i)} = f_n^{(i-1)} - y \cdot f'_{i-1}, \quad d_n^{(i)} = d_n^{(i-1)} - y \cdot d'_{i-1} \quad (A4.14), (A4.15)$$

Si $i < n$:

$$b'_i = b_i - w \cdot c_{i-1} \quad f'_i = f_i - w \cdot f'_{i-1} \quad (A4.16), (A4.17)$$

$$d'_i = d_i - w \cdot d'_{i-1} \quad e'_i = e_i - y \cdot c_{i-1} \quad (A4.18), (A4.19)$$

$$\begin{pmatrix} b_0 & c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_0 \\ 0 & b'_1 & c_1 & 0 & 0 & 0 & f'_1 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & 0 & b'_i & c_i & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & b'_{N-1} & f'_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & f_N^{(N)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \cdot \\ \phi_i \\ \cdot \\ \phi_{N-1} \\ \phi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_0 \\ d'_1 \\ \cdot \\ d'_i \\ \cdot \\ d'_{N-1} \\ d_N^{(N)} \end{pmatrix}$$

2. Résolution du système $(U)(\phi)=(D')$ par remontée :

$$\phi_N = \frac{d_N^{(N)}}{f_N^{(N)}} \quad (A4.20)$$

$$\text{Pour } i=N-1, \dots, 0 : \phi_i = \frac{1}{b'_i} [d'_i - c_i \phi_{i+1} - f'_i \phi_N] \quad (A4.21)$$

LISTE DES FIGURES

Figure	Titre
1.1.1	Différents types de condensation
1.2.1	Condensation en film sur une plaque plane verticale. Modèle de Nusselt.
1.2.2	Condensation en film sur la paroi d'un tube lisse horizontal [1]
1.3.1	Condensation de réfrigérants purs et de leur mélange dans un canal horizontal [12] (a) Evolution de l'épaisseur du condensat (b) Influence de la composition et de la vitesse de vapeur sur le coefficient h
1.3.2	Condensation de vapeur d'eau pure dans un tube vertical ($T_s=117^\circ\text{C}$)[13] (a) Nombre de Nusselt moyen. (b) Evolution axiale de l'épaisseur δ de condensat
1.3.3	Condensation de vapeur d'eau dans un tube vertical ($D=26.6$ mm, $L=0.98$ m) [14] (a) Evolution axiale du nombre de Reynolds du film liquide (b) Evolution axiale du coefficient de transfert de chaleur
1.4.1	Variation du coefficient de transfert de chaleur le long du condenseur [20]
1.4.2	Effet du taux de gaz non condensables sur l'évolution du nombre de Nusselt [22]
1.4.3	Condensation de mélanges vapeur-gaz sur une paroi inclinée [24] (a) Variation de l'épaisseur du condensat (b) Variation de W_i à l'interface
1.4.4	Condensation d'un mélange vapeur-gaz sur une plaque plane inclinée [31] (a) Evolution de l'épaisseur de film (b) Evolution du nombre de Nusselt pour différents nombres de Froude
1.4.5	Condensation d'un mélange vapeur-gaz dans un tube vertical ($Re_0 = 40000$) [32] (a) Evolution axiale du coefficient de transfert de chaleur en fonction de W (fraction massique de gaz) (b) Rapport des nombres de Nusselt avec et sans gaz
1.5.1	Effet de la perméabilité K sur la condensation de vapeur pure sur une plaque poreuse verticale (épaisseur = 50 μm , $\lambda_l/\lambda_c = 0.5$) [41] (a) Evolution de l'épaisseur de condensat (b) Evolution du nombre de Nusselt
1.5.2	Effet du paramètre de dispersion γ sur la condensation de vapeur pure sur une plaque poreuse verticale ($Da=10^{-6}$, $\lambda_l/\lambda_c = 0.5$) [44] (a) Evolution de l'épaisseur de condensat (b) Evolution du nombre de Nusselt
2.1.1	Représentation schématique du modèle physique 1: Tube vertical
2.1.2	Représentation schématique du modèle physique 2: Tubes coaxiaux verticaux
2.5.1	Domaine numérique de calcul (Modèles 1 et 2)

3.1.1	Maillage global du domaine d'étude
3.1.2	Schéma de la grille de discrétisation
3.3.1	Structure de la matrice du système d'équations de quantité de mouvement
3.7.1	Régime d'écoulement hydrodynamique établi. Tubes coaxiaux
3.7.2	Régime d'écoulement hydrodynamique établi. Tube vertical
3.7.3	Profils de vitesse en fin de condensation. Résultats analytiques et numériques. Tubes coaxiaux. $Re_0=800$, $C_0=0.9$, $\Delta T = 10^\circ C$
3.7.4	Profils de vitesse en fin de condensation. Résultats analytiques et numériques. Tube vertical. $Re_0=800$, $C_0=0.9$, $\Delta T = 10^\circ C$
3.7.5	Evolution axiale de l'épaisseur adimensionnelle de film liquide. Comparaison avec les résultats de Siow et al. [30].
3.7.6	Comparaison avec les résultats de Dharma Rao et al. [36] (a) Nombre de Nusselt moyen de la phase gazeuse en fonction de Re_0 . (b) Coefficient de transfert thermique du condensat en fonction de C'_0 .
4.2.1	Profils de vitesse dans les trois milieux. (a) Tube vertical (b) cylindres coaxiaux
4.2.2	Profils de température dans les trois milieux. (a) Tube vertical (b) cylindres coaxiaux
4.2.3	Profils de concentration en vapeur dans le mélange gazeux. (a) Tube vertical (b) cylindres coaxiaux
4.2.4	Evolution de l'épaisseur de film et du débit liquide. Tube vertical, cylindres coaxiaux, vapeur pure saturée.
4.2.5	Evolution du gradient de pression et de la pression. Tube vertical et cylindres coaxiaux.
4.2.6	Evolution du nombre de Nusselt et du flux thermique à la paroi.
4.3.1	Influence du nombre de Reynolds d'entrée du mélange air-vapeur d'eau (a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique
4.3.2	Influence de la concentration en vapeur d'entrée du mélange gazeux 1. $C_0=0.6$ 2. $C_0=0.7$ 3. $C_0=0.8$ 4. $C_0=0.9$ 5. $C_0=0.95$ (a) Epaisseur de film (b) Débit de condensat (c) Nombre de Nusselt (d) Flux thermique
4.3.3	Influence de la pression d'entrée du mélange air-vapeur d'eau (a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique

4.3.4	Influence de l'écart de température ΔT (a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique
4.3.5	Influence de la nature du gaz non condensable (a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique
4.3.6	Influence du facteur de forme des cylindres coaxiaux (a) Profils de vitesse en fin de condensation (b) Epaisseur et débit de condensat
4.3.7	Influence du coefficient de convection externe (a) Epaisseur et débit de condensat (b) Nombre de Nusselt et flux thermique
4.4.1	Condensation de mélanges air-fluides frigorigènes (a) Profils de vitesse à l'entrée et en fin de condensation (b) Epaisseur et débit de condensat (c) Flux et coefficient de transfert thermique
4.5.1	Condensation dans un tube à paroi poreuse (a) Influence de l'épaisseur de la couche poreuse (b) Influence du nombre de Darcy (c) Influence du rapport des conductivités thermiques

LISTE DES TABLEAUX

Tableau	Titre
2.5.1	Systèmes de coordonnées physiques et numériques
2.5.2	Liste des variables ϕ_k , des coefficients $\Gamma_{\phi k}$ et des termes $S_{\phi k}$
3.7.1	Comparaison entre résultats analytiques et numériques en fin de condensation. Cylindres coaxiaux.
3.7.2	Comparaison entre résultats analytiques et numériques en fin de condensation. Tube vertical.
3.7.3	Influence de la taille du maillage sur les valeurs du nombre de Nusselt moyen avec erreur relative (indiquée entre parenthèses)
4.2.1	Comparaison des résultats obtenus à $L = 2$ m. Cas de la vapeur pure saturée stagnante et du mélange vapeur-gaz.
4.2.2	Evolution des différentes grandeurs au cours du processus de condensation du mélange vapeur-gaz dans un tube vertical (à l'entrée, à la sortie et en fin de condensation)
4.3.1	Influence des conditions opératoires sur les différents paramètres en fin de condensation. Tube vertical. Résultats analytiques.
4.4.1	Evolution des différentes grandeurs au cours de la condensation de mélanges air- fluides frigorigènes.
A2.1	Constantes de Lennard-Jones et masses molaires des gaz considérés
A2.2	Températures critiques, pressions critiques et masses molaires des fluides considérés
A2.3	Propriétés thermophysiques des réfrigérants R12, R152a, R134a

REFERENCES

- [1] P. K. Panday
Transfert en changement de phase. Condensation sur des surfaces lisses, Techniques de l'Ingénieur. BE 8 238.
- [2] A. Leontiev
Théorie des échanges de chaleur et de masse, Editions Mir, Moscou, 1985.
- [3] V.A. Dorochenko, M. Tebbal
Transferts de chaleur lors de changements de phase, Editions OPU, Alger, 1992.
- [4] W. Nusselt
The condensation of steam on cooled surfaces (Traduit par D. Fullarton), Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, Vol . 60, n. 27, pp. 541-575, 1916.
- [5] W.M. Rohsenow
Heat transfer and temperature distribution in laminar film condensation, Trans.A.S.M.E., Vol. 78, pp.1645-1648, 1956.
- [6] E.M. Sparrow, J.L. Gregg
A Boundary-Layer Treatment of Laminar-Film Condensation, Journal of Heat Transfer, Trans. ASME, Series C, Vol. 81, pp. 13-18, 1959.
- [7] J.C.Y. Koh, E.M. Sparrow, J.P. Hartnett
The Two Phase Boundary Layer in Laminar Film Condensation, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 2, pp. 69-82, 1961.
- [8] J.C.Y. Koh
Film Condensation in a Forced-Convection Boundary-Layer Flow, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 5, pp. 941-954, 1962.
- [9] I.G. Shekrladze, V.I. Gomelauri
Theoretical study of laminar film condensation of flowing vapour, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 9, pp. 581-591, 1966.
- [10] F. Dobran, R. S. Thorsen
Forced flow laminar filmwise condensation of pure saturated vapor in a vertical tube, International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 23, pp. 161-177, 1980.

- [11] D.Y. Shang, B.X. Wang
An extended study on steady-state laminar film condensation of a superheated vapour on an isothermal vertical plate, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, No. 4, pp. 931-941, 1997.
- [12] H. Louahlia, P.K. Panday
Transfert thermique pour la condensation du R123, du R134a et de leurs mélanges en écoulement forcé entre deux plaques planes horizontales: Etude numérique, *Rev. Gén. Therm.*, Vol. 35, pp.615–624, 1996.
- [13] P.K. Panday
Two-dimensional turbulent film condensation of vapours flowing inside a vertical tube and between parallel plates: a numerical approach, *Int. Journal of Refrigeration* 26, pp. 492-503, 2003.
- [14] S. Oh, S. T. Revankar
Analysis of the complete condensation in a vertical tube passive condenser, *International Communications in Heat and Mass Transfer* 32, pp. 716–727, 2005.
- [15] E.M. Sparrow, S.H. Lin
Condensation Heat Transfer in the Presence of a Noncondensable Gas, *Journal of Heat Transfer*, Vol. 86, pp. 430-436, 1964.
- [16] W.J. Minkowycz, E.M. Sparrow
Condensation heat transfer in the presence of noncondensables, interfacial resistance, superheating, variable properties and diffusion, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 9, pp. 1125-1144, 1966.
- [17] C.Y. Wang, C.J. Tu
Effects of non-condensable gas on laminar film condensation in a vertical tube, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 31, No 11, 2339-2345, 1988.
- [18] M. Siddique, M.W. Golay, M.S. Kazimi
Local heat transfer coefficients for forced-convection condensation of steam in a vertical tube in the presence of noncondensable gas *Nuclear Technology* 102, pp. 386 – 402, 1993.
- [19] M. Siddique, M.W.Golay, M.S. Kazimi
Theoretical modelling of forced-convection condensation of steam in a vertical tube in the presence of a noncondensable gas, *Nuclear Technology* 106, 202-215, 1994.
- [20] J.L. Munoz-Cobo, L. Herranz, J. Sancho, I. Tkachenko, G. Verdu
Turbulent vapor condensation with noncondensable gases in vertical tubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, No. 15, pp. 3249-3260, 1996.

- [21] H. A. Hasanein, M. S. Kazimi, M. W. Golay
Forced convection in-tube steam condensation in the presence of non-condensable gases, *International Journal of Heat and Mass Transfer* Vol. 39, No. 13, pp. 2625-2639, 1996.
- [22] A. Dehbi, S. Guentay
A model for the performance of a vertical tube condenser in the presence of noncondensable gases, *Nuclear Engineering and Design* 177, pp. 41–52, 1997.
- [23] V. Srzic, H.M. Soliman, S.J. Ormiston
Analysis of laminar mixed-convection condensation on isothermal plates using full boundary-layer equations: mixtures of a vapor and a lighter gas, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 42, pp. 685–695, 1999.
- [24] Y.S. Chin, S.J. Ormiston, H.M. Soliman
Two-phase boundary-layer model for laminar mixed-convection condensation with a noncondensable gas on inclined plates, *Heat and Mass Transfer* 34, pp. 271–277, 1998.
- [25] S. Oh
Turbulent Heat and Mass Transfer in a Vertical Condenser Tube, Fall Semester ME605 Convective Heat and Mass Transfer, Project Report, 2003.
- [26] S. Z. Kuhn
Investigation of Heat Transfer from Condensing Steam-Gas Mixtures and Turbulent Films Flowing Downward inside a Vertical Tube, Ph.D.Thesis, Department of Nuclear Engineering, University of California at Berkeley, 1995.
- [27] N. K. Maheshwari, D. Saha, R.K. Sinha, M. Aritomi
Investigation on condensation in presence of a non condensable gas for a wide range of Reynolds number, *Nuclear Engineering and Design* 227, pp. 219-238, 2004.
- [28] Z. Ait Hammou, B. Benhamou, N. Galanis, J. Orfi
Laminar mixed convection of humid air in a vertical channel with evaporation or condensation at the wall, *International Journal of Thermal Sciences* 43, pp. 531–539, 2004.
- [29] E.C. Siow
Numerical solution of a two-phase model for laminar film condensation of vapour-gas mixtures in channels. MSc Thesis, University of Manitoba, Department of Mechanical and Industrial Engineering, Winnipeg, Canada, 2001.
- [30] E.C. Siow, S.J. Ormiston, H.M. Soliman
A two-phase model for laminar film condensation from steam-air mixtures in vertical parallel-plate channels, *Heat and Mass Transfer* 40, pp. 365-375, 2004.

- [31] E.C. Siow, S.J. Ormiston, H.M. Soliman
Two-phase modelling of laminar film condensation from vapour–gas mixtures in declining parallel-plate channels, *International Journal of Thermal Sciences* 46, pp. 458–466, 2007.
- [32] S.T. Revankar, D. Pollock
Laminar film condensation in a vertical tube in the presence of noncondensable gas, *Applied Mathematical Modelling*, 29, No 4, pp. 341-359, 2005.
- [33] S. Oh, S. T. Revankar
Experimental and theoretical investigation of film condensation with noncondensable gas, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49, pp. 2523–2534, 2006.
- [34] M.K. Groff, S.J. Ormiston , H.M. Soliman
Numerical solution of film condensation from turbulent flow of vapor–gas mixtures in vertical tubes, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50, pp. 3899–3912, 2007.
- [35] H. Henni
Etude numérique de la condensation en convection forcée d’un mélange de vapeur de méthanol et de gaz non condensables sur la paroi interne d’un tube vertical, Thèse de Doctorat, Université de Perpignan Via Domitia, 2007.
- [36] V. Dharma Rao, V. Murali Krishna, K.V. Sharma, P.V.J. Mohana Rao
Convective condensation of vapor in the presence of a non-condensable gas of high concentration in laminar flow in a vertical pipe, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51, pp.6090–6101, 2008.
- [37] A. Shekarriz, O.A. Plumb
Enhancement of film condensation using porous fins, *Journal Of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol.3, No 3, pp. 309-314, 1989.
- [38] K.J. Renken, D.J. Soltykiwicz, D. Poulikakos
A study of laminar film condensation on a vertical surface with a porous coating, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 16, No 2, pp.181-192, 1989.
- [39] K.J. Renken, M.R. Raich
Forced convection steam condensation experiments within thin porous coatings, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, No. 14, pp. 2937-2945, 1996.
- [40] K.J. Renken, M.J. Carneiro, K. Meechan
Analysis of laminar forced convective condensation within thin porous coatings, *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, Vol. 8, No 2, pp. 303-308, 1994.

- [41] X. Ma, B. Wang
 Film condensation heat transfer on a vertical porous-layer coated plate, *Science in China (Series E)*, Vol. 41, No. 2, pp.169-175, 1998.
- [42] M. Asbik, R. Chaynane, H. Boushaba, B. Zeghmati, A. Khmou
 Analytical investigation of forced convection film condensation on a vertical porous-layer coated surface, *Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 143–155, 2003.
- [43] R. Chaynane, M. Asbik, H. Boushaba, B. Zeghmati, A. Khmou
 Etude de la condensation en film laminaire d'une vapeur pure et saturée sur la paroi poreuse d'une plaque inclinée, *Mécanique & Industries*, Vol. 5, No. 4, pp. 381-391, 2004.
- [44] M. Asbik, B. Zeghmati, H. Gualous-Louahlia, W. M. Yan
 The effect of thermal dispersion on free convection film condensation on a vertical plate with a thin porous layer, *Transport in Porous Media*, Vol. 67, No.3, pp. 335-352, 2007.
- [45] S. Bories, M. Prat
 Transferts de chaleur dans les milieux poreux, *Techniques de l'Ingénieur*, B8250
- [46] D.A. Nield, A. Bejan
 Convection in porous media, Ed. Springer-Verlag, 1998
- [47] M. Kaviany
 Principles of heat transfer in porous media, Ed. Springer-Verlag, 2000
- [48] R. Comolet
 Mécanique expérimentale des fluides, T2: Dynamique des fluides réels, Ed.Masson, 1994
- [49] J.P. Nougier
 Méthodes de calcul numérique. Ed. Masson, 1991.
- [50] A. Crabtree, M. Siman-Tov
 Thermophysical properties of saturated light and heavy water for advanced neutron source applications. Prepared by Oak Ridge National Laboratory, Tennessee 37831, May 1993.
- [51] R.C. Reid, J.M. Prausnitz, T.K. Sherwood
 The properties of gases and liquids, Third Ed., McGraw-Hill, 1977.
- [52] T. Fujii, Y. Kato, K. Mihara
 Expressions for transport and thermodynamic properties of air, steam and water Report 66, Sei San Ka Gaku Ken Kyu Jo, Kyu Shu University, Japan, 1977
- [53] T.F. Irvine Jr., P.E. Liley
 Steam and gas tables with computer equations. Academic Press, 1984.

- [54] Bruce E. Poling, John M. Prausnitz, John P. O'Connell
The Properties of Gases and Liquids, Fifth Edition, McGraw-Hill, 2004
- [55] ASHRAE Handbook
Thermophysical properties of refrigerants, Fundamentals, SI Edition, 2009.
- [56] F. P. Incropera, D. P. DeWitt
Fundamentals of heat and mass transfer. Fourth Ed., John Wiley & Sons, 1996.

الخلاصة

دراسة الانتقال الحراري و الكتلي خلال التكثيف السائل

الدراسة المتناولة في هذا البحث هي تحليل للانسياب الثنائي الطور و الانتقال الحراري خلال التكثيف الرقائقي لمخاليط بخار-غاز داخل أنابيب اسطوانية عمودية ذات جدران مسامية. يستند النموذج الرياضي المستعمل على معادلات حفظ الكتلة، كمية الحركة، الطاقة و انتشار البخار داخل الخليط الغازي ومعادلات دارسي برينكمان فركيمر بالنسبة للطبقة المسامية . يتم حساب سمك السائل بواسطة إجراء تكراري يطبق على معادلة التوازن الشامل على السطح الفاصل بين الخليط الغازي والسائل. ينفذ الحل العددي للمعادلات بواسطة طريقة الفروق المنتهية بالأسلوب الضمني. وقد تم أيضا تطوير حلول تحليلية للحالات الخاصة بنهاية التكثيف.

النتائج المقدمة تخص تطور السرعة، درجة الحرارة، تركيز البخار داخل الخليط الغازي ، سمك و تدفق السائل و انتشار الحرارة من مدخل الأنابيب إلى نهاية التكثيف. وقد تم إجراء دراسة معلمية لتحديد تأثير ظروف التشغيل المختلفة على عملية التكثيف. نعتبر تباعا المعلمات التالية : عدد رينولدس، درجة الحرارة، الرطوبة النسبية، ضغط خليط الغاز عند مدخل الأنابيب، فرق درجة حرارة بين الجدار والخليط، نوع الغاز الغير قابل للتكثيف، المسافة بين جدران اسطوانتين متحدتي المحور و معامل الانتقال الحراري في حالة التبريد عن طريق مائع خارجي. وقد تم أيضا إبراز تأثير الخصائص الرئيسية للوسط المسامي مثل السمك، الناقلية الحرارية والنفذية. وأخيرا، تم إنجاز دراسة مقارنة لتكثيف مخاليط مكونة من الهواء و موائع مبردة مشبعة متنوعة داخل أنبوب عمودي ومكنت من تحديد تطورات نسبة التكثيف والتدفق حراري لكل خليط.

الكلمات الرئيسية :

تكثيف، غشاء سائل، خليط بخار-غاز، طبقة مسامية، حمل حراري قسري، انسياب ثنائي الطور

ABSTRACT

Analysis of heat and mass transfer by film condensation

In this work, we present an analysis of two phase flow and heat transfer during laminar film condensation of vapor-gas mixtures inside vertical tubes with porous walls. The mathematical model developed is based on the conservation equations of mass, momentum and energy in both phases and vapor diffusion in the mixture. The flow in the saturated porous coating is described by the Darcy-Brinkman-Forchheimer model. The liquid film thickness is calculated by an iterative procedure applied to the mass balance equation at the liquid-mixture interface. Transfer equations are then discretized using an implicit finite difference method. Analytical methods corresponding to the end of condensation have been also developed.

Results presented include radial profiles of velocity, temperature, vapor concentration, and axial evolutions of film thickness, mass flow rate and heat flux from the inlet until the end of condensation. A parametric study is then conducted to determine the influence of operating conditions on the condensation process. We consider successively the following parameters: Reynolds number, temperature, relative humidity, pressure of the mixture at the inlet of the tube, inlet-to-wall temperature difference, type of non-condensable gas, distance between walls of coaxial cylinders and external heat transfer coefficient in the case of non isothermal wall. The effects of main properties of the porous medium such as thickness, effective thermal conductivity and permeability are also highlighted. Finally, a comparative study of various saturated refrigerants-air mixtures in a vertical tube was conducted to determine the evolutions of the rate of condensation and heat flux for each mixture.

Keywords: Condensation, liquid film, vapor-gas mixture, porous layer, forced convection, two-phase flow.

RESUME

Etude des transferts de chaleur et de masse lors de la condensation en film liquide

Dans ce travail, on présente une analyse des écoulements diphasiques et des transferts de chaleur et de masse lors de la condensation en film laminaire de mélanges vapeur-gaz dans des conduites cylindriques verticales à parois poreuses. Les transferts dans les deux phases liquide et mélange gazeux sont décrits par les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement, d'énergie et de diffusion en utilisant les approximations de la couche limite laminaire. Les transferts dans la couche poreuse sont décrits par le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer. L'épaisseur de film liquide est calculée par une procédure itérative appliquée à l'équation du bilan massique à l'interface liquide-mélange gazeux. La résolution numérique des équations de transfert est effectuée par la méthode des différences finies en schéma implicite. Des méthodes analytiques correspondant au régime de fin de condensation ont été développées.

Les résultats présentés concernent les évolutions des profils de vitesse, température, concentration en vapeur, épaisseur de film, débit de liquide et flux thermique depuis l'entrée du tube jusqu'à la fin de la condensation. Une étude paramétrique est ensuite menée afin de déterminer l'influence des conditions opératoires sur le processus de condensation. On considère successivement les paramètres suivants : nombre de Reynolds, température, humidité relative et pression du mélange gazeux à l'entrée du tube, écart de température paroi-fluide, type de gaz non condensable, distance entre parois des cylindres coaxiaux et coefficient d'échange convectif externe dans le cas d'une paroi non isotherme. L'étude a permis également de mettre en évidence l'effet de l'épaisseur, de la conductivité thermique effective et de la perméabilité de la couche poreuse sur les évolutions du débit de condensat et du flux thermique. Enfin, une étude comparative de la condensation de divers mélanges air-fluides frigorigènes saturés dans un tube vertical a été également effectuée et a permis de déterminer les évolutions du taux de condensation et du flux thermique pour chaque mélange.

Mots clés :

Condensation, film liquide, mélange vapeur-gaz, couche poreuse, convection forcée, écoulement diphasique.