



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET  
POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE FRERES MENTOURI – CONSTANTINE 1



FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

N° d'ordre : / Doc /2018  
Série : /2018

## THÈSE

*Présenté pour obtenir le diplôme de Doctorat en sciences  
En Electrotechnique*

Par : Monsieur

**Boumaiza Mostefa**

# Contribution à l'étude de l'effet électromagnétique de la foudre sur un réseau électrique HTB

Soutenu le : 07/07/2018

DEVANT LE JURY :

<i>Président :</i>	BOUZID Aissa	Professeur	Université Frères Mentouri Constantine 1
<i>Rapporteur :</i>	LABED Djamel	Professeur	Université Frères Mentouri Constantine 1
<i>Examineur 1 :</i>	BABOURI Abdesselam	Professeur	Université 8 Mai 1945 Guelma
<i>Examineur 2 :</i>	ALLAG Hicham	Professeur	Université Mohamed Seddik Ben Yahia Jijel

## Dédicaces

*Je tiens à en premier lieu cette thèse à mon Père et ma chère Mère que Dieu les protège et les préserve.*

*A ma chère, chérie et magnifique femme Selwa pour son soutien et ses apports moraux durant ces longues années d'efforts et de patience illimitée.*

*A mes chers enfants : Abdel Raouf, Roua et Meriem.*

*A mes chères sœurs et leurs maris, mes chers frères et leurs femmes ainsi que leurs enfants*

*A ma belle famille : parents, sœurs et frères ainsi que leurs enfants*

*A Tous mes amis sans exception notamment qui m'ont souhaités la réussite dans mes travaux de recherche scientifique*

*Je tiens à signaler un dédicace spécifique pour mes Amis : Mahfoud, Mahiaddine, Abdel Gueni, Oualid et Mounir.*

## Remerciements

*Le déroulement d'une thèse de doctorat permet, en parallèle avec les recherches scientifiques, de rencontrer jour après jour des personnes, ou plutôt des personnalités très intéressantes, qui nous enseignent l'intégrité, les valeurs et les bonnes manières de vivre dans une communauté scientifique.*

*J'ai eu le plaisir de travailler avec mon directeur de thèse, M<sup>r</sup> le Professeur Labeled Djamel, que je remercie.*

*J'adresse mes sincères remerciements au Professeur Bouzid Aissa pour avoir accepté la présidence du jury de ma soutenance, ainsi qu'aux membres du jury ; M<sup>r</sup> le professeur Allag Hichem et M<sup>r</sup> le Professeur Babouri Abdesselam.*

*Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont aidées de loin ou de près à réaliser cette thèse notamment M<sup>r</sup> le Professeur Laouer Mohammed pour ses idées ainsi tous ceux qui m'ont souhaités la réussite dans ce stade.*

# *Sommaire*

<b>Introduction générale</b>	1
<b>Chapitre I</b> <b>Réseaux électriques HTB</b>	4
<b>I.1 Introduction</b> .....	5
<b>I.2 La foudre et le mécanisme de la formation de l'orage</b> .....	7
<b>I.3 Catégories de coups de foudre</b> .....	9
I.3.1 Décharges négatives nuage-sol.....	10
I.3.1.1 La décharge préliminaire.....	13
I.3.1.2 La progression du traceur par bonds.....	13
I.3.1.3 Le processus d'attachement.....	13
I.3.1.4 Vitesse de l'arc en retour.....	14
I.3.1.5 Paramètres électriques de la foudre.....	14
I.3.1.5.1 Forme du courant d'arc en retour.....	14
I.3.1.5.2 Forme d'onde de Surtension.....	15
I.3.1.5.3 Valeur de crête du courant.....	15
I.3.1.5.4 Temps de montée.....	15
I.3.1.5.5 Durée conventionnelle de front.....	15
I.3.1.5.6 Temps de décroissance.....	15
I.3.1.5.7 Energie spécifique.....	16
I.3.1.5.8 Raideur de l'impulsion.....	16
I.3.1.5.9 Charge totale.....	16
I.3.1.5.10 Nombre d'arcs en retour.....	16
I.3.1.5.11 Intensité des différents coups de foudre.....	16
I.3.1.5.12 Courant à la base du canal.....	18
I.3.1.5.13 Vitesse de l'arc en retour.....	19
I.3.2 Perturbation électromagnétique.....	19
I.3.3 Champ électromagnétique rayonné par la foudre.....	20
I.3.3.1 Champs proches.....	21

	<i>I.3.3.2 Champs lointains</i> .....	21
	I.3.4 Environnement électromagnétique.....	21
<b>I.4 réseaux électriques HTB</b> .....		22
	I.4.1 Définitions.....	22
	I.4.2 Missions des réseaux électriques HTB.....	23
	I.4.3 Domaine haute tension des réseaux électriques.....	23
	<i>I.4.3.1 Pourquoi utiliser la haute tension HTB</i> .....	24
	I.4.4 Ligne à haute tension HTB.....	24
	I.4.5 Classification des lignes électriques HTB aériennes.....	25
<b>I.5 Foudroiement des lignes électrique HTB</b> .....		26
	I.5.1 Mécanismes d'agression de la foudre sur les réseaux électriques HTB.....	26
	<i>I.5.1.1 Coup de foudre direct sur les conducteurs actifs</i> .....	26
	<i>I.5.1.2 Coup de foudre direct sur les pylônes et câbles de garde</i> .....	27
	<i>I.5.1.3 Coup de foudre à proximité du lieu d'impact</i> .....	27
	<i>I.5.1.3.1 Elévation de potentiel du sol</i> .....	27
	<i>I.5.1.3.2 Surtension sur les structures aériennes et les lignes électriques HTB</i> .....	28
	<i>I.5.1.3.3 Perturbations produites par induction</i> .....	28
	<i>I.5.1.4 Coup de foudre à distance du point d'impact</i> .....	29
<b>I.6 Modélisation des lignes électriques HTB</b> .....		29
	I.6.1 Théorie des champs.....	30
	<i>I.6.1.1 Equations de Maxwell</i> .....	30
	<i>I.6.1.2 Conditions aux limites</i> .....	32
	<i>I.6.1.3 Equations des lignes</i> .....	32
	I.6.2 Théorie des circuits.....	33
	<i>I.6.2.1 Loi des mailles</i> .....	33
	<i>I.6.2.2 Loi des nœuds</i> .....	33
<b>I.7 Conclusion</b> .....		35
<b>Chapitre II</b> <b>Modélisation de la foudre comme source de rayonnement</b>		36

<b>II.1 Introduction</b> .....	37
<b>II.2 Modélisation de la foudre</b> .....	37
II.2.1 Courant à la base du canal de la foudre.....	38
<b>II.3 Formalismes du calcul du champ électromagnétique généré par la foudre</b> .....	40
II.3.1 Le formalisme des antennes.....	40
II.3.1.1 Aperçu sur le calcul de la matrice généralisée.....	41
II.3.1.1.1 Équation intégrale en champ électrique (EFIE).....	41
II.3.1.1.2 Prise en compte de l'interface air-sol.....	44
II.3.1.1.3 Détermination de la distribution du courant.....	44
II.3.2 Formalisme des lignes.....	46
II.3.2.1 Géométrie du problème.....	46
II.3.2.2 L'influence de la conductivité finie du sol.....	50
II.3.3 Formalisme de Rusk [40].....	52
II.3.3.1 Equations du champ électromagnétique.....	52
II.3.4 Formalisme de Chowdhuri et Gross [41].....	55
II.3.4.1 Equations du champ électromagnétique.....	56
<b>II.4 Résolution par la méthode FDTD</b> .....	57
II.4.1 Aspects théoriques liés à la méthode FDTD.....	57
II.4.2 Principe de base de la méthode FDTD.....	58
II.4.3 Approximation de Taylor.....	59
II.4.4 Equations des champs EM exprimés par FDTD.....	59
II.4.5 Conditions aux limites.....	61
<b>II.5 Conclusion</b> .....	62
<b>Chapitre III</b>  <i>Modélisation du couplage électromagnétique d'une onde avec une structure filaire</i>	63
<b>III.1 Introduction</b> .....	64
<b>III.2 Modèles de couplage électromagnétique</b>	65
III.2.1 Modèle de Rusk.....	65
III.2.1.1 Equation du couplage électromagnétique.....	66
III.2.1.1.1 Conditions aux limites.....	66

	<i>III.2.1.2 Résolution des équations de couplage</i> .....	67
	III.2.2 Modèle de Chowdhuri et Gross [41].....	68
	<i>III.2.2.1 Equation du couplage électromagnétique</i> .....	69
	<i>III.2.2.1 Résolution des équations de couplage</i> .....	70
	III.2.3 Modèle de Liew and Mar.....	73
	III.2.4 Modèle d'Agrawal [55].....	75
	<i>III.2.4.1 Equations de couplage</i> .....	76
	<i>III.2.4.2 Généralisation des équations de couplage</i> .....	78
	<i>III.2.4.3 Résolution des équations de couplage</i> .....	79
	<i>III.2.4.3.1 Discrétisation de la ligne</i> .....	79
	<i>III.2.4.3.2 Condition de stabilité</i> .....	80
	<i>III.2.4.3.3 Mise en équations</i> .....	81
	<i>III.2.4.3.4 Représentation de la première équation par la FDTD</i> ....	82
	<i>III.2.4.3.5 Représentation de la deuxième équation par FDTD</i> .....	83
	<i>III.2.4.3.6 Condition aux limites</i> .....	84
	<b>III.3 Conclusion</b> .....	86
<b>Chapitre IV</b>		
<b>Interaction électromagnétique de la foudre avec un réseau électrique HTB aérien</b>		87
	<b>IV.1 Introduction</b> .....	88
	<b>IV.2 Interaction électromagnétique de la foudre avec une ligne électrique HTB aérienne avec perte</b> .....	90
	IV.2.1 Cas d'un conducteur de ligne HTB.....	90
	<i>IV.2.1.1 Equation de couplage électromagnétique</i> .....	90
	<i>IV.2.1.1.2 Conditions aux extrémités de la ligne</i> .....	91
	<i>IV.2.1.1.2 Conditions aux extrémités de la ligne</i> .....	93
	<i>IV.2.2.1 Représentation temporelle de la résistance transitoire du sol</i> .....	95
	<i>IV.2.2.2 Nouvelles expressions pour les éléments matrice de la résistance du sol</i> .....	97
	<b>IV.3 Résolution des équations de couplage</b> .....	99



IV.3.1	Discrétisation des équations des lignes HTB par FDTD.....	99
IV.3.2	Equations de récurrences en courant et en tension.....	99
IV.3.3	Equations en tension aux extrémités de la ligne HTB.....	101
<b>IV.4 Interaction électromagnétique de la foudre avec un réseau de ligne électrique HTB aérienne.....</b>		<b>104</b>
IV.4.1	Principe de l'analyse.....	104
<b>IV.5 Conclusion.....</b>		<b>110</b>
<b>Chapitre V</b> <b><i>Applications et Validations</i></b>		111
<b>V.1 Introduction.....</b>		<b>112</b>
<b>V.2 Applications et validations des équations du champ électromagnétique.....</b>		<b>113</b>
V.2.1	Point d'observation au-dessus du sol.....	115
V.2.2	Calcul du champ électromagnétique émis par un canal de foudre.....	115
V.2.2.1	<i>Influence de la hauteur du canal du canal.....</i>	118
V.2.2.2	<i>Influence de la vitesse de propagation.....</i>	118
V.2.2.3	<i>Influence du taux de décroissance de l'arc en retour.....</i>	119
V.2.2.4	<i>Influence de la conductivité de sol «<math>\sigma_s</math>».....</i>	120
<b>V.3 Validation du modèle de couplage.....</b>		<b>121</b>
V.3.1	Surtension induite sur un conducteur HTB idéal.....	121
V.3.1.1	<i>Influence de la vitesse de l'arc en retour.....</i>	124
V.3.2	Surtension induite sur une ligne électrique HTB aérienne.....	124
V.3.2.1	<i>Effets réducteurs des câbles de garde.....</i>	129
V.3.2.1.1	<i>Ligne HTB monoterne.....</i>	130
V.3.2.1.2	<i>Ligne HTB biterne.....</i>	133
<b>V.4 Applications et validations du formalisme mathématique.....</b>		<b>136</b>
V.4.1	Conducteur de ligne aérien excité par une onde de foudre.....	136
V.4.2	Ligne triphasée aérienne excitée par une onde de foudre.....	138
V.4.3	Lignes de transport d'énergie électrique aérienne illuminée par une onde de foudre.....	140
V.4.3.1	<i>Lignes HTB monoterne.....</i>	140
V.4.3.1.1	<i>Configuration (a) : monoterne horizontale.....</i>	142

	V.4.3.1.2 Configuration (b) : monoterne verticale en triangle.....	143
	V.4.3.1.3 Configuration (c) : monoterne verticale.....	145
	V.4.3.2 Lignes HTB biterne.....	146
	V.4.3.2.1 Configuration (d) : biterne verticale.....	147
	V.4.3.2.2 Configuration (e) : biterne verticale en triangle.....	149
	V.4.3.3 Lignes HTB monoterne à conducteurs en faisceau.....	151
	V.4.3.4 Lignes HTB biterne à conducteurs en faisceau.....	153
	V.4.4 Réseaux de lignes HTB aérien illuminé par une onde de foudre.....	156
<b>V.5 Conclusion.....</b>		<b>167</b>
<b>Conclusion Générale</b>		168
<b>Références bibliographiques</b>		171
<b>Annexe</b>		181
<b>A.1 Modèle de Taylor.....</b>		<b>182</b>
	A.1.1 Equations de couplage .....	182
	A.1.1.2 Conditions aux limites pour la tension.....	182
	A.1.2 Généralisation des équations de couplage.....	183
	A.1.2.1 Conditions aux limites pour la tension.....	183
<b>A.2 Modèle de achidi.....</b>		<b>184</b>
	A.2.1 Equations de couplage.....	184
	A.2.1.1 Conditions aux limites pour la tension.....	184
	A.2.2 Généralisation des équations de couplage.....	185
	A.2.2.1 Conditions aux limites pour la tension.....	185

# *Introduction Générale*

## *Introduction Générale*

De nos jours, l'activité indirecte de la foudre est l'une des causes principales des perturbations des réseaux de transport d'énergie. Elle affecte sérieusement la qualité de l'énergie électrique. Les réseaux électriques HTB, de par leurs étendues, sont une cible privilégiée de l'effet indirecte de la foudre (couplage électromagnétique). A cet effet, une évaluation précise des surtensions induites par la foudre, surtout lors d'un impact indirect, est nécessaire pour une protection efficace des systèmes électriques. La foudre est un phénomène fréquent qui se comporte comme un générateur parfait de courant électrique. En plus du phénomène de conduction, le canal ionisé de la foudre se comporte comme un fil long qui rayonne un champ électromagnétique. Ce champ induit dans les grandes boucles de masse des surtensions qui se compte en kilovolts. Ces surtensions peuvent détruire les équipements connectés aux lignes HTB. Des dysfonctionnements ont été observés par des impacts éloignés d'au moins 1 Km. De plus, de par leur probabilité d'occurrence plus grande, les coups de foudre indirects constituent une cause plus importante des microcoupures que les amorçages directs. C'est dans ce contexte, que nous abordons ce travail de thèse dont l'objectif est la contribution à l'étude de l'effet électromagnétique de la foudre sur un réseau électrique HTB.

La réalisation de cette thèse est étalée sur cinq chapitres dont le premier sera consacré à des notions générales permettant d'introduire et définir les différents éléments qui interviennent le long de ce travail.

Après une courte description de la décharge orageuse atmosphérique, on présentera dans le chapitre II une vue d'ensemble des modèles décrivant le rayonnement électromagnétique associé à la phase d'arc en retour de la foudre, ainsi que des modèles pour le calcul des champs électromagnétiques produits par la foudre, dans l'air et avec prise en compte de l'interface sol-air. Différentes méthodes de résolution des équations des lignes, décrites dans la littérature, seront présentées. La méthode numérique des différences finies à points centrés (FDTD), sera utilisée dans notre cas pour la résolution des équations de couplage.

Le chapitre III, présente une analyse du couplage électromagnétique entre une onde de foudre et une structure filaire (conducteur, ligne multifilaire) à partir du concept des différentes modèles les plus cités dans la littérature. Aussi, différentes équations de couplage ont été développées et résolues par différents algorithmes. Le modèle d'Agrawal reste le plus utilisé par la majorité des

chercheurs ; son efficacité réside essentiellement dans sa simplicité et sa concordance avec les mesures.

Notre principale contribution dans ce travail de thèse sera présentée dans le chapitre IV, où l'on présentera un nouveau concept théorique dans le domaine temporel, afin d'évaluer les perturbations induites par la foudre dans les réseaux de ligne HTB aérien. Ce formalisme est établi à partir du modèle d'Agrawal, avec prise en compte de l'effet du sol (impédance du sol). Le modèle de couplage inclut l'effet de l'impédance du sol, qui apparaît en termes d'une intégrale additionnelle de convolution. On proposera également une expression analytique pour la résistance transitoire du sol dans le domaine temporel qui s'avère précise et non singulière. La résolution dans le domaine temporel des équations de couplage entre le champ électromagnétique et une ligne est également étudiée en utilisant la méthode des différences finies points-centrés.

Le chapitre V présente différentes applications en relations avec des situations réelles, pour illustrer et valider nos concepts théoriques, qui ont été exposées dans les chapitres précédents de cette thèse de doctorat. Ces applications sont consacrées aux :

- Validation et applications des équations du champ électromagnétique ;
- Validation et applications des équations de couplage du modèle (modèle d'Agrawal) ;
- Validation et applications du concept mathématique que nous proposons pour étudier l'interaction électromagnétique de l'onde de foudre avec un réseau électrique de lignes HTB aérien.

# *Réseaux électriques HTB*

## I.1 Introduction

Les surtensions induites par une décharge orageuse par effet direct et indirect peuvent provoquer d'importantes perturbations électromagnétiques dans les réseaux de transport d'énergie électrique dont les effets sont néfastes et causent d'importants dégâts. La protection correcte et efficace des systèmes électriques contre ces perturbations nécessite la caractérisation du champ électromagnétique rayonné par la foudre et la prévision des phénomènes perturbateurs. En conséquence, la connaissance de la physique de la foudre et sa caractérisation électrique représentent un préliminaire important pour entamer ce travail de thèse. Avant d'entamer la description du phénomène de foudre, il convient de donner la signification des termes qui seront utilisés de manière récurrente dans ce domaine de travail [1].

**Nuage orageux :** On distingue deux types de nuages orageux: les cumulo-nimbus, grosses masses en forme d'enclume, qui donnent lieu aux orages de chaleur, très localisés et de durée limitée et les orages frontaux ou lignes de grains, qui peuvent se propager sur des milliers de kilomètres. Dans les deux cas, ces nuages sont le siège de charges électriques, les charges positives étant rassemblées à leur sommet, et les charges négatives à leur base. Un îlot de charges positives existe parfois à la base d'un nuage.

**Champ électrique au sol :** La dissociation des charges dans le nuage orageux entraîne la génération d'un champ électrique intense dans l'espace nuage-sol. Lorsqu'il atteint, au niveau d'un sol plan, une intensité de 4 à 10 kV par mètre, selon les conditions locales, une décharge au sol est imminente. Les charges électriques induites à la surface du sol par le nuage sont généralement positives. Le vecteur représentatif du champ est alors vertical, orienté du sol vers le nuage.

**Eclair :** Dans le langage courant, on désigne par le terme "éclair" la manifestation lumineuse d'une décharge atmosphérique.

**Eclair inter-nuage / intra-nuage:** Décharge électrique d'origine atmosphérique qui se développe à l'intérieur d'un nuage orageux (éclair intra-nuage) ou entre nuages (éclair inter-nuages). Ce type d'éclairs n'est pas pris en considération pour la protection des installations au sol.

**Foudre / Eclair à la terre :** Décharge électrique violente d'origine atmosphérique, qui se développe entre un nuage et la terre, consistant en un ou plusieurs coups de foudre. Il existe plusieurs types de foudre / d'éclairs.

**Canal ionisé / Canal de foudre :** Chemin filiforme faiblement conducteur, présentant de multiples ramifications, qui se trace à travers l'air atmosphérique, sous l'effet de processus

d'ionisation. Au passage de courants de foudre, il s'échauffe jusqu'à des températures de 30000°K et devient fortement conducteur : c'est le canal de foudre. Son diamètre est alors de l'ordre du centimètre.

**Ion, Ionisation** : Un ion est un atome ou une molécule portant une charge électrique soit par déficit (ion positif), soit par apport (ion négatif) d'un ou de plusieurs électrons. L'ionisation est l'ensemble des processus physiques par lesquels les ions sont créés.

**Foudre négative descendante** : C'est la foudre normale, la plus fréquente en plaine et en terrain vallonné. Elle se compose de plusieurs phases successives.

**Traceur descendant** : formation d'un canal ionisé faiblement lumineux, issu du nuage, portant des charges négatives, et qui progresse par bonds vers la terre (c'est la première phase). C'est donc un traceur négatif.

**Prédécharge ascendante** : lorsque le traceur descendant s'est suffisamment approché du sol, des "prédécharges ascendantes" naissent en différents points du sol, préférentiellement à partir d'aspérités ou d'objet pointu, et se développent en direction du traceur (c'est la deuxième phase). L'une de ces prédécharges rencontre le traceur descendant, elle est appelée "décharge de capture"; c'est elle qui détermine le(s) point(s) d'impact(s) de la foudre au sol.

**Arc en retour** : la rencontre entre le traceur descendant et la décharge de capture établit un pont conducteur entre le nuage et le sol, par lequel va pouvoir s'écouler un intense courant électrique, se propageant de la terre vers le nuage, et neutralisant celui-ci. Ce courant, de nature impulsionnelle, est appelé "arc en retour". Il est la cause de la violente illumination du canal de foudre; il est responsable du tonnerre, mais surtout des dégâts produits par un foudroiement. Un éclair négatif descendant peut comporter plusieurs arcs en retour successifs.

**Coup de foudre** : L'un des arcs en retour lors d'un éclair à la terre, qui peut être respectivement le "premier coup" ou l'un des "coups subséquents".

**Foudre positive** : Décharge électrique issue d'une zone de nuage portant des charges positives. Ce type de décharge atmosphérique débute également par un traceur, portant ici des charges positives, et ne comporte qu'un seul arc en retour, toutefois de beaucoup plus longue durée que les arcs en retour négatifs. Seuls 10% des coups de foudre sont positifs, mais ils causent des dégâts plus importants, en raison de la forte énergie qu'ils dissipent.

**Foudre ascendante / Eclair ascendant** : Lorsqu'une décharge ascendante est issue d'une aspérité de grande hauteur (pic montagneux, tour de télévision, immeuble de grande hauteur), elle peut se développer jusqu'au sein du nuage, même en l'absence de tout traceur descendant. Ce type de décharge atmosphérique peut comporter plusieurs arcs en retour, mais dissipe généralement une énergie modérée.



**Point d'impact** : Point où un coup de foudre frappe la terre, une structure ou une installation de protection contre la foudre.

**Impact indirect**: Effet d'un coup de foudre frappant le sol au voisinage d'une structure, d'un bâtiment ou d'une ligne aérienne, mais pouvant néanmoins causer des dommages.

**Foudroiement** : Action de la foudre sur un objet ou sur une construction quelconque ; sur un homme ou un animal.

**Niveau Kéraunique** : Il exprime la sévérité orageuse par le nombre de jours par an où le tonnerre est entendu en un lieu donné. Le niveau kéraunique est déterminé de façon empirique; il est aujourd'hui devenu obsolète et est supplanté par la notion de densité de coups de foudre.

**Rayonnement électromagnétique** : Onde électromagnétique rayonnée à partir du canal de foudre. Il est admis aujourd'hui que les traceurs et prédécharges, et notamment l'activité d'ionisation à leur tête, génèrent des ondes dont le spectre de fréquences se situe dans le domaine de la VHF (au-dessus de 100 MHz). L'arc en retour génère un rayonnement de beaucoup plus forte amplitude, mais couvrant un spectre inférieur à 1 MHz. Jusqu'à une distance de l'ordre de 200 mètres d'un arc en retour, l'amplitude du champ d'induction magnétique peut s'évaluer par simple application du théorème d'Ampère, soit  $B = \mu_0 \cdot I / 2\pi d$ .

## I.2 La foudre et le mécanisme de la formation de l'orage

La foudre est définie comme une décharge électrique d'une longueur de plusieurs kilomètres associée à une impulsion de courant transitoire de très forte amplitude [2]. La source la plus commune de la foudre est la séparation des charges dans les nuages d'orage : *les cumulo-nimbus* [3]. Les orages les plus fréquents font suite à des fronts froids, à l'arrivée d'un de ceux-ci, la masse d'air froid s'infiltré sous l'air chaud et le soulève; ceci engendre des turbulences dans l'air chaud rejeté en altitude: ainsi se forment les nuages d'orage ou les cumulo-nimbus [4].

La distribution des charges dans un nuage d'orage est présentée dans la figure ci-dessous. La partie supérieure, constituée de glace, est chargée positivement, tandis que la partie inférieure constituée de gouttelettes d'eau est chargée négativement. Souvent, un îlot de charges positives est enserré dans cette masse de charges négatives.



Figure I.1 Eclaire de la foudre, image prise en Floride USA [3].

A l'approche d'un nuage orageux, le champ électrique atmosphérique au sol, qui est de l'ordre d'une centaine de volts par mètre par beau temps, commence par s'inverser puis croît dans de fortes proportions. Lorsqu'il atteint 10 à 20 kV/m, une décharge au sol est imminente.

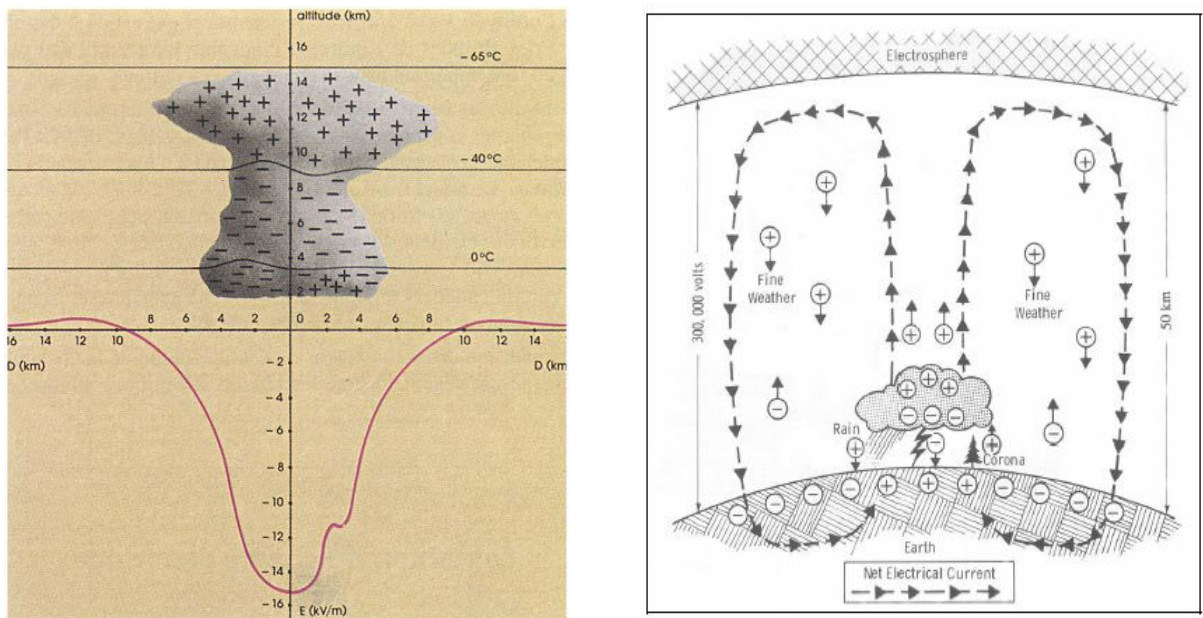


Figure.2 : Répartition du champ électrique dans un nuage orageux [3].

### I.3 Catégories de coups de foudre.

Bien que les décharges inter et intra nuages constituent plus de la moitié des décharges de foudre, ce sont surtout les décharges nuage-sol qui ont été l'objet d'études les plus poussées; ceci est dû essentiellement à des raisons d'ordre pratique (cause de blessure et mort, incendies de forêts, et perturbations des systèmes électriques de télécommunication et de transport), et aussi du fait qu'il est plus facile de mesurer les caractéristiques optiques et électriques des décharges nuage-sol [3]. Les décharges de foudre nuage-sol ont été subdivisées par Berger et al. [5] en quatre catégories. Ces catégories sont définies selon, d'une part la direction ascendante ou descendante du traceur (*leader* en anglais) qui déclenche la décharge, et d'autre part le signe de la charge portée par le traceur qui est positive ou négative. Les figures suivantes illustrent les quatre catégories des décharges nuage-sol.

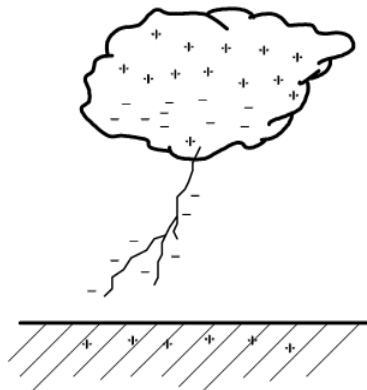


Figure I.3.a Descendant négatif

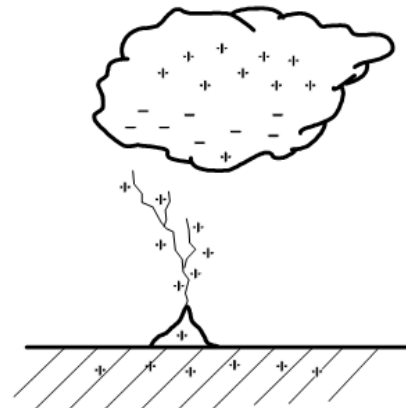


Figure I.3.b Ascendant positif

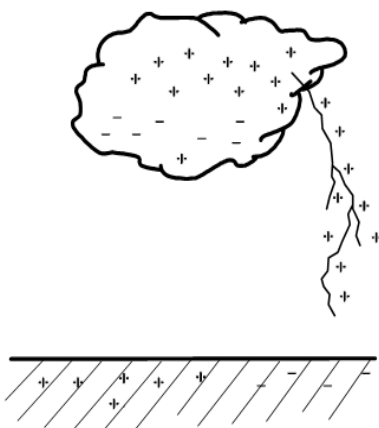


Figure I.3.c Descendant positif

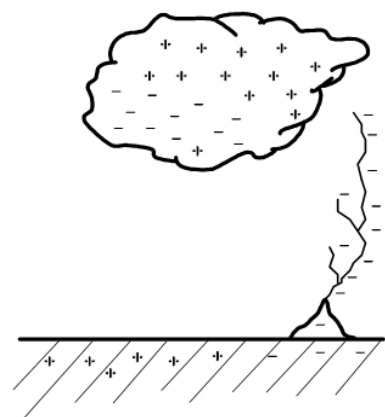


Figure I.3.d Ascendant négatif

Figure I.3 Catégories de coups de foudre

Dans les régions tempérées, plus de 90% des coups de foudre nuage-sol sont de la catégorie 1. Ce type de décharges, appelées décharges négatives, peuvent par conséquent être considérées comme la forme la plus commune des décharges nuage-sol. Cette forme de décharge est déclenchée par un traceur descendant chargé négativement. Les coups de foudre appartenant à la 3<sup>ème</sup> catégorie sont aussi déclenchés par un traceur descendant, mais chargée positivement (décharge dite positive). Cette catégorie regroupe moins de 10% des décharges nuage-sol.

Enfin, les décharges des catégories 2 et 4, qui sont déclenchées par des traceurs ascendants, sont relativement rares et apparaissent généralement aux sommets des montagnes ou des longues structures [3].

### I.3.1 Décharges négatives nuage-sol

Une décharge négative (nuage-sol) typique apporte une quantité de charge négative de quelques dizaines de Coulomb à la terre. La décharge totale est appelée *éclair* et a une durée de l'ordre de 0.5 seconde [6]. Chaque éclair est constitué de plusieurs composantes de décharge dont typiquement trois ou quatre impulsions de courant de forte amplitude dites *arcs en retour*.

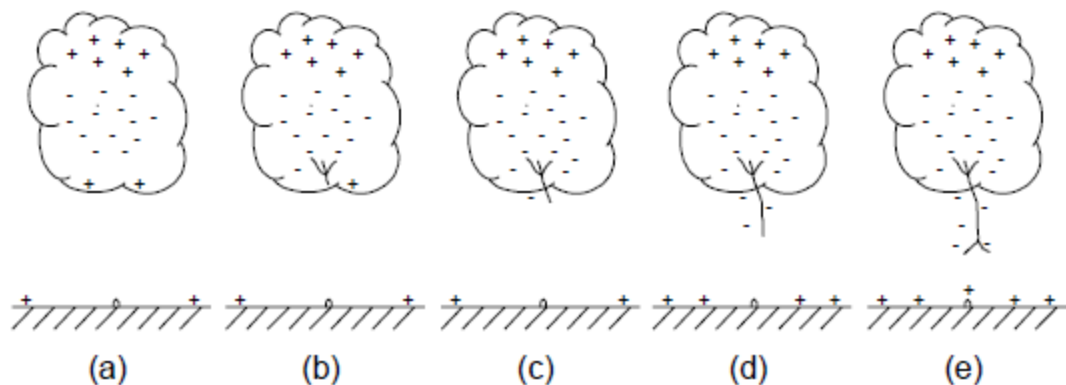
Chaque arc en retour dure environ 1 ms, la séparation entre deux arcs en retour successifs étant typiquement plusieurs dizaines de millisecondes. La figure 1-6 qui suit, illustre le processus d'un éclair négatif. Plusieurs phases peuvent y être distinguées:

*La décharge préliminaire (preliminary breakdown, en anglais)* intervient à l'intérieur du nuage, très probablement entre les régions N et P. Cette décharge déclenche le développement d'un canal chargé négativement vers le sol appelé *traceur par pas (stepped leader)*. La progression de ce canal s'effectue par une série de bonds (ou pas) lumineux successifs, chaque bond ayant une longueur de quelques dizaine de mètres et une durée d'environ 1 microseconde; deux bonds successifs sont séparés par une pause de l'ordre de 50 microsecondes. Le traceur apporte une quantité de charges négatives de l'ordre de 10 Coulomb vers le sol avec une vitesse moyenne de  $2 \cdot 10^5$  m/s. A chaque pas du traceur correspond une impulsion de courant d'amplitude supérieure à 1 kA. Ces dernières sont associées à des impulsions de champs électrique et magnétique d'une durée d'environ 1 microseconde et des temps de montée inférieurs à 0.1 microseconde. A l'approche du sol, le traceur dont le potentiel par rapport à la terre est environ 10 MV provoque une intensification du champ électrique et initie une ou plusieurs décharges ascendantes (*upward-connecting leader*): cette phase est appelée le *processus d'attachement (attachment process)*. La jonction entre une des décharges ascendantes et le traceur par pas s'effectue à quelques dizaines de mètres au-dessus du sol. Le canal du traceur est alors déchargé lorsqu'une onde de potentiel de sol, le *premier arc en retour (first return stroke)*,

se propage vers le nuage et neutralise le canal chargé par le traceur avec une vitesse décroissante en fonction de la hauteur de l'ordre de  $1/3$  de la vitesse de la lumière. Le premier arc en retour produit un courant au niveau du sol d'une valeur de pic typique de 30 kA et d'un temps de montée de l'ordre de quelques microsecondes. La durée de l'impulsion du courant (à la mi-hauteur) est de l'ordre de 50 microsecondes [3].

Durant cette phase, la température du canal s'élève rapidement pour atteindre des valeurs jusqu'à 30.000 °K qui génère un canal de haute pression provoquant une onde de choc appelée tonnerre. Après la phase de l'arc en retour, l'éclair peut disparaître. Néanmoins, si une quantité résiduelle de charges est encore présente au sommet du canal, il se développe dans le canal précédemment tracé un *traceur obscur* (*dark leader*) à une vitesse de l'ordre de 3.108 m/s apportant une charge d'environ 1 Coulomb associée à un courant de 1 kA. Entre la fin du premier arc en retour et le début du traceur obscur, une activité électrique, désignée par les *processus J et K* [7], se manifeste; il existe cependant un doute quant à l'influence de cette activité et le déclenchement du traceur obscur.

Le traceur obscur déclenche enfin *l'arc en retour subséquent* (*subsequent return stroke*) [8]. Le courant des arcs en retour subséquents, mesurés à la base du canal, ont généralement un temps de montée plus rapide que le courant du premier arc en retour. De nouvelles séquences traceur-arc peuvent ensuite se produire, donnant parfois jusqu'à 15 arcs en retour. Le dernier arc en retour est souvent à l'origine d'un fort courant de l'ordre de 100 A (*continuing current*) qui draine la charge résiduelle de la cellule orageuse [3].



**Figure I.4.a** Développement du traceur par pas (stepped leader).

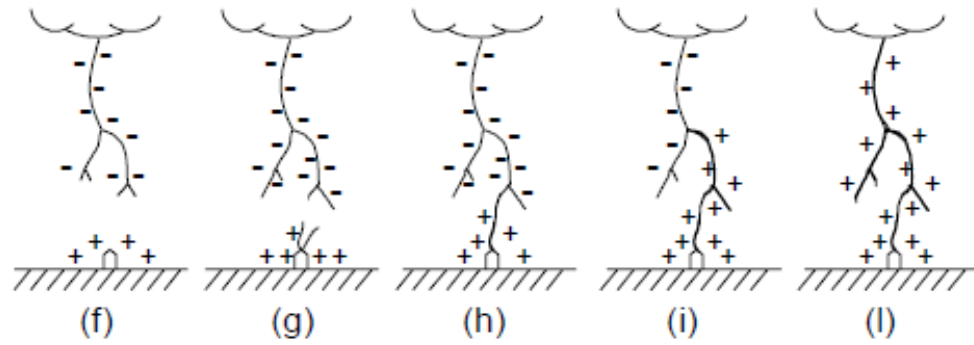


Figure 1.4.b Développement de l'arc en retour (return stroke).

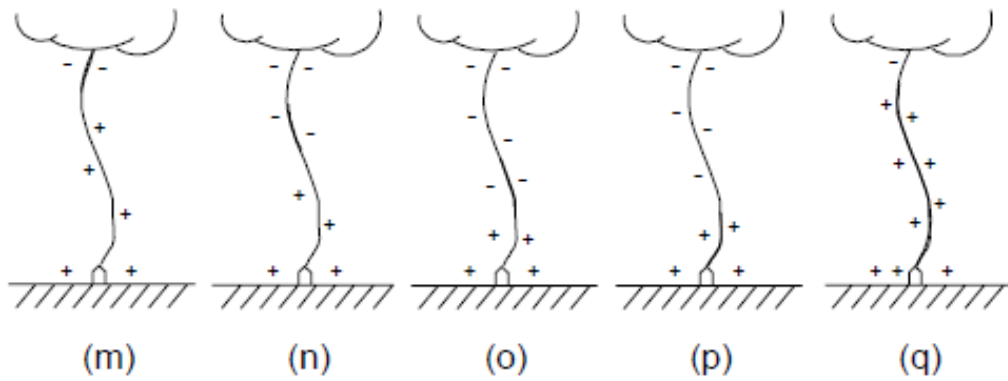


Figure 1.4.c Traceur obscur (dark leader) et arc en retour subséquent (subsequent return stroke) [3].

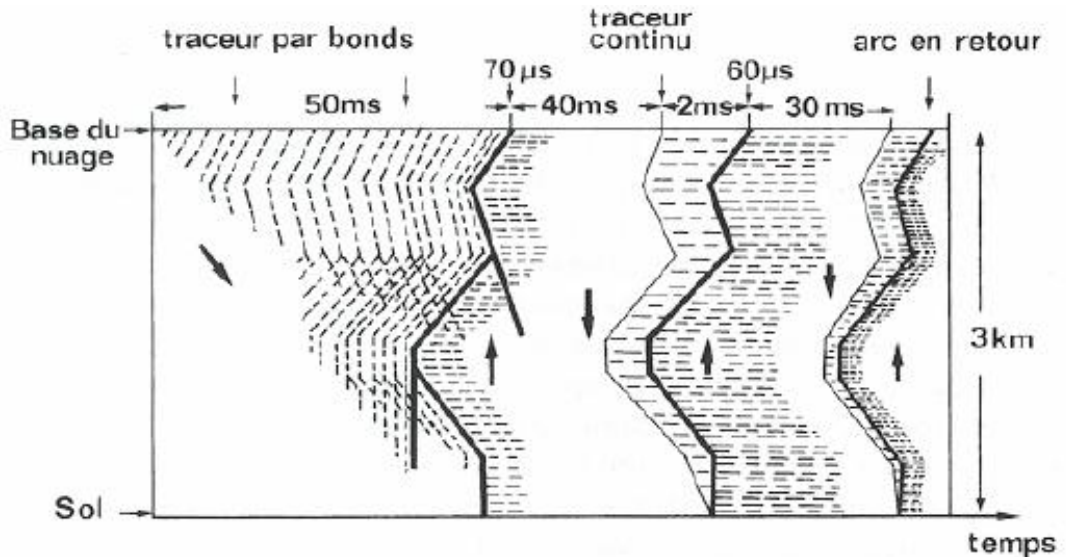


Figure 1.5 Séquence traceur descendant – arc en retour dans un éclair [3].

### ***1.3.1.1 La décharge préliminaire***

Elle intervient à l'intérieur du nuage, très probablement entre la région chargée positivement et celle chargée négativement. Cette décharge déclenche le développement d'un canal chargé négativement vers le sol appelé traceur par pas.

### ***1.3.1.2 La progression du traceur par bonds***

La progression de ce canal s'effectue par une série de bonds (ou pas) lumineux successifs ; chaque bond ayant une longueur de quelques dizaines de mètres pendant  $1 \mu\text{s}$  ; deux bonds successifs sont séparés par une pause de l'ordre de  $50 \mu\text{s}$ . Le traceur apporte une quantité de charges négatives de l'ordre de 10 Coulomb vers le sol avec une vitesse moyenne de  $2 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ . A chaque pas du traceur correspond une impulsion de courant d'amplitude supérieure à 1 kA, engendrant des impulsions de champs électrique et magnétique qui durent  $1 \mu\text{s}$  avec un temps de montée inférieurs à  $0.1 \mu\text{s}$  [4].

### ***1.3.1.3 Le processus d'attachement***

En approchant du sol, le traceur (dont le potentiel par rapport à la terre est environ 10 MV) provoque une intensification du champ électrique et initie une ou plusieurs décharges ascendantes : cette phase est appelée le processus d'attachement. A quelques dizaines de mètres au-dessus du sol s'effectue la jonction entre une des décharges ascendantes et le traceur par pas.

Après la propagation de l'onde du potentiel du sol, le premier arc en retour, qui neutralise le canal chargé par le traceur avec une vitesse décroissante en fonction de la hauteur de l'ordre de  $1/3$  de la vitesse de la lumière, le traceur du canal sera déchargé. Le premier arc en retour, produit un courant au niveau du sol d'une valeur de pic typique de 30 kA et d'un temps de montée de l'ordre de quelques  $\mu\text{s}$ . La durée de l'impulsion du courant (à la mi-hauteur) est de l'ordre de  $50 \mu\text{s}$ . Cette phase est accompagnée d'une température du canal qui peut atteindre  $30000 \text{ }^\circ\text{K}$ , en générant un canal de haute pression et provoquant une onde de choc appelée tonnerre [4].

Après la phase de l'arc en retour, l'éclair peut disparaître. Néanmoins, si une quantité résiduelle de charges est encore présente au sommet du canal, il se développe dans le canal précédemment tracé un traceur obscur à une vitesse de l'ordre de  $3 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  apportant une charge d'environ 1 Coulomb associée à un courant de 1 kA. Le traceur obscur déclenche enfin l'arc en retour subséquent. Le courant des arcs en retour subséquents mesurés à la base du canal ont généralement un temps de montée plus rapide que le courant du premier arc en retour.

De nouvelles séquences traceur-arc peuvent ensuite se produire, donnant parfois jusqu'à 15 arcs en retour [4]. Le dernier arc en retour est souvent à l'origine d'un fort courant de l'ordre de 100 A qui draine la charge résiduelle de la cellule orageuse.

### ***1.3.1.4 Vitesse de l'arc en retour***

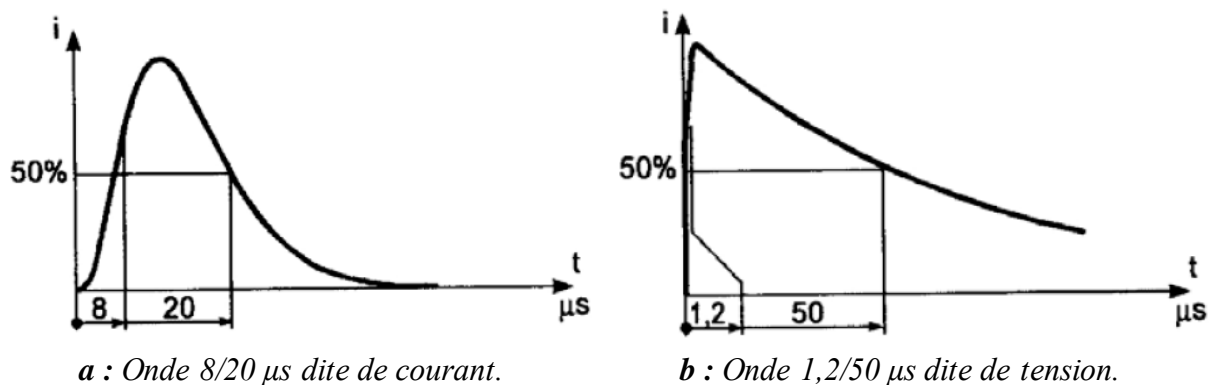
La vitesse moyenne des arcs en retour est de l'ordre du tiers de la vitesse de la lumière. La vitesse des arcs en retour subséquents est en général plus grande que celle des arcs en retour premiers. D'autre part, il a été mis en évidence que la vitesse de l'arc en retour, tant pour les premiers que pour les subséquents, décroît en fonction de la hauteur ; cette décroissance est plus marquée pour les premiers arcs en retour [3].

### ***1.3.1.5 Paramètres électriques de la foudre***

Différentes paramètres sont distingués [1] :

#### ***1.3.1.5.1 Forme du courant d'arc en retour***

Ce courant est de nature impulsionnelle, et sa forme se caractérise par une valeur de crête, un front de montée jusqu'à la crête (ou temps de montée), un temps de décroissance.



**Figure I.6** Forme des ondes de foudre normalisées [1].

#### ***1.3.1.5.2 Forme d'onde de Surtension***

Ce courant est de nature impulsionnelle et sa forme se caractérise par une valeur de crête, un front de montée jusqu'à la crête (ou temps de montée), un temps de décroissance.



**I.3.1.5.3 Valeur de crête du courant**

C'est la valeur maximale atteinte par l'intensité d'une impulsion de courant. Cette valeur est variable d'un coup de foudre à l'autre, et couvre une très grande plage d'intensités. Les valeurs de crête s'étendent de 2 à 200 kA pour les coups négatifs, avec une médiane d'environ 30 kA, et de 5 à 300 kA pour les coups positifs, avec une médiane d'environ 35 kA.

**I.3.1.5.4 Temps de montée**

C'est la durée entre l'instant du début de l'impulsion de courant et l'instant où ce courant atteint sa valeur maximale. Cette durée est de 2 à 20 microsecondes pour le "premier coup", de 0,1 à 1 microseconde pour les "coups subséquents" des coups de foudre négatifs. Elle est de l'ordre de 100 à 200 microsecondes pour les coups positifs.

**I.3.1.5.5 Durée conventionnelle de front**

L'instant de début de l'impulsion étant souvent pas facile à déterminer, on définit une origine et une durée de front conventionnelles comme suit :

Soient  $T_{90}$  le temps où l'impulsion atteint 90% de sa valeur de crête, et  $T_{30}$  le temps correspondant à 30% de cette valeur. L'origine conventionnelle est le point d'intersection de la droite passant par ces deux points avec l'axe du temps; la durée conventionnelle de front est donnée par :

- pour une tension :  $T_f = 1,67 \times (T_{90} - T_{30})$ .
- pour un courant :  $T_f = 1,25 \times (T_{90} - T_{10})$ .

**I.3.1.5.6 Temps de décroissance**

Durée entre l'origine conventionnelle et l'instant où la valeur de l'onde est retombée à 50% de la valeur de crête. Pour les courants de foudre, cette durée est de l'ordre de 100 microsecondes pour les coups négatifs et, de l'ordre de 1000 microsecondes pour les coups positifs.

**I.3.1.5.7 Energie spécifique**

Elle s'exprime en Joules par Ohm, ou en ampères carrés x seconde, et représente l'énergie que le courant d'un coup de foudre peut dégager dans une résistance de 01 Ohm. Ce paramètre sert à l'estimation des effets thermiques de la foudre. Sa valeur est comprise entre  $6.10^3 \text{ J}/\Omega$  pour un coup faible négatif et  $1,5.10^7 \text{ J}/\Omega$  pour un violent coup positif.

#### ***1.3.1.5.8 Raideur de l'impulsion***

Elle s'exprime en kA par microseconde. La raideur maximale a toujours lieu au cours du front de montée. On utilise souvent la raideur moyenne du front de montée : c'est le quotient de la différence des valeurs de courant au début et à la fin d'un intervalle de temps spécifié, par cet intervalle de temps, soit :  $\{i(t_2) - i(t_1)\} / (t_2 - t_1)$ .

La médiane de cette raideur étant de 30 à 40 kA/ $\mu$ s, celle-ci peut atteindre 150 kA/ $\mu$ s. Ce paramètre sert au calcul des tensions induites dans les circuits électriques proches du canal de foudre.

#### ***1.3.1.5.9 Charge totale***

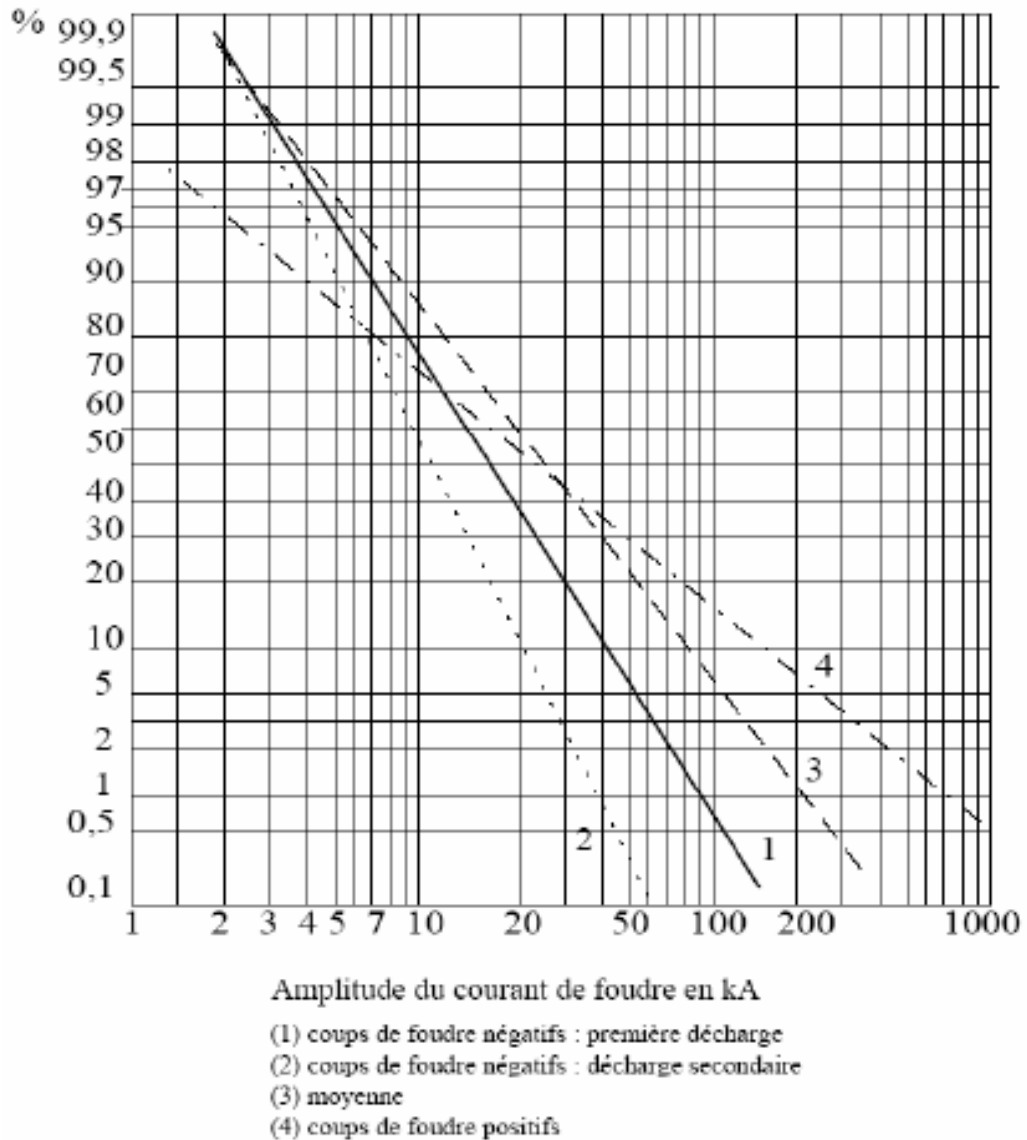
Elle s'exprime en coulombs, et représente la charge électrique totale écoulée par un éclair. Elle se définit aussi par l'intégrale par rapport au temps du courant de foudre pendant la durée totale de l'éclair. Ce paramètre sert à l'estimation de la quantité de métal fondu au point d'impact, sur une tige de paratonnerre ou sur une tôle. Cette charge d'un est comprise entre 1 Coulomb pour un coup faible négatif et 350 Coulombs pour un violent coup positif, avec une médiane d'environ 10 Coulombs.

#### ***1.3.1.5.10 Nombre d'arcs en retour***

Ce nombre inclut le premier coup et les coups subséquents. En moyenne de 2 arcs, ce nombre peut atteindre 12 arcs pour les coups de foudre très violents, et même quelques dizaines exceptionnellement.

#### ***1.3.1.5.11 Intensité des différents coups de foudre***

La distribution des intensités des courants de foudre est reportée sur un abaque regroupant toutes les données mondiales. Sont portées en abscisse le logarithme de l'intensité du coup de foudre (en kA), et en ordonnée la probabilité qu'a un coup de foudre de dépasser une intensité donnée. Les courbes ainsi obtenues représentent un faisceau de droites.



**Figure I.8** Distribution statistique des coups de foudre [8].

La lecture de la courbe moyenne (figure I.8) indique que l'intensité d'un coup de foudre négatif atteindra des valeurs supérieures à 2 kA dans 99,7 % des cas. La valeur moyenne de l'intensité de courant se situe vers 25 kA.

Les paramètres électriques d'un coup de foudre est regroupé dans le tableau suivante.

- L'amplitude d'un coup subséquent est généralement plus faible que l'amplitude d'un premier coup de foudre négatif. Par ailleurs, l'amplitude d'un coup de foudre positif (on rappelle qu'un coup de foudre positif est unique) est généralement plus forte que celle d'un coup de foudre négatif même pour ce qui concerne le premier coup.

- Tout comme l'amplitude, l'énergie spécifique d'un coup de foudre va en décroissance selon qu'il s'agit d'un coup positif, d'un premier arc de foudre négatif, d'un coup subséquent.
- La charge totale associée à une décharge négative est généralement plus faible que celle associée à une décharge positive.
- La durée totale d'un coup de foudre positif est souvent plus importante que celle d'un coup de foudre négatif.

**Tableau I.1** Paramètres électriques d'un coup de foudre [8].

<i>Paramètres</i>	<i>Unité</i>	<i>Probabilité</i>		
<i>Amplitude</i>		95 %	50 %	05 %
<i>Premier coup</i>	<i>KA</i>	7	33	85
<i>Coup subséquent</i>		4,6	12	30
<i>Coup positif</i>		4,6	35	250
<i>Raidier max</i>		95 %	50 %	05 %
<i>Premier coup</i>	<i>KA/μs</i>	9,1	24	65
<i>Coup subséquent</i>		10	40	162
<i>Coup positif</i>		0,2	2,4	32
<i>Energie spécifique</i>		95 %	50 %	05 %
<i>Premier coup</i>	<i>A²s</i>	$6,0 \cdot 10^3$	$5,5 \cdot 10^4$	$5,5 \cdot 10^5$
<i>Coup subséquent</i>		$5,5 \cdot 10^2$	$6,0 \cdot 10^3$	$5,2 \cdot 10^4$
<i>Coup positif</i>		$2,5 \cdot 10^4$	$6,5 \cdot 10^5$	$1,5 \cdot 10^7$
<i>Charge totale</i>		95 %	50 %	05 %
<i>Décharge négative</i>	<i>C</i>	1,3	7,5	40
<i>Décharge positive</i>		20	80	350
<i>Durée totale</i>		95 %	50 %	05 %
<i>Décharge négative</i>	<i>ms</i>	0,15	13	1100
<i>Décharge positive</i>		14	85	500

**1.3.1.5.12 Courant à la base du canal**

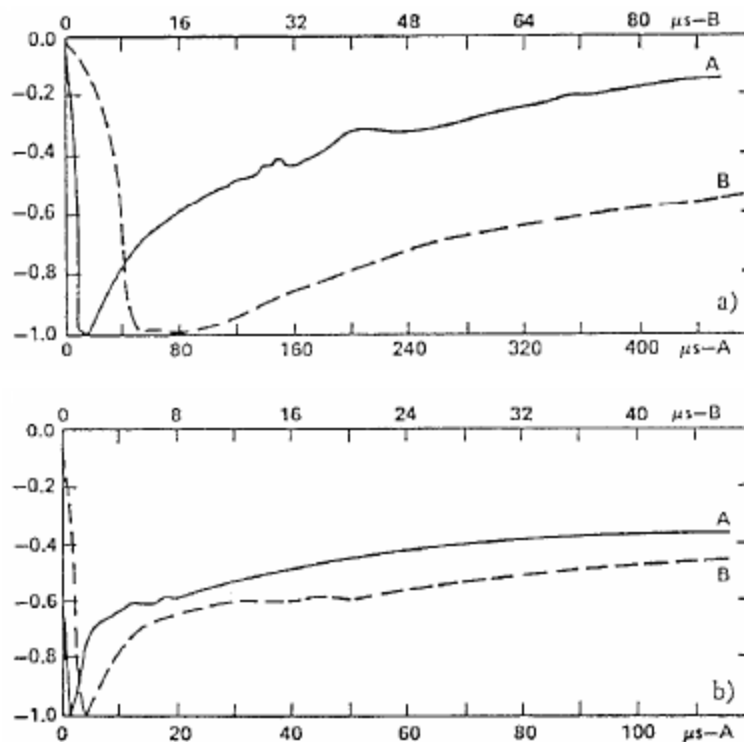
Depuis les années 50, plusieurs campagnes expérimentales ont été réalisées afin de caractériser le courant de foudre. La description la plus complète du courant de l'arc en retour est donnée par l'équipe du Professeur Berger (ETHZ) [5], qui durant les années 1950-1970 a exploité une station expérimentale au Mont San Salvatore près de Lugano. La mesure du courant

a été effectuée au sommet de deux tours de 55 m de haut, situées au sommet du Mont San Salvatore.

### I.3.1.5.13 Vitesse de l'arc en retour

La vitesse moyenne de l'arc en retour est de l'ordre du tiers de la vitesse de la lumière. La vitesse des arcs en retour subséquents est en général plus grande que celle des premiers arcs en retour. D'autre part, il a été mis en évidence que la vitesse de l'arc en retour, tant pour les premiers que pour les subséquents, décroît en fonction de la hauteur; cette décroissance est plus marquée pour les premiers arcs en retour [9].

Les figures I.9 ci-dessous illustrent les formes moyennes des courants typiques à la base du canal correspondant aux arcs en retour premier et subséquent d'une décharge négative. il est considéré comme l'unique grandeur mesurable des courants de la foudre.



**Figure I.9** Forme du courant à la base du canal; principal (dessus) et subséquent (dessous)  
Mesures en Floride par Berger [10].

### I.3.2 Perturbation électromagnétique

La perturbation électromagnétique, ou parasite, est un signal électrique indésirable qui se superpose au signal utile provoquant une anomalie de fonctionnement. Les perturbations peuvent se propager à travers les conducteurs ou émises à travers le milieu ambiant.

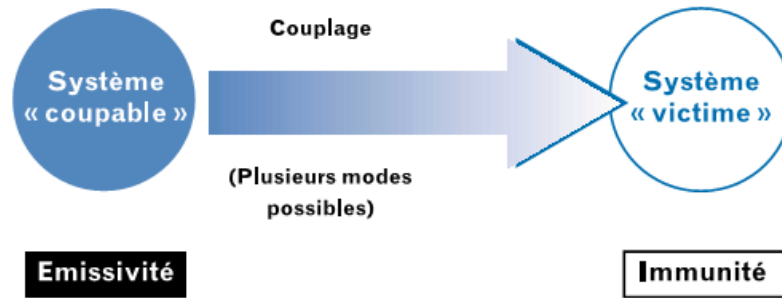


Figure I.10 Transmission des perturbations.

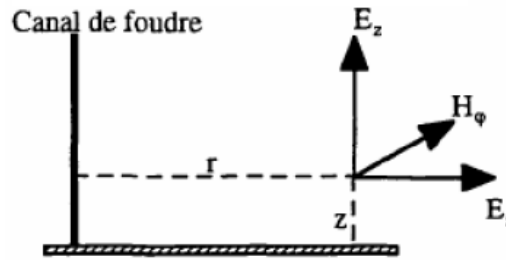
Dans un problème de la compatibilité électromagnétique (CEM), on trouve trois éléments : une source de perturbation (la foudre), un milieu de couplage (conduction, rayonnement), et une victime au couplage (ligne du réseau électrique).

- Si la source et la victime sont en contact, les phénomènes perturbateurs sont, dans ce cas, les variations rapides de courant ou de tension  $\left(\frac{\partial i}{\partial t}, \frac{\partial v}{\partial t}\right)$ . Ces types de perturbations sont appelées perturbations conduites et elles se développent dans les câbles ou conducteurs de liaisons aux réseaux, sources d'énergie ou de charges.
- Si la source et la victime sont éloignées, dans ce cas, la perturbation est transmise par une liaison indirecte (champ électrique, champ magnétique ou onde électromagnétique) ; on parle des perturbations rayonnées ou propagées.

### I.3.3 Champ électromagnétique rayonné par la foudre

Le canal de foudre ainsi que les éléments écoulant le courant de foudre à la terre génèrent un champ électromagnétique. Des courants et tensions induits vont alors apparaître dans les conducteurs proches après le couplage électromagnétique. Le champ électromagnétique rayonné par la foudre se propage dans l'espace par ses trois composantes ; deux composantes du champ électriques, horizontal ( $E_r$ ) et vertical ( $E_z$ ) et l'autre magnétique azimutal  $H_\phi$ .

Suivant les modèles géométriques du problème adoptés par les différents auteurs, le courant de la foudre se propage du sol vers le nuage selon l'axe vertical  $z$  (Figures I.11) ; les champs électromagnétiques en un point quelconque de l'espace s'obtiennent en sommant, le long du canal de la foudre et son image au-dessous du sol, les champs électromagnétiques créés par un dipôle de longueur  $dz'$ , situé à une longueur  $z'$  au-dessus du sol.



**Figure I.11** Modèle géométrique du problème.

Le champ électromagnétique présente pour toute distance (entre 1 et 200 km) un premier pic dont l'intensité est approximativement inversement proportionnelle à la distance. A des distances relativement proches, le champ magnétique présente une *bosse* ("hump") à environ 30  $\mu\text{s}$ , alors que le champ électrique a une croissance en rampe après son pic initial. Les champs électrique et magnétique lointains (distance supérieure à environ 50 km) ont essentiellement la même forme d'onde, et présentent une inversion de polarité [11].

On note que :

- Pour des distances à la source inférieures à  $\lambda/2\pi$ , on considère qu'on est en champs proches.
- Pour des distances à la source supérieures à  $\lambda/2\pi$ , on considère qu'on est en champs lointains.

### ***1.3.3.1 Champs proches***

- ❖ Dipôle électrique :  $E$  varie en  $1/r^3$ ,  $H$  varie en  $1/r^2$ ,  $Z$  varie alors en  $1/r$ . A faible distance le dipôle rayonne essentiellement en champ  $E$  [12].
- ❖ Dipôle magnétique :  $E$  varie en  $1/r^2$ ,  $H$  en  $1/r^3$ ,  $Z$  varie en  $r$ . A faible distance la boucle rayonne essentiellement en champ  $H$  [12].

### ***1.3.3.2 Champs lointains***

$E$  et  $H$  décroissent en  $1/r$ ,  $Z = \text{Constante} = 377$  (impédance du vide). Le champ électromagnétique a les caractéristiques d'une onde plane [12].

## **1.3.4 Environnement électromagnétique**

L'environnement électromagnétique est à prendre en compte pour traiter la compatibilité électromagnétique (CEM) [13]. Cette dernière est l'aptitude d'un appareil ou d'un système électrique, ou électronique, à fonctionner dans son environnement électromagnétique de façon

satisfaisante, sans produire lui-même des perturbations électromagnétiques intolérables pour tout ce qui se trouve dans cet environnement.

La foudre est un phénomène perturbateur important du fonctionnement de toutes les installations électriques à plusieurs titres :

- ✓ Toute la gamme de puissance et tous les niveaux de tension sont concernés : depuis le transport d'énergie électrique HTB jusqu'aux circuits intégrés en passant par les alimentations basse tension BT et les transmissions de données.
- ✓ Elle peut être à l'origine de perturbations momentanées dans la continuité de service, donc de dégradation de la qualité des alimentations.
- ✓ Elle peut causer des destructions de matériel et en conséquence de longues interruptions de services des installations.
- ✓ Elle constitue un danger pour les personnes (tension de pas, élévation de potentiel des masses et du circuit de terre).

L'étude des perturbations générées par la foudre nous implique directement dans le domaine de la compatibilité électromagnétique dont l'objectif final est de rendre compatible le fonctionnement d'un système électrique/électronique sensible dans un environnement électromagnétique perturbé tout en respectant les trois critères suivants :

- Pas d'interférences avec d'autres systèmes ;
- Pas de susceptibilité aux émissions d'autres systèmes ;
- Pas d'interférences du système avec lui-même.

## **I.4 Réseaux électriques HTB**

### **I.4.1 Définitions**

Les réseaux de transport d'énergie électrique ont pour mission la collecte de l'énergie produite par les centrales et de l'acheminer, avec les flux les plus importants possibles, vers les zones de consommation afin de permettre une exploitation sûre et économique des moyens de production.

La fonction principale de ces réseaux est d'assurer la mise en commun de tous les moyens de production pour fournir l'énergie électrique aux différents utilisateurs. Les différents points de production sont des centrales qui produisent l'énergie électrique provenant de diverses sources d'énergie primaire : thermique nucléaire, hydro- électrique, charbon, et naturellement les énergies renouvelables.

Les réseaux électriques HTB possèdent des spécificités et des modes d'exploitation très différents. Dans les niveaux de tension les plus élevés, la structure maillée est utilisée [14].



Les réseaux maillés garantissent une très bonne sécurité d'alimentation, car la perte de n'importe quel élément (ligne électrique, transformateur ou groupe de production) n'entraîne aucune coupure d'électricité si l'exploitant du réseau de transport respecte les règles d'exploitation.

Traditionnellement, les réseaux électriques HTB sont décomposés en deux sous-systèmes : la génération et le transport. Chaque sous-système est relié par des postes chargés de l'adaptation des niveaux de tension. Ces réseaux utilisent des courants alternatifs à basse fréquence (50 Hz ou 60 Hz).

**I.4.2 Missions des réseaux électriques HTB**

Nous distinguons trois types de mission [15].

- *Le transport d'énergie* : une fonction de transmission avec l'objectif d'acheminer l'électricité depuis les centres éloignés de production vers les centres de consommation ;
- *L'interconnexion nationale* : une fonction d'interconnexion nationale qui gère la distribution en reliant la production avec la situation géographique et la nature des demandes temporaires ;
- *L'interconnexion internationale* : une fonction d'interconnexion internationale pour échanger des puissances et favoriser la solidarité des systèmes.

**I.4.3 Domaine haute tension des réseaux électriques**

Le domaine de haute tension est défini en fonction du type de courant et du type de tension. Le choix du niveau de tension et de la fréquence dépend de résultats technico-économique et de considérations historiques. Chaque pays a donc ses différents niveaux de tensions et sa fréquence.

Afin de réduire les coûts du matériel, un accord dans les niveaux de tension a été pris en compte, ainsi les niveaux de tension à considérer en Algérie et en Europe sont montrés comme suit [16]:

	Usage	Tensions Normalisées	Noms (standard Européen)
H T B	Grand transport national et Interconnexion	 220 kV / 400 kV (THT) 90 kV / 60 kV (HT)	 HTB (50 kV à 400 kV) HTB 3 : 400 kV HTB 2 : 225 kV HTB 1 : 90 et 63 kV

Figure I.12 Classification des tensions en Algérie et en Europe [16].

### **1.4.3.1 Pourquoi utiliser la haute tension HTB**

Tout transfert d'énergie impose l'utilisation d'un système de liaisons associant une grandeur de flux et une grandeur d'effort. Pour le transfert d'énergie par l'électricité, la grandeur d'effort est la tension et la grandeur de flux est l'intensité du courant. La plus grande partie de l'énergie perdue lors de ce transfert dépend de la grandeur du flux responsable des pertes liées au déplacement.

Le choix d'utiliser des lignes à haute tension s'impose dès qu'il s'agit de transporter de l'énergie électrique sur de longues distances. Le but est de réduire les chutes de tension en ligne dues aux pertes et, également, d'améliorer la stabilité des réseaux. Les pertes en ligne sont principalement dues à l'effet Joule, qui ne dépend que de deux paramètres : la résistance et l'intensité du courant ( $P = R.I^2$ ). L'utilisation de la haute tension permet, à puissance transportée ( $P = U.I$ ) équivalente, de diminuer le courant et donc les pertes.

Par ailleurs, pour diminuer la résistance, aux fréquences industrielles, il n'y a que deux facteurs, la résistivité des matériaux utilisés pour fabriquer les câbles de transport et la section de ces câbles. A matériau de fabrication et section équivalente, les pertes sont donc égales, aussi bien pour les lignes aériennes que pour les lignes souterraines.

Les lignes à haute tension font partie du domaine « haute tension B ou HTB » qui comprend les valeurs supérieures à 50 kV en courant alternatif. L'expression « très haute tension » est parfois utilisée, mais n'a pas de définition officielle.

### **1.4.4 Ligne à haute tension HTB**

La ligne à haute tension HTB est la composante principale des grands réseaux de transport d'électricité. Elle transporte l'énergie par l'intermédiaire de l'électricité de la centrale électrique aux consommateurs. Ces lignes sont aériennes, souterraines ou sous-marines.

Elles sont constituées de trois (03) phases mono-ternes et chaque phase peut être constituée d'un faisceau de conducteurs bi-terne (parfois à double terne) espacés de quelques centimètres afin de limiter l'effet couronne qui entraîne des pertes en lignes [17].

Les lignes à haute tension HTB aériennes sont composées de câbles conducteurs, généralement en alliage d'aluminium, suspendus à des supports, pylônes. Ces supports peuvent être faits de bois, d'acier ou de béton ; la disposition des conducteurs de phases peut être en horizontale, en triangle ou en verticale.



*Ligne HTB monoterne en faisceau*



*Ligne HTB biterne en faisceau*

**Figure I.13** Lignes de transport d'énergie électrique HTB.

#### **I.4.5 Classification des lignes électriques HTB aériennes**

Il existe présentement trois types de lignes définis comme suit [18,19] :

- ✓ Ligne courte (*longueur* :  $l < 80$  km) ;
- ✓ Ligne de longueur moyenne ( $80 \text{ km} < l < 240$  km) ;
- ✓ Ligne longue ( $l \geq 240$  km).

Etant donné les très grandes distances séparant les sources des centres de consommation, les lignes de transport HTB sont généralement longues ou de longueur moyenne.

L'ensemble des lignes de transport électrique est formé un réseau électrique HTB qui a un certain nombre de fonction et de comportement qu'il faut définir, mettre en œuvre, maîtriser grâce à une conception et une exploitation convenable. viennent ensuite des ouvrages et des matériels, pylônes, lignes aériennes, postes, câbles, appareillages, transformateurs, parafoudres, paratonnerres, ... etc.

Ces lignes sont connectées entre elles au niveau des postes électriques (parfois appelés postes de répartition). Les postes électriques permettent d'aiguiller l'électricité et de la faire passer d'une tension à l'autre grâce aux transformateurs.

## I.5 Foudroisement des lignes électrique HTB

A partir du modèle électro-géométrique de la littérature [20], la fréquence de foudroisement se calcule en tenant compte de la surface de capture de l'élément considéré. La formule empirique générale indiquant le foudroisement (nombre total de CDF par an) d'une ligne (pylônes, câbles de phases et de garde) se donne par :

$$N_L = N_k \left( \frac{N_1}{30} + \frac{l}{70} \right) \alpha \frac{L}{100} \quad (\text{I.1})$$

Avec :

$N_k$  = niveau kéraunique ;

$N_L$  = foudroisement de la ligne ;

$N_1$  = foudroisement du conducteur horizontal le plus élevé ;

$L$  = longueur de la ligne en km ;

$l$  = largeur de la ligne en m (entre les conducteurs extérieurs) ;

$\alpha$  = facteur d'influence des pylônes et des câbles de garde.

### I.5.1 Mécanismes d'agression de la foudre sur les réseaux électriques HTB

#### I.5.1.1 Coup de foudre direct sur les conducteurs actifs

Lorsqu'un coup de foudre frappe un conducteur d'une ligne, tout se passe comme si l'arc en retour se comportait comme un courant injecté dans le conducteur [21]. Ce courant se répartit par moitié de part et d'autre du point d'impact, et chacune de ces moitiés va se propager le long du conducteur.

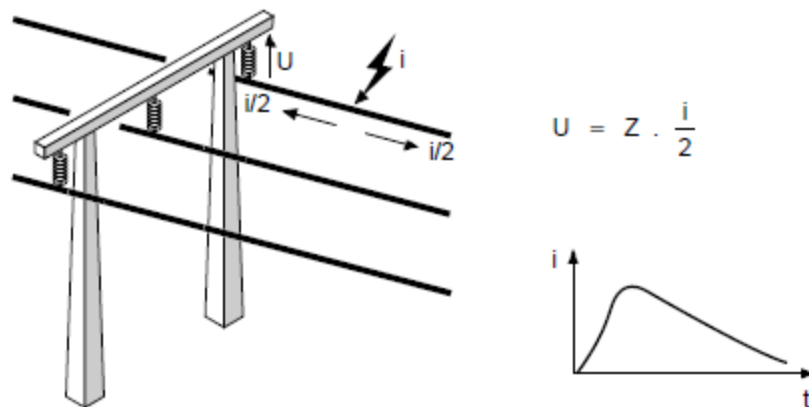


Figure I.14 Coup de foudre direct sur un conducteur de ligne aérien.

### 1.5.1.2 Coup de foudre direct sur les pylônes et câbles de garde

Lorsque la foudre frappe directement un pylône ou un câble de garde, les charges s'écoulent à la terre. Le pylône atteint un potentiel qui est fonction de l'impédance et de la résistance mise à la terre du pylône. Si la résistance est importante, le potentiel peut dépasser la tension de contournement des isolateurs ; ainsi, une décharge se produit vers la ligne, et une onde mobile est injectée dans celle-ci.

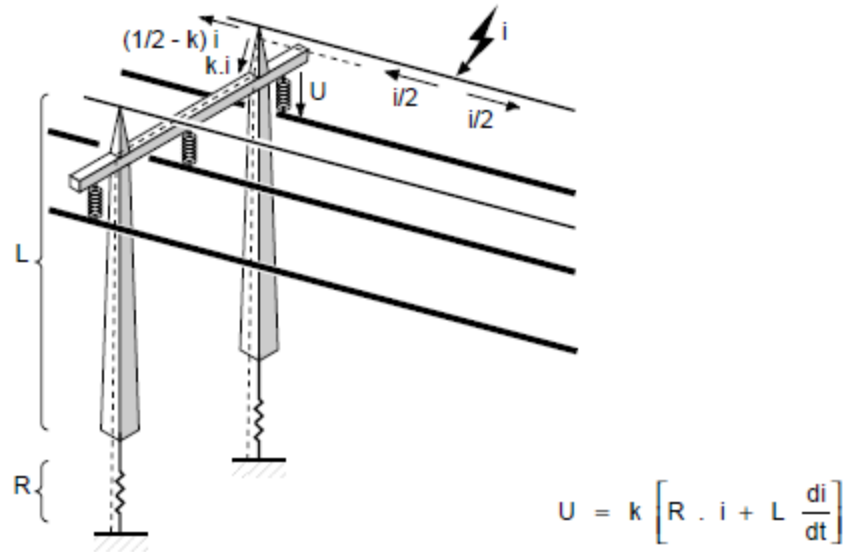
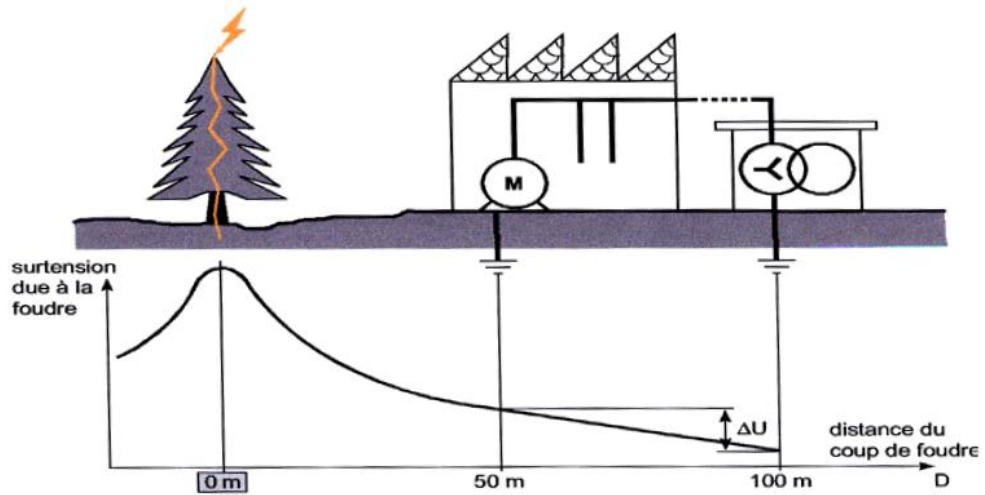


Figure I.15 Coup de foudre direct sur un câble de garde.

### 1.5.1.3 Coup de foudre à proximité du lieu d'impact

#### 1.5.1.3.1 Elévation de potentiel du sol

L'écoulement du courant de foudre dans le sol crée des élévations des potentiels de terre qui sont fonction de l'intensité du courant et de l'impédance de la terre locale. En cas d'installation pouvant être connectée à des terres différentes, des différences de potentiel très importantes apparaîtront lors d'un tel phénomène et les équipements connectés aux réseaux sollicités seront, soit détruits, soit fortement perturbés.



**Figure I.16** Diagramme expliquant les montées et les différences de potentiel de terre d'une installation électrique HTB.

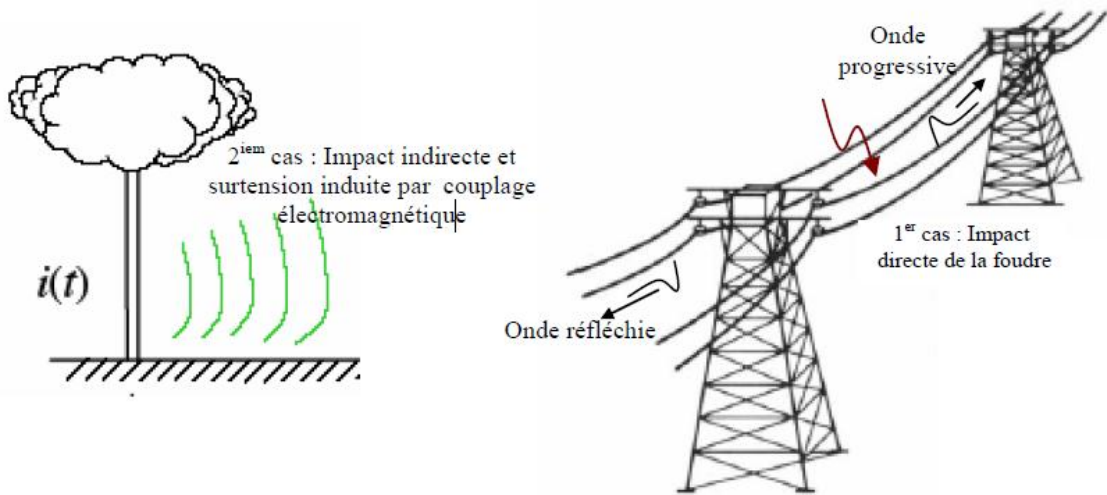
### ***1.5.1.3.2 Surtension sur les structures aériennes et les lignes électriques HTB***

La décharge rapide qui intervient au moment du coup de foudre provoque des variations considérables du champ électrique au-dessus du sol. Ces variations agissent par influence sur les conducteurs placés dans ce champ, toitures métalliques, pylônes, et les lignes aériennes (réseau électrique) qui vont en quelque sorte exporter la perturbation.

Lorsqu'une ligne électrique aérienne est soumise sur une certaine longueur de son parcours à une variation brutale de champ, elle développe donc par influence une surtension qui va se propager de part et d'autre [22].

### ***1.5.1.3.3 Perturbations produites par induction***

Une décharge entre nuages et sol ou entre nuages entraîne des champs électromagnétiques qui engendrent sur les milieux conducteurs des tensions/courants dans une gamme de fréquence de 100 Hz à 10 MHz. Ces rayonnements peuvent être reçus par tout conducteur formant une antenne plus ou moins bien adaptée [22].



**Figure I.17** Coup de foudre tombe à proximité d'une ligne aérienne HTB.

#### 1.5.1.4 Coup de foudre à distance du point d'impact

L'émission d'une onde électromagnétique par une décharge orageuse, entraîne après un couplage électromagnétique onde-lignes aérien, des perturbations induites. Comme nous l'avons mentionné, ce sont les lignes aériennes qui véhiculent les pics de tension consécutifs à la foudre. Sans dispositifs de protection, ils seraient de quelques kilovolts (10 à 20 kV), et entraîneraient des avaries ou tout au moins un vieillissement accéléré des composants de transport électrique. La protection contre les surtensions repose sur l'écrêtage des pics par des dispositifs tels que des parafoudres et éclateurs, qui s'amorcent d'eux-mêmes à partir d'une certaine tension et dérivent vers la terre le courant nécessaire à l'écrêtage [22].

## I.6 Modélisation des lignes électriques HTB

La modélisation des lignes électriques permet de représenter le comportement électrique attendu de celles-ci. La principale modélisation est basée sur un système de deux équations aux dérivées partielles qui permettent de décrire l'évolution de la tension et du courant sur une ligne électrique en fonction de la distance et du temps.

Deux méthodes, dont les fondements sont complètement distincts, sont utilisées :

- Théorie des champs, développée à partir des équations de Maxwell [23], cette modélisation est rigoureuse mais pas toujours simple à appliquer et permet d'établir la seconde théorie (celle des circuits).
- Théorie des circuits : modélisation de la propagation le long de la ligne par construction d'un schéma équivalent (selfs, capacités, résistances), dont l'analyse est simple.

## I.6.1 Théorie des champs

### I.6.1.1 Equations de Maxwell

En tout point de l'espace, qui n'est pas situé sur une surface de séparation entre deux milieux, c'est dire, dans un milieu linéaire, homogène, et isotope (LHI), les équations générales de Maxwell spécifient que [23] :

$$\nabla \times \vec{E}(t, r) = -\frac{\partial \vec{B}(t, r)}{\partial t} \quad (\text{Maxwell -Faraday}) \quad (\text{I.2})$$

$$\nabla \times \vec{H}(t, r) = \vec{J}(t, r) + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(t, r)}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Ampère}) \quad (\text{I.3})$$

$$\nabla \cdot \vec{D}(t, r) = \rho(t, r) \quad (\text{Maxwell Gauss}) \quad (\text{I.4})$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(t, r) = 0 \quad (\text{La conservation du flux}) \quad (\text{I.5})$$

Les variables de base de ces équations sont

$\vec{B}$  : Induction magnétique (Tesla, T)

$\vec{H}$  : Intensité du champ magnétique (ampère/ mètre<sup>2</sup>, Am<sup>-2</sup>)

$\vec{D}$  : Densité du flux électrique (colombe/mètre, Cm<sup>-2</sup>)

$\vec{E}$  : Densité du champ électrique (volt/mètre, Vm<sup>-1</sup>)

$\vec{J}$  : Densité du courant électrique (ampère/ mètre<sup>2</sup>, Am<sup>-2</sup>)

$\rho$  : Densité de charge électrique (coulomb/mètre, Cm<sup>-3</sup>)

Avec :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{I.6})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{I.7})$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.8})$$

Et :

$\mu$  : Perméabilité magnétique

$\varepsilon$  : Perméabilité électrique

$\sigma$  : Conductivité électrique



Sous cette forme, dite locale ou différentielle, les équations de Maxwell expriment des relations entre des variations spatiales de certains champs et des variations temporelles d'autres champs.

Dans le vide :

$$\vec{B}(t, r) = \mu_0 \vec{H}(t, r) \quad (\text{I.9})$$

$$\vec{D}(t, r) = \varepsilon_0 \vec{E}(t, r) \quad (\text{I.10})$$

Alors les équations de Maxwell deviennent :

$$\nabla \times \vec{H}(t, r) = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(t, r)}{\partial t} \quad (\text{I.11})$$

$$\nabla \cdot \vec{H}(t, r) = 0 \quad (\text{I.12})$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(t, r) = 0 \quad (\text{I.13})$$

L'opérateur différentiel nabla " $\nabla$ " sert à exprimer l'opération rotationnelle  $\nabla \times = \text{rot}$  et l'opération divergence  $\nabla \cdot = \text{div}$

Les équations de Maxwell peuvent aussi être exprimées sous «forme globale» comme suit [23]. :

$$\oint_c \vec{E}(t, r) dl = - \int_s \vec{n} \cdot \frac{\partial \vec{B}(t, r)}{\partial t} dA \quad (\text{I.14})$$

$$\int_c \vec{H}(t, r) dl = \int_s \vec{n} \cdot \left( \frac{\partial \vec{D}(t, r)}{\partial t} + \vec{J}(t, r) \right) dA \quad (\text{I.15})$$

En utilisant le théorème de la divergence après l'intégration de l'équation I.14 et I.15, les deux équations I.4 et I.5 deviennent alors :

$$\oint_s \vec{n} \cdot \vec{D}(t, r) dA = \int_v \rho(t, r) dv \quad (\text{I.16})$$

$$\oint_s \vec{n} \cdot \vec{B}(t, r) dA = 0 \quad (\text{I.17})$$

### 1.6.1.2 Conditions aux limites

Les conditions aux limites pour les champs [23] sont:

$$\vec{n} \times [\vec{E}_1(t, r) - \vec{E}_2(t, r)] = 0 \quad (\text{I.18})$$

$$\vec{n} \times [\vec{H}_1(t, r) - \vec{H}_2(t, r)] = \vec{J}_s \quad (\text{I.19})$$

$$\vec{n} \cdot [\vec{D}_1(t, r) - \vec{D}_2(t, r)] = \rho_s \quad (\text{I.20})$$

$$\vec{n} \cdot [\vec{B}_1(t, r) - \vec{B}_2(t, r)] = 0 \quad (\text{I.21})$$

Avec :

$\vec{n}$  : est la normale a la surface de séparation, allant du milieu 2 vers le milieu 1 ;

$\vec{J}_s$  : est la densité de courant de surface ;

$\rho_s$  : est la densité de charge de surface.

### 1.6.1.3 Equations des lignes

A partir des équations de Maxwell I.2 et I.3 [23], nous pouvons établir pour une ligne bifilaire les deux équations suivantes :

$$\frac{\partial v(x)}{\partial x} = -j\omega \frac{Z_C}{v} i(x) \quad (\text{I.22})$$

$$\frac{\partial i(x)}{\partial x} = -j\omega \frac{1}{Z_C v} v(x) \quad (\text{I.23})$$

Avec :

$v(x)$  : Tension en  $x$  ;

$i(x)$  : Courant en  $x$  ;

$\omega$  : Pulsation ;

$v$  : Vitesse de l'onde ;

$Z_C$  : Impédance caractéristique.

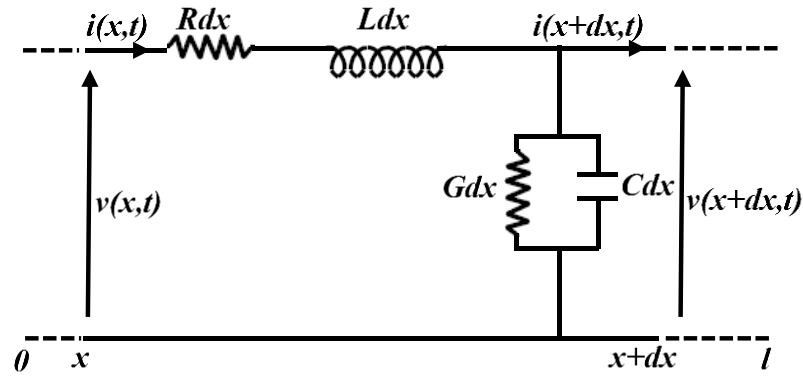


Figure I.18 Schéma électrique équivalent de la ligne HTB bifilaire.

### I.6.2 Théorie des circuits

Considérons un petit tronçon de ligne  $\Delta x$  ( $\Delta x$  infiniment petit) représenté par le schéma de la Figure I.18. L'application des lois de Kirchhoff permet d'écrire :

#### I.6.2.1 Loi des mailles

Selon la loi des mailles, on obtient :

$$v(x,t) - v(x + \Delta x,t) = R\Delta x i(x,t) + L\Delta x \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{I.24}$$

#### I.6.2.2 Loi des nœuds

Selon la loi des nœuds, on obtient :

$$i(x,t) - i(x + \Delta x,t) = G\Delta x v(x + \Delta x,t) + C\Delta x \frac{\partial v(x + \Delta x,t)}{\partial t} \tag{I.25}$$

Le développement en série de Taylor limité au 1er ordre, donc on écrit :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f(x)}{\partial x} \tag{I.26}$$

Les équations générales des lignes HTB s'expriment au 1er ordre comme suit :

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = -Ri(x,t) - L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \quad (\text{I.27})$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = -Gv(x,t) - C \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (\text{I.28})$$

Les deux équations (I.27) et (I.28), permettent de calculer le courant et la tension de la ligne.

L'amélioration de l'efficacité des réseaux électriques HTB se fait par la protection de ceux-ci contre les différents phénomènes tels que les surtensions de foudre qui se propagent le long d'une ligne électrique HTB subissant une déformation.

## I.7 Conclusion

Dans les réseaux à haute tension destinés au transport d'énergie électrique, la foudre peut toucher une ligne électrique en frappant, soit un conducteur de phase, soit un pylône ou un câble de garde, provoquant sur les lignes des surtensions importantes classées comme les contraintes les plus dangereuses pour les équipements de ligne électriques HTB en général. L'impact direct et indirect de la foudre sur l'un des conducteurs s'illustre par la propagation bidirectionnelle d'une onde de surtension de plusieurs centaines de kV [3].

Lorsqu'un coup de foudre tombe à proximité d'une ligne HTB, le champ électromagnétique intense, généré par l'arc en retour, induit des surtensions qui peuvent, dans certains cas, provoquer un amorçage. Les coups de foudre indirects représentent un danger plus important du fait que ce mécanisme de production de surtensions est bien plus fréquent que celui qui résulte des impacts directs [3]. L'impact indirect de la foudre se traduit par un couplage électromagnétique qui mène à des surtensions importantes induites dans les réseaux électriques HTB. Le calcul des surtensions induites par une décharge de foudre indirect nécessite [24]:

- La définition de la distribution spatio-temporelle du courant de foudre le long du canal ;
- Le calcul du champ électromagnétique résultant ;
- L'évaluation de l'interaction entre le champ électromagnétique et une ligne électrique.

*Modélisation de la foudre  
comme source de rayonnement*

## II.1 Introduction

L'étude du problème de couplage de l'onde électromagnétique rayonnée par un canal de foudre avec une ligne de transport d'énergie a été l'objet de plusieurs travaux publiés dans la littérature [25, 26, 27, 28]. Différents formalismes, dont les fondements sont complètement distincts, sont utilisés :

- ❖ Formalisme des antennes ;
- ❖ Formalisme des lignes ;
- ❖ Formalisme de Rusk ;
- ❖ Formalisme de Chowdhuri et Gross.

Dans notre thèse de doctorat nous utilisons le formalisme des lignes car il s'adapte bien à la nature de notre problème. Pour utiliser ce formalisme, il est primordial de connaître le champ électromagnétique émis par le canal de l'onde foudre. Le canal de foudre est considéré comme une antenne rectiligne, verticale et parcourue alimentée à sa base par un générateur de courant.

Ce deuxième chapitre est consacré à la modélisation de la foudre comme source de rayonnement. Nous exposerons dans ce qui suit les éléments théoriques les plus importants en rapport avec ce sujet. Nous commencerons par le formalisme des antennes, puis celui des lignes que nous utiliserons lors de nos simulations.

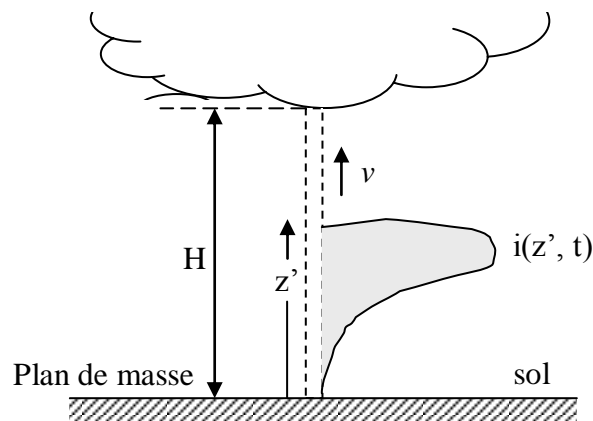
## II.2 Modélisation de la foudre

Pour une protection efficace des systèmes électro-énergétiques, contre les perturbations engendrées par la foudre, il est nécessaire de connaître et caractériser son champ électromagnétique impulsionnel. Les variations les plus brutales aux grandes amplitudes du champ électromagnétique émis par une décharge de foudre ont lieu lors de la phase de l'arc en retour. C'est pourquoi, durant ces dernières années, plusieurs modèles de l'arc en retour, avec différents degrés de complexité, ont été développés [29], [30], [31], [9] afin de permettre de quantifier son rayonnement électromagnétique.

L'une des difficultés majeures liées à la modélisation du canal de foudre réside dans le fait que le courant ne peut être mesuré qu'à la base du canal. Seulement, pour déterminer les champs électrique et magnétique rayonnés, il est nécessaire de connaître la distribution du courant le long du canal, une propriété importante qui fait la différence entre les modèles de l'arc en retour proposés sur la distribution spatiale et temporelle du courant le long du canal de foudre  $i(z',t)$ .

Nous présenterons un récapitulatif des modèles existants dans la littérature et nous adopterons par la suite, le modèle MTLE (Modified transmission line) nommé aussi « modèle des ingénieurs modifiée » proposé par Nucci et Rachidi [32] et approuvé par des résultats convaincants établis par plusieurs auteurs dans différents travaux [33, 34, 35].

- ✚ Le modèle de Bruce et Gold (BG) [36] ;
- ✚ Le modèle Transmission Line (TL) [37] ;
- ✚ Le modèle Travelling Current Source (TCS) [38] ;
- ✚ Le modèle de Diendorfer et Uman (DU) [39] ;
- ✚ Modèle Modified Transmission Line (MTL) [40].



**Figure II.1** Paramètres géométriques utilisés pour la Modélisation de la distribution spatio-temporelle du courant de foudre.

### II.2.1 Courant à la base du canal de la foudre

C'est l'unique caractéristique mesurable, elle représente un apport important dans la modélisation spatio-temporelle du courant de l'arc en retour le long du canal de la foudre. Différentes expressions analytiques peuvent être utilisées afin de simuler l'allure du courant de la foudre. Parmi celles-ci, les fonctions exponentielles, utilisées par un certain nombre d'auteurs et qui présentent l'avantage d'avoir des transformées de Fourier analytiques ; ce qui permet de faire une analyse directe dans le domaine fréquentiel [41].

Plus récemment, Heidler [38] a proposé une nouvelle expression analytique pour simuler le courant de l'arc en retour:



$$i(0,t) = \frac{I_{01}}{\eta_1} \cdot \frac{\left(\frac{t}{\tau_{11}}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_{11}}\right)^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{12}}\right) + \frac{I_{02}}{\eta_2} \cdot \frac{\left(\frac{t}{\tau_{21}}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_{21}}\right)^n} \exp\left(-\frac{t}{\tau_{22}}\right) \quad (\text{II.1})$$

Où :

$$\eta = \exp\left(-\left(\frac{\tau_{i1}}{\tau_{i2}}\right)^n \sqrt{n \frac{\tau_{i2}}{\tau_{i1}}}\right) \quad i = 1, 2 \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$I_{01}$  est l'amplitude du courant à la base du canal

$\tau_{i1}$  est la constante de temps du front

$I_{02}$  est la constante de décroissance

$\eta_{i1}$  est le facteur de correction d'amplitude et  $n$  est un exposant compris entre 2 et 10.

L'expression analytique (II.1) a été préférée à la fonction double exponentielle habituellement employée, elle a l'avantage de préserver une dérivée nulle pour  $t=0s$ , ce qui correspond mieux aux observations expérimentales [42].

D'autre *part*, elle permet un ajustement de l'amplitude du courant de sa raideur de front et de la quantité de charges transférée presque indépendamment en faisant varier respectivement les paramètres  $I_0$ ,  $\tau_1$  et  $\tau_2$  [1].

Le modèle adopté pour le courant d'arc en retour est le modèle de ligne de transmission modifiée (MTL). Dans ce modèle il est supposé que la forme d'onde actuelle au sol diminue exponentiellement avec la hauteur car il se déplace vers le haut du canal de foudre par une vitesse  $v$  constante. Mathématiquement ce courant  $i(z, t)$  à la hauteur  $z$  et à l'instant  $t$  est représenté par [33,43]:

$$i(z', t) = \exp\left(-\frac{z'}{\lambda}\right) i\left(0, t - \frac{z'}{v}\right) \quad (\text{II.3})$$

avec :

$\lambda$ : la constante de décroissance;

$v$  : la vitesse de propagation de l'onde.

### II.3 Formalismes du calcul du champ électromagnétique généré par la foudre

Dans la littérature, le calcul de champ électromagnétique généré par un canal de foudre est réalisé, en résolvant l'équation intégrale (théorie des antennes) en champ électrique par la méthode numérique dite « des moments » [44] ou, en utilisant les formalismes analytiques [45].

#### II.3.1 Le formalisme des antennes

La théorie des antennes dans le domaine fréquentielle a été très récemment utilisée pour étudier le couplage entre le champ rayonné par la foudre et les réseaux électriques. La résolution des équations intégrales nécessite l'usage d'une procédure mathématique : la méthode des moments [44], la plus utilisée, consiste à associer l'équation intégrale d'un système d'équations algébriques linéaires équivalent à une équation matricielle.

Dans ce formalisme, le canal foudre est représenté par des fils minces afin de déterminer la distribution de courant. Cependant, une contrainte importante de la théorie des antennes est le temps de calcul qui peut devenir très vite prohibitif. A titre d'exemple, pour une fréquence de 4.1 Mhz, la méthode impose la décomposition du canal foudre en cellules élémentaires dont la longueur ne doit pas excéder 3m [21]. Ainsi, pour traiter le cas d'un canal foudre de longueur moyenne 7.5 km : il est nécessaire de le décomposer en 2500 segments. De plus, l'application de la forme voulue (bi-exponentielle-Heidler [44]) du courant à la base du canal équation II.2, peut se révéler difficile.

Nous pouvons distinguer deux types d'injections :

- L'injection d'une source de tension  $V_g$ , qui est la plus répandue dans la théorie des antennes. Dans le cas d'une injection en tension  $V_g$  pour un canal de foudre discrétisé en N segments, l'équation matricielle peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \dots & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.4})$$

Au préalable, une première simulation permet la détermination de l'impédance d'entrée de la structure. Celle-ci étant connue, la valeur de la tension a appliquée pour obtenir la forme du courant à la base du canal désiré peut être calculé en utilisant la simple loi d'Ohm.

- L'injection d'une source de courant  $I_g$  qui est une méthode, nettement moins connue que l'injection en tension, qui présente l'avantage d'être directe mais nécessite une modification de matrice de l'impédance généralisée obtenue en utilisant la théorie des antennes. Avec  $I_g$ , le courant injecté ; le système matriciel peut se réécrire de la façon suivante [21] :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \dots & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.5})$$

En comparant l'équation II.4 et II.5, on peut remarquer que dans le cas de l'injection en courant, seule la ligne de la matrice de l'impédance généralisée typique correspondant au segment où se situe le générateur est modifiée. De plus, cette modification implique le rejet du potentiel à l'infini, ce qui est primordial.

**Remarque :**

Des relations matricielles II.4 et II.5, nous pouvons remarquer que l'étape la plus importante pour l'application du formalisme des antennes concerne le calcul de la matrice  $[Z]$ . Cette matrice est appelée matrice généralisée. Nous proposons un bref aperçu dans ce qui va suivre sur la théorie générale de cette dernière.

**II.3.1.1 Aperçu sur le calcul de la matrice généralisée**

**II.3.1.1.1 Équation intégrale en champ électrique (EFIE)**

Le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale sans pertes de longueur  $H$  et de rayon  $a$  au dessus d'un sol de conductivité finie Figure II.2, tel que [28] :

- le rayon  $a$  du canal est très petit par rapport à sa hauteur ( $a \ll H$ ) ;
- la longueur d'onde minimale  $\lambda_{\min}$  est très grande par rapport au rayon du canal ( $\lambda_{\min} \gg a$ ).

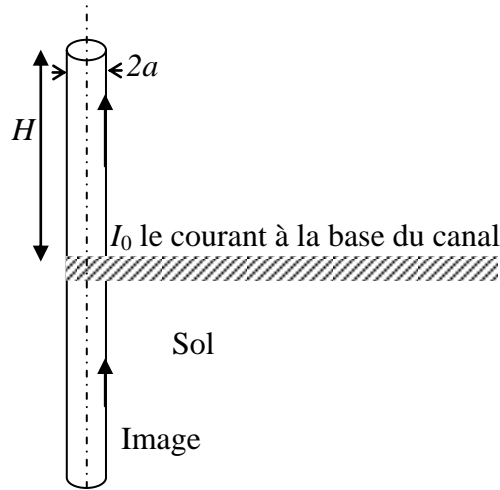


Figure II.2 Géométrie du problème.

En premier nous supposons que nous sommes dans un espace libre et que la structure filaire est soumise à un champ électrique exciteur  $E^e$ . Par réaction à ce champ, des courants sont induits le long de la surface de la structure. Ces derniers rayonnent un champ secondaire (diffracté)  $E^s$  qui, ajouté au champ exciteur, donne le champ total  $\vec{E}^T$  en tout point extérieur à la structure :

$$\vec{E}^T = \vec{E}^e + \vec{E}^s \tag{II.6}$$

Le rayon  $a$  étant tel que  $a \ll \lambda_{\min}$ , alors on admet que le courant est uniformément réparti autour du cylindre.

Comme  $a \ll H$ , les composantes circonférentielles et radiales de la densité de courant de surface induit sur les deux extrémités, sont négligeables. La densité se réduit à sa composante axiale (longitudinale).

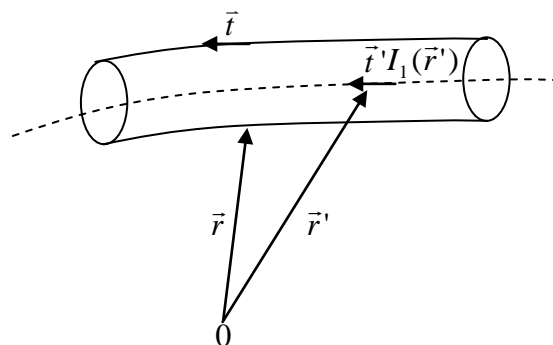


Figure II.3 Point source, point d'observation pour une antenne mince.

L'équation intégral-différentielle qui donne le champ diffracté en un point distant de  $r$  de la surface de la structure rectiligne est [44] :

$$\begin{aligned}\vec{E}^s(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi j\omega\epsilon_0} \int_l \left\{ \vec{t}' I_l(\vec{r}') \cdot \nabla \right\} \nabla g(\vec{r}, \vec{r}') - \gamma^2 \vec{t}' I_l(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') \Big\} dl \\ &= \frac{1}{4\pi j\omega\epsilon_0} \left[ \nabla \cdot \nabla - \gamma^2 \right] \int_l \vec{t}' I_l(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dl\end{aligned}\quad (\text{II.7})$$

Avec :

$$\gamma = j\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \quad (\text{II.8})$$

$$g(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{e^{-\gamma R}}{R} \quad (\text{II.9})$$

Avec

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'| \quad (\text{II.10})$$

Où :

$\epsilon_0, \mu_0$  : sont respectivement la permittivité et la perméabilité du vide ;

$\vec{t}'$  : est le vecteur unitaire localement tangent à l'axe de la structure ;

$I_l(\vec{r}')$  : est l'intensité du courant total le long de la structure ;

$g$  : est la fonction de Green pour un milieu infini ;

$\gamma$  : est le nombre d'onde complexe ;

$\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  sont la position du point d'observation et du point source, respectivement.

A la surface de la structure considérée sans pertes, nous avons :

$$\vec{t}' \cdot (\vec{E}^e + \vec{E}^s) = 0 \quad (\text{II.11})$$

Où  $\vec{t}'$  est le vecteur unitaire tangent à la surface de la structure, nous obtenons alors :

$$\vec{E}^e(\vec{r}) = \frac{-1}{4\pi j\omega\epsilon_0} \left[ \nabla \cdot \nabla - \gamma^2 \right] \int_l \vec{t}' I_l(\vec{r}') g(\vec{r}, \vec{r}') dl \quad (\text{II.12})$$

C'est l'équation intégrale de type électrique de l'antenne ou équation de POKLINGTON. Elle relie le champ appliqué ou la source (connue), au courant induit sur l'antenne (inconnu) par ce champ.

### II.3.1.1.2 Prise en compte de l'interface air-sol

La présence de l'interface air-sol fait apparaître dans l'expression du noyau de l'équation intégrale, un second terme de green image du précédent  $g_i(\vec{r}, \vec{r}')$  et un troisième terme qui s'exprime par une intégrale infinie dite de Sommerfeld [46], elle rend compte de la conductivité finie du sol  $g_s(\vec{r}, \vec{r}')$ .

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = g(\vec{r}, \vec{r}') - g_i(\vec{r}, \vec{r}') + g_s(\vec{r}, \vec{r}') \quad (\text{II.13})$$

### II.3.1.1.3 Détermination de la distribution du courant

L'équation intégrale ainsi obtenue, ne présente pas de solution analytique. Une technique numérique connue sous le nom de méthode des moments [46], est utilisée pour intégrer cette équation. Pour se faire :

- L'antenne est subdivisée en  $N$  petits segments ; chacun d'eux étant représentatif d'un dipôle élémentaire.
- La distribution du courant le long du canal est approximée par une combinaison linéaire de  $M$  fonctions de base  $F_k(z)$ , dont le courant en un point  $z$  est donné par :

$$I(z) = \sum_{k=1}^M I_k F_k(z) \quad (\text{II.14})$$

Où :

$I_k$  : le courant du  $k^{\text{ième}}$  segment (inconnu) ;

$z$  : la distance le long de l'antenne.

Avec :

$$F_k(z) = \begin{cases} 1 & \text{sur le segment d'ordre } k \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II.15})$$

La tension aux bornes d'un segment ( $k$ ) supposé sans pertes est :

$$V_k = \sum_{j=1}^N Z_{kj} I_j = 0 \quad (\text{II.16})$$

$Z_{kj}$ , représente les interactions électromagnétiques entre les segments ;

Avec :  $I_1 = I_g$  est le courant d'excitation, c'est-à-dire le courant à base du canal dans notre cas.

L'obtention d'un système matriciel carré est obtenue en faisant  $N = M$  [46].

D'où le système :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 0 \\ Z_{21} & Z_{22} & \cdots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & \cdots & \cdots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_g \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.17})$$

La tension à la surface d'un segment est égale au produit de la composante tangentielle du champ électrique provenant des segments ( $m$ ) avec la longueur du segment ( $n$ ).

$$\begin{aligned} V_n &= -\Delta l_n \vec{t}(\vec{r}_n) \cdot \vec{E}^e(\vec{r}_n) \\ &= \sum_{m=1}^N I_m \Delta l_n \cdot \frac{1}{4\pi j \omega \epsilon_0} [\nabla \cdot \nabla - \gamma^2] \int_{\Delta l_m} G(\vec{r}_n, \vec{r}'_m) dl \\ &= \sum_{m=1}^N I_m \cdot Z_{mn} \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

Notons :

$$Z_{mn} = \frac{\Delta l_n}{4\mu j \omega \epsilon_0} [\nabla \cdot \nabla - \gamma^2] \int_{\Delta l_m} G(\vec{r}_n, \vec{r}'_m) dl \quad (\text{II.20})$$

La matrice des interactions  $[Z]$  est appelée matrice d'impédance généralisée, cette matrice représente tous les couplages existants entre les dipôles constitutifs de la structure.

Dans le cas d'une antenne avec pertes, la condition à la surface équation II.16 s'écrit :

$$\vec{t} \cdot (\vec{E}^e + \vec{E}^s) = Z_s I \quad (\text{II.21})$$

Où  $Z_s$  est l'impédance de surface de l'antenne, dont l'expression est :

$$Z_s = \frac{\lambda_A}{2\pi a(\sigma_A + j\omega\varepsilon_A)} \frac{J_0(\lambda_A \cdot a)}{J_1(\lambda_A \cdot a)} \quad (\text{II.22})$$

Avec :

$$\lambda_A = \omega^2(\mu_A \varepsilon_A - \mu_0 \varepsilon_0) \quad (\text{II.23})$$

$\mu_A, \sigma_A, \varepsilon_A$  sont les caractéristiques physiques de l'antenne.

$J_0$  et  $J_1$  : fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1.

La tension aux bornes d'un segment ( $k$ ) sera :

$$V_k = (Z_{kk} + Z_s \Delta l_k) I_k + \sum_{\substack{j=1 \\ j=k}}^N Z_{kj} \cdot I_j \quad (\text{II.24})$$

Où uniquement les éléments de la diagonale  $Z_{kk}$  seront changés dans le système.

### **Remarque :**

Le formalisme des antennes ainsi défini est en fréquentiel, l'étude du problème en régime transitoire nécessite l'utilisation de la transformation de Fourier.

## **II.3.2 Formalismes des lignes**

### **II.3.2.1 Géométrie du problème**

Le calcul du champ électromagnétique rayonné par un arc en retour repose sur l'hypothèse que le canal de foudre peut être assimilé à une gigantesque antenne verticale filiforme, de hauteur  $H$ , dans laquelle un courant se propage du sol vers le nuage selon l'axe vertical  $z$ .



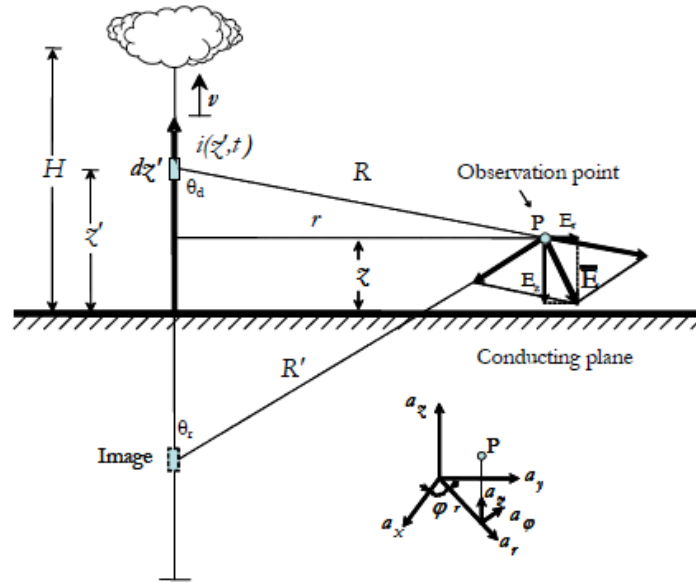


Figure II.4 Géométries du problème.

Dans la réalité, le canal n'est pas rectiligne, et comporte une succession de petits segments dont les directions suivraient une distribution de type gaussien. Mais vu le caractère aléatoire de cette tortuosité, on se limitera ici au cas simple du canal vertical. En premier lieu, on établit les équations de rayonnement d'un " dipôle " vertical de hauteur  $dh$ , placé à une hauteur  $h$  au-dessus du sol, et parcouru par un courant  $i(t)$  variant en fonction du temps. Le principe du calcul consiste alors, à découper le canal de foudre en un grand nombre de dipôles, à déterminer le champ rayonné d'un dipôle, puis à intégrer numériquement la contribution de tous les dipôles de l'antenne pour obtenir le champ rayonné total en un point quelconque de l'espace. Dans ce cas, il faut tenir compte du retard du courant d'un dipôle au suivant, en raison de la propagation de ce courant le long du canal. Le champ sera donc défini par :

- Le champ électrique vertical  $E_z$
- Le champ électrique radial  $E_r$
- Le champ magnétique radial  $H_\phi$

En supposant un sol parfaitement conducteur, des expressions plus simples des composantes verticale et horizontale du champ électrique et la composante azimutale du champ magnétique peuvent être développées. Ces expressions s'écrivent dans le domaine fréquentielle suivant M.A Uman [45] :

$$E_r(r, z, \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_{-H}^H \frac{3r(z-z')-r^2}{R^5} \frac{1}{j\omega} I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{3r(z-z')-r^2}{cR^4} I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{3r(z-z')-r^2}{c^2 R^3} I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' \right] \quad (\text{II.25})$$

$$E_z(r, z, \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_{-H}^H \frac{2(z-z')-r^2}{R^5} \frac{1}{j\omega} I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{2(z-z')-r^2}{cR^4} I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r(z-z')-r^2}{c^2 R^3} I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' \right] \quad (\text{II.26})$$

$$H_\phi(r, z, \omega) = \frac{1}{4\pi} \left[ \int_{-H}^H \frac{r}{R^3} I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r}{R^3} j\omega I(z', \omega) \exp(-j\omega R/c) dz' \right] \quad (\text{II.27})$$

Où :

$$I(z', \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(z', t) \exp(-j\omega t) dt = \int_{z'/v}^{+\infty} i(0, t - z'/v) P(z') \exp(-j\omega t) dt \quad (\text{II.28})$$

Posons  $u = t - z'/v$  et en substituant dans l'équation II.28, on obtient l'expression suivante :

$$I(z', \omega) = P(z') \exp(-j\omega z'/v) \int_0^{+\infty} i(0, u) \exp(-j\omega u) du = I(0, \omega) P(z') \exp(-j\omega z'/v) \quad (\text{II.29})$$

Où  $P(z')$  est la fonction d'atténuation du courant d'arc en retour le long du canal de foudre.

Si en substituant l'équation II.29 dans l'équation II.25, II.26 et II.27 successivement, On obtient les expressions suivantes :

$$E_r(r, z, \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H}^H \left[ \frac{3r(z-z')}{R^5} \frac{1}{j\omega} + \frac{3r(z-z')}{cR^4} + \frac{r(z-z')}{c^2R^3} j\omega \right] \times I(0, \omega) \exp[-j\omega(R/c + |z'|/v)] P(z') dz' \quad (\text{II.30})$$

$$E_z(r, z, \omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H}^H \left[ \frac{2(z-z')-r^2}{R^5} \frac{1}{j\omega} + \frac{2(z-z')-r^2}{cR^4} - \frac{r^2}{c^2R^3} j\omega \right] \times I(0, \omega) \exp[-j\omega(R/c + |z'|/v)] P(z') dz' \quad (\text{II.31})$$

$$H_\phi(r, z, \omega) = \frac{1}{4\pi} \int_{-H}^H \left( \frac{r}{R^3} + \frac{r}{cR^2} \right) I(0, \omega) \exp[-j\omega(R/c + |z'|/v)] P(z') dz' \quad (\text{II.32})$$

Ces expressions s'écrivent dans le domaine temporel en coordonnées cylindriques suivantes [45] :

$$E_r(r, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_{-H}^H \frac{3r(z-z')}{R^5} \int_0^t i(z', \tau - R/c) d\tau dz' + \int_{-H}^H \frac{3r(z-z')}{cR^4} i(z', t - R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r(z-z')}{c^2R^3} \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (\text{II.33})$$

$$E_z(r, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \int_{-H}^H \frac{2(z-z')-r^2}{R^5} \int_0^t i(z', \tau - R/c) d\tau dz' + \int_{-H}^H \frac{2(z-z')-r^2}{cR^4} i(z', t - R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r(z-z')}{c^2R^3} \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (\text{II.34})$$

$$H_\phi(r, z, t) = \frac{1}{4\pi} \left[ \int_{-H}^H \frac{r}{R^3} i(z', t - R/c) dz' + \int_{-H}^H \frac{r}{cR^2} \frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} dz' \right] \quad (\text{II.35})$$

Avec :

$$R = \sqrt{r^2 + (z-z')^2} \quad (\text{II.36})$$

Et dans lesquelles :

$E_r, E_z$  : le champ horizontal et le champ vertical ;  $H_\phi$  est le champ magnétique azimutal ;

$i(z', t)$  : est le courant le long du canal ;

$c$  : est la vitesse de la lumière ;

$\varepsilon_0$  et  $\mu_0$  : sont respectivement la permittivité et la perméabilité du vide.

Les trois termes intervenant dans les équations II.34 et II.35 représentent respectivement les champs électrostatiques, d'induction et de rayonnement, tandis que le premier terme de l'équation II.36 représente le champ d'induction et le second est le champ de rayonnement.

Les expressions du champ électrique vertical, du champ électrique horizontal et du champ magnétique générés par le courant transitoire de la foudre en un point p (x, y, z) sur un sol parfaitement conducteur en coordonnées cylindriques dans le domaine temporel sont données par les expressions (II.33), (II.34) et (II.35) [4].

En coordonnées cartésiennes on obtient les expressions suivantes:

$$dE_x(x,t) = \left(\frac{xzdz}{4\pi\varepsilon R^2}\right)\left(\frac{1}{Rc^2}\right)\frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} + \left(\frac{3}{Rc^2}\right)i(z', t - R/c) + \left(\frac{3}{R^3}\right)\int_0^t i(z', \tau - R/c) d\tau \quad (\text{II.37})$$

$$dE_y(x,t) = \left(\frac{yzdz}{4\pi\varepsilon R^2}\right)\left(\frac{1}{Rc^2}\right)\frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} + \left(\frac{3}{Rc^2}\right)i(z', t - R/c) + \left(\frac{3}{R^3}\right)\int_0^t i(z', \tau - R/c) d\tau \quad (\text{II.38})$$

$$dE_z(z,t) = \left(\frac{z^2 dz}{4\pi\varepsilon R^2}\right)\left(\frac{1}{c^2 R}\right)\frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} + \left(\frac{3}{c^2 R}\right)i(z', t - R/c) + \left(\frac{3}{R^3}\right)\int_0^t i(z', \tau - R/c) d\tau \quad (\text{II.39})$$

$$- \left(\frac{dz}{4\pi\varepsilon}\right)\left(\frac{1}{c^2 R}\right)\frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} + \left(\frac{3}{cR^2}\right)i(z', t - R/c) + \left(\frac{3}{R^3}\right)\int_0^t i(z', \tau - R/c) d\tau$$

$$dH_x(x,t) = \left(-\frac{ydz}{4\pi R^3}\right)i(z', t - R/c) + \left(\frac{1}{cR^2}\right)\frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} \quad (\text{II.40})$$

$$dH_y(y,t) = \left(\frac{x dz}{4\pi R^3}\right)i(z', t - R/c) + \left(\frac{1}{cR^2}\right)\frac{\partial i(z', t - R/c)}{\partial t} \quad (\text{II.41})$$

$$dH_z(z,t) = 0 \quad (\text{II.42})$$

### II.3.2.2 L'influence de la conductivité finie du sol

Concernant le champ électrique vertical et le champ magnétique azimutal, Il a été montré dans [46, 47] que, jusqu'à des distances de l'ordre de quelques km, ces composantes sont très peu influencées par la conductivité finie du sol; en d'autres termes, elles peuvent être déterminées

avec une bonne approximation en utilisant les équations (II.33) et (II.34) [1]. Pour des distances supérieures à plusieurs km, la propagation au-dessus d'un sol de conductivité finie n'est plus négligeable et a pour conséquence majeure une atténuation des composantes hautes fréquences, qui se traduit par une diminution de la valeur de pic et de la raideur du front du champ. A titre d'exemple, il a été trouvé que les temps de montée des champs électriques verticaux mesurés en Floride [33] augmentaient en moyenne de  $1\mu\text{s}$  après une propagation de 200 km au-dessus du sol.

Quant à la composante horizontale du champ électrique, elle est beaucoup plus affectée par la conductivité finie du sol. *Cooray* et *Rubinstein* [43] ont proposé une approche selon laquelle le champ horizontal à une hauteur  $z$  au-dessus du sol peut se décomposer en deux termes: un champ horizontal calculé pour un sol de conductivité infinie et le second représente l'effet de la conductivité finie du sol. Sur le champ magnétique au sol (pour  $z=0$ ). Le champ horizontal total est donné par la relation suivante dans le domaine fréquentiel [48]:

$$E_r(r, z = h, j\omega) = E_{rp}(r, z = h, j\omega) - H_{\phi p}(r, z = 0, j\omega) \cdot \frac{\sqrt{\mu_0}}{\sqrt{\varepsilon_{rg} + \sigma_g / j\omega\varepsilon_0}} \quad (\text{II.43})$$

D'autre auteur utilise cette égalité dans l'expression précédente :

$$\frac{c\mu_0}{\sqrt{\varepsilon_{rg} + \sigma_g / j\omega\varepsilon_0}} = \frac{1 + j}{\sigma_g \delta} \quad (\text{II.44})$$

Avec :

$\delta$  est l'épaisseur de peau donne par [48]:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_g\sigma_g}} \quad (\text{II.45})$$

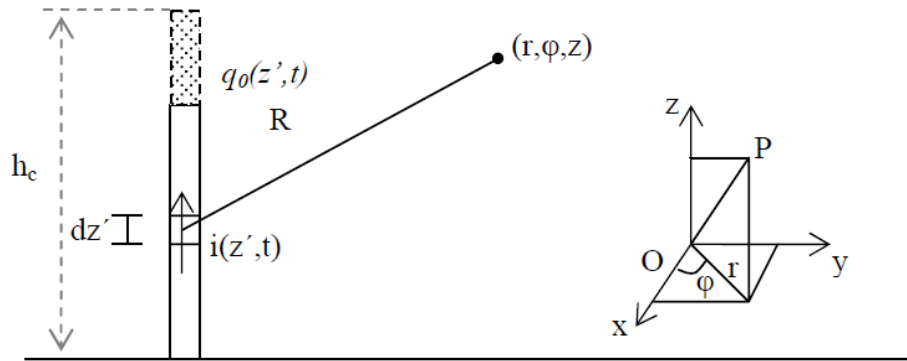
$\mu_g$  et  $\varepsilon_{rg}$  sont la perméabilité magnétique, la permittivité électrique et  $\sigma_g$  la conductivité du sol du sol.

Où :

$E_{rp}(r, z = h, j\omega)$  et  $H_{\phi p}(r, z = 0, j\omega)$  sont respectivement les transformées de Fourier du champ magnétique azimutal au niveau du sol et du champ électrique horizontal à l'altitude  $z$ ; ces deux grandeurs sont calculées en supposant un sol parfaitement conducteur [48].

**II.3.3 Formalisme de Rusk [49]**

Ce modèle a été proposé en 1958 et s'applique au cas d'un canal de foudre. Le canal de foudre est considéré comme une antenne verticale unidimensionnelle de hauteur  $h_c$ . L'arc en retour se propage verticalement à partir du sol avec une vitesse  $v$ .



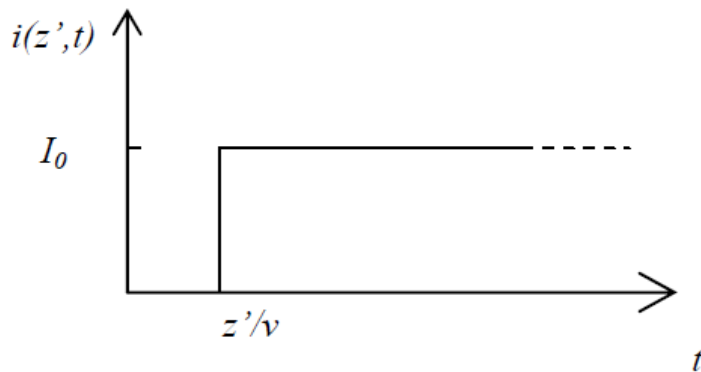
**Figure II.5** Géométrie pour calculer le champ électromagnétique selon Rusck [49].

Il est parcouru par un courant dont la distribution spatiotemporelle  $i(z', t)$  détermine le champ électromagnétique en un point quelconque de l'espace Figure II.5.

**II.3.3.1 Equations du champ électromagnétique**

Le courant d'arc en retour est un courant pas à pas, se propage le long du canal non déformé et non atténué figure II.6. L'expression décrivant la distribution du courant le long du canal du modèle étudié est donnée par [49]:

$$i(z', t) = I_0 u\left(t - \frac{z'}{v}\right) \tag{II.46}$$



**Figure II.6** Courant d'arc en retour repris dans la formulation de Rusck [49].

Ce courant, se déplace le long du canal est laisse une répartition de charge positif  $q_0$ , le canal initialement chargé est supposé de longueur finie  $h_c$ . La relation entre la distribution de courant et de charge  $q_0$  est donnée par :

$$I_0 = q_0 v \quad (\text{II.47})$$

L'expression du potentiel scalaire  $\phi$  et le potentiel vecteur  $\vec{A}$  selon Rusck [49], peut être écrit comme suit:

$$\phi(r, z, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{s_1}^{h_c} \frac{q\left(z', t - \frac{R}{c}\right)}{R} dz' \quad (\text{II.48})$$

$$\vec{A}(r, z, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{s_1} \frac{\vec{i}\left(z', t - \frac{R}{c}\right)}{R} dz' \quad (\text{II.49})$$

En négligeant l'influence de l'image pour le temps, l'équation (III.3) peut être simplifiée comme suite:

$$\phi(r, z, t) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{s_1}^{h_c} \frac{1}{\sqrt{(z_s - z)^2 + r^2}} dz' \quad (\text{II.50})$$

Avec la limite inférieure d'intégration  $s_1$  obtenue à la condition que le temps de déplacement du courant d'arc en retour du sol au point  $z = s_1$ , c'est-à-dire point  $(r, \phi, z)$ , doit être équivalent au temps  $t$ . L'équation du temps donne par :

$$t = \frac{s_1}{v} + \frac{\sqrt{(s_1 - z)^2 + r^2}}{c} \quad (\text{II.51})$$

La résolution de l'intégration  $s_1$  est donné par :

$$s_1 = \beta\gamma^2 \left[ ct - \sqrt{(vt - z)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2} \right] \quad (\text{II.52})$$

En intégrant (II.50) et en substituant (II.52), le potentiel scalaire devient comme suit:

$$\phi(r, z, t) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[ \ln \left( vt - z + \sqrt{(vt - z)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2} \right) - \ln(1 + \beta) - \ln \left( h_c - z + \sqrt{(h_c - z)^2 + r^2} \right) \right] \quad (\text{II.53})$$

Finalement, le potentiel scalaire de l'image est obtenu à partir de (II.53) en changeant le signe de  $z$  [40].

L'équation (II.49) du potentiel vectoriel  $\vec{A}$  peut s'écrire comme suit [49]:

$$\vec{A}(r, z, t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \hat{z} \int_0^{s_1} \frac{1}{\sqrt{(z' - z)^2 + r^2}} dz' \quad (\text{II.54})$$

En intégrant (II.54), la composante verticale du potentiel vectoriel peut être calculée comme suit [44]:

$$A_z(r, z, t) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \left[ \ln \left( vt - z + \sqrt{(vt - z)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2} \right) - \ln(1 + \beta) - \ln \left( -z + \sqrt{z^2 + r^2} \right) \right] \quad (\text{II.55})$$

Finalement, le potentiel vectoriel de l'image est obtenu à partir de (II.55) en changeant le signe de  $z$ . Le champ électrique  $\vec{E}$  et le champ magnétique  $\vec{B}$  peut être évalué à travers les équations suivantes:

$$\vec{e}(r, z, t) = -\vec{\nabla}\phi(r, z, t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}(r, z, t) \quad (\text{II.56})$$

$$\vec{b}(r, z, t) = \vec{\nabla} \times \vec{A}(r, z, t) \quad (\text{II.57})$$

Rusck [49], est donné l'expression de la composante verticale du champ électrique. Plus en détail, il divise la composante verticale du champ électrique en deux termes: le premier en raison du potentiel scalaire  $e_\phi$  et le second en raison du potentiel du vecteur  $e_A$ .

Les termes  $e_\phi$  et  $e_A$  peuvent être obtenus par la composante verticale du premier et du deuxième terme de l'équation (II.56), respectivement:



$$\bar{e}_\phi(r, z, t) = \frac{\zeta_0 I_0}{4\pi\beta} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{(vt-z)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(vt+z)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(h_c - z)^2 + r^2}} - \frac{1}{\sqrt{(h_c + z)^2 + r^2}} \right) \quad (\text{II.58})$$

$$\bar{e}_A(r, z, t) = -\frac{\zeta_0 I_0}{4\pi} \beta \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{(vt-z)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{(vt+z)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2}} \right) \quad (\text{II.59})$$

Les deux composantes du champ électrique au sol sont obtenues par l'équation (II.58) et (II.59) en substituant  $z = 0$ , on obtient :

$$\bar{e}_\phi(r, z = 0, t) = -\frac{\zeta_0 I_0}{4\pi\beta} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{(vt)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2}} - \frac{1}{\sqrt{h_c^2 + r^2}} \right) \quad (\text{II.60})$$

$$e_A(r, z = 0, t) = -\frac{\zeta_0 I_0}{4\pi} \beta \frac{1}{\sqrt{(vt)^2 + \left(\frac{r}{\gamma}\right)^2}}. \quad (\text{II.61})$$

D'où la composante du champ magnétique au niveau du sol donné par Rusck [49] comme suit :

$$b_\phi(r, z = 0, t) = -2 \frac{\zeta_0 I_0}{r^2} \frac{\beta t}{\sqrt{1 + \beta^2 \left[ \left(\frac{ct}{r}\right)^2 - 1 \right]}}. \quad (\text{III.62})$$

### II.3.4 Formalisme de Chowdhuri et Gross [50]

Les hypothèses de base de cette formule sont exactement les mêmes que celles utilisé par Rusck [49]:

- ✓ Canal de courant verticale avec un seul retour provenant du plan de masse à l'instant  $t = 0$ ;
- ✓ La vitesse du courant d'arc en retour est constante  $v$ ;

- ✓ Répartition uniforme des charges le long du trajet;
- ✓ Le conducteur de ligne sans perte et le sol est considéré parfaitement conducteur.

### II.3.4.1 Equations du champ électromagnétique

L'expression décrivant le courant à la base du canal propose selon le formalisme de Chowdhuri [50] est :

$$i(0, t) = I_0 \begin{cases} \alpha t & t \leq t_f \\ 1 & t > t_f \end{cases} \quad (\text{II.63})$$

Avec :  $\alpha = t_f / t$ .

L'expression du champ électromagnétique donnée par Chowdhuri et Gross [50] sont:

$$\vec{e}(x, y, z, t) = -\vec{\nabla} \phi(x, y, z, t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{A}(x, y, z, t) \quad (\text{II.64})$$

Avec

$\phi$  : Le potentiel scalaire inducteur créé par la charge de la foudre ;

$\vec{A}$  : Le potentiel vecteur inducteur créé par le courant de foudre.

Ces deux potentiels inducteurs sont déduits à partir des équations de Maxwell.

$$\phi(r, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{vol} \frac{\rho\left\{r', t - \sqrt{(\epsilon_0\mu_0)|r-r'|}\right\}}{|r-r'|} dv' \quad (\text{II.65})$$

$$\vec{A}(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{vol} \frac{\vec{J}\left\{r', t - \sqrt{(\epsilon_0\mu_0)|r-r'|}\right\}}{|r-r'|} dv' \quad (\text{II.66})$$

Où

$r, r'$  : sont les points source choisis pour calculer le champ ;

$\rho, J$  : sont respectivement la densité de charge et la densité de courant intégrés sur un volume fermé.

Pour le cas général, l'application des équations de Maxwell permet d'obtenir les équations du champ électromagnétique. Ces équations font intervenir les intégrales de Sommerfeld dont l'évaluation numérique est une tâche délicate. Les équations de Maxwell (Faraday et Ampère Maxwell) pour les trois coordonnées cylindriques ( $\varphi$ ,  $r$  et  $z$ ) sont respectivement [51]:

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \varepsilon \frac{\partial E_\varphi}{\partial t} + \sigma_e E_\varphi \quad (\text{II.67})$$

$$-\frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} + \sigma_e E_r \quad (\text{II.68})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r H_\varphi)}{\partial r} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma_e E_z \quad (\text{II.69})$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} - \sigma_m H_\varphi \quad (\text{II.67})$$

$$-\frac{\partial E_\varphi}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_r}{\partial t} - \sigma_m H_r \quad (\text{II.71})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (r E_\varphi)}{\partial r} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} - \sigma_m H_z \quad (\text{II.72})$$

Les équations (II.68), (II.69) et (II.67) qui dépendent des champs  $E_r$ ,  $E_z$  et  $H_\varphi$  sont les modes électrique transversal par rapport à ( $TE_\varphi$ ), tandis que les autres équations (II.67), (II.71) et (II.72) sont le mode magnétique transversal ( $TM_\varphi$ ).

## II.4 Résolution par la méthode FDTD

### II.4.1 Aspects théoriques liés à la méthode FDTD

Cette méthode est largement utilisée dans l'industrie pour la résolution numérique des phénomènes de propagation d'ondes. Elle permet de couvrir un large spectre de fréquence (de quelques kHz à plusieurs centaines de MHz) pour un coût de calcul faible.

Le premier algorithme FDTD a été introduit en électromagnétisme par [52]. Par la suite les chercheurs l'ont utilisé en effectuant les modifications nécessaires pour chaque cas d'étude. L'approche FDTD se caractérise par sa robustesse et sa flexibilité.

### II.4.2 Principe de base de la méthode FDTD

Le principe fondamental de la méthode FDTD est basé sur le principe des différences finies Centrées [53].

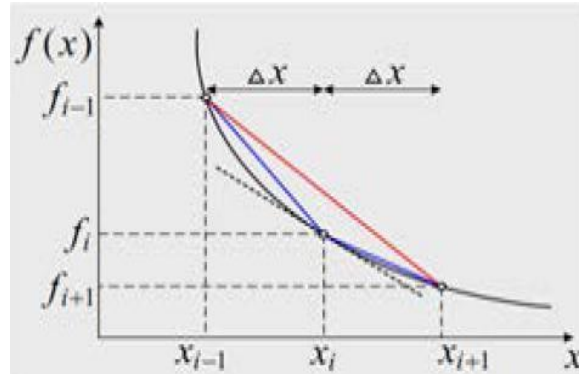


Figure II.7 Schéma de base pour la FDTD du premier ordre [53].

La différence finie en avant est donnée par l'expression :

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{df_i}{dx} \approx \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} \quad (\text{II.73})$$

La différence finie au centre est donnée par l'expression :

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{df_i}{dx} \approx \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (\text{II.74})$$

La différence finie en arrière est donnée par l'expression :

$$\frac{df(x_i)}{dx} = \frac{df_i}{dx} \approx \frac{f_i - f_{i-1}}{2\Delta x} \quad (\text{II.75})$$

Avec :

$$\Delta x = x_i - x_{i-1} = x_{i+1} - x_i$$

$f_{i+1}$  : correspond au point  $x_{i+1}$  ;

$f_i$  : correspond au point  $x_i$  ;

$f_{i-1}$  : correspond au point  $x_{i-1}$ .

### II.4.3 Approximation de Taylor

Au point  $x_{i+1} = x_i + \Delta x$ , on peut écrire l'approximation suivante [53] :

$$\begin{aligned} f(x_i + \Delta x) &= f_{i+1} \\ &= f_i + \Delta x \frac{df_i}{dx} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \frac{d^2 f_i}{dx^2} + \frac{1}{6} \Delta x^3 \frac{d^3 f_i}{dx^3} + 0^4 \end{aligned} \quad (\text{III.76})$$

Le terme  $\frac{df_i}{x}$  : est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{df_i}{x} = \frac{f_{i+1} - f_i}{\Delta x} + 0(\Delta x)^1 \quad (\text{III.77})$$

Au point  $x_{i-1} = x_i - \Delta x$ , on peut écrire l'approximation suivante :

$$\begin{aligned} f(x_i - \Delta x) &= f_{i-1} \\ &= f_i - \Delta x \frac{df_i}{dx} + \frac{1}{2} \Delta x^2 \frac{d^2 f_i}{dx^2} - \frac{1}{6} \Delta x^3 \frac{d^3 f_i}{dx^3} + 0^4 \end{aligned} \quad (\text{III.78})$$

Le terme  $\frac{df_i}{x}$  : est donnée par l'expression suivante [53] :

$$\frac{df_i}{x} = \frac{f_i - f_{i-1}}{\Delta x} + 0(\Delta x)^1 \quad (\text{III.79})$$

### II.4.5 Equations des champ EM exprimes par FDTD

Les discrétisation spatio-temporelles des équations de Maxwell permettent d'estimer de manière itérative la valeur des champs électriques et magnétiques au sein d'un volume de calcul fini de taille. Une représentation graphique des équations par la méthode FDTD est montrée à la figure II.8.

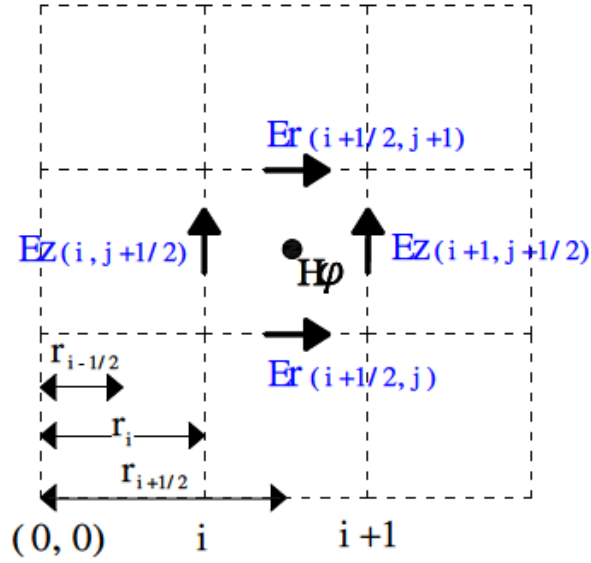


Figure II.8 Discrétisation en coordonnées cylindriques bidimensionnelles [54].

La discrétisation du mode  $TE_\phi$  est la suivante [54]:

$$E_r^{n+1}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) = \frac{2\varepsilon_r - \Delta t\sigma_r}{2\varepsilon_r + \Delta t\sigma_r} E_r^n\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_r + \Delta t\sigma_r)\Delta z} * \left( H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2}\right) \right) \quad (\text{II.80})$$

$$E_z^{n+1}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) = \frac{2\varepsilon_z - \Delta t\sigma_z}{2\varepsilon_z + \Delta t\sigma_z} E_z^n\left(i, j + \frac{1}{2}\right) + \frac{2\Delta t}{(2\varepsilon_r + \Delta t\sigma_z)r_i\Delta z} * \left( r_{i+\frac{1}{2}} H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) - r_{i-\frac{1}{2}} H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) \right) \quad (\text{II.81})$$

$$H_\phi^{n+\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) = H_r^{n-\frac{1}{2}}\left(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\mu\Delta r} \left( E_z^n\left(i + 1, j + \frac{1}{2}\right) - E_z^n\left(i, j + \frac{1}{2}\right) \right) - \frac{\Delta t}{\mu\Delta r} \left( E_r^n\left(i + \frac{1}{2}, j + 1\right) - E_r^n\left(i + \frac{1}{2}, j\right) \right) \quad (\text{II.82})$$

### II.4.5 Conditions aux limites

Pour limiter l'espace de calcul, les conditions aux limites données par Liao [55] :

$$u^{n+1}(x_{\max}) = 3u^n(x_{\max} - \Delta x) - 3u^{n-1}(x_{\max} - 2\Delta x) + u^{n-2}(x_{\max} - 3\Delta x) \quad (\text{II.76})$$

En utilisant l'équation (II.76), Les conditions aux limites sont [56] :

$$r_{\max} H_{\phi}^{n+1}(r_{\max}) = 3(r_{\max} - \Delta r) H_{\phi}^n(r_{\max} - \Delta r) - 3(r_{\max} - 2\Delta r) H_{\phi}^{n-1}(r_{\max} - \Delta r) + (r_{\max} - 3\Delta r) H_{\phi}^{n-1}(r_{\max} - 3\Delta r) \quad (\text{II.77})$$

$$E_r^{n+1}(z_{\max}) = 3E_r^n(z_{\max} - \Delta z) - 3E_r^{n-1}(z_{\max} - 2\Delta z) + E_r^{n-2}(z_{\max} - 3\Delta z) \quad (\text{II.78})$$

## **II.5 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons modélisé la foudre comme source de rayonnement par différents modèles analytiques et numériques. Cette étude nous a permis de calculer le champ électromagnétique généré par la foudre. L'étude de ces modèles à travers la distribution spatio-temporelle de l'arc en retour dans le canal de la foudre, montre la simplicité des formalismes de lignes par rapport aux formalismes des antennes lors du calcul des champs électromagnétique.

Cette modélisation est faite d'abord pour l'étude du couplage électromagnétique avec un système de lignes HTB qui sera l'objet du prochain chapitre.



*Modélisation du couplage d'une  
onde de foudre avec une  
structure filaire*

### III.1 Introduction

Ce chapitre présente une étude de couplage entre le rayonnement de la foudre et une ligne de transport aérienne en se basant sur des travaux d'autres auteurs [57], [58], [26], [59], [60] appliquée aux problèmes de l'interaction entre un champ électromagnétique perturbateur et une ligne de transport [61]. Les équations de couplage peuvent s'exprimer par différentes formulations mais équivalentes ; la seule distinction réside essentiellement dans la représentation du terme source du champ électromagnétique agressif.

La résolution des équations de couplage peut se faire par différentes méthodes analytiques et numériques [62], parmi ces techniques de calcul, on trouve celle la plus utilisée pour ce cas : la méthode des différences finies à point centré FDTD qui était notre option de calcul des surtensions induites.

- En partant du courant à la base du canal et en adoptant un modèle qui décrit la distribution spatio-temporelle du courant de long du canal, on calcule le champ électromagnétique dans n'importe quel point de l'espace ou de la ligne HTB.
- Une fois le champ électromagnétique est évalué sous forme d'une source perturbatrice, on peut calculer les surtensions induites dans une ligne en partant de la géométrie de la ligne et le modèle de couplage adopté.

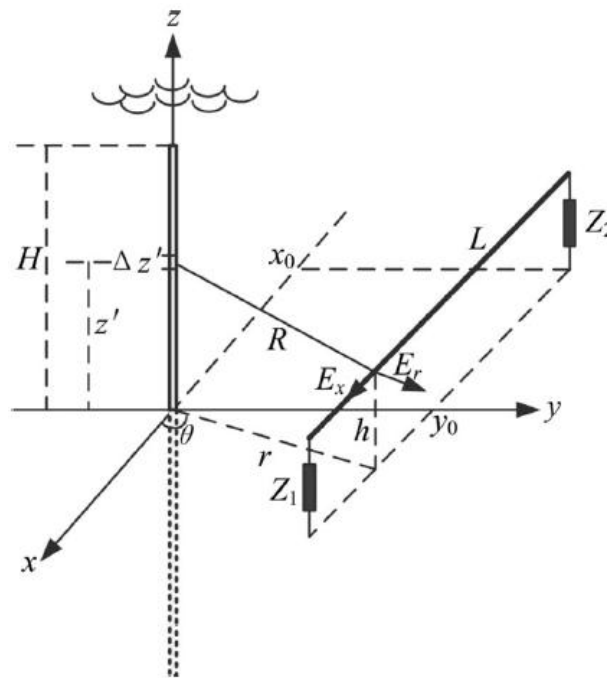


Figure III.1 Géométrie de la ligne et le modèle de couplage adopté.

## III.2 Modèles de couplage électromagnétique

Les équations de couplage peuvent s'exprimer par différentes formulations mais équivalentes, la seule distinction réside essentiellement dans la représentation du terme source du champ électromagnétique agressif. Les différents modèles analytiques et numériques cités dans la littérature, sont les suivants :

- Modèle proposée par Rusck [49] ;
- Modèle proposée par Chowdhuri et al [50] ;
- Modèle Liew et Mar [63].
- Modèle proposée par Agrawel [64].
- Modèle proposée par Taylor [65].
- Modèle proposée par Rachidi [66].

### III.2.1 Modèle de Rusk

Rusck [49] à présenter un modèle de couplage avec un conducteur de ligne aérien sans perte situé à un auteur  $h_c$  au-dessus d'un sol considère parfaitement conducteur. La ligne est illuminée par une onde de foudre.

La géométrie considérée est présentée à la figure III.2.

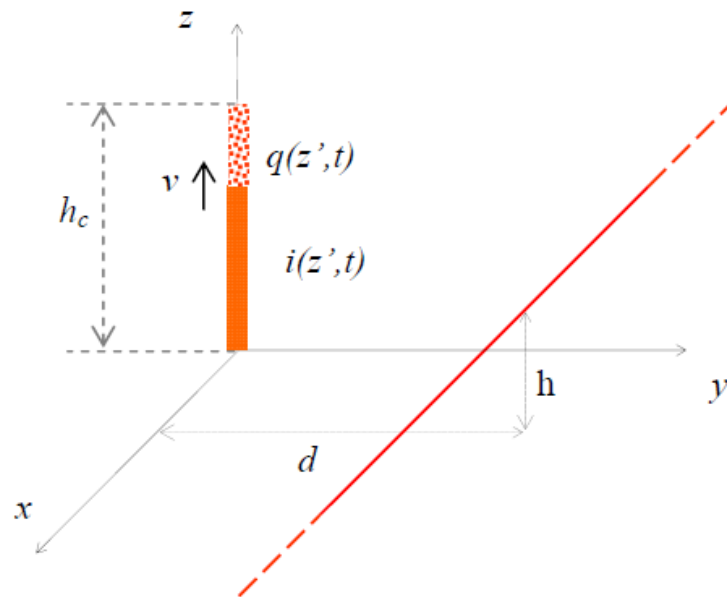


Figure III.2 Géométrie considérée par Rusk [44].

**III.2.1.1 Equation du couplage électromagnétique**

Les équations de couplages sont dérivées en termes de courants et tensions distribués le long de la ligne. Les équations du coulage obtenus pour un conducteur de ligne sans perte illumine par un champ externe d'origine atmosphérique, selon le modèle de Rusck [49,37] sont donnés par:

$$\frac{\partial v^\phi(x,t)}{\partial x} + l' \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} = 0 \tag{III.1}$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + c' \frac{\partial v^\phi(x,t)}{\partial t} = c' \frac{\partial \phi^i(x,t)}{\partial t} \tag{III.2}$$

Où :

$v^\phi(x, t)$  est la tension induite sur la ligne due au potentiel scalaire  $\phi^i$  du champ incident ;

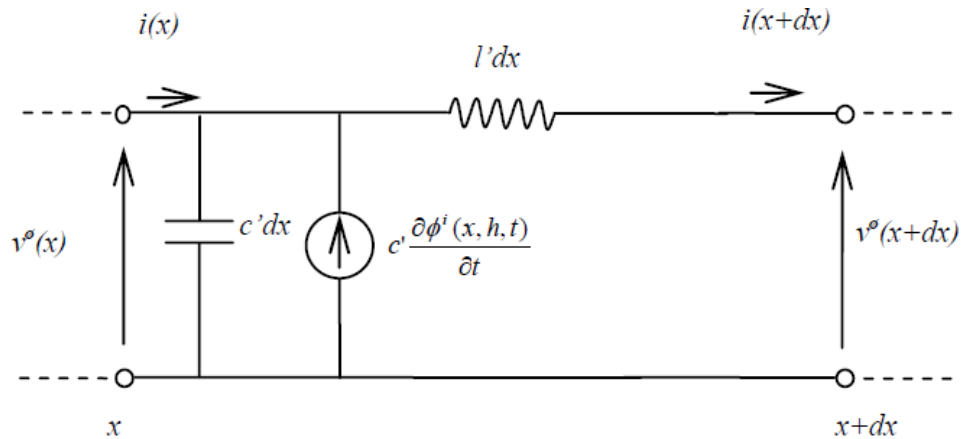
$L'$  et  $C'$  sont respectivement  $\Gamma$  inductances et capacité linéique de la ligne ;

$i(x, t)$  est le courant induit totale le long de la ligne.

La tension induit totale  $v(x, t)$  le long de la ligne donnée par :

$$v(x, t) = v^\phi(x, t) + \int_0^z \frac{h \partial A^i(x, z, t)}{\partial t} dz \tag{III.3}$$

**Schéma équivalent**



**Figure III.3** Schéma d'un tronçon de ligne représenté le modèle de couplage [49].

**III.2.1.1.1 Conditions aux limites :**

L'équation aux extrémités de la ligne ( $x=0, x=L$ ) en tension induit est:

$$\phi(0, t) = -R_0 i(0, t) - \int_0^h \frac{\partial A_z^i(0, z, t)}{\partial t} dz \quad (\text{III.4})$$

$$\phi(L, t) = R_L i(L, t) - \int_0^h \frac{\partial A_z^i(L, z, t)}{\partial t} dz \quad (\text{III.5})$$

Le circuit de couplage équivalent décrit par les deux équations III.4 et III.5. Ce circuit est représenté sur la figure III.4 [49]:

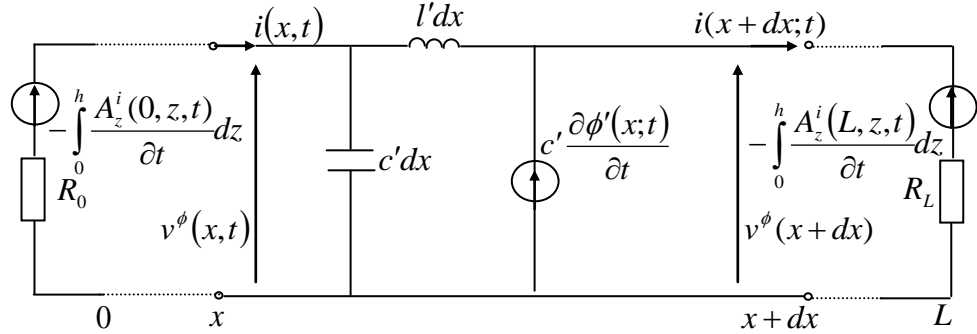


Figure III.4 Circuit de couplage différentiel équivalent.

### III.2.1.2 Résolution des équations de couplage

Pour simplifier la solution finale des équations de couplage III.1 et III.2, Rusck [44] a proposé que les potentiels scalaires et vectoriels entre le sol et la hauteur de la ligne sont constants et égaux à ceux sur la surface du sol.

La solution finale trouvée par Rusck [49], après l'intégration de l'équation III.1 et III.2, est:

$$v(x,t) = \frac{\zeta_0 I_0 h}{4\pi} \beta \cdot \left( \frac{ct-x}{d^2 + \beta^2(ct-x)^2} \left( 1 + \frac{x + \beta^2(ct-x)}{\sqrt{(\beta ct)^2 + \frac{(x^2 + d^2)}{\gamma}}} \right) + \frac{ct+x}{d^2 + \beta^2(ct+x)^2} \left( 1 + \frac{\frac{ct}{d}}{\sqrt{1 + \beta^2 \left[ \left( \frac{ct}{d} \right)^2 - 1 \right]}} \right) \right) \quad (\text{III.6})$$

Au point (x = 0), l'équation (III.6) devient :

$$v(0,t) = \frac{\zeta_0 I_0 h}{4\pi} \frac{2\beta ct}{1 + \left(\frac{\beta ct}{d}\right)^2} \left( 1 + \beta^2 \frac{\frac{ct}{d}}{\sqrt{1 + \beta^2 \left[\left(\frac{ct}{d}\right)^2 - 1\right]}} \right) \quad (\text{III.7})$$

$$\text{Ou} \quad \beta \frac{ct}{d} = 1 \quad (\text{III.8})$$

Qui donne

$$v_{peak} = \frac{\zeta_0 I_0 h}{4\pi d} \left( 1 + \beta \frac{1}{\sqrt{2 - \beta^2}} \right) \quad (\text{III.9})$$

Notez que :  $\frac{2\zeta_0}{4\pi} = 60 \Omega$

L'équation (III.9) est une expression fondamentale, qui a été proposée pour l'évaluation maximale de la tension induite [67].

La formulation de Rusck [49] a été étudiée (voir littérature) et les approximations utilisées dans ce formalisme ne sont pas satisfaisants. Certains auteurs [68] montrent qu'il y a une différence significative entre les données expérimentales et les résultats théoriques. Cooray [17] a trouvé un terme manquant dans le modèle de couplage, Nucci et al [69] ont montré que cette approche entraîne une distorsion sur le calcul de la tension induite.

Certaines erreurs ont été trouvées dans la formulation originale présentée dans la littérature [70, 71]. Une correction a été faite par Chowdhuri [50]. Cette formulation a été initialement proposée dans 1967 et les hypothèses de base de cette formule sont exactement les mêmes que celles utilisées par Rusck.

### III.2.2 Model de Chowdhuri et Gross [50]

Considérons un conducteur de ligne aérien sans perte situé à une hauteur ( $h_c$ ) au-dessus d'un sol, considéré parfaitement conducteur, illuminé par une agression électromagnétique dont l'origine est la foudre. La géométrie considérée est présentée à celle de la figure III.5.

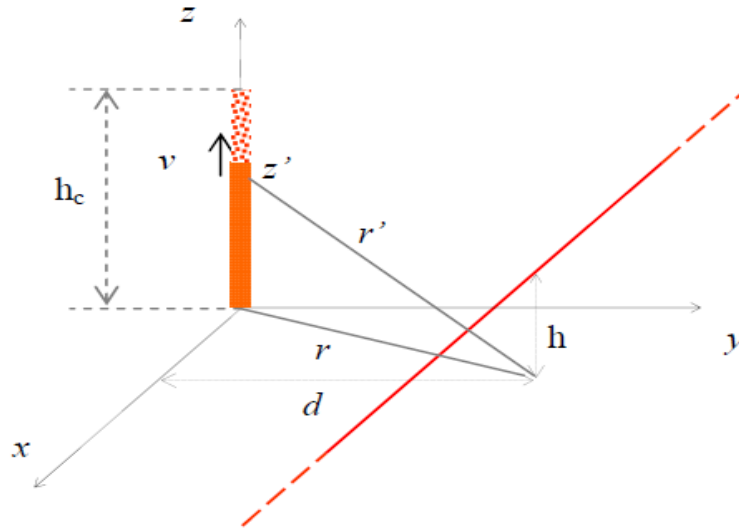


Figure III.5 Géométrie par Chowdhuri et Gross [50].

III.2.2.1 Equation du couplage électromagnétique

Selon le modèle de Chowdhuri et Gross [50], les équations du couplage obtenues pour un conducteur de ligne sans pertes, illuminé par un champ externe d'origine atmosphérique, sont donnés par:

$$-\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} = l' \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} \tag{III.10}$$

$$-\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} = c' \frac{\partial}{\partial t} [v(r,t) - v_i(r,t)] \tag{III.11}$$

Schéma équivalent

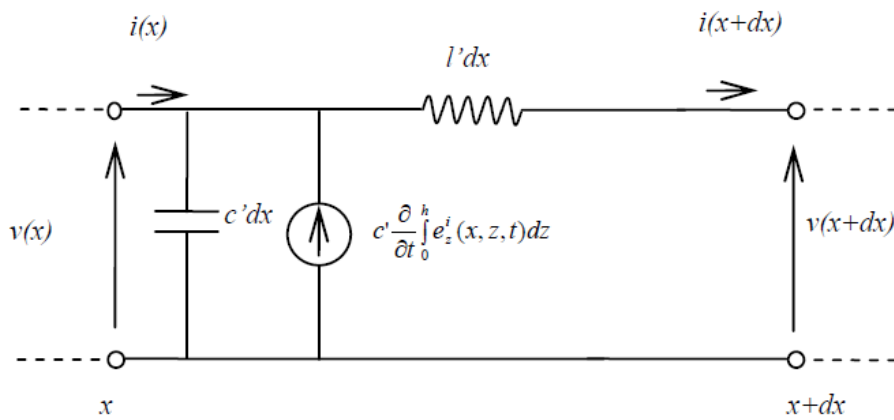


Figure III.6 Schéma équivalent d'un tronçon de ligne selon le modèle Chowdhuri et Gross [50]

Avec

$l', c'$  : sont respectivement l'inductance et la capacité par unité de longueur de la ligne ;  
 $v(x, t)$  et  $i(x, t)$  : sont respectivement la tension et le courant induit totale le long de la ligne.

Note que les équations couplage de la ligne présentées par Chowdhuri et Gross [50] sont similaires à celui de Rusck [49], sauf ils sont exprimés la tension induite en termes totale.

D'après Chowdhuri et Gross [50], la hauteur du conducteur de la ligne est petite par rapport à la hauteur du nuage (la longueur du canal de foudre), le champ électrique inducteur en dessous du conducteur de la ligne peut être supposé constant et égal à celui de la surface du sol. Dans ce cas, la tension induite  $v_i(x, t)$  peut être écrite comme:

$$v_i(r, t) = -\int_0^h e_z^i dz \cong -he_z^i \quad (\text{III.12})$$

Avec :

$e_z^i$  : est la composante horizontale du champ électrique inducteur (excitateur) le long de l'axe  $z$  à la hauteur  $h$  du conducteur.

### III.2.2.1 Résolution des équations de couplage

Deux solutions ont été proposées par Chowdhuri et Gross [50] :

- ✚ Courant d'étape le long du canal de foudre ;
- ✚ Courant varier avec une croissance linéaire le long du canal de foudre.

**La première solution** présentée par Chowdhuri et Gross [50], s'applique dans le cas d'un courant d'étape se propager le long du canal de foudre, ce courant est présenté dans la figure II.6, le courant à la base du canal est alors une fonction pas à pas, comme dans les formules de Rusck, l'expression décrivant la distribution du courant donné dans l'équation (II.63).

En résolvant les équations de couplage (III.10) et (III.11), on obtient la solution générale de la tension induite totale donnée par [50] :

$$v_i(r, t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ v_{11} + v_{12} + v_{21} + v_{22} & t \geq t_0 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Avec :



$$v_{11} = \frac{30I_0h}{\beta^2\gamma^2(ct-x)^2} \left[ \frac{\beta(ct-x)x-d^2}{\sqrt{(ct)^2 + \frac{x^2+d^2}{\beta^2\gamma^2}}} \right] \quad (\text{III.14})$$

$$v_{12} = \frac{-30I_0h}{\beta} \left( \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\sqrt{k_1^2+1}} \right) \frac{1}{ct-x} \quad (\text{III.15})$$

$$v_{21} = \frac{30I_0h}{\beta^2\gamma^2(ct+x)^2+d^2} \left[ \beta(ct-x) - \frac{(ct+x)x+d^2}{\sqrt{(ct)^2 + \frac{x^2+d^2}{\beta^2\gamma^2}}} \right] \quad (\text{III.16})$$

$$v_{22} = \frac{-30I_0h}{\beta} \left( \frac{1}{\gamma^2} - \frac{1}{\sqrt{k_2^2+1}} \right) \frac{1}{ct+x} \quad (\text{III.17})$$

Où :

$$k_1 = k_2 = \frac{h_c}{\sqrt{x^2+d^2}} \quad (\text{III.18})$$

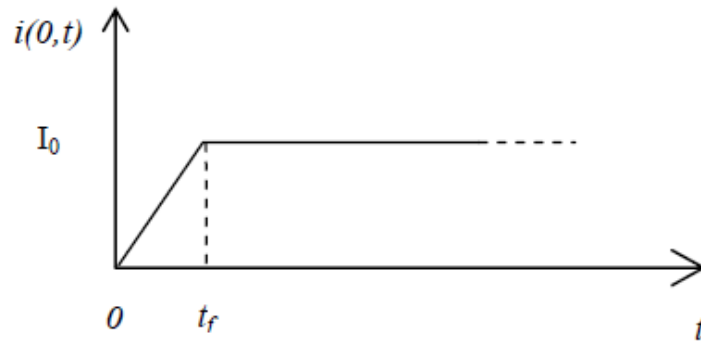
$k_1$  et  $k_2$ , sont des coefficients donnés par [70].

Une correction sur la forme de ces coefficients a été introduit par Chowdhuri et al [72,73], par rapport ce qui est donné dans la littérature Cornfield [74]. Cette correction est exprimée comme suite:

$$k_1 = \frac{2h_c(ct-x)}{d^2 + (ct-x)^2} \quad (\text{III.19})$$

**La deuxième solution** : Une fois la tension induite est engendrée sur la ligne aérienne par le courant d'arc en retour (induction du champ magnétique), la tension induite correspondant est calculée par l'application de la théorème de Duhamel [73, 74], ainsi de Chowdhuri et Gross [50].

Si le courant d'arc en retour  $i'(t)$  est d'ordre exponentiel et est une fonction continue de  $t$ , et si sa dérivée première par rapport à  $t$  est en continue.



**Figure III.7** Courant à la base du canal augmente linéairement en fonction du temps.

L'expression de la tension induite totale provoquée par ce courant est [50]:

$$v(x;t) = i'(t=0)v_0(x,t) + \int_0^t \frac{d}{dt} i(t-\tau)v_0(x,\tau)d\tau \tag{III.20}$$

Où :

$v_0(x,t)$  : est la tension induite provoquée par la fonction pas à pas du courant à la base du canal.

Dou:

L'équation (III.20) peut récrire comme suit [50]:

$$v(x,t) = I_0 \begin{cases} 0 & t \leq t_0 \\ v^1(x;t) & t_0 < t \leq t_0 + t_f \\ v^1(x;t) - v^1(x;t - t_f) & t > t_0 + t_f \end{cases} \tag{III.21}$$

Avec :

$$v^1(x,t) = \frac{30I_0h}{t_f\beta c} \left[ \frac{1}{\gamma^2} \ln \left[ \frac{(1-\beta^2)(\beta^2x^2 + d^2) + (\beta ct)^2(1+\beta^2)}{(1-\beta^2)^2 d^2} - \frac{2\gamma^4\beta^2 ct \sqrt{(\beta ct)^2 + \frac{x^2 + d^2}{\gamma^2}}}{d^2} \right] - \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{k^2 + 1}} - \beta^2 \right) \ln \left( \frac{(ct)^2 - x^2}{d^2} \right) \right] \quad (III.22)$$

### III.2.3 Modèle de Liew and Mar

Liew et Mar [63], ont été proposé une étude similaire à celle de Chowdhuri et Gross [50] Une nouvelle solution a été proposée pour calcule la tension induite gènère par le foudre.

Les hypothèses de base sont exactement les mêmes que celles utilisé par Chowdhuri et Gross [50] et aussi par Rusck [49]. La géométrie du problème est illustrée à la Figure III.6.

L'expression de la tension induit totale selon Liew et Mar [63] est donné par l'équation suivante :

$$v_i(x,t) = -\int_0^h \frac{\partial A_z}{\partial t} dz \cong -h \frac{\partial A_z}{\partial t} \quad (III.23)$$

L'équation (III.23) peut réécrire comme suit Liew et Mar [63]:

$$v(x,t) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ v_1 + v_2 & t \geq t_0 \end{cases} \quad (III.24)$$

Avec :

$$\begin{aligned}
 v_1 = & \frac{30I_0h}{\beta^2(ct-x)^2 + d^2} \left[ \beta(ct-x) + \frac{(ct-x)x - d^2}{\sqrt{(ct)^2 + \frac{x^2 + d^2}{\beta^2\gamma^2}}} \right] \\
 & - \frac{30I_0h}{\beta} \left[ \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{k_1^2 + 1}} \right) \frac{1}{ct-x} + \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{k_1^2 + 1}} \right) \frac{1}{ct+x} \right] \\
 & + \frac{30I_0h}{\beta^2(ct+x)^2 + d^2} \left[ \beta(ct+x) - \frac{(ct+x)x + d^2}{\sqrt{(ct)^2 + \frac{x^2 + d^2}{\beta^2\gamma^2}}} \right]
 \end{aligned} \tag{III.25}$$

$$v_2 = \frac{60I_0h}{\beta} \left[ \frac{\beta^2}{\sqrt{(\beta ct)^2 - \frac{(x^2 + d^2)}{\gamma^2}}} \right] \tag{III.26}$$

Ou :  $k_1$  et  $k_2$  sont donné dans l'équation (III.18) et (III.19).

Selon la forme d'onde du courant présenté à la figure III.7, l'expression de la tension induite est réécrire comme suit Liew et Mar [63]:

$$v(x,t) = I_0 \begin{cases} 0 & t \leq t_0 \\ v^1(x;t) & t_0 < t \leq t_0 + t_f \\ v^1(x;t) - v^1(x;t - t_f) & t > t_0 + t_f \end{cases} \tag{III.27}$$

$$\begin{aligned}
 v^1(x,t) = & \frac{30I_0h}{t_f\beta c} \left[ \ln \left( \frac{(1-\beta^2)(\beta^2x^2 + d^2) + (\beta ct)^2(1+\beta^2)}{(1-\beta^2)^2 d^2} - \frac{2\gamma^4\beta^2 ct \sqrt{(\beta ct)^2 + \frac{x^2 + d^2}{\gamma^2}}}{d^2} \right) \right. \\
 & \left. + 2\beta \left( \sinh^{-1} \frac{\beta ct}{\sqrt{1-\beta^2}} - \sinh^{-1} \frac{\beta ct_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) l + G(x,t) \right]
 \end{aligned} \tag{III.28}$$

Avec :

$$G(x,t) = \frac{30I_0h}{t_f \beta c} \left[ -\ln \frac{(ct)^2 - x^2}{d^2} + \frac{1}{2} \left( \cosh^{-1} \frac{u+p}{\sqrt{p^2 - q^2}} - \cosh^{-1} \frac{u_0+p}{\sqrt{p^2 - q^2}} \right. \right. \\ \left. \left. \cosh^{-1} \frac{z+\frac{p}{q}}{\sqrt{\frac{p^2}{q^4} - \frac{1}{q^2}}} - \cosh^{-1} \frac{z_0+\frac{p}{q}}{\sqrt{\frac{p^2}{q^4} - \frac{1}{q^2}}} + \cosh^{-1} \frac{w+p}{\sqrt{p^2 - q^2}} \right. \right. \\ \left. \left. - \cosh^{-1} \frac{w+p}{\sqrt{p^2 - q^2}} + \cosh^{-1} \frac{v+\frac{p}{q}}{\sqrt{\frac{p^2}{q^4} - \frac{1}{q^2}}} - \cosh^{-1} \frac{v_0+\frac{p}{q}}{\sqrt{\frac{p^2}{q^4} - \frac{1}{q^2}}} \right) \right] \quad (\text{III.29})$$

Ou :

$$\begin{cases} w = (ct+x)^{-2}, & w_0 = (ct_0+x)^{-2} \\ v = (ct+x)^2, & v_0 = (ct_0+x)^2 \\ u = (ct-x)^{-2}, & u_0 = (ct_0-x)^{-2} \\ z = (ct-x)^2, & z_0 = (ct_0-x)^2 \\ p = \frac{d^2 + 2h_c}{d^4}, & q = \frac{1}{d^2} \end{cases} \quad (\text{III.30})$$

### III.2.4 Modèle d'Agrawal [59]

L'analyse mathématique des équations de couplage électromagnétique sur la base des travaux récents par des auteurs Hoidalen [75], ont été utilisé le modèle de couplage d'Agrawal et al. [64], pour le calcul des tensions induites par la foudre. Ce modèle a été testé de manière approfondie par rapport aux résultats expérimentaux [76]. Bien que certains des premiers tests n'aient pas fourni un accord satisfaisant entre la théorie et les mesures [76], dans des expériences subséquentes, l'accord a été grandement amélioré [77].

Certains tests du modèle Agrawal ont été réalisées en utilisant des simulateurs d'impulsions électromagnétiques nucléaires (NEMP) [76, 77] et les résultats ont montré un bon accord raisonnablement entre la mesures et la théorie.

Donc ce modèle est numériquement plus intéressant que les deux autres modèles de Taylor et al. [65] et modèle de Rachidi [66], car il ne fait intervenir qu'un seul terme de source dans une des deux équations ; et ce terme de source ne contient aucune différentiation par rapport au temps et à l'espace.

Considérons une ligne électrique formée d'un long conducteur située à une hauteur  $h$  au-dessus d'un sol conducteur. Cette ligne est en présence d'un champ électromagnétique non-uniforme d'origine externe.

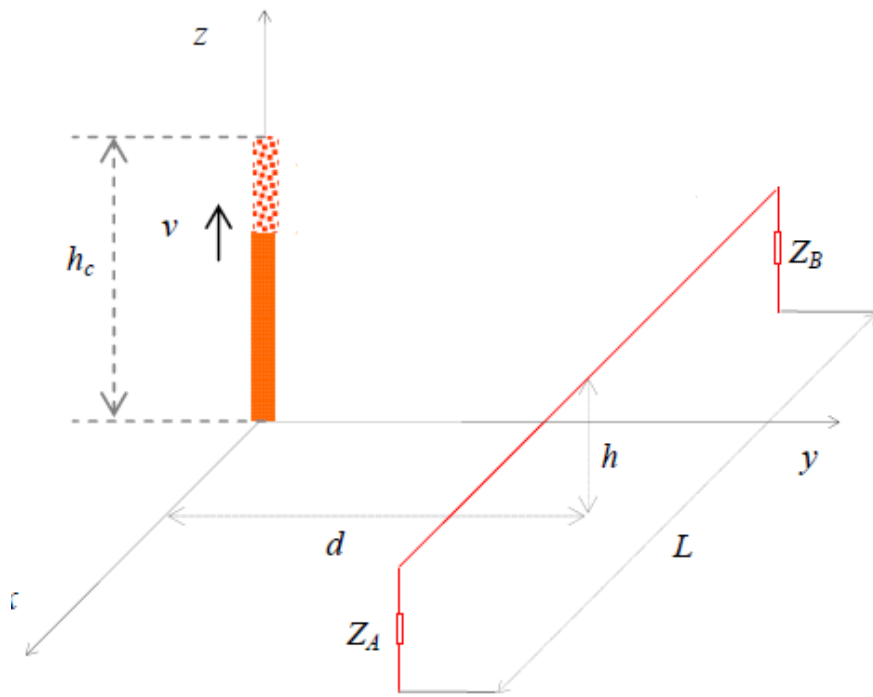


Figure III.8 Modèle géométrique adopté [64].

III.2.4.1 Equations de couplage

Les équations de couplages introduites par Agrawal et al [64], sont exprimées en termes de tension diffractée et de courants totaux.

$$\frac{\partial v^s(x;t)}{\partial x} + L' \frac{\partial i(x;t)}{\partial t} = E_x^e(x, t, h) \tag{III.31}$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + C \frac{\partial v^s(x;t)}{\partial x} = 0 \tag{III.32}$$

Où :

$E_x^e(x, t, h)$  est la composante horizontale en fréquentiel du champ électrique exciteur le long de l'axe  $x$  à la hauteur  $h$  du conducteur ;

$i(x, t)$  est le courant induit totale ;

$v^s(x; t)$  est la tension diffractée ('scattered voltage') [64]:

$$v^s(x; t) = - \int_0^h E_z^s(x, t; z) dz \quad (\text{III.33})$$

Où  $E_z^s(x, t, z)$  est la composante verticale en fréquentiel du champ électrique diffracté.

La tension totale induite en fréquentiel sur la ligne  $v(x, t)$  peut être exprimée en fonction des tensions diffractées  $v^s(x, t)$  et des tensions excitatrices  $v^e(x, t)$  par la relation suivante [64]:

$$v(x, t) = v^s(x, t) + v^e(x, t) = - \int_0^h E_z^s(x, z, t) dz - \int_0^h E_z^e(x, z, t) dz \quad (\text{III.34})$$

**Conditions aux limites:**

$$v^s(0, t) = -Z_A i(0, t) + \int_0^h E_z^e(0, z, t) dz \quad (\text{III.35})$$

$$v^s(L, t) = Z_B i(L, t) + \int_0^h E_z^e(L, z, t) dz \quad (\text{III.36})$$

Ou :

$Z_A, Z_B$  sont les d'extrémités ;

$L$  et  $C$  sont respectivement  $\Gamma$  inductances et capacité linéique de la ligne donnés par [64]:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{a}\right) \quad h \gg a \quad (\text{III.37})$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{a}\right)} \quad h \gg a \quad (\text{III.38})$$

Dans le modèle d'Agrawal [64], la composante horizontale du champ électrique exciteur le long de la ligne et le champ électrique vertical exciteur aux extrémités verticales de la ligne sont des termes qui apparaissent explicitement dans les équations pour produire la tension diffractée.

Le circuit de couplage équivalent décrit par les deux équations III.31 et III.32. Ce circuit est représenté sur la figure III.9:

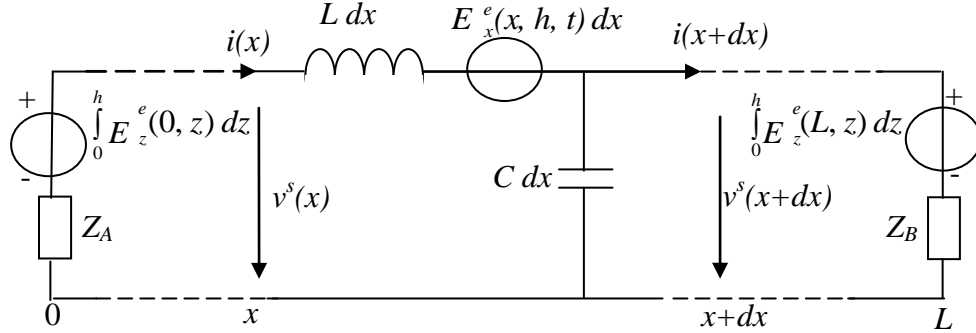


Figure III.9 Schéma équivalent d'après le modèle d'Agrawal et al [64].

### III.2.4.2 Généralisation des équations de couplage

La généralisation des équations de couplage obtenues pour le cas d'un conducteur de ligne aérien sans perte équations III.31 et III.32, comportant plusieurs conducteurs peut être s'écrit [64] :

$$\frac{\partial [v^s(x, t)]}{\partial x} + Ri(x, t) + [L] \frac{\partial [i(x, t)]}{\partial t} = [E_x^e(x, h, t)] \tag{III.39}$$

$$\frac{\partial [i(x, t)]}{\partial x} + G[v^s(x, t)] + [C] \frac{\partial [v^s(x, t)]}{\partial t} = [0] \tag{III.40}$$

Où :

$[E_x^e(x, h, t)]$  est le vecteur contenant la composante horizontale du champ électrique exciteur à la hauteur  $h$  de chaque conducteur ;

$[L]$  et  $[C]$  sont respectivement les matrices inductance, et capacité linéiques de la ligne donné par l'équation (III.37) et (III.38) ;

$[v^s(x)]$  est le vecteur des tensions diffractées ('scattered voltage');



$[i(x)]$  est le vecteur des courants de ligne.

**Conditions aux limites:**

$$[v_i^s(0, t)] = -[Z_A][i_i(0, t)] + \left[ \int_0^{h_i} E_z^e(0, z, t) dz \right] \quad (\text{III.41})$$

$$[v_i^s(L, t)] = [Z_B][i_i(L, t)] + \left[ \int_0^{h_i} E_z^e(L, z, t) dz \right] \quad (\text{III.42})$$

Où :  $[Z_A]$  et  $[Z_B]$  sont les matrices d'impédances de terminaison.

### III.2.4.3 Résolution des équations de couplage

Dans ce travail, nous utilisons la méthode des différences finies dans le domaine temporel FDTD (*Finite Difference Time Domain*). Dont le principe est basé sur un échantillonnage spatial et temporel, puis une mise en équation après avoir fixé des conditions initiales et aux limites.

Selon Baba et Rakov [78] la méthode FDTD a été employée pour l'étude des phénomènes de propagations d'onde de courant le long des conducteurs.

#### III.2.4.3.1 Discrétisation de la ligne

La technique FDTD cherche à approcher les dérivées dans les équations de la ligne en tout point de la ligne en temps et en espace. Cette méthode de différence finie au point centré est présentée dans [79, 39, 80] pour le calcul du couplage électromagnétique dont le principe est basé sur un échantillonnage spatial et temporel, puis une mise en équation après avoir fixé des conditions initiales et aux limites.

On applique cette méthode sur les équations du modèle d'Agrawal [64] pour le cas d'un conducteur de ligne aérien.

Soit une ligne HTB à un seul conducteur, de longueur  $\ell$ , située à une hauteur  $h$  au-dessus du sol parfaitement conducteur. Deux charges résistives  $R_0$  et  $R_l$  relient au sol les deux extrémités de la ligne. Nous illustrons figure en III.10, pour une ligne monofilaire, Le principe de cette méthode dans ce qui suit.

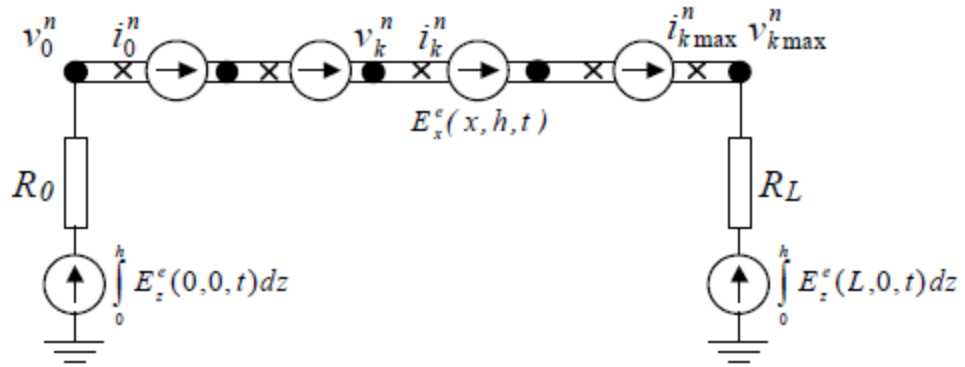


Figure III.10 Découpage spatial de la ligne HTB.

Le conducteur est subdivisé alternativement en des nœuds de courant et de tension ; la ligne est découpée en nombre de segments de longueur  $\Delta x$ , et nombre de segments de temps de durée  $\Delta t$ . Deux nœuds consécutifs d'un même type sont séparés d'un intervalle  $\Delta x$ , et les deux extrémités de la ligne sont définies comme des nœuds de tension.

Comme dans l'espace, le courant et la tension sont décalés d'un demi pas temporel, plus précisément les échantillons de courant sont en avance de  $\Delta t/2$  sur la tension (figure III.11) [80].

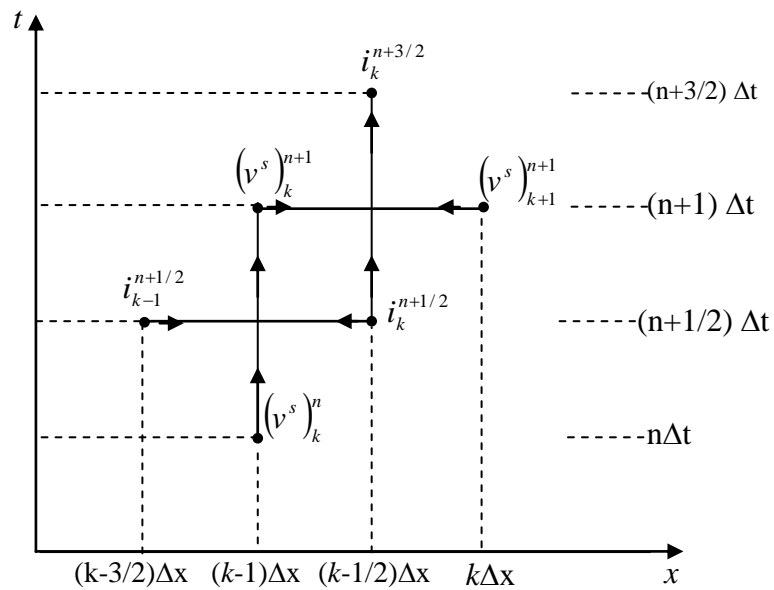


Figure III.11 Maillage de FDTD [81].

### III.2.4.3.2 Condition de stabilité

La stabilité de la méthode exige que la condition suivante soit respectée [81]:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{v} \quad (\text{III.43})$$

Où :  $v$  est la vitesse de propagation des ondes le long de la ligne [81].

$$v = \frac{C}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (\text{III.44})$$

$C$  : La vitesse de la lumière.

$\epsilon_r$  : Permittivité relative du plan de masse.

L'équation III.44 définit la vitesse de propagation sur la ligne sans pertes. Cependant, plus l'inégalité III.42 se rapproche d'égalité, plus les calculs seront exacts. Une démonstration présentée dans [82] prouve que l'on a ( $\Delta t \cdot v = \Delta x$ ) ; la méthode des différences finies points centrés donne la solution avec un minimum d'erreur.

#### III.2.4.3.3 Mise en équations

Les discrétisations spatiales et temporelles des équations III.31 et III.32, définies à la figure III.9, conduisent à considérer les grandeurs suivantes [57]:

- la tension, calculée aux nœuds de tension et aux instants ( $n\Delta t$ ) :

$$\begin{aligned} [v^s_k]^n &\equiv [v^s((k-1)\Delta x, n\Delta t)] \\ 1 &< k \leq k_{\max} + 1 \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

- la tension, calculée aux nœuds de tension et aux instants ( $n\Delta t$ ) :

$$\begin{aligned} [i_k^n] &\equiv [i((k-1)\Delta x, n\Delta t)] \\ 1 &\leq k \leq k_{\max} \end{aligned} \quad (\text{III.46})$$

- l'excitation, calculée aux nœuds de tension et aux instants ( $n.\Delta t$ ) :

$$\begin{aligned} [E_x^e_k]^n &\equiv [E_x^e((k-1)\Delta x, n\Delta t, z = h)] \\ 1 &\leq k \leq k_{\max} + 1 \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

Avec :

$$t_{\max} = n_{\max} \Delta t \quad (\text{III.48})$$

$$L = (k_{\max} - 1) \Delta x \quad (\text{III.49})$$

Pour obtenir les grandeurs intermédiaires, on les approche par le biais d'une interpolation linéaire ; on peut écrire ce qui suit :

$$\frac{\partial [v^s]}{\partial x} = \frac{[v^s]_{k+1}^n - [v^s]_k^n}{\Delta x} \quad (\text{III.50})$$

$$[v^s] = \frac{[v^s]_k^{n+1} + [v^s]_k^n}{2} \quad (\text{III.51})$$

$$\frac{\partial [v^s]}{\partial t} = \frac{[v^s]_k^{n+1} - [v^s]_k^n}{\Delta t} \quad (\text{III.52})$$

$$\frac{\partial [i]}{\partial x} = \frac{[i]_{k+1/2}^{n+1/2} - [i]_{k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \quad (\text{III.53})$$

$$[i] = \frac{[i]_k^{n+3/2} + [i]_k^{n+1/2}}{2} \quad (\text{III.54})$$

$$\frac{\partial [i]}{\partial t} = \frac{[i]_{k+1/2}^{n+3/2} - [i]_{k+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (\text{III.55})$$

#### III.2.4.3.4 Représentation de la première équation par la FDTD

La première équation au point  $[(k-1)\Delta x, n\Delta t]$ , s'écrit, en approchant les grandeurs qui y figurent.

$$\frac{\partial [v^s((k-1)\Delta x, n\Delta t)]}{\partial x} = \frac{[v^s]_{k+1}^{n+1} - [v^s]_k^{n+1}}{\Delta x} \quad (\text{III.56})$$

$$\frac{\partial [i((k-1)\Delta x, n\Delta t)]}{\partial t} = \frac{[i]_{k+1/2}^{n+3/2} - [i]_{k+1/2}^{n+1/2}}{\Delta t} \quad (\text{III.57})$$

$$[i((k-1)\Delta x, n\Delta t)] = \frac{[i]_k^{n+3/2} + [i]_k^{n+1/2}}{2} \quad (\text{III.58})$$

L'équation III.39 devient :

$$\frac{[v^s]_{k+1}^{n+1} - [v^s]_k^{n+1}}{\Delta x} + [R] \frac{[i]_k^{n+3/2} + [i]_k^{n+1/2}}{2} + [L] \frac{[i]_{k+1/2}^{n+3/2} - [i]_{k+1/2}^{n+1/2}}{\Delta t} = [E_x^e]_{k+1/2}^{n+1} \quad (\text{III.59})$$

L'équation (III.59) est valable pour  $(1 \leq k \leq k_{\max}+1)$  et est écrite pour les nœuds de courant.

Pour  $k = 1, \dots, k_{\max}-1$ , L'équation III.59 devient [57]:

$$\left[ [L] \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{[R]}{2} \Delta x \right] [i]_{k+1/2}^{n+1/2} = \left\{ \left[ [L] \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{[R]}{2} \Delta x \right] [i]_k^n - ([v^s]_{k+1}^n - [v^s]_k^n) + [E_x^e]_{k+1/2}^{n+1} \right\} \quad (\text{III.60})$$

Ou encore :

$$[i]_{k+1/2}^{n+3/2} = \left[ [L] \frac{\Delta x}{\Delta t} + \frac{[R]}{2} \Delta x \right]^{-1} \left\{ \left[ [L] \frac{\Delta x}{\Delta t} - \frac{[R]}{2} \Delta x \right] [i]_k^n - ([v^s]_{k+1}^n - [v^s]_k^n) + [E_x^e]_{k+1/2}^n \right\} \quad (\text{III.61})$$

### III.2.4.3.5 Représentation de la deuxième équation par FDTD

On écrit la deuxième équation au point  $[(k-1)\Delta x, n\Delta t]$ , en approchant les grandeurs qui y figurent:

L'équation III.40 devient :

$$\frac{[i]_{k+1/2}^{n+1/2} - [i]_{k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} + [G_{ij}] \frac{[v^s]_k^{n+1} + [v^s]_k^n}{2} + [C_{ij}] \frac{[v^s]_k^{n+1} - [v^s]_k^n}{\Delta t} = [0] \quad (\text{III.62})$$

L'équation (III.62) est valable pour  $(1 < k \leq k_{\max}+1)$  et est écrite pour les nœuds de tension.

Pour  $k = 2, \dots, k_{max}-1$ , L'équation III.62 devient [57]:

$$\left[ \frac{[C_{ij}]}{\Delta t} + \frac{[G_{ij}]}{2} \right] [v^s]_k^{n+1} = \left\{ \left[ \frac{[C_{ij}]}{\Delta t} - \frac{[G_{ij}]}{2} \right] [v^s]_k^n + \frac{([i]_{k-1/2}^{n+1/2}) - ([i]_{k+1/2}^{n+1/2})}{\Delta x} \right\} \quad (III.63)$$

Ou encore :

$$[v^s]_k^{n+1} = \left[ \frac{[C_{ij}]}{\Delta t} + \frac{[G_{ij}]}{2} \Delta x \right]^{-1} \left\{ \left[ \frac{[C_{ij}]}{\Delta t} - \frac{[G_{ij}]}{2} \Delta x \right] [v^s]_k^n - \frac{([i]_{k-1/2}^{n+1/2}) - ([i]_{k+1/2}^{n+1/2})}{\Delta x} \right\} \quad (III.64)$$

Les deux équations de couplage III.61 et III.64, nous permettent de calculer les tensions et les courants à chaque instant et à chaque point intérieur de la ligne.

#### III.2.4.3.6 Condition aux limites

Pour calculer les tensions et les courants aux deux extrémités de la ligne (pour  $x=0$  et  $x=L$ ) nous faisons l'approximation suivante [81] :  $\Delta x \rightarrow \frac{\Delta x}{2}$

A la première extrémité ( $k = 1, x = 0$ ), l'équation III.60 s'écrit [57]:

$$[v_i^s]_1^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right)^{-1} \left[ \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} [v_i^s]_1^n + \left[ \frac{-[i]_{1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \right] \quad (IV.65)$$

A la deuxième extrémité ( $k = k_{max}, x = L$ ), l'équation III.60 s'écrit [57]:

$$[v_i^s]_{k_{max}}^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right)^{-1} \left[ \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} [v_i^s]_{k_{max}}^n + \left[ \frac{-[i]_{k_{max}-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \right] \quad (IV.66)$$

#### **Remarque :**

Les équations de couplages exprimées par le modèle de Taylor [65] et le modèle de Rachidi [66] seront détaillées dans l'Annexe A.

L'algorithme de calcul est le suivant :

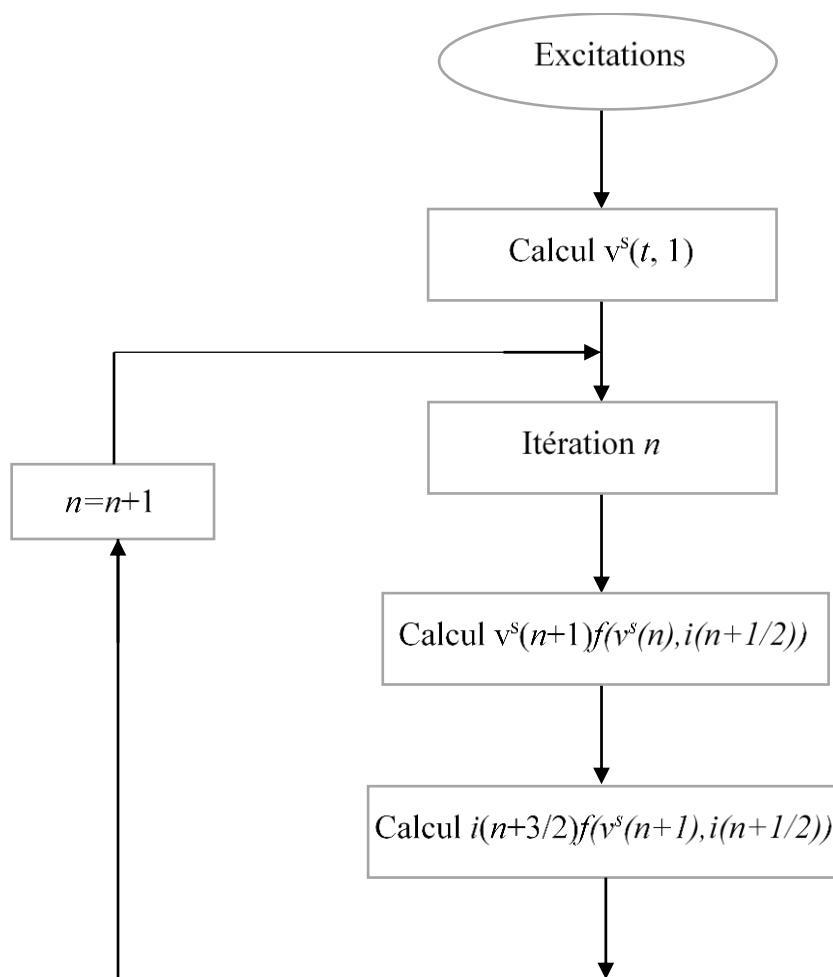


Figure III.12 Algorithme de calcul.

### **II.3 Conclusion**

Dans ce chapitre, différents modèles de couplage ont été appliqués au problème de l'interaction entre le champ électromagnétique généré par la foudre et une ligne HTB aérienne.

Aussi, différentes équations de couplage ont été développées à partir de ces formalismes. Elles ont été résolues par différents algorithmes. Le modèle d'Agrawal reste le plus utilisé par la majorité des auteurs ; son efficacité réside essentiellement dans sa simplicité et sa concordance avec les mesures.

Ce chapitre nous a permis de nous familiariser avec la modélisation du problème de couplage d'une onde électromagnétique à une ligne HTB multifilaire. Généralement, les réseaux électriques HTB sont à topologie assez complexes et, il est certainement intéressant d'étudier le même problème dans ce cas là. C'est l'objet du prochain chapitre.



*Interaction électromagnétique  
de la foudre avec un réseau  
électrique HTB aérien*

## IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions l'interaction électromagnétique de la foudre avec un réseau électrique de lignes HTB aérien [83]. Cette étude permet de déterminer directement les courants et les tensions induits générés par une décharge de foudre en tout point de la ligne.

La modélisation du couplage électromagnétique de la foudre avec une ligne aérienne par la méthode FDTD pose généralement un problème lors de la discrétisation spatiale et temporelle de la ligne. Les travaux actuellement proposées dans la littérature [57, 84, 85] ont été traités qu'une seule ligne. F. Rachidi [57] a analysé le couplage électromagnétique d'une onde de foudre avec une ligne électrique aérienne, par le modèle de Taylor [60], qu'il a développé les équations de couplages dans lesquelles le terme de source est en fonction de la composante du champ électrique vertical exciteur (source de courant) et le champ d'induction magnétique horizontal (transverse) exciteur. Pour la résolution de ces équations, il a utilisé la méthode de différence finie à point centre FDTD. Dans lesquelles les équations de récurrences en courant et en tension, ainsi les équations en tension aux extrémités de la ligne ont été développés. L'inconvénient major de cette étude; est de traiter qu'une seule ligne d'une part, et d'autre part, ne tiennent compte pas toute les équipements électriques de la ligne.

L'analyse d'un réseau électrique à topologie complexe, illuminé par un champ externe d'origine atmosphérique, est une tâche délicate. Dans la littérature [81, 86, 87] plusieurs concepts fréquentiels ont été proposés. Pour éviter le passage du temporel vers le fréquentiel et inversement, certains auteurs [88, 89] ont proposés des concepts temporels permettant de traiter le couplage électromagnétique de l'onde de foudre avec une ligne.

Dans la littérature [90], un formalisme a été élaboré à partir des équations générales des lignes de transmission [81], afin d'étudier le couplage électromagnétique de l'onde de foudre avec un réseau électrique non linéaire, où les équations de couplages qui ont été proposés sont exprimées en fonction de la composante horizontale et verticale du champ électrique et de la composante transverse du champ magnétique exciteur. L'inconvénient major de ce formalisme est lors de l'utilisation de la méthode FDTD qui pose un problème de lourdeur numérique lié à la discrétisation spatiale et temporelle et la prise en compte des conditions électriques aux niveaux d'extrémités et d'interconnexions.

L'originalité et le but principal de notre travail est de profiter des avantages de chacune des deux études (Rachidi [57] et d'Agrawal [64]). Dans le premier, nous avons pris la topologie et les considérations physiques des lignes et des foudres mais pas le couplage qui est basé sur le modèle de Taylor. Notre intérêt est d'employer un couplage plus léger, il s'agit de celui d'Agrawal, avec

lequel le terme source est fonction uniquement de la composante horizontale du champ électrique et les équations de couplage sont exprimées en termes de tension diffractée et des courants totaux.

Pour la résolution de ces équations par la méthode de différence finie à point centré FDTD, nous avons pris la mise en équation citée dans la littérature [57] (Annexe A1 à A12, page 301). Cette étude permet de surmonter la discrétisation en tout point le long de chaque conducteur de ligne, où l'agression électromagnétique en tous points de chaque conducteur de ligne et toutes les conditions électriques (courants et tensions induites) aux niveaux des réseaux d'interconnexions et réseaux d'extrémités sont prises en compte. Nous déduisons directement, en temporel, les courants et les tensions induites en tout point le long de chaque conducteur de ligne du réseau électrique HTB.

## IV.2 Interaction électromagnétique de la foudre avec une ligne électrique HTB aérienne avec perte

### IV.2.1 Cas d'un conducteur de ligne HTB

Soit un conducteur de ligne aérienne parallèle à l'axe des  $x$ , située à une hauteur  $h$  au-dessus d'un plan de sol figure IV.1, illuminée par un champ électromagnétique externe.

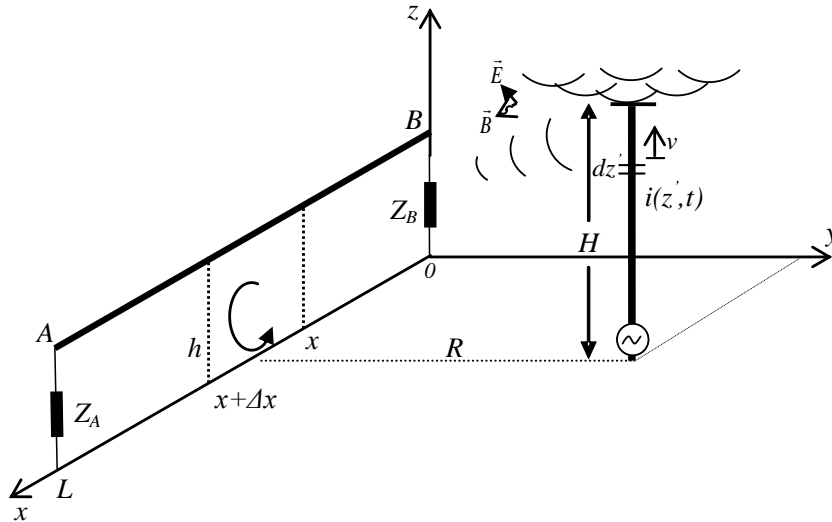


Figure IV.1 Géométrie d'un conducteur de ligne illuminée par un champ électromagnétique.

#### IV.2.1.1 Equation de couplage électromagnétique

En tenant compte des pertes dans le conducteur et dans le sol. La conductivité du conducteur est  $\sigma_w$  et le sol est caractérisé par une conductivité  $\sigma_s$  et une permittivité relative  $\epsilon_{rs}$ . Les équations de couplage décrit par le modèle d'Agrawal sont [91, 92]:

$$\frac{dv^s(x,t)}{dx} + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + \int_0^t Z_g(\tau) i(x,t-\tau) d\tau = E_x^e(x,h,t) \quad (IV.1)$$

$$\frac{di(x,t)}{dx} + Gv^s(x;t) + C \frac{\partial v^s(x;t)}{\partial t} = 0 \quad (IV.2)$$

Avec :

$i(x, t)$  est le courant induit le long de la ligne;

$E_x^e(x, h, t)$  est la composante horizontale du champ électrique exciteur le long de l'axe  $x$  à la hauteur  $h$  du conducteur ;

$v^s(x, t)$  est la tension dite diffractée le long de la ligne définie comme [66]:

La tension induite totale sur la ligne  $v(x, t)$  peut être exprimé en fonction des tensions diffractées  $v^s(x, t)$  et des tensions excitatrices  $v^e(x, t)$  par la relation suivante [69] :

$$\begin{aligned} v(x, t) &= v^s(x, t) + v^e(x, t) \\ &= v^s(x, t) - \int_0^h E_z^s(x, z, t) dz \end{aligned} \quad (IV.3)$$

$$v^e(x) = - \int_0^h E_z^s(x, z, t) dz \cong -h E_z^s(x, 0, t) \quad (IV.4)$$

#### IV.2.1.1.2 Conditions aux extrémités de la ligne

Les équations aux extrémités de la sont définies comme suites :

$$v^s(0) = -Z_A i(0) + \int_0^h E_z^e(0, z) dz \quad (IV.5)$$

$$v^s(\ell) = Z_B i(\ell) + \int_0^h E_z^e(\ell, z) dz \quad (IV.6)$$

Le circuit équivalent différentiel aux équations de couplage pour un conducteur de ligne aérien est représenté sur la figure IV.2 [64].

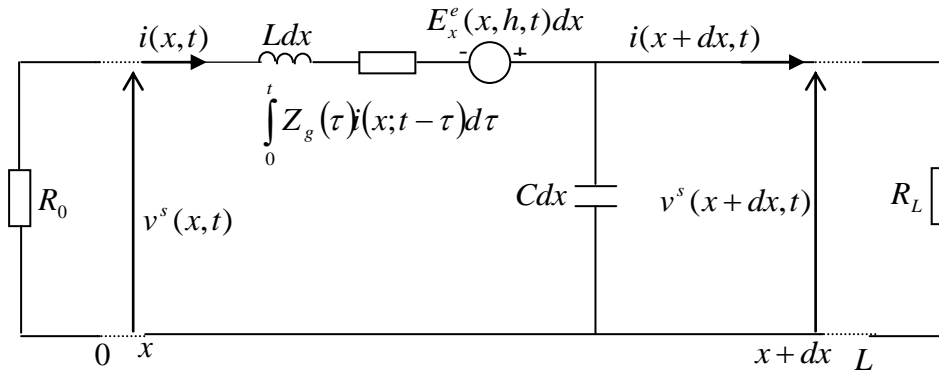


Figure IV.2 Schéma équivalent différentiel de couplage [64].

Ou :

$L$ ,  $C$  et  $G$  Sont respectivement l'inductance, la capacité et la conductance linéique de la ligne ;

$Z_g(t)$  est la transformation inverse de Fourier de l'impédance de sol  $Z_g$  par unité de longueur [93] définie comme suit:

$$Z_{gij} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-2h.x}}{\sqrt{x^2 + \gamma_g^2} + x} . dx \quad (\text{IV.7})$$

$\gamma_g$  : Constante de propagation dans le sol.

Avec :

$$\gamma_g = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_g + j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{rg})} \quad (\text{IV.8})$$

$\mu_g = \mu_{rg}\mu_0$ , et  $\varepsilon_g = \varepsilon_{rg}\varepsilon_0$  respectivement la perméabilité et la permittivité du matériau du conducteur.

**Remarque :**

Il est important de noter que pour la plupart des problèmes pratiques de couplage avec des lignes de transport d'énergie électrique, l'impédance de surface du conducteur  $Z_w$  peut être négligée par rapport à l'impédance du sol  $Z_g$ .

Les équations IV.1 et IV.2 peuvent s'écrire [64, 94] :

$$\frac{\partial v^s(x,t)}{\partial x} + L \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} + \xi_g \otimes \frac{\partial i(x,t)}{\partial t} = E_x^e(x,h,t) \quad (\text{IV.9})$$

$$\frac{\partial i(x,t)}{\partial x} + Gv^s(x,t) + C \frac{\partial v^s(x,t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{IV.10})$$

Où :  $\otimes$  est le produit de la convolution et  $\zeta_g$  est appelé la résistance transitoire du sol, est défini comme [94] :

$$\zeta_g = F^{-1} \left\{ \frac{Z_g}{j\omega} \right\} \quad (IV.11)$$

Les conditions aux limites pour la tension diffractée sont :

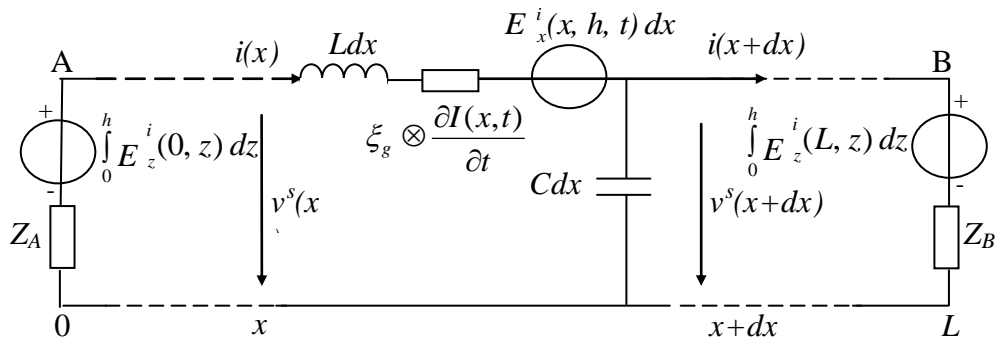
$$v^s(0, t) = -Z_0 i(0, t) + \int_0^h E_z^e(0, z, t) dz \quad (IV.12)$$

$$v^s(L, t) = Z_L i(L, t) + \int_0^h E_z^e(L, z, t) dz \quad (IV.13)$$

Ou :

$Z_0$  et  $Z_L$  sont les impédances de terminaison.

Le circuit équivalent différentiel aux équations de couplage pour un conducteur de ligne aérien [64] est représenté sur la figure IV.3.



**Figure IV.3** Schéma équivalent différentiel de couplage pour un conducteur de ligne aérien avec perte [64].

#### IV.2.1.1.2 Conditions aux extrémités de la ligne

D'après la littérature [95, 96, 97]. Le modèle d'Agrawal soit le plus adapté En effet, il est facile à montrer que la généralisation des équations de couplage (IV.1) et (IV.2) pour le cas d'une ligne aérienne comportant plusieurs conducteurs en régime temporel est donnée par [64, 94] :

$$\frac{d[v_i^s(x,t)]}{dx} + [L_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [i_i(x,t)] + [\xi_{gij}] \otimes \frac{\partial}{\partial t} [i_i(x,t)] = [E_x^i(x, h_i, t)] \quad (IV.14)$$

$$\frac{d[i_i(x,t)]}{dx} + [C_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [v_i^s(x,t)] + [G_{ij}] [v_i^s(x,t)] = [0] \quad (IV.15)$$

Où :

$[L_{ij}]$ ,  $[G_{ij}]$  et  $[C_{ij}]$  sont respectivement les matrices d'inductance, conductance et capacité linéiques de la ligne ;

$[E_x^e(x, h_i, t)]$  est le vecteur contenant la composante horizontale du champ électrique excitateur à la hauteur  $h$  de chaque conducteur ;

$[v_i^s(x, t)]$  est le vecteur des tensions diffracté de ligne;

$[i_i(x, t)]$  est le vecteur des courants total de ligne;

$[\xi_{sij}]$  est la matrice de la résistance transitoire du sol  $[\zeta_s]$  [94].

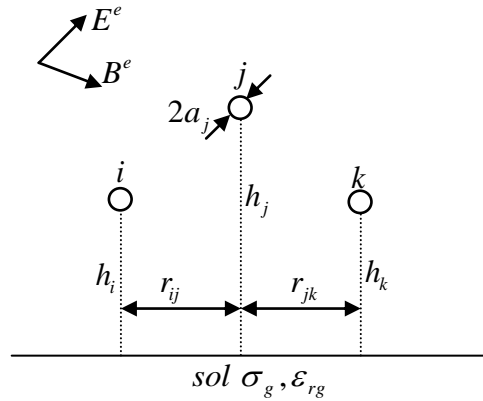


Figure IV.4 Définition de la géométrie [57].

L'équation IV.14 est réécrite comme suit [57] :

$$\frac{d[v_i^s(x,t)]}{dx} + [L_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [i_i(x,t)] + \int_0^t [\xi_{gij}(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial t} [i_i(x,\tau)] d\tau = [E_x^e(x, h_i, t)] \quad (IV.16)$$

Le terme de convolution de l'équation IV.16 peut être décomposé comme suit :



$$\int_0^t [\xi_{gij}(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} [i_i(x, \tau)] d\tau = \int_0^{t-\Delta t} [\xi_{gij}(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} [i_{ij}(x, \tau)] d\tau \quad (IV.17)$$

$$+ \int_{t-\Delta t}^t [\xi_{gij}(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} [i_{ij}(x, \tau)] d\tau$$

La première partie de l'intégrale de convolution de l'équation IV.17 est évaluée numériquement [57, 98].

Ou  $\Delta t$  est suffisamment petit, l'expression  $\partial[i_{ij}(x, \tau)]/d\tau$  peut être considérée comme constante dans l'intervalle  $(t-\Delta t \leq \tau \leq t)$ ; dans ce cas, la deuxième intégrale de l'équation IV.17 peut être écrit comme suit [57]:

$$\int_{t-\Delta t}^t [\xi_{gij}(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} [i_{ij}(x, \tau)] d\tau \cong \frac{\partial}{\partial \tau} [i_{ij}(x, t)] \int_{t-\Delta t}^t [\xi_{gij}(t-\tau)] d\tau \quad (IV.18)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \tau} [i_{ij}(x, t)] \int_0^{\Delta t} [\xi_{gij}(\tau)] d\tau$$

#### IV.2.2.1 Représentation temporelle de la résistance transitoire du sol

Dans l'approximation de basse fréquence [57], la formule analytique de la résistance transitoire du sol pour le cas d'une ligne aérienne a été dérivé par Timotin [99]. Le terme propre peut s'exprimer comme suit [57]:

$$\zeta_{gii}(t) = f^{-1} \left\{ \frac{Z_{gii}}{j\omega} \right\} \quad (IV.19)$$

$$= \frac{\mu_0}{\pi \tau_{gii}} \left[ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\tau_{gii}}{t}} + \frac{1}{4} \exp(\tau_{gii}/t) \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{\tau_{gii}}{t}} \right) - \frac{1}{4} \right]$$

Où :

$$\tau_{gii} = h_i^2 \mu_0 \sigma_g \quad (IV.20)$$

*erfc* : est la fonction de l'erreur complémentaire définie comme [57]:

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{\infty} \exp(-t^2) dt = 1 - \frac{2 \exp(-x^2)}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{2n+1} \quad (\text{IV.21})$$

$$a_n = \frac{2^n}{1.3...(2n+1)} \quad (\text{IV.22})$$

La formule de Timotin [99] a été récemment étendue à cas d'une ligne multiconductrice [100]. Le terme mutuel peut s'exprimer comme suit [100]:

$$\xi_{gij}(t) = \frac{\mu_0}{2\pi T_{ij}} \left[ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T_{ij}}{t}} \cos(\theta_{ij}/2) + \frac{1}{4} \exp(T_{ij} \cos(\theta_{ij})/t) \times \right. \\ \left. \cos\left(\frac{T_{ij}}{t} \sin(\theta_{ij}) - \theta_{ij}\right) - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{T_{ij}}{t}\right)^{2n+1} \cos\left(\frac{2n-1}{2} \theta_{ij}\right) - \frac{\cos(\theta_{ij})}{4} \right] \quad (\text{IV.23})$$

Avec  $T_{ij}$  et  $\theta_{ij}$  définis comme suit [57]:

$$\tau_{gij} = \hat{h}_{ij}^2 \mu_0 \sigma_g = \left( \frac{h_i + h_j}{2} + j \frac{r_{ij}}{2} \right)^2 \mu_0 \sigma_g = T_{ij} e^{j\theta_{ij}} \quad (\text{IV.24})$$

L'équation (IV.19) et (IV.23) est présente une singularité pour  $t=0$  [101]. En effet, on peut montrer que :

$$\lim_{t \rightarrow 0} \zeta_{gii}(t) \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau_{ij} t} \quad (\text{IV.25})$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \zeta_{gij}(t) \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\pi} \tau_{ij} t} \cos\left(\frac{\theta_{ij}}{2}\right) \quad (\text{IV.26})$$

Cette singularité est due à l'approximation de basse fréquence utilisé pour dériver l'équation (IV.19) et (IV.23) [102]. La limite de l'expression générale (IV.7) [101], peut s'exprimer comme suit :

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} Z_{gii} = \frac{1}{2\pi h_i} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon_R}} \quad (\text{IV.27})$$

D`où :

$$\zeta_{gii}(t=0) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} j\omega \frac{Z_{gii}}{j\omega} = \frac{1}{2\pi h_i} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_R}} \quad (IV.28)$$

Par analogie [101]

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} Z_{gij} = \frac{1}{2\pi \hat{h}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_R}} \quad (IV.30)$$

Avec :

$$\hat{h} = \frac{h_i + h_j}{2} = \frac{r_{ij}^2}{2(h_i + h_j)} \quad (IV.31)$$

D`où :

$$\xi_{gii}(t=0) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} j\omega \frac{Z_{gii}}{j\omega} = \frac{1}{2\pi \hat{h}} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_R}} \quad (IV.32)$$

#### IV.2.2.2 Nouvelles expressions pour les éléments matrice de la résistance du sol

Nous avons vu que les singularités dans les expressions propre et mutuel de la résistance transitoire du sol équation (IV.19) et (IV.23), sont dus à l'approximation de basse fréquence. La résistance transitoire au sol déterminé par la transformation inverse numérique tend à une valeur asymptotique aux premiers temps, comme décrit par équations analytiques (IV.25) et (IV.28). Cette observation nous permet de proposer une nouvelles analyses non singulières pour l'expressions de la résistance transitoire au sol donné par [101]:

$$\xi_{gii}(t) = \min \left\{ \frac{1}{2\pi h_i} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_{rg}}}, \frac{\mu_0}{\pi \tau_{gii}} \left[ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\tau_{gii}}{t}} + \frac{1}{4} \exp(\tau_{gii}/t) \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{\tau_{gii}}{t}} \right) - \frac{1}{4} \right] \right\} \quad (IV.33)$$

$$\xi_{gij}(t) = \min \left\{ \frac{1}{2\pi h} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_{rg}}}, \frac{\mu_0}{\pi T_{ij}} \left[ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{T_{ij}}{t}} \cos(\theta_{ij}/2) + \frac{1}{4} \exp(T_{ij} \cos(\theta_{ij})/t) \times \right. \right. \\ \left. \left. \cos\left(\frac{T_{ij}}{t} \sin(\theta_{ij}) - \theta_{ij}\right) - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{T_{ij}}{t}\right)^{\frac{2n-1}{2}} \cos\left(\frac{2n-1}{2} \theta_{ij}\right) - \frac{\cos(\theta_{ij})}{4} \right] \right\} \quad (IV.34)$$

La deuxième partie de l'intégrale de convolution de l'équation IV.17 peut être évaluée analytiquement. En utilisant l'approximation de la résistance transitoire du sol donnée par [57, 101] :

$$\lim_{t \rightarrow 0} \zeta_{gij}(t) \cong \frac{\mu_0}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\pi T_{ij} t}} \cos\left(\frac{\theta_{ij}}{2}\right) \quad (IV.35)$$

Ou :

$T_{ij}$  et  $\theta_{ij}$  sont définies dans l'équation (IV.24).

Donc, on obtient [57] :

$$\int_0^{\Delta t} \zeta_{gij}(\tau) \cong \frac{\mu_0}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta t}{\pi T_{ij}}} \cos\left(\frac{\theta_{ij}}{2}\right), \text{ si } \Delta t \ll T_{ij} \quad (IV.36)$$

Spécifiquement, pour le diagonal terme de la résistance transitoire du sol, nous avons [57] :

$$\int_0^{\Delta t} \zeta_{gii}(\tau) \cong \frac{1}{\pi h_i} \sqrt{\frac{\mu_0 \Delta t}{\pi \sigma_g}}, \text{ si } \Delta t \ll \tau_{sii} \quad (IV.37)$$

A partir de l'équation IV.17, IV.36 et IV.37, la première équation du couplage IV.16 est réécrite comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_i^s(x,t)] + \left( [L] + \frac{\mu_0}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta t}{T_{ij} \pi}} \cos(\theta_{ij}/2) \right) \frac{\partial}{\partial t} [i_j(x,t)] + \\ \sum_{j=1}^N \int_0^{t-\Delta t} [\zeta_{gij}(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} [i_j(x,\tau)] d\tau = [E_x^i(x, h_i, t)] \quad (IV.38)$$

Posons:

$$v'_{gi}(x;t) = \sum_{j=1}^N \int_0^{t-\Delta t} [\zeta_{gij}(t-\tau)] \frac{\partial}{\partial \tau} [i_j(x,\tau)] d\tau \quad (\text{IV.39})$$

Donc l'équation (IV.38), devienne :

$$\frac{\partial}{\partial x} [v_i^s(x,t)] + \left( [L] + \frac{\mu_0}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta t}{T_{ij}\pi}} \cos(\theta_{ij}/2) \right) \frac{\partial}{\partial t} [i_j(x,t)] + v'_{gi}(x;t) = [E_x^i(x, h_i, t)] \quad (\text{IV.40})$$

### IV.3 Résolution des équations de couplage

Une manière commune pour déterminer approximativement la réponse en domaine temporel des lignes de transmission multiconductrices (Multiconductor Transmission Line, MLT) on utilise la méthode des différences finies à point centrées FDTD [57]. La figure III.11 du chapitre III, illustre bien l'application de cette méthode.

#### IV.3.1 Discrétisation des équations des lignes HTB par FDTD

La discrétisation temporelle des courants et des tensions est effectuée comme suit :

$$[v_i^s]_k^n \equiv [v_i^s[(k-1)\Delta x, n\Delta t]] \quad (\text{IV.41})$$

$$[i_j]_k^n \equiv [i_j[(k-1)\Delta x, n\Delta t]] \quad (\text{IV.42})$$

$$[E_x^e]_k^n \equiv [E_x^e[(k-1)\Delta x, n\Delta t; z = h_i]] \quad (\text{IV.43})$$

$$[v'_{gi}]_k^n = [v'_{gi}[(k-1)\Delta x, n\Delta t]] \quad (\text{IV.44})$$

#### IV.3.2 Equations de récurrences en courant et en tension

La discrétisation des équations de lignes IV.40 et IV.15 par la méthode des différences finie (FDTD) (Finite Différence Time Domaine) donnent [83, 57] :

$$\frac{[v_i^s]_{k+1}^n - [v_i^s]_k^n}{\Delta x} + \left( [L_{ij}] + \frac{\mu_0}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta t}{T_{ij}}} \cos(\theta_{ij}/2) \right) \frac{[i_i]_{k+1/2}^{n+1/2} - [i_i]_{k+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} + [v'_{gi}]_{k+1}^n = [E_x^i]_{k+1/2}^n \quad (IV.45)$$

$$\frac{[i_i]_{k+1/2}^{n+1/2} - [i_i]_{k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} + [C_{ij}] \frac{[v_i^s]_k^{n+1} - [v_i^s]_k^n}{\Delta t} + [G_{ij}] \frac{[v_i^s]_k^{n+1} + [v_i^s]_k^n}{2} = 0 \quad (IV.46)$$

A partir de l'équation IV.45 on peut écrire :

$$[i_i]_{k+1/2}^{n+1/2} = \left( \frac{[L_{ij}] + \frac{\mu_0}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta t}{T_{ij}}} \cos(\theta_{ij}/2)}{\Delta t} \right)^{-1} \left\{ [E_x^i]_{k+1/2}^n - \frac{[v_i^s]_{k+1}^n - [v_i^s]_k^n}{\Delta x} \right. \\ \left. + \left( \frac{[L] + \frac{\mu_0}{\pi} \sqrt{\frac{\Delta t}{T_{ij}}} \cos(\theta_{ij}/2)}{\Delta t} \right) [i_i]_k^n - [v'_{gi}]_{k+1}^n \right\} \quad (IV.47)$$

$$k = 1, \dots, k_{\max} - 1$$

De même, A partir de l'équation IV.46 on peut écrire :

$$[v_i^s]_k^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{\Delta t} + \frac{[G_{ij}]}{2} \right)^{-1} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{\Delta t} - \frac{[G_{ij}]}{2} \right) [v_i^s]_k^n - \left[ \frac{[i_i]_{k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{[i_i]_{k+1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \right] \quad (IV.48)$$

$$k = 2, \dots, k_{\max} - 1$$

Les équations de récurrence IV.47 et IV.48 nous permettent de calculer les tensions et les courants induits à chaque instant et en tout point intérieur de la ligne HTB.

### IV.3.3 Equations en tension aux extrémités de la ligne HTB

Pour calculer les tensions et les courants aux deux extrémités de la ligne (pour  $x=0$  et  $x=L$ )

nous faisons l'approximation suivante [81] :  $\Delta x \rightarrow \frac{\Delta x}{2}$

A la première extrémité ( $k=1, x=0$ ), l'équation IV.48 s'écrit :

$$\left[ v_i^s \right]_1^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right)^{-1} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^n - \frac{[i_i]_{1/2}^{n+1/2} - [i_i]_{3/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \quad (IV.49)$$

A partir de l'équation IV.49 on peut écrire :

$$\left[ v_i^s \right]_1^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right)^{-1} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^n - \frac{[i_i]_{1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} + \underbrace{\frac{[i_i]_{3/2}^{n+1/2}}{\Delta x}}_{\approx 0} \right] \quad (IV.50)$$

D'où

$$\left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^{n+1} = \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^n - \frac{[i_i]_{1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \quad (IV.51)$$

Selon la figure III.1 du chapitre III, nous introduisons l'approximation suivante [83]:

$$[i_k]^{n+1/2} = \frac{[i_k]^{n+1} + [i_k]^n}{2} \quad (IV.52)$$

L'équation IV.51 devienne :

$$\left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^{n+1} = \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^n - \frac{[i_i]_{1/2}^{n+1}}{2\Delta x} - \frac{[i_i]_{1/2}^n}{2\Delta x} \right] \quad (IV.53)$$

L'équation IV.53 peut réécrite comme suit :

$$\left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^{n+1} + \frac{[i_i]_{1/2}^{n+1}}{2\Delta x} = \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \left[ v_i^s \right]_1^n - \frac{[i_i]_{1/2}^n}{2\Delta x} \right] \quad (IV.54)$$

Selon la figure III.11 du chapitre III, nous faisons l'approximation suivante [83] :

$$[i_i]_{1/2}^{n+1} \cong [i_i]_1^{n+1} \quad (\text{IV.55})$$

L'équation (IV.54), devienne :

$$\left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_1^{n+1} + \frac{[i_i]_1^{n+1}}{2\Delta x} = \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_1^n - \frac{[i_i]_{1/2}^n}{2\Delta x} \right] \quad (\text{IV.56})$$

A la deuxième extrémité (k=kmax, x=L), l'équation IV.46 s'écrit :

$$[v_i^s]_{k_{\max}}^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right)^{-1} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^n - \frac{[i_i]_{k_{\max}-1/2}^{n+1/2} - [i_i]_{k_{\max}+1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \quad (\text{IV.57})$$

A partir de l'équation IV.57, on peut écrire :

$$[v_i^s]_{k_{\max}}^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right)^{-1} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^n - \frac{[i_i]_{k_{\max}-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} + \underbrace{\frac{[i_i]_{k_{\max}+1/2}^{n+1/2}}{\Delta x}}_{\cong 0} \right] \quad (\text{IV.58})$$

Dou

$$[v_i^s]_{k_{\max}}^{n+1} = \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right)^{-1} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^n - \frac{[i_i]_{k_{\max}-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \quad (\text{IV.59})$$

L'équation IV.59 peut réécrite comme suit :

$$\left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^{n+1} = \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^n - \frac{[i_i]_{k_{\max}-1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \quad (\text{IV.60})$$

Selon la figure III.11 du chapitre III, nous faisons l'approximation suivante [83] :

$$[i_i]_{k_{\max}-1/2}^{n+1/2} \cong [i_i]_{k_{\max}}^{n+1/2} \quad (\text{IV.61})$$



On obtient :

$$\left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^{n+1} = \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^n - \frac{[i_i]_{k_{\max}}^{n+1/2}}{\Delta x} \right] \quad (\text{IV.62})$$

De même, si nous instruisons l'approximation IV.52, on obtient :

$$\left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^{n+1} + \frac{[i_i]_{k_{\max}}^{n+1}}{2\Delta x} = \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v_i^s]_{k_{\max}}^n - \frac{[i_i]_{k_{\max}}^n}{2\Delta x} \right] \quad (\text{IV.63})$$

Avec :

$$L = (k_{\max} - 1)\Delta x \quad (\text{IV.64})$$

$$t_{\max} = n_{\max} \Delta t \quad (\text{IV.65})$$

$n$  et  $k$ : Sont respectivement le temps et l'espace ;

$\Delta x$ : la discretisation spatial ;

$\Delta t$ : la discretisation temporal.

Les deux équations IV.56 et IV.63, représentent les tensions induites diffractées aux extrémités de chaque conducteur de lignes HTB. Dans la littérature, certains auteurs [90, 103], s'expriment directement les tensions induites totales aux extrémités de la ligne, ces expressions ont élaboré à partir des équations générales des lignes de transmission avec seconde membres [81].

Dans notre travail les tensions induites totales peuvent être exprimées en utilisant l'équation (IV.3). Les équations IV.56 et IV.63 sont réécrites sous forme matriciel comme suit :

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) & [0] \\ [0] & \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [v^s]_1^{n+1} \\ [v^s]_L^{n+1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2\Delta x} & [0] \\ [0] & \frac{1}{2\Delta x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [i_1^{n+1}] \\ [i_L^{n+1}] \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s]_1^n - \frac{[i_1^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i]_1^{n+1/2} \right] \\ \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s]_L^n - \frac{[i_L^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i]_L^{n+1/2} \right] \end{bmatrix}
\end{bmatrix} \quad (\text{IV.66})$$

Nous obtenons donc avec le système d'équation IV.66 un système de  $2 Ni$  équations à  $4 Ni$  inconnues:  $[v^s]_1^{n+1}$ ,  $[v^s]_L^{n+1}$ ,  $[i_1^{n+1}]$  et  $[i_L^{n+1}]$ .

Où :  $Ni$  nombre de conducteurs.

Le système matriciel IV.66 peut être réécrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) + \frac{1}{2\Delta x} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) + \frac{1}{2\Delta x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [v^s]_1^{n+1} \\ [i_1^{n+1}] \\ [v^s]_L^{n+1} \\ [i_L^{n+1}] \end{bmatrix} = \\ \begin{bmatrix} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s]_1^n - \frac{[i_1^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i]_1^{n+1/2} \right] \\ \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s]_L^n - \frac{[i_L^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i]_L^{n+1/2} \right] \end{bmatrix}
\end{bmatrix} \quad (\text{IV.67})$$

## IV.4 Interaction électromagnétique de la foudre avec un réseau de ligne électrique HTB aérienne

### IV.4.1 Principe de l'analyse

Le principe de cette étude est de décomposer les lignes non-uniformes en éléments uniformes interconnectées par l'intermédiaire de réseaux d'interconnexion et excitées par une source externe, ce principe est illustré à la figure IV.4.

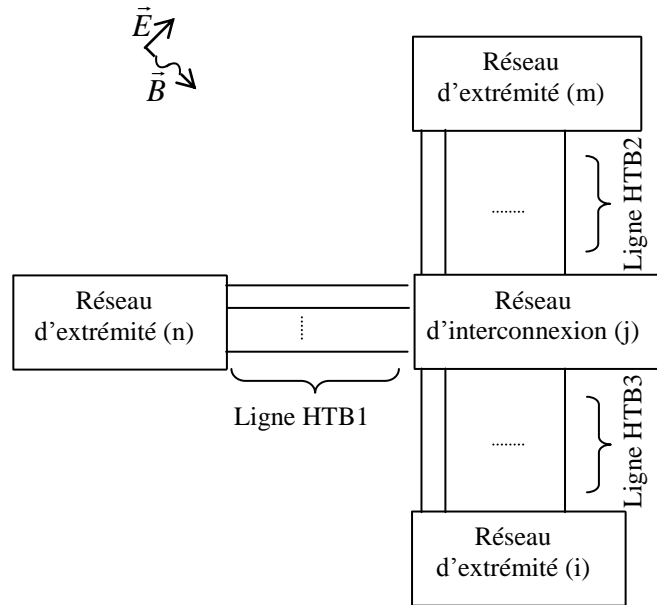


Figure IV.5 Décomposition topologique d'un réseau de lignes [81].

Le système matriciel IV.67 est complété par un deuxième système qui traduit les conditions aux limites au niveau des réseaux d'interconnexion, ou des nœuds des extrémités.

Considérons par exemple le réseau j représenté sur la figure IV.4, Ce réseau est composé de  $N_j$  nœuds externes :  $N_j = N_i + N_n + N_m$

Au niveau du réseau d'interconnexion j, les équations électriques traduisant les théorèmes de Thévenin et Norton s'écrivent [86] :

$$P^j \times V^j + Q^j \times I^j = E^j \tag{IV.68}$$

Où :

$V^j, I^j, E^j$  sont les vecteurs de taille  $N_j \times m$

$P^j$  et  $Q^j$  sont des matrices de dimensions  $N_j \times N_j$  et qui sont déterminés comme suit : Au niveau du réseau d'interconnexion j, nous avons les relations électriques suivantes :

$$\sum_{j=1}^{N_i} i_{Entré} = f \left( \sum_{j=1}^{N_i} i_{Sortie} \right) \tag{IV.69}$$

$$\sum_{j=1}^{N_i} v_{Entré}^s = f \left( \sum_{j=1}^{N_i} v_{Sortie}^s \right) \tag{IV.70}$$

Avec :

$i_{Entrée}$ , courant arrivé au nœud d'interconnexion ;

$i_{Sortie}$ , courant de départ du nœud d'interconnexion ;

$v_{Entrée}^s$ , tension induite diffracté à l'entrée du nœud d'interconnexion ;

$v_{Sortie}^s$ , tension induite diffracté à la sortie du nœud d'interconnexion.

En combinant l'équation IV.67 traduisant les caractéristiques de propagation sur chacune ligne et l'équation IV.68 traduisant les conditions aux limites au niveau du réseau d'interconnexion ou des nœuds de raccordement.

La solution générale de l'ensemble d'équations IV.47, IV.48, IV. 56 et IV.63 est donnée par une nouvelle mise en forme de type matriciel comme suit [86] :

$$[A][X] = [B] \quad (IV.71)$$

Où :

La matrice [A] est constituée de deux sous matrices [A<sub>1</sub>] et [A<sub>2</sub>]. [A<sub>1</sub>] contient toutes les données relatives des lignes multi-conductrices et [A<sub>2</sub>] contient les conditions aux limites au niveau des réseaux d'interconnexions ou nœud de raccordement ; donnée par l'équation IV.80 [86].

La matrice [B] est également composée de deux sous matrices [B<sub>1</sub>] et [B<sub>2</sub>]. [B<sub>1</sub>] contient toutes les informations sur une éventuelle perturbation externe et [B<sub>2</sub>] contient des générateurs localisés, charges non-linéarité,...etc [86].

Le vecteur [X] contient des inconnues en courants et en tensions induits sur tous les réseaux d'extrémités et d'interconnectés [86].

L'équation (IV.69), permet de déduire directement les courants et les tensions induits avec la prise en compte de l'agression électromagnétique en tous points (temporel et spatiale) sur chaque ligne du réseau électrique HTB aérien.

L'équation (IV.69), peut récrire comme suit [86] :

$$\begin{array}{c}
 \left( \begin{array}{c} [A_1] \\ \text{Caractéristiques} \\ \text{de la ligne} \\ [A_2] \\ \text{Conditions} \\ \text{aux limites} \\ 0 \end{array} \right) \begin{array}{c} 0 \\ \text{Tensions,} \\ \text{courants} \\ \text{aux} \\ \text{extrémités} \\ \text{des Ligne} \end{array} = \begin{array}{c} [B_1] \\ \text{Perturbations} \\ \text{extérieures} \\ [B_2] \\ \text{Générateurs} \\ \text{localisés, ...} \end{array} \\
 \underbrace{\hspace{10em}}_{[A]} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{[x]} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{[B]} \quad (IV.72)
 \end{array}$$

La matrice  $[A_1]$  est déterminée par la superposition du système d'équation (IV.72) sur le système d'équation (IV.67).

La détermination de la matrice  $[A_2]$ , est faite par l'équation (IV.69) et (IV.70), c'est-à-dire on doit tirer l'ensemble des relations en courant et en tension sur chaque réseau d'interconnexion.

La matrice  $[B_1]$  est déterminée par la superposition du système d'équation (IV.72) sur le système d'équation (IV.67).

Soit la ligne HTB<sub>1</sub> de la figure IV.5, la représentation matriciel de ses équations pour l'indice  $N=1$  ( $N$  : nombre de ligne) donnés par la mise en forme suivante :

$$\begin{array}{c}
 \left[ \begin{array}{cc} \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) & [0] \\ [0] & \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) \end{array} \right] + \frac{1}{2\Delta x} \begin{array}{c} [0] \\ [0] \end{array} \begin{array}{c} [v^s]_1^{n+1} \\ [i_1^{n+1}] \\ [v^s]_L^{n+1} \\ [i_L^{n+1}] \end{array} = \\
 \left[ \begin{array}{c} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s]_1^n - \frac{[i_1^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i]_1^{n+1/2} \right] \\ \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s]_L^n - \frac{[i_L^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i]_L^{n+1/2} \right] \end{array} \right]_{N=1} \\
 (IV.73)
 \end{array}$$

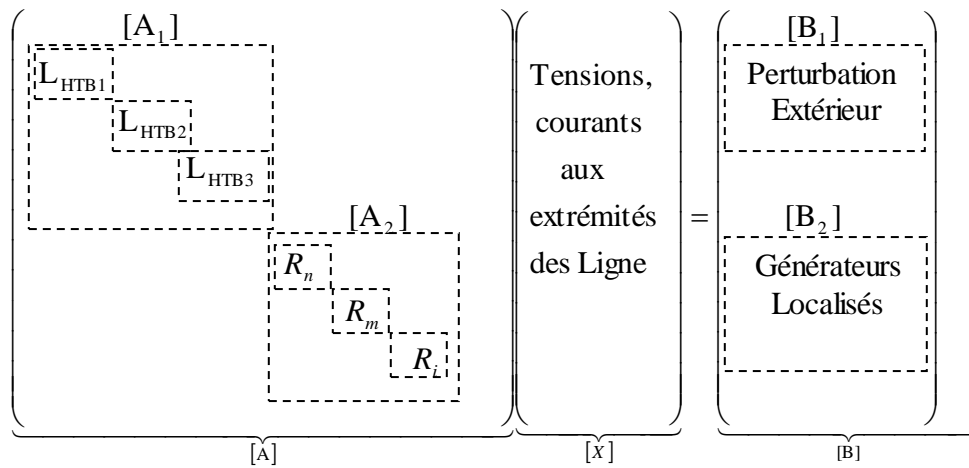
Soit la ligne HTB<sub>2</sub> de la figure IV.5, la représentation matriciel de ses équations pour l'indice  $N=2$  ( $N$  : nombre de ligne) donnés par la mise en forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) + \frac{1}{2\Delta x} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) + \frac{1}{2\Delta x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [v^s)_1^{n+1}] \\ [i_1^{n+1}] \\ [v^s)_L^{n+1}] \\ [i_L^{n+1}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s)_1^n] - \frac{[i_1^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i)_1^{n+1/2}] \right] \\ \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s)_L^n] - \frac{[i_L^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i)_L^{n+1/2}] \right] \end{bmatrix}_{N=2} \quad (IV.74)$$

Soit la ligne HTB<sub>3</sub> de la figure IV.5, la représentation matriciel de ses équations pour l'indice  $N=3$  ( $N$  : nombre de ligne) donne par la mise en forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) + \frac{1}{2\Delta x} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} + \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) + \frac{1}{2\Delta x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [v^s)_1^{n+1}] \\ [i_1^{n+1}] \\ [v^s)_L^{n+1}] \\ [i_L^{n+1}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Aij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s)_1^n] - \frac{[i_1^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i)_1^{n+1/2}] \right] \\ \left[ \left( \frac{[C_{ij}]}{2\Delta t} - \left( \frac{[R_{Bij}]}{2\Delta x} \right)^{-1} \right) [v^s)_L^n] - \frac{[i_L^n]}{2\Delta x} + [hE_z^i)_L^{n+1/2}] \right] \end{bmatrix}_{N=3} \quad (IV.75)$$

La mise en forme matricielle des équations de couplage pour les trois lignes est donnees comme [86] :



(IV.76)

Où :

$L_{HTB}$  : est la ligne HTB ;

$R$  : est le réseau d`extrémité.

Le système d`équation (IV.76) permet d`étudier un réseau électrique de lignes HTB a topologie complexe contient une  $i^{ème}$  ligne, illuminé par un champ externe d`origine atmosphérique.

## IV.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons traité le cas d'un conducteur de ligne aérien illuminé par un champ d'origine externe, en développant les équations de couplage qui incluent l'effet de l'impédance du sol, qui apparaît en termes d'une intégrale additionnelle de convolution. Nous avons proposé également une expression analytique pour la résistance transitoire du sol dans le domaine temporel qui s'avère précise et non singulière.

Nous avons généralisé les équations de couplage au cas d'une ligne aérienne comportant plusieurs conducteurs. La résolution dans le domaine temporel des équations de couplage obtenues est également étudiée en utilisant la méthode des différences finies points-centrés. Nous avons représenté la solution générale de l'ensemble des tensions aux extrémités de la ligne multifilaire par une mise en forme matricielle. Cette représentation permet de tenir compte de l'ensemble de l'équipement de la ligne. Nous avons ensuite étendu cette mise en forme au cas d'un réseau de ligne et nous avons obtenu un nouveau concept qui nous a permis de calculer la tension induite en tout point du réseau de ligne. Cet avantage rend alors possible l'étude de l'effet d'une perturbation indirecte sur les dispositifs électriques se trouvant dans les réseaux de lignes.



# *Applications et validations*

## **V.1 Introduction**

Dans ce chapitre nous proposons quelques applications déjà publiées pour valider les concepts théoriques que nous avons exposés dans les chapitres précédents. Ces applications sont consacrées aux :

- Applications et validations des équations du champ électromagnétique ;
- Applications et validations des équations de couplage du modèle (modèle d'Agrawal) ;
- Applications et validations du concept mathématique que nous proposons pour l'étude de l'interaction électromagnétique de l'onde de foudre avec un réseau électrique de lignes HTB aérien.

Nous proposons ensuite d'étendre ce travail à quelques configurations géométriques liées directement à des situations industrielles réelles où les lignes sont exposées à des agressions électromagnétiques extérieures.

## V.2 Applications et validations des équations du champ électromagnétique

Le calcul du champ électromagnétique émis par la foudre est établi à partir de modèle du dipôle hertzien. Pour notre travail de validation, nous prenons le modèle MTL [40] pour le courant d'arc en retour.

Nous proposons dans ce paragraphe les résultats de calcul que nous obtenons pour :

- ✚ un sol parfaitement conducteur ;
- ✚ un sol de conductivité finie.

Dans le cas d'un sol parfaitement conducteur, nous avons considéré le sol comme un demi-milieu, homogène parfaitement conducteur, Le champ électromagnétique produit par l'arc en retour de foudre est obtenu à partir de modèle des dipôles hertiens. En réalité le sol est inhomogène et la prise en charge de la conductivité du sol ne peut se faire directement à partir de modèle des dipôles hertiens. Cependant la mesure a montré pour le cas du champ électrique que seule la composante horizontale est affectée par la conductivité du sol.

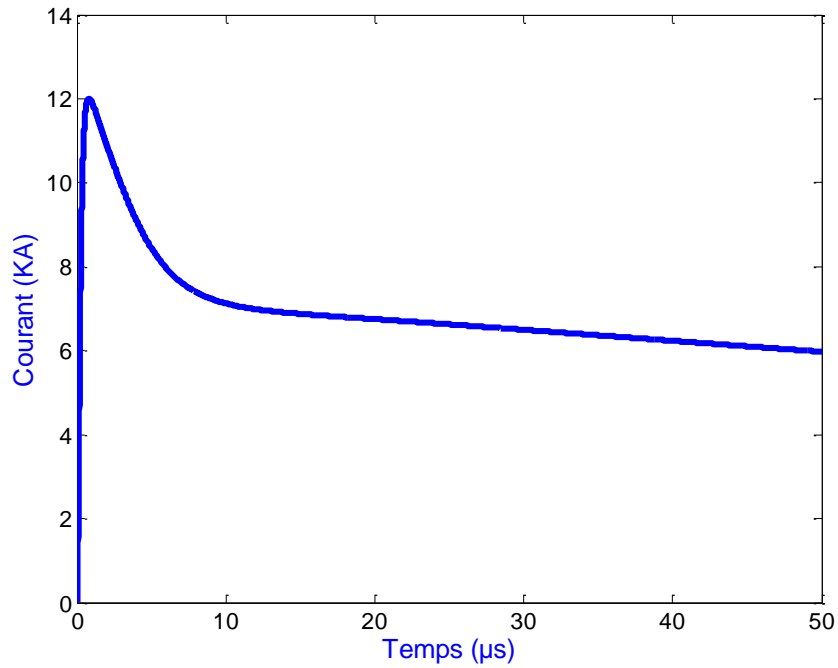
Afin de corriger le champ électrique horizontal, nous utilisons l'approximation proposée par Cooray et Rubinstein [48], pour un point d'observation située au-dessus du sol, et on illustre l'effet de la conductivité finie du sol sur le champ électrique horizontale.

Avant de procéder au calcul du champ électromagnétique, la première étape consiste en le calcul du courant à la base du canal ainsi que le courant d'arc en retour en utilisant le modèle MTL [40], qui est le plus utilisé dans la littérature car sa variation spatio-temporelle est confirmée par les résultats de mesure publiés [25].

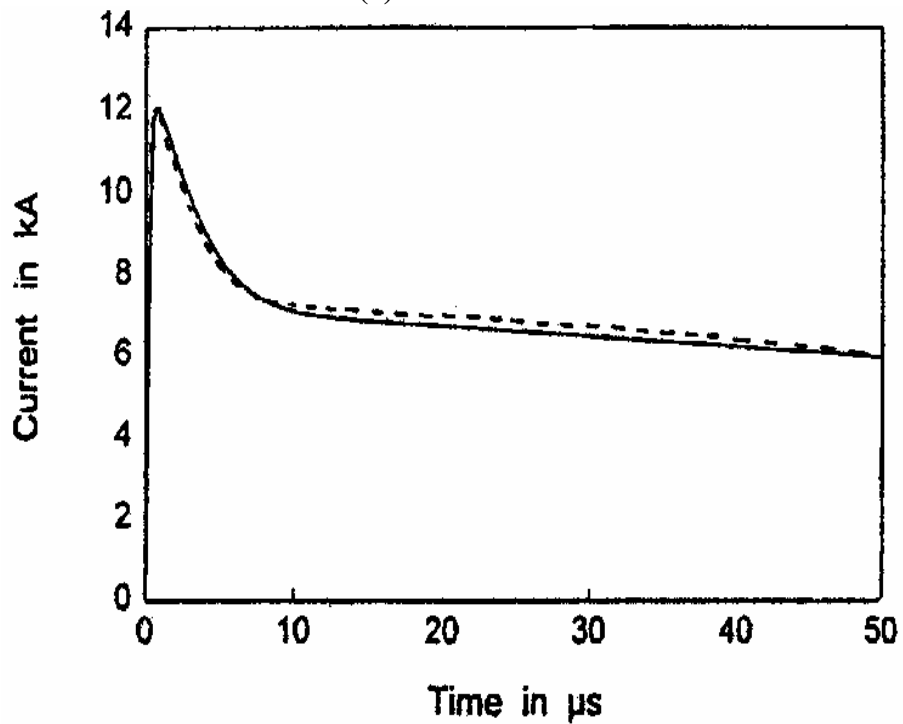
Le courant à la base du canal est représenté en Figure V.1, il est obtenu en utilisant une somme de deux fonctions de Heidler [38] dont les valeurs des paramètres sont données sur le tableau V.1.

$I_{01}$ (kA)	$\tau_{11}$ ( $\mu$ s)	$\tau_{21}$ ( $\mu$ s)	$n_1$	$I_{02}$ (kA)	$\tau_{12}$ ( $\mu$ s)	$\tau_{22}$ ( $\mu$ s)	$n_2$
10.7	0.25	2.5	2	6.5	2.1	230	2

**Tableau V.1** Paramètres des fonctions de Heidler simulant le courant à la base du canal [38].



(a) Résultats de calcul



(b) Résultats publier [25]

**Figure V.1** Courant à la base du canal pour le calcul des champs électromagnétiques.

Le résultat que nous obtenons pour le courant à la base du canal figure V.1.a est confirmé par celui réalisé par Nucci et al. [25] figure V.1.b.

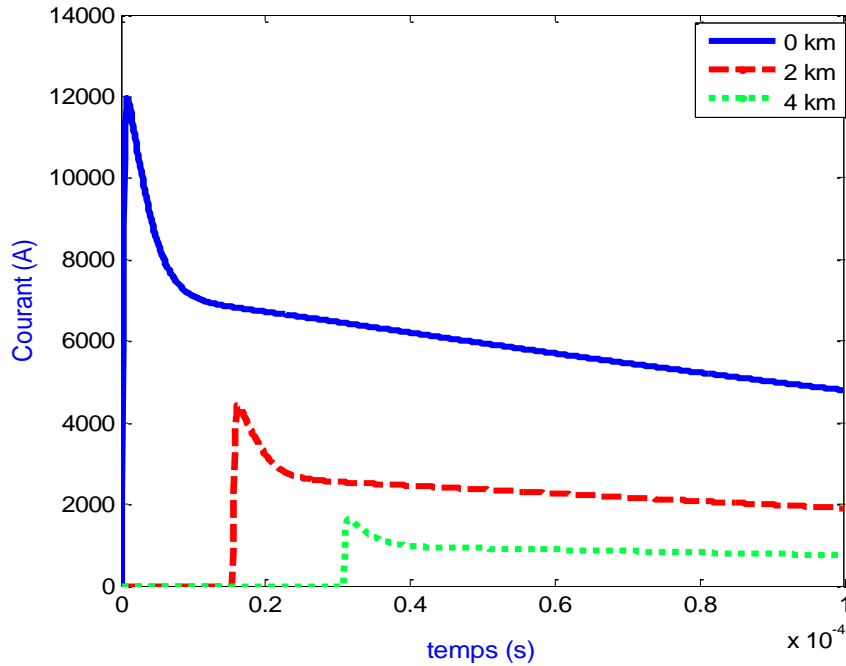


Figure V.2 Courant le long du canal.

La figure V.2 montre clairement la distribution spatio-temporelle du courant de foudre le long du canal.

**V.2.1 Point d’observation au-dessus du sol**

La configuration de base pour nos différents calculs du champ électromagnétique est donnée par la Figure II.4 du chapitre II.

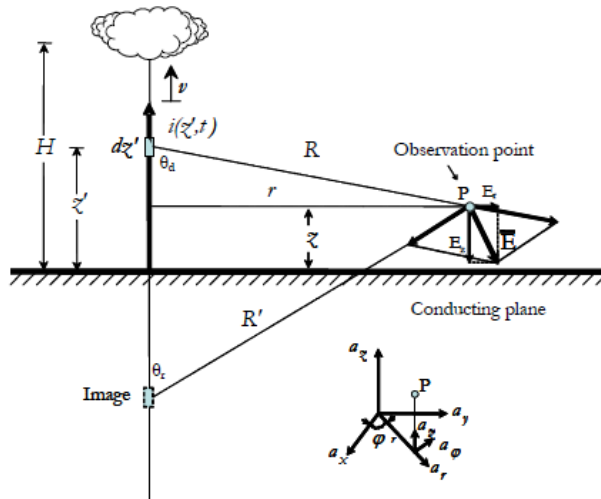
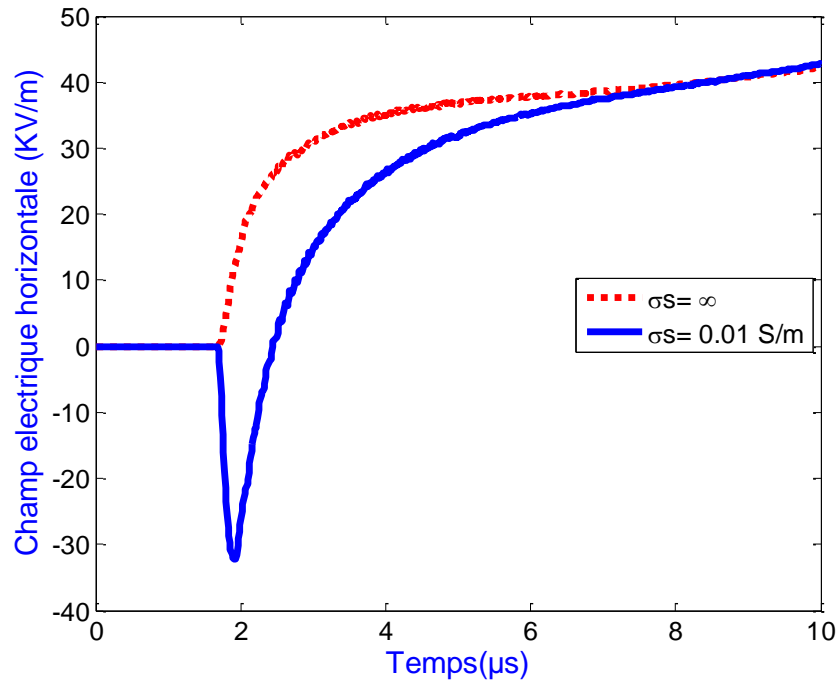


Figure II.4 Géométriques du problème.

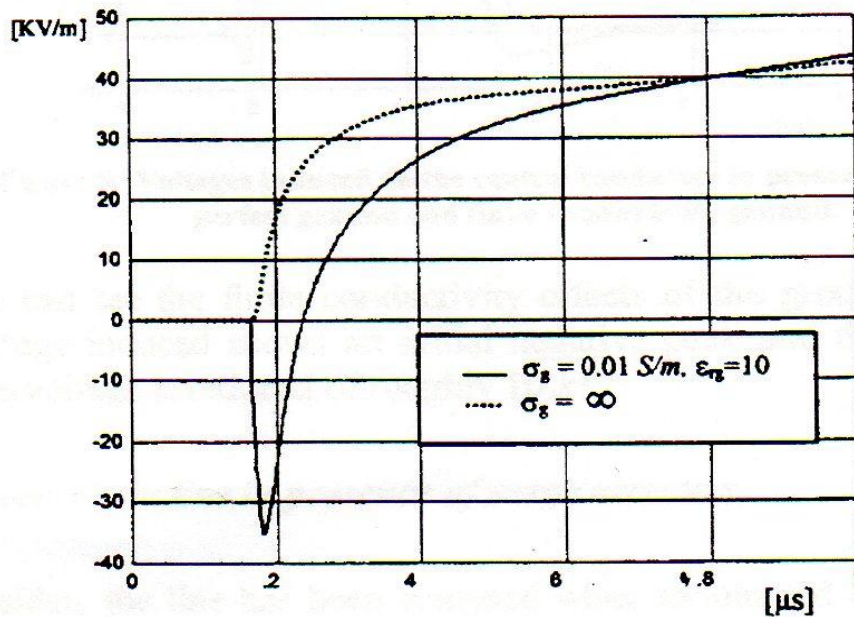
**V.2.2 Calcul du champ électromagnétique émis par un canal de foudre**

La validation des équations du champ électromagnétique est faite en comparant nos résultats de calcul avec les résultats publiés [104]. En considérant un courant de base de forme d’Heilder

[38], dont les paramètres sont donnés dans le Tableau V.1. La conductivité et la permittivité relative du sol sont respectivement égales à  $1e-2$  et  $10$ . La modélisation spatio-temporelle de la distribution du courant de foudre dans le canal s'effectue avec le modèle MTL [40] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v=1.9 \times 10^8$  m/s, et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda=2000$ . La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de  $7.5$  km. Le point d'impact de la foudre est situé à  $50$  m du centre de la ligne.



(a) Résultats de calcul

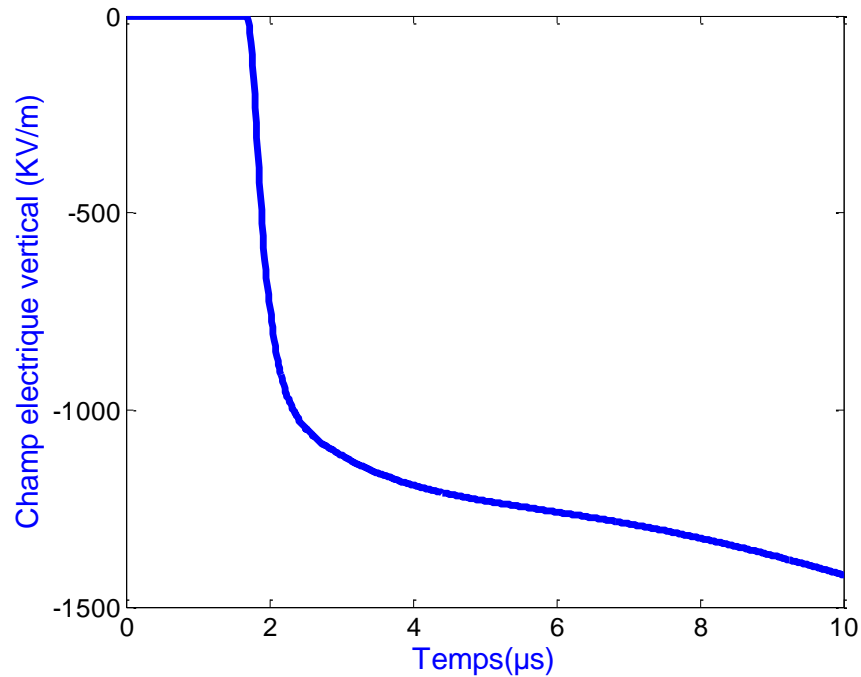


(b) Résultats publie [104]

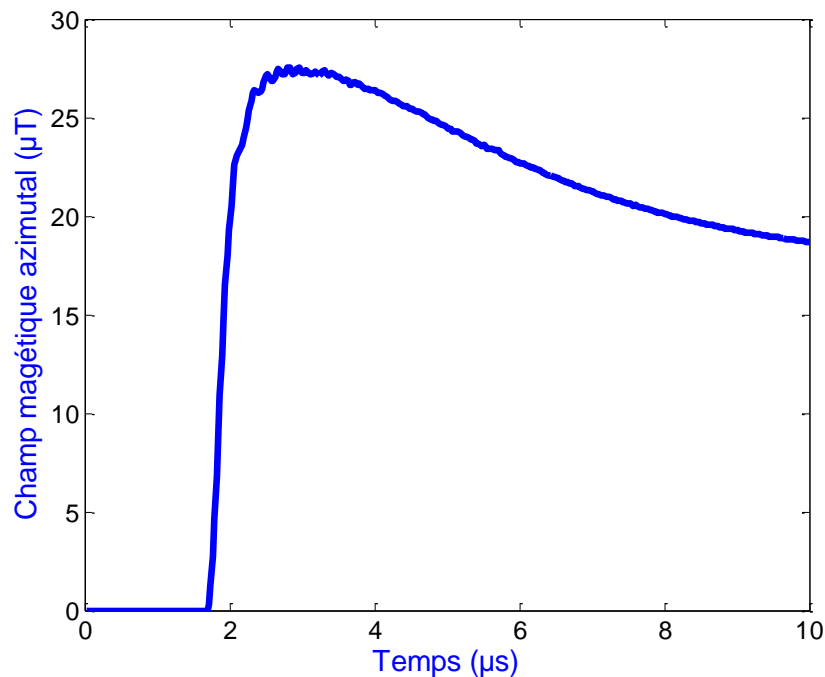
Figure V.3 Variation du champ électrique horizontale à 500 m du point d'impact.

Nos résultats de calculs figure V.4.a, sont en parfaits accords avec ceux publiés par A. Andreotti [104] figure V.4.b, les légères différences qui apparissent réside dans la différence des modèles.

Les résultats en figures V.4 et V.5 représentent respectivement la variation des champs électriques vertical et magnétique calculés.



**Figure V.4** Variation du champ électrique vertical à 500m du point d'impact.



**Figure V.5** Variation du champ magnétique azimuthal à 500m du point d'impact.

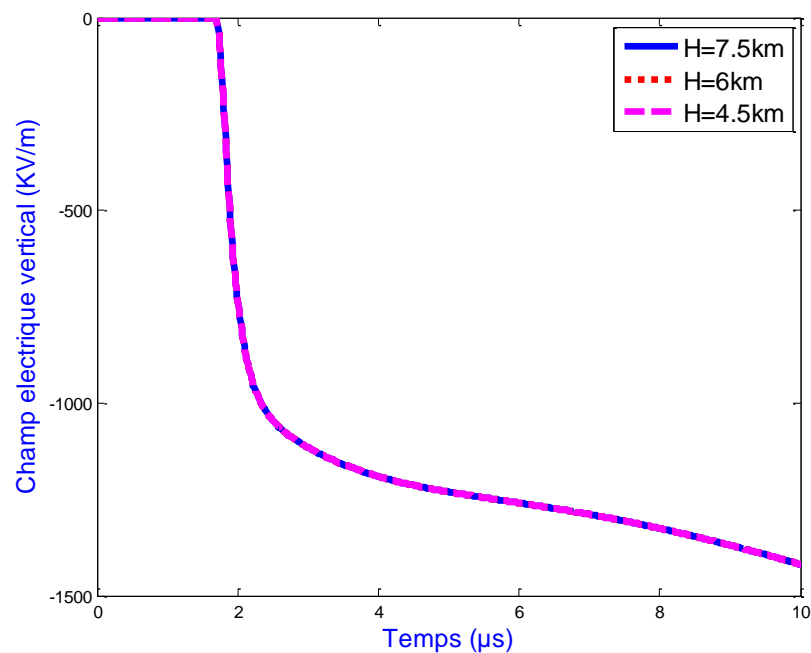
Les résultats de notre calcul figure V.4 et V.5, montrent clairement que le champ magnétique est dominé par le champ d'induction (équation II.33, terme en  $1/r^2$ ) des éléments de courant les plus proches du canal de foudre.

Par contre le champ électrique est dominé par le terme électrostatique (équations II.33, terme en  $1/r^3$ ).

### V.2.2.1 Influence de la hauteur du canal du canal

Afin d'illustrer l'influence de la hauteur sur le champ électromagnétique. Trois valeurs représentatives de la hauteur du canal de foudre ont été choisies. Ces trois valeurs sont respectivement : 7.5 km; 6.0 km; 4.5km.

Les résultats en figure V.6, représentent la variation du champ électrique vertical pour trois valeurs de l'hauteur du canal de foudre.



**Figure V.6** Influence de la hauteur du canal de foudre sur le champ électrique.

La figure V.6, montre que la variation de la hauteur du canal de foudre, n'entraîne pas un changement significatif de l'allure de l'intensité du champ électrique.

### V.2.2.2 Influence de la vitesse de propagation

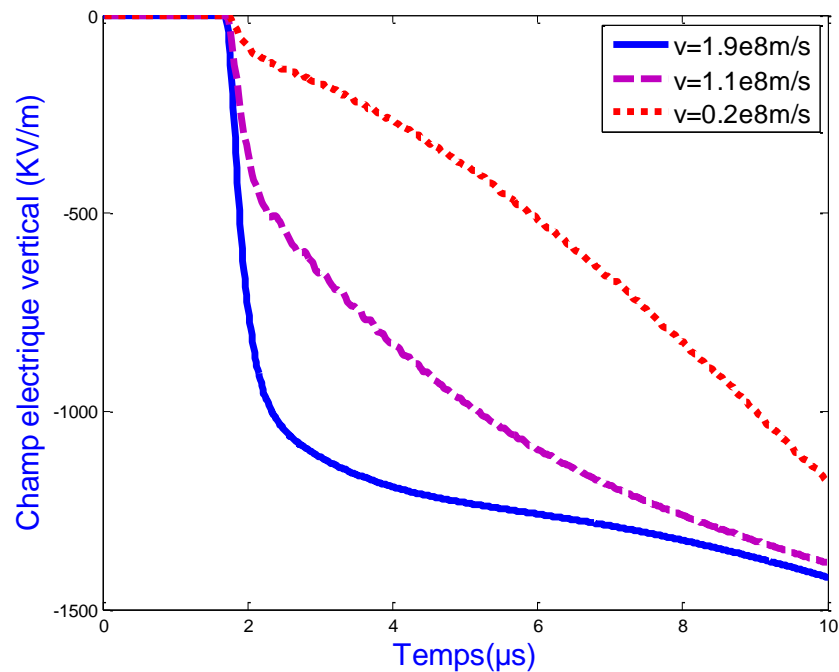
Afin de mettre en évidence l'influence de la vitesse de l'arc en retour sur le champ électromagnétique, nous faisons les calculs pour les trois valeurs représentatives suivantes :



- $0.2 \times 10^8$  m/s ;
- $1.1 \times 10^8$  m/s ;
- $2 \times 10^8$  m/s.

La variation temporelle du champ électrique vertical calculé à une distance de 500m est représentée sur la figure V.7.

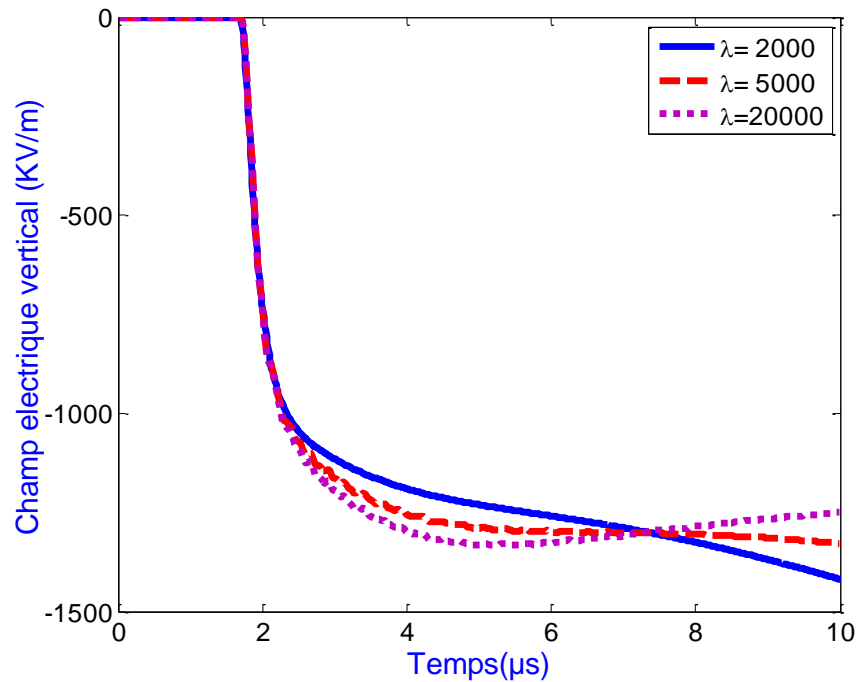
La figure V.7, montre qu'une augmentation de la vitesse de l'arc en retour provoque une augmentation de l'amplitude du champ électrique.



**Figure V.7** Influence de la vitesse de propagation de l'impulsion du courant sur le champ électrique.

### V.2.2.3 Influence du taux de décroissance de l'arc en retour

La figure V.8, illustre l'effet de la variation du taux de décroissance de l'intensité du courant le long du canal sur le champ électrique vertical calculé à une distance  $r=500$  m du point d'impact.



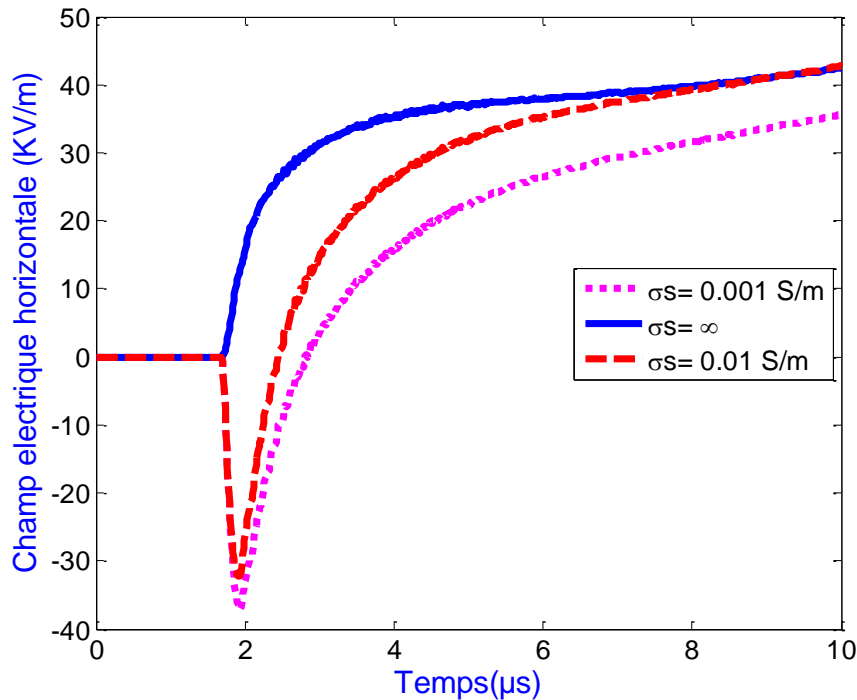
**Figure V.8** Influence du taux de décroissance de l'impulsion du courant le long du canal sur le champ électrique.

La figure V.8 montre qu'une augmentation du taux de décroissance de l'impulsion du courant le long du canal provoque une diminution de l'amplitude du champ électrique.

#### V.2.2.4 Influence de la conductivité de sol « $\sigma_s$ »

Afin de compléter cette application, nous proposons de faire varier la conductivité du sol pour le premier exemple.

La figure V.9, représente la variation du champ électrique horizontal à une distance de 500m du point d'impact, pour différentes valeurs de la conductivité du sol ( $\infty$ , 0.01 S/m et 0.01 S/m).



**Figure V.9** Variation du champ électrique horizontal à une distance de  $r=500$ m, pour différentes valeurs de la conductivité du sol.

Qualitativement, on peut dire que, plus la conductivité diminue, plus l'amplitude positive diminue et l'amplitude négative augmente.

### V.3 Validation du modèle de couplage

Le calcul des surtensions induites par la foudre comprend deux étapes :

- Après le choix du courant à la base du canal et en adoptant un modèle qui décrit la distribution spatio-temporelle du courant le long du canal (arc en retour), nous calculons le champ électromagnétique en plusieurs points le long du profil de la structure en l'absence de cette dernière.
- Le champ électromagnétique étant déterminé, on peut alors calculer les surtensions induites sur une ligne HTB en adoptant le modèle d'Agrawal [64].

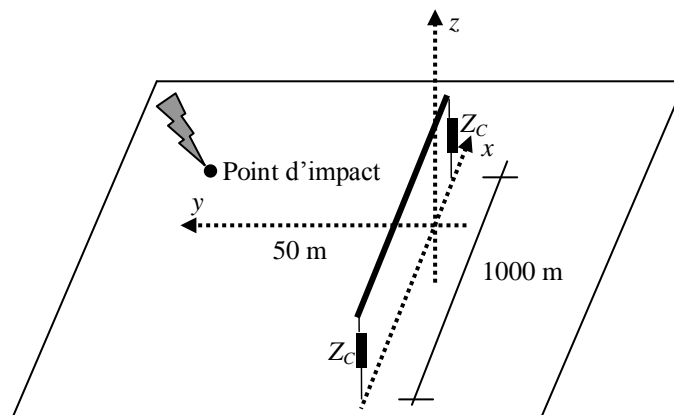
#### V.3.1 Surtension induite sur un conducteur HTB idéal

Considérons un conducteur de ligne HTB aérien, de un (01) km de longueur, situé à une hauteur de 10 m d'un sol parfaitement conducteur. Le conducteur de ligne est supposé être terminé à ses deux extrémités par son impédance caractéristique.

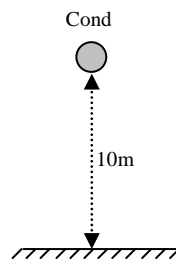
Le point d'impact de la foudre est situé à 50 m du centre du conducteur de ligne et donc équidistants aux deux terminaisons Figure V.10.

La tension induite à l'extrémité du conducteur est calculée en adoptant le modèle MTL [40] pour l'arc en retour avec une valeur typique de vitesse de  $v=1.9 \times 10^8$  m/s, et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda = 2000$ .

Le courant à la base du canal est la somme de deux fonctions de Heidler [38] avec des paramètres regroupés dans le tableau V.1. La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km.

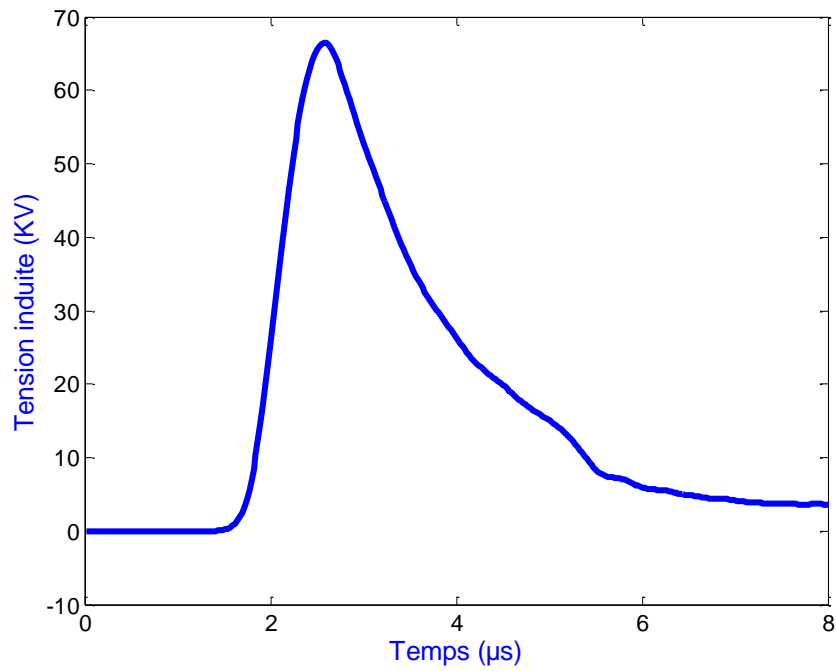


**Figure V.10** Géométrie étudiée.

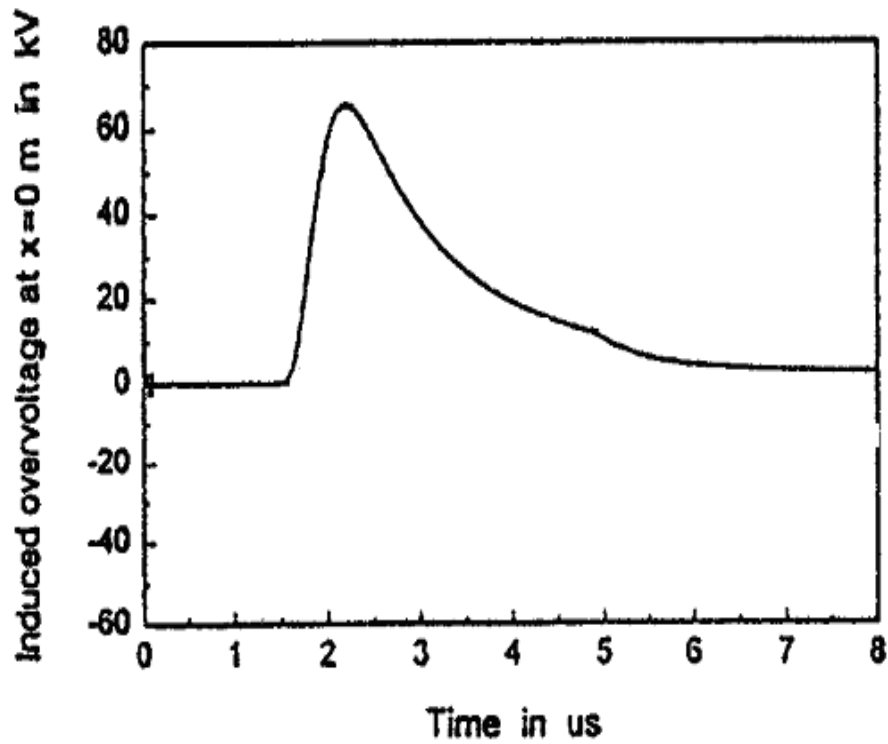


**Figure V.11** Configurations du conducteur HTB.

La figure V.12 représente les résultats des surtensions induites aux deux extrémités de conducteurs de ligne HTB.



(a) Résultats de calcul



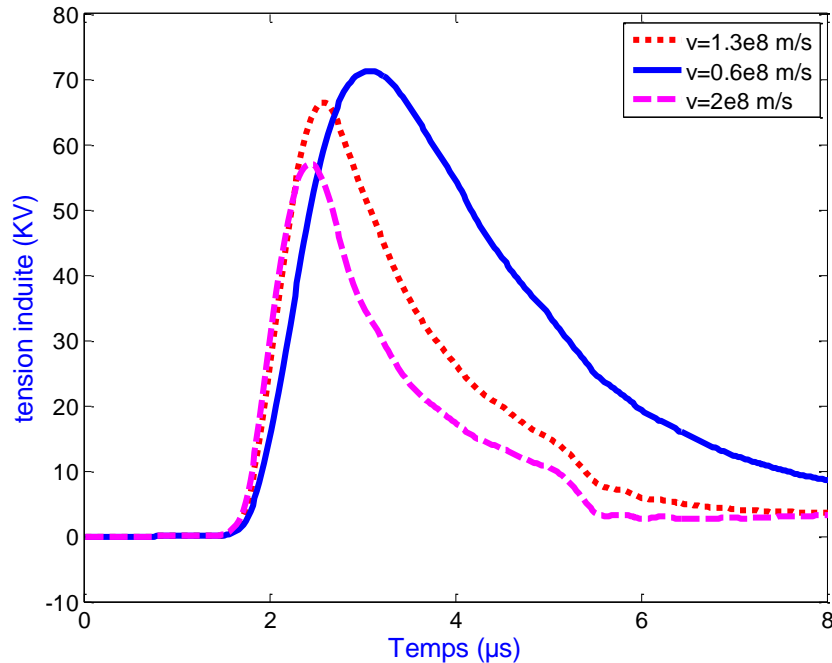
(b) Résultats publieur [33]

**Figure V.12** Tension induite à l'extrémité de conducteur.

Le résultat que nous obtenons pour la tension induite à l'extrémité du conducteur de ligne figure V.12.a est confirmé par celui réalisé par F. Rachidi [33] figure V.12.b.

### V.3.1.1 Influence de la vitesse de l'arc en retour

Afin de mettre en évidence l'effet de la vitesse de l'arc en retour sur les surtensions induites, nous calculons la tension induite à l'extrémité de conducteur, pour différentes valeurs de la vitesse d'arc en retour :  $v = 0.6 \times 10^8$  m/s,  $v = 1.3 \times 10^8$  m/s et  $v = 2 \times 10^8$  m/s.



**Figure V.13** Tension induite à l'extrémité de conducteur pour différentes valeurs de la vitesse d'arc en retour.

La figure V.13 montre qu'une augmentation de la vitesse de l'arc en retour provoque une augmentation de l'amplitude de la tension induite. Ces résultats sont confirmés par ceux réalisés par F. Rachidi [33].

Afin de renforcer la validation du travail théorique que nous proposons dans cette étude, nous traitons aussi une application dont les résultats sont publiés dans [33].

### V.3.2 Surtension induite sur une ligne électrique HTB aérienne

Comme application, nous considérons une ligne HTB aérienne triphasée, de 1 km de longueur, situé à une hauteur de 10 m au-dessus d'un sol parfaitement conducteur ; la ligne est supposée être terminée à ses deux extrémités par son impédance caractéristique (cas étudié par [105])

Le point d'impact de la foudre est à 50 m du centre de la ligne et donc équidistant des deux terminaisons (figure V.14).

La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km. Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [40] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v=1.9 \times 10^8$  m/s, et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda = 2000$ , avec le courant à la base du canal qui est la somme de deux fonctions de Heidler [38] dont les paramètres sont donnés par le tableau V.1.

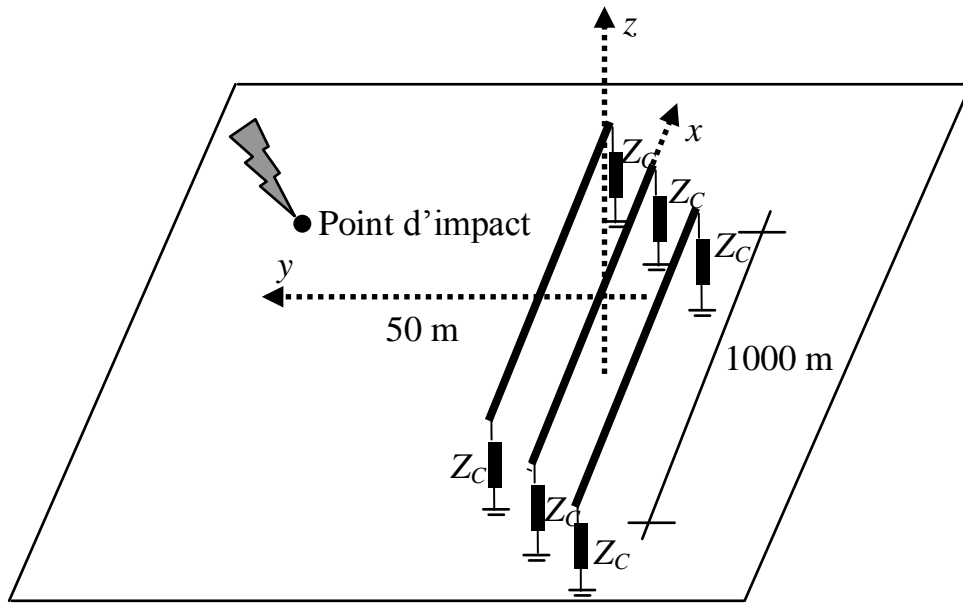
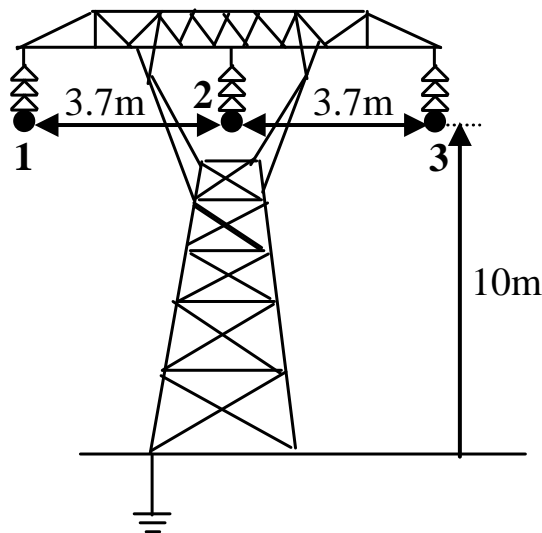
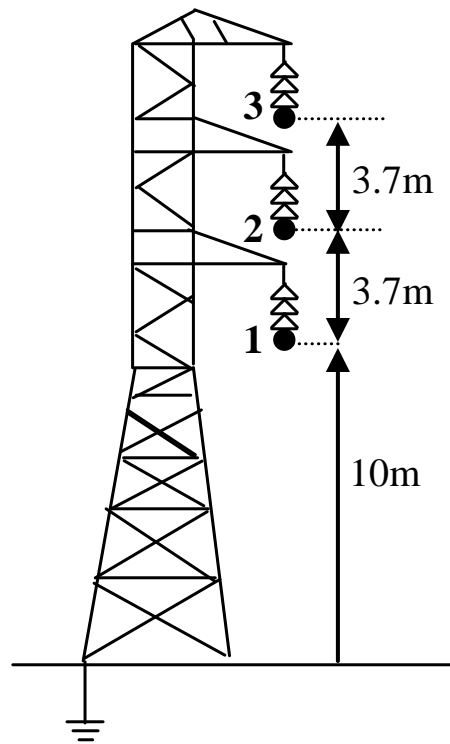


Figure V.14 Géométrie de la ligne.

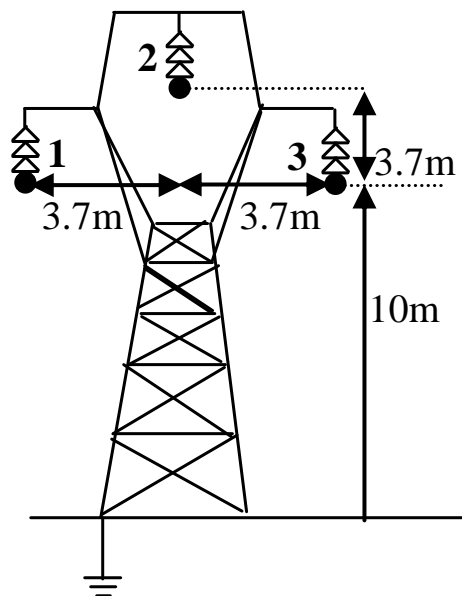
Les résultats de calcul que nous présentons dans cette partie sont ceux obtenus pour de différentes configurations de la ligne (figure V.15).



Horizontale



Verticale

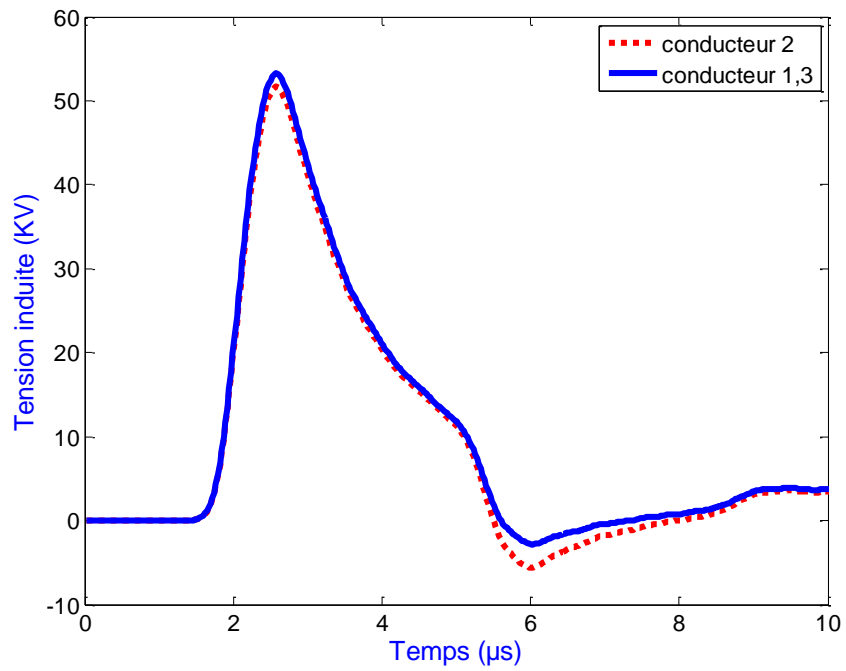


Triangle

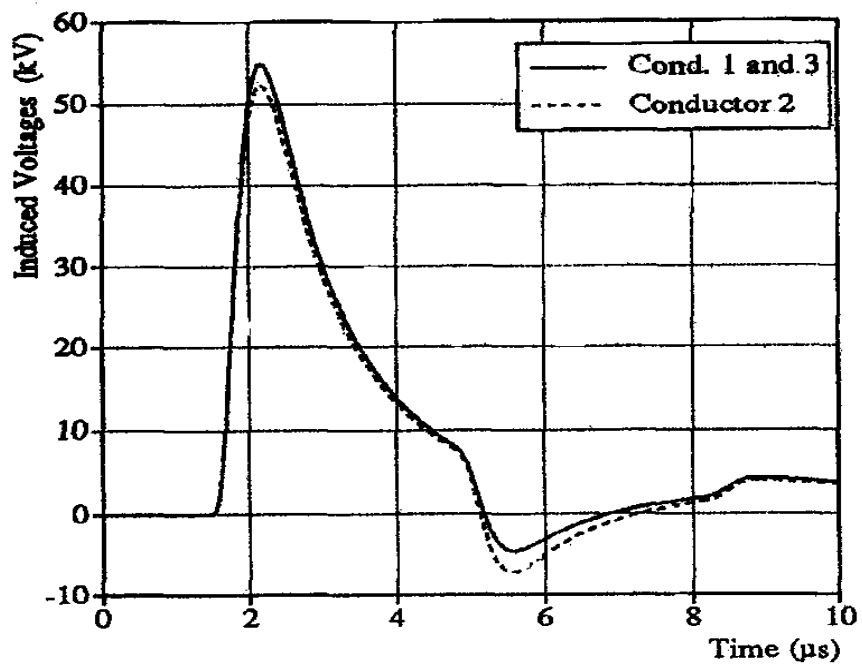
**Figure V.15** Configurations de la ligne HTB.

Les figures V.16.a et V.17.b représentent respectivement la variation des tensions induites à l'extrémité des trois conducteurs de la ligne HTB dans le cas d'un sol parfaitement conducteur.



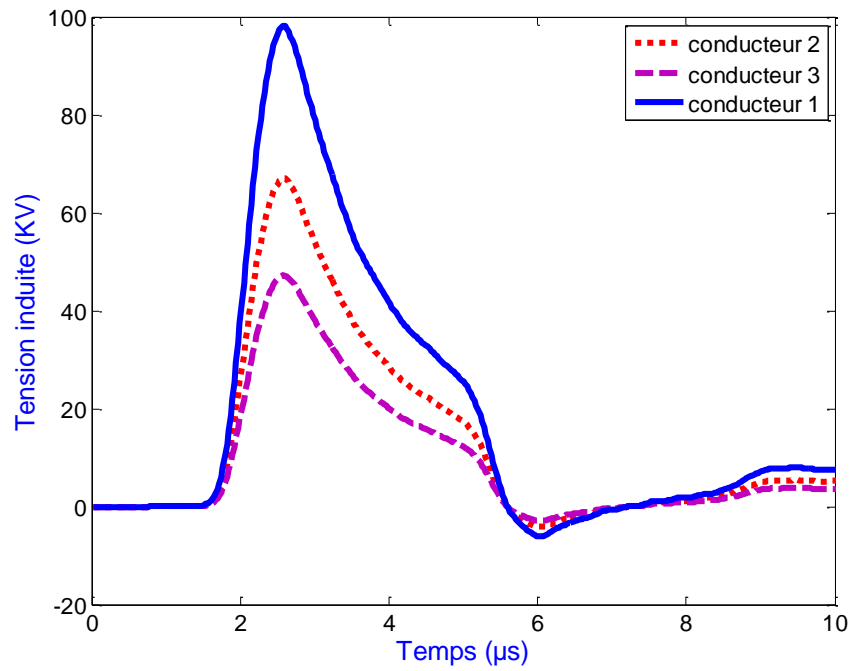


a) Résultats de calcul

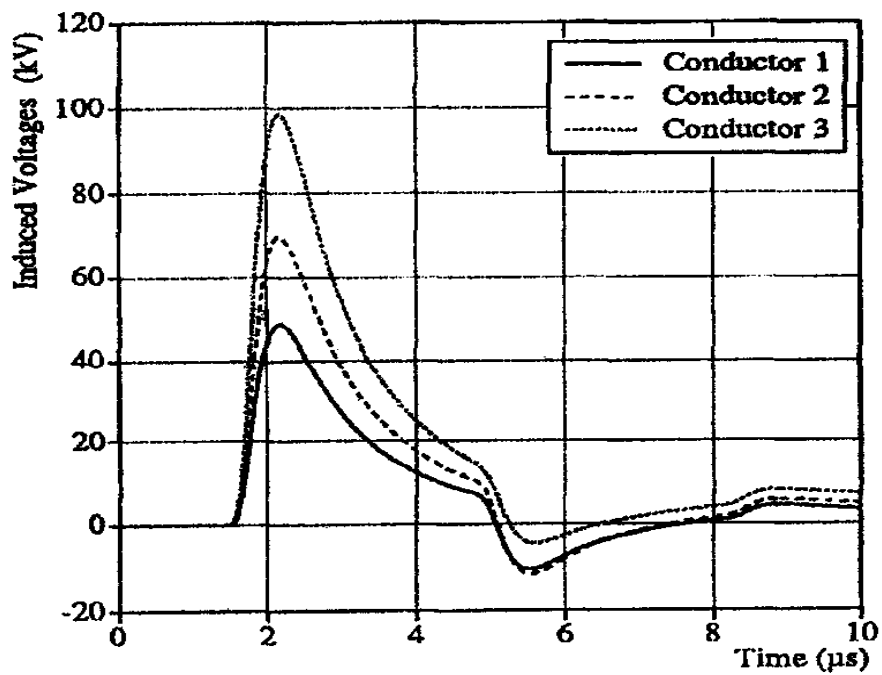


(b) Résultats publier [105]

Figure V.16 Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB « horizontale ».

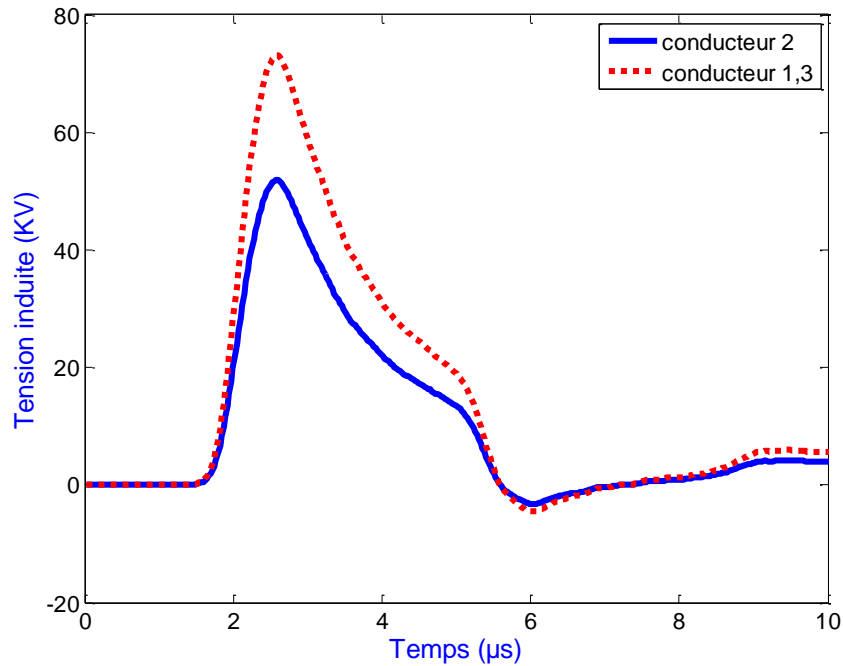


a) Résultats de calcul



(b) Résultats publier [105]

Figure V.17 Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB « verticale ».



**Figure V.18** Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB «configuration triangle ».

Les résultats que nous obtenons dans les figures V.16.a, V.17.a correspondent bien à ceux publiés par F. Rachidi [105] (figures V.16.b et V.17.b) en allure et en amplitude. Les résultats de la figure V.18 sont confirmés par la littérature [106].

La surtension induite sur un conducteur appartenant à une ligne multi-conductrice est affectée par la présence des autres conducteurs, (disposition géométrique). Les figures V.16.a, V.17.b et V.18 confirment cet effet.

Nous remarquons bien que les tensions induites sur le conducteur 1 et 3 des figures V.16.a et V.18 sont superposées, car les deux conducteurs sont excités par le même champ électromagnétique, calculé en une position médiane.

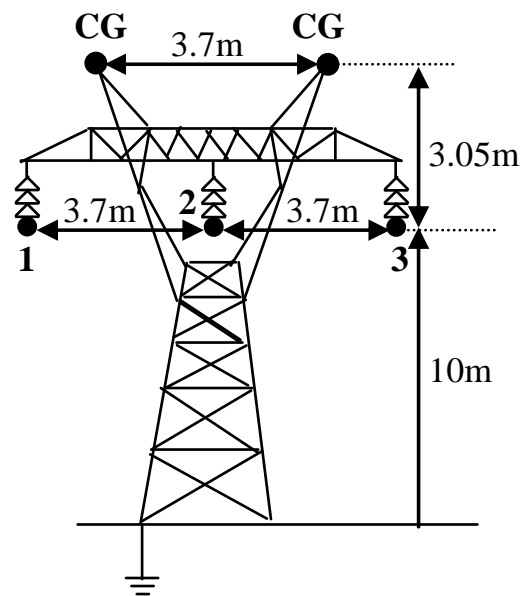
### V.3.2.1 Effets réducteurs des câbles de garde

Afin d'illustrer l'effet réducteur des câbles de garde, nous considérons une application où les résultats sont donnés dans [105].

Pour cela, nous avons considéré la ligne définie en figure V.19 avec câbles de garde (CG). Le câble de garde est mis à la terre à ses deux extrémités par l'impédance caractéristique du pylône ( $110 \Omega$ ).

V.3.2.1.1 Ligne HTB monoterne

Nous considérons successivement la présence des câbles de garde pour les deux configurations horizontale et verticale.



Horizontale

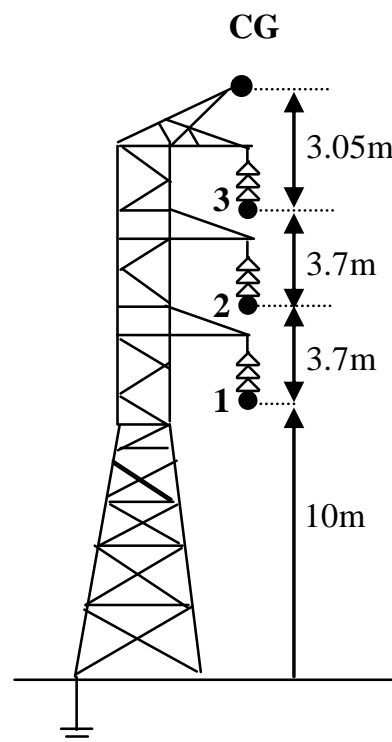
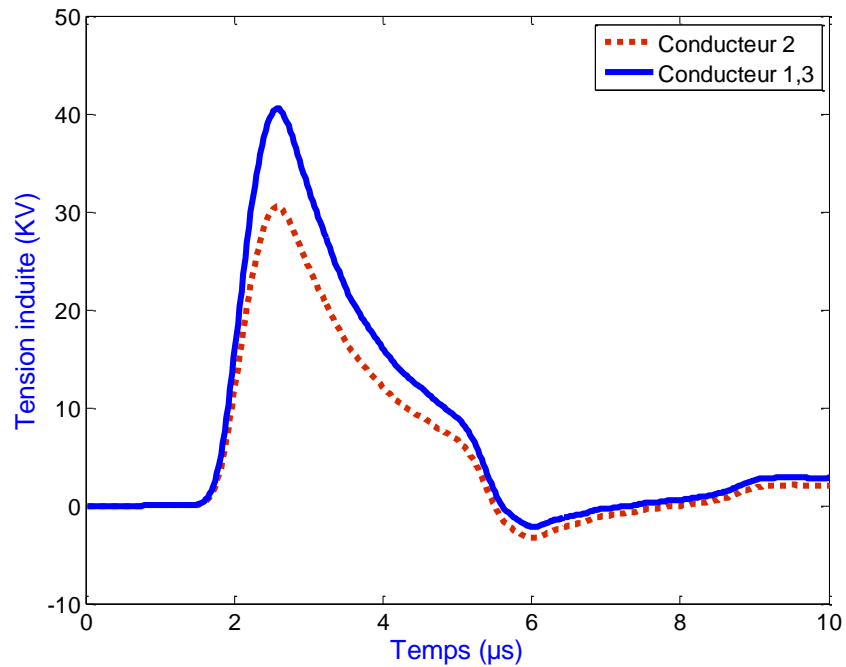
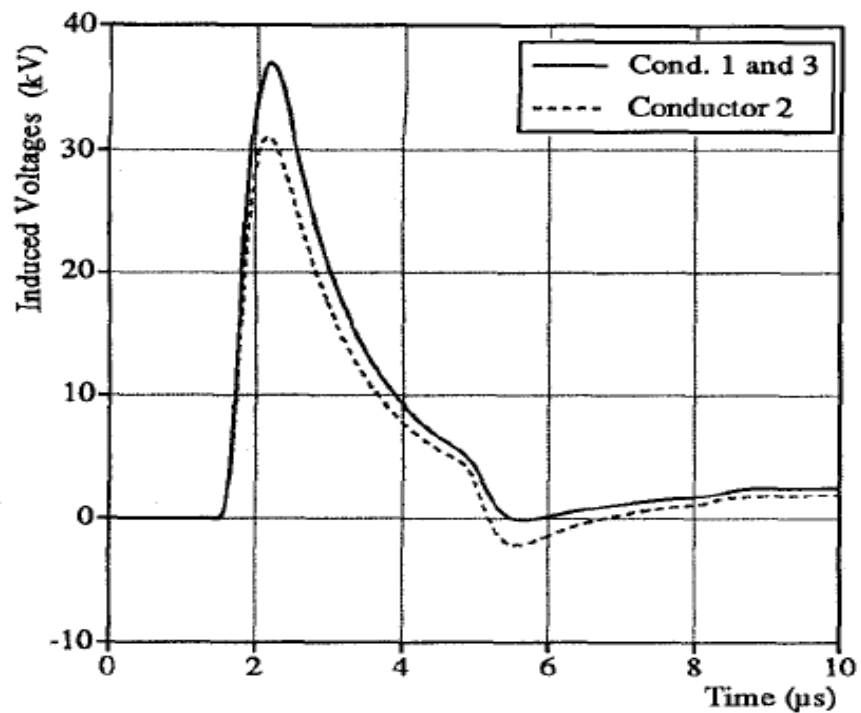


Figure V.19 Ligne HTB monoterne en présence de deux câbles de garde.

Les figures V.20.a à V.21.a représentent respectivement la variation des tensions induites à l'extrémité des trois conducteurs pour différentes configurations de la ligne HTB (ligne horizontale et ligne verticale) en présence des câbles de garde.

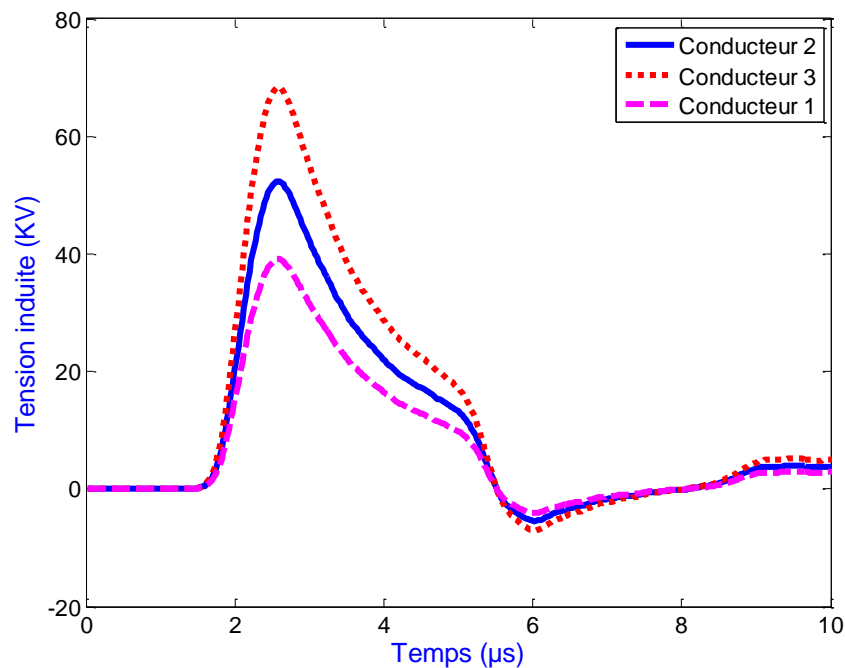


a) Résultats de calcul

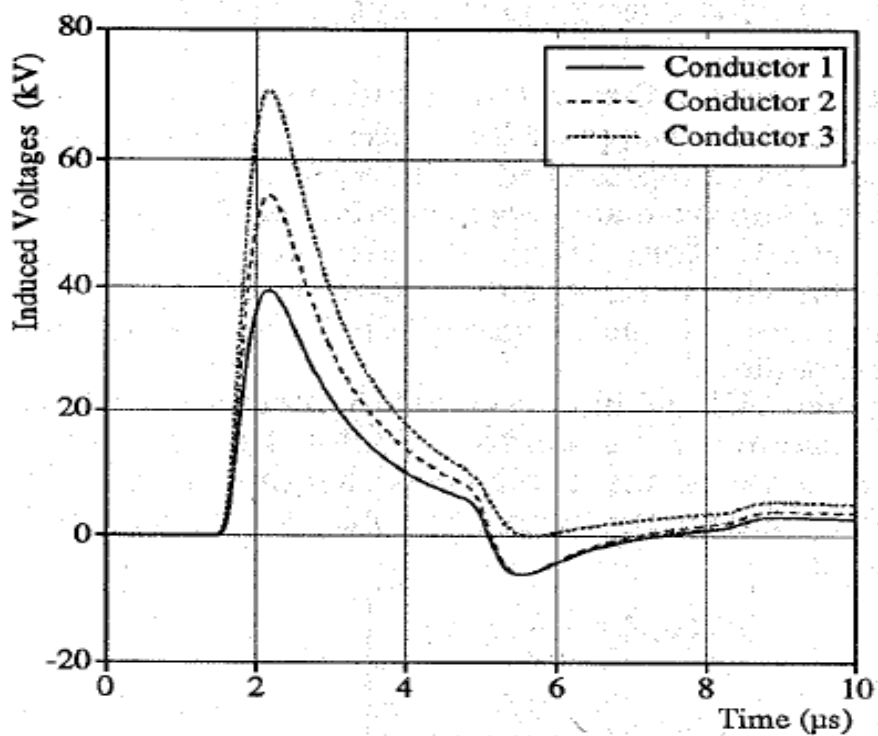


(b) Résultats publie [105]

Figure V.20 Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB « horizontale ».



a) Résultats de calcul



(b) Résultats publie [105]

**Figure V.21** Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB « vertical ».

A partir des résultats des figures V.20.a, V.21.a, nous pouvons conclure que :

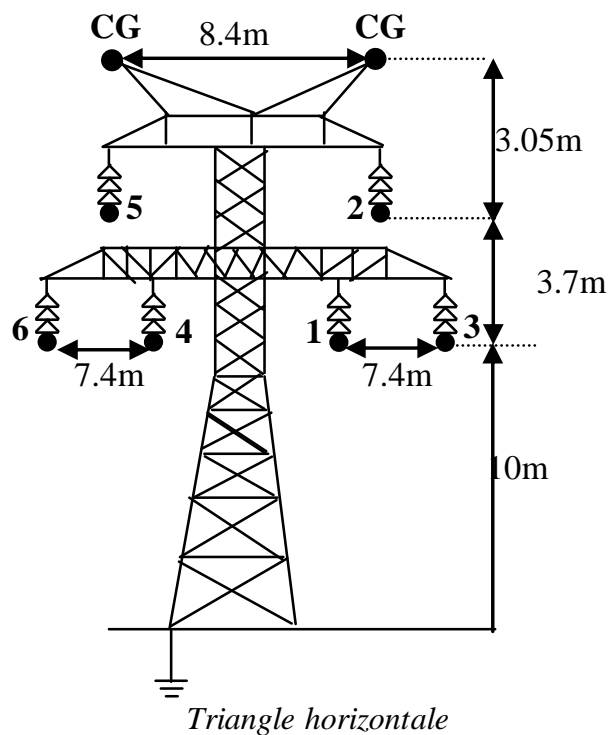
- ❖ La présence du câble de garde entraîne une diminution des amplitudes des tensions induites ;
- ❖ La configuration en horizontale présente une protection par rapport à celle en verticale contre les agressions électromagnétiques.

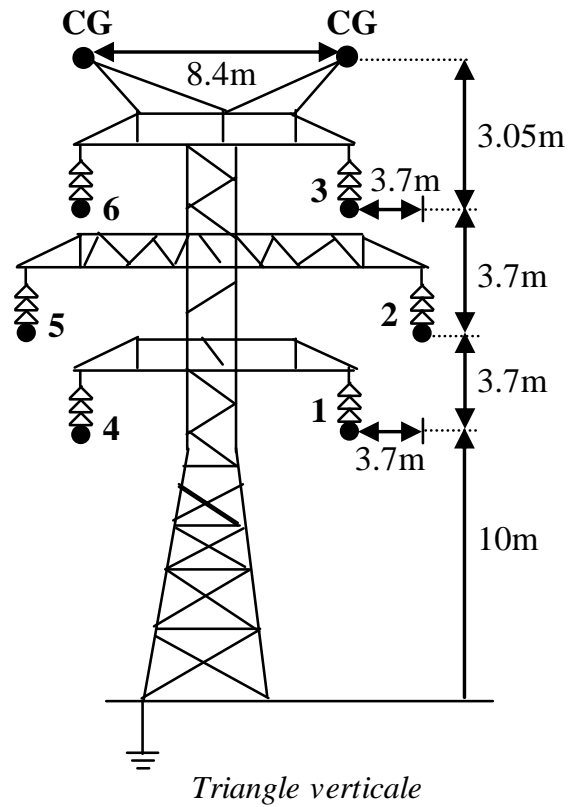
Nous remarquons bien que les tensions induites sur le conducteur 1 et 3 (figure V. V.20.a) sont superposées, car les deux conducteurs sont excités par le même champ électromagnétique calculé en une position médiane.

Ces résultats sont bien confirmés par la mesure [105]. La configuration en horizontale avec deux câbles de garde conduit à des meilleurs résultats.

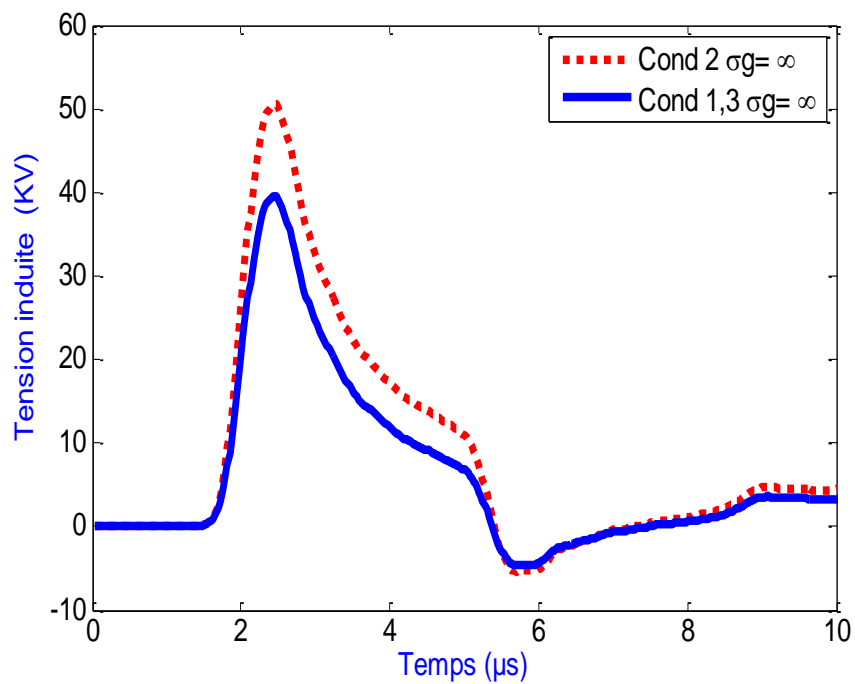
#### V.3.2.1.2 Ligne HTB biterne

Nous considérons successivement deux configurations d'une ligne HTB aérienne biterne en présence de deux câbles de garde, comme montré de la figure V.22.



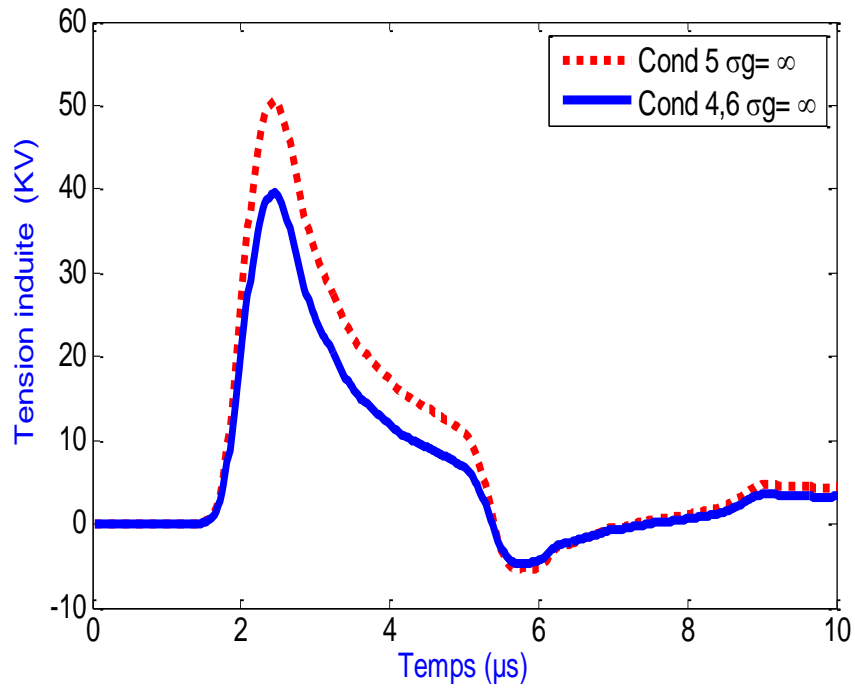


**Figure V.22** Ligne HTB biterne en présence de deux câbles de garde.

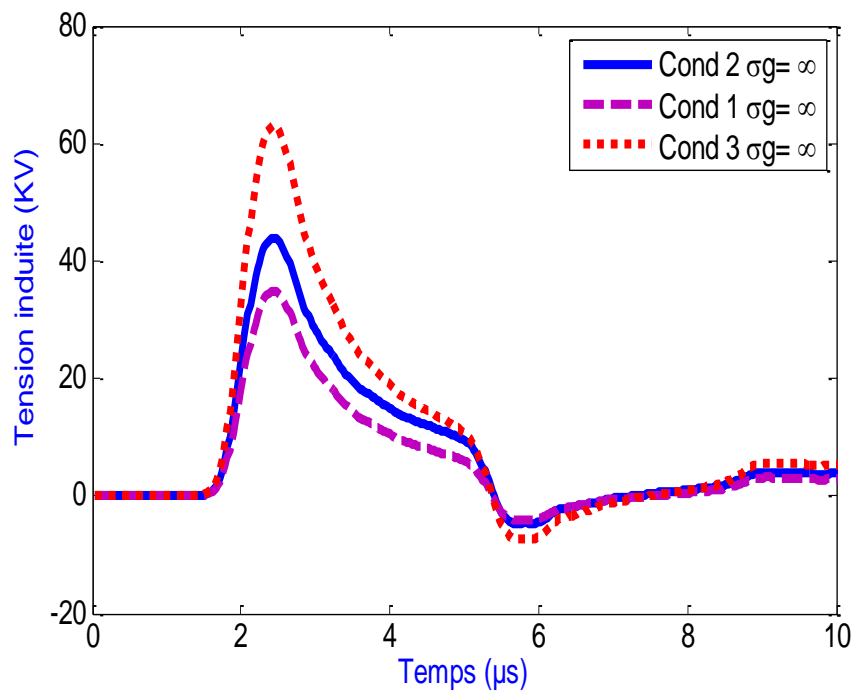


**Figure V.23** Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB « triangle horizontale ».

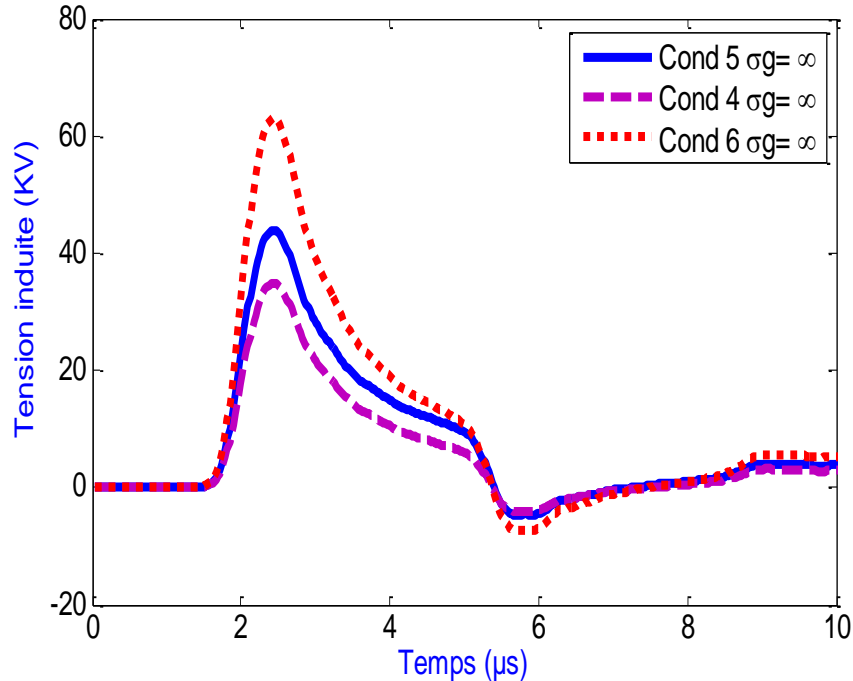




**Figure V.24** Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB « triangle horizontale ».



**Figure V.25** Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB « triangle verticale ».



**Figure V.26** Tensions induites à l'extrémité de la ligne HTB  
« triangle verticale ».

Les résultats obtenus (figures V.23 et V.25) illustrent bien que la présence de deux câbles de garde en tête du pylône présente encore une meilleure protection contre l'effet électromagnétique de la foudre.

## V.4 applications et validations du formalisme mathématique

Afin de valider notre travail, nous proposons dans cette étude, quelques applications déjà traitées dans la littérature concernant la propagation d'une onde de foudre dans les lignes aériennes, qui se traduit, après couplage électromagnétique, par l'apparition des courants et tensions induites.

### V.4.1 Conducteur de ligne aérien excité par une onde de foudre

Afin de valider nos développements théoriques pour le couplage onde électromagnétique - structure filaire, nous traitons deux applications dont les résultats sont publiés successivement en [85] et [57].

Soit un conducteur de ligne aérien, de 01 km de longueur, dont le retour s'effectue par le sol, illuminé par une onde de foudre (figure V.27). Le conducteur de ligne est supposé être terminé à ses deux extrémités par son impédance caractéristique.

L'impact du coup de foudre est à 50 m sur la médiatrice de la ligne et donc à équidistance des deux extrémités. La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km.

Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [40] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v=1.9 \times 10^8$  m/s, et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda=2000$ , avec le courant à la base du canal est la somme de deux fonctions de Heidler [38] avec des paramètres regroupés dans le tableau V.1.

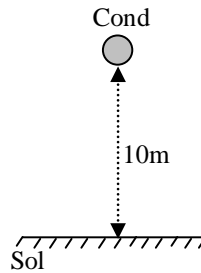
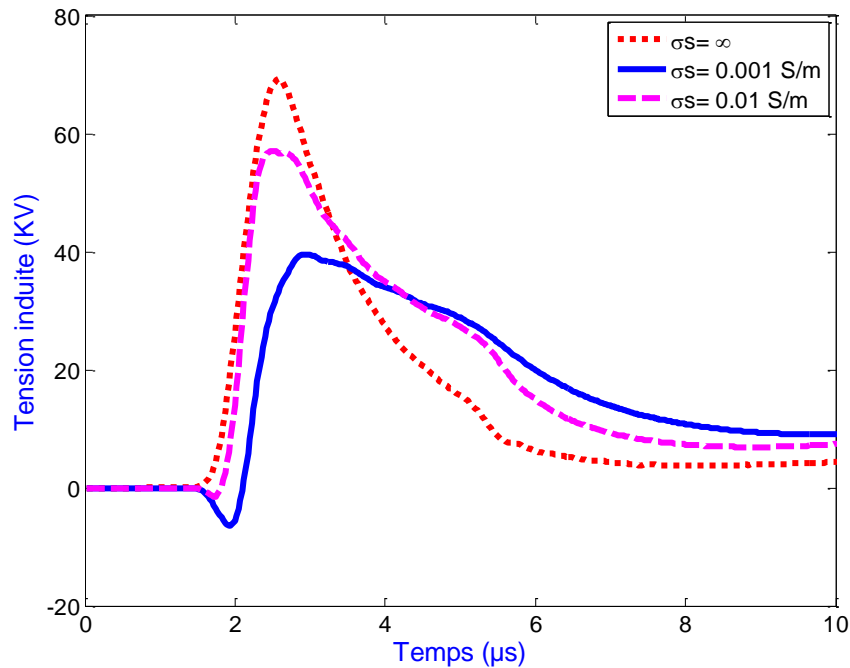


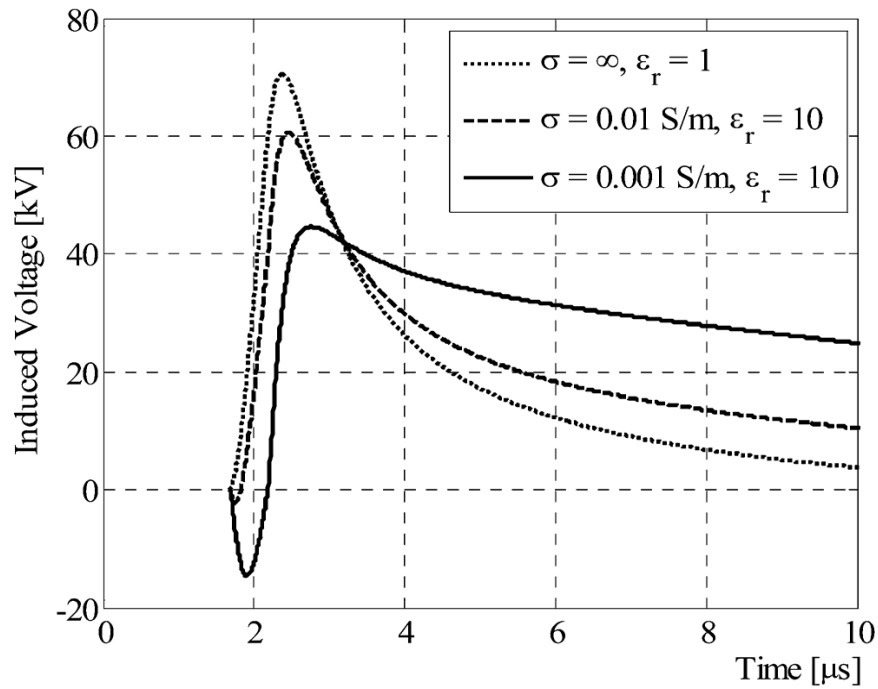
Figure V.27 Géométrie étudiée.

La figure V.28 représente successivement la variation de la tension induite à l'extrémité du conducteur dans le cas d'un:

- Sol parfaitement conducteur ;
- Sol de conductivité finie.



a) Résultats de calcul



(b) Résultats publier [85]

**Figure V.28** Tension induite à l'extrémité du conducteur de ligne.

La comparaison de nos résultats avec ceux publiés par A. Andreotti et al. [85] met en évidence une parfaite concordance aussi bien en allure qu'en amplitude.

Une légère différence qui apparaît est certainement d'ordre numérique. A notre avis, cette légère différence réside dans la différence des modèles.

#### V.4.2 Ligne triphasée aérienne excitée par une onde de foudre

Nous considérons deux configurations illustrées sur la figure V.29. En premier, la ligne est considérée comme un conducteur aérien de 01 km de longueur dont le retour s'effectue par le sol, illuminé par une onde de foudre (figure V.29.a). Nous considérons ensuite une ligne triphasée, illuminée par une onde de foudre (figure V.29.b). Les conducteurs de ligne ont une longueur de 01 km et un rayon de 9.14 mm et situés à une hauteur de 10 m au-dessus d'un sol parfaitement conducteur avec une conductivité finie. La ligne est supposée être terminée à ses deux extrémités par son impédance caractéristique.

La conductivité du sol considéré est de  $10^{-2}$  S/m. L'impact du coup de foudre est à 50 m sur la médiatrice de la ligne et donc à équidistance des deux extrémités. La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km.

Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [40] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v = 1.9 \times 10^8$  m/s, et un taux de décroissance de l'intensité du

courant  $\lambda=2000$ , avec le courant à la base du canal est la somme de deux fonctions de Heidler [38] avec des paramètres regroupés dans le tableau V.1.

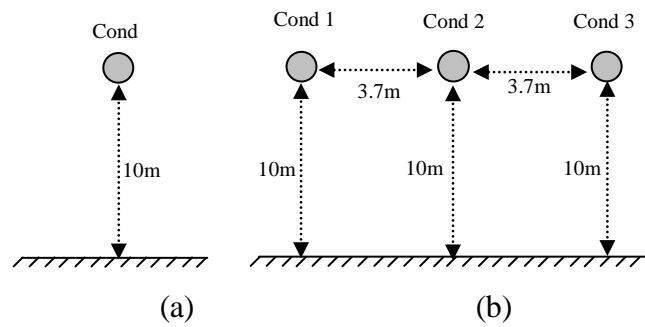
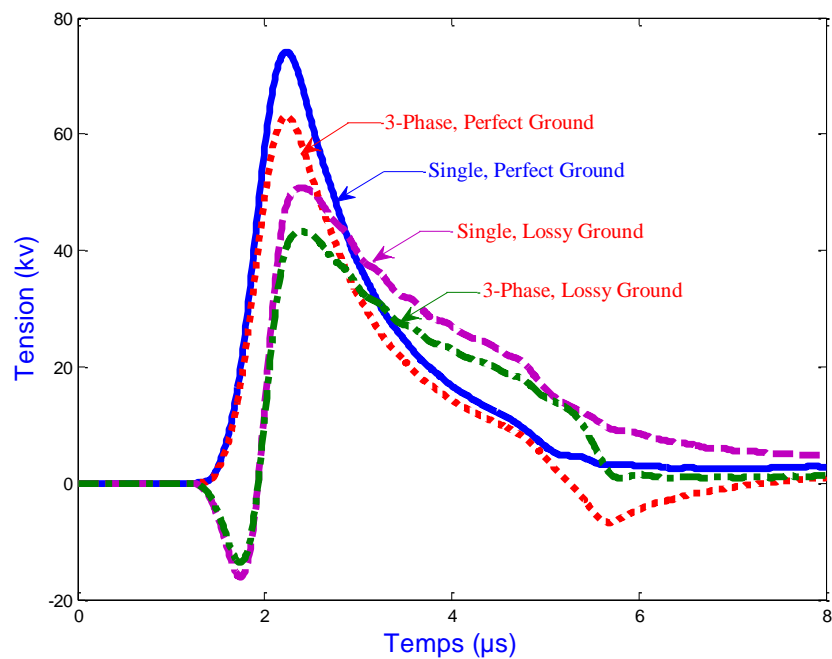
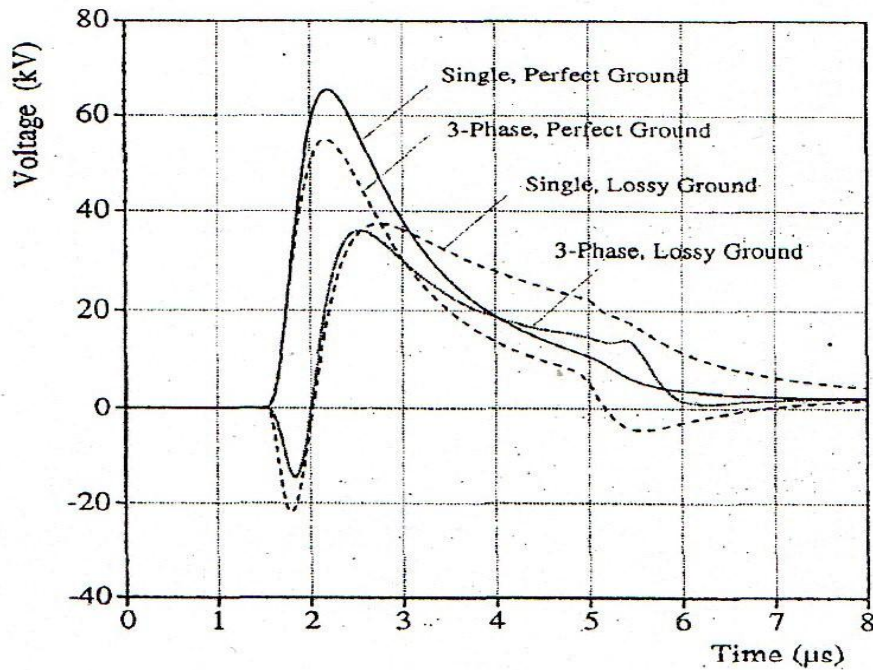


Figure V.29 Géométrie considérée.

La figure V.30 représente respectivement la variation de la tension induite à l'extrémité du conducteur (figure V.30.a) et de la ligne triphasée (figure V.30.b) dans le cas d'un sol parfaitement conducteur avec une conductivité finie.



a) Résultats de calcul



(b) Résultats publie [57]

**Figure V.30** Tension induite à l'extrémité de la ligne.

Nos résultats (figure V.30.a) correspondent, en allure, à ceux publiés par F. Rachidi [57] (figure V.30.b).

Une légère différence en amplitude apparaît pour le cas du sol de conductivité finie, car la valeur de l'impédance caractéristique de la ligne est non indiquée par F. Rachidi [57].

### V.4.3 Lignes de transport d'énergie électrique aériennes illuminées par une onde de foudre

#### V.4.3.1 Lignes HTB monoterne

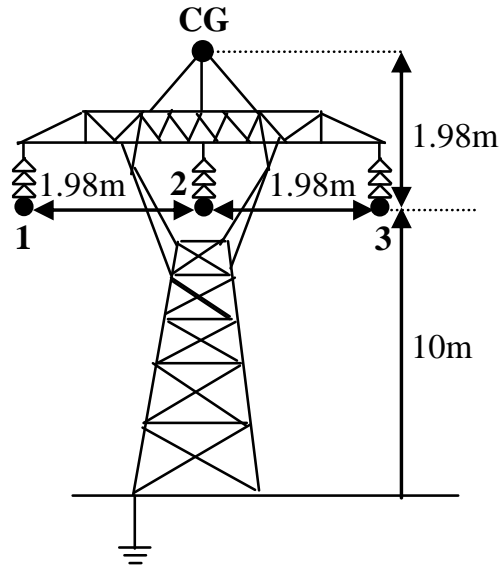
Dans cette application, nous considérons une ligne HTB monoterne de différentes configurations, illuminée par une onde de foudre (figure V.31). Les conducteurs de ligne sont de 01km de longueur et de 9.14 mm de rayon, situés à une hauteur de 10 m au-dessus d'un sol parfaitement conducteur avec une conductivité finie. La ligne est supposée être terminée à ses deux extrémités par son impédance caractéristique, et le câble de garde par l'impédance caractéristique du pylône (120  $\Omega$ ).

La conductivité de sol considéré est  $10^{-2}$  S/m. L'impact du coup de foudre est à 50 m sur la médiatrice de la ligne et donc à équidistance des deux extrémités. La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km.

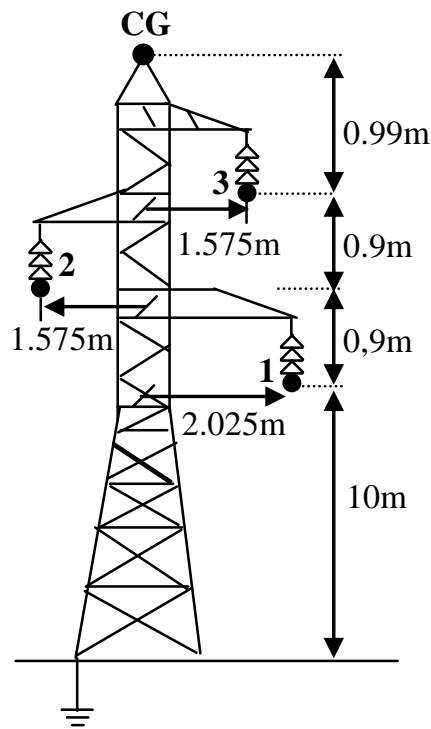
Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [40] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v = 1.3 \cdot 10^8$  m/s, et un taux de décroissance de l'intensité du

courant  $\lambda = 1700$ , avec le courant à la base du canal est la somme de deux fonctions de Heidler [38] avec des paramètres regroupés dans le tableau V.1.

Les résultats de calcul que nous présentons dans cette partie sont ceux obtenus pour des différentes configurations des lignes figure V.31.



Configuration (a)



Configuration (b)

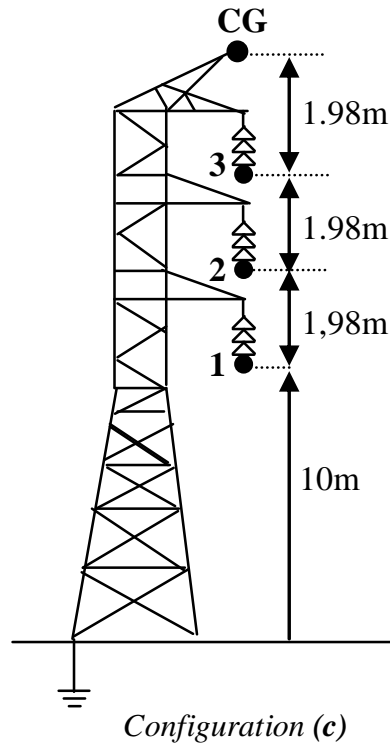
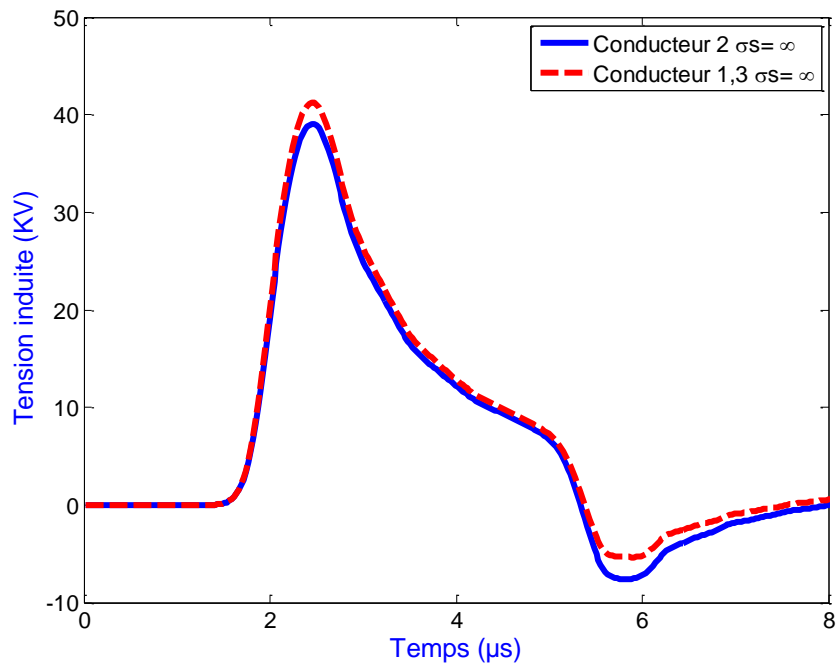


Figure V.31 Configurations de lignes HTB monoterne.

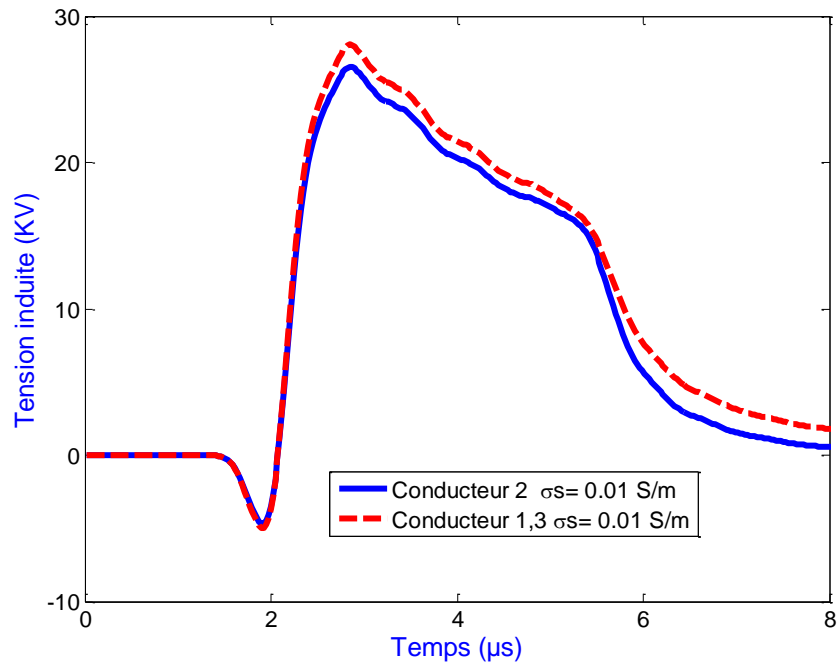
V.4.3.1.1 Configuration (a) : monoterne horizontale

Les figures V.32.a et V.32.b représentent respectivement la variation des tensions induites à l'extrémité des trois conducteurs de ligne en présence du câble de garde (CG) pour le cas d'un sol parfaitement conducteur et celui pour une conductivité finie.



(a) Conductivité infinie





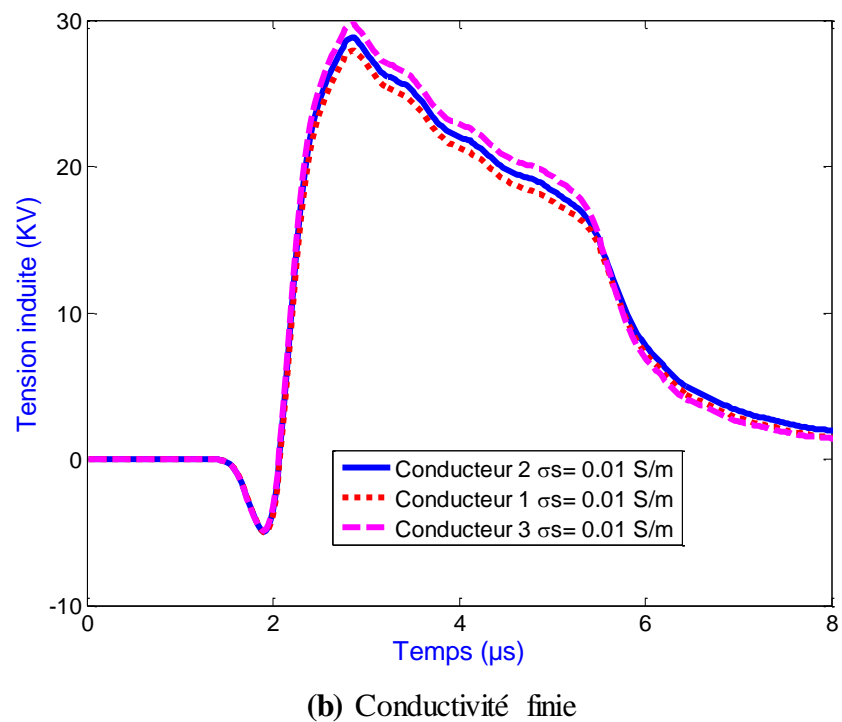
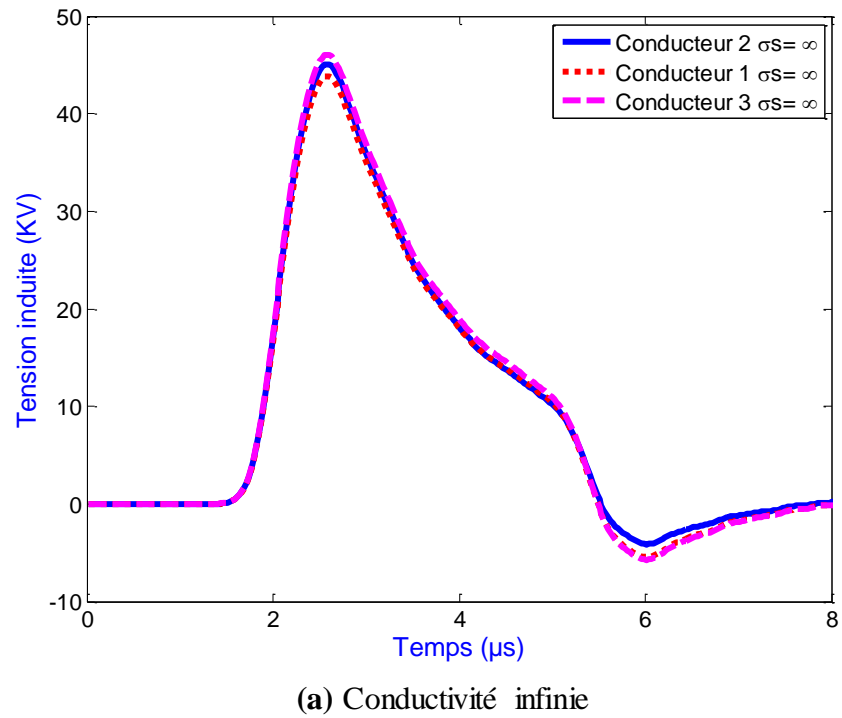
(b) Conductivité finie

**Figure V.32** Tension induite à l'extrémité de la ligne HTB.

Nous remarquons bien que les tensions induites sur les conducteurs 1 et 3 sont superposables pour les deux valeurs de la conductivité ( $\infty$  et 0.01 S/m) (figure V.32.a et V.32.b). Ceci conforte notre simulation, car les deux conducteurs sont excités par le même champ électromagnétique calculé en une position médiane. Notons aussi que la tension induite à l'extrémité du conducteur 2 est affectée par la présence des conducteurs 1 et 3.

#### V.4.3.1.2 Configuration (b) : monoterne verticale en triangle

Les résultats en figures V.33.a et V.33.b, illustrent successivement la variation des tensions induites à l'extrémité des trois conducteurs de ligne en présence du câble de garde (CG) pour le cas d'un sol parfaitement conducteur ( $\sigma = \infty$ ) et celui pour conductivité fine ( $\sigma = 0.01$  S/m).

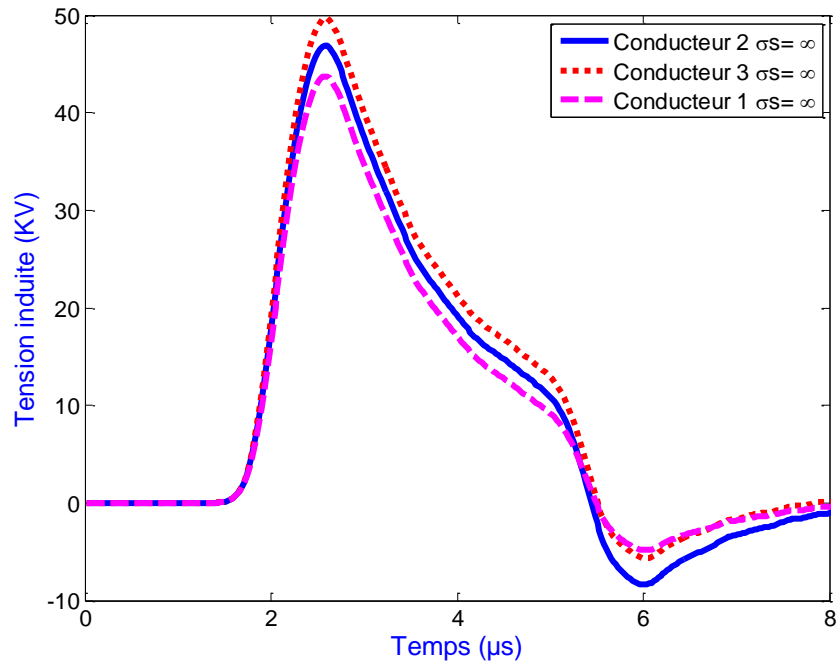


**Figure V.33** Tension induite à l'extrémité de la ligne HTB.

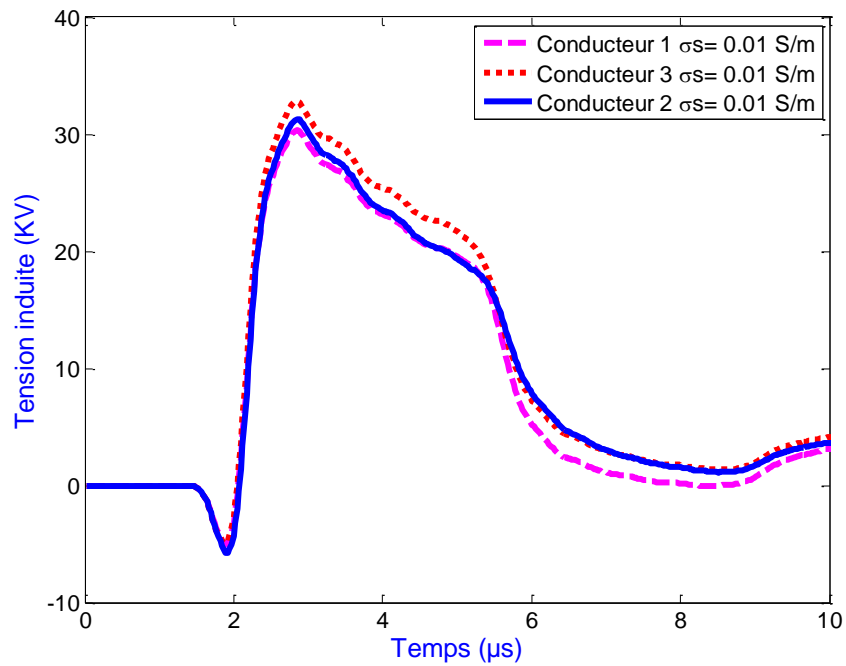
Ces résultats montrent clairement qu'une augmentation de la hauteur des conducteurs entraînant une augmentation de l'amplitude de tension induite.

V.4.3.1.3 Configuration (c) : monoterne verticale

De même, en figure V.34.a et V.34.b, nous remarquons que la tension induite dans les conducteurs de ligne augmente quand on augmente la hauteur des conducteurs.



(a) Conductivité infinie



(b) Conductivité finie

Figure V.34 Tension induite à l'extrémité de la ligne HTB.

### V.4.3.2 Lignes HTB biterne

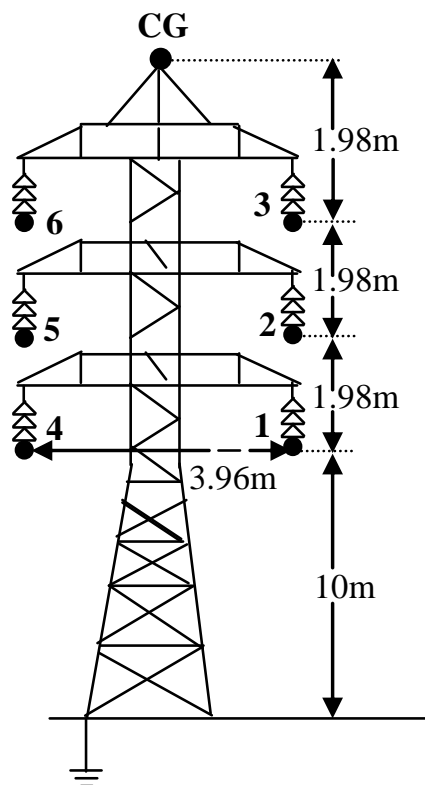
Dans cette application, nous considérons une ligne HTB biterne illuminée par une onde de foudre figure V.35. Les conducteurs de lignes sont de 1km de longueur et de 9.14 mm de rayon, situés à une hauteur de 10m au-dessus d'un sol parfaitement conducteur avec une conductivité finie.

La ligne est supposée être terminée à ses deux extrémités par son impédance, et le câble de garde par l'impédance caractéristique du pylône ( $120 \Omega$ ). La conductivité de sol considéré est  $10^{-2} \text{ S/m}$ .

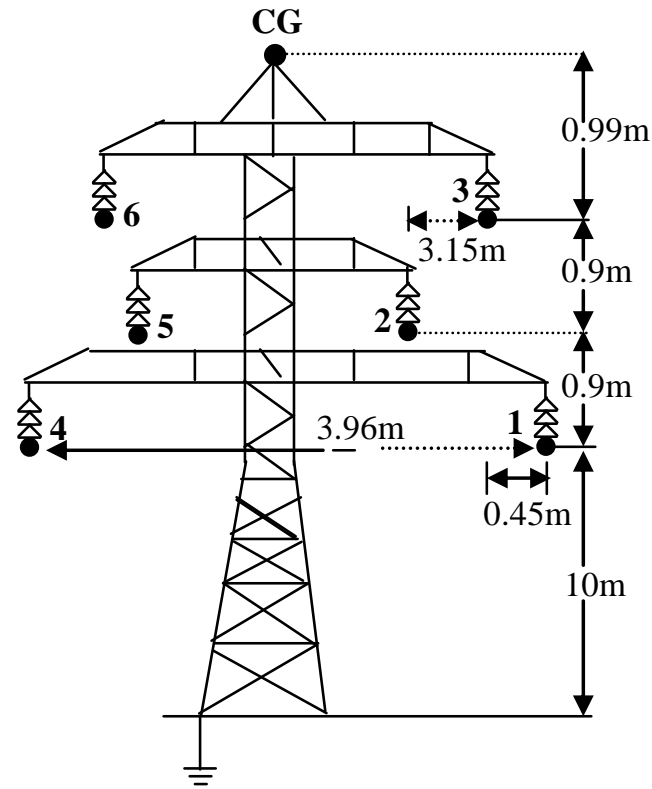
L'impact du coup de foudre est à 50 m sur la médiatrice de la ligne et donc à équidistance des deux extrémités. La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km.

Nous gardons les mêmes données de l'application précédente (figure V.31) pour le calcul du champ électromagnétique de la foudre.

Les résultats de calcul que nous présentons dans cette partie sont ceux obtenus pour deux configurations de lignes différentes (figure V.35).



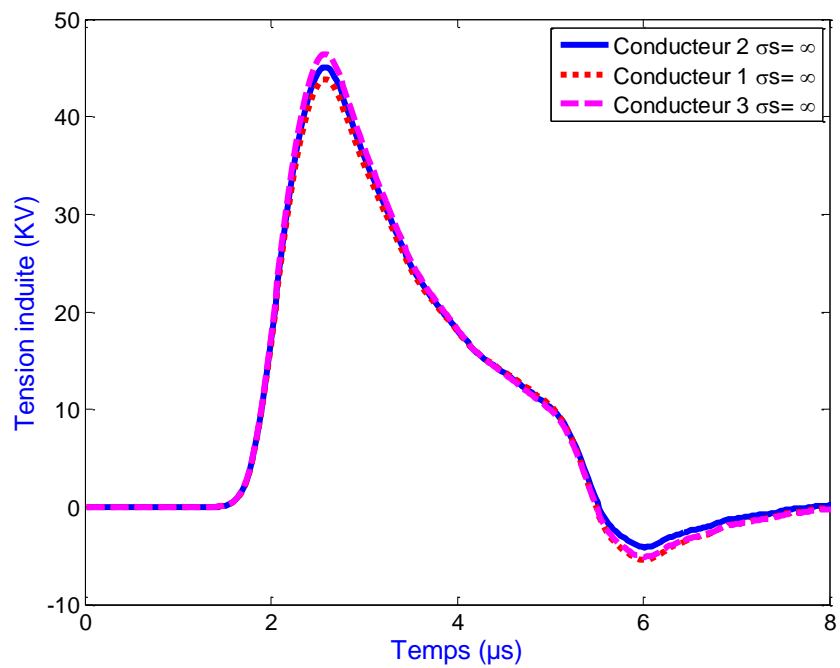
Configuration (d)



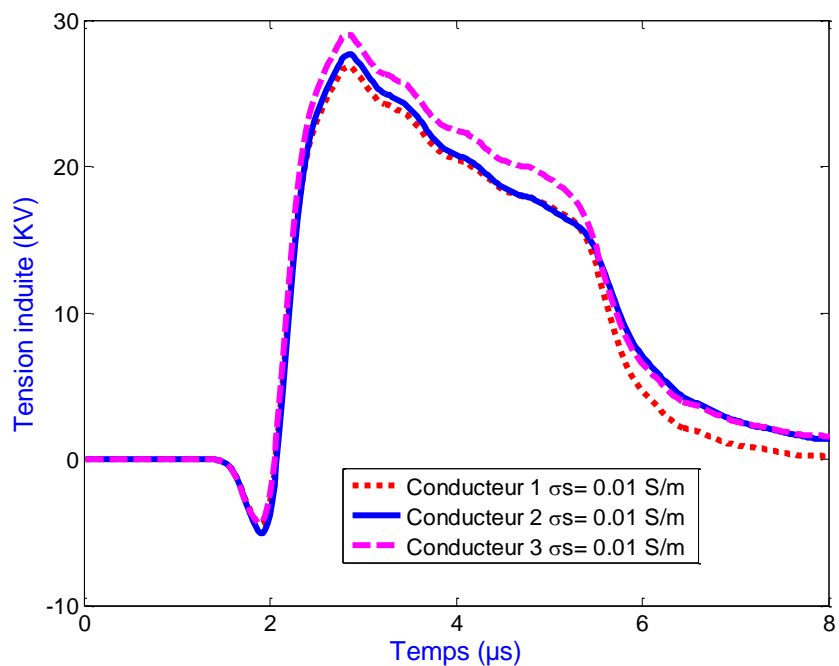
Configuration (e)

Figure V.35 Configurations de lignes HTB biterne.

V.4.3.2.1 Configuration (d) : biterne verticale

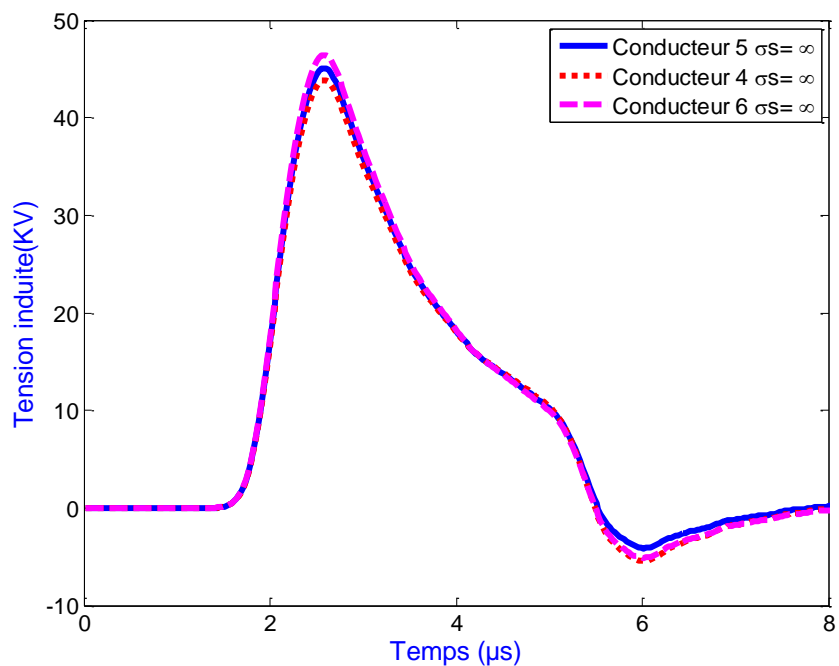


(a) Conductivité infinie

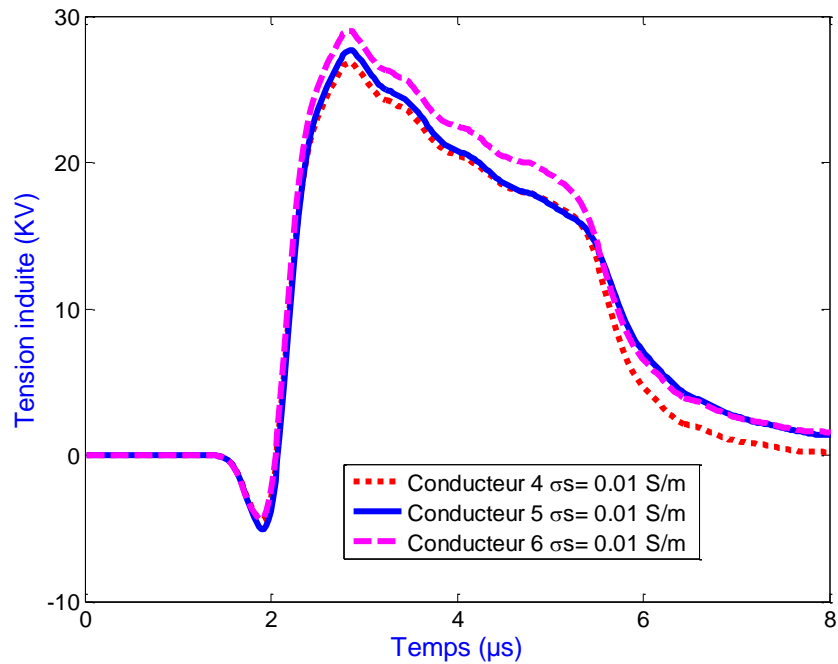


(b) Conductivité finie

Figure V.36 Tension induite à l'extrémité de la ligne HTB.



(a) Conductivité infinie



(b) Conductivité finie

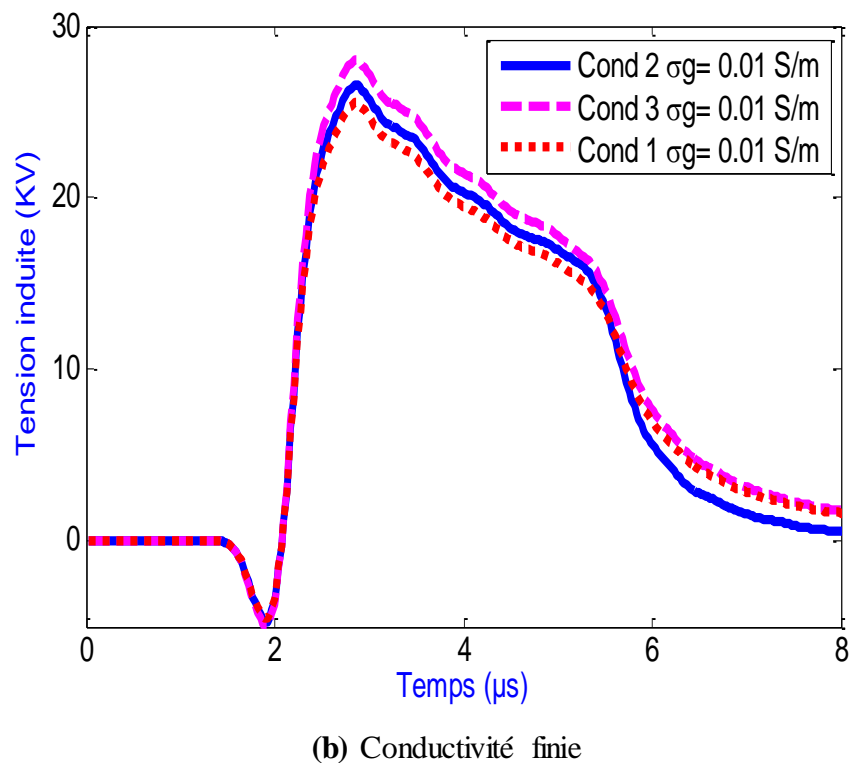
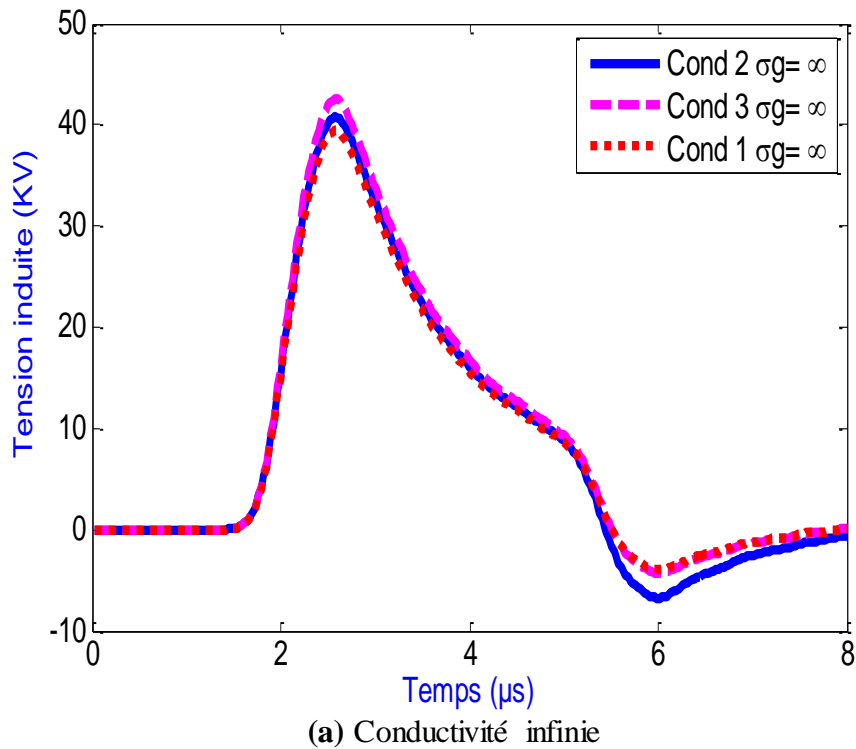
Figure V.37 Tension induite à l'extrémité de la ligne HTB.

Les figures (V.36 a V.37) représentent respectivement la tension induite à l'extrémité des conducteurs de ligne HTB en présence du câble de garde pour le cas d'un sol parfaitement conducteur ( $\sigma = \infty$ ) et celui pour conductivité fine ( $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ ).

De ces résultats, nous constatons une diminution de tension induite dans les conducteurs 1, 2 et 3 de la configuration "d" (biterne) par rapport aux conducteurs 1, 2 et 3 de la configuration "c" (monoterne). Car les conducteurs 1, 2 et 3 de la configuration "d" est affectée par la présence des conducteurs 4,5 et 6 de la configuration lui-même (dû à l'interaction électromagnétique entre les conducteurs c'est-à-dire termes de couplage mutuel dans les matrices des capacités et des inductances linéiques).

#### V.4.3.2.2 Configuration (e) : biterne verticale en triangle

Les résultats en figures V.38.a et V.38.b, représentent respectivement la tension induite à l'extrémité des conducteurs de ligne HTB en présence du câble de garde pour le cas d'un sol parfaitement conducteur ( $\sigma = \infty$ ) et celui pour conductivité fine ( $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ ).



**Figure V.38** Tension induite à l'extrémité de la ligne biterne HTB

De ces résultats, nous pouvons constater une diminution de tension induite dans les conducteurs 1, 2 et 3 de la configuration "e" (biterne) par rapport aux conducteurs 1, 2 et 3 de la configuration "b" (monoterne). Car les conducteurs 1, 2 et 3 de la configuration "e" est affectée

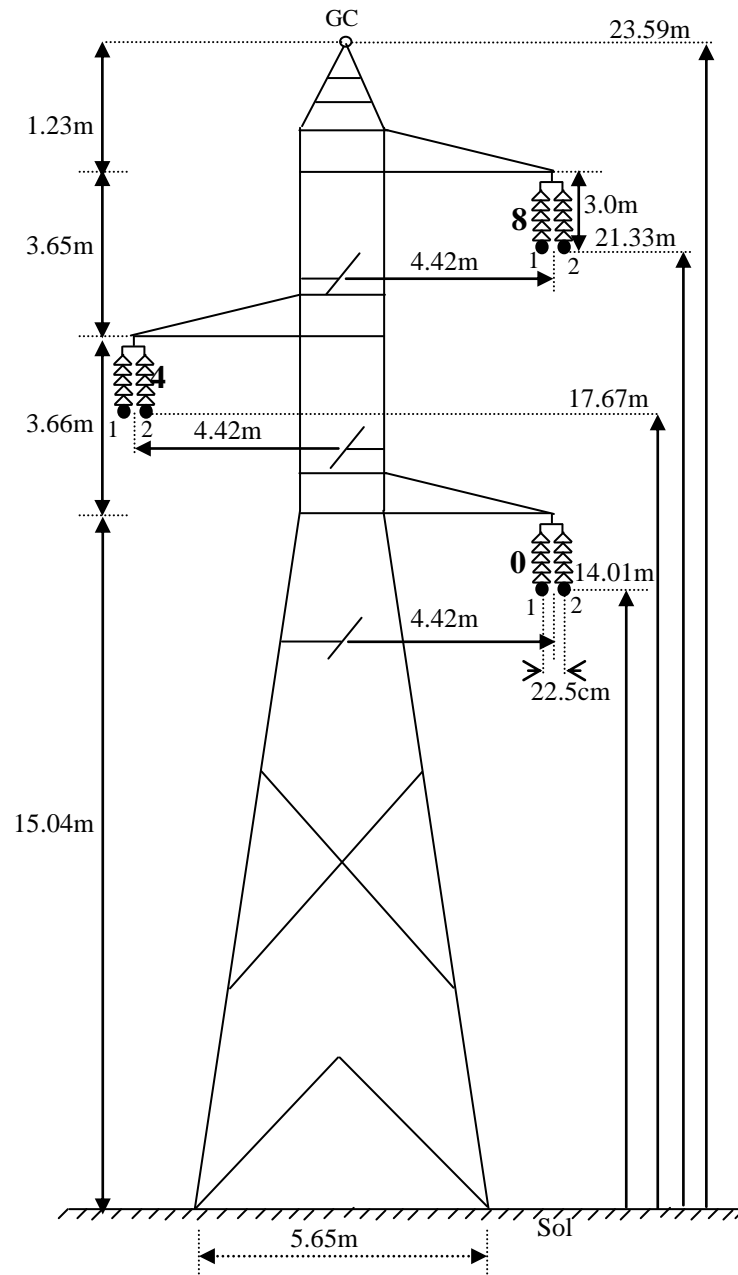


par la présence des conducteurs 4,5 et 6 de la configuration elle-même (dû à l'interaction électromagnétique entre les conducteurs c'est-à-dire termes de couplage mutuel dans les matrices des capacités et des inductances linéiques).

**V.4.3.3 Lignes HTB monoterne à conducteurs en faisceau**

Dans cette application, nous considérons une ligne monoterne de conducteurs en faisceau illuminée par une onde de foudre figure V.39.

Les conducteurs de phase sont de 1km de longueur situés à une hauteur au-dessus d'un sol parfaitement conducteur et celui pour une conductivité fine.



**Figure V.39** Géométrie de la ligne de transport d'énergie étudiée.

Chaque conducteur de phase est remplacé par deux conducteurs maintenus à une distance fixe (par des entretoises), dont la section totale égale à celle du conducteur unique.

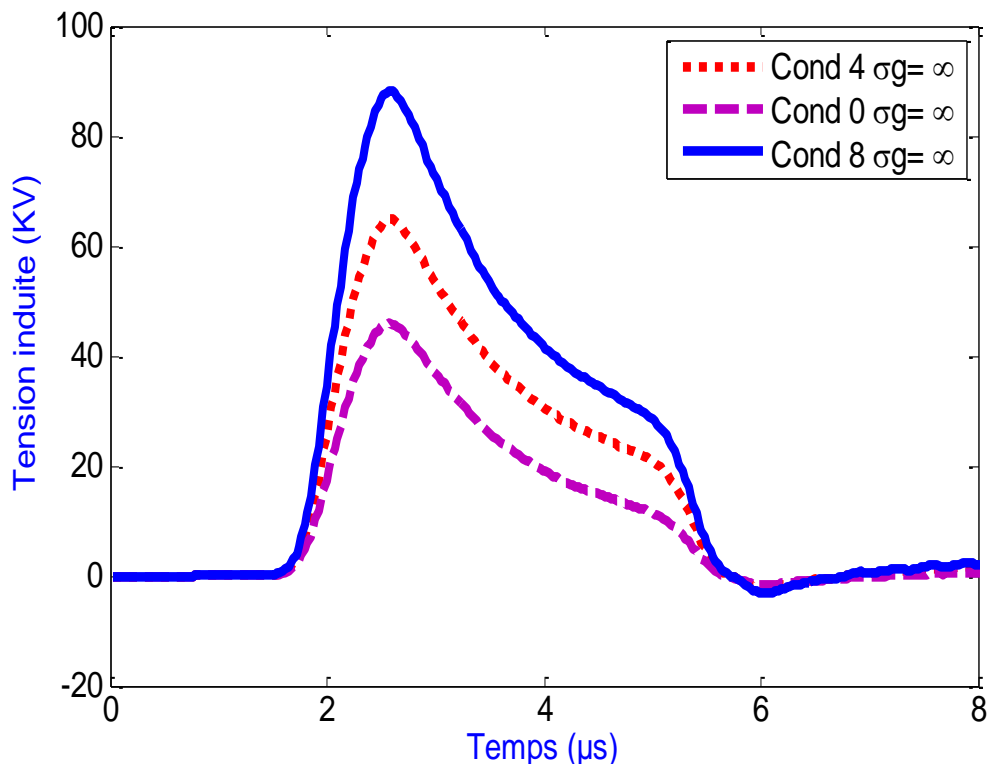
La ligne est supposée être terminée à ses deux extrémités par son impédance caractéristique et le câble de garde par l'impédance caractéristique du pylône ( $130 \Omega$ ).

La conductivité de sol considéré est  $10\text{S/m}$ . L'impact du coup de foudre est à  $50\text{m}$  sur la médiatrice de la ligne et donc à équidistance des deux extrémités.

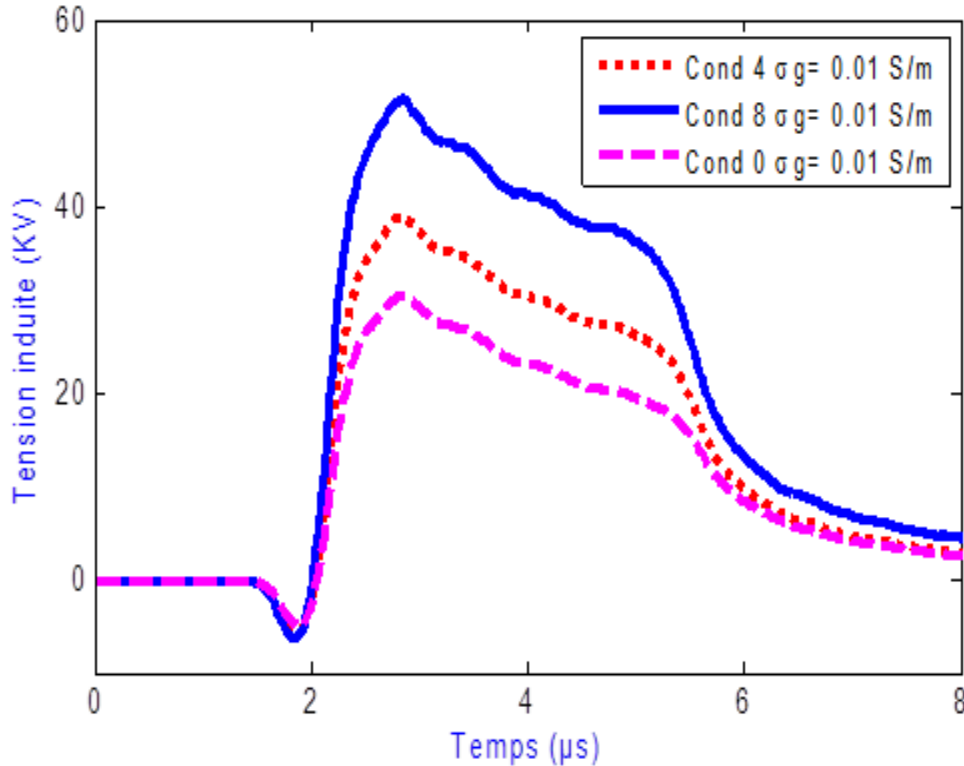
La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de  $7.5 \text{ km}$ . Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [40] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v = 1.3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda = 1700$ , avec le courant à la base du canal est la somme de deux fonctions de Heidler [38] avec des paramètres regroupés dans le tableau V.1.

Les résultats en figures V.40.a et V.40.b représentent respectivement la variation de la tension induite à l'extrémité des phases de ligne de transport d'énergie électrique pour le cas d'un:

- Sol parfaitement conducteur ( $\sigma = \infty$ );
- Sol de conductivité finie ( $\sigma = 0.01\text{S/m}$ ).



(a) Conductivité infinie



(b) Conductivité finie

**Figure V.40** Tension induite à l'extrémité de la ligne biterne HTB.

Les résultats en figures V.40.a et V.40.b, montrent clairement qu'une augmentation de la hauteur des conducteurs entraîne une augmentation de l'amplitude de la tension induite.

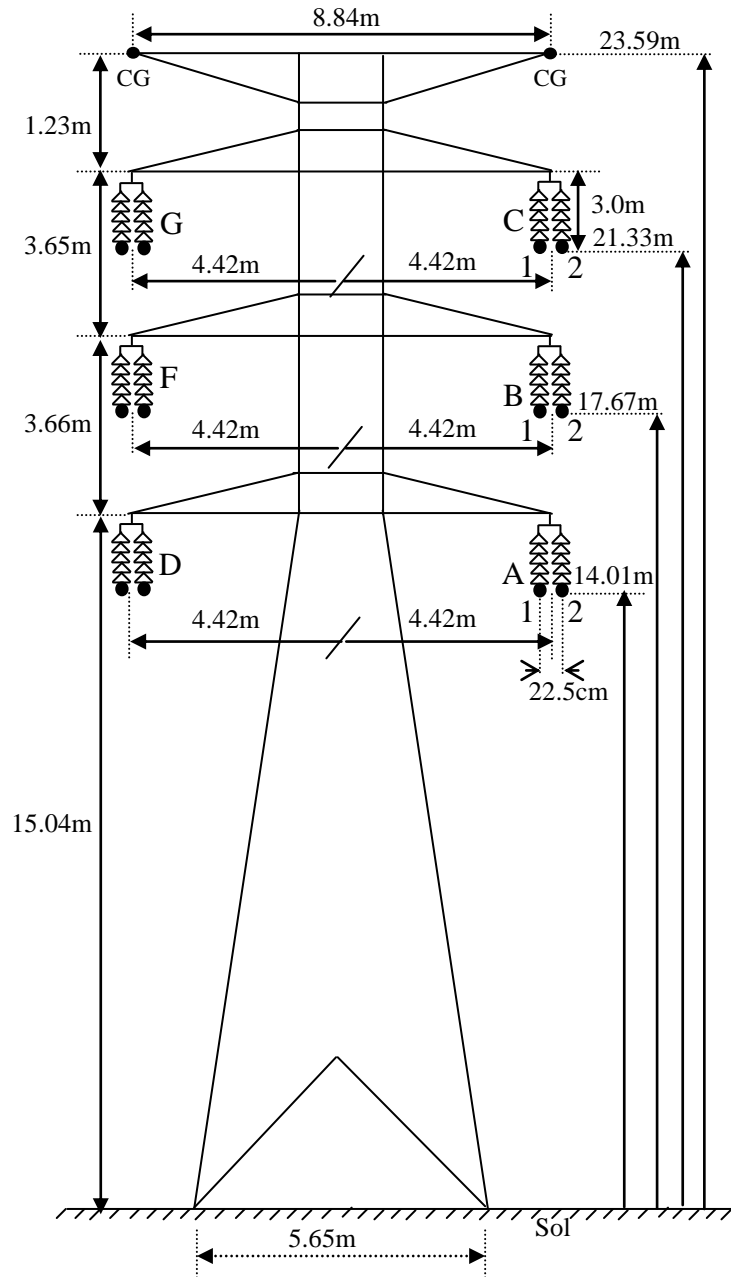
#### V.4.3.4 Lignes HTB biterne à conducteurs en faisceau

Dans cette application, nous considérons une ligne biterne à conducteurs en faisceau illuminée par une onde de foudre figure V.41. Les conducteurs de phase sont de 1km de longueur situés à une hauteur au-dessus d'un sol parfaitement conducteur et celui pour une conductivité fine.

Chaque conducteur de phase est remplacé par deux conducteurs maintenus à une distance fixe (par des entretoises), dont la section totale égale à celle du conducteur unique. La ligne est supposée être terminée à ses deux extrémités par son impédance caractéristique et le câble de garde par l'impédance caractéristique du pylône ( $130 \Omega$ ). La conductivité de sol considéré est 10S/m.

L'impact du coup de foudre est à 50m sur la médiatrice de la ligne et donc à équidistance des deux extrémités. La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km. Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [40] avec une valeur typique de

vitesse de l'arc en retour  $v = 1.3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ , et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda = 1700$ , avec le courant à la base du canal est la somme de deux fonctions de Heidler [38] avec des paramètres regroupés dans le tableau V.1.

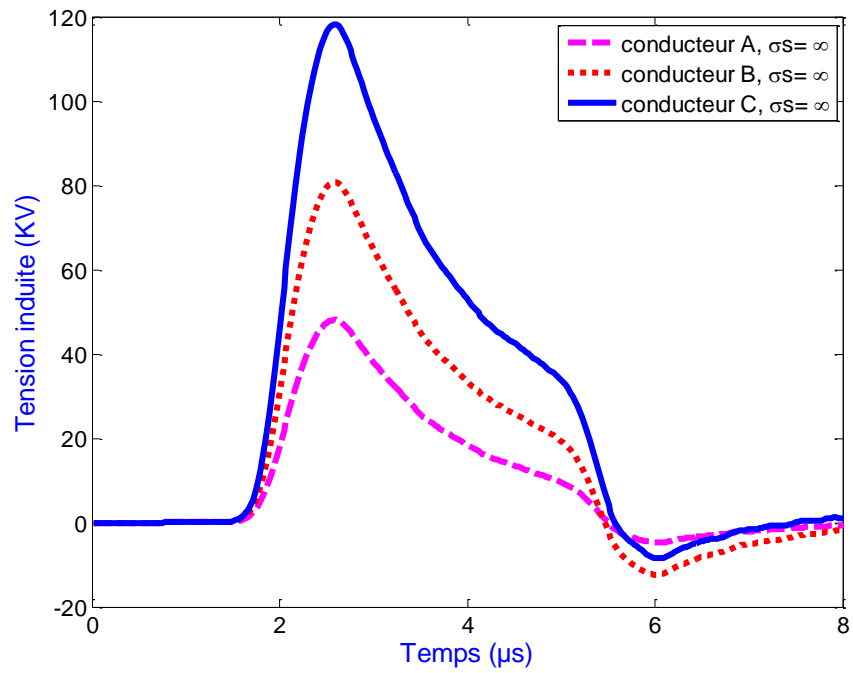


**Figure V.41** Géométrie de la ligne de transport d'énergie étudiée.

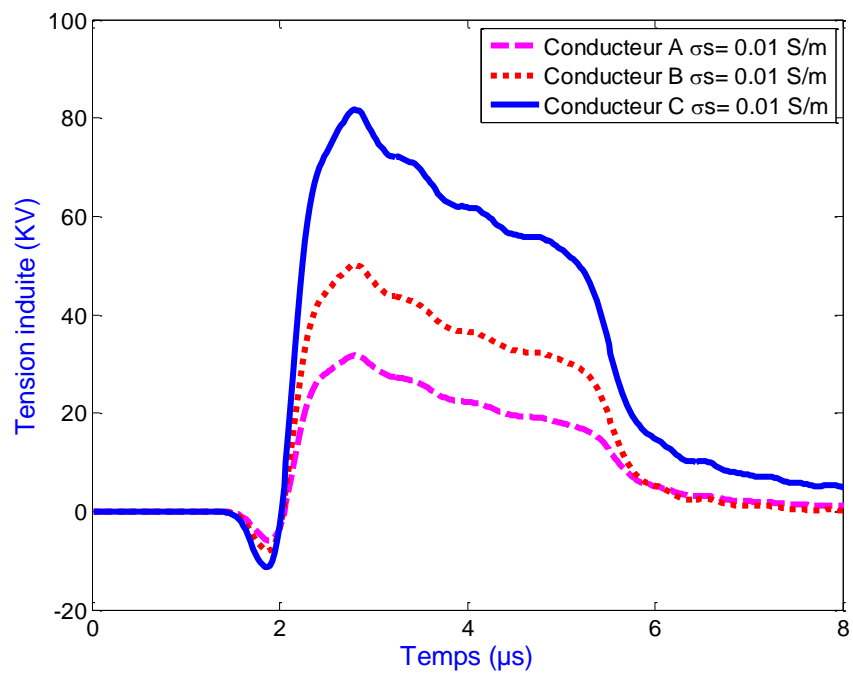
Les résultats en figures V.42.a et V.42.b, représentent respectivement la variation de la tension induite à l'extrémité des trois phases de la ligne de transport d'énergie électrique pour le cas d'un :

- Sol parfaitement conducteur ( $\sigma = \infty$ ) ;

➤ Sol de conductivité finie ( $\sigma=0.01\text{S/m}$ ).



(a) Conductivité infinie



(a) Conductivité finie

Figure V.42 Tension induite à l'extrémité de la ligne (sol de conductivité finie).

Les résultats en figures V.42.a et V.42.b, montrent clairement qu'une augmentation de la hauteur des conducteurs entraîne une augmentation de l'amplitude de la tension induite.

Les figures obtenues V.36.b, V.37.b, V.38.b, V.40.b et V.42.b mettent en évidence l'effet de la conductivité finie du sol se manifeste par l'apparition d'un pic négatif et une réduction de la tension induite. On constate également que la conductivité du sol affecte d'une manière significative les tensions induites par la foudre dans les lignes aériennes.

#### V.4.4 Réseaux de lignes HTB aérien illuminé par une onde de foudre

Afin de valider nos développements théoriques pour le couplage d'une onde électromagnétique avec un réseau de ligne, nous traitons deux applications, nous considérons en premier un poste d'interconnexion dont les résultats sont publiés en [90]. La figure V.43, présente la géométrie étudiée.

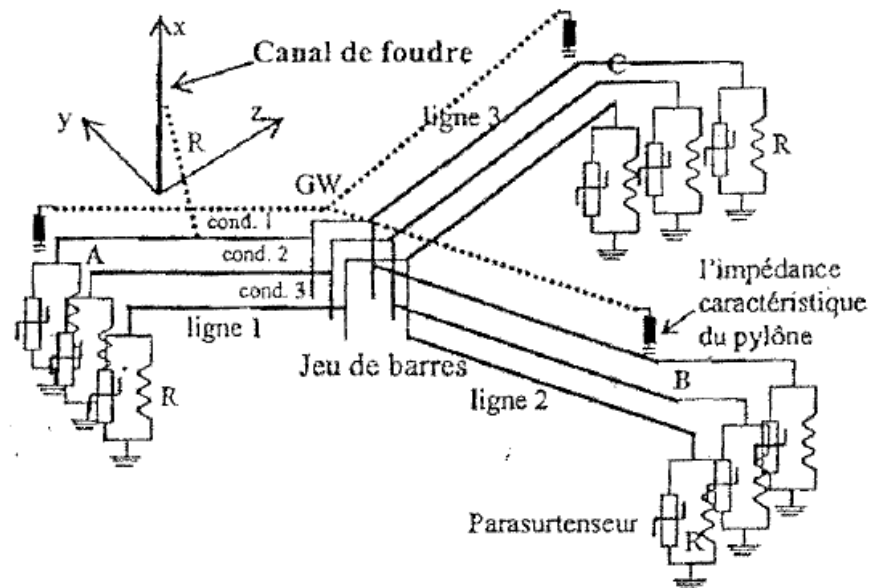
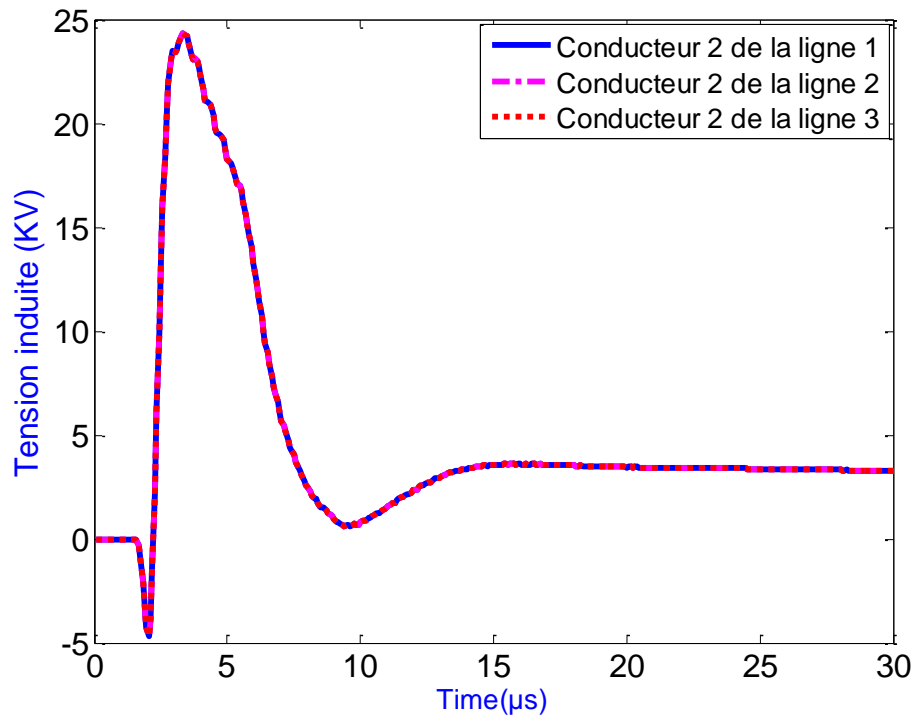


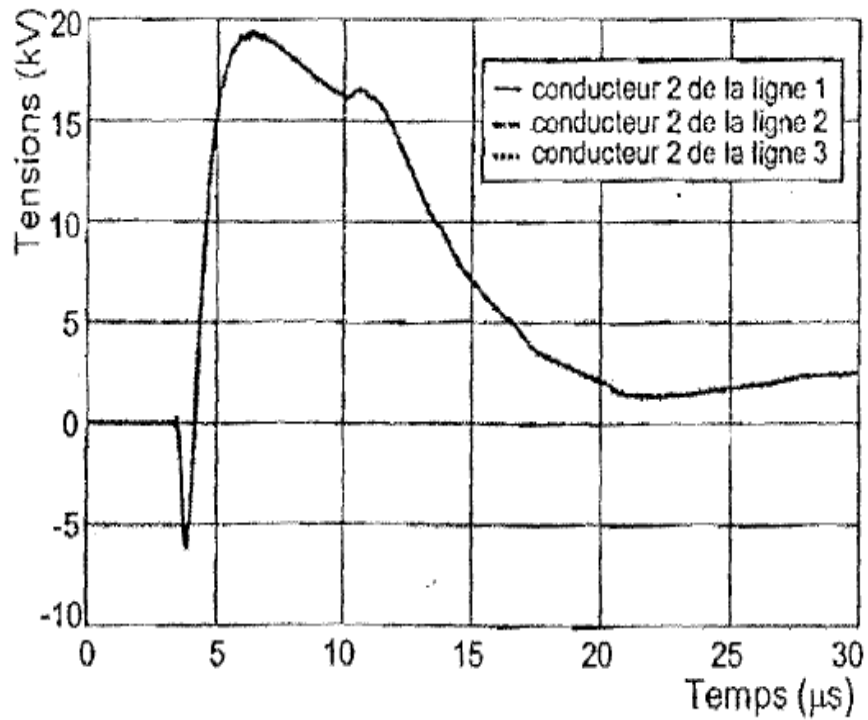
Figure V.43 Géométrie étudiée [90].

L'impact du coup de foudre est à 50m sur la médiatrice du réseau de lignes et donc à équidistance des deux extrémités. La vitesse de l'arc en retour  $v = 1.9 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  et le taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda = 2000$ .

Les résultats en figures V.44.a et V.44.b, représentent respectivement la tension induite au nœud d'interconnexion du conducteur 2 de la ligne 1, ligne 2 et ligne 3.



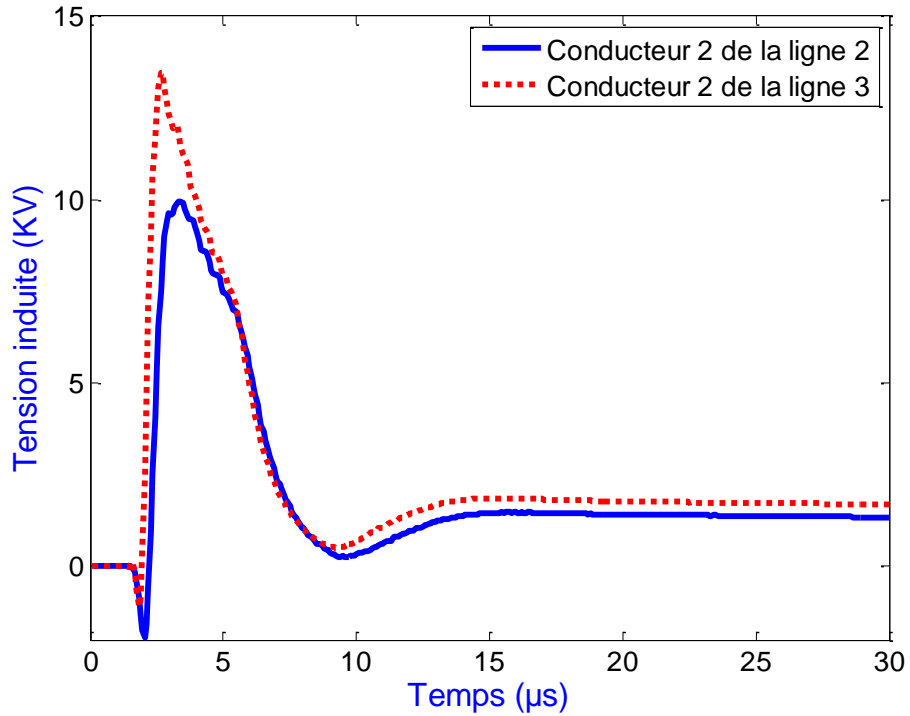
(a) Résultats de calcul



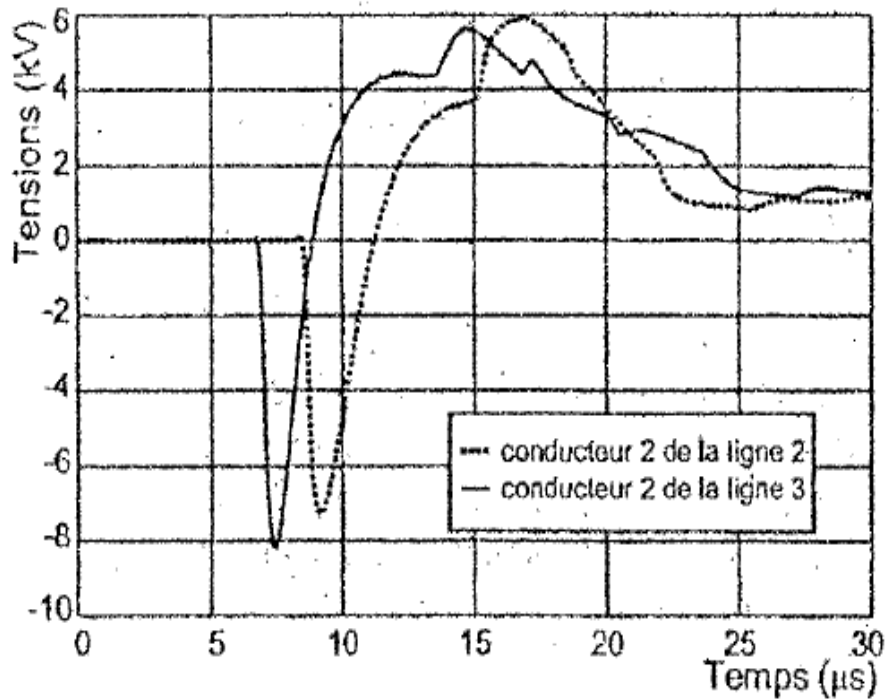
(b) Résultats publier [90]

**Figure V.44** Tension induite au nœud d'interconnexion pour un sol de conductivité finie ( $\sigma_g=0.001S/m$ ).

Les résultats en figures V.45.a et V.45.b, représentent respectivement la tension induite aux extrémités B et C du conducteur 2 de la ligne 2 et ligne 3.



(a) Résultats de calcul

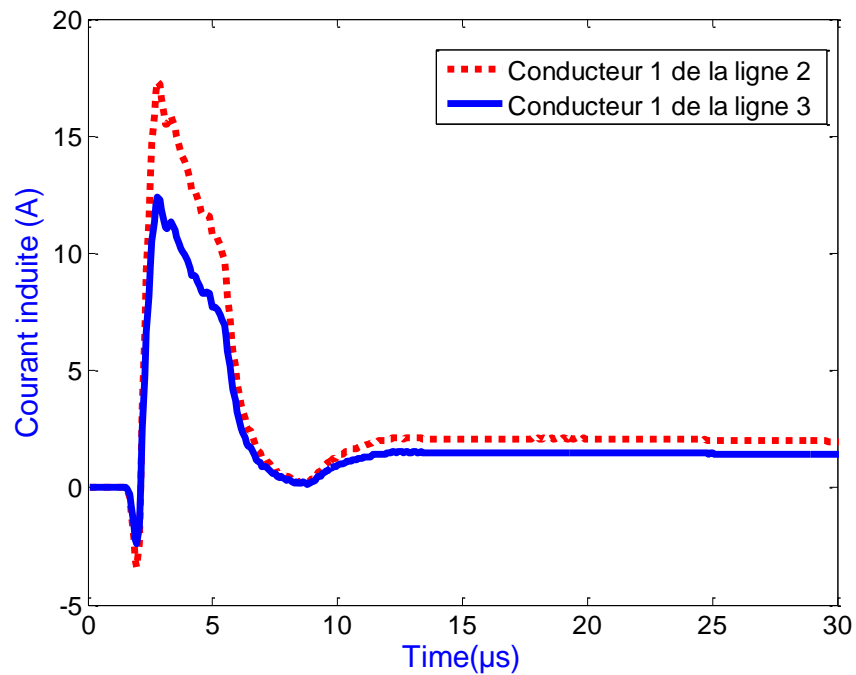


(b) Résultats publier [90]

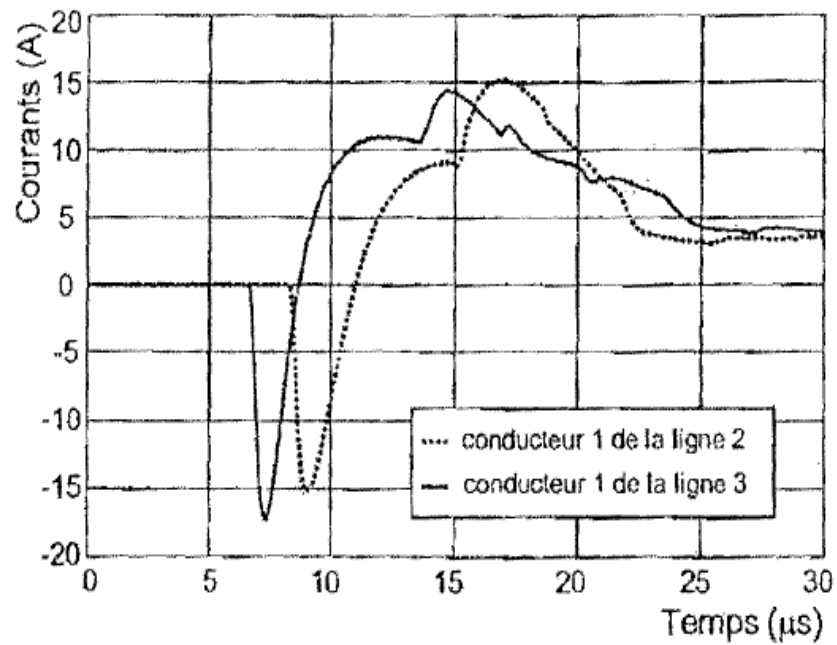
**Figure V.45** Tension induite aux extrémités B et C pour un sol de conductivité finie ( $\sigma_g=0.001S/m$ ).



Les résultats en figures V.46.a et V.46.b, représentent respectivement le courant induite aux extrémités B et C du conducteur 2 de la ligne 2 et ligne 3.



(a) Résultats de calcul



(b) Résultats publier [90]

**Figure V.46** Courant induite aux extrémités B et C pour un sol de conductivité finie ( $\sigma_g=0.001S/m$ ).

La comparaison de nos résultats avec ceux publiés [90], met en évidence une différence aussi bien en allure qu'en amplitude. La différence qui apparaît à notre avis est résiduelle dans la différence des formalismes.

Dans la deuxième application, nous considérons un poste de transformation aérien (poste de répartition) constitué d'un jeu de barre figure V.47. Un transformateur de puissance et trois tronçons de lignes HTB triphasées connectées en Y. Un tronçon de ligne HTB1 d'arrivée monoterne en faisceau Figure V.39 de longueur  $L_1 = 500$  m, et deux tronçons de lignes HTB2 de départ monoterne configuration "a" de la Figure V.31 de longueurs respectives  $L_2 = 500$  m et  $L_3 = 500$  m.

À la sortie du transformateur deux niveaux de tension différents, l'un raccordé aux départ lignes HTB et l'autre HTA pour assurer l'alimentation des réseaux de distributions et des auxiliaires du poste lui-même.

L'impact du coup de foudre est à 50m sur la médiatrice du réseau de lignes et donc à équidistance des deux extrémités. La hauteur du canal de foudre a été fixée à une valeur de 7.5 km.

Le champ électromagnétique a été calculé en utilisant le modèle MTL [40] avec une valeur typique de vitesse de l'arc en retour  $v = 1.3 \cdot 10^8$  m/s, et un taux de décroissance de l'intensité du courant  $\lambda = 1700$ , avec le courant à la base du canal est la somme de deux fonctions de Heidler [38] avec des paramètres regroupés dans le tableau V.1.

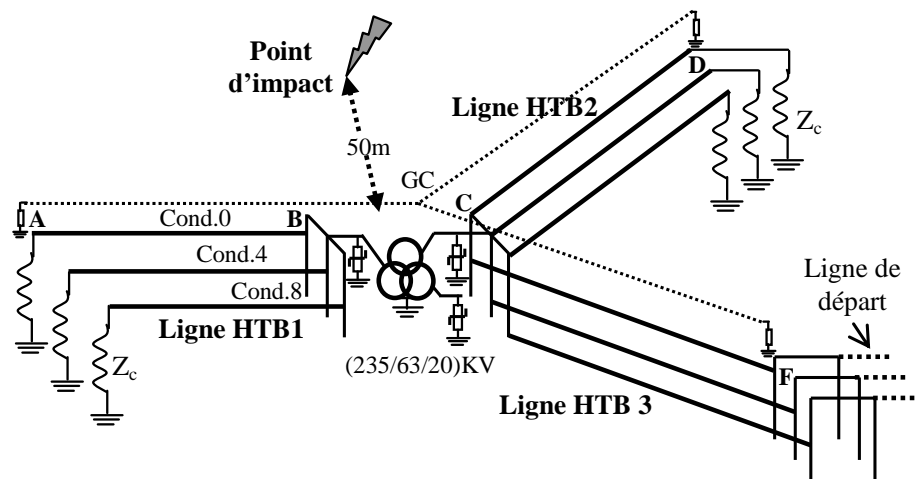


Figure V.47 Réseau de lignes HTB aérien excité par une onde de foudre.

Afin d'illustrer l'effet indirect d'une onde de foudre sur un réseau de ligne HTB en présence du câble de garde et de parafoudre, nous considérons en premier que les lignes sont terminées en leurs extrémités par leurs impédances caractéristiques et le câble de garde par l'impédance

caractéristique du pylône, puis nous introduisons à l'entrée et à la sortie du poste des équipements de protection [107, 108] (parafoudres) dont la fonction mathématique est décrit par l'équation [109] :

$$i = k \cdot \left( \frac{v}{v_{ref}} \right)^p \tag{V.1}$$

Avec :

- ✓  $i$  et  $v$  sont les courants et tensions induites ;
- ✓  $v_{ref}$  est la tension de protection (la tension choisi pour l'intervention du parafoudre),  
 $k=2.5kA$  et  $p=24$  sont des constantes [104].

Trois tensions de protection (tension de référence) sont choisies pour l'intervention des parafoudres :

- ✓ A l'extrémité **B** de l'arrivée HTB1, la tension de protection  $v_{ref} = 230 kv$  ;
- ✓ A l'extrémité **C** de départ HTB2, la tension de protection  $v_{ref} = 70 kv$  ;
- ✓ A l'extrémité de départ HTA, la tension de protection  $v_{ref} = 25 kv$ .

Les figures V.48, V.49 et V.50 représentent respectivement la variation des tensions induites à l'extrémité des trois conducteurs de lignes.

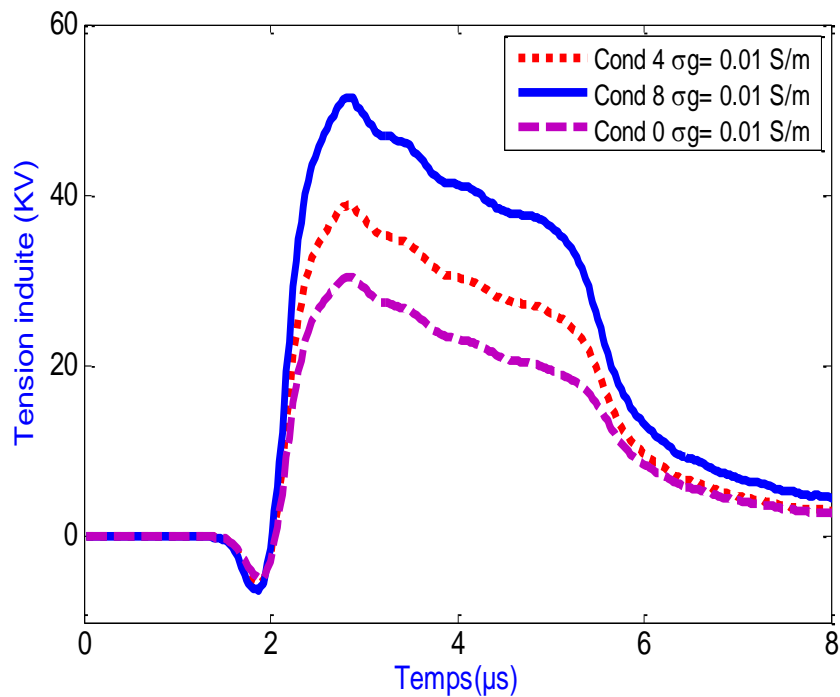
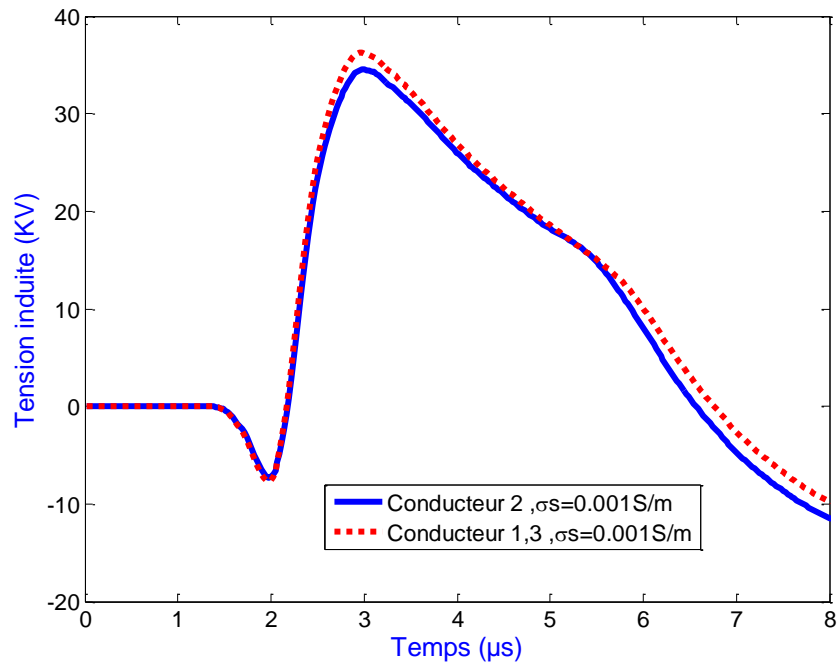
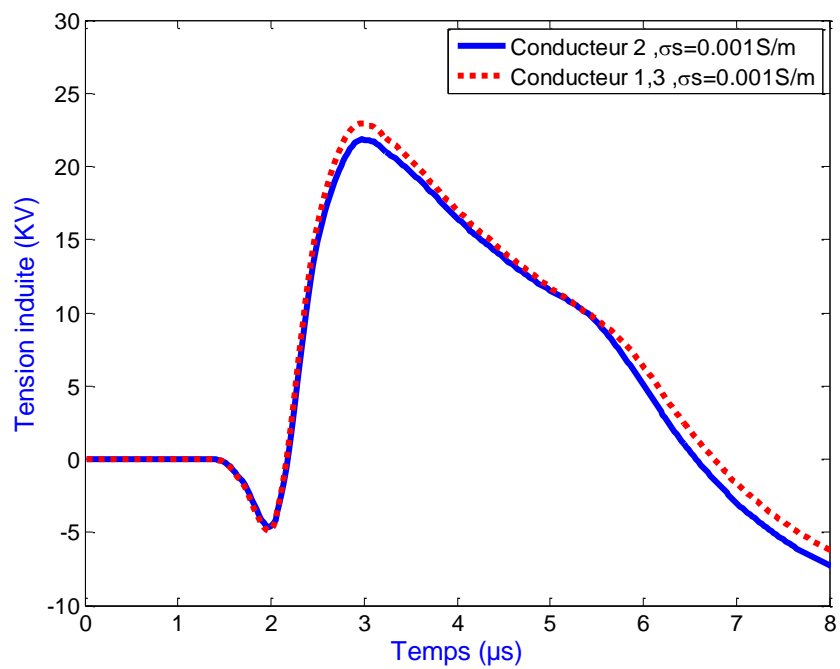


Figure V.48 Tension induite à l'extrémité A de l'arrivée HTB1.



**Figure V.49** Tension induite à l'extrémité **D** de départ HTB2.



**Figure V.50** Tension induite à l'extrémité **F** de départ HTB3.

Ces figures V.48, V.49 et V.50, montrent clairement qu'à chaque fois la ligne est éloignée du point d'impact, à chaque fois la tension induite engendrée par la foudre est diminuée.

Les figures V.51 et V.52 représentent respectivement la variation de la tension induite à l'extrémité **B** (entrée du poste) de l'arrivée HTB1 et à l'extrémité **C** (sortie du poste) de départ HTB2 et HTB3.

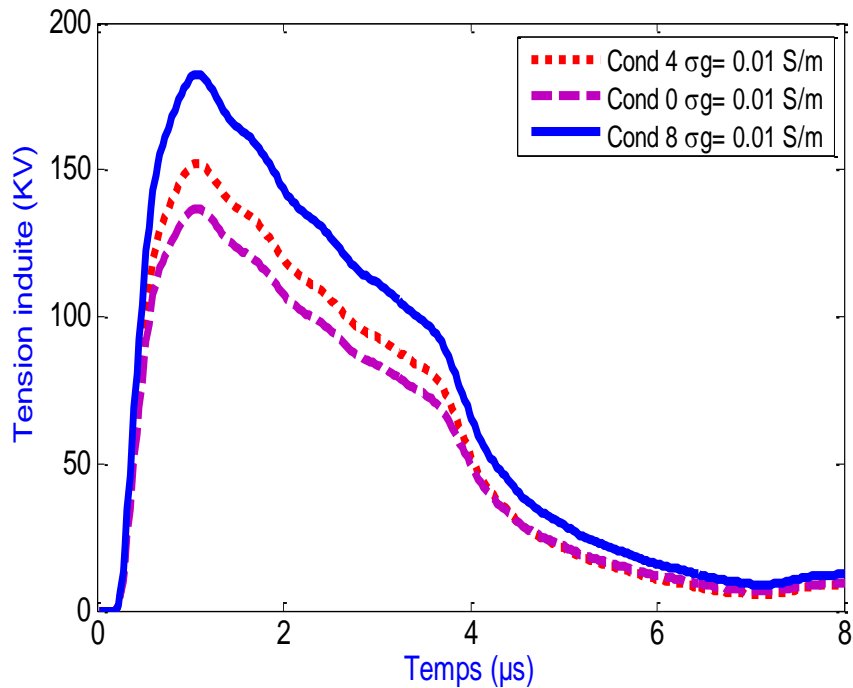


Figure V.51 Tension induite à l'extrémité **B** de l'arrivée HTB1.

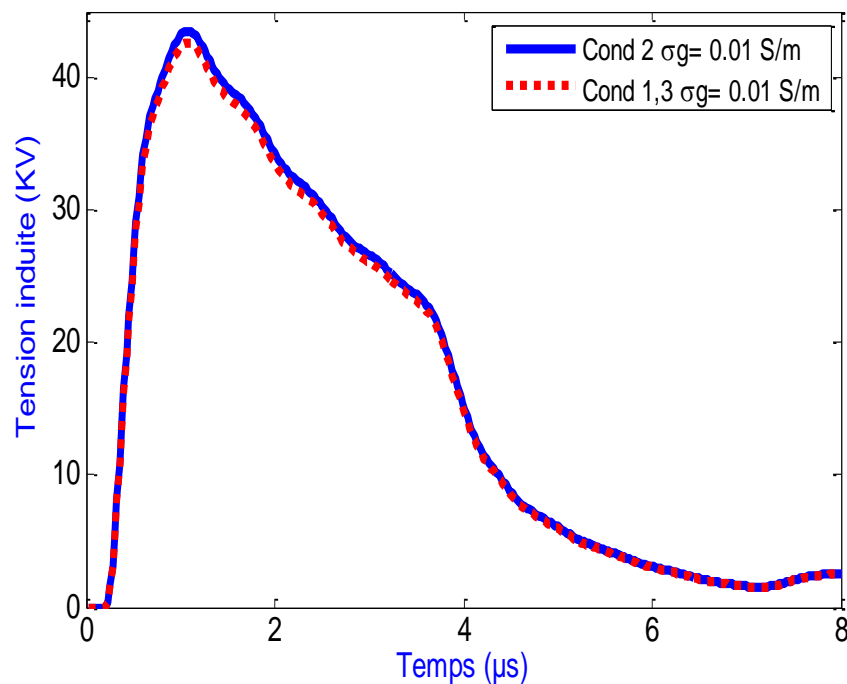


Figure V.52 Tension induite à l'extrémité **C** de départ HTB2.

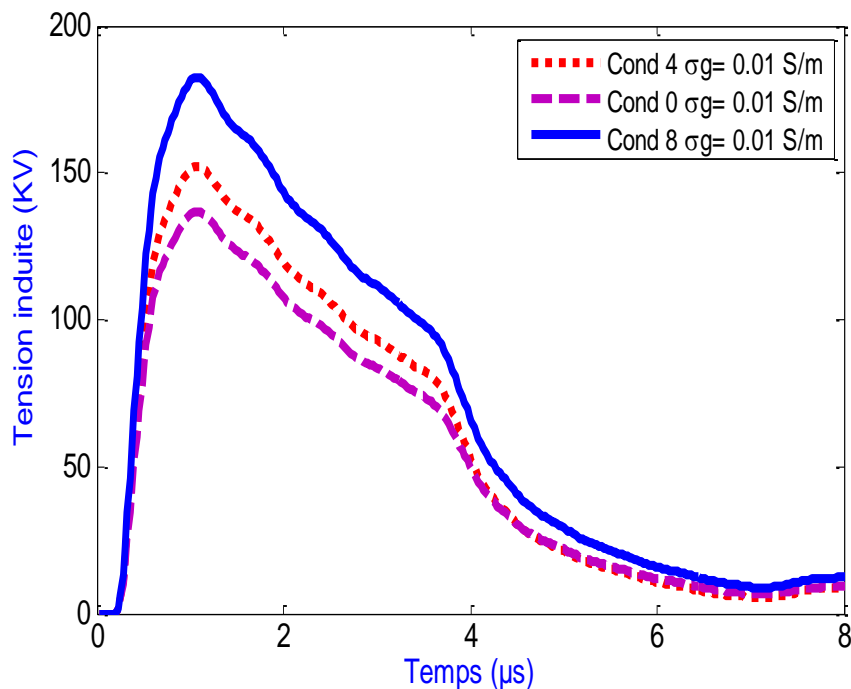
Nous constatons que les résultats en figures V.51 et V.52 montre clairement que le rapport entre les tensions induites à l'entrée et en sortie du transformateur est celui du transformateur parfait considéré.

En figure V.52, nous remarquons que les tensions induites sont pratiquement les mêmes sur les trois conducteurs ; car :

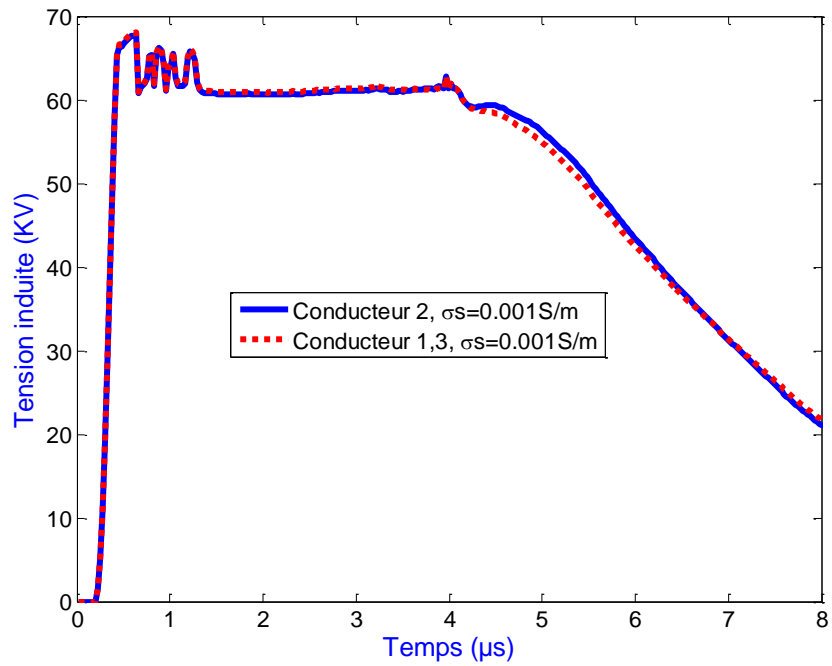
- ✓ les conducteurs de phases sont identiques ;
- ✓ les conducteurs de phases sont pratiquement à la même distance du canal de foudre ;

Les résultats en figures V.53, V.54 et V.55, représentent respectivement :

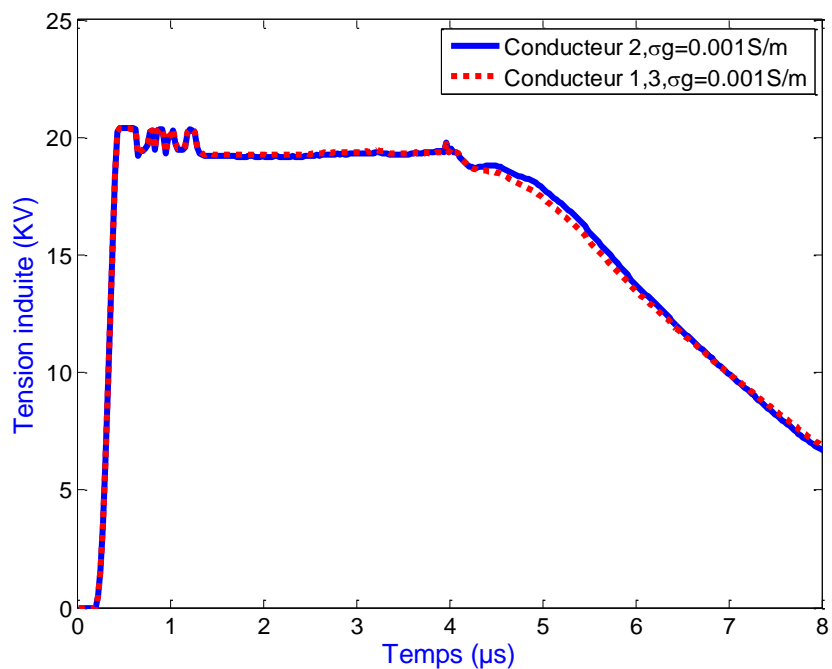
- ❖ la variation de la tension induite à l'extrémité **B** de l'arrivée HTB1 en présence des parafoudres dans le cas d'un sol de conductivité finie.
- ❖ la variation de la tension induite à l'extrémité **C** de départ HTB2 en présence des parafoudres dans le cas d'un sol de conductivité finie.
- ❖ la variation de la tension induite à l'extrémité de départ HTA en présence des parafoudres dans le cas d'un sol de conductivité finie.



**Figure V.53** Tension induite à l'extrémité **B** de l'arrivée HTB1 en présence des parafoudres.



**Figure V.54** Tension induite à l'extrémité C de départ HTB2 en présence des parafoudres.



**Figure V.55** Tension induite à l'extrémité C de départ HTA en présence des parafoudres.

La figure V.53, illustre bien que le parafoudre n'intervient pas à l'extrémité **B** de l'arrivé HTB1, car la tension choisi pour l'intervention est supérieur à la tension induite généré par la foudre sur l'arrivé HTB1.

Les figures V.54 et V.55, montre clairement que le parafoudre intervient à l'extrémité **C** de départ HTB2 et de départ HTA, car la tension choisi pour l'intervention est inférieure à la tension induite générée par la foudre sur le départ HTB2 et le départ HTA.

Nous remarquons que le maximum de la tension induite est à chaque fois, inférieure à la tension de protection (tension de référence) choisie pour l'intervention du parafoudre.



## V.5 Conclusion

Ce chapitre intitulé applications, nous l'avons consacré à une validation des différents modèles que nous avons mis en œuvre pour :

- ✚ le calcul du champ rayonné par une onde de foudre ;
- ✚ le calcul des courants et tensions induits sur une ligne.

En général, une bonne concordance est trouvée entre nos résultats de calcul et à ceux publiés. Ce qui nous a permis d'affirmer que le concept que nous avons développé présentait une bonne efficacité. On constate également que la conductivité du sol affecte d'une manière significative les tensions induites par la foudre dans les lignes aériennes.

Cet ensemble d'application, montre qu'il est possible de quantifier par calcul les surtensions induites engendrées par la foudre sur les réseaux de lignes HTB aériens.

# *Conclusion Générale*

## *Conclusion Générale*

L'objectif de la présente thèse était : Contribution à l'étude de l'effet électromagnétique de la foudre sur un réseau électrique HTB.

L'analyse du couplage électromagnétique de la foudre avec un réseau électrique de ligne HTB par la théorie de ligne, généralement pose un problème lors de la discrétisation spatiale et temporel par la méthode différence finie à point centré aux niveaux des réseaux d'extrémités et d'interconnexions. Le concept que nous proposons permet de surmonter sur cette discrétisation en tout point le long de chaque conducteur de ligne, ainsi que des relations électriques aux niveaux des réseaux d'extrémités et d'interconnexions. Ce concept est établi directement dans le domaine temporel à partir du modèle d'Agrawal, avec prise en compte de l'effet du sol. Nous avons traité le cas d'un conducteur de ligne aérien, à partir de là, nous avons développé les équations de couplage, inclut l'effet de l'impédance du sol, qui apparaît en termes d'une intégrale additionnelle de convolution. Ensuite, nous avons généralisé les équations de couplage pour le cas d'une ligne aérienne comportant plusieurs conducteurs. La résolution dans le domaine temporel des équations de couplage obtenue est également étudiée en utilisant la méthode des différences finies points-centrés. Nous avons représenté la solution générale de l'ensemble des tensions aux extrémités de la ligne multifilaire par une mise en forme matricielle. Cette représentation, permette de tien en compte l'ensemble des équipements électriques de la ligne. Ensuite nous avons étendu cette mise en forme au cas d'un réseau de ligne. En fin, nous avons obtenu un nouveau concept qui nous permette de calculer la tension induite en tout point de la ligne du réseau électrique HTB.

Afin de compléter notre étude, nous avons présentés, des résultats de simulation. Ceci nous a conduits au développement d'un code de simulation (Matlab) que nous avons validé par une confrontation de nos résultats de calcul à ceux publiés. Nous avons étendu nos simulations à des applications liées directement à des situations industrielles réelles où des lignes sont exposées à des agressions électromagnétiques extérieures.

En général, une bonne concordance est trouvée entre nos résultats de calcul à ceux publiés. Ce qui nous a permis d'affirmer que le concept que nous avons développé présentait une très bonne efficacité. On constate également que la conductivité du sol affecte d'une manière significative les tensions induites par la foudre dans les lignes aériennes.

L'intérêt particulier de cette étude, est qu'elle nous a permis de donner les grandeurs électriques induites (courant et tension) en chaque point de la ligne du réseau électrique HTB.

En perspective de ce travail, après avoir modélisé des réseaux de ligne HTB, illuminés par des champs électromagnétiques externes, il serait maintenant intéressant de continuer l'étude, cette étude permettra certainement de mieux aborder les solutions de protection.

Nous proposons d'élargir ce concept à la prise en compte des réseaux de lignes HTB électriques souterrains.

# *Références bibliographiques*

## *Références bibliographiques*

- [1] Glossaire de science et technique, “Phénomène orageux foudre et ses effets protection des structures et des bâtiments”, <http://www.apfoudre.fr/sites/default/files/pdf/Glossaire-association-protection-foudre.pdf>
- [2] C. Gary, “La foudre”, Masson, Paris, 1995.
- [3] F. Rachidi, “ La foudre et ses effets électromagnétiques”, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Notes de cours, Été 2004.
- [4] M. Ianovici, J. J. Morf, “Compatibilité électromagnétique”, PPR Lausanne, Zurich, 1983.
- [5] K. Berger, R. B. Anderson, H. Kroning, "Parameters of Lightning Flashes", *Electra*, P. 23-27, 1975.
- [6] C. Gary, “ Approche Complète de la Propagation Multifilaire en Haute Fréquence par Utilisation des Matrices Complexes”, EDF Bulletin de la Direction des Etudes et Recherches, série B N° 3/4, pp.5-20, 1976.
- [7] F. Rachidi, C. A. Nucci, "On the Master, Lin, Uman, Standler and the Modified Transmission Line lightning return stroke current models", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 95, pp. 20389-20394, Nov. 1990.
- [8] D. Abdelhakim, “contribution à l’amélioration de la protection contre les surcharges atmosphériques”, Thèse magister présentée à l’université de Annaba, avril 2004.
- [9] V.A. Rakov, “Lightning Discharges Triggered Using Rocket-and-Wire Techniques”, in *Recent Research Development on Geophysics*, edited by R. Signpost, pp. 141-171, India, 1999.
- [10] K. Berger, “Novel Observations on Lightning Discharges: Results of Research on Mount San Salvatore”, *Journal of Franklin Institute*, Vol. 283, N°6, June 1967.
- [11] M. Rubinstein, F. Rachidi, M.A. Uman, R. Thottappillil, V.A. Rakov, C.A. Nucci, "Characterization of vertical electric fields 500 m and 30 m from triggered lightning", *Journal of Geophysical Research*, Vol. 100, No D5, pp. 8863- 8872, May 1995.
- [12] H. Bella “Interaction Electromagnétique de l’Onde de Foudre avec un Réseau de Transport d’Energie ”, Thèse magister présentée à l’université de Jijel, janvier 2009.
- [13] G. Gérard CHAMPIOT, “Compatibilité électromagnétique”, *Techniques de l’Ingénieur*, Vol D, 1300.1- D, 1300.24.
- [14] P. Bornard, M .Pavard, “Réseaux de Transport d’interconnexion de l’énergie électrique fonctionnement et réglage”, *Technique de l’ingénieur*, Vol.D4090-1-26.

- [15] A. HAMMOUD, “Etude des convertisseurs haute tension pour la protection et la coordination des réseaux de distribution”, Thèse de Doctorat présentée devant l’Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Octobre 2010.
- [16] D. Labeled, “Production décentralisée et couplage au réseau”, Thèse de Doctorat présentée à l’université de Constantine, 2008.
- [17] M. Aguet et J. J. Morf, “Energie Electrique ”, Traité d’électricité, Vol. XII.
- [18] W. D Stevenson, “Elements of Power System Analysis”, 4th éd., McGraw-Hill Book 1982.
- [19] B. M Weedy, “Electric Power Systems”, 3rd éd., John Wiley & Sons Ltd., London, 1979.
- [20] F. Gardiol, "Electromagnétisme", Traite d’électricité, Vol. III, presse polytechnique de Lausanne 1996.
- [21] J. Ribeiro, Étude des risques de défaillances d’un réseau de télécommunications suite à des coups de foudre directs ou indirects, Thèse de Doctorat de l’Université Blaise Pascalde Clermont-Ferrand, Décembre 2005.
- [22] J. Cu villier, “Cours de CEM ”, Génie électrique et informatique industrielle, Mars 2002.
- [23] F. Gardiol, “Electric Power Systems”, 3rd éd., John Wiley & Sons Ltd., London, 1979.
- [24] M. Boumaiza “ Impact Indirect de l’Onde de Foudre sur un Réseau de Distribution d’Energie Electrique : Protection des Dispositifs ”, Thèse magister présentée à l’université de Jijel, avril 2009.
- [25] C.A. Nucci “Lightning-Induced Over Voltages on Overhead Power Lines. Part 1: Return-Stroke Current Models with Specified Channel-Base Current for the Evaluation of Return-Stroke Electromagnetic Field”, Cigré paper prepared within the framework of task Force 33.01.01 of the CIGRE working Group 33.01,1994.Electra N°161, August 1995.
- [26] F. Napolitano, “An Analytical formulation of the electromagnetic field generated by Lightning return strokes”, *IEEE Trans on Eleco Comp*, vol. 53, NO. 1, February 2011.
- [27] A. Andreotti, “Electromagnetic coupling of lightning to power lines: transmission-line approximation versus full-wave solution”, *IEEE Trans on Elec Comp*, vol. 53, NO. 2, MAY 2011.
- [28] F. Rachidi, Nucci C. A, Ianoz M and Mazzetti C, “Influence of a Lossy Ground on Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines”. *IEEE Transactions on electromagnetic compatibility*, Vol.38, NO.3, 250-264, August 1996.
- [29] C. Sondoal, R.josé Marti, “Evaluation of corona and line models electromagnetic transient simulations”, IEEE Janvier 1991.
- [30] S. Guerrieri, C.A. Nucci, F. Rachidi, and M. Rubinstein, “On the influence of elevated

- strike objects on directly measured and indirectly estimated lightning currents”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 13 (4), 1543-55, 1998.
- [31] F. Rachidi, J.L. Bermudez, M. Rubinstein, “Statistical evaluation of lightning current parameters from remote electromagnetic field measurements”, in *26th ICLP (International Conference on Lightning Protection)*, Cracow, Poland, 2002.
- [32] C.A. Nucci, “Lightning Induced voltages on overhead Power lines”, PI, *Electra* N° 161 p.29, August 1995.
- [33] C. A. Nucci, “Lightning-induced voltages on overhead lines”, *IEEE Trans on Elec Comp.* vol 35. no. i , February, 1993.
- [34] F. Rachidi, C.A. Nucci, M. Ianoz, and C. Mazzetti, “Importance of losses in the determination of lightning-induced voltages on overhead lines”, *EMC '96 ROMA. International Symposium on Electromagnetic Compatibility. Univ. Rome 'La Sapienza', Rome, Italy, 2, 1996.*
- [35] J. L. Bermudez, “Lightning Currents and Electromagnetic Fields Associated with Return Strokes to Elevated Strike Objects”, Phd thesis , EPFL, pp.65-98, 2003.
- [36] C.E.R. Bruce, R.H. Golde, “the lightning discharge”, the journal of the institution of electrical engineers, 88(6) 487-520, 1941.
- [37] M. A. Uman, D. K. Mclain, “Magnetic Field of Lightning Return Stroke”, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 74, pp. 6899-6909, 1969.
- [38] F. Heidler, “Traveling current source modèle for LEMP calculation”, in *6<sup>th</sup> Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility*, pp.157-62, Zurich, Switzzland, 1985b.
- [39] G. Diendorfer, M. A. Uman, “An improved return stroke model with specified channel-base current”, *Journal of Geophysical Research*, 95 (D9)13621-44, 1990.
- [40] F. Rachidi, C.A. Nucci, “On the Master, Uman, Lin, Standler and the Modified Transmission Line Lightning return stroke current models”, *Journal of Geophysical Research*, 95 (D12) 20389-94, 1990.
- [41] Mc. Graw, “theories and problems of Murray R Spigel : Advanced calculus –Hillbooks company, Schaum’s outline series”, pp. 160-165, 1975.
- [42] K. R.B. Berger, Anderson, H. Kroninger, “Parameters of Lightning Flashes”, *Electra*, 41, 23-37, 1975.
- [43] V.A. Rakov, “Lightning Return Stroke Modeling: Recent Developments”, in *International Conference on Grounding and Earthing - GROUND 2002*, Rio de Janeiro, Brazil, 2002.



- [44] P. Degauque, J. Hamelin, “Compatibilité Electromagnétique, Bruits et Perturbations radioélectriques”, Collection Technique et Scientifique des Télécommunications. Edition Dunod, paris, 1990.
- [45] M. A. Uman, Kenneth Mc Lain D, Philip Krid E, “The Electromagnetic radiation from finite antenna”, American Journal Physics, Vol.43/33, pp.33\_38, January 1975.
- [46] R. F. Harrington “Field computation by moment method”, The Mac-Milan Company New-York, 1968.
- [47] F. Rachidi,: “A Review of Field-to-Transmission Line Coupling Models with Special Emphasis to Lightning-Induced Voltages on Overhead Lines”, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol.54, 898– 910, August 2012.
- [48] M Rubinstein, “An approximate formula for the calculation of the horizontal electric field from lightning at close, intermediate, and long range”, *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 38 (3), 531-5, 1996.
- [49] S. Rusck, “Induced Lightning over-voltages on power transmission lines with special reference to the overvoltage protection of low-voltage networks”, Trans. Royal Inst. Of Tech., no. 120, pp.1-118, 1958.
- [50] P. Chowdhuri, E.T.B. Gross, “Voltage surges induced on overhead lines by lightning strokes”, Proc. IEE, Vol. 114, no.12, pp. 1899-1907, Dec. 1967.
- [51] A. Z. Elsherbeni, V. Demir, “The Finite-Difference Time-Domain Method for Electromagnetics with MATLAB Simulations”. Scitech, 2008.
- [52] Yee, “Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwells equations”, 1966.
- [53] K. Natalia Nilkolova “The Fnite-Difference Time-Domain (FDTD) METHOD – PART I ; II ; III ; IV”, Numerical Techniques in Electromagnetics; 2004.
- [54] C. Yang and B. Zhou, “Calculation Methods of Electromagnetic Fields Very Close to Lightning”, IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 46, no. 1, pp. 133{141, 2004.
- [55] Z. P. Liao, H. L. Wong, B. Yang, and Y. Yuan, “A transmitting boundary for transient wave analysis”, Sci. Sin, pp. 1063 {1076, 1984.
- [56] T. Yu, Z. Qian and C. Lu, \A Modi\_ed Liao, “s Absorbing Boundary Condition for FDTD Simulations in 2-D Cylindrical Coordinates with Rotational Symmetry”, in IEEE 2007 International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies For wireless Communications, pp. 845{847, 2007.

- [57] F. Rachidi, N. A. Nucci, M. Lanoz, “Transient Analysis of Multiconductor Lines Above a Lossy Ground, *IEEE Transactions on power Delivery*, Vol.14, N°.1, pp. 294-302, January 1999.
- [58] R. Montañó, “An Efficient Implementation of the Agrawal *et al.* Model for Lightning-Induced Voltage Calculations Using Circuit Simulation Software”, *IEEE Trans on Circ and Syst—I: Regul pp*, vol. 55, NO. 9, October 2008.
- [59] M. Akbari, K. Sheshyekani , “Evaluation of Lightning Electromagnetic Fields and Their Induced Voltages on Overhead Lines Considering the Frequency Dependence of Soil Electrical Parameters”, *IEEE Trans on Elec Comp*, 2013.
- [60] A. Andreotti, “Analytical Formulations for lightning-induced voltage calculations”, *IEEE Trans on Elec Comp*, 2012.
- [61] J. Nitsch and S. Tkachenko, “High-frequency multiconductor transmission-line theory,” *Foundations Phys.*, vol. 40, pp. 1231–1252, 2010.
- [62] F. Napolitano, A. Borghetti, C. A. Nucci, F. Rachidi, and M. Paolone, “Use of the full-wave finite element method for the numerical electromagnetic analysis of LEMP and its coupling to overhead lines,” *Electr. Power Syst. Research*, vol. 94, pp. 24–29, Jan. 2013.
- [63] A.C. Liew, S.C. Mar, “Extension of the Chowdhuri – Gross Model for Lightning Induced Voltage on Overhead Lines”, *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 1, no. 2, pp.240-247, 1986.
- [64] A. K. Agrawal, H.J. Price, S.H. Gurbaxani, “Transient Response of multiconductor transmission lines excited by a nonuniform electromagnetic field”, *IEEE Trans. On Electromagnetic Compatibility*. EMC-22, pp. 119-129, 1980.
- [65] C. D. Taylor, R. S. Satterwhite, W. Jr. Harrison, “ The Response of Terminated Two-Wire Transmission Line Excited By a Nonuniform Electromagnetic field”, *IEEE Trans. On Antennas and propagation*, vol.AP-13, pp.987-989, 1965.
- [66] F. Rachidi, “Formulation of the Field to Transmission Line Coupling Equations in Terms of Magnetic Excitation Field”, *IEEE Trans. On Electromagnetic Compatibility*, Vol. EMC-35, N°.3, pp. 404-407, 1993.
- [67] “IEEE Guide for improving the lightning performance of electric power overhead distribution”, *IEEE Standard 1410*, 2004.
- [68] P.P Barker, T.A Short, A.R. Eybert-Berard and J.P. Berlandis “Induced Voltage measurement on an experimental distribution line during nearby rocket triggered lightning flashes”, *IEEE Trans. Power Delivery*, vol.11, no.2, pp. 980-995, April 1996.
- [69] C.A Nucci, F. Rachidi, M.V. Ianoz and C. Mazzetti, “Lightning-induced voltages on overhead lines”, *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol.35, no.1, pp.75-86, Feb. 1993.

- [70] G. Cornfield, "Correspondence on reference [10]", *Proc. IEE*, vol. 119, pp. 893-894, 1972.
- [71] P. Chowdhuri, "Analysis of lightning-induced voltages on overhead lines", *IEEE Trans. Power Delivery*, vol.4, no.1, pp. 479-492, Jan. 1989.
- [72] P. Chowdhuri, "Lightning induced voltages on multiconductor overhead lines", *IEEE Transaction on Power Delivery*, vol. 5, no. 2, pp.658-667, April 1990.
- [73] H.S. Carslow, J.C. Jaeger, "Operational methods in applied mathematics", Oxford University press, 1948.
- [74] M.F. Gardner, J.L. Barnes, "Transients in linear systems", Vol.1, Wiley, 1950.
- [75] H. K. Høidalen, "Calculation of lightning induced voltages, using models", in *Proc. Int. Conf. Power system Transients*, Budapest, Hungary, June 20–24, pp. 359–364, 1999.
- [76] M.J.Master , M.A.Uman, Lightning induced voltage on power lines: experiment, *IEEE Trans. Powe. and . Sys.* vol.pas-103,no.9pp.2519-2529 septembre 1984
- [77] M. Rubinstein, A. Y. Tzeng, M.A. Uman, P.J. Medelius and E.M. Thomson, "Lightning induced voltages on an overhead wire", *IEEE Trans. on Electro. Comp.*, Vol. 31, November 1989.
- [78] Y.Baba, V .A.Rakov, "On the interpretation of ground reflections observed in smallscale experiments simulating lightning strikes to towers",*IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*,Vol.47,N° 3, pp.533-542, 2005.
- [79] F. Gardiol, "Electromagnétisme", Traite d'électricité, Vol. III, presse polytechnique de Lausanne 1996.
- [80] F. Rachidi, "Effets Electromagnétiques de la Foudre sur les Lignes de Transmission Aériennes Modélisation et Simulation", Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Thèse N° 974,1991.
- [81] C. R. Paul, "Analysis of Multiconductor Transmission Lines", Wiley Interscience, 1994.
- [82] D. Orzan, "Couplage externe et interne entre un champ électromagnétique et un réseau de lignes multifilaires". Ph. D. dissertation, Ecole polytechnique fédérale de lausanne EPFL, 1998.
- [83] M. Boumaiza, D. Labed, "Electromagnetic Field Interaction with overhead electrical networks", *IET Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 10, N°. 9, pp. 2098–2107, 2016.
- [84] F. Napolitano, M. Paolone, A. Borghetti, C. A. Nucci, F. Rachidi, V. A. Rakov, J. Schoene, and M. A. Uman, "Interaction between grounding systems and nearby lightning for the calculation of overvoltages in overhead distribution lines," in *Proc.IEEE Trondheim Power Tech*, , pp. 1–7, 2011.

- [85] A. Andreotti, A. Pierno, A. Rakov. “An Analytical Approach to Calculation of Lightning Induced Voltages on Overhead Lines in Case of Lossy Ground—Part I: Model Development”, *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 28, pp. 1328–1343, April 2013.
- [86] R. Sandrine, “Caractérisation des couplages électromagnétiques dans les réseaux filaires cuivre en vue d'optimiser les transmissions à haut débit”, octobre, Thèse N° 52 (2007).
- [87] S. Mezoued, “Analyse du couplage électromagnétique d'une onde de foudre avec une structure filaire à topologie complexe”, Thèse de Doctorat présentée à l'université de Jijel, 2007.
- [88] D. Poljak, S. Antonijevic, K. Drissi, and K. Kerroum, “Transient response of straight thin wires located at different heights above a ground plane using antenna theory and transmission line approach,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 52, no. 1, pp. 108–116, Feb. 2010.
- [89] M. Paolone, F. Rachidi, A. Borghetti, et al. “Lightning electromagnetic field coupling to overhead lines: theory, numerical simulations, and experimental validation”, *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 51, pp. 532–547, 2009.
- [90] S. Kaouche, B. Nekhoul, K. Kerroum, E. Drissi: “Modélisation des perturbations induites par une onde de foudre sur un réseau de puissance non linéaire par FDTD”, *Revue Internationale de Génie Electrique (RIGE)*, pp.1-38), 2007.
- [91] C. A. Nucci, S. Guerrieri, “Influence of Corona on the Voltages Induced by Nearby Lightning on Overhead Distribution Lines,” *IEEE Trans on Power Deliv*, vol. 15, no. 4, October, 2000.
- [92] F. Rachidi, C. A. Nucci, M. Ianoz, and C. Mazzetti, “Influence of a lossy ground on lightning-induced voltages on overhead lines,” *IEEE Trans. on EMC*, vol. 38, no. 3, pp. 250–264, Aug. 1996.
- [93] E. D. Sunde, “Earth Conduction Effects in Transmission Systems ”, Dover Publications, New York, 1968.
- [94] Tesche, F.M., Ianoz, M., Karlsson,T.: “EMC Analysis Methods and Computational Models”, J. Wiley&Sons, New York, 1996.
- [95] M. Khosravi-farsani, R. Moini, S. H. H. Sadeghi, and F. Rachidi, “On the validity of approximate formulas for the evaluation of the lightning electromagnetic fields in the presence of a lossy ground,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 55, no. 2, pp. 362–370, Apr. 2013.
- [96] S. Visacro, J. Herrera, H. Torres, and F. H. Silveira, “Evaluation of lightning induced voltages over a lossy ground by hybrid electromagnetic model,” *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 51, no. 4, pp. 975–985, Nov. 2009.

- [97] F. H. Silveira, S. Visacro, J. Herrera, and H. Torres, "Evaluation of lightning-induced voltages over lossy ground by the hybrid electromagnetic model," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 51, no. 1, pp. 156–160, Feb. 2009.
- [98] M. Paolone, F. Rachidi, A. Borghetti, et al. "Lightning electromagnetic field coupling to overhead lines: theory, numerical simulations, and experimental validation", *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, 51, pp. 532–547, 2009.
- [99] A. Timotin, "Longitudinal transient parameters of a unifilar line with ground return", *Rev. Roum. Sc. Tech. Electrotech. Energie* 12(4) (1967) 523-535 (Bucarest).
- [100] D. Orzan., "Time-domain low frequency approximation for off-diagonal terms of the ground impedance matrix", *IEEE Trans. EMC* 39 (1) (1997) 64.
- [101] F. Rachidi, S.L. Loyka , C.A. Nucci , M. Ianoz, "A new expression for the ground transient resistance matrix elements of multiconductor overhead transmission lines", *Electric Power Systems Research*, 65, 41\_ 46, 2003.
- [102] S.L. Loyka, "On calculation of the ground transient resistance of overhead lines", *IEEE Trans. EMC* 41 (3) (1999) 193\_ 195.
- [103] S. Kaouche, "Analyse de défauts dans un réseau de lignes ou de câbles", Thèse de Doctorat présentée à l'université de Jijel, 2007.
- [104] A. Andreotti, U. De Martinis, A. Maffucci, G. Miano, L. Verolino, "Non-linear Behaviour of Lemp Excited Power Lines Terminated on Surge-Arresters", *IEEE, Dipartimento di Ingegneria Elettrica, Universitii Federico II di Napoli, Italy*, 1999.
- [105] F. Rachidi, C.A. Nucci, M. Ianoz, C. Mazzeti, "Response of Multiconductor Power Lines To Nearby Lightning Return Stroke Electromagnetic fields", *IEEE Trans. on Power Delivery*, Vol.12, N° 3, pp.1404-1411, July 1997.
- [106] S. Mezoued, "Couplage Electromagnétique d'une Onde de Foudre avec une Ligne ou un Câble", Thèse de Magister présentée à l'université de Jijel, septembre 2003.
- [107] H. Janani, R. Moini, and S. H. H. Sadeghi, "Evaluation of the lightning induced voltage on overhead lines with nonlinear load using the scattering theory," *IEEE Trans. Power Del.*, vol. 27, no. 1, pp. 317–324, Jan. 2012.
- [108] V. A. Rakov and F. Rachidi, "Overview of recent progress in lightning research and lightning protection," *IEEE Trans. Electromagn. Compat.*, vol. 51, no. 3, pp. 428–442, Aug. 2009.

- [109] M. Namdari, M. K. Farsani, “An Efficient Parallel 3-D FDTD Method for Calculating Lightning-Induced Disturbances on Overhead Lines in the Presence of Surge Arresters,” *IEEE Trans on Electr Comp*, 2015.

# *Annexe A*

## Annexe A

### A.1 Modèle de Taylor

#### A.1.1 Equations de couplage

Les équations de couplages introduites par Taylor et al [61], sont exprimées en termes de tension et de courants totaux.

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + L \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h B_y^e(x, z, t) dz \quad (\text{A.1.1})$$

$$\frac{\partial i(x, t)}{\partial x} + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = - C \frac{\partial}{\partial t} \int_0^h E_z^e(x, z, t) dz \quad (\text{A.1.2})$$

Où :

$E_z^e(x, h, t)$ ,  $B_y^e(x, h, t)$  est respectivement la composante du champ électrique vertical exciteur (source de courant) et le champ d'induction magnétique horizontal (transverse) exciteur (source de tension) le long de l'axe  $x$  à la hauteur  $h$  du conducteur ;

$v(x, t)$  est la tension induit de la ligne ;

$i(x, t)$  est la tension induit de la ligne.

#### A.1.1.2 Conditions aux limites pour la tension :

Les équations aux extrémités du conducteur sont :

$$v(0, t) = - Z_A i(0, t) \quad (\text{A.1.3})$$

$$v(L, t) = Z_B i(L, t) \quad (\text{A.1.4})$$

Avec :

$Z_A$  et  $Z_B$  sont les charges d'extrémités.

Le circuit de couplage équivalent différentiel d'un conducteur de ligne est représenté en figure A.1 [61].



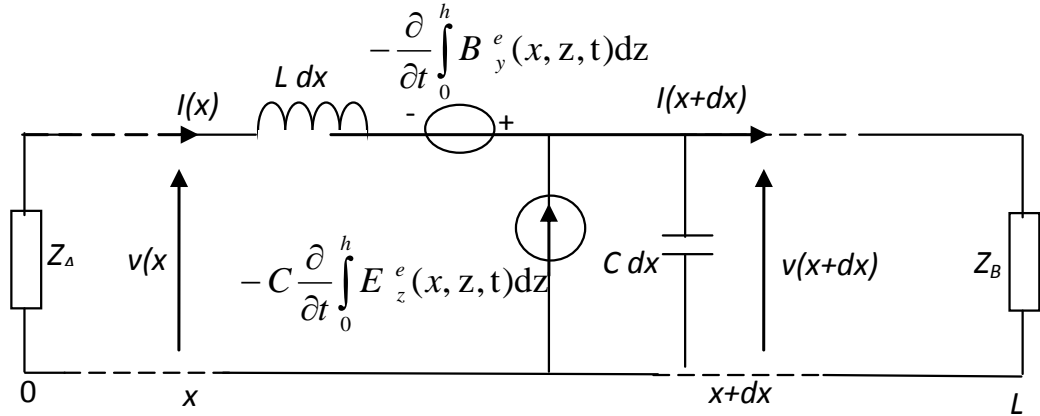


Figure A.1 Circuit de couplage différentiel d'après le modèle de Taylor et al [61].

### A.1.2 Généralisation des équations de couplage

La généralisation des équations de couplage obtenues pour le cas d'un conducteur de ligne aérien sans perte équations (A.1.1) et (A.1.2), comportant plusieurs conducteurs peut être s'écrit [61] :

$$\frac{d[v_i(x)]}{dx} + [L_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [i_j(x)] = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^h B_y^e(x, z, t) dz \right] \quad (\text{A.1.5})$$

$$\frac{d[i_i(x)]}{dx} + [C_{ij}] \frac{\partial}{\partial t} [v_j(x)] = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^h E_z^e(x, z, t) dz \right] \quad (\text{A.1.6})$$

#### A.1.2.1 Conditions aux limites pour la tension :

Les équations aux extrémités du conducteur sont :

$$[v_i(0, t)] = -[Z_A] [i_i(0, t)] \quad (\text{A.1.7})$$

$$[v_i(L, t)] = [Z_B] [i_i(L, t)] \quad (\text{A.1.8})$$

## Annexe A2

### A.2 Modèle de Rachidi

#### A.2.1 Equations de couplage

Les équations de couplages introduites par F. Rachidi [62], sont exprimées en termes de tensions totaux et de courants diffractés.

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial x} + L \frac{\partial i^s(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.2.1})$$

$$\frac{\partial i^s(x, t)}{\partial x} + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{L_0} \int \frac{\partial B_x^e(x, z, t)}{\partial y} dz \quad (\text{A.2.2})$$

Où  $i^s(x, t)$  est le courant diffracté ('scattered current') donné en fonction du courant total  $i(x, t)$  par l'expression suivante :

$$i(x, t) = i^s(x, t) + i^e(x, t) \quad (\text{A.2.3})$$

Le terme  $i^e(x, t)$  est appelé courant d'excitation défini par :

$$i^e(x, t) = -\frac{1}{L_0} \int B_y^e(x, z, t) dz \quad (\text{A.2.3})$$

##### A.2.1.1 Conditions aux limites pour la tension :

Les équations aux extrémités du conducteur sont :

$$i^s(0, t) = -\frac{v(0, t)}{Z_A} - i^e(0, t) \quad (\text{A.2.4})$$

$$i^s(L, t) = \frac{v(L, t)}{Z_B} - i^e(L, t) \quad (\text{A.2.5})$$

Le circuit de couplage équivalent différentiel d'un conducteur de ligne est représenté en figure A.2 [62].

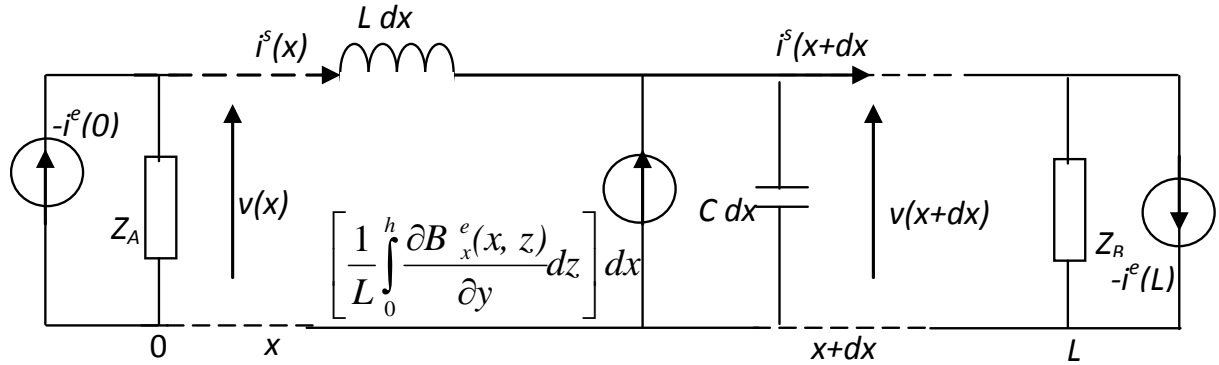


Figure A.2 Circuit de couplage différentiel d'après le modèle de Rachidi [62].

### A.2.2 Généralisation des équations de couplage

La généralisation des équations de couplage obtenues pour le cas d'un conducteur de ligne aérien sans perte équations (A.2.1) et (A.2.2), comportant plusieurs conducteurs peut être s'écrit [62] :

$$\frac{\partial[v(x)]}{\partial x} + [L_{ij}] \frac{\partial[i^s(x)]}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.2.6})$$

$$\frac{\partial[i^s(x)]}{\partial x} + [C_{ij}] \frac{\partial[v(x,t)]}{\partial t} = \frac{1}{[L_{ij}]} \int_0^h \frac{\partial[B_x^e(x, z, t)]}{\partial y} dz \quad (\text{A.2.7})$$

#### A.2.2.1 Conditions aux limites pour la tension :

Les équations aux extrémités son :

$$[v_i(0, t)] = -[Z_A][i_i(0, t)] \quad (\text{A.2.8})$$

$$[v_i(L, t)] = [Z_B][i_i(L, t)] \quad (\text{A.2.9})$$

---

---

## TITRE

# **Contribution à l'étude de l'effet électromagnétique de la foudre sur un réseau électrique HTB**

---

---

## RESUME

La majorité des différentes parties de notre travail dans cette thèse de doctorat se résume : Une contribution à l'étude et l'analyse de la foudre et ses effets de couplage électromagnétique avec les réseaux électriques HTB. La foudre est une contrainte électrique très sévère sur les réseaux électriques HTB, la description physique et électrique de ce phénomène est un avantage et une entrée importante pour le reste de nos travaux. Les versions modifiées du modèle MTL utilisé dans ce travail, étant le compromis le plus raisonnable entre mathématique simplicité et précision. Une analyse mathématique des équations de couplage électromagnétique et sur la base des travaux récents par des auteurs dans ce domaine, nous avons conclu que le modèle d'Agrawal est le plus apte pour ce type de calcul. Nous développons l'essentielle de notre contribution. En utilisant le formalisme d'Agrawal, nous exposons notre concept pour l'interaction électromagnétique de la foudre avec une ligne électrique HTB aérien. Nous proposons aussi une extension de ce formalisme à l'analyse d'un réseau de ligne HTB. Nous avons abordé, la quantification par calcul de l'effet électromagnétique de la foudre avec un réseau électrique HTB. Ceci nous a établi un programme de simulation Matlab pour faciliter notre tâche de calcul.

**Mot clés :** la foudre, champ électromagnétique, réseau de ligne HTB couplage électromagnétique, tensions induite

---

---

## TITEL

# **Contribution to the study of the electromagnetic effect of lightning on an electrical power networks HTB**

---

---

## ABSTRACT

The majority of the different parts of our work in this thesis in resume: A contribution to the study and analysis of lightning and its effects of electromagnetic coupling with the electrical networks HTB. Lightning is a very severe electrical stress on HTB electrical networks, the physical and electrical description of this phenomenon is an advantage and an important input for the rest of our work. The modified versions of the MTL model used in this work, being the most reasonable compromise between mathematical simplicity and precision. A mathematical analysis of electromagnetic coupling equations and based on recent work by authors, we concluded that the Agrawal model is the most suitable for this type of calculation. We develop the essential of our contribution. Using Agrawal's formalism, we expose our concept for the electromagnetic interaction of lightning with an overhead power line HTB. We also propose an extension of this formalism to the analysis of an HTB line network. We have abordating, the quantification by calculation of the electromagnetic effect of the lightning with an electric network HTB. This we have established a program Matlab simulation to facilitate our calculation task.

**Key words:** lightning, electromagnetic field, HTB line network electromagnetic coupling, induced voltages.

---

---

## العنوان

# المساهمة في دراسة تأثير الصاعقة ومفعول تزواج إشعاعها الكهرومغناطيسي مع شبكات نقل الطاقة الكهربائية

---

---

## خلاصة

أغلبية أقسام هذه الأطروحة تهتم بدراسة وتحليل الصاعقة ومفعول تزواج إشعاعها الكهرومغناطيسي مع شبكات نقل الطاقة الكهربائية HTB ، تمثل الصاعقة أهم خطر كهربائي على شبكات خطوط نقل الطاقة الكهربائية HTB ، يعتبر الوصف الفيزيائي والكهربائي لهذه الظاهرة ميزة ومدخل مهم لباقي الأعمال. بعد تمثيل الصاعقة بقناة عمودية تم استخدام النموذج المعدل MTL في هذا العمل ، كونه الحل الوسط الأكثر منطقية بين البساطة والدقة. تناولنا عرض وتحليل معدلات التزواج الكهرومغناطيسي مع شبكات نقل الطاقة الكهربائية HTB وفق أعمال لباحثين آخرين لنصل إلى تبني نظام Agrawal لجدية فعاليته. تناولنا من خلاله تطوير مساهمتنا وذلك بالاعتماد على نموذج Agrawal حيث قمنا بعرض دراستنا فيما يخص التفاعل الكهرومغناطيسي بين الصاعقة وخط كهربائي HTB هوائي واحد كما قمنا بتوسيع هذه الدراسة إلى شبكة مكونة من عدة خطوط كهربائية HTB هوائية. تناولنا من خلاله تحديد مقدار تأثير التفاعل الكهرومغناطيسي مع شبكة الخطوط الكهربائية، ومن أجل تكملة مفيدة لهذه الأطروحة قمنا بإنجاز برنامج معلوماتي من أجل تسهيل عملية الحساب والتحليل للتزواج الكهرومغناطيسي بين الصاعقة وشبكة الخطوط الكهربائية الهوائية وذلك باستعمال برنامج Matlab.

## الكلمات المفتاحية

الصاعقة ، الحقل الكهرومغناطيسي ، التزواج الكهرومغناطيسي، شبكات نقل الطاقة الكهربائية HTB ، الجهد الناتج.