

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE



Université des Frères Mentouri - Constantine 1  
Faculté des Sciences de la Technologie  
Département d'Electrotechnique



N° Série : .....

N° d'ordre : .....

**THÈSE**

*Pour l'obtention du diplôme de Doctorat en Science  
En Électrotechnique*

**Option: ÉLECTROTECHNIQUE**

Présentée Par

**Marouane HADJAMI**

Doctorat en science en Électrotechnique

**THÈME**

---

**Contribution à la Modélisation des Machines  
Électriques par le Calcul Analytique**

---

Soutenue le : ... \ ... \ 2018

devant le jury :

Président	<b>BENALLA Hocine</b>	Prof.	U. F. M. Constantine 1
Rapporteur	<b>KHEZZAR Abdelmalek</b>	Prof.	U. F. M. Constantine 1
Co-rapporteur	<b>RAZIK Hubert François</b>	Prof.	U. C. B. Lyon1. France
Examineurs	<b>BOUJAADAR Djamel</b>	MCA.	U. 20 Août 55 Skikda
	<b>BOUZEKRI Hacene</b>	Prof.	U. 20 Août 55 Skikda
Invité	<b>OUMAAMAR Kamel</b>	MCA	U. F. M. Constantine 1



# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>iii</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>v</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>ix</b>
Remerciments 1 Dédicace 3	
<b>Résumé</b>	<b>5</b>
<b>Abstract</b>	<b>7</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>9</b>
<b>1 Synthèse bibliographique</b>	<b>13</b>
1.1 Introduction . . . . .	13
1.2 Définition . . . . .	13
1.3 Constitution du moteur asynchrone . . . . .	13
1.4 Principe de fonctionnement . . . . .	15
1.5 Bobinages du stator et du rotor . . . . .	16
1.6 Principe de fonctionnement d'une machine asynchrone . . . . .	17
1.7 Etat de l'art du diagnostique de la machine asynchrone . . . . .	18
1.8 Diagnostic des défauts de la machine asynchrone . . . . .	22
1.9 Conclusion . . . . .	26
<b>2 Modélisation axiale avec étude du défaut de court-circuit</b>	<b>29</b>
2.1 Introduction . . . . .	29
2.2 Synthèse de quelques modèles applicables à la machine asynchrone . . . . .	30
2.3 Le modèle proposé pour un fonctionnement sain . . . . .	42
2.4 Le modèle proposé pour un défaut de court-circuit entre spires statoriques . . . . .	50
2.5 Contenu fréquentiel de la tension du neutre pour le fonctionnement sain . . . . .	59
2.6 Contenu fréquentiel du courant statorique pour le cas du court-circuit . . . . .	62
2.7 Simulation et expérimentation . . . . .	63
2.8 Conclusion . . . . .	79
<b>3 Modélisation axiale du défaut d'excentricité</b>	<b>81</b>
3.1 Introduction . . . . .	81
3.2 Modèle 3D de l'excentricité . . . . .	82
3.3 Contenu fréquentiel du courant statorique . . . . .	98
3.4 Simulation et expérimentation . . . . .	106
3.5 Conclusion . . . . .	116
<b>4 Modélisation du défaut de roulement</b>	<b>117</b>

---

4.1	Introduction . . . . .	117
4.2	Modèle 3D du défaut de roulement . . . . .	118
4.3	Contenu fréquentiel du courant statorique du défaut dans l'anneau interne du roulement . . . . .	134
4.4	Validation expérimentale . . . . .	140
4.5	Comparaison entre notre approche et celle de «BLÖDT» . . . . .	149
4.6	Conclusion . . . . .	150
	<b>Conclusion générale</b>	<b>153</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>155</b>

# Liste des figures

1.1	Alimentation et couplage du stator. . . . .	14
1.2	Rotor à bague . . . . .	15
1.3	Rotor à cage d'écureuil . . . . .	15
1.4	Rotor à bague . . . . .	16
1.5	Enroulement imbriqué triphasé pour les trois phases d'un moteur à 4 pôles, 36 encoches. Les enroulements ont un pas diamétrale « Q=9 » et sont placés à électrique [1]. . . . .	17
1.6	Répartition des défauts selon leur localisation. . . . .	19
1.7	Répartition des défauts liés au stator [[2]. . . . .	20
1.8	Représentation de l'excentricité statique et dynamique . . . . .	21
2.1	Représentation schématique des enroulements rotoriques . . . . .	31
2.2	Circuit équivalent du rotor . . . . .	33
2.3	Machine élémentaire . . . . .	36
2.4	Machine élémentaire en 3D . . . . .	43
2.5	Vue plane d'une maille rotorique [3] . . . . .	45
2.6	Fonction d'enroulement de la 6 <sup>ème</sup> maille rotorique . . . . .	46
2.7	Bobine élémentaire d'une phase statorique . . . . .	46
2.8	Fonction d'enroulement de la phase statorique «b», ( $q = 2$ ) . . . . .	47
2.9	Inductance mutuelle stator-rotor $L_{s_1r_1}^{sr}$ ( $q = 1, k=1$ ) . . . . .	49
2.10	Dérivée de l'inductance mutuelle stator-rotor $L_{s_1r_1}^{sr}$ ( $q = 1, k=1$ ) . . . . .	50
2.11	Inductance mutuelle $L_{s_1r_1}^{sr}$ avec (rouge) et sans (bleu) prise en considération de l'inclinaison des barres rotoriques (vue de face) . . . . .	50
2.12	Court circuit entre spires d'un enroulement élémentaire (a), avec circuit équivalent de la bobine court-circuitées (b) . . . . .	51
2.13	Fonction de distribution 3D d'une spire statorique . . . . .	52
2.14	Fonction de distribution 3D de la phase statorique défectueuse . . . . .	54
2.15	Fonction de distribution d'une phase statorique défectueuse (Vue de face) . . . . .	54
2.16	Inductance mutuelle 3D entre les spires court-circuitées et la maille «1» . . . . .	57
2.17	Inductance mutuelle entre phase statorique défectueuse et la maille «1» . . . . .	58
2.18	Inductances mutuelles entre phases statoriques et la maille «1» (vue de face) . . . . .	59
2.19	Courants statoriques $I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}$ . . . . .	63
2.20	Vitesse de rotation ( $n$ ) . . . . .	63
2.21	Tension du neutre $V_N$ . . . . .	64
2.22	Couple électromagnétique $C_{em}$ . . . . .	64
2.23	Spectre du courant statorique des modèles : abc (bleu)- ab-bc (rouge) . . . . .	65
2.24	Zoom du spectre du courant $I_{sa}$ modèle ab-bc (rouge), modèle abc (bleu) . . . . .	65
2.25	Spectre de la tension du neutre modèle ab-bc . . . . .	67
2.26	Zoom du spectre de la tension du neutre . . . . .	67
2.27	Spectre du courant statorique du modèle ab-bc : 2D (Bleu) – 3D (rouge) . . . . .	68

2.28	Zoom du spectre du courant Isa des modèles 2D (Bleu), 3D (rouge)	68
2.29	Courants statoriques $I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}$	69
2.30	Courants statoriques de la phase «a» $I_{sa(défectueuse)}$ et $I_{scc}$	69
2.31	Tension du neutre $V_N$	70
2.32	Couple électromagnétique $C_{em}$	70
2.33	Vitesse de rotation ( $n$ )	70
2.34	Spectre fréquentiel du courant statorique pour une phase saine (bleu), phase défectueuse (rouge), ( $N_{cc} = 10$ )	71
2.35	Zoom du spectre du courant $I_{sa(sain)}$ (Bleu), $I_{sa(défectueuse)}$ (rouge)	71
2.36	Spectre fréquentiel de $I_{sa(défectueuse)}$ modèle 3D (bleu), modèle 2D (rouge), ( $N_{cc}=10$ )	73
2.37	Zoom du spectre de $I_{sa(défectueuse)}$ des modèles 2D (Bleu), 3D (rouge)	73
2.38	Spectre fréquentiel de $I_{sa(défectueuse)}$ pour $N_{cc} = 10$ (noir), $N_{cc} = 20$ (bleu), $N_{cc} = 30$ (rouge)	74
2.39	Zoom du spectre de $I_{sa(défectueuse)}$ $N_{cc}=10$ (noir), $N_{cc}=20$ (bleu), $N_{cc}=30$ (rouge)	74
2.40	Spectre fréquentiel de $I_{sa(défectueuse)}$ $k=1$ (noir), $k=2$ (bleu), $k=3$ (mauve), $k=4$ (rouge)	75
2.41	Zoom du spectre de $I_{sa(défectueuse)}$ $k=1$ (noir), $k=2$ (bleu), $k=3$ (mauve), $k=4$ (rouge)	75
2.42	Montage expérimental	76
2.43	Spectre fréquentiel de la tension du neutre entre $h = 2$ et $9$	78
2.44	Spectre fréquentiel de la tension du neutre entre $h = 9.5$ et $15.5$	78
2.45	Spectre fréquentiel de la tension du neutre entre $h = 15.5$ et $22$	78
2.46	Spectre fréquentiel du courant statorique pour un moteur sain	78
2.47	Spectre fréquentiel du courant statorique pour $N_{cc}=0.1Nt$	79
2.48	Spectre fréquentiel du courant statorique pour $N_{cc}=0.2Nt$	79
3.1	Types d'excentricité	82
3.2	Entre fer non uniforme (a)- un seul côté, (b)- des deux côtés [34]	84
3.3	Inductance de magnétisation $L_{r_j r_j}^{Sta-ecc}$ d'une maille rotorique « $l_{SE} \neq l$ »	88
3.4	Inductance de magnétisation $L_{r_j r_j}^{Sta-ecc}$ d'une maille rotorique « $l_{SE} = l$ »	88
3.5	Inductance mutuelle $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ pour « $l_{SE} > l$ »	90
3.6	Inductance mutuelle $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ pour « $l_{SE} = \frac{l}{2}$ »	91
3.7	Inductance mutuelle $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ pour « $l_{SE} = l$ »	91
3.8	Inductance mutuelle $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ pour différentes valeurs de $l_{SE}$ ( $\delta_s = 0.3$ ) (vue de face)	91
3.9	Inductance mutuelle $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ pour différentes valeurs de $\gamma_r$ et de $\delta_s$ (vue de face)	92
3.10	Inductance mutuelle stator-rotor $L_{s_1 r_1}^{sr(Dyn-ecc)}$ pour excentricité dynamique	96
3.11	Inductance mutuelle $L_{s_1 r_1}^{sr(Dyn-ecc)}$ pour différentes valeurs de $l_{DE}$ ( $\delta_d = 0.3$ ) (vue de face)	96
3.12	Inductance mutuelle $L_{s_1 r_1}^{sr(Dyn-ecc)}$ pour différentes valeurs de $\gamma_r$ et de $\delta_d$ (vue de face)	96
3.13	Inductance mutuelle $L_{s_1 r_1}^{sr(mix-ecc)}$ pour différentes valeurs de $l_{SE}$ et de $l_{DE}$ (vue de face)	98
3.14	Vue de face du banc d'essai	106

3.15 Montage d'une excentricité statique [3]. . . . .	106
3.16 Courant statorique ( $I_{sa}$ ) . . . . .	107
3.17 Vitesse de rotation ( $n$ ) . . . . .	107
3.18 Couple électromagnétique ( $C_{em}$ ) . . . . .	108
3.19 Tension du neutre ( $V_N$ ) . . . . .	108
3.20 Spectre fréquentiel du courant $I_{sa}$ pour le moteur sain (haut), avec excentricité (bas), modèle 3D (bleu), 2D (rouge) . . . . .	110
3.21 Zoom du spectre du courant $I_{sa}$ des modèles 3D (Bleu), 2D (rouge) . . . . .	110
3.22 Spectre fréquentiel du courant $I_{sa}$ pour le moteur sain (haut), avec SE (bas), $l_{SE} = 0.5l$ (mauve), $l_{SE} = 0.7l$ (noir), $l_{SE} = l$ (bleu), $l_{SE} = \rightarrow \infty$ (rouge) . . . . .	111
3.23 Zoom du spectre de $I_{sa}$ , $l_{SE} = 0.5l$ (mauve), $l_{SE} = 0.7l$ (noir), $l_{SE} = l$ (bleu), $l_{SE} = \rightarrow \infty$ (rouge) . . . . .	112
3.24 FFT expérimentale du spectre du courant de ligne statorique d'une machine à induction, cas sain (en haut), excentricité statique (en bas) . . . . .	113
3.25 Spectre fréquentiel du courant $I_{sa}$ pour une excentricité dynamique $\delta_d = 0.3$	114
3.26 Spectre fréquentiel du courant $I_{sa}$ pour une excentricité mixte $\delta_s = 0.15$ $\delta_d = 0.15$ . . . . .	115
4.1 Géométrie d'un roulement [4] . . . . .	118
4.2 Excentricité statique temporaire dû au défaut dans l'anneau externe [5] . . . . .	119
4.3 Signal carré . . . . .	119
4.4 Inductance mutuelle stator-rotor $L_{s_1r_1}^{sr(Out)}$ pour un défaut dans l'anneau externe du roulement . . . . .	125
4.5 Inductance mutuelle $L_{s_1r_1}^{sr(Out)}$ en 2D pour, $\gamma = 2\pi$ (Excentricité statique), $\gamma = 0$ (Cas sain), $\gamma \neq 0, 2\pi$ (Défaut dans l'anneau externe du roulement) (vue de face) . . . . .	126
4.6 Inductance mutuelle $L_{s_1r_1}^{sr(Out)}$ pour différentes valeurs de ( $\gamma$ ) et ( $\delta_s = 0.3$ ) . . . . .	127
4.7 Inductance mutuelle $L_{s_1r_1}^{sr(Out)}$ pour différentes valeurs de $l_{SE}$ ( $\delta_s = 0.3$ ) (vue de face) . . . . .	127
4.8 Excentricité dynamique temporaire dû au défaut dans l'anneau interne [5] . . . . .	128
4.9 Inductance mutuelle $L_{s_1r_1}^{sr(int)}$ en 2D pour, $\gamma = 2\pi$ (Excentricité dynamique), $\gamma = 0$ (Cas sain), $\gamma \neq 0, 2\pi$ (Défaut dans l'anneau interne du roulement) (vue de face) . . . . .	133
4.10 Vue de face du banc d'essai . . . . .	141
4.11 Vue de face d'un roulement NUP206 après ajout de contaminant . . . . .	141
4.12 Défaut de bague interne sur le roulement NUP206 (niveau 1/3, 2/3 et 3/3 dans l'ordre de gauche à droite) [Guendouz] . . . . .	142
4.13 Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge), $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 100Hz et 180 Hz . . . . .	142
4.14 Zoom du spectre du courant (a) : 113.03Hz, (b) : 172.21Hz . . . . .	143
4.15 Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge), $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 180Hz et 250Hz. . . . .	143
4.16 Zoom du spectre du courant (a) : 189.56Hz, (b) : 213.03Hz . . . . .	143
4.17 Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge), $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 180Hz et 250Hz.bis. . . . .	144
4.18 Zoom du spectre du courant (a) : 159.28Hz, (b) : 198.48Hz . . . . .	144

4.19 Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge), $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 220Hz et 310Hz . . . . .	145
4.20 Zoom du spectre du courant (a) : 259.28Hz, (b) :298.48Hz . . . . .	145
4.21 Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement défectueux. Niveau de défaut (1/3) (bleu), $s = 0.063$ . Niveau (2/3) (rouge) $s = 0.051$ , entre 140Hz et 280Hz.bis. . . . .	146
4.22 Zoom du spectre du courant (a) : 162.73Hz, (b) :262.73Hz . . . . .	146
4.23 Spectre fréquentiel du courant statorique sain (Noir), pour un roulement défectueux. Niveau de défaut (1/3) (bleu) $s = 0.063$ . Niveau (3/3) (rouge) $s = 0.053$ , entre 140Hz et 220Hz.bis. . . . .	147
4.24 Zoom du spectre du courant, (a) : 159.28Hz et 198.48Hz , (b) :162.3Hz et 202.63Hz . . . . .	147
4.25 Spectre fréquentiel du courant statorique sain (Noir), pour un roulement défectueux. Niveau de défaut (1/3) (bleu) $s = 0.063$ . Niveau (3/3) (rouge) $s = 0.053$ , entre 250Hz et 330Hz.bis. . . . .	148
4.26 Zoom du spectre du courant, (a) : 259.28Hz et 298.48Hz , (b) :262.3Hz et 302.63Hz . . . . .	148
4.27 Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), et un roulement défectueux, niveau du défaut (3/3) (rouge), $s = 0.053$ , (a) : 110Hz et 330Hz , (b) :190Hz et 280Hz, (c) :270Hz et 360Hz . . . . .	150

# Liste des tableaux

- 3.1 Harmoniques présents dans le spectre du courant statorique pour le cas sain et excentricité statique. . . . . 112
- 3.2 Harmoniques présents dans le spectre du courant statorique pour une excentricité dynamique. . . . . 114
- 3.3 Harmoniques présents dans le spectre du courant statorique pour une excentricité mixte. . . . . 115
  
- 4.1 Les différentes formules d'inductances présentées pour le cas d'un défaut dans l'anneau externe du roulement. . . . . 126
- 4.2 Les différentes formules d'inductances présentées pour le cas d'un défaut dans l'anneau interne du roulement. . . . . 133
- 4.3 Fréquences caractéristiques du défaut dans l'anneau interne avec notre approche et celle de **Blödt**. . . . . 140
- 4.4 Fréquences caractéristiques du défaut dans l'anneau externe avec notre approche et celle de **Blödt**. . . . . 140
- 4.5 1<sup>er</sup> groupe d'harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour le niveau (1/3). . . . . 144
- 4.6 2<sup>ème</sup> groupe d'harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour le niveau (1/3). . . . . 145
- 4.7 Paire d'harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour les niveaux (1/3) et (2/3). . . . . 146
- 4.8 Harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour les niveaux (1/3) et (3/3). . . . . 148
- 4.9 Harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement , niveau (3/3), pour les deux approches. . . . . 149



# Remerciements

Le travail développé dans cette thèse a été réalisé au sein du laboratoire d'Electrotechnique Mentouri de Constantine (LEC), et au laboratoire Ampère de l'université Claude Bernard. Lyon-1- France.

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant et miséricordieux, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce Modeste travail.

Je voudrais exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse le professeur Khezzar Abdelmalek, maître de conférences à l'Université Mentouri de Constantine, pour ses encouragements, son suivi continuels ainsi que sa rigueur et ses précieux conseils. Sans sa perspicacité et son appui, il aurait été impossible de mener à bien ce travail. Ses connaissances et son expérience resteront pour moi une source constante de savoir. J'ai une dette de reconnaissance envers lui.

Je tiens à remercier sincèrement le professeur Hubert Razik, qui, en tant que Co-directeur de thèse, s'est toujours montré à l'écoute et très disponible surtout au sein du laboratoire Ampère à Lyon en France ou il m'a accueilli, je le remercie donc pour l'inspiration, l'aide et le temps qu'ils m'a consacré pour la réalisation de ce travail.

Je suis particulièrement sensible à l'honneur que me fait Monsieur Benalla Hocine , Professeur à l'Université des Frères Mentouri de Constantine-1-, d'avoir bien voulu accepter de présider le jury de lecture et discussion de cette thèse.

Mes remerciements sont aussi pour Messieurs Bouzekri Hacène , professeur à l'Université du 20 Aout 55 de Skikda, et Boudjaâdar Djamel, maître de conférences 'A' à l'Université du 20 Aout 55 de Skikda, de m'avoir fait l'honneur d'accepter d'être les rapporteurs de cette thèse.

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude à monsieur Mohamed El Kemel Oumaâmar, maître de conférence à l'Université des Frères Mentouri de Constantine-1-, qui m'a consacré le temps nécessaire pour être guidé efficacement, et qui a accepté l'invitation pour assister à la discussion de ce thèse .

Sur un plan plus personnel, je tiens à remercier profondément ma femme , d'avoir été là pour moi.

Nombreux sont ceux et celles qui m'ont apporté aide et encouragements au cours de la préparation de ce mémoire. Qu'ils en soient tous chaleureusement remerciés.

# Dédicace

A mes très chères défunts parents pour ce qu'ils ont fait pour moi .,

A ma très chère femme, pour son soutien permanent.,

A mes très chères petites filles Maria et Melissa pour leurs amour.,



# Résumé

Les entraînements électriques utilisent de plus en plus les moteurs asynchrones, à cause de leur robustesse, de leur puissance massique, et de leurs coûts. Leur maintenance et leur diagnostic deviennent donc un enjeu économique. Il est important de détecter de manière précoce les défauts qui peuvent apparaître dans ces machines et donc de développer des méthodes de surveillance de fonctionnement ou de maintenance préventive.

Les comportements des moteurs sous conditions de défauts, comme les variations de tension, courant, fréquence, puissance, etc., peuvent être déterminés par des essais ou par analyse. La dernière méthode est plus flexible et moins coûteuse car elle permet une analyse détaillée des moteurs sous des conditions variées. Cependant, cette méthode analytique requiert un modèle fiable et précis représentant les moteurs sous ces conditions.

Ainsi, un modèle fin de la machine, basé sur une technique de calcul de toutes les inductances de la machine a été développé. Toutes les inductances du modèle utilisé sont calculées en s'appuyant sur la théorie de la fonction d'enroulement «Winding Function Theory». Ces inductances ont été utilisées pour l'étude du contenu spectrale du courant statorique et de la tension du neutre de la machine, ce qui nous a conduits à trouver des signatures spécifiques aux défaillances électriques, et de prévoir par cela l'évolution de ces derniers. Cette approche repose donc sur l'analyse des signatures des courants statoriques, et de leurs spectres d'harmoniques. (MCSA).

Une validation expérimentale est nécessaire pour la confirmation des résultats trouvés par simulation des défauts étudiés. Alors, des bancs d'essai ont été utilisés pour cela, et ça nous a permis de confirmer ce qu'on a trouvé analytiquement.

En fin, les résultats obtenus ont été très indicatifs surtout pour les défauts d'excentricités et les défauts de roulements, en les comparant avec ceux existants dans la littérature.



# Abstract

Electric drives are increasingly using asynchronous motors because of their robustness, mass power, and cost. Their maintenance and diagnosis become an economic issue. It is important to detect early defects that may appear in these machines and therefore develop methods of monitoring operation or preventive maintenance.

Motor behavior under fault conditions, such as voltage, current, frequency, power, etc., can be determined by testing or analysis. The latter method is more flexible and less expensive because it allows a detailed analysis of the engines under various conditions. However, this analytical method requires a reliable and accurate model representing the engines under these conditions.

Thus, a model of the machine, based on a technique of calculation of all the inductances of the machine was developed.

All the inductances of the model used are calculated based on the theory of the winding function "Winding Function Theory". These inductances were used to study the spectral content of the stator current and the neutral voltage of the machine, which led us to find specific signatures for electrical failures, and to predict the evolution of these latter. This approach is based on the analysis of the signatures of the stator currents and their harmonic spectra. (MCSA).

An experimental validation is necessary for the confirmation of the results found by simulation of the studied defects. So, test benches were used for that, and it allowed us to confirm what we found analytically.

In the end, the results obtained were very indicative, especially for eccentricity defects and bearing defects, by comparing them with those existing in the literature.



# Introduction générale

Le moteur asynchrone à rotor bobiné a été utilisé jusqu'à un passé récent pour les entraînements à vitesse variable, mais il ne présentait pas une sensible amélioration par rapport au moteur à courant continu. La machine à cage d'écurieil était pour sa part réservée aux entraînements à vitesse constante à cause de la difficulté de sa commande et de la difficulté du suivi de ses paramètres rotoriques. Cependant, ce moteur présente de nombreux atouts : sa robustesse, son coût de fabrication relativement faible et un entretien minimum.

Toutes ses qualités justifient le regain d'intérêt de l'industrie vis-à-vis de ce type de machine. De plus, les développements récents de l'électronique de puissance et de commande permettent aux moteurs asynchrones à cage d'avoir les mêmes performances que celle des machines à courant continu. Ceci explique son développement dans l'industrie et le remplacement progressif des machines à courant continu.

Dans les réseaux électriques, ou dans les chaînes industrielles, le maillon faible est la machine électrique, car sa panne paralyse immédiatement la production et entraîne une perte sèche très importante.

Une maintenance dite « prédictive », doit être donc assurée afin de prévenir à temps les défauts susceptibles de se produire dans les machines (phase statorique mise en court-circuit, rupture de barres ou d'anneaux de court-circuit, excentricités, défauts de roulements,...).

Autrement dit, la maintenance préventive requiert des systèmes d'ordinateur de surveillance, diagnostic ou de détection de la variance des paramètres du générateur. Pour réaliser un tel système de surveillance et de diagnostique, une base de données sur les comportements du moteur sous conditions de défauts est nécessaire. Sans ces données, il est impossible de déterminer l'état de fonctionnement de la machine.

Les comportements des moteurs sous conditions de défauts, comme les variations de tension, courant, fréquence, puissance, etc., peuvent être déterminés par des essais ou par analyse. La dernière méthode est plus flexible et moins coûteuse car elle permet une analyse détaillée des moteurs sous des conditions variées. Cependant, cette méthode analytique requiert un modèle fiable et précis représentant les moteurs sous ces conditions.

Dans l'analyse classique des machines électriques, les enroulements des machines sont

généralement considérés à distribution sinusoïdale et symétrique. Le modèle de Park est basé sur cette hypothèse simplificatrice. Tous les modèles mathématiques des machines asynchrones sont issus de ce modèle classique, d'une manière ou d'une autre ou d'une extension du modèle de Park. Sous conditions de défauts au niveau du rotor du moteur à cage où la distribution des enroulements statoriques du moteur n'est pas affectée, le modèle de Park reste valide pour le stator. Par contre pour le rotor, un système à « n » mailles doit être utilisé. Alors, la simulation des défauts rotoriques peut être réalisée à condition d'utiliser un système multi-enroulement rotoriques. Mais, sous condition de défauts statoriques (court-circuit), il apparaît une nouvelle problématique liée principalement au changement de la connexion à l'intérieur des enroulements. À cause de ce changement, des courants différents pourraient circuler dans la phase défectueuse. Donc, la phase défectueuse ne peut pas être considérée comme un enroulement unitaire comme dans les conditions normales. Le nombre de phases (ou enroulements) n'est pas fixé à trois, il varie suivant le type de défauts. De plus, la distribution des enroulements de la phase défectueuse devient non sinusoïdale du fait que la phase est divisée en deux enroulements au niveau du défaut. Ces deux caractéristiques sont au centre de la problématique de la modélisation des défauts statoriques et ne correspondent pas aux hypothèses simplificatrices de la théorie de Park. Pour ces deux problématiques, le calcul des inductances des enroulements défectueux est la clé de la modélisation de la machine asynchrone sous conditions de défauts.

Le présent travail propose donc, à l'instar des travaux antérieurs réalisés sur le sujet, une méthode de modélisation et de simulation des défauts pouvant affecter la machine asynchrone. Partant de l'hypothèse que la saturation magnétique est négligée et que la machine est considérée comme un système linéaire, on propose des solutions aux problématiques exposées précédemment. Premièrement, en s'appuyant sur la théorie de la fonction d'enroulement (« Winding Function Theory » dans la littérature anglophone), une nouvelle méthode de détermination des inductances des enroulements à distribution arbitraire est proposée, dans laquelle les ondes complètes de la fonction d'enroulement sont utilisées. Donc, tous les harmoniques d'espace peuvent être considérés d'une façon simple.

Les objets de cette thèse sont :

- ❑ Établir un modèle en 3D de la machine asynchrone, en prenant en compte la géométrie réelle de la machine, pour un moteur sain.
- ❑ Développer un modèle multi-enroulement statorique pour le traitement du défaut de court-circuit statorique. Ce modèle est basé sur la technique de partitionnement des enroulements statoriques.
- ❑ Développer un modèle pour les défauts rotoriques (excentricité- défauts de roulements).
- ❑ Calcul de toutes les inductances des enroulements pour une distribution réelles des

enroulements pour tous les cas de défauts suscités.

- ❑ Etude analytique du contenu spectral du courant statorique dans le cas du fonctionnement sain est avec deux des trois cas de défauts précédemment cités à savoir (excentricité et défaut de roulement dans l'anneau externe ou interne).
- ❑ Valider les résultats de simulation par quelques résultats expérimentaux. (Excentricité statique- défaut dans l'anneau interne du roulement)

Le premier chapitre concerne la présentation de l'état de l'art du diagnostic des défauts de la machine asynchrone à travers une analyse bibliographique. En proposant une revue de la littérature sur les modèles classiques de la machine asynchrone, sur les travaux antérieurs se rattachant à la modélisation des défauts statoriques et rotoriques et sur l'application de l'approche de la fonction d'enroulement dans l'analyse des machines asynchrones, le chapitre 2 a pour but de faire le lien entre le présent travail et les travaux antérieurs réalisés sur le sujet, et cela en le décomposant en deux parties, dont la première sera consacré à la présentation du modèle en 2D développé dans le mémoire de magistère, et qui est adapté à l'analyse des défauts, et la seconde partie sera réservée à l'amélioration apporté à notre modèle depuis, et qui consiste à la modélisation axiale de la machine, avec la prise du défaut de court circuit statorique comme exemple d'étude.

Le chapitre 3 sera réservé à la modélisation du défaut d'excentricité statique, dynamique, et mixte, avec le calcul de toutes les inductances de la machine. Une étude du contenu fréquentiel donnera les fréquences caractéristiques de ces défauts, et on termine par une validation expérimentale du défaut d'excentricité statique.

Le chapitre 4 présente une nouvelle approche pour l'étude du défaut de roulement, à savoir (défaut dans l'anneau externe- défaut dans l'anneau interne), avec une étude analytique du contenu spectral du courant statorique, et une validation expérimentale pour le cas du défaut dans l'anneau interne du roulement.

Notre travail se termine par une conclusion générale. Cette thèse fournit les contributions originales suivantes :

- ❑ Développement d'un algorithme de calcul des inductances des enroulements à distribution réelle dans l'espace (inclinaison des barres rotoriques comprise), en utilisant les paramètres géométriques de la machine asynchrone. Tous les harmoniques d'espace créés par les enroulements sont automatiquement pris en compte dans le calcul des inductances.
- ❑ Elaboration d'une technique de décomposition de l'enroulement statorique en un enroulement multi spires pour l'étude des défauts statoriques, avec le calcul des toutes les différentes inductances.
- ❑ Développement d'une nouvelle approche permettant d'aller du modèle d'étude des défauts de roulements à celui des défauts d'excentricités, avec formulation de toutes

les inductances.

# Chapitre 1

## Synthèse bibliographique

### 1.1 Introduction

Le premier chapitre est consacré à la présentation de la machine asynchrone et à son principe de fonctionnement. Nous présentons par la suite, nous présentons les différents types de défauts des moteurs, et en fin nous nous intéresserons aux différentes techniques de diagnostic.

### 1.2 Définition

On appelle machine asynchrone, une machine électrique de vitesse variable, à courant alternatif, qui à 2 enroulements dont un seul (le primaire) est alimenté par un réseau électrique de pulsation  $\omega$  ; alors que la 2ème (le secondaire) est fermé sur lui-même ou sur des résistances électriques, généralement ce type de machines est plus utilisée en moteur asynchrone (en triphasé).

### 1.3 Constitution du moteur asynchrone

Nous nous limitons à la présentation de la machine asynchrone à cage d'écureuil qui est l'objet de notre étude. La machine asynchrone comprend deux parties, tel que la partie immobile de la machine est appelée stator et celle mobile est appelée rotor.

#### 1.3.1 Stator (inducteur)

C'est un anneau de tôles encoché à l'intérieur et portant un enroulement triphasé semblable à celui d'une machine synchrone. Cet enroulement est presque toujours relié à la source d'alimentation, il constitue le primaire. L'enroulement est alimenté en triphasé par l'intermédiaire de la plaque à bornes de la machine, ce qui le permet de l'alimenter en couplage d ou en triangle. [6]. (figure 1.1).

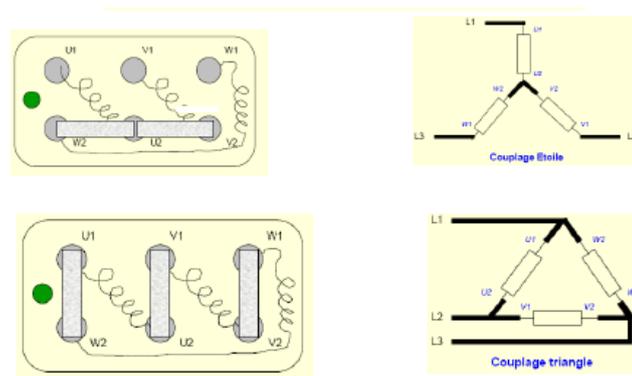


FIGURE 1.1 – Alimentation et couplage du stator.

### 1.3.2 Rotor (induit)

C'est un anneau de tôles rainuré à l'extérieur, concentrique au stator et séparé de lui par un entrefer constant. Le rotor porte un enroulement polyphasé mis en court-circuit constituant ainsi le secondaire. Le courant dans ses enroulements est induit uniquement par le champ statorique, car le rotor n'est lié à aucune source électrique extérieure ; on distingue 2 types de rotor :

- ☞ Rotor à bagues (rotor bobiné) : C'est un rotor à pôles lisses qui comporte dans ses rainures, un enroulement identique à celui du stator. Le couplage de cet enroulement est toujours en étoile, le centre de l'étoile n'est pas accessible mais les 3 extrémités libres sont reliées à 3 bagues calées sur l'arbre (bobinage triphasé) sur laquelle appuyant 03 balais (charbon) pour avoir accès aux phases rotoriques par l'intermédiaire d'un rhéostat qui est utilisé pour assurer les meilleures conditions du démarrage (figure 1.2).
- ☞ Rotor à cage d'écureuil (rotor en court-circuit) : L'enroulement est remplacé par des barres en cuivre ou en aluminium logées dans des encoches et réunies à leurs extrémités par 2 couronnes en cuivre ou en Aluminium (figure 1.3).

Généralement, ces barres sont inclinées afin de réduire les harmoniques de dentures. Le courant qui passe par une barre revient par la barre situé à une distance polaire et il n'est pas nécessaire d'isoler les barres de la masse du rotor, car les courants induits s'établissent surtout dans les barres (résistivités différentes : beaucoup plus faible pour le cuivre).

Par comparaison avec les moteurs à bagues, les moteurs à cage ont l'avantage d'être robuste et de coût beaucoup plus faible ; mais ils présentent l'inconvénient qui est l'impossibilité de faire varier la résistance du rotor, ce qui rend défavorable les conditions de démarrages avec la tension du réseau.

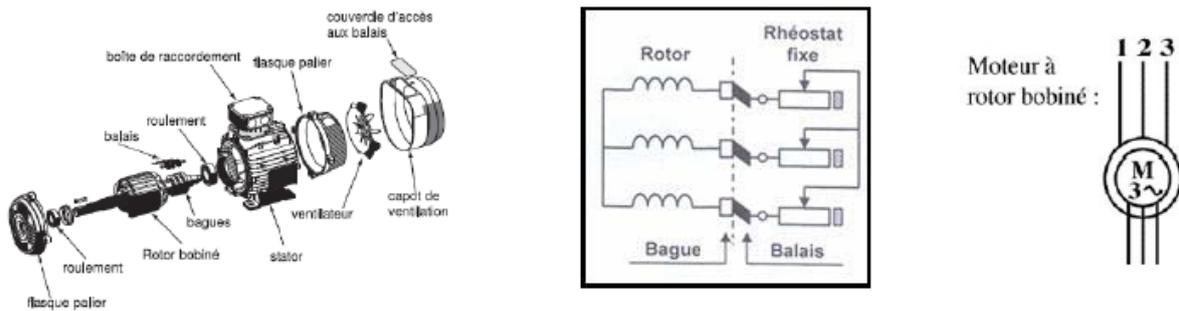


FIGURE 1.2 – Rotor à bague



FIGURE 1.3 – Rotor à cage d'écureuil

## 1.4 Principe de fonctionnement

L'enroulement statorique (primaire) reçoit de l'énergie électrique du réseau de pulsation  $\omega$ , ce qui crée un champ tournant à la vitesse angulaire synchrone  $\omega = \frac{\Omega}{p}$  (voir théorème de Maurice Leblanc); ce champ, en balayant les enroulements rotoriques (secondaires) y induit des f.e.m et donc des courants, car les spires sont fermées sur elles-mêmes. Ces courants induits produiront à leur tour un champ qui sera de sens opposé au champ du stator (d'après la loi de Lenz : la f.e.m induite tend à s'opposer à la cause qui l'a produite).

La réaction du courant secondaire sur le champ primaire provoquera un couple moteur qui entrainera la mise en mouvement du rotor dans les sens du champ tournant primaire. A fin et à mesure que le rotor augmentera sa vitesse de rotation, la différence entre la vitesse angulaire du champ tournant et la vitesse angulaire du rotor diminuera. Et la pulsation des courants secondaires diminuera aussi :

$$\omega' = \omega - \omega_1.$$

$\omega$  : pulsation du champ statorique.

$\omega_1$  : vitesse (mécanique) de rotor.

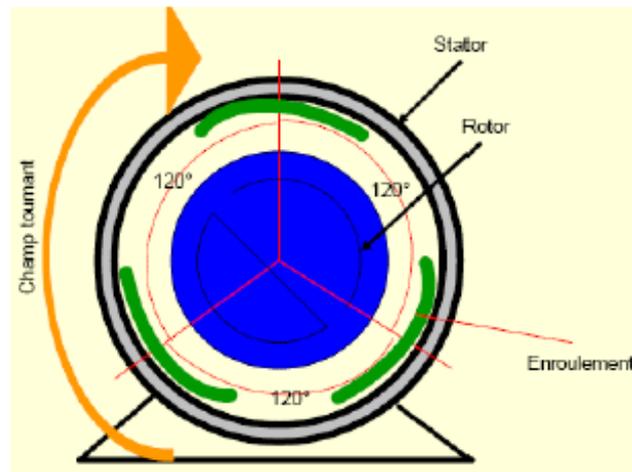


FIGURE 1.4 – Rotor à bague

## 1.5 Bobinages du stator et du rotor

### 1.5.1 Bobinage statorique

L'enroulement statorique doit être constitué de façon à permettre d'utiliser au mieux la circonférence du stator, d'obtenir le flux maximum pour une « dépense » minimum de la force magnéto motrice et d'atteindre autant que possible une répartition sinusoïdale du champ magnétique suivant la circonférence du stator. Pour exécuter la première exigence il est rationnel de répartir chaque côté des bobines de l'enroulement dans plusieurs encoches. Chaque bobine est divisée en sections. A son tour chaque section comprend plusieurs spires.

Le nombre totale d'encoches (ou de dents) sur la circonférence du stator est désigné par «  $N_s$  ». De cette façon dans une machine à «  $2p$  » pôles, le nombre d'encoches «  $Q$  » par pas polaire «  $\tau$  » est égale à :  $Q = \frac{N_s}{2P}$ .

Le bobinage statorique est composé de trois enroulements identiques décalés régulièrement d'un tiers du double pas polaire, soit électrique. A son tour l'enroulement statorique est réalisé par une bobine ou par la mise en série ou/et en parallèle d'un groupe de bobines.

Chaque pas polaire doit comprendre les encoches des trois phases de l'enroulement ; par conséquent, le nombre d'encoches par pôle et par phase de l'enroulement triphasé sera :  $N_e = \frac{N_s}{3 \times 2P}$ . (figure 1.5).

### 1.5.2 Bobinage rotorique

Pour le rotor à bagues, l'enroulement du rotor ne diffère pas de l'enroulement du stator. La différence c'est que les extrémités de l'enroulement stator aboutissent à des bornes, par contre les extrémités de l'enroulement rotoriques aboutissent à des bagues

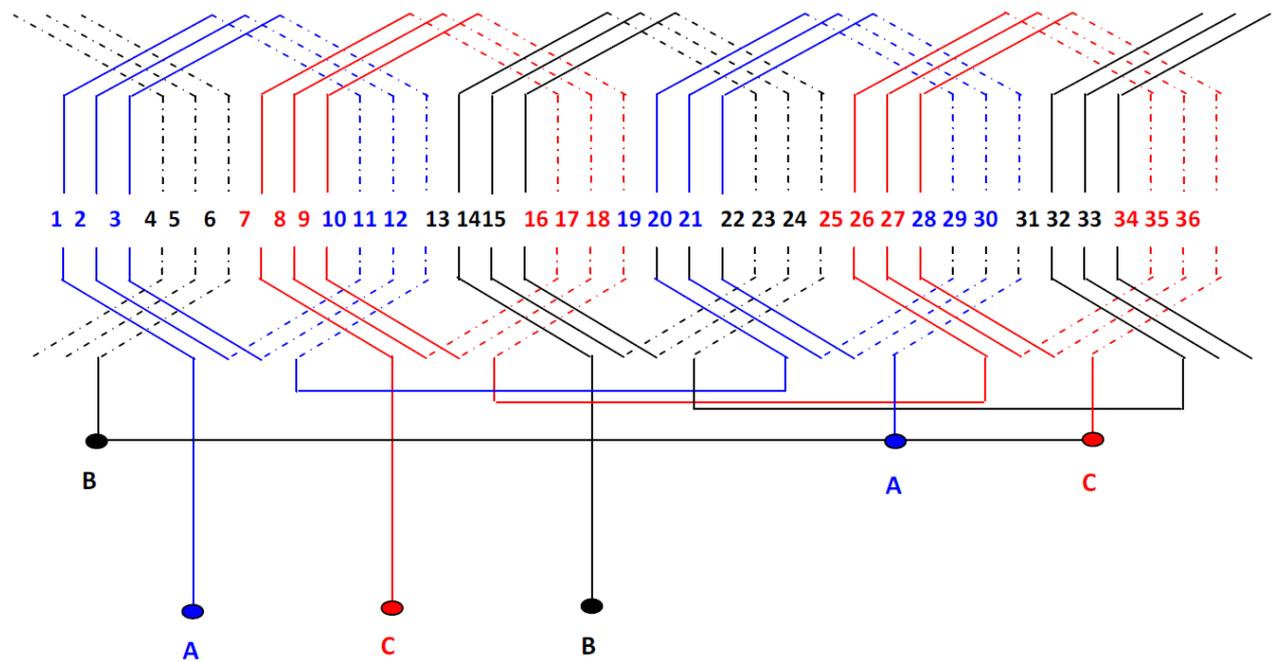


FIGURE 1.5 – Enroulement imbriqué triphasé pour les trois phases d'un moteur à 4 pôles, 36 encoches. Les enroulements ont un pas diamétrale «  $Q=9$  » et sont placés à électrique [1].

## 1.6 Principe de fonctionnement d'une machine asynchrone

Balayés par le champ tournant engendré par les enroulements statoriques, les enroulements rotoriques sont le siège d'une F.é.m. Pour une phase on a :

À l'arrêt, comme dans un transformateur à champ tournant, cette F.é.m a une fréquence «  $f$  » et une valeur efficace :

$$E_2 = mE_1 = mU_1 \quad (1.1)$$

$m$  : désignant le rapport de transformation.

En rotation, pour un glissement «  $g$  », la fréquence est «  $gf$  » soit la F.é.m :

$$E_2 = gmU_1 \quad (1.2)$$

«  $I_2$  » : Le courant dans une phase. Ces courants produisent des ampères tours rotoriques qui tournent par rapport au stator à la vitesse « » tel que :

$$\Omega = (1 - g)\Omega_s \quad (1.3)$$

Les ampères tours rotoriques tournent par rapport au stator à la vitesse «  $\Omega_s$  ». Ils sont donc fixes par rapport aux ampères tours statoriques qui tournent à la même vitesse.

## 1.7 Etat de l'art du diagnostique de la machine asynchrone

Dans les réseaux électriques, ou dans les chaînes industrielles, le maillon faible est la machine électrique, car sa panne paralyse immédiatement la production et entraîne une perte sèche très importante.

Une maintenance dite « prédictive », doit être donc assurée afin de prévenir à temps les défauts susceptibles de se produire dans les machines (phase statorique mise en court-circuit, rupture de barres ou d'anneaux de court-circuit, excentricités, défauts de roulements,...). Les études actuelles portent sur les petits défauts (par exemple : un court-circuit entre spires), ceci afin de prévenir les grands.

Bien évidemment, le meilleur moyen d'assurer un diagnostic correct de la machine ne consiste pas à « décortiquer » la machine à intervalles réguliers, pour voir si la trente cinquième barre de la cage ne s'est pas rompue. Il consiste plutôt à étudier certaines grandeurs électriques caractéristiques du type de défaut rencontré.

Généralement, le diagnostic des défauts est fait à partir du spectre des grandeurs électriques. Les fréquences de défaut dépendent non seulement du défaut, mais aussi du glissement et du choix de l'alimentation.

### 1.7.1 Les causes des défauts

Les causes des défauts sont multiples. Elles peuvent être classées en trois groupes :

- ❑ Les générateurs de pannes ou initiateurs de défauts : surchauffe du moteur, défaut électrique (court-circuit), problèmes mécaniques, rupture de fixations, problèmes d'isolation, survoltage d'alimentation ...
- ❑ Les amplificateurs des défauts : surcharge fréquente, vibrations mécaniques, environnement humide, alimentation perturbé (instabilité de la tension ou de la fréquence), échauffement permanent mauvais graissage, vieillissement ...
- ❑ Les vices de fabrication et les erreurs humaines : défauts de fabrication, défauts des composants, protections inadaptées, mauvais dimensionnement de la machine ...

### 1.7.2 Etudes statistique

Plusieurs études ont établi des statistiques des différents défauts pouvant intervenir dans une machine électrique. Citons comme exemples : [7] où la répartition a été faite comme suit :

- 40 à 50% pour les défauts de roulements.
- 30 à 40% pour les défauts statoriques.
- 5 à 10% pour les défauts rotoriques.

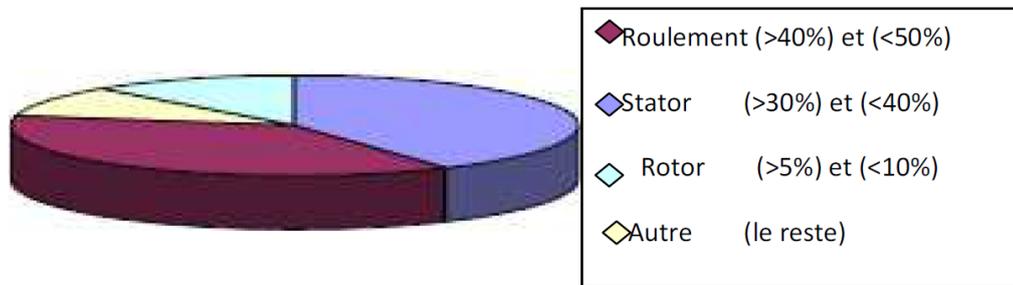


FIGURE 1.6 – Répartition des défauts selon leur localisation.

- Le reste pour les autres défauts.

[8] où l'étude statistique a été faite sur des machines de grande puissance (de 100KW à 1MW) et qui a donné les résultats suivants :

- 51% enrroulements statoriques.
- 22% défauts au rotor.
- 9% tôlerie stator.
- 8% roulements.
- 10% autres.

[2] où il a fait une répartition plus consacrée aux défauts statoriques :

- 61% pour les défauts d'isolement par rapport à la terre.
- 11% pour l'isolement entre tous.
- 8% pour les défauts de braçage.
- 3% pour les défauts de cale.
- 3% pour les défauts de structures
- 3% pour les défauts des circuits magnétiques.
- 11% pour les autres défauts.

### 1.7.3 Présentation des défauts

Une synthèse des défauts pouvant affecter la machine ainsi que les méthodes de diagnostic a été offerte par des auteurs comme [9]. Dans ce qui suit nous allons présenter les différents défauts pouvant affecter la machine asynchrone.

#### 1.7.3.1 Les cassures de barres et portions d'anneaux

Le défaut de cassure de barres ou de portions d'anneaux a un effet cumulatif. Le courant que conduisait une barre cassée, se répartit sur les autres barres. Ces barres seront surchargées, ce qui provoquera leurs ruptures, et l'arrêt total de la machine en arrivant à un certain nombre de barres cassées. Une asymétrie est créée au niveau du rotor de la machine, ce qui va créer en plus du champ rotorique direct, un champ inverse de fréquence «  $-gf$  ». L'interaction de ce champ avec le champ issu du bobinage statorique va créer des

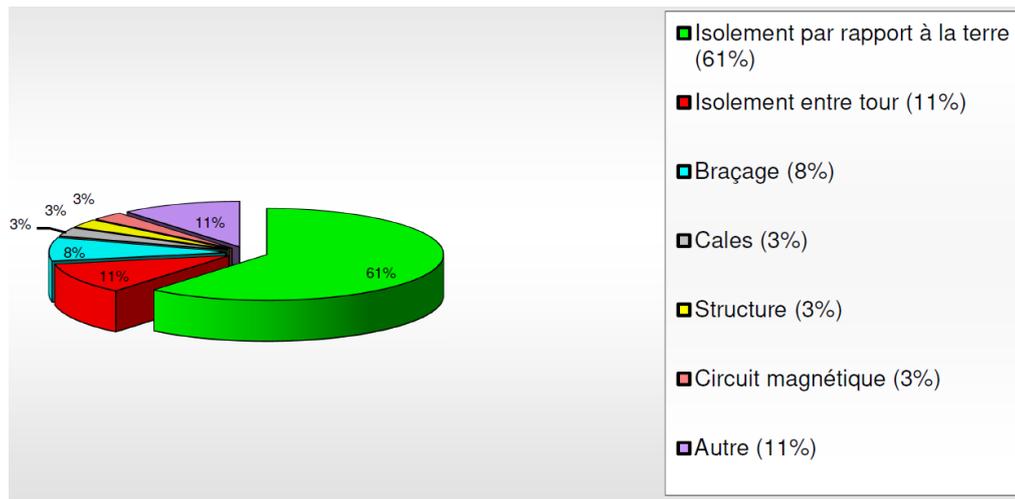


FIGURE 1.7 – Répartition des défauts liés au stator [[2].

ondulations au niveau du couple, et qui va donner naissance à des courants de fréquences  $f, (1 - 2g)f, (1 + 2g)f \dots$  [10].

Un grand nombre de travaux étudiant ce type de défauts apparaît au niveau de la littérature. Cependant nous ne citerons que certains d'entre eux. Comme [11], la publication de [12], qui utilisent les signatures des courants statoriques pour la détection des cassures de barres, nous pouvons encore citer [13], où tous orientent leurs travaux à la détection des défauts de cassure de barres rotoriques.

### 1.7.3.2 Les défauts de roulements

Ce type de défaut ainsi que sa détection est très peu mentionnée dans la littérature des électrotechniciens.

Les roulements se composent généralement de deux bagues, une intérieure et une autre extérieure, entre lesquelles existe un ensemble de billes ou de rouleaux tournants. En fonctionnement normal, la défaillance due à la fatigue commence par de petites fissures situées au-dessous des surfaces du chemin de roulement et de l'élément roulant, qui se propage graduellement sur la surface. Tout changement de l'uniformité du roulement produit des vibrations détectables et augmente le niveau du bruit.

Les variations de l'entrefer qu'engendrent ce type de défaut génèrent dans le courant statorique des raies spectrales dont les fréquences définies dans [14] sont :

$$f_{roul} = f_s \mp k f_v \quad (1.4)$$

où :

$k$  est un entier.

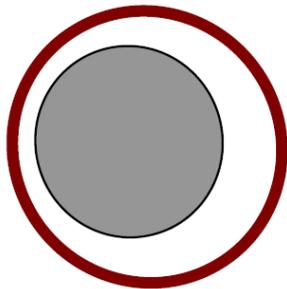
$f_v$  est l'une des fréquences caractéristiques des vibrations.

### 1.7.3.3 Les défauts d'excentricités

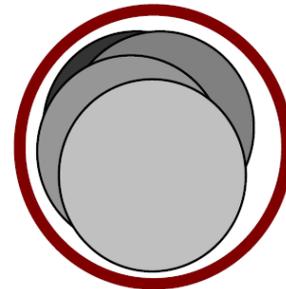
L'excentricité de la machine est le résultat d'uniformité d'entrefer. Ce défaut peut apparaître suite à une flexion de l'arbre, un mauvais positionnement du rotor par rapport au stator, de l'usure du roulement ou encore d'un manque de précision lors de la construction de la machine. Il existe deux types d'excentricité (figure 1.8) :

**L'excentricité statique :** Dans ce type d'excentricité, la position de l'épaisseur minimale de l'entrefer est fixe dans l'espace. Elle peut être causée par l'ovalité de la partie intérieure du stator ou encore par le mauvais positionnement du rotor ou du stator durant la phase de construction. Si cependant l'assemblage entre le rotor et l'arbre est suffisamment rigide, le niveau d'excentricité statique ne change pas.

**L'excentricité dynamique :** Pour ce qui est de l'excentricité dynamique, le centre du rotor n'est pas en son centre de rotation, et de ce fait la position d'épaisseur minimale d'entrefer tourne avec le rotor. Les causes de ce type d'excentricité sont, la flexion de l'arbre du rotor, l'usure ou le défaut d'alignement du roulement, la résonance mécanique à la vitesse critique.



Excentricité statique



Excentricité dynamique

FIGURE 1.8 – Représentation de l'excentricité statique et dynamique

La présence de l'excentricité se manifeste donc par l'apparition d'harmoniques dans le spectre du courant statorique, présentés par beaucoup d'auteurs tel que [15]. Ces fréquences sont :

$$f_{exc} = \left[ 1 \mp \left( \frac{1-g}{p} \right) \right] \quad (1.5)$$

Nous citons aussi, d'autres auteurs qui ont travaillé sur l'excentricité du rotor, comme [16, 17].

### 1.7.3.4 Les défauts statoriques

Ces défauts sont généralement liés à la dégradation de l'isolation électrique. Ils sont généralement connus comme des défauts de court-circuit entre une ou plusieurs phases et/ou la terre. Sachant que ce type de défaut est le centre d'intérêt de notre travail, nous lui donnerons de ce fait une plus grande importance à la suite de ce chapitre. Dans ce qui suit, on va présenter les différentes techniques de diagnostic des défauts statoriques.

## 1.8 Diagnostic des défauts de la machine asynchrone

Rappelons que les défauts statoriques peuvent être : des courts-circuits entre spires des enroulements de la même phase, ou de phase différentes, des courts-circuits phase-terre, ou une ouverture de phase, provoquant tous une dissymétrie au niveau du stator.

A terme, ces défauts destructifs pour les couches de vernis protecteur des enroulements, conduisent à une machine déséquilibrée et à une modification de sa classe d'isolation. Cette détérioration au niveau de l'isolation peut exister pour diverse raison :

- ❑ Une augmentation de la température des enroulements ou de l'armature statorique.
- ❑ Déconnection des attaches des enroulements.
- ❑ Contamination due à l'humidité et à la saleté.
- ❑ Courts-circuits ou contraintes de démarrage.
- ❑ Décharges électriques.

### 1.8.1 Méthodes de détection des défauts

Beaucoup d'indicateurs peuvent être choisis pour la détection des défauts. Nous distinguons : le flux axial, le courant statorique, les tensions statoriques, l'impédance, les puissances active et réactive, le couple électromagnétique, les températures, les vibrations mécaniques, les signaux d'arbres, les rayonnements électromagnétiques... etc. Le choix de l'indicateur détermine la méthode.

Cette partie va nous permettre de faire un tour d'horizon sur les travaux réalisés pour la détection des différents défauts statoriques.

#### 1.8.1.1 Analyse des courants

Les méthodes basées sur l'examen du courant statorique sont désignées sous le nom de "l'analyse des signatures des courants du moteur" (MCSA). Cette méthode consiste à détecter les défauts par l'étude de certains composants fréquentiels. Elle est très utilisée, car elle est simple, peu coûteuse et la partie expérimentale est facile à exécuter, ce qui la rend très populaire, notamment dans la détection des défauts statoriques, et plus particulièrement des défauts de court-circuit entre spires de l'enroulement statorique.

Parmi les auteurs à l'avoir utiliser, nous pouvons citer Gentile et ces coauteurs [Gentile-03] qui montrent que certains composants fréquentiels augmentent en amplitude lorsque un défaut de court-circuit apparaît. Cependant, ils pensent qu'il est difficile de préciser le pourcentage du défaut car les amplitudes des composants harmoniques sont également affectées par la saturation magnétique des dents rotoriques ainsi que le déséquilibre d'alimentation.

[7] proposent, quant à eux le courant d'ordre négatif comme indicateur de défaut. Ce courant peut être obtenu par la méthode des composants symétriques ou par une autre méthode semblable. L'inconvénient de ce courant, est qu'il dépend de plusieurs autres facteurs tels que la non linéarité du noyau de fer, le déséquilibre de la source.

Les résultats présentés dans l'article [18] montrent que pour un défaut de court-circuit entre spires, quelques composants fréquentiels comme 150Hz et 450Hz augmentent lorsque le défaut est présent. Les mêmes résultats ont été trouvés par [19] et [7]. Cependant, ces composants fréquentiels apparaissent également dans le spectre du courant pour un moteur sain à cause de la saturation du circuit magnétique ou encore au déséquilibre d'alimentation. En effet, le déséquilibre d'alimentation est considéré comme le problème majeur dans l'utilisation du courant d'ordre négatif comme indicateur de défauts de l'enroulement statorique. L'utilisation de l'impédance d'ordre négatif vient pour pallier cet effet. Les auteurs attestent également que l'utilisation de la méthode MCSA seule à la détection des défauts d'enroulement statorique est insuffisante et peu fiable. Dans la même optique on distingue également [20].

### 1.8.1.2 Analyse par l'approche des vecteurs rotationnels

L'étude du vecteur de Park, par exemple, est également considérée comme une des méthodes populaires dans le diagnostic des défauts statorique. L'article de Toliyat [21] utilise le modèle multi enroulements pour la détection des défauts de l'enroulement statorique. Cette approche est basée sur la théorie de la fonction d'enroulement, afin de prendre en considération tous les harmoniques d'espace. L'auteur déduit une augmentation au niveau de l'amplitude des composants harmoniques du vecteur courant de Park, lors de la naissance du défaut.

Cardoso [22] utilise l'approche du vecteur de Park pour la surveillance et le diagnostic des défauts statoriques. La méthode consiste à identifier l'apparence elliptique correspondant à la représentation du vecteur courant de Park. Selon la sévérité du défaut, Cardoso trouve que l'ellipticité augmente et prend une orientation spécifique associé à la phase défectueuse.

Néanmoins, en situation de déséquilibre cette utilisation devient erronée, et ce à cause de la présence d'un courant inverse dans le courant d'alimentation. A partir de là, apparaît une forme modifiée du vecteur de Park qui est l'approche prolongée du vecteur de Park

(EPVA) [23]. La signature de l'EPVA lors d'un défaut statorique présente un composant spectrale à la fréquence double de la fondamentale. L'amplitude du composant spectral est directement liée à l'ampleur du défaut.

### 1.8.1.3 Analyse des flux

La conversion électromécanique de l'énergie est localisée dans l'entrefer. Cette conversion peut être affectée par tout déséquilibre de type magnétique, électrique ou électromagnétique, au niveau du rotor ou du stator. Le flux d'entrefer, le flux embrassé par les enroulements statoriques, ou encore le flux axial de fuite, sont des paramètres qui, à cause de leur sensibilité à tout déséquilibre de la machine, méritent d'être analysés. La méthode consiste à placer des bobines exploratrices à l'extérieur de la machine, perpendiculairement à l'axe du rotor.

Dans cet axe, nous pouvons citer [24] qui surveille les variations du flux de fuite axial résultant des courts-circuits entre spires de l'enroulement statorique.

Stavrou et Howard [25] utilisent l'enroulement statorique lui-même comme sonde pour la détection des anomalies. Selon l'auteur, lors d'un court-circuit entre spire il y aura l'existence de F.M.M additionnelle donnée par la relation suivante :

$$F_{Sadd} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{h=1}^{\infty} F_{sk} \cos(k\theta_s \pm h\omega_1 t \pm \psi_{sk}) \quad (1.6)$$

La publication de [26] présente l'avantage de l'utilisation d'un capteur de flux. L'article en question montre qu'un simple capteur de flux est plus efficace que l'analyse classique du courant statorique pour la détection d'un défaut de court-circuit entre spires.

L'article offre également une comparaison entre l'analyse des signatures des courants du moteur et la dispersion du flux mesuré, tout en sachant que la présence des harmoniques dans l'alimentation va augmenter la distorsion du flux de fuite.

Assaf et Capolino, [27], démontrent que lors d'un court-circuit entre spires de l'enroulement statorique provoque la naissance d'un nouveau courant qui circule dans les spires court-circuitées. Ce nouveau courant est la cause d'une Fmm induite par le court-circuit au niveau de l'entrefer. Ce courant va à son tour engendrer au niveau des courants rotoriques des harmoniques supplémentaires.

$$f_{rotor} = \left[ K_s \pm \frac{\gamma_{sc}}{p} (1 - g) \right] \quad (1.7)$$

$K_s = 1,3,5,7, \dots$   $\gamma_{sc}$  est un entier différent de  $2 \times p \times j$  avec  $j = 1,2,3 \dots$

#### 1.8.1.4 Le diagnostic par identification paramétrique

L'estimation paramétrique s'avère également bien adaptée au diagnostic. La mise au point d'algorithmes dédiés à l'estimation réaliste des paramètres physiques, en tenant compte de la connaissance à priori de la machine, a permis une avancée prometteuse du diagnostic de la machine asynchrone par identification paramétrique. Cette approche étant basée sur l'identification des paramètres de la machine, l'un des objectifs les plus importants concerne la mise au point de modèles mathématiques réellement représentatifs d'un fonctionnement en défaut. En situation de défaut, la machine asynchrone présente, en plus d'un comportement dynamique conventionnel, un comportement dû aux défauts.

**Analyse des résistances :** L'un des pionniers de cette méthode et dont le travail est utilisé comme référence dans la littérature est [28], qui met en évidence qu'un court-circuit entre spires se traduit non seulement par la création d'une spire fictive en court-circuit, mais aussi par la diminution de spires dans la phase concernée. Pour ce qui est de la phase en défaut par exemple la phase « a », nous aurons la diminution de et qui seront considérés comme des signatures paramétriques.

Toujours dans la même tendance on distingue [29] qui propose à partir du modèle défectueux, une variété de modèle de court-circuit pour un repère lié au stator, et qui a la possibilité de considérer des courts-circuits dans les trois phases.

**Analyse des impédances :** Des chercheurs comme [30], qui utilise l'angle d'impédance pour la détection du court-circuit entre spires. Ce dernier peut être vu comme un indicateur efficace pour ce type de défaut. A partir de cette méthode, l'enroulement défectueux peut être aisément identifié.

On peut citer encore Lu et Ritchie [7], qui utilisent comme indicateur de défaut la différence d'angle d'impédance. L'influence des connexions en étoile ou en triangle de l'enroulement statorique est également discuté par les auteurs.

#### 1.8.1.5 Le diagnostic à travers les commandes de la M.A.S

La signature du défaut de court-circuit entre spires à partir de la commande de la machine asynchrone est également un axe de recherche fort intéressant. Nous distinguons : Zhao [31] qui présente dans son article une approche de modélisation et un contrôle à flux orienté du moteur à induction, et ce en présence de l'ouverture de l'une des phases statorique. La technique proposée ne permet pas de résoudre le problème mais permet d'en donner une conception claire.

Bellini [32] qui étudie l'impact d'un défaut de court-circuit sur une commande en boucle fermée de la machine. A partir de la commande à flux orienté, l'auteur détermine l'appa-

rition du composant d'ordre négatif . Des circuits équivalents qui prennent en compte les courts-circuits entre spires statoriques sont présentés dans l'article.

Cruz et Cardoso [33, 34] qui étudient la commande DTC (commande à couple direct) en présence d'un court-circuit entre spires, et proposent deux différentes approches pour ce type de défauts :

- ✎ La première consiste à analyser le spectre du courant qui montre que l'action des contrôleurs du couple et du flux introduit un fort harmonique de rang trois « 3 », qui peut être considéré comme signature à ce type de défaut.
- ✎ La deuxième est basée sur la présence d'asymétries résiduelles, exploité dans la commande DTC. Les résultats trouvés à partir de l'analyse spectrale du courant montrent que le troisième harmonique sera présent pour n'importe quel type d'asymétries résiduelles, que ce soit pour un déséquilibre d'alimentation ou pour un court-circuit entre spires.

#### 1.8.1.6 Analyse à partir des techniques d'intelligence artificielle (AI)

D'autres auteurs comme [6, 35] utilisent des techniques d'intelligence artificielle pour le diagnostic des défauts statoriques.

On distingue le travail de Fillipetti [35] qui présente diverses techniques d'intelligence artificielle (AI) en accentuant les mérites et les démérites de chacune d'elles.

#### 1.8.1.7 Analyse à partir d'autres techniques

Cruz et Cardoso [36] proposent un modèle qui tient compte de toutes les harmoniques d'espace statorique et rotorique ainsi que l'effet de peau rotorique.

[37] et ces coauteurs montrent à partir d'un modèle de simulation des machines à induction à cage, sous des conditions de défauts statorique, une méthode basée sur la théorie des circuits magnétiques couplés. Pour le calcul des différentes inductances magnétisantes et les inductances mutuelles, les auteurs utilisent la théorie de la fonction d'enroulement pour introduire l'inclinaison des barres rotoriques.

## 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre une synthèse bibliographique a été présentée et qui concerne les différents défauts que peut rencontrer la machine asynchrone durant son fonctionnement.

Les différentes méthodes de détection que propose la littérature ont été citées. Notre attention a été particulière pour les défauts statoriques, où nous avons essayé de présenter le plus possible d'articles que la littérature propose, afin de pouvoir détecter ce type de défauts.

---

Ce chapitre nous a permis également de mettre le point d'avancement du diagnostic des défauts statoriques, ainsi que de tirer les différents indices et signatures existants.

Au niveau de quelques travaux, le point a été mis sur la nécessité d'avoir un modèle optimal afin de pouvoir diagnostiquer au mieux la machine. La modélisation de cette dernière est donc un enjeu de taille. Ce sujet fera l'intérêt du prochain chapitre.



# Chapitre 2

## Modélisation axiale avec étude du défaut de court-circuit

### 2.1 Introduction

La modélisation d'une machine électrique est une phase primordiale en matière de diagnostic. Les progrès de l'informatique et du génie des logiciels, permettent de réaliser des modélisations performantes et d'envisager l'optimisation des machines électriques.

Ainsi, la modélisation permet de guider les développements par la quantification des phénomènes. En outre, elle est d'un apport précieux en permettant d'une part de restituer une image de ce que l'on peut observer expérimentalement, et d'autre part de prévoir des comportements de la machine plus variés que ceux de l'observation expérimentale, donc de faire un bon diagnostic.

La mise au point d'une procédure de diagnostic à base de modèles analytiques pour la machine asynchrone, recouvre un certain nombre de problèmes qui doivent être résolus. L'un de ces problèmes qui est loin d'être le plus délicat, est le problème de la synthèse de modèles décrivant le comportement de la machine, ceci de manière exacte en intégrant certains paramètres pour décrire le plus précisément possible le comportement de la machine. En un premier temps, les méthodes classiques d'étude de ce type de machines ont utilisé des modèles simples (modèle abc et dq), négligeant un certain nombre de phénomènes. Ces modèles sont fréquemment affectés par les transformations et le changement d'axes de référence, ce qui conduit à des interprétations théoriques, qui ne peuvent pas être utilisées pour analyser des effets localisés, tels que les barres cassées dans le rotor de la machine en les distinguant des effets provenant d'autres incidents. D'autre part, ces modèles sont imprécis et ne décrivent qu'un fonctionnement sain de la machine. Ainsi, il a fallu s'orienter vers des modèles plus sophistiqués (modèle multi-enroulement) pour une description adaptée aux défauts, que ce soit pour une simulation plus réaliste ou pour une utilisation dans la méthode de détection.

Le modèle de [21], semble le plus représentatif étant donné qu'il emploie peu d'hypothèses simplificatrices, et qu'il calcule tous les paramètres de la machine à partir de la géométrie et de l'enroulement réel sans passer par aucune variables transformées ou équivalentes, ce qui permet de visualiser toutes les dissymétries possibles qui peuvent apparaître lors des défauts. Ce modèle permet le diagnostic des défauts statorique et rotorique que peut rencontrer la machine lors de son fonctionnement.

En se basant sur le modèle de Toliyat, nous avons pu extraire notre propre modèle en 2D, et qui a été présenté dans la 34ème Conférence annuelle de IEEE Industrial Electronics Society, IECON'08, Orlando, Floride, USA, 10-13 Nov. 2008 [38].

A fin de se rapprocher le plus possible de la géométrie réelle de la machine, nous avons amélioré notre modèle depuis, et nous l'avons développé en 3D [3], et qui va être présenté dans ce qui suit, avec une méthode de calcul de toutes les inductances de la machine.

## 2.2 Synthèse de quelques modèles applicables à la machine asynchrone

### 2.2.1 Modèle triphasé / triphasé

On modélise la machine asynchrone à cage, en fonctionnement sain, dans le repère a, b, c selon le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} [V_{sabc}] = [R_s] [I_{sabc}] + \frac{d}{dt} [\psi_{sabc}] \\ [V_{rabc}] = [R_r] [I_{rabc}] + \frac{d}{dt} [\psi_{rabc}] \end{cases} \quad (2.1)$$

$[V_{sabc}] = [V_{sa} \ V_{sb} \ V_{sc}]^T$  les tensions appliquées aux trois phases statoriques.

$[I_{sabc}] = [I_{sa} \ I_{sb} \ I_{sc}]^T$  les courants qui traversent celle-ci.

$[V_{rabc}] = [0 \ 0 \ 0]^T$  les tensions nulles du rotor étant la cage rotorique en court-circuit

$[I_{rabc}] = [I_{ra} \ I_{rb} \ I_{rc}]^T$  les courants rotoriques traversant les phases du rotor.

### 2.2.2 Modèle de Park

Dans ce modèle, les enroulements des phases a, b et c de la machine sont considérés comme des enroulements équivalents disposés selon deux axes "d" et "q" soit direct et en quadrature respectivement, si l'on considère la composante homopolaire nulle. Ce modèle est largement utilisé, car il permet une diminution du nombre des équations qui régit le moteur, ainsi que la disparition de l'interdépendance entre les équations statorique et rotorique localisée au niveau de la matrice des inductances mutuelles. Une matrice unique

de transformation  $[P(\alpha)]$ , sera appliquée aux courants, aux tensions, ainsi qu'aux flux du modèle triphasé/triphasé de la machine asynchrone.

$$[P(\alpha)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

### 2.2.3 Modèle multi enroulements

Dans ce modèle, la cage d'écureuil est représentée comme un enroulement polyphasé dont le nombre de phases est égale au nombre de barreaux (figure (2.1)). En effet, il peut être considéré comme un ensemble de boucles identiques, et magnétiquement couplées, tel que une boucle se compose de deux barres adjacentes et de deux segments d'anneau qui les relient, plus une boucle d'anneau de court-circuit [21]. Notre modélisation est portée sur un moteur asynchrone à cage d'écureuil avec les hypothèses simplificatrices suivante :

- La machine est supposée en régime linéaire.
- La perméabilité est infinie.
- Les enroulements statoriques sont symétriques.

#### 2.2.3.1 Equations des tensions statoriques

Les équations des tensions pour les trois enroulements du stator peuvent être écrites sous la forme suivante :

$$[V_s] = [R_s] [I_s] + \frac{d[\psi_s]}{dt} \quad (2.3)$$

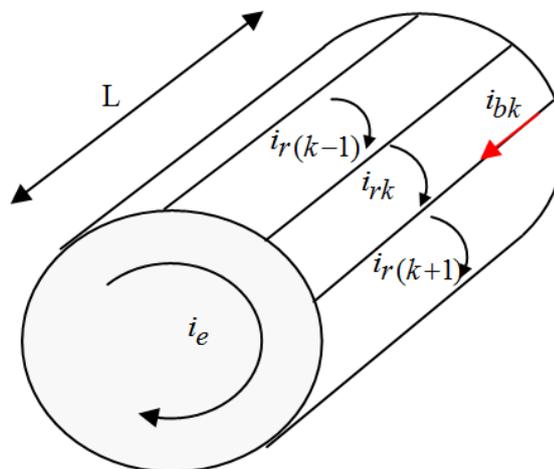


FIGURE 2.1 – Représentation schématique des enroulements rotoriques

où, le flux statorique est donné par :

$$[\psi_s] = [L_{ss}] [I_s] + [L_{sr}] [I_r] \quad (2.4)$$

Les vecteurs des tensions statoriques, des courants de phases statoriques, et des courants de mailles rotoriques sont donnés respectivement  $[V_s] = [V_{sa} \ V_{sb} \ V_{sc}]^T$ ,  $[I_s] = [I_{sa} \ I_{sb} \ I_{sc}]^T$  et  $[I_r] = [I_{r_1} \ I_{r_2} \ \dots \ I_{r_e}]^T$ .

$I_{r_j}$  et  $I_{r_e}$  sont les courants qui circulent dans la  $j^{\text{ème}}$  barre et le courant de l'anneau de court-circuit.

$[R_s]$  est la matrice des résistances statoriques, donnée par :

$$[R_s] = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

$[L_{ss}]$  la matrice des inductances statoriques, donnée par :

$$[L_{ss}] = \begin{pmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{acb} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

avec  $L_{ii}$  et  $L_{ij}$  représentent respectivement l'inductance propre de la  $i^{\text{ème}}$  phase et l'inductance mutuelle entre la  $i^{\text{ème}}$  et  $j^{\text{ème}}$  phase.

$[L_{sr}]$  est une matrice de  $3 \times (n_b + 1)$  éléments qui constituent les inductances mutuelles entre les phases statoriques et les mailles rotoriques. Elle est donnée par :

$$[L_{sr}] = \begin{bmatrix} L_{ar_1}^{sr} & L_{ar_2}^{sr} & \dots & \dots & L_{ar_{(n_b-1)}}^{sr} & L_{ar_{(n_b)}}^{sr} & 0 \\ L_{br_1}^{sr} & L_{br_2}^{sr} & \dots & \dots & L_{br_{(n_b-1)}}^{sr} & L_{br_{(n_b)}}^{sr} & 0 \\ L_{cr_1}^{sr} & L_{cr_2}^{sr} & \dots & \dots & L_{cr_{(n_b-1)}}^{sr} & L_{cr_{(n_b)}}^{sr} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$L_{ar_i}^{sr}$  : représente l'inductance mutuelle entre la phase « a » et la  $j^{\text{ème}}$  maille rotorique. De même pour les phases « b » et « c ».

Les inductances mutuelles entre les phases statoriques et les segments de l'anneau de court-circuit sont négligées, ceci est représenté par un zéro dans la dernière colonne de la matrice.

De l'équation (2.4), on peut écrire :

$$\frac{d[\psi_s]}{dt} = [L_{ss}] \frac{d[I_s]}{dt} + \frac{d[L_{sr}]}{dt} [I_r] + [L_{sr}] \frac{d[I_r]}{dt} \quad (2.8)$$

De plus :

$$\frac{d[L_{sr}]}{dt} = \frac{d\theta_r}{dt} \frac{d[L_{sr}]}{d\theta_r} \quad (2.9)$$

avec  $\theta_r$  est l'angle qui définit la position du rotor. La vitesse de rotation du rotor est définie par :

$$\omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \quad (2.10)$$

Par conséquent, l'équation (2.8), prendra la forme suivante :

$$\frac{d[\psi_s]}{dt} = [L_{ss}] \frac{d[I_s]}{dt} + \omega_r \frac{d[L_{sr}]}{d\theta_r} [I_r] + [L_{sr}] \frac{d[I_r]}{dt} \quad (2.11)$$

### 2.2.3.2 Equations des tensions rotoriques

A partir du circuit équivalent du rotor (figure (2.2)), on peut tirer les équations des tensions rotoriques :

$$[V_r] = [R_r] [I_r] + \frac{d[\psi_r]}{dt} \quad (2.12)$$

$$[V_r] = [V_{r_1} \ V_{r_2} \ \dots \ V_{r_{n_b}} \ V_{r_e}]^T \quad (2.13)$$

Pour le cas d'un rotor à cage, la tension de l'anneau de court-circuit «  $V_e = 0$  », et les tensions des mailles rotoriques «  $V_{r_k} = 0$  » ; avec  $k = 1, 2, \dots, n_b$ .

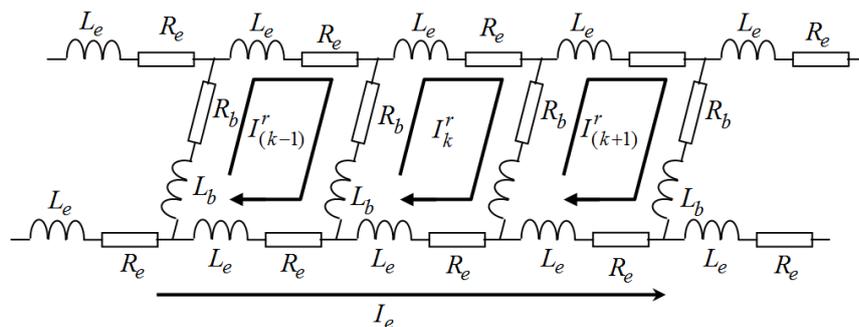


FIGURE 2.2 – Circuit équivalent du rotor

$[R_r]$  est une matrice symétrique de  $(n_b + 1) \times (n_b + 1)$  éléments qui est exprimé par la relation ci-après :

$$[R_r] = \begin{bmatrix} 2(R_b + R_e) & -R_b & 0 & \cdots & 0 & -R_b & -R_e \\ -R_b & 2(R_b + R_e) & -R_b & 0 & \cdots & 0 & -R_e \\ 0 & & \ddots & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -R_b & 2(R_b + R_e) & -R_b & \vdots \\ -R_b & 0 & \cdots & 0 & -R_b & 2(R_b + R_e) & \vdots \\ -R_e & -R_e & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -R_e \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

$R_b$  et  $R_e$  représentent respectivement la résistance d'une barre rotorique et la résistance d'un segment de l'anneau de court-circuit.

Le flux rotorique  $\psi_r$  est donné par :

$$[\psi_r] = [L_{rr}] [I_r] + [L_{rs}] [I_s] \quad (2.15)$$

$[L_{rr}]$  la matrice de  $(n_b + 1) \times (n_b + 1)$  éléments donnée par la relation :

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} L_{mr} + 2L_{be} & L_{r_1 r_2} - L_b & L_{r_1 r_3} & \cdots & \cdots & L_{r_1 r_{nb}} - L_b & -L_e \\ L_{r_2 r_1} - L_b & L_{mr} + 2L_{be} & L_{r_2 r_3} - L_b & L_{r_2 r_4} & \cdots & L_{r_2 r_{nb}} & -L_e \\ L_{r_3 r_1} & & \ddots & & & \vdots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & & \vdots & \vdots \\ L_{r_{nb-1} r_1} & \cdots & \cdots & L_{r_{nb-1} r_{nb-2}} - L_b & L_{mr} + 2L_{be} & L_{r_{nb-1} r_{nb}} - L_b & \vdots \\ L_{r_{nb} r_1} - L_b & \cdots & \cdots & \cdots & L_{r_{nb} r_{nb-1}} - L_b & L_{mr} + 2L_{be} & -L_e \\ -L_e & -L_e & \cdots & \cdots & \cdots & -L_e & -L_e \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

avec  $\{L_{be} = L_b + L_e\}$ , et

$L_{mr}$  l'inductance de magnétisation de chaque maille rotorique.

$L_b$  l'inductance de fuite d'une barre rotorique.

$L_e$  l'inductance de fuite d'un segment d'anneau de court-circuit.

$L_{r_i r_j}$  l'inductance mutuelle entre la  $i$ ème et la  $j$ ème maille rotorique.

$[L_{rs}]$  la matrice des inductances mutuelles entre les mailles rotoriques et les phases statoriques, elle est égale à la matrice transposée  $[L_{sr}]$  dans le cas d'un entrefer constant.

### 2.2.3.3 Equations mécaniques

L'équation mécanique du mouvement dépend des caractéristiques de la charge, qui diffèrent largement d'une application à l'autre. Nous ne prenons en considération que le couple d'inertie et le couple externe qui constituent le couple de charge de la machine. Par

conséquent l'équation mécanique du mouvement s'écrit sous la forme suivante :

$$J \frac{d\omega_r}{dt} + T_c = T_e \quad (2.17)$$

$$\frac{d\theta_r}{dt} = \omega_r \quad (2.18)$$

avec :

$\theta_r$  la position du rotor.

$\omega_r$  la vitesse de rotation du rotor.

$J$  le moment d'inertie.

$T_c$  le couple de charge.

$T_e$  le couple électromagnétique produit par la machine.

Le couple électromagnétique est déduit de la co-énergie magnétique à l'aide de l'équation suivante :

$$T_e = \left[ \frac{\delta W_{co}}{\delta \theta} \right]_{I_s, I_r \text{ constants}} \quad (2.19)$$

La co-énergie est l'énergie électrique moins l'énergie emmagasinée dans le circuit magnétique, par conséquent dans le cas du moteur à cage, elle peut être exprimée par la relation ci-dessous :

$$W_{co} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [I_s]^T & [I_r]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [L_{sr}] \\ [L_{rs}] & [L_{rr}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I_s] \\ [I_r] \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Le couple électromagnétique est donné alors par la relation suivante :

$$T_e = \frac{1}{2} \left[ [I_s]^T \frac{\delta [L_{ss}]}{d\theta_r} [I_s] + [I_s]^T \frac{\delta [L_{sr}]}{d\theta_r} [I_r] + [I_r]^T \frac{\delta [L_{rs}]}{d\theta_r} [I_s] + [I_r]^T \frac{\delta [L_{rr}]}{d\theta_r} [I_r] \right] \quad (2.21)$$

Dans le cas où les deux matrices  $[L_{ss}]$  et  $[L_{rr}]$  sont constantes, l'équation (2.21) devient :

$$T_e = \frac{1}{2} \left[ [I_s]^T \frac{\delta [L_{sr}]}{d\theta_r} [I_r] + [I_r]^T \frac{\delta [L_{rs}]}{d\theta_r} [I_s] \right] \quad (2.22)$$

et comme  $[L_{sr}]$  et  $[L_{rs}]$  sont égaux, nous obtenons l'expression suivante du couple :

$$T_e = [I_s]^T \frac{\delta [L_{sr}]}{d\theta_r} [I_r] \quad (2.23)$$

## 2.2.4 Calcul des inductances

Ritchie [39] dans son article a supposé pour ce modèle que l'enroulement statorique triphasé est à distribution idéale autour de la périphérie de l'entrefer. Par conséquent, le champ résultant a une forme sinusoïdale.

Afin de représenter le plus possible la réalité de la machine asynchrone, il est nécessaire d'inclure les harmoniques d'espaces de l'induction magnétique dans le modèle à distribution sinusoïdale.

Ces harmoniques peuvent être définis comme étant l'effet de la répartition spatiale de la force magnétomotrice. La considération de la répartition réelle de l'induction magnétique dans l'entrefer, qui est représenté par l'introduction des harmoniques d'espaces, implique le calcul des inductances propre et mutuelle par l'approche de la fonction d'enroulement.

Al-Nuaim [40] a présenté dans son article un développement détaillé de l'approche de la fonction d'enroulement.

### 2.2.4.1 Développement de la fonction d'enroulement

La machine est constituée de deux enroulements « A » et « B » dont le point de référence est l'angle «  $\varphi = 0$  ». (figure (2.3)a).

Nous considérons un contour fermé « abcd », où « a » et « d » sont situés sur le stator respectivement aux angles « 0 » et «  $\varphi$  », et « b » et « c » sur le rotor (figure (2.3)b).

Nous considérons que l'angle «  $\varphi$  » varie entre « 0 » et «  $2\pi$  », en vertu de la loi d'Ampère, nous avons :

$$\oint_{abcd} H dl = \oint_S J dS \quad (2.24)$$

$S$  : la surface enfermée par le contour « abcd ».

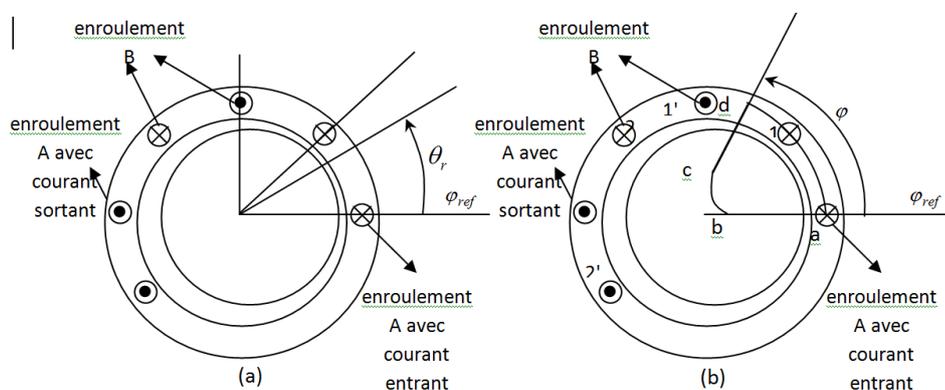


FIGURE 2.3 – Machine élémentaire

Puisque les enroulements enfermés par le contour sont parcourus par le courant « $i$ », l'équation (2.24) prend la forme suivante :

$$\oint_{abcd a} H dl = \oint_S n(\varphi, \theta_r) \times i \quad (2.25)$$

$H$  : l'intensité du champ magnétique.

$n(\varphi, \theta_r)$  : est appelée la fonction de tours ou fonction de distribution et elle représente le nombre de tours enfermés par le contour « $abcd a$ ». En général pour les bobines tournantes, la fonction de distribution est supposée une fonction de « $\varphi$ » et de la position du rotor « $\theta_r$ ». Pour les bobines stationnaires, elle est fonction seulement de « $\varphi$ ».

Les conducteurs parcourus par les courants entrants sont considérés comme positifs, tandis que les conducteurs parcourus par les courants sortants sont considérés comme négatifs. En fonction des  $F_{MM}$  existantes dans le circuit magnétique, l'équation (2.25) peut s'écrire comme suit :

$$F_{ab} + F_{bc} + F_{cd} + F_{da} = n(\varphi, \theta_r) \times i \quad (2.26)$$

Puisque la perméabilité du fer est plus grande que celle de l'air, on peut considérer que la reluctance de la partie du fer, soit négligeable devant celle de l'air, d'où « $F_{bc}$ », et « $F_{da}$ » seront négligés. De ce fait l'équation (2.26) prend la forme suivante :

$$F_{ab}(0, \theta_r) + F_{cd}(\varphi, \theta_r) = n(\varphi, \theta_r) \times i \quad (2.27)$$

Pour calculer la  $F_{MM}$  « $F_{ab}(0, \theta_r)$ », nous appliquons le théorème de Gauss :

$$\oint_S B dS = 0 \quad (2.28)$$

$B$  est la densité du flux et l'intégrale de surface est prise sur le contour de la surface d'un volume arbitraire.

Soit « $S$ » la surface d'un volume cylindrique situé au voisinage de la surface interne du stator. L'équation (2.28) peut s'écrire de la forme suivante :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^l \mu_0 H(\varphi, \theta_r) r dl d\varphi = 0 \quad (2.29)$$

« $l$ », La longueur de la machine, et « $r$ », le rayon intérieur du stator sont considérés comme constants.

Puisque d'une part l'induction « $B$ » ne varie pas suivant la longueur axiale de la machine, et que d'autre part la  $F_{MM}$  est le produit de la longueur du flux radial par l'intensité du champ magnétique, nous avons donc :

$$\int_0^{2\pi} H(\varphi, \theta_r) d\varphi = 0 \quad (2.30)$$

et

$$F_{cd}(\varphi, \theta_r) = H(\varphi, \theta_r) g(\varphi, \theta_r) \quad (2.31)$$

$g(\varphi, \theta_r)$  : la variation de l'épaisseur de l'entrefer.

La combinaison de ces deux équations nous donne :

$$\int_0^{2\pi} \frac{F_{cd}(\varphi, \theta_r)}{g(\varphi, \theta_r)} d\varphi = 0 \quad (2.32)$$

La division par  $g(\varphi, \theta_r)$  et l'intégration de l'équation (2.27) dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , nous donne :

$$\int_0^{2\pi} \frac{F_{ab}(\varphi, \theta_r)}{g(\varphi, \theta_r)} d\varphi + \frac{F_{cd}(\varphi, \theta_r)}{g(\varphi, \theta_r)} d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{n(\varphi, \theta_r) \times i}{g(\varphi, \theta_r)} d\varphi \quad (2.33)$$

Puisque le deuxième terme du côté droit de l'équation précédente est nul, et « $F_{ab}(0, \theta_r)$ » et « $i$ » sont constants par rapport à « $\varphi$ », nous déduisons le résultat suivant :

$$F_{ab}(0, \theta_r) = i \left[ \frac{1}{2\pi} \right] \int_0^{2\pi} n(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.34)$$

La quantité entre crochets est simplement la valeur moyenne de la fonction de distribution  $n(\varphi, \theta_r)$  par rapport à l'angle « $\varphi$ ».

$$\langle n \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.35)$$

Alors, l'équation (2.34) devient :

$$F_{ab}(0, \theta_r) = i \langle n \rangle \quad (2.36)$$

De l'équation (2.27), la  $F_{MM}$  aux différents points de l'entrefer est :

$$F_{av}(\varphi, \theta_r) = (n(\varphi, \theta_r) - \langle n \rangle) \times i \quad (2.37)$$

La fonction à l'intérieur des parenthèses est simplement la fonction de distribution sans sa valeur moyenne. Cette quantité souvent utilisée pour le calcul des  $F_{MM}$ , est appelée *fonction d'enroulement* et est simplement définie comme suit :

$$N(\varphi, \theta_r) = n(\varphi, \theta_r) - \langle n \rangle \quad (2.38)$$

L'équation (2.37) devient :

$$F_{ab}(\varphi, \theta_r) = N(\varphi, \theta_r) \times i \quad (2.39)$$

La  $F_{MM}$  est en relation directe avec la fonction d'enroulement, qui peut être considérée comme la distribution de la  $F_{MM}$  par unité de courant. La dérivation de la fonction d'enroulement est un aspect important pour l'analyse de la machine. La connaissance des fonctions d'enroulement de l'ensemble des enroulements, et des courants qui les traversent, est essentielle pour trouver la distribution du champ dans l'entrefer de la machine. Nous verrons dans le paragraphe suivant que la fonction d'enroulement est un élément essentiel pour le calcul des inductances de la machine.

#### 2.2.4.2 Formulation des différentes inductances

Dans la section précédente la perméabilité du fer est supposée infinie, c'est-à-dire que la  $F_{MM}$  dans le fer est négligeable. La distribution de la  $F_{MM}$  peut être obtenue simplement par l'équation (2.39).

Par souci de simplification des calculs des inductances mutuelles, les bobines «A» et «B» de la figure (2.3) peuvent être associées soit au stator soit au rotor. L'enroulement «B», arbitrairement réparti le long de l'entrefer, est constitué de deux bobines «1 – 1'» et «2 – 2'» différentes. L'angle de référence « $\varphi$ » devrait avoir la même position de référence que celle précédemment utilisée pour le calcul de la fonction d'enroulement.

La distribution de la  $F_{MM}$  le long de l'entrefer dû au courant « $i_A$ » traversant l'enroulement «A» peut être exprimé par la relation suivante :

$$F_A(\varphi, \theta_r) = N_A(\varphi, \theta_r) \times i \quad (2.40)$$

$N_A(\varphi, \theta_r)$  : est la fonction d'enroulement de l'enroulement «A».

Le flux traversant le deuxième enroulement «B», dû au courant circulant dans l'enroulement «A» est lié à la  $F_{MM}$  par l'équation suivante :

$$\Phi = FP \quad (2.41)$$

La permanence de l'entrefer est donnée par :

$$P = \frac{\mu S}{e} \quad (2.42)$$

$\mu$  : est la perméabilité magnétique.

$S$  : la section traversée.

$e$  : la longueur du circuit magnétique.

Le flux élémentaire, traversant l'entrefer à travers un volume élémentaire de longueur  $g(\varphi, \theta_r)$ , et de section de  $(rld\varphi)$ , est donné par l'expression suivante :

$$d\phi = F_A(\varphi, \theta_r) \frac{\mu_0 r l}{g(\varphi, \theta_r)} d\varphi \quad (2.43)$$

Le flux traversant la bobine «1 – 1'» de l'enroulement «A» est calculé par :

$$\phi_{1-1'} = \mu_0 r l \int_{\varphi_1}^{\varphi_1'} n_{b_1}(\varphi, \theta_r) F_A(\varphi, \theta_r) g^{-1}(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.44)$$

$n_{b_1}(\varphi, \theta_r)$  : est le nombre de spire de la bobine «1 – 1'» dans l'intervalle  $[\varphi_1, \varphi_1']$ .

En général pour le calcul du flux traversant une bobine « $k - k'$ » de l'enroulement «B» de nombre de spire  $n_{b_k}(\varphi, \theta_r)$  et d'ouverture  $[\varphi_k, \varphi_{k'}]$ , nous avons :

$$\phi_{k-k'} = \mu_0 r l \int_{\varphi_k}^{\varphi_{k'}} n_{b_k}(\varphi, \theta_r) F_A(\varphi, \theta_r) g^{-1}(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.45)$$

Le flux traversant l'enroulement «B» dû au courant traversant l'enroulement «A» peut

être déterminé comme suit :

$$\psi_{BA} = \sum_{k=1}^q \phi_{k-k'} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} \left[ \sum_{k=1}^q n_{b_k}(\varphi, \theta_r) \right] F_A(\varphi, \theta_r) g^{-1}(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.46)$$

Le terme entre crochets de l'équation (2.46) représente la fonction de distribution de l'enroulement «B» :

$$n_B(\varphi, \theta_r) = \sum_{k=1}^q n_{b_k}(\varphi, \theta_r) \quad (2.47)$$

Par conséquent, le flux traversant l'enroulement «B» dû au courant « $i_A$ » peut s'écrire de la manière suivante :

$$\psi_{BA} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} n_B(\varphi, \theta_r) F_A(\varphi, \theta_r) g^{-1}(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.48)$$

L'inductance mutuelle « $L_{BA}$ », est donc le flux traversant l'enroulement «B» divisé par le courant de l'enroulement «A». En remplaçant l'équation (2.40) dans (2.41), nous obtenons :

$$L_{BA} = \frac{\psi_{BA}}{i_A} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} n_B(\varphi, \theta_r) N_A(\varphi, \theta_r) g^{-1}(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.49)$$

Les résultats obtenus sont valables pour les cas où les enroulements «A» et «B» sont identiques. Par conséquent, l'inductance de magnétisation de l'enroulement «A» est donnée par l'intégrale :

$$L_{AA} = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} n_A(\varphi, \theta_r) N_A(\varphi, \theta_r) g^{-1}(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (2.50)$$

Par cette approche présentée ci-dessus, nous pouvons calculer les inductances de magnétisation ou les inductances mutuelles entre les enroulements qu'ils soient fixes, comme le cas des enroulements des phases statoriques d'une machine asynchrone, ou tournants, comme dans le cas des enroulements rotoriques «entre mailles s'il est à cage d'écureuil», ou tournants l'un par rapport à l'autre comme dans le cas des enroulements des phases statoriques et des mailles rotoriques.

## 2.3 Le modèle proposé pour un fonctionnement sain

### 2.3.1 Mise en équation

#### 2.3.1.1 Equation des tensions statoriques

Un défaut de court-circuit entre spires de l'enroulement statorique, ou un déséquilibre d'alimentation, et même la répartition des enroulements dans l'espace pour un moteur sain, ne donneront plus la relation suivante :

$$V_a + V_b + V_c = 0 \quad (2.51)$$

Milimonfared et Toliyat [41] ont constaté que même pour un système équilibré, la relation (2.51) n'est pas vérifiée, donc lors de l'élaboration de leur modèle, ils prennent en considération la tension du neutre, et on peut citer aussi [20].

De ce fait, il est impératif de prendre en considération la tension du neutre afin de pouvoir être proche le plus possible de la réalité de la machine en prenant en compte tous déséquilibre possible. Nous avons alors [41] :

$$\begin{aligned} V_{sa} &= R_{sa} I_{sa} + \frac{d\psi_{sa}}{dt} + V_g \\ V_{sb} &= R_{sb} I_{sb} + \frac{d\psi_{sb}}{dt} + V_g \\ V_{sc} &= R_{sc} I_{sc} + \frac{d\psi_{sc}}{dt} + V_g \end{aligned} \quad (2.52)$$

$V_g$  : Tension dans le point neutre.

En se référant à l'article [42], et afin de surpasser la tension du neutre comme inconnu utilise les tensions composées :

$$\begin{cases} V_{sab} = V_{sa} - V_{sb} = R_s (I_{sa} - I_{sb}) + \frac{d}{dt} (\psi_{sa} - \psi_{sb}) \\ V_{sbc} = V_{sb} - V_{sc} = R_s (I_{sb} - I_{sc}) + \frac{d}{dt} (\psi_{sb} - \psi_{sc}) \end{cases} \quad (2.53)$$

Pour une connexion en étoile  $I_{sa} + I_{sb} + I_{sc} = 0$ , on aura :

$$\begin{cases} V_{sab} = R_s I_{sa} - R_s I_{sb} + \frac{d}{dt} (\psi_{sa} - \psi_{sb}) \\ V_{sbc} = -R_s I_{sa} - 2R_s I_{sb} + \frac{d}{dt} (\psi_{sb} - \psi_{sc}) \end{cases} \quad (2.54)$$

#### 2.3.1.2 Équation des tensions rotoriques et équations mécaniques

L'ensemble des équations rotoriques (2.13, 2.14, 2.15, 2.16), et les équations électromécaniques (2.17, 2.18, 2.22, 2.23) présentées précédemment pour le modèle multi-enroulement

2D, seront utilisées de la même manière et restent inchangées.

### 2.3.2 Développement de la fonction d'enroulement en 3D

La machine présentée dans la figure (2.4) machine est constituée de deux enroulements «A» et «B» dont le point de référence est l'angle « $\varphi = 0$ ».

Nous considérons que :

$$\begin{cases} 0 \leq \varphi \leq 2\pi \\ 0 \leq x \leq l \end{cases} \quad (2.55)$$

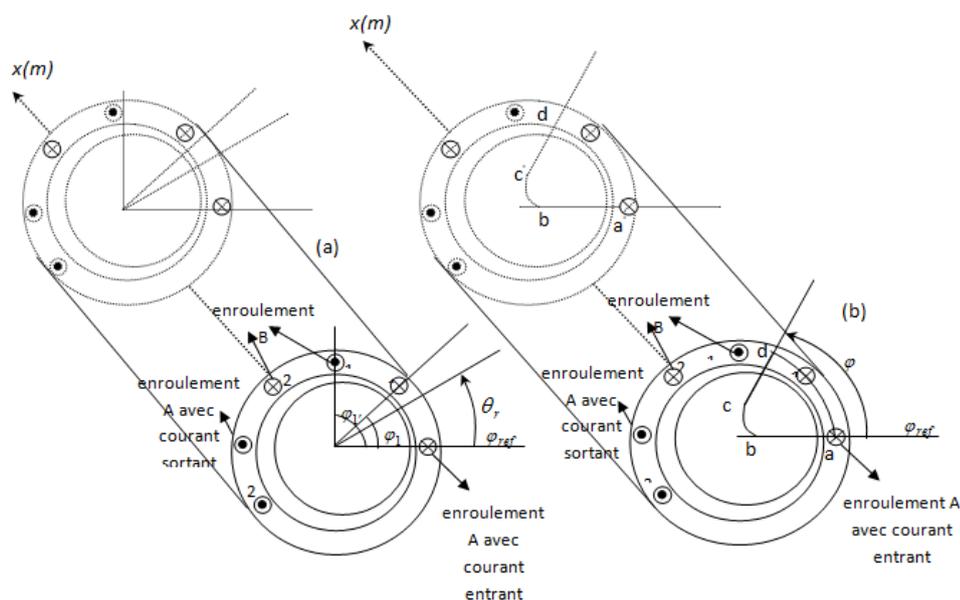


FIGURE 2.4 – Machine élémentaire en 3D

$n(\varphi, \theta_r, x)$  : est appelée comme précédemment la fonction de distribution.

Ce qu'on voit de différent dans cette fonction de distribution, c'est qu'elle dépend de l'ouverture « $\varphi$ », de la position du rotor « $\theta_r$ », et de la position sur l'axe « $x$ » donc de l'inclinaison « $\gamma$ », tel que :

- Pour les bobines stationnaires, la fonction de distribution est supposée une fonction seulement de l'angle de l'ouverture « $\varphi$ », tel que :

$$n(\varphi) = \int_0^l n_k(\varphi) dx = l \times n_k(\varphi) \quad (2.56)$$

- Pour les bobines tournantes, la fonction de distribution est supposée une fonction de



□ L'inductance avec la prise en compte des inclinaisons des deux fonctions :

$$L_{BA} = \mu_0 r \int_0^{2\pi} \int_0^l n_B(\varphi, \theta_r, x) N_A(\varphi, \theta_r, x) g^{-1}(\varphi, \theta_r) dx d\varphi \quad (2.63)$$

### 2.3.3 Calcul des fonctions de distributions et d'enroulements

#### 2.3.3.1 Fonctions de distribution et d'enroulement d'une maille rotorique

Une maille rotorique est constituée de deux barres rotoriques adjacentes, et de deux portions d'anneau de court-circuit. (Figure 2.5)

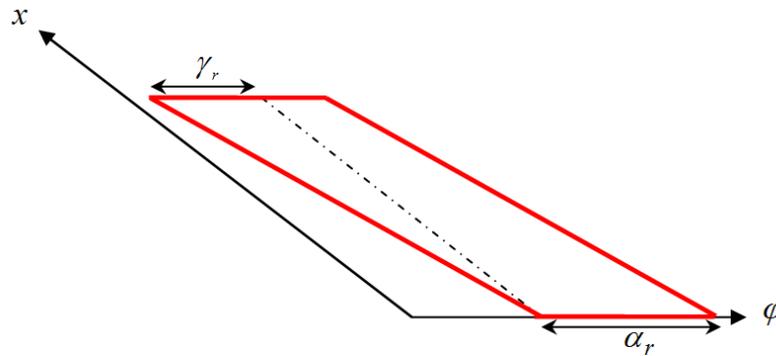


FIGURE 2.5 – Vue plane d'une maille rotorique [3]

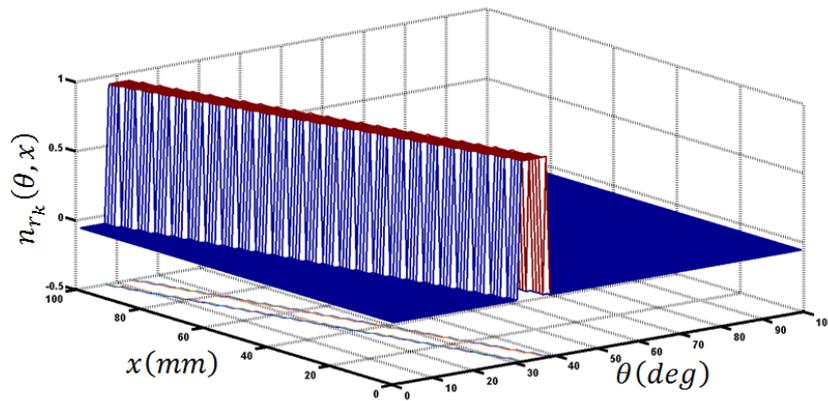
La variation de l'angle d'inclinaison « $\gamma_r$ » suivant « $x$ », est comme suit :

$$\gamma_r(x) = \frac{\gamma_r}{l} x \quad (2.64)$$

Après développement en série de Fourier, les fonctions de distribution et d'enroulement d'une maille rotorique « $k$ » selon la position « $x$ » sur l'axe du moteur (Figure 2.6), sont respectivement [3] :

$$n_{r_k}(\theta, \theta_r, x) = \frac{\alpha_r}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left[h\left(\theta - \theta_r - \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r + \frac{\gamma_r}{l} x\right)\right] \quad (2.65)$$

$$N_{r_k}(\theta, \theta_r, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left[h\left(\theta - \theta_r - \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r + \frac{\gamma_r}{l} x\right)\right] \quad (2.66)$$

FIGURE 2.6 – Fonction d'enroulement de la 6<sup>ème</sup> maille rotorique

### 2.3.3.2 Fonctions de distribution et d'enroulement d'une phase statorique

Une phase statorique est caractérisée par :  $p$  : le nombre de paire de pôle.

$N_e$  : le nombre d'encoche par pôle et par phase.

$N_s$  : le nombre d'encoche du stator.

$N_c$  : le nombre de conducteur par encoche du stator.

$N_t$  : Le nombre de spire en série par phase.

$Q$  : le nombre de dents par pas d'enroulement.

Pour le cas d'une éventuelle inclinaison au niveau des encoches statoriques (Figure 2.7), la variation de l'angle d'inclinaison « $\gamma_s$ » suivant « $x$ », sera définie de la même manière que pour le cas des mailles rotoriques :

$$\gamma_s(x) = \frac{\gamma_s}{l}x \quad (2.67)$$

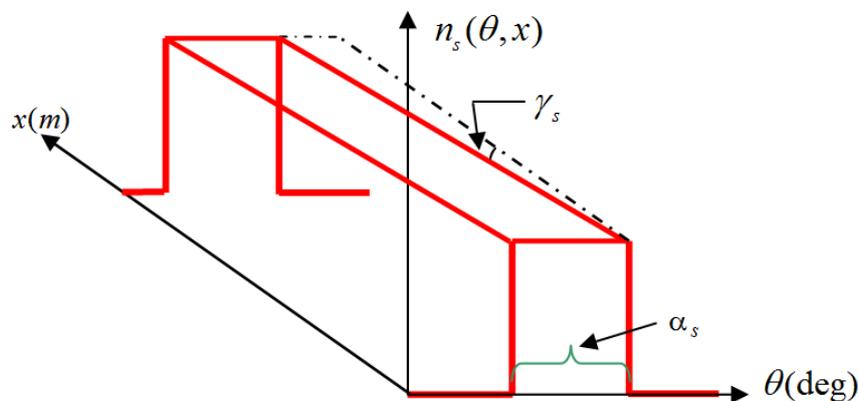


FIGURE 2.7 – Bobine élémentaire d'une phase statorique

Après développement en série de Fourier, les fonctions de distribution et d'enroule-

ment d'une phase statorique « $q$ » selon la position « $x$ » sur l'axe du moteur, sont respectivement [3] :

$$n_{s_q}(\theta, x) = C_0 + \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l} x \right) \right] \quad (2.68)$$

$$N_{s_q}(\theta, x) = \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l} x \right) \right] \quad (2.69)$$

avec :

$$\begin{cases} N_t = pN_c N_e, C_0 = \frac{N_t Q}{N_s} \\ \theta_0 = (N_e - 1 + Q) \frac{p}{N_s}, k_{wh} = k_{rh} \times k_{dh} \\ k_{dh} = \frac{\sin(hpp \frac{N_e}{N_s})}{N_e \sin(hp \frac{p}{N_s})}, k_{rh} = \sin \left( hpp \frac{Q}{N_s} \right) \end{cases} \quad (2.70)$$

$k_{wh}$  : Le coefficient de bobinage.

$k_{dh}$  : Le coefficient de distribution.

$k_{rh}$  : Le coefficient de raccourcissement.

$q = 1$  : la phase « $a$ »,  $q = 2$  : la phase « $b$ »,  $q = 3$  : la phase « $c$ ».

$\theta_0$  : La phase initiale.

$\alpha_s$  : L'ouverture de la spire. « $\alpha_s = 2\pi \frac{Q}{N_s}$ ».

Pour le cas où l'inclinaison des encoches statoriques n'existent pas, on revient au mo-

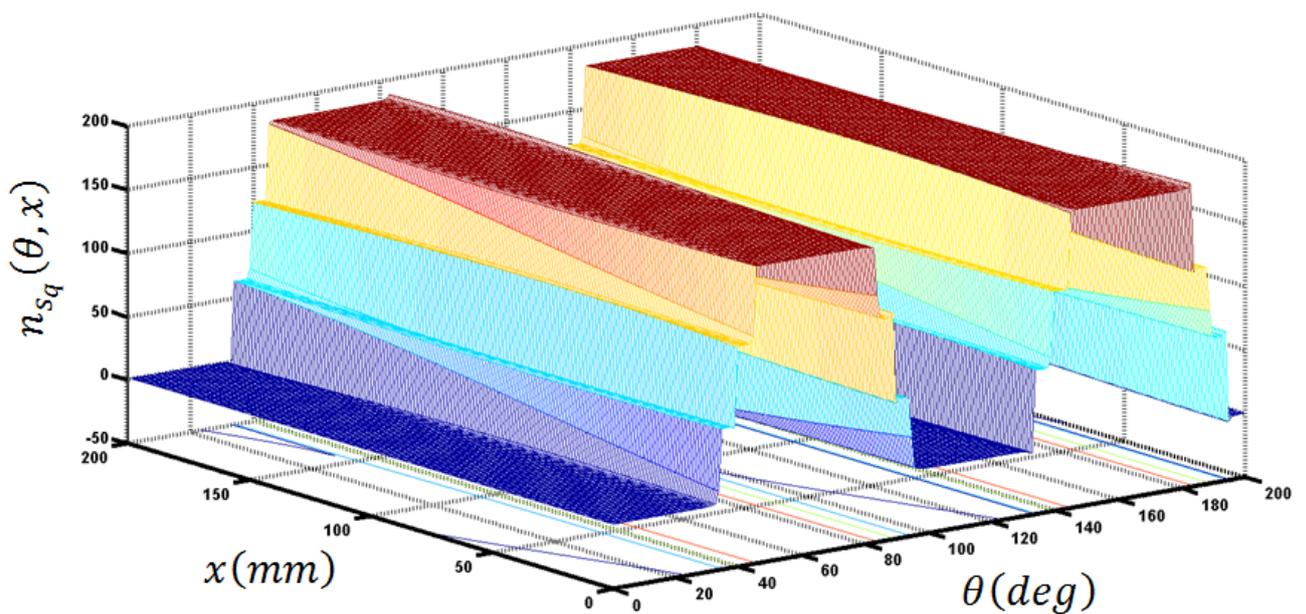


FIGURE 2.8 – Fonction d'enroulement de la phase statorique « $b$ », ( $q = 2$ )

dèle 2D, et les fonctions de distribution et d'enroulement seront respectivement [38] :

$$n_{s_q}(\theta, x) = C_0 + \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right] \quad (2.71)$$

$$N_{s_q}(\theta, x) = \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right] \quad (2.72)$$

## 2.3.4 Calcul des inductances de la machine

### 2.3.4.1 Inductance de magnétisation statorique

L'inductance de magnétisation d'une phase statorique « $q$ », est d'après l'équation (2.60) :

$$L_{ms_q} = \frac{4\mu_0 r l N_t^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{k_{wh}}{h} \right)^2 \quad (2.73)$$

### 2.3.4.2 Inductance mutuelle entre phases statoriques

L'inductance mutuelle entre deux phases du stator est calculée d'après l'équation (2.59) :

$$L_{s_{q_1 q_2}} = L_{ab} = L_{ba} = L_{bc} = L_{cb} = L_{ac} = L_{ca} = \frac{4\mu_0 r l N_t^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{k_{wh}}{h} \right)^2 \cos \left( h \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.74)$$

### 2.3.4.3 Inductance de magnétisation rotorique

L'inductance de magnétisation d'une maille rotorique « $k$ », est d'après l'équation (2.60) :

$$L_{mr_k} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 r l}{g_0} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \left( h \frac{\alpha_r}{2} \right)}{h} \right)^2 \quad (2.75)$$

### 2.3.4.4 Inductance mutuelle entre mailles rotoriques

L'inductance mutuelle entre deux mailles du rotor est calculée d'après l'équation (2.59) :

$$L_{mr_k r_j} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 r l}{g_0} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \left( h \frac{\alpha_r}{2} \right)}{h} \right)^2 \cos [h(j-k)\alpha_r] \quad (2.76)$$

Nous remarquons que les inductances de magnétisation et mutuelles statoriques ou rotoriques, pour une éventuelle inclinaison des encoches du stator « 3D » et des encoches

rotoriques inclinées [38], resistent les mêmes que pour le cas ou l'inclinaison n'est pas prise en considération [36] «2D».

### 2.3.4.5 Inductance mutuelle stator-rotor

En considérant le cas réel, ou l'inclinaison n'existe qu'au niveau des barres rotoriques, et comme précédemment, l'inductance mutuelle entre une phase statorique « $q$ » et une maille rotorique « $k$ » est donnée d'après l'équation (2.59) comme suit [3] :

$$L_{s_q r_k}^{sr} = \sum_{h=1}^{\infty} M_h^{sr} \cos \left[ hp \left( \theta_r - \theta_0 - \left( k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r - (q - 1) \frac{2\pi}{3p} - \frac{\gamma_r}{2} \right) \right] \quad (2.77)$$

avec :

$$\begin{cases} M_h^{sr} = \frac{4\mu_0 r l}{g} \frac{N_t}{\pi p^2} \frac{k_{wh}}{h^2} \sin \left( hp \frac{\alpha_r}{2} \right) k_h^{ske} \\ k_h^{ske} = \frac{\sin \left( hp \frac{\gamma_r}{2} \right)}{\left( hp \frac{\gamma_r}{2} \right)} \end{cases} \quad (2.78)$$

$k_h^{ske}$  : Le coefficient d'inclinaison.

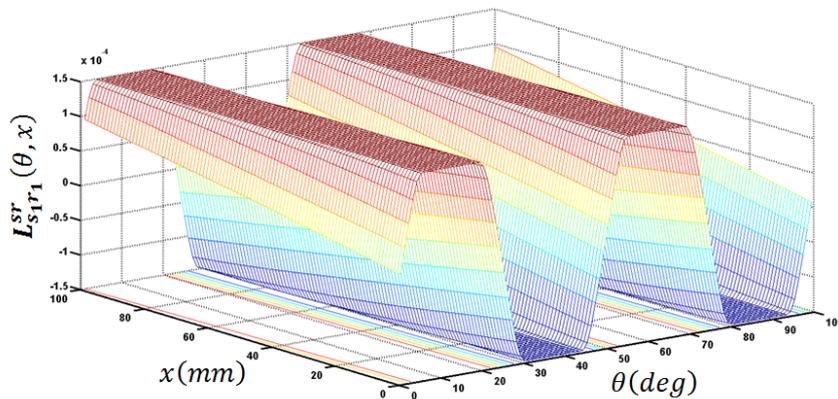


FIGURE 2.9 – Inductance mutuelle stator-rotor  $L_{s_1 r_1}^{sr}$  ( $q = 1, k=1$ )

Dans le cas ou, l'inclinaison des barres rtotoriques n'est pas prises en considération, nous revenons au cas du modèle 2D, et l'inductance mutuelle entre une phase statorique « $q$ » et une maille rotorique « $k$ » sera donnée comme suit [38] :

$$\begin{cases} L_{s_q r_k}^{sr} = \sum_{h=1}^{\infty} M_h^{sr} \cos \left[ hp \left( \theta_r - \theta_0 - \left( k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r - (q - 1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right] \\ M_h^{sr} = \frac{4\mu_0 r l}{g} \frac{N_t}{\pi p^2} \frac{k_{wh}}{h^2} \sin \left( hp \frac{\alpha_r}{2} \right) \end{cases} \quad (2.79)$$

Pour pouvoir remarquer l'effet de l'inclinaison sur la forme l'inductance mutuelle stator-rotor, nous allons utiliser des vues de faces pour les deux cas (avec et sans inclinaison).

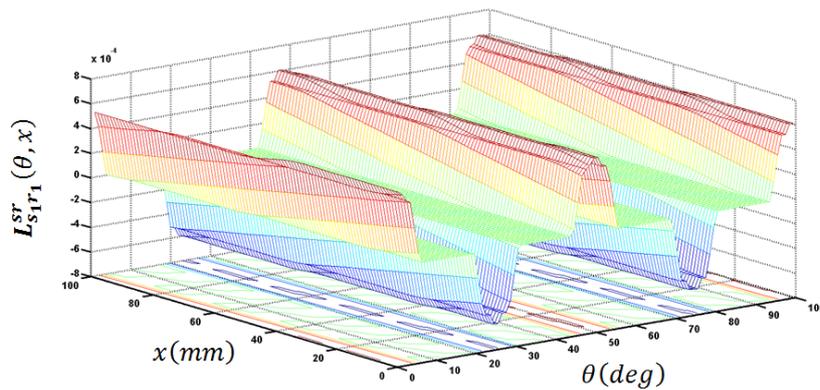


FIGURE 2.10 – Dérivée de l'inductance mutuelle stator-rotor  $L_{s_1 r_1}^{sr}$  ( $q = 1, k=1$ )

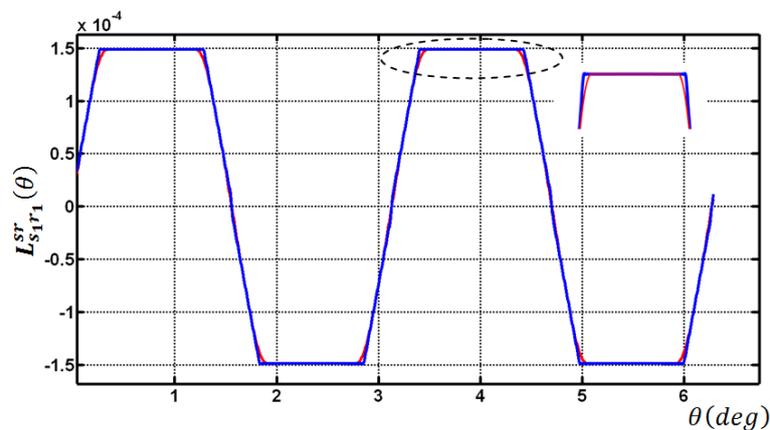


FIGURE 2.11 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr}$  avec (rouge) et sans (bleu) prise en considération de l'inclinaison des barres rotoriques (vue de face)

Nous remarquons que l'inductance mutuelle stator-rotor pour le cas où l'inclinaison des barres rotoriques a été prise en considération, est la plus proche de la forme sinusoidale, ce qui veut dire qu'elle contient moins d'harmoniques, donc toutes les formes des grandeurs électriques (courant-tension-couple) et la vitesse, seront moins perturbées donc plus nets.

## 2.4 Le modèle proposé pour un défaut de court-circuit entre spires statoriques

le défaut de court-circuit a été choisit pour être présenté dans ce chapitre, par ce que pour ce cas défaut et pour le cas sain, l'entrefer reste constant, donc la même méthode de calcul est utilisé pour la détermination des fonctions de distribution et d'enroulements pour les deux cas de fonctionnements, or que pour le cas des défauts ou la longueur d'entre fer sera variable (excentricité, défaut de roulement, ..) les fonctions de distributions et d'enroulements seront modifiées, donc la méthode de calcul ne sera plus la même que pour le cas sain.

### 2.4.1 Mise en équation

En se basant sur les différentes méthodes données dans la littérature, [37, 43–49], nous déduisons la façon la plus simple pour représenter et simuler le court-circuit dans une phase statorique, est de la décomposer en deux circuits indépendants, un premier nommé «sain» représentant les conducteurs non court-circuités de la phase, et un deuxième représentant les conducteurs court-circuités, tel que le courant parcourant le deuxième circuit va produire une  $F_{MM}$  dans le sens opposé. Finalement le court-circuit entre les spires diminue la  $F_{MM}$  de la phase défectueuse, et les inductances mutuelles entre la phase *défectueuse* et les autres phases saines changent également.(2.12)

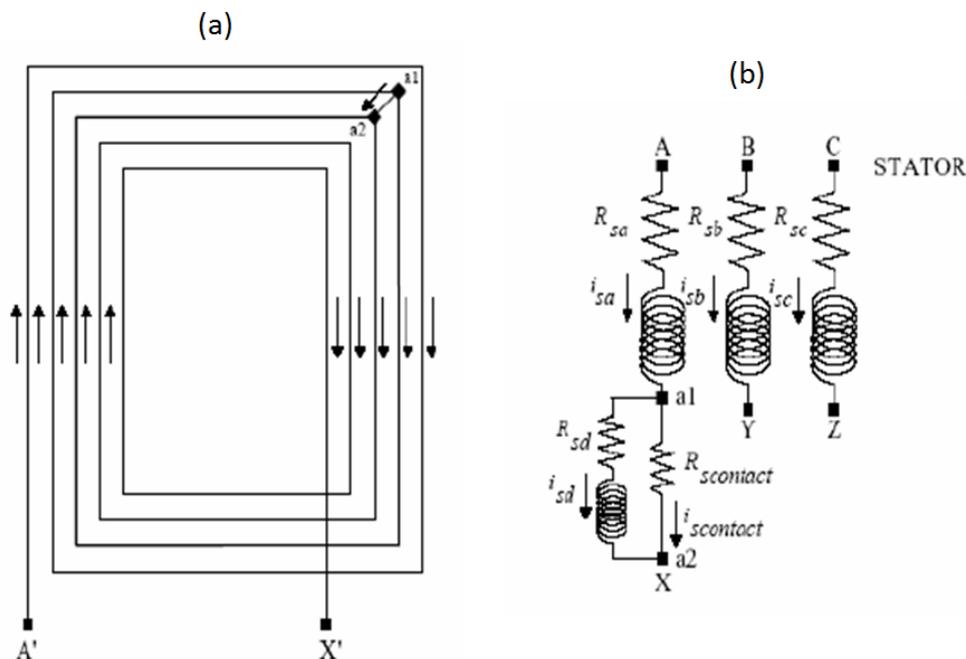


FIGURE 2.12 – Court circuit entre spires d'un enroulement élémentaire (a), avec circuit équivalent de la bobine court-circuitées (b)

Le nouveau circuit de court-circuit sera introduit dans le système d'équation, avec une tension nulle.

$$\begin{bmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sa} \\ I_{sb} \\ I_{sc} \\ I_d \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_{sa} \\ \psi_{sb} \\ \psi_{sc} \\ \psi_d \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

les équations de tensions des mailles rotoriques ainsi que celles mécaniques restent les mêmes que pour le cas sain vu précédemment.

## 2.4.2 Calcul des inductances lors d'un court-circuit entre spires

Pour le calcul des inductances, nous allons prendre en considération la position de la partie court-circuitée. Pour cela, nous allons développer les fonctions de distribution et d'enroulement de chaque spire à part.

### 2.4.2.1 Fonctions de distribution et d'enroulement d'une spire

La fonction de distribution d'une spire, quelque soit sa position dans la phase est :

$$n_s(\theta, x) = \frac{\alpha_s}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}{h} \times \cos \left[ h \left( \theta - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{(k-1)2\pi}{N_s} - \frac{(f-1)2\pi}{p} - \frac{(q-1)2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l}x \right) \right] \quad (2.81)$$

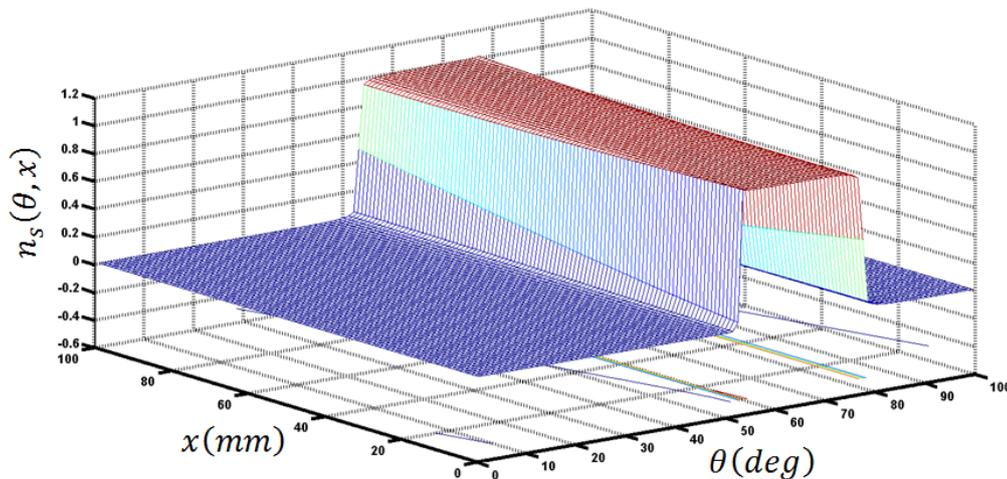
La fonction d'enroulement de cette spire est :

$$N_s(\theta, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}{h} \times \cos \left[ h \left( \theta - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{(k-1)2\pi}{N_s} - \frac{(f-1)2\pi}{p} - \frac{(q-1)2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l}x \right) \right] \quad (2.82)$$

$k$  : représente l'ordre de l'encoche où se trouve la spire,  $k = 1, 2, \dots, N_e$ .

$f$  : Ordre du pôle. «  $f = 1, 2, \dots, p$  ».

$\gamma_s$  : L'angle pour une éventuelle inclinaison au niveau des encoches statoriques.



«  $k = 2, f = 2, q = 1, p = 2, N_e = 3, Q = 9, N_s = 36$  »

FIGURE 2.13 – Fonction de distribution 3D d'une spire statorique

### 2.4.2.2 Fonctions de distribution et d'enroulement de $N_{cc}$ spires en court-circuit

Les fonctions de distribution et d'enroulement d'une quantité de spires « $N_{cc}$ » en court-circuit, sont respectivement :

$$n_{cc}(\theta, x) = \frac{QN_{cc}}{N_s} + \frac{2N_{cc}}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}{h} \times \cos \left[ h \left( \theta - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{(k-1)2\pi}{N_s} - \frac{(f-1)2\pi}{p} - \frac{(q-1)2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l}x \right) \right] \quad (2.83)$$

$$N_{cc}(\theta, x) = \frac{2N_{cc}}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{\alpha_s}{2}\right)}{h} \times \cos \left[ h \left( \theta - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{(k-1)2\pi}{N_s} - \frac{(f-1)2\pi}{p} - \frac{(q-1)2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l}x \right) \right] \quad (2.84)$$

### 2.4.2.3 Fonctions de distribution et d'enroulement d'une phase défectueuse

La fonction de distribution ou d'enroulement d'une phase défectueuse, est celle de la phase avant défaut moins celle de la partie court-circuitée.

Les fonctions de distribution et d'enroulement de la phase saine, comme trouvées précédemment, sont respectivement :

$$n_{s_q}(\theta, x) = C_0 + \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l}x \right) \right] \quad (2.85)$$

$$N_{s_q}(\theta, x) = \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l}x \right) \right] \quad (2.86)$$

$N_t$  : Le nombre total de spire en série par phase.

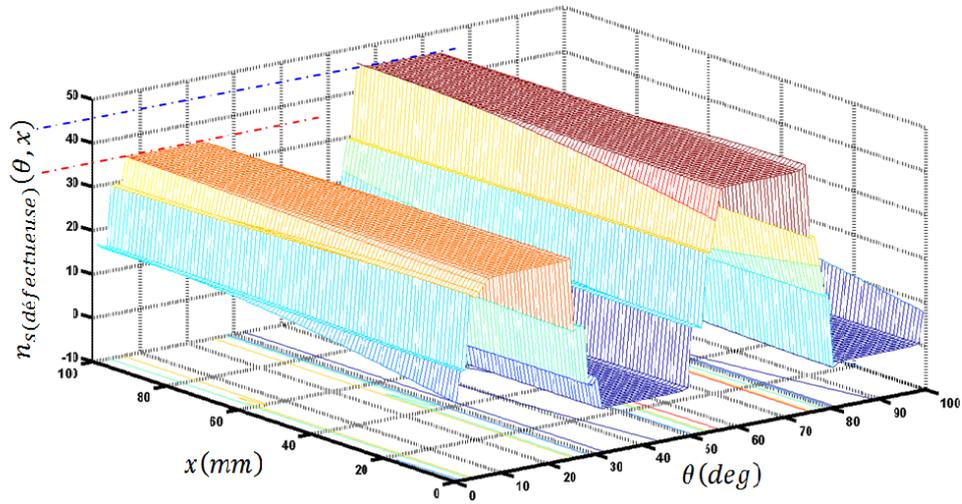
$k_{wh}$  : Le coefficient de bobinage.

Les fonctions de distribution et d'enroulement de la phase défectueuse sont

$$n_{s_q(\text{défectueuse})}(\theta, x) = n_{s_q(\text{saine})}(\theta, x) - n_{cc}(\theta, x) \quad (2.87)$$

$$N_{s_q(\text{défectueuse})}(\theta, x) = N_{s_q(\text{saine})}(\theta, x) - N_{cc}(\theta, x) \quad (2.88)$$

La position et la quantité des spires en court-circuit sont prises avec précision, et se voient nettement sur les figures ((2.15)a-b), tracées en 2D.



$$\ll k = 3, f = 1, q = 1, N_{cc} = 10, N_t = 90 \gg$$

FIGURE 2.14 – Fonction de distribution 3D de la phase statorique défectueuse

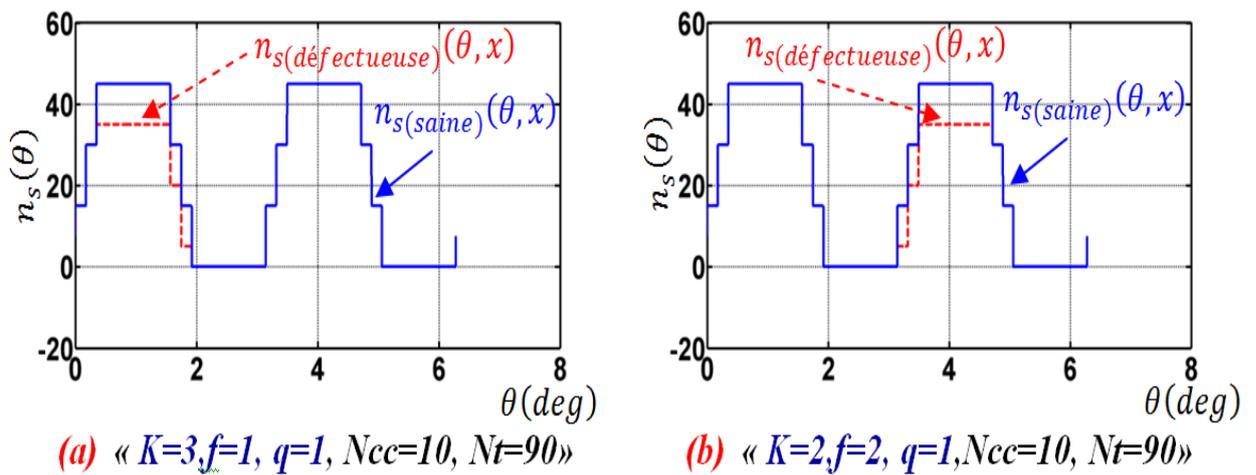


FIGURE 2.15 – Fonction de distribution d'une phase statorique défectueuse (Vue de face)

#### 2.4.2.4 Fonctions de distribution et d'enroulement d'une maille rotorique

La fonction de distribution ainsi que le fonction d'enroulement d'une maille rotorique restent les mêmes trouvées précédemment :

$$n_{r_k}(\theta, \theta_r, x) = \frac{\alpha_r}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left[h\left(\theta - \theta_r - \left(k - \frac{1}{2}\right)\alpha_r + \frac{\gamma_r}{l}x\right)\right] \quad (2.89)$$

$$N_{r_k}(\theta, \theta_r, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left[h\left(\theta - \theta_r - \left(k - \frac{1}{2}\right)\alpha_r + \frac{\gamma_r}{l}x\right)\right] \quad (2.90)$$

### 2.4.2.5 Inductance de magnétisation d'une phase saine

Comme trouvé précédemment, l'inductance de magnétisation d'une phase saine est donnée par :

$$L_{ms_q} = \frac{4\mu_0 r l N_f^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{k_{wh}}{h} \right)^2 \quad (2.91)$$

Quelque soit la phase saine « $q$ » le résultat est le même.

### 2.4.2.6 Inductance de magnétisation des spires en court-circuit

L'inductance de magnétisation d'une quantité de spires court-circuitées « $N_{cc}$ » du stator est calculée d'après l'équation (2.60) :

$$L_{ms_{q(cc)}} = \frac{4\mu_0 r l N_{cc}^2}{g_0 \pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h^2} \left( \sin \left( h \frac{\alpha_s}{2} \right) \right)^2 \quad (2.92)$$

Quelque soit la phase « $q$ », l'ordre de l'encoche « $k$ », l'ordre du pôle « $f$ » où le court-circuit s'est produit, le résultat est le même.

### 2.4.2.7 Inductance mutuelle entre phases saines du stator

Comme trouvée précédemment, l'inductance mutuelle entre phases saines est donnée comme suit :

$$L_{s_{q_1(saine)q_2(saine)}} = \frac{4\mu_0 r l N_f^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{k_{wh}}{h} \right)^2 \cos \left( h \frac{2\pi}{3} \right) \quad (2.93)$$

### 2.4.2.8 Inductance mutuelle entre une phase saine du stator et les spires en court-circuit

L'inductance mutuelle entre l'enroulement d'une phase saine et les spires en court-circuit est donnée d'après l'équation (2.59) :

$$L_{s_{q_1(saine),q_2(cc)}} = \sum_{h=1}^{\infty} M_s^{saine-cc} \times \cos \left[ hp \left( \theta_0 - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{(k-1)2\pi}{N_s} - \frac{(f-1)2\pi}{p} - \frac{(q_1(saine)-q_2(saine))2\pi}{3p} \right) \right] \quad (2.94)$$

avec :  $\left\{ \begin{array}{l} q_1(saine), q_2(cc) : \text{sont respectivement ordre de la phase saine et des spires en court - circuit} \\ M_h^{saine-cc} = \frac{4\mu_0 r l N_{cc} N_f}{g \pi p} \frac{k_{wh}}{h^2} \sin \left( hp \frac{\alpha_s}{2} \right) \end{array} \right\}$

### 2.4.2.9 Inductance mutuelle entre une phase défectueuse du stator et les spires en court-circuit

L'inductance mutuelle entre l'enroulement de la phase défectueuse et les spires en court-circuit est donnée d'après l'équation (2.59) :

$$L_{S_{q1}(\text{défectueuse}),q2(\text{cc})} = L_{S_{q1}(\text{saine}),q2(\text{cc})} - L_{ms_{q2}(\text{cc})} \quad (2.95)$$

avec :  $\{q_1 = q_2\}$

### 2.4.2.10 Inductance de magnétisation de la phase défectueuse du stator

L'inductance de magnétisation de la phase défectueuse est aussi calculée d'après l'équation (2.60) :

$$L_{ms_{q(\text{défectueuse})}} = L_{ms_{q(\text{saine})}} + L_{ms_{q(\text{cc})}} - 2 \times L_{S_{q(\text{défectueuse})}q(\text{cc})} \quad (2.96)$$

### 2.4.2.11 Inductance mutuelle entre une phase saine et une phase défectueuse du stator

L'inductance mutuelle entre la phase défectueuse et les phases saines est donnée d'après l'équation (2.59) :

$$L_{S_{q1}(\text{défectueuse}),q2(\text{saine})} = L_{S_{q1}(\text{saine}),q2(\text{saine})} - L_{S_{q1}(\text{cc}),q2(\text{saine})} \quad (2.97)$$

avec :  $\{q_1 \neq q_2\}$ .

### 2.4.2.12 Inductances de magnétisation et mutuelle des mailles rotoriques

Les inductances de magnétisation et mutuelles entre mailles rotoriques restent les mêmes que pour le cas sain :

$$L_{mr_k} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 r l}{g_0} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \left( h \frac{\alpha_r}{2} \right)}{h} \right)^2 \quad (2.98)$$

$$L_{mr_k r_j} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 r l}{g_0} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \left( h \frac{\alpha_r}{2} \right)}{h} \right)^2 \cos [h (j - k) \alpha_r] \quad (2.99)$$

#### Remarque :

les nouvelles inductances précédemment calculées, à savoir  $L_{ms_{q(\text{défectueuse})}}$ ,  $L_{ms_{q(\text{cc})}}$ ,  $L_{S_{q1}(\text{défectueuse}),q2(\text{cc})}$  et  $L_{S_{q1}(\text{saine}),q2(\text{cc})}$  sont les mêmes trouvées pour le modèle en 2D [1], et cela car l'inclinaison n'apparaît pas dans les formules, et cela parce que ces inductances sont

calculées entre des enroulements qui se trouvent dans la même partie du moteur (stator), et c'est la même remarque qui est faite pour le rotor. Par contre, ça ne sera pas le cas si on calcule l'inductance entre des enroulements se trouvant dans deux parties différentes du moteur (stator et rotor), et c'est ce qu'on va voir dans ce qui suit.

### 2.4.2.13 Inductance mutuelle entre spires court-circuitées du stator et des mailles rotoriques

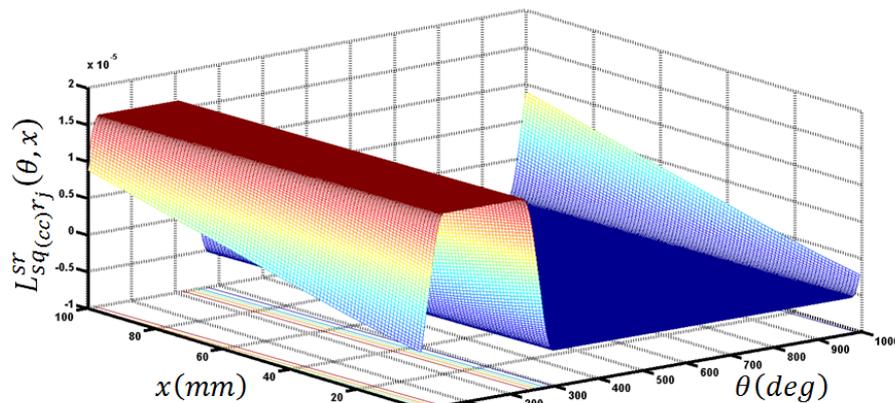
L'inductance mutuelle entre les spires court-circuitées de la  $q^{\text{ème}}$  phase et la  $j^{\text{ème}}$  maille est donnée d'après l'équation (2.59) :

$$L_{sq(cc)rj}^{sr} = \sum_{h=1}^{\infty} M_h^{sq(cc)rj} \times \cos \left[ hp \left( \theta_r - \frac{\alpha_s}{2} - \frac{(k-1)2\pi}{N_s} - \frac{(f-1)2\pi}{p} + \frac{(2j-1)\alpha_r}{2} - \frac{(q-1)2\pi}{3p} - \frac{\gamma_r}{2} \right) \right] \quad (2.100)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{(cc)} \text{ est l'ordre de la phase défectueuse contenant les spires en court-circuit} \\ k \text{ ordre de la maille rotorique} \\ k_h^{ske(cc)} = \frac{\sin\left(h\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(h\frac{\gamma_r}{2}\right)} \\ M_h^{sq(cc)rj} = \frac{4\mu_0 r l N_{cc} k_h^{ske(cc)}}{g \pi h^2} \sin\left(h\frac{\alpha_s}{2}\right) \sin\left(h\frac{\alpha_r}{2}\right) \end{array} \right.$$

$k_h^{ske(cc)}$  : le coefficient d'inclinaison pour l'inductance mutuelle entre des spires en court-circuit et une maille rotorique.



« $k=2, f=1, q=1$ » « $p=2, N_{cc}=10, N_e=3, Q=9, N_s=36, N_t=90, N_r=36$ »

FIGURE 2.16 – Inductance mutuelle 3D entre les spires court-circuitées et la maille «1»

#### 2.4.2.14 Inductance mutuelle entre phase saine du stator et des mailles rotoriques

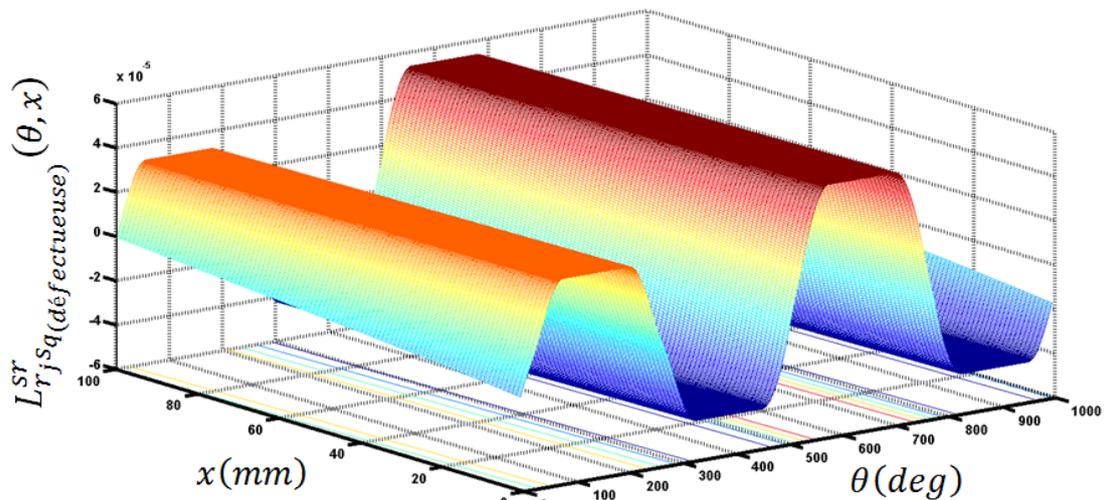
L'inductance mutuelle entre la  $q^{\text{ème}}$  phase saine et la  $j^{\text{ème}}$  maille comme trouvée dans le chapitre précédent est :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{sqr_k}^{sr(saine)} = \sum_{h=1}^{\infty} M_h^{sr} \cos \left[ hp \left( \theta_r - \theta_0 - \left( k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r - (q-1) \frac{2\pi}{3p} - \frac{\gamma_r}{2} \right) \right] \\ \text{et} \\ M_h^{sr} = \frac{4\mu_0 r l}{g} \frac{N_t}{\pi p^2} \frac{k_{wh}}{h^2} \sin \left( hp \frac{\alpha_r}{2} \right) k_h^{ske} \end{array} \right. \quad (2.101)$$

#### 2.4.2.15 Inductance mutuelle entre phase défectueuse et des mailles rotoriques

L'inductance mutuelle entre  $q^{\text{ème}}$  phase défectueuse et la  $j^{\text{ème}}$  maille est obtenue d'après l'équation (2.59) :

$$L_{rjsq(\text{défectueuse})}^{sr} = L_{sqrj}^{sr(saine)} - L_{sq(cc)rj}^{sr} \quad (2.102)$$



« $k=2, f=1, q=1$ » « $p=2, N_{cc}=10, N_e=3, Q=9, N_s=36, N_t=90, N_s=36$ »

FIGURE 2.17 – Inductance mutuelle entre phase statorique défectueuse et la maille «1»

Ces mêmes formes d'inductances, ont été trouvées par [49] mais sans formules développées ni détaillées.

Pour voir plus nettement l'influence du défaut de court-circuit sur la forme des inductances mutuelles, nous allons utiliser une vue de face.(Figure(2.18)) .

La figure (2.18), montre clairement, l'influence de la position (l'ordre de l'encoche), l'ordre du pôle, et la quantité des spires court-circuitées sur la forme de l'inductance mutuelle stator-rotor, et cela confirme donc la précision des formules développées et proposées précédemment.

Il nous reste à savoir maintenant, si la position du défaut (ordre de l'encoche, et/ou

ordre du pôle), la quantité des pires court-circuitées, et l'inclinaison des barres rotoriques ont une influence sur le contenu fréquentiel du courant statorique ?

Pour répondre à cette question, des simulations de différents cas de défaut de court-circuit s'imposent.

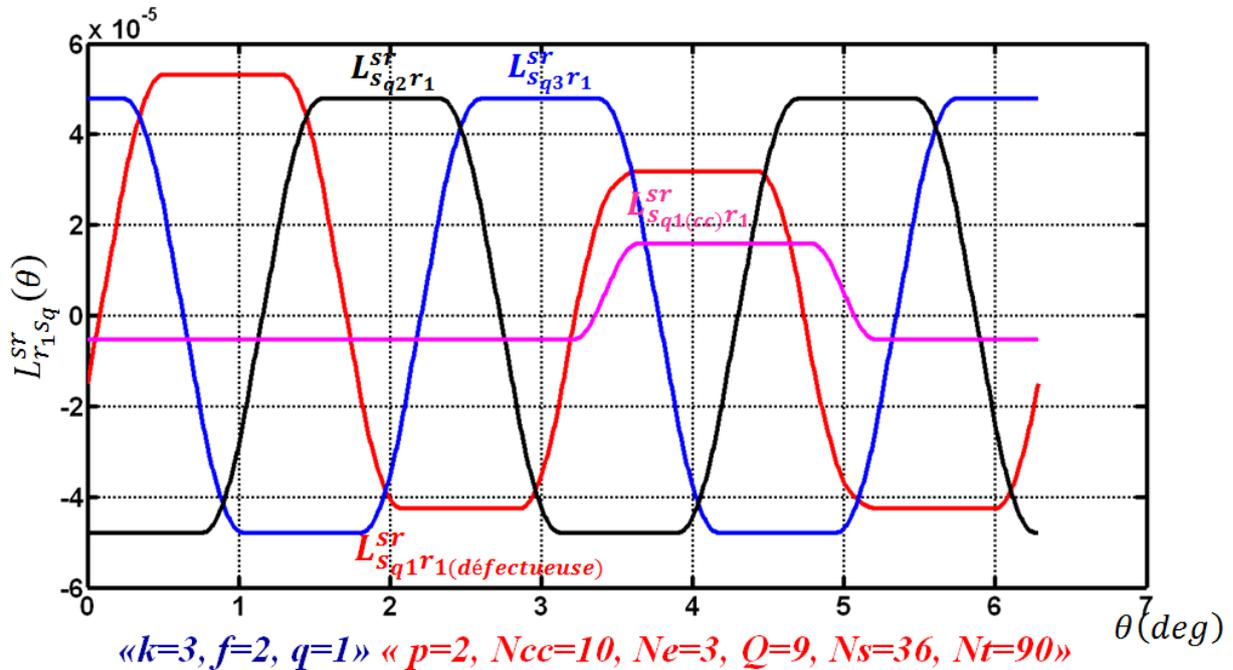


FIGURE 2.18 – Inductances mutuelles entre phases statoriques et la maille «1» (vue de face)

## 2.5 Contenu fréquentiel de la tension du neutre pour le fonctionnement sain

L'étude du contenu fréquentiel de la tension du neutre a été publié de façon détaillé dans IEEE Transactions On Industrial Electronics 2009 [50].

Puisque nous prenons en compte la tension du neutre, nous aurons d'après les équations (2.3.1.1, 2.52, 2.3.1.1) le système des tensions suivant :

$$\begin{cases} V_{sa} = R_{sa} I_{sa} + \frac{d\psi_{sa}}{dt} + V_g \\ V_{sb} = R_{sb} I_{sb} + \frac{d\psi_{sb}}{dt} + V_g \\ V_{sc} = R_{sc} I_{sc} + \frac{d\psi_{sc}}{dt} + V_g \end{cases} \quad (2.103)$$

Le stator est supposé connecté en étoile, alors :

$$\begin{cases} V_{sa} + V_{sb} + V_{sc} = 3V_0 \\ I_{sa} + I_{sb} + I_{sc} = 0 \end{cases} \quad (2.104)$$

La composante homopolaire de la tension d'alimentation « $V_0$ » s'exprime comme suit [50] :

$$V_0 = V_{0h} \cos(h\omega_s t + \varphi) \quad (2.105)$$

En utilisant les équations (2.103, 2.104), nous aurons :

$$V_g = -\frac{1}{3} \left( \frac{d\psi_{sa}}{dt} + \frac{d\psi_{sb}}{dt} + \frac{d\psi_{sc}}{dt} \right) + V_0 \quad (2.106)$$

Le vecteur du flux statorique peut être exprimé par :

$$[\psi_{s_{a,b,c}}] = [L_s] [I_{s_{a,b,c}}] + [I_{r_k}] [L_{s_q r_k}^{sr}]^T \quad (2.107)$$

$[L_s]$  : La matrice inductances statoriques.

Le vecteur des courants rotoriques est donné comme suit :

$$[I_{r_k}] = \sum_{k=1}^{\infty} \hat{I}_{r_k} \begin{bmatrix} \vdots \\ \cos |s\omega_s t + h\mu p k \alpha_r - hp\varphi| \\ \vdots \end{bmatrix}_{k=1, \dots, n_b-1} \quad (2.108)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} s : \text{ le glissement} \\ \mu = +1 \text{ systeme direct} \\ \mu = -1 \text{ systeme inverse} \end{cases}$$

Le vecteur des courant statoriques est :

$$[I_{s_{a,b,c}}] = [I_{sm} \cos \left( \omega_s t - (q-1) \frac{2\pi}{3} \right)]_{(3 \times 1)} \quad \text{avec : } \{(a) : q = 1, (b) : q = 2, (c) : q = 3\} \quad (2.109)$$

En utilisant l'équation (2.107), nous aurons les dérivées des flux statoriques suivants :

$$\begin{cases} \frac{d\psi_{sa}}{dt} = L_s \frac{dI_{sa}}{dt} + [I_{r_k}] \frac{dL_{sa r_k}^{sr}}{dt} + L_{sa r_k}^{sr} \frac{d[I_{r_k}]}{dt} \\ \frac{d\psi_{sb}}{dt} = L_s \frac{dI_{sb}}{dt} + [I_{r_k}] \frac{dL_{sb r_k}^{sr}}{dt} + L_{sb r_k}^{sr} \frac{d[I_{r_k}]}{dt} \\ \frac{d\psi_{sc}}{dt} = L_s \frac{dI_{sc}}{dt} + [I_{r_k}] \frac{dL_{sc r_k}^{sr}}{dt} + L_{sc r_k}^{sr} \frac{d[I_{r_k}]}{dt} \end{cases} \quad (2.110)$$

En utilisant les équations (2.106, 2.110) nous aurons :

$$V_N = -\frac{1}{3} \frac{d\theta_r}{dt} \left( \frac{dL_{s_a r_k}^{sr}}{d\theta_r} + \frac{dL_{s_b r_k}^{sr}}{d\theta_r} + \frac{dL_{s_c r_k}^{sr}}{d\theta_r} \right) [I_{r_k}] - \frac{1}{3} \left( L_{s_a r_k}^{sr} + L_{s_b r_k}^{sr} + L_{s_c r_k}^{sr} \right) \frac{d[I_{r_k}]}{dt} \quad (2.111)$$

tel que :

$$\begin{cases} V_N = V_g - V_0 \\ \theta_r = (1-s) \omega_s \end{cases} \quad (2.112)$$

En utilisant les équations (2.77, 2.111), nous obtenons :

$$\begin{aligned} V_N = & - \sum_{h=1}^{\infty} M_{3h}^{sr} \cos \left( 3hp\theta_r - 3hp \left[ \theta_0 + \left( k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r - (q-1) \frac{2\pi}{3p} - \frac{\gamma_r}{2} \right] \right) \times \frac{d[I_{r_k}]}{dt} \\ & + \frac{d\theta_r}{dt} \sum_{h=1}^{\infty} 3hs\omega_s M_{3h}^{sr} \sin \left( 3hp\theta_r - 3hp \left[ \theta_0 + \left( k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r - (q-1) \frac{2\pi}{3p} - \frac{\gamma_r}{2} \right] \right) \times [I_{r_k}] \end{aligned} \quad (2.113)$$

En remplaçant les équations (2.108, 2.112), dans l'équation (2.113), nous aurons :

$$V_N = - \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{n_b-1} \left\{ \left( s \frac{\omega_s}{2} \times \hat{I}_{r_k} \times M_{3h}^{sr} \right) + \frac{d\theta_r}{dt} \left( 3 \frac{h}{2} \times \hat{I}_{r_k} \times M_{3h}^{sr} \right) \right\} \times \{ \beta^+(h) + \beta^-(h) \} \quad (2.114)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} \beta^+(h) = \sin \left( (3h - (3h+1)) \omega_s t + kp(3h + \mu) \alpha_r - 3hp \frac{\alpha_r}{2} - hp \frac{\gamma_r}{2} - hp\varphi \right) \\ \beta^-(h) = \sin \left( (3h - (3h+1)) \omega_s t + kp(3h - \mu) \alpha_r - 3hp \frac{\alpha_r}{2} - hp \frac{\gamma_r}{2} - hp\varphi \right) \end{cases}$$

L'expression (2.114) est toujours nulle sauf pour :

$$\begin{cases} 3h = \mp \mu \\ \text{ou} \\ 3h = \mp \frac{\lambda n_b}{p} \mp \mu \end{cases} \quad (2.115)$$

La machine est saine, il n'existe donc que le système direct du champ magnétique tournant,  $\mu = +1$ , alors l'équation (2.115) devient :

$$\begin{cases} 3h = \mp 1 \\ \text{ou} \\ 3h = \mp \frac{\lambda n_b}{p} \mp 1 \end{cases} \quad (2.116)$$

Puisque l'ordre d'harmonique ( $h$ ) ne peut être qu'entier et positif, nous aurons donc :

$$3h = \frac{\lambda n_b}{p} \mp 1 \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.117)$$

Les fréquences données par ces ordres d'harmoniques, se calculent de la même manière que les harmoniques d'encoches rotoriques, et seront données comme suit :

$$f_{Rsh} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \mp 1 \right) f_s \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.118)$$

$f_s$  : la fréquence d'alimentation.

## 2.6 Contenu fréquentiel du courant statorique pour le cas du court-circuit

A fin d'éviter la répétition, et puisque le calcul a été fait pour le cas sain, nous nous contentons de donner des résultats.

En utilisant l'expression de l'inductance mutuelle pour les phases saines donnée par l'équation (2.101), et pour la phase défectueuse par l'équation (2.102), tout en utilisant (2.100), nous aurons à la fin le même résultat donné par (2.116) et (2.117) :

$$\begin{cases} 3h = \mp \frac{\lambda n_b}{p} \mp \mu \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots) \\ f_{Rsh} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \mp 1 \right) f_s \end{cases} \quad (2.119)$$

$f_s$  : la fréquence d'alimentation.

La détérioration d'une des trois phases crée un déséquilibre qui va décomposer le champ tournant statorique en deux parties direct et inverse.

La composante inverse va être caractérisée par , mais puisque toutes les possibilités de calcul ont été données par dans l'équation (2.119) nous ne pourrions pas voir le changement dans la forme des harmoniques, alors les harmoniques qui vont apparaître dans le spectre de la tension du neutre et qui vont être par la suite injectées dans le spectre du courant statorique sont les harmoniques multiples de , et se calculent comme suit [50] :

$$\begin{cases} 3h = \mp \frac{\lambda n_b}{p} \mp 1 \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots) \\ f_{Rsh} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \mp 1 \right) f_s \end{cases} \quad (2.120)$$

En plus de ces harmoniques, il y a la composante homopolaire de la tension du neutre

« $V_0$ », et qui s'exprime comme suit :

$$\begin{cases} V_{sa} + V_{sb} + V_{sc} = 3V_0 \\ V_0 = V_{0h} \cos(h\omega_s t + \varphi) \end{cases} \quad (2.121)$$

Cette composante est responsable de l'apparition des harmoniques à des fréquences multiple de  $f_s$ , tel que :  $2f, 3f, 4f, \dots_s$  [50].

## 2.7 Simulation et expérimentation

### 2.7.1 Simulation du fonctionnement sain

A fin de prouver l'applicabilité du modèle  $ab - bc$ , nous traçons les courants statoriques « $I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}$ », la vitesse  $n$ , la tension du neutre  $V_g$ , et le couple électromécanique dans les figures (2.19, 2.20, 2.21, 2.22). (Paramètres du moteur annexe -1-)

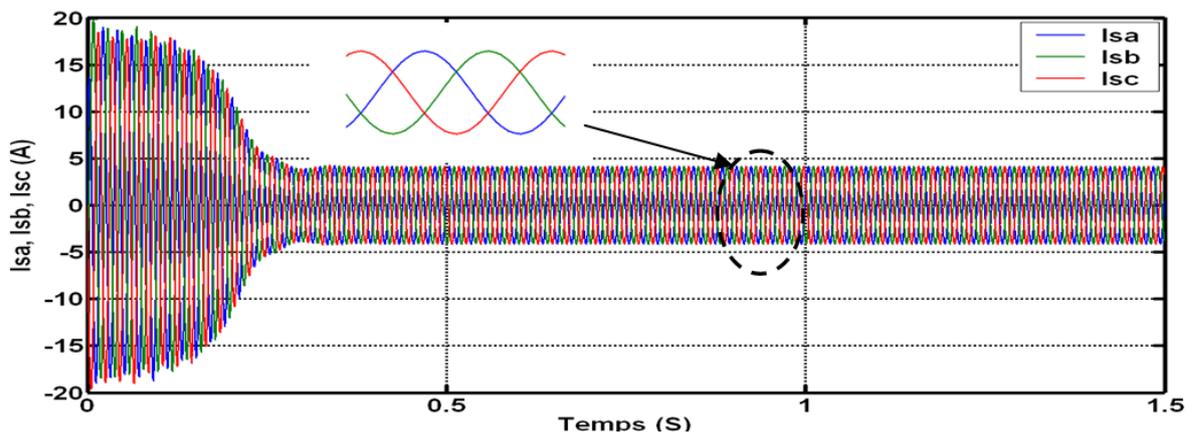


FIGURE 2.19 – Courants statoriques  $I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}$

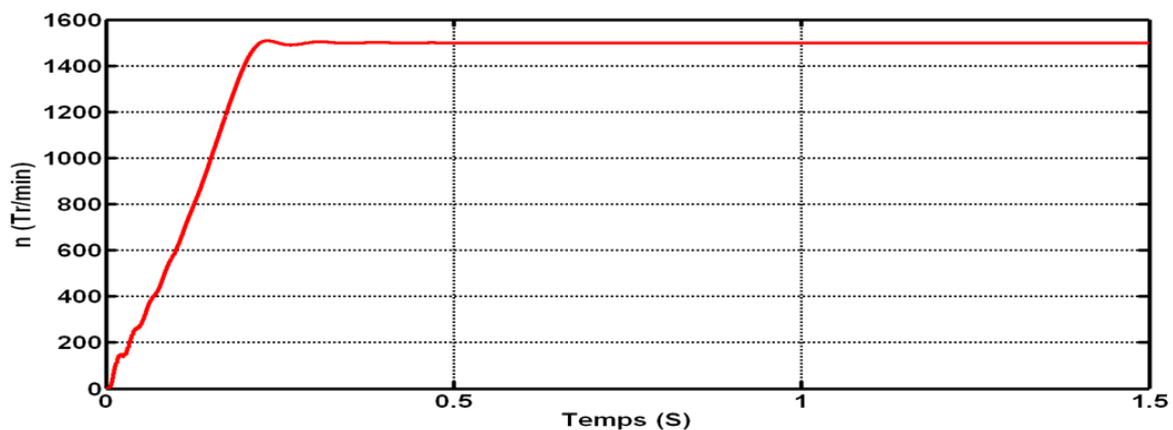
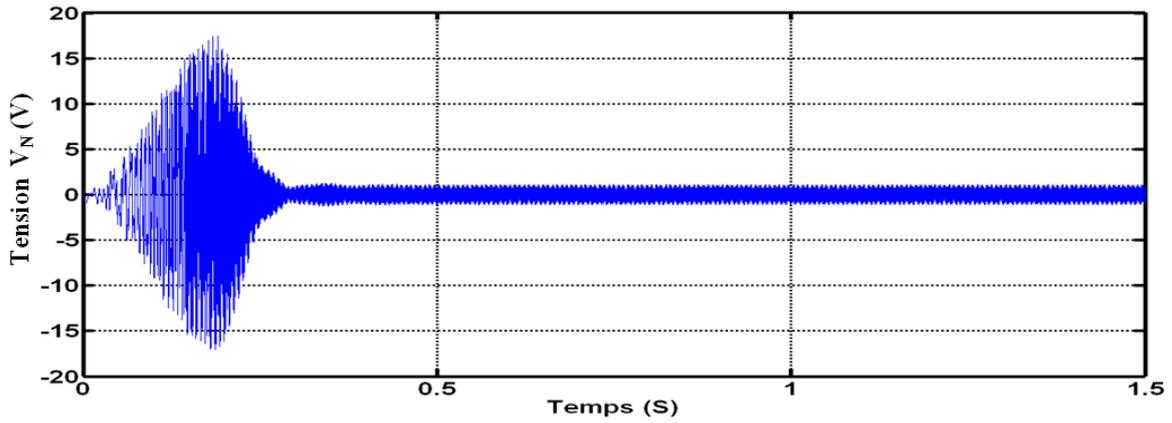
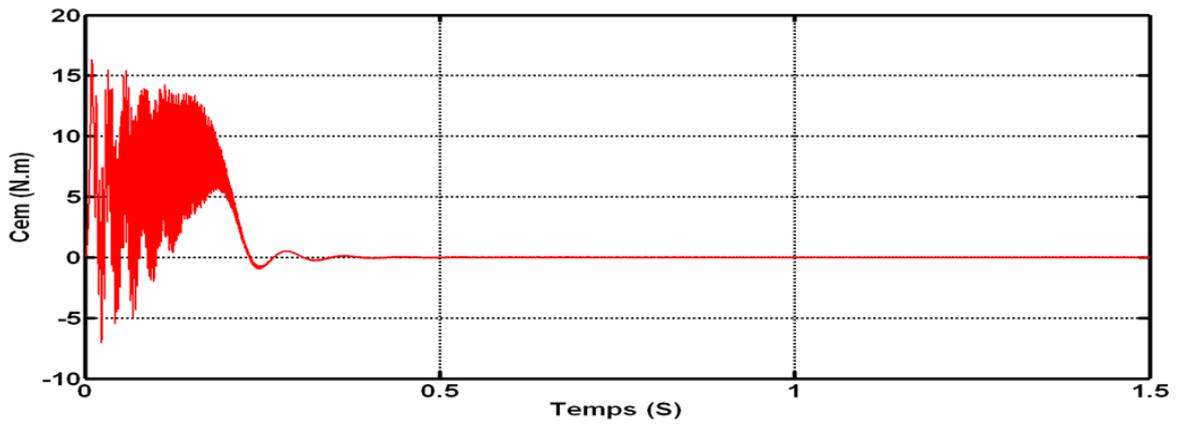


FIGURE 2.20 – Vitesse de rotation ( $n$ )

FIGURE 2.21 – Tension du neutre  $V_N$ FIGURE 2.22 – Couple électromagnétique  $C_{em}$ 

En traçant les spectres du courant  $I_{sa}$  pour le modèle  $ab - bc$ , et pour le modèle « $abc$ » figure (2.23), nous remarquons que :

- Les spectres des courants pour les deux modèles ( $ab - bc$  et  $abc$ ) contiennent tous les deux des harmoniques (harmoniques d'encoches rotoriques  $R_{sh}$ ) en plus de l'harmonique fondamentale.

Les ordres des harmoniques d'encoches rotoriques, et leurs fréquences « $f_{Rsh}$ » sont données respectivement par les équations suivantes [42] :

$$h = \frac{\lambda n_b}{p} \mp 1 \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.122)$$

Tel que : ( $h$ ) appartient à l'ensemble ( $G$ ) :

$$G = \left\{ \left( h = 1 \cup h = \left( \frac{\lambda n_b}{p} \mp 1 \right)_{\lambda=1,2,\dots} \right) \cap h = (6v \mp 1)_{v=1,2,\dots} \right\} \quad (2.123)$$

Les fréquences sont données par l'expression suivante :

$$f_{Rsh} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \mp 1 \right) f_s \quad (\lambda = 1, 2, 3, \dots) \quad (2.124)$$

- En comparant les spectres du courant  $I_{sa}$  pour les deux modèles ( $ab - bc$  et  $abc$ ), nous remarquons la disparition de quelques harmoniques d'encoches rotoriques du contenu fréquentiel du courant  $I_{sa}$  pour le modèle ( $ab - bc$ ), et que ces derniers n'appartiennent pas au groupe «G» défini par l'équation (2.123).

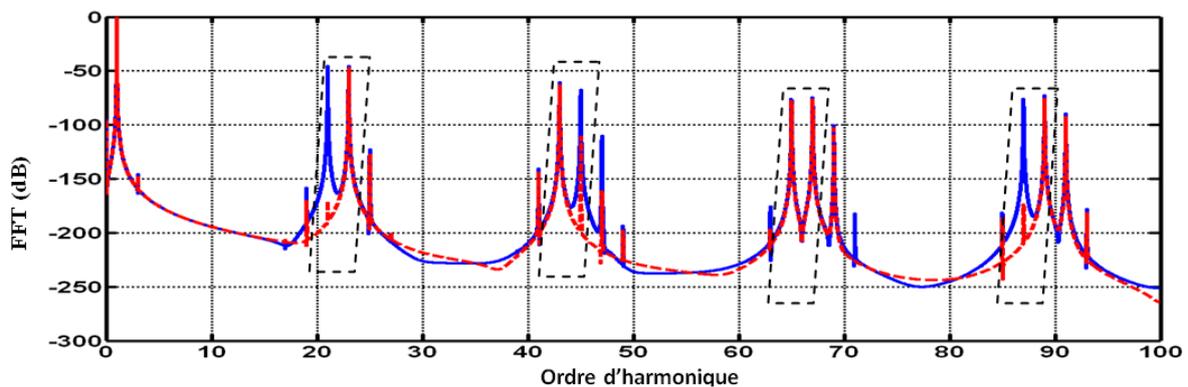


FIGURE 2.23 – Spectre du courant statorique des modèles : abc (bleu)- ab-bc (rouge)

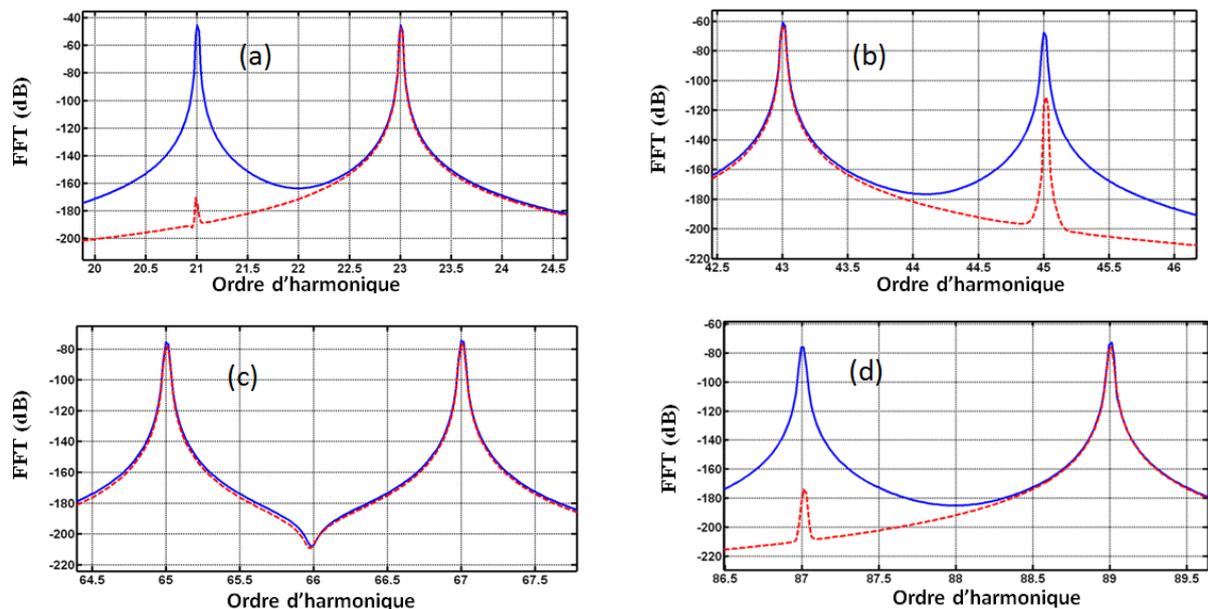


FIGURE 2.24 – Zoom du spectre du courant  $I_{sa}$  modèle ab-bc (rouge), modèle abc (bleu)

En comparant les zooms des deux spectres du courant  $I_{sa}$ , pour les deux modèles ( $ab - bc$ ) et celui du modèle ( $abc$ ) (figure (2.24)), et cela pour la même répartition dans l'espace

des enroulements du moteur, et pour une modélisation en 3D (barres rotoriques inclinées), nous remarquons :

$$\begin{cases} h_{Rsh(\lambda=1)} = 12 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=1)} = 10 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=4)} = 45 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=4)} = 43 \in G \\ h_{Rsh(\lambda=7)} = 78 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=7)} = 76 \notin G \end{cases} \begin{cases} h_{Rsh(\lambda=2)} = 23 \in G \\ h_{Rsh(\lambda=2)} = 21 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=5)} = 56 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=5)} = 54 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=8)} = 89 \in G \\ h_{Rsh(\lambda=8)} = 87 \notin G \end{cases} \begin{cases} h_{Rsh(\lambda=3)} = 34 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=3)} = 32 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=6)} = 67 \in G \\ h_{Rsh(\lambda=6)} = 65 \in G \\ h_{Rsh(\lambda=9)} = 100 \notin G \\ h_{Rsh(\lambda=9)} = 98 \notin G \end{cases}$$

Le spectre fréquentiel de la tension du neutre est tracé dans la figure (2.25), et son zoom dans la figure (2.26).

Nous remarquons que les harmoniques disparus du spectre du courant  $I_{sa}$  pour le modèle ( $ab - bc$ ), nous les retrouvons dans le spectre de la tension du neutre, que leurs ordres sont des multiples de «3» ( $3h = 21,45,87$ ).

Les harmoniques d'ordres  $3h$  existent dans le spectre de la tension du neutre conformément à l'équation (II.101) [50].

$$\begin{aligned} 3h &= \left(2 \times \frac{22}{2} - 1\right) = 21 \Rightarrow h = 7 \\ 3h &= \left(4 \times \frac{22}{2} + 1\right) = 45 \Rightarrow h = 15 \\ 3h &= \left(8 \times \frac{22}{2} - 1\right) = 87 \Rightarrow h = 29 \end{aligned}$$

L'analyse des remarques et résultats précédents révèle que, la répartition réelle des enroulements dans l'espace, crée un déséquilibre entre les trois phases du stator, et que ce dernier génère une tension dans le point neutre, qui va à son tour donner un courant qui va être injecté dans les trois phases ( $a, b$ , et  $c$ ). La conséquence de l'injection de ce courant, est l'apparition des harmoniques à des ordres multiples de trois (3), et qui se calculent de la même manière que les harmoniques d'encoches rotoriques, et c'est la raison pour laquelle nous remarquons la disparition de ces derniers du spectre du courant statorique lorsque l'effet de la tension du neutre est éliminé (modèle  $ab - bc$ ).

Nous concluons également que les courants injectés par la tension du neutre, contribuent à l'augmentation des amplitudes des harmoniques d'encoches rotoriques.

La figure (2.27) présente le spectre du courant statorique pour notre modèle  $ab - bc$  en 3D [3], (barres rotoriques considérées inclinées), et en 2D [38], (barres rotoriques considé-

rées droites).

Un zoom sur les fréquences (figure (2.28)) montre que les amplitudes des harmoniques pour le cas du modèle 3D, sont atténuées pour les harmoniques d'encoches rotoriques 23, 43, 65, 67, 89, et pour les autres harmoniques impaires comme par exemple 3, 41, 49, 85, 87, ... Cela confirme que l'inclinaison des barres rotoriques qui a été prise en considération dans le modèle 3D, sert à l'atténuation des amplitudes des harmoniques impaires, comme on a pu le constater pour les figures des inductances mutuelles tracées précédemment, et qui avaient des formes très proches de la sinusoïde.

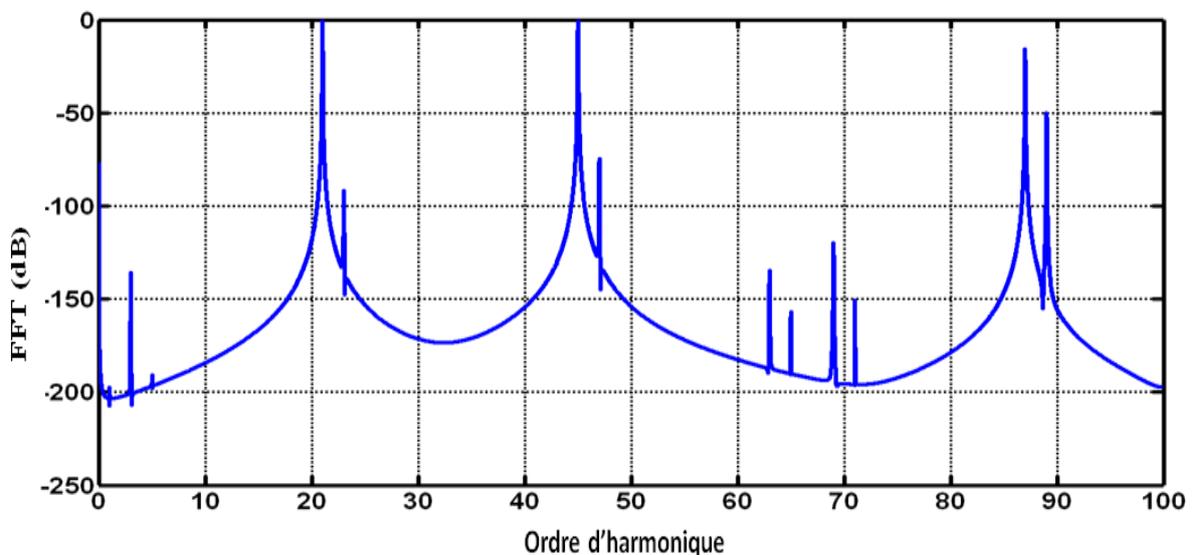


FIGURE 2.25 – Spectre de la tension du neutre modèle ab-bc

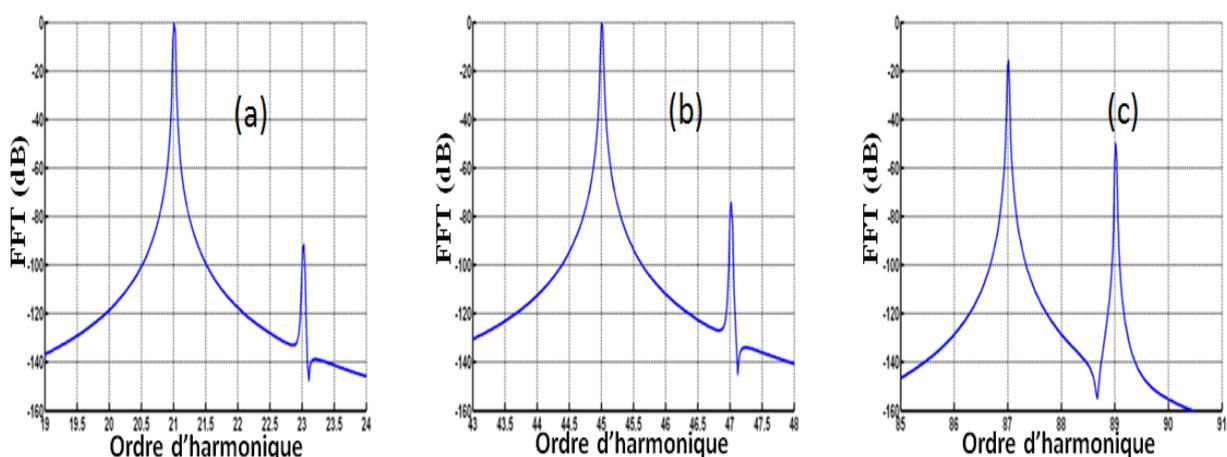


FIGURE 2.26 – Zoom du spectre de la tension du neutre

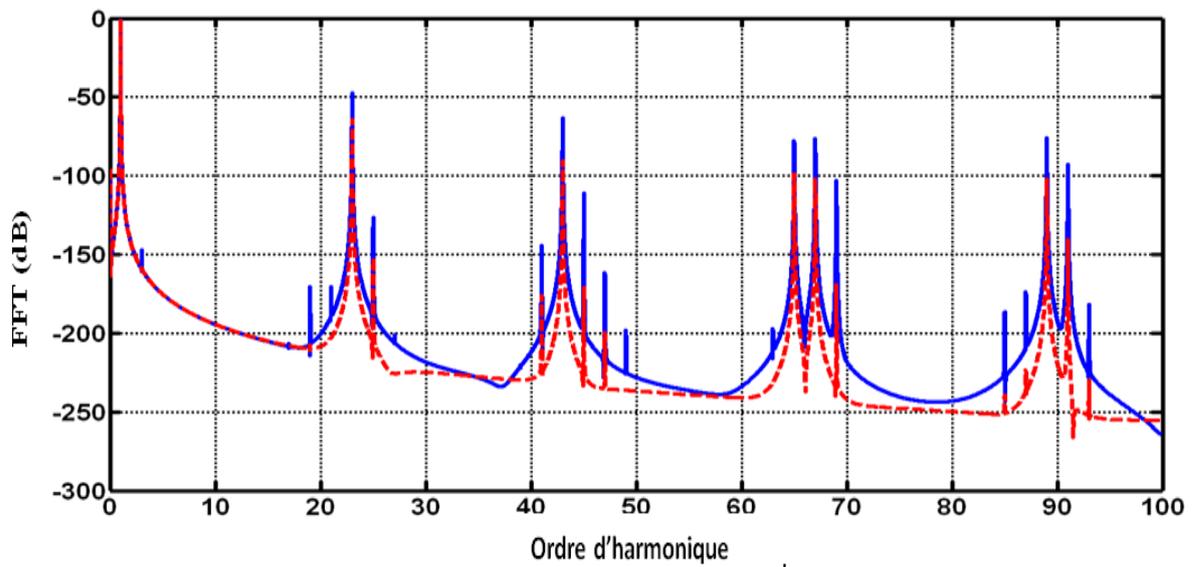


FIGURE 2.27 – Spectre du courant statorique du modèle ab-bc : 2D (Bleu) – 3D (rouge)

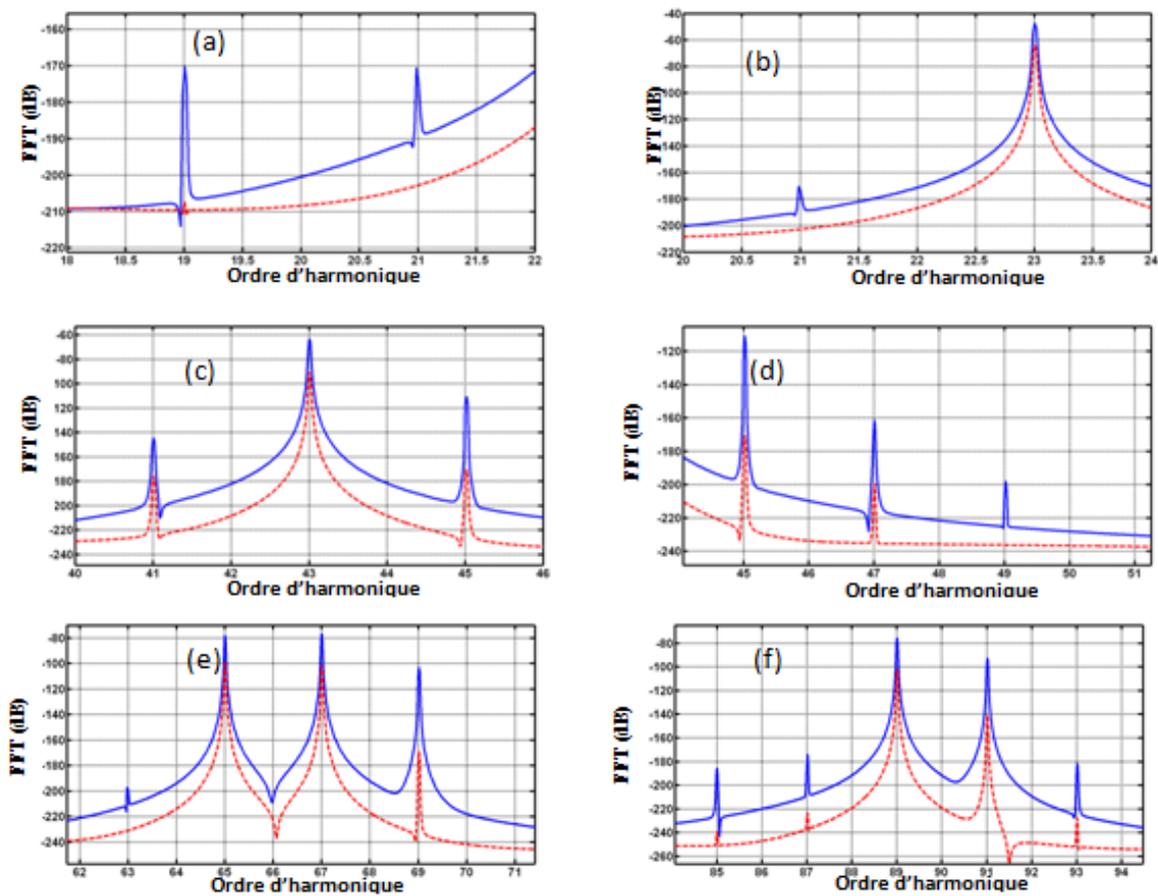


FIGURE 2.28 – Zoom du spectre du courant Isa des modèles 2D (Bleu), 3D (rouge)

### 2.7.2 Simulation du défaut de court-circuit

Nous présentons dans un premier temps les simulations des différentes grandeurs électriques de la machine (courant de phase défectueuse-courant, dans les spires court-circuitées, couple, tension du neutre), ainsi que la vitesse de rotation du moteur (Figures 2.29, 2.30, 2.31, 2.32, 2.33), et cela pour une quantité quelconque de spires court-circuitées, à fin de voir l'évolution de ces grandeurs dans le but de montrer l'applicabilité du modèle. ( $N_t = 236$ ,  $N_e = 4$ ), ( $N_{cc} = 10$ ,  $p = 1$ ), ( $Q = 12$ ,  $q = 1$ ), et ( $k = 1$ ,  $f = 1$ ).

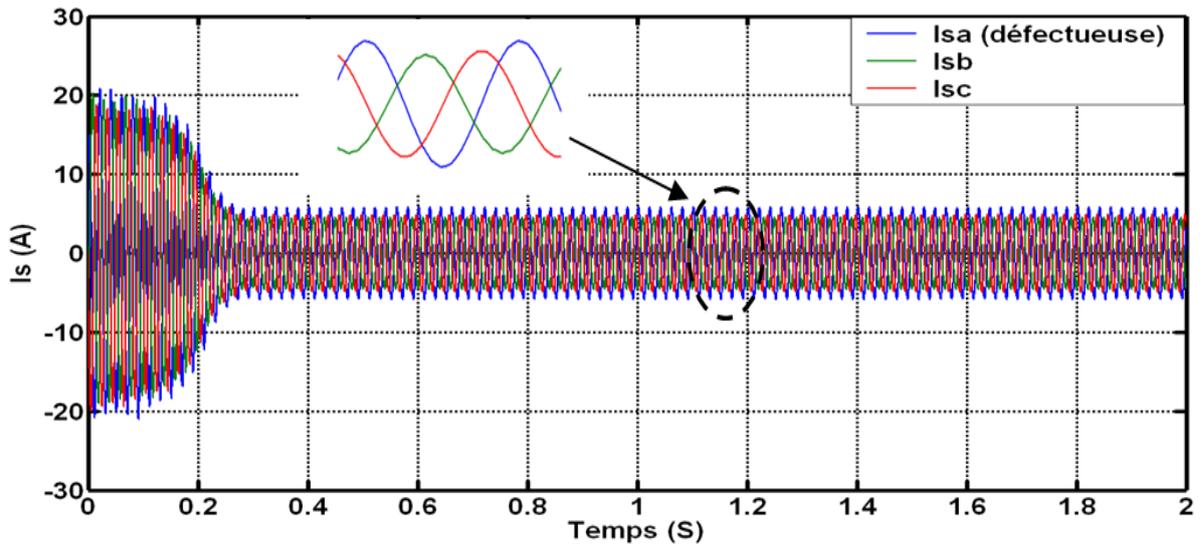


FIGURE 2.29 – Courants statoriques  $I_{sa}, I_{sb}, I_{sc}$

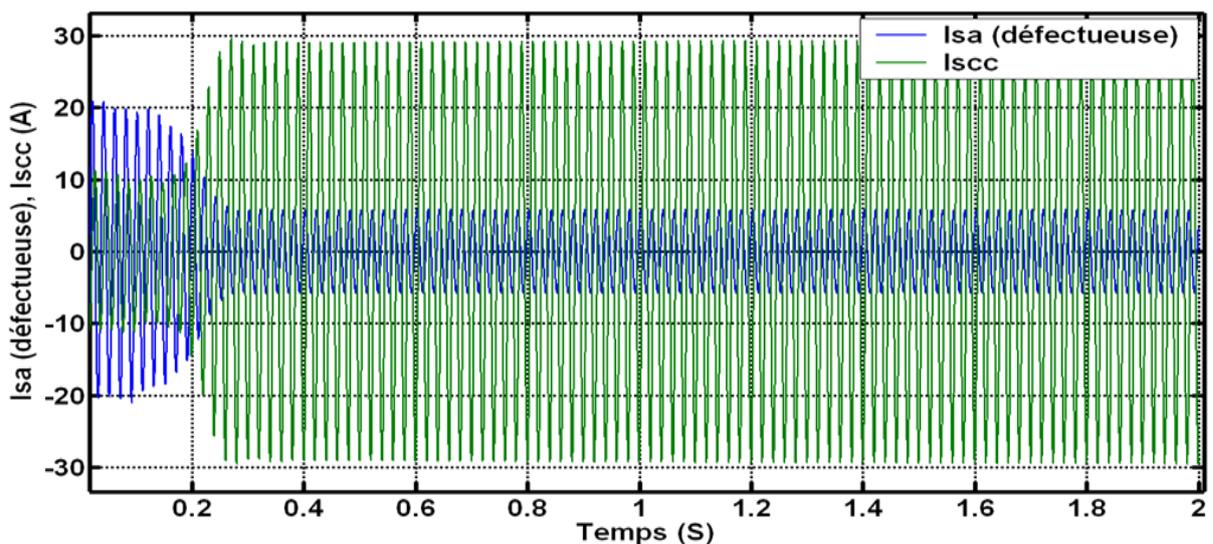
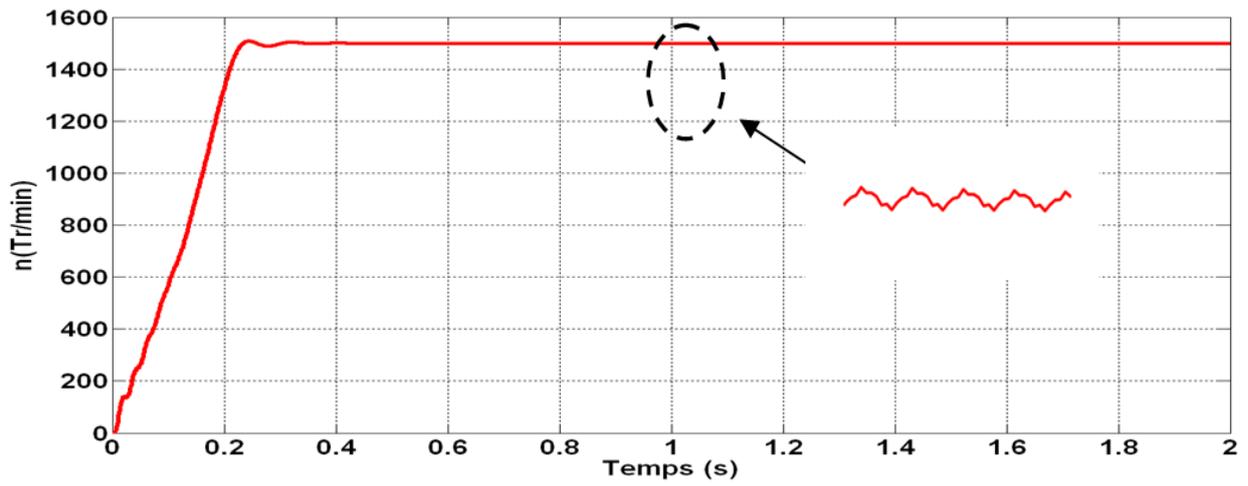
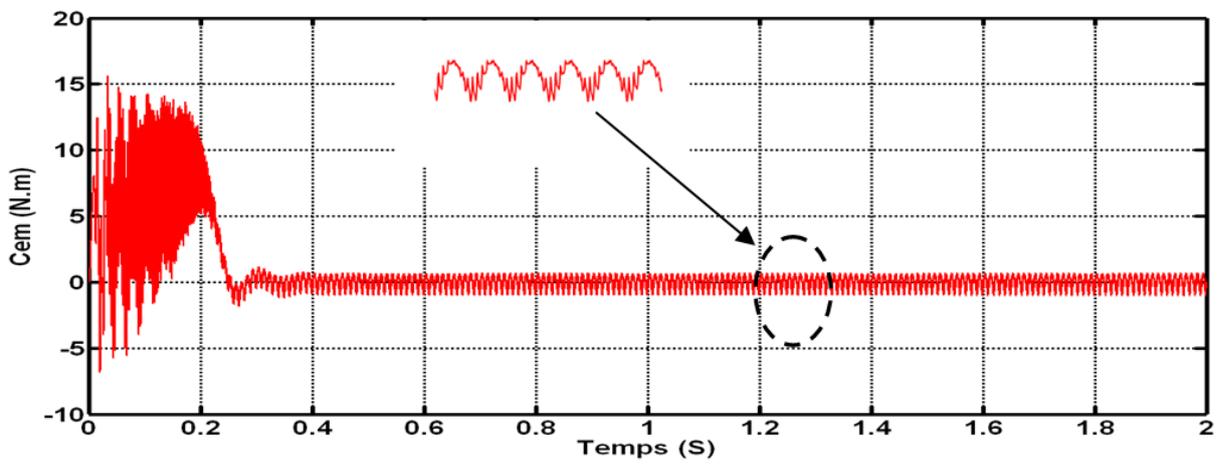
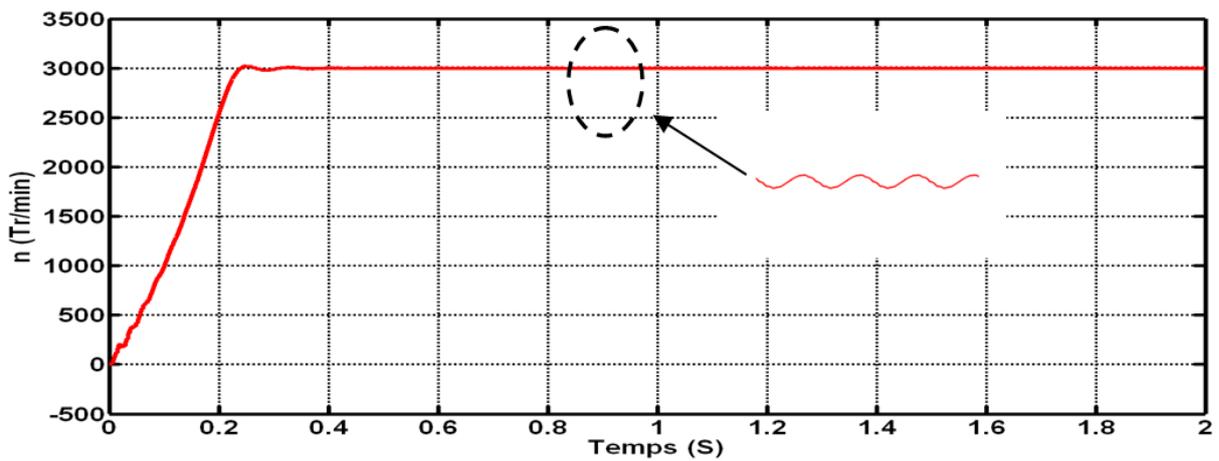


FIGURE 2.30 – Courants statoriques de la phase «a»  $I_{sa(défectueuse)}$  et  $I_{scc}$

FIGURE 2.31 – Tension du neutre  $V_N$ FIGURE 2.32 – Couple électromagnétique  $C_{em}$ FIGURE 2.33 – Vitesse de rotation ( $n$ )

Dans un second temps, nous faisons une simulation d'un court-circuit pour ( $N_{cc} = 10$ ), et pour moteur sain, en utilisant le modèle 3D. Les contenus fréquentiels du courant dans la phase défectueuse (pour le cas du court-circuit), et du courant de la phase saine pour un moteur sain, seront présentés dans la figure (2.34), et leurs zooms dans les figures (2.35).

Nous remarquons pour le cas du court-circuit :

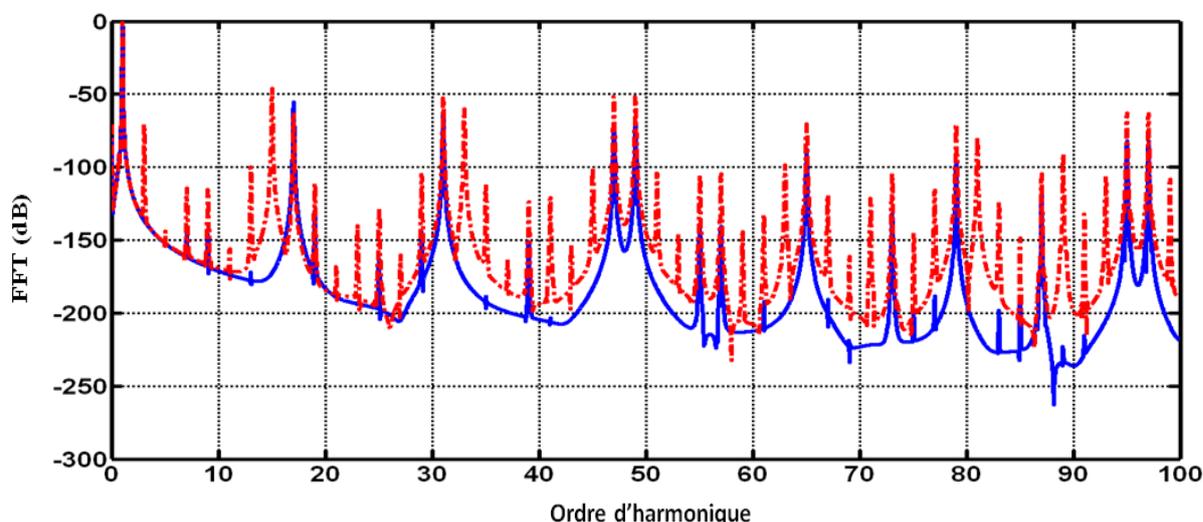


FIGURE 2.34 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour une phase saine (bleu), phase défectueuse (rouge), ( $N_{cc} = 10$ )

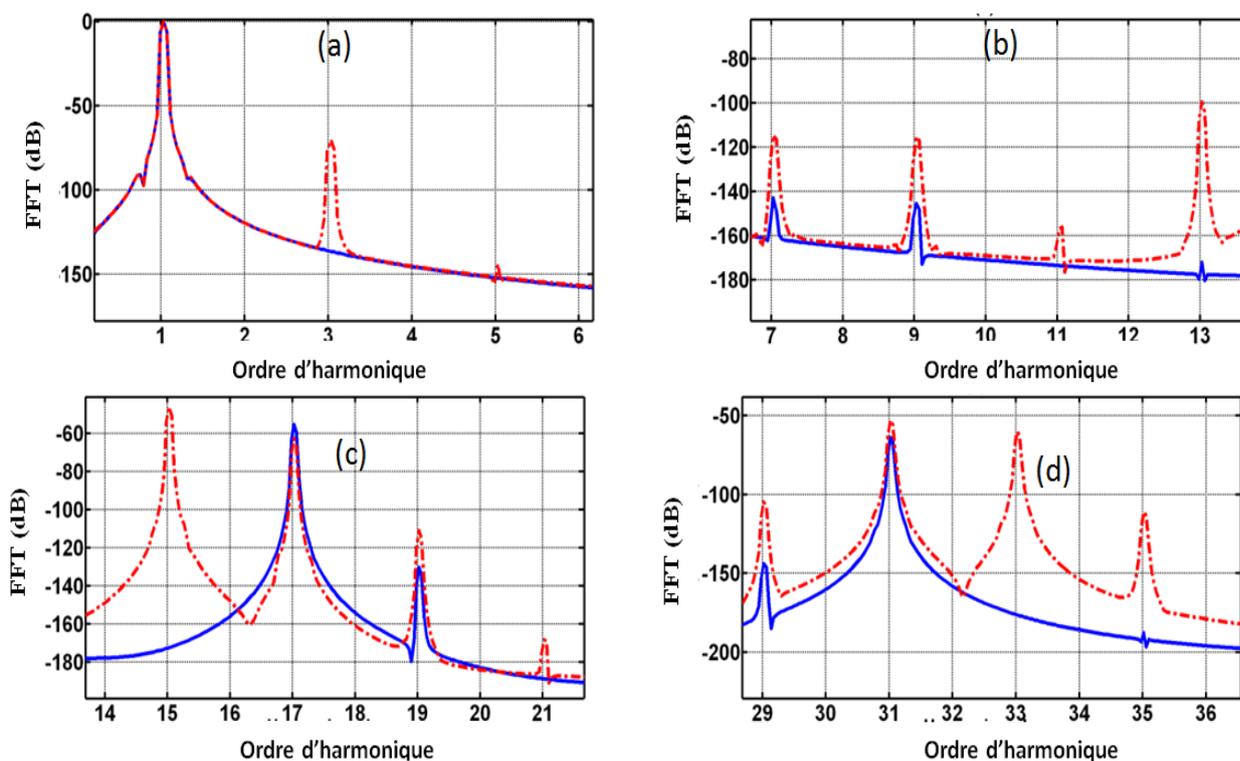


FIGURE 2.35 – Zoom du spectre du courant  $I_{sa(sain)}$  (Bleu),  $I_{sa(défectueuse)}$  (rouge)

- L'apparition des harmoniques d'ordres  $h = kf_s$  comme par exemple «3, 5, 11, 21», et qui sont dû à la composante homopolaire.
- La réapparition des harmoniques d'encoches rotoriques d'un ordre multiple de «3», comme par exemple «15, 33», or que ces derniers ne devront pas y être (modèle abbc), mais qui sont dû à la séquence négative du champ tournant et qui a pris naissance à cause du déséquilibre engendré par le court-circuit.
- Les harmoniques impaires existants dans les deux cas de fonctionnements (sain et avec défaut) sont plus prononcés dans le cas du court-circuit, comme par exemple «13, 19, 29, 35».

Dans un troisième temps, nous faisons une simulation du défaut de court-circuit pour une quantité de spires quelconque, pour le modèle en « 2D » et en « 3D », et cela pour voir l'influence de l'inclinaison des barres rotoriques sur le contenu fréquentiel du courant lors de la présence d'un court-circuit. (Figure(2.36)), et leurs zooms, (Figures(2.37)).

Nous remarquons, que les amplitudes des harmoniques impaires sont plus importantes pour le modèles 2D, et surtout celles spécifiques au défaut de court-circuit (Les multiples de 3). Cela veut dire que l'inclinaison des barres rotoriques sert à atténuer les amplitudes de ces harmoniques.

Dans un quatrième et cinquième temps, nous varions respectivement la quantité des spires court-circuitées (Figures(2.38, 2.39)), et la position du défaut (Figures(2.40, 2.41)) .

Nous remarquons, qu'il n'y a pas un grand impact sur les amplitudes des harmoniques caractéristiques du défaut de court-circuit, et cela pour les deux types de manipulations.

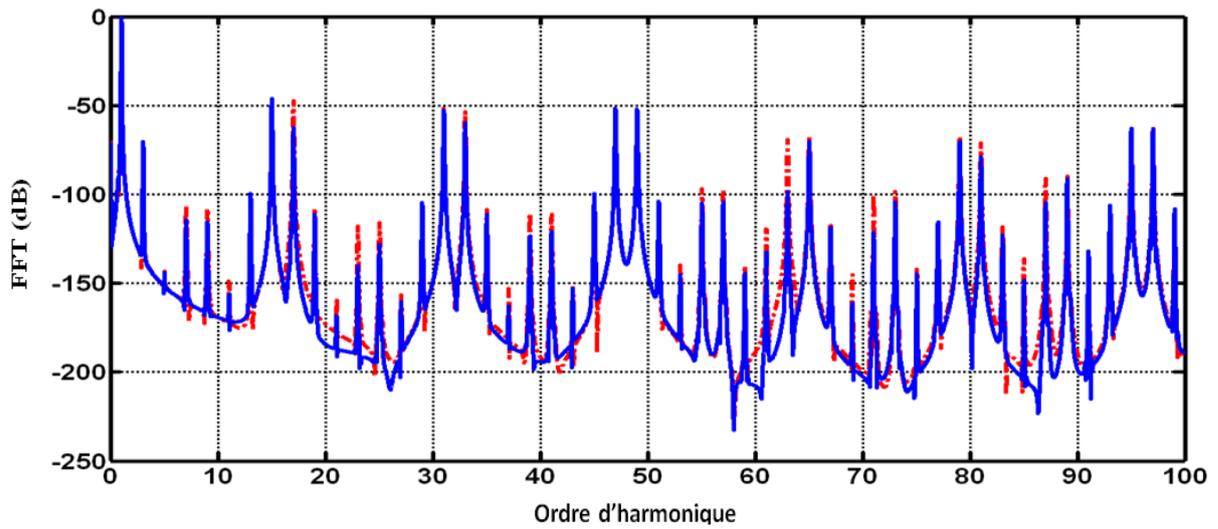


FIGURE 2.36 – Spectre fréquentiel de  $I_{sa}(\text{défectueuse})$  modèle 3D (bleu), modèle 2D (rouge), ( $N_{cc}=10$ )

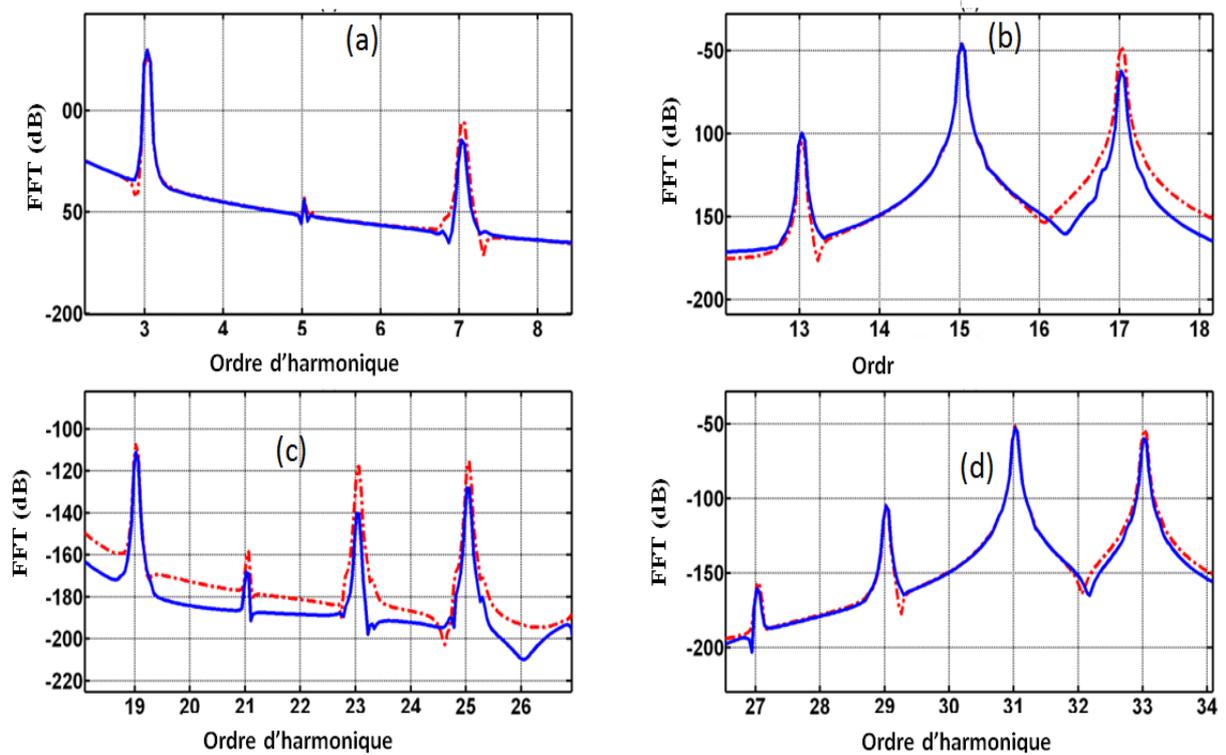


FIGURE 2.37 – Zoom du spectre de  $I_{sa}(\text{défectueuse})$  des modèles 2D (Bleu), 3D (rouge)

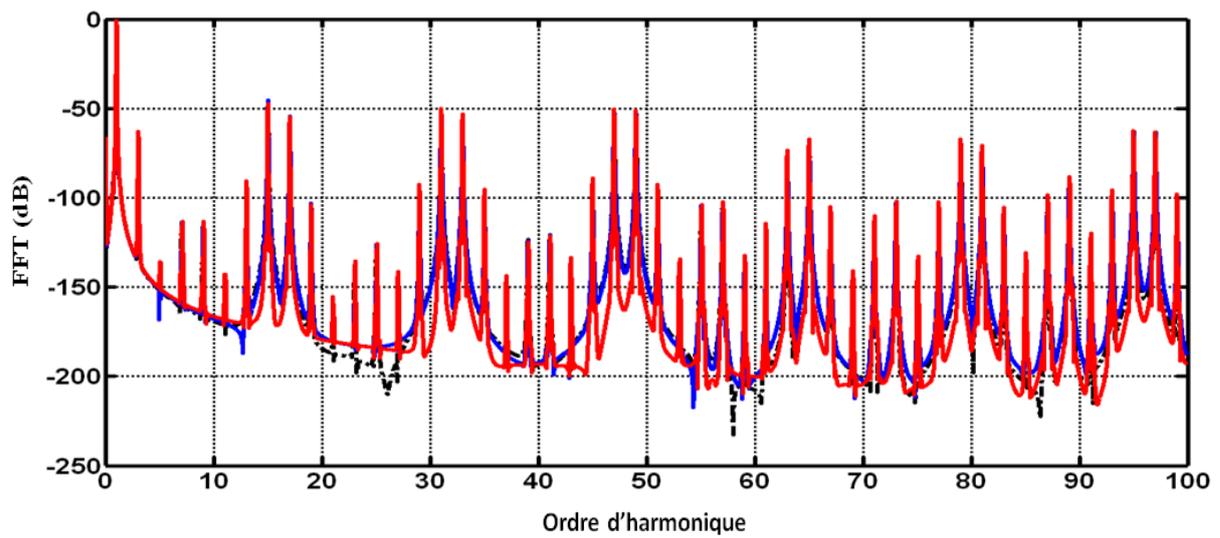


FIGURE 2.38 – Spectre fréquentiel de  $I_{sa}(\text{défectueuse})$  pour  $N_{cc} = 10$  (noir),  $N_{cc} = 20$  (bleu),  $N_{cc} = 30$  (rouge)

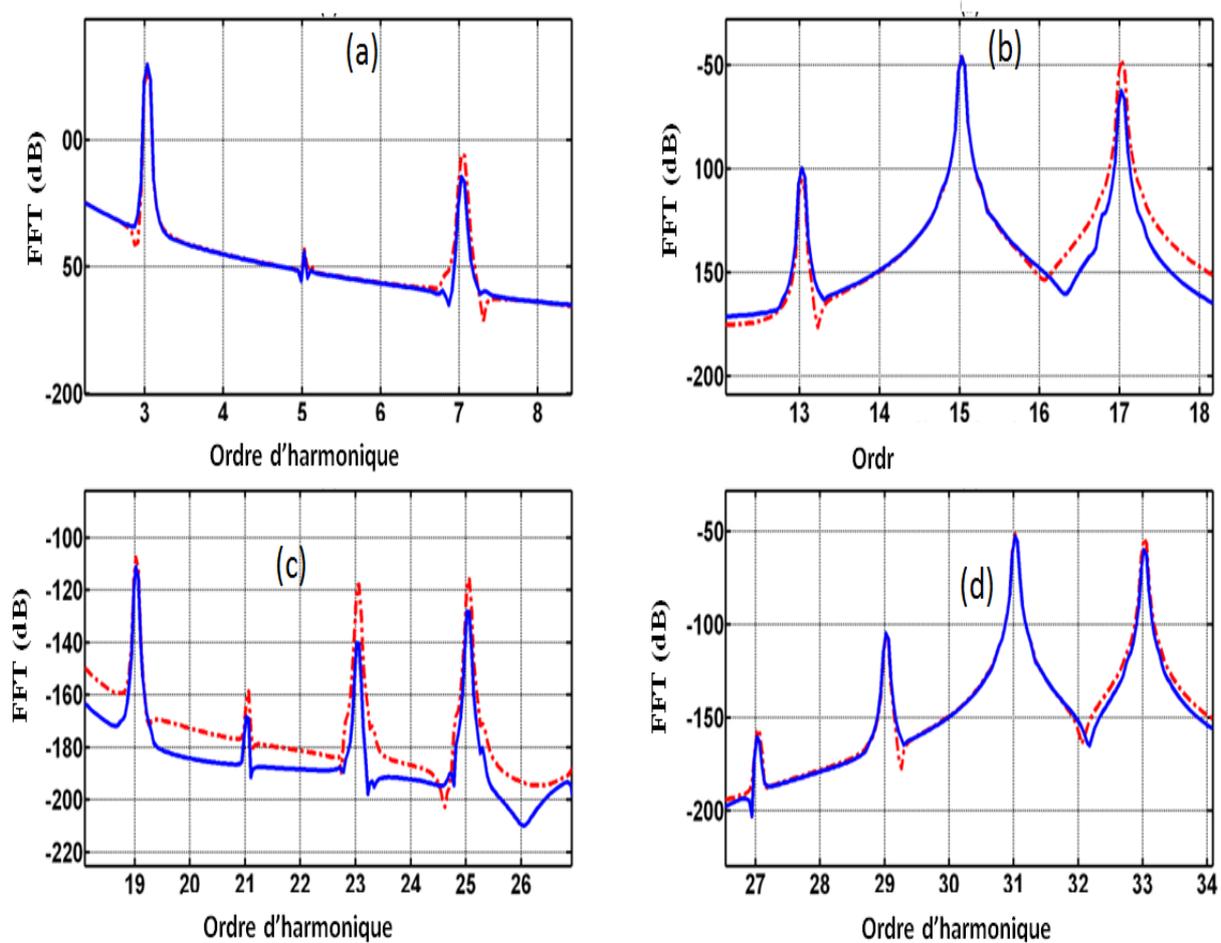


FIGURE 2.39 – Zoom du spectre de  $I_{sa}(\text{défectueuse})$   $N_{cc}=10$  (noir),  $N_{cc}=20$  (bleu),  $N_{cc}=30$  (rouge)

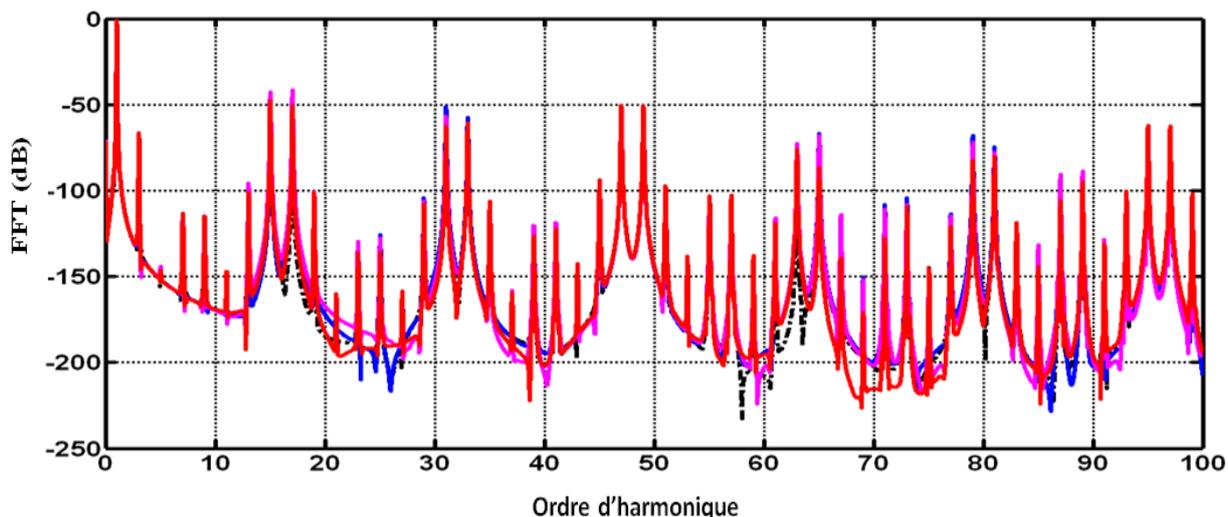


FIGURE 2.40 – Spectre fréquentiel de  $I_{sa(défectueuse)}$  k=1 (noir), k=2 (bleu), k=3 (mauve), k=4 (rouge)

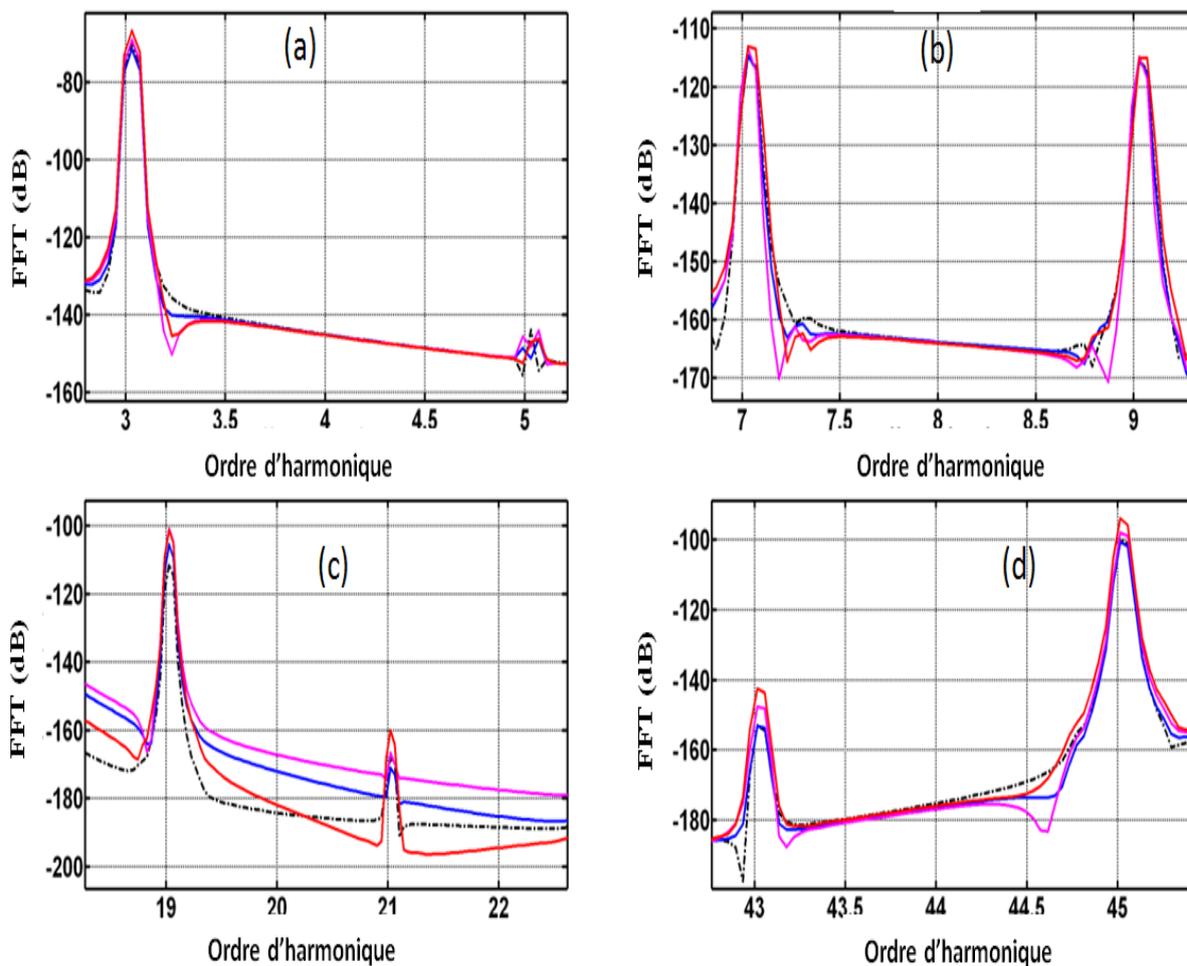


FIGURE 2.41 – Zoom du spectre de  $I_{sa(défectueuse)}$  k=1 (noir), k=2 (bleu), k=3 (mauve), k=4 (rouge)

## 2.7.3 Expérimentation du fonctionnement sain

### 2.7.3.1 Banc d'essai

La Figure (2.42) montre le montage de l'expérimentation. La machine testée à la fois saine et défectueuse (excentricité statique), est un moteur à induction 1.1kW triphasée, fabricant FIMET avec 24 encoches statoriques et 22 barres rotorique, 2 paires de pôles. (Même moteur de simulation).

Le moteur est alimenté directement, et équipé d'une sonde de tension. La charge est un frein à poudre magnétique, qui permet de régler le glissement désiré. La tension du neutre est mesurée et enregistrée par oscilloscope Le Croy (WR6050). Après l'acquisition, les données ont été traitées en utilisant le logiciel MATLAB pour calculer la transformée de Fourier rapide (FFT) et tracer les spectres de tension neutre.

Après l'acquisition, les données ont été traitées en utilisant le logiciel MATLAB pour calculer la transformée de Fourier rapide (FFT) et tracer les spectres de la tension du neutre.

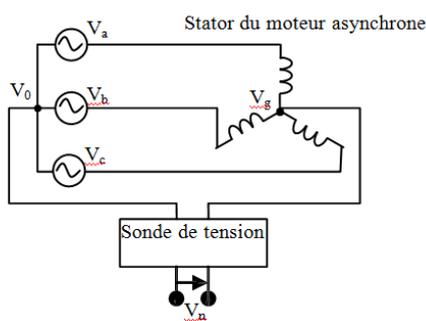


FIGURE 2.42 – Montage expérimental

### 2.7.3.2 Résultats de l'expérimentation

Les figures ((2.43)a-b), et (2.44) montrent le contenu spectral de la tension neutre de la machine dans le cas sain. Les calculs ont été faits pour un glissement de  $s = 0.0427$ .

La figure ((2.43)-a) : montre que la tension du neutre contient les harmoniques (3,5,7), or que dans la simulation, les harmoniques (5,7) sont inexistantes ou presque pour le cas du (5), mais qu'ils sont plus visibles et même importants dans l'expérimental, et cela à cause de l'alimentation qui n'est pas parfaite.

Les harmoniques d'ordres « $h = kf_s$ », tel que (3,5) figure ((2.43)-a), (7,9) figure ((2.43)-b), et (11,13,15) figure (2.44), sont contenus dans le spectre de la tension du neutre, mais il faut noter que ceux qui ont un ordre multiples de (3) c'est-à-dire (3,9,15) sont à des amplitudes assez importantes.

Pour  $\lambda = 1$  : comme prédit par l'équation (2.117), les deux harmoniques d'ordres ( $3h = 12,10$ ) ne doivent pas apparaître par ce qu'ils n'appartiennent pas au groupe 'G',

mais nous remarquons que celui d'ordre ( $3h = 12$ ) apparaît quand même dans la figure (2.44), et qui est dû peut être à l'alimentation.

Pour  $\lambda = 2$  : l'harmonique d'encoche rotorique ( $3h = 21$ ) n'appartient pas à  $G$ , mais qui apparaît quand même, et qui est dû comme précédemment supposé à l'alimentation. Figure (2.45).

#### 2.7.4 Expérimentation du défaut de court-circuit

Pour les essais de court-circuit nous allons nous contenter de faire varier la quantité des spires court-circuitées, puisque pour ce qui est de la position du court-circuit on sait désormais que ça ne génère aucun nouvel harmonique, et que par la simulation on a constaté que ça n'a pas d'influence sur l'amplitude des ceux déjà existants ou du moins l'impact est très faible, tant dis que pour faire l'essai avec des barres non inclinées, le seul moyen de le faire c'est de fabriquer un nouveau rotor, chose qui n'est pas à notre portée.

Les harmoniques 3, 5, 7, ..., causés par la composante homopolaire, existent même pour le cas sain, et cela parce que pour une alimentation réelle, le système est souvent déséquilibré, donc il y a toujours une séquence direct, inverse, et homopolaire pour le champ magnétique tournant, sauf que pour le cas sain (Figure (2.46)), l'amplitude de l'harmonique «7» par exemple est petit, mais augmente lorsqu'on court-circuite 10 pour cent du nombre total des spires de la phase (figure (2.47)-a), et qui prend encore plus d'ampleur lorsque le nombre des « $N_{cc}$ » est augmenté à 20 pour cent (Figure (2.48)-a).

Les harmoniques d'encoches rotoriques d'ordres « $h = 11$  pour  $\lambda = 1$ » et « $h = 23$  pour  $\lambda = 2$ », sont bien présents pour le cas de « $N_{cc} = 0.2N_t$ » (Figure (2.48)), mais insignifiants sinon inexistantes pour « $N_{cc} = 0.1N_t$ » (Figure (2.47)), ou pour un moteur sain (Figure (2.46)).

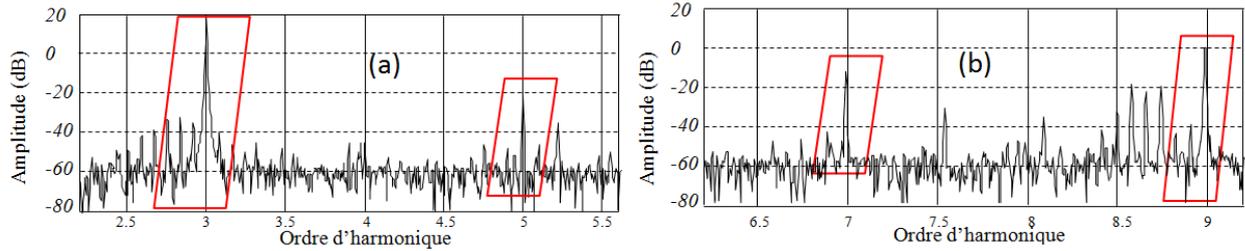
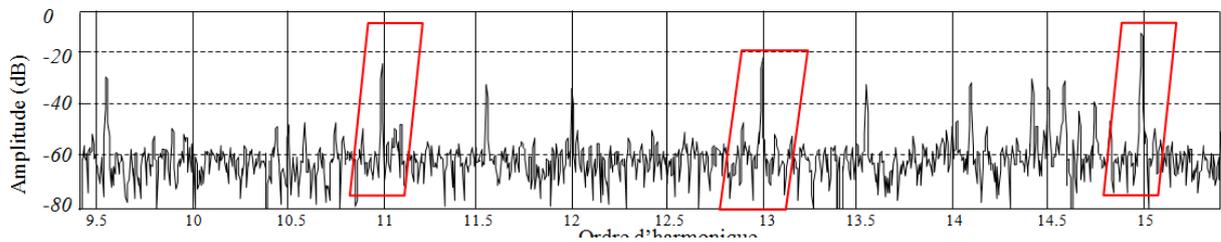
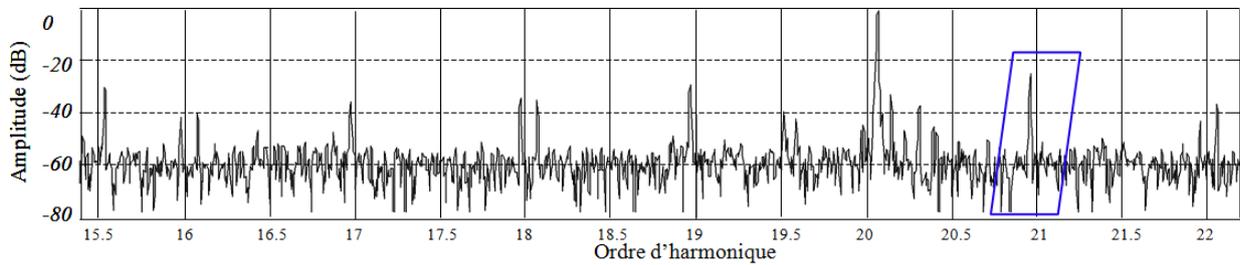
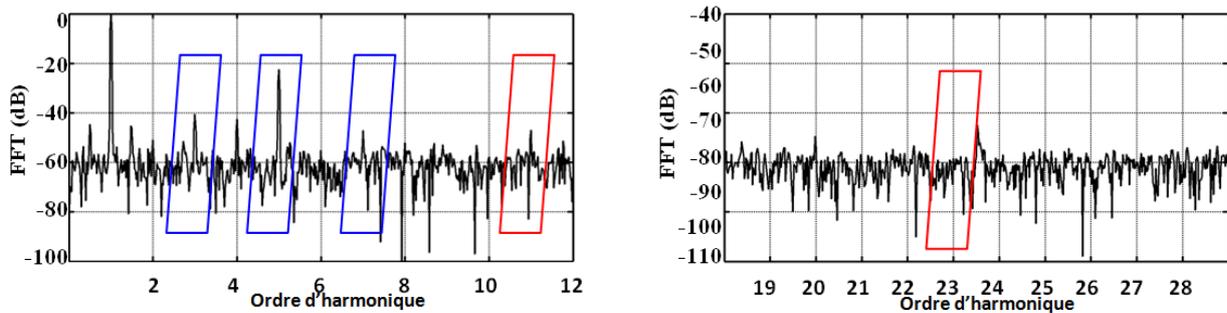
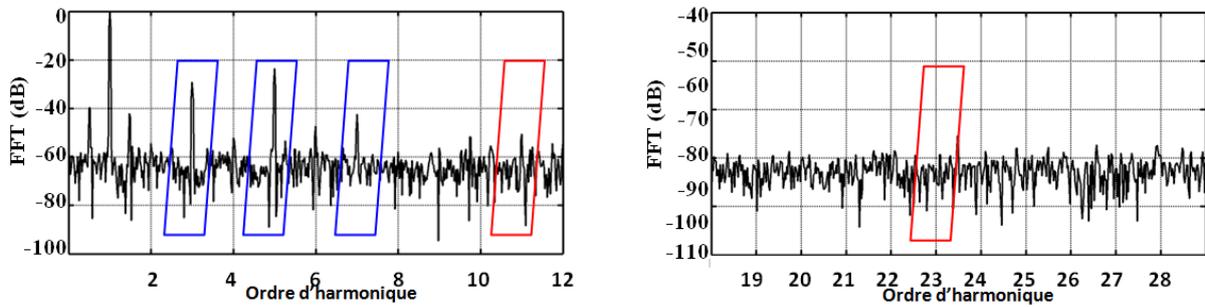
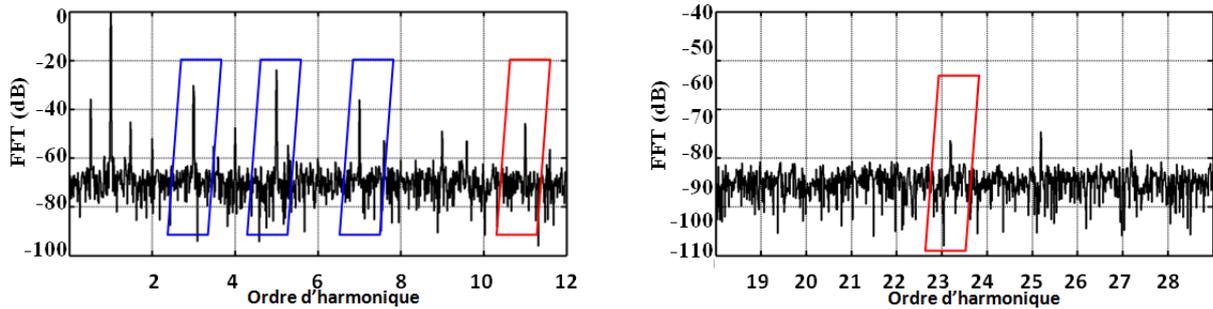
FIGURE 2.43 – Spectre fréquentiel de la tension du neutre entre  $h = 2$  et  $9$ FIGURE 2.44 – Spectre fréquentiel de la tension du neutre entre  $h = 9.5$  et  $15.5$ FIGURE 2.45 – Spectre fréquentiel de la tension du neutre entre  $h = 15.5$  et  $22$ 

FIGURE 2.46 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour un moteur sain

FIGURE 2.47 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour  $N_{cc}=0.1N_t$ FIGURE 2.48 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour  $N_{cc}=0.2N_t$ 

## 2.8 Conclusion

Le modèle  $(ab - bc)$ , nous montre que la répartition des enroulements dans l'espace, crée un déséquilibre entre les phases statoriques, qui va générer une tension dans le point neutre, causant par la suite l'apparition des harmoniques d'ordre multiples de «3», qui se calculent de la même manière que les  $Rsh$ . Le modèle  $(ab - bc)$  proposé, nous a clarifié l'origine des harmoniques dans le contenu fréquentiel du courant statorique. L'utilisation de la nouvelle technique de calcul des inductances de la machine en «3D», nous a permis de nous rapprocher de plus en plus de la géométrie réelle de la machine, et nous a montré façon clair son influence sur l'amplitude de certains harmoniques, sachant que tout ce qu'on vient de citer est très important pour le diagnostic. Ce modèle est applicable pour l'étude du défaut de court-circuit, avec un calcul précis des différentes inductances de la machine à induction, et qui prend en considération la position du défaut avec précision. Les différentes simulations nous ont montré que pour le modèle multi-spires 3D, les amplitudes des harmoniques caractéristiques du défaut de court-circuit sont très sensibles à l'inclinaison des barres rotoriques, un peu à la quantité des spires court-circuitées, mais pas vraiment quant à la position du défaut, par contre la précision des expressions des fonctions de distributions, d'enroulements, et des inductances, nous montre clairement l'évolution de ces dernières.



# Chapitre 3

## Modélisation axiale du défaut d'excentricité

### 3.1 Introduction

Le défaut d'excentricité provoque un déséquilibre du champ magnétique entraînant des vibrations, du bruit, une déflexion du rotor ainsi qu'une usure des paliers. Cela augmente le risque de frottement du stator et du rotor, ce qui peut causer de graves dommages au niveau des deux parties (fixe et mobile) du moteur [51]. Par conséquent, il est important de détecter le défaut et le résoudre à sa naissance. Pour une compréhension approfondie des phénomènes physiques dans la machine un bon diagnostic est nécessaire. Ce dernier comme la plupart des théories de contrôle repose en grande partie sur un modèle analytique adéquat.

Des recherches approfondies ont été menées pour développer des modèles en 2D afin d'évaluer la sensibilité de la machine aux défauts d'excentricités [52–54].

Cependant, pour obtenir un diagnostic correct, il est nécessaire d'avoir un modèle mathématique détaillé qui peut à la fois prédire le fonctionnement du moteur à induction.

Le modèle basé sur l'approche de la fonction d'enroulement (AFEM) dans [52], ou celui basé sur la méthode des éléments finis (FEM) dans [55, 56], sont les plus utilisés dans la littérature.

Le principal avantage de l'utilisation du modèle (AFEM) est qu'il permet une étude analytique des mécanismes de génération des différentes harmoniques. Le modèle (AFEM) a été utilisé dans [17] pour développer un modèle mathématique qui permet une modélisation numérique prenant en compte la présence d'excentricité statique.

Cependant, lorsque la non uniformité axiale due à l'inclinaison des barres rotoriques ou à une excentricité (statique-dynamique-mixte) est prise en considération, l'élaboration d'un modèle 3D est nécessaire.

Dans ce chapitre, un autre moyen d'élaborer un modèle en 3D est proposé. Ce modèle sera capable d'étudier le fonctionnement de la machine à induction en tenant compte de la non uniformité axiale causé par l'excentricité statique (ES), dynamique (ED), ou les deux en même temps (EM) (excentricité mixte). Une partie de ce travail a été présenté dans International Symposium on Diagnostics for Electric Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED), Italy, IEEE 2011 [3].

## 3.2 Modèle 3D de l'excentricité

Comme cela a été mentionné précédemment, le défaut d'excentricité est divisé en trois types à savoir statique (SE), dynamique (DE) et mixte (ME).

Selon la figure 3.1, dans le cas de l'excentricité statique (SE), le rotor tourne sur son propre axe géométrique, l'emplacement de l'entrefer minimal restera fixe lorsque le rotor tourne. Dans l'excentricité dynamique (DE), l'entrefer minimal tourne avec la rotation du rotor, cela signifie que l'emplacement du défaut est différent en deux moments arbitraires. Dans une machine, si les deux types d'excentricité précédents coexistent, l'excentricité résultante est appelée l'excentricité mixte (ME) [57].

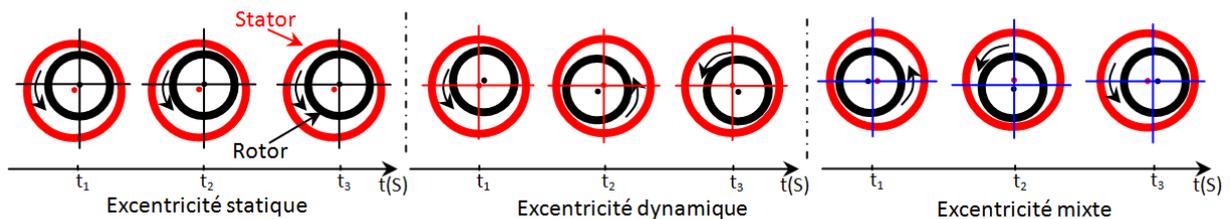


FIGURE 3.1 – Types d'excentricité

### 3.2.1 Equations du modèle

Les équations des tensions statoriques, rotoriques, et mécaniques du modèle traitant les différents types de défauts d'excentricité, sont les mêmes du modèle proposé dans les chapitre (2) et (3). La différence est dans le calcul et la formulation des différentes inductances de la machine, et cela en utilisant la théorie de la fonction d'enroulement modifiée [58].

### 3.2.2 Développement de la fonction d'enroulement modifiée (AFEM)

L'approche de la fonction d'enroulement modifiée (AFEM) est comme suit :

$n(\theta, \theta_r, x)$  : est la fonction d'enroulement d'une bobine pour un entre fer constant.

$N(\theta, \theta_r, x)$  : est la fonction d'enroulement d'une bobine pour un entre fer constant.

$M(\theta, \theta_r, x)$  : est la fonction d'enroulement modifiée d'une bobine pour un entre fer non uniforme.



2. L'inductance sans aucune inclinaison dans les deux enroulements :

$$L_{BA} = \mu_0 r \left[ \int_0^l dx \right] \int_0^{2\pi} n_B(\varphi, \theta_r) N_A(\varphi, \theta_r) g^{-1}(\varphi, \theta_r) d\varphi \quad (3.8)$$

3. L'inductance avec la prise en compte des inclinaisons des deux fonctions :

$$L_{BA} = \mu_0 r \int_0^{2\pi} \int_0^l n_B(\varphi, \theta_r, x) M_A(\varphi, \theta_r, x) g^{-1}(\varphi, \theta_r) dx d\varphi \quad (3.9)$$

L'entrefer dans les expressions précédentes est non uniforme, donc une nouvelle expression de ce dernier s'impose pour les trois types d'excentricité précédemment citées.

### 3.2.3 Excentricité statique

#### 3.2.3.1 Nouvelle expression de l'entrefer

L'expression de l'entre fer pour une excentricité statique a été donné par [54, 58] :

$$g(\theta, x) = g_0 (1 - \delta_s \cos(\theta)) \quad (3.10)$$

$g_0$  : l'épaisseur de l'entrefer.

$\delta_s$  : degré d'excentricité statique.

La nouvelle expression de la variation de la fonction d'entrefer, selon l'axe « $x$ » du moteur, et l'angle de position « $\theta$ », pour une excentricité statique est donnée comme suit [3] :

$$g_{(sta-ecc)}(\theta, x) = g_0 \left( 1 - \delta_s \left( 1 - \frac{x}{l_{SE}} \right) \cos(\theta) \right) \quad (3.11)$$

La fonction inverse « $g^{-1}(\theta, x)$ » pour une approximation au premier harmonique, sera

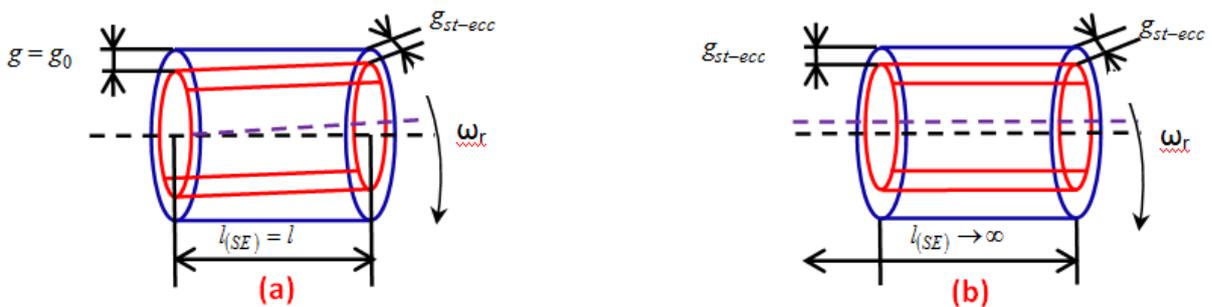


FIGURE 3.2 – Entre fer non uniforme (a)- un seul côté, (b)- des deux côtés [34]

donc exprimée comme suit :

$$g_{(sta-ecc)}^{-1}(\theta, x) = \frac{1}{g_0} \left( 1 + \delta_s \left( 1 - \frac{x}{l_{SE}} \right) \cos(\theta) \right) \quad (3.12)$$

Le nouveau degré d'excentricité statique est défini comme une fonction de la position axiale « $x$ » comme suit :

$$\delta_s(\theta, x) = \delta_s \left( 1 - \frac{x}{l_{SE}} \right) \cos(\theta) \quad (3.13)$$

### 3.2.3.2 Calcul des inductances

Pour le calcul de toutes les inductances de la machines pour le cas du défaut d'excentricité statique, nous devons utiliser la théorie de la fonction d'enroulement modifiée. Les nouvelles expressions des fonctions d'enroulements (modifiées) du stator et du rotor doivent être recalculées, et cela en prenant bien sur en considération l'inclinaison des barres rotoriques, et la non uniformité de l'entre fer [3].

#### A- Fonctions de distribution et d'enroulement (simple) statorique :

Les fonctions de distribution et d'enroulement simple d'une phase statorique, comme trouvées dans le chapitre(2), sont respectivement :

$$n_{s_q}^{sain}(\theta, x) = C_0 + \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l} x \right) \right] \quad (3.14)$$

$$N_{s_q}^{sain}(\theta, x) = \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l} x \right) \right] \quad (3.15)$$

$N_t$  : Le nombre total de spire en série par phase.

$k_{wh}$  : Le coefficient de bobinage.

#### B- Fonction d'enroulement modifiée statorique :

La fonction d'enroulement modifiée du stator est calculée à partir des équations (3.2, 3.3, 3.13, 3.14), comme suit :

- Pour :  $p = 1$

$$M_{s_q(p=1)}^{St-ecc}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) \quad (3.16)$$

- Pour :  $p \neq 1$

$$M_{s_q(p=1)}^{St-ecc}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) + N_{s_q(p=1)}^{St-ecc}(\theta, x) \quad (3.17)$$

tel que :

$$N_{s_{q(p=1)}}^{St-ecc}(\theta, x) = -\frac{N_t \delta_s}{\pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{SE}}\right) k_w \cos\left(\theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.18)$$

$$\text{avec : } k_w = k_d \times k_r, \quad k_d = \frac{\sin\left(p\pi \frac{N_e}{N_c}\right)}{N_e \sin\left(p \frac{\pi}{N_s}\right)}, \quad k_r = \sin\left(p\pi \frac{Q}{N_s}\right)$$

Nous remarquons que la fonction d'enroulement modifiée pour une phase statorique, pour une excentricité statique, est différente de celle trouvée précédemment pour un moteur sain, seulement dans le cas ou « $p \neq 1$ ».

### C- Fonctions de distribution et d'enroulement (simple) rotorique

Les fonctions de distribution et d'enroulement simple d'une maille rotorique, comme trouvées dans le chapitre , sont respectivement :

$$n_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) = \frac{\alpha_r}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left[h\left(\theta - \theta_r - \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r + \frac{\gamma_r}{l} x\right)\right] \quad (3.19)$$

$$N_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left[h\left(\theta - \theta_r - \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r + \frac{\gamma_r}{l} x\right)\right] \quad (3.20)$$

### D- Fonction d'enroulement modifiée rotorique

La fonction d'enroulement modifiée du rotor est calculée à partir des équations (3.2, 3.3, 3.13, 3.19), comme suit :

$$M_{r_k}^{St-ecc}(\theta, \theta_r, x) = N_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) + N_{r_k}^{St-ecc}(\theta_r, x) \quad (3.21)$$

tel que :

$$\begin{aligned} N_{r_k}^{Sta-ecc}(\theta_r, x) = & -\frac{\delta_s}{\pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{SE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)} \times \\ & \cos\left(\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right) - \frac{\delta_s}{\pi \gamma_r} \left(\frac{l}{l_{SE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \times \\ & \left(\cos\left(\frac{\gamma_r}{2}\right) - \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}\right) \sin\left(\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

### E- Inductances statoriques

L'inductance de magnétisation ( $q_1 = q_2$ ) d'une phase statorique, et mutuelle entre deux phases statoriques ( $q_1 \neq q_2$ ), sont calculées d'après l'équation (3.7) avec l'utilisation de (3.14) et (3.17), et seront données comme suit ( $B = A$ ) :

- Pour :  $p = 1$

$$L_{s_{q_1 q_2}^{Sta-ecc}}^{p=1} = L_{s_{q_1 q_2}^{sain}} \quad (3.23)$$

- Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_{q_1 q_2}^{Sta-ecc}}^{p \neq 1} = L_{s_{q_1 q_2}^{sain}} + LL_{s_{q_1 q_2}^{Sta-ecc}} \quad (3.24)$$

avec :

$$L_{s_{q_1 q_2}^{sain}} = \frac{4\mu_0 r l}{g_0} \frac{N_t^2}{p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{k_{wh}}{h} \right)^2 \cos \left( h \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left( h (q_1 - q_2) \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.25)$$

$$LL_{s_{q_1 q_2}^{Sta-ecc}} = -\frac{2\mu_0 r l}{g_0} \frac{N_t^2 \delta_s^2 k_w^2}{\pi} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right)^2 \times \cos \left( \theta_0 + (q_1 - 1) \frac{2\pi}{3} \right) \cos \left( \theta_0 + (q_2 - 1) \frac{2\pi}{3} \right) \quad (3.26)$$

### F- Inductances rotoriques

L'inductance de magnétisation ( $k = j$ ) d'une maille rotorique, et mutuelle entre deux mailles rotoriques ( $k \neq j$ ), sont calculées d'après l'équation (3.7), avec l'utilisation de (3.19) et (3.21), et seront données comme suit :

$$L_{r_k r_j}^{Sta-ecc} = L_{r_k r_j}^{sain} + LL_{r_k r_j}^{Sta-ecc} \quad (3.27)$$

tel que :

$$L_{r_k r_j}^{Sta-ecc} = -\frac{2\mu_0 r l}{g_0} \frac{1}{n_b} A_s \times \left\{ \cos(\theta_{rkj}) + \frac{A_s}{\pi} \cos(\theta_{rk}) \cos(\theta_{rj}) \right\} - B_s \times \left\{ \sin(\theta_{rkj}) + \frac{B_s}{\pi} \sin(\theta_{rk}) \sin(\theta_{rj}) \right\} \quad (3.28)$$

avec :

$$A_s = \delta_s \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) \sin \left( \frac{\alpha_r}{2} \right) k_1^{ske}, \quad k_1^{ske} = \frac{\sin \left( \frac{\gamma_r}{2} \right)}{\left( \frac{\gamma_r}{2} \right)}$$

$$B_s = \frac{\delta_s}{\gamma_r} \left( \frac{l}{l_{SE}} \right) \left[ \sin \left( \frac{\alpha_r}{2} \right) \cos \left( \frac{\gamma_r}{2} \right) - k_1^{ske} \right]$$

$$\theta_{r_k} = \theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2} \theta_{r_{kj}} = \theta_r + (j + k - 1) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}$$

$$L_{r_k r_j}^{sain} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 r l}{g_0} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{\sin\left(h \frac{\alpha_r}{2}\right)}{h} \right)^2 \cos[h(j-k)\alpha_r]$$

L'inductance de magnétisation rotorique  $\langle L_{r_j r_j}^{Sta-ecc} \rangle$ , contrairement à ce qu'on trouve au chapitre, n'est plus constante, mais elle dépend de la rotation du rotor. Nous remarquons que sa valeur tourne autour de la quantité de l'inductance pour un moteur sain ( $2 \times 10^{-6} H$  pour cette simulation), et cela sous forme sinusoïdale pour  $\langle l_{SE} \neq l \rangle$  (Figure (3.3)).

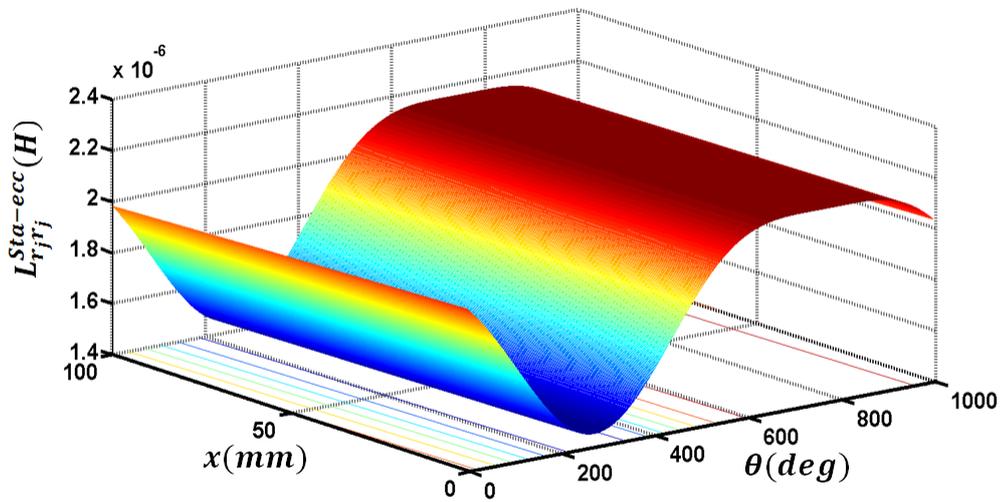


FIGURE 3.3 – Inductance de magnétisation  $L_{r_j r_j}^{Sta-ecc}$  d'une maille rotorique  $\langle l_{SE} \neq l \rangle$

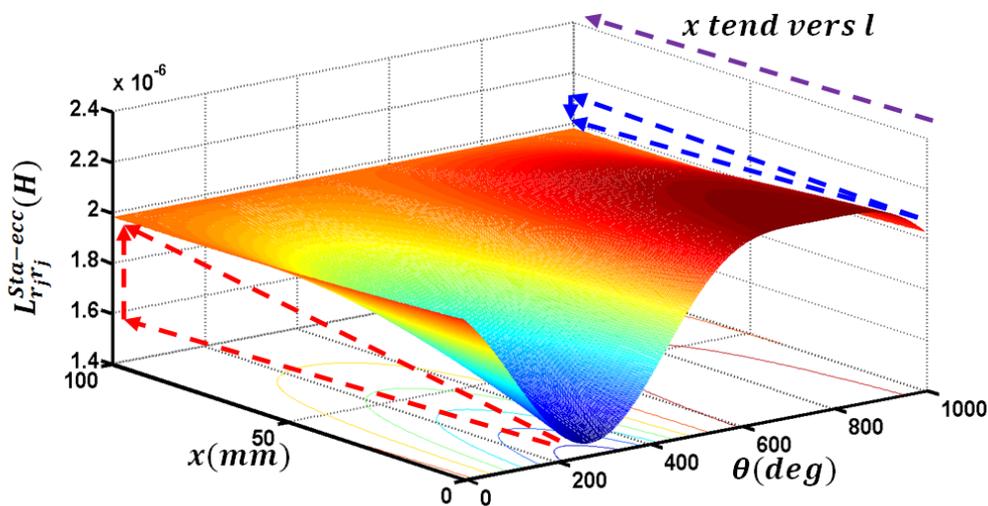


FIGURE 3.4 – Inductance de magnétisation  $L_{r_j r_j}^{Sta-ecc}$  d'une maille rotorique  $\langle l_{SE} = l \rangle$

En changeant l'axe de l'excentricité, c'est-à-dire la valeur de «  $l_{SE}$  », et en examinant l'expression (3.27), on constate en traçant  $L_{r_j r_j}^{Sta-ecc}$  en 3D lorsque «  $l_{SE} = l$  », que l'excentricité ne sera présente que sur le coté du défaut, et cela nous pouvons le voir sur la figure (3.4), ou la forme de «  $L_{r_j r_j}^{Sta-ecc}$  » se rapproche de «  $L_{r_j r_j}^{sain}$  » jusqu'à l'égaliser et devenir constante en ayant une forme plane lorsque «  $x \rightarrow l$  ». (cela confirme la nouvelle expression de l'entrefer donnée précédemment).

### G- Inductance mutuelle entre une phase statorique et une maille rotorique

L'inductance mutuelle entre une phase statorique «  $q$  » et une maille rotorique «  $k$  » est calculée d'après l'équation (3.7) avec l'utilisation de (3.14) et (3.21), et seront données comme suit :

- Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Sta-ecc)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)} + M_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Sta-ecc)} \quad (3.29)$$

tel que :

$$M_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Sta-ecc)} = \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) \sum_{\varepsilon=1}^2 M_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{sr} k_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{ske} \times \right. \\ \left. \cos(hp\theta_{rkq} + (-1)^\varepsilon \theta_{rk}) + \frac{\delta_s}{2} \frac{l}{\gamma_r l_{SE}} \sum_{\varepsilon=1}^2 M_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{sr} \frac{1}{(hp+(-1)^\varepsilon)} \times \right. \\ \left. \left( \cos \left( (hp+(-1)^\varepsilon) \frac{\gamma_r}{2} \right) - k_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{ske} \right) \sin(hp\theta_{rkq} + (-1)^\varepsilon \theta_{rk}) \right\} \quad (3.30)$$

- Pour :  $p = 1$

$$L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Sta-ecc)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)} + M_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Sta-ecc)} \quad (3.31)$$

tel que :

$$M_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Sta-ecc)} = \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) M_{(h+1)}^{sr} k_{(h+1)}^{ske} \cos(h\theta_{rkq} + \theta_{rk}) \right. \\ \left. + \frac{\delta_s}{2} \frac{l}{\gamma_r l_{SE}} M_{(h+1)}^{sr} \left( \cos \left( (h+1) \frac{\gamma_r}{2} \right) - k_{(h+1)}^{ske} \right) \sin(h\theta_{rkq} + \theta_{rk}) \right\} \\ + \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) M_{(1)}^{sr} k_{(1)}^{ske} \cos(\theta_{rkq}) \\ + \frac{\delta_s}{2} \frac{l}{\gamma_r l_{SE}} M_{(1)}^{sr} \left( \cos \left( \frac{\gamma_r}{2} \right) - k_{(1)}^{ske} \right) \sin(\theta_{rkq}) \quad (3.32)$$

$$\text{avec : } \begin{cases} L_{s_q r_k}^{sr(sain)} = \sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp)}^{sr} k_{(hp)}^{ske} \cos [hp (\theta_{rk})] \\ M_{(x)}^{sr} = \frac{4\mu_0 r l N_t k_{wh}}{g \pi hp} \left( \sin \left( x \frac{\alpha_r}{2} \right) / x \right), k_{(x)}^{ske} = \frac{\sin \left( x \frac{\gamma_r}{2} \right)}{\left( x \frac{\gamma_r}{2} \right)} \\ \theta_{rkq} = \theta_{rk} - \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \end{cases}$$

Nous traçons « $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ » en 3D, et cela pour différentes valeurs de « $l_{SE}$ » :

- Lorsque « $l_{SE} \neq l$  et  $l_{SE} \neq l/2$ » (figure(3.5)), nous remarquons que la déformation de l'inductance mutuelle existera tout long de l'axe du moteur. (Présence d'excentricité sur les deux coté du moteur).
- La déformation de « $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ » ne sera plus visible (disparait) lorsque « $l_{SE} = l/2$ », et cela sous l'effet de la symétrie, comme on peut le voir sur la figure (3.6).
- L'excentricité sera présente seulement sur le coté ou le défaut est apparu, et cela lorsque « $l_{SE} = l$ ». (figure(3.7)). (Figure tracée transparente pour voir que sur le coté du défaut on a « $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ », et sur l'autre coté on a « $L_{s_q r_k}^{sr(saine)}$ »).

Pour voir plus nettement l'influence de l'inclinaison des barres rotoriques, et de la position du défaut ( $l_{SE}$ ) sur l'inductance mutuelle stator-rotor, nous allons utiliser des vues de faces. (Figures (3.8),(3.9)).

Nous remarquons sur la figure (3.8), que lorsque ( $l_{SE} \rightarrow \infty$ ) la déformation subit par « $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ » est plus importante. (le défaut existe sur les deux cotés du moteur et de façon symétrique par rapport à l'axe « $y$ » comme présenté sur la figure ((3.2).b).

Nous remarquons sur la figure (3.9), que pour une excentricité statique, l'inclinaison des barres rotoriques, n'a pas une grande influence pour ne pas dire aucune sur la forme de l'inductance mutuelle stator-rotor. Le léger décalage entre les deux inductances mutuelles staor-rotor pour les deux cas avec et sans inclinaison des barres rotoriques, et causé justement par cette inclinaison et il est égale à « $\frac{\gamma_r}{2}$ ».

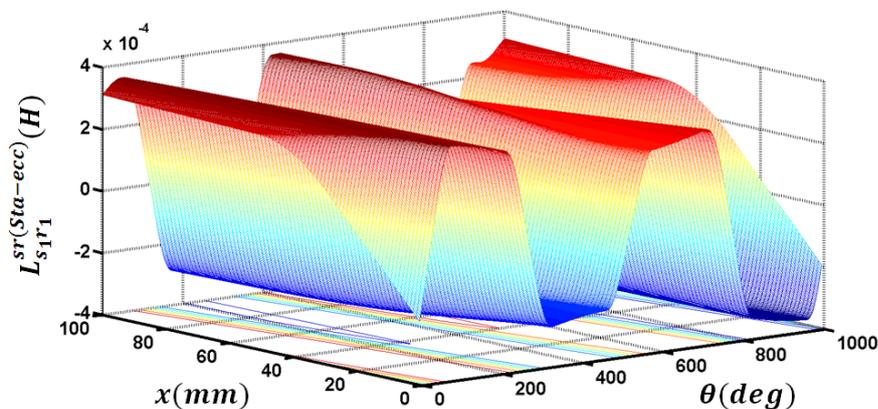


FIGURE 3.5 – Inductance mutuelle « $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$ » pour « $l_{SE} > l$ »

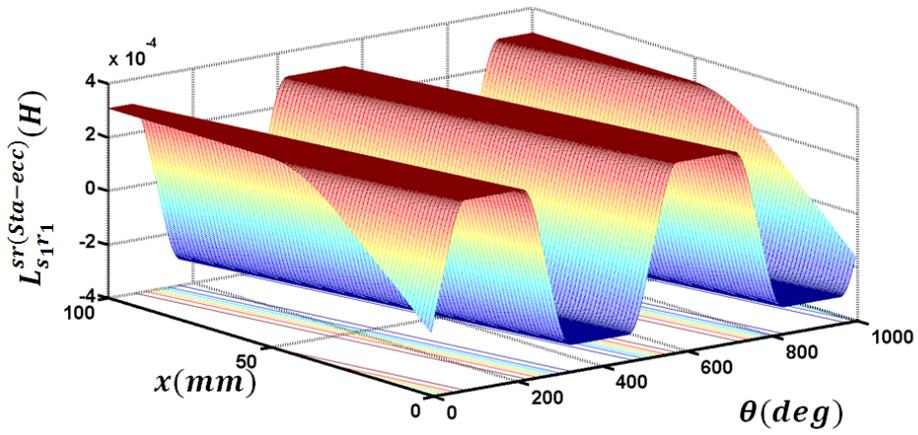


FIGURE 3.6 – Inductance mutuelle  $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$  pour « $l_{SE} = \frac{l}{2}$ »

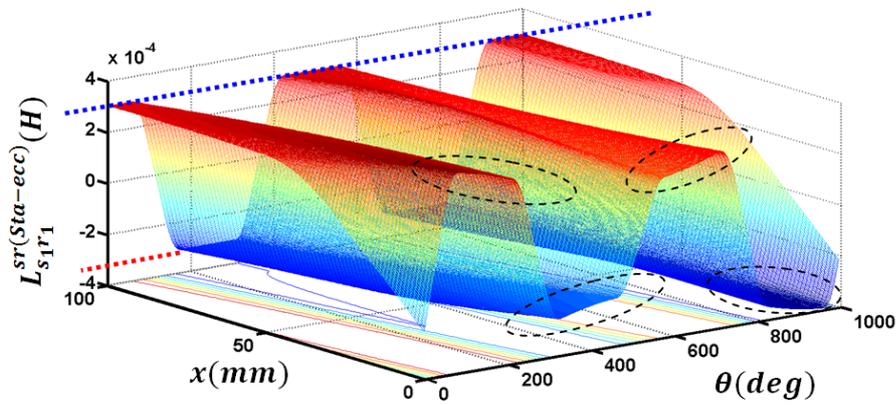


FIGURE 3.7 – Inductance mutuelle  $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$  pour « $l_{SE} = l$ »

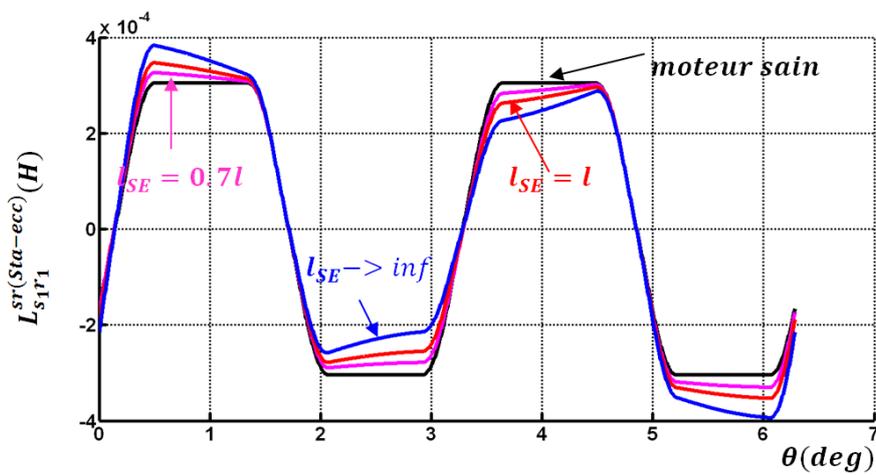


FIGURE 3.8 – Inductance mutuelle  $L_{s_q r_k}^{sr(Sta-ecc)}$  pour différentes valeurs de  $l_{SE}$  ( $\delta_s = 0.3$ ) (vue de face)

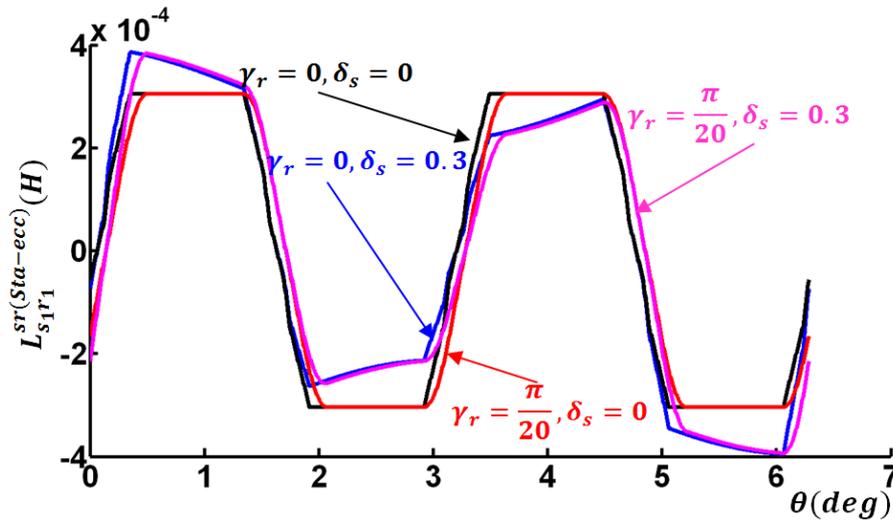


FIGURE 3.9 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Sta-ecc)}$  pour différentes valeurs de  $\gamma_r$  et de  $\delta_s$  (vue de face)

### 3.2.4 Excentricité dynamique

#### 3.2.4.1 Nouvelle expression de l'entre fer

L'expression de l'entre fer pour une excentricité dynamique est [54, 59] :

$$g(\theta, \theta_r, x) = g_0 (1 - \delta_d \cos(\theta - \theta_r)) \quad (3.33)$$

$g_0$  : L'épaisseur de l'entrefer.

$\delta_d$  : Degré d'excentricité dynamique.

En suivant les mêmes étapes que pour le cas de l'excentricité statique, on déduit :

- L'expression de la variation de la fonction d'entre fer, selon l'axe « $x$ » du moteur, l'angle de position dans l'espace « $\theta$ », et l'angle de position du rotor « $\theta_r$ » :

$$g_{(Dyn-ecc)}(\theta, \theta_r, x) = g_0 \left( 1 - \delta_d \left( 1 - \frac{x}{l_{DE}} \right) \cos(\theta - \theta_r) \right) \quad (3.34)$$

- La fonction inverse « $g_{(Dyn-ecc)}^{-1}$ » pour une approximation au premier harmonique :

$$g_{(Dyn-ecc)}^{-1}(\theta, \theta_r, x) = \frac{1}{g_0} \left( 1 + \delta_d \left( 1 - \frac{x}{l_{DE}} \right) \cos(\theta - \theta_r) \right) \quad (3.35)$$

- Le nouveau degré d'excentricité dynamique :

$$\delta_d(\theta, \theta_r, x) = \delta_d \left( 1 - \frac{x}{l_{DE}} \right) \cos(\theta - \theta_r) \quad (3.36)$$

### 3.2.4.2 Calcul des inductances

De la même manière que pour le cas de l'excentricité statique, on déduit toutes les expressions des fonctions de distributions, d'enroulement, et les différentes inductances de la machine à induction pour le cas du défaut d'excentricité dynamique :

1. La fonction d'enroulement modifiée du rotor est :

$$M_{r_k}^{Dyn-ecc}(\theta, \theta_r, x) = N_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) + N_{r_k}^{Dyn-ecc}(\theta_r, x) \quad (3.37)$$

tel que :

$$\begin{aligned} N_{r_k}^{Dyn-ecc}(\theta_r, x) = & -\frac{\delta_d}{\pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{DE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)} \times \\ & \cos\left(2\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right)\alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right) \\ & -\frac{\delta_d}{\pi\gamma_r} \left(\frac{l}{l_{DE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\gamma_r}{2}\right) - \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}\right) \times \\ & \sin\left(2\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right)\alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right) \end{aligned} \quad (3.38)$$

2. La fonction d'enroulement modifiée du stator est :

• Pour :  $p \neq 1$

$$M_{s_q(p \neq 1)}^{Dyn-ecc}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) \quad (3.39)$$

• Pour :  $p = 1$

$$M_{s_q(p=1)}^{Dyn-ecc}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) \quad (3.40)$$

tel que :

$$N_{s_q(p=1)}^{Dyn-ecc}(\theta_r, x) = -\frac{N_t \delta_d}{\pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{DE}}\right) k_w \cos\left(\theta_r + \theta_0 + (q-1)\frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.41)$$

La fonction d'enroulement modifiée d'une phase statorique pour une excentricité dynamique, est différente de celle trouvée pour un moteur sain, seulement dans le cas ou « $p = 1$ », mais elle est en plus, fonction de « $\theta_r$ ».

3. Les inductances des phases statoriques sont :

- Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_{q1q2}(p \neq 1)}^{Dyn-ecc} = L_{s_{q1q2}}^{sain} \quad (3.42)$$

- Pour :  $p = 1$

$$L_{s_{q1q2}(p=1)}^{Dyn-ecc} = L_{s_{q1q2}}^{sain} + LL_{s_{q1q2}}^{Dyn-ecc} \quad (3.43)$$

tel que :

$$LL_{s_{q1q2}}^{Dyn-ecc} = -\frac{2\mu_0 r l N_t^2 \delta_d^2 k_w^2}{g_0 \pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{DE}}\right)^2 \times \cos\left(\theta_r + \theta_0 + (q_1 - 1) \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\theta_r + \theta_0 + (q_2 - 1) \frac{2\pi}{3}\right) \quad (3.44)$$

$$avec : L_{s_{q1q2}}^{sain} = \frac{4\mu_0 r l N_t^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{k_{wh}}{h}\right)^2 \cos\left(h \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(h(q_1 - q_2) \frac{2\pi}{3}\right)$$

4. Les inductances des mailles rotoriques sont :

$$L_{r_{krj}}^{Dyn-ecc} = L_{r_{krj}}^{sain} + LL_{r_{krj}}^{Dyn-ecc} \quad (3.45)$$

tel que :

$$LL_{r_{krj}}^{Dyn-ecc} = -\frac{2\mu_0 r l}{g_0} \frac{1}{n_b} A_d \times \left\{ \cos(\theta_{rrkj}) + \frac{A_d}{\pi} \cos(\theta_{rrk}) \cos(\theta_{rrj}) \right\} - B_d \times \left\{ \sin(\theta_{rrkj}) + \frac{B_d}{\pi} \sin(\theta_{rrk}) \sin(\theta_{rrj}) \right\} \quad (3.46)$$

avec :

$$A_d = \delta_d \left(1 - \frac{l}{2l_{DE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) k_1^{ske}, \quad k_1^{ske} = \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}$$

$$B_d = \frac{\delta_d}{\gamma_r} \left(\frac{l}{l_{DE}}\right) \left[ \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma_r}{2}\right) - k_1^{ske} \right]$$

$$\theta_{rk} = \theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}, \quad \theta_{r_{kj}} = \theta_r + (j + k - 1) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}$$

$$\theta_{rrk} = \theta_{rk} + \theta_r, \quad \theta_{rrkj} = \theta_{r_{kj}} + \theta_r$$

$$L_{r_k r_j}^{sain} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu_0 r l}{g_0} \sum_{h=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \left( h \frac{\alpha_r}{2} \right)}{h} \right)^2 \cos [h (j - k) \alpha_r]$$

5. L'inductance mutuelle stator-rotor est :

- Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_q r_k (p \neq 1)}^{sr(Dyn-ecc)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)} + M_{s_q r_k (p \neq 1)}^{sr(Dyn-ecc)} \quad (3.47)$$

tel que :

$$\begin{aligned} M_{s_q r_k (p \neq 1)}^{sr(Dyn-ecc)} = & \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) \sum_{\varepsilon=1}^2 \left[ M_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{sr} k_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{ske} \right. \right. \\ & \left. \left. \cos (hp\theta_{rkq} + (-1)^\varepsilon \theta_{rk} - (-1)^\varepsilon \theta_r) \right] \right. \\ & \left. + \frac{\delta_d}{2} \frac{l}{\gamma_r l_{DE}} \sum_{\varepsilon=1}^2 \left[ M_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{sr} \frac{1}{(hp+(-1)^\varepsilon)} \times \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \cos \left( (hp+(-1)^\varepsilon) \frac{\gamma_r}{2} \right) - k_{(hp+(-1)^\varepsilon)}^{ske} \right) \sin (hp\theta_{rkq} + (-1)^\varepsilon \theta_{rk} - (-1)^\varepsilon \theta_r) \right] \right\} \quad (3.48) \end{aligned}$$

- Pour :  $p = 1$

$$L_{s_q r_k (p=1)}^{sr(Dyn-ecc)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)} + M_{s_q r_k (p=1)}^{sr(Dyn-ecc)} \quad (3.49)$$

tel que :

$$\begin{aligned} M_{s_q r_k (p=1)}^{sr(Dyn-ecc)} = & \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) M_{(h+1)}^{sr} k_{(h+1)}^{ske} \cos (h\theta_{rkq} + \theta_{rk} - \theta_r) \right. \\ & \left. + \frac{\delta_d}{2} \frac{l}{\gamma_r l_{DE}} M_{(h+1)}^{sr} \left( \cos \left( (h+1) \frac{\gamma_r}{2} \right) - k_{(h+1)}^{ske} \right) \sin (h\theta_{rkq} + \theta_{rk} - \theta_r) \right\} \\ & + \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) M_{(1)}^{sr} k_{(1)}^{ske} \cos (\theta_{rkq}) \\ & + \frac{\delta_d}{2} \frac{l}{\gamma_r l_{DE}} M_{(1)}^{sr} \left( \cos \left( \frac{\gamma_r}{2} \right) - k_{(1)}^{ske} \right) \sin (\theta_{rkq} - \theta_r) \quad (3.50) \end{aligned}$$

Nous traçons l'inductance mutuelle en 3D (Fig(3.10)) et en 2D (Figs(3.11,3.12)).

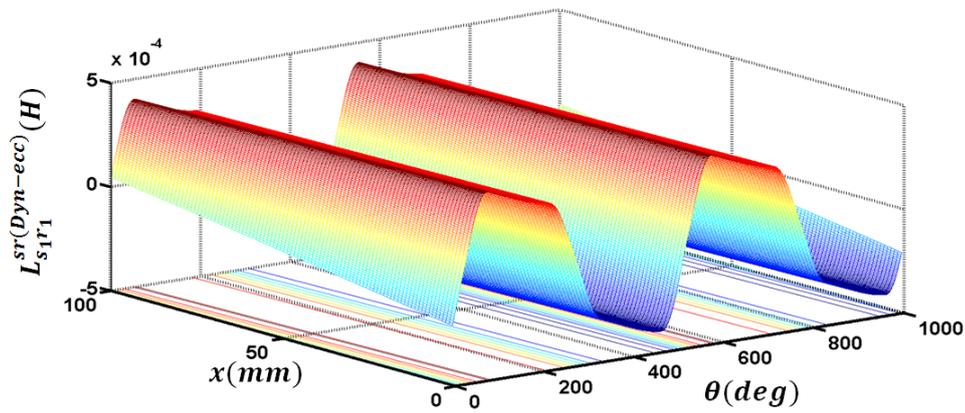


FIGURE 3.10 – Inductance mutuelle stator-rotor  $L_{s_1 r_1}^{sr(Dyn-ecc)}$  pour excentricité dynamique

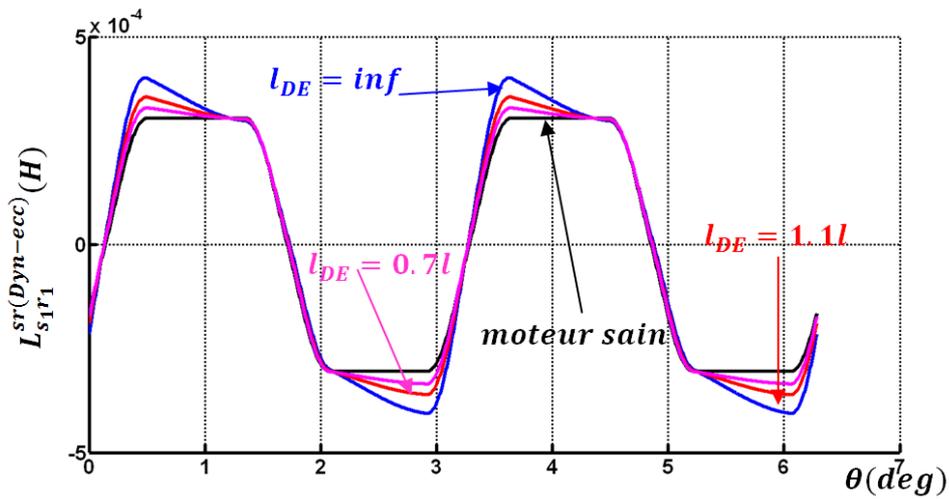
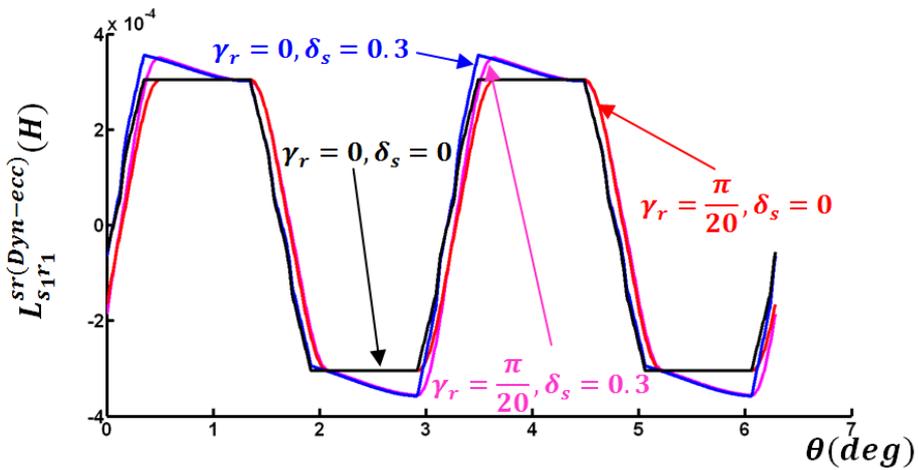


FIGURE 3.11 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Dyn-ecc)}$  pour différentes valeurs de  $l_{DE}$  ( $\delta_d = 0.3$ ) (vue de face)



!b

FIGURE 3.12 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Dyn-ecc)}$  pour différentes valeurs de  $\gamma_r$  et de  $\delta_d$  (vue de face)

Les mêmes remarques que pour une excentricité statique seront données :

- a. L'inclinaison des barres rotoriques, n'a pas une grande influence sur la forme de l'inductance mutuelle stator-rotor.
- b. L'augmentation de ( $l_{DE}$ ) engendre une plus grande déformation de l'inductance mutuelle.

### 3.2.5 Excentricité mixte

Les expressions de la variation de la fonction d'entre fer et son inverse, pour une excentricité mixte, selon l'axe « $x$ » du moteur, l'angle « $\theta$ », et l'angle de position du rotor « $\theta_r$ » sont données comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} g_{(mix-ecc)}(\theta, \theta_r, x) = g_0 \left( 1 - \delta_s \left( 1 - \frac{x}{l_{SE}} \right) \cos(\theta) - \delta_d \left( 1 - \frac{x}{l_{DE}} \right) \cos(\theta - \theta_r) \right) \\ g_{(mix-ecc)}^{-1}(\theta, \theta_r, x) = \frac{1}{g_0} \left( 1 + \delta_s \left( 1 - \frac{x}{l_{SE}} \right) \cos(\theta) + \delta_d \left( 1 - \frac{x}{l_{DE}} \right) \cos(\theta - \theta_r) \right) \end{array} \right. \quad (3.51)$$

En utilisant l'équation (3.7), les expressions des différentes inductances de la machine pour une excentricité mixte seront données comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_{s_{q1q2}(p \neq 1)}^{mix-ecc} = L_{s_{q1q2}}^{sain} \\ L_{s_{q1q2}(p=1)}^{mix-ecc} = L_{s_{q1q2}}^{sain} + LL_{s_{q1q2}}^{Sta-ecc} + LL_{s_{q1q2}}^{Dyn-ecc} \\ L_{r_{krj}}^{mix-ecc} = L_{r_{krj}}^{sain} + LL_{r_{krj}}^{Sta-ecc} + LL_{r_{krj}}^{Dyn-ecc} \\ L_{s_{qk}^{sr}(mix-ecc)} = \left\{ \begin{array}{l} L_{s_{qk}^{sr}(sain)} + M_{s_{qk}^{sr}(Sta-ecc)} + M_{s_{qk}^{sr}(Dyn-ecc)} \\ (p=1) \\ (p \neq 1) \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.52)$$

Nous remarquons d'après la figure (3.13) que la forme de l'inductance mutuelle pour le cas de l'excentricité mixte dépend des longueurs  $l_{SE}$  et  $l_{DE}$ , tel que si  $l_{SE}$  est supérieur de  $l_{DE}$ , la forme de l'inductance sera proche de celle de l'excentricité statique, et vis versa.

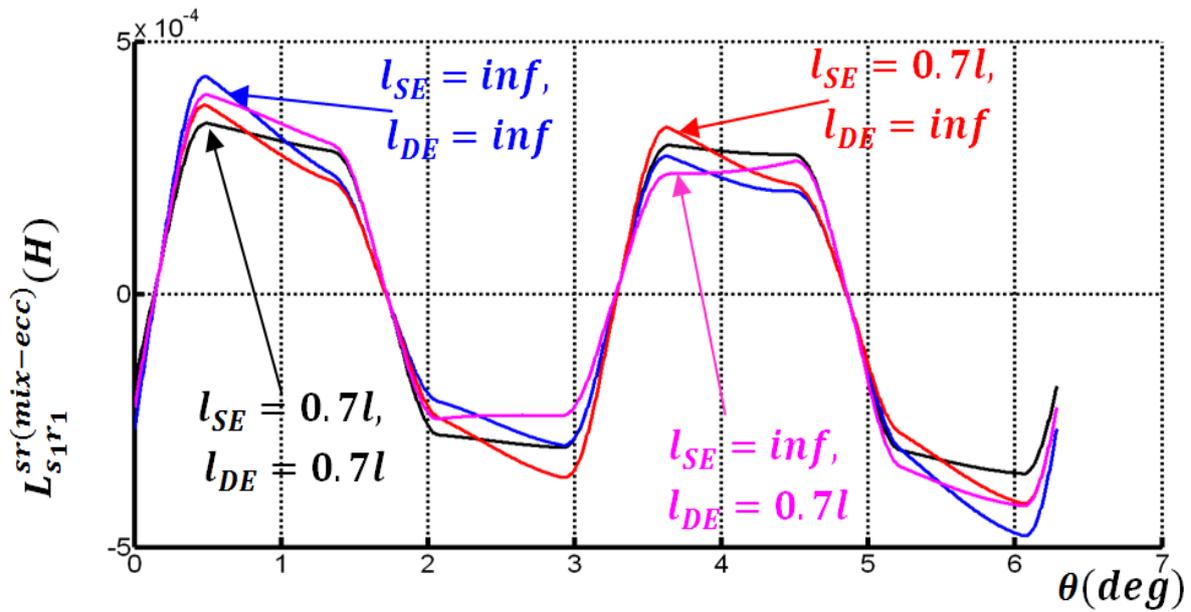


FIGURE 3.13 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(mix-ecc)}$  pour différentes valeurs de  $l_{SE}$  et de  $l_{DE}$  (vue de face)

### 3.3 Contenu fréquentiel du courant statorique

L'étude du contenu fréquentiel du courant statorique pour le cas de l'excentricité statique, a été présenté d'abord de manière générale dans [3], et a été publié de façon plus détaillé dans [60]. De cela, et puisque l'étude est la même pour les trois types d'excentricités (SE-DE-ME), nous nous contentons de présenter seulement en détail le premier cas, à savoir le cas de l'excentricité statique.

#### 3.3.1 Excentricité statique

La figure (3.8) montre l'influence de la non uniformité de l'excentricité statique sur les inductances mutuelles, où l'on remarque que la non uniformité réduit l'effet de l'excentricité. Par contre l'inclinaison des barres rotoriques n'a pas cette influence sur l'excentricité statique (figure (3.9)). Pour les besoins de ce qui va venir, à savoir le développement des fréquences caractéristiques de l'excentricité statique, et à fin d'éviter des calculs lourd et inutile, l'effet de l'inclinaison des barres va être réduit de l'expression de l'inductance mutuelle stator-rotor.

Pour ne pas refaire les mêmes calculs pour les cas « $p = 1$  et  $p \neq 1$ », nous allons présenter comme exemple le cas de « $p \neq 1$ » :

L'équation (3.29) Devient sans inclinaison des barres rotoriques :

$$\begin{aligned}
L_{sqrk}^{sr(Sta-ecc)} &= \sum_{h=1}^{\infty} M_{hp}^{sr} \cos \left( hp \left( \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} \right) - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) \\
&+ \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) M_{(hp+1)}^{sr} \cos \left( (hp+1) \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) \\
&+ \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) M_{(hp+1)}^{sr} \cos \left( (hp+1) \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) \\
&+ \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) M_{(hp-1)}^{sr} \cos \left( (hp-1) \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right)
\end{aligned} \tag{3.53}$$

### 3.3.1.1 Expression des courants rotoriques

Pour une alimentation triphasée idéale, le vecteur des courants statoriques peut être exprimé par :

$$[I_{s_{a,b,c}}] = \left[ I_{sm} \cos \left( \omega_{st} - (q-1) \frac{2\pi}{3} \right) \right]_{(3 \times 1)} \tag{3.54}$$

avec :  $\{(a) : q = 1, (b) : q = 2, (c) : q = 3\}$

Le vecteur du flux rotorique peut être exprimé par :

$$[\psi_{r_k}] = \left[ L_{sqrk}^{sr} \right]^T [I_{s_{a,b,c}}] + [L_{r_k}] [I_{r_k}] \tag{3.55}$$

$[L_{r_k}]$  : La matrice inductance rotorique.

$[L_{sqrk}^{sr}]$  : La matrice inductance mutuelle stator-rotor.

L'introduction des equations (3.53 et 3.54) dans l'équation (3.55), donne l'expression

suiuante du flux rotorique :

$$\begin{aligned}
[\psi_{r_k}] = [L_{r_k}] [I_{r_k}] + \frac{1}{2} I_{sm} \sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp)}^{sr} & \begin{bmatrix} \vdots \\ \cos \left( (s_{(h)} \omega_s) t + hp k \alpha_r - hp \varphi \right) \\ \vdots \end{bmatrix}_{k=0,1,\dots,n_b-1} \\
+ \frac{\delta_s}{4} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) I_{sm} \times & \\
\sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp+1)}^{sr} & \begin{bmatrix} \vdots \\ \cos \left( \left( s_{(h)} + \frac{1-s}{p} \right) \omega_s t + (hp+1) k \alpha_r - hp \varphi \right) \\ \vdots \end{bmatrix}_{k=0,1,\dots,n_b-1} \\
+ \frac{\delta_s}{4} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) I_{sm} \times & \\
\sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp-1)}^{sr} & \begin{bmatrix} \vdots \\ \cos \left( \left( s_{(h)} + \frac{1-s}{p} \right) \omega_s t + (hp-1) k \alpha_r - hp \varphi \right) \\ \vdots \end{bmatrix}_{k=0,1,\dots,n_b-1}
\end{aligned} \tag{3.56}$$

tel que :

$$\begin{cases} \varphi = \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} - \frac{\gamma_r}{2} \\ s_{(h)} = h(1-s) \pm 1 \end{cases} \tag{3.57}$$

L'identification des rangs et des fréquences du flux rotorique se fait à partir de l'expression (3.56), tel que :

$s$  : le glissement.

$s_{(h)}$  : Le glissement harmonique.

Les composantes du flux rotoriques donné par l'équation (3.56) induisent des tensions dans le rotor. Ces dernières donnent des courants rotoriques qui seront présentés comme suit :

$$[I_{r_k}] = [I_{r_{k(hp)}}] + [I_{r_{k(hp+1)}}] + [I_{r_{k(hp-1)}}] \tag{3.58}$$

tel que :

$$\left[ I_{r_{k(hp)}} \right] = \sum_{k=1}^{\infty} I_{r_{k(hp)}} \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( s_{(h)} \omega_s t + h \mu p k \alpha_r - h p \varphi \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=1, \dots, n_b-1} \quad (3.59)$$

$$\left[ I_{r_{k(hp+1)}} \right] = \sum_{k=1}^{\infty} I_{r_{k(hp+1)}} \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( \left( s_{(h)} + \frac{1-s}{p} \right) \omega_s t + \mu (hp+1) k \alpha_r - h p \varphi \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=1, \dots, n_b-1} \quad (3.60)$$

$$\left[ I_{r_{k(hp-1)}} \right] = \sum_{k=1}^{\infty} I_{r_{k(hp-1)}} \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( \left( s_{(h)} - \frac{1-s}{p} \right) \omega_s t + \mu (hp-1) k \alpha_r - h p \varphi \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=1, \dots, n_b-1} \quad (3.61)$$

Les équations (3.59,3.60,3.61) montrent que le contenu fréquentiel du courant rotorique contient un paquet de 3 lignes situées à :

$$f_{rh} = \begin{cases} s_{(h)} f_s \\ s_{(hp+1)} f_s \\ s_{(hp-1)} f_s \end{cases} \quad (3.62)$$

$f_{rh}$  : Les fréquences du flux rotorique.

$f_s$  : La fréquence des courants statoriques.

### 3.3.1.2 Expression des courants statoriques

Le vecteur du flux statorique peut être exprimé par :

$$\left[ \psi_{s_q} \right] = [L_s] [I_{s_{a,b,c}}] + \left[ L_{s_q}^{sr} \right]^T [I_{r_k}] \quad (3.63)$$

$[L_s]$  : La matrice inductances statoriques.

En substituant (eq.(3.58)) dans (eq.(3.63)), nous aurons :

$$\left[ \psi_{s_q} \right] = [L_s] [I_{s_{a,b,c}}] + \left[ L_{s_q}^{sr} \right]^T \left\{ \left[ I_{r_{k(hp)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp+1)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp-1)}} \right] \right\} \quad (3.64)$$

En utilisant les équations (3.54, 3.59, 3.60 et 3.61), on aura l'expression du flux statorique suivante :

$$\left[ \psi_{s_q} \right] = [L_s] [I_{s_{a,b,c}}] + \left[ \psi_{s_{q(1)}} \right] + \left[ \psi_{s_{q(2)}} \right] + \left[ \psi_{s_{q(3)}} \right] \quad (3.65)$$

tel que :

$$\left[ \psi_{s_{q(1)}} \right] = \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ M_{(hp)}^{sr} \cos \left( hp \left( \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} \right) - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) \times \right. \\ \left. \left\{ \left[ I_{r_{k(hp)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp+1)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp-1)}} \right] \right\} \right\} \quad (3.66)$$

$$\left[ \psi_{s_{q(2)}} \right] = \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) \times \right. \\ \left. M_{(hp+1)}^{sr} \cos \left( (hp+1) \left( \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} \right) - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) \times \right. \\ \left. \left\{ \left[ I_{r_{k(hp)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp+1)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp-1)}} \right] \right\} \right\} \quad (3.67)$$

$$\left[ \psi_{s_{q(3)}} \right] = \sum_{h=1}^{\infty} \left\{ \frac{\delta_s}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) \times \right. \\ \left. M_{(hp-1)}^{sr} \cos \left( (hp-1) \left( \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} \right) - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) \times \right. \\ \left. \left\{ \left[ I_{r_{k(hp)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp+1)}} \right] + \left[ I_{r_{k(hp-1)}} \right] \right\} \right\} \quad (3.68)$$

$\left[ \psi_{s_{q(1)}} \right]$  : est pris comme exemple pour les calculs dans le développement qui va suivre, et dans le but de distinguer des termes différents, on introduit un nouveau paramètre ( $h'$ ),

qui jouera le même rôle que  $(h)$ . On obtient alors, de l'équation (3.66) :

$$\begin{aligned}
\left[ \psi_{s_{q(1)}} \right] &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h \sum_{h'}^{\infty} I_{r_{k(hp)}} M_{(hp)}^{sr} \\
&\quad \left\{ \cos \left( hp\theta_r + s_{(h')} \omega_s t + \mu p k \alpha_r \left( h + h' \right) - \left( h + h' \right) p \varphi \right) \right. \\
&\quad \left. + \cos \left( hp\theta_r + s_{(h')} \omega_s t + \mu p k \alpha_r \left( h - h' \right) - \left( h - h' \right) p \varphi \right) \right\} \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h \sum_{h'}^{\infty} I_{r_{k(hp+1)}} M_{(hp)}^{sr} \\
&\quad \left\{ \cos \left( hp\theta_r + \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) + s_{(h')} \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r \left( ph + ph' + 1 \right) - \left( h + h' \right) p \varphi \right) \right. \\
&\quad \left. + \cos \left( hp\theta_r - \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) - s_{(h')} \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r \left( ph - ph' - 1 \right) - \left( h - h' \right) p \varphi \right) \right\} \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h \sum_{h'}^{\infty} I_{r_{k(hp-1)}} M_{(hp)}^{sr} \\
&\quad \left\{ \cos \left( hp\theta_r + \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) + s_{(h')} \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r \left( ph + ph' + 1 \right) - \left( h + h' \right) p \varphi \right) \right. \\
&\quad \left. + \cos \left( hp\theta_r - \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) - s_{(h')} \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r \left( ph - ph' - 1 \right) - \left( h - h' \right) p \varphi \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

tel que :

$$s_{(h')} = h' (1 - s) \pm 1 \tag{3.70}$$

$$\text{avec : } \theta_r = \frac{(1-s) \omega_s t}{p}$$

En remplaçant le glissement harmonique  $s_{(h')}$  et  $\theta_r$  par leurs valeurs respectives, dans l'équation (3.69), le terme  $\left[ \psi_{s_{q(1)}} \right]$  prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\left[ \psi_{s_{q(1)}} \right] &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h^{\infty} \sum_{h'}^{\infty} I_{r_{k(hp-1)}} M_{(hp)}^{sr} \\
&\quad \left\{ \cos \left( \left( (h+h') (1-s) \pm 1 \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r (ph + ph' + 1) - (h+h') p \varphi \right) \right. \\
&\quad \left. + \cos \left( \left( (h+h') (1-s) \pm 1 \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r (ph - ph' - 1) - (h-h') p \varphi \right) \right\} \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h^{\infty} \sum_{h'}^{\infty} I_{r_{k(hp+1)}} M_{(hp)}^{sr} \\
&\quad \left\{ \cos \left( \left( \frac{(h+h')p+1}{p} (1-s) \pm 1 \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r (ph + ph' + 1) - (h+h') p \varphi \right) \right. \\
&\quad \left. + \cos \left( \left( \frac{(h+h')p+1}{p} (1-s) \pm 1 \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r (ph - ph' - 1) - (h-h') p \varphi \right) \right\} \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h^{\infty} \sum_{h'}^{\infty} I_{r_{k(hp-1)}} M_{(hp)}^{sr} \\
&\quad \left\{ \cos \left( \left( \frac{(h+h')p+1}{p} (1-s) \pm 1 \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r (ph + ph' + 1) - (h+h') p \varphi \right) \right. \\
&\quad \left. + \cos \left( \left( \frac{(h+h')p+1}{p} (1-s) \pm 1 \right) \omega_s t + \mu p k \alpha_r (ph - ph' - 1) - (h-h') p \varphi \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.71}$$

on a :

$$\left[ V_{s_q} \right] = [R_s] \left[ I_{s_q} \right] + \frac{d}{dt} \left\{ \left[ \psi_{s_{(q1)}} \right] + \left[ \psi_{s_{(q2)}} \right] + \left[ \psi_{s_{(q3)}} \right] \right\} \tag{3.72}$$

En examinant la dérivée de la première composante du flux statorique  $\frac{d}{dt} \left[ \psi_{s_{(q1)}} \right]$ , on trouve que cette dernière est toujours nul sauf pour les ordres d'harmoniques suivant :  
 $(\mu = \pm 1)$

$$\left\{ \begin{array}{l} h = 1 \\ h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 1}{p} \right)_{\lambda=1,2,\dots} \\ h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 1}{p} \pm 1 \right)_{\lambda=1,2,\dots} \\ h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 2}{p} \pm 1 \right)_{\lambda=1,2,\dots} \end{array} \right. \tag{3.73}$$

Pour ces ordres d'harmoniques seulement l'harmonique fondamentale  $h' = 1$  est consi-

dérée, et ces derniers doivent appartenir à  $G$ , tel que [60] :

$$G = \left\{ \left( h = 1 \cup h = \left( \frac{\lambda n_b}{p} \pm 1 \right) \cup h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 1}{p} \pm 1 \right) \cup h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 2}{p} \pm 1 \right) \right) \cap h = 6v \pm 1 \right\}_{\lambda=1,2,\dots} \quad (3.74)$$

En utilisant les ordres d'harmonique de (eq(3.64)) dans (eq(3.62)), nous trouvons que ces tensions induites, produisent une série de hautes fréquences, et l'expression des ces dernières est :

$$f_{SE} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \quad (3.75)$$

L'équation (3.75) montre que l'excentricité statique ne modifie pas le contenu fréquentiel du courant statorique de la machine asynchrone (les mêmes fréquences des  $f_{Rsh}$ ), mais modifie les rangs de ses harmoniques. Elle fait en particulier apparaître les rangs  $h = \frac{\lambda n_b \pm 1}{p} \pm 1$  et  $h = \frac{\lambda n_b \pm 2}{p} \pm 1$ .

(Les mêmes fréquences sont trouvés en examinant  $\frac{d}{dt} [\psi_{s(q2)}]$  et  $\frac{d}{dt} [\psi_{s(q3)}]$ ) [3].

### 3.3.2 Excentricité dynamique

De la même manière que dans [24E] et [25E]. Les tensions induites dans le courant du stator produisent une nouvelle série de hautes fréquences dans le stator, et les ordres de ces nouveaux composants et leurs expressions de fréquences sont respectivement :

$$h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 2 \pm 2pk}{p} \pm 1 \right)_{\lambda=1,2,\dots, k=1,2,\dots} \quad (3.76)$$

$$f_{DE} = \left( \left( \frac{\lambda n_b \pm 2}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm 2pkf_r \right)_{\lambda=1,2,\dots, k=1,2,\dots} \quad (3.77)$$

### 3.3.3 Excentricité mixte

En utilisant les ordres d'harmoniques trouvés ci-dessus pour le cas de l'excentricité statique, et ceux de l'excentricité dynamique, nous constatons que les tensions induites dans le stator produisent une nouvelle série de fréquences dans le courant stator et les ordres de ces nouveaux composants et les expressions de leurs fréquences sont :

$$h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 2 \pm 2pk \pm m}{p} \pm 1 \right)_{\lambda=1,2,\dots, k=1,2,\dots, m=1,2} \quad (3.78)$$

$$f_{ME} = \left( \left( \frac{\lambda n_b \pm 2}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm (2pk \pm m) f \right)_{\lambda=1,2,\dots, k=1,2,\dots, m=1,2} \quad (3.79)$$

$$f_{ME} = (f_s - mf_r)_{m=1,2} \quad (3.80)$$

## 3.4 Simulation et expérimentation

### 3.4.1 Banc d'essai

La Figure (3.14) montre le banc d'essai du test expérimental. La machine testée à la fois saine et défectueuse (excentricité statique), est un moteur à induction 1.1kW triphasée, fabricant FIMET avec 24 encoches statoriques et 22 barres rotoriques. (même paramètres du moteur du chapitre II). La Figure (3.15) montre le nouveau logement du roulement qui



!h

FIGURE 3.14 – Vue de face du banc d'essai

a été réalisé avec une bague excentrique supplémentaire, et qui a été utilisé pour simuler l'excentricité statique.



FIGURE 3.15 – Montage d'une excentricité statique [3].

### 3.4.2 Résultats de la simulation et de l'expérimentation

#### 3.4.3 Excentricité statique

Les figures (3.16,3.17,3.18,3.19), nous montre l'effet de l'excentricité statique survenu après 1s du démarrage du moteur, sur le courant, la vitesse, le couple électromagnétique, et la tension du neutre. (Moteur chargé pour des variations plus visibles). Une remarque commune peut être donnée pour ces figures, est que l'excentricité statique cause une perturbation, et qui pour être compris nécessite une analyse spectrale du courant statorique.

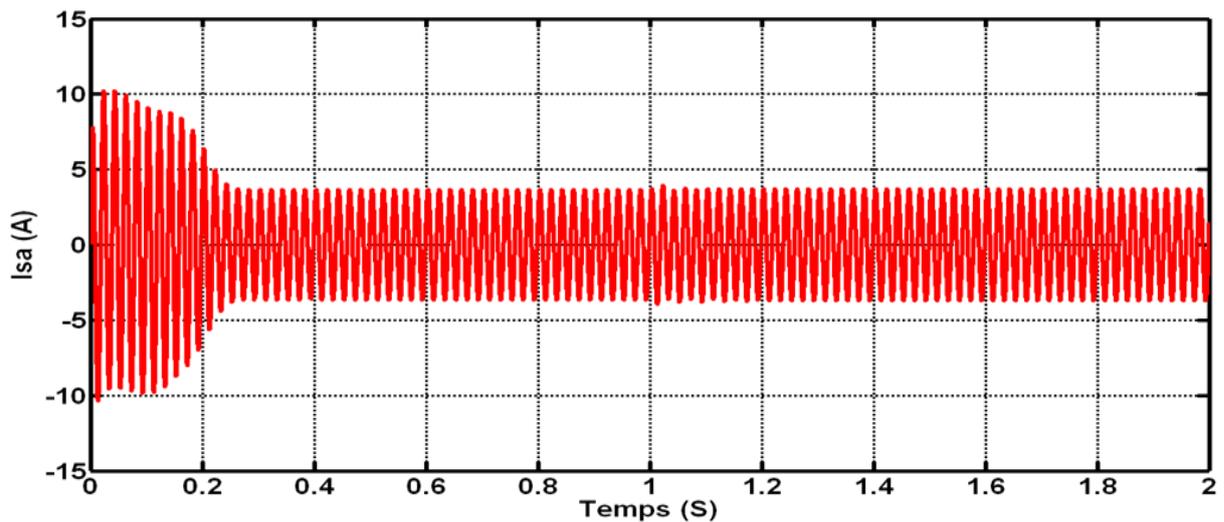


FIGURE 3.16 – Courant statorique ( $I_{s_a}$ )

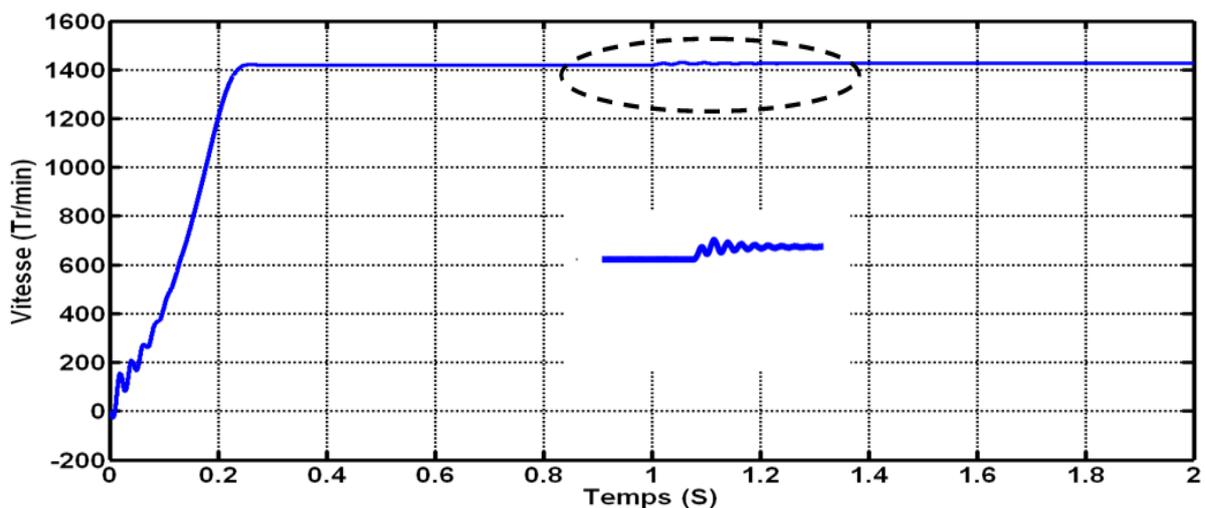
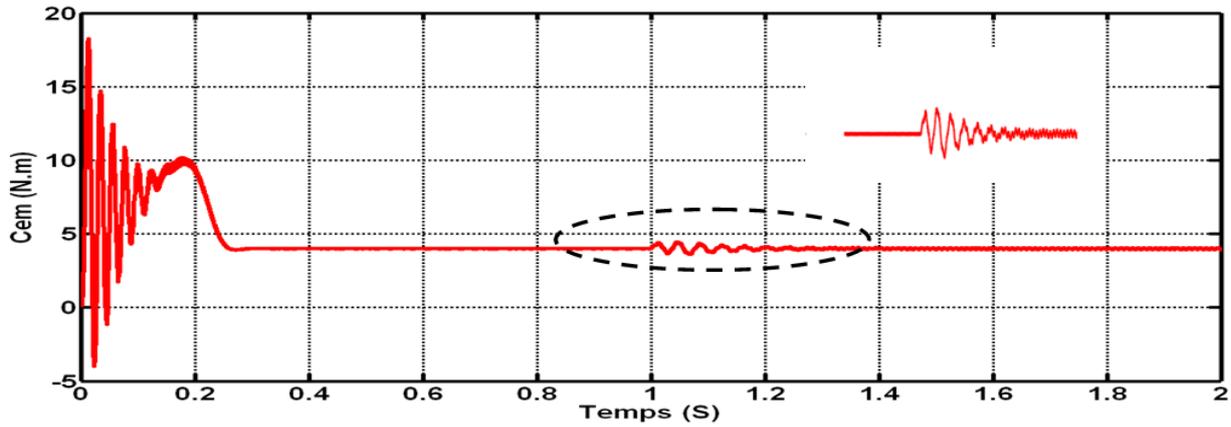
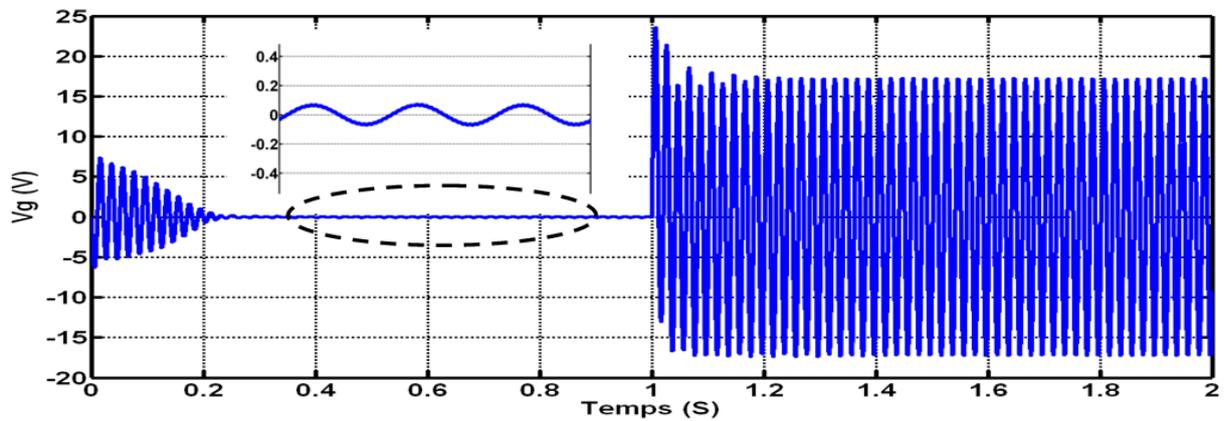


FIGURE 3.17 – Vitesse de rotation ( $n$ )

FIGURE 3.18 – Couple électromagnétique ( $C_{em}$ )FIGURE 3.19 – Tension du neutre ( $V_N$ )

La figure (3.20) montre les spectres FFT du courant de ligne statorique d'une machine à induction saine et celui d'une excentricité statique avec (modèle 3D) et sans considération de l'inclinaison des barres rotoriques (modèle 2D).

En examinant les zooms des spectres du courant  $I_{S_a}$  figure (3.21) pour le cas sain, et pour le défaut d'excentricité des deux modèles (2D et 3D), nous constatons :

**Pour  $\lambda = 1$  :** Les fréquences  $f_{Rsh1}(1)$  et  $f_{Rsh2}(1)$ , n'apparaissent pas dans le spectre du courant de ligne statorique pour le cas sain, et cela à cause de leurs ordres qui sont respectivement  $h = 10$  et  $h = 12$ , et qui n'appartiennent pas au groupe ( $G$ ) de l'équation (3.74).

**Pour  $\lambda = 2$  :** La fréquence  $f_{Rsh1}(2)$ , n'apparaît pas dans le spectre du courant statorique sain, et cela parce que son ordre est  $h = 21$  n'appartient pas à ( $G$ ). Par contre, le second harmonique d'encoche rotorique  $f_{Rsh2}(2)$ , apparaît dans le spectre du courant statorique sain, et il est de l'ordre  $h = 23$ , appartenant à ( $G$ ).

**Pour  $\lambda = 3$  :** Contrairement au cas de la machine saine, Les fréquences  $f_{Rsh1}(3)$  et  $f_{Rsh2}(3)$  apparaissent dans le spectre du courant de ligne statorique pour le cas de l'excentricité statique, et n'existent pas pour le cas sain à cause de leurs rangs qui sont respectivement  $h = 32$  et  $h = 34$  qui n'appartiennent pas au groupe  $(G)$ .

**Pour  $\lambda = 4$  :** Seul l'harmonique d'ordre  $h = 43$  apparaît dans les deux spectres pour les deux modèles, et même pour le cas sain, parcequ'il appartient au groupe  $(G)$ .

**Pour  $\lambda = 6$  :** les deux harmoniques d'ordres  $h = 65$  et  $h = 67$  existent pour les deux modèles, et pour le cas sain.

**Pour  $\lambda = 8$  :** Seulement l'harmonique d'ordre  $h = 89$  apparaît dans les deux spectres pour les deux modèles, et même pour le cas sain, parcequ'il appartient au groupe  $(G)$ , par contre l'harmonique d'ordre  $h = 91$ , qui est due au déséquilibre créée par la tension du neutre, n'existe pas pour le cas sain.

Les amplitudes de tous les harmoniques discutés précédemment sont moins importantes pour le cas du 3D, et cela parce qu'elles sont atténuées par l'inclinaison des barres rotoriques.

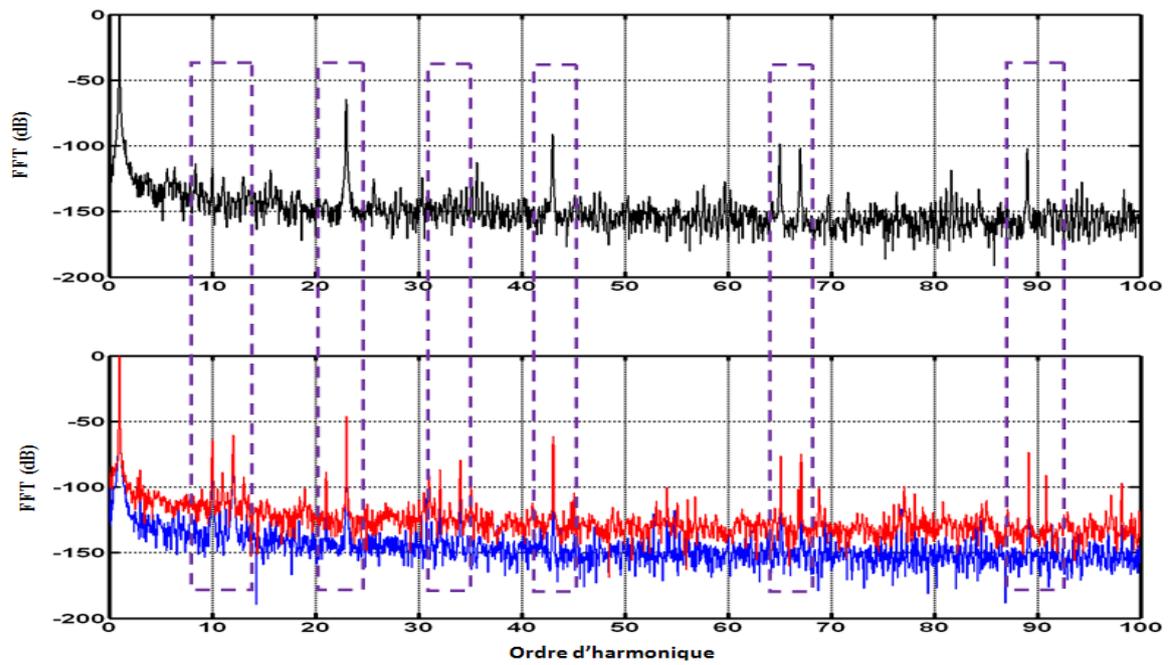


FIGURE 3.20 – Spectre fréquentiel du courant  $I_{sa}$  pour le moteur sain (haut), avec excentricité (bas), modèle 3D (bleu), 2D (rouge)

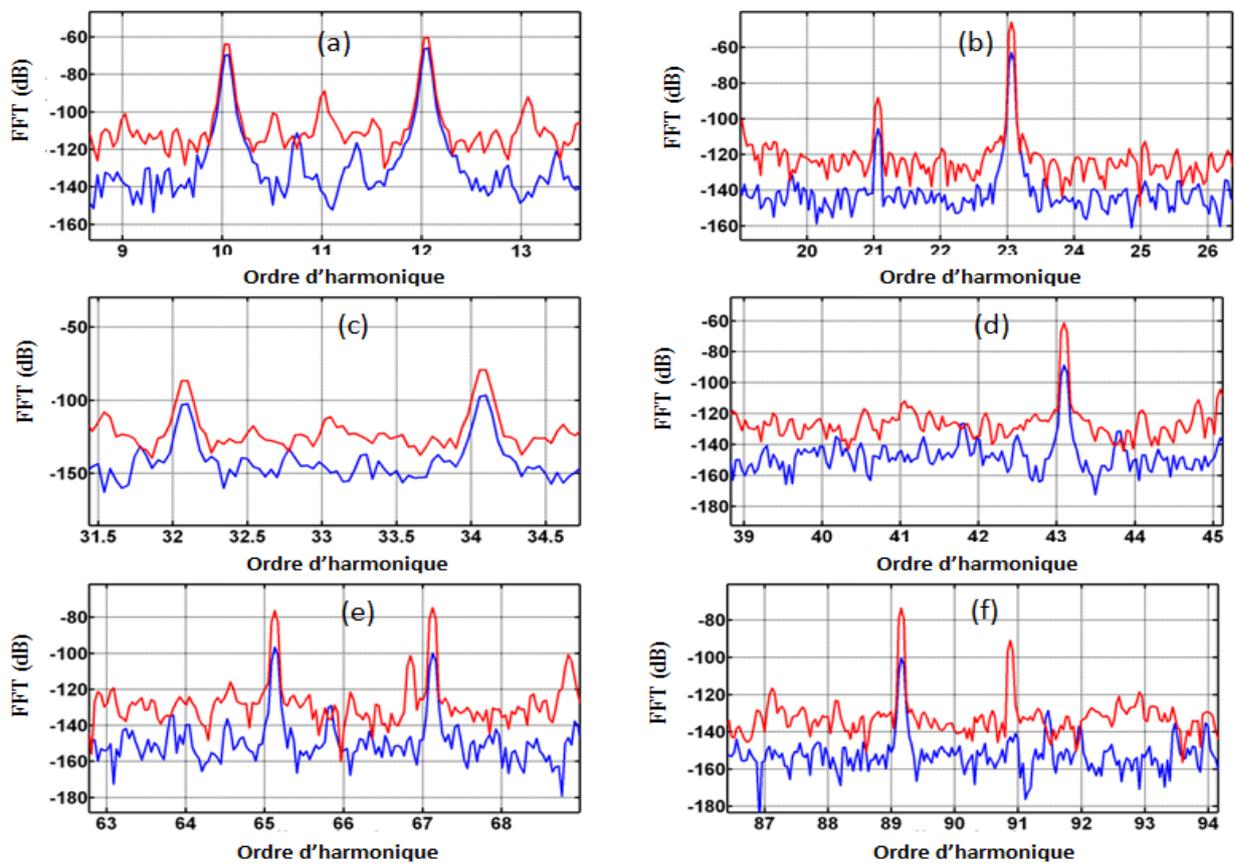


FIGURE 3.21 – Zoom du spectre du courant  $I_{sa}$  des modèles 3D (Bleu), 2D (rouge)

La figure (3.22) montre les spectres FFT du courant de ligne statorique du moteur sain et celui d'une excentricité statique (modèle 3D), pour plusieurs valeurs de  $l_{SE}$ .

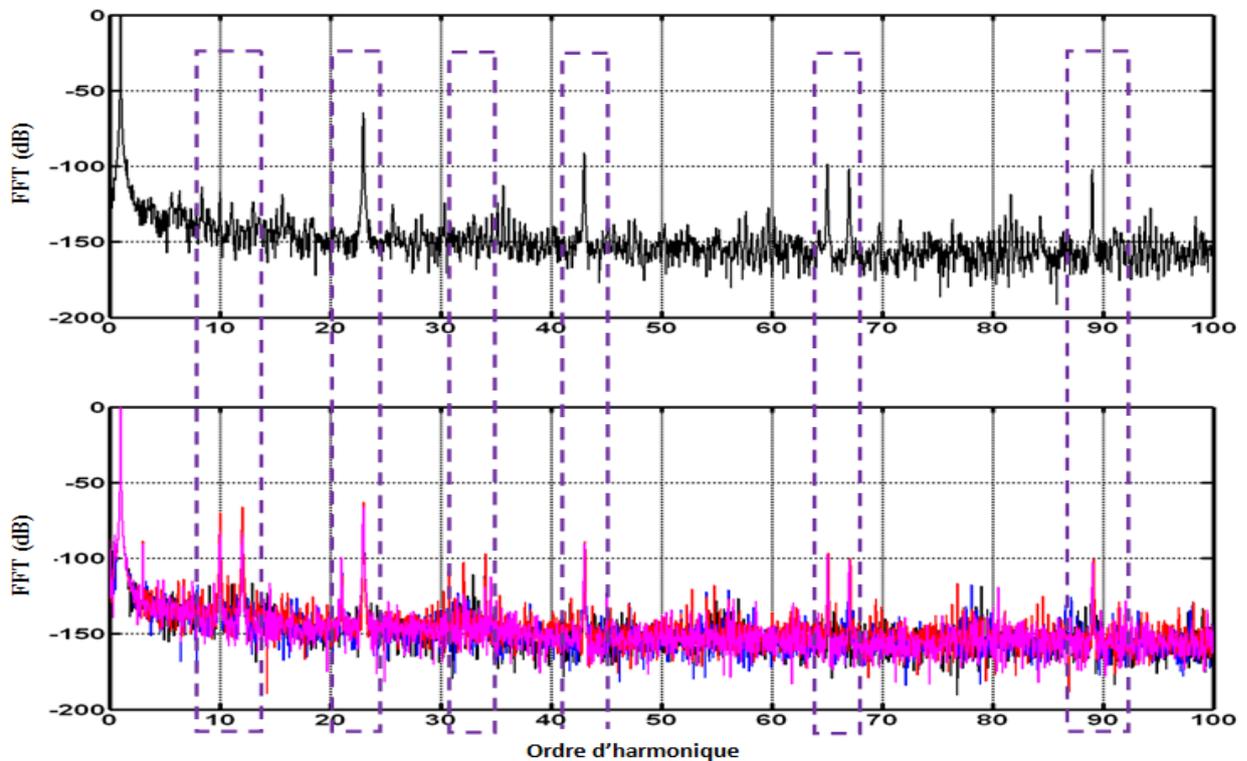


FIGURE 3.22 – Spectre fréquentiel du courant  $I_{sa}$  pour le moteur sain (haut), avec SE (bas),  $l_{SE} = 0.5l$  (mauve),  $l_{SE} = 0.7l$  (noir),  $l_{SE} = l$  (bleu),  $l_{SE} = \rightarrow \infty$  (rouge)

En examinant les zooms des spectres du courant  $I_{sa}$  figure (3.23) pour le cas sain, et pour le défaut d'excentricité, nous constatons que l'augmentation ou la diminution de  $l_{SE}$  ne génère aucun nouvel harmonique, donc le contenu fréquentiel reste le même que pour la figure (3.20), sauf que les amplitudes des harmoniques varient très légèrement comme suit :

Les amplitudes sont plus faibles pour  $l_{SE} = 0.7l$  (excentricité asymétrique), augmente pour  $l_{SE} = l$  (défaut sur un seul coté), et deviennent plus importantes pour (excentricité symétrique). (l'augmentation est très légère), et pour le cas ou la déformation de l'inductance mutuelle pour  $l_{SE} = 0.5l$  a presque disparu, nous remarquons par contre que le spectre fréquentiel indique la présence de l'excentricité statique.

Comme vu précédemment, le degré de sévérité du défaut augmente avec  $l_{SE}$  indépendamment de la symétrie ou non de l'excentricité, mais de manière pas conséquente du tout, pour ne pas dire insignifiante.

Les harmoniques trouvés sont mis dans un tableau récapitulatif. Tableau 3.1.

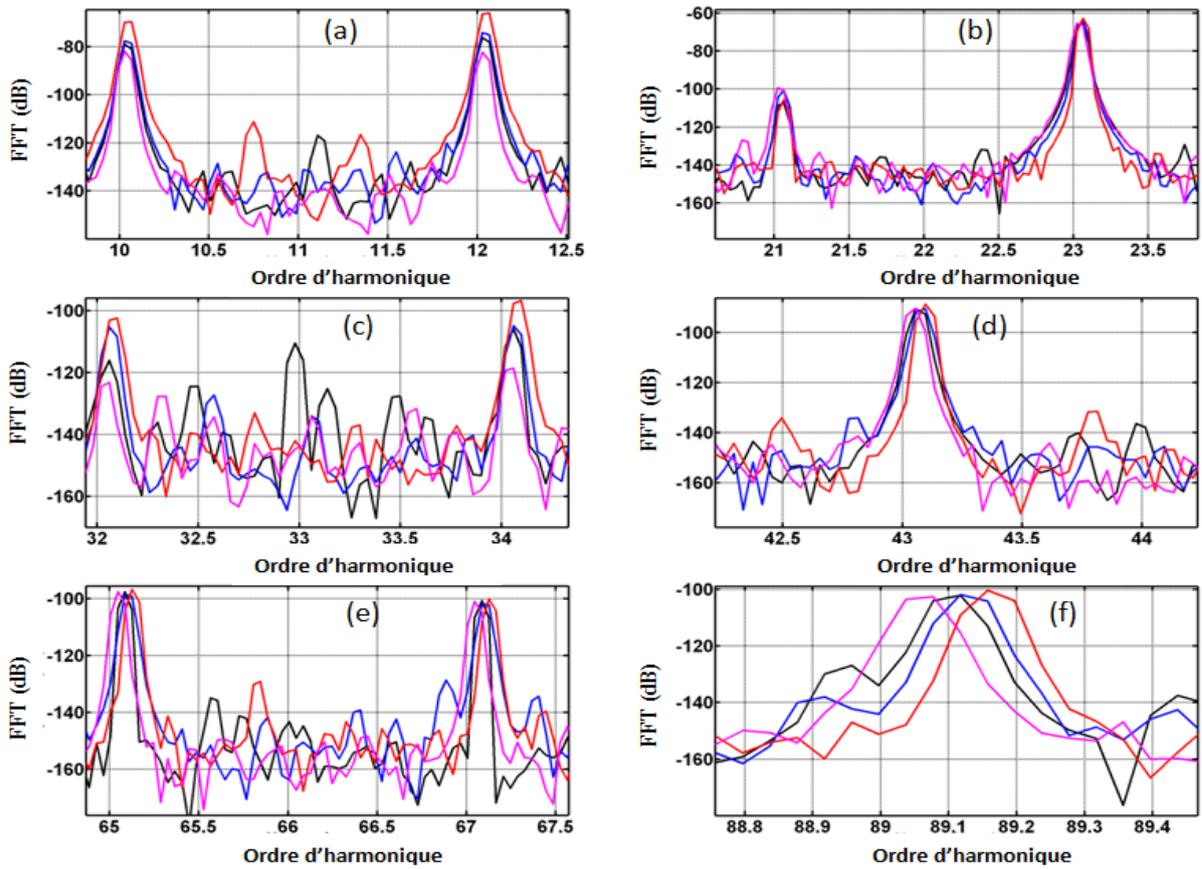


FIGURE 3.23 – Zoom du spectre de l'axe,  $l_{SE} = 0.5l$  (mauve),  $l_{SE} = 0.7l$  (noir),  $l_{SE} = l$  (bleu),  $l_{SE} \rightarrow \infty$  (rouge)

TABLE 3.1 – Harmoniques présents dans le spectre du courant statorique pour le cas sain et excentricité statique.

$\lambda$	Excentricité statique	Cas sain
1	$h = 10 \notin G$ et $h = 12 \notin G$	/
2	$h = 21 \notin G$ et $h = 23 \in G$	$h = 23 \in G$
3	$h = 32 \notin G$ et $h = 34 \notin G$	/
4	$h = 43 \notin G$	/
5	$h = 65 \in G$ et $h = 67 \in G$	$h = 65 \in G$ et $h = 67 \in G$
6	$h = 89 \in G$ et $h = 91 \notin G$	$h = 89 \in G$

*Pour la partie expérimentale, le moteur est testé en charge*

La figure (3.24) montre les résultats expérimentaux, et nous confirme ce qu'on a vu précédemment :

**Pour  $\lambda = 1$  :** les fréquences  $f_{Rsh1}(1) = 576.9\text{Hz}$  et  $f_{Rsh2}(1) = 476.9\text{Hz}$ , n'apparaissent pas dans le spectre du courant de ligne statorique pour le cas sain, et cela à cause de leurs ordres qui sont respectivement  $h = 12$  et  $h = 10$ , et qui n'appartiennent pas au groupe (G) comme déjà expliqué.

**Pour  $\lambda = 2$  :** le premier harmonique d'ordre  $h = 21$  n'apparaît pas dans le spectre du

courant statorique que pour le cas de l'excentricité et cela parce que  $h = 21 \notin G$ , par contre le second harmonique  $h = 23 \in G$ , apparait à une fréquence  $f_{Rsh1}(2) = 1140\text{Hz}$ .

De la même manière nous pouvons expliquer la présence ou non des autres harmoniques. Des harmoniques supplémentaires sont trouvés dans le spectre du courant pour le cas de l'excentricité statique, et même pour le cas sain.

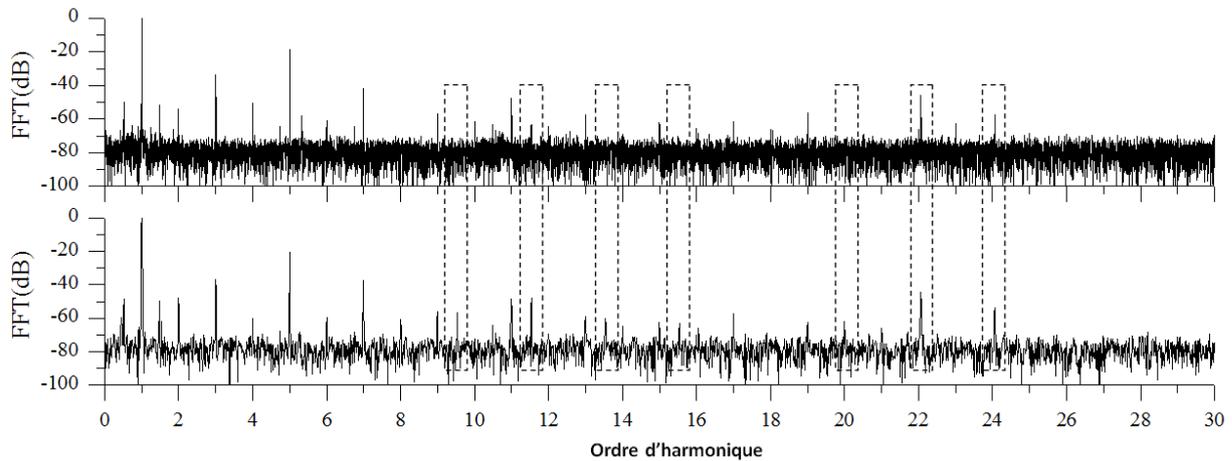


FIGURE 3.24 – FFT expérimentale du spectre du courant de ligne statorique d'une machine à induction, cas sain (en haut), excentricité statique (en bas)

### 3.4.3.1 Excentricité dynamique

A fin d'éviter la répétition, et vue que l'influence de l'inclinaison des barres rotoriques et de la valeur de « $l_{DE}$ » est la même que ce qu'on a vue précédemment, alors nous nous attaquons directement aux harmoniques correspondants à l'excentricité dynamique.

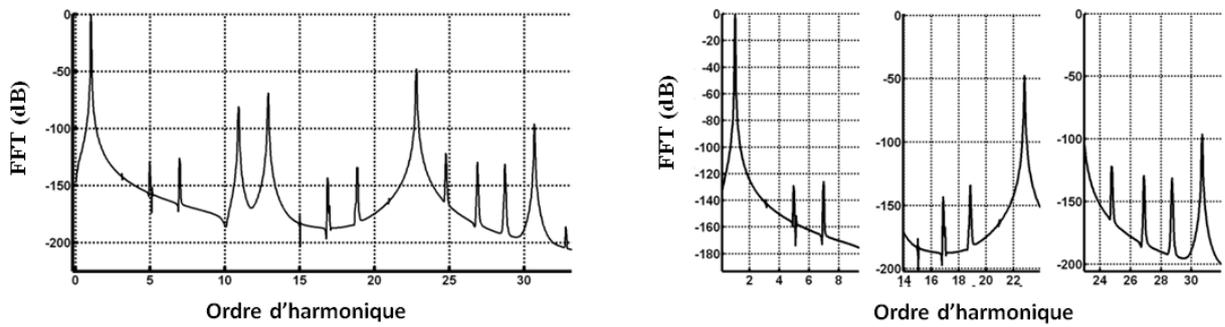
Comme dans le cas de l'excentricité statique, l'excentricité dynamique Figure (3.25) contribue à l'apparition de nouveaux composants dans le spectre du courant statorique. Ces harmoniques supplémentaires, sont d'après l'équation (3.77) à des fréquences.

En substituant dans l'équation (3.77) les valeurs de  $\lambda$  et  $k$  par  $\lambda = 1$  et  $k = 1$  : Le premier ordre est  $h = \frac{22 + 2 + 4}{2} + 1 = 15$  et le second est  $h = \frac{22 - 2 - 4}{2} - 1 = 7$ .

De manière similaire, nous pouvons expliquer la présence des autres harmoniques pour les différentes valeurs de  $\lambda$  et  $k$ . Nous prenons des exemples dans le tableau (4.2).

TABLE 3.2 – Harmoniques présents dans le spectre du courant statorique pour une excentricité dynamique.

<i>Ordre d'harmonique</i>	
$k$	$\lambda = 1$
1	$h = 13 + 2 = 15$
2	$h = 11 - 4 = 7$ et $h = 13 + 4 = 17$
3	$h = 11 - 6 = 5$ et $h = 13 + 6 = 19$
$k$	$\lambda = 2$
1	$h = 33 - 2 = 31$
2	$h = 33 - 4 = 29$
3	$h = 33 - 6 = 27$
4	$h = 33 - 8 = 25$

FIGURE 3.25 – Spectre fréquentiel du courant  $I_{sa}$  pour une excentricité dynamique  $\delta_d = 0.3$ 

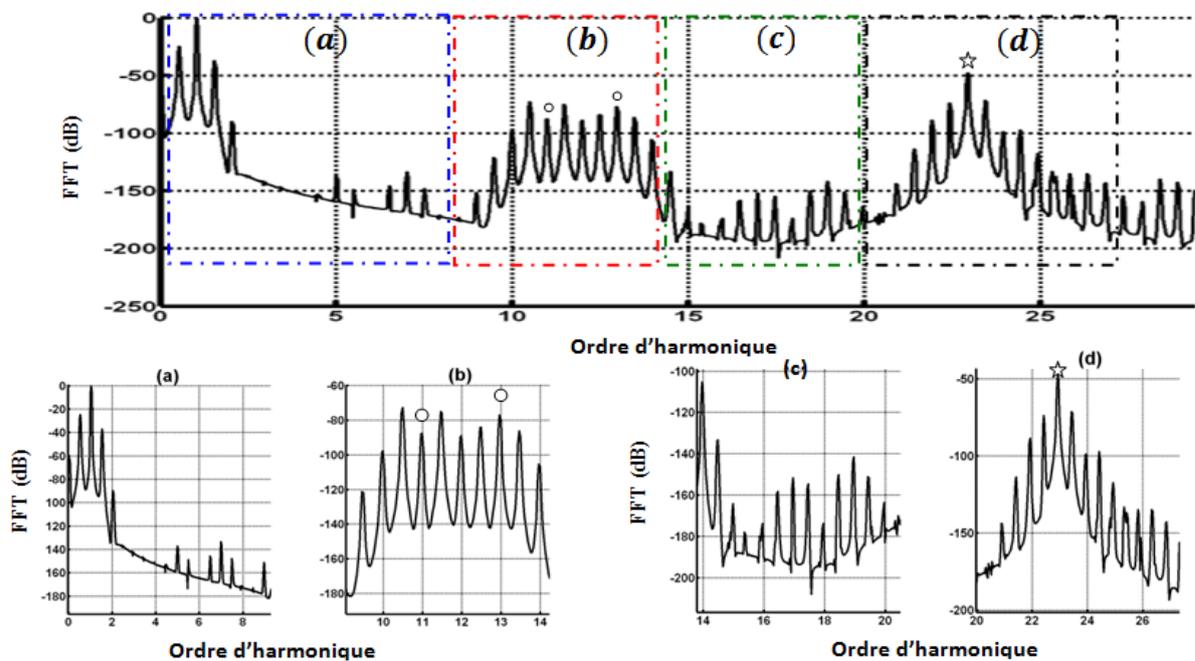
### 3.4.3.2 Excentricité mixte

Comme pour les cas étudiés précédemment, l'excentricité mixte Figure (3.26), contribue à l'apparition d'harmoniques supplémentaires, à des fréquences  $f_{ME} = f_{Rsh} \pm (2pk \pm m) f_s$ . En substituant dans l'équation (3.79)  $\lambda = 1, k = 1$  et  $m = 1$ , le premier ordre est  $h_{(ME)} = ((1 \times 22 + 2 + 4 + 1)/2) + 1 = 15.5$ , et la seconde est  $h_{(ME)} = ((1 \times 22 - 2 - 4 + 1)/2) - 1 = 7.5$  et de manière similaire nous pouvons expliquer la présence des autres harmoniques pour les différentes valeurs de  $\lambda, k$  et  $m$ .

Le groupe d'harmoniques supplémentaires liées aux inductances du stator aux fréquences  $(f_s - mf_r)$  est décrit dans l'équation (3.80). Des exemples d'harmoniques pour  $\lambda = 1$  et  $k = 1$ , sont présentés dans le tableau 3.3.

TABLE 3.3 – Harmoniques présents dans le spectre du courant statorique pour une excentricité mixte.

Ordre d'harmonique	
$\lambda = 1 \text{ \& } m = 1$	$\lambda = 1 \text{ \& } m = 2$
$h = 14.5 + 1 = 15.5$	$h = 15 + 1 = 16$
$h = 14.5 - 1 = 13.5$	$h = 15 - 1 = 14$
$h = 13.5 + 1 = 14.5$	$h = 14 + 1 = 15$
$h = 13.5 - 1 = 12.5$	$h = 10 - 1 = 9$
$h = 9.5 + 1 = 10.5$	$h = 8 - 1 = 7$
$h = 10.5 + 1 = 11.5$	$h = 9 + 1 = 10$
$h = 10.5 - 1 = 9.5$	
$h = 7.5 - 1 = 6.5$	
$h = 8.5 - 1 = 7.5$	

FIGURE 3.26 – Spectre fréquentiel du courant  $I_{sa}$  pour une excentricité mixte  $\delta_s = 0.15$   
 $\delta_d = 0.15$

### 3.5 Conclusion

Le modèle 3D présenté dans ce chapitre prend en compte le défaut axial, et repose sur un développement analytique des différentes formules d'inductances comme des séries de Fourier sans aucun type de transformation de référentiel. En utilisant le modèle proposé, on a étudié les effets de l'excentricité, dynamique, et mixte sur le contenu harmonique du courant statorique de la machine à induction. En utilisant les expressions des inductances mutuelles trouvées par notre approche, nous avons constaté qu'il ya de nouvelles fréquences caractéristiques des défauts d'excentricités dynamique et mixte, par contre pour le cas de l'excentricité statique les harmoniques se calculent de la même manière que pour le cas sain, sauf que seulement ceux qui n'appartiennent pas au groupe (G) précédemment définit qui apparaîtront dans le spectre du courant statorique sous défaut d'excentricité statique.

# Chapitre 4

## Modélisation du défaut de roulement

### 4.1 Introduction

L'institut de recherche sur l'énergie électrique (EPRI) a réalisé une vaste enquête sur les défauts du moteur à induction en 1985. Les défauts de roulement contiennent plus de 40 pour cent de toutes les défaillances de la machine. C'est la raison pour laquelle la détection des défauts a été le domaine de recherche de [61–66].

Les différents défauts dans un roulement peuvent être classés en fonction de l'élément endommagé comme [67] :

- ❑ Défaut dans l'anneau externe du roulement.
- ❑ Défauts dans l'anneau interne du roulement.
- ❑ Défaut des billes.
- ❑ Défaut dans la cage.

Les défauts de roulement comme tous les autres défauts du moteur à induction, doivent être détectés le plus tôt possible, et cela afin d'éviter la défaillance complète du système. Pour cela, le défi est d'avoir un modèle adéquat du moteur à induction, qui se comporte comme un moteur réel, et qui soit capable de générer les signaux souhaités comme nous le voyons dans les moteurs réels, en état sain ou défectueux [4, 14, 68]. Le modèle de défaut de roulement proposé par Schoen [14] a été appliqué dans plusieurs travaux [4, 69, 70]. Blödt [4] considère ce modèle comme incomplet. Il propose alors, l'introduction du mouvement radial du centre du rotor, tout en prenant en considération les variations du couple. L'impact du défaut de roulement sur la longueur de l'entrefer, est pris en compte par une série de fonctions de Dirac, représentant les vibrations de l'axe du rotor. Cette technique a été utilisée dans le modèle de Blödt [4, 59].

Dans cette approche, on remarque d'abord que la surface de la fonction de Dirac est égale à 1, mais son amplitude tend vers l'infini, ce qui rend la simulation des inductances impossible et, deuxièmement, il est vrai que l'angle de contact est pris en compte, par contre la largeur du défaut n'existe pas. Pour ces deux raisons, nous considérons que cette

approche n'est pas très fiable. Alors, une nouvelle approche, prenant en compte l'angle du défaut, sera proposée.

Dans ce chapitre, on étudie un des quatre types de défauts de roulement classés ci-dessus, à savoir le défaut dans l'anneau interne du roulement. Une nouvelle manière de formuler un modèle général étudiant le défaut dans l'anneau interne du roulement et de l'excentricité dynamique est suggérée, et cela à cause de la similitude qui existe entre les deux défauts. L'objectif principal est d'offrir des formules mathématiques exactes de toutes les inductances de la machine afin d'étudier efficacement le comportement du moteur dans des conditions saines et / ou de défaut. Une partie de ce travail a été publié dans *IAES Journal Of Electrical Power Engineering 2018* [5].

## 4.2 Modèle 3D du défaut de roulement

Le roulement est constitué d'un anneau externe, anneau interne, éléments roulants (billes, rouleaux), et une cage pour assurer une distance égale entre les éléments roulants, comme présenté sur la figure (4.1).

$N_{ba}$  : le nombre de billes.

$D_b$  : le diamètre de billes.

$D_c$  : le pas de billes.

$\beta$  : l'angle de contact entre la bille et l'anneau.

Trois types du défaut de roulement existent :

- ❑ Défaut externe.
- ❑ Défaut interne.
- ❑ Défaut de billes.

D'autres chercheurs considèrent un quatrième type de défaut de roulement, c'est le défaut de la cage.

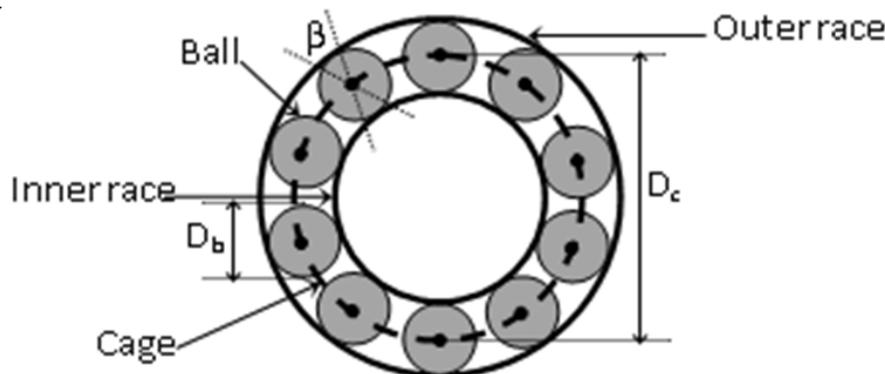


FIGURE 4.1 – Géométrie d'un roulement [4]

## 4.2.1 Défaut dans l'anneau externe du roulement

### 4.2.1.1 Fréquence du défaut

Le déplacement de l'axe du rotor pour le cas du défaut dans l'anneau externe est présenté sur la figure (4.2).

tel que :

$\gamma$  : L'angle de défaut.

$f_{Out}$  : Fréquence caractéristique du défaut dans l'anneau externe.

$\delta_s^{temp}(\theta, x)$  : le degré d'excentricité statique temporaire.

Quand une bille passe sur une irrégularité sur l'anneau externe du roulement, une vibration à une fréquence périodique prendra naissance, et se répète à chaque fois qu'une bille de l'ensemble des éléments roulants passe sur le défaut. La fréquence caractéristique pour ce type de défaut est donnée en fonction de la géométrie du roulement ainsi que de la fréquence de rotation mécanique du rotor « $f_r$ », tel que le calcul détaillé de ces fréquence se trouve dans la littérature [69, 70]

$$f_{Out} = \frac{N_{ba}}{2} f_r \left( 1 - \frac{D_b}{D_c} \cos(\beta) \right) \quad (4.1)$$

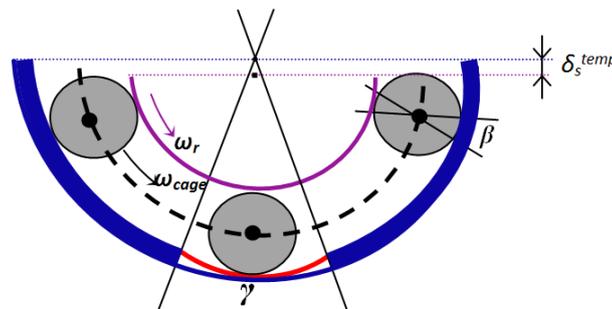


FIGURE 4.2 – Excentricité statique temporaire dû au défaut dans l'anneau externe [5]

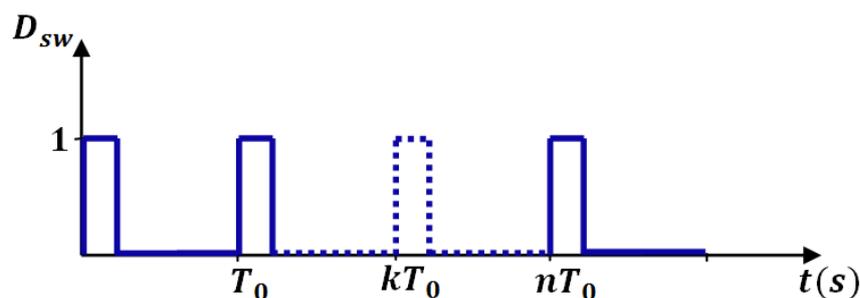


FIGURE 4.3 – Signal carré

#### 4.2.1.2 Nouvelle expression de l'entrefer (défaut-roulement-externe)

Le défaut dans l'anneau externe du roulement représente une excentricité statique temporaire et qui se répète avec une fréquence « $f_{Out}$ ».

Une nouvelle approche est proposée pour modéliser l'impact du défaut, et qui est basée sur l'introduction d'un signal carré qui sera exprimé en fonction de série de Fourier (figure 4.3).

$$D_{sw} = \frac{\gamma}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{Out} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.2)$$

avec :  $\theta_{Out} = 2\pi f_{Out}$ .

D'après le chapitre (4), le degré d'excentricité statique permanente est défini comme une fonction de la position axiale « $x$ » comme suit :

$$\delta_s(\theta, x) = \delta_s \left(1 - \frac{x}{l_{SE}}\right) \cos(\theta) \quad (4.3)$$

La combinaison de l'équation (4.2) avec (4.3) donne une nouvelle expression en 3D de la variation temporaire du degré d'excentricité statique :

$$\begin{aligned} \delta_s^{temp}(\theta, x) = \frac{\gamma}{2\pi} \delta_s \left(1 - \frac{x}{l_{SE}}\right) \cos(\theta) + \\ \frac{\delta_s}{\pi} \left(1 - \frac{x}{l_{SE}}\right) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\gamma \frac{\lambda}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \lambda \left(\theta_{Out} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

D'après le chapitre (4), l'expression de la variation de la fonction d'entrefer :

$$g_{(sta-ecc)}(\theta, x) = g_0 \left(1 - \delta_s \left(1 - \frac{x}{l_{SE}}\right) \cos(\theta)\right)$$

et son inverse « $g_{(sta-ecc)}^{-1}(\theta, x)$ », selon l'axe « $x$ » du moteur, et l'angle de position « $\theta$ », pour une excentricité statique :

$$\begin{cases} g_{Sta-ecc}(\theta, x) = g_0 \left(1 - \delta_s \left(1 - \frac{l}{l_{SE}}\right) \cos(\theta)\right) \\ g_{Sta-ecc}^{-1}(\theta, x) = \frac{1}{g_0} \left(1 + \delta_s \left(1 - \frac{l}{l_{SE}}\right) \cos(\theta)\right) \end{cases} \quad (4.5)$$

La combinaison des équations (4.2) et (4.5), donne les nouvelles expressions de la fonc-

tion d'entrefer et de son inverse pour les petites variations comme suit :

$$g_{Out}(\theta, \theta_r, x) = g_0 \left\{ 1 - \frac{\gamma}{2\pi} \delta_s^{temp}(\theta, x) - \frac{\delta_s}{\pi} \left( 1 - \frac{x}{l_{SE}} \right) \times \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \lambda \left(\theta_{Out} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \right\} \quad (4.6)$$

La fonction inverse « $g_{Out}^{-1}(\theta, \theta_r, x)$ » pour une approximation au premier harmonique, sera donc exprimée comme suit :

$$g_{Out}^{-1}(\theta, \theta_r, x) = \frac{1}{g_0} \left\{ 1 + \frac{\gamma}{2\pi} \delta_s^{temp}(\theta, x) + \frac{\delta_s}{\pi} \left( 1 - \frac{x}{l_{SE}} \right) \times \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \lambda \left(\theta_{Out} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \right\} \quad (4.7)$$

En analysant la nouvelle expression de l'entrefer, on remarque que :

$$\begin{aligned} \gamma = 0 &\Rightarrow g_{Out}(\theta, \theta_r, x) = g_0 && \text{cas sain} \\ \gamma = 2\pi &\Rightarrow g_{Out}(\theta, \theta_r, x) = g_{Sta-ecc}(\theta, x) && \text{éxcentricité statique} \\ \gamma \neq 0, \gamma \neq 2\pi &\Rightarrow g_{Out}(\theta, \theta_r, x) && \text{défaut dans l'anneau externe du roulement} \\ &&& \text{cas général.} \end{aligned}$$

#### 4.2.1.3 Calcul des différentes inductances de la machine (défaut-roulement- externe)

Les inductances sont calculées par l'approche de la fonction d'enroulement modifiée (chapitre (3)) :

$$\left\{ \begin{aligned} L_{BA} &= \mu_0 r \int_0^{2\pi} \int_0^l n_B(\varphi, \theta_r, x) M_A(\varphi, \theta_r, x) g^{-1}(\varphi, \theta_r) dx d\varphi \\ M_A(\theta, \theta_r, x) &= n(\theta, \theta_r, x) - M^s(\theta, \theta_r, x) \\ M^s(\theta, \theta_r, x) &= \frac{\int_0^{2\pi} n(\theta, \theta_r, x) g^{-1}(\theta, \theta_r, x) d\theta}{2\pi \langle g^{-1}(\theta, \theta_r, x) \rangle} \\ \langle g^{-1}(\theta, \theta_r, x) \rangle &= \frac{1}{2\pi l} \int_0^{2\pi} \int_0^l g^{-1}(\theta, \theta_r, x) dx d\theta \end{aligned} \right. \quad (4.8)$$

Les nouvelles expressions des fonctions d'enroulements (modifiées) du stator et du rotor doivent être recalculées :

**1. Fonctions de distribution et d'enroulement statorique et rotorique (sain) :**

D'après le chapitre (2), les fonctions de distribution et d'enroulement simple d'une phase statorique, et rotorique sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{s_q}^{sain}(\theta, x) = C_0 + \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l} x \right) \right] \\ N_{s_q}^{sain}(\theta, x) = \frac{2N_t}{p\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{k_{wh}}{h} \cos \left[ hp \left( \theta - \theta_0 - (q-1) \frac{2\pi}{3p} + \frac{\gamma_s}{l} x \right) \right] \\ n_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) = \frac{\alpha_r}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin \left( h \frac{\alpha_r}{2} \right) \cos \left[ h \left( \theta - \theta_r - \left( k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r + \frac{\gamma_r}{l} x \right) \right] \\ N_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) = \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{h} \sin \left( h \frac{\alpha_r}{2} \right) \cos \left[ h \left( \theta - \theta_r - \left( k - \frac{1}{2} \right) \alpha_r + \frac{\gamma_r}{l} x \right) \right] \end{array} \right. \quad (4.9)$$

**2. Fonction d'enroulement modifiée statorique :**

La fonction d'enroulement modifiée du stator est calculée de la même manière que pour le chapitre (3), et est donnée comme suit :

- Pour :  $p \neq 1$

$$M_{s_{(p \neq 1)}}^{Out}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) \quad (4.10)$$

- Pour :  $p = 1$

$$\begin{aligned} M_{s_{(p=1)}}^{Out}(\theta, x) &= N_{s_q}^{sain}(\theta, x) + \frac{\gamma}{2\pi} N_{s_{q(p=1)}}^{St-ecc}(\theta, x) + \\ &\frac{2}{\pi} N_{s_{q(p=1)}}^{St-ecc}(\theta, x) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin \left( \lambda d \frac{\gamma}{2} \right) \cos \left( \theta \pm \lambda \left( \theta_{Out} \pm \frac{\gamma}{2} \right) \right) \end{aligned} \quad (4.11)$$

avec :

$$N_{s_{q(p=1)}}^{St-ecc}(\theta, x) = -\frac{N_t \delta_s}{\pi} \left( 1 - \frac{l}{2l_{SE}} \right) k_w \cos \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3} \right)$$

**3. Fonctions d'enroulement modifiée rotorique :**

La fonction d'enroulement modifiée du rotor est calculée de la même manière que pré-

cédemment, et en utilisant les résultats du chapitre (3), nous aurons :

$$M_{r_k}^{Out}(\theta, \theta_r, x) = N_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) + \frac{\gamma}{2\pi} N_{r_k}^{St-ecc}(\theta_r, x) \quad (4.12)$$

$$+ \frac{\gamma}{2\pi} N_{r_k}^{St-ecc}(\theta_r, x) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \lambda \left(\theta_{Out} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right)$$

avec :

$$N_{r_k}^{Sta-ecc}(\theta_r, x) = -\frac{\delta_s}{\pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{SE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)} \cos\left(\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right) -$$

$$\frac{\delta_s}{\pi \gamma_r} \left(\frac{l}{l_{SE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\gamma_r}{2}\right) - \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}\right) \sin\left(\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right)$$

La même analyse que précédemment est faite, tel que :

$$\gamma = 0 \Rightarrow \begin{cases} M_{s_{(p \neq 1)}}^{Out}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) \\ M_{s_{(p=1)}}^{Out}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) \quad (\text{cas sain}) \\ M_{r_k}^{Out}(\theta, \theta_r, x) = N_{r_k}^{sain}(\theta, \theta_r, x) \end{cases}$$

$$\gamma = 2\pi \Rightarrow \begin{cases} M_{s_{(p \neq 1)}}^{Out}(\theta, x) = N_{s_q}^{sain}(\theta, x) \\ M_{s_{(p=1)}}^{Out}(\theta, x) = M_{s_q}^{Sta-ecc}(\theta, x) \quad (\text{éxcentricité statique}) \\ M_{r_k}^{Out}(\theta, \theta_r, x) = M_{r_k}^{Sta-ecc}(\theta, \theta_r, x) \end{cases}$$

$$\gamma \neq 0, 2\pi \Rightarrow \begin{cases} M_{s_{(p \neq 1)}}^{Out}(\theta, x) \\ M_{s_{(p=1)}}^{Out}(\theta, x) \quad (\text{défaut dans l'anneau externe du roulement}) \\ M_{r_k}^{Out}(\theta, \theta_r, x) \end{cases}$$

#### 4. Les différentes inductances de la machine :

De la même manière que pour le chapitre (3), et en utilisant les équations (4.7, 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12), les différentes inductances de la machine seront données comme suit :

##### a) Inductance de magnétisation d'une phase statorique

- Pour :  $p \neq 1$

$$L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{Out} = L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{Sta-ecc} = L_{m_{s_q}}^{sain} \quad (4.13)$$

- Pour :  $p = 1$

$$L_{m_{s_q(p=1)}}^{Out} = L_{m_{s_q}}^{sain} + \frac{\gamma}{2\pi} LL_{m_{s_q(p=1)}}^{Sta-ecc} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{LL_{m_{s_q(p=1)}}^{Sta-ecc}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{Out} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.14)$$

avec :

$$L_{m_{s_q}}^{sain} = \frac{4\mu_0 r l N_t^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{k_{wh}}{h}\right)^2 \cos\left(h \frac{2\pi}{3}\right)$$

##### b) Inductance mutuelle entre phases statoriques

- Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_{q_1 q_2(p \neq 1)}}^{Out} = L_{s_{q_1 q_2(p \neq 1)}}^{Sta-ecc} = L_{s_{q_1 q_2}}^{sain} \quad (4.15)$$

- Pour :  $p = 1$

$$L_{s_{q_1 q_2(p=1)}}^{Out} = L_{s_{q_1 q_2}}^{sain} + \frac{\gamma}{2\pi} LL_{s_{q_1 q_2(p=1)}}^{Sta-ecc} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{LL_{s_{q_1 q_2(p=1)}}^{Sta-ecc}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{Out} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.16)$$

avec :

$$L_{s_{q_1 q_2}}^{sain} = \frac{4\mu_0 r l N_t^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{k_{wh}}{h}\right)^2 \cos\left(h \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(h (q_1 - q_2) \frac{2\pi}{3}\right)$$

##### c) Inductance de magnétisation d'une maille rotorique

$$L_{m_{r_k}}^{Out} = L_{m_{r_k}}^{sain} + \frac{\gamma}{2\pi} LL_{m_{r_k}}^{Sta-ecc} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{LL_{m_{r_k}}^{Sta-ecc}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{Out} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.17)$$

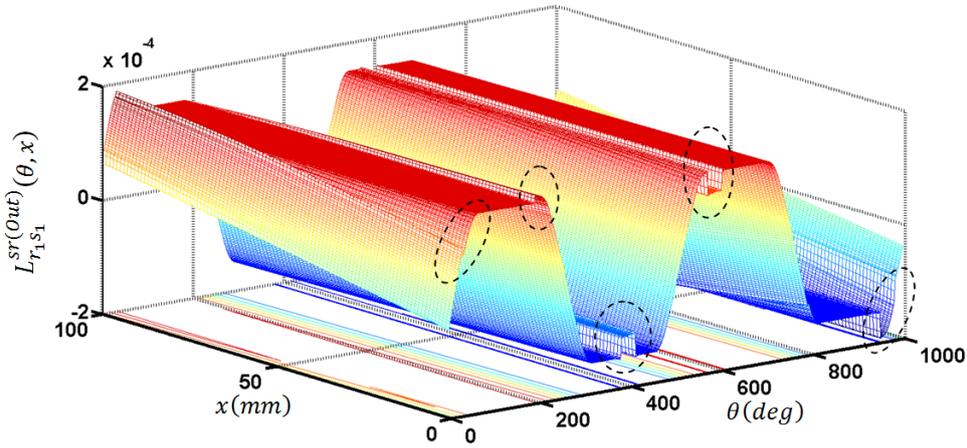


FIGURE 4.4 – Inductance mutuelle stator-rotor  $L_{s_1 r_1}^{sr(Out)}$  pour un défaut dans l'anneau externe du roulement

d) Inductance mutuelle entre mailles rotoriques

$$L_{r_k r_j}^{Out} = L_{r_k r_j}^{sain} + \frac{\gamma}{2\pi} LL_{r_k r_j}^{Sta-ecc} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{LL_{r_k r_j}^{Sta-ecc}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{Out} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.18)$$

e) Inductance mutuelle entre une phase statorique et une maille rotorique

• Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Out)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)} + \frac{\gamma}{2\pi} M_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Sta-ecc)} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{M_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Sta-ecc)}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{Out} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.19)$$

• Pour :  $p = 1$

$$L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Out)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)} + \frac{\gamma}{2\pi} M_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Sta-ecc)} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{M_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Sta-ecc)}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{Out} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.20)$$

Les différentes formules d'inductances présentées pour le cas d'un défaut dans l'anneau externe du roulement confirment que, si :

la figure (4.4) représente l'inductance mutuelle stator-rotor en 3D pour un défaut dans l'anneau externe du roulement.

TABLE 4.1 – Les différentes formules d'inductances présentées pour le cas d'un défaut dans l'anneau externe du roulement.

Cas sain $\gamma = 0$	Cas d'excentricité statique $\gamma = 2\pi$
$\begin{cases} L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{Out} = L_{m_{s_q(p=1)}}^{Out} = L_{m_{s_q}}^{sain} \\ L_{s_{q1q2(p \neq 1)}}^{Out} = L_{s_{q1q2(p=1)}}^{Sta-ecc} = L_{s_{q1q2}}^{sain} \\ L_{m_{r_k}}^{Out} = L_{m_{r_k}}^{sain} \\ L_{r_k r_j}^{Out} = L_{r_k r_j}^{sain} \\ L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Out)} = L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Out)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)} \end{cases}$	$\begin{cases} L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{Out} = L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{Sta-ecc} = L_{m_{s_q}}^{sain} \\ L_{m_{s_q(p=1)}}^{Out} = L_{m_{s_q}}^{Sta-ecc} \\ L_{s_{q1q2(p \neq 1)}}^{Out} = L_{s_{q1q2(p \neq 1)}}^{Sta-ecc} = L_{s_{q1q2}}^{sain} \\ L_{s_{q1q2(p=1)}}^{Out} = L_{m_{s_q}}^{Sta-ecc} \\ L_{m_{r_k}}^{Out} = L_{m_{r_k}}^{Sta-ecc} \\ L_{r_k r_j}^{Out} = L_{r_k r_j}^{Sta-ecc} \\ L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Out)} = L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Sta-ecc)} \\ L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Out)} = L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Sta-ecc)} \end{cases}$
$\gamma \neq 0, 2\pi \Rightarrow$ Défaut dans l'anneau externe du roulement <span style="float: right;">(Cas général)</span>	

Pour voir plus nettement l'influence du défaut dans l'anneau externe du roulement sur l'inductance mutuelle stator-rotor, nous allons utiliser une vue de face. Figures (4.5).

Nous remarquons, que la forme de l'inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Out)}$  (rouge) est superposée sur celle du cas sain  $L_{s_1 r_1}^{sr(sain)}$  (noir), jusqu'au passage des billes du roulement sur la partie défectueuse de son anneau externe, et là, elle devient superposée sur celle de l'excentricité

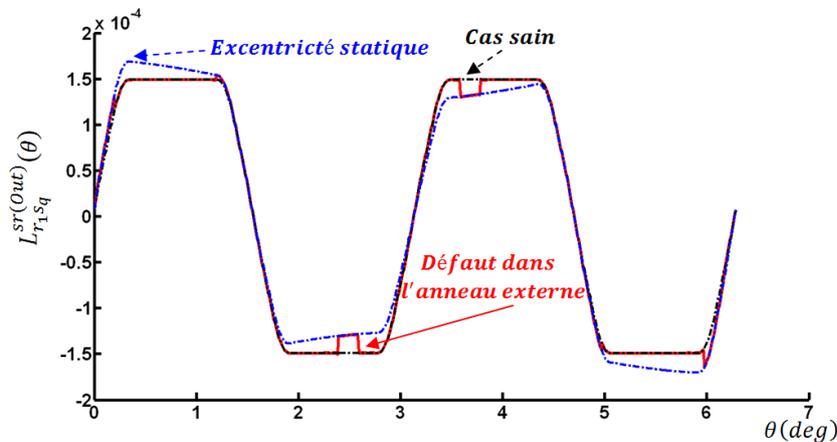


FIGURE 4.5 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Out)}$  en 2D pour,  $\gamma = 2\pi$  (Excentricité statique),  $\gamma = 0$  (Cas sain),  $\gamma \neq 0, 2\pi$  (Défaut dans l'anneau externe du roulement) (vue de face)

statique  $L_{s_1 r_1}^{sr(Sta-ecc)}$  (bleu).

Dans ce qui suit, nous allons voir qu'elle est l'influence de la variation de l'angle de défaut ( $\gamma$ ) sur l'inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Out)}$  (figure 4.6), en deuxième temps nous allons varier ( $l_{SE}$ ) (figure 4.7), mais nous n'allons pas varier ( $\gamma_r$ ), parce que nous savons d'après le chapitre (4) que l'inclinaison des barres rotoriques, n'a pas une grande influence pour ne pas dire aucune sur la forme de l'inductance mutuelle stator-rotor.

Nous remarquons d'après la figure (4.6), que l'augmentation de l'angle de défaut « $\gamma$ », rapproche de plus en plus l'inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Out)}$  vers celle de l'excentricité statique  $L_{s_1 r_1}^{sr(Sta-ecc)}$ .

Nous remarquons d'après la figure (4.7), que pour la même valeur du degré d'excentricité ( $\delta_s$ ), l'augmentation de l'inclinaison provoque une réduction importante de l'amplitude de ces inductances mutuelles, car comme au chapitre (2), l'inclinaison des barres

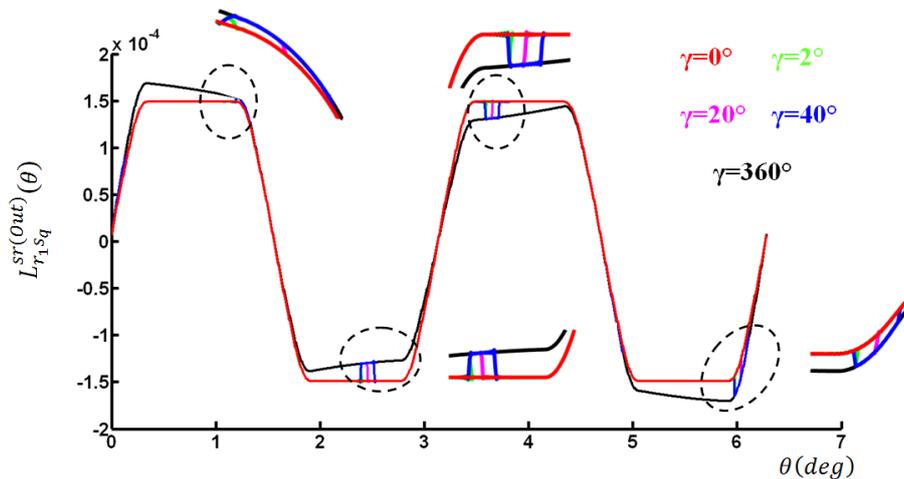


FIGURE 4.6 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Out)}$  pour différentes valeurs de ( $\gamma$ ) et ( $\delta_s = 0.3$ )

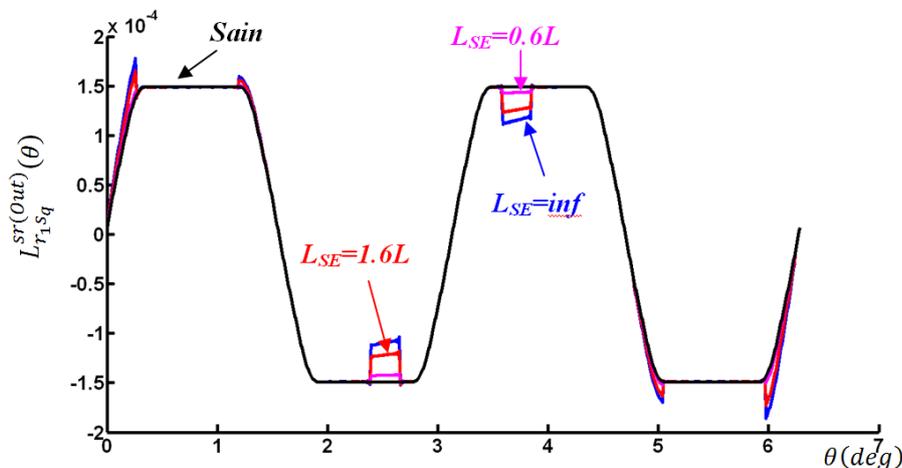


FIGURE 4.7 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(Out)}$  pour différentes valeurs de  $l_{SE}$  ( $\delta_s = 0.3$ ) (vue de face)

rotorique permet l'atténuation des harmoniques d'encoches rotoriques.

## 4.2.2 Défaut dans l'anneau interne du roulement

### 4.2.2.1 Fréquence du défaut

Le déplacement de l'axe du rotor pour le cas du défaut dans l'anneau interne est présenté sur la figure (4.8), tel que :

$\gamma$  : l'angle de défaut.

$f_{int}$  : fréquence caractéristique du défaut dans l'anneau interne.

$\delta_d^{temp}(\theta, x)$  : le degré d'excentricité statique temporaire.

Comme pour le cas du défaut dans l'anneau externe du roulement vu précédemment, quand une bille passe sur une irrégularité sur l'anneau interne du roulement, une vibration à une fréquence périodique prendra naissance, et se répète à chaque fois qu'une bille de l'ensemble des éléments roulants passe sur le défaut. La fréquence caractéristique pour ce type de défaut est donnée en fonction de la géométrie du roulement ainsi que de la fréquence de rotation mécanique du rotor « $f_r$ », même chose que précédemment, tel que le calcul de ces fréquence se trouve dans [69, 70].

$$f_{int} = \frac{N_{ba}}{2} f_r \left( 1 + \frac{D_b}{D_c} \cos(\beta) \right) \quad (4.21)$$

A fin d'éviter la répétition, nous évitons dans ce qui suit le développement, et nous donnons directement les résultats.

### 4.2.2.2 Nouvelle expression de l'entrefer (défaut-roulement-interne)

Le défaut dans l'anneau interne du roulement représente une excentricité dynamique temporaire et qui se répète avec une fréquence « $f_{int} = \frac{N_{ba}}{2} f_r \left( 1 + \frac{D_b}{D_c} \cos(\beta) \right)$ ».

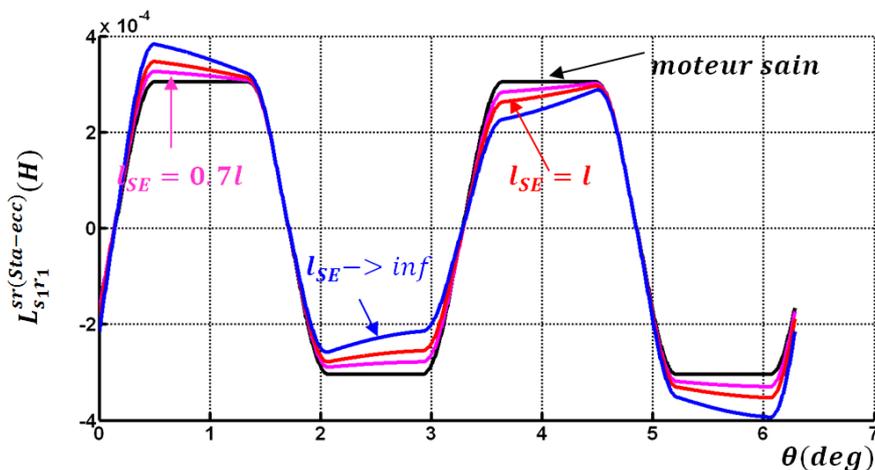


FIGURE 4.8 – Excentricité dynamique temporaire dû au défaut dans l'anneau interne [5]

Le signal carré assurant l'excentricité dynamique temporaire est défini comme suit :

$$D_{sw} = \frac{\gamma}{2\pi} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{int} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.22)$$

En combinant l'équation (4.22) avec l'expression (3.36) du degré d'excentricité dynamique du chapitre (3), nous donnons la nouvelle expression en 3D de la variation temporaire du degré d'excentricité dynamique.

La nouvelle expression en 3D de la variation temporaire du degré d'excentricité dynamique est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} \delta_d^{temp}(\theta, \theta_r, x) = & \frac{\delta_d}{2\pi} \left(1 - \frac{x}{l_{DE}}\right) \cos(\theta - \theta_r) + \\ & \frac{\delta_d}{\pi} \left(1 - \frac{x}{l_{DE}}\right) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \theta_r \pm \lambda \left(\theta_{int} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

La combinaison des équations (4.23), et (3.5, 3.6) du chapitre (3), donne les nouvelles expressions de la fonction d'entrefer et de son inverse pour les petites variations comme suit :

$$\begin{aligned} g_{int}(\theta, \theta_r, x) = g_0 \left\{ 1 - \frac{\gamma}{2\pi} \delta_d^{temp}(\theta, \theta_r, x) - \frac{\delta_d}{\pi} \left(1 - \frac{x}{l_{DE}}\right) \times \right. \\ \left. \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \theta_r \pm \lambda \left(\theta_{int} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \right\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

La fonction inverse « $g_{int}^{-1}(\theta, \theta_r, x)$ » pour une approximation au premier harmonique, sera donc exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} g_{int}^{-1}(\theta, \theta_r, x) = \frac{1}{g_0} \left\{ 1 + \frac{\gamma}{2\pi} \delta_d^{temp}(\theta, \theta_r, x) + \frac{\delta_d}{\pi} \left(1 - \frac{x}{l_{DE}}\right) \times \right. \\ \left. \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \theta_r \pm \lambda \left(\theta_{int} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \right\} \end{aligned} \quad (4.25)$$

#### 4.2.2.3 Les différentes inductances de la machine (défaut-roulement- interne)

En suivant les mêmes étapes que pour le cas du défaut dans l'anneau externe du roulement vu précédemment, nous donnons :

1. *Fonction d'enroulement modifiée statorique* : La fonction d'enroulement modifiée du

stator est donnée comme suit :

- Pour :  $p \neq 1$

$$M_{s_{(p \neq 1)}}^{\text{int}}(\theta, x) = N_{s_q}^{\text{sain}}(\theta, x) \quad (4.26)$$

- Pour :  $p = 1$

$$M_{s_{q(p=1)}}^{\text{int}}(\theta, \theta_r, x) = N_{s_q}^{\text{sain}}(\theta, x) + \frac{\gamma}{2\pi} N_{s_{q(p=1)}}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta, \theta_r, x) \times \frac{2}{\pi} N_{s_{q(p=1)}}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta, \theta_r, x) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \theta_r \pm \lambda \left(\theta_{\text{int}} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.27)$$

avec :

$$N_{s_{q(p=1)}}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta, x) = -\frac{N_t \delta_d}{\pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{DE}}\right) k_w \cos\left(\theta_r + \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3}\right)$$

2. **Fonction d'enroulement modifiée rotorique** : La fonction d'enroulement modifiée du rotor est calculée de la même manière que précédemment, et en utilisant les résultats du chapitre (3), nous aurons :

$$M_{r_k}^{\text{int}}(\theta, \theta_r, x) = N_{r_k}^{\text{sain}}(\theta, \theta_r, x) + \frac{\gamma}{2\pi} N_{r_k}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta, \theta_r, x) + \frac{\gamma}{2\pi} N_{r_k}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta, \theta_r, x) \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\theta \pm \theta_r \pm \lambda \left(\theta_{\text{int}} \pm \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.28)$$

avec :

$$N_{r_k}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta_r, x) = -\frac{\delta_d}{\pi} \left(1 - \frac{l}{2l_{DE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)} \cos\left(2\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right) - \frac{\delta_d}{\pi \gamma_r} \left(\frac{l}{l_{DE}}\right) \sin\left(\frac{\alpha_r}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\gamma_r}{2}\right) - \frac{\sin\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}{\left(\frac{\gamma_r}{2}\right)}\right) \sin\left(2\theta_r + \left(k - \frac{1}{2}\right) \alpha_r - \frac{\gamma_r}{2}\right)$$

La même analyse que pour le cas du défaut dans l'anneau externe du roulement est faite, tel que :

$$\gamma = 0 \Rightarrow \begin{cases} M_{s_{(p \neq 1)}}^{\text{int}}(\theta, x) = N_{s_q}^{\text{sain}}(\theta, x) \\ M_{s_{(p=1)}}^{\text{int}}(\theta, x) = N_{s_q}^{\text{sain}}(\theta, x) \quad (\text{Cas sain}) \\ M_{r_k}^{\text{int}}(\theta, \theta_r, x) = N_{r_k}^{\text{sain}}(\theta, \theta_r, x) \end{cases}$$

$$\gamma = 2\pi \Rightarrow \begin{cases} M_{s_{(p \neq 1)}}^{\text{int}}(\theta, x) = N_{s_q}^{\text{sain}}(\theta, x) \\ M_{s_{(p=1)}}^{\text{int}}(\theta, x) = M_{s_q}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta, x) \\ M_{r_k}^{\text{int}}(\theta, \theta_r, x) = M_{r_k}^{\text{Dyn-ecc}}(\theta, \theta_r, x) \end{cases} \quad (\text{Excentricité dynamique})$$

$$\gamma \neq 0, 2\pi \Rightarrow \begin{cases} M_{s_{(p \neq 1)}}^{\text{int}}(\theta, x) \\ M_{s_{(p=1)}}^{\text{int}}(\theta, x) \quad (\text{Défaut dans l'anneau interne du roulement}) \\ M_{r_k}^{\text{int}}(\theta, \theta_r, x) \end{cases}$$

3. *Les différentes inductances de la machine* : Les différentes inductances de la machine seront données comme suit :

a) *Inductance de magnétisation d'une phase statorique*

• Pour :  $p \neq 1$

$$L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{\text{int}} = L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{\text{Dyn-ecc}} = L_{m_{s_q}}^{\text{sain}} \quad (4.29)$$

• Pour :  $p = 1$

$$L_{m_{s_q(p=1)}}^{\text{int}} = L_{m_{s_q}}^{\text{sain}} + \frac{\gamma}{2\pi} L_{m_{s_q(p=1)}}^{\text{Dyn-ecc}} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{L_{m_{s_q(p=1)}}^{\text{Dyn-ecc}}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{\text{int}} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.30)$$

avec :

$$L_{m_{s_q}}^{\text{sain}} = \frac{4\mu_0 r l}{g_0} \frac{N_t^2}{p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{k_{wh}}{h}\right)^2 \cos\left(h \frac{2\pi}{3}\right)$$

b) *Inductance mutuelle entre phases statoriques*

• Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_{q1q2(p \neq 1)}}^{\text{int}} = L_{s_{q1q2(p \neq 1)}}^{\text{Dyn-ecc}} = L_{s_{q1q2}}^{\text{sain}} \quad (4.31)$$

- Pour :  $p = 1$

$$L_{s_{q1q2}(p=1)}^{\text{int}} = L_{s_{q1q2}}^{\text{sain}} + \frac{\gamma}{2\pi} LL_{s_{q1q2}(p=1)}^{\text{Dyn-ecc}} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{LL_{s_{q1q2}(p=1)}^{\text{Dyn-ecc}}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{\text{int}} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.32)$$

avec :

$$L_{s_{q1q2}}^{\text{sain}} = \frac{4\mu_0 r l N_f^2}{g_0 p^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left(\frac{k_{wh}}{h}\right)^2 \cos\left(h \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(h (q_1 - q_2) \frac{2\pi}{3}\right)$$

c) Inductance de magnétisation d'une maille rotorique

$$L_{m_{r_k}}^{\text{int}} = L_{m_{r_k}}^{\text{sain}} + \frac{\gamma}{2\pi} LL_{m_{r_k}}^{\text{Dyn-ecc}} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{LL_{m_{r_k}}^{\text{Dyn-ecc}}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{\text{int}} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.33)$$

d) Inductance mutuelle entre mailles rotoriques

$$L_{r_k r_j}^{\text{int}} = L_{r_k r_j}^{\text{sain}} + \frac{\gamma}{2\pi} LL_{r_k r_j}^{\text{Dyn-ecc}} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{LL_{r_k r_j}^{\text{Dyn-ecc}}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{\text{int}} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.34)$$

e) Inductance mutuelle entre une phase statorique et une maille rotorique

- Pour :  $p \neq 1$

$$L_{s_{qk}(p \neq 1)}^{\text{sr(int)}} = L_{s_{qk}}^{\text{sr(sain)}} + \frac{\gamma}{2\pi} M_{s_{qk}(p \neq 1)}^{\text{sr(Dyn-ecc)}} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{M_{s_{qk}(p \neq 1)}^{\text{sr(Dyn-ecc)}}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{\text{int}} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.35)$$

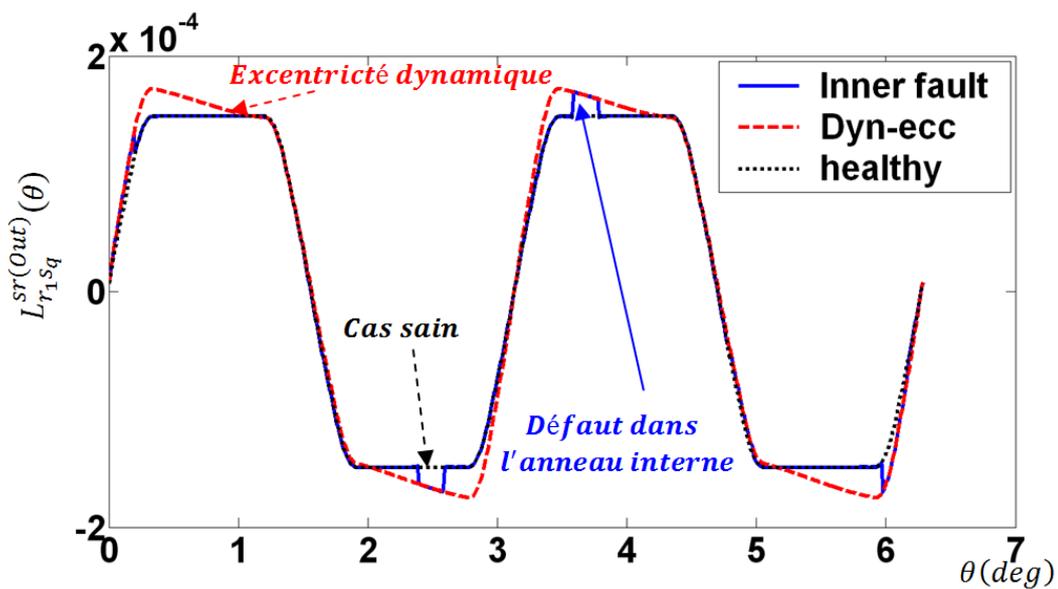
- Pour :  $p = 1$

$$L_{s_{qk}(p=1)}^{\text{sr(int)}} = L_{s_{qk}}^{\text{sr(sain)}} + \frac{\gamma}{2\pi} M_{s_{qk}(p=1)}^{\text{sr(Dyn-ecc)}(h)} + \frac{2}{\pi} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{M_{s_{qk}(p=1)}^{\text{sr(Dyn-ecc)}(h)}}{\lambda} \sin\left(\lambda \frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\lambda \left(\theta_{\text{int}} - \frac{\gamma}{2}\right)\right) \quad (4.36)$$

Une même analyse que précédemment est faite, tel que :

TABLE 4.2 – Les différentes formules d'inductances présentées pour le cas d'un défaut dans l'anneau interne du roulement.

Cas sain $\gamma = 0$	Cas d'excentricité dynamique $\gamma = 2\pi$
$\begin{cases} L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{int} = L_{m_{s_q(p=1)}}^{Dyn-ecc} = L_{m_{s_q}}^{sain} \\ L_{s_{q1q2(p \neq 1)}}^{int} = L_{s_{q1q2(p=1)}}^{Dyn-ecc} = L_{s_{q1q2}}^{sain} \end{cases}$	$\begin{cases} L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{int} = L_{m_{s_q(p \neq 1)}}^{Dyn-ecc} = L_{m_{s_q}}^{sain} \\ L_{m_{s_q(p=1)}}^{int} = L_{m_{s_q}}^{Dyn-ecc} \end{cases}$
$\begin{cases} L_{m_{r_k}}^{int} = L_{m_{r_k}}^{sain} \\ L_{r_k r_j}^{int} = L_{r_k r_j}^{sain} \end{cases}$	$\begin{cases} L_{m_{r_k}}^{int} = L_{m_{r_k}}^{Dyn-ecc} \\ L_{r_k r_j}^{int} = L_{r_k r_j}^{Dyn-ecc} \end{cases}$
$L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(int)} = L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(int)} = L_{s_q r_k}^{sr(sain)}$	$\begin{cases} L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(int)} = L_{s_q r_k(p \neq 1)}^{sr(Dyn-ecc)} \\ L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(int)} = L_{s_q r_k(p=1)}^{sr(Dyn-ecc)} \end{cases}$
$\{\gamma \neq 0, 2\pi \Rightarrow \text{Défaut dans l'anneau interne du roulement}\} \quad \left( \text{Cas général} \right)$	

FIGURE 4.9 – Inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(int)}$  en 2D pour,  $\gamma = 2\pi$  (Excentricité dynamique),  $\gamma = 0$  (Cas sain),  $\gamma \neq 0, 2\pi$  (Défaut dans l'anneau interne du roulement) (vue de face)

L'influence de la variation de l'angle de défaut ( $\gamma$ ) sur l'inductance mutuelle  $L_{s_1 r_1}^{sr(int)}$ , ainsi que  $l_{DE}$ , sont les mêmes que pour le cas du défaut dans l'anneau externe.

### 4.3 Contenu fréquentiel du courant statorique du défaut dans l'anneau interne du roulement

Comme pour le chapitre (3), dans cette partie, on va faire le développement uniquement pour un seul cas. Pour différentier du chapitre précédent, nous traitons le cas le cas du défaut dans l'anneau interne du roulement [5].

#### 4.3.1 Défaut dans l'anneau interne du roulement

Comme pour le cas de l'excentricité statique (chapitre (3)), et de la même manière, on a :

L'inductance mutuelle stator-rotor sans l'inclinaison des barres rotoriques est pour le cas du défaut dans l'anneau interne du roulement :

$$\begin{aligned}
 L_{s_q r_k}^{sr(int)} = & \sum_{h=1}^{\infty} M_{hp}^{sr} \cos \left( hp \left( \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} \right) - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) + \\
 & \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) \times \left\{ \sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp \pm 1)}^{sr} \cos \left( hp \theta_{r_{kq}} \pm \theta_{rk} \pm \theta_r \right) + \right. \\
 & \left. \frac{1}{\pi} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin \left( \lambda \frac{\gamma}{2} \right) M_{(hp \pm 1)}^{sr} \cos \left( hp \theta_{r_{kq}} \pm \theta_{rk} \pm \theta_r \pm \lambda \theta_{int} \pm \lambda \frac{\gamma}{2} \right) \right\}
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

##### 4.3.1.1 Expression des courants rotoriques

Comme pour le chapitre (3), on a :

$$[I_{s_{a,b,c}}] = \left[ I_{sm} \cos \left( \omega_s t - (q-1) \frac{2\pi}{3} \right) \right]_{(3 \times 1)} \tag{4.38}$$

$$[\psi_{r_k}] = [L_{s_q r_k}^{sr}]^T [I_{s_{a,b,c}}] + [L_{r_k}] [I_{r_k}] \tag{4.39}$$

$[L_{r_k}]$  : La matrice inductance rotorique.

$[L_{s_q r_k}^{sr}]$  : La matrice inductance mutuelle stator-rotor.

La substitution de (4.37), (4.38) dans (4.39), donne l'expression suivante du flux roto-

rique :

$$\begin{aligned}
[\psi_{r_k}] = [L_{r_k}] [I_{r_k}] &+ \frac{1}{2} I_{sm} \sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp)}^{sr} \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( (s_{(h)} \omega_s) t + hp k \alpha_r - hp \varphi \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=0,1,\dots,n_b-1} \\
&+ \frac{\delta_d}{4} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) \frac{1}{\pi} I_{sm} \sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp+1)}^{sr} \times \\
&\left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( s_{(hp\pm 1)} \omega_s t \pm \frac{1}{p} \omega_r t + (hp \pm 1) k \alpha_r - hp \varphi - \frac{\alpha_r}{2} \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=0,1,\dots,n_b-1} \\
&+ \frac{\delta_s}{4} \frac{\gamma}{2\pi} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) I_{sm} \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^{\infty} M_{(hp+1)}^{sr} \times \\
&\left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( s_{(hp\pm 1)} \omega_s t \pm \frac{1}{p} \omega_r t + (hp \pm 1) k \alpha_r \pm \lambda 2\pi f_{\text{int}} - hp \varphi \pm \frac{\gamma}{2} - \frac{\alpha_r}{2} \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=0,1,\dots,n_b-1}
\end{aligned} \tag{4.40}$$

La notation « $\pm$ » est utilisée pour écrire toutes les combinaisons de fréquences possibles sous une forme compacte. tel que :

$$\begin{cases} \varphi = \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} - \frac{\gamma_r}{2}, s_{(h)} = h(1-s) \pm 1 \\ s_{(hp+1)} = s_{(h)} + \frac{1-s}{p} \left( \frac{p \pm 1}{p} \right), s_{(hp-1)} = s_{(h)} - \frac{1-s}{p} \left( \frac{p \pm 1}{p} \right) \end{cases} \tag{4.41}$$

Les composantes de flux de l'équation (4.40) induisent des tensions dans le rotor, qui donnent à leurs tours des courants rotoriques qui seront présentés comme suit :

$$[I_{r_k}] = [I_{r_{k(1h)}}] + [I_{r_{k(2h)}}] + [I_{r_{k(3h)}}] \tag{4.42}$$

tel que :

$$[I_{r_{k(1h)}}] = \sum_{k=1}^{\infty} I_{r_{k(hp)}} \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( s_{(h)} \omega_s t + hp k \alpha_r - hp \varphi \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=1,\dots,n_b-1} \tag{4.43}$$

$$\left[ I_{r_k(2h)} \right] = \sum_{k=1}^{\infty} I_{r_k(hp+1)} \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( \left( s_{(hp\pm 1)} + \frac{1-s}{p} \right) \omega_s t + \right. \\ \left. (hp \pm 1) k \alpha_r - hp\varphi - \frac{\alpha_r}{2} \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=1, \dots, n_b-1} \quad (4.44)$$

$$\left[ I_{r_k(3h)} \right] = \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} I_{r_k(hp+1)} \left[ \begin{array}{c} \vdots \\ \cos \left( \left( s_{(hp\pm 1)} + \frac{1-s}{p} \right) \omega_s t + (hp \pm 1) k \alpha_r \pm \right. \\ \left. \lambda 2\pi f_{\text{int}} \pm \frac{\gamma}{2} - hp\varphi - \frac{\alpha_r}{2} \right) \\ \vdots \end{array} \right]_{k=1, \dots, n_b-1} \quad (4.45)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left[ I_{r_k(1h)} \right] = \left[ I_{r_k(hp)} \right] \\ \left[ I_{r_k(2h)} \right] = \left[ I_{r_k(hp+1)} \right] + \left[ I_{r_k(hp-1)} \right] \\ \left[ I_{r_k(3h)} \right] = \left[ I_{r_k((hp+1)+\lambda f_{\text{int}})} \right] + \left[ I_{r_k((hp+1)-\lambda f_{\text{int}})} \right] + \left[ I_{r_k((hp-1)+\lambda f_{\text{int}})} \right] + \left[ I_{r_k((hp-1)-\lambda f_{\text{int}})} \right] \end{array} \right.$$

Les équations (4.43-4.44-4.45) montrent que le contenu fréquentiel du courant rotorique contient un paquet de 7 lignes situées à :

$$f_{rh} = \left\{ \begin{array}{l} s(h) f_s \\ s(hp+1) f_s \\ s(hp+1) f + \lambda f_{\text{int}s} \\ s(hp+1) f_s - \lambda f_{\text{int}} \\ s(hp-1) f_s \\ s(hp-1) f_s + \lambda f_{\text{int}} \\ s(hp-1) f_s - \lambda f_{\text{int}} \end{array} \right. \quad (4.46)$$

### 4.3.1.2 Expression des courants statoriques

Comme pour le chapitre (3), le vecteur du flux statorique peut être exprimé par :

$$\left[ \psi_{s_q} \right] = [L_s] [I_{s_{a,b,c}}] + \left[ L_{s_q r_k}^{sr} \right]^T [I_{r_k}] \quad (4.47)$$

$[L_s]$  : La matrice inductances statoriques.

En substituant (4.42) dans (4.47), nous aurons :

$$\left[ \psi_{s_q} \right] = [L_s] [I_{s_{a,b,c}}] + \left[ L_{s_q r_k}^{sr} \right]^T \left\{ \left[ I_{r_{k(hp)}} \right] + \left[ I_{r_{k(2h)}} \right] + \left[ I_{r_{k(3h)}} \right] \right\} \quad (4.48)$$

En utilisant (4.42-4.43-4.44-4.45), on aura l'expression du flux statorique suivante :

$$\left[ \psi_{s_q} \right] = [L_s] [I_{s_{a,b,c}}] + \left[ \psi_{s_{q(1)}} \right] + \left[ \psi_{s_{q(2)}} \right] + \left[ \psi_{s_{q(3)}} \right] \quad (4.49)$$

tel que :

$$\left[ \psi_{s_{q(1)}} \right] = \sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp)}^{sr} \cos \left( hp \left( \theta_{rk} + \frac{\gamma_r}{2} \right) - hp \left( \theta_0 + (q-1) \frac{2\pi}{3p} \right) \right) \times \left\{ \left[ I_{r_{k(1h)}} \right] + \left[ I_{r_{k(2h)}} \right] + \left[ I_{r_{k(3h)}} \right] \right\} \quad (4.50)$$

$$\left[ \psi_{s_{q(2)}} \right] = \left\{ \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) \sum_{h=1}^{\infty} M_{(hp\pm 1)}^{sr} \cos (hp\theta_{rkq} \pm \theta_r \pm \theta_r) \right\} \times \left\{ \left[ I_{r_{k(1h)}} \right] + \left[ I_{r_{k(2h)}} \right] + \left[ I_{r_{k(3h)}} \right] \right\} \quad (4.51)$$

$$\left[ \psi_{s_{q(3)}} \right] = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) \times \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{h=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin \left( \lambda \frac{\gamma}{2} \right) M_{(hp\pm 1)}^{sr} \cos \left( hp\theta_{rkq} \pm \theta_r \pm \theta_r \pm \lambda\theta_{\text{int}} \pm \lambda \frac{\gamma}{2} \right) \times \left\{ \left[ I_{r_{k(1h)}} \right] + \left[ I_{r_{k(2h)}} \right] + \left[ I_{r_{k(3h)}} \right] \right\} \quad (4.52)$$

$\left[ \psi_{s_{q(1)}} \right]$  : est pris comme exemple pour les calculs dans le développement qui va suivre, et dans le but de distinguer des termes différents, on introduit un nouveau paramètre ( $h'$ ), qui jouera le même rôle que ( $h$ ). On obtient alors, de l'équation (4.50) :

$$\begin{aligned}
\left[ \psi_{s_q(1)} \right] = & \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h \sum_{h'}^{\infty} I_{r_{k(hp)}} M_{(hp)}^{sr} \left\{ \cos \left( hp\theta_r + s_{(h')} \omega_s t - pk\alpha_r (h+h') + (h+h') p\varphi \right) \right. \\
& \left. + \cos \left( hp\theta_r + s_{(h')} \omega_s t - pk\alpha_r (h-h') + (h-h') p\varphi \right) \right\} \\
& + \frac{1}{2} \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h \sum_{h'}^{\infty} M_{(hp)}^{sr} \\
& \left\{ \cos \left( hp\theta_r \pm \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) \pm s_{(h')} \right) \omega_s t + k\alpha_r (ph + ph' \pm 1) - (h+h') p\varphi \right) \right. \\
& \left. + \cos \left( hp\theta_r \pm \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) \pm s_{(h')} \right) \omega_s t + k\alpha_r (ph - ph' \pm 1) - (h-h') p\varphi \right) \right\} \\
& + \frac{1}{2} \frac{\delta_d}{2} \left( 1 - \frac{l}{2l_{DE}} \right) \sum_{k=1}^{n_b-1} \sum_h \sum_{h'}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda} \sin \left( \lambda \frac{\gamma}{2} \right) M_{(hp)}^{sr} \\
& \left\{ \cos \left( hp\theta_r \pm \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) \pm s_{(h')} \right) \omega_s t \pm \theta_{int} + k\alpha_r (ph + ph' \pm 1) - (h+h') p\varphi \pm \lambda \frac{\gamma}{2} \right) \right. \\
& \left. + \cos \left( hp\theta_r \pm \left( \left( \frac{1-s}{p} \right) \pm s_{(h')} \right) \omega_s t \pm \theta_{int} + k\alpha_r (ph - ph' \pm 1) - (h-h') p\varphi \pm \lambda \frac{\gamma}{2} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{4.53}$$

La dérivée du flux statorique peut être exprimée comme suit :

$$\frac{d \left[ \psi_{s_q} \right]}{dt} = [L_s] \frac{d \left[ I_{s_{a,b,c}} \right]}{dt} + \frac{d \left[ \psi_{s_q(1)} \right]}{dt} + \frac{d \left[ \psi_{s_q(2)} \right]}{dt} + \frac{d \left[ \psi_{s_q(3)} \right]}{dt} \tag{4.54}$$

tel que :

$$\begin{cases} \frac{d \left[ \psi_{s_q(1)} \right]}{dt} = \frac{d \left\{ \left[ L_{s_q r_k}^{sr} \right]^T \left[ I_{r_{k(1h)}} \right] \right\}}{dt} \\ \frac{d \left[ \psi_{s_q(2)} \right]}{dt} = \frac{d \left\{ \left[ L_{s_q r_k}^{sr} \right]^T \left[ I_{r_{k(2h)}} \right] \right\}}{dt} \\ \frac{d \left[ \psi_{s_q(3)} \right]}{dt} = \frac{d \left\{ \left[ L_{s_q r_k}^{sr} \right]^T \left[ I_{r_{k(3h)}} \right] \right\}}{dt} \end{cases} \tag{4.55}$$

Le développement et la dérivation du premier terme de l'ensemble (4.55), en utilisant (4.53), se fait après le remplacement de « $\theta_r$ » et « $\theta_{int}$ » par leurs valeurs respectives comme suit :

$$\begin{cases} \theta_r = \frac{1-s}{p} \omega_s t \\ \dot{\theta}_{int} = 2\pi f_{int} t \end{cases} \tag{4.56}$$

$\omega_s$  : La pulsation de la tension d'alimentation.

On trouve que «  $\frac{d[\psi_{s_q(1)}]}{dt}$  » est toujours nul sauf pour les ordres d'harmoniques suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} h = h' \\ h = \left( \frac{\lambda n_b \pm h'}{p} \right)_{\lambda=1,2,\dots} \\ h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 1}{p} \pm h' \right)_{\lambda=1,2,\dots} \\ h = \left( \frac{h' p \pm 1}{p} \right) \end{array} \right. \quad (4.57)$$

Pour ces ordres d'harmoniques seulement l'harmonique fondamentale  $h' = 1$  est considérée, et ces derniers doivent appartenir à  $G$ , tel que :

$$G = \left\{ \left( h = 1 \cup h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 1}{p} \right) \cup h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 1}{p} \pm 1 \right) \cup h = \left( \frac{\lambda n_b \pm 2}{p} \pm 1 \right) \right) \cap h = 6v \pm 1 \right\}_{\lambda=1,2,\dots} \quad (4.58)$$

En utilisant les ordres d'harmonique de (4.57) dans (4.54), nous trouvons qu'en plus de l'harmonique fondamental du flux ( $h = 1$ ) et des harmoniques d'encoches rotoriques, le spectre du flux possède également une série d'harmoniques dues au défaut dans l'anneau interne du roulement, et qui sont exprimés comme suit : [5]

$$f_{\text{int-ecc}} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1-s) \pm 1 \right) f_s \pm \frac{1}{p} f_r \pm k f_{\text{int}} \quad (\lambda = 0,1,\dots, k = 0,1,\dots) \quad (4.59)$$

***Cette expression n'a jamais parue dans aucun travail de recherche auparavant.***

$\left( \text{Les mêmes fréquences sont trouvées en examinant } \frac{d[\psi_{s_q(2)}]}{dt}, \frac{d[\psi_{s_q(3)}]}{dt} \right)$   
 $f_s$  : La fréquence d'alimentation.

Le tableau 4.3 montre les fréquences caractéristiques du défaut dans l'anneau externe du roulement, qui sont trouvées par notre approche et par celle de Blödt, à fin de pouvoir remarquer la différence.

### 4.3.2 Défaut dans l'anneau externe du roulement

Le tableau 4.4 montre les fréquences caractéristiques du défaut dans l'anneau externe du roulement, qui sont trouvées par notre approche et par celle de Blödt.

TABLE 4.3 – Fréquences caractéristiques du défaut dans l’anneau interne avec notre approche et celle de **Blödt**.

	Fréquence du défaut dans l’anneau interne du roulement
L’approche de Blödt	$f_{\text{int-ecc}} = f_s \pm f_r \pm k f_{\text{int}}$
La nouvelle approche	$f_{\text{int-ecc}} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm \frac{1}{p} f_r \pm k f_{\text{int}}$

TABLE 4.4 – Fréquences caractéristiques du défaut dans l’anneau externe avec notre approche et celle de **Blödt**.

	Fréquence du défaut dans l’anneau externe du roulement
L’approche de Blödt	$f_{\text{Out-ecc}} = f_s \pm k f_{\text{Out}}$
La La nouvelle approche	$f_{\text{Out-ecc}} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm k f_{\text{Out}}$

## 4.4 Validation expérimentale

### 4.4.1 Ban d’essai

*Le banc d’essai utilisé pour la validation, a été réalisé par l’équipe du laboratoire Ampère de l’université Claude Bernard Lyon 1. France.*

Le moteur du banc est triphasé à cage d’écureuil Leroy Somer LS 132S avec un indice de protection de 55 (protection contre la poussière et contre les jets d’eau), câblé en étoile. La vitesse nominale du moteur est de  $1440 \text{tr}/\text{min}$ , pour  $11.4A$  et un facteur de puissance de  $0.84$ . Ce moteur est d’une puissance utile nominale de  $5.5 \text{KW}$ . La machine est constituée de 2 paires de pôles, une résistance statorique par phase de  $1.315 \Omega$ , 28 encoches rotoriques et 48 encoches statoriques. Figure (4.10) Vu qu’il s’agit d’un moteur dédié au diagnostic, et pour accéder à ses bobines, des parties ont été shuntées selon le besoin.

L’acquisition de la vitesse a été faite par un codeur optique 1024 impulsions par tour couplé avec l’axe du moteur. Un tachymètre optique a été utilisé pour la vérification des mesures acquises.

La méthode d’analyse utilisée est la MCSA, donc nous allons nous baser sur l’analyse du courant. En effet, cette mesure est facile à obtenir sur un moteur. L’acquisition, le traitement et l’affichage des signaux ont été fait sur un ordinateur muni d’une application LABview qui a été développée spécialement pour ce banc.

Pour notre moteur, le choix d’un roulement à rouleau pour le moteur du banc d’essai, était limité par le diamètre de l’arbre moteur ainsi que les dimensions de l’emplacement dans la flasque.

Le banc de test est dédié pour un roulement à billes, le constructeur a donc choisi les

dimensions pour loger un roulement à billes qui permet une durée de vie acceptable.

Le roulement à billes 6206 peut être remplacé par : NUP 206, NU206 ou N206 et le roulement à billes 6208 peut être remplacé par : NUP 208, NU208 ou N208. Les 3 modèles ont les mêmes performances mais diffèrent au niveau des épaulements. Pour le type N, les roulements sont fixés dans la bague interne par deux épaulements alors que la bague externe est libre (sans épaulement). Pour le type NUP ainsi que NU les rouleaux sont retenus sur la bague externe ainsi la bague interne est séparable du roulement. La différence entre ces deux derniers c'est que le type NUP est constitué de deux épaulements au niveau de la bague interne dont l'un est une rondelle séparable.

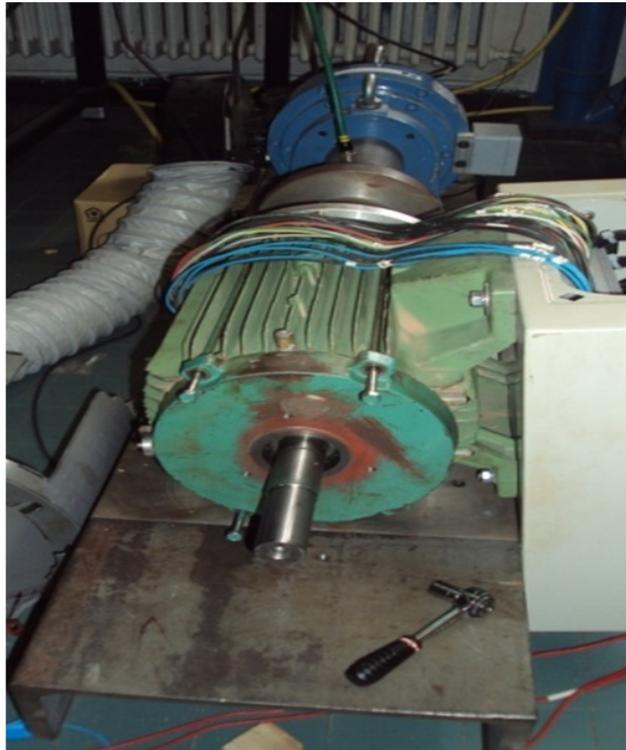


FIGURE 4.10 – Vue de face du banc d'essai

Le défaut a été simulé sur un roulement à roulement par l'ajout d'un contaminant (poudre de ciment). Figure (4.11)



FIGURE 4.11 – Vue de face d'un roulement NUP206 après ajout de contaminant

Le Défaut de bague interne (une raie sur la bague interne) a été réalisé sur 3 niveaux de sévérité. Figure (4.12)



FIGURE 4.12 – Défaut de bague interne sur le roulement NUP206 (niveau 1/3,2/3 et 3/3 dans l'ordre de gauche à droite) [Guendouz]

#### 4.4.2 Extraction des signaux

Pour une vitesse de charge de  $1406tr/min$  pour le niveau de défaut (1/3),  $1423tr/min$  pour le niveau de défaut (2/3) et  $1420tr/min$  pour le niveau de défaut (3/3), et pour le roulement sain (Roulement NUP 206).

En utilisant l'expression (4.59), on établit les tableaux des fréquences détectées pour un petit angle de défaut ( $\gamma$ ), ou un angle de défaut plus grand.

En effet, pour tout moteur, on distingue toujours une petite excentricité du rotor visible aux fréquences, ce explique l'existence de quelques harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne même pour un moteur sain, comme représenté sur les figures (4.13, 4.14, 4.15, 4.16), lorsque le moteur est testé avec un angle de défaut au niveau (1/3).

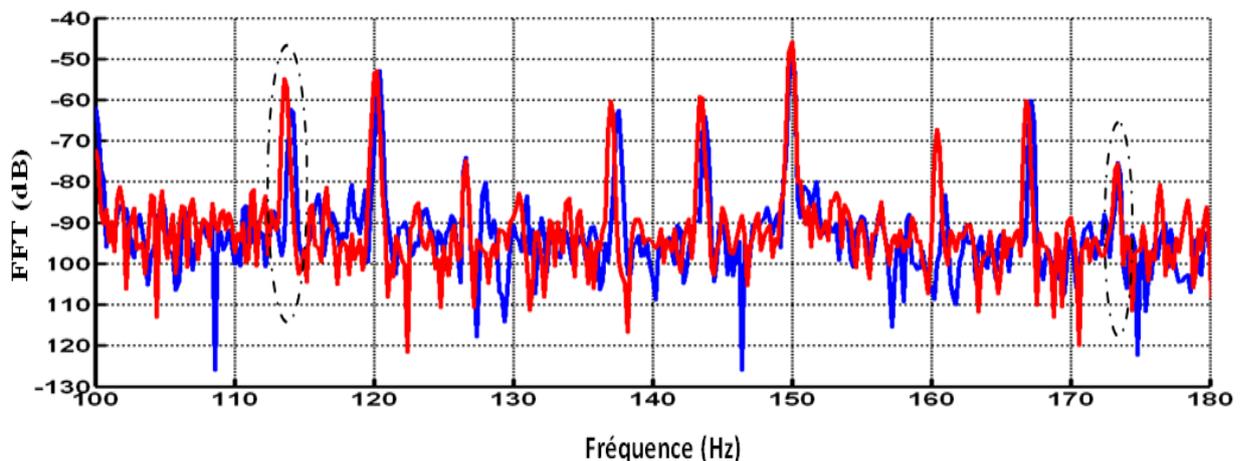


FIGURE 4.13 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge),  $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 100Hz et 180 Hz

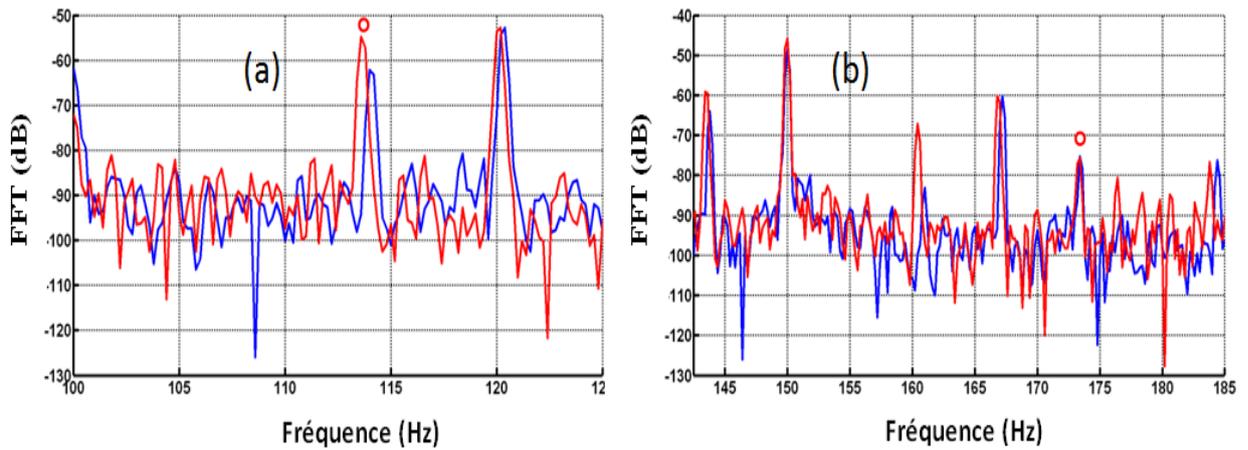


FIGURE 4.14 – Zoom du spectre du courant (a) : 113.03Hz, (b) :172.21Hz

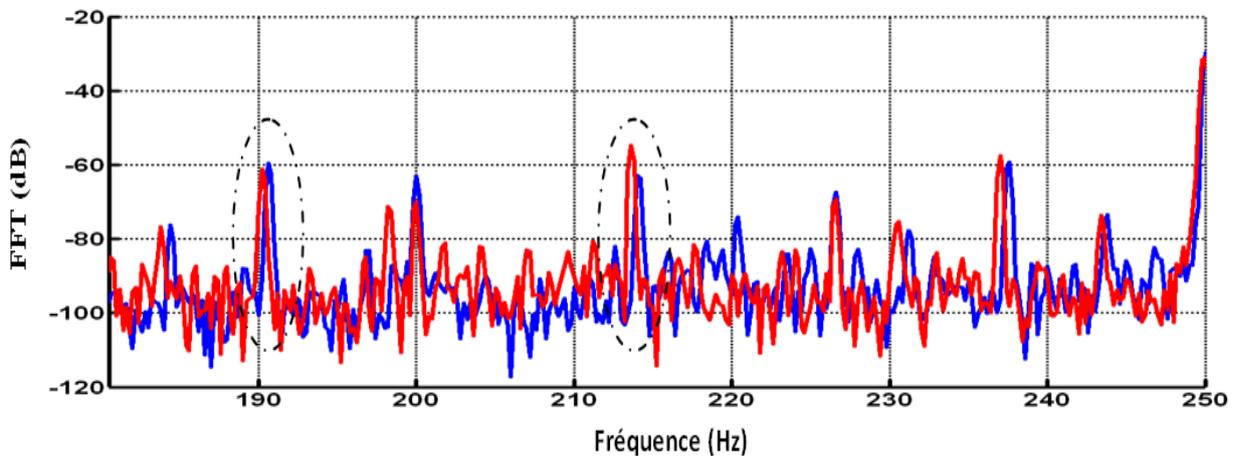


FIGURE 4.15 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge),  $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 180Hz et 250Hz.

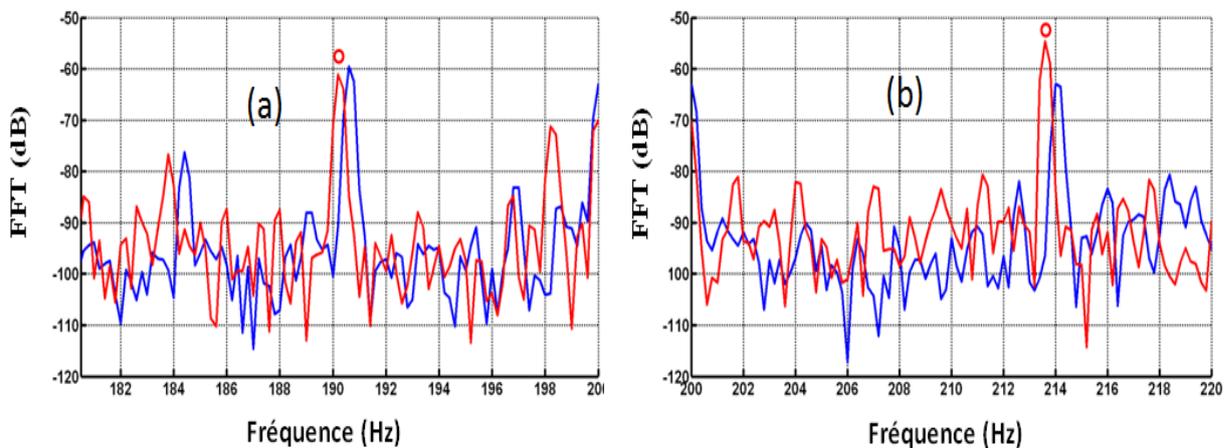


FIGURE 4.16 – Zoom du spectre du courant (a) : 189.56Hz, (b) :213.03Hz

Ce groupe d'harmonique est présenté dans le tableau 4.5 suivant :

TABLE 4.5 – 1<sup>er</sup> groupe d'harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour le niveau (1/3).

$$f_{\text{int-ecc}} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm \frac{1}{p} f_r \pm k f_{\text{int}}$$

	Roulement sain	Roulement défectueux
$\lambda = 1, k = 3$	173.90Hz	173.90Hz
$\lambda = 3, k = 10$	114.43Hz	113.03Hz
	214.43Hz	213.03Hz
	190.76Hz	189.56Hz

Le spectre fréquentiel du courant statorique, pour un roulement défectueux avec un niveau de défaut (1/3), contient de nouvelles fréquences par rapport au cas sain (159.28Hz, 198.48Hz, 259.28Hz et 298.48Hz), comme illustré sur les figures (4.17, 4.18, 4.19, 4.20).

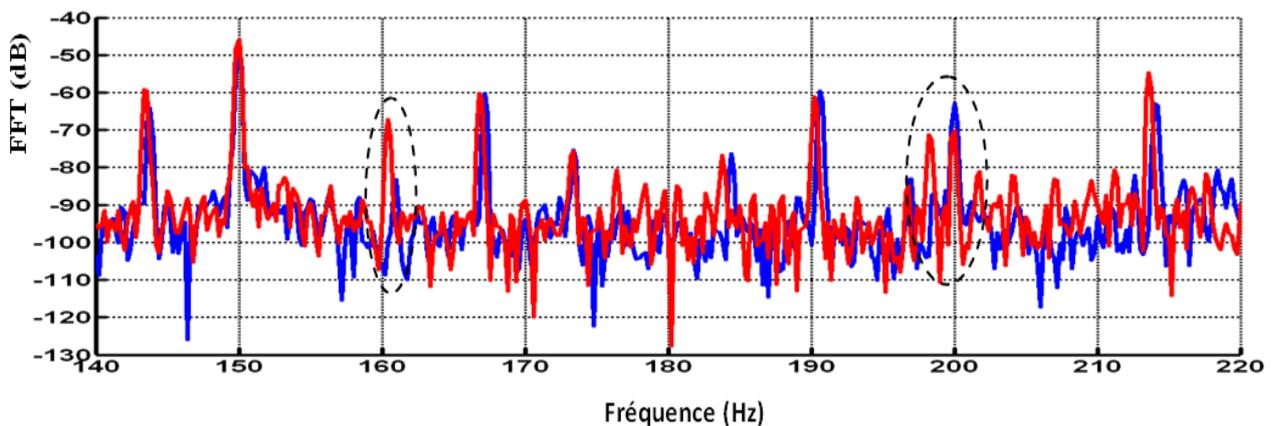


FIGURE 4.17 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge),  $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 180Hz et 250Hz.bis.

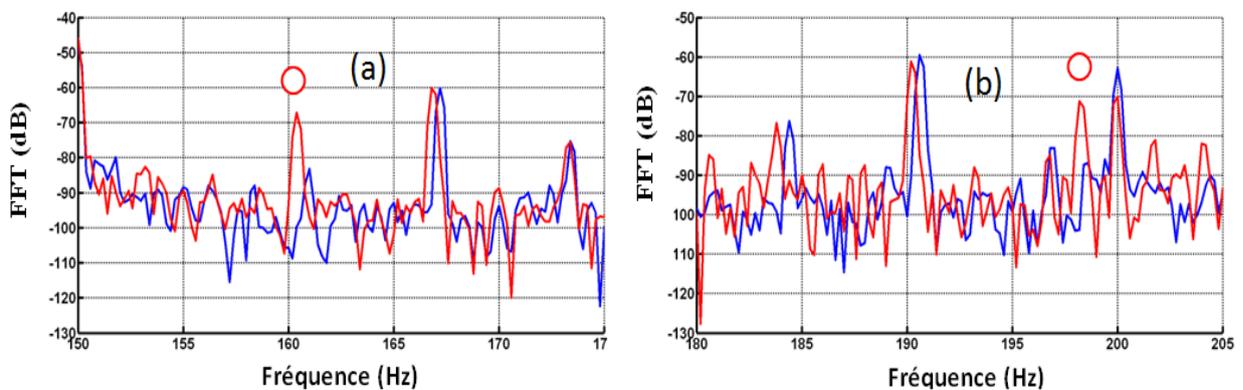


FIGURE 4.18 – Zoom du spectre du courant (a) : 159.28Hz, (b) : 198.48Hz

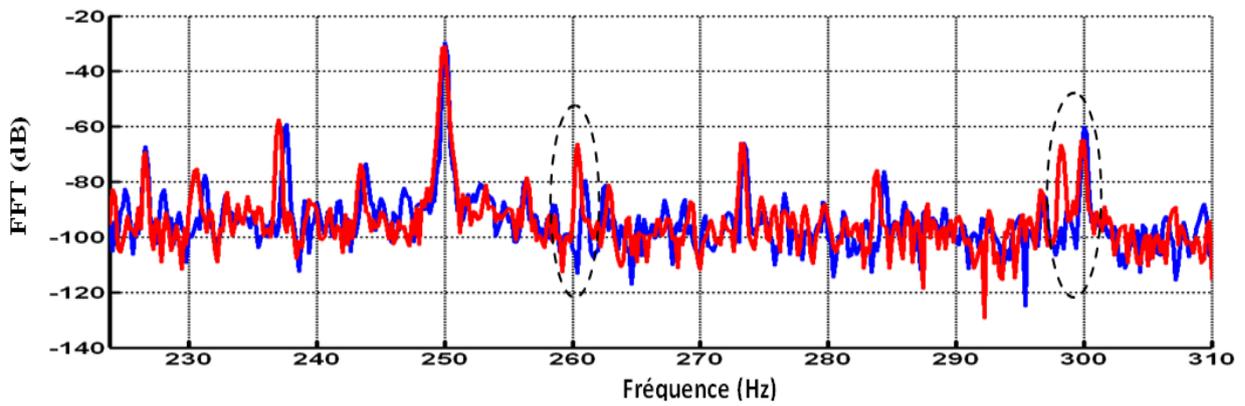


FIGURE 4.19 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), roulement défectueux (rouge),  $s = 0.061$ . Niveau de défaut (1/3) entre 220Hz et 310Hz

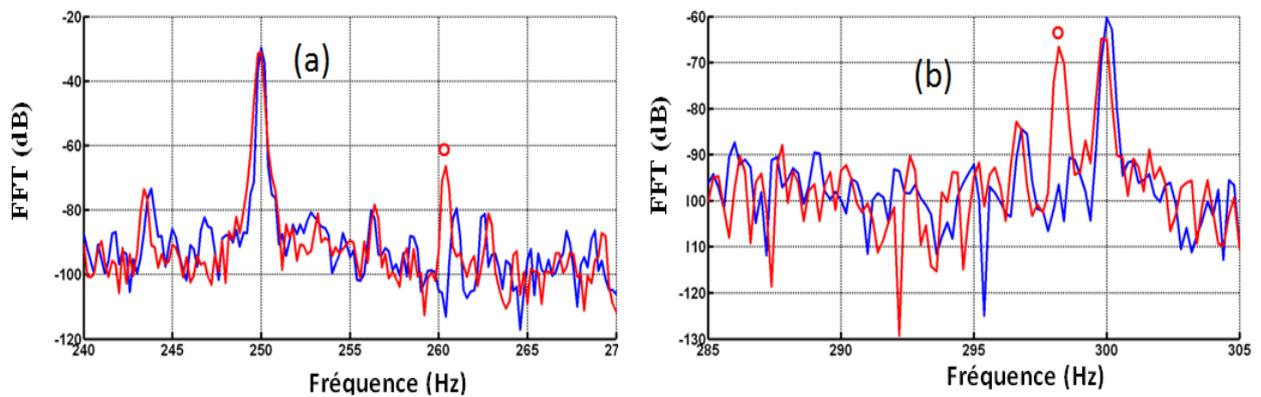


FIGURE 4.20 – Zoom du spectre du courant (a) : 259.28Hz, (b) :298.48Hz

Ce groupe d'harmonique est présenté dans le tableau 4.6 suivant :

TABLE 4.6 – 2<sup>ème</sup> groupe d'harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour le niveau (1/3).

	$f_{\text{int-ecc}} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm \frac{1}{p} f_r \pm k f_{\text{int}}$
$\lambda = 2, k = 6$	$(28(1 - s) - 1) f_s - \frac{1}{2} f_r - 6 f_{\text{int}} = 159.28 \text{Hz}$
	$(28(1 - s) + 1) f_s + \frac{1}{2} f_r - 6 f_{\text{int}} = 198.48 \text{Hz}$
$\lambda = 4, k = 13$	$(56(1 - s) - 1) f_s - \frac{1}{2} f_r - 13 f_{\text{int}} = 259.28 \text{Hz}$
	$(56(1 - s) + 1) f_s + \frac{1}{2} f_r - 13 f_{\text{int}} = 298.48 \text{Hz}$

Le moteur est maintenant testé avec une augmentation significative du degré de sévérité du défaut (niveau 2/3) par rapport au précédent (niveau 1/3), mais avec une nette réduction de la charge par rapport au premier test (1423tr/min au lieu de 1406tr/min).

Notons que l'augmentation de l'angle de défaut n'a eu aucun impact sur la génération de nouveaux harmoniques, par contre on remarque une diminution des amplitudes. Les figures (4.21, 4.22), montrent un exemple d'une paire d'harmoniques (159.28Hz et 259.28Hz).

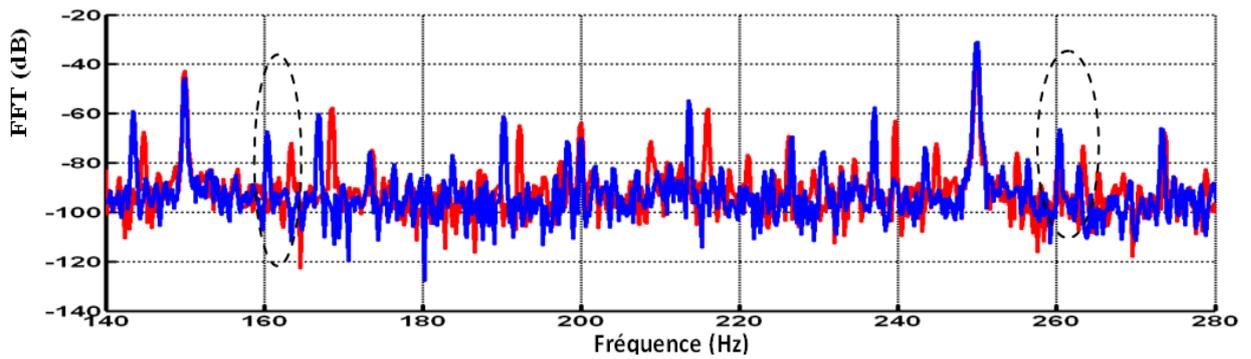


FIGURE 4.21 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement défectueux. Niveau de défaut (1/3) (bleu),  $s = 0.063$ . Niveau (2/3) (rouge)  $s = 0.051$ , entre 140Hz et 280Hz.bis.

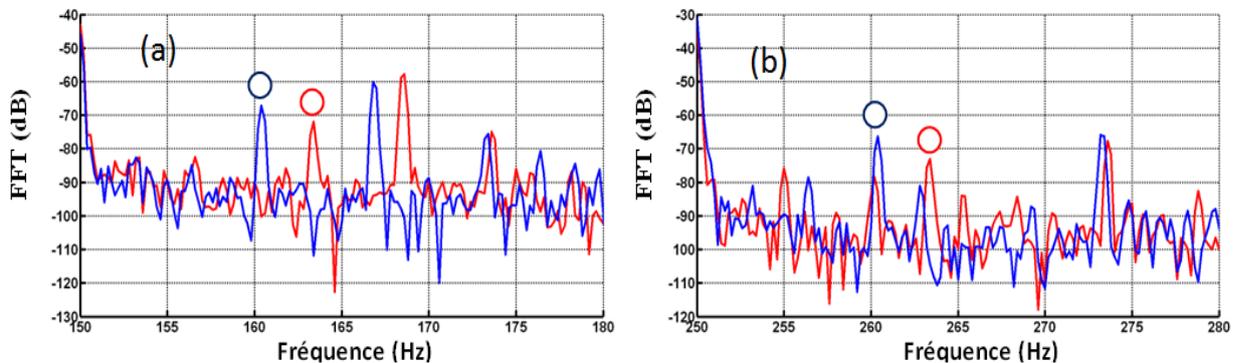


FIGURE 4.22 – Zoom du spectre du courant (a) : 162.73Hz, (b) :262.73Hz

Ce groupe d'harmonique est présenté dans le tableau 4.7 suivant :

TABLE 4.7 – Paire d'harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour les niveaux (1/3) et (2/3).

	$f_{\text{int-ecc}} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm \frac{1}{p} f_r \pm k f_{\text{int}}$	
	Niveau (1/3)	Niveau (2/3)
$\lambda = 2, k = 6$	159.28Hz	162.73Hz
	259.28Hz	262.73Hz

Le moteur est testé à nouveau, mais cette fois ci, avec la même vitesse de rotation pour un roulement sain et un roulement défectueux, avec un degré de sévérité du défaut (3/3).

Notons que, malgré la diminution de la charge au niveau (3/3) par rapport au niveau (1/3), les harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne ne perdent pas de leurs amplitudes, et peuvent même en gagné, ce qui montre l'influence de l'augmentation de l'angle de défaut, confirmant ce qui a été prédit précédemment.

Quelques exemples montrent cette différence dans les figures (4.23,4.24, 4.25, 4.26 ).

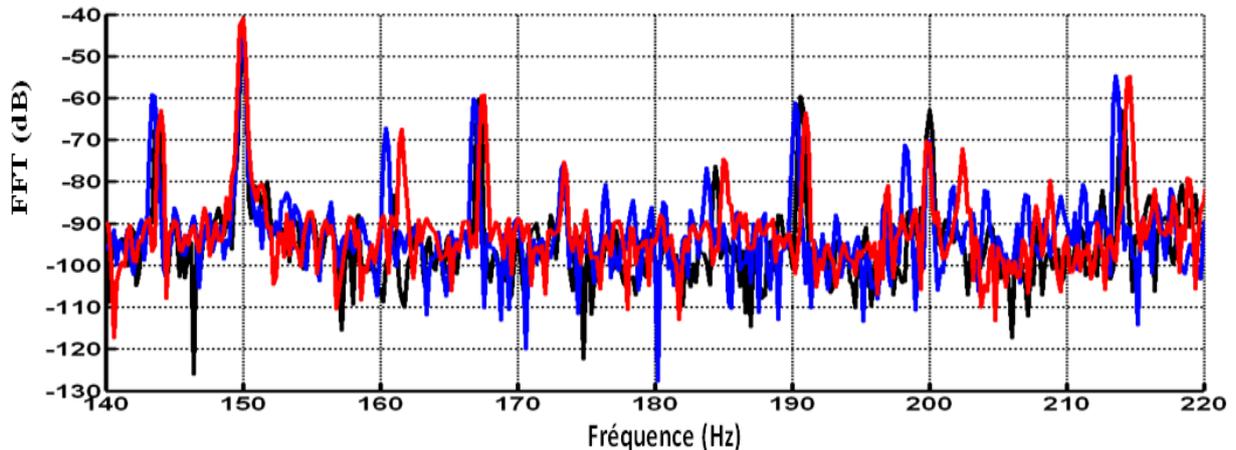


FIGURE 4.23 – Spectre fréquentiel du courant statorique sain (Noir), pour un roulement défectueux. Niveau de défaut (1/3) (bleu)  $s = 0.063$ . Niveau (3/3) (rouge)  $s = 0.053$ , entre 140Hz et 220Hz.bis.

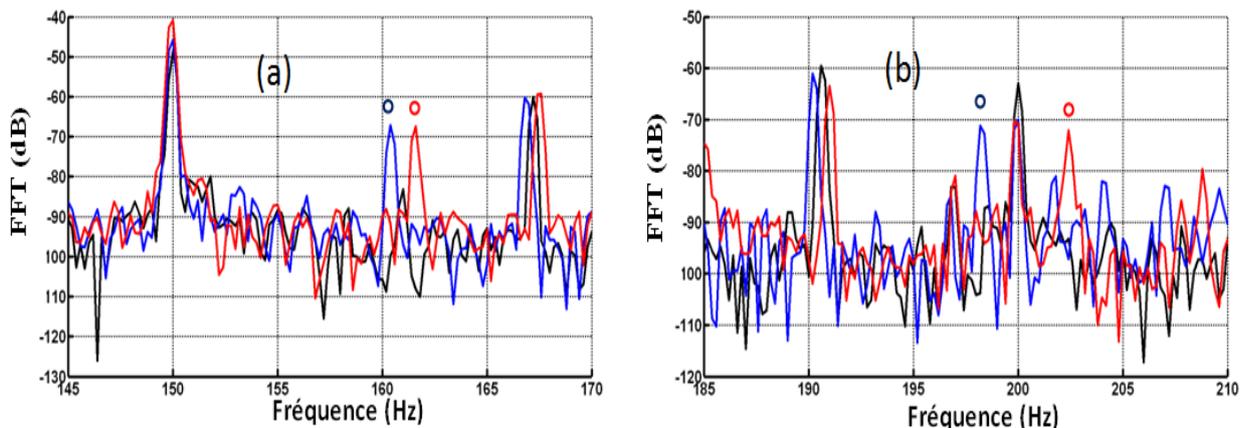


FIGURE 4.24 – Zoom du spectre du courant, (a) : 159.28Hz et 198.48Hz , (b) :162.3Hz et 202.63Hz

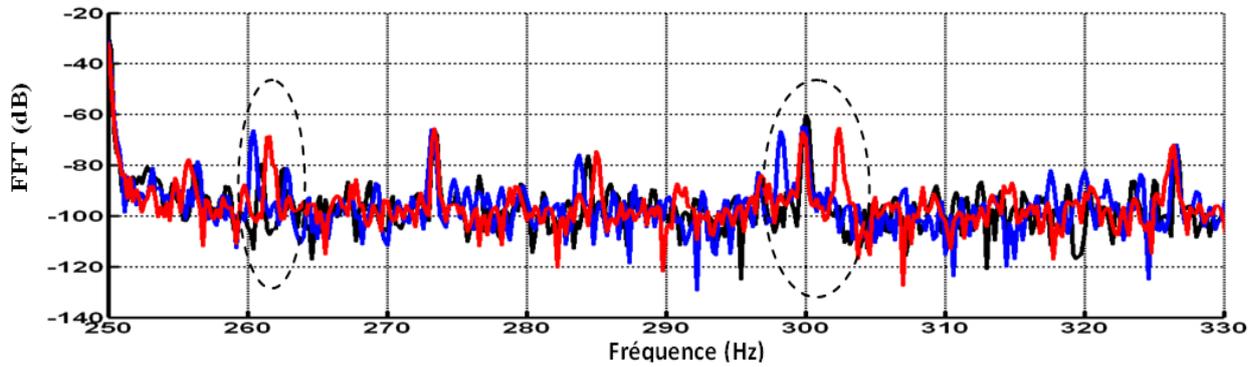


FIGURE 4.25 – Spectre fréquentiel du courant statorique sain (Noir), pour un roulement défectueux. Niveau de défaut (1/3) (bleu)  $s = 0.063$ . Niveau (3/3) (rouge)  $s = 0.053$ , entre 250Hz et 330Hz.bis.

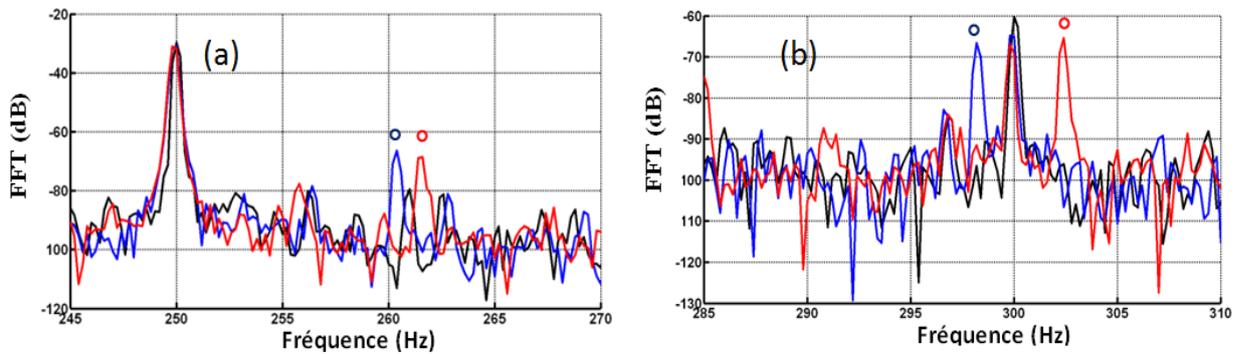


FIGURE 4.26 – Zoom du spectre du courant, (a) : 259.28Hz et 298.48Hz , (b) :262.3Hz et 302.63Hz

Ces groupes d'harmoniques sont présentés dans le tableau 4.8 suivant :

TABLE 4.8 – Harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement pour les niveaux (1/3) et (3/3).

	$f_{\text{int-ecc}} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm \frac{1}{p} f_r \pm k f_{\text{int}}$	
	Niveau (1/3)	Niveau (3/3)
$\lambda = 2, k = 6$	159.28Hz 259.28Hz	162.73Hz 262.73Hz
$\lambda = 4, k = 13$	198.48Hz 298.48Hz	202.83Hz 302.83Hz

## 4.5 Comparaison entre notre approche et celle de «BLÖDT»

Pour une vitesse de rotation de  $1420tr/min$  pour un roulement sain, et celui défectueux (niveau (3/3)).

Les figures ((4.27)-a-b-c), illustrent le spectre fréquentiel du courant statorique, avec tous les harmoniques de défauts de l'anneau interne détectés. Les fréquences seront résumées dans le tableau (4.9) pour la nouvelle approche et celle de Blödt.

Nous remarquons, qu'en utilisant l'approche de Blödt seulement un harmonique a été détecté sur le spectre fréquentiel du courant statorique. ( $f_{int-ecc} = 209.93Hz$ ).

Les harmoniques trouvés dans le spectre du courant sont présentés dans le tableau 4.9 suivant :

TABLE 4.9 – Harmoniques spécifiques du défaut de l'anneau interne du roulement , niveau (3/3), pour les deux approches.

Nouvelle approche		Approche de BLÖDT	
$f_{int-ecc} = \left( \frac{\lambda n_b}{p} (1 - s) \pm 1 \right) f_s \pm \frac{1}{p} f_r \pm k f_{int}$		$f_{int-ecc} = f_s \pm f_r \pm k f_{int}$	
$\lambda = 1, k = 3$	173.9Hz	$\lambda = 1, k = 3$	209.93Hz
$\lambda = 2, k = 6$	162.3Hz 262.3Hz 185.97Hz 285.97Hz		
$\lambda = 3, k = 10$	114.43Hz 214.43Hz 190.767Hz		
$\lambda = 4, k = 13$	202.83Hz 302.83Hz		

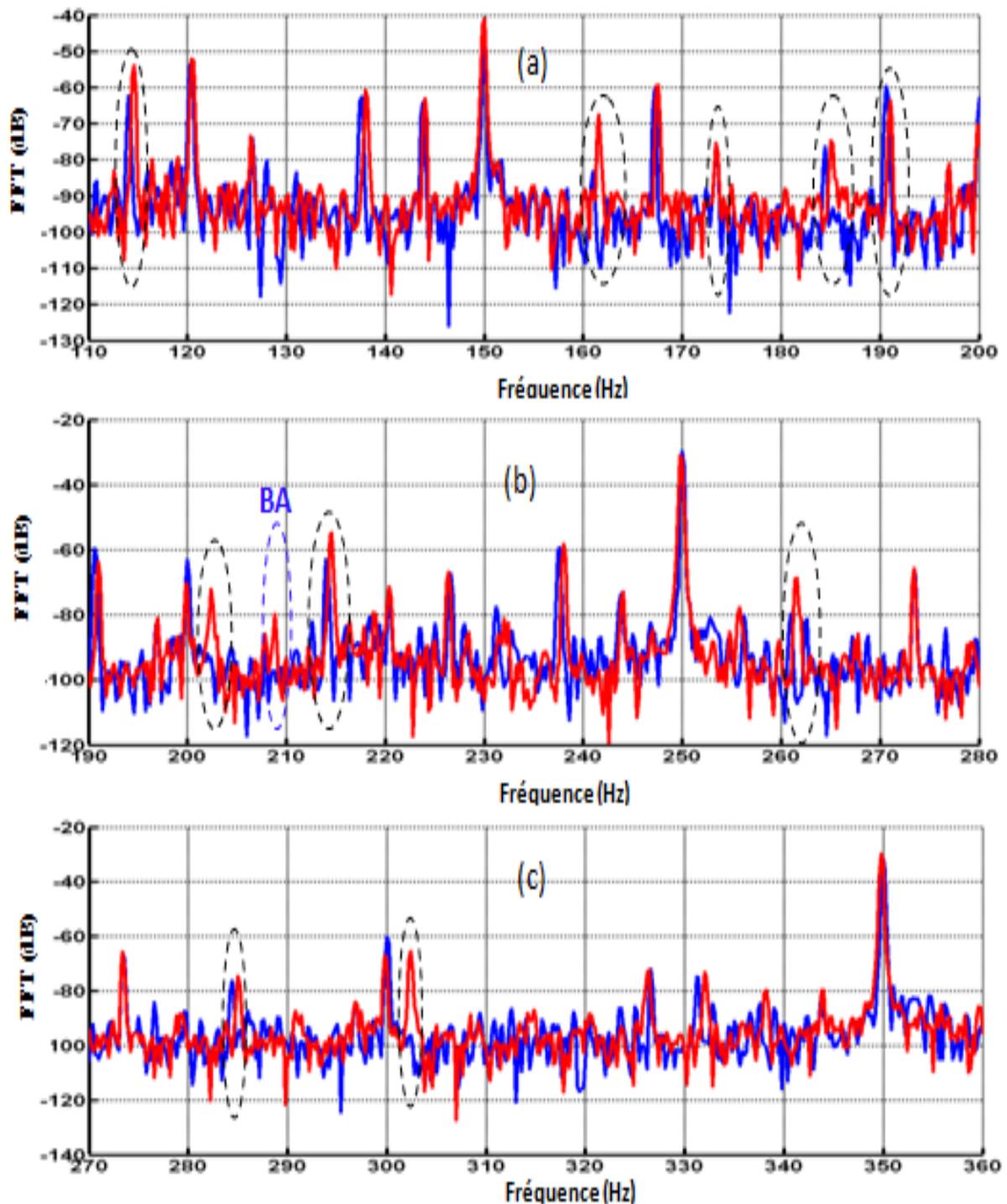


FIGURE 4.27 – Spectre fréquentiel du courant statorique pour un roulement sain (bleu), et un roulement défectueux, niveau du défaut (3/3) (rouge),  $s = 0.053$ , (a) : 110Hz et 330Hz , (b) : 190Hz et 280Hz, (c) : 270Hz et 360Hz

## 4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle méthode basée sur l'approche de la fonction d'enroulement modifiée pour le calcul de différentes inductances du moteur à induction, pour un défaut dans l'anneau interne du roulement, ou pour une excentricité dynamique a été

présentée.

On a démontré qu'en raison de l'asymétrie de l'entrefer telle créée par l'excentricité dynamique ou le défaut de l'anneau interne du roulement, les d'inductances subissent des variations considérables par rapport à l'état sain, et l'effet de l'angle de défaut pour le cas du défaut de roulement sur ces dernières (les inductances) et notamment sur la mutuelle stator-rotor, a été vérifié.

Les résultats expérimentaux qui montrent les spectres du courant statorique de la machine à induction avec défauts de l'anneau interne du roulement, ont été utilisés pour vérifier la nouvelle expression de la fréquence caractéristique de ce défaut. Ces résultats expérimentaux illustrent clairement que l'analyse des signatures du courant statorique peut être utilisée pour identifier la présence d'un défaut de roulement.



# Conclusion générale

Compte tenu de la fréquence d'utilisation des machines asynchrones dans l'industrie, la détection précoce des défauts dans ces dernières est devenue un enjeu économique important. Le travail présenté dans ce mémoire expose une approche et une contribution au diagnostic du défaut de court-circuit.

Notre étude, a tourné autour d'une modélisation fine pour la simulation des défauts de court-circuit, excentricité, et finalement le défaut de roulement.

Dans le premier chapitre, on a présenté d'abord une description de la machine asynchrone dans la première partie. Dans la seconde partie de ce chapitre, une synthèse bibliographique des différents travaux sur les défauts pouvant affecter la machine asynchrone a été présentée, ainsi que les méthodes d'analyse, pour choisir dans les chapitres (3, 4 et 4) celle qui nous a semblée, la plus adaptée à notre étude, et qui est l'analyse spectrale du courant statorique.

Le deuxième chapitre a été consacré au développement de notre modèle 3D, qui tient compte de deux points très importants, soient la tension du neutre, et la distribution réelles des enroulements dans l'espace et cela a été entrepris de la manière suivante :

Après avoir pris en considération le premier point « l'influence de la tension du neutre », au niveau des équations de la machine, on était obligé de mettre en évidence le second, et cela en développant une technique de calcul des inductances de la machine, qui prend en considération la disposition des enroulements dans l'espace (inclinaison comprise), et qui soit à la fois efficace, ouverte, précise, et simple.

Le troisième chapitre présente l'étude du défaut de court-circuit. Le chapitre commence par la présentation des articles les plus importants existants dans la littérature, sur lesquels nous nous sommes basés à l'élaboration de notre modèle. Pour cela on a commencé par le développement d'un modèle multi enroulements rotorique et multi spires statorique, en considérant chaque spire statorique comme une maille, ce qui nous a donner un système polyphasé, pour lequel on a développé la fonction d'enroulement de chaque spire à part, à fin de tenir en compte avec précision l'endroit du court-circuit, par rapport à la bobine, au pôle, et à la phase, ce qui nous a permis, après avoir fait les simulation de pouvoir détecter le court-circuit pour un petit pourcentage de spires court-circuitées.

Un modèle traitant le défaut d'excentricité statique, dynamique, et mixte a été élaboré dans le quatrième chapitre, renforcé par une étude analytique, donnant de nouvelles fréquences caractéristiques de chaque défaut. Un banc d'essai a été réalisé à la fin pour le défaut d'excentricité statique dans le but de confirmer les résultats trouvés. Le cinquième chapitre est venu à la fin pour proposer une nouvelle approche pour étudier le défaut dans l'un des deux anneaux du roulement (interne- externe), avec une étude analytique qui révéler de nouvelles fréquences caractéristiques de chaque défaut.

Une analyse expérimentale enrichie par une étude comparative entre notre approche et celle de Blödt, basée sur le contenu fréquentiel du courant statorique pour le cas du défaut dans l'anneau interne du roulement est venue confirmer les résultats trouvés.

En conclusion, ce travail, développe et test un modèle, qui peut contribuer efficacement au diagnostic des machines asynchrone.

# Bibliographie

- [1] M. HADJAMI, « Diagnostic des défauts des machines asynchrones : Etudes et modélisation dédiées à la détection des défauts », Mém. D.E.A., Université du 20 aout 55 Skikda, 2008.
- [2] B. RAISON, *Détection et localisation de défaillances sur un entraînement électrique*. Theses, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, sept. 2000.
- [3] M. HADJAMI, A. KHEZZAR, M. E. K. OUMAAMAR, H. RAZIK et A. REZZOUG, « Analytical model of cage induction machine dedicated to the study of axial non-uniformities », in *8th IEEE Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics Drives*, p. 585–591, sept. 2011.
- [4] M. BLODT, P. GRANJON, B. RAISON et G. ROSTAING, « Models for Bearing Damage Detection in Induction Motors Using Stator Current Monitoring », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, p. 1813–1822, avril 2008.
- [5] H. HADJAMI, H. RAZIK, M. E. K. OUMAAMAR et A. KEZZAR, « Analytical Model of Cage Induction Machine Dedicated to the Study of the Inner Race Bearing Fault », *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, vol. 8, p. 458–471, fév. 2018.
- [6] R. CASIMIR, *Diagnostic des défauts des machines asynchrones par reconnaissance des formes*. phdthesis, Ecole Centrale de Lyon, déc. 2003.
- [7] QINFEN LU, Z. CAO et A. E. RITCHIE, « Experimental study of MCSA to detect stator winding inter-turn short circuit faults on cage induction motors », in *XVI International Conference on Electrical Machines*, Forlag uden navn, 2004.
- [8] O. V. THORSEN et M. DALVA, « A survey of faults on induction motors in offshore oil industry, petrochemical industry, gas terminals, and oil refineries », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, p. 1186–1196, sept. 1995.
- [9] S. NANDI, H. A. TOLIYAT et X. LI, « Condition monitoring and fault diagnosis of electrical motors-a review », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, p. 719–729, déc. 2005.

- [10] F. FILIPPETTI, G. FRANCESCHINI, C. TASSONI et P. VAS, « AI techniques in induction machines diagnosis including the speed ripple effect », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 34, p. 98–108, jan. 1998.
- [11] A. BELLINI, F. FILIPPETTI, G. FRANCESCHINI, C. TASSONI, R. PASSAGLIA, M. SAOTTINI, G. TONTINI, M. GIOVANNINI et A. ROSSI, « On-field experience with online diagnosis of large induction motors cage failures using MCSA », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, p. 1045–1053, juil. 2002.
- [12] A. ABED, L. BAGHLI, H. RAZIK et A. REZZOUG, « Modelling induction motors for diagnostic purposes », in *EPE*, vol. 99, p. 7–9, 1999.
- [13] M. E. K. OUMAAMAR, F. BABAA, A. KHEZZAR, M. BOUCHERMA et F. MEIBODY-TABAR, « Novel method of broken rotor-bar diagnosis in induction machine by DC supply », *CD Proceeding, Electromotion, Lausanne (CH)*, 2005.
- [14] R. R. SCHOEN, T. G. HABETLER, F. KAMRAN et R. G. BARTFIELD, « Motor bearing damage detection using stator current monitoring », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, p. 1274–1279, nov. 1995.
- [15] R. R. SCHOEN, B. K. LIN, T. G. HABETLER, J. H. SCHLAG et S. FARAG, « An unsupervised, on-line system for induction motor fault detection using stator current monitoring », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, p. 1280–1286, nov. 1995.
- [16] S. NANDI, S. AHMED et H. A. TOLIYAT, « Detection of rotor slot and other eccentricity related harmonics in a three phase induction motor with different rotor cages », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 16, p. 253–260, sept. 2001.
- [17] H. A. TOLIYAT, M. S. AREFEEN et A. G. PARLOS, « A method for dynamic simulation of air-gap eccentricity in induction machines », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 32, p. 910–918, juil. 1996.
- [18] M. ARKAN, D. K. PEROVIĆ et P. UNSWORTH, « Online stator fault diagnosis in induction motors », *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, vol. 148, p. 537–547, nov. 2001.
- [19] H. M. EMARA, M. E. AMMAR, A. BAHGAT et H. T. DORRAH, « Stator fault estimation in induction motors using particle swarm optimization », in *Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03. IEEE International*, vol. 3, p. 1469–1475 vol.3, juin 2003.
- [20] S. NANDI et H. A. TOLIYAT, « Novel frequency-domain-based technique to detect stator interturn faults in induction machines using stator-induced voltages after switch-off », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 38, p. 101–109, jan. 2002.

- [21] H. A. TOLIYAT et T. A. LIPO, « Transient analysis of cage induction machines under stator, rotor bar and end ring faults », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 10, p. 241–247, juin 1995.
- [22] A. J. M. CARDOSO, S. M. A. CRUZ et D. S. B. FONSECA, « Inter-turn stator winding fault diagnosis in three-phase induction motors, by Park's vector approach », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, p. 595–598, sept. 1999.
- [23] S. M. A. CRUZ et A. J. M. CARDOSO, « Stator winding fault diagnosis in three-phase synchronous and asynchronous motors, by the extended Park's vector approach », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, p. 1227–1233, sept. 2001.
- [24] J. PENMAN, H. G. SEDDING, B. A. LLOYD et W. T. FINK, « Detection and location of interturn short circuits in the stator windings of operating motors », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 9, p. 652–658, déc. 1994.
- [25] A. STAVROU, H. G. SEDDING et J. PENMAN, « Current monitoring for detecting inter-turn short circuits in induction motors », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 16, p. 32–37, mars 2001.
- [26] H. HENAO, C. DEMIAN et G. A. CAPOLINO, « A frequency-domain detection of stator winding faults in induction machines using an external flux sensor », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 39, p. 1272–1279, sept. 2003.
- [27] T. ASSAF, H. HENAO et G.-A. CAPOLINO, « Comparative study between two diagnosis methods to detect incipient stator inter-turn short-circuits in working induction machine », in *16 th international conference on electrical machines, Cracow Poland, Conference proceeding ICEM*, vol. 8, 2004.
- [28] E. SCHAEFFER, *Diagnostic des machines asynchrones : modeles et outils parametriques dedies a la simulation et a la detection de defauts*. Thèse doctorat, Nantes, jan. 1999.
- [29] S. BACHIR, J. C. TRIGEASSOU et S. TNANI, « On-line Stator Faults Diagnosis by Parameter Estimation », in *EPE 2003, 10th European Conference on power electronics and Applications*, (Toulouse, France), sept. 2003.
- [30] X. BOQIANG, L. HEMING et S. LILING, « Apparent impedance angle based detection of stator winding inter-turn short circuit fault in induction motors », in *38th IAS Annual Meeting on Conference Record of the Industry Applications Conference, 2003.*, vol. 2, p. 1118–1125 vol.2, oct. 2003.
- [31] Y. ZHAO et T. A. LIPO, « Modeling and control of a multi-phase induction machine with structural unbalance », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 11, p. 570–577, sept. 1996.

- [32] A. BELLINI, F. FILIPPETTI, G. FRANCESCHINI et C. TASSONI, « Closed-loop control impact on the diagnosis of induction motors faults », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 36, p. 1318–1329, sept. 2000.
- [33] S. M. A. CRUZ et A. M. CARDOSO, « Modelling and simulation of DTC induction motor drives for stator winding faults diagnosis », in *10th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2003.
- [34] S. M. A. CRUZ et A. J. M. CARDOSO, « Diagnosis of stator inter-turn short circuits in DTC induction motor drives », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 40, p. 1349–1360, sept. 2004.
- [35] F. FILIPPETTI, G. FRANCESCHINI, C. TASSONI et P. VAS, « Recent developments of induction motor drives fault diagnosis using AI techniques », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 47, p. 994–1004, oct. 2000.
- [36] S. M. A. CRUZ et A. J. M. CARDOSO, « Modelling and simulation of stator winding faults in three-phase induction motors, including rotor skin effect », in *Conference Record of the 15th International Conference on Electrical Machines. Brugge, Belgium*, 2002.
- [37] G. HOUDOUIN, G. BARAKAT, B. DESTOBBELEER et C. NICHITA, « A Coupled Magnetic Circuit Based Global Method for the Simulation of Cage Induction Machines Under Rotor And Stator Faults », in *Electrimacs'02*, 2002.
- [38] A. KHEZZAR, M. HADJAMI, N. BESSOUS, M. E. K. OUMAAMAR et H. RAZIK, « Accurate modelling of cage induction machine with analytical evaluation of inductances », in *2008 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, p. 1112–1117, nov. 2008.
- [39] E. RITCHIE, X. DENG et T. JOKINEN, « Dynamic model of three-phase squirrel cage induction motors with rotor faults », *International Conference on Electrical Machines, Paris, France, 5.-8.9.1994*, 1994.
- [40] N. A. AL-NUAIM et H. TOLIYAT, « A novel method for modeling dynamic air-gap eccentricity in synchronous machines based on modified winding function theory », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 13, p. 156–162, juin 1998.
- [41] J. MILIMONFARED, H. M. KELK, S. NANDI, A. D. MINASSIANS et H. A. TOLIYAT, « A novel approach for broken-rotor-bar detection in cage induction motors », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 35, p. 1000–1006, sept. 1999.
- [42] A. KHEZZAR, M. Y. KAIKAA et M. BOUCHERMA, « Analytical investigation of rotor slot harmonics in a three phase induction motor with broken rotor bars », in *2005 European Conference on Power Electronics and Applications*, p. 10 pp.–P.10, sept. 2005.
- [43] A. BELLINI, F. FILIPPETTI, C. TASSONI et G. A. CAPOLINO, « Advances in Diagnostic Techniques for Induction Machines », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 55, p. 4109–4126, déc. 2008.

- [44] M. ARKAN, D. KOSTIC-PEROVIC et P. J. UNSWORTH, « Modelling and simulation of induction motors with inter-turn faults for diagnostics », *Electric Power Systems Research*, vol. 75, p. 57–66, juil. 2005.
- [45] M. EFTEKHARI, M. MOALLEM, S. SADRI et A. SHOJAEI, « Review of induction motor testing and monitoring methods for inter-turn stator winding faults », in *2013 21st Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE)*, p. 1–6, mai 2013.
- [46] K. N. GYFTAKIS, M. DRIF et A. J. M. CARDOSO, « Thorough investigation of the third current harmonic in delta-connected induction motors suffering from a stator inter-turn fault », in *2015 IEEE 10th International Symposium on Diagnostics for Electrical Machines, Power Electronics and Drives (SDEMPED)*, p. 7–13, sept. 2015.
- [47] X. TU, L. A. DESSAINT, M. ELKAHEL et A. BARRY, « Simulation of internal faults in synchronous machines using winding function », in *Electrimacs'02*, 2002.
- [48] V. DEVANNEAUX, B. DAGUES, J. FAUCHER et G. BARAKAT, « An accurate model of squirrel cage induction machines under stator faults », *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 63, p. 377–391, nov. 2003.
- [49] S. NANDI, « Detection of Stator Faults in Induction Machines using Residual Saturation Harmonics », in *IEEE International Conference on Electric Machines and Drives, 2005.*, p. 256–263, mai 2005.
- [50] A. KHEZZAR, M. E. K. OUMAAMAR, M. HADJAMI, M. BOUCHERMA et H. RAZIK, « Induction Motor Diagnosis Using Line Neutral Voltage Signatures », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, p. 4581–4591, nov. 2009.
- [51] J. HONG, S. B. LEE, C. KRAL et A. HAUMER, « Detection of Airgap Eccentricity for Permanent Magnet Synchronous Motors Based on the d-Axis Inductance », *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, p. 2605–2612, mai 2012.
- [52] X. LUO, Y. LIAO, H. A. TOLIYAT, A. EL-ANTABLY et T. A. LIPO, « Multiple coupled circuit modeling of induction machines », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 31, p. 311–318, mars 1995.
- [53] J. M. ALLER, J. A. RESTREPO, A. BUENO, M. I. GIMENEZ et G. PESSE, « Squirrel cage induction machine model for the analysis of sensorless speed measurement methods », in *Proceedings of the 1998 Second IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems. ICCDCS 98. On the 70th Anniversary of the MOSFET and 50th of the BJT. (Cat. No.98TH8350)*, p. 243–248, mars 1998.
- [54] G. BOSSIO, C. D. ANGELO, J. SOLSONA, G. GARCIA et M. I. VALLA, « A 2-D model of the induction machine : an extension of the modified winding function approach », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 19, p. 144–150, mars 2004.

- [55] A. BARBOUR et W. T. THOMSON, « Finite element study of rotor slot designs with respect to current monitoring for detecting static airgap eccentricity in squirrel-cage induction motors », in , *Conference Record of the 1997 IEEE Industry Applications Conference, 1997. Thirty-Second IAS Annual Meeting, IAS '97*, vol. 1, p. 112–119 vol.1, oct. 1997.
- [56] J. FAIZ, B. M. EBRAHIMI, B. AKIN et H. A. TOLİYAT, « Comprehensive Eccentricity Fault Diagnosis in Induction Motors Using Finite Element Method », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, p. 1764–1767, mars 2009.
- [57] S. NANDI, T. C. ILAMPARITHI, S. B. LEE et D. HYUN, « Detection of Eccentricity Faults in Induction Machines Based on Nameplate Parameters », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 58, p. 1673–1683, mai 2011.
- [58] G. BOSSIO, C. D. ANGELO, J. SOLSONA, G. O. GARCA et M. I. VALLA, « Application of an Additional Excitation in Inverter-Fed Induction Motors for Air-Gap Eccentricity Diagnosis », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, p. 839–847, déc. 2006.
- [59] M. BLODT, M. CHABERT, J. REGNIER et J. FAUCHER, « Mechanical Load Fault Detection in Induction Motors by Stator Current Time-Frequency Analysis », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 42, p. 1454–1463, nov. 2006.
- [60] M. Y. KAIKAA, M. HADJAMI et A. KHEZZAR, « Effects of the simultaneous presence of static eccentricity and broken rotor bars on the stator current of induction machine », *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 61, p. 2452–2463, mai 2014.
- [61] L. MENG, W. MIAO et W. CHUNGUANG, « Research on SVM Classification Performance in Rolling Bearing Diagnosis », in *2010 International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation*, vol. 3, p. 132–135, mai 2010.
- [62] A. PICOT, Z. OBEID, J. RÉGNIER, P. MAUSSION, S. POIGNANT et O. DARNIS, « Bearing fault detection in synchronous machine based on the statistical analysis of stator current », in *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, p. 3862–3867, oct. 2012.
- [63] S. EL-SAMAD et A. RAAD, « Rolling Bearing Diagnosis using Cyclostationary tools and neural networks », in *2012 2nd International Conference on Advances in Computational Tools for Engineering Applications (ACTEA)*, p. 101–105, déc. 2012.
- [64] W. HE, C. YIN et X. CHEN, « Nonlinear methods for rolling bearing fault diagnosis », in *2013 Ninth International Conference on Natural Computation (ICNC)*, p. 168–172, juil. 2013.
- [65] J. MA, J. WU, X. WANG et Y. FAN, « The mixed fault detection method for rolling bearings based on ICA-Teager », in *The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC)*, p. 2881–2885, mai 2014.

- [66] L. JIANG, G. GONG, Y. ZHANG, Z. LIU et J. CUI, « Fault detection of rolling bearing based on EMD-DPCA », in *The 26th Chinese Control and Decision Conference (2014 CCDC)*, p. 3207–3211, mai 2014.
- [67] J. R. STACK, T. G. HABETLER et R. G. HARLEY, « Fault classification and fault signature production for rolling element bearings in electric machines », *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 40, p. 735–739, mai 2004.
- [68] Z. WANG, S. GUO et F. ZHANG, « A Mathematical Model of Magnetic Bearing Control Based on Fuzzy Logic and Single Neuron », in *2010 Asia-Pacific Conference on Wearable Computing Systems*, p. 371–374, avril 2010.
- [69] C. HARLIŞCA, L. SZABÓ, L. FROSINI et A. ALBINI, « Diagnosis of rolling bearings faults in electric machines through stray magnetic flux monitoring », in *2013 8TH INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ADVANCED TOPICS IN ELECTRICAL ENGINEERING (ATEE)*, p. 1–6, mai 2013.
- [70] L. FROSINI, E. BASSI et C. GAZZANIGA, « Effect of the bearings faults on the efficiency of the induction motors », in *2008 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics*, p. 1167–1172, nov. 2008.