

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE

N°d'ordre :.....

Série :.....

FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

MEMOIRE

PRESENTE POUR L'OBTENTION DU DIPLOME

DE MAGISTER EN ELECTRONIQUE

OPTION : MICROELECTRONIQUE

PRESENTE PAR :

KHALFALLAH MEHDI

INTITULE

ALGORITHME DE SIMULATION D'ARTEFACTS PRODUITS
PAR LES PROTHESES ORTHOPEDIQUES EN IMAGERIE PAR
RESONANCE MAGNETIQUE NUCLEAIRE

Soutenu le : 16/12/ 2009

DEVANT LE JURY :

Président : Mr. M. RAMRAM

Prof. Université de Constantine

Rapporteur : Mr. K. MANSOUR

Prof. Université de Constantine

Examineur : Mme. S. LASSOUED

Prof. Université de Constantine

Examineur : Mr. A. CHAABI

Prof. Université de Constantine

Je remercie tout particulièrement mon encadreur, Monsieur Mansour Karim, professeur à l'université Mentouri de Constantine qui a dirigé ce travail. Je lui suis extrêmement reconnaissant pour sa confiance, sa disponibilité, sa patience, son écoute attentive dans les inévitables périodes de doutes et aussi pour ses qualités humaines. Cette collaboration fut un réel plaisir et l'occasion pour moi d'apprendre énormément de choses.

Je voudrais aussi remercier les membres du jury qui ont accepté et m'ont fait l'honneur de bien vouloir juger ce travail. Je les remercie pour la lecture attentive de ce manuscrit et l'intérêt qu'ils y ont porté :

Monsieur M.Ramram, professeur à l'université de Constantine, qui m'a fait l'honneur de présider ce jury.

Madame S. Lassoued, professeur à l'université de Constantine, pour l'intérêt qu'elle a bien voulu porter à mon travail en participant à mon jury en tant qu'examineur.

Monsieur A.Chaabi, professeur à l'université de Constantine, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à mon travail en participant à mon jury en tant qu'examineur.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Madame Mansour Farida, professeur à l'université de Constantine et directrice de laboratoire, qui m'a accueilli au Laboratoire d'Etudes de Matériaux Electronique pour Applications Médicales. Elle été présente pour me soutenir sans relâche et mettre à ma disposition les moyen matériels pour que mon travail puisse avancer.

Je remercie Monsieur Slimani Hacène, directeur du centre de diagnostic El Hoceini, qui a mis à ma disposition son appareil d'IRM

Mes remerciements vont également à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'avancement de ce travail.

Pour les efforts de mes parents et leurs sacrifices

A Iness et Moundar, Melik et Sameh.

*A Labri Ben Fousef, Zapi, Akila et
Mami.*

A Meriem et à toute ma famille

Je dédis ce Mémoire

Introduction générale.....	1
Chapitre I : Le phénomène de résonance magnétique nucléaire.....	3
I.1. Introduction	4
I.2. Historique.....	4
I.3. Principes physiques de l’Imagerie par Résonance Magnétique (IRM).....	5
I.3.1. La résonance magnétique nucléaire (RMN).....	5
I.3.2. Effet d’un champ magnétique radiofréquence.....	5
I.3.3. Définition du repère du laboratoire et du repère tournant.....	5
I.3.4. Les équations de Bloch.....	7
I.3.5. Réponse à une impulsion RF.....	8
I.3.6. Relaxation du système à l’arrêt de l’impulsion.....	9
I.3.7. Principe de formation d’un écho.....	10
I.3.8 Relaxation intégrant le phénomène de déphasage.....	12
I.4. Conclusion	13
 Chapitre II : Localisation et acquisition du signal.....	 14
II.1 Introduction	15
II.2 signal de RMN.....	15
II.3 Localisation du signal RMN.....	15
II.3.1 sélection d’un plan de coupe	16
II.3.2 Codage par la fréquence.....	17
II.3.3 Codage par la phase.....	18
II.4 L’épaisseur de coupe.....	20
II.5 Acquisition des données IRM.....	20
II.6 Séquences de base en imagerie IRM.....	22
II.6.1 écho de gradient.....	22
II.6.2 écho de spin.....	23
II.7 Séquences d’acquisition rapide.....	24
II.7.1 FLASH.....	24
II.7.2 EPI.....	24
II.7.3 PRESTO.....	25

II.8 conclusion.....	26
Chapitre III : Rappel et étude magnétostatique	27
III.1 Introduction.....	28
III.2 Propriétés magnétiques	28
III.3 Les milieux diamagnétiques.....	28
III.4 Paramagnétisme.....	29
III.5 Ferromagnétisme.....	30
III.6 Tissu biologique	31
III.7 Artéfact de susceptibilité magnétique.....	32
III.8 Etude du cas d'un matériau Ferromagnétique	33
III.9 Perturbation du processus de codage de l'image.....	37
III.10 conclusion.....	38
Chapitre IV Résultats de la simulation	39
IV.1. Introduction.....	40
IV.2. Le plan de coupe	40
IV.2.1 Cas d'une onde mono fréquentielle.....	40
IV.2.2 Cas d'une onde pluri fréquentielle.....	43
IV.3. Modélisation mathématique de l'artéfact	43
IV.3.1 Cas d'une onde mono fréquentielle.....	43
IV.3.2 Le cas d'une onde pluri-fréquentielle.....	46
IV.4. le programme MatLab.....	46
IV.4.1 Algorithme du programme développé sous MatLab.....	48
IV.5. Distorsion géométrique.....	49
IV.5. 1. Mise en évidence de la distorsion géométrique.....	51
IV.5.2. Interprétation du processus de distorsion géométrique.....	52
IV.5.3. Distorsions du plan de coupe	54
IV.6 Distorsion d'intensité	55
IV.7 Conclusion	58
Conclusion générale	59
Bibliographie	61

Annexe.....64

Liste des figures :

Figure I.1 : Repère du laboratoire.....	6
Figure I.2: Repères fixe et tournant. Orientation des champs magnétiques.....	6
Figure I.3: Illustration de la refocalisations des spins lors d'une séquence « écho de spin ».....	11
Figure I.4: Chronogramme de la RF pour une séquence SE et évolution temporelle du module de l'aimantation transversale.....	11
Figure II.1 : plan de coupe.....	16
Figure II.2 sélection d'une coupe dans un volume par une impulsion RF sélective de largeur de Bande Δf , couplée à un gradient de champ magnétique d'intensité Gs.....	17
Figure II.3 : codage par la fréquence.....	18
Figure II.4 : codage par la phase.....	19
Figure II.5 : l'espace spatial (gauche) et l'espace fréquentiel (droit).	22
Figure II.6 : Illustration d'une séquence de type écho de gradient. Parcours dans l'espace k	23
Figure II.7 : Illustration d'une séquence de type écho de spin. Image de gauche : parcours dans l'espace k . Image de droite : déroulement de la séquence d'acquisition	23
Figure II.8 : Illustration d'une séquence de type EPI pour une version dite <i>single shot</i>	25
Figure II.9 : Illustration d'une séquence de type EPI pour une version dite <i>segmentée</i>	25
Figure III.1 : Illustrations d'un échantillon paramagnétique en l'absence en présence d'un champ magnétique.....	30
Figure III.2: Représentation très schématique de l'évolution des domaines de Weiss avec un champ magnétique extérieur croissant.....	31
Figure III.3 : le spectre des susceptibilités magnétiques.....	32
Figure III.4 : Implant ferromagnétique de forme cylindrique.....	33
Figure IV.1 : Projection de \vec{OP} sur \vec{n}_c	42
Figure IV.2 : répartition de l'induction magnétique $B_z'(x_l, x_p)$ autour de l'implant métallique....	48
Figure IV.3 : Images d'une coupe transversale dans le plans $x_c = 0$	50
Figure IV.4 : Montage réalisé sur le fantôme.	51
Figure IV.5 : Coupe sagittale du fantôme PHILIPS 4522 130 95950/030714W (1000ml H ₂ O+770 mg CuSO ₄ -5H ₂ O+1ml arquad+0,15ml H ₂ SO ₄ -0,1N).....	51
Figure IV.6 : Coupes axiales en spin écho du dispositif fantôme+objet ferromagnétique.....	52
Figure IV.7.a : Distorsion des plans de coupe dans une épaisseur x_c de 3mm.....	54
Figure IV.7.b : Mise en évidence de la distorsion du plan de coupe.....	55

Figure IV.8.a : Distorsions d'intensité des différents pixels de l'image. L'hyper signal est de couleur rouge et l'hypo signal est bleu clair.....	55
Figure IV.8.b : Distorsions d'intensité des différents pixels de l'image. L'hyper signal est de couleur blanche	56
Figure IV.8.c : Distorsions d'intensité des différents pixels de l'image. Image obtenue par simulation numérique Stéphane Balac (INSA de Lyon 2001).....	56
Figure IV.9 : Mise en évidence des distorsions d'intensité des différents pixels de l'image.....	57

Introduction générale.

L'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) est une technique qui a été mise au point dans les années 1980, mais dont le principe a été découvert au début des années 1950. Elle présente de nombreux avantages en matière de visualisation des coupes de n'importe quelle partie du corps humain. Son principe repose sur la mise en résonance, sous l'effet d'un champ magnétique puissant et d'une onde radiofréquence, des noyaux d'hydrogène contenus dans les molécules d'eau qui constituent le corps humain.

Actuellement, à l'instar des autres modalités d'imagerie, l'IRM a connu un essor important notamment en matière de résolution des images qu'elle fournit et des dimensions des détails qu'elles contiennent. Cependant, elle présente malheureusement des inconvénients dans certains cas. En effet, les patients porteurs par exemple, de prothèses orthopédiques ou d'implants dentaires ayant des propriétés magnétiques, provoquent des modifications de la cartographie du champ magnétique principal. Ces modifications affectent directement l'acquisition du signal par l'antenne réceptrice, ce qui entraîne l'apparition d'anomalies sur l'image reconstruite appelées artefacts de susceptibilité magnétique. Aussi, il est pratiquement impossible de prétendre pouvoir poser un quelconque diagnostic clinique sur ce type d'images. Ce qui signifie que ces patients sont souvent privés de cette modalité qui, dans certain cas, s'avère être indispensable à la décision thérapeutique.

L'idée de base du travail réalisé, est de mettre en œuvre des outils mathématiques qui permettraient de corriger des IRM artéfactées. Nous nous sommes donc fixé pour objectif, la modélisation de ces artéfacts afin de les simuler à l'aide d'un programme développé sous MatLab. Ce programme nous a permis d'étudier d'une part, l'effet des modifications cartographiques du champ magnétique principal sur la sélection du plan de coupe et, d'autre part, la distorsion de celui-ci.

Dans un souci de clarté de ce mémoire, nous l'avons décomposé en quatre chapitres. Le premier chapitre est consacré aux rappels du phénomène de Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) et aux principes de base de l'acquisition du signal généré par celui-ci.

Le deuxième chapitre porte sur la localisation du signal RMN et sur les différentes méthodes d'acquisition de celui-ci. De plus, nous avons également rappelé les principales définitions en magnétisme nécessaires à la modélisation des artefacts et de la distorsion du plan de coupe.

Le troisième chapitre, traite de quelques unes de principales propriétés des matériaux magnétiques. Nous nous sommes de plus, intéressés au champ magnétique induit par un matériau paramagnétique de forme cylindrique. Nous avons dans ce cadre, considéré le cas d'une onde mono fréquentielle et celui d'une onde poly fréquentielle.

Enfin, dans le quatrième chapitre nous présentons notre contribution personnelle. En effet, nous y développons le modèle mathématique que nous avons construit pour simuler ce type d'artefacts. Nous y présentons également les résultats de simulation obtenus, notamment pour la distorsion du plan de coupe et la distorsion d'intensité des pixels de l'image. Afin de valider notre modèle, nous avons construit un dispositif expérimental autour d'un fantôme PHILIPS dédié au contrôle de qualité des images en IRM. Ce dispositif a permis la création provoquée d'artefacts, que nous présentons dans ce même chapitre.

CHAPITRE I

**Le phénomène de résonance magnétique
nucléaire RMN**

I.1 Introduction

Ce chapitre est consacré d'une part, à l'histoire du phénomène de Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) et, d'autre part, à la terminologie et aux termes fréquemment utilisés dans ce domaine. Nous exposerons ensuite le principe de l'obtention du signal RMN, sans tenir compte des aspects du codage spatial.

I.2. Historique

L'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM) utilise le phénomène de Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) découvert en 1946 indépendamment par Bloch [1] et Purcell [2]. Il s'agissait alors d'une expérience fondamentale de physique nucléaire permettant d'étudier les niveaux d'énergie magnétique de différents noyaux. A partir des années 50, la découverte du décalage chimique, montrant que la fréquence de résonance d'un noyau dépend de son environnement moléculaire, a imposé cette méthode comme un outil précis d'analyse des structures moléculaires en chimie. Actuellement, des molécules de plus en plus complexes, en particulier des protéines, sont analysées par RMN.

Les applications médicales de la RMN remontent aux années 70. En effet, Damadian [3] avait proposé, à cette période, de faire le diagnostic de la malignité d'une tumeur à partir de paramètres RMN. La première image basée sur le phénomène de RMN fut publiée par Lauterbur en 1973 [4]. Il a fallu cependant, attendre six ans pour que les méthodes s'affinent et que les appareils initialement réservés à la chimie puissent recevoir un être humain. C'est ainsi que les premières images de la tête ont été obtenues en 1979 [5] et les premières images du thorax en 1980 [6]. Les industriels se sont ensuite employés à transformer les prototypes en produits de série et les premières machines commerciales sont apparues à partir de 1982 dans les hôpitaux.

Dans le domaine du diagnostic clinique, l'IRM s'est immédiatement imposée comme la plus précise des méthodes d'imagerie morphologique en particulier dans l'étude du système nerveux central. Parallèlement, de nouvelles méthodes sont apparues afin de mesurer d'autres paramètres, et d'approcher l'étude de la fonction des organes. La première image d'activation cérébrale obtenue en IRM a été publiée par l'équipe du Massachusetts General Hospital à Boston en 1991 [7]. Cette équipe utilisait alors, un produit de contraste. La découverte faite en 1989, par Ogawa [8], avait montré que le sang lui-même pouvait se comporter comme un produit de contraste. Elle fut utilisée dès 1992 par de très nombreuses équipes pour étudier les différentes fonctions cérébrales à l'aide de

l'IRM. Afin de mieux comprendre la signification de telles images, nous exposerons dans ce qui suit les principes de base permettant de les obtenir.

I.3. Principes physiques de l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM)

I.3.1. La résonance magnétique nucléaire (RMN)

D'un point de vue macroscopique, quand on plonge un milieu dans un champ magnétique \vec{B}_0 , les noyaux atomiques du milieu qui possèdent un moment magnétique intrinsèque, ou spin, voient celui-ci s'aligner sur le champ appliqué. À l'échelle microscopique, les spins de chaque noyau atomique suivent en fait un mouvement de précession autour de l'axe du champ magnétique statique B_0 . La fréquence f_0 , de ce mouvement de précession, dépend du noyau considéré et de l'intensité du champ magnétique appliqué : $f_0 = (\gamma/2\pi) \cdot B_0$, où γ est le rapport gyromagnétique du noyau et f_0 la fréquence de résonance. Pour le noyau d'hydrogène qui nous intéresse dans le cadre de l'imagerie d'activation, le rapport $\gamma/2\pi$ vaut 42,5 MHz/Tesla. La phase du mouvement est, quant à elle, aléatoire. C'est la raison pour laquelle le moment macroscopique ne montre qu'une composante dite longitudinale, parallèle à \vec{B}_0 .

I.3.2. Effet d'un champ magnétique radiofréquence.

L'idée générale sur laquelle est basée l'IRM consiste à exciter l'ensemble des spins pour les amener hors équilibre, et d'observer le retour à l'équilibre appelé également relaxation. L'évolution temporelle de cette relaxation est caractéristique de l'environnement des spins (nature de la molécule à laquelle ils appartiennent et de l'interaction de ces molécules avec leur environnement) ce qui permet de distinguer les tissus entre eux et d'obtenir des contrastes sur les images.

Pour exciter cet ensemble de spins, il suffit d'appliquer, temporairement, un champ magnétique supplémentaire, noté \vec{B}_1 , d'orientation perpendiculaire à z , périodique, de pulsation notée ω_1 . Si ω_1 égale à ω_0 , les spins, excités à leur propre fréquence, entrent en résonance et voient leur axe de précession basculer pour s'aligner sur celui de \vec{B}_1 . Une fois l'application de \vec{B}_1 stoppée, les spins reviennent à leur position d'équilibre en suivant une évolution temporelle caractéristique du tissu. Ce champ magnétique \vec{B}_1 est appelé champ radiofréquence (RF), ou simplement RF.

I.3.3. Définition du repère du laboratoire et du repère tournant

Pour poursuivre plus commodément l'étude, nous introduisons un second repère. Le premier repère, R , est lié à l'imageur, c'est le repère du laboratoire ; le second repère, le repère tournant, noté R'

(O, x', y', z') , est animé d'un mouvement de rotation uniforme autour de l'axe (O, z) à la vitesse angulaire $\Omega = -\omega_1$. Nous définissons ici les notations qui nous serviront par la suite. Nous noterons M_x, M_y et M_z les composantes de la magnétisation dans le repère R , $M_{x'}, M_{y'}$ et $M_{z'}$ les composantes de M dans le repère R' . Nous définissons également la forme complexe de l'aimantation dite transversale (car appartenant au plan perpendiculaire à \vec{B}_0). Elle s'écrit :

$$\text{Dans le repère fixe : } M_{xy} = M_x + iM_y \quad \text{I.1}$$

$$\text{Dans le repère tournant : } M_{x'y'} = M_{x'} + iM_{y'} \quad \text{I.2}$$

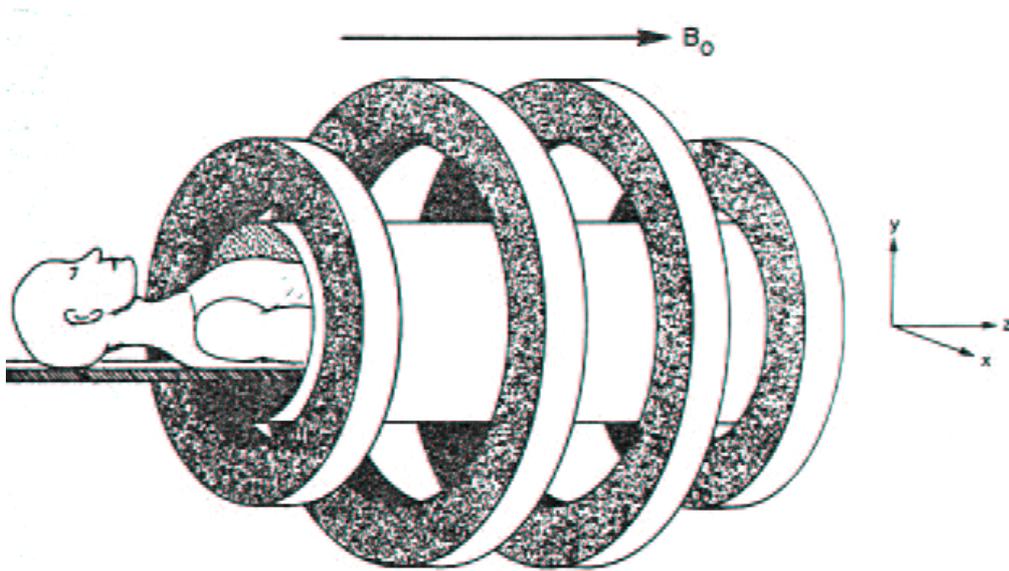


Figure I.1 : Repère du laboratoire

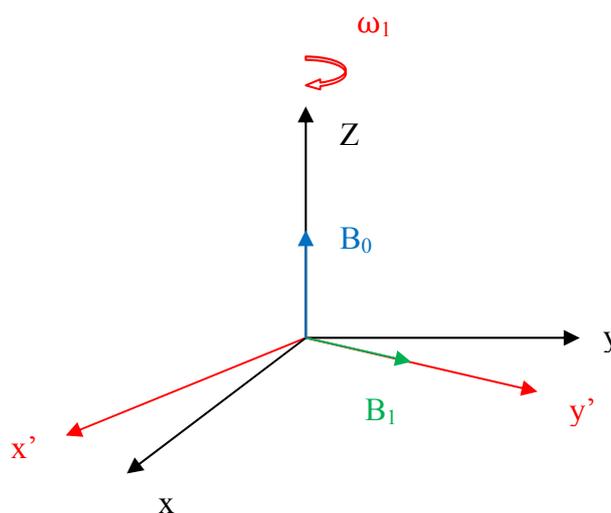


Figure I.2: Repères fixe et tournant. Orientation des champs magnétiques.

Nous conduirons l'étude de l'évolution de l'aimantation au cours du temps dans le repère R' . C'est cependant, \vec{M}_{xy} que l'on cherche à établir. En effet, le signal IRM est recueilli par des bobines réceptrices positionnées sur les axes x et y . Ce signal s'écrit :

$$S = \iiint_{x,y,z} \vec{M}_{xy} dx.dy.dz \quad \text{I.3}$$

À chaque instant t , l'aimantation transversale exprimée dans le repère fixe, s'écrit en fonction de l'aimantation transversale exprimée dans le repère tournant de la façon suivante :

$$M_{xy} = M_{x'y'} \cdot \exp(-i\omega_1 t) \quad \text{I.4}$$

Afin de modéliser le comportement d'un système de spins soumis à un champ magnétique permanent et un champ magnétique RF, nous utilisons les équations établies par Bloch.

I.3.4. Les équations de Bloch.

L'évolution temporelle de \vec{M} en présence d'un champ magnétique \vec{B} est décrite par l'équation de Bloch qui s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{B}) - \frac{(M_x \vec{x} + M_y \vec{y})}{T_2} - \frac{(M_z + M_o) \vec{z}}{T_1} \quad \text{I.5}$$

Le premier terme du second membre décrit le mouvement libre du moment magnétique macroscopique dans un champ magnétique $\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1$. Les deux autres termes traduisent le retour à l'équilibre du système selon des constantes de temps T_2 et T_1 . T_2 est appelé temps de relaxation transversale puisqu'il régit le retour à l'équilibre de l'aimantation transversale \vec{M}_{xy} . T_1 , qui régit le retour à l'équilibre de \vec{M}_z est appelé temps de relaxation longitudinale. Ici, \vec{M}_0 désigne l'intensité du moment magnétique macroscopique d'équilibre. Afin de résoudre cette équation différentielle, il est préférable de passer dans le repère tournant. On note la dérivée de \vec{M} par rapport au temps vue

à partir du repère tournant R' par $\frac{\partial \vec{M}}{\partial t}$

Alors la relation (I.5) devient :

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = \frac{d\vec{M}}{dt} - \vec{\Omega} \times \vec{M} \quad \text{I.7}$$

De ce fait,

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = \gamma (\vec{M} \times \vec{B}_{eff}) - \frac{(M_x \vec{x} + M_y \vec{y})}{T_2} - \frac{(M_z + M_o) \vec{z}}{T_1} \quad \text{I.8}$$

$$\text{Où } \vec{B}_{eff} = \vec{B} + \frac{\vec{\Omega}}{\gamma}$$

On suppose que \vec{B}_1 est orienté suivant l'axe y' . Soit ω_1 tel que :

$$\vec{B}_1 = \frac{\omega_1}{\gamma} \vec{y}' \quad \text{I.9}$$

Étant donné que $\vec{B}_0 = \frac{\omega_0}{\gamma} \vec{z}$ alors \vec{B}_{eff} s'écrit :

$$\vec{B}_{eff} = \frac{1}{\gamma} [(\omega_0 - \omega_1) \vec{z} + \omega_1 \vec{y}'] \quad \text{I.10}$$

En posant $\omega = \omega_0 - \omega_1$, les composantes de \vec{M} dans R' vérifient alors (I.11) :

$$\left. \begin{cases} \frac{dM_{x'}}{dt} = M_{y'} \omega - M_{z'} \omega_1 - \left(\frac{M_{x'}}{T_2} \right) \\ \frac{dM_{y'}}{dt} = -M_{x'} \omega - \left(\frac{M_{y'}}{T_2} \right) \\ \frac{dM_z}{dt} = M_{x'} \omega_1 - \frac{(M_z - M_o)}{T_1} \end{cases} \right\} \quad \text{I.11}$$

Afin de résoudre ce système d'équations, nous nous plaçons dans deux configurations différentes. En effet, l'IRM utilise une succession d'impulsions de champ magnétique RF \vec{B}_1 et de plages de temps où \vec{B}_1 n'est plus appliqué et par conséquent, le système se relaxe vers sa position d'équilibre. Nous avons donc étudié la réponse du système de spins dans ces deux cas.

I.3.5. Réponse à une impulsion RF.

Les impulsions RF sont très brèves, de l'ordre de la milliseconde. Elles sont très petites devant les temps de relaxation qui sont de l'ordre de la centaine de millisecondes, voire de la seconde. Ainsi, on peut négliger le phénomène de relaxation pendant l'application de la RF. De plus, on ne s'intéresse ici, qu'au cas simple où l'excitation RF se fait à la résonance, c'est-à-dire dans le cas où $\omega_0 = \omega_1$. Aussi, lorsque $\omega = 0$, le système de Bloch prend la forme simplifiée (I.12):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_{x'}}{dt} &= -M_{z'} \omega_1 \\ \frac{dM_{y'}}{dt} &= 0 \\ \frac{dM_z}{dt} &= M_{x'} \omega_1 \end{aligned} \right\} \quad \text{I.12}$$

La résolution de ce système d'équations différentielles aboutit aisément à la solution suivante (I.13):

En notant $M_{x'}^0 = M_{x'}^0(0)$ $M_{y'}^0 = M_{y'}^0(0)$ $M_z^0 = M_z(0)$.

$$\left\{ \begin{aligned} M_{x'}(t) &= -M_{x'}^0 \cos \omega_1 t - (-M_z^0 \sin \omega_1 t) \\ M_{y'}(t) &= M_{y'}^0 \\ M_z(t) &= M_{x'}^0 \sin \omega_1 t - (-M_z^0 \cos \omega_1 t) \end{aligned} \right. \quad \text{I.13}$$

Ainsi, à la résonance, l'application du champ \vec{B}_1 peut être assimilée à une rotation d'axe y' parallèle à \vec{B}_1 . L'angle de cette rotation dépend de ω_1 , qui est directement lié à l'amplitude de \vec{B}_1 , comme le montre l'équation (I.9) et au temps d'application, c'est-à-dire à la durée de l'impulsion. Si t_i est la durée de l'application du champ RF, alors l'angle α de rotation de l'aimantation autour de y' sera donné par $\alpha = \omega_1 t_i$.

I.3.6 Relaxation du système à l'arrêt de l'impulsion

La relaxation du système intervient à l'arrêt de l'impulsion RF. Le système tend alors vers une repousse de l'aimantation longitudinale et une destruction de l'aimantation transversale pour rejoindre son état d'équilibre. Le système peut toujours être décrit par le système d'équation (I.11), où on supposera toujours $\omega = 0$ et où $\omega_1 = 0$ puisque seul subsiste le champ permanent \vec{B}_0 . Dans le repère R' les composantes de \vec{M} vérifient alors :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM_{x'}}{dt} &= \frac{-M_{x'}}{T_2} \\ \frac{dM_{y'}}{dt} &= \frac{-M_{y'}}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} &= \frac{-(M_z - M_0)}{T_1} \end{aligned} \right\} \quad \text{I.14}$$

Ce système d'équations se résout facilement et on obtient la variation de chacune des composantes en fonction du temps qui s'écrivent (I.15) :

$$\left. \begin{aligned} M_{x'}(t) &= -M_x^0 e^{\frac{-t}{T_2}} \\ M_{y'}(t) &= M_{y'}^0 e^{\frac{-t}{T_2}} \\ M_z(t) &= M_0 \left(1 - e^{\frac{-t}{T_2}}\right) + M_z^0 e^{\frac{-t}{T_1}} \end{aligned} \right\} \quad \text{I.15}$$

Les composantes transversales tendent à disparaître avec une constante de temps T_2 , tandis que la composante longitudinale tend vers sa valeur d'équilibre \bar{M}_0 . Nous avons établi les équations régissant l'évolution temporelle de l'aimantation lors d'une impulsion RF et lors de la relaxation. Nous établissons maintenant le modèle du signal à l'aide des équations précédemment posées et nous nous intéressons à la séquence écho de spin.

I.3.7. Principe de formation d'un écho

L'IRM combine les impulsions RF et les phases de relaxation afin d'obtenir un signal permettant de caractériser l'objet examiné. Nous étudierons plus particulièrement la séquence « écho de spin », que nous noterons dans la suite SE. Cette séquence est très classique en IRM, il est nécessaire d'aborder un phénomène qui joue un rôle prépondérant et que nous avons jusqu'ici ignoré, qui est le déphasage naturel des spins. Le champ magnétique \vec{B}_0 idéalement homogène, présente en fait des inhomogénéités locales, qui induisent des variations de la fréquence de rotation des spins compte tenu de la relation de Larmor. Ainsi, comme le montre la figure I.3, l'aimantation transversale, une fois basculée, par exemple d'un angle de 90° autour de l'axe y' (figure I.3.a) est composée d'aimantations de fréquences variables qui acquièrent des phases différentes au cours du temps (figure I.3(b)). Sur cet exemple, $\omega_2 > \omega_1$. Ce phénomène induit une disparition prématurée du signal. La particularité de la séquence « écho de spin » est d'appliquer, au bout d'un temps τ , une impulsion RF supplémentaire d'un angle de 180° . Basculement, par exemple autour de l'axe x' , a pour effet de retarder les spins qui étaient en avance. En attendant le même temps τ , on observe

alors un rephasage des spins qui se retrouvent en phase au temps $t = 2\tau$ et produisent ainsi un signal détectable. On dit que les spins produisent un écho. Le premier angle est appelé « angle de bascule », le second angle, « angle de refocalisations ». Une séquence SE suit donc le chronogramme représenté par figure I.4. Une première impulsion d'un angle α est appliquée, Le système se relaxe ensuite pendant une durée égale à τ .

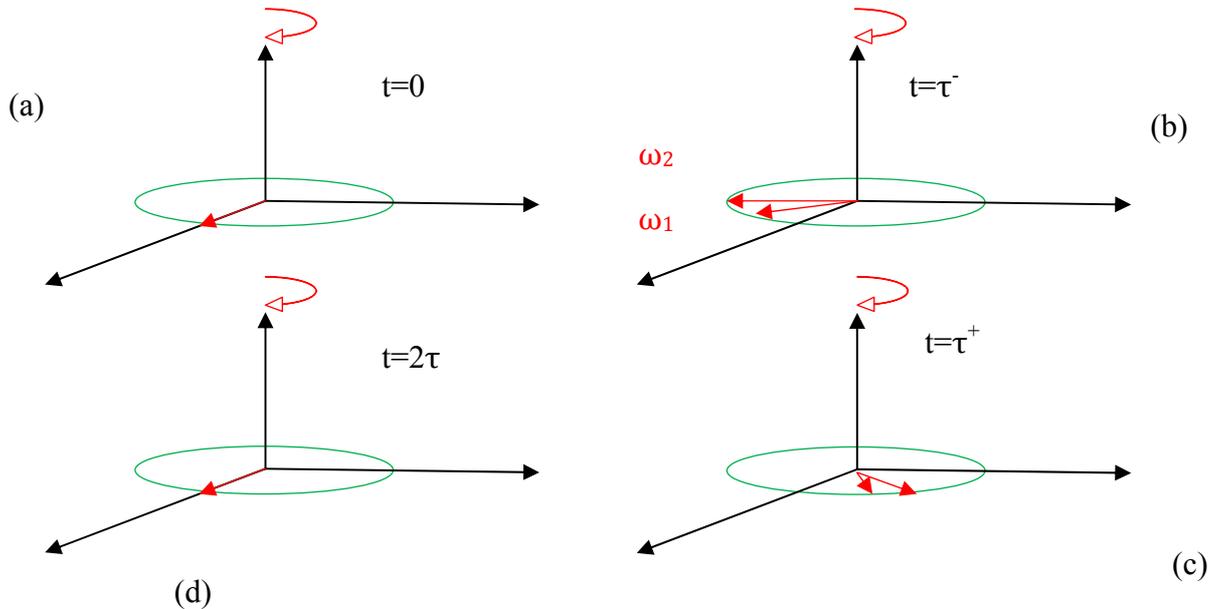


Figure I.3: Illustration de la refocalisations des spins lors d'une séquence « écho de spin ».

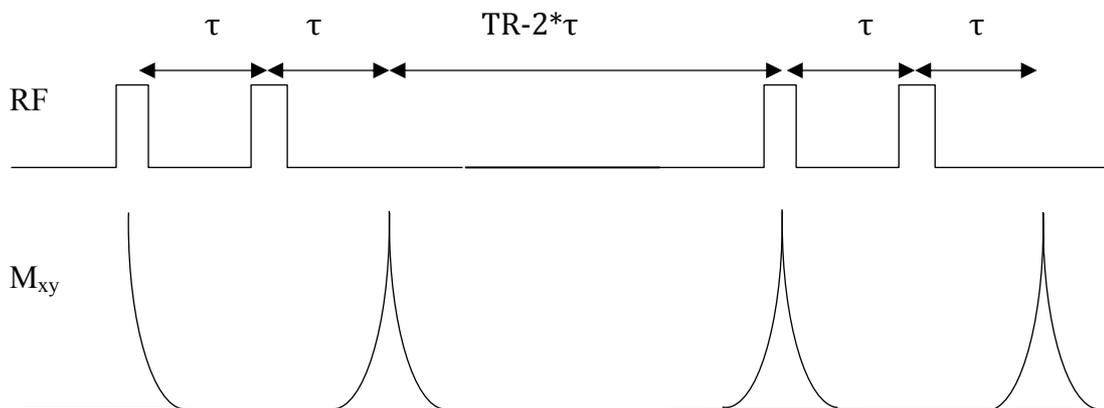


Figure I.4: Chronogramme de la RF pour une séquence SE et évolution temporelle du module de l'aimantation transversale.

Une seconde impulsion d'un angle $\beta = 180^\circ$ est appliquée afin de permettre aux spins de se rephaser. Le signal est acquis à $t = 2\tau$ au moment de l'écho. De plus, on répète cette série d'impulsions et de relaxations, un nombre suffisant de fois pour atteindre un régime d'équilibre.

Ceci permet d'obtenir un signal dépendant à la fois de T_2 par le biais de la décroissance de l'aimantation transversale, mais aussi de T_1 puisqu'on limite ainsi la repousse de l'aimantation longitudinale. Le temps d'écho $TE = 2\tau$, et le temps de répétition, noté TR , sont les deux paramètres principaux d'une séquence SE. Nous pouvons maintenant modéliser le signal d'une SE. Cependant, il faut préalablement reprendre la résolution des équations de Bloch dans le cas de la relaxation afin de prendre en compte le phénomène de déphasage ignoré.

I.3.8. Relaxation intégrant le phénomène de déphasage.

Afin de modéliser le phénomène de déphasage précédemment évoqué, il est nécessaire d'abandonner l'hypothèse $\omega = 0$. Nous allons toutefois, la conserver dans le cas de la réponse à une impulsion RF. En effet, comme nous le verrons par la suite, les valeurs de ω restent suffisamment faibles pour pouvoir être négligées dans ce cas. Ce n'est pas le cas lors de la relaxation. Il faut alors résoudre le système d'équations différentielles (I.16) suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_{x'}}{dt} = M_{y'}\omega - \frac{M_{x'}}{T_2} \\ \frac{dM_{y'}}{dt} = -M_{x'}\omega - \frac{M_{y'}}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} = \frac{-(M_z - M_0)}{T_1} \end{array} \right. \quad \text{I.16}$$

Cela donne la solution (I.17) suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{x'}(t) = \left(M_{x'}^0 \cos \omega t + M_{y'}^0 \sin \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_2}} \\ M_{y'}(t) = \left(-M_{x'}^0 \sin \omega t + M_{y'}^0 \cos \omega t \right) e^{-\frac{t}{T_2}} \\ M_z(t) = M_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_2}} \right) + M_z^0 e^{-\frac{t}{T_1}} \end{array} \right. \quad \text{I.17}$$

En particulier, l'aimantation transversale peut s'écrire sous la forme (I.18) :

$$M_{x'y'}(t, \omega) = M_{0x'y'} \exp\left(\frac{-t}{T_2}\right) \exp(-i\omega t) \quad \text{I.18}$$

Dans la relation I.18 le terme qui comporte temps de relaxation longitudinal a été négligé du fait qu'il est très supérieur à la durée de l'impulsion RF.

I.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné certaines généralités sur le phénomène de RMN. Une meilleure compréhension du phénomène, passe nécessairement par l'emploi d'équations complexes. Nous nous sommes ensuite intéressés à l'obtention de la forme du signal de l'aimantation \vec{M} , qui sera par la suite le signal de référence pour l'obtention de l'image et des anomalies qui peuvent apparaître sur celle ci ou artéfacts.

CHAPITRE II

<p>Localisation et acquisition du signal RMN</p>

II.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons obtenu la forme du signal RMN sans tenir compte des considérations spatiales. Localiser un signal de résonance est une tâche très importante en IRM. Dans ce chapitre, nous allons prendre en compte l'espace, ce qui va nous permettre de localiser les noyaux résonants.

II.2. Le Signal de RMN

Le signal RMN $S(t)$ présente deux composantes qui ne sont autres que les deux composantes de l'aimantation transversale dans le référentiel tournant. L'une, $M_x(t)$ et l'autre, $M_y(t)$ orthogonale à celle-ci. $M_x(t)$ étant sa composante réelle et $M_y(t)$ sa composante imaginaire [10].

$$s(t) = M_x(t) + iM_y(t) = M_{xy}^0 \cdot e^{i(2\pi f_0 t + \Phi)} \quad \text{II.1}$$

Le signal mesuré est donc un signal complexe caractérisé par une phase ϕ et une amplitude M_{xy}^0 dans le plan complexe. Ce signal est influencé, non seulement par les caractéristiques physiques de l'objet imagé, mais également par les divers paramètres d'acquisition.

II.3. Localisation du signal RMN

La relation de base qui permet de faire cette sélection de coupe est la relation de Larmor. Par convention, c'est la direction (Oz) qui représente la direction de sélection de coupe. Ainsi, pour une position z , la fréquence de Larmor est donnée par :

$$f = \frac{\gamma B}{2\pi} \quad \text{II.2}$$

Cette relation lie la fréquence de résonance d'une espèce nucléaire au champ magnétique appliqué B . L'application d'une impulsion RF en présence d'un gradient constant permet de générer une aimantation transversale dans une tranche de l'échantillon sans perturber l'aimantation du volume extérieur à cette région. Le signal RMN ne proviendra alors que de la tranche excitée, il suffira alors de le localiser en deux dimensions [11]. La localisation spatiale du signal RMN passe par plusieurs étapes :

- sélection du plan de coupe
- codage par fréquence
- codage par phase

II.3.1 sélection d'un plan de coupe

La sélection d'un plan de coupe est réalisée par l'application d'un champ magnétique appelé *gradient de coupe* $\vec{G}_c(p)$. Dans certaines références, ce champ G_s (s pour slice en anglais ou c pour coupe) a, en un point P de l'espace R^3 , pour expression [12] :

$$\vec{G}_c(p) = g_c (n_c r \cos \theta) \vec{z} \quad \text{II.3}$$

Ou : $\vec{r} = O\vec{P}$

\vec{n}_c : Direction du gradient.

g_c : Intensité du gradient.

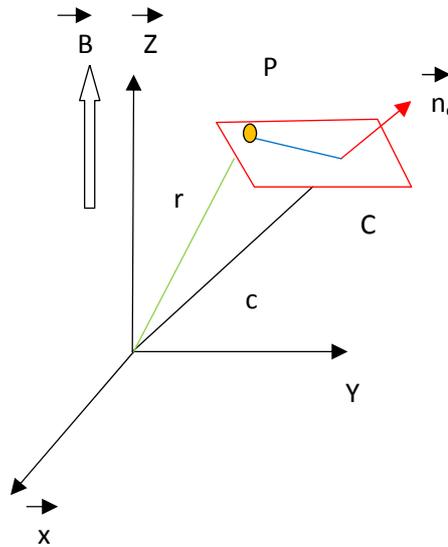


Figure II.1 : plan de coupe

On considère le plan sur la figure II.1. Le point P est distant de c dans la direction \vec{n}_c . Le gradient G_c est toujours constant dans ce plan quelque soit la position de P dans ce plan. Le champ magnétique statique en tout point P de ce plan est constant car :

$$\vec{B}(p) = B_0(p) + \vec{G}_c(p) \quad \text{II.4}$$

$$= (B_0 + g_c c) \vec{z} \quad \text{II.5}$$

On peut aussi démontrer que la fréquence de Larmor des noyaux situés dans ce plan est la même (II.6)

$$\begin{aligned} f(p) &= \frac{\lambda}{2\pi} (B(p)) \\ &= \frac{\gamma}{2\pi} (B_0 + g_c c) \end{aligned} \quad \text{II.6}$$

Si on considère que le plan de coupe est perpendiculaire à l'axe \vec{z} , alors :

$$f(z) = f_0 + \frac{\gamma G_c z}{2\pi} \quad \text{II.7}$$

Cette dernière relation établit un lien entre le plan de coupe et la fréquence de résonance $f(z)$. Elle est à l'origine des coupes représentées sur l'image.

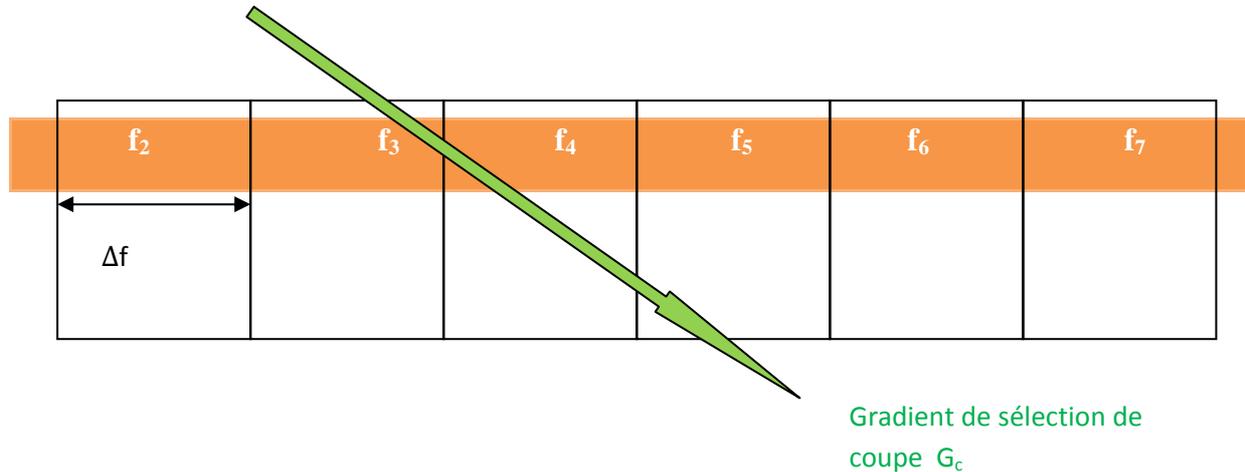


Figure II.2 sélection d'une coupe dans un volume par une impulsion RF sélective de largeur de Bande Δf , couplée à un gradient de champ magnétique d'intensité G_s .

II.3.2 Codage par la fréquence

La sélection du plan de coupe n'est pas suffisante pour localiser le signal émis d'un noyau quelconque dans ce plan de coupe, il faut donc créer une relation entre la position des noyaux dans le plan de coupe et les différentes fréquences des signaux émis par ces noyaux dans le même plan. Cette dépendance en fréquence est créée par l'application d'un champ magnétique appelé *gradient de lecture* G_l ou dans certaines références *Read gradient* G_r . Si on considère que la direction du gradient de lecture est \vec{n}_1 orthogonale à \vec{n}_c , alors pour un point P appartenant au plan de coupe, le champ magnétique associé au gradient de lecture vaut [12]:

$$\vec{G}_l(p) = g_l (\vec{n}_1 \vec{r}) \vec{z} \quad \text{II.8}$$

Ou : $\vec{r} = O\vec{P}$.

\vec{n}_1 : Direction du gradient.

g_l : intensité du gradient.

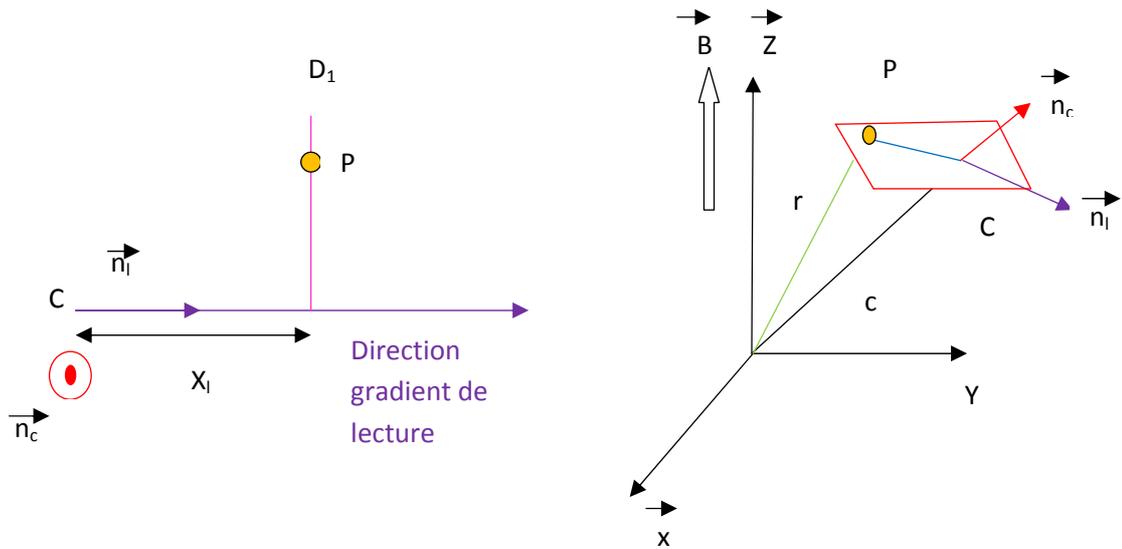


Figure II.3 : codage par la fréquence

On considère une droite perpendiculaire à la direction \vec{n}_l et distante de x_l de C, origine de la coupe (fig. II.3). En tout point P de cette droite, la condition ci-dessous est vérifiée :

$$\vec{n}_l \vec{OP} = \vec{n}_l \vec{CP} = x_l \quad \text{II.9}$$

Le gradient de lecture est le même en tout point de cette droite et vaut :

$$\vec{G}_l(p) = g_l x_l \vec{z} \quad \text{II.10}$$

Le champ magnétique au moment de l'application de ce gradient vaut donc :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{G}_l \quad \text{II.11}$$

Il faut rappeler que le gradient de coupe n'est alors plus appliqué. Aussi, la fréquence du signal de résonance émis depuis le point P du plan de coupe, est :

$$f(p) = \frac{\lambda}{2\pi} (B_0 + g_l x_l) \quad \text{II.12}$$

Pour les noyaux situés sur la même droite, cette fréquence est identique. Autrement dit, les signaux émis depuis chaque droite du plan de coupe orthogonale à la direction du gradient de lecture ont une fréquence différente.

II.3.3 Codage par la phase

La création d'une dépendance du signal en fonction de la position sur chaque droite permet une localisation spatiale complète. Cela est permis par l'application d'un troisième gradient appelé

gradient de phase G_P . Sa direction \vec{n}_p est perpendiculaire aux deux autres gradients, son expression est donnée par [12] :

$$\vec{G}_p(p) = g_p (\vec{n}_p \vec{r}) \vec{z} \quad \text{II.13}$$

g_p : intensité du gradient.

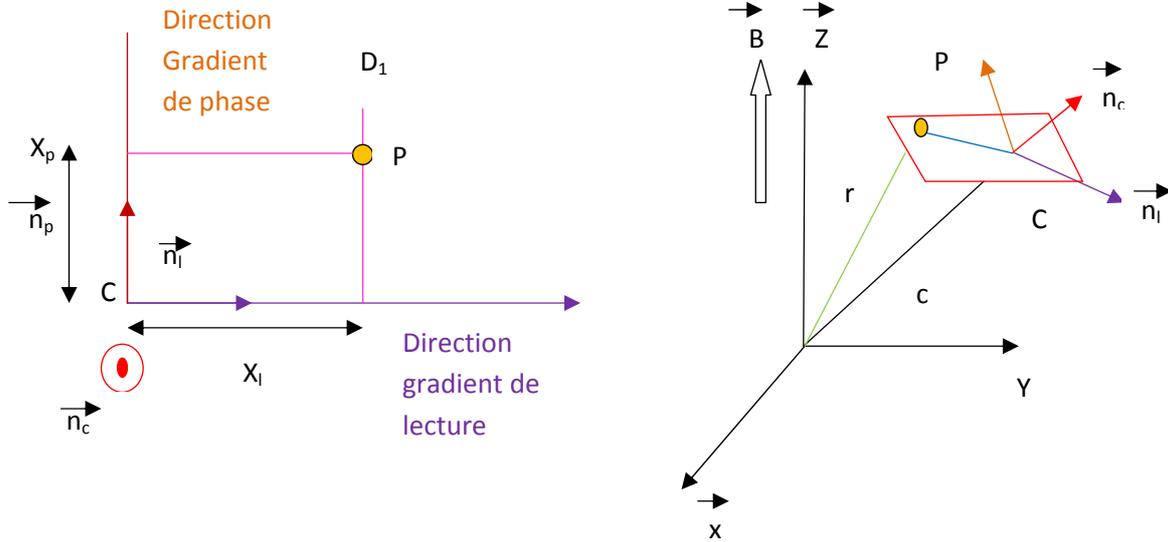


Figure II.4 : codage par la phase

On considère la droite D_P perpendiculaire à \vec{n}_p , située à une distance x_p du point C (fig. II.4). On a pour chaque point P de la droite D_P :

$$\vec{n}_p \vec{r} = \vec{n}_p \vec{CP} = x_p \quad \text{II.14}$$

Le gradient de phase en tout point P de cette droite vaut donc :

$$\vec{G}_p(p) = g_p x_p \vec{z} \quad \text{II.15}$$

Ce gradient est appliqué pendant un temps t_p avant le commencement de l'enregistrement du signal. Le signal émis depuis un point P, situé à l'ordonnée x_p dans le repère (C, n_l, n_p, n_c) , acquiert alors, une phase :

$$\phi(p) = 2\pi f_1 t_p \quad \text{II.16}$$

$$= \gamma g_p x_p t_p + (\gamma B_0 t_p) \quad \text{II.17}$$

L'encodage en phase est appliqué avant l'encodage en fréquence. Il permet un découpage en lignes, chacune de ces lignes ayant ainsi une phase $\phi(p)$. Le terme entre parenthèse étant constant on peut choisir l'origine de phase telle que :

$$\phi(p) = \gamma g_p x_p t_p \quad \text{II.18}$$

t_p : la durée d'application du gradient de phase.

II.4. L'épaisseur de coupe

Pour obtenir l'image d'une coupe, il est nécessaire d'appliquer simultanément un gradient de coupe et une onde RF de pulsation f_c égale à la fréquence de Larmor des noyaux du plan tel que [12] :

$$f_c = \frac{\gamma}{2\pi} (B_0 + g_c c) \quad \text{II.19}$$

En réalité, il est impossible d'avoir une onde RF mono-fréquentielle, on émet un pulse de largeur de bande Δf_c autour de f_c , ce qui implique la mise en résonance de l'ensemble des noyaux ayant une fréquence de Larmor égale à l'une des fréquences dans l'intervalle (II.20) :

$$f_1 \in \left[f_c - \frac{\Delta f_c}{2}; f_c + \frac{\Delta f_c}{2} \right] \quad \text{II.20}$$

Puisque la fréquence de Larmor est proportionnelle à l'intensité du champ magnétique, alors :

$$f_1 = \frac{\gamma}{2\pi} (B_0 + g_c c') \quad \text{II.21}$$

c' : est la coordonnée du point P dans la direction \vec{n}_c . De cette façon, on met en résonance tous les noyaux situés en des point de coordonnée c' vérifiant (II.22) :

$$\frac{2\pi f_1}{\gamma} g_c = c' \quad \text{II.22}$$

$$\text{Avec : } f_1 \in \left[f_c - \frac{\Delta f_c}{2}; f_c + \frac{\Delta f_c}{2} \right]$$

C'est-à-dire les noyaux situés dans une bande d'épaisseur :

$$e_c = \frac{2\pi \Delta f_1}{\gamma g_c} \quad \text{II.23}$$

II.5 Acquisition des données IRM

L'imagerie par résonance magnétique, c'est-à-dire l'acquisition de données RMN avec une résolution spatiale du signal, est une application importante de la RMN. Le concept de l'espace réciproque \vec{k} de l'image, appelé espace de Fourier, permet une présentation unifiée de l'ensemble des techniques d'imagerie et facilite la compréhension du déroulement d'une séquence d'acquisition.

Pour des échantillons (ou une coupe) ne présentant qu'une seule fréquence de résonance, l'application d'un gradient qui est constant dans l'espace, introduit une relation entre la fréquence

de résonance et les coordonnées spatiales \vec{r} . Le signal RMN $S(t)$, provenant d'un élément de volume $dv = dx dy dz$ de l'échantillon a alors pour expression, à l'instant t [13,14] :

$$dS(x, y, t) = \rho(x, y) e^{i\gamma(G_l x_l)t + i\gamma G_p x_p \tau} \quad \text{II.24}$$

$\rho(x, y)$ est la densité volumique de l'aimantation transversale disponible au moment de l'acquisition du signal. Ainsi, $\rho(x, y)$ est l'image de l'échantillon que l'on souhaite acquérir. On peut alors introduire le vecteur \vec{k} , appelé vecteur des fréquences spatiales, défini par (II.25) et (II.26) :

$$k_x(t) = \frac{\gamma}{2\pi} * \int_0^t G_l(\tau) d\tau \quad \text{II.25}$$

$$k_y(t) = \frac{\gamma}{2\pi} * \int_0^t G_p(\tau) d\tau \quad \text{II.26}$$

Le vecteur \vec{k} résume en quelque sorte, l'histoire des gradients jusqu'au moment t . Avec cette définition, on obtient alors l'expression générale du signal RMN détecté par les antennes provenant de tout l'échantillon dans le formalisme de l'espace \vec{k} :

$$s(k_x(t), k_y(t)) = \rho(x, y) e^{-i2\pi\gamma [x_l k_x(t) + x_p k_y(t)]} dx dy \quad \text{II.27}$$

$$s(\vec{k}) = \int I(\vec{r}) e^{i2\pi\vec{k}\vec{r}} d\vec{r} \quad \text{II.28}$$

Dans cette expression, il apparaît que $S(\vec{k})$ est la transformée de Fourier de l'image $I(\vec{k})$ qui s'exprime alors, grâce à la transformée de Fourier inverse, de la manière suivante :

$$I(\vec{r}) = \int s(\vec{k}) e^{-i2\pi\vec{k}\vec{r}} d\vec{k} . \quad \text{II.29}$$

Cette équation construit un espace dont les coordonnées $k_x(t)$ et $k_y(t)$ sont des fréquences spatiales. La variable $\vec{k} = (k_x, k_y)^T$, représente la variable de Fourier associée à \vec{r} . Elle décrit ainsi, tout point de l'espace de Fourier de la même manière que \vec{r} décrit tout point de l'espace spatial que constitue l'image.

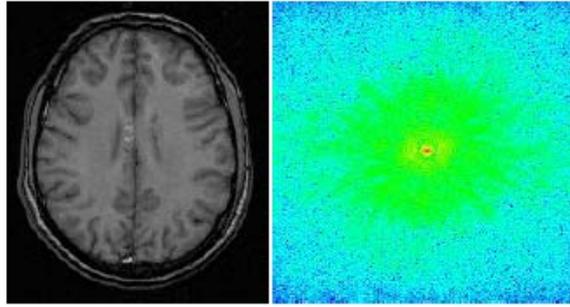


Figure II.5 : Une même image est représentée dans l'espace spatial (gauche) et dans l'espace fréquentiel (droit). On note que dans l'espace fréquentiel la partie majeure du signal se trouve dans les basses fréquences spatiales proches du centre.

Cet espace est appelé espace- k ou espace de Fourier. En effet, il correspond à l'expression mathématique de la transformée de Fourier bidimensionnelle ($TF2D$) des aimantations locales que nous recherchons. Ainsi, le module de la transformée de Fourier bidimensionnelle inverse va nous permettre de visualiser les aimantations à chaque position (Fig. II.5) et d'obtenir une image IRM. Le principe de l'imagerie consiste à échantillonner l'espace de Fourier, c'est-à-dire à le parcourir à l'aide de gradients $G(t)$, tout en mesurant l'amplitude et la phase du signal. On constitue ainsi, une grille de mesures du signal en fonction de différentes fréquences spatiales échantillonnées. Cette image discrète qui représente l'objet dans l'espace de Fourier est ensuite transformée à l'aide d'une transformée de Fourier discrète bi- ou tridimensionnelle, pour obtenir l'image dans l'espace spatial. La densité de l'échantillonnage détermine le champ de vue (FOV , *Field of view*). La représentation d'une séquence d'acquisition par la trajectoire parcourue dans l'espace k permet d'illustrer facilement son fonctionnement.

II.6 Séquences de base en imagerie IRM

II.6.1 écho de gradient

La plupart des séquences en imagerie parcourent l'espace k de manière cartésienne, ligne par ligne. L'acquisition d'une ligne de l'espace k dans le cas bidimensionnel est illustrée par le schéma de la figure II.6

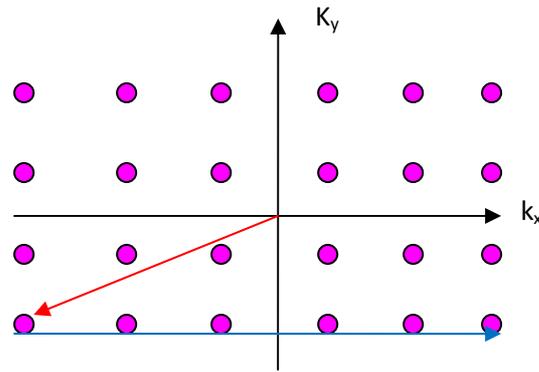


Figure II.6 : Illustration d'une séquence de type écho de gradient. Parcours dans l'espace k .

Dans des séquences dites d'*écho de gradient*, des gradients (de préférence forts et de courte durée) sont utilisés pour se déplacer rapidement vers le début d'une ligne de l'espace k -gradients représentés en gris clair dans la figure II-6. La ligne sélectionnée est ensuite échantillonnée en appliquant un gradient G_r (appelé *gradient de lecture*) selon l'axe x , tout en mesurant l'amplitude du signal. Pour obtenir une image de toutes les lignes de l'espace k , cette procédure est répétée pour différentes valeurs du gradient G_p (appelé *gradient d'encodage en phase*). Le temps entre deux impulsions RF successives est appelé *Temps de Répétition (TR)* [15].

II.6.2. L'écho de spin

Dans des séquences de type *écho de spin*, une impulsion RF d'un angle de basculement π est utilisée pour refocaliser les déphasages dus aux hétérogénéités du champ statique. Si l'impulsion RF de refocalisation a lieu à $TE/2$ après l'impulsion initiale, l'écho de spin apparaît à TE après l'impulsion initiale (figure. II.7) [15].

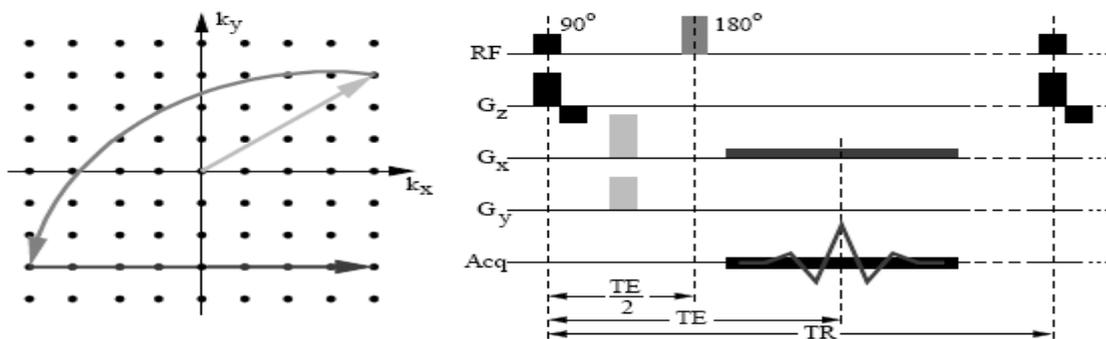


Figure II.7 : Illustration d'une séquence de type écho de spin. Image de gauche : parcours dans l'espace k .
Image de droite : déroulement de la séquence d'acquisition [15].

II.7 Séquences d'acquisition rapide

L'acquisition d'une image en utilisant une séquence d'écho de gradient classique avec un $TR=1s$ dure une seconde par ligne d'espace k (1 min pour une image à 64 lignes). Dans le but d'accélérer l'acquisition des images, un grand nombre de séquences d'imagerie rapide a été développé. Nous décrirons dans ce qui suit trois séquences d'imagerie rapide: FLASH, EPI et PRESTO. Elles sont basées, comme de nombreuses autres séquences rapides, sur trois principes d'accélération [16, 17,18] :

- l'acquisition partielle des données dans l'espace k en exploitant la symétrie hermitienne du signal.
- le raccourcissement du temps de répétition entre deux impulsions RF en utilisant des petits angles de basculement (FLASH).
- la diminution du nombre d'impulsions RF par l'acquisition de plusieurs lignes de l'espace k suite à chaque impulsion (EPI, PRESTO).

II.7.1. FLASH

L'acronyme FLASH signifie *Fast Low Angle Shot*, séquence d'acquisition rapide utilisant des *petits angles de basculement*, décrit bien le principe de cette séquence à écho de gradient, qui consiste à répéter rapidement des impulsions RF à faible angle de basculement. Une image à 64 lignes peut typiquement être acquise en moins de 2 s avec une séquence FLASH [16]. Pour pouvoir réaliser des temps d'écho et de répétition très courts, la symétrie hermitienne du signal dans l'espace k peut être exploitée. Il est ainsi possible de n'acquérir qu'une partie (mais au moins la moitié) de l'espace k et de reconstruire la partie manquante à partir des données acquises.

II.7.2. EPI

La séquence EPI (*Echo Planar Imaging*) a été proposée par Mansfield (1977). Cependant, les instruments pour utiliser cette séquence en routine, notamment les gradients forts à temps de commutation très court, n'ont été disponibles que bien plus tard [16]. Le principe de la séquence EPI est l'acquisition de plusieurs lignes ou toutes les lignes de l'espace k suite à une seule impulsion RF, on parle de séquence EPI version dite *single shot* ou séquence EPI version dite segmentée ou *multi-shots* (figure. II.8) [17].

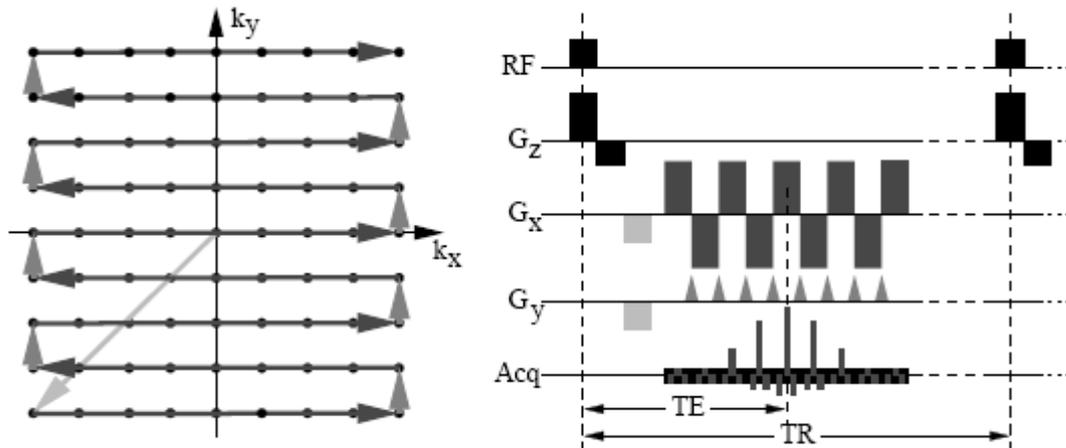


Figure II.8 : Illustration d'une séquence de type EPI pour une version dite *single shot*, où toutes les lignes de l'espace k sont acquises suite à une seule impulsion RF. Image de gauche : parcours dans l'espace k . Image de droite : déroulement de la séquence d'acquisition [17].

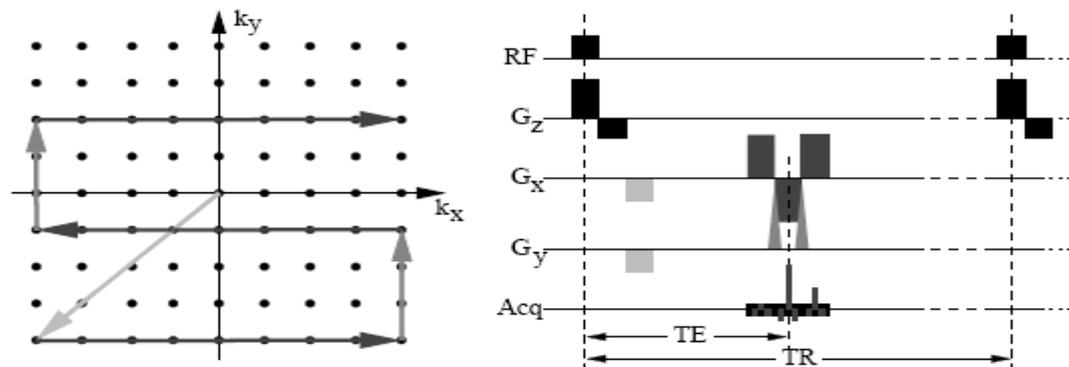


Figure II.9 : Illustration d'une séquence de type EPI pour une version dite *segmentée*, où seulement une partie des lignes de l'espace k sont acquises suite à une impulsion RF. La séquence montrée est répétée (ici, trois fois en total), avec différentes valeurs du gradient G_p initial, pour acquérir toutes les lignes [17].

II.7.3 PRESTO

La séquence PRESTO (*combining PRinciples of Echo-Shifting with a Train of Observations*) permet d'utiliser le laps de temps non utilisé en EPI segmenté entre l'impulsion RF et le début de l'acquisition de données. Cette séquence a la particularité de réaliser un TR plus court que le TE , c'est-à-dire qu'il y a une nouvelle impulsion RF, alors que le signal provenant de l'aimantation transversale créée par l'impulsion précédente n'a pas encore été acquis. Ceci est rendu possible grâce à la forme particulière du gradient de sélection de tranche [18].

II.8 conclusion

Dans ce chapitre nous avons montré la technique utilisée pour la localisation du signal RMN. Celle-ci est basée sur le codage spatial des signaux. La seconde partie de ce chapitre a été consacrée aux présentés les différentes techniques de codage et d'acquisition rapide utilisées dans les imageurs IRM.

CHAPITRE III

Rappel et étude magnétostatique

III.1. Introduction

Dans le vide, les grandeurs vectorielles, champ d'induction magnétique et champ d'excitation magnétique, sont liées par la perméabilité magnétique du vide, μ_0 . Dans un matériau isotrope une nouvelle grandeur vectorielle, l'aimantation, se superpose au champ d'excitation pour traduire l'influence du milieu. L'aimantation est liée à l'induction par la susceptibilité magnétique du matériau, le coefficient de perméabilité absolue remplace la perméabilité du vide. Les matériaux dont le comportement est un peu différent sont les matériaux ferromagnétiques : le coefficient de proportionnalité entre induction et excitation est important, mais non constant, ce qui procure à ces matériaux des comportements non linéaires.

III.2 Propriétés magnétiques

Le champ d'excitation magnétique et l'aimantation magnétique sont liés par la susceptibilité magnétique par unité de volume, donnée par :

$$\chi = \frac{M}{H} \quad \text{III.1}$$

La susceptibilité magnétique est une grandeur sans unité. Cependant, en raison de sa valeur qui est très faible, elle est donnée en *ppm* ($1\text{ppm}=10^{-6}$). Le champ d'induction magnétique \vec{B} (unité Tesla), à l'intérieur de ce milieu, est donné par l'Équation (III.2)

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{III.2}$$

Avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide ($4.\pi.10^{-7}$ H / m).

En combinant les équations précédentes (III.1) et (III.2) pour un milieu linéaire isotrope, la relation qui lie l'aimantation magnétique \vec{M} au champ magnétique \vec{B} est donnée par l'Équation (III.3)

$$\vec{M} = \frac{1 + \chi}{\mu_0} \vec{B} \quad \text{III.3}$$

Par conséquent, l'aimantation résultante pour un milieu donné, va être influencée par la susceptibilité magnétique de ce milieu. Ainsi, les milieux vont pouvoir être classés selon la valeur de cette susceptibilité magnétique. Tous les matériaux peuvent être classés par leur susceptibilité magnétique, selon trois catégories : diamagnétique, paramagnétique et ferromagnétique.

III.3 Les milieux diamagnétiques

La cohésion des atomes, des molécules ou des ions qui constituent la matière, est assurée par le regroupement des électrons en paires de moments magnétiques opposés. La plupart des substances

possèdent un moment magnétique nul au niveau de chaque atome, molécule ou ion et ne présente donc aucune aimantation macroscopique. Lorsque l'on soumet de telles substances à un champ d'induction magnétique \vec{B}_0 , elles sont le siège d'une aimantation très faible, opposée au champ, indépendante de la température. En effet, l'établissement de \vec{B}_0 produit une variation de flux $\frac{\partial \varphi}{\partial t}$. Il apparaît, une force électromotrice d'induction qui entraîne ainsi une variation du moment magnétique électronique $\partial \mu_e$. La matière devient ainsi le siège d'une aimantation M par unité de volume dv dont la valeur est donnée par l'Équation III.4 [19] :

$$M = \frac{\partial \mu_e}{\partial v} \quad \text{III.4}$$

Cette aimantation \vec{M} est proportionnelle au champ magnétique appliqué \vec{B}_0 (Equ. III.5).

$$\vec{M} = \frac{\chi \vec{B}}{\mu_0} \quad \text{III.5}$$

Où μ_0 représente la perméabilité magnétique de la matière (unités : m.K.s⁻².A⁻²) et χ sa susceptibilité magnétique. Pour les milieux diamagnétiques, la valeur de la susceptibilité magnétique est négative et très faible (relation III.6).

$$-10^{-6} \leq \chi \leq -10^{-4} \quad \text{III.6}$$

Le diamagnétisme disparaît lorsque le champ magnétique appliqué s'arrête. Un milieu diamagnétique parfait offre une grande résistance au passage du champ magnétique. Les lignes de champ H ne pénètrent pas dans le matériau. La perméabilité est donc nulle. Tous les corps présentent un phénomène de diamagnétisme parce qu'il est la conséquence de la déformation des orbites électroniques des atomes sous l'effet d'un champ extérieur. Ce phénomène est réversible puisque lorsque le champ extérieur disparaît, l'effet disparaît [19].

III.4. Paramagnétisme

Le paramagnétisme désigne le comportement d'un milieu matériel qui sous l'effet d'un champ magnétique extérieur, acquiert une aimantation dirigée dans le même sens que ce champ d'excitation. Un matériau paramagnétique possède une susceptibilité magnétique de valeur positive (relation III.7) (contrairement aux matériaux diamagnétiques)

$$10^{-5} \leq \chi \leq 10^{-2} \quad \text{III.7}$$

Le paramagnétisme ne désigne pas une propriété intrinsèque d'un matériau mais un comportement en réponse à un champ magnétique. À l'échelle microscopique, la réponse du système à un champ

magnétique appliqué est déterminée par le rapport de forces entre l'énergie magnétique d'une part qui tend à ordonner les dipôles en les alignant selon le champ appliqué, et l'énergie d'agitation thermique d'autre part, qui favorise le désordre. Le traitement de ce problème par la physique statistique, permet de démontrer la loi de Curie qui affirme que la susceptibilité magnétique d'un matériau paramagnétique est inversement proportionnelle à la température [19].

$$\chi = \frac{C}{T} \quad \text{III.8}$$

C : constante de Curie

T : température en Kelvin

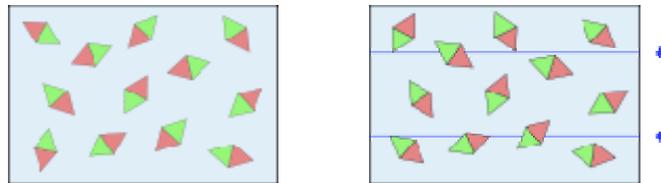


Figure III.1 Illustrations d'un échantillon paramagnétique en l'absence en présence d'un champ magnétique.

III.5 Ferromagnétisme

Le ferromagnétisme est la propriété qu'ont certains corps de s'aimanter très fortement sous l'effet d'un champ magnétique extérieur. De plus, les aimants et les matériaux magnétiques durs par exemple, ont la propriété de garder une aimantation importante même après la disparition du champ extérieur. Un matériau ferromagnétique plongé dans un champ magnétique génère un nouveau champ magnétique au sein de celui-ci. Ce phénomène est plus communément appelé aimantation. Le champ généré par l'aimantation s'ajoute au champ initial, c'est donc la somme des deux qui est observée. Dans un tel cas, le terme de champ magnétique désigne le champ total, et le champ initial prend le nom d'excitation magnétique. L'aimantation d'un matériau ferromagnétique correspond à l'orientation des dipôles élémentaires dans une même direction. À la différence des matériaux paramagnétiques, cette orientation peut se faire spontanément, en l'absence d'un champ B_0 . La région de l'espace dans laquelle tous les moments magnétiques sont orientés selon une même direction s'appelle domaine de Weiss et les limites entre ces domaines sont des parois de Bloch.

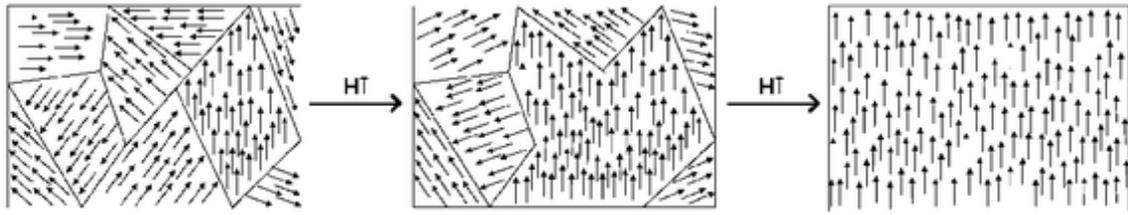


Figure III.2 Représentation très schématique de l'évolution des domaines de Weiss avec un champ magnétique extérieur croissant

Si B_0 augmente beaucoup, le domaine favorablement orienté occupera tout le volume du matériau qui est alors aimanté à saturation [19]. Les matériaux ferromagnétiques se caractérisent par une susceptibilité magnétique généralement supérieure à 100. Il est important de noter le comportement non linéaire de ces matériaux contrairement aux matériaux paramagnétiques, car ils se caractérisent par une dépendance entre la magnétisation \vec{M} et le champ magnétique appliqué \vec{B}_0 ; l'équation suivante exprime ce caractère particulier :

$$\zeta(B_0) = \frac{\mu_0 \mu_2 M_1(B_0)}{B_0}$$

ζ Représente la relation non linéaire entre la magnétisation du cylindre \vec{M} et \vec{B}_0 .

μ_0 et μ_2 représentent respectivement la perméabilité magnétique du vide et la perméabilité de la matière.

$\zeta(B_0)$ Est introduit pour exprimer le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques. Ce paramètre décroît pour un accroissement du champ magnétique appliqué. Ainsi pour les ferromagnétiques, les conditions aux limites valables pour les matériaux linéaires ne seraient plus justifiables. Ceci va nous amener à tenir compte de certaines considérations adaptées à notre étude que nous exposerons dans le développement du calcul du champ magnétique induit [12].

III.6. Tissu biologique.

Seules quelques études quantitatives ont été réalisées sur les tissus des plantes et des animaux [20]. Cependant, ces mesures de susceptibilité sont difficiles à réaliser car les valeurs mesurées sont très faibles, les tissus biologiques sont très hétérogènes et qu'il est impossible d'imaginer de mettre des tissus vivants dans un susceptomètre. Il apparaît cependant, que la plupart des tissus ont une susceptibilité magnétique comprise dans un intervalle de $\pm 10\%$ - 20% autour de celle de l'eau, qui est de $-9,032$ ppm à 20°C . A 37°C , la valeur admise pour la susceptibilité magnétique de l'eau est de

-9.05 ppm. Ainsi les tissus biologiques ont une susceptibilité magnétique comprise dans la gamme donnée par l'Équation III-9.

$$-11 \text{ ppm} \leq \chi_{\text{tissu}} \leq -7 \text{ ppm} \quad \text{III.9}$$

Les tissus biologiques sont donc des milieux diamagnétiques. Il est intéressant d'indiquer que la valeur de la susceptibilité magnétique de l'air est de 0 ppm. La Figure III.3 illustre le spectre des susceptibilités magnétiques.

χ : Milieux Diamagnétiques	χ : Milieux paramagnétiques	χ : Milieux ferromagnétique
$-1 \rightarrow -10^{-6}$	$10^{-5} \leq \chi \leq 10^{-2}$	$10^2 \rightarrow 10^6$
Tissu -9.10^{-6}	titane	Fer pur

Figure III.3 susceptibilités magnétiques.

III.7 Artéfact de susceptibilité magnétique

Les artéfacts de susceptibilité magnétique apparaissent chez les patients portant des prothèses orthopédiques, ou des implants métalliques tels que les implants dentaires [21]. Ces zones qui entourent l'implant sont le siège de frottements entre l'implant et le tissu englobant parfois des infections. Aussi, cette interface entre le tissu et l'implant métallique est une zone d'un intérêt clinique particulier. L'artéfact de susceptibilité magnétique a pour origine les différences de susceptibilité magnétique au sein de l'objet imagé constitué de différents milieux [22]. Lorsque l'objet est placé dans un champ statique \vec{B}_0 , les différences de susceptibilité magnétique vont modifier la cartographie du champ \vec{B}_0 inducteur. Les hétérogénéités locales de \vec{B}_0 sont notées $\vec{\Delta B}_0$ et appelé champ magnétique induit. Bien que ces champs perturbateurs sont considérés comme faibles, ils restent assez forts pour influencer sur l'action des gradients de champ magnétique utilisés pour le codage de l'image. C'est ici que prend naissance l'origine de l'artefact.

Ces hétérogénéités créent des distorsions dans l'image, principalement dans la direction du gradient le plus faible [23,24,25]. Dans le cadre de notre travail, la simulation de cet artéfact de susceptibilité magnétique nécessite le calcul du champ magnétique induit qui est à l'origine de la perturbation des gradients. Notons que sous l'effet de l'intensité du champ statique appliqué qui est de l'ordre de 1,5T (3T pour certains systèmes modernes), les matériaux ferromagnétiques sont susceptibles de se déplacer, causant ainsi des dommages et des lésions importantes dans les tissus [26].

III.8. Étude du cas d'un matériau Ferromagnétique.

Les phénomènes étudiés sont indépendants du temps, du courant et de la charge électrique à l'intérieur des milieux et aux surfaces de séparation de ces milieux. Nous négligeons les champs électromagnétiques des milieux biologiques (activité neuronale). Parmi les différents champs magnétiques utilisés dans une expérience IRM, nous ne prenons que le champ principal \vec{B}_0 , on néglige les gradients qui sont 10000 fois inférieurs à \vec{B}_0 . Nous négligeons également le champ radio fréquence \vec{B}_1 . Nous supposons que l'implant est de type ferromagnétique. Le milieu qui entoure l'implant est homogène (figure III.4).

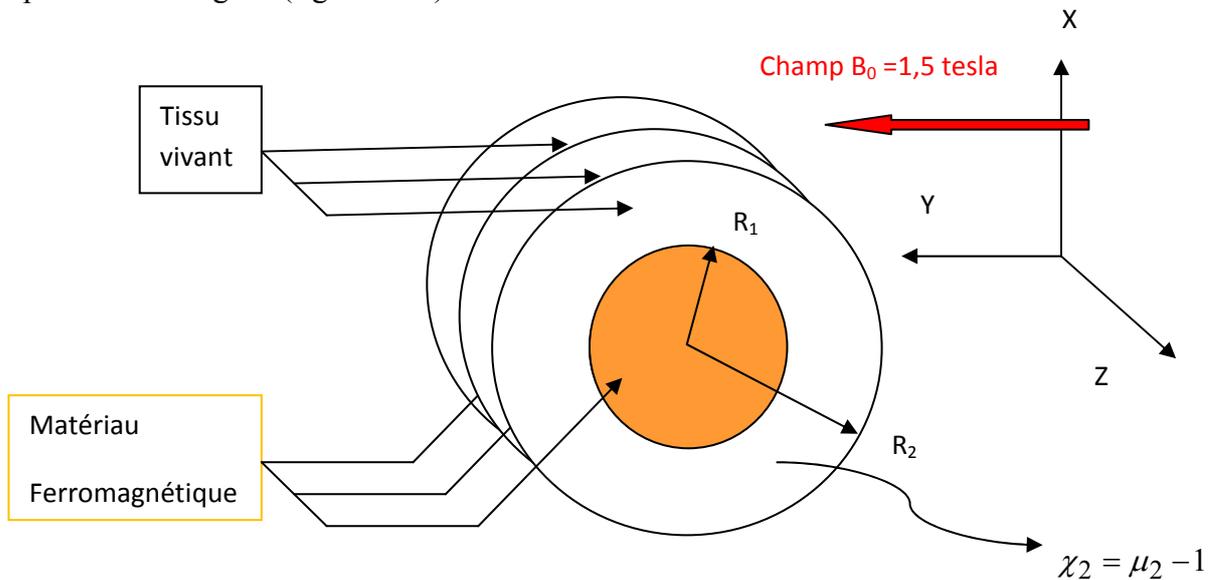


Figure III.4 : Implant ferromagnétique de forme cylindrique.

Le champ magnétique induit par l'implant métallique est de forme cylindrique de longueur infinie. Le champ appliqué est très intense et perpendiculaire à son axe principal. A cause de l'intensité très forte du champ magnétique appliqué, la magnétisation rémanente pourra être négligée. Dans ces conditions, le champ magnétique \vec{B} et l'induction magnétique \vec{H} interne et externe au cylindre pourraient être calculés par la résolution de l'équation de Laplace de la variable potentiel magnétique scalaire ϕ_m [27] :

$$\nabla^2 \phi_m = 0 \quad \text{III.10}$$

Avec :

$$H = -\nabla \phi_m \quad \text{III.11}$$

Ce qui donne :

$$B = \mu_0 (-\nabla \phi_m + M) \quad \text{III.12}$$

μ_0 Étant la Perméabilité du vide

Puisque le cylindre est perpendiculaire au champ magnétique appliqué, le potentiel est indépendant de l'ordonnée y , avec une direction \vec{y} . La solution générale est donnée par :

$$\phi_m = A + B \ln(r) + \sum_0^{\infty} C_n r^n \cos(n\theta) + D_n r^{-n} \cos(n\theta) + E_n r^n \sin(n\theta) + F_n r^{-n} \sin(n\theta) \quad \text{III.13}$$

Les constantes A, B, C, D, E et F sont calculées à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre. Pour cela nous appliquons les conditions d'interface suivantes :

1. A l'extérieur du domaine très loin de la structure, le champ est parallèle à $\cos(\theta)\vec{r}$ ou \vec{z} . Ce champ n'est pas influencé par la magnétisation du cylindre, ce qui donne :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \vec{H}_2 = \frac{B_0}{\mu_0 \mu_2} \cos(\theta) \vec{r} \quad \text{III.14}$$

2. Le cylindre possède une magnétisation homogène, ce qui se traduit par :

$$\vec{M}_1 = M_1(H_1) \cos(\theta) \vec{r} \quad \text{III.15}$$

3. La composante tangentielle de \vec{H} est continue à travers toute surface, d'où :

$$\begin{aligned} \vec{H}_{1\theta} &= \vec{H}_{2\theta} \\ \vec{H}_{i\theta} &= \vec{H}_i \cdot \vec{\theta} \end{aligned} \quad \text{III.16}$$

4. La composante normale de \vec{B} est continue à travers la surface du cylindre :

$$\begin{aligned} \vec{B}_{1r} &= \vec{B}_{2r} \\ \vec{B}_{ir} &= \vec{B}_i \cdot \vec{r} \end{aligned} \quad \text{III.17}$$

Le potentiel magnétique est uniforme et ne peut prendre des valeurs allant à l'infini, l'application de la première condition aux limites donne le potentiel à l'extérieur :

$$\phi_{2m} = \left\{ \sum_0^{\infty} D_{2n} r^{-n} \cos(n\theta) + F_{2n} r^{-n} \sin(n\theta) \right\} - \frac{B_0}{\mu_0 \mu_2} r \cos(\theta) \quad \text{III.18}$$

A l'intérieur, le potentiel est restrictif à son uniformité :

$$\phi_{1m} = \sum_0^{\infty} C_{1n} r^n \cos(n\theta) + E_{1n} r^n \sin(n\theta) \quad \text{III.19}$$

Les conditions aux limites 2,3 et 4 sont appliquées à la surface du cylindre ($r = a$). Seules les composantes où $n=1$ seront prises en compte, à cause du terme $\cos(\theta)$. La condition 3 devient :

$$\left. \frac{\partial \varphi_{m1}}{\partial \theta} \right|_{r=a} = \left. \frac{\partial \varphi_{m2}}{\partial \theta} \right|_{r=a} \quad \text{III.20}$$

Or :

$$-C_{11}a \sin(\theta) + E_{11}a \cos(\theta) = -D_{21}a^{-1} \sin(\theta) + F_{21}a^{-1} \cos(\theta) + \frac{B_0}{\mu_0 \mu_2} a \sin(\theta) \quad \text{III.21}$$

La condition 4 devient :

$$\mu_0 \left(-\left. \frac{\partial \varphi_{m1}}{\partial r} \right|_{r=a} + M_1 \cos(\theta) \right) = -\mu_0 \mu_2 - \left. \frac{\partial \varphi_{m2}}{\partial r} \right|_{r=a} \quad \text{III.22}$$

Or :

$$\mu_0 (-C_{11} \cos(\theta) - E_{11} \sin(\theta) + M_1 \cos(\theta)) = \mu_0 \mu_2 (D_{21} a^{-2} \cos(\theta) - F_{21} a^{-2} \sin(\theta) + B_0 \cos(\theta)) \quad \text{III.23}$$

Les coefficients sont alors :

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{M_1}{1 + \mu_2} - \frac{2B_0}{\mu_0(1 + \mu_2)} \\ D_{21} &= \frac{M_1 a^2}{1 + \mu_2} - \frac{a^2 B_0 (1 - \mu_2)}{\mu_0 \mu_2 (1 + \mu_2)} \\ E_{21} &= 0 \\ F_{21} &= 0 \end{aligned} \quad \text{III.24}$$

Le potentiel magnétique scalaire est alors donné par :

$$\varphi_{m_1} = \frac{\mu_0 M_1 - 2B_0}{\mu_0(1 + \mu_2)} r \cos(\theta) \quad \text{III.25}$$

$$\varphi_{m_2} = \frac{\mu_0 \mu_2 M_1 + B_0 (1 - \mu_2) \cos(\theta) a^2}{\mu_0 \mu_2 (1 + \mu_2) r} - \frac{B_0}{\mu_0 \mu_2} r \cos(\theta) \quad \text{III.26}$$

Aux coordonnées cartésiennes $z = r \cos \theta$ et $x = r \sin \theta$, les relations III.25 et III.26 sont données par :

$$\varphi_{m_1} = \frac{\mu_0 M_1 - 2B_0}{\mu_0(1 + \mu_2)} z \quad \text{III.27}$$

$$\varphi_{m_2} = \frac{\mu_0 \mu_2 M_1 + B_0 (1 - \mu_2) \cos(\theta) a^2 z}{\mu_0 \mu_2 (1 + \mu_2) (x^2 + z^2)} - \frac{B_0}{\mu_0 \mu_2} z \quad \text{III.28}$$

L'induction magnétique est alors donné par :

$$\vec{H}_1 = -\frac{\partial \varphi_{m1}}{\partial z} \vec{z} = -\frac{\mu_0 M_1 - 2B_0}{\mu_0 (1 + \mu_2)} \vec{z} \quad \text{III.29}$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_2 &= -\frac{\partial \varphi_{m2}}{\partial x} \vec{x} - \frac{\partial \varphi_{m2}}{\partial z} \vec{z} \\ &= \frac{\mu_0 \mu_2 M_1 + B_0 (1 - \mu_2) a^2}{\mu_0 \mu_2 (1 + \mu_2)} \left(\frac{z^2 - x^2}{(x^2 + z^2)^2} \vec{z} + \frac{2xz}{(x^2 + z^2)^2} \vec{x} \right) + \frac{B_0}{\mu_0 \mu_2} \vec{z} \end{aligned} \quad \text{III.30}$$

Est le champ magnétique par :

$$\vec{B}_1 = -\mu_0 \frac{\partial \varphi_{m1}}{\partial z} \vec{z} + \mu_0 M_1 \vec{z} = \frac{\mu_0 \mu_2 M_1 + 2B_0}{(1 + \mu_2)} \vec{z} \quad \text{III.31}$$

$$\vec{B}_2 = \mu_0 \mu_2 \left(\frac{\partial \varphi_{m2}}{\partial x} \vec{x} - \frac{\partial \varphi_{m2}}{\partial z} \vec{z} \right) = \frac{\mu_0 \mu_2 M_1 + B_0 (1 - \mu_2) a^2}{(1 + \mu_2)} \left(\frac{z^2 - x^2}{(x^2 + z^2)^2} \vec{z} + \frac{2xz}{(x^2 + z^2)^2} \vec{x} \right) + B_0 \vec{z} \quad \text{III.32}$$

La forme de \vec{B}_2 telle qu'elle est indiquée dans la relation III.32 n'est pas de grande utilité pour notre cas, c'est pour cette raison qu'il est nécessaire d'introduire certaines hypothèses pour l'adapter à notre situation.

Dans les scanner à RMN, le champ magnétique appliqué est constant. Pendant l'acquisition, seules quelques petites variations du champ magnétique principales son présentes .les matériaux ferromagnétiques présentent une dépendance non linéaire de M en fonction de B. Dans ce cas précis, on peut écrire la relation $M_1(B_0)$ en utilisant la relation :

$$\zeta(B_0) = \frac{\mu_0 \mu_2 M_1(B_0)}{B_0} \quad \text{III.33}$$

En remplaçant la susceptibilité du milieu environnant $\chi_2 = \mu_2 - 1$, l'équation III.32 peut alors être simplifiée :

$$B_2 \approx B_0 \left(1 + \frac{\zeta - \chi_2}{2\pi} A \frac{z^2 - x^2}{(x^2 + z^2)^2} \right) \quad \text{III.34}$$

A représente la section du cylindre.

La perturbation est alors donnée par :

$$\Delta B = |B_2| - |B_0| = B_0 \left(\frac{\zeta - \chi_2}{2\pi} A \frac{z^2 - x^2}{(x^2 - z^2)^2} \right) \quad \text{III.35}$$

L'équation III.35 est similaire à la plupart des équations utilisées dans l'étude des distorsions du champ magnétique autour d'un cylindre métallique de longueur infinie. On peut donc la mettre sous la forme [27] :

$$\Delta B = |B_2| - |B_0| = B_0 \left(\frac{\chi_1 - \chi_2}{2\pi} A \frac{z^2 - x^2}{(x^2 - z^2)^2} \right) \quad \text{III.36}$$

χ_1 Est la susceptibilité magnétique du cylindre.

Signalons que ζ ne peut être facilement remplacée par χ_1 pour trois raisons :

1. L'équation III.38 est valide pour les matériaux linéaires.
2. ζ rend M_1 directement proportionnel à B_0 .
3. L'équation III.37 n'est appliquée qu'aux champs de forte intensité.

La 3^{ème} condition correspond bien au cas des scanner IRM où les gradients appliqués pour le codage spatial, sont négligeables devant le champ principale B_0 . Néanmoins, la dépendance spatiale du modèle du champ magnétique est similaire pour les deux équations III.35 et III.36, ce qui donne des artefacts similaires.

III.9 Perturbation du processus de codage de l'image

Dans la carte des hétérogénéités de champ, les valeurs varient. Ces hétérogénéités de champ vont venir s'ajouter au champ magnétique statique macroscopique B_0 . Elles vont modifier localement la fréquence de précession des spins. Ainsi le processus de codage de l'image IRM selon l'équation [1]:

$$\Delta f_0 = \frac{\gamma}{2\pi} \Delta B_0$$

En effet, il est difficile d'obtenir un champ magnétique statique B_0 constant dans tout le volume de l'imageur, de même qu'il est difficile d'obtenir un champ magnétique variant linéairement dans une direction donnée. Toutefois, ces hétérogénéités du champ magnétique statique sont connues pour un imageur donné et ajustées par des bobines de correction. Il existe divers techniques pour en limiter l'impact sur l'image [22, 28,29]. Il est intéressant de mentionner que les variations locales de B_0 peuvent également être dues à une hétérogénéité intrinsèque de l'aimant [30,31].

III.10 conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté certaines propriétés des matériaux magnétiques puis nous avons donné la réponse d'un matériau paramagnétique suite à l'exposition à un champ magnétique statique dans le cas d'une géométrie cylindrique. Nous rappelons que notre simulation est limitée à cette géométrie [32].

Dans [33] un travail similaire au notre a été présenté la différence que la géométrie prise est quelconque, ce qui implique une méthode numérique spécifique au traitement du calcul du champ magnétique induit.

CHAPITRE IV

SIMULATION ET RESULTATS EXPERIMENTAUX

IV.1. Introduction

Dans ce qui suit, nous tenterons d'aboutir par des méthodes analytiques, à l'expression des variations de l'intensité des pixels, afin de simuler l'image d'une coupe. Toutefois, les calculs nécessitent certaines formules mathématiques qui donnent des informations sur le plan de coupe et sur l'allure de celui-ci. Cela est intéressant car on peut voir directement l'effet de l'implantation d'un Corps métallique dans le tissu vivant, qui se manifeste par des distorsions géométriques ou déformation partielle du plan de coupe.

IV.2 Le plan de coupe :

IV.2.1 Cas d'une onde mono fréquentielle

Nous commençons par le cas théorique où l'onde est mono-fréquentielle, puis le cas réel où l'onde est pluri-fréquentielle. Nous verrons en détail l'effet de la perturbation causée par le champ magnétique induit par le corps métallique. Lors de la modélisation nous supposons que le champ magnétique statique B_0 est uniforme, nous négligerons donc les imperfections de celui-ci. De plus, le champ radio fréquence B_1 est supposé être parfaitement linéaire pour éviter l'artefact causé par les imperfections du champ B_0 et celles causées par les imperfections des gradients de lecture g_c , g_l et g_p .

Dans le cas général, lorsqu'un champ magnétique quelconque se superpose à un champ statique B_0 le champ total résultant en un point de l'espace $P \in \mathbb{R}^3$ vaut [12] :

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'(P) + \vec{G}_c(P) \quad \text{IV.1}$$

Le champ statique principal \vec{B}_0 est orienté suivant l'axe \vec{z} de l'imageur et \vec{G}_c est orienté suivant \vec{B}_0 . Comparer les champs induits avec le champ principal nous amène à conclure que ces champs induits ont une valeur très inférieure à \vec{B}_0 , donc on peut faire l'approximation suivante :

$$\begin{aligned} \vec{B}(P) &= [B_0 + G_c(P) + B'_z(P)]\vec{z} + B'_x(P)\vec{x} + B'_y(P)\vec{y} \\ &\approx [B_0 + G_c(P) + B'_z(P)]\vec{z} \end{aligned} \quad \text{IV.2}$$

Pendant l'enregistrement du signal, il y a une perturbation de la fréquence et de la phase du signal de résonance. Vu que la phase et la fréquence sont utilisées pour le codage spatial, les hétérogénéités du champ entraînent des écarts de position. Le champ magnétique total est donnée par (après l'approximation faite au IV.2) :

$$\vec{B}(P) = \vec{B}_0 + \vec{G}_l(P) + \vec{B}'_z(P) \quad \text{IV.3}$$

Puisque la fréquence de résonance est donnée par la relation de Larmor, on peut écrire :

$$\nu(P) = \frac{\gamma}{2\pi} [B'_z(P)] + g_i x_i \quad \text{IV.4}$$

Ceci nous aide à déduire la valeur de la phase dans le cas où ces hétérogénéités du champ magnétique, existent lors de l'application du gradient de phase pendant une durée T_p .

$$\vec{B}(P) = \vec{B}_0 + \vec{G}_p(P) + \vec{B}'_z(P) \quad \text{IV.5}$$

Les noyaux situés au point P émettent alors un signal de résonance dont la phase est :

$$\phi(P) = 2\pi\nu(P)T_p = \nu(P) = \gamma [B'_z(P) + g_p x_p] T_p \quad \text{IV.6}$$

Pour obtenir l'image d'un plan π_c de cote c , dans la direction \vec{n}_c , on émet une onde radio fréquence ν_c tel que :

$$\begin{aligned} \nu_c(p) &= \frac{\gamma}{2\pi} [B_0 + G_c(P)] \\ &= \frac{\gamma}{2\pi} [B_0 + g_c c] \end{aligned} \quad \text{IV.7}$$

Par définition, la fréquence de Larmor au point P , vaut :

$$\nu_l(p) = \frac{\gamma}{2\pi} [B_0 + G_c(p) + B'_z(p)] \quad \text{IV.8}$$

Les noyaux réellement mis en résonance sont ceux pour lesquels la fréquence de Larmor est égale à la fréquence de l'onde radio- fréquence émise, soit :

$$\nu_c = \nu_l(P) \quad \text{IV.9}$$

Puisque:

$$G_c(P) + B'_z(P) = g_c c \quad \text{IV.10}$$

Autrement dit, les noyaux mis en résonance ne sont pas ceux du plan π_c sinon on aurait eu :

$$G_c(P) = g_c c \quad \text{IV.11}$$

Sur le plan spatial, on peut expliciter toute ces formules pour mieux comprendre le phénomène de distorsion du plan de coupe. Nous considérons pour cela, le repère cartésien $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié à l'imageur. Le vecteur de direction du plan de coupe, est défini par $\vec{n}_c(n_1, n_2, n_3)$ ainsi que par un point P de cote $C'(P)$ dans la direction \vec{n}_c , autrement dit c 'est la projection de \vec{OP} sur \vec{n}_c .

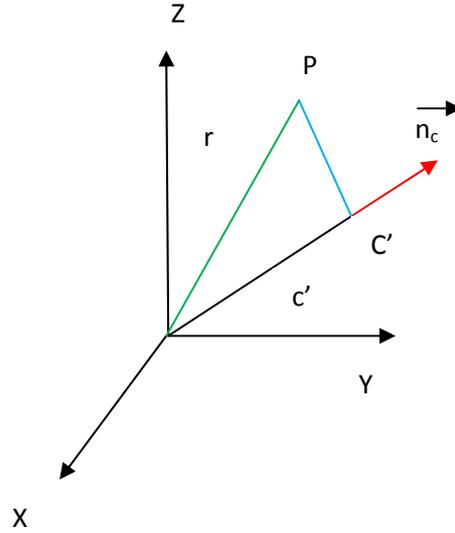


Figure IV.1 : Projection de \vec{OP} sur \vec{n}_c .

$$o\vec{p} = x\vec{x} + y\vec{y} + z\vec{z} \tag{IV.12}$$

$$\vec{n}_c = n_1\vec{x} + n_2\vec{y} + n_3\vec{z} \tag{IV.13}$$

$$C'(P) = \vec{OP} \cdot \vec{n}_c = n_1x + n_2y + n_3z \tag{IV.14}$$

Le gradient de coupe en ce point P, a donc pour expression :

$$G_c(p) = g_c C'(P) = g_c (n_1x + n_2y + n_3z) \tag{IV.15}$$

L'équation (IV.10) s'écrit alors :

$$g_c (n_1x + n_2y + n_3z) + B'_z(p) = g_c c'$$

$$(n_1x + n_2y + n_3z) + \frac{B'_z(p)}{g_c} = c' \tag{IV.16}$$

Cette dernière équation (IV.16) est une équation complètement différente de celle du plan π_c d'équation :

$$n_1x + n_2y + n_3z = c \tag{IV.17}$$

Il est par ailleurs, possible de calculer la différence entre les deux cotes c et c' :

$$c' - c = \frac{B'_z}{g_c} \tag{IV.18}$$

La distorsion est proportionnelle à la composante longitudinale $B'_z(P)$, elle est d'autant plus faible que le gradient g_c est important. Pour le point P de coordonnées (x_b, x_p, x_c) dans le repère lié au plan de coupe, on a :

$$c'(P) = \vec{OP} \cdot \vec{n}_c = (\vec{OC} + \vec{CP}) \cdot \vec{n}_c = c + x_c \tag{IV.19}$$

Donc :

$$\begin{aligned} G_c(P) + B_z'(P) &= g_c c \\ g_c(c + x_c) + B_z'(P) &= g_c c \\ x_c + \frac{B_z'(x_l, x_p, x_c)}{g_c} &= 0 \end{aligned} \quad \text{IV.20}$$

Cette dernière équation (III.20) indique que la perturbation causée par le champ magnétique induit, affecte directement la relation espace-fréquence.

IV.2.2 Cas d'une onde pluri fréquentielle

La variation de la fréquence affecte La relation de base qui est donnée par IV-10 :

$$G_c(P) + B_z'(P) = g_c c \quad \text{IV.10}$$

Puisque $v_l(P) \in \left[v_c - \frac{\Delta v_c}{2}, v_c + \frac{\Delta v_c}{2} \right]$ alors :

$$g_c \left(c - \frac{e_c}{2} \right) \leq G_c(P) + B_z'(p) \leq g_c \left(c + \frac{e_c}{2} \right) \quad \text{IV.21}$$

Où e_c est l'épaisseur du plan de coupe.

Par analogie au calcul précédent, on aboutit à :

$$x_c + \frac{B_z'(x_l, x_p, x_c)}{g_c} = \zeta ; \text{ Avec } \zeta \in \left[-\frac{e_c}{2}, \frac{e_c}{2} \right] \quad \text{IV.22}$$

IV.3. Modélisation mathématique de l'artéfact :

IV.3.1 Cas d'une onde pluri fréquentielle

La modélisation mathématique permet d'établir une expression de l'intensité des pixels de l'image. Cette dernière est utilisée directement dans le programme Matlab pour afficher l'image.

[12]

$$\begin{aligned} \langle T, \varphi \rangle &= \langle s, \hat{\varphi} \rangle \\ &= \iint_{\infty} s(t_l, g_p) \hat{\varphi}(t_l, g_p) dt_l dg_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \iint \left\{ \iint_{\infty} I^*(x_l, x_p) \exp[i\gamma_l(x_l g_l + B_z'^*)] \exp[i\gamma(x_p g_p T_p + k_d B_z'^* T_E)] dx_l dx_p \right\} \hat{\varphi}(t_l, g_p) dt_l dg_p \\
&= \iint_{\infty} I^*(x_l, x_p) \exp[i\gamma k_d B_z' T_E] \left\{ \iint_{\infty} \exp i\gamma \left\{ \tau_1 [x_l g_l + B_z'^*] + [x_p g_p T_p] \right\} \hat{\varphi}(t_l, g_p) dt_l dg_p \right\} dx_l dx_p
\end{aligned} \tag{IV.23}$$

On sait que la transformée de Fourier bidimensionnelle d'une fonction $f(x, y)$ est donnée par :

$$\hat{f}(w_x, w_y) = \iint_{\infty} f(x, y) e^{-i(w_x x + w_y y)} dx dy$$

et que la transformée de Fourier bidimensionnelle inverse est donnée par :

$$f(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\infty} \hat{f}(w_x, w_y) e^{-i(w_x x + w_y y)} dx dy \tag{IV.24}$$

Le terme entre accolades dans l'équation (IV.23) est la transformée de Fourier inverse de la

fonction $\hat{\varphi}(t_l, g_p)$ au point $(\gamma(x_l g_l + B_z'(x_l, x_p)), \gamma x_p T_p)$, or :

$$\hat{\varphi}^{-1}(x_l, x_p) = \varphi(t_l, g_p) = 4\pi^2 \iint_{\infty} \exp i\gamma \left\{ [x_l g_l + B_z'(x_l, x_p)] t_l + x_p g_p T_p \right\} \hat{\varphi}(t_l, g_p) dt_l dg_p \tag{IV.25}$$

En remplaçant dans l'équation de base, ceci donne :

$$\langle T, \varphi \rangle = 4\pi^2 \iint_{\infty} I^*(x_l, x_p) \exp[i\gamma k_d B_z'(x_l, x_p) T_E] \left\{ \varphi(\gamma(x_l g_l + B_z'^*(x_l, x_p)), \gamma x_p T_p) \right\} dx_l dx_p \tag{IV.26}$$

Afin d'aboutir à l'intensité d'image nous avons procédé à un changement de variable pour simplifier l'équation précédente :

$$\tau_1(x_l, x_p) = \gamma(x_l g_l + B_z'^*(x_l, x_p)) \tag{IV.27}$$

$$\tau_2(x_l, x_p) = \gamma x_p T_p \tag{IV.28}$$

L'intégrale (IV.26) peut s'écrire sous forme d'une somme de plusieurs termes, ce qui donne :

$$\langle T, \varphi \rangle = 4\pi^2 \iint_{\infty} \sum_{j=1}^n I^*(x_l, x_p) \exp[i\gamma k_d B_z'(x_l, x_p) T_E] \left\{ \varphi(\gamma(x_l g_l + B_z'^*(x_l, x_p)), \gamma x_p T_p) * id \right\} dx_l dx_p \tag{III.29}$$

En mathématique id représente la fonction indicatrice, elle est égale à zéro ou à un.

On peut dans ce cas, inverser l'ordre des deux opérateurs (intégrale et somme), l'équation (IV.29) devient :

$$\langle T, \varphi \rangle = 4\pi^2 \sum_{j=1}^n \iint_{u_j} I^*(x_l, x_p) \exp[i\gamma k_d B_z'(x_l, x_p) T_E] \left\{ \varphi(\gamma(x_l g_l + B_z'^*(x_l, x_p)), \gamma x_p T_p) \right\} dx_l dx_p \tag{IV.30}$$

U_j désigne les intervalles où la fonction id est égale à 1.

Pour simplifier l'écriture on pose :

$$\bar{I}(x_l, x_p) = I^*(x_l, x_p) \cdot \exp[i\gamma \kappa_d B'_z(x_l, x_p) T_E] \tag{IV.31}$$

Si j_j est le jacobien de la transformation Ψ^{-1} défini par :

$$\begin{aligned} \Psi : R^2 &\rightarrow R^2 \\ (x_l, x_p) &\rightarrow (\tau_1(x_l, x_p), \tau_2(x_l, x_p)) \end{aligned} \tag{IV.32}$$

On peut Alors écrire une fonction $\Gamma(\tau_1, \tau_2)$ telle que :

$$\Gamma(\tau_1, \tau_2) = 4\pi^2 \bar{I}(x_l, x_p) j_j(x_l, x_p) = I^*(x_l, x_p) e^{i\gamma \kappa_d B'_z(x_l, x_p) T_E} j_j(x_l, x_p) \tag{IV.33}$$

De ce fait:

$$\begin{aligned} \langle T, \varphi \rangle &= \iint_{\infty} \left\{ \sum_{j=1}^n \Gamma(\tau_1, \tau_2) id \right\} \{ \varphi(\tau_1, \tau_2) \} d\tau_1 d\tau_2 \\ \langle T, \varphi \rangle &= \left\langle \sum_{j=1}^n \{ \Gamma(\tau_1, \tau_2) * id \}, \varphi(\tau_1, \tau_2) \right\rangle \\ T &= \sum_{j=1}^n \{ \Gamma(\tau_1, \tau_2) \} (id) \end{aligned} \tag{IV.34}$$

En remplaçant les différents termes par leurs valeurs respectives, l'expression de T devient :

$$\begin{aligned} T(\tau_1, \tau_2) &= 4\pi^2 \sum_{j=1}^n I^*(x_l, x_p) \cdot \exp[i\gamma \kappa_d B'_z(x_l, x_p) T_E] j_j(x_l, x_p) * id \\ T(\tau_1, \tau_2) &= 4\pi^2 \sum_{x_l, x_p, x_c} I^*(x_l, x_p) \cdot \exp[i\gamma \kappa_d B'_z(x_l, x_p) T_E] \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l} \right) \frac{\partial B'_z(x_l, x_p)}{\partial x_l}} \end{aligned} \tag{IV.34}$$

Cette solution est donnée suivant toutes les solutions x_l, x_p et x_c existantes :

$$\begin{cases} \tau_1 = x_l + \frac{B'_z}{g_l} & \text{IV-35} \\ \tau_2 = x_p & \text{IV-36} \\ 0 = x_c + \frac{B'_z}{g_c} & \text{IV-37} \end{cases}$$

IV.3.2. Cas d'une onde pluri-fréquentielle

Dans cette partie, nous prenons en compte une bande de fréquence. Dans ce cas, il y a une mise en résonance d'un volume de l'échantillon aux coordonnées (x_l, x_p, x_c) qui vérifient la relation précédente :

$$x_c + \frac{B'_z}{g_c} = \zeta \quad \text{Avec : } \zeta \in \left[-\frac{e_c}{2}, \frac{e_c}{2} \right]$$

L'intensité de l'image est donnée par le même type de calcul de la manière suivante :

$$T(\tau_1, \tau_2) = 4\pi^2 \int_{-\frac{ec}{2}}^{\frac{ec}{2}} \sum_{x_l, x_p, x_c} I^*(x_l, x_p, x_c) e^{i\gamma k_d B'_z(x_l, x_p, x_c) T_E} \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l} \right) \frac{\partial B'_z(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}} d\zeta \quad \text{IV.38}$$

$$\text{Avec } \tau_1 = x_l + \frac{B'_z}{g_l}; \quad \tau_2 = x_p; \quad \zeta = x_c + \frac{B'_z}{g_c} \quad \text{IV.39}$$

IV.4. Programmation sous MatLab

Le programme que nous avons développé effectue plusieurs simulations. Il simule l'artefact de susceptibilité magnétique qui se manifeste par les déformations géométriques à l'intérieur du plan de coupe, la déformation du plan de coupe et la distorsion d'intensité des pixels de l'image. Le but recherché est de réaliser l'image d'une coupe. L'épaisseur de la coupe n'est pas nulle, elle est égale à e_c . Nous sommes donc dans le cas pluri fréquentielle. Les séquences sont en écho de spin ou en écho de gradient. La présence du matériau ferromagnétique provoque bien sûr une modification de la cartographie du champ magnétique. Dans ce cas précis, grâce au programme développé, nous avons pu calculer l'intensité de chaque pixel de l'image. Pour effectuer cette tâche, nous sommes basés sur la relation qui lie la position des pixels aux coordonnées des noyaux mis en résonance par le champ B_0 , qui est donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_1 = x_l + \frac{B'_z}{g_l} \Rightarrow x_l = \tau_1 - \frac{B'_z}{g_l} \end{array} \right. \quad \text{IV.40}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_2 = x_p \end{array} \right. \quad \text{IV.41}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \zeta = x_c + \frac{B'_z}{g_c} \end{array} \right. \quad \text{IV.42}$$

(τ_1, τ_2) représente la position des pixels sur l'image et (x_l, x_p, x_c) représente les coordonnées du noyau mis en résonance. Ces trois équations permettent d'aboutir à une équation globale qui prend

en compte d'une part le champ magnétique induit, donc la modification de la cartographie du champ magnétique, et, d'autre part, les coordonnées des pixels sur l'image.

$$T(\tau_1, \tau_2) = 4\pi^2 \int_{-\frac{ec}{2}}^{\frac{ec}{2}} \sum_{x_l, x_p, x_c} I(x_l, x_p, x_c) \exp[i\gamma k_d B_z^*(x_l, x_p, x_c) T_E] \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z^*(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}} d\zeta \quad \text{IV.43}$$

Cette dernière relation signifie que l'intensité du pixel au point (τ_1, τ_2, ζ) est la somme des intensités des noyaux mis en résonance au point de coordonnées (x_l, x_p, x_c) dans le plan de coordonnée x_c . Ainsi, l'ensemble des plans se superposent sur l'image. On peut donc écrire dans le cas d'une séquence écho de spin ou $k_d=0$, que :

$$T(\tau_1, \tau_2) = 4\pi^2 \int_{-\frac{ec}{2}}^{\frac{ec}{2}} \sum_{x_l, x_p, x_c} I(x_l, x_p, x_c) \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z^*(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}} d\zeta \quad \text{IV.44}$$

Afin de simplifier l'expression précédente, on écrit :

$$T(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\frac{ec}{2}}^{\frac{ec}{2}} A(\tau_1, \tau_2, \zeta) d\zeta \quad \text{IV.45}$$

$$\text{Où } A(\tau_1, \tau_2, \zeta) = I(x_l, x_p, x_c) \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z^*(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}} \quad \text{IV.46}$$

Le champ induit $B_z'(x_l, x_p, x_c)$ peut être exprimé en fonction du rayon r du cylindre

$$r = (x_l^2 + x_p^2)^{1/2} \quad \text{IV.47}$$

$$B_z'(x_l, x_p, x_c) = \Delta B = |B_2| - |B_0| = B_0 \left(\frac{\chi_1 - \chi_2}{2\pi} A \frac{z^2 - x^2}{(x^2 - z^2)^2} \right) \quad \text{IV.48}$$

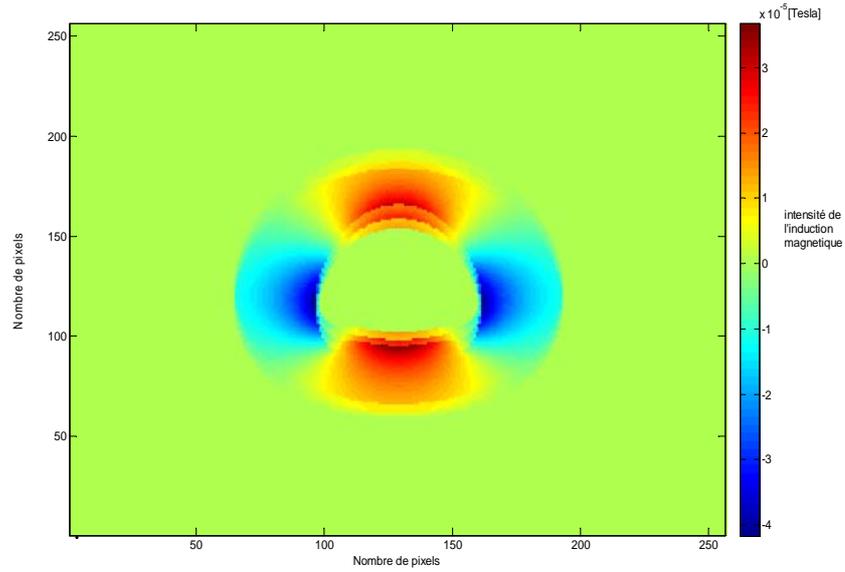


Figure IV.2 : répartition de l’induction magnétique $B_z'(x_l, x_p)$ autour de l’implant métallique

La combinaison de ces différentes équations (IV.40, IV.41, IV.47, IV.48) va nous permettre de déduire l’équation suivante :

$$\alpha_1 x_c^5 + \alpha_2 x_c^4 + \alpha_3 x_c^3 + \alpha_4 x_c^2 + \alpha_5 x_c + \alpha_6 = 0 \tag{IV.49}$$

C’est un polynôme de degré 5, de variable inconnue x_c . On obtient x_l et x_p par (IV.40, IV.41) :

$$\begin{cases} x_l = \tau_1 - \frac{B_z'}{g_l} \\ \tau_2 = x_p \end{cases}$$

La substitution de (IV.49) dans notre programme MatLab va permettre de visualiser l’image d’une coupe IRM suivant l’algorithme qui sera présenté dans le prochain paragraphe.

IV.4.1 Algorithme du programme développé sous MatLab

Pour afficher l’image, le calcul numérique de l’intensité des différents pixels (τ_1, τ_2) est nécessaire, ce qui est possible grâce à la relation (IV.45 et IV.46) :

$$T(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\frac{ec}{2}}^{\frac{e_c}{2}} A(\tau_1, \tau_2, \zeta) d\zeta \tag{IV.45}$$

$$\text{Où : } A(\tau_1, \tau_2, \zeta) = I(x_l, x_p, x_c) \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z^*(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}} \quad \text{IV.46}$$

On détermine ensuite, tous les points (x_l, x_p, x_c) de l'échantillon présents sur le pixel (τ_1, τ_2) , ce qui est possible grâce aux équations (IV.40, IV.41 et IV.42). Pour résoudre (IV.40 et IV.41) il faut résoudre (IV.42). Pour cela, il va falloir chercher les différentes solutions ou les zéros du polynôme de degré 5 donné par (IV.49).

$$\alpha_1 x_c^5 + \alpha_2 x_c^4 + \alpha_3 x_c^3 + \alpha_4 x_c^2 + \alpha_5 x_c + \alpha_6 = 0 \quad \text{IV.49}$$

L'algorithme est le suivant : (τ_1, τ_2)

Pour chaque pixel faire

Mettre $I(x_l, x_p, x_c) = 0$; initialisation

Pour chaque solution x_s du polynôme faire

Mettre $x_l = \tau_1 - \frac{B_z'}{g_l}$ et $\tau_2 = x_p$

Calculer $\rho(x_l, x_p, x_c), B_z'(x_l, x_p, x_c)$ et $\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z'(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}}$

Calculer $I = \frac{I(x_l, x_p, x_c)}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z'(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}}$

Fin

Fin

IV.5. La distorsion géométrique.

Les équations IV.40, IV.41 et IV.42 permettent d'obtenir l'intensité de l'image et de trouver les effets des perturbations magnétiques décrits dans [34, 35,36]. Les distorsions géométriques à l'intérieur d'un plan de coupe sont représentées par les figures (IV-3-a-b-c-d-e).

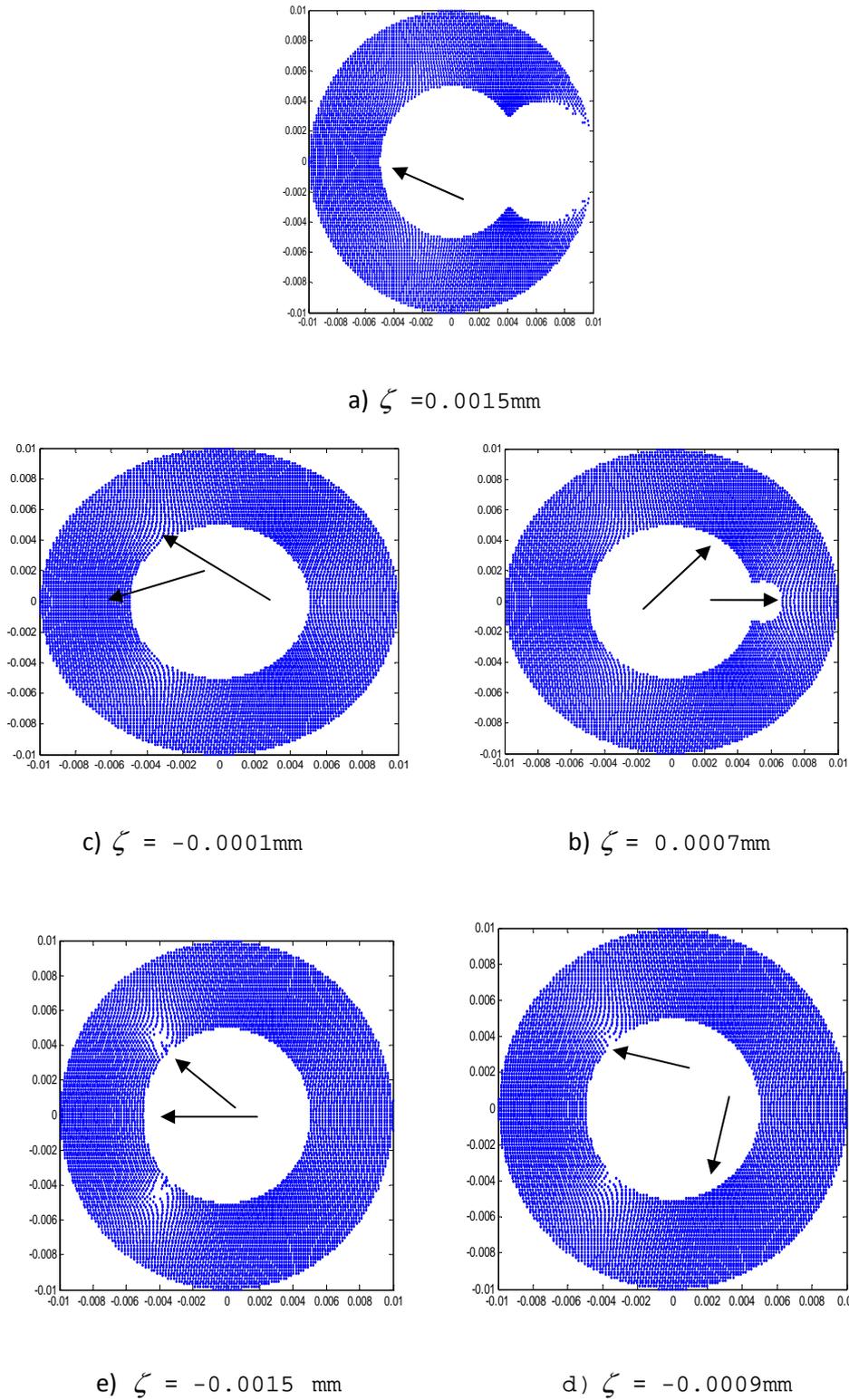


Figure IV.3 : Images d’une coupe transversale suivant (x_l, x_p) dans le plans $x_c = 0$
 Cette image montre de manière franche les distorsions suivant $(x_l, x_p, 0)$ à l’intérieur du plan de
 coupe En fonction de ζ .Valeurs (x_l, x_p) en millimetre.

IV.5. 1. Mise en évidence de la distorsion géométrique.

Afin de vérifier cette distorsion géométrique nous avons réalisé des mesures en utilisant un fantôme circulaire (figure IV-4) sur lequel nous avons greffé un objet ferromagnétique de forme géométrique simple (figure IV-5).

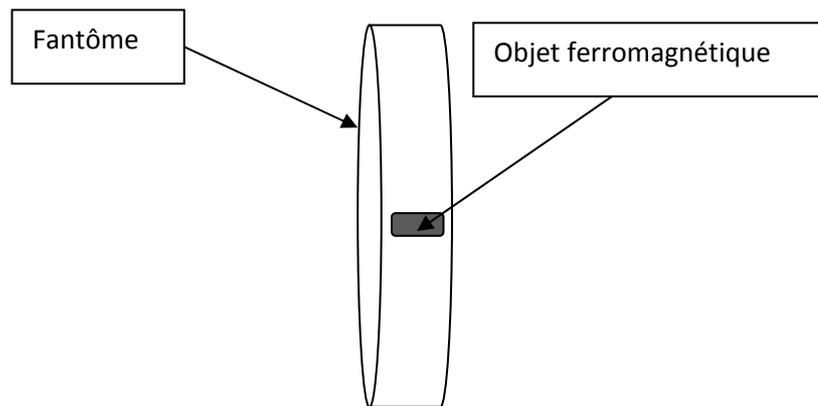


Figure IV.4: Montage réalisé sur le fantôme.
Dimensions de l'objet ferromagnétique : 25mmx16mmx1mm.

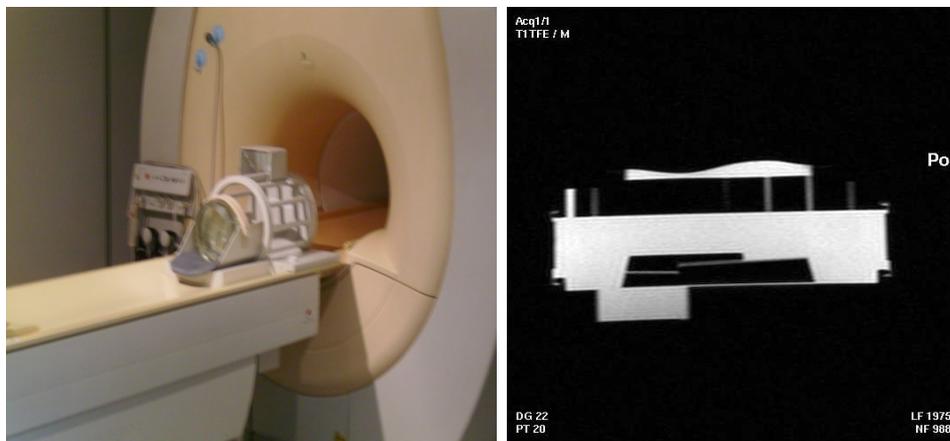


Figure IV.5: Coupe sagittale du fantôme PHILIPS 4522 130 95950/030714W :
(1000ml H₂O+770 mg CuSO₄-5H₂O+1ml arquad+0,15ml H₂SO₄-0,1N)

Nous avons donc réalisé par IRM des coupes axiales de ce montage en utilisant des séquences simples en spin écho, pondérées en T₁ puis pondérée en T₂, dont les paramètres sont donnés par le tableau IV-1.

PARAMETRES	T1 axiale	T2 axiale
Type d'appareil	Philips INERA 1,5T	Philips INERA 1,5T
Type d'antenne	Crane	Crane
Type de gradients	Hyper gradient	Hyper gradient
Ouverture champ (mm)	240	270
Epaisseur des coupes (mm)	5	5
Direction de coupe	Droite-Gauche	Droite-Gauche
Temps d'écho (ms)	14	110
Temps de répétition (ms)	64	90

Tableau IV-1 : Paramètres des coupes IRM réalisées.

Les images obtenues montrent bien l'apparition de distorsions géométriques (figure IV-6). En effet, une coupe axiale du fantôme devrait faire apparaître la forme circulaire de celui-ci, ce qui n'est pas le cas sur les images auxquelles nous avons abouti. De plus, loin de l'objet greffé la distance entre les points de référence n'est pas la même que celle entre les points situés à proximité de celui-ci. Sur l'image de droite de la figure IV-6 on observe une forme allongée du fantôme.

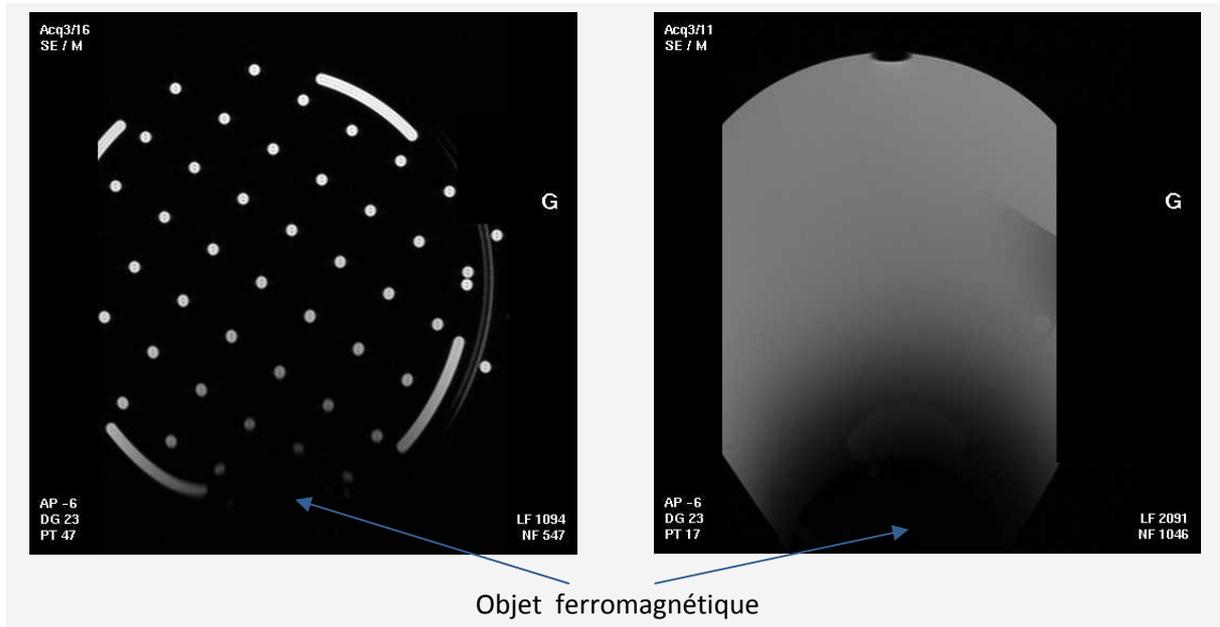


Figure IV.6 : Coupes axiales en spin écho du dispositif fantôme+objet ferromagnétique.

IV.5.2. Interprétation du processus de distorsion géométrique.

La perturbation du codage de l'image en fréquence se traduit par un déplacement des pixels de l'image selon la direction du gradient de lecture g_l , ce déplacement vaut :

$$\Delta L(x_l, x_p, x_c) = \frac{B'_z}{g_l} \quad \text{IV.50}$$

La relation (IV.50) met uniquement en cause le gradient g_l . La séquence écho de spin est donc caractérisée par l'absence de déformation dans la direction du gradient de phase, c'est l'avantage que présente cette séquence par rapport aux autres séquences, pour lesquelles le point P par exemple, serait représenté sur l'image par les coordonnées ci-dessous [37,38] :

$$\begin{cases} \tau_1 = x_l + \frac{B'_z}{g_l} & \text{IV.51} \\ \tau_2 = x_p + \frac{B'_z}{g_l} & \text{IV.52} \end{cases}$$

On considère le point $p(x_l, x_p, x_c)$ et le point $p'(x'_l, x'_p, x'_c)$. Ces deux points appartiennent à la surface de coupe et ils sont distants d'une valeur δ qui est donnée par :

$$\delta_l = x'_l - x_l \quad \text{IV.53}$$

$$\delta_p = x'_p - x_p \quad \text{IV.54}$$

Si (τ_1, τ_2) et (τ'_1, τ'_2) représentent respectivement la position des deux points P et P' sur l'image. Alors, en l'absence des hétérogénéités du champ magnétique, ces deux points sont reproduits sur l'image à la position :

$$\tau_1 = x_l \quad \text{IV.55}$$

$$\tau_p = x_p \quad \text{IV.56}$$

La distance D qui sépare ces deux points à l'intérieur du plan de coupe peut être calculée par la combinaison de (IV.53) et (IV.54) :

$$\begin{aligned} \delta_l &= \sqrt{(x'_l - x_l)^2 + (x'_p - x_p)^2} \\ D &= \sqrt{\delta_l^2 + \delta_p^2} \end{aligned} \quad \text{IV.57}$$

Si des inhomogénéités existent, alors les deux points seront reproduits sur l'image à la position :

$$\tau_1 = x_l + \frac{B'_z}{g_l} \quad \text{IV.58}$$

$$\tau_2 = x_p \quad \text{IV.59}$$

Et

$$\tau'_1 = x'_l + \frac{B'_z(x'_l, x'_p, x'_c)}{g_l} \quad \text{IV.60}$$

$$\tau_2' = x_p' \tag{IV.61}$$

La combinaison de (IV.53) à (IV.55) et (IV.58), ainsi que la combinaison de (IV.54) à (IV.56) et (IV.61) permettent de déduire (IV.62) et (IV.63):

$$\tau_1' = (\tau_1 + \delta_l) + \frac{B_z'(x_l', x_p', x_c') - B_z(x_l, x_p, x_c)}{g_l} \tag{IV.62}$$

$$\tau_2' = (\tau_2 + \delta_p) \tag{IV.63}$$

On peut déduire à partir de (IV.62) et (IV.63) la distance D' qui sépare les deux points P et P' sur l'image (IV.64) :

$$D' = \sqrt{\left[(\delta_l) + \frac{B_z'(x_l', x_p', x_c') - B_z(x_l, x_p, x_c)}{g_l} \right]^2 + (\delta_l)^2} \tag{IV.64}$$

La valeur de D' (IV.64), est différente de la distance D entre les deux points à l'intérieur de l'échantillon donnée par (IV.57). Donc il n'y a pas de préservation des distances sur l'image. Ainsi, si les variations du champ magnétique sont brutales deux points proches risquent d'être éloignés lors de l'affichage de l'image du plan de coupe. Le même phénomène se produira s'il y a une variation brutale des propriétés magnétiques entre deux milieux [39].

IV.5.3. Distorsions du plan de coupe

Nous avons par ailleurs, simulé les distorsions des plans de coupe. La figure IV.6.a, montre que la forme physique du plan de coupe n'est pas plane alors qu'elle devrait l'être théoriquement. Nous avons vérifié ce résultat sur la série de coupes que nous avons réalisée et nous avons confirmé ce phénomène (figure IV.7.b).

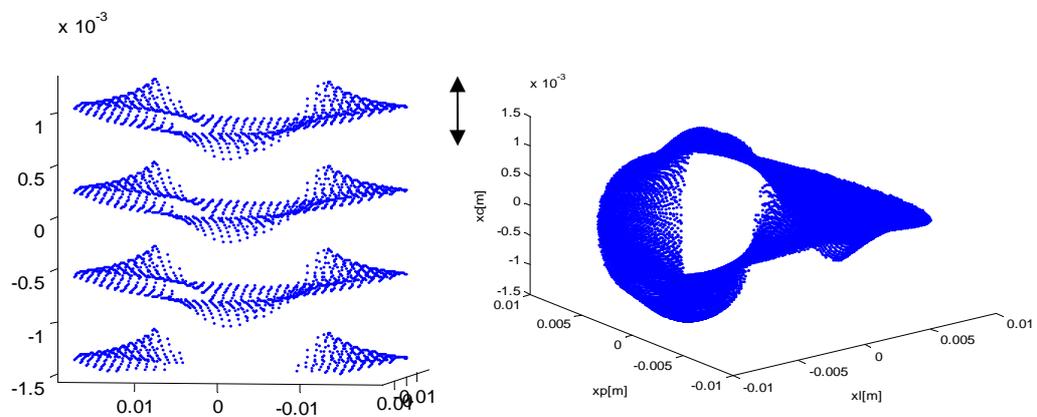


Figure IV-6.a : Distorsion des plans de coupe dans une épaisseur x_c de 3mm

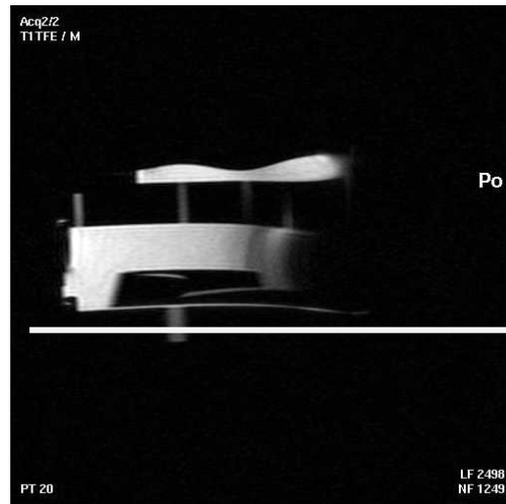


Figure IV.7.b : Mise en évidence de la distorsion du plan de coupe.

IV.6 Distorsion d'intensité

Les distorsions d'intensité des pixels peuvent directement être expliquées par la relation (IV.44), cette relation met en évidence ces perturbations. En effet, elles sont dues à la déformation du plan de coupe. Alors les équations (IV.40, IV.41 et IV.43) peuvent avoir plusieurs solutions, donc plusieurs points de l'échantillon sont associés au même pixel. Dans ce cas précis, il y a un hyper signal. Si le système d'équations (IV.40, IV.41 et IV.43) n'admet pas de solution donc il y a un hypo signal (figure IV-8.a), (figure IV-8.b) et (figure IV-8.c).

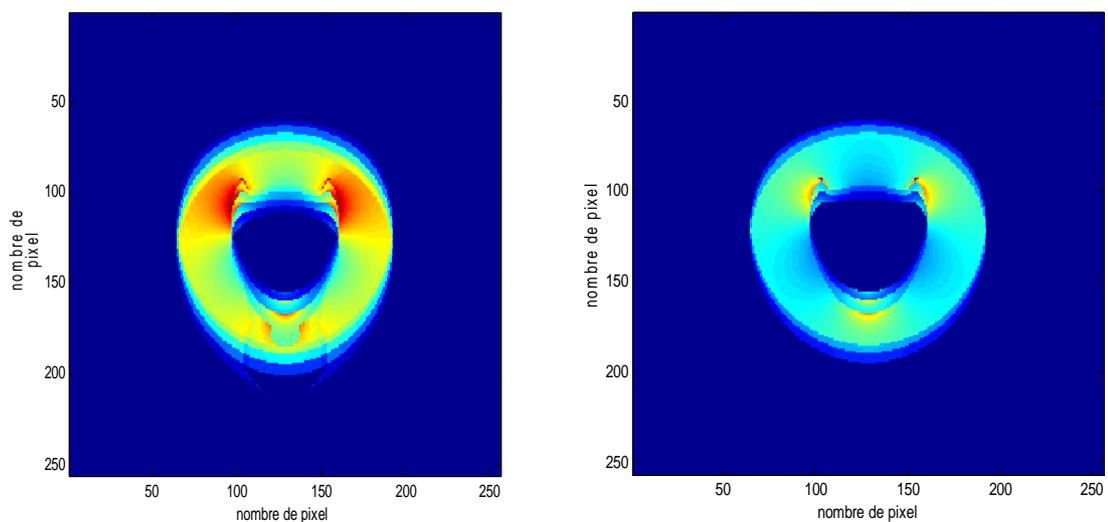


Figure. IV.8.a : Distorsions d'intensité des différents pixels de l'image. L'hyper signal est de couleur rouge et l'hypo signal est bleu clair.

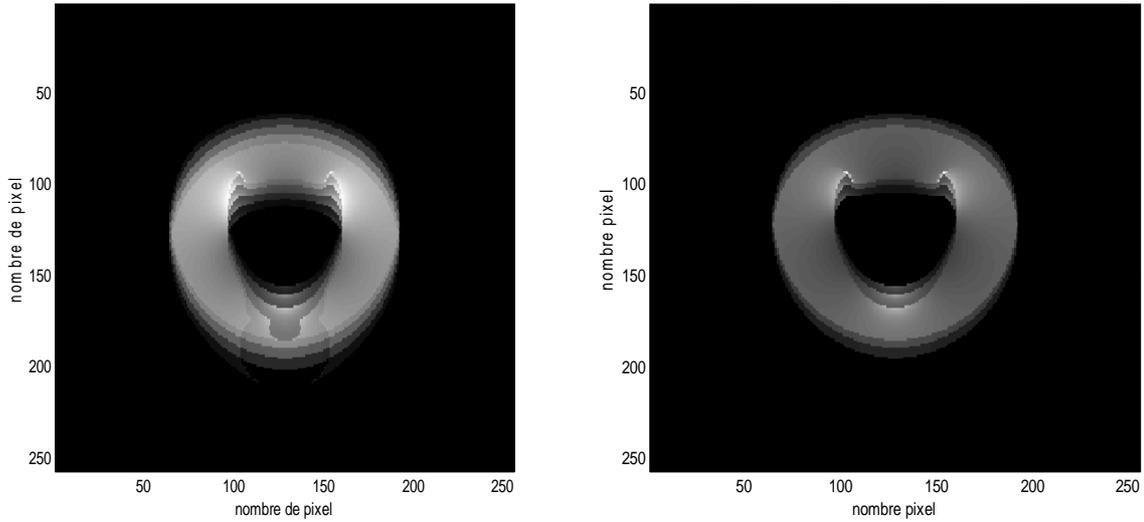


Figure. IV.8.b : Distorsions d'intensité des différents pixels de l'image. L'hyper signal est de couleur blanche

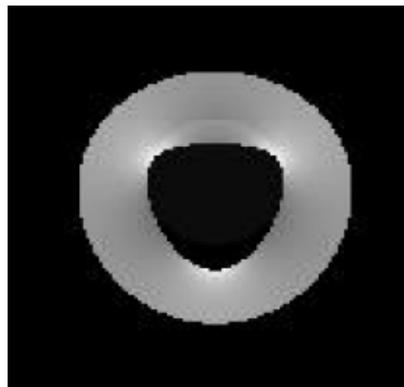


Figure. IV.8.c : Distorsions d'intensité des différents pixels de l'image. Image obtenue par simulation numérique Stéphane Balac (INSA de Lyon 2001).

On peut aussi associer cette perturbation d'intensité des pixels à la variation du champ magnétique

$B_z^*(x_l, x_p, x_c)$ suite à la direction du gradient de lecture par le terme :

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z^*(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}}$$

➤ Si : $B_z^*(x_l, x_p, x_c) > 0$ donc il est croissant suivant la direction du gradient de lecture donc

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z^*(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}} < 1$$

On a alors un hypo signal.

➤ Si : $B_z^*(x_l, x_p, x_c) < 0$ donc il est décroissant suivant la direction du gradient de lecture donc

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{g_l}\right) \frac{\partial B_z^*(x_l, x_p, x_c)}{\partial x_l}} > 1$$

On a alors un hyper signal.

Dans le cas où k_d est différent de zéro, le terme $\exp[i\gamma k_d B_z^*(x_l, x_p, x_c) T_E]$ agit sur l'intensité des pixels, c'est le cas de la séquence écho de gradient. C'est la raison pour laquelle, cette séquence est plus sensible aux variations de $B_z^*(x_l, x_p, x_c)$. Nous avons vérifié ce résultat sur les images que nous avons réalisées (figure IV-9).

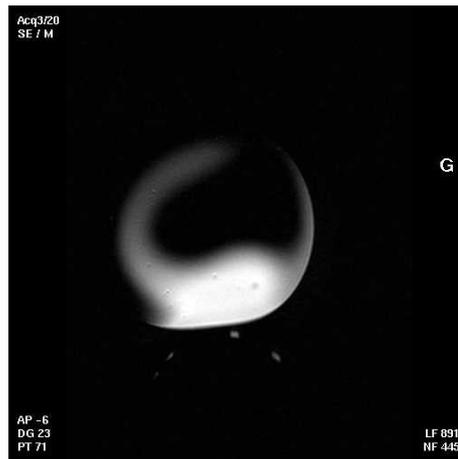


Figure. IV.9 : Mise en évidence des distorsions d'intensité des différents pixels de l'image.

IV.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons donné le model qui régit la formation de l'image IRM et les distorsions géométriques générés par le champ magnétique induit. Les résultats obtenus par simulation Matlab peuvent être utile pour l'investigation de matériaux nouveaux [40,41]. Nous avons aussi donné les différentes interprétations des différents phénomènes qui apparaissent pendant l'expérience.

Conclusion générale.

Depuis les années 1940, date à laquelle le phénomène de résonance magnétique nucléaire a été découvert, les appareils d'IRM n'ont cessé de se développer. Actuellement, il existe sur le marché des machines dont le champ magnétique principal atteint les sept Teslas. Ce qui permet à ces systèmes d'architecture complexe, de fournir des images de très haute qualité. Cependant, le problème des artefacts de susceptibilité magnétique provoqué par des implants métalliques reste toujours posé.

Le travail que nous avons réalisé contribue à faire développer des outils mathématiques d'aide à la correction des images artéfactées. Pour mieux cerner la question, nous avons étudié le phénomène de résonance magnétique nucléaire et notamment son application en imagerie. Nous nous sommes ensuite, intéressés aux mécanismes à l'origine des artéfacts dus à la modification de la cartographie du champ magnétique principal. Sur cette base, nous avons donc imaginé un modèle mathématique qui décrit parfaitement ces effets. A partir de cette modélisation nous avons développé un programme sous MatLab qui nous a permis d'étudier, en faisant varier certains paramètres, l'impact des implants sur le plan de coupe et sur la distorsion de celui-ci.

Cette étude a été basée notamment, sur les phénomènes magnétiques, car les appareils d'IRM utilisent un champ magnétique statique de forte intensité pour exciter les noyaux. La présence de prothèses orthopédiques ou d'implants métalliques altèrent significativement l'homogénéité de ce champ. Nous avons donc présenté les principaux types de matériaux magnétiques et leurs propriétés, puis avons calculé le champ magnétique induit par ces corps étrangers.

Grâce au programme développé sous MatLab, nous avons pu simuler des artefacts. Cette étape a nécessité une combinaison entre phénomènes magnétiques et reconstruction d'image. Nous avons montré analytiquement comment le champ magnétique induit peut affecter la formation du plan de coupe dans deux cas différents (onde mono fréquentielle et onde poly fréquentielle).

Les résultats obtenus, présentés dans le chapitre IV, montrent que le plan de coupe sélectionné n'a pas, en présence d'un corps ferromagnétique, une forme géométrique plane telle qu'elle devrait l'être théoriquement. Le champ magnétique induit perturbe une partie du plan de coupe et le rend ainsi non uniforme et distordu.

De plus, la perturbation causée par le champ magnétique induit, modifie également l'intensité des pixels de l'image et donne ainsi des artefacts. Des équations pour calculer ces intensités à différentes positions, ont été présentées au chapitre IV. Les résultats obtenus montrent clairement que l'intensité des pixels est modifiée par la présence d'objets métalliques.

Par ailleurs, nous avons également constaté des distorsions géométriques, car il n'y a pas de préservation des distances sur l'image. Ainsi, en présence de variations brutales du champ magnétique principal, deux points proches risquent d'être éloignés lors de la reconstruction de l'image du plan de coupe.

Les résultats issus de la modélisation et les images simulées ont été validés par des images réelles que nous avons obtenues grâce à un dispositif expérimental monté autour d'un fantôme de contrôle de qualité en IRM.

L'ensemble de nos résultats, tant sur le plan théorique que sur le plan expérimental, montre qu'il est possible d'envisager dans un travail plus approfondi, de développer des codes de calcul qui permettraient de traiter les images d'IRM artefactées, afin d'en extraire les images réelles. Cependant, il apparaît clairement que cette tâche n'est pas aussi aisée qu'on pourrait l'imaginer, car il faudra connaître avec précision la nature, la géométrie, les propriétés ferromagnétiques et la position spatiale de l'implant ou de la prothèse. De tels codes, permettraient alors de prendre en charge en matière d'IRM, de nombreux patients porteurs de ce type d'objets, si bien sûr aucune contre-indication à l'examen n'est constatée.

Références

- [1] BLOCH F., *Nuclear Induction*. Physical Review, 70: 461-475, 1946.
- [2] PURCELL E.M., TORREY H.C. ET POUND R.V., *Resonance Absorption by Nuclear Magnetic Moments in a Solid*. The Physical Review, 69: 143, 1946.
- [3] DAMADIAN R., *Tumors Detection by Nuclear Magnetic Resonance*. 171: 1151-1153, 1971.
- [4] LAUTERBUR P.C., *Image Formation by Induced Local Interactions: Examples Employing Nuclear Magnetic Resonance*. Nature, 242: 190-191, 1973.
- [5] HOLLAND G.N., HAWKES R.C. ET MOORE W.S., *NMR tomography of the brain. Coronal and sagittal sections*. J. Comput. Assist. Tomogr., 4: 429-433, 1980.
- [6] HUTCHISON J.M.S., EDELSTEIN W.A. ET JOHNSON G., *A whole-body NMR imaging machine*. J. Phys. E: Sci. Instrum., 13: 947-955, 1980.
- [7] BELLIVEAU J.W., KENNEDY D.N., MCKINSTRY R.C., BUCHBINDER B.R., WEISSKOFF R.M., COHEN M.S., VEVEA J.M., BRADY T.J. ET ROSEN B.R., *Functional Mapping of the Human Visual Cortex by Magnetic Resonance Imaging*. Science, 254(5032): 716-719, 1991.
- [8] OGAWA S., LEE T.M., NAYAK A.S. ET GLYNN P., *Oxygenation-Sensitive Contrast in Magnetic Resonance Image of Rodent Brain at High Magnetic Fields*. Magn. Reson. Med., 14: 68-78, 1990.
- [9] ALAUX, A., *L'Image par Résonance Magnétique*, Ed. Sauramps médical, Montpellier, 1994.
- [10] H. BENOIT-CATTIN, G. COLLEWET, B. BELAROUSSI, H. SAINT-JALMES, AND C. ODET. *The SIMRI project: a versatile and interactive MRI simulator*. J Magn Reson Imaging, 173:97-115, 2005.
- [11] A. N. GARROWAY, P. K. GRANNEL ET P. MANSFIELD (1974). *Image formation in NMR by a selective irradiative process*. J Phys C Solid State Phys, 7:L457.
- [12] STEPHANE BALAC, *Artefacts de susceptibilité magnétique en IRM. Étude du problème de magnétostatique et simulation numérique*. Thèse de doctorat, Université de Rennes 1, Renne, 1997
- [13] D. B. TWIEG (1983). *The k-trajectory formulation of the NMR imaging process with applications in analysis and synthesis of imaging methods*. Med Phys, 10(5):610-21.
- [14] S. A. LJUNGGREN (1983). *A simple graphical representation of Fourier-based imaging methods*. Journ. Magn Res, 54:338.
- [15] A. HAASE, J. FRAHM, D. MATTHAEI, W. HANICKE ET K. D. MERBOLDT (1986). *Flash imaging. rapid NMR imaging using low flip-angle pulses*. J Magn Res, 67:258-266.
- [16] M. K. STEHLING, R. TURNER ET P. MANSFIELD (1991). *Echo-planar imaging: magnetic resonance imaging in a fraction of a second*. Science, 254(5028):43-50.

- [17] P. MANSFIELD (1977). *Multi-planar image formation using NMR spin echoes*. J Phys C Solid State Phys, 10:L55–L58.
- [18] G. LIU, G. SOBERING, J. DUYN ET C. T. MOONEN (1993). *A functional MRI technique combining principles of echo-shifting with a train of observations (PRESTO)*. Magn Reson Med, 30(6):764–8.
- [19] KITTEL C. *Introduction to solid State Physics*. 7th ed .New York: 7th , 1995, 688 p.
- [20] SENFTLE F.E., Thorpe A. *Magnetic susceptibility of normal liver and transplantable hepatoma tissue* .Nature, 1961, vol.190, pp.410-413.
- [21] D.B.HINSHAW ET AL., *Dental material artifacts on MR images*. Radiology, 166:777-779, 1988
- [22] SEKIHARA K., KURODA M., KOHNO H., *Image restoration from nonuniform magnetic field for influence direct Fourier NMR imaging*. Physics in medicine and Biology, 1984, vol29, n°1, pp.15-24
- [23] JEZZAR P., BALABAN R. S. *Correction for Geometric distortion in echo planar imaging from B_0 field variation* .Magnetic Resonance in medicine, 1995, vol.34, pp.65-73.
- [24] REBER PJ, WONG EC, BUXTON RB, FRANK LR. *Correction of off resonance-related distortion in echo-planar imaging using EPI-based field maps*. Magn Reson Med. 1998 Feb; 39(2):328-30
- [25] CHEN NK, WYRWICZ AM. *Correction for EPI distortions using multi-echo gradient-echo imaging*. Magn Reson Med. 1999 Jun; 41(6):1206-13.
- [26] P.NEW ET AL. *Potential hazards and artifacts of ferromagnetic and nonferromagnetic surgical and dental materials and devices in nuclear magnetic resonance imaging*. Radiology, 147:139-148, 1983.
- [27] JOHANNES M. PEETERS ET AL , *Magnetic resonance imaging of microstructure transition in stainless steel* , Magnetic resonance imaging, 24(2006) 663-672
- [28] M.ABELE ET AL. *Compensation of field distortion with ferromagnetic material and permanent magnets*. J.Appl.Phys. 75:6990-6992, 1994.
- [29] C.M.LAI. *Reconstruction NMR images under magnetic fields with large inhomogeneities* . J.Appl.Phys., 15 :1093-1099, 1982.
- [30] L.H.BENNETT, P.S.WANG, AND M.J.DONAHUE., *Artifacts in magnetic resonance imaging from metals*. J.Appl.Phys. 79:4712-4714, 1996.
- [31] MOERLAND M. A., BEERSMA R., BHAGWENDIENT R., ET AL. *Analysis and correction of geometric distortions in 1.5T magnetic resonance images for use in radiotherapy treatment planning*. Physics in Medicine and Biology, 1995, vol.40, pp.1651-1664.
- [32] C.J.G. BAKKER, R. BHAGWANDIEN, M.A. MOERLAND, M. FUDERER., *Magnetic resonance images* Magnetic Resonance Imaging, Volume 11, Issue 4, 1993, Pages 539-548
- [33] BALAC S, CALOZ G, CATHELINIEAU G, CHAUVEL B, DE CERTAINES JD. *Integral method for numerical simulation of MRI artifacts induced by metallic implants*. Magn Reson Med. 2001 Apr; 45(4):724-7.

-
- [34] LÜDEKE KM, RÖSCHMANN P, TISCHLER R. *Susceptibility artifacts in NMR imaging*. Magn Reson Imaging. 1985; 3(4):329-43.
- [35] A ERICSSON ET AL 1988 *Calculation of MRI artifacts caused by static field disturbances* Phys. Med. Biol. **33** 1103-1112.
- [36] SCHENCK, JF. *The role of magnetic susceptibility in magnetic resonance imaging: MRI magnetic compatibility of the first and second kinds*. Med Phys. 1996 Jun; 23(6):815-50. Review.
- [37] P.G.MORRIS. *Nuclear magnetic resonance imaging in medicine and biology*. Clarendon Press, Oxford, 1986
- [38] M.O'DONNELL AND W.A.EDELSTEIN. *NMR imaging in the presence of magnetic field inhomogeneities and gradient field non linearities*. Med.Phys.,12:20-26,1985.
- [39] JACKSON, J.D. (1975) *Classical electrodynamics* .John Wiley
- [40] CHAUVEL B, CATHELINEAU G, BALAC S, LECERF J, DE CERTAINES JD. *Cancellation of metal-Induced MRI artifacts with dual-component paramagnetic and diamagnetic material: mathematical modelization and experimental verification*. J Magn Reson Imaging. 1996 Nov-Dec; 6(6):936-8.
- [41] OLSSON MB, WIRESTAM R, PERSSON BR. *A computer simulation program for MR imaging: application to RF and static magnetic field imperfections*. Magn Reson Med. 1995 Oct; 34(4):612-7.

Programme MatLab de simulation de l'artefact causé par un implant métallique

```

clear all
clc
format long
ii=1;jj=1;kk=1;
id=1;
np1=256;
xm=[1e2 -1e-5 0];%[1e-6 -1e-5 0]
mu1=1+xm (1);mu2=1+xm (2);mu0=4*pi*1.e-7;
B0=1.5;H0=B0/mu0;
g= [1e-2 1e-2 1e-2];
Surface=0.000157;%surface du cylindre 2*pi*r^2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
X=[];Y=[];Z=[];W=[];v=[];v1=[];v2=[];%#ok<*NASGU>
v3=[];V1=[];V2=[];
xl=[];xp=[];xs=[];
xlz1=[];xlz2=[];xlz3=[];xpz1=[];xpz2=[];xpz3=[];xsz1=[];xsz2=[];xsz3=[];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%b_ind_zone:champ induit pour les differentes zone
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
bz3= [];bz31= [];bz2=[]; bz1=[]; %B INDUIT ZONE 2
ints=[];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%r_zone:le rayon des différentes zone
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
r1=.5e-2; % .5e-2; %en mètre
r2=1e-2 ; %1e-2;
r=[];
rz1=[];R=[];rz3=[]; r3=[];
z3=[];z2=[];z1=[];
rz2=[];rz1=[];
lr=4e-2;lp=4e-2;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%au cas ou le repere plan de coupe et laboratoire sont dephasés
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
beta=0; %l'angle de déphasage entre les deux repère
nl=[cos(beta) sin(beta) 0]; %projection sur labo de slice frame
np=[-sin(beta) cos(beta) 0];
ns=[0 0 1];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%plynom avec constantes ec, zeta ferromagnetique ou paramagnetique
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
n=1;
ec=0.003; %initialisation épaisseur de coupe en mètre ec=0.003m
%zeta=ec/3 ya solution

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%constante alphaa,betaa,gammaa,deltaa,a et b zone vide paramagnetique
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
deltaa=((2*H0*(r1^2)*(r2^2)*(mu2-mu1))/((r1^2)*((mu2^2)+mu1-mu2-...
(mu1*mu2))-(r2^2)*(mu2+mu1+(mu2^2)+mu1*mu2)));
gammaa=(1/(mu2-mu1))*(H0*(mu2-mu1)+(deltaa/(r1^2))*(mu2+mu1));
alphaa=gammaa+(deltaa/(r1^2));
betaa=(gammaa*(r2^2))+deltaa;

```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% passage vers la zone air ou vide %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%a=0; %valeur de a,b present initialement (0,betaa)
%b=mu0*betaa;
%testmtxvide1
%testmtxvide2
zetta=[0.0015,0.0007,-0.0001,-0.0009,-0.0015];
for ir=1:1:np1 %np1 nombre de pixel
    for ip=1:1:np1 %(ir,ip) coordonees du pixel
        ints(ir,ip)=0; %initialiser l'intensite
        bz2(ir,ip)=0;
        %for zetta=-0.0015:0.0008:0.0015 %additioner les intensites
            for ids=1:1:5
                zetta=zetta(ids);
                %zeta=ec/5 ;
                tau1=-((lr/2)+(ir-1)*lr/(np1-1));
                tau2=-((lp/2)+(ip-1)*lp/(np1-1));
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
B=(g(3)/g(1));
A=(tau1^2+tau2^2)+(B^2*zeta^2)-(2*tau1*B*zeta);
C=(2*tau1*B)-(2*zeta*B^2);
D=(B0*surface*(mu1-mu2))/(2*pi*g(3));
c1=B^4;%coef xc^5
c2=(2*B^2*C)-(zeta*B^4);
c3=(2*B^2*surface)-(zeta*2*B^2*C)+C^2;
c4=(2*A*C)-(C^2*zeta)-(zeta*2*B^2*A)+(D*B^2);
c5=(A^2)-(zeta*2*A*C)+(2*tau1*B*D)-(2*D*B^2*zeta);
c6=(D*tau1^2)+(D*B^2*zeta^2)-(2*tau1*B*zeta*D)-(D*tau2^2);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
p=[c1 c2 c3 c4 c5 c6];
xc=roots(p);
empty_matrix
matrice_vider=isempty(xc);
%matrice_vider une sous fonction qui permet d'arreter le programme en cas
% ou la matrice est vide
k=1 ; % l'indice k du vecteur xc(k)
reel(k)=isreal(xc(k));
while ((matrice_vider==0)&&(numel(xc)>=k))%matrice non vide et dim sffisante
    while ((reel(k)==1)&&(numel(xc)>=k));%teste des reels avec de matrice
        empty_matrix %superieur a l'indice k
        if (xc(k)<(-ec/2))|| (xc(k)>(ec/2))%teste reel qui n'appartient pas à
            xc(k,:)=[]; %l'intervalle[-ec/2,+ec/2]puis
            empty_matrix %l'eliminé
            if numel(xc)<k ; %dimension vecteur inferieur à
                %disp('ici pas de reel correspondant')
                break %l'indice
            end
            reel(k)=isreal(xc(k)); % case eliminee donc elle sera remplacée
            reel(k); %par l'element de la case k+1 donc
        else %l'indice reste le meme
            k=k+1; %la case suivante
            if numel(xc)<k ; %dimension vecteur inferieur à l'indice
                break
            end
            empty_matrix
            reel(k)=isreal(xc(k));
        end
    end
    if numel(xc)<k ; %dimension vecteur inferieur à l'indice
        break
    end
    empty_matrix

```

