

République Algérienne Démocratique et Populaire
Université Mentouri, Constantine
Département d'Electronique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de magister
en Electronique

THEME

Implantation de fonctions d'essai à décroissance rapide
dans la Méthode Spectrale par Facteurs de réflexion RF-SDA

OPTION

Micro-ondes

Par

BOUCHAOUR MOUNIR

Devant le jury :

<u>Président :</u>	Mr Riabi Mohamed Lahdi	Professeur	Univ. CONSTANTINE
<u>Rapporteur:</u>	Mr Benhabiles M.Toufik	M.C	Univ. CONSTANTINE
<u>Examineurs :</u>	Mr A. Bennia	Professeur	Univ. CONSTANTINE
	Mr A. Chaabi	Professeur	Univ. CONSTANTINE

SOUTENU LE : 03/07/2007 (5^{eme} étage à 09h00)

Introduction générale :

La méthode spectrale innovante RF-SDA, développée au laboratoire LET, semble ne présenter que des avantages relativement à la SDA traditionnelle, dite approche par immittance. Toutefois un inconvénient réside dans le seuil requis pour la convergence des produits scalaires dans la procédure de Galerkin, qui est tel que la constante de phase radiale soit égale à $800 k_o$.

Dans l'approche SDA classique utilisant les polynômes de Chebyshev comme fonctions d'essai canonique, cette limite est vérifiée de manière sûre pour une valeur de $400 k_o$.

Cet inconvénient peut être résolu par la prospection de nouvelles fonctions d'essai présentant de meilleures propriétés de décroissance, et ce qui serait souhaitable, n'introduisant aucune pathologie mathématique nouvelle, avec l'objectif concret d'atteindre un seuil de convergence équivalent à celui de l'approche par immittance avec polynômes de Chebyshev.

En vue d'accomplir ce travail, on doit mettre en œuvre une démarche sérieuse dont les principaux axes sont :

- Etude de la SDA classique avec le développement d'un programme type
- Théorie et analyse numérique de la RF-SDA
- Etude des fonctions à décroissance rapide dans le domaine spectrale
- Validation numérique et homologation des nouvelles fonctions d'essai

Introduction :

La propagation des ondes électromagnétiques dans les guides chargés de diélectriques inhomogènes est à la base de la conception des composants micro-ondes, de ce fait, la détermination des circuits équivalents de la structure à réaliser est une étape importante dans la conception.

Les méthodes intégrales nous permettent aisément de déterminer la distribution des courant ou des champs électriques à la surface de la structure à étudier, toutes les conditions aux limites et de bord sont intégrées dans la formulation. Les calculs sont en général conduits d'abord analytiquement avant de faire l'objet d'un traitement numérique, ce qui réduit considérablement le temps de calcul par rapport aux méthodes différentielles. Les équations intégrales sont généralement résolues en vertu de la méthode des *Moments* et spécifiquement par la méthode de *Galerkin*.

La validité de ces méthodes dépend du domaine de fréquences, de la précision recherchée et de l'approche adaptée. Le présent chapitre est dédié à l'étude d'une structure planaire composée d'une ou plusieurs couches diélectriques dans le but de déterminer la constante diélectrique effective, dans un premier temps on va exposer un historique concernant les lignes de transmissions planaires et les techniques de modélisation, et on va ensuite rappeler les grandes lignes de la formulation variationnelle de la méthode spectrale.

I.1 Historique des lignes de transmissions planaires et techniques de modélisation

Les lignes de transmissions planaires constituent le point le plus essentiel dans les circuits MICs. Les premiers travaux concernant les lignes de transmission planaires en micro-onde ont été effectués en 1952, lorsque Grieg et Englemann [1] ont les premiers, proposé la ligne micro-ruban qui fut utilisée comme un substitut des guides d'onde non-planaires et des câbles coaxiaux. Leur structure était hautement compacte mais à très grande rugosité. Elle ne fut pas acceptée facilement pour les utilisations micro-ondes à cause de ses pertes importantes. A la fin des années soixante, avec la disponibilité de diélectriques dotés de hautes constantes diélectriques, de matériaux diélectriques à faibles pertes et avec la demande croissante de circuits micro-ondes miniaturisés pour les besoins de l'aérospatiale et des applications satellites, l'intensité de l'intérêt pour les circuits micro-rubans fut renouvelée. Il résulta le rapide développement de l'utilisation des lignes micro-rubans. A cette époque, deux autres types de lignes de transmission planaires furent aussi inventés : il s'agit des lignes à fentes, et des lignes coplanaires (CPW), respectivement proposées par S. B. Cohn [2] et par C. P. Wen [3].

Ces deux configurations utilisent seulement une seule face du substrat, et permettent une réalisation aisée de terminaison de ligne en circuits fermés et une intégration facile de un ou plusieurs composants montés en parallèle. Cependant elles furent utilisées moins fréquemment que les lignes micro-rubans lors de la première phase du développement des MIC. Leurs avantages furent quelque peu effacés par la complexité de leur

mécanisme de propagation, due à l'absence de mode quasi-TEM pour la ligne à fentes, et à la présence du mode de ligne à fentes, pour la ligne coplanaire.

Avec la croissance des fréquences d'opération, particulièrement dans la bande des fréquences millimétriques, l'utilisation de la ligne micro-ruban traditionnelle devint problématique à cause de l'augmentation des pertes, de la présence des modes supérieures et des couplages parasites. Dans les années 1970, de nombreux efforts ont été faits pour surmonter les inconvénients de la ligne micro-ruban. Une classe de structures guide d'onde combinant une géométrie plane et une autre non-plane, telle celle des lignes suspendues blindées ou celle des lignes à ailettes furent proposées.

La caractéristique commune de ces configurations de guide d'onde, est que l'utilisation d'un boîtier métallique enveloppant la structure guide d'onde, élimine ou adoucit les défauts propres à la ligne micro-ruban. La structure à ailette en particulier, et les lignes blindées suspendues ont été très largement utilisées pour les premiers développements de composants divers en bandes millimétriques, en technologie hybride [4,5].

Durant les dix dernières années, comme plus d'efforts étaient dépensés pour l'étude des circuits intégrés monolithiques en micro-onde et en ondes millimétriques, l'intérêt pour les structures guide d'onde uniplanaires, utilisant seulement une seule face de substrat, fut renouvelé. Les structures de transmission uniplanaires comprennent les lignes coplanaires, les lignes à fentes, et les lignes à deux rubans coplanaires.

Ces structures possèdent des avantages distincts par rapport aux lignes micro-rubans, tels qu'une faible dispersion, une réalisation aisée de connexions parallèles successives de composants passifs ou actifs sans la nécessité de recourir à des trous métallisés vers un plan de masse. Ces caractéristiques ont rendu importantes l'utilisation des structures guide d'onde uniplanaires, lors de la conception des circuits intégrés en micro-ondes ou en ondes millimétriques. Du fait du manque d'information concernant les modes de transmission uniplanaires, l'étude des guides d'onde uniplanaires reçoit aujourd'hui beaucoup plus d'attention de la part des chercheurs travaillant en théorie des champs électromagnétiques ou en conception de circuit. Beaucoup de travaux de recherche ont été répertoriés [6].

Il a été déterminé que les modes de transmission uniplanaires, particulièrement les lignes CPW avec un plan de métallisation sur la face non gravée, souffrent de couplages parasites, de pertes, et de dispersion modale. Connaissant les avantages des structures fermées non planaires, la recherche sur les lignes de transmission uniplanaires blindées grâce à un boîtier de type cavité de résonance, est donc pleinement justifiée.

Les progrès des techniques de réalisation de matériaux semi-conducteurs, auxquels on ajoute les avantages des structures guide d'onde fermées, nous conduisent à considérer une nouvelle sorte de ligne de transmission combinant une partie planaire avec une autre partie non planaire, appelée ligne avec micro-blindage, et proposées en 1991 par N.I.Dib, et d'autres auteurs [7]. La section transversale de cette nouvelle sorte de ligne est présentée à la figure Fig. I.1. Dans la ligne avec micro-blindage, le ruban conducteur planaire est porté par une membrane diélectrique. Une membrane typique est constituée

par une gaufrette de silicium sur laquelle est déposée un film composé de trois couches $SiO_2 / Si_3N_4 / SiO_2$, dont les épaisseurs respectives sont de $0.45 \mu m$, $0.35 \mu m$, et $0.75 \mu m$.

Puisque la membrane est très fine, la ligne avec micro-blindage offre de meilleures performances que les lignes de transmission planaires conventionnelles, en ce qui concerne les phénomènes de dispersion et les pertes diélectriques. De plus, la cavité de blindage métallique minimise les phénomènes de couplage entre lignes adjacentes, et élimine les pertes par rayonnement sous forme de modes parasites. La ligne avec micro-blindage peut être fabriquée de façon monolithique par utilisation des techniques de gravure de diélectrique et de dépositions métalliques.

Ces caractéristiques montrent que la ligne micro-blindée est bien adaptée aux applications en ondes millimétriques. De plus, les techniques de micro-usinage du silicium contribuent à un potentiel de développement de composants miniatures intrinsèquement blindés dans les domaines des circuits intégrés micro-ondes et en ondes millimétriques.

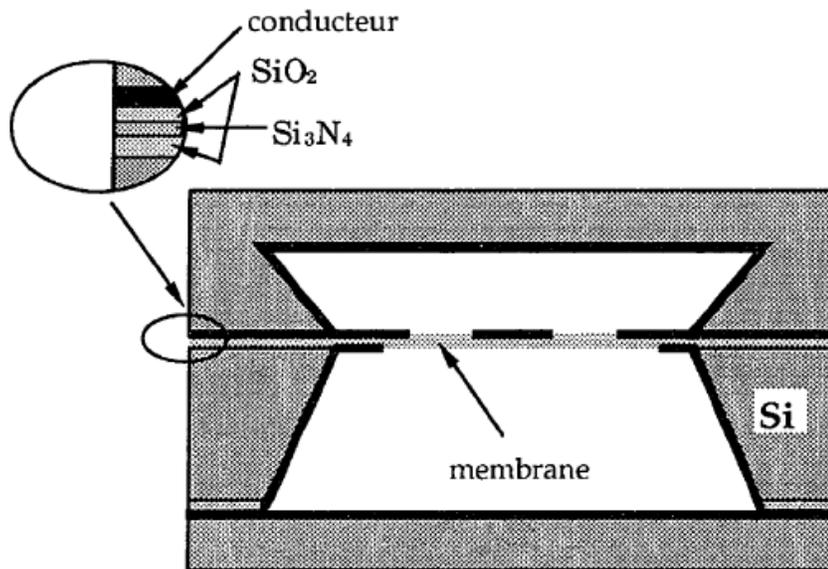


Fig.I.1 ligne avec micro-blindage

Il doit être souligné que l'amélioration des performances électriques concernant les lignes combinant une partie plane à une autre partie non-plane, présente en contrepartie, une perte de simplicité et de flexibilité pour la conception de circuit. Du fait de l'enveloppement dans une structure de type cavité métallique, il est difficile d'ajuster les caractéristiques du circuit une fois la fabrication achevée. Ainsi donc, une conception assistée par ordinateur (CAO) précise est essentielle pour la conception de tels circuits.

Généralement, la CAO de MIC se décompose en trois phases : la modélisation, l'analyse, et l'optimisation. Bien que distinctes, les trois phases s'entremêlent de façon très étroite. Naturellement, l'exécution de l'analyse et de l'optimisation reposent sur la modélisation. Afin d'atteindre les spécifications fixées pour la réalisation de la conception, dès la première fabrication du circuit, une modélisation précise des phénomènes physiques est nécessaire.

La caractérisation numérique et la modélisation de ligne de transmission planaire ont été un sujet important de recherche lors des vingt dernières années. Plusieurs techniques numériques ont été développées pour la caractérisation des structures guides d'onde planaires. En général, les techniques numériques pour l'étude des MIC peuvent être divisées en trois groupes : le premier repose sur une approche analytique basée sur la résolution de l'équation intégrale du problème, le second comprend les méthodes semi analytiques et semi discrètes telle la méthode des lignes et enfin les méthodes complètement discrètes comme la méthode des éléments finis ou la matrice des lignes de transmission (TLM).

Chaque groupe présente ses avantages et ses désavantages. Par exemple, bien qu'une approche complètement discrète exige un temps de calcul numérique considérable, elle permet en revanche l'étude de structures aux géométries très variées. D'autre part, si une approche analytique est numériquement plus efficace, son domaine d'application quant à la géométrie de la structure est réduit.

Les différents aspects des méthodes numériques sont présentés dans[8]. En pratique, les méthodes numériques sont choisies en fonction d'un compromis entre principalement la précision, la rapidité de calcul, la mémoire requise, et la complexité de la structure. La décision dépend souvent de la géométrie. Quand une structure spécifique est analysée, il est donc nécessaire de redéfinir ou de modifier la méthode utilisée de façon à ce qu'elle soit la mieux adaptée à la géométrie de la structure.

I.2 La méthode spectrale

Les techniques complètes de modélisation tenant compte des changements en hautes fréquences pour la simulation précise des performances d'un circuit planaire ou non-planaire, sont exigées pour atteindre l'objectif de réussite en une seule conception. Durant les dix dernières années beaucoup d'efforts ont été effectués dans le développement de méthodes numériques capables de caractériser des structures guide d'onde composite.

Un grand nombre de méthodes telles la méthode d'adaptation modale (Mode-Matching Method), la technique de la résonance transverse, la méthode des lignes, et la méthode spectrale, ont été proposées et raffinées selon les applications. En générale le choix de la méthode numérique est basé sur un compromis entre la précision, l'efficacité, l'adaptation à la structure étudiée, etc... , et ce choix n'est pas forcément unique.

Pour des lignes de transmission planaires, simple couche ou multicouches de diélectrique, la méthode approuvée et utilisée est la méthode spectrale. Ce choix découle principalement de deux observations. La première est que la fonction de Green peut être obtenue analytiquement sous forme d'une paire de deux formules algébriques. Ensuite, l'utilisation de la méthode des moments et plus particulièrement de la méthode de Galerkin, permet d'obtenir un résultat précis bien que le déterminant associé à l'équation caractéristique, soit de dimension faible.

La méthode est employée en choisissant un jeu de fonctions de base qui satisfait les conditions de singularité sur le bord des conducteurs. D'un point de vue mathématique, la méthode spectrale transforme un problème d'équation intégrale dans un domaine spatial en une équation algébrique dans un domaine spectral associé à la théorie des transformations de Fourier. Son principal avantage est la simplification du traitement analytique et numérique. La méthode spectrale conventionnelle impose les conditions frontières à l'ensemble de fonction de base dans le domaine spectral.

Ceci impose un certain nombre de restrictions concernant les domaines d'application de la méthode. Notamment, les métallisations sont considérées sans épaisseur, infiniment fines, et sans discontinuité latérale à la structure ne peut être prise en compte. Dans ce contexte nous allons mettre en lumière les différentes approches qui s'appuient sur la méthode spectrale

I.3 l'approche générale appliquée à une ligne micro ruban suspendue

Pour expliquer le processus de formulation, on va utiliser une simple ligne micro-ruban suspendue représentée par la Fig. I.2

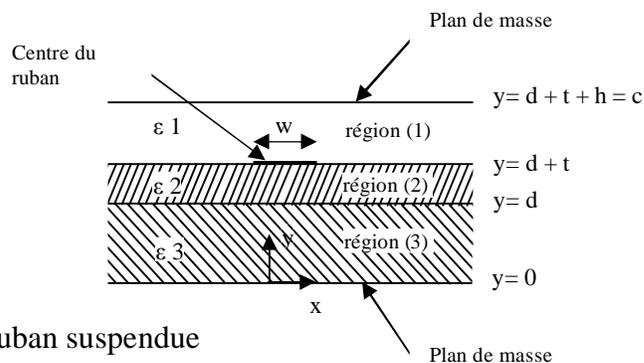


Fig.I.2 une ligne microruban suspendue

Dans un premier temps on va choisir une structure à deux couches diélectriques mais ce processus peut être généralisé et les résultats sont applicables à d'autres structures telles les finlines ou les CPWs avec une petite modification. La formulation pour une structure ouverte peut être aussi obtenue de la même manière.

Avant d'entamer ou présenter le processus de formulation en détail, on va essayer de faire une comparaison entre les types d'équations obtenues par la SDA et celles obtenues par la formulation dans un domaine spatial. Dans l'analyse spatiale, la structure peut être étudiée par l'élaboration des deux équations homogènes (1a, et 1b), qui vont être résolues en tenant compte de la constante de propagation b dont la valeur est inconnue.

$$\int [Z_{zz}(x-x', y)J_z(x') + Z_{zx}(x-x', y)J_x(x')]dx' = E_z(x) \quad (1a)$$

$$\int [Z_{xz}(x-x', y)J_z(x') + Z_{xx}(x-x', y)J_x(x')]dx' = E_x(x) \quad (1b)$$

E_z, E_x, J_z et J_x représentent successivement les champs électriques et les courants à la surface $y = d + t$, autrement dit à la surface du ruban, Z_{zz} , etc., sont les fonctions de Green, le ruban est supposé être parfaitement conducteur et les bornes d'intégration seront les bords de ce dernier.

Donc les champs électriques $E_z(x), E_x(x)$ à cette propre surface sont nuls, les deux équations peuvent être résolues si les dyades de Green sont données, mais ces derniers ne sont pas disponible pour une telle structure non homogène, donc on doit recourir à la méthode spectrale c'est-à-dire à la transformée de Fourier, et ces équations deviennent de la forme suivante:

$$\tilde{Z}_{zz}(\mathbf{a}, d+t)\tilde{J}_z(\mathbf{a}) + \tilde{Z}_{zx}(\mathbf{a}, d+t)\tilde{J}_x(\mathbf{a}) = \tilde{E}_z(\mathbf{a}, d+t) \quad (2a)$$

$$\tilde{Z}_{xz}(\mathbf{a}, d+t)\tilde{J}_z(\mathbf{a}) + \tilde{Z}_{xx}(\mathbf{a}, d+t)\tilde{J}_x(\mathbf{a}) = \tilde{E}_x(\mathbf{a}, d+t) \quad (2b)$$

Les variables notées par tildes sont la transformée de Fourier, qui est définie par la formule suivante :

$$\tilde{f}(\mathbf{a}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{j\mathbf{a}x} dx \quad (3)$$

Le deuxième membre de l'équation (2) ne sera pas égal à zéro. Parce que la transformée de Fourier exige une intégration dont les bornes seront moins l'infini et plus l'infini, par contre dans un domaine spatial l'intégration est bornée par les bords du ruban, donc on a un système d'équation qui contient quatre inconnus E_z, E_x, J_z et J_x , mais ce problème on peut le surmonter en appliquant la méthode de Galerkin qui va nous permettre aisément d'éliminer le deuxième membre de l'équation.

I.3.1. Détermination des équations des champs électriques :

Dans ce paragraphe on va essayer de déduire ou bien développer les fonctions d'impédance de Green $Z_{zz}, Z_{zx}, Z_{xz}, Z_{xx}$ qui correspondent à la structure représentée par la Fig.I.2. Les composantes des champs hybrides sont exprimées en fonction d'une superposition entre les expressions TE et TM [9] et les potentiels scalaires \tilde{y}^e et \tilde{y}^h

$$\tilde{E}_x = -j \frac{\mathbf{a}}{\hat{y}} \frac{\partial \tilde{y}^e}{\partial y} - j b \tilde{y}^h \quad \tilde{H}_x = j b \tilde{y}^e - j \frac{\mathbf{a}}{\hat{z}} \frac{\partial \tilde{y}^h}{\partial y}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{E}_y &= \frac{1}{\hat{y}} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) \tilde{y}^e & \tilde{H}_y &= \frac{1}{\hat{z}} \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) \tilde{y}^h & (4) \\
\tilde{E}_z &= -j \frac{b}{\hat{y}} \frac{\partial \tilde{y}^e}{\partial y} + ja \tilde{y}^h & \tilde{H}_z &= -ja \tilde{y}^e - j \frac{b}{\hat{z}} \frac{\partial \tilde{y}^h}{\partial y} \\
\hat{y} &= jwe & \hat{z} &= jwm & k^2 &= w^2 me
\end{aligned}$$

e représente la permittivité, m est la perméabilité, e^{-jbz} représente la dépendance en l'axe de propagation z , donc l'équation de Helmholtz peut être écrite dans le domaine spectral sous la forme suivante :

$$\left(-a^2 + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - b^2 \right) \tilde{y} + k^2 \tilde{y} = 0 \quad (5)$$

La solution de cette équation différentielle homogène est bien connue, et elle peut être décrite sous la forme suivante :

$$\tilde{y} = c_1 \cosh(\mathbf{g} \cdot y) + c_2 \sinh(\mathbf{g} \cdot y) \quad \mathbf{g}^2 = a^2 + b^2 - k^2 \quad (6)$$

Avec des coefficients appropriés c_1 et c_2 . Lorsqu'on applique les conditions aux limites dans chaque région, les potentiels scalaires vont être écrits sous la forme suivante :

Région 1 :

$$\tilde{y}_1^e = A^e \cosh g_1(c - y) \quad \tilde{y}_1^h = A^h \sinh g_1(c - y) \quad (7)$$

Région 2 :

$$\tilde{y}_2^e = B^e \sinh g_2(y - d) + C^e \cosh g_2(y - d) \quad (8)$$

$$\tilde{y}_2^h = B^h \cosh g_2(y - d) + C^h \sinh g_2(y - d)$$

Région 3 :

$$\tilde{y}_3^e = D^e \cosh g_3 y \quad \tilde{y}_3^h = D^h \sinh g_3 y \quad (9)$$

Chaque indice indique la région qui lui correspond, A^e, A^h, \dots, D^h sont des coefficients inconnus. g c'est la constante de propagation dans la direction y , qui peut être écrite sous la forme suivante :

$$g = jk_y$$

Dans le cas d'une structure ouverte la relation (7) peut être remplacée par :

$$\tilde{y}_1^e = A^e e^{-g_1 y} \quad \tilde{y}^h = A^h e^{-g_1 y} \quad (10)$$

A partir de (5), et (6) on peut déduire les relations de dispersion de chaque région :

$$k_i^2 = a^2 + b^2 - g_i^2 \quad i = 1, 2, 3 \quad (11)$$

En remplaçant (7)-(9) dans la relation (4), on obtient les expressions des champs dans les trois régions :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{x1} &= j a g_{y1} A^e \sinh g_1 (c - y) - j b A^h \sinh g_1 (c - y) \\ \tilde{E}_{x2} &= -j a g_{y2} [B^e \cosh g_2 (y - d) + C^e \sinh g_2 (y - d)] \\ &\quad - j b [B^h \cosh g_2 (y - d) + C^h \sinh g_2 (y - d)] \\ \tilde{E}_{x3} &= -j a g_{y3} D^e \sinh g_3 y - j b D^h \sinh g_3 y \end{aligned}$$

$$\tilde{E}_{y1} = \frac{1}{\hat{y}_1} [g_1^2 + k_1^2] A^e \cosh g_1(c - y)$$

$$\tilde{E}_{y2} = \frac{1}{\hat{y}_2} [g_2^2 + k_2^2] [B^e \sinh g_2(y - d) + C^e \cosh g_1(y - d)]$$

$$\tilde{E}_{y3} = \frac{1}{\hat{y}_3} [g_3^2 + k_3^2] D^e \cosh g_3 y$$

$$\tilde{E}_{z1} = jbg_{y1} A^e \sinh g_1(c - y) + jaA^h \sinh g_1(c - y)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{z2} = & -jbg_{y2} [B^e \cosh g_2(y - d) + C^e \sinh g_2(y - d)] \\ & + ja[B^h \cosh g_2(y - d) + C^h \sinh g_2(y - d)] \end{aligned}$$

$$\tilde{E}_{z3} = -jbg_{y3} D^e \sinh g_3 y + jaD^h \sinh g_3 y$$

$$\tilde{H}_{x1} = jba^e \cosh g_1(c - y) + jag_{z1} A^h \cosh g_1(c - y)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{x2} = & jb[B^e \sinh g_2(y - d) + C^e \cosh g_2(y - d)] \\ & - jag_{z2} [B^h \sinh g_2(y - d) + C^h \cosh g_2(y - d)] \end{aligned}$$

$$\tilde{H}_{x3} = jbd^e \cosh g_3 y - jag_{z3} D^h \cosh g_3 y$$

$$\tilde{H}_{y1} = \frac{1}{\hat{z}_1} [g_1^2 + k_1^2] A^h \sinh g_1(c - y)$$

$$\tilde{H}_{y2} = \frac{1}{\hat{z}_2} [g_2^2 + k_2^2] [B^h \cosh g_2(y - d) + C^h \sinh g_2(y - d)] \quad (12)$$

$$\tilde{H}_{y3} = \frac{1}{\hat{z}_3} [g_3^2 + k_3^2] D^h \sinh g_3 y$$

$$\tilde{H}_{z1} = -jaA^e \cosh g_1(c - y) + jbg_{z1} A^h \cosh g_1(c - y)$$

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{z2} = & -ja[B^e \sinh g_2(y - d) + C^e \cosh g_2(y - d)] \\ & - jbg_{z2} [B^h \sinh g_2(y - d) + C^h \cosh g_2(y - d)] \end{aligned}$$

$$\tilde{H}_{z3} = -jaD^e \cosh g_3 y - jbg_{z3} D^h \cosh g_3 y$$

$$g_{yi} = \frac{g_i}{y_i} \quad g_{zi} = \frac{g_i}{z_i} \quad i = 1, 2, 3$$

Les coefficients inconnus A^e, A^h, \dots, D^h vont être éliminés en imposant les conditions aux limites à chaque interface. Les conditions aux limites dans le domaine spatial sont :

à $y = d + t$:

$$E_{x1} = E_{x2} \quad -\infty < x < \infty$$

$$E_{z1} = E_{z2} \quad -\infty < x < \infty$$

$$H_{x2} - H_{x1} = \begin{cases} J_z & |x| < w/2 \\ 0 & |x| > w/2 \end{cases}$$

$$H_{z2} - H_{z1} = \begin{cases} -J_x & |x| < w/2 \\ 0 & |x| > w/2 \end{cases}$$

à $y = d$:

$$E_{x2} = E_{x3} \quad -\infty < x < \infty$$

$$E_{z2} = E_{z3} \quad -\infty < x < \infty$$

$$H_{x2} = H_{x3} \quad -\infty < x < \infty$$

$$H_{z2} = H_{z3} \quad -\infty < x < \infty$$

$J_z(x)$ et $J_x(x)$ sont des distributions de courant inconnues à la surface du ruban ou $y = d + t$. Les conditions aux limites dans un domaine spectral sont :

à $y = d + t$:

$$\tilde{E}_{x1} = \tilde{E}_{x2} \quad (13)$$

$$\tilde{E}_{z1} = \tilde{E}_{z2} \quad (14)$$

$$\tilde{H}_{x2} - \tilde{H}_{x1} = \tilde{J}_z \quad (15)$$

$$\tilde{H}_{z2} - \tilde{H}_{z1} = -\tilde{J}_x \quad (16)$$

à $y = d$:

$$\tilde{E}_{x2} = \tilde{E}_{x3} \quad (17)$$

$$\tilde{E}_{z2} = \tilde{E}_{z3} \quad (18)$$

$$\tilde{H}_{x3} - \tilde{H}_{x2} = 0 \quad (19)$$

$$\tilde{H}_{z3} - \tilde{H}_{z2} = 0 \quad (20)$$

Finalement, les équations algébriques sont représentées par une matrice de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{z1} \\ \tilde{E}_{x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{Z}_{zz} & Z_{zx} \\ Z_{xz} & Z_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_z \\ J_x \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\tilde{Z}_{zz} = -\frac{1}{a^2 + b^2} [b^2 \tilde{Z}_e + a^2 \tilde{Z}_h]$$

$$\tilde{Z}_{zx} = -\frac{ab}{a^2 + b^2} [\tilde{Z}_e - \tilde{Z}_h]$$

$$\tilde{Z}_{xz} = \tilde{Z}_{zx}$$

$$\tilde{Z}_{xx} = -\frac{1}{a^2 + b^2} [a^2 \tilde{Z}_e + b^2 \tilde{Z}_h]$$

$$\tilde{Z}_e = \frac{g_{y2} Ct_3 + g_{y3} Ct_2}{Ct_2 Ct_3 + Ct_1 Ct_3 g_{y2} / g_{y1} + Ct_1 Ct_2 g_{y3} / g_{y1} + g_{y3} / g_{y2}}$$

$$\tilde{Z}_h = \frac{g_{z2} Ct_2 + g_{z3} Ct_3}{g_{z1} g_{z2} Ct_1 Ct_2 + g_{z1} g_{z3} Ct_1 Ct_3 + g_{z2} g_{z3} Ct_2 Ct_3 + g_{z2}^2}$$

$$Ct_1 = \coth g_1 h$$

$$Ct_2 = \coth g_2 h$$

$$Ct_3 = \coth g_3 h$$

I.4 L'approche par immittances :

Cette approche nous permet d'obtenir facilement les dyades de Green d'une structure multicouches à la faveur de la séparation des modes TE et TM, au contraire de l'approche générale qui est assez compliquée voire hyper difficile au fur et à mesure qu'on augmente le nombre de couches de la structure.

I.4.1 Illustration de la formulation :

Le concept de base peut être compris en observant la transformée de Fourier inverse d'un champ f

$$f(x, y)e^{-jbz} = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(a, y)e^{-j(ax+bz)} da$$

De cette expression, on voit clairement que toutes les composantes des champs ne sont qu'une superposition des ondes planes non homogènes (en y) qui se propagent dans la direction q relativement à l'axe Z , comme il est illustré dans la Fig.I.3.

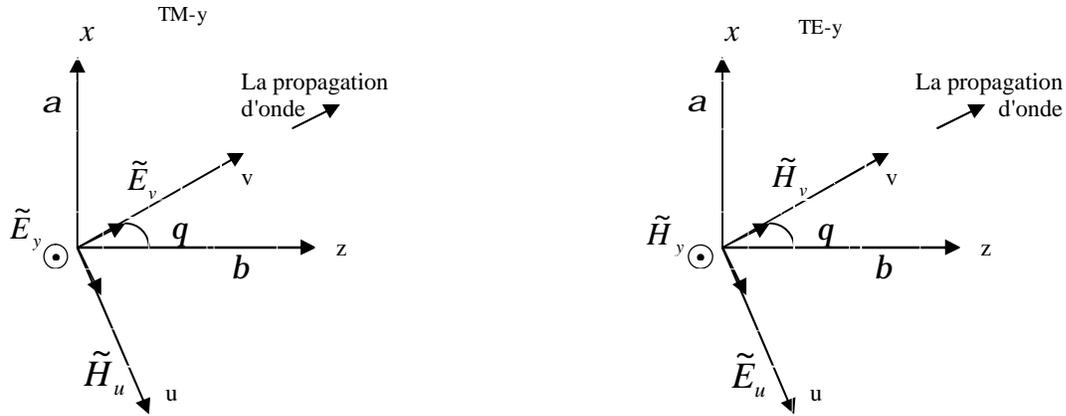


Fig. I.3 la décomposition des ondes spectrales dans le système de coordonné (u ,v)

$$q = \cos^{-1}[b / (a^2 + b^2)^{1/2}]$$

Pour chaque q , les ondes peuvent être décomposées en TM -y ($\tilde{E}_y, \tilde{E}_v, \tilde{H}_u$) et TE-y

($\tilde{H}_y, \tilde{E}_u, \tilde{H}_v$) dans le système de coordonné (u , v). Les relations reliant les coordonnés

(u, v) et (x , z) sont :

$$u = z \sin q - x \cos q \quad v = z \cos q + x \sin q \quad (22)$$

On voit bien que le courant \tilde{j}_v engendre seulement les champs TM, et d'une façon

similaire \tilde{j}_u engendre que les champs TE, donc on peut déduire les circuits équivalents

des champs TE et TM à partir de la symétrie de la ligne de transmission Fig.I.4. Pour

TM-y on a :

$$\tilde{H}_{u1} - \tilde{H}_{u2} = \tilde{J}_v \quad \frac{-\tilde{H}_{u1}}{\tilde{E}_{v1}} = Y_1^e \quad \frac{\tilde{H}_{u2}}{\tilde{E}_{v2}} = Y_2^e$$

Et

$$\tilde{E}_v = -\tilde{Z}_e \tilde{J}_v \quad \tilde{E}_{v1} = \tilde{E}_{v2} = \tilde{E}_v \quad (23)$$

$$\tilde{Z}_e = \frac{1}{Y_1^e + Y_2^e} \quad (24)$$

Y_1^e et Y_2^e sont les admittances vu par le courant.

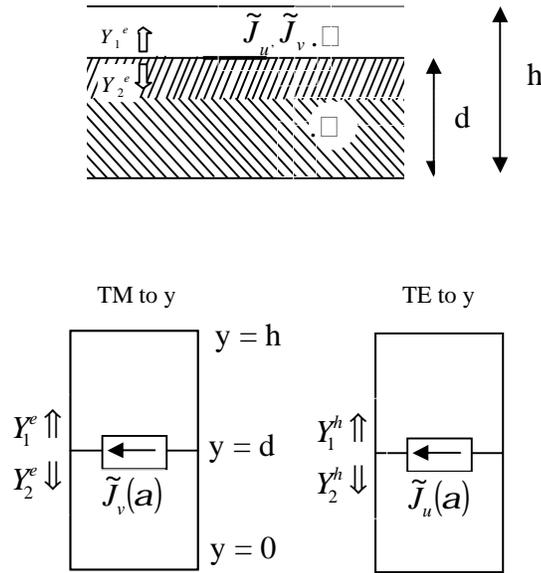


Fig.I.4 la ligne de transmission équivalente pour les modes TE et TM

Et d'une façon similaire les équations des champs TE sont :

$$\tilde{E}_u = -\tilde{Z}_h \tilde{J}_u \quad \tilde{E}_{u1} = \tilde{E}_{u2} = \tilde{E}_u \quad (25)$$

Où

$$\tilde{Z}_h = \frac{1}{Y_1^h + Y_2^h} \quad (26)$$

Y_1^h et Y_2^h représentent les admittance d'entrée des ondes TE, donc à partir de Z_e et Z_h on peut définir facilement les fonctions de Green des ondes TE et TM respectivement, en faisant un changement de système de coordonnées c'est-à-dire d'aller de (u, v) vers (x, z) , en utilisant les équations (22), et on considère que E_x et E_z sont une combinaison linéaire de E_u et E_v et de la même façon pour les courants j_x et j_z , donc la nouvelle formulation sera:

$$\tilde{Z}_{zz} = -\frac{1}{a^2 + b^2} (b^2 \tilde{Z}_e + a^2 \tilde{Z}_h) \quad (27a)$$

$$\tilde{Z}_{zx} = -\frac{ab}{a^2 + b^2} (\tilde{Z}_e - \tilde{Z}_h) \quad (27b)$$

$$\tilde{Z}_{xx} = -\frac{1}{a^2 + b^2} (a^2 \tilde{Z}_e + b^2 \tilde{Z}_h) \quad (27c)$$

Pour qu'on puisse trouver Z_e et Z_h , on doit tout d'abord déterminer les impédances d'entrées, on a :

$$Z_{in} = -Z_{0i} \frac{Z_L \coth y_i h_i + Z_0}{Z_0 \coth y_i h_i + Z_L} \quad (28)$$

Z_L représente l'impédance de la charge, h_i est l'épaisseur de la couche, et Z_{0i} c'est l'impédance caractéristique de chaque couche, et elle est définie comme suit:

$$Z_{0_{TMi}} = -\frac{\tilde{E}_v}{\tilde{H}_u} = \frac{y_i}{j\omega\epsilon} (= y_{yi}) \quad (29)$$

$$Z_{0_{TEi}} = -\frac{\tilde{E}_u}{\tilde{H}_v} = \frac{j\omega m_i}{y_i} \left(= \frac{1}{y_{zi}} \right) \quad (30)$$

- pour un substrat composé d'une seule couche diélectrique, nous avons

$$\tilde{Z}_e = \frac{g_{y1}g_{y2}}{g_{y1}ct_2 + g_{y2}ct_1} \quad \tilde{Z}_h = \frac{1}{g_{z1}ct_1 + g_{z2}ct_2} \quad (31)$$

$$ct_1 = \coth g_1(h-d) \quad ct_2 = \coth g_2d$$

- pour un substrat composé de trois couches diélectriques, nous avons:

$$\tilde{Z}_e = \frac{g_{y2}Ct_3 + g_{y3}Ct_2}{Ct_2Ct_3 + Ct_1Ct_3g_{y2}/g_{y1} + Ct_1Ct_2g_{y3}/g_{y1} + g_{y3}/g_{y2}}$$

$$\tilde{Z}_h = \frac{g_{z2}Ct_2 + g_{z3}Ct_3}{g_{z1}g_{z2}Ct_1Ct_2 + g_{z1}g_{z3}Ct_1Ct_3 + g_{z2}g_{z3}Ct_2Ct_3 + g_{z2}^2} \quad (32)$$

$$ct_1 = \coth g_1h \quad ct_2 = \coth g_2t \quad ct_3 = \coth g_3d$$

Ce qui correspond aux résultats obtenus lors de l'utilisation de l'approche générale.

- pour une ligne micro-ruban ouverte avec une seule couche diélectrique, nous avons

$$\tilde{Z}_e = \frac{g_{y1}g_{y2}}{g_{y1}ct_2 + g_{y2}} \quad \tilde{Z}_h = \frac{1}{g_{z1} + g_{z2}ct_2} \quad ct_2 = \coth g_2d \quad (33)$$

Il faut mentionner que $ct_1 = 1$ en raison que d tend à l'infini.

I.5 L'approche RF-SDA

I.5.1 Introduction

La structure qu'on va étudier, est une ligne micro-ruban multicouche ouverte, où les couches diélectriques sont supposées sans perte. Et elle est représentée par la Fig.I.5 :

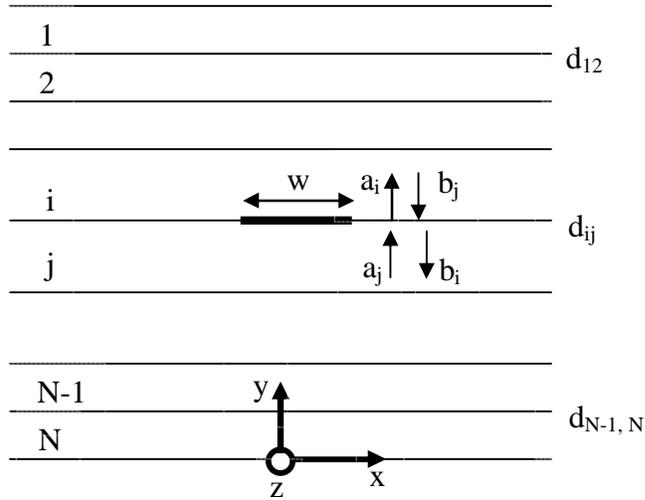


Fig.I.5 la section transversale d'une ligne microruban multicouche

I.5.2 Théorie :

Pour chaque couche diélectrique, on définit les potentiels scalaires y^e et y^h en fonction de deux ondes, une onde incidente et l'autre réfléchie tout au long de la direction transversale.

$$y_i^e = -A_i^e e^{-g_i y} + B_i^e e^{g_i y} \tag{34a}$$

$$y_i^h = A_i^h e^{-g_i y} + B_i^h e^{g_i y} \tag{34b}$$

En tenant compte de la dépendance harmonique $e^{-j b z + j \omega t}$, où l'indice i indique le numéro de chaque couche. L'équation de Helmholtz dans le domaine spectral est :

$$g_i^2 = a^2 + b^2 + k_i^2 \tag{35}$$

Où a présente la constante de phase de la direction x , k_i est la longueur d'onde de la propagation libre dans la $i^{ème}$ couche, et elle est définie par la formule suivante :

$$k_i^2 = w^2 m_i e_i \quad (36)$$

Les champs sont déduits en utilisant l'opérateur rotationnel

$$\mathbf{E}_i^{\mathbf{r}} = \frac{-1}{jw e_i} \nabla \times \nabla \times \mathbf{y}_i^e e_y^{\mathbf{r}} - \nabla \times \mathbf{y}_i^h e_y^{\mathbf{r}} \quad (37a)$$

$$\mathbf{H}_i^{\mathbf{r}} = \frac{-1}{jw m_i} \nabla \times \nabla \times \mathbf{y}_i^h e_y^{\mathbf{r}} - \nabla \times \mathbf{y}_i^e e_y^{\mathbf{r}} \quad (37b)$$

Les immittances caractéristiques sont données par :

$$Z_{oi}^e = \frac{g_i}{jw e_i} \quad (38a)$$

$$Y_{oi}^h = \frac{g_i}{jw m_i} \quad (38b)$$

Pour la simplicité, on pose :

$$a_i^{e,h}(y) = A_i^{e,h} e^{-g_i y} \quad (39a)$$

$$b_i^{e,h}(y) = B_i^{e,h} e^{g_i y} \quad (39b)$$

Dans tous les développements suivants, l'indice i indique les couches sises immédiatement au-dessus du ruban, et l'indice j indique celles situées au-dessous du ruban. Les conditions aux limites appliquées aux champs transversaux à la surface du ruban $y = d_{ij}$ nous donnent :

$$Z_{oi}^e (a_i^e(d_{ij}) + b_i^e(d_{ij})) = Z_{oj}^e (a_j^e(d_{ij}) + b_j^e(d_{ij})) \quad (40a)$$

$$a_i^h(d_{ij}) + b_i^h(d_{ij}) = a_j^h(d_{ij}) + b_j^h(d_{ij}) \quad (40b)$$

$$j(-a_i^e(d_{ij}) + b_i^e(d_{ij})) - j(-a_j^e(d_{ij}) + b_j^e(d_{ij})) = -\frac{bJ_z + aJ_x}{a^2 + b^2} \equiv -J_v \quad (40c)$$

$$jY_{oi}^h(-a_i^h(d_{ij}) + b_i^h(d_{ij})) - jY_{oj}^h(-a_j^h(d_{ij}) + b_j^h(d_{ij})) = -\frac{aJ_z - bJ_x}{a^2 + b^2} \equiv J_u \quad (40d)$$

On va définir le facteur de réflexion au moyen des deux différentes formules, une concernant la région où se situent les couches diélectriques supérieures; l'autre celles des couches inférieures à la surface du ruban conducteur.

$$b_i^{e,h}(y) = \Gamma_i^{e,h}(y) a_i^{e,h}(y) \quad (41a)$$

$$a_j^{e,h}(y) = L_j^{e,h}(y) b_j^{e,h}(y) \quad (41b)$$

Dans la région supérieure, les coefficients de réflexion de chaque côté de l'interface diélectrique, (sans la présence d'une source de courant), où $y = d_{n,n+1}$ sont reliés par la formule suivante, déduite des conditions aux limites :

$$\Gamma_{n+1}^{e,h} = \frac{\Gamma_n^{e,h}(d_{n,n+1})(Z_{on}^{e,h} + Z_{on+1}^{e,h}) + (Z_{on}^{e,h} - Z_{on+1}^{e,h})}{\Gamma_n^{e,h}(d_{n,n+1})(Z_{on}^{e,h} - Z_{on+1}^{e,h}) + (Z_{on}^{e,h} + Z_{on+1}^{e,h})} \quad (42a)$$

D'une façon similaire, pour la région inférieure on a :

$$L_{n+1}^{e,h} = \frac{L_{n+1}^{e,h}(d_{n,n+1})(Z_{on+1}^{e,h} + Z_{on}^{e,h}) + (Z_{on+1}^{e,h} - Z_{on}^{e,h})}{L_{n+1}^{e,h}(d_{n,n+1})(Z_{on+1}^{e,h} - Z_{on}^{e,h}) + (Z_{on+1}^{e,h} + Z_{on}^{e,h})} \quad (42b)$$

A partir de la théorie de ligne de transmission, on peut déduire la variation de phase à l'intérieur du diélectrique en vertu de la formule suivante :

$$\Gamma_n^{e,h}(d_{n,n+1}) = \Gamma_n^{e,h}(d_{n-1,n}) \exp(-2g_n \cdot (d_{n-1,n} - d_{n,n+1})) \quad (43a)$$

$$L_n^{e,h}(d_{n-1,n}) = L_n^{e,h}(d_{n,n+1}) \exp(-2g_n \cdot (d_{n-1,n} - d_{n,n+1})) \quad (43b)$$

Les coefficients de réflexion des deux cotés du ruban où $y = d_{ij}$ peuvent être obtenus d'une manière récursive en utilisant ces formules. En commençant par le plan de masse dont les coefficients de réflexion sont :

$$L^{e,h}, \Gamma^{e,h} = -1 \quad (44)$$

Dans le cas d'une structure ouverte les coefficients de la dernière couche sont :

$$L^{e,h}, \Gamma^{e,h} = 0 \quad (45)$$

A la surface du ruban, les conditions aux limites peuvent être écrites sous la forme suivante, où les ondes incidentes sont exprimées en fonction des ondes réfléchies et de la densité du courant.

Les ondes TM

$$(Z_{oi}^e + Z_{oj}^e)b_i^e(d_{ij}) = (Z_{oj}^e - Z_{oi}^e)a_i^e(d_{ij}) + 2Z_{oj}^e b_j^e(d_{ij}) + jZ_{oj}^e J_v \quad (46a)$$

$$(Z_{oi}^e + Z_{oj}^e)a_j^e(d_{ij}) = 2Z_{oi}^e a_i^e(d_{ij}) + (Z_{oi}^e - Z_{oj}^e)b_j^e(d_{ij}) + jZ_{oi}^e J_v \quad (46b)$$

On peut même exprimer le courant J_v en fonctions des ondes, et il est donné par la relation suivante :

$$J_v = j(1 - \Gamma_i^e(d_{ij}))a_i^e(d_{ij}) + j(1 - L_j^e(d_{ij}))b_j^e(d_{ij}) \quad (47)$$

En remplaçant cette dernière dans les conditions aux limites, on obtient l'équation de la propagation TM à la surface du ruban y compris la contribution de la source du courant.

$$\begin{pmatrix} b_i^e(d_{ij}) \\ a_j^e(d_{ij}) \end{pmatrix} = (S^e) \cdot \begin{pmatrix} a_i^e(d_{ij}) \\ b_j^e(d_{ij}) \end{pmatrix} \quad (48)$$

Où :

$$S^e = \frac{1}{Z_{oi}^e + Z_{oj}^e} \cdot \begin{pmatrix} Z_{oj}^e \Gamma_i^e(d_{ij}) - Z_{oi}^e & Z_{oj}^e (1 + L_j^e(d_{ij})) \\ Z_{oi}^e (1 + \Gamma_i^e(d_{ij})) & Z_{oi}^e L_j^e(d_{ij}) - Z_{oj}^e \end{pmatrix} \quad (49)$$

En procédant de la même manière, on obtient les formules concernant le mode TE :

$$(Y_{oi}^h + Y_{oj}^h)b_i^h(d_{ij}) = (Y_{oi}^h - Y_{oj}^h)a_i^h(d_{ij}) + 2Y_{oj}^h b_j^h(d_{ij}) - jJ_u \quad (50a)$$

$$(Y_{oi}^h + Y_{oj}^h)a_j^h(d_{ij}) = 2Y_{oi}^h a_i^h(d_{ij}) + (Y_{oj}^h - Y_{oi}^h)b_j^h(d_{ij}) - jJ_u \quad (50b)$$

$$J_u = jY_{oi}^h (\Gamma_i^h(d_{ij}) - 1)a_i^h(d_{ij}) + jY_{oj}^h (L_j^h(d_{ij}) - 1)b_j^h(d_{ij}) \quad (51)$$

L'équation générale de la propagation du mode TE y compris les effets de la source à la surface du ruban est donnée par :

$$\begin{pmatrix} b_i^h(d_{ij}) \\ a_j^h(d_{ij}) \end{pmatrix} = (S^h) \cdot \begin{pmatrix} a_i^h(d_{ij}) \\ b_j^h(d_{ij}) \end{pmatrix} \quad (52)$$

Où

$$S^h = \frac{1}{Y_{oi}^h + Y_{oj}^h} \cdot \begin{pmatrix} Y_{oi}^e \Gamma_i^h(d_{ij}) - Y_{oj}^h & Y_{oj}^h (1 + L_j^h(d_{ij})) \\ Y_{oi}^h (1 + \Gamma_i^h(d_{ij})) & Y_{oj}^h L_j^h(d_{ij}) - Y_{oi}^h \end{pmatrix} \quad (53)$$

En considérant l'interface du ruban comme un dispositif à deux ports, le principe de conservation d'énergie est donné par :

$$S^* S = I \quad (54)$$

Où * dénote la matrice transposée conjuguée, et I c'est la matrice identité. En appliquant ce principe à chaque mode c'est-à-dire TE et TM, on obtient les résultats suivants :

Le mode TM

$$Z_{oi}^e (1 + \Gamma_i^e (d_{ij})) = Z_{oj}^e (1 + L_j^e (d_{ij})) \quad (55a)$$

$$a_i^e (d_{ij}) = b_j^e (d_{ij}) \quad (55b)$$

Le mode TE

$$Y_{oj}^h (1 + \Gamma_i^h (d_{ij})) = Y_{oi}^h (1 + L_j^h (d_{ij})) \quad (56a)$$

$$Y_{oi}^h b_j^h (d_{ij}) = Y_{oj}^h a_i^h (d_{ij}) \quad (56b)$$

En mettant à profit tous les résultats précédents pour exprimer les termes $(a_i^e (d_{ij}), b_i^e (d_{ij}))$ et $(a_i^h (d_{ij}), b_i^h (d_{ij}))$ en fonction seulement des densités du courant surfaciques, on réécrit les conditions aux limites sous la forme suivante :

$$Z_{zz} J_z + Z_{zx} J_x = 0 \quad (57a)$$

$$Z_{xz} J_z + Z_{xx} J_x = 0 \quad (57b)$$

Où

$$Z_{zz} = \frac{1}{a^2 + b^2} (b^2 Z^e + a^2 Z^h) \quad (58a)$$

$$Z_{zx} = Z_{xz} = \frac{ab}{a^2 + b^2} (Z^e - Z^h) \quad (58b)$$

$$Z_{.xx} = \frac{1}{a^2 + b^2} (a^2 Z^e + b^2 Z^h) \quad (58c)$$

Avec

$$Z^e = [Z_{oi}^e (\Gamma_i^e (d_{ij}) + 1) + Z_{oj}^e (L_j^e (d_{ij}) + 1)]$$

$$\times [Y_{oi}^{h^2} (\Gamma_i^h (d_{ij}) - 1) + Y_{oj}^{h^2} (L_j^h (d_{ij}) - 1)]$$

$$Z^h = [Y_{oi}^h (\Gamma_i^h (d_{ij}) + 1) + Y_{oj}^h (L_j^h (d_{ij}) + 1)] \times [(\Gamma_i^e (d_{ij}) - 1) + (L_j^e (d_{ij}) - 1)]$$

(59a-b)

Ces expressions sont les fonctions holomorphes [10]

I.6 La méthode de résolution :

Dans cette section, nous allons présenter une méthode dont le but est la résolution des deux équations intégrales, qui contiennent les quatre inconnus \tilde{J}_z , \tilde{J}_x , \tilde{E}_z , et \tilde{E}_x . Les deux derniers inconnus peuvent être éliminés en appliquant la méthode de Galerkin. Pour cela on va essayer de développer les inconnus \tilde{J}_z , et \tilde{J}_x en un ensemble de fonctions de base connues \tilde{J}_{zm} , et \tilde{J}_{xm} . Donc les nouvelles expressions de \tilde{J}_z , et \tilde{J}_x deviennent :

$$\tilde{J}_z = \sum_{m=1}^N c_m \tilde{J}_{zm}(\mathbf{a}) \quad \tilde{J}_x = \sum_{m=1}^M d_m \tilde{J}_{xm}(\mathbf{a}) \quad (60)$$

Où c_m et d_m sont des coefficients inconnus, les fonctions de base doivent être choisies d'une façon réaliste. Donc le courant doit avoir une valeur à la surface du ruban et nul ailleurs. En substituant ces dernières formules dans les deux équations, on obtient :

$$\int_a \left[\tilde{J}_{zk} \tilde{Z}_{zz} \sum_{m=1}^N c_m \tilde{J}_{zm}(a) + \tilde{J}_{zk} \tilde{Z}_{zx} \sum_{m=1}^M d_m \tilde{J}_{xm}(a) \right] da = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

$$\int_a \left[\tilde{J}_{xl} \tilde{Z}_{xz} \sum_{m=1}^N c_m \tilde{J}_{zm}(a) + \tilde{J}_{xl} \tilde{Z}_{xx} \sum_{m=1}^M d_m \tilde{J}_{xm}(a) \right] da = 0, \quad l = 1, 2, \dots, M$$

(61a-b)

Le deuxième membre de ces équations est égal à zéro en vertu du théorème de Parseval [8]. En conséquence le produit interne des champs électriques et des courants sera écrit de la manière suivante :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{J}_{zk}(a) \tilde{E}_{z1}(a) da = 2p \int_{-\infty}^{+\infty} J_{zk}(x) E_{z1}(-x) dx = 0 \quad (62)$$

En utilisant la dernière condition aux limites on obtient :

$$\sum_{m=1}^N K_{km}^{(1,1)} c_m + \sum_{m=1}^M K_{km}^{(1,2)} d_m = 0 \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (63a)$$

$$\sum_{m=1}^N K_{lm}^{(2,1)} c_m + \sum_{m=1}^M K_{lm}^{(2,2)} d_m = 0 \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (63b)$$

Où

$$K_{km}^{(1,1)} = \int_{-\infty}^{\infty} J_{zk}(a) \tilde{Z}_{zz}(a, b) \tilde{J}_{zm}(a) da \quad (64a)$$

$$K_{km}^{(1,2)} = \int_{-\infty}^{\infty} J_{zk}(a) \tilde{Z}_{zx}(a, b) \tilde{J}_{xm}(a) da \quad (64b)$$

$$K_{lm}^{(2,1)} = \int_{-\infty}^{\infty} J_{xl}(\mathbf{a}) \tilde{Z}_{xz}(\mathbf{a}, b) \tilde{J}_{zm}(\mathbf{a}) da \quad (64c)$$

$$K_{lm}^{(2,2)} = \int_{-\infty}^{\infty} J_{xl}(\mathbf{a}) \tilde{Z}_{xx}(\mathbf{a}, b) \tilde{J}_{xm}(\mathbf{a}) da \quad (64d)$$

Les $K_{km}^{(1,1)}$, $K_{km}^{(1,2)}$, $K_{lm}^{(2,1)}$, et $K_{lm}^{(2,2)}$ représentent les principaux éléments susceptibles d'engendrer la matrice générale. Maintenant il suffira de trouver la valeur de la constante de propagation b pour laquelle le déterminant de cette matrice soit égal à zéro. Tout d'abord on va prouver que les coefficients c_m et d_m n'ont aucun effet sur le déterminant lorsqu'il est égal à zéro, en vertu du théorème suivant concernant les propriétés du déterminant [11].

Si A est une matrice carrée, alors $\det A^t = \det A$, c'est-à-dire que toutes les transformations concernant les lignes d'un déterminant seront valables également pour les colonnes et vice versa. Soit B la matrice obtenue en multipliant tous les éléments de la $i^{\text{ème}}$ ligne de A par un scalaire k . Comme chaque terme figurant dans le déterminant de B contient un et un seul élément de cette $i^{\text{ème}}$ ligne, chacun des termes possède un facteur et un seul ayant k comme coefficient, ainsi on pourra mettre k en facteur dans la somme \sum_p :

$$\det(B) = k \sum_p e_{j_1 j_2 \dots j_n} a_{1j_1} a_{2j_2} \dots a_{nj_n} = k \cdot \det(A) \quad (65)$$

Lorsque le déterminant de la matrice A est nul on voit bien que le scalaire k n'a aucun effet sur le résultat général. Dans notre cas, on cherche la valeur optimale pour laquelle le déterminant soit nul, donc les coefficients c_m et d_m n'ont aucune influence sur la matrice, mais ces derniers représentent ce qu'on appelle le vecteur propre relatif à la valeur propre b .

Il faut introduire deux méthodes numériques, l'une en vue d'évaluer l'intégrale qui dépend de la variable spectrale a , l'autre pour chercher les zéros, en d'autres termes les valeurs de la constante de propagation b pour lesquelles le déterminant est nul. Afin de remplir ces tâches, on recommande d'utiliser la méthode de Muller qui vise à chercher les zéros, et la méthode de Gauss-Legendre pour calculer l'intégrale.

I.6.1 Intégration par la méthode de Gauss-Legendre

Les quadratures de Gauss reposent sur un raisonnement différent de celui qui est à la base de nombreuses méthodes qui visent à calculer l'intégrale. D'une certaine façon, on cherche à optimiser les schémas d'intégration numérique en choisissant plus judicieusement les points où est évaluée la fonction $f(x)$. Nous allons dans un premier temps nous restreindre à l'intervalle $[-1, 1]$, où nous ferons tout le développement. Pour un intervalle quelconque, il suffira d'effectuer *le changement de variable* :

$$x = \frac{(b-a)t + (a+b)}{2} \quad \text{et} \quad dx = \frac{(b-a)}{2} dt \quad (66)$$

Qui envoie l'intervalle $[-1, 1]$ sur un intervalle quelconque $[a, b]$. En effet, le changement de variable (66) permet d'écrire :

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{-1}^1 f\left(\frac{(b-a)t + (a+b)}{2}\right) \frac{(b-a)}{2} dt = \frac{(b-a)}{2} \int_{-1}^1 g(t)dt \quad (67a)$$

Où :

$$g(t) = f\left(\frac{(b-a)t + (a+b)}{2}\right) \quad (67b)$$

Il est donc toujours possible de revenir à l'intervalle $[-1, 1]$. de manière générale, on cherche des expressions de la forme :

$$\int_{-1}^1 g(t)dt \approx \sum_{i=1}^n w_i g(t_i) \quad (68)$$

Dont le degré de précision soit le plus élevé possible. L'expression (68) est appelée **quadrature de Gauss à n points**. Les t_i sont appelés les points d'intégration, tandis que les coefficients w_i sont les poids d'intégration. On choisit les points et les poids d'intégration de façon à ce que la quadrature (68) soit exacte dans le cas des polynômes de degré le plus élevé possible. Puisque tout polynôme de degré n peut s'écrire :

$$p_n(t) = \sum_{i=0}^n c_n t^n \quad (69)$$

Il suffit que la relation (68) soit exacte successivement pour $g(t) = t^k$, pour $k=0, 1, 2, \dots, n$. On gagne à accroître le plus possible l'exposant k . le degré maximal atteint dépend du

nombre de points n . Puisqu'il y a $2n$ coefficients à déterminer dans l'équation (68), il est raisonnable de penser que l'on peut atteindre le degré $(2n-1)$. La valeur de k varie donc entre 0 et $2n-1$.

Sans entrer dans les détails, il est possible de déterminer des quadratures de Gauss avec un grand nombre de points. Ces quadratures sont particulièrement efficaces et sont utilisées, par exemple, dans la méthode des éléments finis et aussi dans la méthode spectrale (SDA).

On détermine les $2n$ coefficients w_i et t_i en résolvant un système non linéaire de $2n$ équations que l'on obtient en prenant $g(t) = t^k$ pour $k = 0, 1, 2, \dots, (2n - 1)$. On peut également démontrer que les points d'intégration de Gauss sont les racines des polynômes de Legendre définis par :

$$L_0(x) = 1 \text{ et } L_1(x) = x \quad (70a)$$

Et par la formule de récurrence :

$$(n + 1)L_{n+1}(x) = (2n + 1)xL_n(x) - nL_{n-1}(x) \quad (70b)$$

La quadrature de Gauss à n points d'intégration (68) est exacte dans le cas des polynômes de degré $(2n - 1)$. Le degré de précision de cette quadrature est donc $(2n - 1)$. Le terme d'erreur est donné par :

$$\frac{2^{2n+1}(n!)^4}{(2n+1)((2n)!)^3} f^{(2n)}(x) \text{ où } x \in [-1, 1] \quad (71)$$

I.6.2 La méthode de Muller :

Cette méthode est semblable à la méthode de sécantes mais avec trois points, on commence par construire une parabole passant par trois points de la courbe $M^{(0)}(x^{(0)}, f(x^{(0)}))$, $M^{(1)}(x^{(1)}, f(x^{(1)}))$, et $M^{(2)}(x^{(2)}, f(x^{(2)}))$ préalablement choisis et l'on cherche l'intersection de la parabole avec l'axe horizontal. Ceci donne un nouveau point $M^{(3)}(x^{(3)}, f(x^{(3)}))$. On recommence le processus avec $M^{(1)}$, $M^{(2)}$ et $M^{(3)}$ jusqu'à convergence. Le schéma faisant passer du triplet $(M^{(n-2)}, M^{(n-1)}, M^{(n)})$ au triplet suivant $(M^{(n-1)}, M^{(n)}, M^{(n+1)})$ est :

$$x^{(n+1)} = x^{(n)} - \frac{2f(x^{(n)})}{b^2 \pm \sqrt{b^2 - 4af(x^{(n)})}} \quad (73a)$$

Où

$$a = \frac{f(x^{(n-2)}) - f(x^{(n)})}{(x^{(n-2)} - x^{(n)})(x^{(n-2)} - x^{(n-1)})} - \frac{f(x^{(n-1)}) - f(x^{(n)})}{(x^{(n-1)} - x^{(n)})(x^{(n-2)} - x^{(n-1)})} \quad (73b)$$

et

$$b = \frac{[f(x^{(n-1)}) - f(x^{(n)})](x^{(n)} - x^{(n-2)})^2}{(x^{(n-1)} - x^{(n)})(x^{(n-2)} - x^{(n)})(x^{(n-2)} - x^{(n-1)})} - \frac{[f(x^{(n-2)}) - f(x^{(n)})](x^{(n-1)} - x^{(n-2)})^2}{(x^{(n-1)} - x^{(n)})(x^{(n-2)} - x^{(n)})(x^{(n-2)} - x^{(n-1)})} \quad (73c)$$

Où il conviendra de choisir le signe correspondant à la solution la plus proche de la racine cherchée.

I.7 Les fonctions de base :

Le choix des fonctions de base est intimement lié à la spécificité de la ligne de transmission qu'on veut étudier, il faut qu'elles soient conformes à la réalité, en outre leur transformée de Fourier doit être déterministe et quantifiable. A cet égard les courants de la ligne de transmission micro-ruban doivent être nuls partout à l'exception de la surface du ruban, en conséquence toute fonction susceptible de remplir ces conditions, peut être prise en considération.

Plusieurs fonctions ont surgi dans de nombreuses publications, telles les fonctions trigonométriques, et les fonctions de Chebyshev,...etc. [8]-[12]-[13]. En l'occurrence, nous avons opté pour l'utilisation des fonctions de Chebyshev comme référence de la SDA, ce choix est motivé surtout par la convergence rapide, le tableau ci-dessous représente les formules spatiales et spectrales des fonctions trigonométriques et de Chebyshev en fonction de la largeur du ruban w , tandis que la Fig.I.6 représente les formes des courants, longitudinale et transversale.

	Les fonctions d'essais	Leurs transformées de Fourier
Jz	$\mathbf{X}_i(x) = \begin{cases} \frac{\cos(i-1)p(2x/w)}{\sqrt{1-(2x/w)^2}} : x \leq w/2 \\ 0 : \text{ailleurs} \end{cases}$	$\tilde{\mathbf{x}}_i(\mathbf{a}) = \frac{p \cdot w}{4} \left(j_0 \left(\left \frac{\mathbf{a}^w}{2} + (i-1)p \right \right) + j_0 \left(\left \frac{\mathbf{a}^w}{2} - (i-1)p \right \right) \right)$
Jx	$\mathbf{h}_j(x) = \begin{cases} \frac{\sin jp(2x/w)}{\sqrt{1-(2x/w)^2}} : x \leq w/2 \\ 0 : \text{ailleurs} \end{cases}$	$\tilde{\mathbf{h}}_j(\mathbf{a}) = \frac{p \cdot w}{4j} \left(j_0 \left(\left \frac{\mathbf{a}^w}{2} - jp \right \right) - j_0 \left(\left \frac{\mathbf{a}^w}{2} + jp \right \right) \right)$
Jz	$\Psi_n = \frac{U_{2n} \left(\frac{2x}{w} \right)}{\sqrt{1 - \frac{2x^2}{w}}}$	$\tilde{\mathbf{y}}_i(\mathbf{a}_n) = j(-1)^{(n-1)/2} \frac{np}{4} J_n \left(\frac{ \mathbf{a} w}{2} \right)$
Jx	$\tau_n = T_{2(n-1)} \left(\frac{x}{w} \right) \sqrt{1 - \frac{2x^2}{w}}$	$\tilde{\mathbf{t}}_j(\mathbf{a}_n) = j(-1)^{(n-1)/2} \frac{np}{a} J_n \left(\frac{ \mathbf{a} w}{2} \right)$

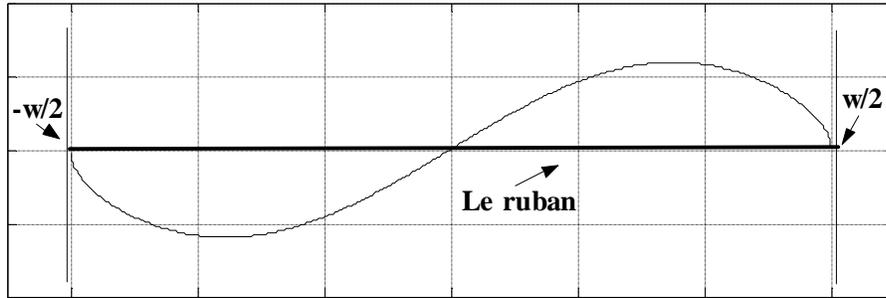
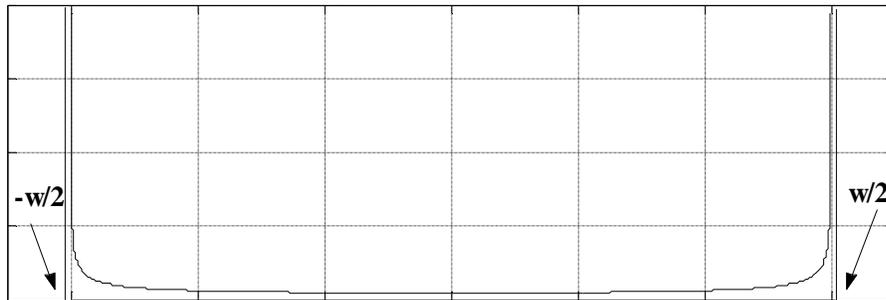
La forme spatiale du courant transversal**La forme spatiale du courant longitudinal**

Fig.I.6 représentation spatiale des allures de courants

I.8 Etude de la convergence :

L'étude de la convergence consiste à trouver la valeur au-delà de laquelle la constante diélectrique effective reste invariante. On constate que la convergence est atteinte à la valeur $a \approx 400k_0$, comme il a été prévu à l'introduction générale.

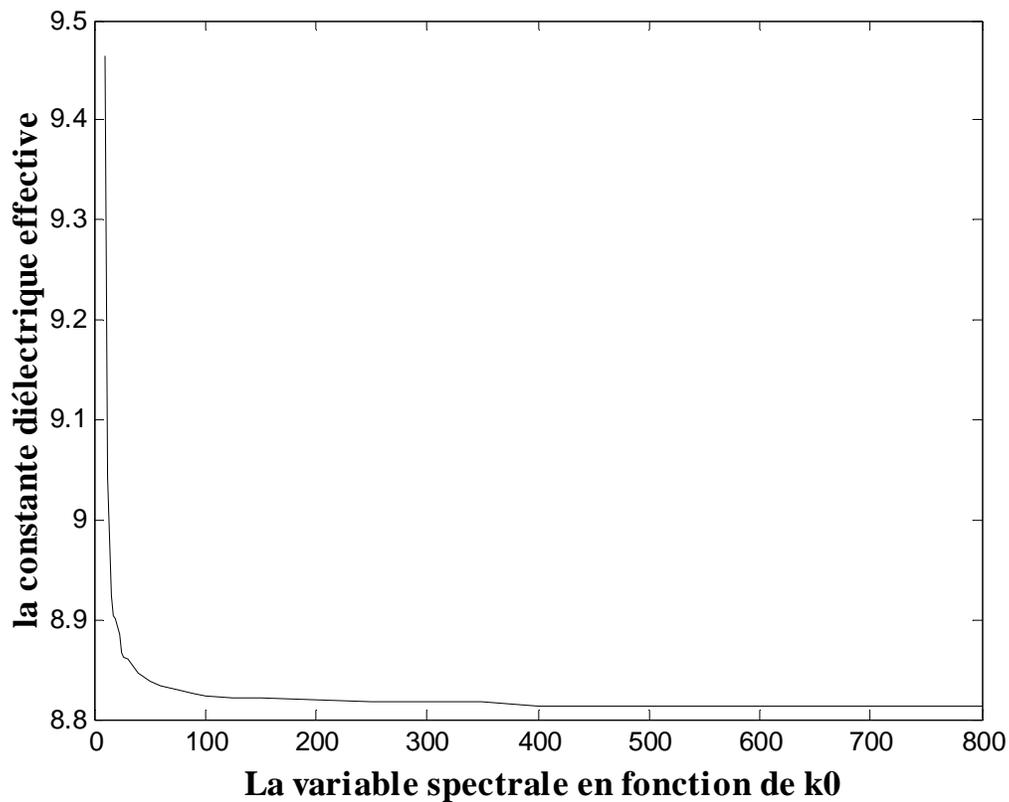


Fig.I.7 les variations de la constante diélectrique effective en fonction de la variable spectrale ak_0

I.9 Résultats et discussions :

Le boîtier utilisé est une ligne micro-ruban ouverte dont les dimensions sont :

- $w = 3.04mm$: la largeur du ruban
- $d = 3.17mm$: la hauteur du substrat
- $\epsilon_{eff} = 11.7$: la permittivité du substrat

Nous allons représenter chaque courant, transversal et longitudinal, par une seule fonction d'essai, ce qui conduit à avoir une matrice générale composée de quatre éléments

dont le déterminant est la différence des deux produits $\det(A) = k_{11}k_{22} - k_{12}k_{21}$. Afin d'obtenir la constante de propagation modale b , il suffit de localiser l'intersection de la courbe qui représente les variations du déterminant en fonction de la constante de propagation avec l'axe des abscisses. La figure Fig.1.7 représente cette intersection :

déterminant en fonction de la variation de la constante de propagation

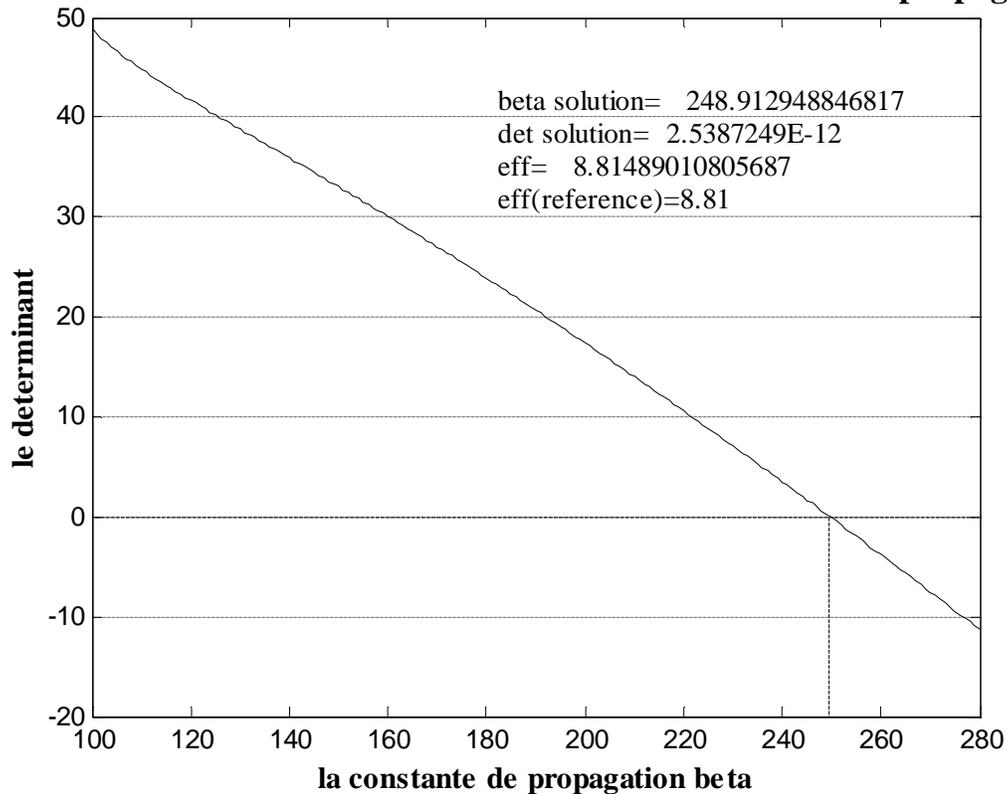


Fig.I.8 les variations du déterminant en fonction de la constante modale

Pour mieux valider le programme qu'on vient d'élaborer, on l'a testé pour de différentes valeurs de la fréquence. En comparant ces résultats avec ceux apparus dans la publication de Itoh [14], on voit qu'ils sont en parfait accord, disons qu'ils sont les mêmes pour certaines valeurs de la fréquence comme on le constate dans la figure ci-dessous. Ce programme est également valable à d'autres structures, il suffit de faire des changements

adéquats, tel que les dyades de Green, où il faut trouver les impédances Z^e et Z^h à partir desquelles on déduit ces dyades.

Certainement lorsqu'on change la structure à étudier, les fonctions d'essai vont à leur tour changer suivant l'allure réelle des courants ou des champs, si c'est le cas d'une fente au lieu d'un ruban.

Les variations de la constante diélectrique en fonction de la fréquence

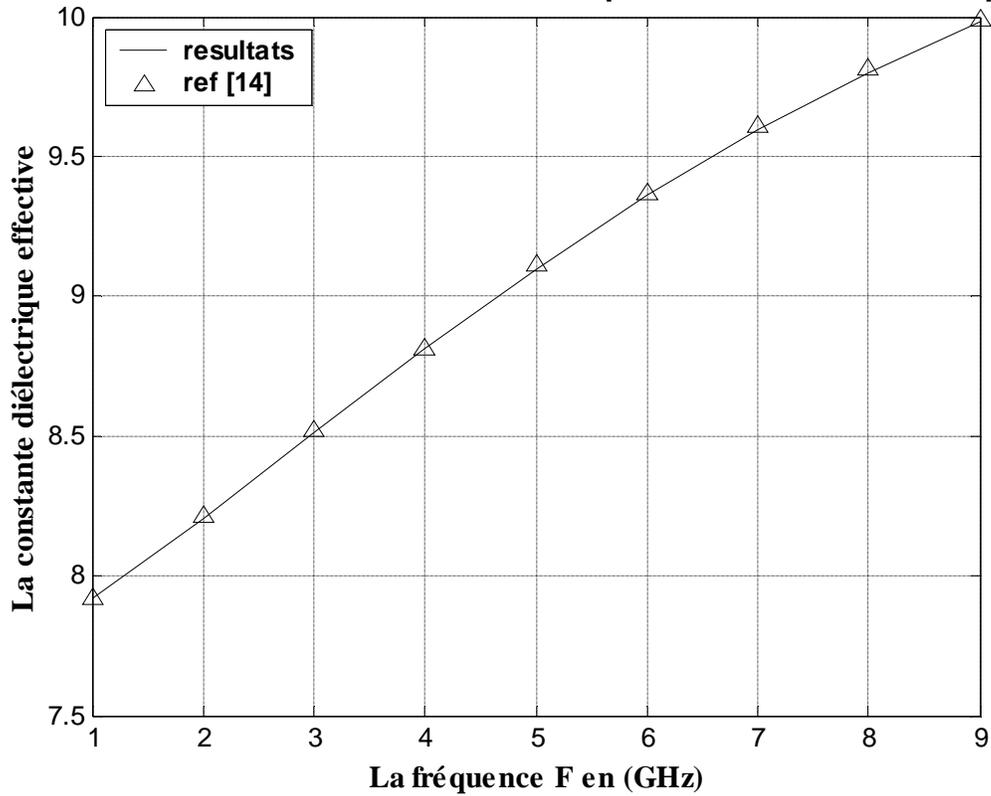


Fig.I.9 Les variations de la constante diélectrique effective en fonction de la fréquence

I.10 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons essayé de mettre l'accent sur la méthode spectrale et les différentes approches qui s'appuient sur elle, y compris la méthode RF-SDA développée au sein de laboratoire LET, en faisant la lumière sur toutes les zones d'ombre qui l'entourent. Nous avons également essayé de mettre en relief l'importance des fonctions de Chebyshev en tant que fonctions de base canoniques. Nous avons noté un excellent accord entre nos résultats et ceux de la référence [14].

II.1 - Formulation du problème :

La figure Fig.II.1 représente la géométrie de la ligne de transmission micro-ruban, d est l'épaisseur du substrat qui est supposé isotrope, sans perte, et non magnétisé. Les conducteurs sont infiniment minces, et parfaitement conducteurs, w représente la largeur du ruban.

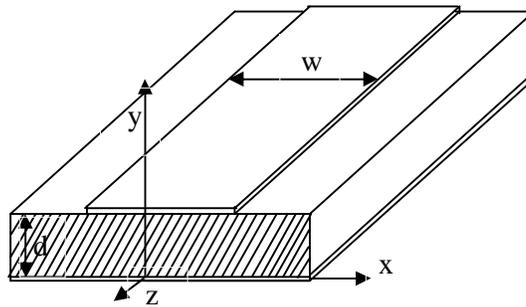


Fig.II.1 Ligne micro-ruban ouverte

Nous allons en bref faire un petit rappel concernant la méthode de Galerkin appliquée à une ligne micro-ruban ouverte. En général la description de la théorie de la MoM Galerkin peut être trouvée dans [15], admettons que le mode qui se propage dans cette ligne est le mode fondamental, donc le courant et le champ électrique vont prendre la forme générale suivante :

$$\vec{j}(x, z) = \vec{J}(x)e^{-jbz} \quad (1.a)$$

$$\vec{e}(x, y, z) = \vec{E}(x, y)e^{-jbz} \quad (1.b)$$

où $b(=k_o\sqrt{\epsilon_{eff}})$ est la constante de propagation modale, lors de cette étude nous allons omettre le terme harmonique $e^{j\omega t}$. D'après l'équation intégrale [8] qui exprime les conditions aux limites concernant le champ électrique à la surface du ruban on a :

$$\lim_{y \rightarrow d} \int_{-w/2}^{w/2} Z_{zz}(x-x', y, y'=d; \mathbf{b}) J_z(x') + Z_{zx}(x-x', y, y'=d; \mathbf{b}) J_x(x') = 0 \quad (2.a)$$

$$\lim_{y \rightarrow d} \int_{-w/2}^{w/2} Z_{xz}(x-x', y, y'=d; \mathbf{b}) J_z(x') + Z_{xx}(x-x', y, y'=d; \mathbf{b}) J_x(x') = 0 \quad (2.b)$$

Les Z_{ab} représentent les dyades de Green à la surface du ruban. Nous allons utiliser des fonctions de base qui visent l'approximation des courant longitudinal et transversal.

$$J_z(x) \approx \sum_{n=1}^{Nl} A_n f_n^z(x) \quad (3.a)$$

$$J_x(x) \approx \sum_{n=1}^{Nt} B_n f_n^x(x) \quad (3.b)$$

où Nl et Nt représentent respectivement le nombre total des fonctions de base des courants, longitudinal et transversal, f_n^z et f_n^x sont des fonctions de base connues, A_n et B_n sont des coefficients inconnus. En substituant les expressions (3) dans (2), et on applique la méthode de Galerkin [15] afin de résoudre l'équation intégrale, et on transforme l'équation résultante dans un domaine spectral on obtient :

$$\sum_{n=1}^{Nl} A_n \int_{-\infty}^{+\infty} f_m^z(\mathbf{a}) Z_{zz}(-\mathbf{a}, y = d; \mathbf{b}) f_n^z(-\mathbf{a}) d\mathbf{a} \\ + \sum_{n=1}^{Nt} B_n \int_{-\infty}^{+\infty} f_m^z(\mathbf{a}) Z_{zx}(-\mathbf{a}, y = d; \mathbf{b}) f_n^x(-\mathbf{a}) d\mathbf{a} = 0 \quad (4.a)$$

$$\sum_{n=1}^{Nl} A_n \int_{-\infty}^{+\infty} f_m^x(\mathbf{a}) Z_{xz}(-\mathbf{a}, y = d; \mathbf{b}) f_n^z(-\mathbf{a}) d\mathbf{a} \\ + \sum_{n=1}^{Nt} B_n \int_{-\infty}^{+\infty} f_m^x(\mathbf{a}) Z_{xx}(-\mathbf{a}, y = d; \mathbf{b}) f_n^x(-\mathbf{a}) d\mathbf{a} = 0 \quad (4.b)$$

où \mathbf{a} est la variable spectrale qui correspond à la direction spatiale x , la première équation est valide pour $m = 1$ jusqu'à Nl , la deuxième pour $m = 1$ jusqu'à Nt , dans l'expression (4), l'opérateur limite (\lim) dans (2) a été amené sous l'intégrale. Les dyades de Green sont données (voir chapitre 1)

L'ensemble homogène des équations (4) n'a de solution que pour certaines valeurs (valeurs propres) de la constante de propagation. Dans cette étude on ne tient compte que de la solution correspondant au mode fondamental, cette solution propre va nous permettre de déduire les coefficients A_n et B_n en d'autre terme le profil des courants, longitudinal et transversal, en utilisant de la méthode de la décomposition de matrice en valeurs singulières SVD.

II.2 - Les fonctions de base :

Afin d'obtenir des fonctions de base discrètes, on doit diviser le ruban en N cellules qui sont équidistantes. Le courant longitudinal est modélisé par un ensemble d'impulsions rectangulaires, et le courant transversal par un ensemble d'impulsions

triangulaires. La continuité du courant transversal est fortement désirée en raison de l'équation de continuité de la charge [16]

$$\nabla \cdot \bar{J} + j\omega r = 0 \quad (5)$$

La discontinuité du courant longitudinal résulte de la transition entre les cellules. Le ruban est divisé en $N+1$ intervalles, le début et la fin de ces intervalles sont dénotés par x_n ($n = 0, 1, \dots, N+1$) avec $x_0 = -w/2$ et $x_{N+1} = w/2$. Donc on a N_t fonctions de base pour représenter le courant longitudinal (direction z), et N_t fonction pour représenter le courant transversal (direction x), tel que ($N = N_t = N_{t-1}$). Les intervalles (x_0, x_1) et (x_N, x_{N+1}) sont appelés les cellules de bord. Les fonctions de base rectangulaires et triangulaires sont de la forme suivante : [16]

Le domaine spatial :

-La fonction rectangulaire :

$$f_n^z(x) = S(x/x_{n-1}, x_n), \quad n = 1, 2, \dots, N_t \quad (6.a)$$

-La fonction triangulaire :

$$f_n^x(x) = S(x/x_{n-1}, x_n) \frac{x - x_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} + S(x/x_n, x_{n+1}) \frac{x_{n+1} - x}{x_{n+1} + x_n}, \quad n = 1, 2, \dots, N_t \quad (6.b)$$

Le domaine spectral :

-La fonction rectangulaire :

$$f_n^z(\mathbf{a}) = \frac{1}{j\mathbf{a}} (E(x_n) - E(x_{n-1})) \quad (7.a)$$

-La fonction triangulaire :

$$f_n^x(a) = \frac{1}{a^2} \{K_n[E(x_n) - E(x_{n-1})] + K_{n+1}[E(x_n) - E(x_{n+1})]\} \quad (7b)$$

où

$$E(x) = e^{jax} \quad (7c)$$

et

$$K_n = \frac{1}{x_n - x_{n-1}} \quad (7d)$$

$$s(x/a, b) = \begin{cases} 0, & x < a \\ 1, & a \leq x \leq b \\ 0, & x > b \end{cases} \quad (7e)$$

II.3 - Procédure d'intégration :

L'intégrale se fait sur deux intervalles, suivant cette relation :

$$\int_0^{\infty} f(a, b) da = \int_0^L f(a, b) da + g(b) \int_L^{\infty} f(a) da \quad (8)$$

La méthode utilisée dans les deux intervalles est Gauss-Legendre (voir chapitre 1), mais dans le deuxième intervalle cette méthode est contrôlée par l'algorithme de Shanks qui vise à accélérer la sommation des séries (transformation de Shanks), cette étape est facultative, c'est juste pour vérifier la convergence. Le premier intervalle lui-même est divisé en tranches équidistantes en raison de la difficulté d'évaluation d'intégrale due aux oscillations introduites par les termes de décalage de chaque cellule.

II.4 - La transformation de Shanks

La transformation de Shanks est basée sur l'hypothèse suivante : une séquence de somme partielle $S_n (n=1,2,\dots)$ peut être considérée comme une expression de la forme suivante :

$$S_n = S + \sum_{k=1}^K a_k q_k^n \quad (9)$$

Si $|q_k| < 1$, on aura :

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

La forme supposée précédemment implique que la séquence des sommes partielles satisfait ou bien admet une équation de différence finie d'ordre $(k+1)$ [17]-[18], où S représente l'invariant de la solution de cette dernière. Les ordres supérieurs de la transformation de Shanks sont calculés en vertu de l'algorithme suivant [17] :

$$e_{s+1}(S_n) = e_{s-1}(S_{n+1}) + \frac{1}{e_s(S_{n+1}) - e_s(S_n)} \quad s = 1, 2, \dots \quad (10a)$$

où

$$e_o(S_n) = S_n \quad e_1(S_n) = \frac{1}{[e_o(S_{n+1}) - e_o(S_n)]} \quad (10b)$$

Seulement les termes d'ordre pair $e_{2r}(S_n)$ sont pris en considération pour déterminer la valeur de S , par contre les termes d'ordre impair sont uniquement des termes intermédiaires. Pour bien comprendre cet algorithme, nous allons essayer de

l'appliquer pour évaluer la série de Leibnitz dont la convergence est lente, et elle est définie par la formule suivante :

$$p = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4(-1)^n}{2n+1}$$

Dans un premier temps on ne va pas introduire le critère d'arrêt en vue de ne pas compliquer la tâche. On considère une matrice carrée e de $n \times n$ dont tous les éléments sont nuls à l'exception de la première colonne dans laquelle on va insérer les premières valeurs de S_n c'est-à-dire e_o , les autres colonnes vont être déduites d'une manière récursive en appliquant l'algorithme de Shanks. Du point vue programmation cela est très facile, et voila le programme en matlab pour évaluer la valeur de Π :

```
clear all; clc;format long;
m=10;l=m/2;
hh=zeros(1,m);
e=zeros(m,m);
x=0;
for n=1:m
    x=x+4*(-1).^(n-1)/(2*(n-1)+1);
    s(n)=x;
end;
for n=1:m
    e(1,n)=s(n);
end;
for n=1:m-1
    e(2,n)=1/(e(1,n+1)-e(1,n));
end;
for k=2:m-1
    for n=1:m-k
        e(k+1,n)=e(k-1,n+1)+(1/(e(k,n+1)-e(k,n)));
    end;
end;
for n=0:l-1
    hh(n+1,:)= e(2*n+1,:);
end;
Resultat =hh (c'est juste pour afficher les résultats)
Les résultats de cette application figurent dans le tableau suivant :
```

n	$e_0 = S_n$	e_2	e_4	e_6	e_8
0	4.0000000	3.1666667	3.1423424	3.1416149	3.1415933
1	2.6666667	3.1333334	3.1413919	3.1415873	3.1415925
2	3.4666667	3.1452381	3.1416627	3.1415943	
3	2.8952381	3.1396825	3.1415634	3.1415921	
4	3.3396825	3.1427129	3.1416065		
5	2.9760462	3.1408813	3.1415854		
6	3.2837385	3.1420718			
7	3.0170718	3.1412548			
8	3.2523659				
9	3.0418396				

D'emblé on constate qu'après quatre applications de la transformation de Shanks, on a une précision de six chiffres après la virgule, par contre pour obtenir une précision de huit chiffres il faudra faire approximativement 40×10^6 (40 millions) de sommations directes. Afin de généraliser la transformation de Shanks, il est nécessaire de définir un critère de convergence, pour que le processus de sommation soit arrêté lorsque ce dernier est satisfait. Donc on définit le facteur de convergence t_c tel que [17] :

$$\left| \frac{e_{2r+2}(S_{n-1}) - e_{2r}(S_n)}{e_{2r+2}(S_{n-1})} \right| \leq t_c \quad (11)$$

Pour appliquer cette transformation dans notre cas, il faut tout d'abord séparer les variables spectrales a et b pour qu'on puisse traiter l'intégration indépendamment de la constante de propagation b . Ceci est possible en choisissant une valeur de a ($a > L$) pour laquelle on peut faire les approximations suivantes :

$$\begin{aligned}
\sqrt{a^2 + b^2} &\rightarrow |a| \\
a^2 + b^2 - k_o^2 m_r e_r &\rightarrow |a| \\
a^2 + b^2 - k_o^2 &\rightarrow |a| \\
\coth(\sqrt{a^2 + b^2 - k_o^2 m_r e_r} \times d) &\rightarrow 1
\end{aligned} \tag{12}$$

Donc on applique la transformation de Shanks à chaque élément de la matrice, et on peut même anticiper cette opération c'est-à-dire avant d'entamer la boucle qui vise à chercher la valeur exacte de la constante de propagation b .

II.5 - Calcul du déterminant :

En vue de calculer le déterminant de la matrice, on doit recourir à la décomposition LU [19].

La décomposition LU consiste à décomposer une matrice A de $N \times N$ éléments en un produit de deux matrices, l'une est une matrice triangulaire inférieure L , et l'autre est une matrice triangulaire supérieure U (en anglais L correspond à Lower matrix et U à Upper matrix), sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \mathbf{L} & a_{1N} \\ a_{12} & a_{22} & \mathbf{L} & a_{2N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ a_{N1} & a_{N2} & \mathbf{L} & a_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & \mathbf{L} & 0 \\ l_{12} & l_{22} & \mathbf{L} & 0 \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ l_{N1} & l_{N2} & \mathbf{L} & l_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & u_{12} & \mathbf{L} & u_{1N} \\ 0 & 1 & \mathbf{L} & u_{2N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{L} & 1 \end{bmatrix}$$

L'utilité de la décomposition LU est la suivante :

Supposons que l'on ait effectué la décomposition LU d'une $N \times N$ matrice A . Alors nous avons $\det(A) = \det(L) \cdot \det(U)$. De plus, puisque U n'a que des 1 dans sa

diagonale, nous avons $\det(U) = 1$. Le déterminant de L est donné par $\det(L) = l_{11}l_{22}l_{33}\dots l_{NN}$ puisque L est triangulaire. Ainsi

$$\det(A) = \prod_{j=1}^N l_{jj} \quad (13)$$

Et on conclut que si on veut calculer $\det(A)$, il suffit d'utiliser cette dernière formule, après avoir effectué une décomposition LU de A .

II.6 - Etude de la convergence :

Après avoir fait une étude de la convergence du point de vue numérique (transformation de Shanks), on va faire une étude graphique de la convergence. Pour cela on doit faire une normalisation de la variable spectrale a par rapport à la largeur de la cellule. On n'étudie que les éléments qui comportent les termes de décalage les plus significatifs, autrement dit les premières cellules. Les résultats de cette étude figurent dans les courbes ci-dessous :

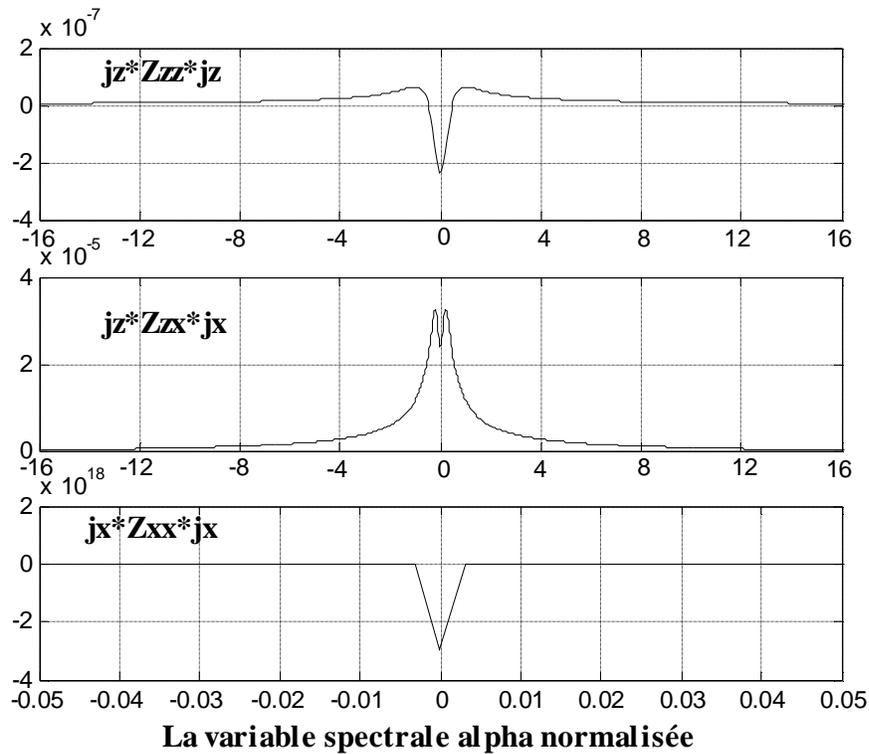


Fig.II.2 représentation des éléments de la matrice générale en fonction de la variable spectrale a normalisée par rapport à la largeur de la cellule.

D'après ces trois courbes, on constate que la convergence a été atteinte à la valeur spectrale $a = 14$, il est important de mentionner que cette dernière est normalisée par rapport à la largeur de cellule. Ce qui est égal à $a = 466,95.k_0$. Au-delà de cette valeur toutes les courbes s'annulent. De cette façon on peut dire qu'on a pu localiser graphiquement la borne d'intégration maximale, donc il nous reste à définir les tranches d'intégration appropriées qu'on vient d'évoquer antérieurement en vue de déduire la constante de propagation modale b .

II.7 - La constante diélectrique effective e_{eff} :

Pour atteindre cet objectif, on doit déterminer la constante de propagation modale b suivant la procédure décrite précédemment. La constante diélectrique effective e_{eff} est donnée par la relation suivante :

$$e_{eff} = \left(\frac{b}{k_o} \right)^2 \quad (14)$$

Dans ce qui suit, on va faire une étude pour diverses valeurs du nombre de fonctions de base, les résultats de cette application se résume dans le tableau suivant :

Nombre des cellules	Les constantes diélectriques effectives e_{eff} [16]	Les constantes diélectriques effectives e_{eff} obtenues lors de cette étude
1	8.726	8.72733181466085
3	8.751	8.75444155942595
5	8.771	8.77582237750963
7	8.782	8.78691786996635
9	8.788	8.79343041965914

II.8 - Profils des courants :

Une fois la valeur exacte de la constante de propagation modale b obtenue, on la remplace dans la matrice générale, et on effectue une intégration concernant la variable spectrale a , ce qui nous donne le système d'équation suivant [20] :

$$\begin{bmatrix} \tilde{Z}_{zz}^{\infty}(\mathbf{b}) & \tilde{Z}_{zx}^{\infty}(\mathbf{b}) \\ \tilde{Z}_{xz}^{\infty}(\mathbf{b}) & \tilde{Z}_{xx}^{\infty}(\mathbf{b}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ \mathbf{M} \\ A_{Nl} \\ B_1 \\ \mathbf{M} \\ B_{Nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \\ 0 \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (15a)$$

tel que :

$$\begin{aligned} (\tilde{Z}_{zz}^{\infty})_{m,n} &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_m^{z*}(\mathbf{a}) \tilde{Z}_{zz}(-\mathbf{b}, \mathbf{a}) \tilde{f}_n^z(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \\ (\tilde{Z}_{zx}^{\infty})_{m,n} &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_m^{z*}(\mathbf{a}) \tilde{Z}_{zx}(-\mathbf{b}, \mathbf{a}) j\tilde{f}_n^x(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \\ (\tilde{Z}_{xx}^{\infty})_{m,n} &= \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}_m^{x*}(\mathbf{a}) \tilde{Z}_{xx}(-\mathbf{b}, \mathbf{a}) \tilde{f}_n^x(\mathbf{a}) d\mathbf{a} \end{aligned} \quad (15b)$$

Les termes en conjugué qui apparaissent dans ces dernières formules sont dus au théorème de Parseval [8]. Pour déterminer les coefficients A_{Nl} et B_{Nt} , on a deux méthodes :

L'une consiste à faire une légère modification, en supposant que $A_1 = 1$, donc le système d'équation peut être écrit sous la forme suivante [8] :

$$N \begin{bmatrix} M_{12} & \mathbf{L} & M_{1N} \\ M_{22} & \mathbf{L} & M_{2N} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ M_{N2} & \mathbf{L} & M_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 \\ A_3 \\ \mathbf{M} \\ B_{Nt} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{21} \\ \mathbf{M} \\ M_{N1} \end{bmatrix}$$

Maintenant la matrice générale n'est pas une matrice carrée, donc il est possible de la résoudre en utilisant la méthode des moindres carrés. L'autre méthode est plus facile que la précédente, et elle est plus efficace, elle consiste à faire une décomposition en valeurs singulières SVD de la matrice générale sans la nécessité de recourir à des modifications, et la solution sera automatiquement la dernière colonne de V .

II.9 - La décomposition en valeurs singulières SVD :

Définition :

Soit une matrice X de taille $n \times p$. La décomposition en valeurs singulières (SVD) de X est définie par :

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (16)$$

Où U est une matrice $n \times n$ orthogonale. S est une matrice $n \times p$ contenant les valeurs singulières sur sa diagonale supérieure : $s_1 \geq s_2 \geq s_3 \geq \dots \geq s_p$. V est une matrice $p \times p$ orthogonale

Propriétés :

1. La décomposition SVD est unique.
2. Les valeurs singulières de X sont les racines carrées des valeurs propres de la matrice $X^T X$:
$$X^T X = V S U^T U S V^T = V V^T.$$
3. Le rang de la matrice X est le nombre de valeurs singulières non nulles

II.10 - Résultats et discussions :

Dans ce qui suit, on va tracer les profils des courants, longitudinal et transversal, pour différents nombres de fonctions de base, en employant la méthode décrite précédemment c'est-à-dire la méthode de décomposition en valeurs singulières, les N_l premiers éléments (N_t derniers éléments) de la dernière colonne de la matrice V représentent respectivement les coefficients A_{N_l} (les coefficients B_{N_t}), en ce qui concerne le courant longitudinal les choses sont claires, puisque les coefficients A_{N_l} eux-mêmes représentent les fonctions de base.

Par contre pour restituer le profil du courant transversal, et aller au fond des choses, on doit faire une sommation de deux fonctions f^x multipliées par leurs coefficients appropriés pour chaque cellule, cela vient du fait que chaque cellule est composée de deux segments qui se chevauchent, exception faite des cellules de bord.

- pour un nombre de fonctions de base qui représente le courant longitudinal $N_l = 9$, et $N_t = 8$ pour le courant transversal, on obtient les courbes ci-dessous :

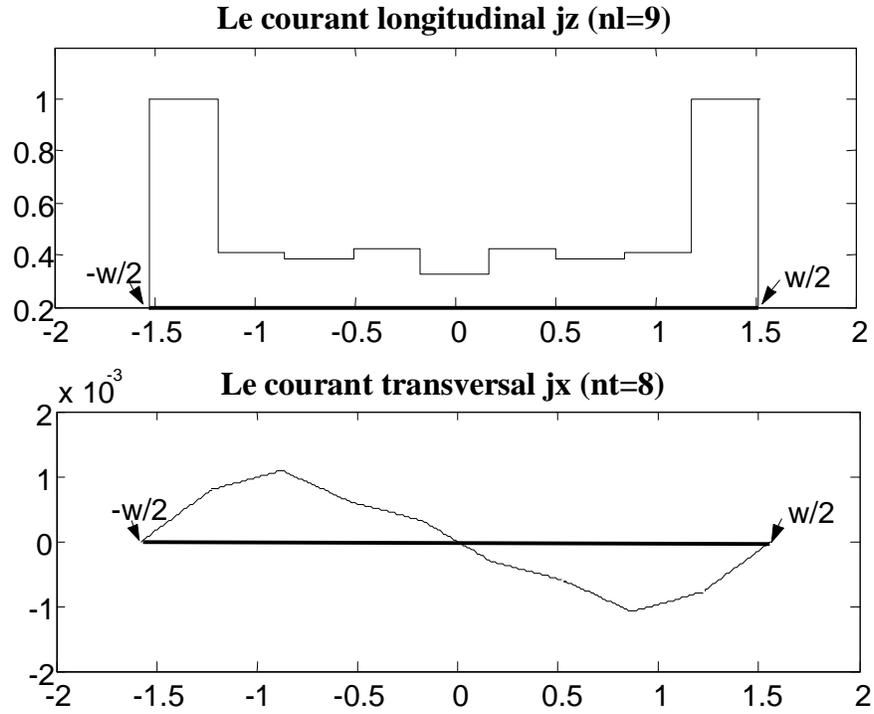


Fig.II.3 représentation des courants pour $n_l = 9$ et $n_t = 8$.

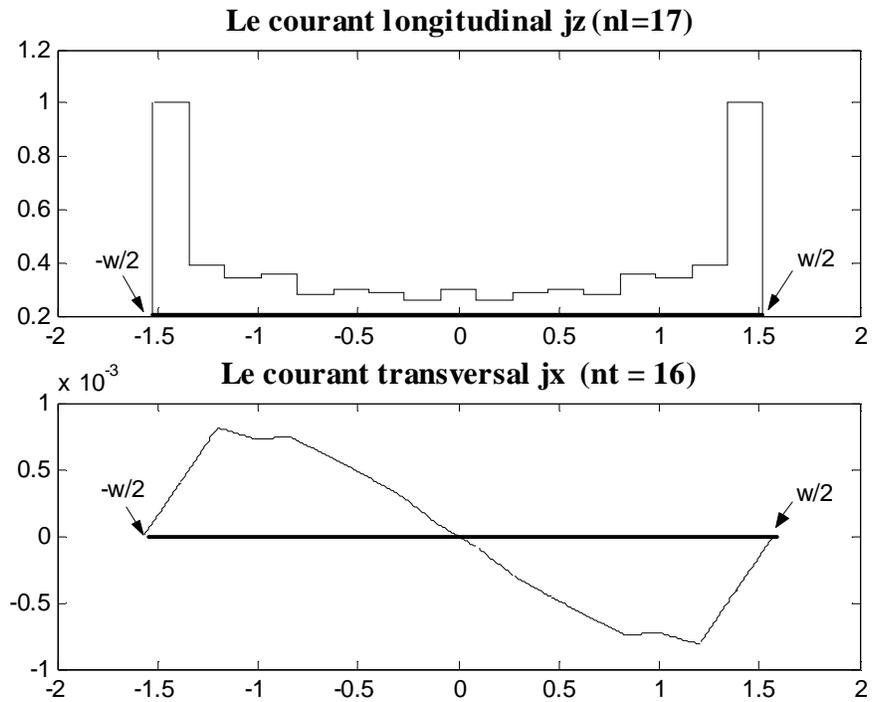


Fig.II.4 représentation des courants pour $n_l = 17$ et $n_t = 16$.

Dans la Figure II.3, on constate qu'il y a des discontinuités au niveau du courant lors du passage d'une cellule à une autre. En outre le passage entre les cellules du courant transversal apparaît désagréable en raison de la linéarité des fonctions de base utilisées.

En dépit de l'augmentation du nombre de fonctions de base, les problèmes de discontinuité figurent encore dans la Figure II.4. Dans la littérature ce problème a été résolu en faisant recours à des manipulations algébriques très compliquées afin de lisser les courbes lors du passage entre cellules.

II.11 - Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons procédé d'une manière différente à celle du premier chapitre, nous avons opté pour la discrétisation du domaine en cellules, ce qui nous a permis d'introduire des fonctions d'essai différentes de celles utilisées dans un domaine entier, telle l'impulsion rectangulaire et l'impulsion triangulaire (roof-top), mais la linéarité de ces fonction constitue un problème majeure qui a entravé la visualisation des profils des courants, longitudinal et transversal.

Introduction :

Afin de contourner les difficultés rencontrées dans le deuxième chapitre, il faut introduire des fonctions de base qui ne sont pas linéaires, dans ce contexte sur proposition de l'encadreur, nous envisageons l'étude de Raised Cosine comme fonction de base, il faut insister sur le fait que Raised Cosine n'a jamais été utilisée auparavant pour la SDA dans la littérature.

III.1 -La fonction raised cosine :

Pour arriver à mettre en exergue l'importance de cette fonction il faut d'abord la définir. La fonction raised cosine est une fonction paire, qui dépend de deux paramètres [21] :

L'abscisse x et le facteur d'arrondi a dont la valeur est comprise entre l'intervalle $a \in [0,1]$, on va faire dans un prochain paragraphe toute une étude concernant le facteur d'arrondi. Du point vu mathématique la fonction raised cosine peut être décrite par la formule suivante :

$$f(x) = \begin{cases} 1. & -A \leq x \leq A \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{p(|x| - xc(1-a))}{2 \cdot a \cdot xc} \right] \right\} & A < |x| < B \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1)$$

On pose :

$$\begin{cases} A = xc(1-a) \\ B = xc(1+a) \\ M = 2 \cdot a \cdot xc \end{cases}$$

Donc la relation (1) devient :

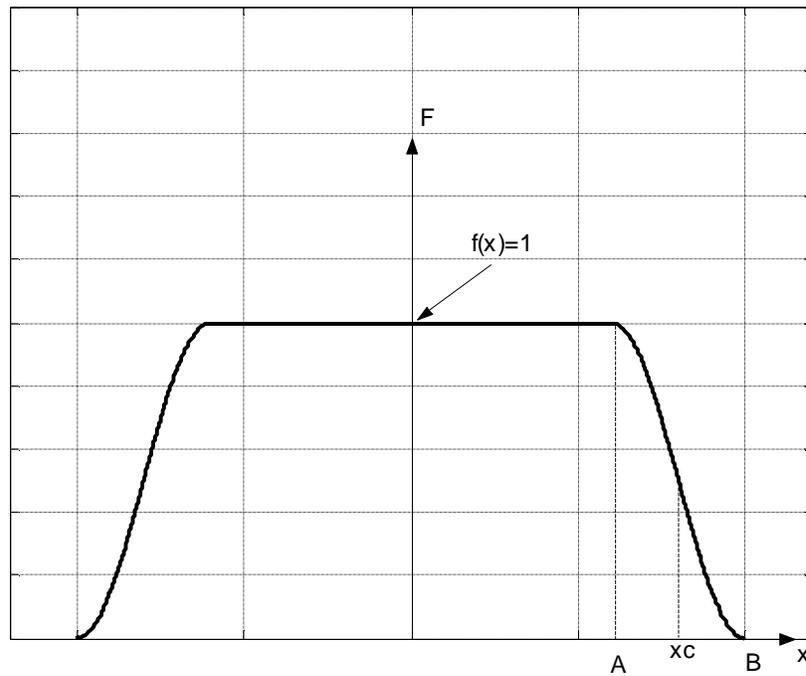
$$f(x) = \begin{cases} 1. & -A \leq x \leq A \\ \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos \left[\frac{p(|x| - A)}{M} \right] \right\} & A < |x| < B \\ 0. & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2)$$

La transformée de Fourier de cette fonction est défini par la formule suivante :

$$f(a) = \frac{p^2 \sin\left(\frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{Ma}{2}\right)}{\left(\frac{a}{2}\right)(p^2 - a^2 \cdot M^2)} \quad (3)$$

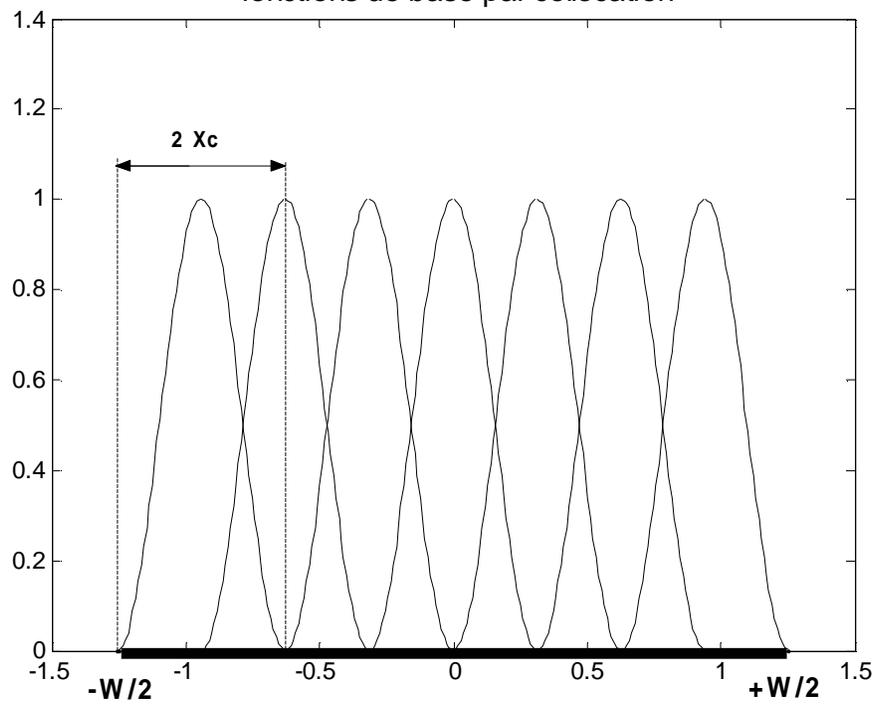
La figure 3.1 représente l'allure de cette fonction, tandis que la figure III.2 nous montre la façon de son implantation.

La fonction Raised cosine



FigIII.1. la fonction raised cosine dans le cas général.

fonctions de base par collocation



FigIII.2. Impulsions raised cosine utilisées comme fonctions de base par collocation

III.2 - Le facteur d'arrondi a :

On va parcourir l'intervalle $a \in [0,1]$, afin de trouver la valeur optimale de a susceptible de nous fournir la décroissance la plus rapide possible. Les résultats obtenus sont représentés par la figure III.3. D'emblé on constate clairement que $a = 1$ est la valeur optimale, donc on écrit à nouveau la formule spatiale et spectrale de cette fonction pour la valeur optimale c'est à dire $a = 1$. Alors les formules précédentes deviennent de la forme suivante :

- La forme spatiale :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left[\frac{p|x|}{2.xc} \right] \right] \\ 0 \end{cases}$$

- La forme spectrale :

$$f(a) = \frac{p^2}{a(p^2 - a^2.M^2)} \cdot \sin(Ma)$$

On peut aussi introduire un sinus cardinal dans cette dernière formule.

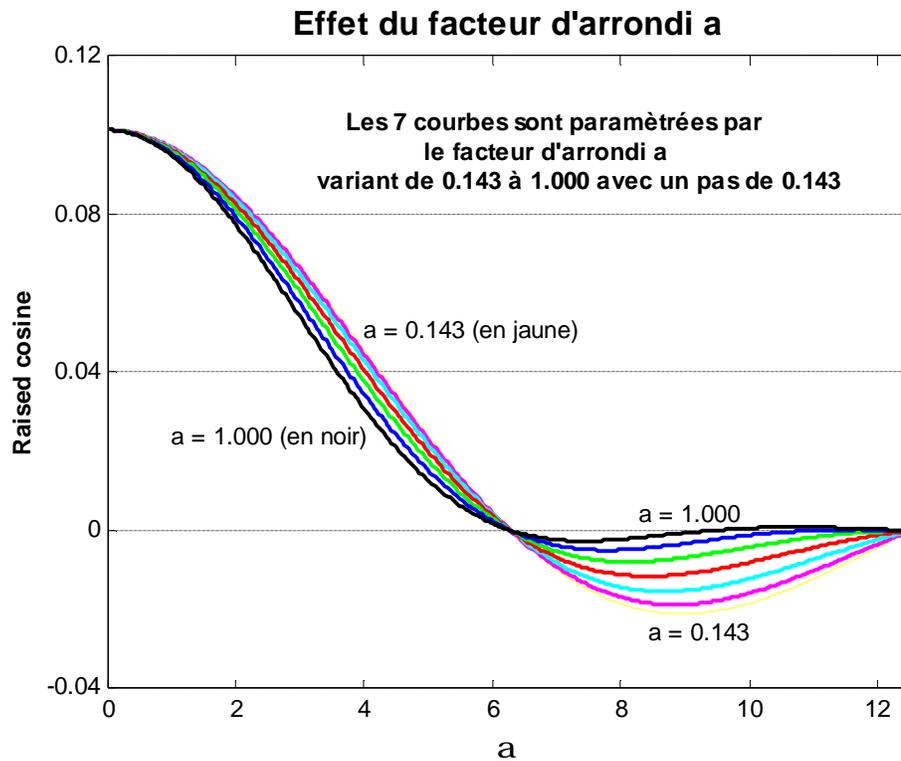


Fig.III.3 effet du facteur d'arrondi a

III.3 - Implantation des nouvelles fonctions de base :

Au lieu d'utiliser les nœuds de discrétisation x_n à l'instar de la méthode décrite dans le deuxième chapitre, on va essayer de mettre à profit la propriété de translation concernant la transformée de Fourier pour déterminer les fonctions spectrales des courants, longitudinal et transversal, de chaque cellule. Mais avant d'aborder cette méthode, il sera utile de faire un bref rappel concernant les propriétés de la transformée de Fourier.

III.3.1 Propriétés de la transformée de Fourier :

Nous avons une correspondance unique entre la fonction $x(t)$ et sa transformée de Fourier $X(a)$ ou représentation spectrale. Nous écrivons donc cette réciprocity sous la forme :

$$x(t) \xleftrightarrow{F} X(a)$$

Nous retrouvons les mêmes propriétés pour le développement en série de Fourier.

a) propriété de la linéarité :

Étant donné $x(t) \xleftrightarrow{F} X(a)$ et $y(t) \xleftrightarrow{F} Y(a)$, nous avons :

$$A \cdot x(t) + B \cdot y(t) \xleftrightarrow{F} A \cdot X(a) + B \cdot Y(a) \text{ avec } A \text{ et } B \text{ constantes.}$$

b) propriété de parité :

Soit la fonction $x(t)$ et $X(a)$ sa représentation spectrale, nous avons :

Fonction $x(t)$	Représentation spectrale $X(a)$
Réelle paire	Réelle paire
Réelle impaire	Imaginaire impaire
Réelle	Complexe (partie réelle paire, partie imaginaire impaire)
Imaginaire paire	Imaginaire paire
Imaginaire impaire	Réelle impaire
Imaginaire	Complexe (partie réelle impaire, partie imaginaire paire)

étant donné $x(t) \xleftrightarrow{F} X(a)$, nous avons :

$$\bar{x}(t) \xleftrightarrow{F} \bar{X}(-a) \text{ avec } \bar{x} \text{ signifiant le complexe conjugué.}$$

c) propriété de translation :

Étant donné $x(t) \xleftrightarrow{F} X(a)$, nous avons :

$$x(t - q) \xleftrightarrow{F} X(a) \cdot e^{-jaq}$$

Et réciproquement :

$$X(a - n) \xleftarrow{F} x(t) \cdot e^{+jn.t}$$

d) propriété d'homothétie :

Étant donné $x(t) \xleftarrow{F} X(a)$, nous avons :

$$x(a \cdot t) \xleftarrow{F} 1/|a| X(a) \text{ avec } a \in \mathfrak{R}$$

e) propriété de dérivation :

Étant donné $x(t) \xleftarrow{F} X(a)$, nous avons :

$$\frac{dx(t)}{dt} \xleftarrow{F} (ja) X(a)$$

Et plus généralement :

$$\frac{d^n x(t)}{dt^n} \xleftarrow{F} (ja)^n \cdot X(a)$$

De cette relation de dérivation, on déduit la transformée des signaux à valeur moyenne nulle qui facilite le calcul du spectre de signaux comme celui de la fonction échelon unité $u(t)$.

Soit un signal $x(t)$ de la forme :

$$x(t) = A_x + x_o(t) \text{ avec } x_o(t) \text{ de valeur moyenne nulle}$$

Nous pouvons écrire :

$$x(t) = A_x + \int_{-\infty}^t \frac{dx_o(t)}{dt} \cdot dt \text{ avec } A_x \text{ la constante d'intégration.}$$

Étant donné $\frac{dx_o(t)}{dt} \xleftarrow{F} X'_0(a)$, il vient :

$$x(t) \xleftarrow{F} 1/(ja) \cdot X'_0(a) + A_x \cdot d(a)$$

III.3.2 - L'utilité de la propriété de translation :

Pour couvrir toute la surface du ruban, il suffit de translater le centre de la transformée de Fourier de la fonction raised cosine suivant la relation :

$$x(t - q) \xleftrightarrow{F} X(a) \cdot e^{-jaq}$$

Où q représente le centre de chaque cellule. Vu que les cellules sont équidistantes, il est possible d'établir une relation récursive qui régit les abscisses des centres de ces cellules, alors nous avons :

$$q(n + 1) = q(n) + b$$

Ou :

- $q(1)$ représente le centre de la première cellule à gauche du ruban, et il doit être exprimé en fonction du nombre de fonctions de base et la largeur totale du ruban w .
- $b = 2 \cdot xc$ c'est la distance qui sépare les centres des cellules adjacentes.

III.4 - Etude graphique de la convergence :

On va caractériser les courants, transversal et longitudinal, par des fonctions de base similaires, raised cosine, dont le nombre est le même. A l'instar du deuxième chapitre, on normalise la variable spectrale a par rapport à la largeur de la cellule qui dépend elle-même du nombre de fonctions de base et la largeur totale du ruban w . Cette étude est faite pour les éléments les plus significatifs en d'autres termes ceux qui comportent le décalage le plus important, et ce sont les premières cellules en vue de leurs distances par rapport au centre du ruban. Les dernières cellules peuvent avoir le même effet en raison de la symétrie de la structure à étudier.

Dans un premier temps, le nombre choisi afin de représenter les courants, longitudinal et transversal, sera de 23 fonctions de base, soit $x_c = 0.1321mm$. Les résultats de cette étude figurent dans les courbes ci-dessous :

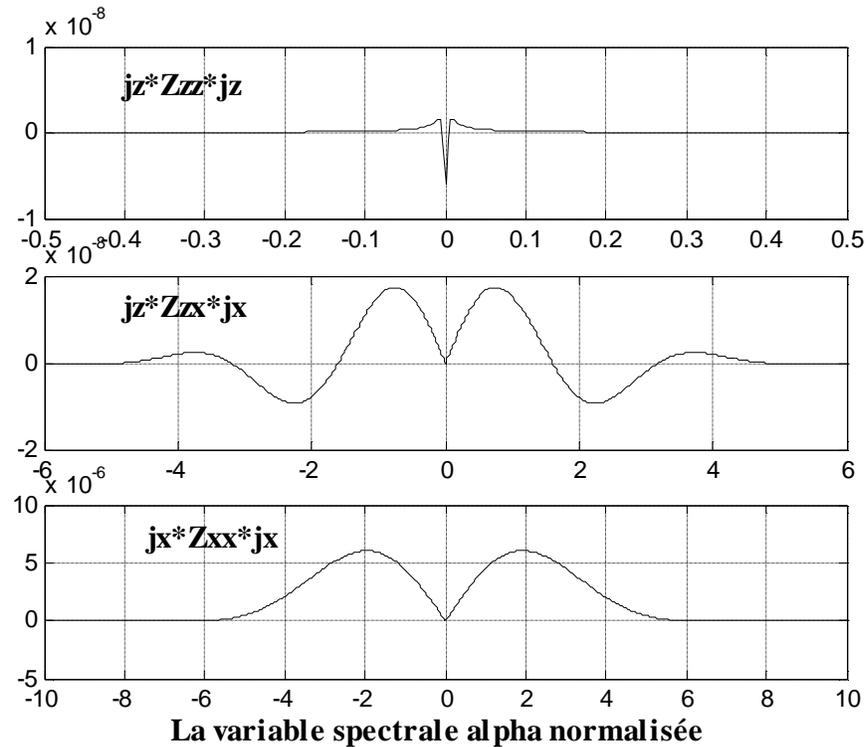


Fig.III.4 étude graphique du seuil de la convergence pour $x_c = 0.1321mm$

On peut aller plus loin que ça, en introduisant un nombre assez élevé de fonctions de base de 31 fonctions, soit $x_c = 0.0980mm$. Les résultats de cette étude figurent dans la courbe ci-dessous :

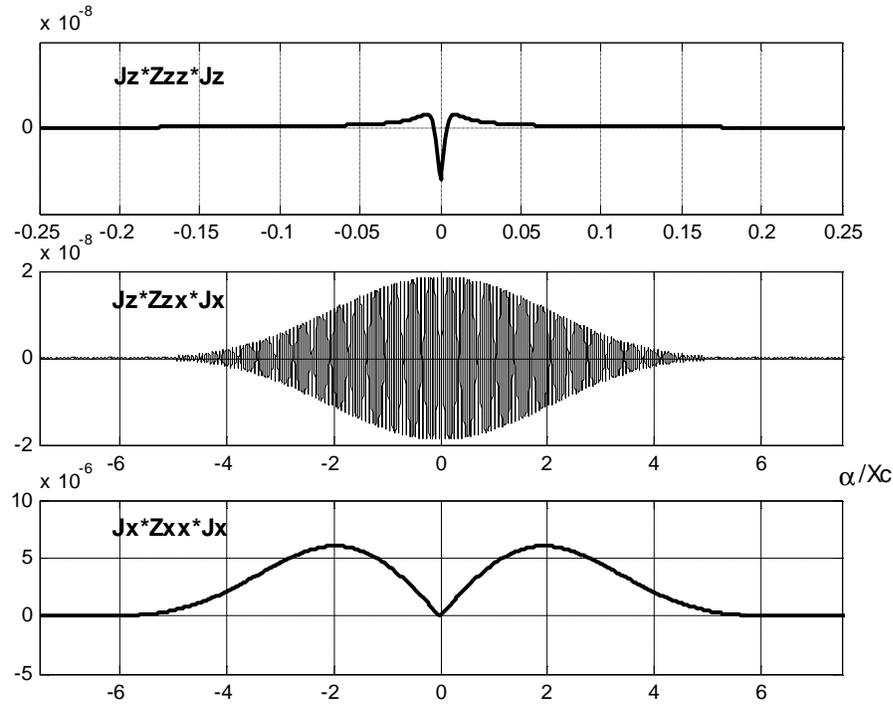


Fig.III.5 étude graphique du seuil de la convergence pour $x_c = 0.0980\text{mm}$

D'après ces courbes on constate que la convergence est approximativement atteinte à la valeur 6, Ce qu'est égale à $a = 270,75.k_0$. C'est la valeur pour laquelle toutes les courbes s'annulent. Il y a aussi des oscillations importantes qui figurent dans ces courbes et qui méritent d'être soulignées.

III.5 - Procédure d'intégration :

En raison de la présence des oscillations dont l'origine est le terme de décalage, il faut être prudent lors de l'opération d'intégration qui nécessite d'être faite sous forme d'une sommation d'intervalles équidistants suivant la pseudo périodicité de ces oscillations, et cela pour éviter les erreurs d'intégration. A l'instar du premier et deuxième chapitre, la méthode utilisée afin d'évaluer l'intégration reste toujours la

méthode de Gauss-Legendre en vue de la précision qu'elle apporte et la facilité de la programmation.

Il est recommandé d'utiliser la méthode de Muller pour chercher la valeur de la constante de propagation modale b pour laquelle le déterminant de la matrice générale s'annule. Il est important de mentionner qu'il ne faut tenir en compte que la solution qui correspond au mode fondamental suivant l'hypothèse présumée au début de cette étude.

III.6 - Résultats et discussions :

Il est à souligner que la structure utilisée dans cette étude est semblable à celle du deuxième chapitre, dont les dimensions sont :

- $w = 3.04mm$: la largeur du ruban
- $d = 3.17mm$: la hauteur du substrat
- $\epsilon_r = 11.7$: la constante diélectrique du substrat

- le substrat en question est supposé être isotrope, sans perte, et non magnétisé, et les métallisations sont parfaitement conductrices et infiniment minces, y compris le plan de masse, en vue d'omettre leur effet. Il faut mentionner qu'il est impossible d'éviter les effets de la métallisation lorsqu'on dépasse un certain seuil de fréquence, dans le cas des ondes millimétrique, ce problème ne se manifeste pas. Nous obtenons les résultats suivants :

-pour un nombre de 23 fonctions de base, la constante diélectrique effective est de l'ordre de $e_{eff} = 8.8051$, sachant que la valeur de référence est de l'ordre de 8.81 [16].

- pour un nombre de 31 fonctions de base, on a $e_{eff} = 8.8071$, ce qui présente une amélioration considérable vis-à-vis de tous les résultats précédents, y compris la référence [16] en raison de la qualité de Raised Cosine.

Quant aux courants, transversal et longitudinal, nous utilisons la méthode SVD à l'instar du deuxième chapitre. En observant les figures ci-dessous, on constate que les problèmes de discontinuité ne figurent plus, leur disparition est due au type des fonctions de base utilisées. Le courant transversal est négligeable devant le courant longitudinal, en outre l'effet de bord est immédiatement perceptible.

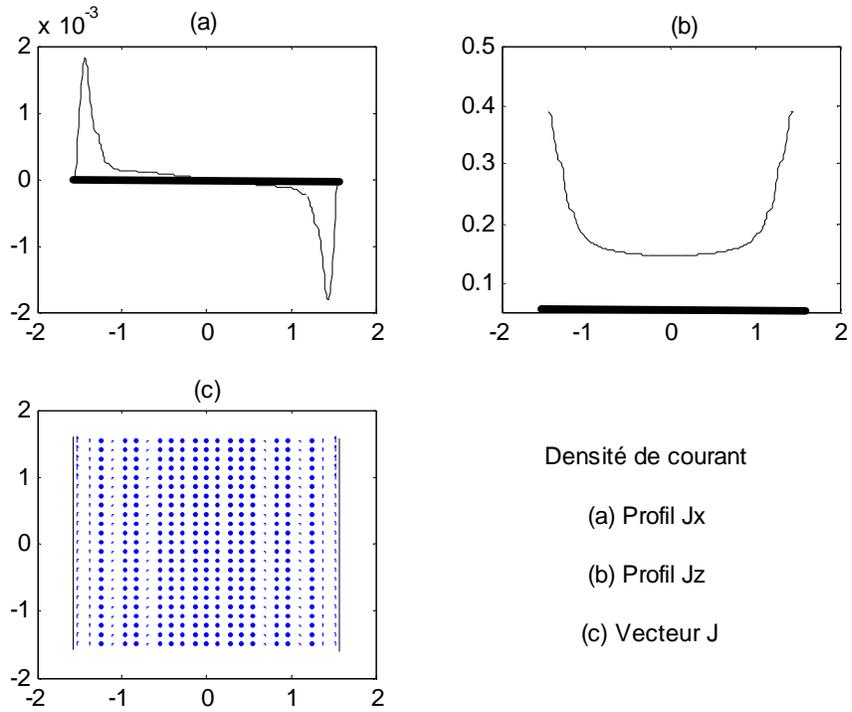


Fig III.6 représentation des profils de courants pour 23 fonctions de base

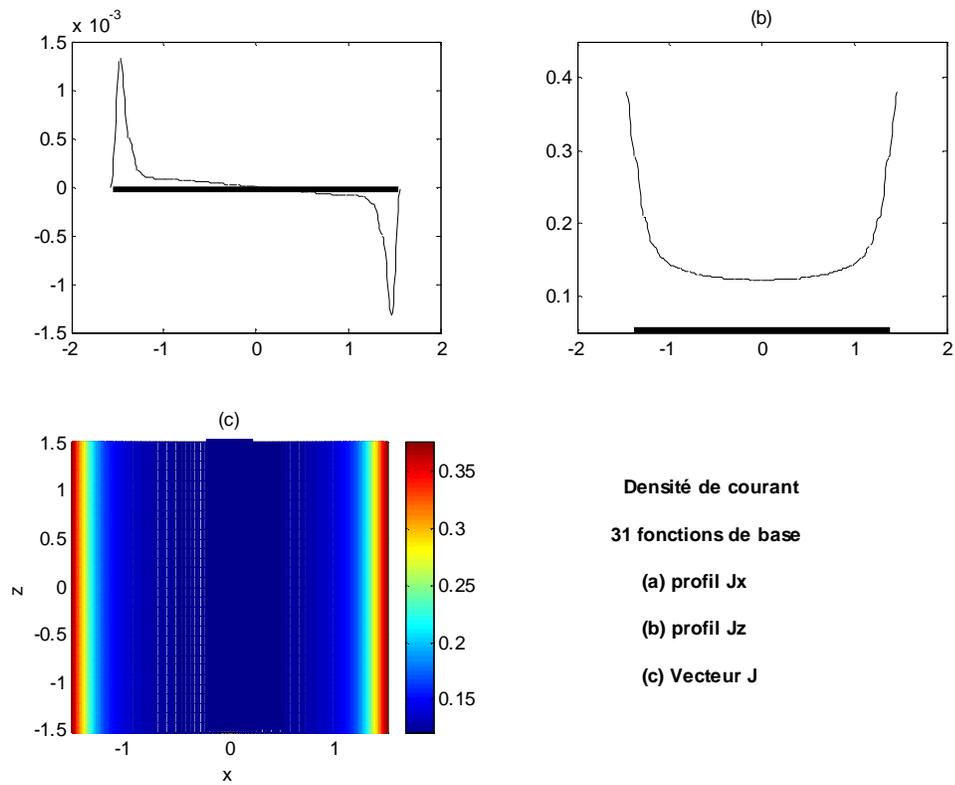


Fig III.7 représentation des profils de courants pour 31 fonctions de base

Les nouvelles fonctions de base nous ont permis non seulement d'avoir des résultats précis mais aussi de mettre en relief la singularité de la ligne de transmission micro-ruban

L'inconvénient du Raised cosine

Parmi les problèmes qui surgissent lors de l'implantation des nouvelles fonctions de base, nous avons été confronté à un problème épineux lié au caractère de la parité des éléments de la matrice fondamentale. En fait ce problème incombe de façon plus générale aux fonctions définies par cellules. Très précisément, nous ne pouvons dégager de règle générale, selon qu'il s'agisse de termes concernant Z_{zz} , Z_{xx} , ou Z_{xz} , compte tenu de la forme bilinéaire découlant des différents cas de figure de produits avec J_z ou J_x , et selon qu'il y ait un décalage ou non par rapport à l'origine. De plus il y a lieu de prévoir au cas par cas si ces termes sont complexes, réels, ou imaginaires pures. Donc sur le plan de la programmation, cela présente une certaine complication. L'unique règle générale qui puisse être dégagée est que le déterminant de la matrice fondamentale est complexe, ce qui incite à prévoir une technique puissante de détection des racines, et définitivement encourage l'exploitation de la méthode de Muller. En tout état de cause, un tel inconvénient pratique fut-il à priori inattendu, ne pourrait éclipser l'apport avantageux lié à la décroissance du spectre de ce type de fonctions.

III.7 - Perspectives :

En raison de la nature variationnelle du problème, la solution de l'équation intégrale reste tributaire du choix des fonctions de base. Ainsi, il est toujours possible d'améliorer le seuil de convergence de la solution en question, par le biais de l'implantation des nouvelles fonctions de base susceptibles d'atteindre cet objectif. A

cet égard nous proposons de nouvelles fonctions, $G(x)$ et $T(x)$, dont les définitions sont données par points, il faut mentionner que ces fonctions ont été proposées par l'encadreur.

Et à la faveur de la FFT (Transformée de Fourier Rapide), nous pouvons visualiser les formes spectrales de ces fonctions. En les comparant avec celles des fonctions, triangulaire et raised cosine, la différence est bien claire voire palpable, les figures ci-dessous la montrent.

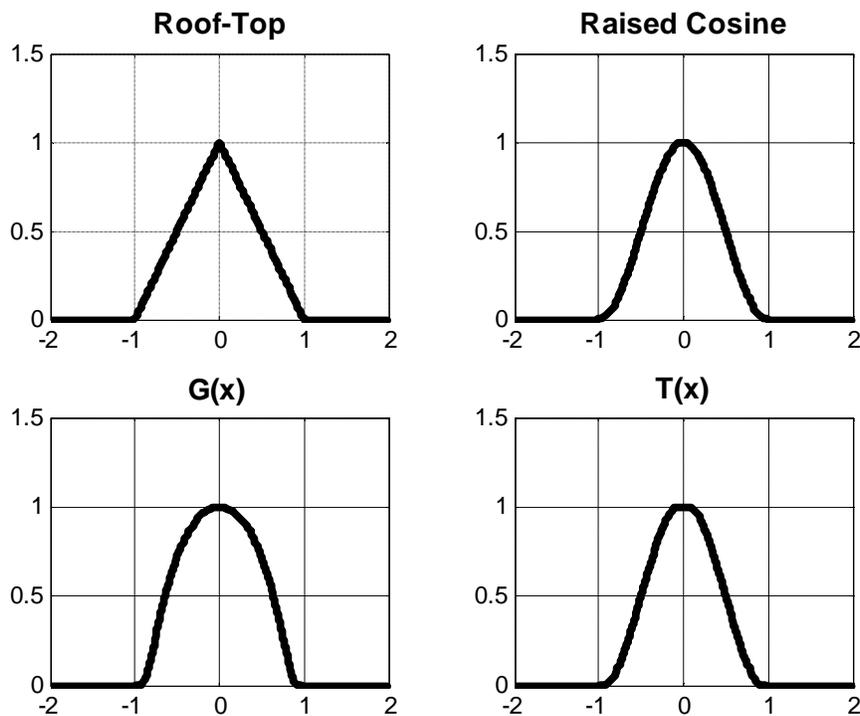


Fig.III.8 La forme spatiale des différentes fonctions

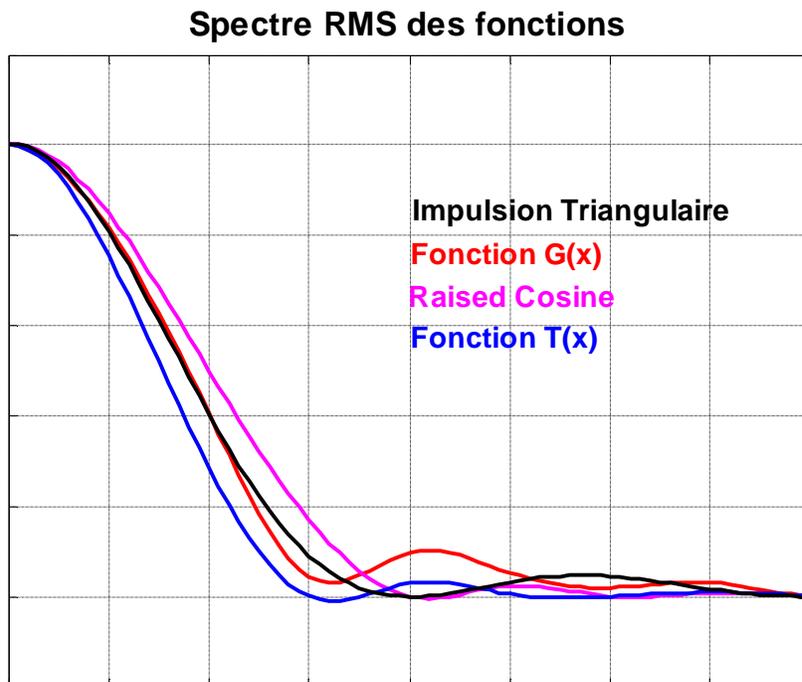


Fig.III.9 La forme spectrale des différentes fonctions

A la lumière de la dernière figure, nous constatons que la fonction $T(x)$ converge plus vite que les autres fonctions et avec peu d'oscillations. Ce qui nous incite à dire que la fonction $T(x)$ peut avoir un apport crucial dans l'amélioration des résultats. On peut aussi espérer développer des ondelettes à support compact.

III.8 - Conclusion

Dans ce dernier chapitre nous avons essayé de joindre les chapitres 2 et 3, en se penchant sur les problèmes délicats rencontrés dans le deuxième chapitre telle que la discontinuité, qui constitue un vrai écueil auquel on a dû faire face. Dans le but de surmonter le problème évoqué antérieurement et diminuer le seuil de convergence,

nous avons introduit une nouvelle fonction de base connue sous le nom de **raised cosine**.

Nous avons également exposé en détail les principales propriétés concernant cette nouvelle fonction d'essai, tel que le facteur d'arrondi, et aussi celles concernant la transformée de Fourier. Les résultats obtenus lors de cette étude étaient bons vis-à-vis de ceux du deuxième chapitre, disons qu'ils répondaient au cahier de charge de ce mémoire. Enfin nous avons proposé des nouvelles fonctions de base susceptibles d'apporter d'autres améliorations du point de vue convergence.

Conclusion générale

Ce travail s'inscrit dans le cadre du développement de la méthode spectrale par le biais de l'implantation des fonctions d'essai à décroissance rapide.

Dans le premier chapitre, nous avons tenté de mettre l'accent sur la méthode spectrale et les différentes approches qui s'appuient sur elle, en résolvant les équations intégrales en vertu de la méthode des moments et plus particulièrement la méthode de Galerkin. Dans le but d'évaluer les intégrales, et de trouver la valeur optimale de la constante de propagation pour laquelle le déterminant associé aux équations intégrales soit nul, nous avons introduit deux méthodes numériques. Nous avons également essayé de mettre en relief l'importance des fonctions de Chebyshev en tant que fonctions de base canoniques. Nous avons noté un excellent accord entre nos résultats et ceux de la référence [14].

Dans le deuxième chapitre nous avons procédé d'une manière différente à celle du premier chapitre, nous avons opté pour la discrétisation du domaine d'étude, ce qui nous a permis d'introduire des fonctions d'essai différentes de celles utilisées dans un domaine entier "full domain", telle la fonction rectangulaire et la fonction triangulaire, mais la linéarité de ces fonction constitue un problème majeure qui a entravé la visualisation des profils des courants, longitudinal et transversal. Ce qui nous a incité à choisir d'autre fonction dans le troisième chapitre, tel que *raised cosine*.

Dans le dernier chapitre nous avons essayé de joindre chapitre 2 et 3, en se penchant sur les problèmes délicats rencontrés dans le deuxième chapitre telle que la

discontinuité, qui constitue un vrai écueil auquel on a dû faire face. Dans le but de surmonter le problème évoqué antérieurement et diminuer le seuil de convergence, nous avons introduit une nouvelle fonction de base connue sous le nom de *raised cosine*. Nous avons également exposé en détail les principales propriétés concernant cette nouvelle fonction d'essai, tel que le facteur d'arrondi, et aussi celles concernant la transformée de Fourier.

Les résultats obtenus lors de cette étude étaient bons vis-à-vis de ceux du deuxième chapitre, disons qu'ils répondaient au cahier de charge de ce mémoire. Enfin nous avons proposé des nouvelles fonctions de base susceptibles d'apporter d'autres améliorations du point de vue convergence.

Résumé :

Les années récentes ont été marquées par un changement vital de la place des applications micro-ondes dans l'ingénierie, du secteur militaire vers les marchés économiques "grand public". La renaissance du secteur des communications sans fil a donné une nouvelle signification et de nouveaux objectifs aux technologies micro-ondes qui étaient traditionnellement orientées vers les domaines de la défense militaire.

Diverses méthodes de modélisation électromagnétique des circuits en ondes millimétriques et micro-ondes ont été mises au point, dont le but est l'obtention d'un modèle électromagnétique plus précis qui permet de gagner non seulement en temps de calcul mais également en précision, éliminant ainsi d'éventuels réglages post-fabrication très coûteux.

Pour des lignes de transmission planaires, simple couche ou multicouches de diélectrique, la méthode approuvée et utilisée est la méthode spectrale, celle-ci est employée suivant un choix de fonctions de base qui satisfait les conditions de singularité sur le bord des conducteurs, à signaler par ailleurs que ce choix est un facteur déterminant dans le processus de convergence.

Dans le but de réaliser un compromis entre la précision et le temps de calcul et en vue de caractériser les courants, longitudinal et transversal, nous avons proposé une nouvelle fonction d'essai, *Raised Cosine*.

Mots clés :

Fonctions d'essai à décroissance rapide – la méthode spectrale – ligne micro-ruban – guides d'ondes chargés de diélectriques.

Abstract

Various methods of electromagnetic modeling of the circuits in millimeters waves and microwaves were developed, their goal is to obtain a more precise electromagnetic model, which makes it possible to gain not only in computing times but also in precision.

For transmission lines planar, simple layer or multi-layer of dielectric, the method approved and used is the spectral method, this method is employed according to a choice of basic functions, which satisfies the conditions of singularity on the edge of the conductor, and this choice is a key factor in the process of convergence.

In order to reach a compromise between the precision and the time computing and characterize the currents, longitudinal and transverse, we proposed a new basic function, Raised Cosine.

ملخص

عدة أساليب وضعت بهدف الحصول على أدق نموذج كهرومغناطيسي للدوائر المليمترية للموجات الطويلة والموجات الدقيقة والذي بدوره سيمكننا من الحصول ليس فقط على وقت حسابي قصير ولكن أيضا على نتائج عالية الدقة.

الطريقة المعتمدة والمستخدمه هي الطريقة الطيفية والتي تعتمد على اختيار الدوال الأساسية التي تستوفي الشروط الخاصة على حافة الناقل. مع العلم أن هذا الاختيار هو العامل المحدد في عملية التقارب.

وبهدف التوفيق بين الدقة والوقت الحسابي، ارتأينا أن نستعمل الدالة الأساسية Raised Cosine .

Sommaire

Résumé

<i>Introduction Générale</i>	1
------------------------------------	---

Chapitre I : Implantation des fonctions de Chebyshev

Introduction.....	2
I.1 Historique des lignes de transmissions planaires et techniques de modélisation...	3
I.2 La méthode spectrale.....	9
I.3 l'approche générale appliquée à une ligne micro ruban suspendue	10
I.3.1. Détermination des équations des champs électriques	12
I.4 L'approche par immittances	18
I.4.1 Illustration du processus de la formulation	18
I.5 L'approche RF-SDA	22
I.5.1 Introduction	22
I.5.2 Théorie	23
I.6 La méthode de résolution	30
I.6.1 Intégration par la méthode de Gauss-Legendre	33
I.6.2 La méthode de Muller.....	36
I.7 Les fonctions de base	37
I.8 Etude de la convergence	39
I.9 Résultats et discussions	40
I.10 Conclusion	43

Chapitre II : Implantation des fonctions rectangulaires et triangulaires

II.1 Formulation du problème	44
II.2 Les fonctions de base	46
II.3 Procédure d'intégration	48
II.4 La transformation de Shanks	49
II.5 Calcul du déterminant	52
II.6 Etude de la convergence	53
II.7 La constante diélectrique effective	55
II.8 Profils des courants	55
II.9 La décomposition en valeurs singulières SVD	57
II.10 Résultats et discussions	58
II.11 Conclusion	60

Chapitre III : Implantation de la fonction Raised Cosine

Introduction	61
III.1 La fonction raised cosine	61
III.2 Le facteur d'arrondi a	64
III.3 Implantation des nouvelles fonctions de base	65
III.3.1 Propriétés de la transformée de Fourier	65
a) propriété de la linéarité	66
b) propriété de parité	66
c) propriété de translation	66
d) propriété d'homothétie	67
e) propriété de dérivation	67
III.3.2 L'utilité de la propriété de translation	68

III.4 Etude graphique de la convergence	68
III.5 Procédure d'intégration	70
III.6 Résultats et discussions	71
III.7 Perspectives	74
III.8 Conclusion	76
<i>Conclusion Générale</i>	78
<i>Bibliographie</i>	80

Bibliographie

- [1] Grieg, D.D. et Engelmann, H.F (1952). Proc. IRE 4, 1644-1650.
- [2] Cohn, S.B. (1969). Slot line on a dielectric substrate, IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, 17, 768-778.
- [3] Wen, C.P. (1969). Coplanar waveguide: A surface strip transmission line suitable for non-reciprocal gyromagnetic device application, IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, 17, 1087-1090.
- [4] Chang, K. (1985). Millimeter-wave planar integrated circuits and subsystems, Infrared and Millimeter Waves, 14, 79-187.
- [5] Menzal, W. (1985). Integrated fin-line components for communication, radar, And radiometer application. Infrared and Millimeter Waves, 13, 77-121.
- [6] Sharma, A.K. et Itho, T. (1993). Special Issue on Modeling and design of Coplanar monolithic Microwave and millimeter-wave Integrated circuits. IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques, 41 no.9.
- [7] Dib, N. I., et Al. (1991). Study of a novel planar transmission line. IEEE MTT-S Digest, 2, 623-626.
- [8] Itoh, T., ed. (1989). Numerical Techniques for Microwave and Millimeter-Wave Passive Structures. John Wiley & Sons, NY.
- [9] R. F. Harrington, Time-Harmonic Electromagnetic Fields, McGraw-Hill, new York, 1961.
- [10] M.T.Benhables and M.L Riabi "A reflection factors oriented spectral domain approach for pole-free integrals and its application to multilayered microstrip line" IEEE microwave and wireless components letters, vol 14, pp. 307-309, june,2004

- [11] Frank Ayres Jr. "theory and problems of matrices", McGraw-Hill Inc, New York, 1973, ISBN France : 2-7042-0011-4
- [12] T. Kitazawa et Y. Hayashi, " Propagation Characteristics of Striplines with Multilayered Anisotropic Media ," IEEE Trans , VOL. MIT-31, NO. 6, PP 429-433, JUNE 1983.
- [13] Richard C. Dorf , " The Handbook of Formulas and Tables Signal Processing ", The University of Alabama in Huntsville, IEEE Press 1999 CRC Press LLC.
- [14] T. Itoh and R. Mittra, "Spectral-Domain Approach for calculating the Dispersion Characteristics of Microstrip Lines", IEEE Transaction on Microwave and Techniques, July 1973.
- [15] R. F. Harrington, Field Computation by Moment Methods. New York: Macmillan, 1968.
- [16] G. Coen, N. Faché, and D. De Zutter, "Comparison Between Two Sets of Basis Functions for the Current Modeling in the Galerkin Spectral Domain Solution for Microstrips", IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques. vol. 42, no. 3, march 1994.
- [17] S. Singh, W. F. Richards, J. R. Zincker, and D. R. Wilton, "Accelerating the Convergence of Series Representing the Free Space Periodic Green's Function", IEEE Transaction on Antennas and Propagation. vol. 38, no. 12, december1990.
- [18] S. Singh, and R. Singh, "A Convergence Acceleration Procedure for Computing Slowly Converging Series", IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques. vol. 40, no. 1, january1992.
- [19] J. Raped ,M. Picasso,"introduction à l'analyse numérique", ed1998, presses polytechniques et universitaires romandes,CH-1015 Lausanne,ISBN 2-88074-b 363-X

- [20] R. W. Jackson, "Full-Wave, Finite Element Analysis of - Irregular Microstrip Discontinuities", IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques. vol. 37, no. 1, january 1989.
- [21] A. Mashhour, and A. Borjak, "A GSM Edge Error Vector Magnitude Estimation Platform for RFIC/ASIC Evaluation", Microwave Journal, vol. 43, no. 4

Remerciements

Je voudrais exprimer ma plus sincère estime à Monsieur **Benhabiles M.Toufik M.C** Univ Constantine, pour ses encouragements constants, son soutien et ses conseils qui m'ont guidé tout au long de mon travail de recherche au laboratoire LET à l'université de constantine. J'exprime aussi des remerciements spéciaux aux membres du jury Ms les Prs : **Riabi Mohamed Lahdi, Bennia A/hak** et **Chaabi A/hafid**, pour avoir accepté d'examiner ma thèse et de participer à la soutenance orale de ma thèse, Je remercie aussi le Pr **Benslama** pour les moyens inestimables mis à notre disposition.