

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE DES FRERES MENTOURI CONSTANTINE

**Faculté des Sciences de Technologie
Département de Génie Civil**

THESE

Présentée pour l'obtention du diplôme de Doctorat en sciences en Génie Civil
Option: Mécanique des structures

**" Analyse Expérimentale de l'Effet des Armatures Transversales sur le
Comportement Flexionnel des Poutres en Béton Armé "**

Par :

Madame MERIMECHE née BENDJAMAA FATIHA

Soutenue le 06 octobre 2016

Devant le Jury

Président: **Pr. Ahmed Beroual** Université Frères Mentouri Constantine

Rapporteur: **Pr. Hocine Chabil** Université Frères Mentouri Constantine

Examineurs: **Pr. Zineddine Boudaoud** Université de Oum Bouaghi

Pr. Abdelhalim Benouis Université de Guelma

Dr. Tahar Zarza (MCA) Université Frères Mentouri Constantine

A la mémoire de ma mère

A mon père pour avoir semé en moi le germe de la foi

et en témoignage de son affection

A mon mari pour sa patience et sa compréhension durant toutes ces années de travail

A mes filles et mes gendres pour leur encouragement et leur aide avec toute l'affection que je
leur dois

A mes frères et sœurs et toute ma famille, mes amis

Remerciements

Je tiens à présenter mes respectueux remerciements à Monsieur Chabil Hocine Professeur au Département de Génie Civil Université des Frères Mentouri d'avoir dirigé ma thèse, et pour l'intérêt bienveillant qu'il a bien voulu porter à ce travail. Je le remercie pour ses précieux conseils, ses encouragements et surtout de l'aide considérable qu'il m'a apporté tout le long de ce travail.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur Benhassine M.T Maître Assistant à l'Université des Frères Mentouri, en retraite, et responsable du laboratoire du Département de Génie Civil pour l'aide qu'il m'a apporté durant mes essais expérimentaux au sein du laboratoire. Ma gratitude va également au personnel technique de ce laboratoire.

J'exprime ma profonde gratitude et reconnaissance –à titre posthume - au défunt Monsieur Demagh Kamel, Maître de Conférences à l'Université de Batna pour son aide précieuse.

J'adresse également mes profonds remerciements à Monsieur Lassoued Rachid Professeur au Département de Génie Civil, Université des Frères Mentouri de m'avoir donné confiance en moi, pour les conseils et l'aide qu'il m'a prodigués.

Je tiens à remercier vivement mon frère El Hadi et mon neveu Amiraoui Akram sans l'aide desquels mes essais expérimentaux n'auraient pu avoir lieu. Merci pour tout.

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements à Monsieur Ahmed Beroual Professeur au Département de Génie Civil Université des Frères Mentouri de m'avoir honoré en acceptant d'être président.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur Zineddine Boudaoud Professeur à l'Université Larbi Benmhidi Oum El Bouagui et à Monsieur Abdelhalim Benouis Professeur à l'Université de Guelma et à Monsieur Taher Zarza Maître de Conférences à l'Université des Frères Mentouri d'avoir accepté d'être membres du jury.

Résumé

Pour qu'une poutre soit capable de manifester de grandes déformations au delà de la capacité maximum de chargement, elle doit avoir un comportement ductile. Pour lui assurer ce comportement, une attention particulière devrait être donnée aux dispositions constructives tels que, le taux du ferrailage transversal, la répartition convenable des cadres (espacement), le taux de l'armature longitudinale, la résistance du béton, le confinement du béton comprimé..., tout en évitant les types de rupture fragiles. Dans ce contexte nous avons consacré un programme de recherche expérimental. Des essais de validation d'une quarantaine des poutres à échelle réelle en prenant en considération l'incidence des différents paramètres affectant ces éléments ont été réalisés au sein de notre laboratoire de Mécanique des Sols et des Structures (LMSS). Ces essais, nous ont permis de suivre l'évolution d'ouverture des fissures et observer les différents mécanismes possibles jusqu'à rupture, puis tracer les courbes de chargements. Ceci nous ont permis aussi d'évaluer la capacité portante des poutres et connaître les paramètres qui ont une influence remarquable sur les poutres en béton armé et augmentent leur ductilité. Les courbes contrainte-déformation et force-déplacement tirées des essais ont montré que l'espacement adéquat et l'augmentation du rapport volumétrique de l'acier transversal affectent positivement le confinement et augmente la ductilité des poutres, ainsi que le taux d'armature longitudinale qui améliore nettement la capacité de résistance. Une comparaison des résultats issus de nos essais avec ceux de la littérature étant satisfaisante.

Nous avons envisagé aussi de mener un calcul numérique simple (modélisation modifiée), pour l'analyse du comportement moment-courbure d'une section de poutre frettée afin de prédire la ductilité de courbure. La détermination de la courbure nécessite de connaître la valeur de la zone comprimée de la section de la poutre. Deux méthodes ont été proposées : la première itérative, la deuxième méthode des cas possibles proposée par Rezaie nous a aidé à trouver exactement la position de l'axe neutre, en conséquence nous avons gagné un temps de calcul précieux.

Une confrontation des résultats obtenus avec ceux issus de modélisations numériques, et ceux des essais expérimentaux. Les courbes moment-courbure apportent des résultats proches encourageant pour l'analyse des poutres en béton armé sous charges statiques.

Mots clés : béton armé, poutres, frettage, charges statiques, déformation, rupture, moment-courbure, modèle simplifié.

Abstract

A beam must have a ductile behavior to be able of supporting large deformations beyond its maximum load capacity. To ensure this behavior, a special attention should be given to construction requirements such as the rate of transverse reinforcement, the appropriate stirrup distribution, the rate of longitudinal reinforcement, the strength of concrete, the compressed concrete confinement, etc. In the same time, any type of brittle fracture should be avoided.

In this context, we developed an experimental research program. Validation tests of forty full-scale beams have been done in our Laboratory of Soil Mechanics and Structures (LMSS), taking into account the impact of different parameters. These tests allowed following, up to failure, the evolution of cracks and observing the different possible mechanisms. They also gave a lot of loading curves.

This also allowed evaluation of the bearing capacity of beams and the determination of the parameters that have a remarkable influence on the reinforced concrete beams and particularly on the increase of ductility. The stress-strain and the force-displacement curves derived from these tests have shown that the adequate spacing and the increase in the volumetric ratio of the transverse steel positively affect the confinement and increase the ductility of the beams. Also, the longitudinal reinforcement rate significantly improves the strength. A comparison of our test results with those of the literature was satisfying.

We also planned to conduct a simple numerical calculation, on a modified model, for the analysis of moment-curvature behavior of a shrunk-beam section to predict the curvature ductility. Determining the curvature requires knowing the compression zone of the beam section. Two methods were proposed: the first is an iterative one. The second method, so called method of possible cases, is proposed by Rezaie[] and helped us find exactly the position of the neutral axis. As a result, we saved a precious time of calculation. A comparison of the experimental test results with those derived from numerical modeling showed that the moment-curvature curves are encouraging and close to those of the reinforced concrete beams analysis under static loads.

Keywords: reinforced concrete beams, shrink, static, distortion, breakage, bending moment, simplified model.

لكي تكون عارضة قادرة
لضمن هذا السلوك وتأكيد، ينبغي اهتمام خاص لأحكام البناء مثل معدل التسليح العرضي ، وتوزيع مناسب
() لتسليح
...

40 الهش. وفي هذا السياق ذكر سنابر نامج بحث تجريبيية.
عارضه بسلم طبيعيأخذ مراعاة التأثير المعلومات المختلفة التي تؤثر على هذه العناصر قد أحرز في المختبر
لميكانيكا التربة والهيكل هذه التجارب مكنتنا
، و برسم منحنيات الأحمال.

وهذا أيضا سمح لنا بتحديد قدرة تحمل عوارض وتعرف المعلمات التي لها تأثير ملحوظ على
زيادة الماطلية بهم. منحنيات الإجهاد-
التشوه الناتجة عن التجارب أظهرت أن التباين المناسب والزيادة في نسبة
العرضي يؤثر تأثير إيجابيا علنا لإحاطة وتحسين الماطلية
مقارنة بين نتائج تجاربنا مع تلك المؤلفات مرضية.
حظنا النسبة التسليح الطولي حسد

أيضا بإجراء عملية حسابية عددية بسيطة () ، لتحليل
مقطع عارضة محيطية بماطلية التقوس. تحديد يحتاج إلى معرفة قيمة منطقة
وقد اقترحت طريقتين: الأولى تكرارية، الثاني

هارزاي محايدة بوقت ثمين.

مقارنة النتائج المحصل عليها مع تلك نمذجة العددية، وتلك التجريبية.
منحنيات أعطوا نتائج قريبة ومشجعة لتحليل العوارض من الخرسانة.

الكلمات الرئيسية:

Sommaire

Chapitre I : Introduction générale

I.1 Introduction	1
I.2 Problématique	2
I.3 Objectifs	2

Chapitre II : Etat d'art

II.1 Introduction	4
II.2 Evolution historique	6
II.3 Différents modèles analytique	8
II.3.1 Kent et Park	8
II.3.2 Modèle de Mander, Priestley et Park	12
II.3.3 Sheikh et Uzumeri	16
II.3.4 Loi de comportement de Cusson et Paultre	19
II.3.5 Mander et al	20
II.4 Relation contrainte-déformation du béton confiné	23
II.5 Etude des paramètres de confinement	24
II.5.1 Armatures transversales	25
II.5.1.2 Taux	26
II.5.1.3 Répartition	26
II.5.2 Armatures longitudinales	27
II.5.3 Résistance à la compression du béton	27
II.5.4 Rapport $\frac{A_{st}}{A_c}$ de cisaillement / hauteur fictive	29
II.5.5 Vitesse de chargement	30
II.6 Résultats de l'effet des paramètres de confinement sur des poutres de quelques chercheurs..	31

Chapitre III : Comportement mécanique des matériaux. Béton et Acier

III.1 Introduction	32
III.2 Comportement du béton sous charge uni-axiale	32
III.2.1 Comportement en compression	32
III.2.2 Influence de la résistance du béton sur la courbe contrainte-déformation	35
III.3 Comportement du béton en traction	36
III.4 Comportement bi axial du béton	39
III.5 Comportement triaxial du béton	41
III.5.1 Principe de confinement	41
III.5.2 L'efficacité du confinement du béton	43
III.5.3 Comportement triaxial du béton	44
III.6 Comportement du béton aux sollicitations répétées	47
III.7 Conclusions de la partie mécanique	50
III.8 L'acier	50
III.8.1 Chargement monotone	50

III.8.2	Forme bilinéaire	52
III.8.3	Chargement cyclique	54
III.8.3.1	Chargement cyclique du même signe	54

Chapitre IV : Analyse expérimentale des poutres en béton armé sous chargement statique. Comportement en flexion

IV.1	Introduction.....	55
IV.2	Mécanismes de rupture d'une poutre en béton armé.....	55
IV.3	Protocole expérimental.....	56
IV.3.1	Présentation des corps d'essais	56
IV.3.2	Corps d'épreuve	56
IV.4	Matériaux.....	57
IV.4.1	Formulation du béton	57
IV.4.2	Dispositif de mise en charge.....	57
IV.5	But des essais.....	58
IV.6	Confection des spécimens.....	58
IV.6.1	Caractéristiques géométriques des spécimens et taux de pourcentage d'acier transversal.....	59
IV.7	Procédé de fabrication des poutres en béton armé	61
IV.7.1	Ferraillage	61
IV.8	Essai de compression	62
IV.9	Essai de flexion	62
IV.9.1	Machine de flexion	62
IV.9.2	Mesure de la force	63
IV.9.3	Mesure de déplacement.....	64
IV.9.4	Carte multifonction PCI-1731.....	65
IV.9.5	Boîtier de connexion PCLD-8115/8710.....	66
IV.10	Étalonnage des capteurs.....	67
IV.10.1	Opération d'étalonnage des capteurs.....	67
IV.10.2	Mise en œuvre de l'étalonnage.....	67
IV.10.3	Courbe d'étalonnage des capteurs de déplacement.....	68
IV.10.4	Présentation du logiciel Advantech Génie DAO. Demo.....	70
IV.11	Étapes de réalisation des essais.....	72
IV.11.1	Réalisation effective des essais	72
IV.11.2	Les étapes de l'essai	72
IV.12	Paramètres des essais de flexion.....	74
IV.13	Résultats des essais.....	75
IV.14	Commentaires courbes force-déplacement.....	89
IV.15	L'influence de l'armature longitudinale.....	90
IV.15.1	Introduction	90
IV.15.2	Travaux antérieurs	90
IV.15.3	Résultats obtenus	90

IV.16 Conclusions	93
-------------------------	----

Chapitre V : Analyse par la méthode moment-courbure de poutres en béton armé

V.1 Comportement d'une poutre fléchie.....	94
V.2 La relation moment-courbure (élément poutre).....	95
V.3 Calcul du moment-courbure d'une section d'une poutre	98
V.3.1 Exemple numérique et étude paramétrique	98
V.4 Calcul de la hauteur comprimée par la méthode classique.....	100
V.5 Conclusion.....	106
V.6 Deuxième méthode (méthode des cas possibles).....	107
V.7 Synthèse de deux méthodes.....	114
V.8 Résolution du système non-linéaire.....	115
Conclusion générale.....	122
Bibliographie	124

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE II

Figure II.1 : Poutre en béton armé flexion 3 points	5
Figure II.2 : Courbe contrainte-déformation du béton confiné avec cadres rectangulaires [KENT et PARK, 71]	9
Figure II.3 : Comparaison des déformations au maximum pour les lois : Mander, Priestley et Park avec la loi Fib-NC	15
Figure II.4 : Comparaison des modules d'élasticité des lois : Mander, Priestley et Park avec la loi Fib-NC	16
Figure II.5 : Représentation du confinement d'une colonne carrée	17
Figure II.6 : Evolution du confinement en fonction de la pression latérale	20
Figure II.7 : Courbe contrainte-déformation, Mander et al.....	21
Figure II.8 : Courbe contrainte-déformation du béton confiné, Saatcioglu et al	23
Figure II.9 : Courbe rapport $\frac{\sigma_c}{Mfl} - \epsilon_c$ d'une poutre d'après [KOT, 88]	25
Figure II.10 : Forme des cadres recommandés et ceux à évités dans les poutres d'après [And, 89]	26
Figure II.11 : Effet de la répartition des cadres dans les poutres d'après [KOT, 88]	27
Figure II.12 : Influence de la résistance à la compression du béton [MPH, 84]	28
Figure II.13 : Influence de la résistance selon les types de béton	28
Figure II.14 : « Vallée de Kani » d'après [KANI, 64]	29
Figure II.15 : Effet de la vitesse de chargement d'après [DIL, 84]	30

CHAPITRE III

Figure III.1 : Comportement du béton en compression simple [ChEN, 82]	33
Figure III.2 : Courbe contrainte-déformation uni-axiale du béton (compression simple et traction simple)	34
Figure III.3 : Courbe de calcul [EURO 2]	35
Figure III.4 : Réponse du béton en compression uni-axiale [HAN, 86]	36
Figure III.5 : Courbe contrainte-déformation en traction	37
Figure III.6 : Comportement du béton en traction directe [TERRIEN, 80]	38
Figure III.7 : Comportement cyclique du béton en traction [Reinhardt&Comeilessen, 84]	39
Figure III.8 : Courbe expérimentale du comportement bi-axial du béton	40
Figure III.9 : Courbe contrainte-déformation du béton sous compression bi-axiale [KUPFER, 69]	40
Figure III.10 : Courbes contrainte-déformation du béton sous sollicitation bi-axiale (traction-compression)	41
Figure III.11 : Déformations idéalisées pour le béton confiné avec étriers rectangulaires	43
Figure III.12 : Courbes contrainte-déformation en compression triaxiale pour différentes pressions du confinement	45
Figure III.13 : Essai de compression triaxiale [JAMET et al., 84]	46
Figure III.14 : Comportement cyclique du béton en compression simple [KARSAN, 69]	47
Figure III.15 : Représentation graphique de l'équation PNR	49

Figure III.16 : Diagramme de Karsan, Darwin et Pecknold points géométriques significatifs des boucles d'hystérésis	49
Figure III.17 : Courbe contrainte-déformation de quelques types d'acier [KOTO, 79]	51
Figure III.18 : Loi de comportement monotone de l'acier	51
Figure III.19 : Diagramme conventionnel des aciers écrouis à froid par torsion et / ou traction	53
Figure III.20 : Idéalisation des courbes pour les armatures	53
Figure III.21 : Courbe de l'acier sous charges cycliques de même signe	54

CHAPITRE IV

Figure IV.1 : Diagramme contrainte-déformation d'un élément en béton armé	56
Figure IV.2 : Poutre en flexion 4 points	58
Figure IV.3 : Illustration de détail de ferrailage du spécimen 01 série	61
Figure IV.4 : Ferrailage de la poutre espacement zone courante s et zone nodale	61
Figure IV.5 : Ferrailage des poutres espacements 5cm-7cm-9cm	62
Figure IV.6 : Machine d'essai avec le dispositif métallique	63
Figure IV.7 : Capteur des forces	63
Figure IV.8 : Capteur de déplacement	64
Figure IV.9 : Carte d'acquisition de données	65
Figure IV.10 : Boîtier de connexion PCLD-8115/8710	66
Figure IV.11 : Mise en œuvre de l'étalonnage	68
Figure IV.12a : Courbe de l'étalonnage	69
Figure IV.12b : Courbe de l'étalonnage	69
Figure IV.13 : Réalisation du montage pour réceptionner les grandeurs physiques	70
Figure IV.14 : Connexion et montage du réseau des capteurs	72
Figure IV.15 : Mise en place des poutres	73
Figure IV.16 : La poutre en place	73
Figure IV.17 : Fixation et mise en place du capteur de déplacement	74
Figure IV.18 : Poutre P1 série 01	77
Figure IV.19 : Apparition des premières fissures pour la poutre P1	77
Figure IV.20 : Propagation des fissures pour la poutre P1	78
Figure IV.21 : Endommagement de la poutre P1a	78
Figure IV.22 : Endommagement de la poutre P1b	79
Figure IV.23 : Mise en place de la poutre P2	79
Figure IV.24 : Apparition des premières fissures de la poutre P2	80
Figure IV.25 : Propagation et ouverture des fissures de la poutre P2	80
Figure IV.26 : Endommagement de la poutre P2	80
Figure IV.27 : Développement des fissures (rupture par cisaillement) poutre P19	81
Figure IV.28 : Rupture par cisaillement de poutre P19	81
Figure IV.29 : Courbe contrainte-déformation de la poutre P37	83
Figure IV.30 : Courbe contrainte-déformation de la poutre P39	84
Figure IV.31 : Influence de la présence de cadres dans une éprouvette frettée [D.Breysse, 92]	84
Figure IV.32 : Courbes $\sigma - \epsilon$ des poutres P26 et P23 pour les éprouvettes frettées [D.Breysse, 92]	85
Figure IV.33 : Courbes $\sigma - \epsilon$ pour différents diamètres d'acier transversal (section carrée)	86
Figure IV.34 : Comparaison entre courbes $\sigma - \epsilon$ pour différents modèles	86
Figure IV.35 : Courbe enveloppe (Force-Déplacement) des poutres P1, P3 et P5	87
Figure IV.36 : Courbe enveloppe (Force-Déplacement) des poutres P2, P4 et P6	87

Figure IV.37 : Courbe enveloppe (Force-Déplacement) des poutres P36, P37 et P39	88
Figure IV.38 : Courbe enveloppe (Force-Déplacement) des poutres P38, P40 et P42	88
Figure IV.39 : Endommagement de la poutre P4	91
Figure IV.40 : Endommagement de la poutre P10	91
Figure IV.41 : Endommagement de la poutre P22	92
Figure IV.42 : Courbe enveloppe (Force-Déplacement) des poutres P4, P10 et P22	92

CHAPITRE V

Figure V.1 : Comportement d'une poutre en béton armé	95
Figure V.2 : Courbe moment-courbure d'une poutre fléchie	96
Figure V.3 : Mode de rupture	97
Figure V.4 : Section d'une poutre	98
Figure V.5 : Diagramme contrainte-déformation de la section	99
Figure V.6 : Variation de la hauteur de la zone comprimée	115
Figure V.7 : Diagramme moment-courbure par la méthode itérative	117
Figure V.8 : Diagramme moment-courbure par la méthode des cas possibles	118
Figure V.9 : Courbe expérimentale moment-courbure de la poutre P6.....	118
Figure V.10 : Courbe expérimentale moment-courbure de la poutre P3	119
Figure V.11 : Augmentation de la ductilité apportée par les armatures transversales (a) en flexion pure, (b) sous forts cisaillements d'après Breysse et Davenne, 92	120

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE II.

Tableau II.1 : Effet des armatures transversales sur le comportement des poutres d'après plusieurs chercheurs	24
Tableau II.2 : Quelques résultats des paramètres de confinement dans les poutres d'après quelques chercheurs	31

CHAPITRE IV

Tableau IV.1 : Les caractéristiques géométriques des spécimens et le taux de pourcentage d'acier transversal	59
Tableau IV.2 : Poutres des essais série 01	75
Tableau IV.3 : Mécanismes de rupture observés par les poutres série 01	82
Tableau IV.4 : Caractéristiques des poutres avec différents ferraillements longitudinaux	90

CHAPITRE V

Tableau V.1: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	102
Tableau V.2: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	103
Tableau V.3: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	103
Tableau V.4: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	104
Tableau V.5: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	104
Tableau V.6: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	105
Tableau V.7: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	105
Tableau V.8: Détermination de la hauteur comprimée le cas :	106
Tableau V.9: Synthèse de la méthode des cas possibles en comparaison avec la méthode classique	114

NOTATIONS

A_c : aire du noyau de béton confiné
 A_{cc} : aire du noyau de béton délimitée par le périmètre de l'armature transversale de confinement non comprise l'aire de l'armature longitudinale
 A_e : aire du noyau de béton effectivement confiné
 A_s : section des armatures longitudinales tendues
 A'_s : section des armatures longitudinales comprimées
 A_{sh} : aire de la section de l'armature transversale
 b : largeur de la section de la poutre
 b_c, h_c : dimensions du noyau de béton confiné, entre centre des armatures transversales
 C : distance entre centres des armatures longitudinales
 C : enrobage inférieur
 d : hauteur utile
 d' : enrobage supérieur
 d_c : profondeur du noyau confiné
 E : module d'élasticité longitudinal
 E_c : module d'élasticité longitudinal du béton
 E_s : module d'élasticité longitudinal de l'acier
 E_{sec} : module sécant correspondant à la contrainte pic
 f_c : contrainte du béton
 f'_{cc} : résistance pic en compression du béton confiné
 f_{cmax} : résistance maximale de béton
 f_{co}, f'_{co} : résistance du béton non confiné
 f_l : pression latérale due à l'armature de confinement
 f_y : limite élastique de l'acier longitudinal
 f_{yh} : limite élastique de l'acier transversal
 I : moment d'inertie de la section non fissurée
 K : position relative de l'axe neutre
 k_e : coefficient efficace de confinement
 M_{fl} : moment fléchissant dans la section
 M_{int} : moment interne dans la section
 M_{ult} : moment ultime dans la section
 M_p : moment plastique
 M_y : moment élastique
 N : effort normal sur la section
 N_c : effort normal dans le béton comprimé
 N_s : effort normal des aciers tendus
 N'_s : effort normal des aciers comprimés
 N_t : effort normal dans le béton tendu
 s : espacement de l'acier transversal
 x : la hauteur de la zone comprimée

σ_s : contrainte de l'acier tendu
 σ'_s : contrainte de l'acier comprimé
 ε_c : raccourcissement du béton comprimé
 ε_{cc} : déformation correspondante à la contrainte pic du béton confiné

ε_{cl} : Raccourcissement limite du béton comprimé = 0,002
 ε_{co} : Déformation correspondante à la contrainte pic du béton non confiné
 ε_{cu} : Déformation ultime du béton confiné
 ε_s : Déformation dans l'acier tendu
 ε'_s : Déformation dans l'acier comprimé
 ε_{sl} : Déformation limite dans l'acier tendu
 ε'_{sl} : Déformation limite dans l'acier comprimé
 ε_{su} : Déformation ultime dans l'acier transversal
 ε_y : Déformation élastique de l'acier longitudinal
 ρ_{cc} : Rapport entre l'armature longitudinale et l'aire du noyau de la section
 ρ_l : Taux d'armature longitudinale
 ρ_s : Rapport volumétrique de l'acier transversal à celui du noyau de béton
 ρ_{sh} : Rapport volumétrique de l'armature transversale
 Φ : La courbure
 \emptyset_t : Le diamètre des armatures transversales.

Chapitre I

INTRODUCTION GENERALE

I.1 Introduction

L'expérimentation est une source d'information très importante des phénomènes couplés dans le domaine de rupture. Malgré les nombreux efforts expérimentaux ou théoriques consacrés à ces sujets, aucune méthode n'est capable de résoudre de façon satisfaisante les différents paramètres espérés. Les phénomènes liés à la disposition des armatures transversales dans un élément de structures sont complexes.

Pendant plus d'une vingtaine d'années, les chercheurs se sont investis pour élaborer une méthode permettant d'adopter convenablement l'armature transversale dans le but d'améliorer la résistance et la ductilité des éléments en béton armé « poteaux, poutres ». Il a été démontré qu'un confinement adéquat du noyau de béton et un chaînage correct des armatures longitudinales par des armatures transversales améliorent efficacement la résistance et la ductilité. Les séismes anciens et récents ont confirmé la validité de cette philosophie. L'objectif de ce chapitre est de mener une revue de littérature sur les modèles analytiques existants. Une investigation sur les résultats expérimentaux issus de différents travaux réalisés durant les dernières décennies est passée en revue. Cette étude a pris en considération l'influence des différents paramètres sur le comportement contrainte déformation du béton confiné, notamment l'effet des espacements des cadres, le taux d'armature transversale et le taux d'armature longitudinale.

Les poutres en béton armé sollicitées à la flexion, leur comportement ultime est surveillé par la zone où le moment est maximal. La déformation dans le béton varie de façon linéaire sur la hauteur de la section, la courbure et la profondeur de la zone comprimée peuvent définir le diagramme de déformation.

L'analyse non linéaire des poutres en béton armé par la méthode moment-courbure est une méthode qui permet de déterminer la courbure d'une section soumise à une sollicitation de flexion. Les équations d'équilibre de la section conduisent à résoudre un système d'équation non linéaire et la solution s'obtient de manière itérative.

On va traiter dans cette thèse deux problèmes :

-Evaluer l'intérêt des armatures transversales, dans la zone nodale et la zone courante dans des poutres en béton armé en flexion sous l'effet de charges statiques par des essais expérimentaux ;

-La résolution du système non linéaire des équations d'équilibre d'une section rectangulaire de poutre en béton armé par la méthode moment-courbure. Proposition d'une méthode rapide de calcul de la hauteur comprimée d'une section fléchie en béton armé dite des cas possibles.

I.2 Problématique

En Algérie, les constructions en béton armé ne cessent de croître. On donne beaucoup d'importance à ce matériau. L'état des infrastructures dans notre pays reste un sujet de discussion, soit dans la littérature, ou dans les conférences scientifiques, surtout après le séisme dernier qui a frappé notre pays (Boumerdès 2003).

La première étape vers une exploitation optimale de ce matériau est de connaître son comportement vis-à-vis des différentes sollicitations dans les éléments structuraux, comme les poteaux et les poutres. Dans ce cadre, le Règlement Parasismique Algérien exige des conditions à prendre concernant ces éléments en béton armé, comme par exemple le dimensionnement des sections des poteaux et les poutres, le taux de ferrailage longitudinal et transversal, les espacements des armatures transversales à prendre dans la zone nodale et la zone courante, etc.

Dans ce contexte une étude expérimentale a été conçue pour étudier l'influence du taux de ferrailage transversal optimal dans les poutres en béton armé.

L'analyse de 40 poutres à échelle naturelle a été concrétisée d'une manière expérimentale. L'objectif de ces essais est de fournir une prédiction fiable du comportement des poutres en béton armé particulièrement en flexion sous chargement statique. L'évolution de l'ouverture des fissures, puis le début du comportement non linéaire, soit la zone de fissuration du béton et de la localisation des déformations ainsi que les différents types de mécanismes de rupture qui mériterait une analyse plus approfondie. Les résultats des essais sont comparés avec les différentes prédictions théoriques des règlements universels par la contribution des armatures transversales (effet des espacements, volume d'acier).

I.3. Objectifs

L'objectif de cette thèse est:

- 1- De contribuer à la compréhension du comportement d'une poutre en béton armé ; avec armatures transversales en flexion :
- 2- Identifier le rôle des armatures transversales et les principaux paramètres influents:
 - a- L'effet de l'espacement ;
 - b- Le taux et le diamètre des armatures transversales ;
 - c- Le taux et le diamètre des armatures longitudinales ;

d- La résistance du béton à la compression ;

3- Valider le modèle par une étude expérimentale. Cette étude permet en plus de générer de l'information sur le comportement de poutres en béton armé fléchies soumises à des chargements statiques.

. Dans notre travail, nous allons présenter d'après le contexte de la problématique, un système d'évaluation des effets des armatures transversales dans le comportement des poutres en béton armé sain en flexion. Pour cela, quatre grandes parties ont été abordées.

- La première partie repose sur une étude bibliographique où sont mis en évidence les paramètres majeurs du problème. Nous exposons les principales approches proposées dans la littérature.

- La deuxième partie présente une étude qui nous permet de donner un aperçu sur le comportement du béton et l'acier sous charges monotones et cycliques.

- Dans la troisième partie nous proposons une étude expérimentale, des essais d'une quarantaine de poutres effectués au sein de notre laboratoire permettent de nous donner des informations sur le comportement global de poutres en béton armé fléchies soumises à des chargements statiques. Ces essais nous donnent les forces et déformations, avec différents taux d'armatures transversales placées dans un béton sain.

- Dans la quatrième partie nous développons une modélisation simple, qui nous permet de prédire le comportement global de la poutre en flexion qui se caractérise par le calcul du moment-courbure et la position de l'axe neutre. Nous validons ensuite des résultats que nous comparons aux observations expérimentales.

A la fin on termine ce travail par une conclusion où on propose quelques recommandations sur le sujet traité. Des perspectives sur le développement de la théorie et l'expérience seront proposées.

Chapitre II

Etat de l'art

II.1. INTRODUCTION

Pour des raisons de sécurité, les structures de génie civil doivent posséder un comportement ductile. En effet, lorsqu'un bâtiment ou un ouvrage d'art subit un chargement au – delà des limites normales d'utilisation, il est préférable que les déformations avant rupture soient importantes afin que les occupants s'apercevant du désordre (fissuration excessive par exemple) puissent évacuer les lieux. [1].

L'utilisation de l'armature de confinement permet d'estimer la ductilité de courbure exigée dans les sections critiques de dissipation d'énergie. Dans sa nouvelle version, le R.P.A 99 [2] enregistre un déficit réglementaire d'une part au niveau de la vérification de la compatibilité entre la ductilité de déplacement et la ductilité de courbure et d'autre part l'absence de recommandations relatives à la quantité d'acier nécessaire exigée pour une demande de ductilité donnée.

Dans le cas d'une poutre en béton chargée verticalement dans sa section centrale (flexion 3points) (figure II.1), le béton ayant une mauvaise résistance en traction, il se crée rapidement une fissure verticale dans la partie inférieure de la section située sous la charge, et la rupture est soudaine (figure II.1.a). L'ajout d'armatures longitudinales dans la partie inférieure tendue augmente la capacité portante de la poutre car l'ouverture des fissures verticales est contrôlée. Mais les expériences montrent que la ductilité n'est pas améliorée et que la rupture est toujours brusque car une fissure inclinée se crée (figure II.1.b). Il est donc nécessaire de leur adjoindre des armatures transversales (figure II.1.c) dont le rôle est de contrôler l'ouverture des fissures inclinées. Elles facilitent en outre la fabrication en réédifiant la « cage d'armatures » et assurent également le maintien des armatures longitudinales comprimées (partie supérieure qui risque de flamber).

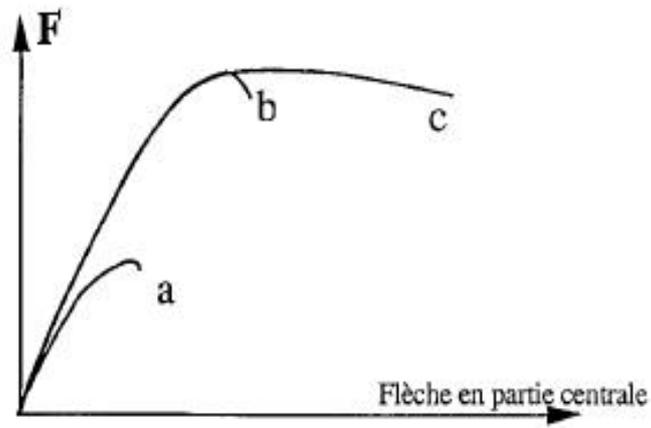
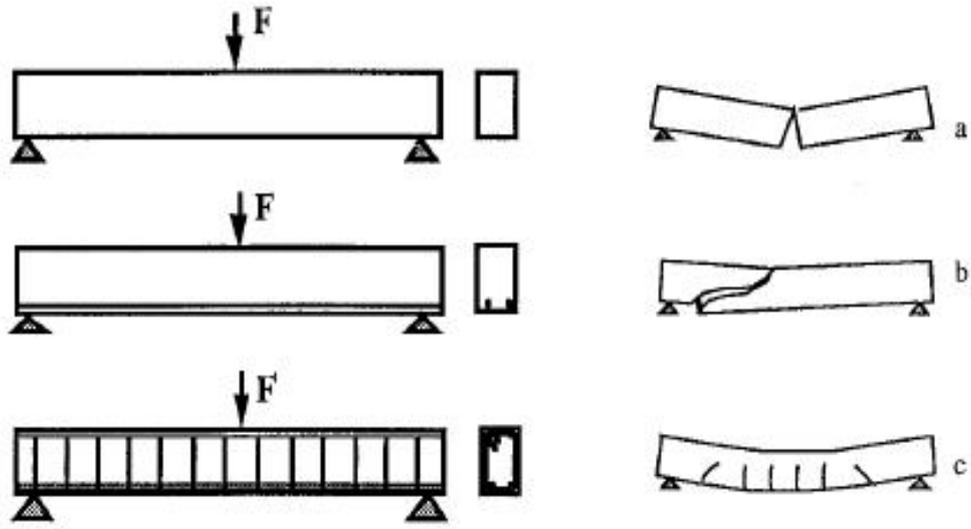


Figure II.1 : Cas d'une poutre en béton flexion 3 points.

II.2 EVOLUTION HISTORIQUE

L'influence des armatures transversales sur le comportement des sections en béton armé a fait l'objet d'une étude précoce.

Durant les années 60-70, les recherches sur le comportement du béton armé confiné ont été essentiellement conduites sur des modèles réduits chargés de manière concentrique avec un taux de déformation quasi-statique. Des études menés par Vallenias et al. [3], concernant les zones comprimées (poteau-poutre) confinées par des armatures transversales ont permis de conclure que de grandes courbes ultimes peuvent être atteintes.

Durant les années 70, en se basant sur des résultats expérimentaux antérieurs, Kent et Park [4] ont développé un modèle de confinement prenant en compte les différents paramètres ayant incidence sur la déformabilité du béton. Cependant, il a été omis de tenir compte de l'augmentation de la résistance due au confinement.

Plus tard, durant la décennie 80, Scott et al. [5] ont conduit des tests sur des colonnes en béton armé de section carrée avec différentes configurations de cadres transversaux. Ces tests étaient sur des modèles à échelle réelle leur permettant de modifier le modèle Kent et Park [4] en introduisant un coefficient correcteur k pour tenir compte de l'amélioration de la résistance et la ductilité dues au confinement. Ils ont proposé la formule suivante :

$$f_c = K f'_{co} \left[\frac{2\varepsilon_c}{0.002K} - \left(\frac{\varepsilon_c}{0.002K} \right)^2 \right] \quad \text{pour } \varepsilon \leq 0.002K \quad (\text{II.1})$$

$$f_c = K f'_{co} [1 - Z_m(\varepsilon_c - 0.002K)] \quad \text{pour } \varepsilon \geq 0.002K \quad (\text{II.1a})$$

f_c : contrainte du béton à la compression ;

ε_c : déformation longitudinale du béton ;

f'_{co} : résistance à la compression du béton non confiné ;

K, Z_m : paramètres, fonctions (Pression latérale de confinement, Pourcentage des armatures transversales, Limite d'élasticité des armatures transversales).

Chapitre II Etat de l'art

Les années 80 ont été marquées par un travail de recherche intensif sur le confinement, où sur la base d'un large data expérimental, une variété de modèles contrainte-déformation du béton confiné ont été développés en fonction de la para métrisation utilisée. Sheikh et Uzumeri [6] ont proposé un modèle similaire à celui de Park et al. [7]. Ce modèle a introduit l'approche de l'aire effectivement confinée déduite de la distribution des armatures longitudinales et la configuration des armatures transversales.

Mander et al. [8] ont réalisé, de leur part, une série de tests. Ils ont proposé un modèle unifié, simple d'application et couvrant toutes les formes de section usuelles vu que les modèles précédents ne concernent que des configurations particulières (rectangulaire ou circulaire). En plus, l'expression de ce modèle contient une nouvelle formulation de la contrainte latérale effective de confinement. En outre, Mander et al. ont élargi le domaine d'applicabilité de ce modèle en modifiant les paramètres relatifs au chargement quasi-statique (f'_c , ϵ_c , E_c) par des facteurs d'amplification dynamique, afin d'inclure l'effet de la vitesse de chargement.

Les années 90 ont vu l'extension des travaux de recherche au confinement du béton à haute résistance (BHP) dont l'utilisation est devenue de plus en plus accrue.

Legeron et Paultre (1996) [9] ont réalisé des essais sur des poteaux en béton à haute performance (BHP). Ils ont démontré que l'espacement des frettes (et donc de la quantité volumétrique d'acier transversal) ainsi que le niveau de la charge axiale ont un effet significatif sur le comportement en flexion des poteaux en BHP.

Saatcioglu et Razvi [10] ont proposé un modèle analytique pour le béton à résistance ordinaire basé sur une série importante de résultats expérimentaux afin d'évaluer les effets de confinement. Ce même modèle a servi de base pour le développement d'un autre modèle [11] lié au béton à haute résistance.

Mendis et al. (2000) [12] ont proposé une autre relation pour le béton à haute résistance. Elle est exprimée par :

Pour la branche ascendante :

$$f_c = K f'_{co} \left[\frac{2\epsilon}{\epsilon_c} - \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)^2 \right] \text{(II.2)}$$

Pour la branche descendante :

$$f_c = K f'_{co} [1 - Z(\epsilon - \epsilon_c)] \text{(II.2a)}$$

K et Z sont des coefficients fonction de (f'_c, ρ_s, f_{yh}) .

Plusieurs études [13][14] ont montré que les éléments en béton fortement comprimés, munis d'aciers transversaux nécessaires pour la résistance uniquement, exhibent une rupture brutale. En effet, le béton inscrit entre deux lits successifs d'armatures transversales se gonfle et se désintègre et l'armature longitudinale flambe. L'élément est ainsi dans l'incapacité de fournir une résistance additionnelle pour pouvoir supporter une charge plus grande que la charge ultime. Par contre, la présence d'une armature transversale supplémentaire, bien disposée latéralement, contribue à confiner le béton du noyau de la section. Le ferrailage transversal permet :

- d'agir comme armature de cisaillement ;
- d'augmenter la capacité de résistance et de déformation du béton confiné en compression ;
- d'empêcher le flambement prématuré des armatures longitudinales comprimées.

II.3 DIFFERENTS MODELES ANALYTIQUES

Plusieurs modèles ont été proposés dans lesquels les auteurs se basent sur les différentes théories. Dans ce qui suit, une étude plus détaillée sur des modèles analytiques comme celle du comportement contrainte-déformation du béton confiné.

II.3.1.Kent et Park(1971) [4]

Ils ont proposé une courbe caractéristique du béton confiné avec des cadres rectangulaires (figure II.2), elle donne une représentation suffisamment exacte de la relation contrainte-déformation. La partie ascendante de cette courbe est représentée par l'équation d'une parabole. On admet dans cette partie que le confinement n'a aucun effet sur la courbe contrainte-déformation. La partie descendante est linéaire.

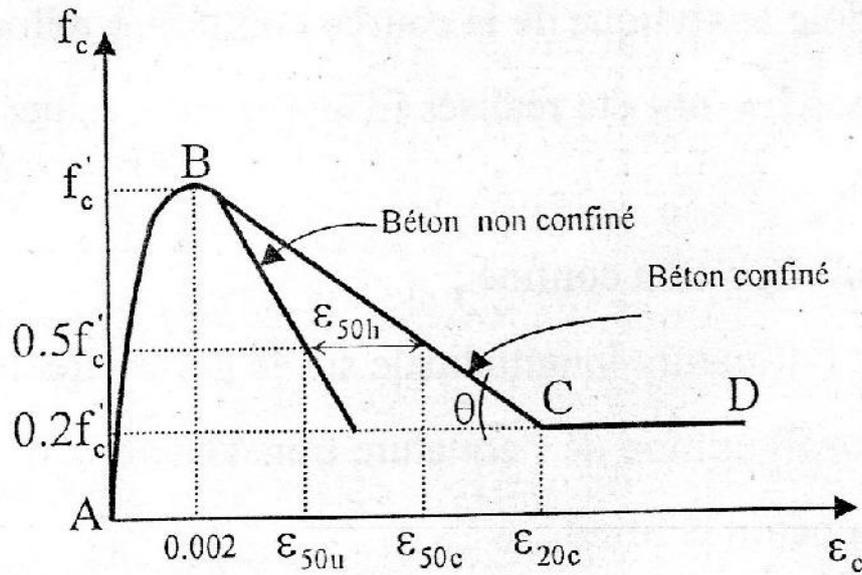


Figure II.2 : Courbe contrainte-déformation du béton confiné avec cadres rectangulaires [Kent et Park1971]

Région AB : $\epsilon_c \leq 0.002$

La partie ascendante de la courbe est représentée par une équation du second degré, semblable à celle de Hognestad et al. [15], Roy et Sozen [16], Soliman et Yu [17]. Il a été supposé que cette région (AB), l'armature de confinement n'affecte en aucun cas ni la contrainte pic ni sa déformation correspondante. Park et al. [7], ainsi que d'autres auteurs [15], supposaient que la dilatation transversale du béton pouvant générer des contraintes significatives dans l'acier de confinement ne se produit que lorsque la contrainte maximale du béton est pratiquement atteinte. Cependant, des essais conduits par Iyengar et al. [18] et d'autres [16] [17], ont montré que la présence des aciers transversaux dans les éléments en béton fortement comprimés améliore la résistance à la compression du béton. Toutefois, cette augmentation est jugée négligeable, chose que Roy et Sozen [16] ont démontrée dans leurs essais où aucun gain en résistance n'a été enregistré. Dans tous les cas, la contrainte pic supposée est considérée être du côté conservateur. Quant à la déformation correspondante à la contrainte pic, il a été constaté qu'elle peut être affectée par la présence du confinement et le gradient de déformation, toutefois cette amélioration est suivie par une infime augmentation de la résistance. Par conséquent la courbe contrainte-déformation passera quasiment par le point supposé dans le modèle où la déformation est prise égale à 0.002.

Ainsi pour la région AB

$$f_c = f'_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{0.002} - \left(\frac{\varepsilon_c}{0.002} \right)^2 \right] \quad (\text{II.3})$$

Région BC : $0.002 < \varepsilon_c < \varepsilon_{20c}$

La branche descendante de la courbe est supposée linéaire, la pente est déterminée en fonction de la variation de la résistance et l'armature de confinement. Pour inclure l'effet de la résistance du béton sur la pente, Park a étudié la variation de la contrainte maximale versus la déformation correspondante à une chute de la contrainte de 0.5 la contrainte pic, comme suggéré par Roy et Sozen [16]. Il en découle de l'étude des résultats d'essais que les points suivent raisonnablement l'expression proposée :

$$\varepsilon_{50u} = \frac{3 + 0.29f'_c}{145f'_c - 1000} \quad (\text{II.4})$$

f'_c en MPa

En plus de l'effet de la résistance vient s'associer celui du confinement qui tend à réduire la pente de la branche descendante. Les paramètres caractérisant l'influence du confinement dans ce cas sont :

- A_t : aire de la section droite de la barre transversale;
- S : espacement entre centres de l'acier transversal;
- $\frac{s}{b_c}$: rapport de l'espacement de l'acier transversal et la dimension minimale du noyau confiné dans la quelle $b_c \leq d_c$;
- $\frac{\varnothing_t}{b_c}$ et $\frac{\varnothing_t}{d_c}$: rapports entre le diamètre de la barre transversale et les dimensions du noyau;
- f_{yh} : contrainte limite de l'acier transversal;
- ρ_l : taux d'armature longitudinale;
- f'_c : résistance du béton.

L'effet du premier et deuxième paramètre est généralement exprimé par le rapport volumétrique de l'armature de confinement.

$$\rho_{sh} = \frac{2(b_c + d_c)A_t}{s b_c d_c} \quad (\text{II.5})$$

où b_c et d_c sont respectivement la largeur et la profondeur du noyau confiné.

Chapitre II Etat de l'art

La troisième variable met en certitude l'effet de l'action d'arc développé entre barres transversales suite à une configuration d'armatures transversales donnée. Pour un même taux d'armatures transversales et différents espacements, il est évident que l'effet du confinement est plus prononcé dans le cas d'espacements réduits parce qu'il est clair que des rapports $\frac{s}{b_c}$ élevés engendrent implicitement dans l'aire du noyau des contraintes moyennes plus petites. Par conséquent le rapport $\frac{s}{b_c}$ est un moyen d'exprimer l'efficacité du type de configuration des aciers transversaux pour un même rapport volumétrique ρ_{sh} .

L'influence du diamètre de l'armature transversale ϕ_t sur l'efficacité du confinement est apparente. Si le rapport, $\frac{\phi_t}{b_c}$ ou $\frac{\phi_t}{d_c}$ des aciers transversaux devient faible, leur rôle se substitue simplement à celui de cadres pour armature longitudinale parce que la rigidité flexionnelle de la barre transversale est tellement faible que l'acier se déforme en forme d'arc vers l'extérieur plutôt que servir comme étreinte latérale sur le béton. A l'opposé, pour des rapports $\frac{\phi_t}{b_c}$ ou $\frac{\phi_t}{d_c}$ importants, l'aire effective de confinement devient plus grande. Cependant, Park et al. [7] n'ont pas pris en considération l'effet de ce paramètre vu le manque de données expérimentales sur ce point et qu'en pratique les diamètres utilisés vont générer principalement un effet de confinement dans les angles.

La contrainte d'écoulement de l'acier transversal semble à première vue avoir une incidence directe puisque elle indique la limite de la force de confinement disponible. Cependant, il n'est pas certain que la contrainte dans l'acier transversal atteindra la limite élastique [7], donc aucune supposition n'a été faite sur cette variable.

Aussi l'effet du taux d'armatures longitudinales n'a pas été pris en considération et que dans leur étude, Park et al. [7] ont considéré que le confinement n'est dû qu'à l'armature transversale.

Les résultats expérimentaux n'ont révélé aucun effet marquant dû au gradient de déformation, par conséquent il a été simplement ignoré. Sur la base des résultats expérimentaux l'effet du confinement sur la ductilité d aux aciers transversaux est représenté par la relation :

$$\varepsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_{sh} \sqrt{\frac{b_c}{s}} \quad (\text{II.6})$$

Selon la figure II.2, l'équation de la branche descendante s'écrit :

$$f_c = f'_c [1 - z (\varepsilon_c - 0.002)] \quad (\text{II.7})$$

avec :

$$Z = \frac{0.5}{\varepsilon_{50h} + \varepsilon_{50u} - 0.002} \quad (\text{II.8})$$

où ε_{50h} et ε_{50u} sont données respectivement par les équations II.4 et II.6.

Région CD : $\varepsilon_c \geq \varepsilon_{20c}$

$$f_c = 0.2 f'_c \quad (\text{II.9})$$

L'équation II.9 montre qu'au-delà de la déformation ε_{20c} , le béton est apte à supporter une contrainte de $0.2 f'_c$.

II.3.2. Modèle de Mander, Priestley et Park

La difficulté principale pour la détermination de la relation $\sigma - \varepsilon$ d'un béton fretté est la détermination de la résistance à la compression de confinement du béton. Cette information est obtenue de manière diverse. Richart, en 1928 [19] déjà, propose une équation (II.10) dont certains paramètres sont ajustés expérimentalement.

$$f'_{cc} = f'_{co} k_1 f_1$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{co} \left(1 + k_2 \frac{f_1}{f'_{co}} \right) \quad (\text{II.10})$$

où :

f'_{cc} = contrainte maximale du béton fretté [N/mm²] ;

f'_{co} = résistance à la compression sur cylindre non confiné en béton ;

f_1 = pression de confinement totale du béton ;

Chapitre II Etat de l'art

ε_{co} = déformation au maximum de contrainte f'_{co} ;

k_1, k_2 = paramètres calibrés expérimentalement.

Travaillant sur la base des travaux antérieurs, Mander, Priestley et Park (1984) [20] établissent une méthode pour déterminer f'_{cc} :

- f_l pour une colonne circulaire ;
- f_{lx} et f_{ly} pour une colonne de forme rectangulaire ou carrée.

Ces valeurs sont calculées chacune suivant une direction perpendiculaire à un côté.

Les pressions latérales de confinement sont établies grâce à la formule II.11 suivant la direction x dans ce cas. Cette formule est fonction de la limite élastique des étriers (f_{yh}), de la distance entre les étriers (s), de la distance d'axe à axe des étriers dans la direction où l'on calcule la pression (c_y) et de la quantité d'acier d'étrier présente dans cette direction (A_{sx}).

$$f_{lx} = \frac{A_{sx}}{s \cdot c_y} f_{yh} \quad (\text{II.11})$$

Il ne reste donc plus qu'à calculer la contrainte effective latérale de confinement suivant les deux directions avec la formule II.12 établie pour la direction x.

$$f'_{lx} = \frac{A_c}{1 - \rho_c} f_{lx} \quad (\text{II.12})$$

A_c = surface de la zone confinée transversale [mm²] ;

f_{lx} = pression latérale de confinement [N/mm²] ;

ρ_{cc} = rapport entre la surface d'acier longitudinal et la surface de béton confiné.

La seconde étape consiste à déterminer la valeur de f'_{cc} :

Chapitre II Etat de l'art

- Pour les colonnes circulaires, une formule analytique est fournie ;
- Pour les colonnes de formes rectangulaires ou carrées, ils utilisent un abaque à 2 entrées (f'_{lx} et f'_{ly}) et obtiennent le rapport $\frac{f'_{cc}}{f'_{co}}$.

Connaissant la résistance à la compression du béton fretté et la déformation au maximum de contrainte, les auteurs utilisent la formulation de Popovics [21] afin d'écrire leur loi de comportement (équation II.13) sous l'effet des armatures:

$$= \frac{f'_{cc} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^r}{r-1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \right)^r} \quad (\text{II.13})$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$$

$$\begin{cases} E_c = 5000 \sqrt{f'_{co}} \\ E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left(1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right) \quad (\text{II.14})$$

E_c = module tangent [N/mm²] ;

E_{sec} = module sécant [N/mm²] ;

f'_{cc} = résistance en compression du béton fretté ;

f'_{co} = résistance en compression du béton non fretté ;

= déformation ;

ϵ_{co} = déformation au maximum de contrainte pour le béton non fretté ;

ϵ_{cc} = déformation au maximum de contrainte pour le béton fretté.

A la figure II.3, nous portons les déformations aux maxima (ϵ_c) correspondant aux résistances des bétons. La courbe composée des points circulaires représente les valeurs obtenues avec la formule II.14 (M&P&P ; colonne de 180×180mm, 4 12, valeur de confinement 0.002571) tandis que les triangles représentent les valeurs « confinées » ϵ_{co} obtenues par la loi de fib non confinée (fib-NC) [22]. On observe que les déformations aux maxima ϵ_c sont toutes plus élevées que les valeurs ϵ_{co} fournies par les relations fib non fretté. Pour les faibles résistances, les déformations sont très grandes. Alors que pour des résistances plus élevées, les deux courbes sont relativement parallèles

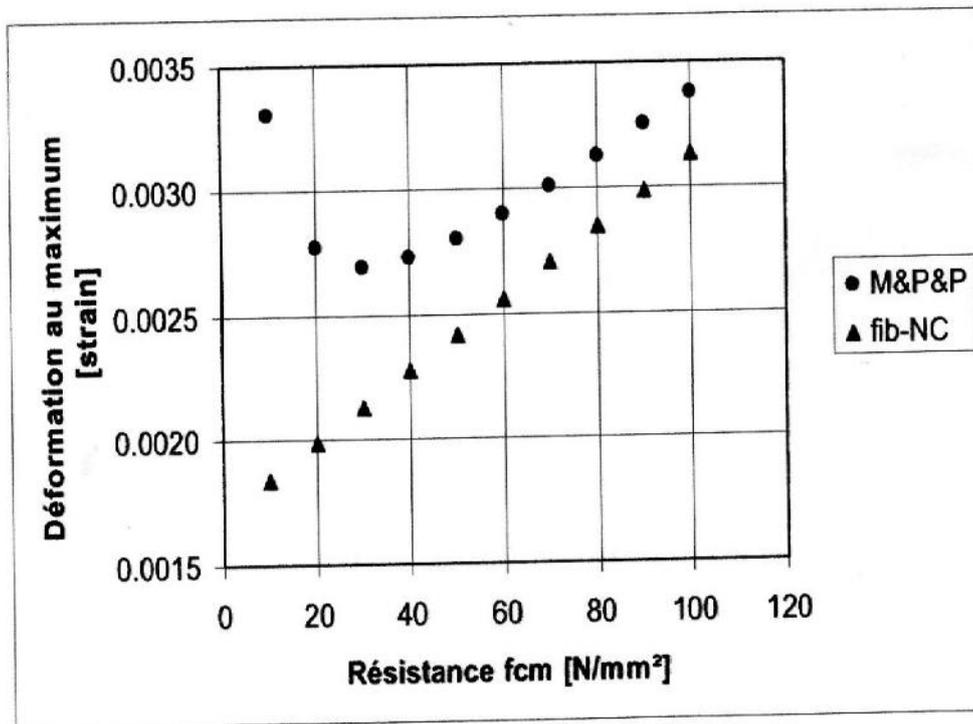


Figure II.3 : Comparaison des déformations au maximum pour les lois : Mander, Priestley et Park avec la loi Fib-NC

La figure II.4 présente les modules d'élasticité de cette loi de Mander, Priestley et Park comparés à ceux du modèle fib non fretté. Aux faibles résistances du béton (par exemple 20 N/mm²), le module est sous estimé et semble peu crédible. A résistance plus élevée (par exemple 50 N/mm²), les modules sont légèrement plus élevés mais restent dans une gamme acceptable.

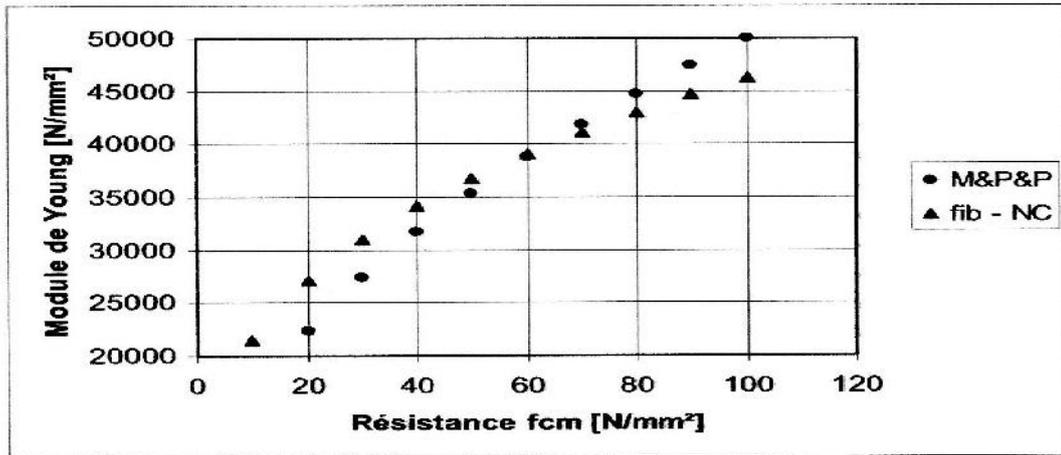


Figure II.4: Comparaison des modules d'élasticité des lois : Mander, Priestley et Park avec la loi Fib-NC

II.3.3. Sheikh et Uzumeri

C'est en 1982 que Sheikh et Uzumeri [6] publient une explication rationnelle concernant l'effet de confinement du béton (Sheikh and Uzumeri, 1982). Cette explication constitue la base de nombreuses lois établies ultérieurement par de nombreux chercheurs. Pour Sheikh et Uzumeri, la détermination de la résistance du béton confiné se définit comme une fonction :

- de la valeur de la résistance au centre du béton ;
- du volume total d'acier ;
- de l'espacement des étriers ;
- de la limite élastique des étriers ;
- de la configuration des étriers ;
- de l'effet des dimensions de la section.

La surface du béton confiné, se trouve à l'intérieur du quadrilatère formé par les axes de chaque brin des étriers (dans le cas de colonne à section carrée ou rectangulaire (figure II.5)).

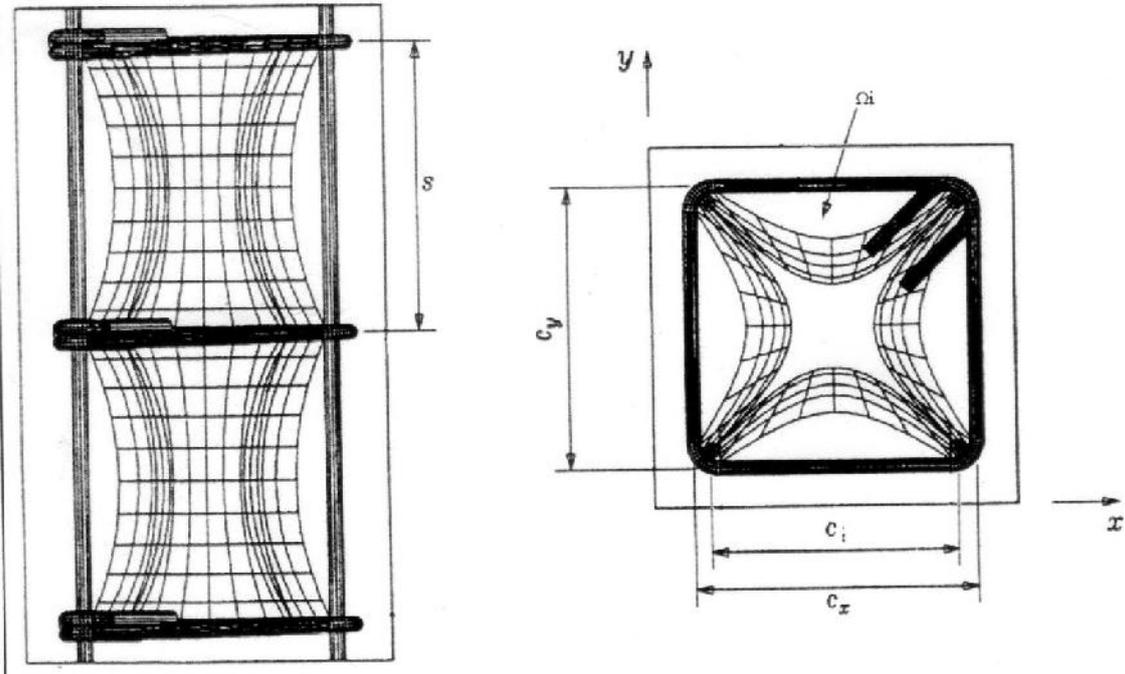


Figure II.5: Représentation du confinement d'une colonne carrée

Entre deux barres longitudinales se crée un effet de voûte. La surface i comprise entre cette voûte et l'axe du brin est définie par la formule II.15. Ces différentes surfaces seront soustraites de celle du quadrilatère.

$$i = \frac{C_i^2}{\alpha} \quad (\text{II.15})$$

- C_i : distance entre deux barres longitudinales successives (mm)
- α : valeur numérique définie à 4 par Sheikh et Uzumeri et à 6 par Mander et al. (Mander et al. 1988) [8].

La surface confinée dans le plan des étriers (transversal) est donc :

$$A_c = c_x * c_y - \sum_{i=1}^n \frac{C_i^2}{\alpha} \quad (\text{II.16})$$

c_x : distance d'axe à axe des étriers extérieurs dans une direction (mm) ;

Chapitre II Etat de l'art

c_y : distance d'axe à axe des étriers extérieurs dans l'autre direction (mm) ;

A_c : surface de la zone confinée transversale (mm²).

Cette surface A_c devra encore être modifiée du fait qu'un effet de voûte se crée également entre deux étriers successifs dans le sens de la hauteur de la colonne. L'équation II.17 nous donne la valeur finale :

$$A_c = \left(c_x * c_y - \sum_{i=1}^n \frac{c_i^2}{\alpha} \right) \left(1 - \frac{s}{2c_x} \right) \left(1 - \frac{s}{2c_y} \right) \quad (\text{II.17})$$

s : distance d'axe à axe des étriers successifs (mm)

Pour déterminer la contrainte maximale du béton fretté, les auteurs utilisent la formule générale suivante :

$$f_{cc} = 0.85 f'_c \left(1 + \frac{A_c \beta \sqrt{\rho_s f'_s}}{P_{oc}} \right) \quad (\text{II.18})$$

f'_c : contrainte du béton non confiné

f'_s : limite élastique de l'acier

ρ_s : rapport entre le volume latéral de renforcement et le volume du béton confiné

β : constante

$$P_{oc} = 0.85 f'_c (C_x C_y - A_s)$$

- C_x : distance d'axe à axe des étriers extérieurs dans une direction
- C_y : distance d'axe à axe des étriers extérieurs dans l'autre direction
- A_s : surface totale de l'armature longitudinale.

II.3.4 Loi de comportement de Cusson et Paultre

Cusson et Paultre (1994) [23] formulent trois variantes pour la détermination de la valeur f_{cc} .

- La première variante est l'obtention d'une relation (II.19) pour f_{cc} extraite de la généralisation d'essais expérimentaux couvrant une large plage de confinements différents, et de résistances de bétons comprises entre 60 et 120 N/mm².

$$\frac{f_{cc}}{f_{co}} = 1 + 2.1 \left(\frac{f_{le}}{f_{co}} \right)^{0.7} \quad (\text{II.19})$$

f_{cc} = contrainte maximale du matériau confiné

f_{co} = contrainte maximale du béton non fretté

f_{le} = pression latérale due au confinement

- La seconde variante concerne la pression latérale de confinement. Après avoir réalisé des expériences, ils se sont rendu compte que les aciers constituant les étriers ne plastifiaient pas obligatoirement. Les auteurs ont alors développé une procédure itérative afin de déterminer au mieux la contrainte dans les aciers. Cette technique figure dans leur article (Cusson et Paultre, 1994);
- La troisième variante concerne le classement du confinement. Ils effectuent une différenciation des colonnes en fonction du rapport $\frac{f_{le}}{f_{co}}$. Trois catégories sont établies :

✓ Classe 1 : (confinement faible) $0.00 < \frac{f_{le}}{f_{co}} < 0.05$

✓ Classe 2 : (confinement moyen) $0.005 < \frac{f_{le}}{f_{co}} < 0.20$

✓ Classe 3 : (confinement élevé) $0.20 < \frac{f_{le}}{f_{co}}$

La figure II.6 représente le rapport de $\frac{f_{cc}}{f_{co}}$ en fonction du rapport de la pression latérale

$\frac{f_{le}}{f_{co}}$. Nous observons donc que pour un confinement considéré comme nul la résistance $f_{cc} = f_{co}$ et correspond au cas des bétons non frettés.

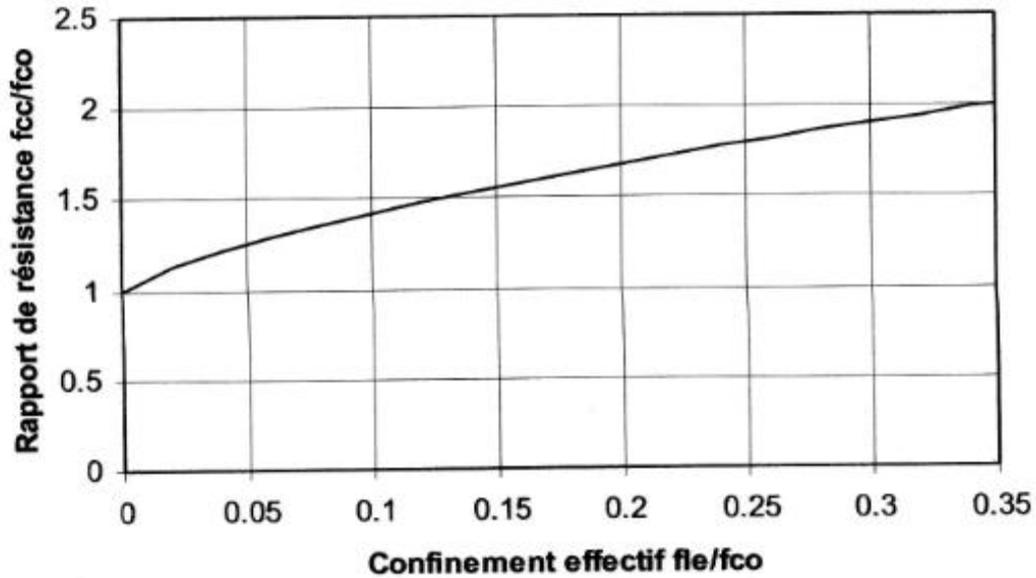


Figure II.6 : Evolution du confinement en fonction de la pression latérale

La déformation ε_{cc} à la valeur de f_{cc} est $\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} + 0.21 \left(\frac{f_{le}}{f_{co}} \right)^{1,7}$

II.3.5 Mander et al (1988) [8]

L'approche développée est d'unifier un modèle contrainte-déformation applicable aux différentes formes de section et à toute intensité de confinement (figure II.7). L'aire hachurée dans la figure II.7 caractérise l'énergie additionnelle qui peut être absorbée dans la section confinée. Il est reconnu que le rapport entre la déformation maximale du béton confiné à celle du béton non confiné est de l'ordre de 4 et 15, ce qui explique l'effet bénéfique du confinement du béton dans les zones de structure en béton qui potentiellement vont dissiper l'énergie en cas d'évènement sismique [24].

La contrainte effective latérale de confinement, égale dans chaque direction, a été trouvée fonction du rapport des résistances à la compression du béton confiné f'_{cc} et non confiné f'_{co} .

La courbe contrainte-déformation présente dans une première phase, une partie ascendante dépend du module sécant correspondant au pic de la courbe.

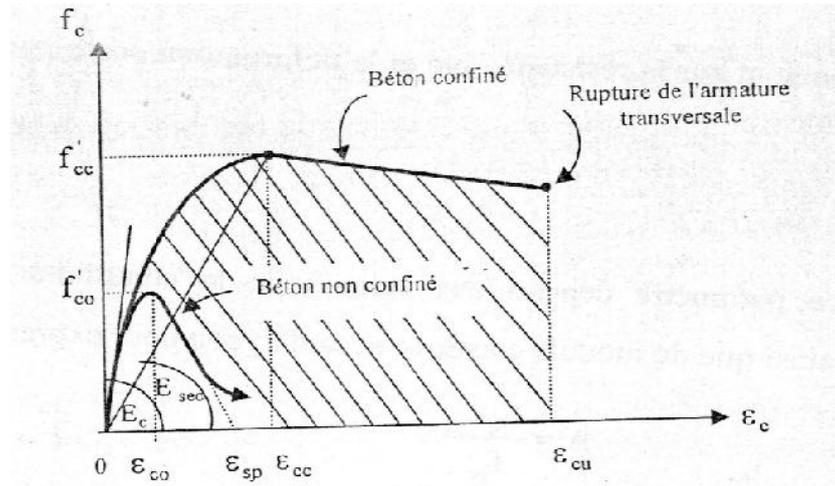


Figure II.7 : Courbe contrainte-déformation, Mander et al. [8]

Les équations décrivant la courbe contrainte-déformation du béton confiné sont données par les expressions :

$$f_c = \frac{f'_{cc} \cdot x \cdot r}{r - 1 + x^r} \quad (II.20)$$

où f'_{cc} représente la contrainte de compression du béton confiné

avec :

$$f'_{cc} = f'_{co} \left(-1,254 + 2,254 \sqrt{1 + \frac{7,94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right) \quad (II.21)$$

$$f'_l = k_e \rho_s f_{yh}$$

avec :

$k_e = 0,95$ pour les sections circulaires

$k_e = 0,75$ pour les sections rectangulaires

f'_l : pression latérale de confinement ;

ρ_s : pourcentage des armatures transversales ;

f_{yh} : limite d'élasticité des armatures transversales.

$$\chi = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (\text{II.22})$$

avec ε_c , le raccourcissement du béton comprimé

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left(1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right) \quad (\text{II.23})$$

ε_{co} , la déformation correspondante à la contrainte pic du béton confiné

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$$

où : $E_c = 5000 \sqrt{f'_{co}}$ (MPa)

E_c , le module d'élasticité longitudinale du béton

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}}$$

E_{sec} , le module sécant.

En conclusion nous remarquons, qu'il existe des différences entre les lois. Certaines sont très difficiles à utiliser vu le nombre d'essais nécessaires pour définir les différents paramètres des lois.

La grande majorité des lois récentes simulent de manière identique la partie ascendante des courbes - . En revanche, la partie post-maximum semble être souvent fonction d'essais et de prise en compte de paramètres très différents en fonction de ce que l'on étudie. Les articles faisant la synthèse de différentes lois comparées aux résultats expérimentaux montrent une grande variation entre les différents modèles et ce pour différents paramètres. Il est donc peu aisé d'effectuer un choix.

-II.4. RELATION CONTRAINTE DEFORMATION DU BETON CONFINE

La relation contrainte- déformation proposée pour le béton confiné est représentée dans la figure II.8. Elle est composée de trois régions. La partie ascendante consiste en une parabole du second degré suivie par une droite linéaire concrétisant la partie descendante. La courbe est complétée par une droite dont l'intensité de la contrainte est de 20% la contrainte pic. L'expression suivante est proposée pour la partie ascendante :

$$0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_1 f_c = f'_{cc} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} \right) - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{(1+2K)}} \quad (II.20)$$

où k est un paramètre destiné à prendre en compte l'effet du confinement.

$$\varepsilon_1 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20} f_c = f'_{cc} - \frac{0.15 f_{cc}}{\varepsilon_{85} - \varepsilon_1} (\varepsilon_c - \varepsilon_1) \quad (II.21)$$

$$\varepsilon_c \geq \varepsilon_{20} f_c = 0.2 f'_{cc} \quad (II.22)$$

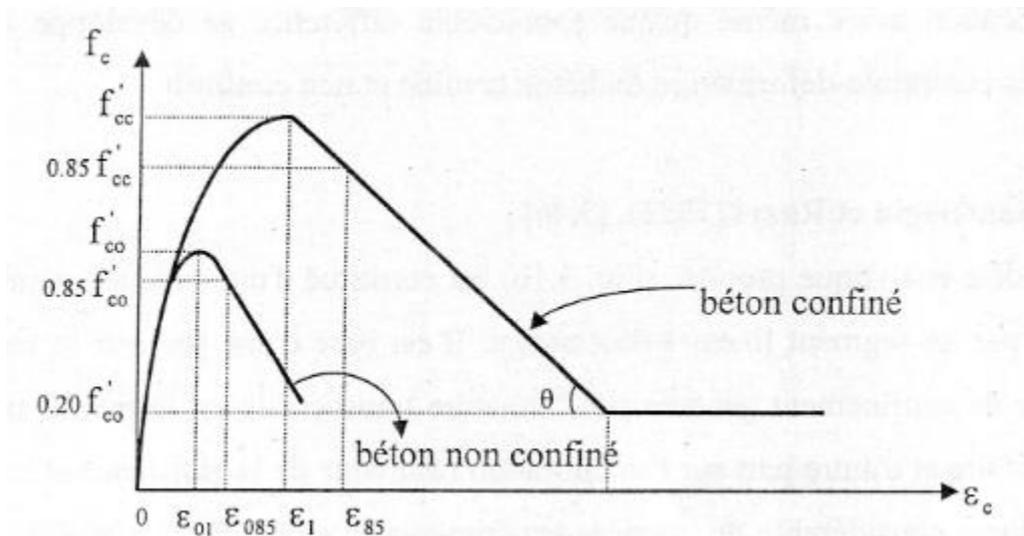


Figure II.8: Courbe contrainte-déformation du béton confiné, Saatcioglu et al. [25]

La relation contrainte-déformation proposée devient identique à celle proposée par Hognestad et al. [15] pour le béton non confiné, où les effets du confinement sont négligeables et la pression latérale de confinement est nulle.

II.5. ETUDE DES PARAMETRES DE CONFINEMENT

Plusieurs chercheurs se sont penchés sur l'effet des armatures transversales sur le comportement des poutres en béton armé (voir tableau II.1) [1]

Auteurs	Nb	a/b	FcMPa	ρ_t %	ρ_l %	Commentaires
Ahmed and lue 87	54 Poutres	1 à 4	63 à 70	0	0,47 à 6,64	Béton HP
Ahmed, Khaloo and Poveda 86	36 poutres	1 à 4	63 à 70	0	1,77 à 6,64	Béton HP
Anderson and Ramirez 89	2 × 12 Poutres	2,65	29 à 33	0,4	2,31	12 poutres étroites :forme des cadres variable 12 poutres larges :répartition variable
Debaiky and Eliema 82	33 poutres	1,6 à 6	20	1,98 à 4,19	1,9 à 3,0	Poutres à âmes inclinées
Elzanaty, Nilson and Slate 86	18 poutres	2 à 6	21 à 83	0 et 1,7	0,6 à 2,5	
Hsiung and Frantz 85	5 poutresec h 1/3	3	43	1,19	1,82	Influence de largeur de poutre
Johnson and Ramirez 89	8 poutres	3,1	14 à 42	0 à 1,4	2,49	
Narayanan and Darwish 87	24 poutres	2 à 3	79 à 92	0 à 1,0	2,0 et 5,72	Béton de fibre et béton normal
Niyogi and Dwarakanathan 87	30 poutres	2 à 6	18 à 51			Torsion et cisaillement
Salendra and Ahmed 89	16 poutres	0,56 à 2,63	54 à 72	0 et 0,76	1,45	Mesure de la contribution du béton à la résistance
Smith and Vantsiotis	52 poutres	0,77 à 2,01	16 à 22	0 et 1,25	1,94	Influence de s Poutres hautes

Tableau II.1.

Les différents paramètres pris en charge sont :

- Le taux, la répartition et la forme des armatures transversales :
- le taux d'armatures longitudinales ;
- la résistance à la compression du béton ;
- le rapport portée de cisaillement sur hauteur effective a/d ;
- la vitesse de chargement.

II.5.1. Armatures transversales

Pour combler le fossé dû au couplage, l'usage est de placer des armatures transversales dans la poutre.

Les armatures transversales ont un rôle important lorsque l'effort tranchant et la flexion sont couplés, elles permettent de changer le mode de rupture et d'augmenter la résistance ultime de la poutre. Par exemple, Kotsovos[KOT, 86] [26] montre qu'une poutre non armée transversalement qui cassait en « cisaillement – compression » de façon fragile (figure. II.9A) avec une seule fissure très ouverte est passée au mode de rupture en « flexion pure » beaucoup plus ductile (figure II.9B) avec plusieurs fissures peu ouvertes, sa résistance étant également augmentée.

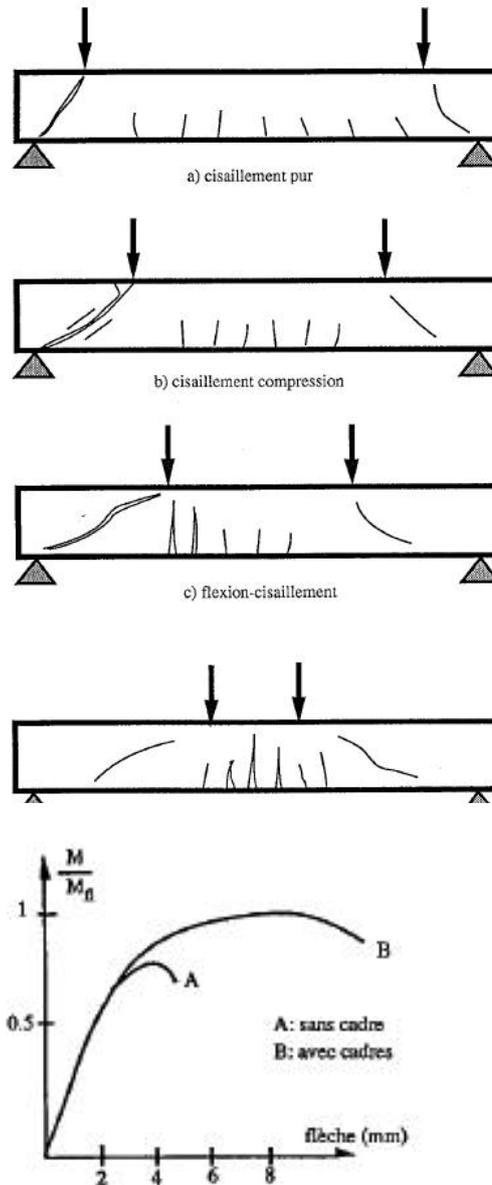


Figure II.9 : Courbe rapport $\frac{M}{M_{fl}}$ - flèche d'une poutre (D'après [KOT, 88]) [27]

II.5.1.2 Taux

Le taux de renforcement transversal ρ_t est défini comme le rapport du volume d'acier transversal sur le volume de béton de noyau. L'augmentation de ce taux fait croître la résistance et la ductilité du béton confiné.

II.5.1.3 Répartition

La répartition dans la section de la poutre et la forme des armatures transversales semblent avoir peu d'influence sur le comportement de celle-ci selon Hsiung et Frantz [HSI, 85] [28] alors que Anderson et Ramirez [AND, 89] [29] concluent en recommandant de répartir des armatures transversales dans la largeur pour les poutres larges et d'éviter l'utilisation de formes de cadres telles que celles décrites sur la figure II.10.

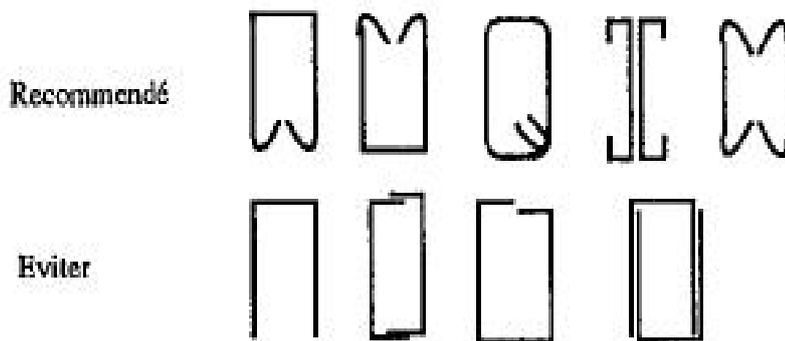


Figure II.10 : Forme des cadres recommandés et ceux à évités dans une poutre

(D'après [AND, 89])

Kotsovos est l'un des rares auteurs qui ait mesuré l'influence des cadres selon l'axe de la poutre [KOT, 84], [30][KOT, 86], [26]. Il a mené des essais de flexion 4 points sur les quatre poutres décrites sur la figure II.11a et a obtenu typiquement les courbes représentées sur la figure II.11.b. Il faut remarquer ici que les poutres A et C ont un comportement fragile tandis que B et D sont plus ductiles.

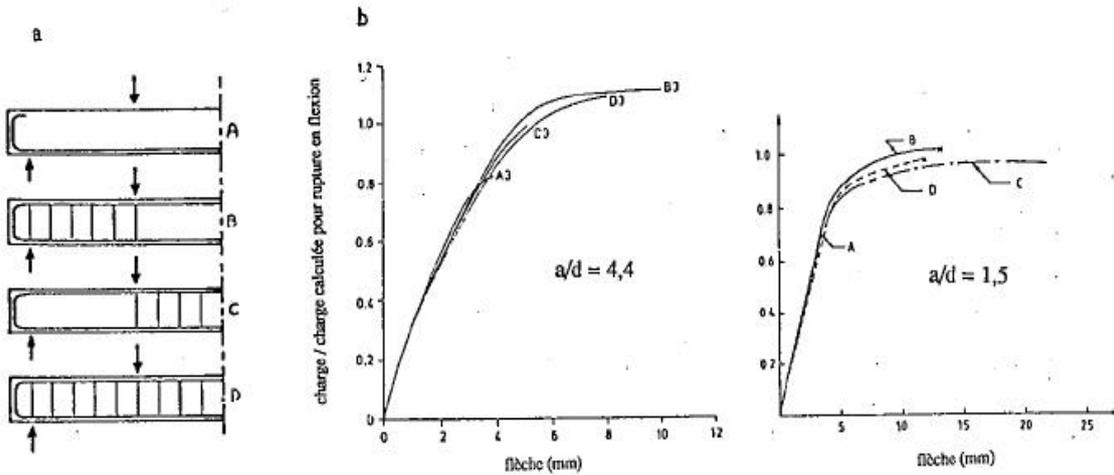


Figure II.11 : Effet de la répartition des cadres dans des poutres (flexion 4 points) (D'après IKOT, 88n) [27]

II.5.2 Armatures longitudinales

D'après Razvi et Saatcioglu [RAZ, 89], [31] avant 1975 les chercheurs ignoraient l'effet du renforcement longitudinal sur le confinement du béton. Il a été mis en évidence expérimentalement la première fois en 78 [SHE, 78] [32] puis confirmé [SCO, 82] [33] et [OZC, 87][34] que l'on pouvait augmenter la résistance et la ductilité des colonnes en répartissant l'acier longitudinal autour du béton de noyau et en maintenant chaque barre par une épingle ou une cerce. Les armatures longitudinales augmentent aussi la capacité de résistance à la flexion des poutres sans modifier notablement la résistance au cisaillement. Elles modifient donc le couplage effort tranchant-flexion.

II.5.3. Résistance à la compression du béton

La résistance au cisaillement du béton est liée à sa résistance en compression. Sur la figure II.12, ils ont reporté l'influence de ce paramètre sous la forme d'un diagramme ($f_c, V/bd$) pour différents a/d, dans le cas de poutres non armées transversalement [MPH, 84] [35]. La résistance de la poutre augmente plus rapidement avec la résistance du béton lorsque a/d est petit, là où le cisaillement prédomine et où les armatures longitudinales ont un rôle moins important.

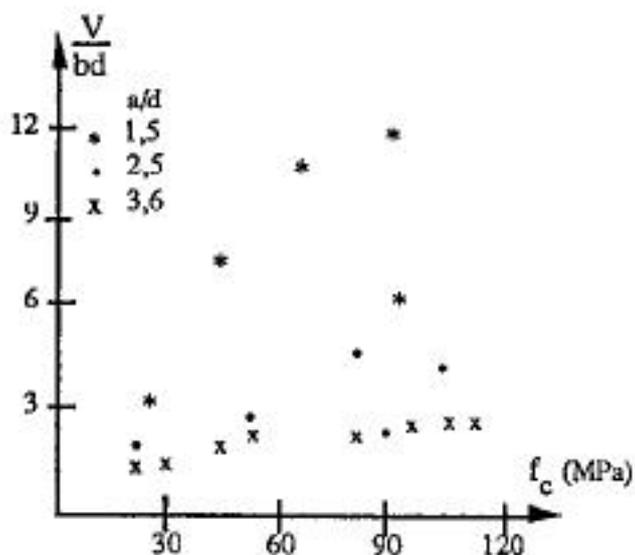


Figure II.12 : Influence de la résistance à la compression du béton (D'après MPH, 84n)

Sur la (figure II.13) nous pouvons voir l'influence du type de béton : béton à haute résistance (BHR, de 55 à 83 MPA), à résistance moyenne (BMR, de 34 à 55 MPA), et béton à basse résistance (BBR, jusqu'à 34 MPA). Nous constatons que les effets relatifs du confinement sont d'autant plus forts que la résistance du béton seul est faible.

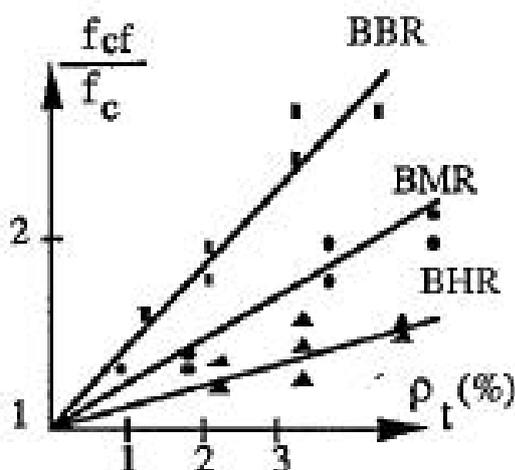


Figure II.13 : Influence de la résistance selon le type de béton (d'après MAR, 84)) [36]

II.5.4 Rapport a/d (portée de cisaillement/hauteur effective)

Sur (la figure II.14) ils ont représenté le rapport M_u/M_{fl} en fonction de a/d où M_u est le moment ultime (valeur maximum) supporté par les poutres lors des essais et M_{fl} le moment de capacité en flexion calculé (sous les hypothèses classiques de calcul des poutres à l'état limite ultime de flexion des règlements des mêmes poutres). Le diagramme, connu sous le nom de « vallée de KAN » [KANI, 64], [37] montre un affaiblissement de la résistance flexionnelle sous l'effet conjugué du moment et de l'effort tranchant par rapport à la résistance pure.

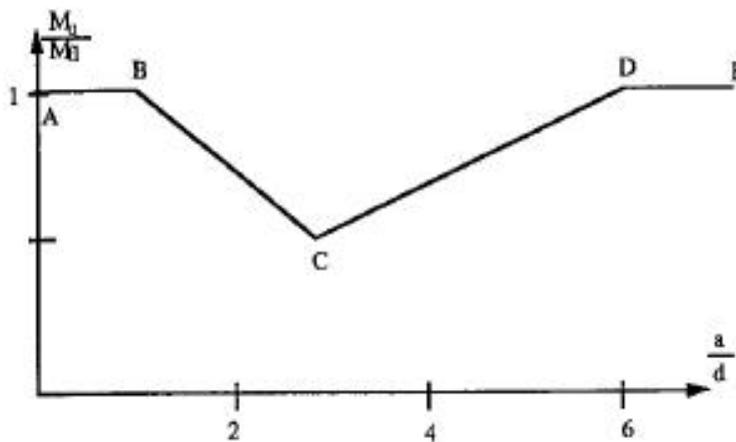


Figure II.14 : « Vallée de Kan » (d'après KANI, 64)

Ils ont pu (en simplifiant beaucoup) relier les quatre portions à quatre modes de rupture observés par les auteurs

L'effort tranchant prédomine sur la partie AB et ils ont constaté une rupture en « cisaillement pur » (figure II.14a) : la zone de béton comprimée (partie supérieure de la poutre) est soudainement cisailée dans le prolongement d'une fissure diagonale de tension entre le point d'application de la charge et l'appui. Ils ont noté que le rapport M_u/M_{fl} n'a plus beaucoup de signification lorsque a tend vers 0, les moments s'annulant pour $a = 0$, il est toutefois admis qu'il est égal à 1.

Le couplage flexion – effort tranchant qui se traduit par une baisse de la résistance de la poutre est visible sur les segments BC et CD. On distingue deux modes de rupture dans ce domaine, la rupture en « cisaillement – compression » (figure II.14b) caractérisée par l'écrasement du béton en compression près du point d'application de la charge et la rupture en « cisaillement – flexion » (figure II.14c) où la fissure diagonale et les fissures de flexion croissent simultanément de façon excessive. La rupture est d'autant plus fragile que le rapport a/d diminue.

La flexion prédomine sur la partie DE où l'on constate une rupture en « flexion pure » (figure II.14d) : des fissures verticales s'ouvrent puis le béton rompt en compression dans la zone centrale où le moment est constant. Les poutres fléchissent considérablement avant l'effondrement, elles ont un comportement ductile. L'effort tranchant n'a alors aucun rôle dans le comportement à la ruine.

II.5.5 Vitesse de chargement

Il est important de connaître le comportement du béton fretté sous charges sismiques, c'est pourquoi plusieurs auteurs ont mené des tests sous vitesses de chargement variables (figure II.15). Il est difficile d'estimer les effets découplés de la vitesse et du ferrailage à partir des résultats d'essais publiés dans la littérature.

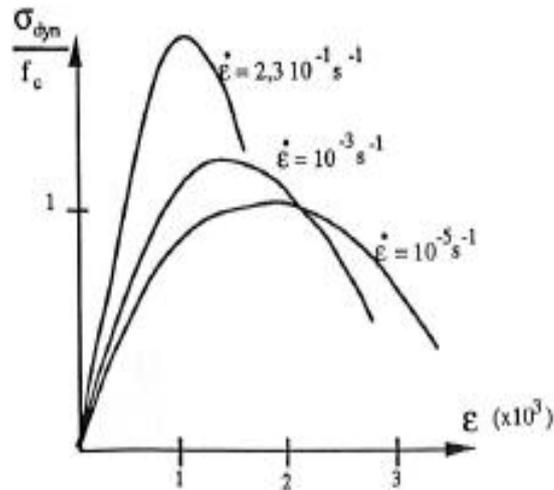


Figure II.15 : Effet de la vitesse de chargement (d'après [DIL, 84] [38])

II.6 Le tableau II.2 résume quelques résultats des paramètres de confinement dans les poutres d'après quelques chercheurs [1].

Paramètres		Compression	Flexion
Armatures transversales	taux	↑ R, ↑ ductilité	influence mode de rupture ↑ R, ↑ ductilité
	forme	désaccord	désaccord
	espacement	valeurs mini, désaccord	?
	résistance	↑ R	?
Armatures longitudinales	taux	↑ effet confinement	influence effet relatif ↑ R, ↑ ductilité
	répartition	influence effet confinement	?
Béton	résistance	↓ effet relatif confinement	↓ effet relatif
	taux de fibres	--	↑ R
Géométrie	a/d	--	influence mode rupture
Chargement	soll. composée	↑ ductilité	influence
	vitesse	↑ effet confinement	?

Tableau II.2

« ↑ » indique une augmentation

« ↓ » indique une diminution

« ? » indique que l'effet n'est pas relaté dans les articles étudiés

« désaccord » indique que les auteurs ne sont pas d'accord sur l'influence

CHAPITRE III

COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX.

BETON et ACIER

III.1 INTRODUCTION

Le béton est remarquable pour ses qualités de résistance à la compression, sa durabilité, son économie et son accessibilité technologique. Il est aussi connu par d'importantes variations de la résistance à la compression selon l'influence de divers facteurs comme : la durée de la charge, le nombre des répétitions de charge, la partition de la charge « des contraintes ».

Dans ce qui suit, nous présentons un aperçu du comportement mécanique du béton sous divers types de sollicitations : compression simple et cyclique, traction simple et cyclique, compression triaxiale. Cette partie a pour but de mettre en évidence le lien entre la fissuration et l'endommagement du béton. L'essai de traction- compression cyclique, par contre, a pour but de mettre en évidence l'effet de la fermeture des fissures (effet unilatéral). L'effet triaxial est dû à la pression latérale qui confine le béton en réduisant la tendance de la microfissuration et l'augmentation du volume juste avant rupture.

III.2 COMPORTEMENT DU B TON SOUS CHARGE UNI-AXIALE

III.2.1. Comportement en compression

L'essai de compression uni - axiale est un essai qui a largement été étudié afin de connaître la résistance en compression du béton. L'allure générale de la courbe contraintes-déformations est donnée par la figure III.1. Nous observons principalement que la réponse est presque linéaire jusqu'à 30% de la limite en compression simple. Cette valeur peut être prise comme limite élastique du matériau d'après Kotsovos et Newman (1978) [39]. En dépassant ce point, nous observons que la courbe devient de plus en plus non linéaire jusqu'à 75% de la limite en compression simple. Au-delà, la courbe présente un pic suivi d'une branche post-pic correspondant à un comportement adoucissant. La forme de cette courbe peut être traduite par le mécanisme d'évolution des micro - fissures observé par Chen (1982), [40], Mazars (1984) [41], Sinha et al (1964) [42].

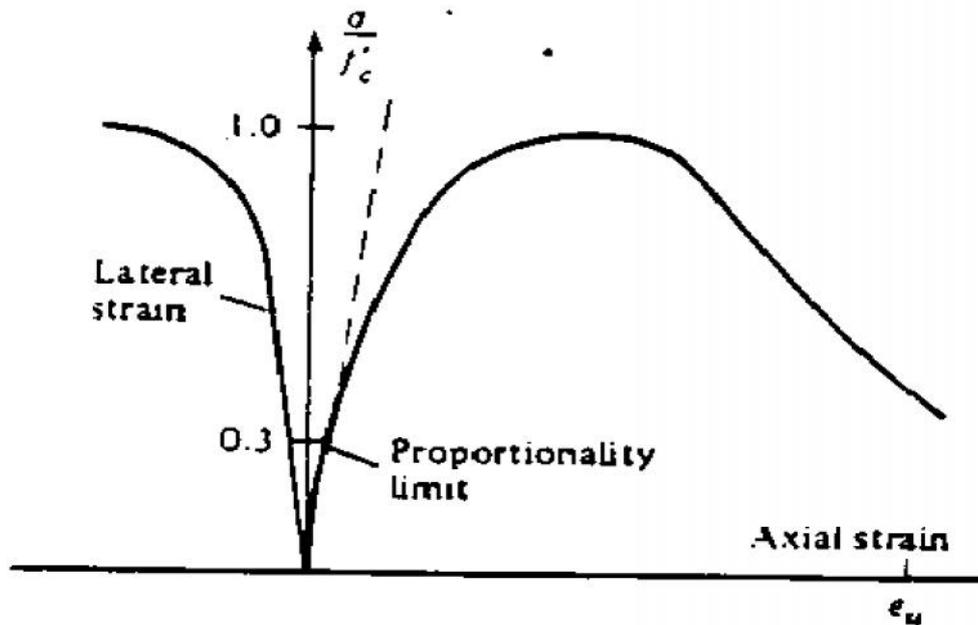


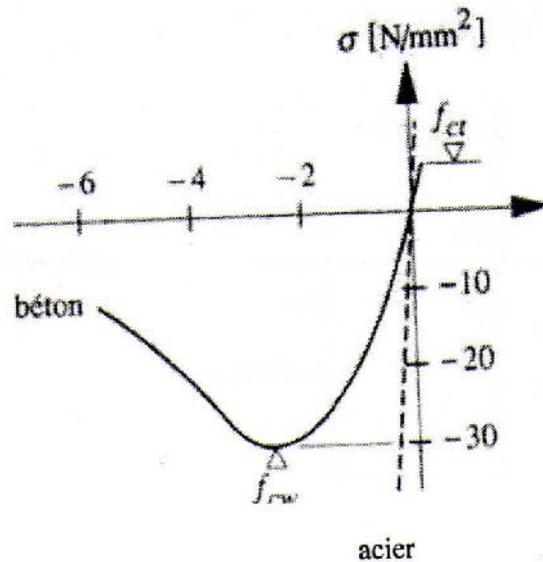
Figure III.1. Comportement du béton en compression simple (Chen 1982)

En compression, on peut distinguer les phases suivantes (Djerroud1992) [43]:

- 0% – 30% de f'_c : domaine élastique, le matériau présente alors une réponse linéaire, la microfissuration ne varie pas. Ce niveau de sollicitation dit « début de la fissuration localisée » est proposé par divers auteurs comme limite élastique.
- 30% – 50% de f'_c : les fissures d'interface commencent à croître. Les fissures dans le mortier sont rares, la relation contrainte – déformation cesse d'être linéaire.
- 50% – 75% de f'_c : les fissures d'interface commencent à se rejoindre en formant des fissures dans le mortier, tandis que d'autres fissures d'interface continuent à grandir.
- 75% de f'_c jusqu'à f'_c : on note une nette augmentation des fissures dans le mortier. A cette étape, la vitesse de déformation volumique change de signe, entraînant une expansion volumique pour des contraintes voisines de f'_c .
- Au delà de f'_c , le nombre de chemins de contraintes a considérablement diminué, la capacité de résistance du matériau s'épuise et la courbe contrainte – déformation présente alors une branche descendante dont la pente est d'autant plus grande que f'_c est élevée.

Le comportement du béton initialement rigidifiant, devient adoucissant. Cet endommagement du matériau se traduit lors d'une décharge par diminution sensible du module d'élasticité, ainsi que la présence de déformation anélastique.

La figure III.2 présente une courbe typique - du béton en compression simple et traction simple.



**Figure III.2 courbe - uni- axiale du béton
(compression simple et traction simple)**

La schématisation des courbes caractéristiques du béton sollicité à la compression, vérifiée expérimentalement et admise dans plusieurs pays, dont l'Algérie (C B A 93) [44] est celle réalisée par un diagramme simplifié en remplaçant la partie BC par une droite horizontale correspondant à f_c sur toute sa longueur : c'est le diagramme parabole – rectangle.

- Une branche de parabole passant par l'origine avec une déformation plastique linéaire pour $\sigma_b = f_{bc}$ (résistance limitée).
- Le sommet de la parabole a pour ordonnée la résistance de rupture à la compression du béton.
- L'extrémité de la courbe caractéristique a comme abscisse la déformation spécifique de rupture à la compression du béton (figure III.3).

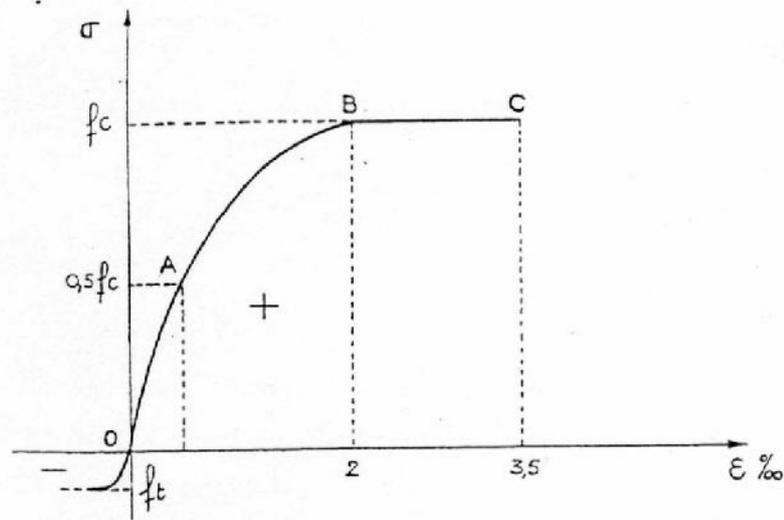


Figure III.3 Courbe de calcul (EUR2) [45]

III.2.2 Influence de la résistance du béton sur la courbe contrainte- déformation

La forme de la courbe (-) [HAN, 86] [46] est similaire pour les bétons à faible, normale et haute résistances. Nous remarquons que la partie de comportement linéaire pour les bétons à hautes résistances, s'étend jusqu'à un niveau de contrainte relativement plus élevé. Dans tous les cas, le pic correspond à une déformation sensiblement égale à 20%. La comparaison des parties post - pic des courbes - montre que le béton à haute résistance présente un comportement plus fragile [47].

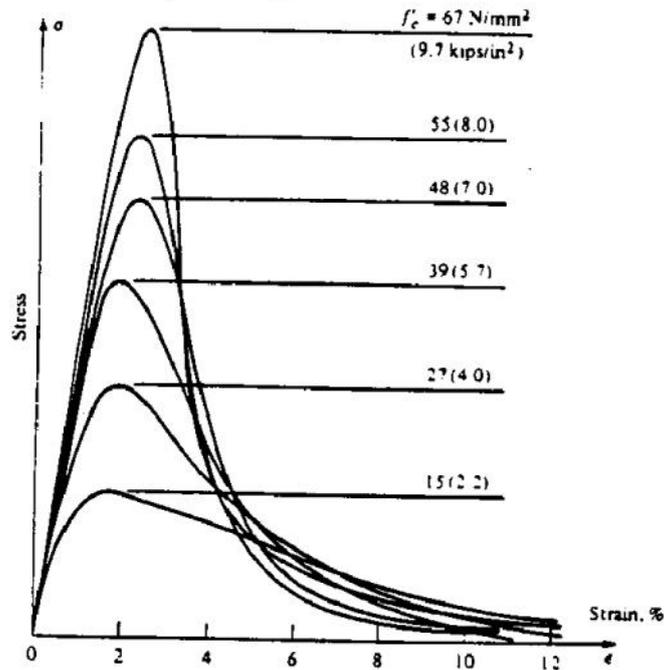


Figure III.4 Réponse du béton en compression uni - axiale [HAN, 86]

III.3. COMPORTEMENT DU BÉTON EN TRACTION

Bien que le béton soit principalement conçu pour résister à la compression, la connaissance de ses propriétés en traction est importante pour une description complète de son comportement matériel.

Le comportement du béton en traction est de nature fragile. L'état limite correspond à une perte brutale de la résistance pour un état de contraintes élevées, «situations sismiques», où la fissuration est complètement développée, la loi contrainte - déformation en traction du béton présente peu d'intérêt pratique et se ramène à une loi linéaire. Elle peut être utile pour l'étude de la formation et du développement des fissures.

La figure III.5 présente la courbe (-) du béton en traction uni - axiale obtenue par Hughes et Chapman (1966) [48]. Toutes les courbes sont presque linéaires jusqu'à un niveau de contrainte proche de la résistance du béton à la traction. La forme de ces courbes montre plusieurs similarités avec les courbes de compression uni- axiales.

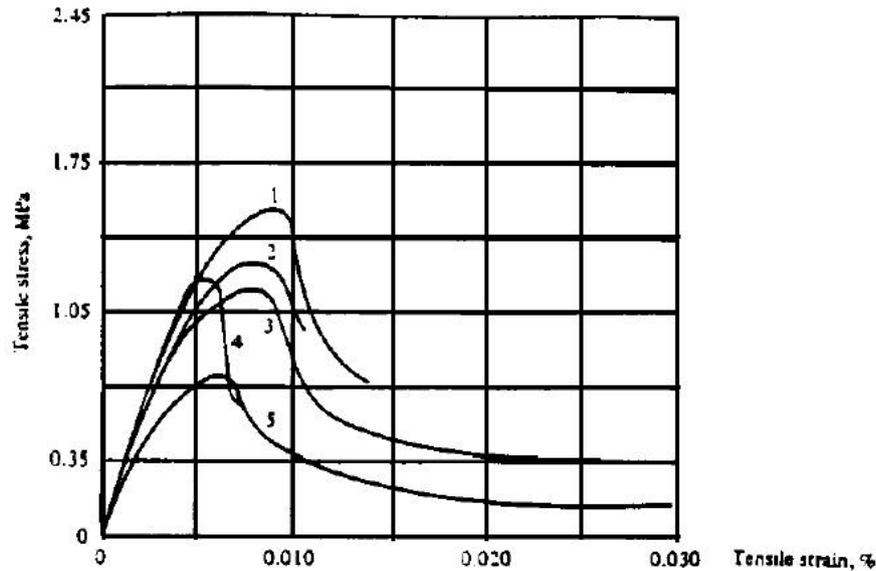


Figure. III.5 Courbes - du béton en traction

Quelques différences existent cependant, qui doivent être discutées. Pour des contraintes inférieures à 60% de la résistance uni - axiale à la traction f_t la création de nouvelles fissures est négligeable. Ainsi, ce niveau de contrainte correspond à la limite de l'élasticité. Au delà, les pointes de fissures engendrent l'amorce et la propagation d'une macro-fissure. Les courbes s'écartent de la droite élastique. Comme la traction favorise plus que la compression la propagation des fissures, le domaine de stabilité des fissures est relativement court.

Les conséquences de la propagation rapide des fissures sont:

- la chute brutale de la contrainte, ceci se manifeste par le caractère fragile du béton en traction.
- Le rapport entre la résistance à la compression et celle à la traction peut varier considérablement.
- Le module d'élasticité en traction uni-axiale est légèrement supérieur et le coefficient de poisson est légèrement inférieur à ce qui est observé en compression uni- axiale.

Lorsqu'une éprouvette en béton est chargée en traction jusqu'à atteindre le régime adoucissant, puis rechargée en compression, une restauration progressive de la raideur est observée, Ju (1989) [49] et Ramtani (1980) [50]. Cette propriété du béton est appelée l'effet unilatéral. Elle est due au fait que les fissures ne se ferment que partiellement lorsque la contrainte de traction appliquée s'annule. En revanche, lorsque la contrainte de compression appliquée devient assez importante, une fermeture quasi- complète de la fissure se produit. Une restauration de la raideur est alors observée et le comportement du matériau devient semblable à celui du matériau sain.

La figure III.6 [51] présente la courbe contrainte - déformation pour un béton en traction simple (essai de traction directe). Dans cette figure, on peut distinguer deux phases importantes du comportement du béton : la première phase présente une partie ascendante raide, la deuxième phase présente une branche descendante raide au début et plus ou moins

plate jusqu'à rupture. Le module de Young à l'origine reste le même que celui en compression. Cette figure montre bien ces aspects.

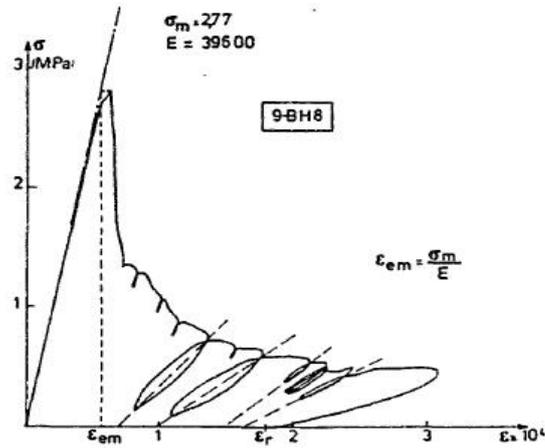
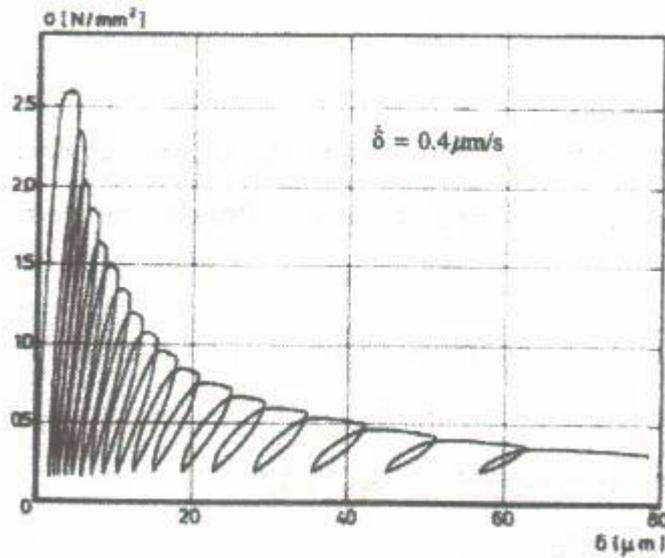


Figure III.6 Comportement du béton en traction directe (Terrien 1980) [51]

Il faut remarquer qu'après le pic de contrainte, on ne peut plus définir exactement la déformation qui n'est plus qu'une mesure de déplacement sur une longueur de base fixée. En effet, il y a localisation des déformations dans la fissure pour l'essai de traction, dans une zone fortement micro-fissurée dégénérant en rupture par glissement pour l'essai de compression [TORRENTI 89] [52].

L'essai de traction cyclique présenté à la figure III.7 permet de confirmer le rôle prépondérant du développement de la microfissuration qui provoque une dégradation des caractéristiques élastiques du matériau. On note sur la figure III.7 que les boucles d'hystérésis sont très faibles. Ceci paraît logique si l'on admet qu'elles sont principalement dues à des phénomènes de frottement entre lèvres de micro-fissures, phénomène peu important dans ce type de sollicitation.



**Figure III.7 Comportement cyclique du béton en traction
(Reinhardt & Comeilessen 1984)**

III.4 COMPORTEMENT BI AXIAL DU BÉTON

La figure III.8 présente un état de contrainte bi axiale de compression, la résistance à la compression est légèrement augmentée (Branche C.B de la courbe). Lorsque les deux contraintes ont des valeurs voisines, l'augmentation de résistance est comprise entre 15 et 27%. Par contre, si la deuxième sollicitation est une traction, la résistance à la compression du béton décroît très rapidement (Branche C.T de la courbe), de plus le comportement du matériau devient de plus en plus fragile.

On peut lutter contre ce phénomène en augmentant la quantité d'armatures qui s'opposent à la déformation transversale du béton.

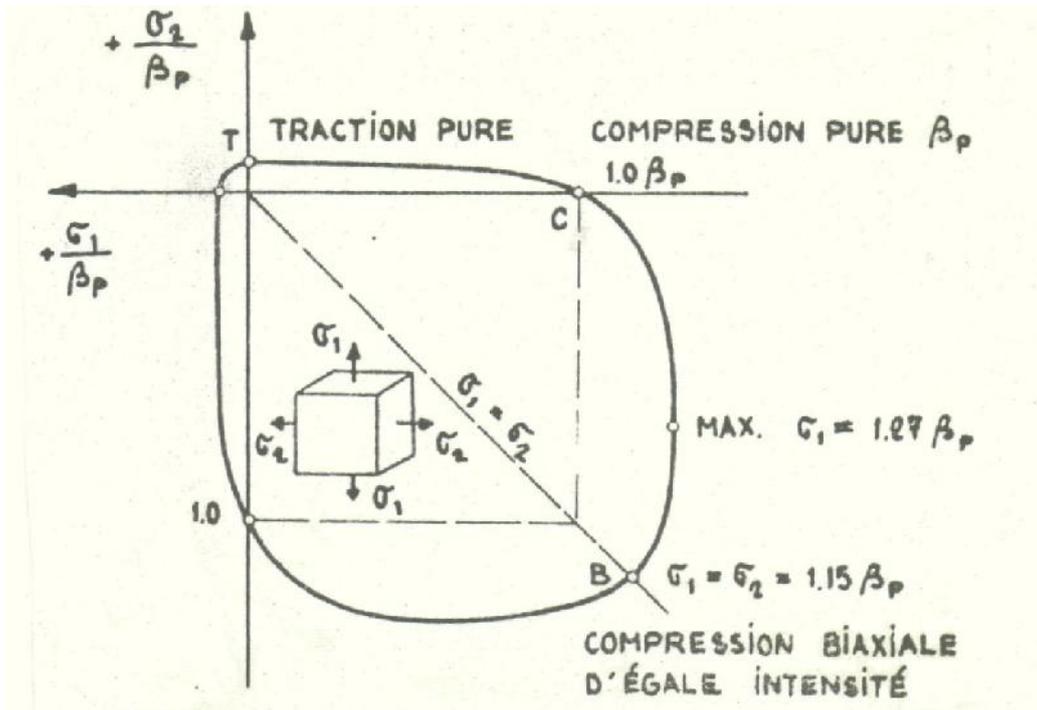


Figure III.8. Courbe expérimentale du comportement biaxial du béton [53]

Dans le cas du chargement de compression biaxial, Kupfer et al. (1969) [54] et Kupfer et Gerstle (1973) [55] ont réalisé des essais sur des éprouvettes en béton où une augmentation de la résistance par rapport à la résistance uni-axiale a été observée (figure III.9).

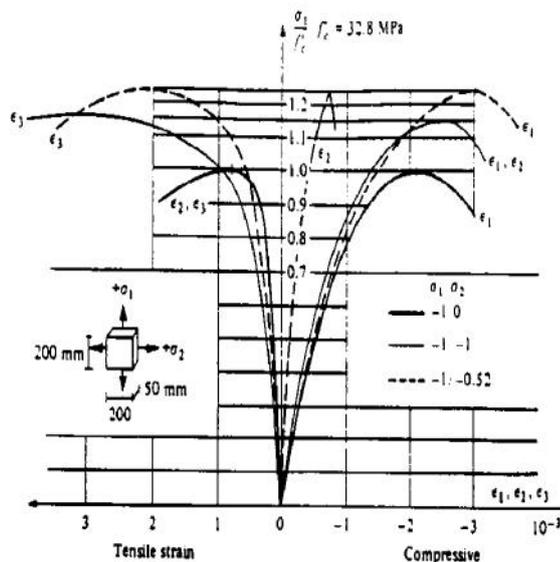
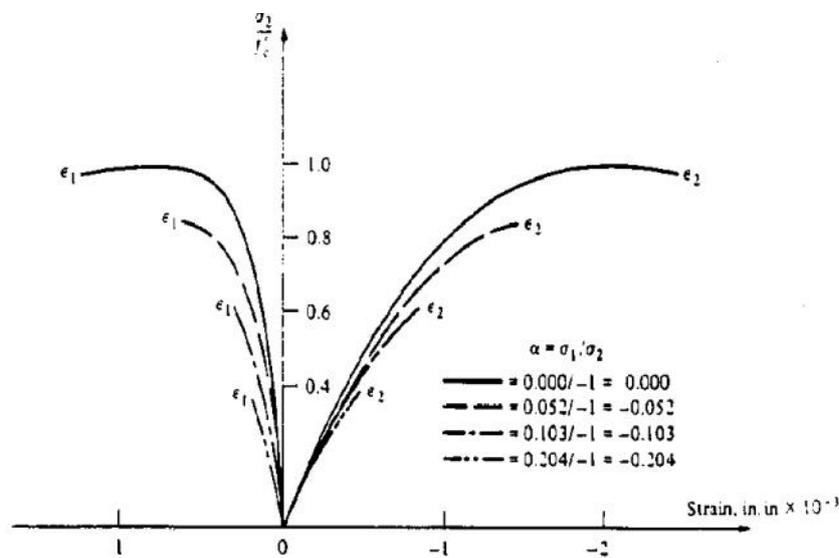


Figure III.9 : Courbe - du béton sous compression bi axiale d'après Kupfer (1969) [54]

Ainsi la résistance devient maximale pour un rapport de contraintes égal à 0.5 %. En plus d'une augmentation constatée dans la ductilité du béton, le gain de résistance pour des contraintes bi axiales est d'environ 25%.

La figure III.10 présente le cas de contraintes compression- traction

- On observe une diminution progressive de la résistance ultime en compression lorsque la contrainte de traction augmente. De plus, le comportement de matériau devient de plus en plus fragile.



**Figure III.10 : courbes - du béton sous sollicitation bi axiale
Traction- compression [54]**

III.5 COMPORTEMENT TRIAXIAL DU B TON

III.5.1 Principe de confinement

L'effet de confinement de béton a fait l'objet de plusieurs recherches depuis le début du XX^e siècle.

Les structures en béton armé sont généralement appelées à développer un comportement ductile suite à un événement sismique sévère. Pour réaliser une belle performance, le dimensionnement de l'armature transversale dans les régions potentielles des rotules plastiques des poutres nécessite une attention tout à fait particulière.

Pendant une vingtaine d'années, les chercheurs se sont investis pour élaborer des modèles de confinement afin d'évaluer la capacité de résistance et de déformation des poutres et poteaux en béton. Il a été démontré qu'un confinement adéquat du noyau du béton et un chaînage correct des armatures longitudinales par des armatures transversales, améliorent efficacement la ductilité [24]. Une investigation sur les résultats expérimentaux issus de différents travaux réalisés durant ces deux dernières décennies est passée en revue. Cette étude a pris en considération l'influence des différents paramètres sur le comportement contrainte-déformation du béton confiné, notamment le rapport volumétrique des aciers transversaux, la configuration de l'armature transversale, le taux de l'armature longitudinale, le rapport de l'espacement des armatures transversales sur la dimension du béton couvert, la résistance du béton, car le béton normal est mieux ductile qu'un béton à haute résistance.

Dans une poutre en béton armé de type classique, les aciers longitudinaux sont les armatures principales, les ligatures transversales n'ayant qu'un rôle secondaire. Mais il y a déjà très longtemps que l'étude expérimentale du mécanisme de destruction des pièces comprimées, qui périssent par éclatement latéral du béton, avait permis à Consider [56, 57] de penser qu'il suffisait peut être d'empêcher ce gonflement pour augmenter du même coup la résistance de la pièce. Il pensa que les armatures transversales suffisamment serrées, pouvaient jouer le rôle. L'expérience confirma cette manière de voir, le béton confiné était né.

Kent et Park (1971) [4] ont proposé une courbe caractéristique du béton confiné avec des cadres rectangulaires : elle donne une représentation suffisamment exacte de la relation contrainte- déformation. Cette courbe est reprise plus en détail au chapitre suivant.

Sargin (1971) [58] a proposé une relation non dimensionnelle pour la courbe contrainte-déformation du béton confiné sous compression uni - axiale, en tenant compte des espacements et de la limite élastique des armatures transversales et la résistance du béton.

Certains chercheurs ont prouvé que le gain en résistance par le renforcement latéral est proportionnel au produit des armatures de renforcement et à la résistance limitée des aciers,[Somes (1970) [59], Scott et al. (1982) [33]. Cette conclusion est estimée par Pallewata et al. (1995) [60], qu'elle est approximativement correcte pour des petits espacements, dans les sections circulaires. Cependant, dans le cas des sections rectangulaires, cette condition n'est réalisée que lorsque tous les aciers atteignent leurs limites élastiques quand le béton atteint sa résistance limite. Ces mêmes auteurs ont démontré expérimentalement qu'il n'y a pas une relation directe entre le volume des armatures et le gain en résistance ou en ductilité pour les sections rectangulaires. Ils ont en revanche démontré que les espacements ont une influence considérable sur le confinement et sur la résistance.

III.5.2 L'efficacité du confinement du béton

En pratique, le béton peut être confiné avec une armature transversale sous forme de spirales ou cadres. L'armature transversale gêne « le gonflement » du béton sollicité à la compression et retarde donc le développement de la microfissuration et de la rupture. Il a été également conclu que la résistance du béton confiné soumis à une pression hydrostatique passive est sensiblement égale à celle d'un béton soumis à une pression passive latérale équivalente de confinement due à la présence d'armatures transversales étroitement espacées. Par conséquent, la pression passive latérale de confinement déployée par l'armature transversale sur le noyau du béton, résultant d'un état de compression triaxial, améliore nettement la résistance à la compression et éventuellement le comportement ductile. Quelques déformations idéalisées pour le béton confiné avec des étriers rectangulaires, proposés par différents chercheurs sont exprimés sur la figure III.11.

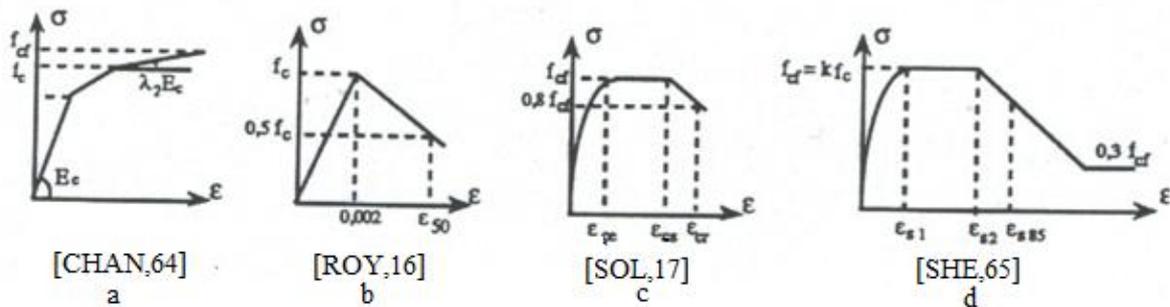


Figure III.11. Déformations idéalisées pour le béton confiné avec étriers rectangulaires.

Sur la courbe trilinéaire de Chan (figure III.11.a), la portion OAB fait une approximation du diagramme - pour le béton non confiné, l'inclinaison de la portion BC dépend du pourcentage de ferrailage avec les étriers.

Baker a recommandé une parabole jusqu'à l'effort maximal, suivie d'une ligne horizontale (figure III.11.b). La valeur de l'effort maximal est considérée 0.85 R_c. La déformation spécifique ultime du béton a été admise égale à 0.0035.

Roy et Sozen (figure III.11.c) ont suggéré que la branche descendante de la courbe effort-déformation pourrait être remplacée par une ligne droite ayant les déformations spécifiques à 50% de la contrainte maximale 50b (où 50b est une valeur proportionnelle au pourcentage volumétrique d'armature transversale).

Sheikh et Uzumeri (figure III.11.d) ont suggéré une courbe comporte 3 régions. La région entre 0 et ε_{s1} est parabole du second degré. Les deux autres régions de la courbe sont représentées par des lignes droites. Nous remarquons une chute de la contrainte de 0.3 de la contrainte pic. Au-delà du point de chute une ligne horizontale est supposée représenter le comportement du béton.

III.5.3 Comportement triaxial du béton

Les premières expériences ont été faites par Consider et Mesnager en 1904, et ont été reprises par Richart en 1928, puis par Caquot et Brice en 1934, ensuite par Goguel en 1940 [63]. Les essais ont été généralement pratiqués sur des cylindres soumis à un chargement triaxial. Il a été constaté que la charge de rupture augmente quand croît la pression latérale. C'est parfaitement évident car cette étreinte latérale entrave les dilatations transversales.

La loi expérimentale est donnée par :

$$f'_{cc} / f'_{co} = 1 + k f_l / f'_c \quad (\text{III.1})$$

où :

f'_{co} : contrainte de rupture en compression du béton sous une sollicitation simple.

f'_{cc} : charge de rupture à l'état triple

f_l : pression latérale de confinement

En réalité, le coefficient k de la formule (III.1) n'est pas constant, les différents expérimentateurs ayant trouvé des valeurs variant entre 3 et 5.

La figure III.12 présente des courbes contraintes - déformations obtenues par Richart et al. [19] suite à des essais menés sur cylindres soumis simultanément à une compression longitudinale croissante et une étreinte latérale constante.

Elle montre que le comportement des cylindres relevait de l'intensité de l'étreinte latérale qui permet de grandes déformations plastiques et un gain important en résistance.

- Cet effet est nettement dû à la pression latérale qui confine le béton en réduisant la tendance de la micro- fissuration et l'augmentation du volume juste avant la rupture.
- De ces essais Richart et al. [19] ont tiré la loi :

$$f'_{cc} = f'_{co} + 4.1 f_l \quad (\text{III.2})$$

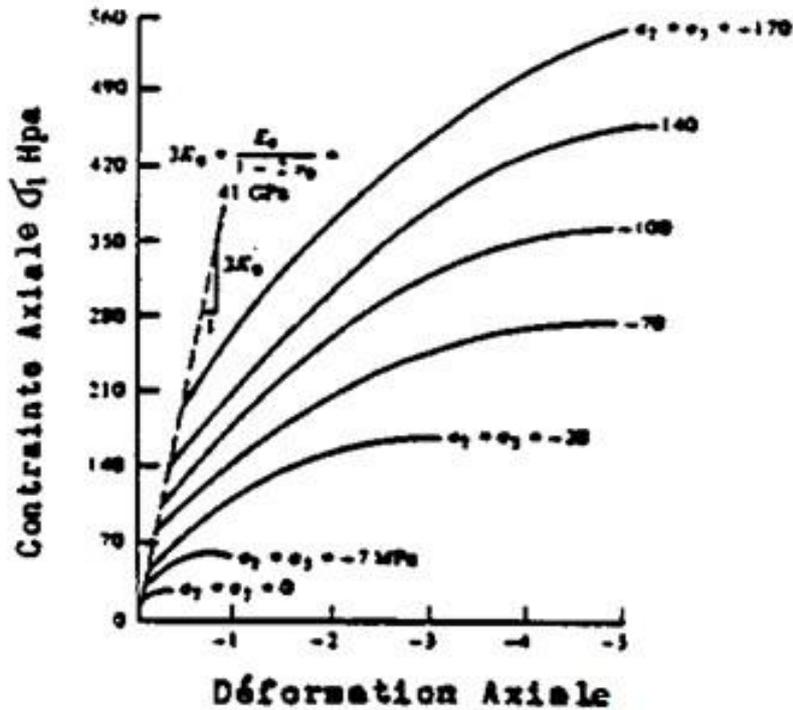


Figure III.12: Courbes $\sigma_1 - \epsilon_1$ en compressions triaxiales pour différentes pressions de confinement

La compression triaxiale présente un intérêt pour les poutres en béton armé avec armature transversale assez puissante pour générer dans le béton des contraintes réactives de compressions transversales significatives.

On voit sur la figure III.13 l'effet important de la pression transversale sur la résistance et la déformation ultime en direction axiale. Dans les limites des cas usuels, la résistance à la compression axiale devient :

$$f'_c = f_c + k \quad (\text{III.3})$$

k : pression transversale ($k = 2 \dots 3$);

K : coefficient ayant des valeurs habituelles ;

$K = 4 \dots 6$.

Pour des valeurs de rapport :

$$= \sigma_1 / \sigma_2 = \sigma_1 / \sigma_3; \text{ variant entre } = 10 \text{ et } = 2.$$

La résistance à la compression axiale varie entre :

$$f'_c = 1.75 f_c \quad \text{et} \quad f'_c = 3.5 f_c$$

L'effet de la compression triaxiale sur la déformation ultime du béton est encore plus important dans le même intervalle des valeurs, les valeurs de ϵ_{bu} varient entre :

$$\epsilon'_{bu} = 3.3 \epsilon_{bu} \text{ et } \epsilon'_{bu} = 24 \epsilon_{bu}$$

où:

ϵ'_{bu} : déformation ultime du béton en compression triaxiale dans la direction de l'axe de compression de base (direction de la contrainte σ_1).

De ce qu'on a vu précédemment, on peut s'attendre à une sensibilité du matériau béton à l'application de la contrainte de confinement. C'est effectivement ce qui a été démontré par plusieurs auteurs (Richart & al 1929 [64], Balmer 1949 [65], Jamet & al 1984). On peut constater sur la figure III.13 que la réponse du béton est d'autant moins fragile que le confinement est important et que l'on obtient un comportement ductile pour un très grand confinement. Ce gain de rigidité est lié à l'augmentation des contacts au sein de la micro-structure du matériau béton qui est une conséquence de la destruction des pores (Chen 1982, Ramtani 1990).

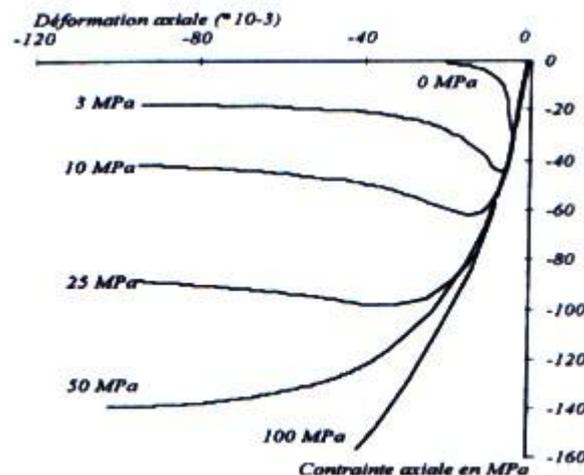


Figure III.13 Essais de compression triaxiale (Jamet & al. 1984)

III.6 COMPORTEMENT DU BETON AUX SOLLICITATIONS REPETEES

Dans le cas des sollicitations répétées, appliquées avec grandes vitesses, spécifiques aux mouvements sismiques des constructions, on observe que :

- L'effet de la vitesse de déchargement relativement grande (pour une seule sollicitation jusqu'à la rupture) se traduit par la croissance de la déformation limite du béton.
- L'effet de répétition de la sollicitation se traduit par une réduction de la résistance par rapport à la résistance aux sollicitations dynamiques dans le domaine du nombre de répétitions des sollicitations, spécifiques à l'action sismique, il en résulte des valeurs proches de la résistance aux sollicitations statiques ou peu réduites par rapport à celle-ci.

Les études expérimentales de B.P.Sinha, K.H.Gerstle, G.L.Tulin et autres [66,] ont montré que pour des sollicitations répétées de grande intensité, les déformations ont un caractère plastique prononcé. Pour un chargement cyclique d'une éprouvette de béton au-delà de la limite de microfissuration, de grandes déformations permanentes sont obtenues, respectivement des familles de courbes de chargement et de déchargement, l'effet d'hystérésis étant prononcé. La courbe qui unit les extrémités des courbes de chargement- déchargement se définit comme « courbe enveloppe ».

On constate que pour les éprouvettes de béton de même résistance soumises à de différents cycles de chargement, on a obtenu la même courbe enveloppe. L'enveloppe des courbes obtenues est proche de la courbe de contraintes- déformations spécifiques pour une seule sollicitation (figure III.14) [67]. Celle-ci est ainsi dite propriété « d'unicité » de la relation contraintes- déformations spécifiques. Donc l'adoption aussi pour les sollicitations de type sismique de la courbe $\sigma_b-\varepsilon_b$ du béton déterminée en régime statique paraît acceptable [68].

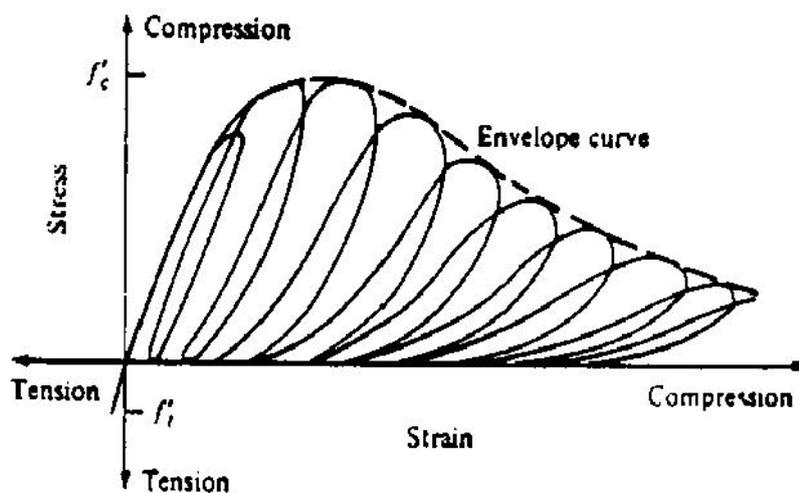


Figure III.14. Comportement cyclique du béton en compression simple (Karsan 1969) [67]

Si on procède à charger et décharger successivement, le point représentatif décrit des boucles dont la pente d'abord parallèle à la tangente à l'origine devient de plus en plus grande quand la déformation angulaire augmente.

Les sommets des boucles se trouvent sur la courbe de comportement sous chargement monotone, qui est la courbe enveloppe de toutes les boucles. On repère aussi une courbe qui est le lieu de points d'intersection entre les boucles. Quand on repère les cycles de chargement, les points d'intersection convergent vers une boucle dite de « stabilité » [69] et [70].

La formule de la courbe enveloppe dépend de la constitution et de l'âge du béton – Un béton de faible résistance ou un béton jeune montre un comportement plus ductile :

- Le module tangent à l'origine est plus faible, la déformation ultime plus grande, la forme de la courbe est plus arrondie et la branche descendante présente une pente plus faible.
- Si les boucles d'hystérésis correspondant à des répétitions de charge se situent dans la partie ascendante de la courbe sans dépasser le sommet, la valeur de la résistance maximale est peu affectée. Le nombre de cycles doit être important pour qu'un effet de fatigue apparaisse.
- A cet effet on a proposé des formules pour représenter la résistance maximale f_{max} après un nombre N de cycles où la contrainte de compression varie entre deux valeurs limites $f_M > f_m$ de la manière suivante [43].

$$f_{max} / f_c = 1 - (1 - R) \log N \quad (III.4a)$$

Où R est la pente de la courbe $f.N$ lorsque $R = 0$. R est pris égal à 0,064. Cette équation n'est valable que pour $0 \leq R \leq 1$

En comparant l'équation (III.4a) à d'autres essais donnés par la littérature. TEPFERS et KUTTI [71] ont montré que la valeur $R = 0,0685$ dans une meilleure approximation de la résistance à la fatigue en compression du béton. Ils ont alors proposé l'équation dont la représentation graphique est donnée sur la figure III.15.

$$f_{max} / f_c = 1 - 0.0685 (1 - R) \log N \quad (III.4b)$$

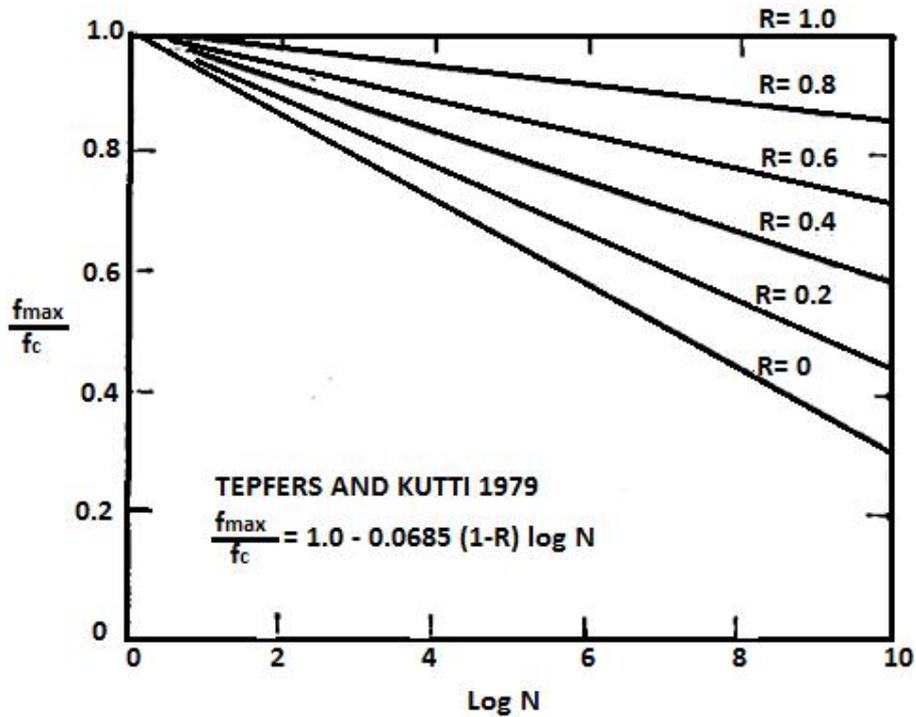


Figure III.15. Représentation graphique de l'équation (fNR)

Lorsque la contrainte de compression dépasse 70 à 80 % de la résistance ultime, il se produit des modifications internes : microfissuration, modifications du coefficient du poisson; les déformations résiduelles après déchargement deviennent appréciables.

Une représentation analytique des trois courbes est donnée par Karsan, Darwin et Pecknold, (figure III.16).

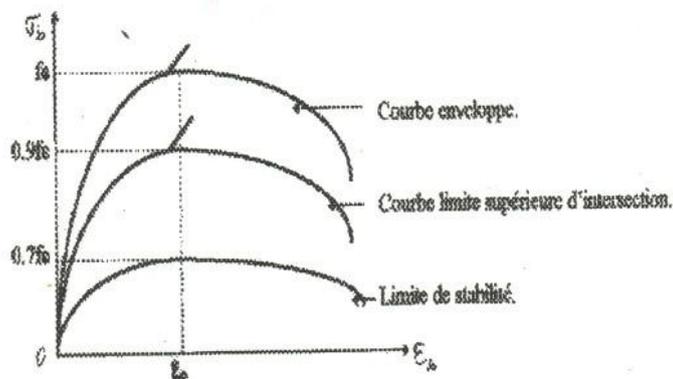


Figure III.16. Diagramme de Karsan, Darwin [72] et Pecknold points géométriques significatifs des boucles d'hystérésis

III.7. CONCLUSIONS DE LA PARTIE MECANIQUE

Le béton a un comportement mécanique non linéaire et partiellement irréversible. Il s'explique essentiellement par la microfissuration aux interfaces granulats-mortiers, et sa propagation dans la matrice.

Au vu des différentes constatations, les éléments suivants sont à retenir:

- Apparition d'une déformation irréversible en traction et en compression
- Apparition d'un comportement adoucissant après le pic de contrainte
- Dégradation de la raideur du matériau mise en évidence lors de la décharge
- Restauration de la raideur lors de l'inversion du signe de la contrainte
- Le confinement du béton par les cadres transversaux influe sur sa réponse, et notamment sur la partie descendante de la courbe $\sigma - \epsilon$, par l'augmentation de sa ductilité et sa résistance.
- Dans les calculs courants des éléments et des structures en béton armé aux actions sismiques, les valeurs des résistances et des déformations du béton peuvent être prises comme pour le cas des sollicitations « statiques ».

III.8. L'ACIER

L'acier d'armature est utilisé dans le béton armé afin de compenser la faiblesse du béton à reprendre les efforts de traction. Il est habituellement considéré que les armatures ne sont sollicitées qu'après la fissuration du béton. Elles présentent une importante ductilité après l'atteinte de la limite élastique, ce qui, lorsqu'elles sont bien conçues, permettent aux éléments de béton armé fléchis et fissurés d'atteindre l'état ultime sans rupture catastrophique [73].

Les caractéristiques mécaniques des aciers pour béton armé font référence à des classifications normalisées et des aspects technologiques liés aux caractères d'adhérence, à l'aptitude au façonnage et l'aptitude au soudage.

III.8.1. Chargement monotone

La loi contrainte – déformation de l'acier sous chargement monotone est bien connue. Cette loi présente successivement des parties élastique, plastique et écrouie. Dans le cas de l'acier naturel, la partie écrouie n'existe pas. Cette loi est supposée la même en traction et en compression. Des résultats d'essais confirment la validité de cette hypothèse [KATO, 79] [74] figure III.17.

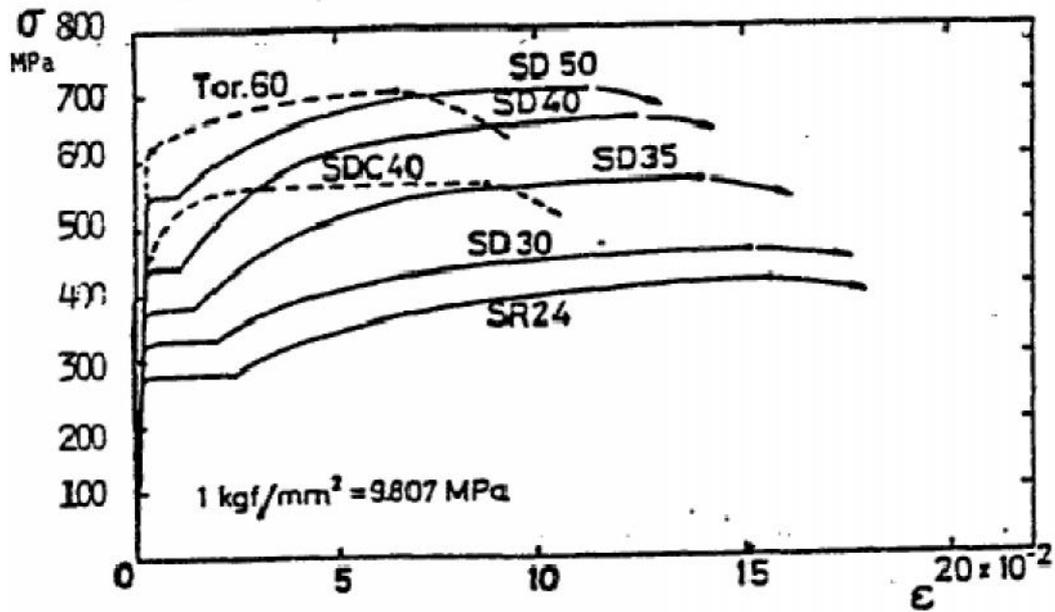


Figure III.17. Courbe contrainte – déformation de quelques types d’acier [KATO, 79]

Les principales courbes contraintes-déformations de l’acier sont les suivantes :

La relation contrainte – déformation de l’acier tendu est composée d’une portion élastique linéaire suivie d’un plateau plastique et d’une zone d’écrouissage, tel que l’illustre la (figure III.18).

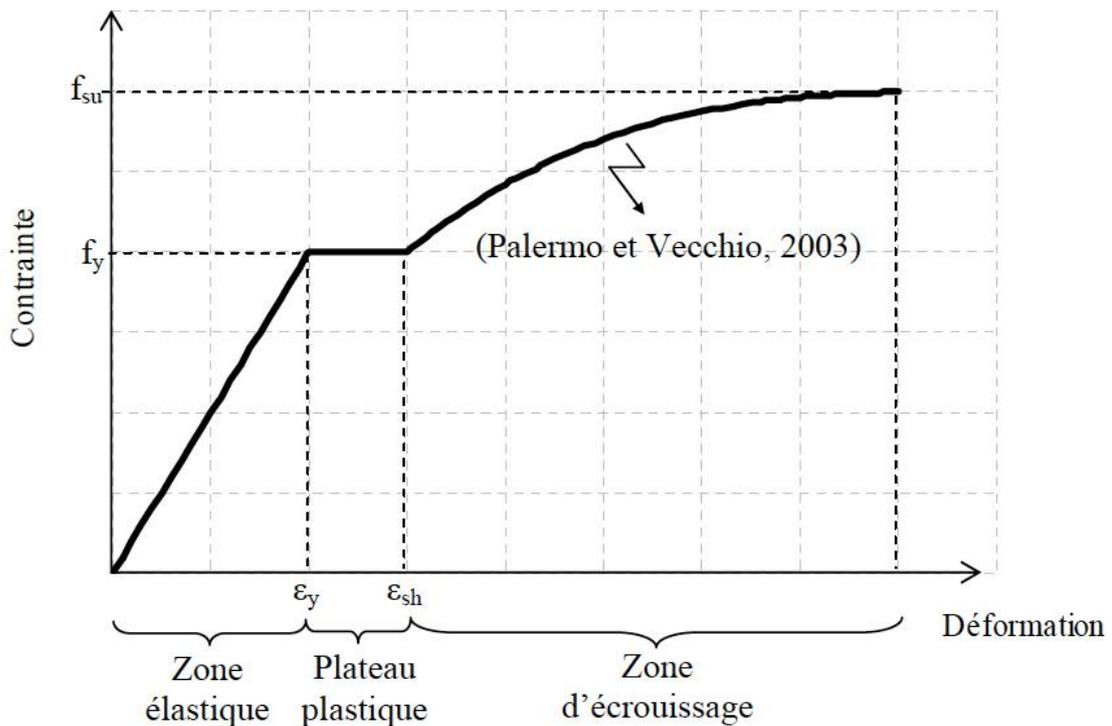


Figure III.18. Loi de comportement monotone de l’acier

La zone d'écroutissage n'est généralement pas considérée dans la conception d'éléments en béton armé, mais il importe d'en tenir compte dans l'élaboration de modèles afin de représenter le comportement véritable de l'acier. Rodriguez et Col. (1999) [75] proposent de représenter la zone d'écroutissage de l'acier par la relation suivante (équation II.5).

$$\sigma_s = f_{SU} + (f_Y - f_{SU}) \left(\frac{\varepsilon_{SU} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{SU} - \varepsilon_{Sh}} \right)^p \varepsilon_s \geq \varepsilon_{Sh} \quad (III.5)$$

Avec $P = E_{sh} \left(\frac{\varepsilon_{SU} - \varepsilon_{Sh}}{f_{su} - f_y} \right)$

Où les indices « y » se réfèrent à la limite d'élasticité, « sh » au début de la zone d'écroutissage et « su » à l'atteinte de la limite ultime de l'acier. Des essais en compression sur l'acier sont moins fréquents que ceux en traction, surtout à cause des problèmes potentiels reliés au flambement. Cependant, les relations en compression sont considérées pratiquement identiques à celles en traction (Said et coll, 2005) [76] ; (Dodd et Restrepo-Posada, 1995) [77].

III.8.2. Forme bilinéaire

La courbe bilinéaire est celle que l'on utilise lorsque l'on effectue les calculs de conception. Afin d'être conservateur, on néglige l'effet de l'écroutissage, c'est-à-dire le gain supplémentaire que l'on obtient après plastification de l'acier. Les équations qui décrivent la loi de comportement s'écrivent :

Pour la partie en traction $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{2.10} + 0,823 \cdot \left[\frac{\sigma_s}{f_{ykl}} - 0,7 \right]^5 \quad (III.6)$

Pour la partie en compression $\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{2.10} - 0,823 \cdot \left[\frac{\sigma_s}{f_{ykl}} - 0,7 \right]^5 \quad [REG, 82] [78]$

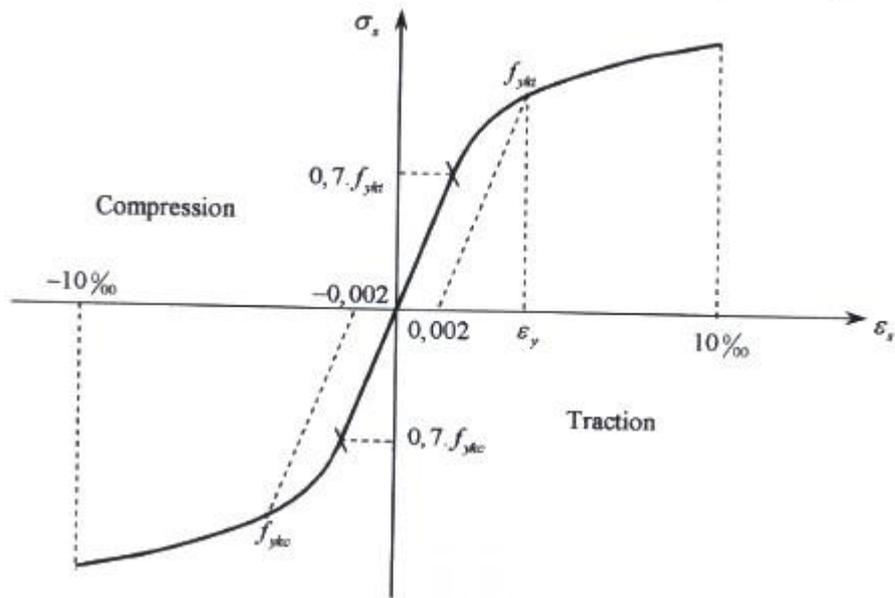


Figure III.19. Diagramme conventionnel (σ_s , ε_s) des aciers de béton armé écrouis à froid par torsion et /ou traction

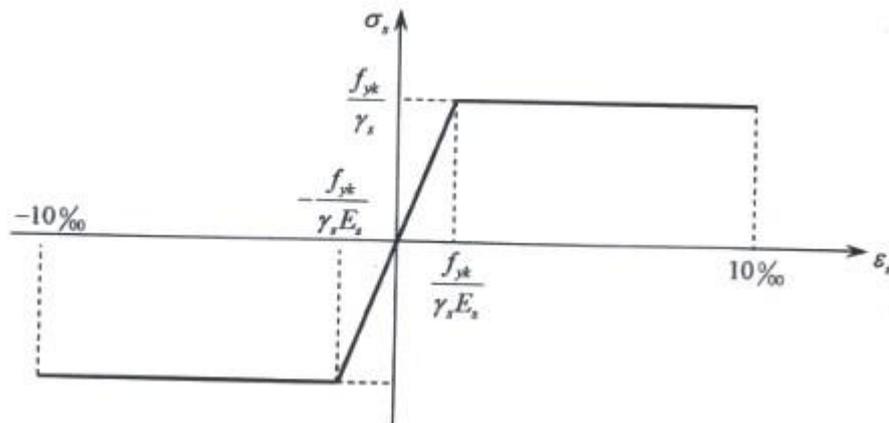


Figure III.20. Idéalisation des courbes – pour les armatures [79]

- a Loi élasto-plastique parfaite
- b Loi élasto-plastique avec écrouissage.

$$f_{yk} = E_s \cdot \varepsilon_s \quad 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (\text{III.7})$$

$$f_{yk} = f_y \varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su} \text{ (III.8)}$$

- Loi élasto – plastique parfaite : Le comportement se décompose en une réponse élastique tant que σ_y , suivie d'une réponse parfaitement plastique. La limite d'élasticité n'est pas modifiée au cours de l'écoulement.
- Loi élasto – plastique écrouissable : La déformation correspondant à une contrainte inférieure à la limite σ_y est élastique. A partir de cette limite, la déformation se décompose en une partie élastique et une partie plastique. De plus, la valeur du seuil d'élasticité évolue au cours de l'écoulement plastique et dépend en fait de l'histoire du chargement.

III.8.3 Chargement cyclique

III.8.3.1 Chargement cyclique de même signe

Sous une charge répétée de même signe, les courbes de déchargement et de rechargement suivent la pente élastique initiale de la courbe contrainte – déformation. Lorsque la charge dépasse le niveau de la charge précédente à partir de laquelle la décharge avait été effectuée, la courbe contrainte – déformation continue comme si la charge n'avait pas lieu.

La courbe contrainte – déformation monotone forme une enveloppe pour les courbes sous charges répétées de même signe indépendamment du fait que le chargement soit effectué dans la zone élastique, plastique ou écrouie, [80] (figure III.20).

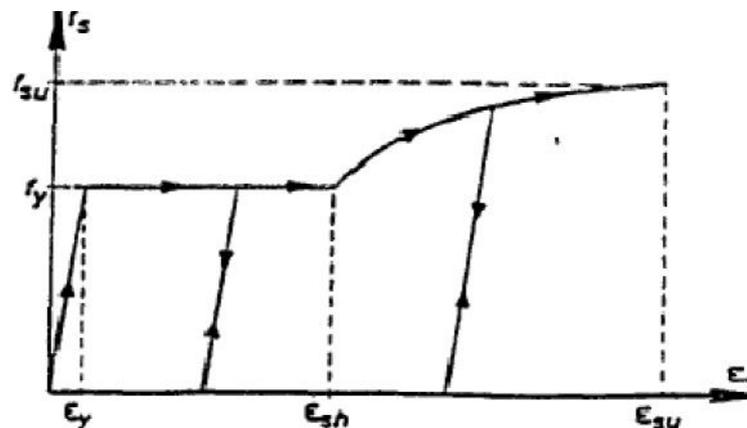


Figure III.21. Courbe contrainte – déformation sous charges cycliques de même signe

Chapitre IV

Analyse expérimentale des poutres en béton armé sous chargement statique Comportement en flexion

IV.1 INTRODUCTION

L'analyse de plusieurs poutres a été concrétisée d'une manière expérimentale. Nous avons mené une campagne d'investigation portant sur des essais de poutres en flexion quatre points et dont le nombre a été de quarante poutres. L'objectif de ces essais est de déterminer l'effet du taux d'armature transversale dans les poutres en béton armé sous chargement statique. Nous avons aussi suivi l'évolution de l'ouverture des fissures, le début du comportement non linéaire, soit la zone de fissuration du béton et de la localisation des déformations ainsi que les différents types de mécanismes de rupture qui mériteraient une analyse plus approfondie. Plusieurs facteurs peuvent jouer un rôle important dans les différents processus de dégradation du béton. Dans de nombreux cas, les dégâts résultent de la combinaison de divers mécanismes.

IV.2 MECANISMES DE RUPTURE D'UNE POUTRE EN BETON ARM

Les mécanismes de rupture qui sont décrits en détail dans ce chapitre correspondent aux situations étudiées dans le cadre de ce travail.

Une structure soumise à une charge statique peut se rompre de différentes façons:

- Une ou plusieurs sections se rompent soit par déformation excessive, soit par rupture de l'armature ou par écrasement du béton.
- L'un des éléments constitutifs se rompt par cisaillement ou par épuisement de l'adhérence entre l'armature et le béton
- L'un des éléments constitutifs de la structure flambe.

Dans notre travail, nous ne considérons que les deux premiers mécanismes.

Le comportement global d'une poutre en béton armé soumise à un essai de flexion quatre points (Figure IV.1) est composé de 3 phases.

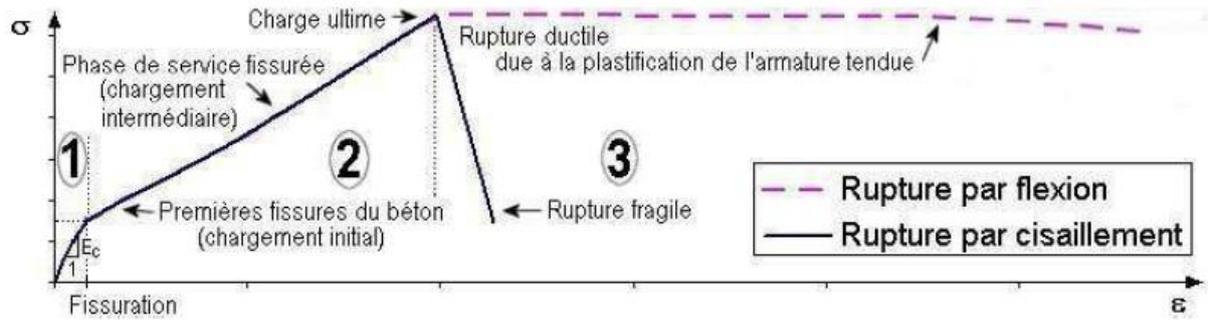


Figure VI.1 : Diagramme contrainte-déformation d'un élément en béton armé [81]

Lapremière phase linéaire correspond au comportement élastique de service des poutres non fissurées.

Ladeuxième phase linéaire correspond au comportement de service mais lorsque la poutre est fissurée. Pendant cette phase, il n'existe pas de différence notable du développement de la fissuration initiale que la poutre ait été endommagée par cisaillement ou par flexion. De toutes les façons, la fissuration commence avec l'apparition de fissures dues à la flexion dans la partie inférieure centrale de la poutre. Ensuite, ces premières fissures, dites de flexion, se propagent vers le haut de la poutre.

Les fissures dans les zones de cisaillement élevé se propagent et sont dues à la contrainte principale oblique.

Ces dernières fissures sont appelées fissures de cisaillement par flexion [NAW_88 ; GON_02] [82] [83].

La principale différence entre l'endommagement par cisaillement et celui par flexion se constate à la rupture de la poutre : **troisième phase** du comportement.

Deux mécanismes principaux de rupture existent : rupture par flexion ou rupture par cisaillement [81].

Ces deux mécanismes sont observés par les résultats de nos essais, et présentés dans les paragraphes suivants.

IV.3 PROTOCOLE EXPERIMENTAL

Cette partie expose l'ensemble des procédures de toute la phase expérimentale. Ainsi, le mode de fabrication des éprouvettes et des poutres est détaillé.

IV.3.1 Présentation des corps d'essais

Le rapport de synthèse présente les corps d'essais, les caractéristiques des matériaux, leur fabrication ainsi que les essais menés au laboratoire.

IV.3.2 Corps d'épreuve

Les éléments fabriqués sont des poutres en béton armé de section (150×200 mm) et de longueur 2200 mm. Ces poutres sont réparties en huit séries et elles se différencient par le

pourcentage du taux de ferrailage transversal (espacement et diamètre) et le taux de ferrailage longitudinal.

IV.4 MATERIAUX

IV.4.1 Formulation du béton

a. Béton

L'obtention des caractéristiques requises pour le béton passe impérativement par l'adoption et l'optimisation de sa formulation aux exigences appropriées à l'ouvrage et à son environnement. C'est la raison pour laquelle la démarche retenue comporte le plus souvent deux phases:

- Approche d'une composition, soit de façon graphique à partir de méthodes telles que celle de Faury ou de Dreux, soit de façon expérimentale. Il faut préciser que ces différentes méthodes sont basées sur la recherche d'une compacité maximale:
- La deuxième phase consiste à ajuster expérimentalement cette formulation en fonction des résultats obtenus par essais effectués en laboratoire (essais d'étude) ou dans les conditions du chantier (épreuves de convenance).

Les bétons courants présentent une résistance à 28 jours, comprise entre 15MPa et 40MPa. Dans notre cas f_{c28} a été prise égale à 23 et 30 MPa respectivement.

Les caractéristiques du béton sont:

- Module de Young = 11000. f_{c28}^3 (d'après le BAEL) [82]
- Coefficient de Poisson = 0,2
- Résistance du béton en compression : 23 et 30 MPa
- Résistance du béton en traction : 1.98 et 2.4MPa

b. Acier

- Des aciers à haute adhérence type FeE400 « acier naturellement mi-dur» de limite élastique $f_e = 400$ MPa et le coefficient d'adhérence $\mu = 1,6$ ont été utilisés.
- Des aciers doux type FeE235 de limite élastique $f_e = 235$ MPa, ont été utilisés pour les cadres de certaines poutres.
- Module de Young est pris égal à 200 000 MPa

IV. 4.2 Dispositif de mise en charge

Quarante poutres en béton armé ont été fabriquées et testées jusqu'à la rupture. Ces poutres représentent huit séries, chaque série est constituée de trois poutres. Les poutres sont sollicitées en flexion simple, le chargement est réalisé par deux charges concentrées (chargement statique) quatre points (4D) (figure IV.2) La portée en cisaillement a été prise

égale à 800mm, correspondant à un rapport portée en cisaillement à la profondeur $a/d = 4,7$ (flexion-cisaillement). Chaque série de poutres a un taux d'armatures transversales, différent des autres, (voir détail tableau IV.1).

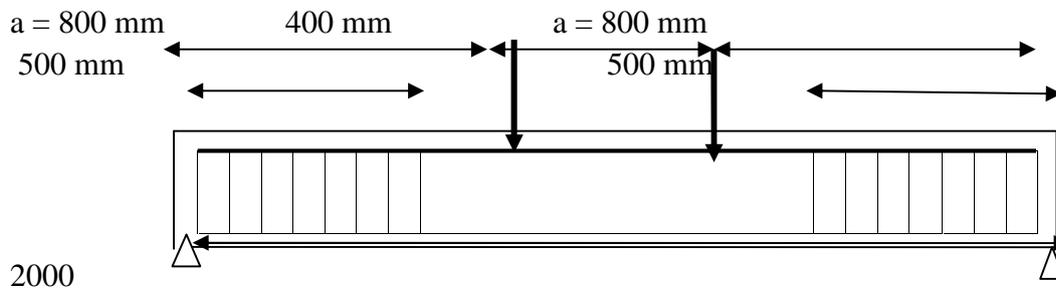


Figure IV.2. Poutre flexion 4 points

IV.5 BUT DES ESSAIS

- Observation du comportement d'une poutre en béton armé soumise à la flexion simple, sous charges croissantes.
- Validation des hypothèses du calcul en phase élastique linéaire.
- Comportement après fissuration.
- Apparition et développement des fissures.
- Validation des hypothèses jusqu'à rupture.
- Mise en évidence du palier de plasticité.
- Ductilité en flexion.

Ces poutres ont été analysées, avec des sections rectangulaires, en plus de l'effet de pourcentage d'acier transversal sur les réponses des poutres, les effets des armatures longitudinales et la résistance du béton sont également étudiés.

L'appareillage permet de mesurer:

- La force,
 - La déformation de la fibre supérieure du béton,
 - La déformation des armatures longitudinales,
- Les courbes forces-déformations seront tracées au fur et à mesure du chargement.
Les largeurs des premières fissures initiales sont mesurées manuellement.

IV.6 CONFECTION DES SPECIMENS

La réalisation de ces spécimens a été faite par l'entreprise COGEDIB de Constantine, qui a mis à notre disposition le matériel nécessaire et les personnels qualifiés. Tous les spécimens ont été réalisés sur le chantier de l'aéroport Mohamed Boudiaf Constantine.

Le coulage d'un spécimen référence a été réalisé au niveau de notre laboratoire de Mécanique des Sols et des Structures (LMSS).

IV.6.1 Caractéristiques géométriques des spécimens et taux de pourcentage d'acier transversal

Les caractéristiques géométriques des spécimens et le taux de pourcentage d'acier transversal sont montrés sur le tableau IV.1

Spécimens	(h*b)(m m)	Longueur L/(m m)	As mm ²	A's mm ²	Cadre mm ²	Espacement (mm)	Vitesse de chargement	Pourcentage d'acier dans la poutre (%)	Force(K N) de la 1 fissure
Série 01									
Spécimen 01	200*150	2000	2T8	2T8	2 6	50	0,5mm/sec	0,85%	10
Spécimen 02	200*150	2000	2T8	2T8	2 6	70	0,5mm/sec	0,57%	20
Spécimen 03	200*150	2000	2T8	2T8	2 6	90	0,5mm/sec	0,47%	5
Série 02									
Spécimen 04	200*150	2000	2T8	2T8	2T8	50	0,5mm/sec	1,5%	20
Spécimen 05	200*150	2000	2T8	2T8	2T8	70	0,5mm/SE C	1%	15
Spécimen 06	200*150	2000	2T8	2T8	2T8	90	0,5mm/SE C	0,84%	10
Série 03									
Spécimen 07	200*150	2000	2T10	2T8	2 6	50	0,5mm/sec	0,85%	20
Spécimen 08	200*150	2000	2T10	2T8	2 6	70	0,5mm/ sec	0,57%	20
Spécimen 09	200*150	2000	2T10	2T8	2 6	90	0,5mm/ sec	0,47%	15
Série 04									
Spécimen 10	200*150	2000	2T10	2T8	2T8	50	0,5mm/ sec	1,5%	25
Spécimen 11	200*150	2000	2T10	2T8	2T8	70	0,5mm/ sec	1%	20
Spécimen 12	200*150	2000	2T10	2T8	2T8	90	0,5mm/ sec	0,84%	15
Série 05									

Spécimen 13	200*150	2000	2T12	2T10	2 6	50	0,5mm/sec	0,85%	25
Spécimen 14	200*150	2000	2T12	2T10	2 6	70	0,5mm/sec	0,57%	20
Spécimen 15	200*150	2000	2T12	2T10	2 6	90	0,5mm/sec	0,47%	20
Série 06									
Spécimen 16	200*150	2000	2T12	2T10	2T8	50	0,5mm/sec	1,5%	25
Spécimen 17	200*150	2000	2T12	2T10	2T8	70	0,5mm/sec	1%	20
Série 07									
Spécimen 18	250*150	2000	2T8	2T8	2 6	50	0,5mm/sec		25
Spécimen 19	250*150	2000	2T8	2T8	2 6	70	0,5mm/sec		20
Spécimen 20	250*150	2000	2T8	2T8	2 6	90	0,5mm / sec		20
Série 08									
Spécimen 18	250*150	2000	2T8	2T8	2T8	50	0,5mm/sec	2,9%	15
Spécimen 19	250*150	2000	2T8	2T8	2T8	70	0,5mm/sec	2%	20
Spécimen 20	250*150	2000	2T8	2T8	2T8	90	0,5mm/sec	1%	20

Tableau IV.1. Caractéristiques géométriques des spécimens.

IV.7 PROC D DE FABRICATION DES POUTRES EN BETON ARM

IV.7.1 Ferrailage

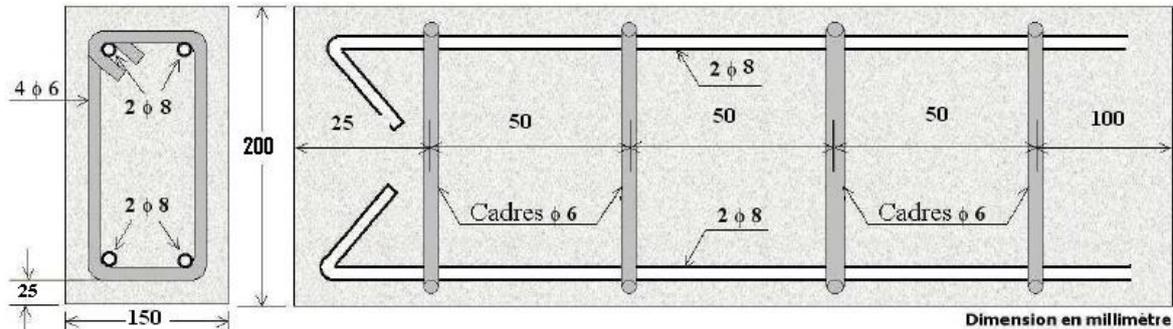


Figure IV. 3. Illustration de détail de ferrailage du spécimen 01 série 01

La nuance de l'acier utilisé pour le ferrailage longitudinal pour la première série, dans la zone tendue et zone comprimée est FeE400, quatre barres de 8mm de diamètre haute adhérence. Les cadres sont de nuance FeE235 acier doux de 6mm de diamètre (figure IV.3). L'acier haute adhérence de 6mm de diamètre était introuvable sur le marché lors de l'exécution des poutres. Le ferrailage des autres spécimens est détaillé sur le tableau IV.1.

Un exemple du ferrailage de la poutre avec un espacement de (s) en zone courante et de $(s/2)$ en zone nodale est montré sur la figure IV.4. La figure IV.5 montre un exemple du ferrailage des poutres avec les espacements de 5 cm, 7 cm, et 9 cm.



Figure IV.4.Ferrailage de la poutre espacement zone courante S et zone nodale $S/2$



Figure IV.5. Ferrailage des poutres espacement 5cm-7cm-9cm

IV.8 ESSAI DE COMPRESSION

Les essais de compression ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques 16*32 cm en béton, suivant la norme française NF P18-406. L'essai est réalisé avec une presse par écrasement d'une éprouvette cylindrique de béton placée verticalement et dont les faces du cylindre, en contact avec la presse, ont été surfacées pour garantir un chargement uniforme. La capacité maximale du chargement de la presse est de 3000 kN.

Les essais de compression sur les éprouvettes cylindriques ont été réalisés à 28 jours après leur confection, ils ont permis de déterminer la valeur moyenne de la résistance en compression du béton, celle - ci est de 23 et 30 MPa respectivement.

IV.9 ESSAI DE FLEXION

IV.9.1 Machine de flexion

Tous les essais ont été effectués par une machine hydraulique équipée d'un vérinhydraulique pouvant fournir jusqu'à 3000 KN en compression. La machine se compose d'une traverse inférieure mobile et une tête supérieure qui permet de mettre en place l'éprouvette (figure IV.6). Un ordinateur pilote la machine, la valeur de la force a été mesurée par le capteur de la machine d'essai. Ces valeurs sont enregistrées en volt.

Un dispositif métallique très rigide d'une longueur de 2200 mm et d'une hauteur de 500 mm a été conçu spécialement servant comme support pour les poutres (figure IV.6.).



Figure IV.6. Machine d'essai avec le dispositif métallique

IV.9.2 Mesure de la force

Un capteur de forces de la série CT a été utilisé (figure IV.7).

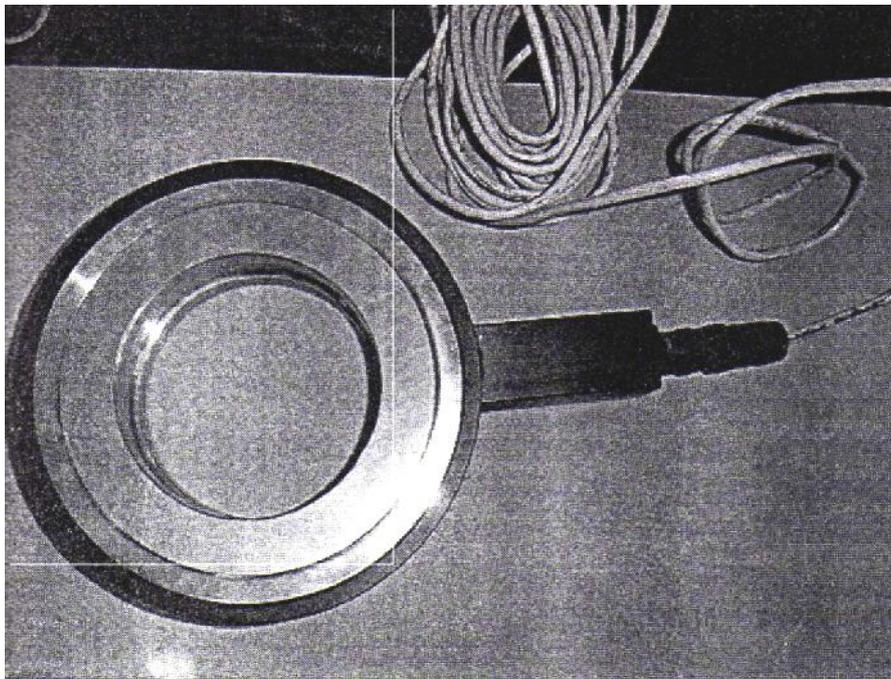


Figure IV.7 Capteur de force

C'est un transducteur extensométrique utilisable pour la mesure des charges statiques ou dynamiques, en compression, avec une précision élevée (pesage industriel, essais de laboratoire, automatisation.....etc.). Les modèles CT sont usinés à partir d'un seul bloc d'acier de manière à ce que l'élément de réaction primaire, les fixations et le boîtier ne comportent aucune soudure. Cette conception permet d'offrir une taille réduite et un degré de protection élevé. La configuration du pont de mesure, à 8 jauges de contrainte, réduit les erreurs dues à une application importante de la charge. La construction, entièrement en acier inoxydable, autorise l'utilisation des capteurs TC dans des environnements agressifs tels qu'on les rencontre dans l'industrie chimique ou pétrolière.

Les caractéristiques principales du capteur TC sont les suivantes :

- Gamme de mesure de 100 à 30000 kg,
- Précision : 0,2%,
- La réalisation est entièrement en acier inox,
- Résistant à la corrosion.

Les caractéristiques techniques, les dimensions, ainsi que les connexions électriques employés sont donnés en annexe.

IV.9.3 Mesure du déplacement

Lors des essais la mesure du déplacement a été réalisée directement avec des capteurs de déplacement.

Des capteurs de déplacement de type PY2 appelés capteurs linéaire avec palpeur à bille ont été utilisés (figure IV.8).

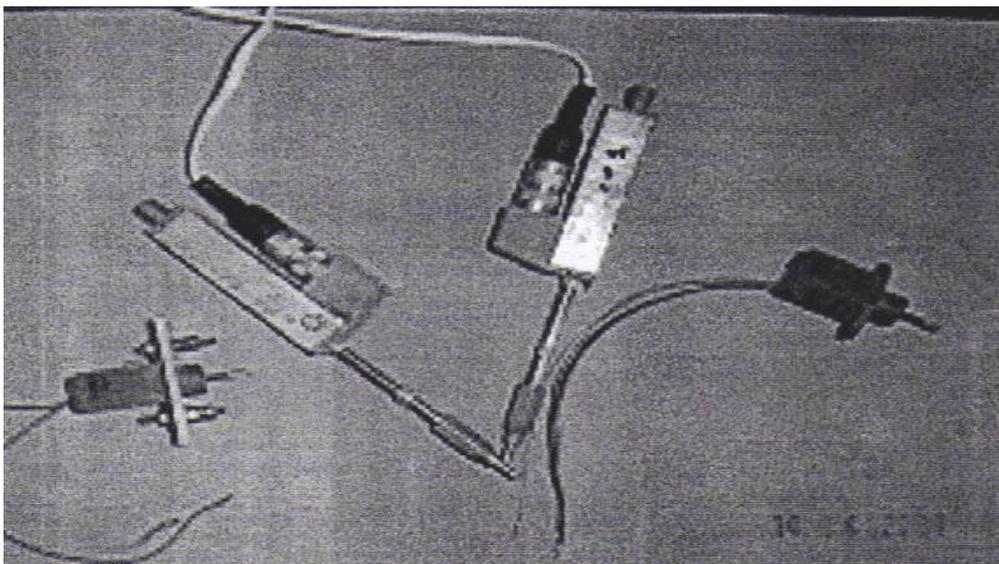


Figure IV.8. Capteur de déplacement

Ils sont utilisés pour effectuer la mesure du déplacement avec course de 50 mm.

Les caractéristiques générales de ces capteurs sont les suivantes:

- Course de 50 mm
- Tige de commande montée sur double palier et avec ressort de rappel
- Touche de mesure avec tige filetée M2,5 et bille en acier inox
- Linéarité indépendante jusqu'à plus ou moins 0,1%
- Résolution infinie

IV.9.4 Carte multifonction PCI-1711/1731 ou carte d'acquisition de données

La PCI-1711/1731 est une carte multifonction puissante (figure IV.9).

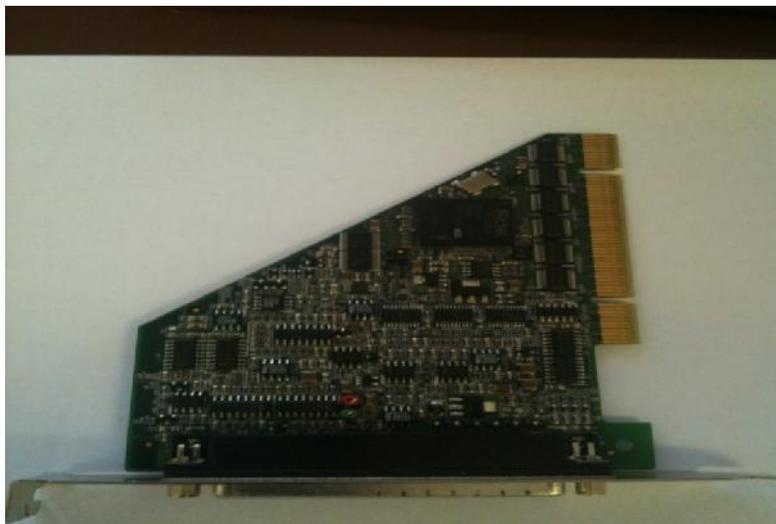


Figure IV.9. Carte d'acquisition de données

Ses principales caractéristiques sont les suivantes :

- 16 entrées de l'analogique;
- Gain programmable pour chaque canal d'entrée ;
- Canal automatique / analyse du gain;
- Meneur de train programmable / comptoir.

IV.9.5 Boitier de connexion PCLD-8115/8710

(figure IV.10)

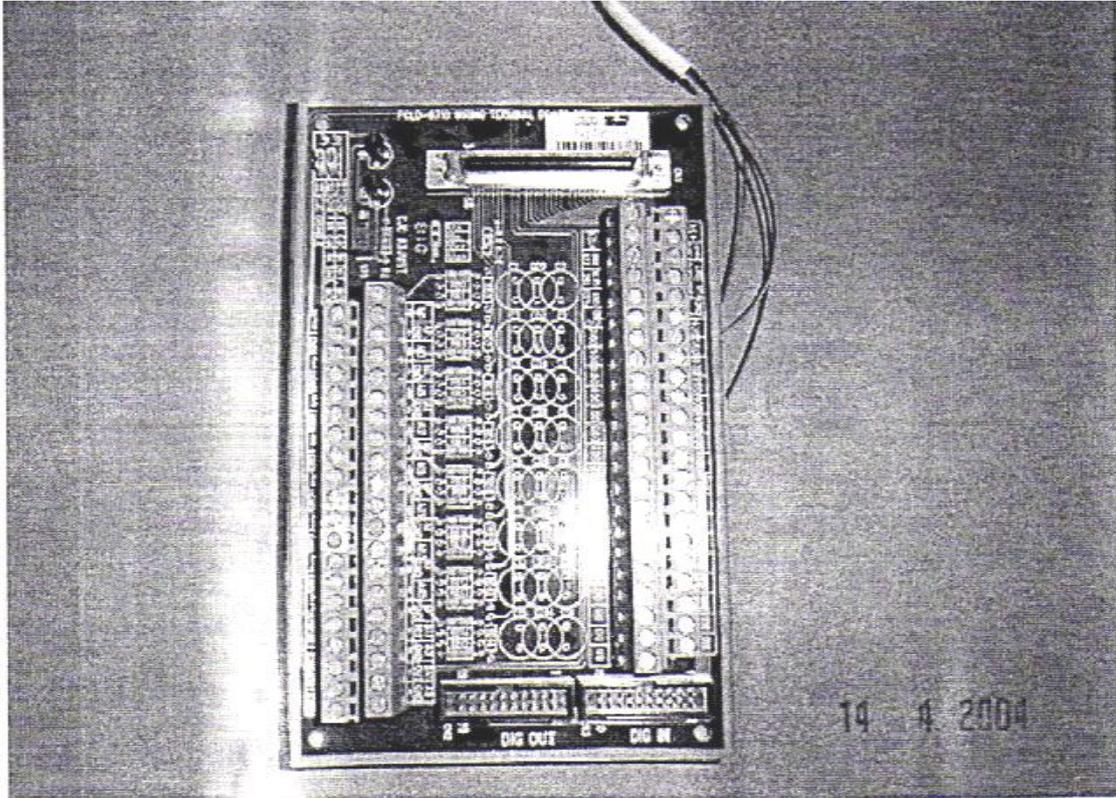


Figure IV.10. Boitier de connexion PCLD-8115/8710

Il est conçu pour égaler le DAS cartes avec 68 épingle connecteur SCSI-II, tel que 1711/1731 cartes. Le comité terminal inclut aussi la jonction sentir froid ensemble de circuits qui autorise des dimensions directes de thermocouple les transducteurs. Avec compensation du logiciel et linéarisation : chaque type du thermocouple peut être accommodé d à sa disposition PCB spéciale. L'utilisateur peut facilement construire un filtre de bas laissez-passer, ou convertisseur de la manœuvre courant par résistances additionneuses et condensateurs sur les coussinets du circuit du comité. Les caractéristiques de ces planches sont les suivantes:

- Supports PCI-1710/1710 cartes DAS,
- Le VACARME rail qui monte le cas pour installation facile,
- Les dimensions 160mm 112mm 51mm

IV.10 ETALONNAGE DES CAPTEURS

IV.10.1 Opération d'étalonnage des capteurs

Dans un capteur potentiométrique, c'est le déplacement du curseur sur la piste de potentiomètre qui provoque la variation de la réponse électrique. Les principales caractéristiques des capteurs utilisés ont été présentées dans le paragraphe précédent.

L'emploi d'un capteur implique toujours l'utilisation d'une loi d'étalonnage qui va permettre de passer de la mesure électrique à l'estimation de la grandeur physique correspondante.

Pour bien maîtriser la précision des mesures, on a intérêt donc à étalonner les capteurs de déplacements utilisés dans les essais. Cet étalonnage doit faire partie intégrante de la démarche de préparation d'un essai et de l'organisation d'un laboratoire. C'est un travail important, il se trouve par ailleurs qu'il n'est pas absolument apparent dans les résultats finaux de la recherche. Il est aussi indispensable d'étalonner systématiquement tous les capteurs et de pratiquer un étalonnage de vérification annuel.

L'étalonnage d'un capteur est généralement traduit par une courbe d'étalonnage qui exprime la relation entre la grandeur physique et la mesure qui en est donnée par le capteur.

Cette courbe ne traduit pas une relation fonctionnelle mais une corrélation entre deux grandeurs aléatoires. Le plus souvent on utilise une technique de régression pour établir la loi d'étalonnage.

IV.10.2 Mise en œuvre de l'étalonnage

L'étalonnage est une opération longue et assez fastidieuse qui mobilise un temps pour la préparation des différents appareillages nécessaires à cette opération qui sont :

- Une alimentation stabilisée
- Un voltmètre
- Un pied à coulisse

La (figure IV.11) montre le montage employé pour effectuer la correspondance entre le signal électrique et la grandeur physique qui, dans notre cas, est le déplacement en millimètre du curseur.

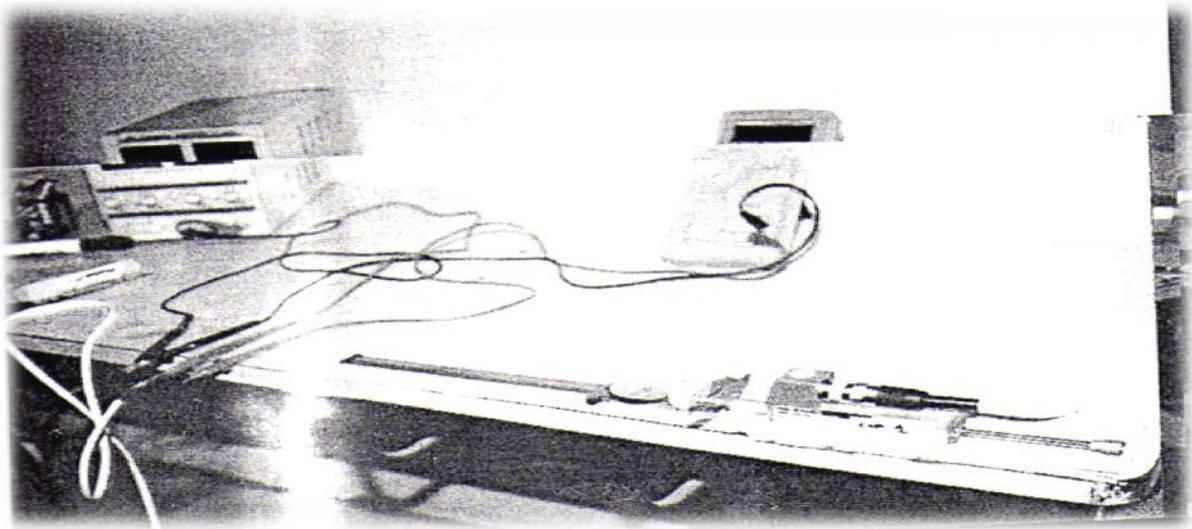


Figure IV.11. Mise en œuvre de l'étalonnage

IV.10.3 Courbe d'étalonnage des capteurs de déplacement

Les capteurs étalonnés (PY2) sont des capteurs qui vont être utilisés pour la deuxième fois, ils n'ont subi donc aucune dérive. La courbe d'étalonnage est donnée sur la (figure IV.12). Les mesures effectuées permettent de tracer une droite d'équation $y=0,1816x$ qui a été prise de la référence [84] étant donné que les capteurs n'ont pas subi d'effort particulier.

Remarque:

Le capteur de force ne nécessite pas d'étalonnage, l'opération qui a été effectuée par le constructeur donne l'indice de conversion qui est précise sur le corps d'épreuve du capteur. L'indice de conversion est de 300 pour 1 volt.

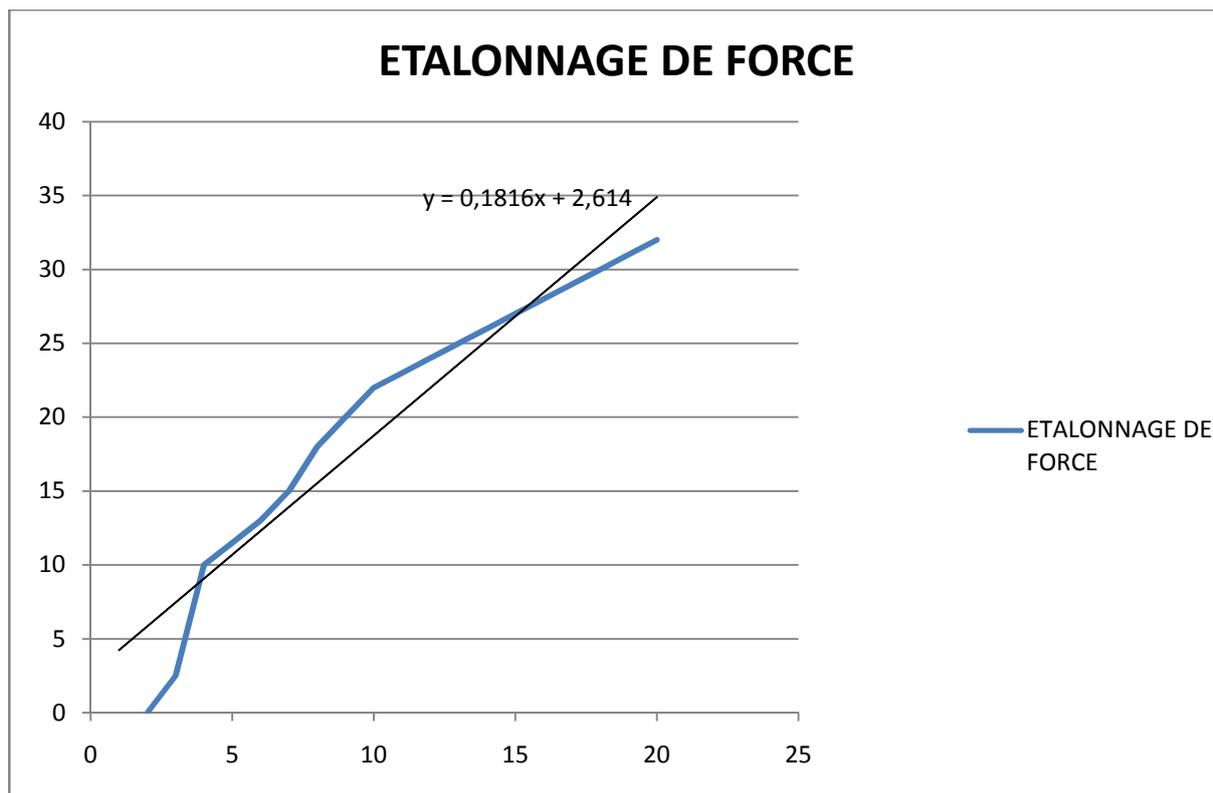


Figure IV.12a. Courbe de l'étalonnage

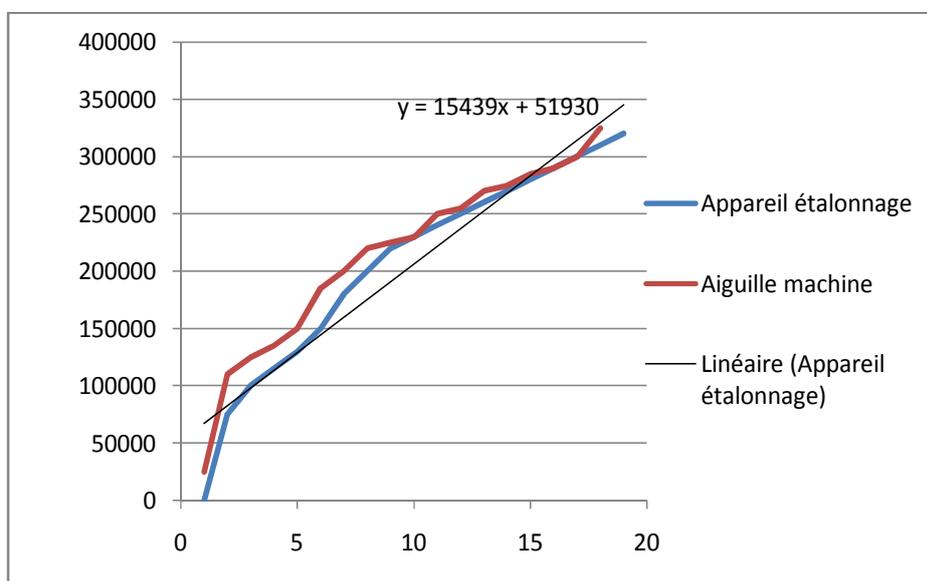


Figure IV.12b. Courbe de l'étalonnage

IV.10.4 Présentation du logiciel Advantech Génie DAQ Demo

Le logiciel « **Advantech Génie DAQ Demo** » est utilisé pour réceptionner les grandeurs physiques qui viennent du glissement et/ou le décollement entre le profilé métallique et les poutres en béton armé à travers la carte multifonction **PCI61711/1731** et la planche **PCLD-8710**. La première étape à suivre c'est la réalisation du montage présenté dans le schéma de la (figure IV.13).

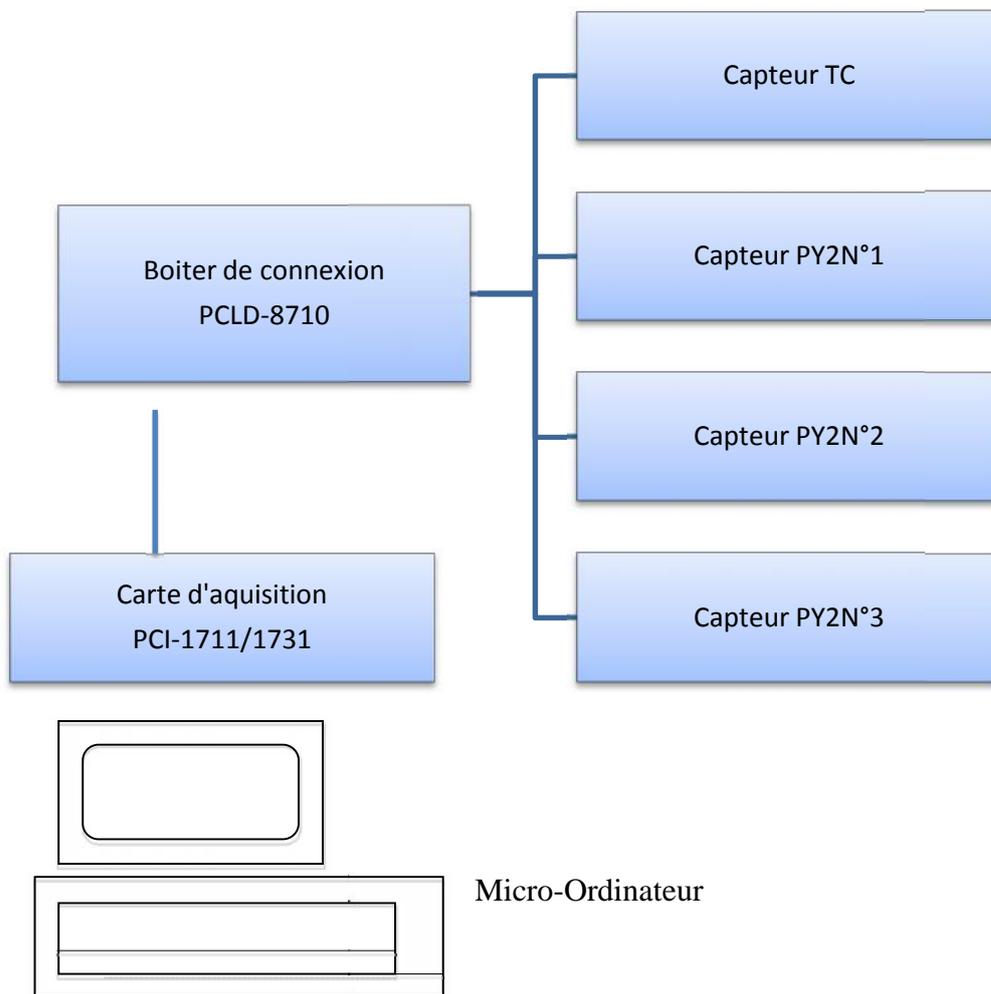


Figure IV.13 : Réalisation du montage pour réceptionner les grandeurs physiques

La manipulation sur le logiciel se fait d'abord par l'exécution des fichiers exécutables « Génie DAQ Builder ». Ce fichier exécutable comporte des fenêtres et des icônes, des Pages de tâche « Task Designer », et des pages de dessin « Display Designer ». La création d'une page de tâche nous aide à réaliser le montage utilisé, et une page dessin Pour tracer les graphes correspondants.

Les étapes à suivre pour effectuer les mesures sont les suivantes:

- Sélection de la carte utilisée ;
- Ouverture d'un nouveau fichier « non-gni » ;

Pour un montage on utilise :

- des entrées analogiques ; 
- une icône de fichier de résultats « nom.log » ; 
- un chronomètre pour la mesure du temps ; 
- et à la fin des files de connexions « connexion wire ».

Sur une page de dessin on utilise:

- Des graphes avec des repères d'ordonnées X,Y « xy graph »;
- des repères historiques « historical Trend »;
- des compteurs qui nous donnent des valeurs numériques de variation de déplacement et de la force;
- des icône « Display » qui aident à passer d'une page de dessin à l'autre.

Après avoir réalisé le montage et sélectionné les repères nécessaires, l'exécution de ce fichier se fait en appuyant sur l'icône « start », l'exécution est bonne, pour sortir on appuie sur l'icône « stop ».

Les résultats finaux sont enregistrés dans le fichier « nom-log ». [85].

IV.11. ETAPES DE REALISATION DES ESSAIS

IV.11.1 Réalisation effective des essais

La réalisation des essais n'est pas une tâche facile. En effet, lors de la préparation des essais nous avons rencontré d'énormes problèmes surtout de logistiques, l'apport de technicien dans ce type de manipulation est inexistant, surtout lorsqu'on remarque qu'un seul spécimen pèse environ 300 Kg. Il faut noter que les essais effectués sont des essais à échelle réelle.

IV.11.2 Les étapes de l'essai

1^{ère} étape: Confection des spécimens

Quelques poutres ont été confectionnées au sein de notre laboratoire LMSS et les autres par l'entreprise COGIDIB comme il a été mentionné précédemment.

2^{ème} étape: Connexion et montage du réseau des capteurs (figure IV.14).

A ce niveau la compréhension du programme d'acquisition était nécessaire, le montage et la fixation de la carte d'acquisition au niveau d'un PC, le réseau reliant les différents capteurs, la boîte de connexion, la carte d'acquisition, les autres périphériques sont mis en place.

L'étalonnage des capteurs de déplacement est réalisé avant cette étape.



Figure IV. 14 Connexion et montage du réseau des capteurs

3^{ème} étape: Mise en place des spécimens dans la machine d'essai

Pour la mise en place des spécimens, on trace d'abord leur périmètre sur la plaque d'appui de la machine puis on monte le spécimen qui pèse en moyenne 300 kg jusqu'au au niveau de la plaque d'assise de la machine qui se situe à une hauteur de 1,60 m (Figures IV.15 et IV.16). Cette étape n'était donc pas facile à cause du poids de la poutre, elle est plutôt dangereuse, le risque des accidents est fréquent. A ce niveau, l'intervention d'un technicien est importante.



Figure IV. 15 Mise en place des poutres



Figure IV. 16 La poutre en place

4^{ème} étape: La fixation et la mise en place des capteurs

Pour les capteurs de déplacement, on a conçu un dispositif en cornière métallique collée à l'aide de la colle rapide sur le béton, le capteur lui-même est fixé directement par la colle au niveau du profilé métallique et il est en contact direct avec la cornière (figure IV.17).



Figure IV.17 Fixation et mise en place du capteur de déplacement

5^{ème} étape: La mise en marche du processus d'essai et vérification des différents composants avant le lancement final d'essai.

6^{ème} étape : La mise en charge des spécimens
Le chargement était progressif, par paliers jusqu'à la ruine complète de la poutre.

IV.12 PARAMETRES DES ESSAIS DE FLEXION

Quarante poutres ont été testées par la machine de flexion, les paramètres des essais sont adaptés par rapport aux objectifs de ce travail, qui sont:

- L'influence du pourcentage du taux de ferrailage transversal dans les poutres sous chargement statique. Pour cela, huit séries de poutres et chaque série est composée de cinq ou de six spécimens ont été essayées. Chaque série diffère de l'autre par le taux du pourcentage du ferrailage transversal (espacement et diamètre des cadres).

Pour ces essais, on a pris des espacements de 5 cm, 7 cm, et 9 cm sur toute la longueur de la poutre pour certaines séries de poutres, pour d'autres séries 5 cm, 7 cm, et 9 cm en zone nodale, zone courante sans cadres (néant).

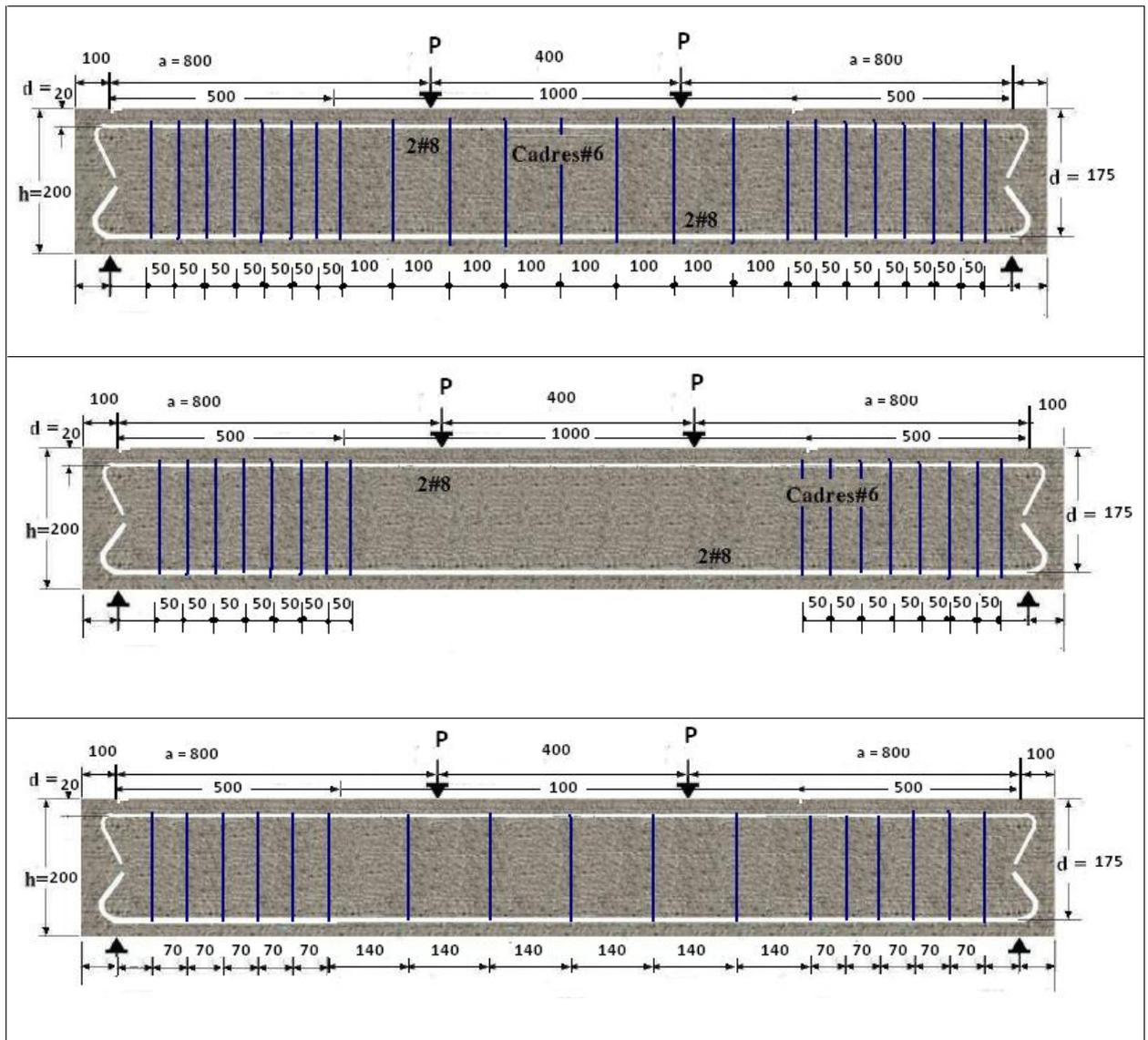
On a utilisé pour les cadres deux types de diamètre : le 6 (acier doux), et le HA8 (acier haute adhérence).

Le deuxième paramètre est l'effet des armatures longitudinales: des barres de HA8, HA10 et HA12 ont été utilisées (voir détails tableau IV.1).

Le troisième paramètre : l'effet de la résistance du béton à la compression.

IV.13 RESULTATS DES ESSAIS

Série 01, six poutres rectangulaires en béton armé à échelle réelle ont été testées. Elles sont détaillées dans le tableau IV.2. Tous les spécimens ont la même section transversale de 150 mm*200 mm (largeur*hauteur), et de longueur de 2000 mm.



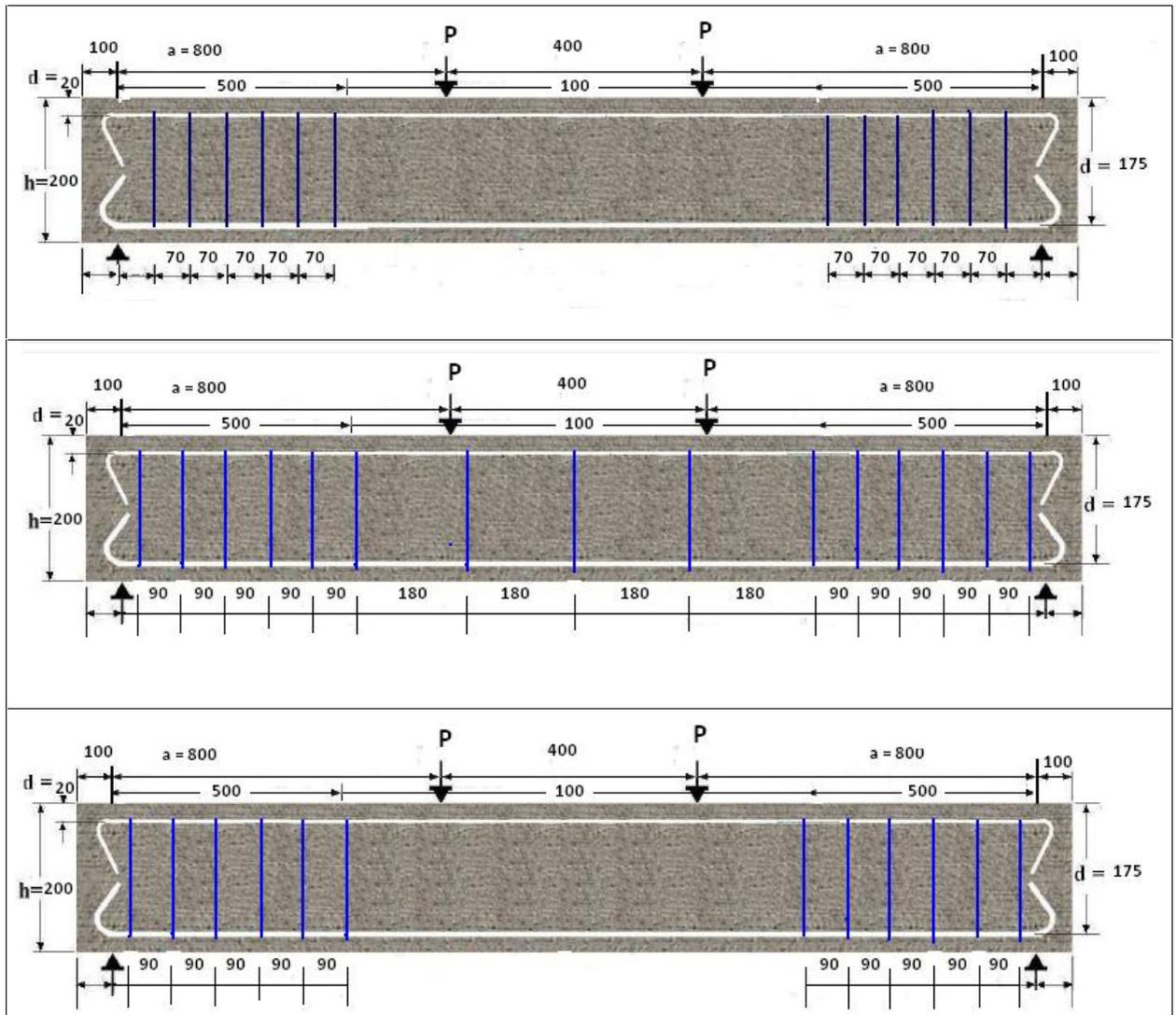


Tableau IV.2 :Poutres des essais série 01 (dimension en mm)

Après la réalisation de l'essai de flexion à 4 points sur ces poutres les résultats sont les suivants voir figures (18, 19, 20, 21, 22, 23 24, 25 et 26) pour la série 01.



Figure IV. 18 : Poutre P1 série 01



Figure IV.19 : Apparition des premières fissures pour la poutre P1



Figure IV.20 : Propagation des fissures pour la poutre P1



Figure IV.21: Endommagement de la poutre



Figure IV.22 : Endommagement de la poutre

Le mécanisme de rupture observé pour le spécimen 01, est une rupture par compression du béton due à la flexion associée à la plastification de l'armature tendue. Cette rupture a commencé par l'apparition des fissures verticales au milieu de la poutre, ensuite ces fissures sont devenues plus larges avec l'augmentation de la charge, toujours au milieu de la poutre (figure IV.20). Après, nous avons observé l'écrasement du béton suite à un niveau trop important de compression (figures IV.21 et IV.22).

Série 1 Poutre P2



Figure IV.23 : Mise en place de poutre P2



Figure IV.24 : Apparition des premières fissures de la poutre P2



Figure IV.25 : Propagation et ouverture des fissures de la poutre P2



Figure IV.26 : Endommagement de la poutre P2

Le mécanisme de rupture observé pour la poutre P2 est une rupture par flexion, rupture par la plastification de l'armature tendue. La majorité des fissures sont verticales et ne sont que dans la partie centrale. Ces fissures se développent avec l'augmentation du chargement, s'ouvrent et s'étendent vers l'axe neutre et au-delà (figure IV.25). Ce mécanisme de rupture par flexion est ductile en raison de la plastification de l'armature tendue.



Figure IV.27 : Développement des fissures (rupture par cisaillement) de la poutre P19



Figure IV.28 : Rupture par cisaillement de la poutre 19

Le mécanisme de rupture observé pour la poutre 19 est une rupture due à la contrainte principale oblique. Nous avons remarqué d'abord le développement de quelques fissures fines verticales au centre de la poutre (de type flexion), puis suivies par une perte d'adhérence entre l'acier inférieur et le béton qui l'entoure dans la zone proche de l'appui. Quelques fissures se développent inclinées vers le centre (figure IV.27), puis ces fissures de flexion n'évoluent

plus, ensuite nous avons remarqué une fissure inclinée due à la contrainte principale oblique s'ouvre à partir du point de chargement (de la fibre la plus comprimée de la poutre) jusqu'à la partie la plus tendue de la poutre, et là nous avons observé un endommagement fragile dû à la contrainte oblique, et la poutre est cisailée, mais le centre de la poutre reste avec des faibles déformations (figure IV.28).

Le tableau IV.3 montre les résultats obtenus par les essais, ils sont présentés et regroupés par séries. Les courbes force-déplacement et moment-déplacement sont présentées.

	Charges des 1 ^{ères} fissures Pfi (KN)	Charges de rupture Pr (KN)	Mécanismes De rupture	Commentaires
Série 01				
Poutre P1	5	25	Flexion pure	Apparition des fissures Seulement en zone courante La rupture par écoulement de l'acier
Poutre P2	20	30	Flexion pure	Propagation des fissures au milieu de la poutre, fissures larges de 1cm et 1,5cm pour un chargement P=25KN les fissures sont élargies jusqu'à éclatement du béton et l'acier
Poutre P3	20	25	Flexion pure	Rupture par écrasement du béton avec une flèche de 11cm
Poutre P4	20	25	Flexion pure	Rupture par écrasement du béton
Poutre P5	5	20		Une grande déformation et larges fissures à un chargement de 20KN des fissures horizontales dans la partie supérieure de la section, l'axe neutre est devenu plus haut
Poutre P6	5	25	Compression - cisaillement	Premières fissures fines au milieu de la poutre puis à 22kN de chargement, les fissures sont devenues plus larges, une fissure oblique à 45° qui a traversé la poutre à 50cm de l'appui représente l'effondrement de sa résistance. La poutre est cisailée.

Tableau IV.3. Mécanismes de rupture observés par les poutres série 01

Représentation des courbes contrainte-déformation et force-déplacement obtenues par les essais :

- ❖ Comparaison des résultats de la série d'essai 7 : Lapoutre P37 et la poutre P39. L'influence de l'espacement des cadres transversaux.

Les figures IV.29 et IV.30 présentent les résultats expérimentaux (contrainte-déformation) des poutres P37 et P39 de la série 7. Ces deux courbes sont confrontées avec le résultat d'une éprouvette des travaux des chercheurs [D. Breysse et Davenne L, 92] figure IV.31. Nous observons une bonne concordance entre les deux courbes la courbe de la poutre P39 et celle des chercheurs, elles commencent par un palier élastique jusqu'à le début des premières fissures ou la résistance au pic chute mais varie peu P39, l'effort décroît moins rapidement en phase post- pic. Nous remarquons que la poutre P37 avec l'espacement de 5cm en zone nodale résulte une augmentation de la résistance qui est voisine de 15 KN une fois les premières fissures apparaissent nous remarquons une chute brutale et cela dû au manque des cadres dans la zone courante cela confirme une mauvaise distribution des cadres dans la poutre. Cependant, la résistance de la poutre P39 avec un espacement de 7cm n'est que dans les environs de 14 KN mais comme la poutre P39 est ferrillée sur toute sa longueur, nous remarquons alors qu'elle engendre une augmentation considérable dans la résistance et la déformation.

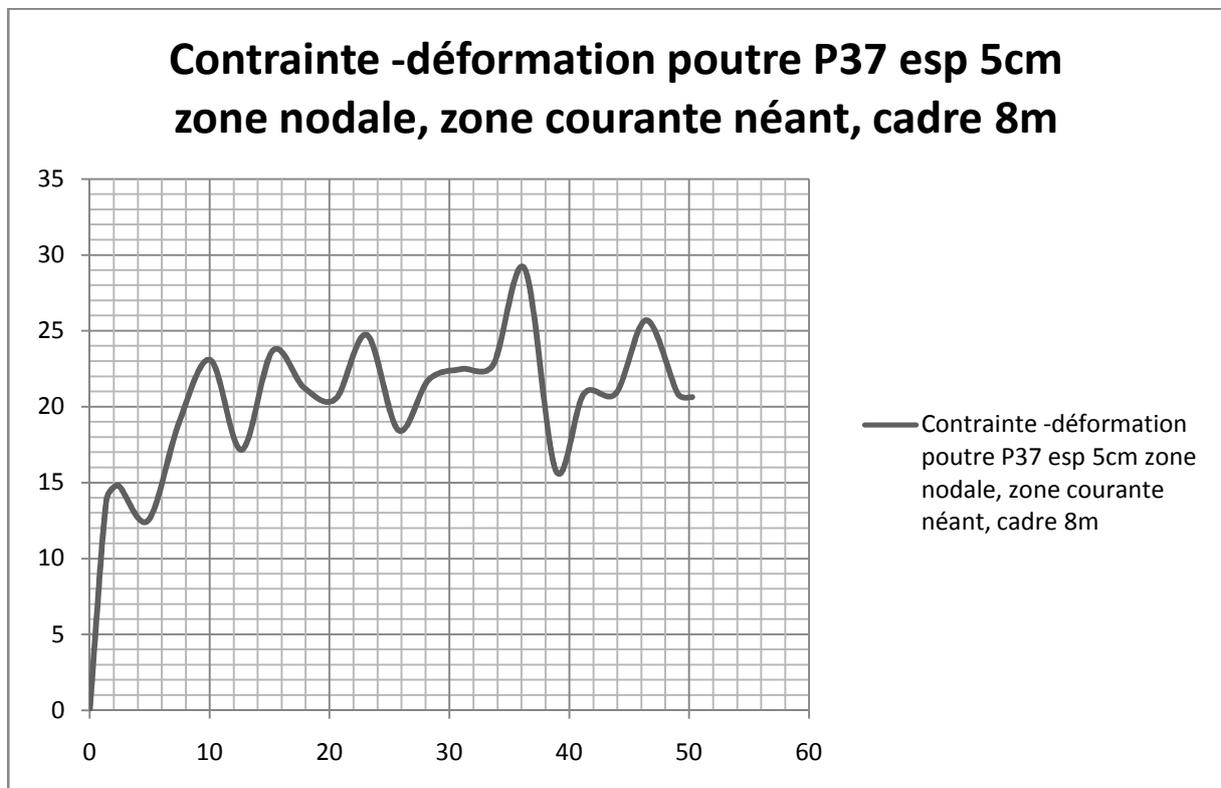


Figure IV.29 : Courbe contrainte-déformation de la poutre P37 tirée des essais

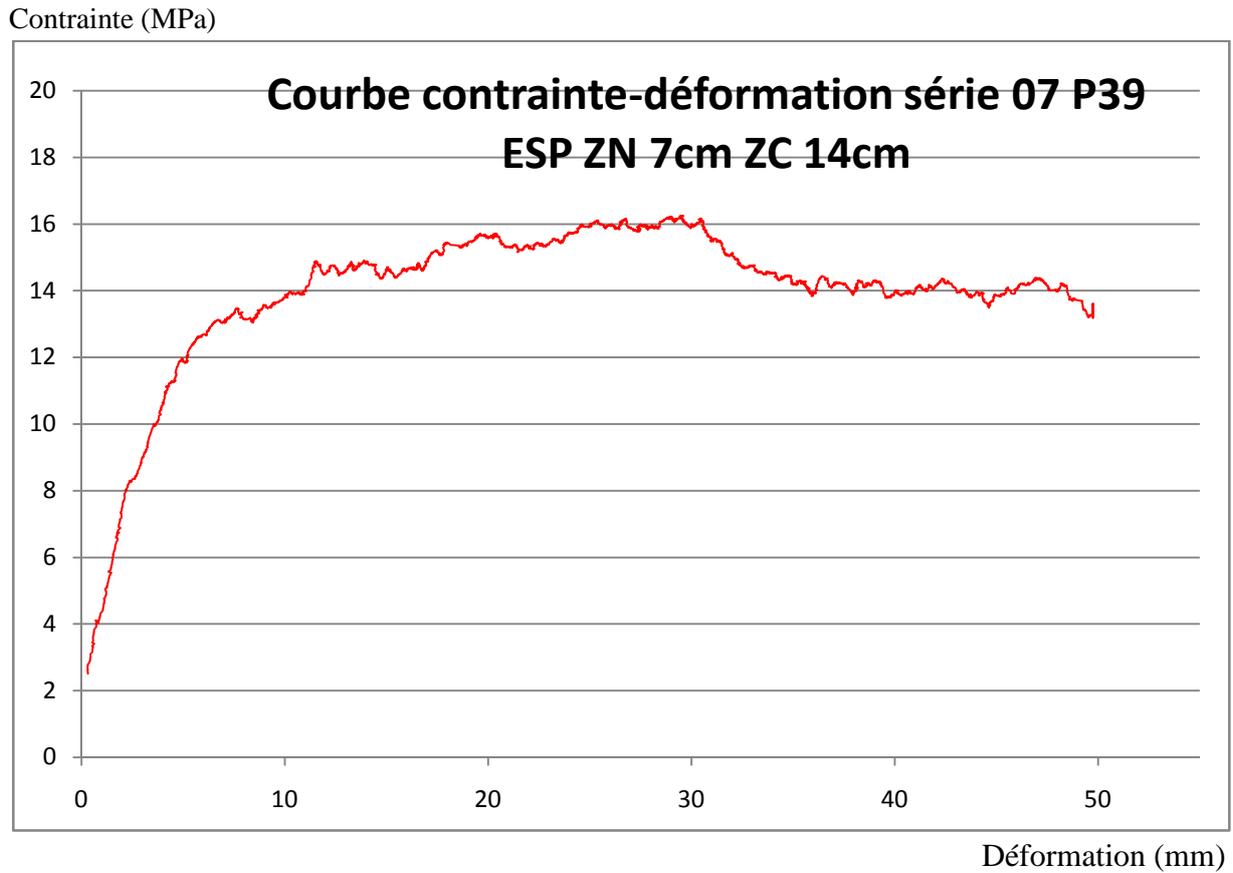


Figure IV.30 : Influence de la présence de cadres dans la poutre P39 tirée des essais

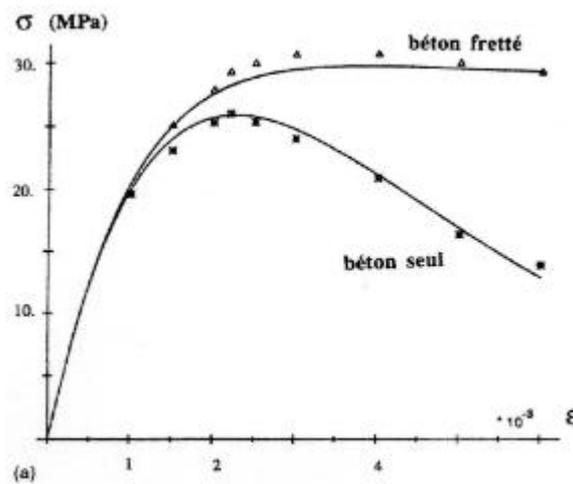


Figure IV.31 : Influence de la présence de cadres dans une éprouvette frettée (a) béton normal [92]

- ❖ Comparaison des résultats de la série 4. Les courbes contrainte-déformation pour les poutres (P26 et P23). L'influence du diamètre d'acier transversal :

Les courbes contrainte-déformation tirées des essais pour la poutre P26 avec un cadre de 8mm et la poutre P23 avec un cadre de 6mm figure IV.32, en gardant tous les autres paramètres constants, nous montrent qu'il ya une influence du diamètre de l'acier transversal sur ces courbes. Nous observons que la poutre P26 avec le cadre 8mm a une résistance plus élevée que celle de la poutre P23 avec le cadre 6 mm. Nous remarquons qu'il existe une contribution de l'acier transversal qui dépend de son diamètre. La différence dans le gain de résistance augmente avec le diamètre des armatures transversales.

Pour les cas des courbes contrainte-déformation figures IV.33 et IV.34, tirées des modèles, nous montrent qu'il existe une certaine concordance entre les résultats des courbes obtenus par nos essais et ceux qui sont proposés par les modèles de mander [8]etZergua [47].

Contrainte (MPa)

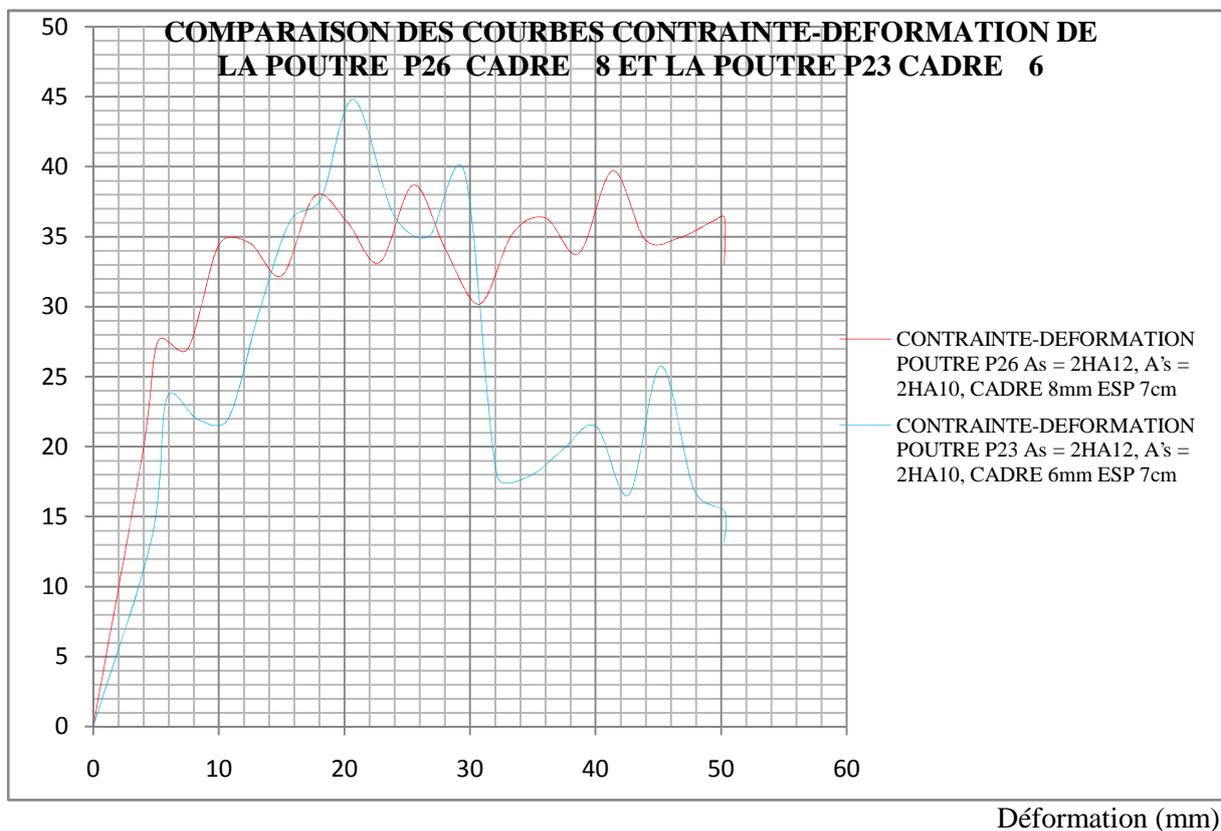


Figure IV.32 : Courbes – des poutres P26 et P23 pour les différents diamètres d'acier transversal(6mm et 8mm)

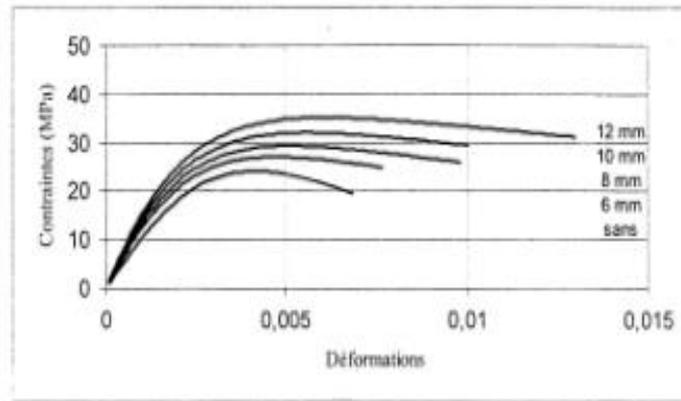


Figure IV.33 : Courbe – pour différents diamètres d’acier transversal (section carrée, $f_c = 25$ MPa) [47]

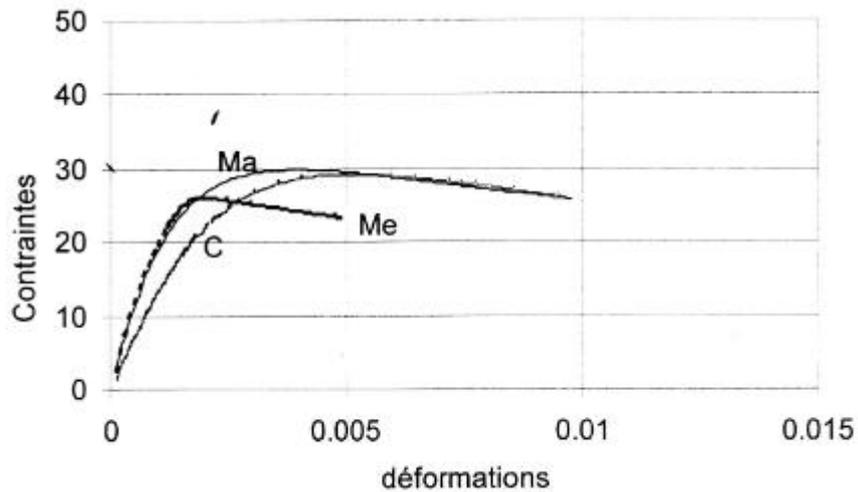
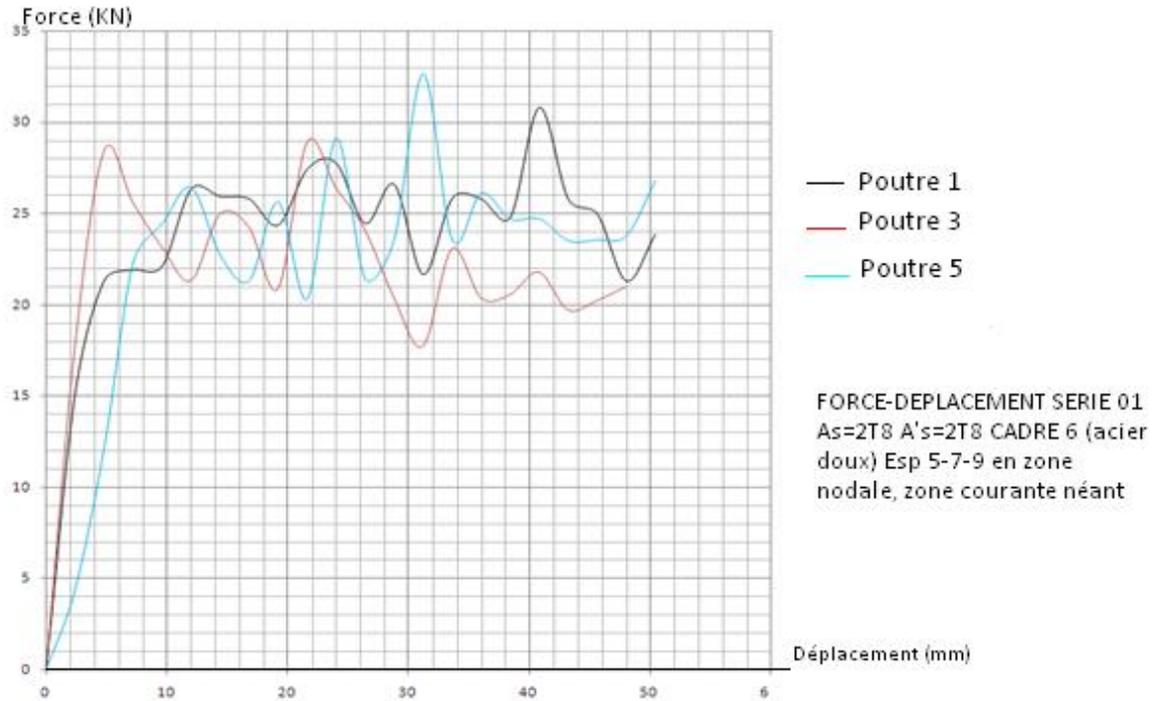
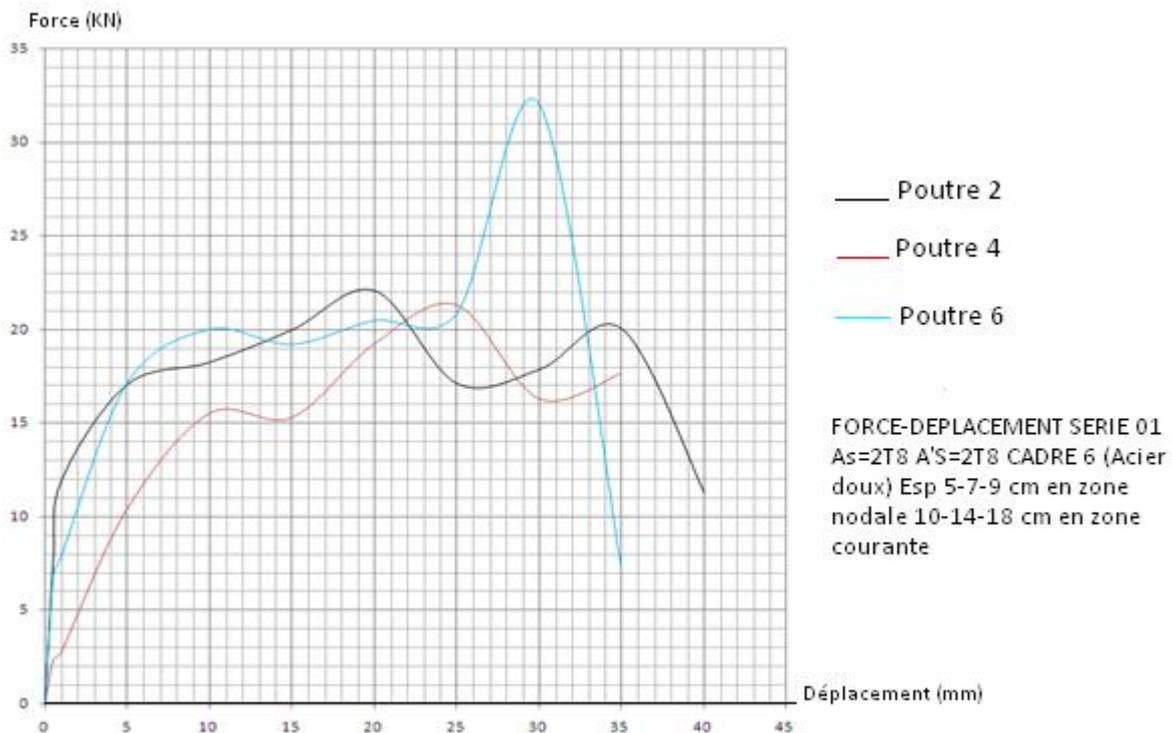


Figure IV.34 : Comparaison entre courbes – pour différents modèles ($f_c = 25$ MPa, diamètre = 8 mm, section carrée)
C, Ma, Me : correspondent respectivement à : Calcul, Mander, Mendis [47]

Quelques courbes (Force-déplacement) tirées des essais



**Figure IV.35 : Courbes (Force – Déplacement) des poutres P1 , P3 et P5.
(effet de l'espacement)**



**Figure IV.36 : Courbes (Force – Déplacement) des poutres P2, P4 et P6.
(effet de l'espacement)**

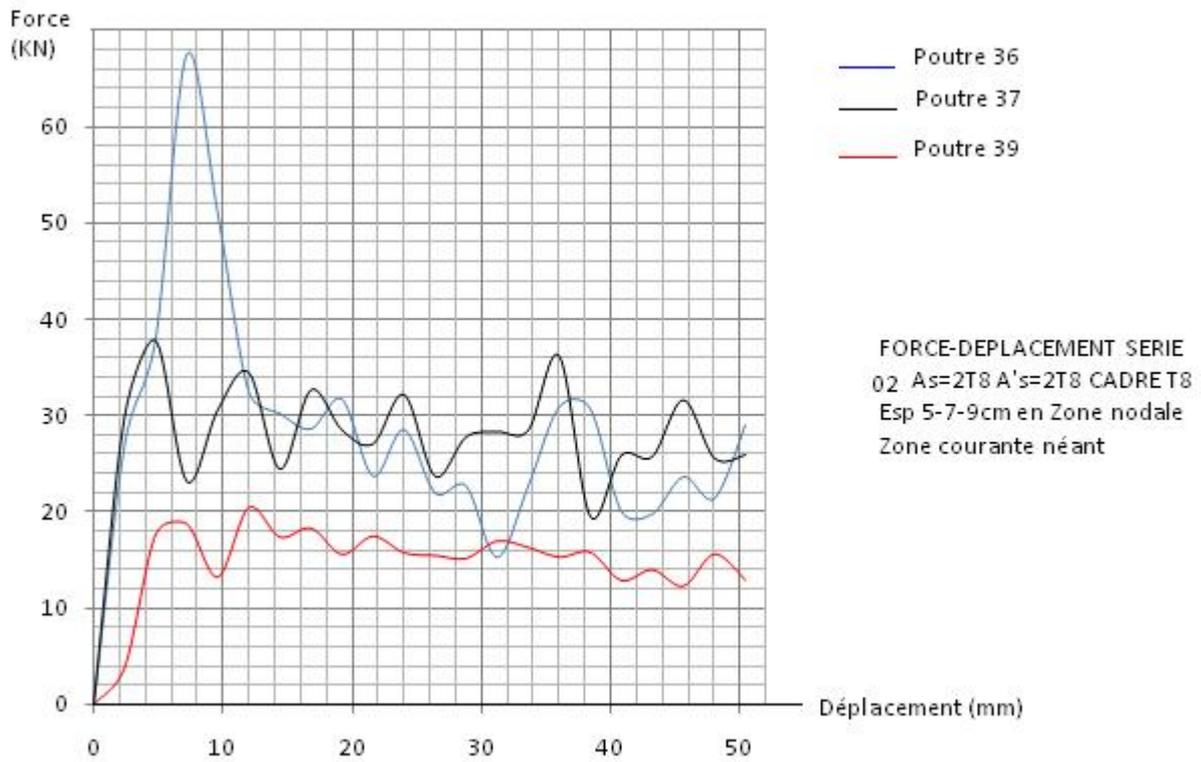


Figure IV.37 : Courbes (Force – Déplacement) des poutres P36, P37 et P39

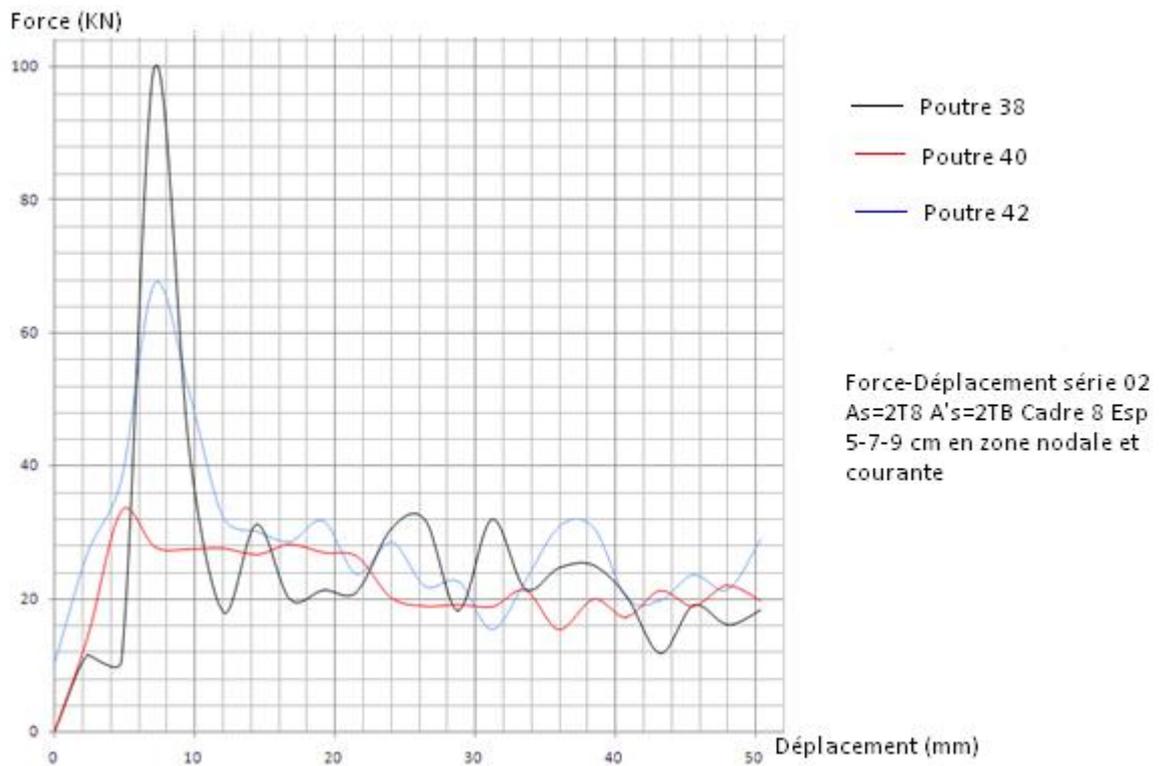


Figure IV.38 : Courbes (Force – Déplacement) des poutres P38, P40 et P42 (effet de l'espacement)

IV.14 Commentaires courbes force – déplacement

Pour les courbes de la (figure IV.36):

- Les courbes en trait noir et trait rouge représentent l'effet de la présence d'armatures transversales en quantité suffisante avec des espacements comme indiqué sur la figure. Une phase élastique suivie d'un palier plastique est observée pour les poutres 2 et 4. Ces espacements assurent un degré de ductilité (on ne remarque aucune rupture brusque). La courbe en bleu de la poutre 6 montre une phase élastique suivie d'une phase de plasticité, puis un pic suivi d'une décroissance brusque. L'apparition de ce pic est due à un cisaillement important de la poutre, ce qui montre une rupture brutale.

Pour les courbes de la (figure IV.38)

:

La dernière courbe représente des sections de poutres à faible pourcentage d'acier (section sous armée) et des sections à pourcentage d'acier élevé (section sur armée).

- La courbe en trait noir, c'est une section sur armée avec des cadres espacés de 5 cm tout le long de la poutre ($\rho = 3\%$). On observe que la première fissure est à 10 KN, l'acier a un comportement élastique, et une résistance très élevée qui atteint les 100 KN. Au moment où la fibre la plus comprimée du béton atteint sa valeur limite ε_{cu} . La rupture est brusque comme on le remarque sur la courbe, la rupture est survenue par écrasement du béton, la réponse est similaire à une rupture par cisaillement.

- La courbe en trait rouge, c'est une section avec des cadres espacés de 7 cm tout le long de la poutre ($\rho = 2\%$). On observe que la première fissure est à 36 KN, l'acier a un comportement élastique, puis il quitte le domaine élastique au moment où la fibre extrême du béton atteint son raccourcissement limite ε_{cu} . La rupture est lente, les armatures présentent une large déformation plastique, la rupture est survenue par écoulement de l'acier tendu. On remarque un plateau plastique.

- La courbe en trait bleu, c'est une section avec des cadres espacés de 9 cm tout le long de la poutre ($\rho = 1\%$). On observe la première fissure à 26 KN, l'acier aussi a un comportement élastique, il quitte le domaine élastique au moment où la fibre extrême du béton atteint son raccourcissement limite ε_{cu} . La rupture là aussi est brusque.

1V.15 L'INFLUENCE DE L'ARMATURE LONGITUDINALE

IV.15.1 Introduction

Dans le but de voir l'influence du ferrailage longitudinal sur le comportement de poutres en béton armé, nous avons réalisé des essais sur des poutres en béton armé sous chargement statique en faisant varier le taux d'armatures longitudinales.

IV.15.2 Travaux antérieurs

Il a été mis en évidence expérimentalement la première fois en 1978 [SHE, 78] [32] puis confirmé [SCO, 82] plus tard [33] et [OZC, 87] [85] que l'on pouvait augmenter la résistance et la ductilité des poteaux et des poutres en répartissant l'acier longitudinal autour du béton du noyau et en maintenant chaque barre par une épingle ou une cerce [86]

Certains codes [87] [88] prennent en considération les effets du type et de la quantité d'acier sur la ductilité des éléments en béton armé. Il a été également reporté [89] que les armatures longitudinales peuvent confiner les éléments du béton armé car le confinement des cadres transversaux provoque des réactions de confinement des barres longitudinales.

Spécimen	b*h (mm ²)	L mm	A _s	A' _s	Cadre t	Espace Zone nodale (mm)	Espace zone courante (mm)	Force de la première fissure (kN)	Pourcentage d'acier transversal
Poutre 4	150*200	2200	2T8	2T8	2 6	70	140	22	0,94
Poutre 10	150*200	2200	2T10	2T8	2 6	70	140	20	0,94%
Poutre 22	150*200	2200	2T12	2T10	2 6	70	140	20	0,94%

Tableau IV.4. Caractéristiques des poutres avec différents ferrillages longitudinaux

IV.15.3 Résultats obtenus

Après la réalisation de l'essai de flexion à 4 points sur ces poutres, les mécanismes de rupture de ces dernières avec des commentaires sont représentés sur les (figures IV.39 pour P4, IV.40 pour P10 et IV.41 pour P22).



Figure IV.39 : Endommagement de la poutre P4

Le mécanisme de rupture observé pour P4 est une rupture due à la flexion pure. Cette rupture a commencé par l'apparition de fissures verticales au milieu de la poutre. Ensuite, ces fissures sont devenues plus larges avec l'augmentation de la charge. Puis, il y a eu la plastification de l'acier jusqu'à la rupture de l'armature tendue (rupture par écoulement de l'acier).



Figure IV.40 : Endommagement de la poutre P10

Le mécanisme de rupture observé pour la poutre P10 est une rupture due aussi à la flexion pure. La majorité des fissures sont verticales et ne sont localisées que dans la partie centrale (rupture par écrasement du béton).

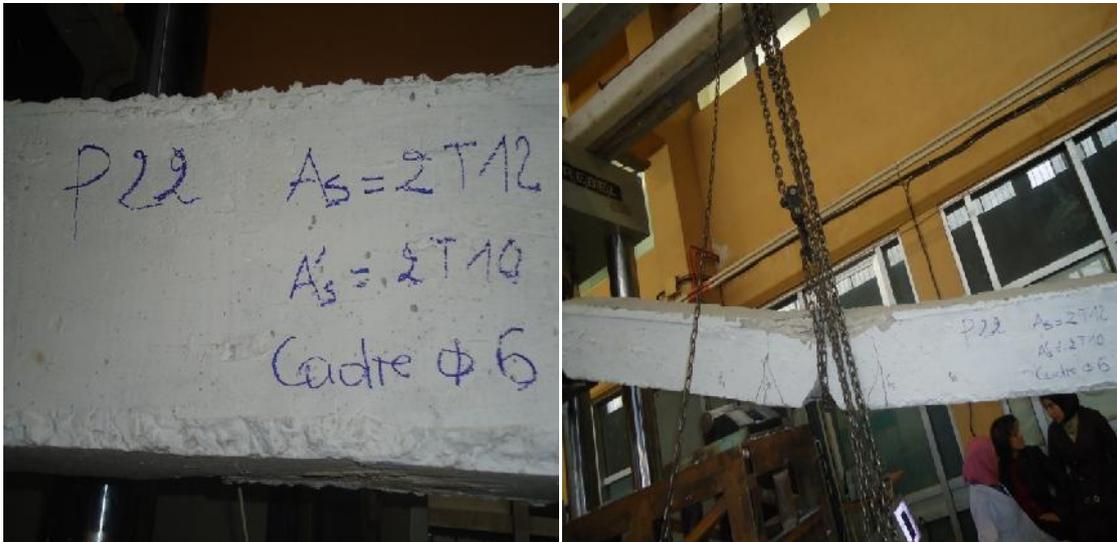


Figure IV.41 : Endommagement de la poutre 22

Le mécanisme de rupture observé pour P22 est une rupture par flexion avec apparition de fissures localisées au milieu de la poutre. On remarque que ce mécanisme de rupture par flexion est ductile en raison de la plastification de l'armature tendue.

Courbe enveloppe (Force-Déplacement) des poutres P4, P10 et P22 qui ont les mêmes paramètres sauf le taux d'armature longitudinales est représentée sur la figure IV.42.

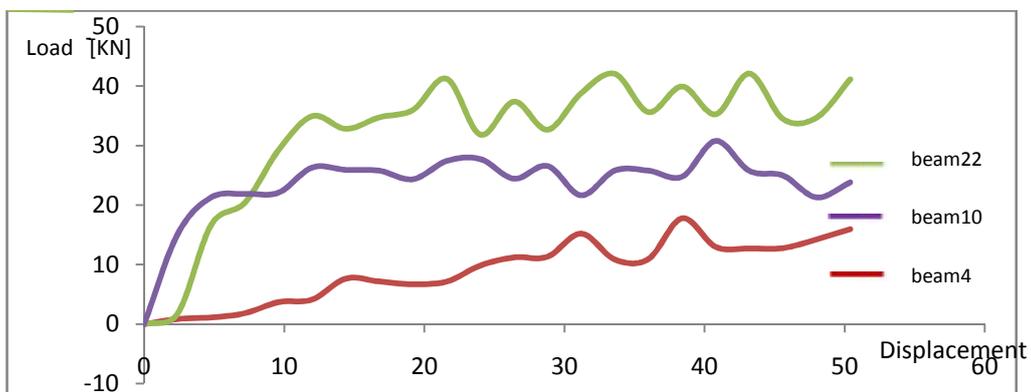


Figure IV.42 : Courbes (Force-déplacement) des poutres P4, P10 et P22.

IV.16 CONCLUSIONS

Le taux de pourcentage d'acier transversal influe sur le comportement de la poutre.

L'influence des diamètres des cadres transversaux sur la réponse des poutres est représentée sur les figures IV.32, IV.33, IV.34 et IV.35. Nous constatons que plus le diamètre est grand, plus la résistance de l'élément en béton armé est grande et moins le comportement est fragile. La diminution de la fragilité est observée dans les parties descendantes des courbes contraintes-déformations. Ces courbes mettent en évidence qu'il existe une contribution de l'armature transversale en fonction de son diamètre.

Les résultats des essais, les différents modes de rupture observés, ainsi que les courbes force-déplacement tracées, nous montrent aussi que les espacements des cadres ont une influence remarquable sur les poutres en béton armé. Grâce à l'utilisation d'un frettage par cadres en zone nodale et zone courante, nous avons observé un mode de rupture « flexion pure », mode plus ductile avec plusieurs fissures peu ouvertes ainsi qu'une résistance plus grande. Les courbes forces – déplacements ont montré également que les poutres frettées sur toute leur longueur, passent du palier élastique à une phase de plastification avant la rupture, alors que le cas est contraire pour les poutres nos frettées en zone courante où la courbe nous montre un palier élastique puis une rupture brusque (chute de résistance).

Pour ce qui est de l'influence des armatures longitudinales, il en ressort ce qui suit :

Pour les types de poutres testées, nous avons remarqué une rupture par flexion

Toutefois pour une poutre à faible taux de ferrailage (exemple P4), la rupture observée est une rupture par écoulement de l'acier au milieu de la poutre tandis que pour une poutre à taux de ferrailage plus élevé (exemple P22), la résistance au chargement est meilleure et aboutit à une déformation de l'acier avec rupture du béton en compression.

Nous pouvons dire alors que le taux de pourcentage d'acier longitudinal influe sur le comportement de la poutre. En outre, plus le diamètre de l'acier est grand, plus la résistance de l'élément en béton armé est grande et le comportement moins fragile.

Nous pouvons dire aussi qu'il y'a une contribution de l'armature longitudinale lorsqu'elle est bien répartie en fonction de son diamètre.

Chapitre V

ANALYSE PAR LA METHODE MOMENT- COURBURE DE POUTRES EN BÉTON ARMÉ

V.1 COMPORTEMENT D'UNE POUTRE FLECHIE

Le comportement d'une poutre en béton armé varie selon le stade de chargement. On peut le subdiviser en trois étapes, (figure V.1).

- 1- Comportement élastique avant fissuration. Ce stade existe entre $0 < M < 15\% M_{ult}$ environ. Dans ce cas les contraintes sont: $\sigma = E \cdot \varepsilon$ et $\sigma = M.y/I$. Cette relation est valide jusqu'à ce que la fissuration soit initiée à la fibre tendue, soit pour $M = M_{cr}$
- 2- Après la fissuration du béton, l'acier d'armature reprend les efforts de traction alors que le béton est comprimé. La relation $\sigma = M.y/I$ n'est plus applicable car la section n'est plus homogène alors que l'expression $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon$ pour le béton n'est plus valide car le béton a un comportement non linéaire au-delà de $40\% f'c$. Par contre, l'acier demeure élastique et $\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon$. Cet état est celui retrouvé en service où $15\% M_{ult} < M < 95\% M_{ult}$ environ.
- 3- À l'ultime, l'acier se plastifie et on atteint la capacité maximale théorique de la poutre égale à M_y . La contrainte dans l'acier demeure constante : $\sigma_s = f_y$. Après la plastification, le moment augmente très légèrement dû à la variation du point d'application de la résultante en compression et de l'écroutissement de l'acier jusqu'à ce que le béton éclate en compression à $M = M_{ult}$. Le long de la poutre, le moment est variable [86].

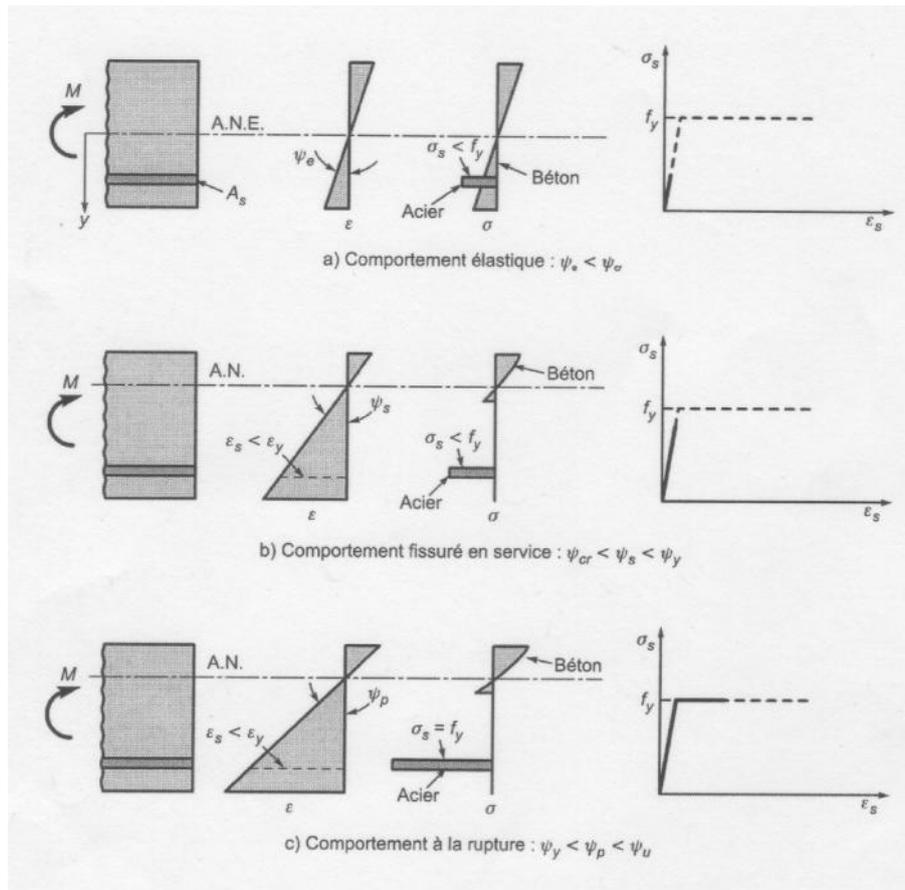


Figure V.1. Comportement d'une poutre en béton armé

V.2 LA RELATION MOMENT-COURBURE (L MENT POUTRE)

La figure V.2 montre la courbe moment-courbure d'un élément rectiligne en béton armé (section d'une poutre fléchie) . La section e soumise à un moment croissant jusqu'à la valeur maximale en flexion. Le rayon de courbure R est mesuré à l'axe neutre. Le rayon de courbure R , la profondeur de l'axe neutre Kd , la déformation du béton dans la fibre la plus comprimée ϵ_c et celle de l'acier ϵ_s varient le long de l'élément car entre les craquelures (fissures) le béton reporte la traction (tension).

En considérant une longueur dx , la rotation entre les extrémités de l'élément est donnée par:

$$\frac{dx}{R} = \frac{\epsilon_c \cdot dx}{Kd} = \frac{\epsilon_s \cdot dx}{\lambda(1-k)}$$

d'où :

$$\frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_c}{Kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)}$$

$\frac{1}{R}$ étant la courbure de l'élément. La rotation par unité de longueur de l'élément est :

$$\phi = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_c}{Kd} = \frac{\varepsilon_s}{d(1-k)} = \frac{\varepsilon_s + \varepsilon_c}{d} \quad (V.1)$$

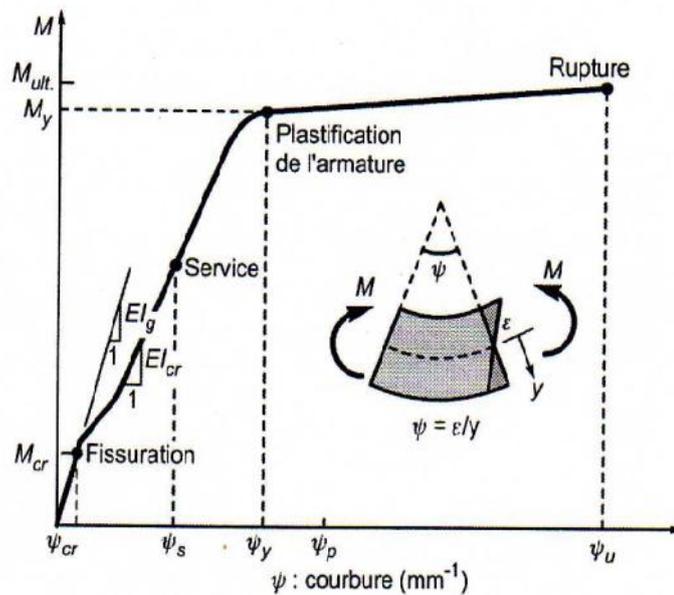


Figure V.2. Courbe moment-courbure d'une poutre fléchie

Il est évident que la courbure varie le long de l'élément à cause de la fluctuation de l'axe neutre (position) et des déformations entre fissures. Si l'élément est petit et au-delà de la fissure, la courbure est donnée par l'équation V.1, avec ε_c , ε_s égales aux déformations dans la section fissurée.

En considérant une poutre à simple ferrailage figure V.3, deux courbes caractéristiques s'obtiennent en mesurant la rupture par tension (écoulement de l'acier) et par compression (plastification du béton). Ces deux courbes sont linéaires au stade initial, la relation moment-courbure est donnée par l'équation de la RDM :

$$EI = MR = M / \quad (V.2)$$

- (a) Section sous ferrailée, ρ_s faible ;
- (b) Section sur ferrailée, ρ_s grand ;

ρ : pourcentage d'acier longitudinal

ρ_b : pourcentage d'acier qui donne le point de balancement.

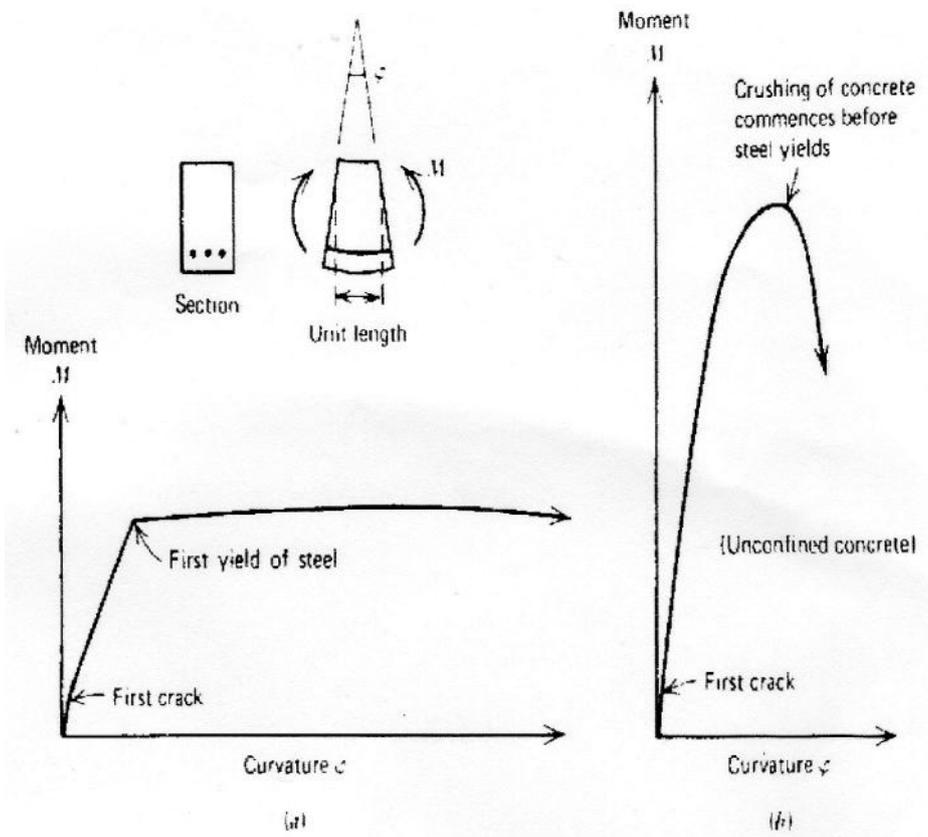


Figure V.3 : Mode de rupture

V.3. CALCUL DU MOMENT-COURBURE D'UNE SECTION D'UNE POUTRE

V.3.1 Exemple numérique et étude paramétrique

Soit une section de poutre (15×25cm) (figure V.4), les caractéristiques de la section considérée sont:

- Largeur: 15cm
- Hauteur: 25cm
- Hauteur utile: 22,5cm
- Enrobage de l'acier comprimé: 2cm
- Enrobage: 1,9cm
- Déformation maximale unitaire du béton: 0,0035
- Module de déformation du béton: 37000 MPa
- Résistances du béton en compression f'_c et en traction f'_t : indiquées sur chaque figure
- Section d'acier tendu : $2,26 \text{ cm}^2$
- Section d'acier comprimé: $1,01 \text{ cm}^2$
- Module de déformation de l'acier : 200000 MPa
- Limite élastique de l'acier : 400 MPa

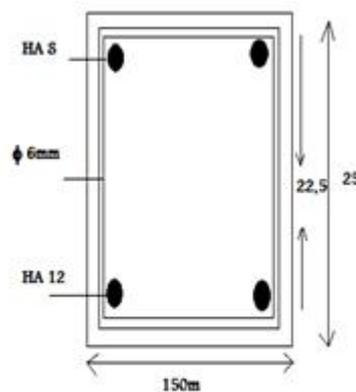


Figure V.4 Section de la poutre

Pour le comportement des matériaux et en particulier celui du béton en compression, il existe une grande variété d'équations mathématiques décrivant la relation entre les contraintes et les déformations. On peut citer celles proposées par le CEB, le B.A.E.L[87]et l'ACI [88]. La relation que propose l'ACI [88] pour modéliser le comportement du béton en compression est la suivante:

$$f'_c(v_c) = f'_c \left[\frac{2v_c}{0,002} - \left(\frac{v_c}{0,002} \right)^2 \right] \text{ pour } v_c < v_{cl} = 0,002$$

$$f'_c(v_c) = f'_c [1 - 300(v_c - 0,002)] \text{ Pour } v_c \geq v_{cl}$$

La relation que propose le B.A.E.L 91 [86] pour une compression avec flexion:

$$f'_c(v_c) = 0,25 f'_c \cdot 10^3 \cdot v_c (4 - 10^3 v_c) \text{ Pour } 0 \leq v_c \leq 2\text{‰}$$

$$f'_c(v_c) = f'_c \text{ Pour } 2\text{‰} \leq v_c \leq 3,5\text{‰}$$

$$\text{Avec : } f'_c = \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{u_b}$$

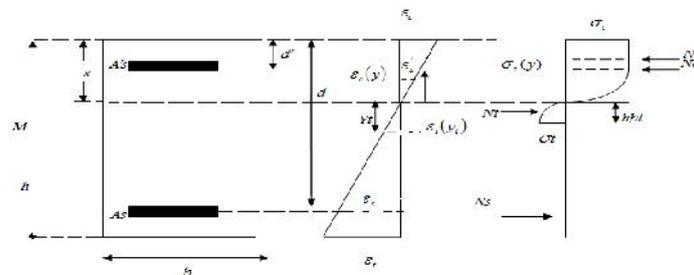


Figure V.5. Diagramme contrainte-déformation de la section

$$v_c = 3,5\% \quad \dagger_c \text{ atteint } f_c' v_s = 3,5\% \frac{(1-\alpha)}{\alpha} \leq 10\%$$

La contrainte dans le béton vaut f_c' sur $x - x_1$ et varie paraboliquement entre l'axe neutre et $x_1 = \frac{4}{7}x$

$$N_b = \int_0^{\frac{4}{7}x} b \left[0,25 f_c' \left(3,5 \frac{y}{n} \right) \left(4 - 3,5 \frac{y}{n} \right) \right] dy + 3b \cdot x' f_c' / 7 = 0,81b \cdot x' f_c'$$

Les équations d'équilibre des efforts normaux et des moments:

$$N = N_c(v_c, x) + N_s(v_s') - N_t(v_t, y_t) - N_s(v_s) = 0 \quad (V.3)$$

Et $M = M_{int}(V_c, x)$

Avec:

$$M_{int}(v_c, x) = b \int_0^x f_c' [v_c(y)] (r - x + y) dy + N_s(d - d') - N_t \left(d - x - \frac{2}{3} y_t \right) \quad (V.4)$$

$$v_s = \left(\frac{d-x}{x} \right) v_c \quad v_t = \left(\frac{x-d'}{x} \right) v_c \quad v_t = \frac{y_t}{x} v_c$$

Pour préciser, on compte l'effort normal N_t dû au béton tendu avant fissuration, la connaissance de x et v_c permet d'écrire:

$$y_t = h - x \text{ et } v_t = \frac{h-x}{x} v_c$$

V.4 Calcul de la hauteur comprimée x par la méthode classique:

Pour cela on doit choisir des valeurs pour la déformation du béton v_c , on commence par :

choix de loi de comportement du béton

D'après l'A.C.I

$$N_c(v_c, x) = \dagger(v_c) \times (n) = b \cdot f_{c0}^{0,002} \left[\frac{v_c}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_c}{0,002} \right)^2 \right] x \text{ pour } v_c < v_{cl} = 0,002$$

$$N_c(v_c, x) = \dagger(v_c) \times (n) = b \cdot f_c \left[-150v_c + 1,6 - \frac{0,038}{30v_c} \right] x \text{ pour } v_c \geq v_{cl}$$

choix du comportement de l'acier:

Comportement élastique parfaitement plastique. Dans le cas, on a 4 hypothèses:

- a- Les aciers tendus et comprimés ne sont pas plastifiés : $v_s < v_{sl}$; $v'_s < v_{sl}$

$$N_s = E_s \cdot A_s v_s \quad ; \quad N'_s = E'_s \cdot A'_s v'_s$$

donc:

$$\dagger_s = E_s v_s \quad ; \quad \dagger'_s = E'_s v'_s$$

- b- Seuls les aciers tendus sont plastifiés: $v_s \geq v_{sl}$; $v'_s < v_{sl}$

$$N_s = A_s f_y \quad ; \quad N'_s = E'_s \cdot A'_s v'_s$$

donc:

$$\dagger_s = f_y \quad ; \quad \dagger'_s = E'_s v'_s$$

- c- Seuls les aciers comprimés sont plastifiés: $v_s < v_{sl}$, $v'_s \geq v_{sl}$

$$N_s = E_s A_s v_s \quad ; \quad N'_s = A'_s f'_y$$

donc :

$$\dagger_s = E_s v_s \quad ; \quad \dagger'_s = f'_y$$

- d- Les aciers tendus et comprimés sont plastifiés: $v_s \geq v_{sl}$, $v'_s \geq v_{sl}$

$$N_s = A_s f_y \quad ; \quad N'_s = A'_s f'_y$$

donc:

$$\dagger_s = f_y \quad ; \quad \dagger'_s = f'_y$$

Pour le béton tendu on a :

$$N_t(v_t, y_c) = bE_c \frac{hb t^2}{2x} v_c = bE_c \frac{(h-x)^2}{2x} v_c$$

Pour la détermination de la hauteur comprimée, il faut se reporter au tableau V.1:

1^{er} cas: $v_c = v_{cl}$ et $v_s < v_{sl}$ et $v'_s = v'_{sl}$:

Valeur $x_1 + \alpha x_i$ en(mm)	Valeur choisie de v_c	$v_s =$ $\left(\frac{d-x}{x}\right)v_s$	$v'_s =$ $\left(\frac{x-d'}{x}\right)v_c$	$N_c(v_c, x) =$ $\left[bf_c \left(\frac{v_c}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_s}{0,002}\right)^2\right)\right]x$	$N_s =$ $A'_s E'_s v'_s$	(N) $N_t =$ $E_c b v_c \frac{h_{bt}^2}{2x}$ avec: $h_{tb}^2 = (h-x)^2$	(N) $N_s =$ $A_s E_s v_s$
--	-------------------------------	--	--	---	-----------------------------	--	---------------------------------

Tableau V.1

Puis voir la valeur de x qui équilibre l'équation suivante:

$$N_c(v_c, x) + N'_s = N_t(v_t, y_t) + N_s$$

$$\left[bf_c \left(\frac{v_c}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_s}{0,002}\right)^2\right)\right]x + A'_s E'_s v'_s = E_c b v_c \frac{(h-x)^2}{2x} + A_s E_s v_s$$

Puis refaire la même chose avec une autre valeur de v_c

v_c on la varie de 0 à 0,0019

Par exemple on prend un pas de 0,00005 et

Puis on passe au deuxième cas (tableau V.2):

Toujours : $v_c \varepsilon_{cl} = 0,002$, mais cette fois-ci les aciers tendus sont plastifiés, alors nous aurons:

$$N_s = A_s f_y$$

Valeur de x	Valeur de v_c	v_s	v'_s	$N_c(v_c, x)$	$N'_s = A'_s E'_s v'_s$	$N_t = E_c b v_c \frac{(h-x)^2}{2x}$	$N_s = A_s f_y$	$N_c + N'_s$	$N_t + N_s$
---------------	-----------------	-------	--------	---------------	-------------------------	--------------------------------------	-----------------	--------------	-------------

Tableau V.2

3ème cas: seuls les aciers comprimés sont plastifiés (tableau V.3).

$$N'_s = A'_s f'_y$$

$$v_c = 0,002$$

Valeur de x (mm)	Valeur donnée de v_c	v_s	v'_s	$N_c(v_c, x)$	$N'_s = A'_s f'_y$	N_t	$N_s = E_s v_s A_s$	$N_c + N'_s$	$N_t + N_s = 0$
--------------------	------------------------	-------	--------	---------------	--------------------	-------	---------------------	--------------	-----------------

Tableau V.3

On refait le tableau pour plusieurs valeurs de v_c qui varie de 0 jusqu'à 0,0019

4ème cas: les aciers tendus et comprimés sont plastifiés (tableau V.4).

$$N_s = A_s f_y \quad , \quad N'_s = A'_s f'_y$$

$$v_c = 0,002$$

Valeur de x	v_c Valeur donnée	v_s	v_s'	$N_c(v_c, x)$	$N_s' = A_s' f_y$	N_t	$N_s = A_s f_y$	$N_c + N_s'$	$N_t + N_s$
---------------	------------------------	-------	--------	---------------	-------------------	-------	-----------------	--------------	-------------

Tableau V.4

Refaire le même tableau avec plusieurs valeurs de v_c qui varient entre 0 et 0,0019

- Puis on passe au deuxième palier c- à- d : lorsque $v_c = 0,002$

Dans ce cas: $N_c(v_c, x) = \mathfrak{R}(v_c)X(x) = bf_c \left[-150v_c + 1,6 - \frac{0,038}{30v_c} \right] x$

Refaire les mêmes tableaux en changeant la formule de $N_c(v_c, x)$

Et les valeurs de v_c seront entre 2‰ et 3,5‰

1^{er} cas: $v_c \geq 0,002$; $v_s < v_{sl}$ et $v_s' < v_{sl}'$

Voir le tableau V.5

Valeur de x (mm)	v_c Exp: 0,0021	v_s	v_s'	$N_c(v_c, x) =$ $bf_c \left[-150v_c + 1,6 - \frac{0,038}{30v_c} \right] x$	$N_s' =$ $A_s' E_s v_s'$	$N_t =$ $E_c b v_c \frac{(x - x^2)}{2x}$	$N_s =$ $A_s E_s v_s$	$N_c + N_s'$	$N_t + N_s$
--------------------	----------------------	-------	--------	--	-----------------------------	---	--------------------------	--------------	-------------

Tableau V.5

Chapitre V Analyse par la Méthode Moment- courbure de poutres en Béton armé

Refaire le même tableau avec d'autres valeurs de V_c .

Puis on passe au 2ème cas: $V_s = V_{sl}$ et $v'_s < v'_{sl}$

Voir le tableau V.6

$$N_s = A_s f_y \quad ; \quad N'_s = A'_s E'_s v'_s$$

Valeur de x	Valeur de v_c	$v_s =$ $\left(\frac{d-x}{x}\right)v_c$	$v'_s =$ $\left(\frac{x-d}{x}\right)v_c$	$N_c(v_c, x) =$ $bf'_c \left[-150v_c + 1,6 - \frac{0,038}{30v_c} \right] x$	$N'_s =$ $A'_s E'_s v'_s$	N_t	$N_s =$ $A_s f_y$	$N_c + N'_s$	$N_t + N_s$
---------------------	-----------------------	--	---	---	------------------------------	-------	----------------------	--------------	-------------

Tableau V.6

Refaire le même tableau pour d'autres valeurs de V_c varient entre 0,002 et 0,0035

Puis 3ème cas: $V_s < V_{sl}$ et $v'_s = v'_{sl}$

Voir tableau V.7

$$N_s = A_s E_s v_s \quad ; \quad N'_s = A'_s f'_y$$

Valeur de x	Valeur de v_c	v_s	v'_s	N_c	$N'_s = A'_s f'_y$	N_t	$N_s = E_s A_s v_s$	$N_c + N'_s$	$N_t + N_s$
---------------------	-----------------------	-------	--------	-------	--------------------	-------	---------------------	--------------	-------------

Tableau V.7

Refaire le même tableau pour d'autres valeurs de V_c

4ème cas: V_s V_{sl} et V'_s V'_{sl}

Voir le tableau V.8

$$N_s = A_s f_y \quad ; \quad N'_s = A'_s f'_y$$

Valeur de x	Valeur de V_c	V_s	V'_s	N_c	N'_s	N_t	N_s	$N_c + N'_s$	$N_t + N_s$

Tableau V.8

Refaire le même tableau pour d'autres valeurs de V_c

V.5 Conclusion

Pour une valeur donnée de V_c , on détermine les x_i et pour chacune de leurs valeurs on calcule la valeur de la déformation dans les matériaux à partir de l'équation de compatibilité. Après, on vérifie quelle déformation calculée appartient au cas considéré, ce qui confirme la valeur de $x = x_i$ pour la valeur de V_c donnée [89].

Après, on passe au calcul du moment intense:

Si: $V_c \leq V_{cl}$

$$M_{int} = b f'_c x^2 \left(\frac{V_c}{0,003} - \frac{V_c}{1,6 \cdot 10^{-5}} \right) + b f'_c x (d - x) \left[\frac{V_c}{0,002} - \frac{(V_c/0,002)^2}{3} \right] +$$

$$N'_s (d - d') - N_t \left(d - x - \frac{2h_{br}}{3} \right)$$

V.6 Deuxième méthode (méthode des cas possibles) Rezaie [89]

La méthode est proposée par (REZAIE 1995 [90] et REZAIE et BUYLE-BODIN 1997 [91] consiste à déterminer directement la hauteur de la zone comprimée en utilisant des relations de définition de x induites par le cas de contraintes possibles dans les matériaux, armatures et béton.

Soit le nombre d'éléments de courbes constituant la courbe de comportement des aciers tendus m , ceux des aciers comprimés n , et du béton tendu p .

Le nombre de cas possibles de contraintes est égal à $n \times m \times p$ et en utilisant l'équation IV.3, on aura $n \times m \times p$ réponses différentes.

$$n = 2, m = 2, p = 1$$

Nous aurons 4 possibilités

- 1^{ère} hypothèse:

On suppose que les armatures d'acier tendues et comprimées ne sont pas plastifiées

$$0 \leq v_s' \leq v_l' \text{ et } 0 \leq v_s \leq v_l$$

Dans ce cas, les contraintes sont égales à:

$$\tau_s' = E_s' v_s' \text{ et } \tau_s = E_s v_s, \text{ donc les efforts normaux seront:}$$

$$N_s' = E_s' v_s' A_s' \text{ et } N_s = E_s v_s A_s$$

- 2^{ème} hypothèse:

On suppose que les aciers tendus sont plastifiés:

$$\text{C'est-à-dire: } v_s > v_{sl} \text{ et } v_s' \leq v_{sl}'$$

Dans ce cas, les contraintes deviennent:

$$\tau_s = f_y \text{ et } \tau_s' = E_s' v_s', \text{ donc les efforts normaux seront:}$$

$$N_s = A_s f_y \text{ et } N_s' = E_s' v_s' A_s'$$

- 3^{ème} hypothèse:

Seuls les aciers comprimés sont plastifiés :

$$v_s \leq v_{sl} \text{ et } v_s' > v_{sl}'$$

Les contraintes seront:

$\sigma_s = E_s \cdot \varepsilon_s$ et $\tau_s = f' y$ les efforts normaux seront :

$$N_s = E_s \varepsilon_s A_s \quad \text{et} \quad N'_s = A'_s f' y$$

- 4^{ème} hypothèse:

Les aciers tendus et comprimés sont plastifiés:

$$V_s > V_{sl} \quad \text{et} \quad V'_s > V'_{sl}$$

Dans ce cas, les contraintes seront:

$$\tau_s = f_y \text{ et } \tau'_s = f'_y$$

Les efforts normaux seront :

$$N_s = A_s f_y \text{ et } N'_s = A'_s f'_y$$

Selon ces quatre hypothèses, on peut tirer la valeur de x (hauteur comprimée du béton)

L'ACI propose:

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f'_c \left[\frac{2\varepsilon_c}{0,002} - \left(\frac{\varepsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad \text{Pour } V_c \leq V_{cl} = 0,002$$

$$\sigma_c(\varepsilon_c) = f'_c [1 - 300 (\varepsilon_c - 0,002)] \quad \text{Pour } V_c \geq V_{cl}$$

L'effort normal de compression dans le béton pour chaque intervalle de V_c sont:

$$N(V_c, x) = \frac{b}{x} \int_{v_1}^{v_2} \tau(v) dv$$

$$\text{On a nommé : } b \int_{\varepsilon_1}^{v_2} \tau(v) d\varepsilon \quad \text{par} \quad \mathfrak{R}(\varepsilon_c)$$

$$\text{Donc : } N(\varepsilon_c, x) = \mathfrak{R}(\varepsilon_c) \times (x)$$

$$\text{On va intégrer: } N(\varepsilon_c, x) = \mathfrak{R}(\varepsilon_c) \times (x)$$

$$N(v_c, x) = \mathfrak{R}(v_c) \times (x) = \int_0^{2^{0/00}} b \uparrow_c(v_c) dv + \int_{2^{0/00}}^{v_c} b \uparrow_c(v_c) dv = b \int_0^{2^{0/00}} \left[f_c \left(\frac{2v_c}{0,002} - \left(\frac{v_c}{0,002} \right)^2 \right) \right] dv + b \int_{2^{0/00}}^{v_c} f_c [1 - 300(v_c - 0,002)] dv$$

$$= bf_c \left[\frac{2}{0,002} \cdot \frac{v_c^2}{2} - \frac{1}{3} \frac{v_c^3}{(0,002)^2} \right] + \left[v_s - 300 \frac{v_c^2}{2} + (0,6)^{v_c} - c \right]$$

$$N(\varepsilon_c, x) = (\varepsilon_c) \times (x) = bf_c \left[\frac{v_c^2}{0,002} - \frac{1}{3} \frac{v_c^3}{(0,002)^2} \right] + [-150v_c^2 + 1,6v_c - c]$$

Si on divise sur ε_c on aura :

$$N(\varepsilon_c, x) = (\varepsilon_c) \times (x) = bf_c \left[\frac{v_c}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad \text{Pour } v_c < v_{cl} = 0,002$$

$$N(\varepsilon_c, x) = (\varepsilon_c) \times (x) = bf_c \left[-150v_c + 1,6 - \frac{0,0038}{30v_c} \right]$$

Comment on trouve C (le coefficient de l'intégral égale à $\frac{0,0038}{30}$)

Lorsque $v_c = 0,002$ c'est un point commun entre la partie parabolique et la partie linéaire dans le diagramme contrainte-déformation

On va considérer que:

$$bf_c \left[\frac{v_c}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_c}{0,002} \right)^2 \right] = bf_c \left[-150v_c + 1,6 - \frac{0,0038}{30v_c} \right]$$

On va remplacer ε_c par 0,002, on aura :

$$bf_c \left[\frac{0,002}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{0,002}{0,002} \right)^2 \right] = bf_c \left[-150(0,002) + 1,6 - \frac{c}{0,002} \right]$$

$$\left[1 - \frac{1}{3} \right] = \left[-0,3 + 1,6 - \frac{c}{0,002} \right]$$

$$\frac{2}{3} = \left[1,3 - \frac{c}{0,002} \right]$$

$$\text{Et donc } 1,3 - \frac{2}{3} = \frac{c}{0,002} \Rightarrow \frac{1,9}{3} = \frac{c}{0,002} \Rightarrow C = \frac{1,9 \times 0,002}{3} = \frac{0,0038}{3}$$

$$\text{Ou bien: } C = \frac{0,038}{30}$$

Donc:

$$N(\varepsilon_c, x) = (\varepsilon_c) \times (x) = \begin{cases} \mathfrak{R}(v_c) = bf_c \left[\frac{v_c}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_c}{0,002} \right)^2 \right] \\ \mathfrak{R}(v_c) = bf_c \left[-150v_c + 1,6 - \frac{0,038}{30v_c} \right] \end{cases}$$

Passons maintenant à l'état de contrainte du béton à la traction:

$$N_t(v_c, y_t) = \frac{1}{2} b h_{bt} v_t E_c \text{ avec } v_t : \frac{v_c}{x} = \frac{v_t}{h_{bt}} \Rightarrow v_t = \frac{v_c \cdot h_{bt}}{x}$$

Les équations d'équilibre des efforts normaux et des moments de la section respectivement s'écrivent:

$$N = N_c(v_c, x) + N_s'(v_s') - N_t(v_t, y_t) - N_s(v_s) = 0$$

$$v_s = \left(\frac{d-x}{x} \right) v_c ; \quad v_s' = \left(\frac{x-d'}{x} \right) v_c ; \quad v_t = \frac{y_t}{x} v_c$$

$$y_t = h - x \Rightarrow v_t = \left(\frac{h-x}{x} \right) v_c$$

1^{ère} hypothèse:

$$v_s < \varepsilon_{cl}, \varepsilon_s' < v_{cl} \Rightarrow \text{les armatures tendues et comprimées ne sont pas plastifiées}$$

$$N(\varepsilon_c, x) = (\varepsilon_c) \times (x) \text{ avec:}$$

$$\mathfrak{R}(v_c) = bf_c \left[\frac{v_c}{0,002} - \frac{1}{3} \left(\frac{v_c}{0,002} \right)^2 \right] \rightarrow v_c < v_{cl} = 0,002$$

$$\mathfrak{R}(v_c) = bf_c \left(-150v_c + 1,6 - \frac{0,038}{30v_c} \right) \rightarrow v_c > v_{cl} = 0,002$$

$$X(x) = x$$

$$N_t(v_c, x) = bE_c \frac{h_{bt}^2 v_c}{2x}$$

$$\mathfrak{R}(v_c)X(x) + \begin{cases} A_s E_s v_s \rightarrow si : f_s \leq f_y \\ A_s f_y \end{cases} = bE_c \frac{h_{bt}^2 v_c}{2x} + \begin{cases} A_s E_s v_s \rightarrow si : f_s \leq f_y \\ A_s f_y \end{cases}$$

Dans ce cas, on a 4 cas possibles pour une déformation maximale du béton comprimé fixée v_c .

La valeur de la hauteur comprimée est choisie parmi les quatre valeurs calculées d'après l'équation V.3.

Première hypothèse: les aciers tendus et comprimés ne sont pas plastifiés ($v_s > v_{cl}$, $v_s' < v_{cl}$)

$$N_s = A_s E_s v_s; \quad N_s' = A_s' E_s' v_s'; \quad N(\varepsilon_c, x) = (\varepsilon_c) \times (x)$$

$$\text{avec: } X(x) = x$$

$$N = \mathfrak{R}(v_c)x + A_s' E_s' v_s' - A_s E_s v_s - bE_c \frac{h_{bt}^2 v_c}{2x} = 0$$

Si on néglige le béton tendu on aura:

$$N = \mathfrak{R}(v_c)x + A_s' E_s' v_s' - A_s E_s v_s = 0$$

$$\mathfrak{R}(v_c)x + A_s' E_s' \left(\frac{x-d'}{x} \right) v_c - A_s E_s \left(\frac{d-x}{x} \right) v_c = 0$$

$$\mathfrak{R}(v_c)x^2 + A_s' E_s' (x-d') v_c - A_s E_s (d-x) v_c = 0$$

$$\mathfrak{R}(v_c)x^2 + A_s' E_s' x v_c - A_s' E_s' d' v_c - A_s E_s d v_c + A_s E_s x v_c = 0$$

$$\mathfrak{R}(v_c)x^2 + [(A_s' E_s' + A_s E_s) x v_c] - (A_s' E_s' d' + A_s E_s d) v_c = 0$$

La solution de cette équation du 2^{ème} degré est :

$$\Delta = [v_c (A_s' E_s' + A_s E_s)]^2 + 4 \mathfrak{R}(v_c) (A_s' E_s' d' + A_s E_s d)$$

$$\sqrt{\Delta} = [\varepsilon_c (A_s' E_s' + A_s E_s)]^2 + 4 \mathfrak{R}(v_c) (A_s' E_s' d' + A_s E_s d)]^{1/2}$$

$$x_1 = \frac{-\varepsilon_c (A_s' E_s' + A_s E_s) \pm \sqrt{\Delta}}{2 \mathfrak{R}}; \quad - = \text{radical } \varepsilon_c$$

$$x_1 = \frac{\text{radical} - v_c (A_s E_s + A_s' E_s')}{2\mathfrak{R}} \text{ si et } \begin{aligned} v_s &= \frac{d - x_1}{x_1} v_c \leq v_l \\ v_s' &= \frac{x_1 - d'}{x_1} \varepsilon_c \leq \varepsilon_l' \end{aligned}$$

$$x = x_1$$

Sinon 2^{ème} hypothèse

Deuxième hypothèse: seuls les aciers tendus sont plastifiés

$$(v_s > v_l, v_s' < v_l')$$

$$\mathfrak{R}(v_c)x + A_s' E_s' \left(\frac{x - d'}{x} \right) v_c - A_s f_y = 0$$

$$\mathfrak{R}(v_c)x^2 + A_s' E_s' x v_c - A_s' E_s' d' v_c - A_s f_y x = 0$$

$$\mathfrak{R}(v_c)x^2 + (A_s' E_s' v_c - A_s f_y)x - A_s' E_s' d' v_c = 0$$

La solution de cette équation est:

$$\Delta = [(v_c A_s' E_s' + A_s f_y)^2 + 4\mathfrak{R} v_c A_s' E_s' d']^{1/2}$$

$$x_2 = \frac{-(v_c A_s' E_s' - A_s f_y) \pm \sqrt{\Delta}}{2\mathfrak{R}}$$

$$x_2 = \frac{\text{radical} - (A_s' E_s' v_c - A_s f_y)}{2\mathfrak{R}} \text{ si : et } \begin{aligned} v_s &= \frac{d - x_2}{x_2} v_c \geq v_l \\ v_s' &= \frac{x_2 - d'}{x_2} v_c \leq v_l \end{aligned}$$

$$x = x_2$$

Sinon l'hypothèse suivante:

Hypothèse 3: seuls les aciers comprimés sont plastifiés

$$(V_s \leq V_l, V_s' > V_l')$$

$$\Re(v_c)x + A_s f' y - A_s E_s v_s = 0$$

$$\Re(v_c)x + A_s f' y - A_s E_s \left(\frac{d-x}{x} \right) v_c = 0$$

$$\Re(v_c)x^2 + A_s f' y \cdot x - A_s E_s (d-x) v_c = 0$$

$$\Re(v_c)x^2 + A_s f' y \cdot x + A_s E_s x v_c - A_s E_s d v_c = 0$$

$$\Re(v_c)x^2 + [v_c (A_s E_s) + A_s f' y] x - A_s E_s d v_c = 0$$

$$x = \frac{- \text{radical } \varepsilon_c = [(v_c A_s E_s + A_s f' y)^2 + 4 \Re A_s E_s d v_c]^{1/2}}{2 \Re}$$

$$x_3 = \frac{\text{radical } \varepsilon_c - (A_s E_s \varepsilon_c + A_s f' y)}{2 \Re}$$

si

$$v_s = \frac{d-x_3}{x_3} v_c \leq v_l$$

et

$$v_s' = \frac{x_3 - d'}{x_3} v_c \geq v_l'$$

$$x = x_3$$

Sinon l'hypothèse suivante:

4^{ème} hypothèse: les aciers tendus et comprimés sont plastifiés

$$N_s = A_s f_y \quad ; \quad N_s' = A_s f' y$$

$$\Re(v_c)x + A_s f' y - A_s f_y = 0$$

$$x_4 = \frac{A_s f_y - A_s f' y}{\Re}$$

$$\text{Vérfié } v_s = \frac{d-x_4}{x_4} v_c > v_l$$

$$\text{et } v_s' = \frac{x_4 - d'}{x_4} v_c > v_l'$$

$$x = x_4$$

On sait que la solution du problème est unique. Un seul de ces cas pour une valeur ϵ_c donnée (qu'on utilise comme pivot) va vérifier la compatibilité de déformation sur la section.

V.7 SYNTHÈSE DE DEUX MÉTHODES

Une synthèse de la méthode des cas possibles en comparaison avec la méthode classique est proposée sur le (tableau V.9) [89].

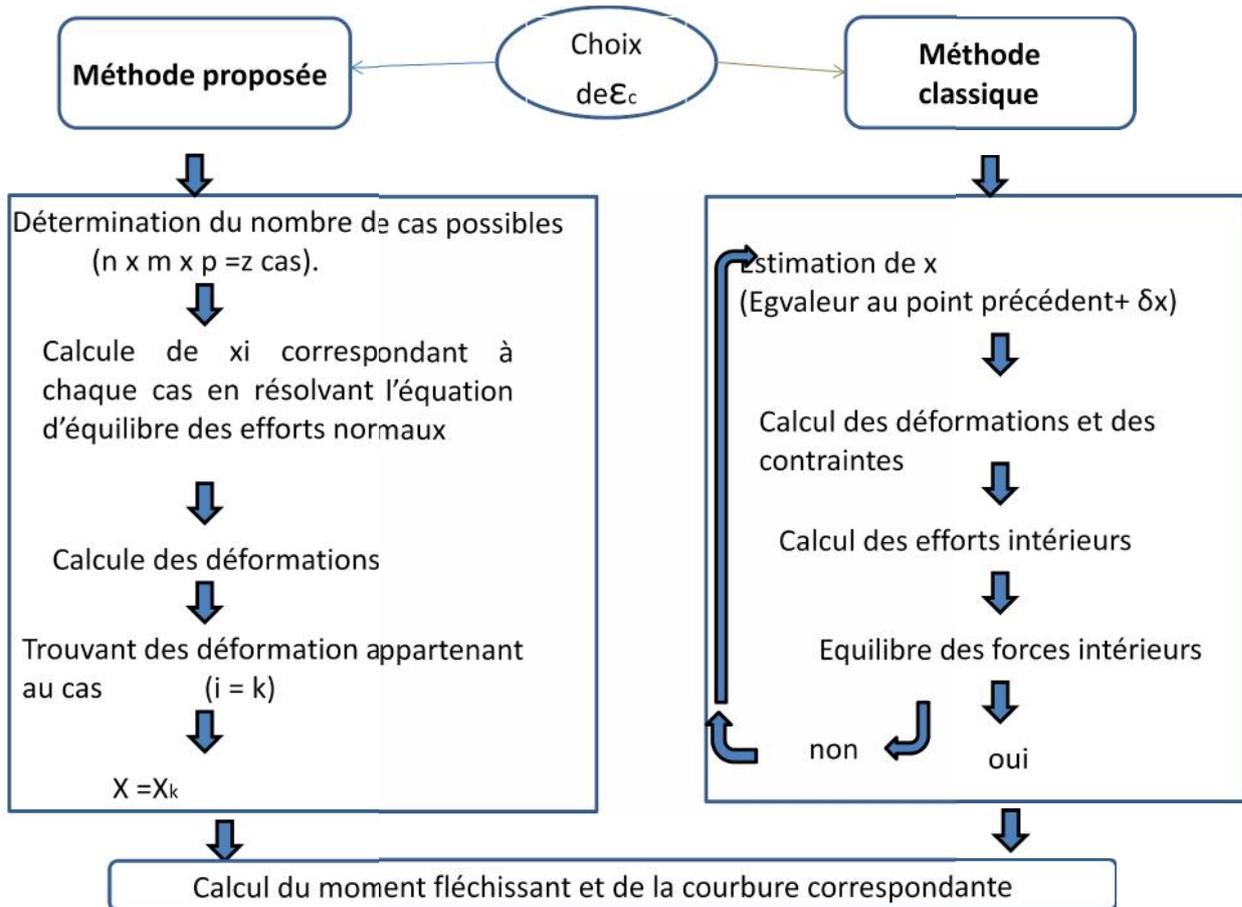


Tableau V.9 : Synthèse de la méthode des cas possibles en comparaison avec la méthode classique

La méthode des cas possibles nous a permis de calculer la valeur exacte de x , sans itération, tout en maintenant un temps de calcul raisonnable et précieux.

La figure V.6 présente le diagramme de la variation de la hauteur de la zone comprimée en fonction du moment.

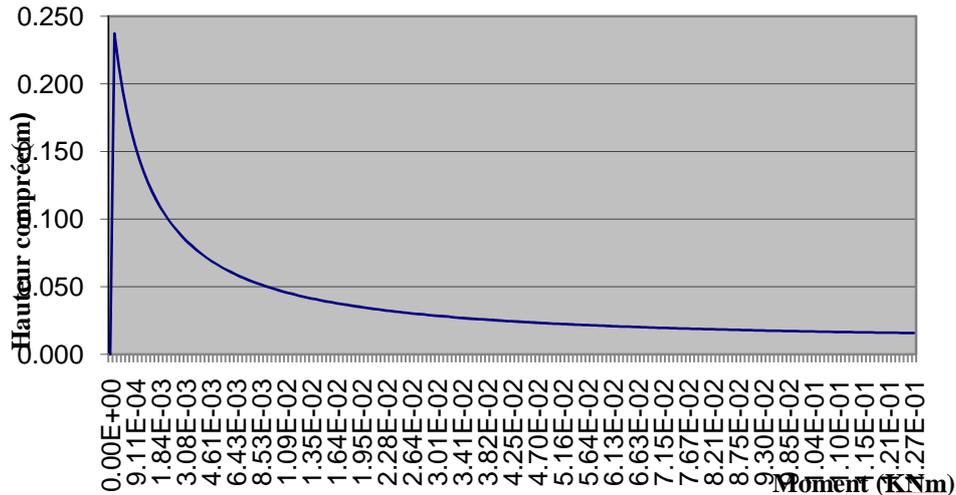


Figure V.6 : variation de la hauteur de la zone comprimée

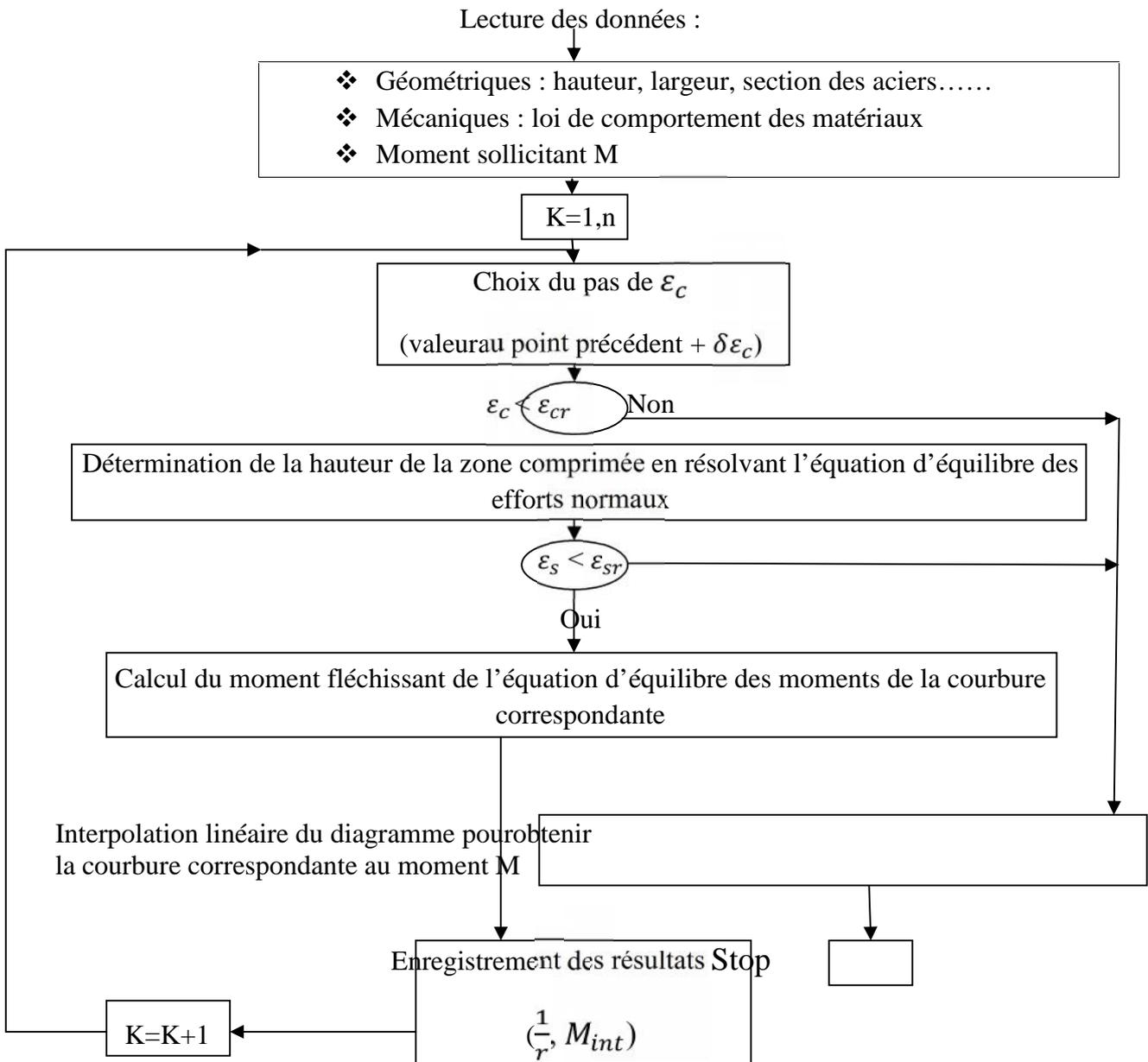
V.8 RESOLUTION DU SYSTEME NON- LINEAIRE

Le calcul du diagramme moment-courbure peut être établi soit par une méthode directe, ou une méthode indirecte. Nous avons procédé pour notre cas, le calcul du diagramme moment-courbure par la méthode indirecte [94] qui nous donne point par point le moment et la courbure.

La procédure à suivre pour cette méthode est :

- ✓ ϵ_s : étant fixée ;
- ✓ La hauteur x du béton comprimé est déterminée par la relation V.3 en utilisant soit (la méthode classique itérative, ou la méthode des cas possibles)
- ✓ Moment M calculé par l'équation V.4
- ✓ La courbure est $\frac{1}{r} = \frac{\epsilon_c}{x}$

L'organigramme de la méthode indirecte est :



Organigramme de la méthode indirecte

La figure V.7 présente le diagramme moment-courbure par la méthode des cas possibles, la figure V.8 présente le même diagramme mais avec la méthode classique. Nous remarquons que les diagrammes sont pratiquement identiques, la différence, c'est le temps de calcul.

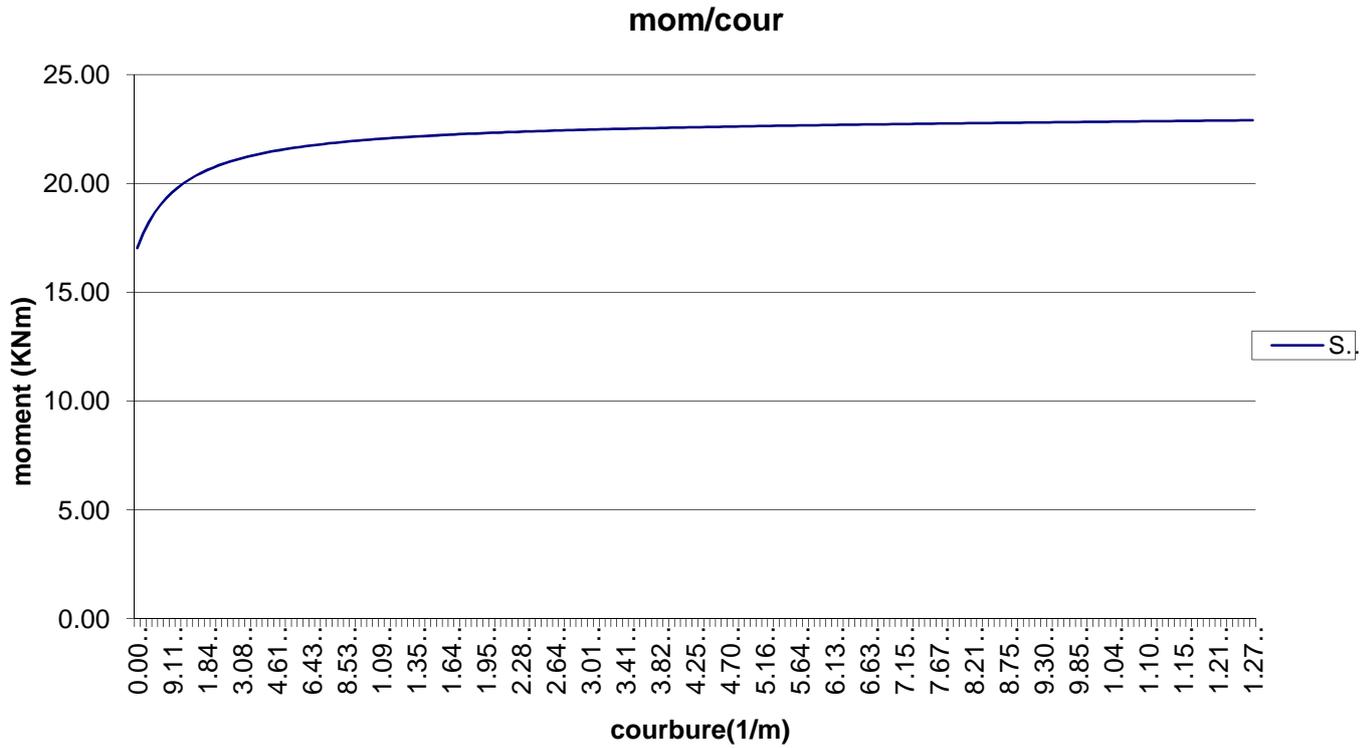


Figure V.7 : Diagramme moment-courbure avec la méthode itérative

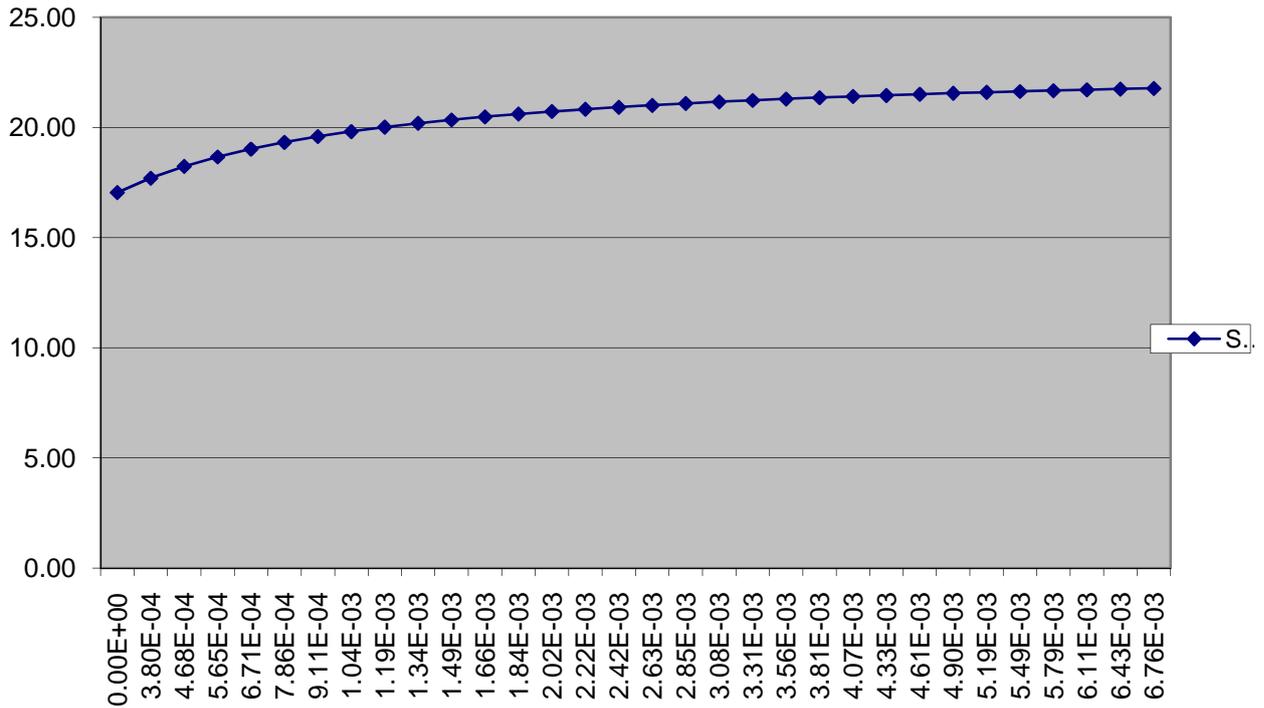


Figure V.8 : Diagramme moment-courbure avec la méthode des cas possibles

La figure V.9 représente la courbe expérimentale moment-courbure de la poutre P22

Moment

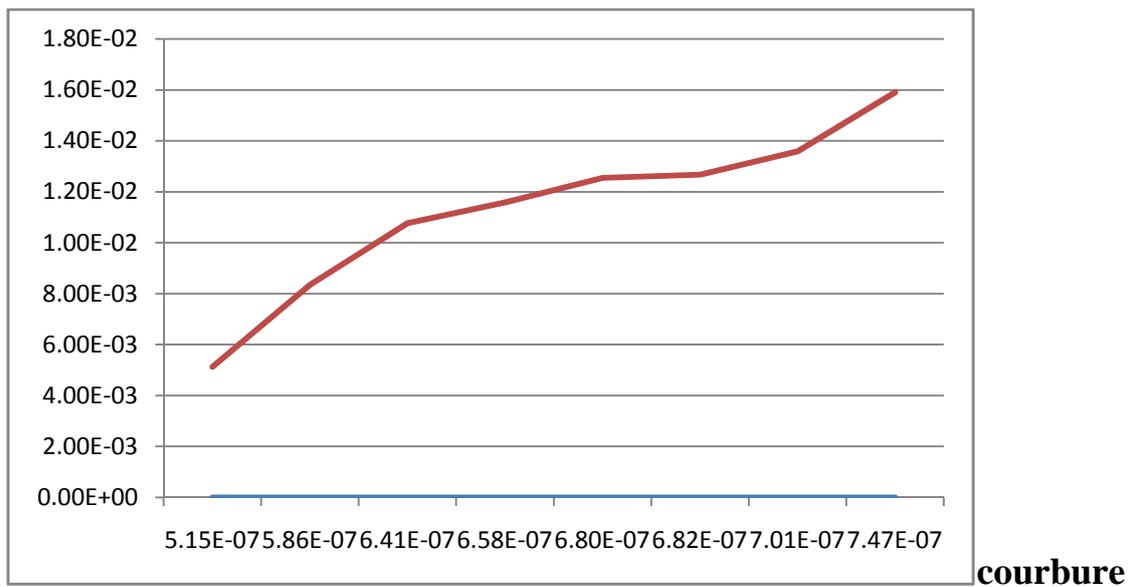


Figure V.9 : Courbe expérimentale moment-courbure de la poutre P22

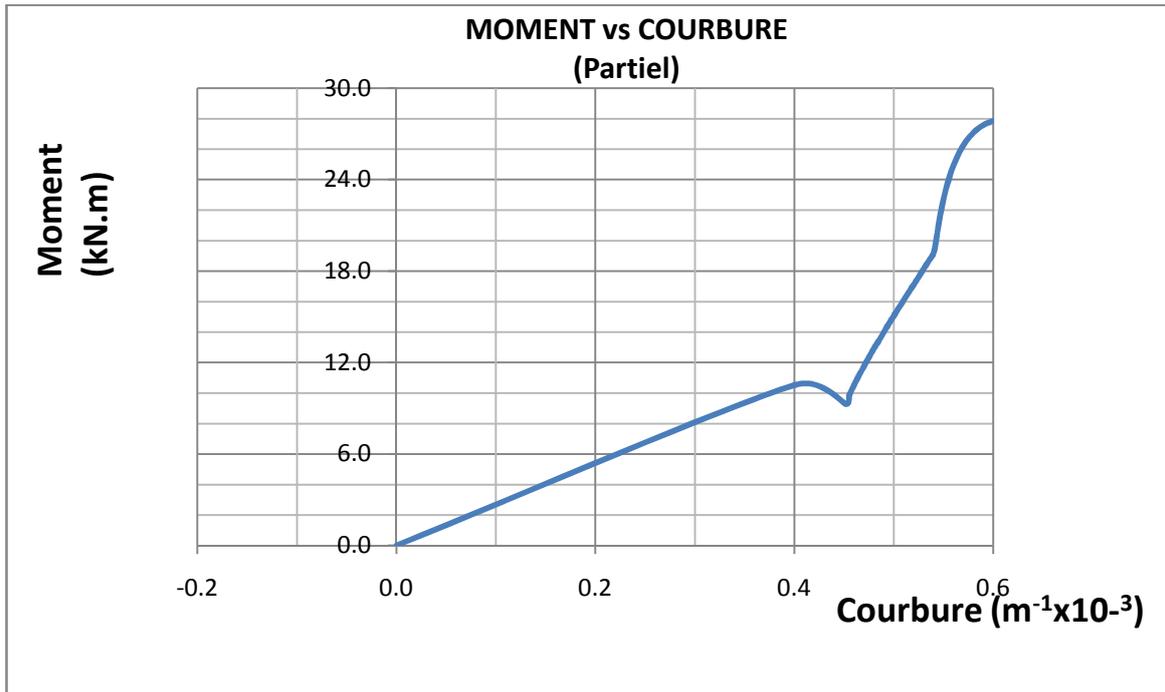


Figure V.10 : Courbe expérimentale moment-courbure de la poutre P6

La figure V.10 présente la courbe moment-courbure issue des essais de la poutre P6. Nous remarquons au début une courbe linéaire et une croissance régulière, suivie d'une décroissance brusque du moment ; cela est liée à l'apparition d'un endommagement dû aux cisaillements importants (voir tableau IV.3). Pour la courbe moment-courbure de la poutre P22 (figure V.9), résulte une courbe linéaire régulièrement croissante puis elle passe à une phase plastique devenant non linéaire quand le béton rentre dans le domaine inélastique. La rupture est d'autant moins fragile que le béton est mieux confiné.

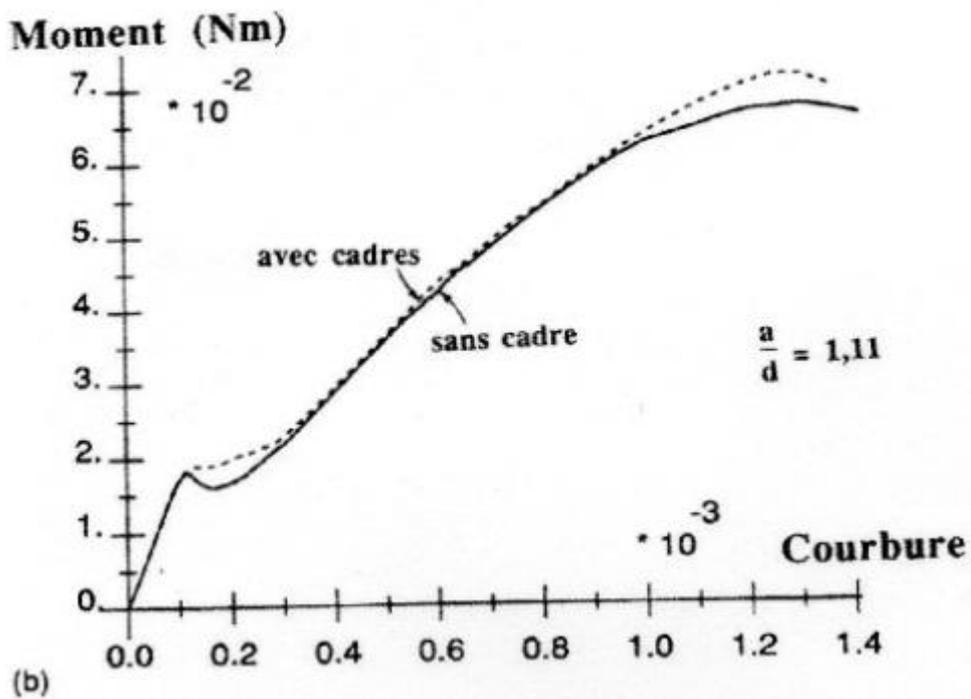
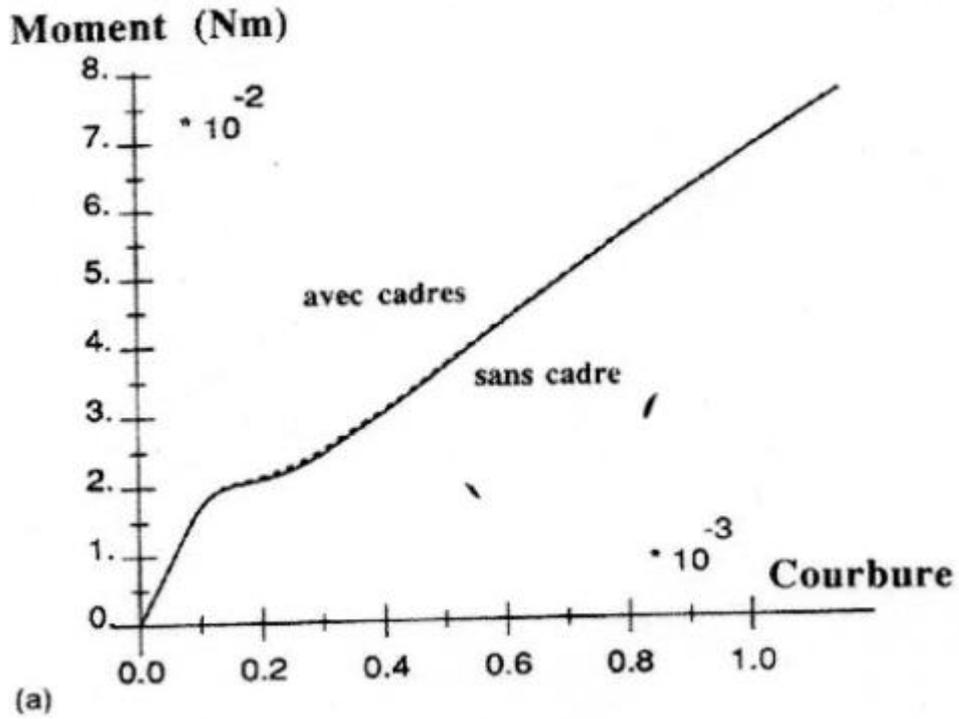


Figure V.11 : Augmentation de la ductilité apportée par les armatures transversales (a) en flexion pure, (b) sous forts cisaillements d'après Breyse et Davenne [92].

En flexion pure (figure V.11a), la courbe moment-courbure est régulièrement croissante, la perte de rigidité progressive étant due à un endommagement progressif du béton tendu. Dans ce cas, l'influence des cadres est tout à fait négligeable [92].

Pour la même section soumise à forts cisaillements d'une poutre en flexion simple, la réponse n'est pas monotone, et on note l'existence d'un premier pic, suivi d'une décroissance brusque du moment. Ils ont montré [93] que l'apparition de ce pic est liée à l'apparition d'un endommagement dû aux cisaillements importants. C'est ce pic que l'on rencontre expérimentalement lorsque l'on rompt en flexion simple une poutre courte non armée de cadres (et qui conduit à une rupture brutale de la poutre).

Nous remarquons que la courbe moment-courbure de la poutre P6 tirée de nos essais est semblable à celle de la courbe moment-courbure de Breysse et Davenne (figure V.11.b).

CONCLUSION GENERALE

Le calcul numérique ou expérimental des phénomènes liés à la présence des armatures transversales sont des problèmes très difficiles.

Dans ce travail, nous avons présenté une étude du comportement en flexion des poutres rectangulaires en béton armé sous sollicitations statiques, dont le but d'étudier l'influence des armatures transversales. Dans ce contexte trois grandes parties ont été étudiées ; la première était destinée à une étude bibliographique où sont mis en évidence les paramètres majeurs des problèmes, ainsi que les différents modèles proposés. La deuxième partie consiste à l'analyse expérimentale, des essais d'une quarantaine des poutres effectués au sein de notre laboratoire nous ont permis de tirer les conclusions suivantes :

La ductilité des éléments poutres est principalement dépendante des pourcentages d'armatures, des caractéristiques mécaniques des matériaux aciers (limite d'écoulement, déformation spécifique relative) et béton (résistance caractéristique, déformation spécifique limite). Cependant les résultats tirés de cette étude ont montré que le renforcement transversal adéquat influe aussi sur le comportement flexionnel et la ductilité des poutres.

Nous avons constaté que le confinement du béton par des cadres transversaux influe sur sa réponse, et notamment sur la partie descendante de la courbe contrainte –déformation par l'augmentation de sa ductilité et sa résistance.

L'influence des diamètres des cadres transversaux sur la réponse des poutres. Nous constatons que plus le diamètre est grand, plus la résistance de l'élément en béton armé est grande et moins le comportement est fragile. La diminution de la fragilité est observée dans les parties descendantes des courbes contraintes-déformations. Ces courbes mettent en évidence qu'il existe une contribution de l'armature transversale en fonction de son diamètre.

Les résultats des essais, les différents modes de rupture observés, ainsi que les courbes force-déplacement tracées, nous montrent aussi que les espacements des cadres ont une influence remarquable sur les poutres en béton armé. Grâce à l'utilisation d'un freinage par cadres en zone nodale et zone courante, nous avons observé un mode de rupture « flexion pure », mode plus ductile avec plusieurs fissures peu ouvertes ainsi qu'une résistance plus grande. Les courbes forces – déplacements ont montré également que les poutres freinées sur toute leur longueur, passent du palier élastique à une phase de plastification avant la rupture, alors que le cas est contraire pour les poutres nos freinées en zone courante où la courbe nous montre un palier élastique puis une rupture brusque (chute de résistance).

Pour ce qui est de l'influence des armatures longitudinales, il en ressort ce qui suit :

Pour les types de poutres testées, nous avons remarqué une rupture par flexion

Toutefois pour une poutre à faible taux de ferrailage (exemple P4), la rupture observée est une rupture par écoulement de l'acier au milieu de la poutre tandis que pour une poutre à taux

de ferrailage plus élevé (exemple P22), la résistance au chargement est meilleure et aboutit à une déformation de l'acier avec rupture du béton en compression.

Nous pouvons dire alors que le taux de pourcentage d'acier longitudinal influe sur le comportement de la poutre. En outre, plus le diamètre de l'acier est grand, plus la résistance de l'élément en béton armé est grande et le comportement moins fragile.

Nous pouvons dire aussi qu'il ya une contribution de l'armature longitudinale lorsqu'elle est bien répartie en fonction de son diamètre.

La troisième partie décrit une modélisation modifiée que nous avons effectuée, pour étudier la courbure dans les poutres frettées. La détermination de la courbure nécessite de connaître la valeur de la zone comprimée x . Deux méthodes ont été proposées une classique itérative, la deuxième méthode des cas possibles nous a aidé à trouver exactement la position de l'axe neutre, en conséquence nous avons gagné un temps de calcul précieux.

Une confrontation des courbes moment-courbure par la modélisation et l'expérimentale ont été étudiées et ont montré que :

- Une section équilibrée est meilleure que celle sur-ferrillée
- Il apparait que le pourcentage d'acier ρ doit osciller dans un intervalle pour satisfaire les exigences requises. Une borne inférieure qui satisfait la capacité portante et une borne supérieure qui satisfait le comportement ductile. C'est pour cela que dans les codes et règlements récents, ont introduit la notion des sections sous-armées et sur-armées.

Perspectives :

Nous avons trouvé des résultats encourageants dans ce travail, mais des perspectives futures sont nécessaires, permettent mieux d'obtenir des résultats et des conclusions plus précieuses.

Les perspectives envisagées dans ce contexte sont :

- Il est nécessaire de développer un programme expérimental, qui présentera le comportement des poutres résistantes aux sollicitations de nature sismique ;
- Elargir l'étude à d'autres paramètres influant le comportement des poutres en béton armé comme par exemple l'effet du béton à haute résistance ;
- L'extension d'un modèle numérique qui améliore le comportement cyclique de la courbe moment-courbure ;
- Utilisation des configurations plus efficaces des cadres transversaux.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] [LUC.D, 92] :DAVENNE LUC. « Modélisation de l'influence des armatures transversales sur le comportement non linéaire d'éléments en béton armé. » thèse de doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées 1992.
- [2] [RPA, 99] :RèglementsParasismiquesAlgériens 1999.
- [3] [VALL, 77] :Vallenas J., Berteron V. V., Popov E. P., « Concrete Confined by Rectangular Hoops and Subjected to Axial Loads », Report N_o , UCB/EERC-77, Earthquake Engineering Research Center, College of engineering, University if California, Berkley, Aug. 1977, pp. 105.
- [4] [KENT, PARK, 71]: Kent D. C. and Park R., “Flexural Members with Confined Concrete”, Journal of the Structural Division, July, 1971.
- [5] [SCOTT, 82]; Scott B.D., Park R., Priestley M.J. “Stress-strain Behavior of Concrete Confined of Overlapping Hoops at Low and Strain Rates”, ACI Journal January-February 1982.
- [6] [SHE, UZU, 82]: Sheikh S. A., Uzumeri S. M., “Analytical Model for Concrete Confinement in Tied Columns”, Journal of Structural Division, vol.108, № ST12, Dec., 1982, pp. 15388-15415.
- [7] [PARK, 82]: Park R., Priestley M.J.N., Gill W.D., “Ductility of Square Confined Concrete Columns” Journal of Structural Engineering, Vol. 108, №4, **April**, 1982.
- [8] [MAN, 88]: Mander, J. B., Priestley, M. J. N., and Park, R., “Theoretical Stress-strain Model for Confined Concrete”, Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 114, №. 8, pp. 1804-1826 (1988).
- [9] [LEG, PAUL, 96] :Legeron F. and Paultre P., “Seismic Behavior of High Strength Concrete Columns”, 4th Int. Sympo. On Utilisationof High Strength/High Performance Concrete, Paris 1996.
- [10] [SAAT , RAZ, 94] : Saatcioglu M., Razvi S. R., « Strength and Deformability of Confined High-Strength Concrete Columnx”, ACI Structural Journal, Vol. 91, №.6, Nov-Dec. 1994.
- [11] [RAZVI, 99]: Razvi S. R., Saatcioglu M., “Confinement Model for High-Strength Concrete”, Journal of Structural Engineering, Vol. 125, № 3, March, 1999.
- [12] [MENDIS, 00]: Mendis, P. A., Kovacie, D. and Setunge ; D. “Basis for the Design of Lateral Reinforcement for High-Strenth Concrete Columns”, Struct. Eng. And mech. V.9. № 6. pp. 589-600, 2000.

- [13] [ACI, 89] :ACI comitee 318. (1989), ACI Building Code Requirements for r/c. ACI, Detroit, MI, pp. 353.
- [14] [CEB,91]: Comité Euro-international du Béton CEB-FIP Model Code 1990. Comitee Euro-international du Béton, lausanne1991.
- [15][HOGN, 55] : Hognestad E., Hanson N., McHenry D., «Concrete Stress Distribution in UltimateStrength Design », ACI Journal, Vol. 52, №. 4, Dec. 1955, pp. 455-480.
- [16] [ROY, 64] :Roy H. E. H, Sozen M. A., “Ductility of Concrete”, Proceeding of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Miami, November 1964, pp. 320-322.
- [17] [SOL, 67]: Soliman M. T., Yu C. W., « The Flexural Stress-strain Relationship of Concrete Confined by Rectangular Transverse Reinforcement », Magazine of Concrete Research, Vol. 19, №. 61, Dec. 1967, pp 223-238.
- [18] [LYENGAR, 70]: Lyengar K. T. R. J., Desayi P., Reddy K. N., « Stress-strain Characteristics of Concrete Confined in Steel Binders », Magazine of Concrete Research, Vol. 22, №, 72, Sept. 1970, pp 173-184.
- [19] [RICHART, 29]: Richart F.E., Brandtzaeg A., Brown R. L., “The Failure of Plain and Spirally Reinforced Concrete in Compression”, Bulletin №. 190, Engineering Experimental Station, University of Illinois, Urbana, 1929, pp. 74.
- {20} [MAN, 88] :Mander J.B., Priestley M.J., Park R., “Stress-strain Model for Confined Concrete”, Journal of Structural Engineering, Vol. 114,№. 8, August, . 1988a.
- [21] [POPOVICS, 73] :Popovics, S., « Numerical Approach to the Complete Stress-strain Curves for Concrete » Cementand concrete research, V. 3, № 5, pp. 583-599. 1973.
- [22] [FIB, 99]: Fédérationinternationale dubéton, bulletin № 13. Lausanne,1999
- [23] [CUSS, 95]: Cusson D., and Paultre, P., “Stress-strain Model for Confined High Strength Concrete”, Journal of the Structural Engineering, ASCE, (1995) V. 121, №. 3, pp. 468-477.
- [24] [BOUSALEM, 05] : Bousalem Brahim., « Contribution à l'étude de l'influence de la Résistance et la Ductilité sur la Performance et le Comportement des Poteaux Parasismiques en Béton », thèse de doctorat d'état Université de Constantine Département de Génie Civil, Septembre 2005.
- [25] [SAAT, 92] :Saatcioglu M., Razvi S. R., »Strength and Ductility of Confined Concrete », Journal of Structural Engineering, Vol. 118, № 6, June, 1992.
- [26] [KOT, 86]: Kotsovos Michael D., «Behavior of Beams with Shear Span -to-Depth Ratios Greater than 2.5”, ACI Journal, Proceedings, Vol. 83, №. 6, pp. 1026-1034, 1986.
- [27] [HSIU, 85] :Hsiung W. and Frantz G. C., “Transverse Spacing in R/C Beams.” Journal of Structural Engineering, Vol. 111, №. 2,pp. 353-362, 1985.

- [28] **[AND, 89]** :Anderson N, S, and Ramirez J.A, « Detailing of Stirrup Reinforcement », ACI Structural Journal, Vol. 86, №. 5, pp. 507-515, 1989.
- [29] **[KOT, 84]** :Kotsovos Michael D, « Behavior of Reinforced Concrete Beams with a Shear Span to Depth Ratio Between 1.0 and 2.5”, ACI Structural Journal, Vol. 81, №. 3, pp. 279-286, 1984.
- [30] **[KOT, 88]** :Kotsovos Michael D, « Compressive Force Path Concept: Basis for Reinforced Concrete Ultimate Limit State Design”, ACI Structural Journal, Vol. 85, №. 1, pp. 68-75, 1988.
- [31] **[RAZ, 89]** :Razvi S. R. and Saatcioglu M, “Confinement of Reinforced Columns with Fabric” ACI Structural Journal, Vol. 86, №. 5, pp. 615-623, 1989.
- [32] **[SHE, 78]** :Sheikh S, A, « Effectiveness of Rectangular Ties as Confinement Steel in Reinforced Concrete Columns », PhD dissertation, Department of Civil Engineering, University of Toronto, 256 PP., 1978.
- [33] **[SCO, 82]**: Scott B. D., Park R. and Priestley M.J.N, “Stress-Strain Behavior of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates”, ACI Structural Journal, Vol. 79, №. 1, pp. 13-27, 1982.
- [34] **[OZC, 87]** :Ozcebe G. and Saatciaoglu M, “Confinement of Concrete Columns for Seismic Loading” ACI Structural Journal, Vol. 84, №. 4, pp. 308-315, 1987.
- [35] **[MPH, 84]** :MphondeA. G. and Frantz G. C, “Shear Tests of High-and low-Strength Concrete Beams Without Stirrups” ACI Journal, Proceedings, Vol. 81, №. 4, pp. 350-357, 1984.
- [36] **[MAR, 84]** :Martinez S., Nilson A. H. and Floyd O.S, « Spirally Reinforced High-Strength Concrete Columns » ACI Structural Journal, Vol. 81, №. 5, pp. 431-442, 1984.
- [37] **[KANI, 64]** :Kani G. N. J, « The Riddle of the Shear and its Solution.»Journal of the American Concrete Institute, Vol. 61, №. 4, pp. 441-467, 1964.
- [38] **[DIL, 84]**: Dilger W. H., Koch R. and Kowalczyk R, « Ductility of Plain and Confined Concrete Under Different Strain Rates” ACI Structural Journal, Vol. 81, №. 1, pp. 73-81, 1984.
- [39] **[KOT, NEW, 78]** :KOTSOVOS, M.D. et NEWMAN, J.B. « Generalised stress – strain relations for concrete », Jr. Eng. Mech. Div. ASCE, v. 104, № EMA, pp. 845. 1978.
- [40] **[CHEN, 82]**: CHEN, W.F., “Plasticity in reinforced concrete”, McGraw Hill Book Company, 1982,465 p.

- [41] [MAZARS, 84]: MAZARS, J.,”Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non – linéaire et à la rupture du béton de structure ”, thèse de doctorat, Paris 6 et LMT, Cachan 1984.
- [42] [SINHA, 64] :SINHA, H.N. GERSTLE, K. H. et TULIN, L.G.,” Stress-strain relation for concrete under cyclic loading,” Jr. ACI. v. 61, № 2, pp. 195 – 210, 1964.
- [43] [DJERROUD, 92]: DJERROUD MOURAD.,”Contribution à l’analyse des pièces fléchies en béton armé sous chargement monotone et cyclique : Développement et validation de modèles élasto plastiques, »thèse de doctorat Institut National Des Sciences Appliquées de Lyon Mai 1992 pp. 33.
- [44] [CBA, 93] : REGLEMENT ALGERIEN CBA 1993.
- [45] [EUROCODE 2, 92] : COMITE EUROPEEN DE NORMALISATION, EUROCODE 2., « Calcul des structures en béton – partie 1 : Règles générales et règles pour les bâtiments, Afnor, 1992.
- [46] [HAN, 86] :DJ, HAN, W.F. CHEN,...”Strain – space plasticity formulation for hardening – softening materials with elasto plastic conping”. International Journal of Solid Mechanics, vol. 22, № 8, 1986.
- [47] [ZEGUA, 06]: ZERGUA A.S. “Contribution à l’analyse élasto – plastique des colonnes en béton armé avec prise en compte des armatures transversales. » Thèse de doctorat d’état, Université Mentouri Constantine 2006, p. 7.
- [48] [HUGHES, CHAPMAN, 66] :HUGHES B. P., et CHAPMAN, G.P. “The complete stress – strain curve for concrete in direct tension”. RILEM, 1966, Bull. 30, pp. 95 – 97.
- [49] [JU, 89]: JU, J. W., “On energy based coupled elasto – plastic damage theories. Constitutive modeling and computational aspects.” Int. Jr. Solids and structures, v. 25, № 7, pp. 803 – 833, 1080.
- [50] [RAMTANI, 90]: RAMTANI, S., “Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral. » Thèse doctorat, Université Pris 6 ENS Cachan, 185p. 1990.
- [51] [TERRIEN, 80] : TERRIEN, M., « Emission acoustique et comportement mécanique post – critique d’un béton sollicité en traction. » Bull. Ponts et chaussées, № 105, pp. 65 – 72, 1980.
- [52] [TORRENTI, 89] : J. M. TORRENTI, J. DESRUES, C. PUCH, Y. MALIER ; « Application de la stéréophotogrammètrie à l’étude de la localisation des déformations dans le béton ». Bulletin de liaison du Laboratoire des Ponts et Chaussées. № 159, Jan-Fev. 1989.

- [53] [DELISLE, ALOU, 78] : DELISLE. J. P. et ALOU. F. « Technologie des bétons et mortiers. » LMP Ecole Polytechnique Fédérale De Lausanne, 1978, pp. 3 – 10.
- [54] [KUPFER, 69] : KUPFER, H. B, HILSDORF, H.K. et RUSCHI, H., « Behaviour of concrete under biaxial stresses”, ACI. Jr. v. 66, № 62 pp. 656 – 666, 1969.
- [55] [KUPFER, GERSTLE, 73]: KUPFER, H. B., et GERSTLE, K. H., “Behaviour of concrete under biaxial stresses”. J of Eng. Mec. ASCE, v. 99. № 11, pp. 853 – 866, 1973.
- [56] [CONSIDER, 1902]: Consider A “Compressive Resistance of Concrete Steel and Hooped Concrete, Part I ”. Engineering Record, December 20, 1902, 581 – 586; Part II, December 27, 1902, 605 – 606.
- [57] [CONSIDER, 1903]: CONSIDER A, “ Concrete – Steel and Hooped Concrete”, Reinforced Concrete, 1903, p. 119.
- [58] [SARGIN, 71]: SARGIN. M. “ Stress – strain relationships for concrete and the analysis of structural concrete sections, Study № 4, Solid Mechanics Division, University of Waterloo, 167 pp. 1971.
- [59] [SOMES, 70]: SOMES, N. F., “Compression tests on hoop reinforced concrete”, Proc. ASCE, v. 96, ST7, pp. 1495 – 1509, 1970.
- [60] [PALLEWATA, 95]: PALLEWATA T. M., IRAWAN P. et MAEKAWA K. “Confinement effectiveness of lateral reinforcement arrangements in core concrete”. J. Mat. Conc. Strut. Pav., v.28, № 520, pp. 221 – 247, 1995.
- [61] [CHAN,W.L] : “The ultimate strength and deformation of plastic hinges in reinforced concrete”. Fromworks. Magazine of concrete research, vol.7 № 21. November 1955. pp. 121-132.
- [62] [SHE, 80]: Sheikh S. A. and Uzumeri S. M. “Mechanism of Confinement in Tied Columns”, Proceedings, 7th Word Conf, on Earthquake Engineering, Kelaynak Printing, Company, ANKARA, pp.71-78, 1980.
- [63] [GUERRIN, 86]: GUERRIN A., LAVAU R.C., « Traité de Béton Armé Tome 1 : Propriétés Générales Mécanique Expérimentales du Béton Armé ». Dunod, Bordas, Paris, 1986.
- [64] [RICHART, 29]: Richart F.E. Brandtzaeg A. Brown R. L. (1929), “Failure of Plain and Spirally Reinforced Concrete Compression”, University of Illinois Engineering Experimental Station, Bulletin n.190.
- [65] [BALMER, 49]: Balmer G. D., “Shearing Sength of Concrete Under High Triaxial Stress Computation of Mohr’s envelop as a Curve”, Structural Research Lab. Report SP-23, Denver, 13p. 1949.

- [66] [SINHA, GERSTLE, TULIN, 64]: Sinha, B. P., Gerstle, R. H. Si.,Tulin, L. G., “Response of Singly Reinforced Beams to Cyclic Loadings”. In ACI Journal № 8. August 1964. Proceedings Vol 61.pp. 1021-1037.
- [67] [KARSAN, 69]: I.D.KARSAN, J. O. JIRSA; “Behaviour of Concrete under Compressive Loadings”, ASCE, ST12, v. 95, dec. 1969.
- [68] [AVRAM, 71]: Avram, C. Si Altii, “Rezistentele si DeformatiileBetonului”, EdituraTechnicas, Bucuresti, 1971.
- [69] [CEB, 79]: COMITE EURO INTERNATIONAL DE BETON. 1979 « Structures en béton sous actions sismiques ». AIC. AM. CEB Symposium, Rome Bulletin d’information. № 131. 132. 133.
- [70] [CEB, 83] :COMITE EURO INTERNATIONAL DE BETON. 1983 « Response of R.C. Critical regions under large amplitude reversed actions”. Bulletin d’information № 161.
- [71] [TEPFER, 80] :TEPFER, R. « Bond stress along lapped reinforcing bars. Mag. Of concr.Res., 1980, vol. 32, № 112, p. 135-142.
- [72] [DAVIDOVICI, 85]: V. DAVIDOVICI, M, k KAVYRCHING. 1985. “Comportement des structures en béton armé”, partie VII.1 Génie parasismique, pp. 583-593. Presses de l’E.N.P.C.
- [73] [HOODE, 07] : MARIE-JOSEE HOODE. « Modélisation de poutre en béton armé endommagées par chargements cycliques Comportement en flexion et en cisaillement ». Thèse pour l’obtention du grade de maitre ès sciences (M.SC.)”, pp.42. Mars 2007. Université Laval Quebec.
- [74][KATO, 79] :B. KATO, « Mechanical properties of steel under load cycles idealizing seismic actions”, symposium AICAP – CEB. Structures en béton sous actions sismiques, v. 1,Rome 1979.
- [75] [RODRIGUEZ, 99]: RODRIGUEZ, M.E., BOTERO, J.C. & VILLA, J., « Cyclic stress-strain behavior of reinforcing steel including effect of buckling, Journal of Structural Engineering, Vol. 125. №. 6, 1999, pp. 605-612.
- [76] [SAID, 05]: SAID, A., ELMORSI, M. &MEHDI, M., “Non-linear model for reinforced concrete under cyclic loading”, Magazine of Concrete Research, №. 4, 57, 2005, pp. 211-224.
- [77] [DODD, 95] :Dodd, L. L., Restrepo-Posada, J.I., « Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel, » Journal of Structural Engineering, Vol. 121, №. 3, 1995, pp. 433-445.
- [78] [REG, 82]; PERCHAT, J., “Règlements étrangers de béton armé ». Etude comparatives des codes CEB-BSI-DIN-ACI, Cour du CHEC, Editions Eyrolles, 1982.

- [79] [MOUGIN, 92] : Jean Pierre Mougin, « Cours de Béton Armé B.A.E.L 91 » Eyrolles, Paris, 1992.
- [80] [BENMANSOUR, 97] : MOHAMED BENALI BENMANSOUR « Modélisation du comportement cyclique alterné du béton armé. Application à divers essais statiques de poteaux ». Mechanics. Ecole Nationale Des Ponts Et Chaussées, 1997.
- [81] [CROSTON, 06] : Tania Croston, « Etude Expérimentale du Comportement d'une Poutre en Béton Armé en Flexion 3 Points Réparée par Matériaux Composites (Approche Probabiliste) », Thèse de Doctorat de L'école Nationale Supérieure D'arts et Métiers Centre Bordeaux. Juin 2006.
- [82] [NAW, 88] : Nawy R. « ConcretoRenforzado Un EnfoqueBasico, Prentice- Hall Hispanoamericana, S. A., Mexico, 743 p. ISBN 968 880-075-9.
- [83] [GON, 02] : Gonzales Cuevas O., Robles F. « Aspectos Fundamentals Del ConcretoReforzado », Editorial Limusa S. A., Mexico, 2002, p. 757. ISBN 968-18- 4981-7.
- [84] [MEHIDI, 02] : Mehidi N, "Etude de Comportement D'assemblage Boulonne, par Platine D'extrémité, Approche Théorique et Expérimentale" Thèse de Magister Université de Constantine 2002.
- [85] [AMIRAOU, 04] : AmiraouiAkram, « Caractérisation de la Connexion Acier Béton dans les Structures Mixtes.
- [86] [MASSICOTTE, 05] : BRUNO MASSICOTTE. « Résistance à la flexion », Utilisation restreinte à l'enseignement du cours CIV3504. École Polytechnique de Montréal, 2005.
- [87] [B.A.E.L, 93] : « Béton Armé aux Etats Limites », DTU 1993.
- [88] [PARK, PAULEY] : R.PARK et T PAULAY., "Reinforced concrete structures" department of civil Engineering, university of Canterbury, Christchurch, New Zealand. P 203.
- [89] [REZAIE, 99] : Rezaie F « Etude du comportement en flexion de poutres en béton armé corrodé : Modélisation moment- courbure modifiée prenant en compte le raidissement en traction du béton fissuré » juin 1999.
- [90] [REZAIE, 95] : Rezaie. F., 1995 « Détermination de la courbure de flexion statique d'une section en béton armé en recherche directe et indirecte « Mémoire de DEA – Groupe de formation Doctorale, Université de Lille- Université d'Artois- Ecole Centrale de Lille.
- [91] [BUYLE, 97] : Buyle-Bodin, 1997 « Recherche de la courbure de poutres en flexion simulation par des modèles de types tirant » 4^{ème} réunion annuelle du réseau GEO, Aussois, France, 1997.
- [92] [BREYSSE, DAVENNE, 92] : Breysse. D., Davenne, L. « Analyse par Macro-éléments de L'influence des Armatures Transversales dans le Béton Armé » (LMT, 1992).

[93] [BREYSSE, 91] : Breysse. D., Davenne. L., etElachachi, S. M. « Modeling of Shear Bending Interaction of reinforced Concrete Cross- Sections Through a Local Analysis” Rapport interne (LMT, 1991).