

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique
Université de Constantine
Faculté des sciences de l'ingénieur
Département d'électronique

N° d'ordre :

Série :

Mémoire Présenté
En vue d'obtention d'un Diplôme de Magister
En Electronique
Option
Micro ondes
Thème

CARACTERISATION D'UNE ANTENNE
MICRO-RUBAN DE FORME
TRIANGLE EQUILATERAL PIEGEE.
EFFET DE L'ANISOTROPIE UNIAXIALE.

Présenté Par:
Linda Djouablia

Devant le jury:

President:	Mr M. BENSLAMA	Professeur	Université de Constantine
Rapporteur :	Mr A. BENGHALIA	Professeur	Université de Constantine
Examineurs:	Mme S. LASSOUED	Professeur	Université de Constantine
	Mr M. L. RIABI	Professeur	Université de Constantine
Invité :	Mr T. FORTAKI	Maitre Assistant	Université de Batna

Soutenu le: 06 / 07 / 2005

DEDICACES

A la mémoire de mon père,

A la mémoire de mon oncle et ma grand mère,

A ma petite fille RAWENE,

A ma mère, ma famille et mon mari,

A mes amis.

INTRODUCTION GENERALE

Le concept des antennes micro-rubans a été introduit en premier dans les années cinquante au USA, suite aux travaux de Deschamps, et en France par Gutton et Baissinot. Après Lewin examina la radiation des discontinuités de la ligne à ruban. D'autres études ont été menées à la fin des années soixante par Kalol qui a étudié le modèle rectangulaire, mais les travaux originaux de Deschamps n'ont pas été reportés en littérature qu'au début des années soixante-dix. Après Byron a défini les caractéristiques d'un ruban conducteur séparé de son plan de masse par une couche mince d'un substrat diélectrique [1].

Durant ces dernières années un nombre considérable de travaux a été reportés en littérature sur les applications et les performances des antennes micro-rubans. Plusieurs formes et géométries ont été examinées. Le courant maintenant se dirige vers la commercialisation et la gestion des systèmes de communication, et développer des antennes à faible profile avec un coût moindre, un poids léger, et qui sont capables de maintenir une grande performance sur un large spectre de fréquences. Avec une simple géométrie, les antennes à rubans offrent plusieurs avantages qui ne sont pas exhibés par d'autres configurations d'antennes, par exemple en plus des avantages suscités, elles sont simples à réaliser. De nos jours les fabricants des antennes micro-rubans utilisent la technologie du circuit imprimé, compatible avec MMIC (microwave and millimeter wave integrated circuit), et ont l'habilité de s'adapter avec les surfaces planaires ou non planaires ; de plus la forme et le mode opératoire de l'élément imprimé sont choisis et sélectionnés [1].

En dépit de plusieurs avantages, les antennes micro-rubans possèdent quelques inconvénients considérables, parmi lesquels : leur bande de fréquences étroite due à sa nature résonnante, leur capacités de puissance limitée, une pureté de polarisation très faible, et des problèmes de fabrication. Pendant plus de deux décennies les chercheurs scientifiques ont développé plusieurs méthodes pour augmenter la largeur de bande de l'antenne micro-ruban.

Cependant si la largeur de bande de l'antenne micro-ruban peut être élargie, on peut l'utiliser comme antenne duale pour la deuxième et troisième génération des systèmes de communications mobiles.

Récemment Joo Seang Jeon [2] a réalisé une étude sur des antennes micro-rubans avec ruban rectangulaire et d'autres avec patch triangulaire pour améliorer les performances des systèmes de la troisième génération des communications mobiles (IMT-2000 et PCS).

Dans ce travail nous nous intéresserons à l'étude d'une antenne micro-ruban avec un patch triangulaire (un triangle équilatéral). Notre étude est une exploration de la technique du domaine spectral. Cette méthode en effet est un outil très performant pour la résolution des problèmes électromagnétiques liés aux structures planaires. En partant des équations de Maxwell et en appliquant les transformées de Fourier, nous aboutissons aux équations intégrales finales, en prenant en considération les conditions aux bords de la structure. Ces équations expriment une relation entre les composantes du champ magnétique, la distribution des courants surfaciques, et les fonctions de Green. La méthode des moments permet la résolution de ces équations en choisissant un ensemble de fonctions de base convenable. L'application de la procédure de Galerkin nous permet d'aboutir enfin à un système d'équations linéaires et homogènes à partir desquelles nous calculerons la fréquence de résonance de l'antenne.

Dans l'étude que nous allons mener, l'effet d'un substrat isotrope, l'effet de l'anisotropie et l'influence du superstrat sur les performances de l'antenne sera pris en considération, tout en calculant les différents paramètres influents sur la fréquence de résonance et la bande passante.

Notre manuscrit est divisé en trois chapitres, trois annexes et une bibliographie, il est présenté comme suit:

»**Le chapitre 1** : Dans ce chapitre nous donnerons un aperçu général sur les éléments constituant une antenne micro-ruban simple ainsi que l'effet des ondes de surfaces. Nous discuterons aussi de quelques méthodes d'excitations de cette dernière et leurs applications.

»**Le chapitre 2** : Ce chapitre résume l'ensemble des étapes de calcul de la fréquence de résonance d'une antenne triangulaire avec un substrat anisotrope et un superstrat isotrope, basé sur la méthode spectrale. Nous commencerons par l'évaluation du tenseur de Green en partant des équations de Maxwell et en considérant les conditions aux limites de la structure. Ensuite une équation intégrale sera déduite à partir des transformées de Fourier. Cette équation intégrale sera réduite en une équation

matricielle en utilisant la procédure de Galerkin issue de la méthode des moments dans le domaine de Fourier. La fréquence de résonance sera calculée à partir de l'équation caractéristique.

»**Le chapitre 3** : Dans ce chapitre l'étude à été élargie à l'analyse d'une antenne à plaque de forme triangle équilatéral. Un choix approprié des fonctions de base sera fait. Vu la complexité de la structure considérée, la transformée de Fourier des fonctions de base sera calculée analytiquement en utilisant une méthode mathématique appelée 'la méthode de l'élément de référence'. En tenant compte de l'effet de l'isotropie, de l'anisotropie uniaxiale du substrat, et l'existence d'un superstrat ; des résultats sur L'influence de l'épaisseur et de la permittivité diélectrique du substrat ainsi que les dimensions de l'élément rayonnant seront donnés et discutés. Nos résultats seront comparés avec les données expérimentales et théoriques disponibles dans la littérature.

Enfin nous terminerons par une conclusion générale, nous y mentionneront les phases importantes de notre travail et les problèmes rencontrés, et nous proposerons des suggestions pour des études complémentaires concernant notre thème.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	2
------------------------------------	---

Chapitre 1 : LES ANTENNES MICRO-RUBANS

<i>1-1 INTRODUCTION</i>	6
<i>1-2 LES PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DES ANTENNES MICRO-RUBANS</i>	6
<i>1-2-a Les couches métalliques conductrices</i>	7
<i>1-2-b Le substrat</i>	8
<i>1-2-c Les ondes de surfaces</i>	8
<i>1-3 LES METHODES D'EXCITATIONS</i>	9
<i>1-4 EVALUATION ANALYTIQUE D'UNE ANTENNE A PATCH</i>	12

Chapitre 2 : MISE EN EQUATION DU PROBLEME

<i>2-1 INTRODUCTION</i>	15
<i>2-2 TRANSFORMEE VECTORIELLE DE FOURIER</i>	16
<i>2-3 EVALUATION DU TENSEUR SPECTRAL DE GREEN</i>	16
<i>2-3-a Matrice de transfert TE et TM</i>	19
<i>2-4 EQUATION INTEGRALE DU CHAMP ELECTRIQUE</i>	25
<i>2-5 SOLUTION DE L'EQUATION INTEGRALE PAR LA METHODE DES MOMENTS</i>	27
<i>2-6 FREQUENCE DE RESONANCE ET BANDE PASSANTE</i>	29

Chapitre 3 : DISCUSSIONS ET INTERPRETATIONS DES RESULTATS NUMERIQUES

<i>3-1 INTRODUCTION</i>	32
<i>3-2 EVALUATION DES ELEMENTS DE LA MATRICE IMPEDANCE</i>	32
<i>3-3 CHOIX DES FONCTIONS DE BASE</i>	34
<i>3-4 CALCUL DE LA TRANSFORMEE DE FOURIER DES DENSITES DE COURANT</i>	35
<i>3-5 DETERMINATION DE LA FREQUENCE DE RESONANCE</i>	36

3-6 COMPARAISON DES RESULTATS NUMERIQUES	36
3-6-a- <i>Variation de la fréquence de résonance en fonction des dimensions du patch</i>	37
3-6-b- <i>Variation de la fréquence de résonance et la bande passante en fonction des paramètres du substrat</i>	38
3-7 EFFET DE L'ANISOTROPIE UNIAXIALE	47
3-7-a- <i>Variation de la fréquence de résonance en fonction de ϵ_x et ϵ_z</i>	47
3-7-b- <i>Effet de l'épaisseur d'un substrat anisotrope sur la variation de la fréquence de résonance et la bande passante</i>	49
3-8 EFFET DU SUPERSTRAT	50
3-9 CONCLUSION	55
CONCLUSION GENERALE	57
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	60
ANNEXES	
<i>Annexe 1</i>	64
<i>Annexe 2</i>	65
<i>Annexe 3</i>	66

1-1-INTRODUCTION:

Pendant des décennies de recherches il a été prouvé que la performance et l'efficacité des antennes micro-rubans est poussée surtout par la géométrie de l'élément imprimé ("patch" en anglais, "pavé ou motif" en français) et les caractéristiques du matériau constituant le substrat sur lequel l'élément est implanté. La première analyse mathématique d'une large variété de formes de patch constituant les antennes micro-rubans a été publiée en 1977 par Lo et Al, qui ont utilisé la technique du développement modale (relatif aux modes) pour analyser les antennes avec patch rectangulaire, circulaire, semi circulaire, et triangulaire. Des rapports similaires sur des techniques d'analyses avancées ont été publiés par Derneryd, Shen et Carver et Coffey. A partir de 1978, l'antenne à patch est devenue de plus en plus connue et utilisée dans des systèmes de communications modernes [3].

Pendant plus de deux décennies les chercheurs ont développés plusieurs méthodes et techniques pour augmenter la largeur de bande de l'antenne à patch. La majorité de ces techniques entraînent l'emplacement, l'ajustage, et/ou le type d'éléments utilisés pour exciter l'antenne, mais l'approche la plus simple et directe est d'augmenter l'épaisseur du substrat, et utiliser des substrats avec faible constante [4], ceci peut augmenter la bande passante (de plus de 35%) [3], cependant les ondes de surfaces doivent être incluses.

La forme de l'élément imprimé implanté sur le substrat de l'antenne micro-ruban est aussi d'une importance considérable. Des études récemment réalisées ont montré que la forme du patch influe sur les paramètres de l'antenne, à savoir : la fréquence de résonance, la bande passante, le champ rayonné dans des zones lointaines et le gain de l'antenne.

1-2-LES PRINCIPALES CARACTERISTIQUES DES ANTENNES MICRO-RUBANS:

Comme le montre la figure (1-1), les antennes micro-rubans conventionnelles consistent en une paire de couches conductrices (le plan de masse et l'élément de rayonnement) disposées en parallèles et séparées par un substrat diélectrique.

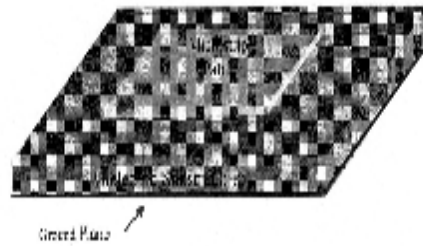


Figure (1-1): Géométrie typique d'une antenne micro-ruban

1-2-a-Les couches métalliques conductrices:

La couche conductrice supérieure ou "patch" est la source de radiation où l'énergie électromagnétique est dissipée aux bords du patch et à l'intérieur du substrat. La couche conductrice inférieure joue le rôle d'un plan de masse parfaitement réflecteur. Une grande partie de l'énergie retourne à travers le substrat et dans l'espace libre.

Physiquement le patch est un conducteur mince, et dans la plupart des applications pratiques il est de forme rectangulaire ou circulaire, mais en général d'autres géométries sont possibles à tester et utiliser, dont la forme triangulaire.

1-2-b-Le substrat:

Les matériaux du substrat commercialisés sont disponibles pour l'utilisateur en RF et en micro ondes, spécialement pour les antennes micro-rubans et les circuits imprimés.

La sélection du matériau est basée sur les caractéristiques désirées de ce dernier pour des performances optimales selon la spécification et les classes des fréquences. Les substrats doivent être de permittivité relative faible ($\epsilon_r \leq 3$) de façon à permettre le rayonnement, en évitant le confinement des champs dans la cavité comprise entre le patch et le plan de masse. La classe des valeurs de la constante diélectrique du substrat s'étale de 2.2 à 12 pour opérer aux fréquences allant de 1 à 100GHZ, et les matériaux les plus couramment utilisés sont des composites à base de téflon ($2 \leq \epsilon_r \leq 3$, $et, tg d \approx 10^{-3}$), du polypropylène ($\epsilon_r = 2.18$, $et, tg d = 3.10^{-4}$) ainsi que des mousses synthétiques contenant beaucoup de minuscules poches d'air ($\epsilon_r = 10.3$, $et, tg d \approx 10^{-3}$) [4].

Plusieurs matériaux sont actuellement en études. En 2002 Keith huie [3], a approuvé que les antennes avec substrat contenant des cristaux photoniques (une classe de diélectriques périodiques métalliques) ou une structure composite, peuvent réduire les ondes de surfaces et interdisent la formation des modes du substrat, et conduisent à réduire les lobes secondaires résultantes. Cette recherche a été vérifiée à travers des simulations analytiques et des investigations expérimentales à Virginia Technology Anaechoic Chamber au USA.

Une autre technologie récemment utilisée pour les applications d'antennes, est l'utilisation des matériaux Chiral et le milieu bianisotropique généralisé (general bianisotropic media). Filiberto et son équipe [5], ont démontré que cette technique produit certaines propriétés intéressantes et utiles, tel que l'amélioration de la directivité et la largeur de bande, le transfert de fréquences, le contrôle du modèle de radiation, et la réduction du volume de l'antenne pour une fréquence d'opération donnée.

L'épaisseur du substrat est d'une importance considérable pour l'antenne micro-ruban, car la meilleure et directe opération utilisée pour améliorer la largeur de bande, est d'épaissir le substrat et diminuer sa constante diélectrique, et automatiquement agrandir le volume de l'antenne. Cependant cette solution réduit l'efficacité de la radiation due à l'excitation des modes du substrat, et par conséquent réduire l'énergie rayonnée, et augmente la probabilité de formation des ondes de surfaces. Avec les substrats minces, le couplage et l'interférence électromagnétique EMI issus sont moins probables, mais à cause de leur facteur de dissipation qui est élevé, ils sont moins efficaces et ont relativement une largeur de bande étroite.

1-2-c-Les ondes de surfaces:

Pendant que l'antenne à patch rayonne, une portion de l'énergie totale du rayonnement direct se bloque le long de la surface du substrat.

Le blocage de cette énergie électromagnétique conduit au développement des ondes de surfaces, le rapport d'énergie rayonnée dans le substrat comparée avec l'énergie rayonnée dans l'air est approximativement de $(e^{3/2} : 100)$ [3]. Ceci est gouverné par les lois de la réflexion interne qui déclarent que chaque ligne de champ rayonnée dans le substrat sur un angle plus grand que l'angle critique $q_c = \sin^{-1}(e^{-1/2})$ est totalement réfléchi aux surfaces, comme le montre la figure (1-2).

Par exemple, pour un substrat avec une constante diélectrique $e_r = 10.2$, presque 1/3 de l'énergie totale rayonnée est entraînée dans le substrat avec un angle critique proche de 18.2° .

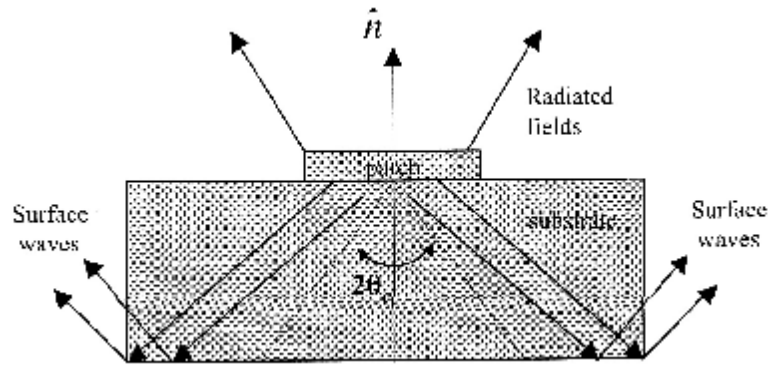


Figure (1-2): Les lignes de champ rayonnés a partir d'une antenne à patch, illustrant la formation des ondes de surfaces.

1-3-LES METHODES D'EXCITATIONS:

Il existe plusieurs méthodes disponibles pour alimenter ou transmettre l'énergie électromagnétique à l'antenne. Les plus connues sont la ligne de transmission micro-ruban et la sonde coaxiale [4], l'ouverture couplée (aperture coupling) et l'alimentation à proximité couplée [3], et l'alimentation EMC (electromagnetically coupled) [2].

Les figures ci-dessous illustrent chacune de ces configurations et leurs circuits équivalents correspondants. Dans chacun des circuits équivalents, le circuit RLC symbolise le patch, en illustrant sa nature résonante, et la résistance R correspond aux pertes des conducteurs (plan de masse et patch) et les pertes tangents du substrat.

Les méthodes d'excitation les plus simples à réaliser sont : la sonde coaxiale et la ligne de transmission micro-ruban illustrées dans les figures (1-3a) et (1-3b) et symbolisées par les schémas électriques montés par les figures (1-4a) et (1-4b). Ces deux approches utilisent le contact direct avec le patch pour introduire l'excitation. Le point d'excitation (point de contact) est ajustable, permettant de définir la façon de contrôler l'impédance correspondante entre l'alimentation et l'antenne, la polarisation, le mode d'opération, et la fréquence d'excitation [4].

Généralement, pour les alimentations avec contact direct, la meilleure impédance correspondante est obtenue quand le point de contact est hors centre (décentré), mais ceci produit des asymétries dans l'excitation du patch, qui génère des modes d'ordre élevé [3]. Un autre inconvénient des alimentations à contact direct est la génération d'une bande étroite, ce genre d'alimentations (coaxiale et micro-ruban), est généralement lié à des impédances spécifiques (dans la plus part du temps 50Ω)

et pour une certaine gamme de fréquences. Des opérations en dehors de cette gamme automatiquement dégradent les performances de l'antenne.

Pour éviter les inconvénients des alimentations à contact direct, des méthodes d'excitations couplées sans contact ont été développées, dont les configurations sont illustrées par les figures (1-(3c et 4c)), et l'excitation avec couplage à proximité (proximity coupled) par les figures(1-(3d et 4d)).

La première méthode est basée sur l'existence de substrats parallèles séparés par un plan de masse, l'excitation du patch est accomplie par l'énergie couplée à partir d'une ligne micro-ruban à travers une petite ouverture dans le plan de masse. Avec cet arrangement, l'alimentation micro-ruban est déposée sur une couche fine du substrat avec une constante diélectrique élevée, par contre le patch est implanté sur une couche épaisse du substrat avec une constante diélectrique faible. Le plan de masse isole l'alimentation du patch, et par conséquent minimise les radiations indésirables (radiations fausses). La technique d'excitation avec couplage à proximité est presque similaire dans son opération à la technique de l'ouverture couplée avec l'exception d'enlever le plan de masse, mais ces deux configurations présentent l'inconvénient d'une indésirable augmentation de l'épaisseur de l'antenne. La méthode d'alimentation EMC a été proposée par K-F-Lee [2], elle offre l'avantage d'éliminer les radiations indésirables. La figure (1-5) montre une antenne à patch triangulaire électromagnétiquement couplée.

La structure d'alimentation L-strip (ruban-L) fonctionne comme des circuits résonants LC_c en série avec des éléments résonants RLC en parallèle.

La partie horizontale de l'alimentation L-strip à l'intérieur du patch fournit une capacité de compensation pour l'inductance introduite par la partie verticale de l'alimentation. Ici le mécanisme de couplage le prédominant est capacitive. Le patch seul est représenté par un circuit résonant parallèle RLC, C_c représente le couplage entre l'alimentation et le patch, le couplage est contrôlé principalement par trois facteurs: la longueur du L-strip 'D', la largeur du patch 'W', et la hauteur ' h_1 ' du L-strip.

Des simulations ont été effectuées sur ce genre d'alimentation en utilisant un simulateur commercial basé sur la méthode des moments, le IE3D [2].

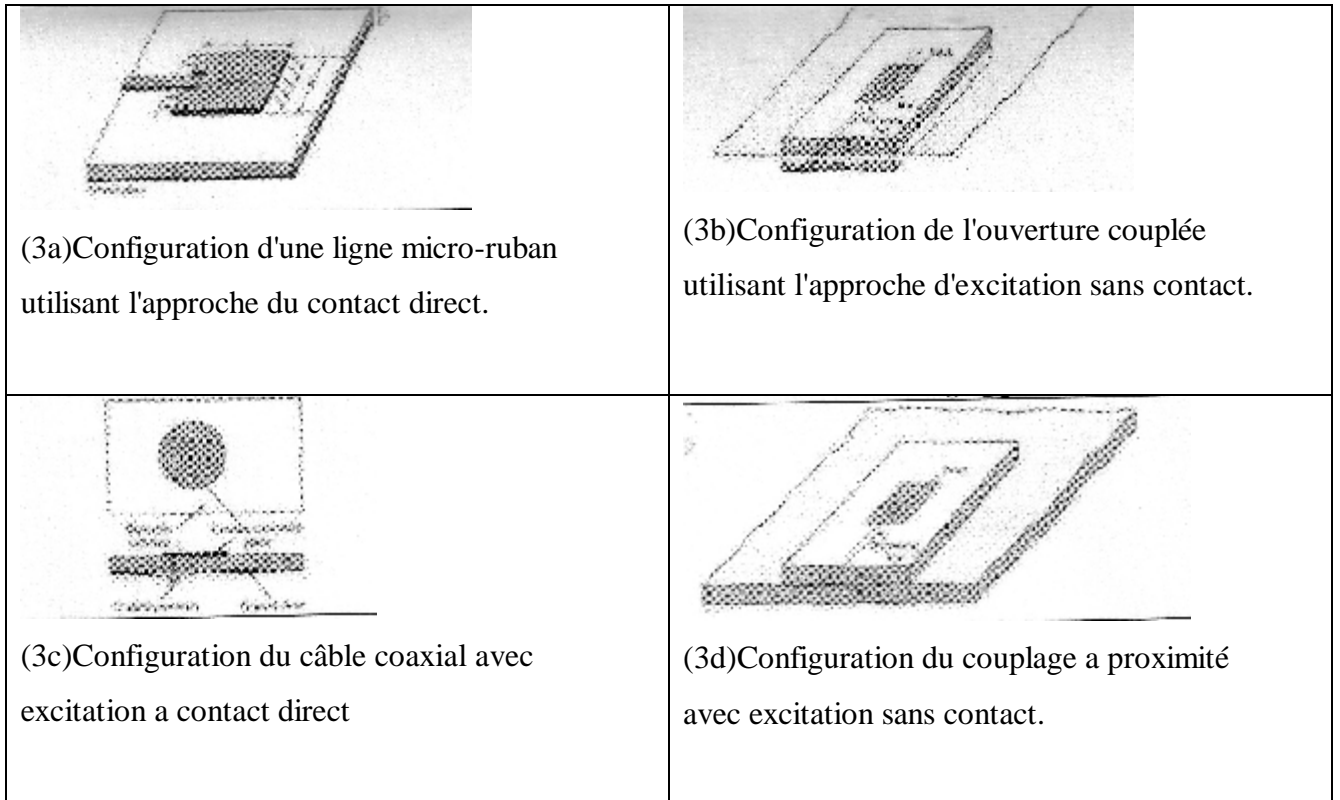


Figure (1-3): Les méthodes d'alimentations utilisées pour exciter l'antenne à patch.

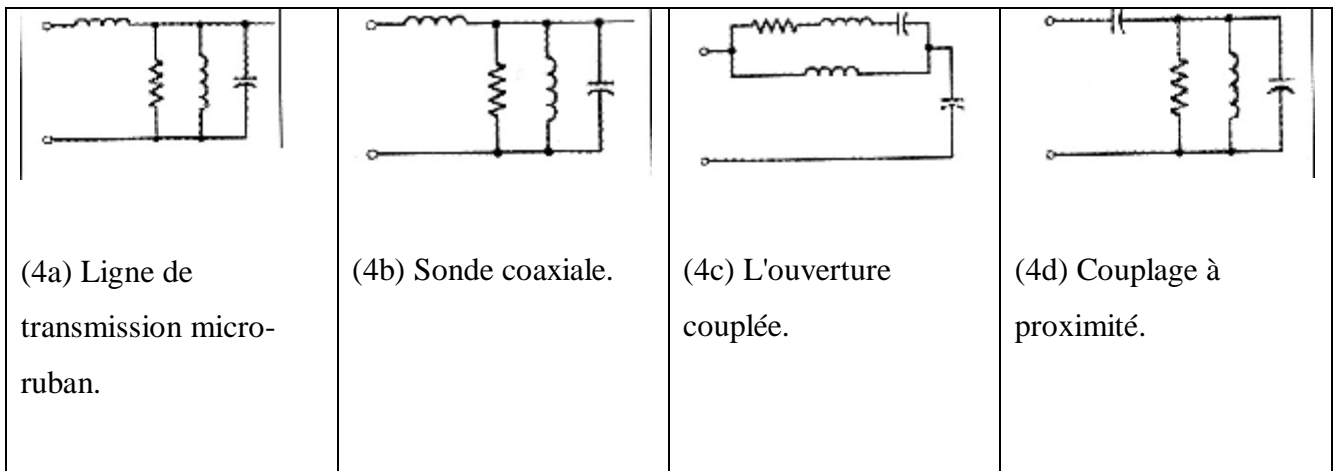


Figure (1-4): Les circuits équivalents correspondants aux configurations illustrées par la figure (1-3).

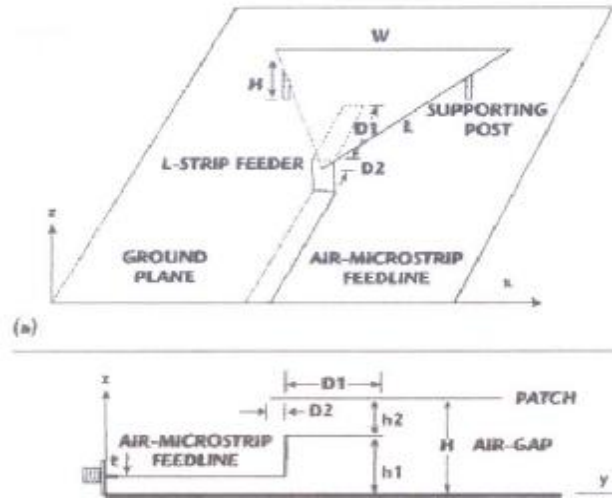


Figure (1-5): Antenne micro-ruban à patch triangulaire alimentée par la méthode EMC.

1-4-EVALUATION ANALYTIQUE D'UNE ANTENNE A PATCH:

En pratique, les antennes micro-rubans sont évaluées en utilisant l'une des trois méthodes suivantes: Le modèle de la ligne de transmission, le modèle de la cavité, ou le modèle Full Wave (technique d'analyse numérique) [3].

Pendant les premières applications de ces techniques plusieurs modèles analytiques complexes ont été développés pour tenir compte des géométries spéciales, de la complexité des substrats, et du couplage mutuel dû aux éléments voisins dans une série.

L'approche la plus directe pour évaluer les antennes à patch avec des résultats raisonnables et précis, est l'utilisation du modèle de la cavité.

Dans le modèle de la cavité, la structure est assimilée à une cavité chargée par un diélectrique, limitée en haut par la plaque conductrice et en bas par le plan de masse, et entourée par une surface latérale. Les lignes de champ électrique à l'intérieur du substrat se propagent perpendiculairement aux murs conducteurs, ils obéissent donc aux règles des équations de Maxwell.

En utilisant les conditions aux limites, la cavité peut être évaluée en utilisant le principe d'équivalence de Huygens, ce principe est basé sur un théorème à caractère unique, qui affirme que la solution qui satisfait une équation intégrale (les équations de Maxwell par exemple) et les conditions aux limites est unique [3].

Les densités des courants électriques J_t et J_b sont formées au-dessus et au-dessous des surfaces du patch, respectivement.

Les quatre côtés des murs (magnétique et électrique) de la cavité sont représentés via les densités de courants électrique et magnétique équivalentes, ces derniers sont illustrés par la figure (1-6), et sont en général évaluées par :

$$\mathbf{J}_s = \hat{n} * \mathbf{H}_z$$

$$\mathbf{M}_s = -\hat{n} * \mathbf{E}_z$$

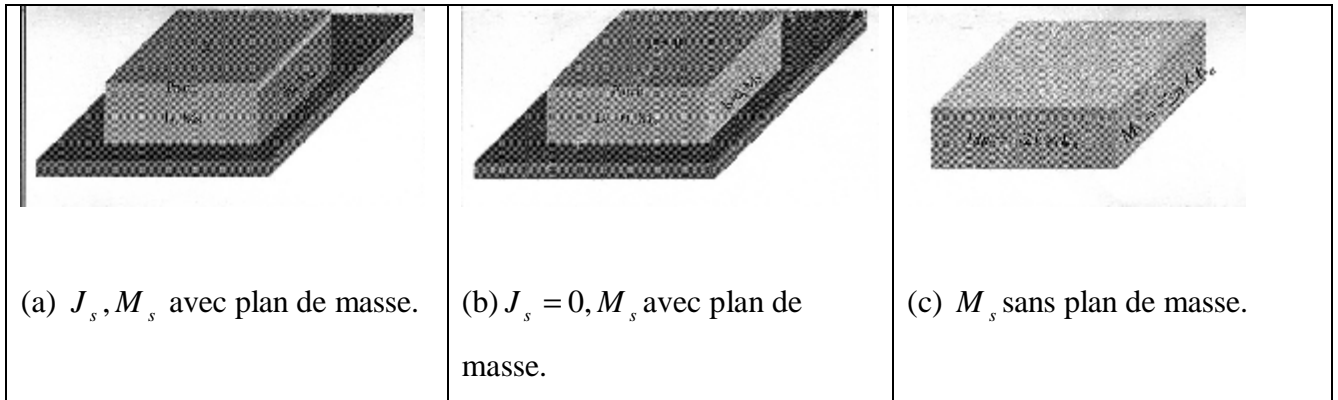


Figure (1-6) : densités des courants équivalents sur les quatre côtés d'une antenne à patch rectangulaire en utilisant le modèle de la cavité.

E_a et H_a Représentent les champs électriques et magnétiques le long des murs de la cavité.

Dans la plus part des conceptions pratiques des patches, le rapport entre la hauteur du substrat et la largeur du patch est très petit, ceci permet la circulation d'une petite quantité du courant seulement sur la surface [3], ce qui implique que J_t est presque nul, cette situation ne peut pas créer la composante tangentielle du champ magnétique H_a aux frontières du patch. Cependant, les densités de courants électriques équivalentes le long des murs de la cavité sont essentiellement mis a zéro, comme il est indiqué dans la figure (1-6-b).

La seule densité de courant qui existe est donc la densités de courant magnétique équivalente M_s le long des parois de la cavité.

2-1-INTRODUCTION:

Les formes de patch rectangulaires, circulaires, annulaires, et elliptiques, des antennes micro-rubans ont été considérablement étudiées [6], mais l'antenne à patch triangulaire a fait l'objet de quelques études seulement. Malgré ça le micro-ruban à patch de forme triangle équilatéral trouve une extensive application dans plusieurs circuits et composants micro ondes, par exemple les résonateurs et les filtres. Le triangle équilatéral est généralement le plus utilisé des types de plaques triangulaires, ceci est grâce à la propriété de son facteur de qualité qui est élevée. Cette structure a été aussi utilisée comme antenne ayant les mêmes propriétés de radiation que l'antenne rectangulaire, avec l'avantage d'occuper moins d'espace et l'inconvénient de la bande passante étroite [7].

Des études ont été réalisées pour déterminer la fréquence de résonance d'une antenne à plaque de forme triangle équilatéral [10], [11], [12] et [13].

Dans la plupart des études reportées dans la littérature, ce modèle a été largement analysé soit par la méthode des moments, ou le modèle de la cavité. La méthode des moments est jugée la plus exacte, elle converge mieux, et elle est compatible avec les structures multicouches, mais vu sa simplicité l'analyse du modèle de la cavité est la préférée. Cependant la méthode des moments donne des résultats rigoureux pour le calcul de la fréquence de résonance mais elle exige un temps de calcul important.

Nous essayerons dans ce chapitre de donner les étapes de calculs essentielles pour évaluer la fréquence complexe et la bande passante d'une antenne micro-ruban à plaque de forme triangle équilatéral en utilisant la méthode des moments (MoM).

2-2-TRANSFORMEE VECTORIELLE DE FOURIER:

La méthode spectrale appliquée aux structures micro bandes, exige pour être formulée l'utilisation des transformées usuelle ou vectorielle, de Fourier ou de Hankel. Le formalisme des transformées vectorielles de Fourier est utilisé pour les géométries rectangulaires et triangulaires, alors que celui de Hankel est réservé aux formes circulaires [18] et annulaires [19]; les transformées vectorielles de Fourier sont définies par [16]:

$$A(r_s) = \frac{1}{4p^2} \int dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \tilde{A}(K_s) \quad (2-1)$$

$$\tilde{A}(K_s) = \int dr_s \bar{F}(K_s, -r_s) A(r_s) \quad (2-2)$$

où

$$\int dK_s = \int_{-\infty}^{+\infty} \int dk_x dk_y, \int dr_s = \int_{-\infty}^{+\infty} \int dx dy$$

A et \tilde{A} sont deux vecteurs avec deux composantes, et

$$\bar{F}(K_s, r_s) = \frac{1}{k_s} \begin{bmatrix} k_x & k_y \\ k_y & -k_x \end{bmatrix} e^{ik_s r_s} \quad (2-3)$$

ou $k_s = |K_s|$, et $\bar{F}(K_s, r_s)$ est le noyau des transformées vectorielles de Fourier.

2-3-EVALUATION DU TENSEUR SPECTRAL DE GREEN:

Pour les structures faisant appel aux rubans et/ou aux éléments rayonnants, la fonction de Green doit être déterminée [9].

Nous proposons dans ce travail une structure simple pour évaluer le tenseur de Green et déduire la fréquence de résonance et la bande passante. Nous considérons une antenne à patch de forme triangle équilatéral avec un substrat anisotrope et un superstrat isotrope, comme le montre la figure (2-1). Ce modèle nous permet d'étudier l'influence de plusieurs paramètres sur la fréquence de résonance et la bande passante pour une antenne avec un substrat isotrope et voir aussi l'effet de l'anisotropie avec/ou sans superstrat.

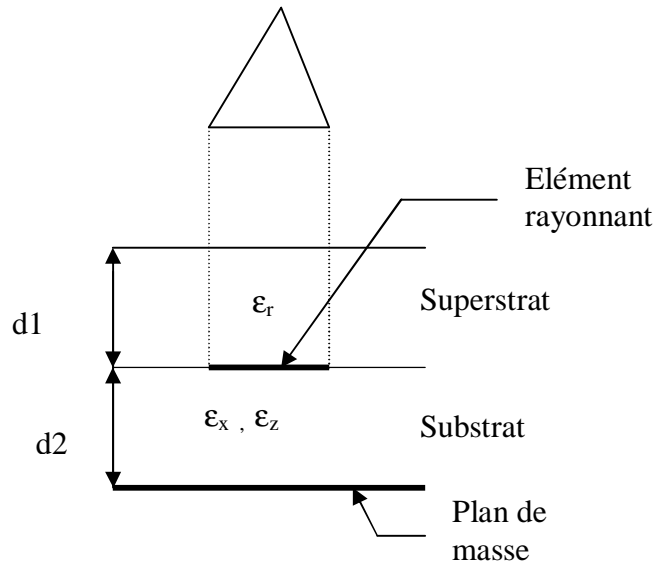


Figure (2-1): Structure d'une plaque triangulaire piégée par un superstrat.

La constante diélectrique pour un milieu uniaxialement anisotrope avec l'axe optique Z, est donnée par :

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_0 \text{diag}[\epsilon_x, \epsilon_x, \epsilon_z]$$

ϵ_0 est la permittivité de l'espace libre, ϵ_z la permittivité relative le long de l'axe optique, et ϵ_x la permittivité le long des deux axes perpendiculaire à l'axe Z.

A partir des équations de Maxwell nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ROT } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{ROT } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \bar{\epsilon} \text{DIV } \vec{E} = r \\ m \text{DIV } \vec{H} = 0 \end{array} \right. \quad (2-4)$$

m Étant la perméabilité, elle est constante car le milieu est considéré non magnétique.

En supposant aussi le milieu non chargé ($r=0$), et la densité de courant nulle (la structure n'est pas soumise à une excitation externe, excité puis coupée ou lorsque

l'excitation n'est pas prise en considération par le formalisme) [17], le système d'équations de Maxwell devient :

$$\begin{cases} \vec{ROT} \vec{E} = -\mathbf{m} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \vec{ROT} \vec{H} = \bar{\mathbf{e}} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \end{cases} \quad (2-5)$$

$$\begin{cases} DIV \vec{E} = 0 \\ DIV \vec{H} = 0 \end{cases} \quad (2-6)$$

En coordonnées cartésiennes les équations deviennent:

$$\vec{ROT} \vec{E} : \begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mathbf{m} \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial E_z}{\partial x} + \frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mathbf{m} \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mathbf{m} \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2-7)$$

$$\vec{ROT} \vec{H} : \begin{cases} +\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \mathbf{e}_x \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ -\frac{\partial H_z}{\partial x} + \frac{\partial H_x}{\partial z} = \mathbf{e}_x \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ +\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \mathbf{e}_z \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2-8)$$

$$DIV \vec{E} = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (2-9)$$

$$DIV \vec{H} = 0 \Rightarrow \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0 \quad (2-10)$$

Avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \\ \bar{H} = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \end{array} \right. \quad (2-11)$$

E_x, E_y, H_x, H_y Sont les composantes transversales, et E_z, H_z les composantes tangentielles ou longitudinales.

2-3-a-Matrice de transfert TE et TM:

Pour séparer les modes TE et TM on doit exprimer les composantes transversales (E_x, E_y, H_x, H_y) en fonction des composantes longitudinales E_z, H_z et des dérivées $\frac{\partial E_z}{\partial z}$ et $\frac{\partial H_z}{\partial z}$.

Dans le domaine spectral nous obtenons les systèmes d'équations suivants :

$$\left\{ \begin{array}{l} + jK_y \tilde{E}_z - \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial z} = -j\omega m \tilde{H}_x \\ - jK_x \tilde{E}_z + \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial z} = -j\omega m \tilde{H}_y \\ + jK_x \tilde{E}_y - jK_y \tilde{E}_x = -j\omega m \tilde{H}_z \end{array} \right. \quad (2-12)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} + jK_y \tilde{H}_z - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial z} = +j\omega e_x \tilde{E}_x \\ - jK_x \tilde{H}_z + \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial z} = +j\omega e_x \tilde{E}_y \\ + jK_x \tilde{H}_y - jK_y \tilde{H}_x = +j\omega e_z \tilde{E}_z \end{array} \right. \quad (2-13)$$

Après calculs et substitutions nous aboutissons aux équations:

$$\tilde{E}_x(K_s, z) = \frac{jK_x}{K_s^2} \frac{e_z}{e_x} \frac{\partial \tilde{E}_z(K_s, z)}{\partial z} + w\mathbf{m} \frac{K_y}{K_s^2} \tilde{H}_z(K_s, z) \quad (2-14)$$

$$\tilde{E}_y(K_s, z) = \frac{jK_y}{K_s^2} \frac{e_z}{e_x} \frac{\partial \tilde{E}_z(K_s, z)}{\partial z} - w\mathbf{m} \frac{K_x}{K_s^2} \tilde{H}_z(K_s, z) \quad (2-15)$$

$$\tilde{H}_x(K_s, z) = \frac{jK_x}{K_s^2} \frac{\partial \tilde{H}_z(K_s, z)}{\partial z} - w\mathbf{e}_0 \frac{e_z K_y}{K_s^2} \tilde{E}_z(K_s, z) \quad (2-16)$$

$$\tilde{H}_y(K_s, z) = \frac{jK_y}{K_s^2} \frac{\partial \tilde{H}_z(K_s, z)}{\partial z} + w\mathbf{e}_0 \frac{e_z K_x}{K_s^2} \tilde{E}_z(K_s, z) \quad (2-17)$$

$k_s = K_x \hat{X} + K_y \hat{Y}$ est le vecteur d'onde transverse.

Avec $K_s = \|k_s\| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$

La constante de propagation est : $K^2 = w^2 \mathbf{m} \mathbf{e}_0$

Et $K^2 = K_s^2 + K_z^2$

Si nous exprimons ces composantes sous forme matricielle, nous obtenons :

$$\frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_x & K_y \\ K_y & -K_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{E}_x(K_s, z) \\ \tilde{E}_y(K_s, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{j e_z}{K_s e_x} \frac{\partial \tilde{E}_z(K_s, z)}{\partial z} \\ \frac{w\mathbf{m}}{K_s} \tilde{H}_z(K_s, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{E}_s^e(K_s, z) \\ \tilde{E}_s^h(K_s, z) \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

$$\frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_x & K_y \\ K_y & -K_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{H}_y(K_s, z) \\ -\tilde{H}_x(K_s, z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{w\mathbf{e}_0 e_z}{K_s} \tilde{E}_z(K_s, z) \\ \frac{j}{K_s} \frac{\partial \tilde{H}_z(K_s, z)}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{H}_s^e(K_s, z) \\ \tilde{H}_s^h(K_s, z) \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

$$\text{Nous avons: } \frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_x & K_y \\ K_y & -K_x \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_x & K_y \\ K_y & -K_x \end{bmatrix}$$

La forme générale de \tilde{E}_z , et \tilde{H}_z est donnée par :

$$\tilde{E}_z = A^e(K_s) e^{jk_z z} + B^e(K_s) e^{-jk_z z} \quad (2-20)$$

$$\tilde{H}_z = A^h(K_s)e^{jk_z^h z} + B^h(K_s)e^{-jk_z^h z} \quad (2-21)$$

Avec: $K_z^e = (\mathbf{e}_x K^2 - \frac{\mathbf{e}_x}{\mathbf{e}_z} K_s^2)^{1/2}$ et $K_z^h = (\mathbf{e}_x K^2 - K_s^2)^{1/2}$

K_z^e et K_z^h sont les constantes de propagation des ondes TM et TE dans le substrat à anisotropie uniaxiale.

Après substitution nous obtenons les composantes suivantes :

$$\tilde{E}_s(K_s, z) = \begin{bmatrix} \tilde{E}_s^e \\ \tilde{E}_s^h \end{bmatrix} = A(K_s)e^{jk_z^e z} + B(K_s)e^{-jk_z^e z} \quad (2-22)$$

$$\tilde{H}_s(K_s, z) = \begin{bmatrix} \tilde{H}_s^e \\ \tilde{H}_s^h \end{bmatrix} = \bar{g}(K_s)[A(K_s)e^{jk_z^h z} - B(K_s)e^{-jk_z^h z}] \quad (2-23)$$

Avec:

$$\bar{K}_z = \begin{bmatrix} K_z^e & 0 \\ 0 & K_z^h \end{bmatrix}$$

$$A(K_s) = \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{e}_z}{\mathbf{e}_x} \frac{K_z^e}{K_s} A^e(K_s) \\ \frac{wm}{K_s} A^h(K_s) \end{bmatrix}$$

$$B(K_s) = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{e}_z}{\mathbf{e}_x} \frac{K_z^e}{K_s} B^e(K_s) \\ \frac{wm}{K_s} B^h(K_s) \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}_i(K_s) = \begin{bmatrix} \frac{w\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_x}{K_z^e} & 0 \\ 0 & \frac{K_z^h}{wm} \end{bmatrix}$$

Dans le domaine spectral et en représentation (TM, TE) le champ électrique \tilde{E}_s sur l'interface de la plaque rayonnante est lié au courant \tilde{J} de cette dernière par la relation :

$$\tilde{E}_s = \bar{G} * \tilde{J}$$

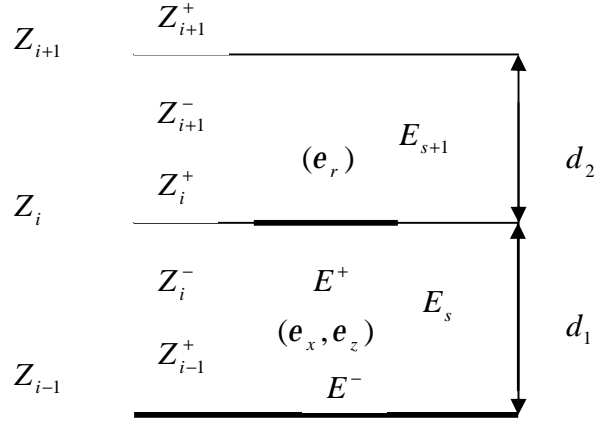


Figure (2-2) : distribution du champ électrique a l'intérieur de la structure considérée.

Pratiquement l'onde se propage dans une région limitée entre les plans Z_{i-1} et Z_i ;

On pose :

$$\begin{cases} E^- = \tilde{E}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \\ H^- = \tilde{H}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E^+ = \tilde{E}_s(K_s, Z_i^-) \\ H^+ = \tilde{H}_s(K_s, Z_i^-) \end{cases}$$

De plus nous avons :

$$\begin{cases} H^- = \bar{g}_i(K_s)[A(K_s)e^{j\bar{K}_z Z_{i-1}^+} - B(K_s)e^{-j\bar{K}_z Z_{i-1}^+}] \\ E^- = A(K_s)e^{j\bar{K}_z Z_{i-1}^+} + B(K_s)e^{-j\bar{K}_z Z_{i-1}^+} \end{cases} \quad (2-24)$$

Après calcul nous trouvons :

$$\begin{cases} A(K_s) = (E^- + \bar{g}_i(K_s)^{-1} H^-) \frac{e^{-j\bar{K}_z Z_{i-1}^+}}{2} \\ B(K_s) = (E^- - \bar{g}_i(K_s)^{-1} H^-) \frac{e^{+j\bar{K}_z Z_{i-1}^+}}{2} \end{cases} \quad (2-25)$$

Nous avons aussi :

$$\begin{cases} E^+ = A(K_s)e^{j\bar{K}_z Z_i} + B(K_s)e^{-j\bar{K}_z Z_i} \\ H^+ = \bar{j}_i A(K_s)e^{j\bar{K}_z Z_i} + B(K_s)e^{-j\bar{K}_z Z_i} \end{cases} \quad (2-26)$$

En remplaçant $A(K_s)$ et $B(K_s)$ par leurs valeurs, et en posant $Z_i^+ - Z_{i-1}^+ = d_1$ on trouve:

$$\begin{cases} E^+ = E^- \cos(\bar{K}_z d_1) - j\bar{g}_i(K_s)^{-1} H^- \sin(\bar{K}_z d_1) \\ H^+ = H^- \cos(\bar{K}_z d_1) - j\bar{g}_i(K_s) E^- \sin(\bar{K}_z d_1) \end{cases} \quad (2-27)$$

Si nous exprimons $\tilde{E}_s(K_s, Z_i^-)$ et $\tilde{H}_s(K_s, Z_i^-)$ sous forme matricielle nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_s(K_s, Z_i^-) \\ \tilde{H}_s(K_s, Z_i^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_i \begin{bmatrix} \tilde{E}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \\ \tilde{H}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

$$\text{Nous avons: } \bar{g}_i(K_s) = \begin{bmatrix} \frac{w\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_x}{K_z^e} & 0 \\ 0 & \frac{K_z^h}{w\mathbf{m}} \end{bmatrix}$$

$$\text{Et: } \bar{K}_z = \begin{bmatrix} K_z^e & 0 \\ 0 & K_z^h \end{bmatrix}$$

$$\bar{g}_i^{-1}(K_s) = \begin{bmatrix} \frac{K_z^e}{w\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_x} & 0 \\ 0 & \frac{w\mathbf{m}}{K_z^h} \end{bmatrix}$$

$$\bar{T}_i = \begin{bmatrix} \bar{T}_{i11} & \bar{T}_{i12} \\ \bar{T}_{i21} & \bar{T}_{i22} \end{bmatrix}$$

$$\bar{T}_{i11} = \bar{T}_{i22} = \begin{bmatrix} \cos(K_z^e d_1) & 0 \\ 0 & \cos(K_z^h d_1) \end{bmatrix} = \cos(\bar{K}_z d_1)$$

$$\bar{T}_{i12} = \begin{bmatrix} -\frac{jK_z^e}{w\mathbf{e}_0 \mathbf{e}_x} \sin(K_z^e d_1) & 0 \\ 0 & -\frac{jw\mathbf{m}}{K_z^h} \sin(K_z^h d_1) \end{bmatrix}$$

L'interface est chargée, alors nous avons [4] :

$$\vec{n} \wedge (\vec{H}(Z_i^-) - \vec{H}(Z_i^+)) = \vec{J}_s$$

$$\text{Avec: } \vec{n} \wedge (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = \vec{0}$$

Donc:

$$\begin{bmatrix} \tilde{H}_y(Z_i^-) \\ \tilde{H}_x(Z_i^-) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{H}_y(Z_i^+) \\ \tilde{H}_x(Z_i^+) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ -\tilde{J}_y \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

Lorsqu'une métallisation existe sur la i^{eme} couche (patch), on tient compte de la discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique.

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{s+1}^e(K_s, Z_i^+) \\ \tilde{H}_{s+1}^e(K_s, Z_i^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_i^e \begin{bmatrix} \tilde{E}_s^e(K_s, Z_{i-1}^+) \\ \tilde{H}_s^e(K_s, Z_{i-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{J}^e(K_s) \end{bmatrix} \quad (2-30)$$

$$\text{Et: } \begin{bmatrix} \tilde{E}_{s+1}^h(K_s, Z_i^+) \\ \tilde{H}_{s+1}^h(K_s, Z_i^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_i^h \begin{bmatrix} \tilde{E}_s^h(K_s, Z_{i-1}^+) \\ \tilde{H}_s^h(K_s, Z_{i-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{J}^h(K_s) \end{bmatrix} \quad (2-31)$$

Avec $\tilde{E}_s^e, \tilde{E}_s^h, \tilde{H}_s^e, \tilde{H}_s^h, \tilde{J}^e, \tilde{J}^h$ les transformées de Fourier des composantes de E_s, H_s, J .

Nous avons donc quatre équations pour déterminer le tenseur \bar{G} :

$$1) \begin{bmatrix} \tilde{E}_s(K_s, Z_i^-) \\ \tilde{H}_s(K_s, Z_i^-) \end{bmatrix} = \bar{T}_i \begin{bmatrix} \tilde{E}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \\ \tilde{H}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \end{bmatrix}$$

$$2) \begin{bmatrix} \tilde{E}_{s+1}(K_s, Z_i^+) \\ \tilde{H}_{s+1}(K_s, Z_i^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_i \begin{bmatrix} \tilde{E}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \\ \tilde{H}_s(K_s, Z_{i-1}^+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{J}(K_s) \end{bmatrix}$$

3) Si le milieu $Z < Z_{i-1}$ est conducteur parfait (plan de masse) nous avons la condition :

$$\tilde{E}_s(K_s, Z_{i-1}^+) = 0$$

4) Si le milieu $Z > Z_i$ est une couche piège (le superstrat) de permittivité ϵ_r , nous avons :

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_{s+2}(K_s, Z_{i+1}^+) \\ \tilde{H}_{s+2}(K_s, Z_{i+1}^+) \end{bmatrix} = \bar{T}_{i+1} \begin{bmatrix} \tilde{E}_{s+1}(K_s, Z_i^+) \\ \tilde{H}_{s+1}(K_s, Z_i^+) \end{bmatrix}$$

5) Si le milieu $Z > Z_{i+1}$ est l'air alors :

$$\tilde{H}_{s+1}(K_s, Z_{i+1}^+) = \bar{g}_{i+1}(K_s) * \tilde{E}_{s+1}(K_s, Z_{i+1}^+)$$

En appliquant les conditions au bords, et en développant les calculs, nous aboutissons à la forme générale du tenseur de Green correspondant à la structure considérée suivante :

$$\bar{G}(K_s) = \begin{bmatrix} \frac{G^e}{j\omega\epsilon_0} \sin K_z^e d_1 & 0 \\ 0 & \frac{G^h}{j\omega\epsilon_0} \sin K_z^h d_1 \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

Avec:

$$G^e = \frac{N^e}{D^e} K_z^e$$

$$G^h = \frac{N^h}{D^h} K^2$$

$$N^e = K_z \cos(K_r d_2) + j \frac{K_r}{e_r} \sin(K_r d_2)$$

$$N^h = \cos(K_r d_2) + j \frac{K_z}{K_r} \sin(K_r d_2)$$

Par conséquent on trouve :

$$D^e = (\cos(K_r d_2) [e_x K_z \cos(K_z^e d_1) + j K_z^e \sin(K_z^e d_1)] + j \sin(K_r d_2) [\frac{e_x}{e_r} K_r \cos(K_z^e d_1) + j e_r \frac{K_z K_z^e}{K_r} \sin(K_z^e d_1)]) \quad (2-33)$$

$$D^h = \cos(K_r d_2) [K_z^h \cos(K_z^h d_1) + j \sin(K_z^h d_1)] + j \sin(K_r d_2) [\frac{K_z K_z^h}{K_r} \cos(K_z^h d_1) + j K_r \sin(K_z^h d_1)] \quad (2-34)$$

Avec:

$$K_r = \sqrt{e_r K_0^2 - K_s^2}; K_z^e = \sqrt{e_x K_0^2 - \frac{e_x}{e_z} K_s^2}; K_z^h = \sqrt{e_x K_0^2 - K_s^2}; K_z = \sqrt{K_0^2 - K_s^2}; K_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

Dans le cas où le substrat sera isotrope on pose $e_x = e_z$ et on garde les mêmes calculs.

2-4-EQUATION INTEGRALE DU CHAMP ELECTRIQUE:

Les composantes transversales du champ électromagnétique sont liées aux transformées vectorielles de Fourier du courant $J(r_s)$ sur la plaque rayonnante [16], dans le domaine spectral nous avons :

$$E_s(r_s) = d_1 \frac{1}{4p^2} \iint_{-\infty} dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \bar{G}(K_s) \tilde{J}(K_s) \quad (2-35)$$

$$J(r_s) = d_m \frac{1}{4p^2} \iint_{-\infty} dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \tilde{J}(K_s) \quad (2-36)$$

$$\tilde{J}(K_s) = \begin{bmatrix} \tilde{J}^e(K_s) \\ \tilde{J}^h(K_s) \end{bmatrix} = \iint_{-\infty} dr_s \bar{F}(K_s, -r_s) J(r_s) \quad (2-37)$$

Avec:

* $r_s \in \text{patch}$, est la projection du vecteur position sur le plan transverse (xoy).

* $E_s(r_s)$ est la composante tangentielle du champ électromagnétique évaluée dans le plan de la plaque.

* $J(r_s)$ est la distribution surfacique des courants sur la plaque.

* K_s est le vecteur d'onde transverse.

* d_1 et d_m sont les indicateurs de Heaviside : $d_m = 1$ sur le métal, et nulle ailleurs

Avec $d_m + d_1 = 1$

* $\bar{F}(K_s, r_s)$ est les noyaux des transformées bidimensionnels vectoriels de Fourier :

$$\bar{F}(K_s, r_s) = \bar{I} e^{jK_s r_s}$$

$$\bar{F}(K_s, -r_s) = \bar{I} e^{-jK_s r_s}$$

$$\text{Avec: } \bar{I} = \frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_x & K_y \\ K_y & -K_x \end{bmatrix}$$

L'équation intégrale du champ électrique découle du fait que sur un conducteur parfait (le patch par exemple), la composante tangentielle $E_s(r_s) = 0$, donc nous obtenons :

$$\iint dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \bar{G}(K_s) \tilde{J}(K_s) = 0 \quad (2-38)$$

Notons que $\bar{G}(K_s)$ est en représentation diagonale.

$$\bar{G}(K_s) = \text{diag}[\tilde{G}^e(K_s), \tilde{G}^h(K_s)] \quad (2-39)$$

Ce qui permet de l'inverser facilement.

**2-4-SOLUTION DE L'EQUATION INTEGRALE PAR
LA METHODE DES MOMENTS:**

L'application de la procédure de Galerkin conforme à la méthode des moments dans le domaine de Fourier permet de réduire l'équation intégrale en une équation matricielle. Cette étude est considérée comme étant standard pour la résolution de ce type d'équations.

Les courants surfaciques sur la plaque doivent être développés en une série finie de fonctions de base :

$$J(r_s) = \sum_{n=1}^N a_n \begin{bmatrix} J_{xn}(r_s) \\ 0 \end{bmatrix} + \sum_{m=1}^M b_m \begin{bmatrix} 0 \\ J_{ym}(r_s) \end{bmatrix} \quad (2-40)$$

Donc:

$$\tilde{J}(K_s) = \frac{1}{K_s} \left(\sum_{n=1}^N a_n \begin{bmatrix} K_x \tilde{J}_{xn}(K_s) \\ K_y \tilde{J}_{xn}(K_s) \end{bmatrix} + \sum_{m=1}^M b_m \begin{bmatrix} K_y \tilde{J}_{ym}(K_s) \\ -K_x \tilde{J}_{ym}(K_s) \end{bmatrix} \right) \quad (2-41)$$

En remplaçant dans l'équation (2-34) nous trouvons:

$$\iint \frac{dK_s}{K_s} \bar{F}(K_s, r_s) \bar{G}(K_s) \sum_{n=1}^N a_n \begin{bmatrix} K_x \tilde{J}_{xn}(K_s) \\ K_y \tilde{J}_{xn}(K_s) \end{bmatrix} + \iint \frac{dK_s}{K_s} \bar{F}(K_s, r_s) \bar{G}(K_s) \sum_{m=1}^M b_m \begin{bmatrix} K_y \tilde{J}_{ym}(K_s) \\ -K_x \tilde{J}_{ym}(K_s) \end{bmatrix} = 0 \quad (2-42)$$

En posant: $\tilde{J}_{1n}(K_s) = \frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_x \tilde{J}_{xn}(K_s) \\ K_y \tilde{J}_{xn}(K_s) \end{bmatrix}$

$$\tilde{J}_{2m}(K_s) = \frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_y \tilde{J}_{ym}(K_s) \\ -K_x \tilde{J}_{ym}(K_s) \end{bmatrix}$$

On obtient:

$$\iint dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \bar{G}(K_s) \sum_{n=1}^N a_n \tilde{J}_{1n}(K_s) + \iint dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \bar{G}(K_s) \sum_{m=1}^M b_m \tilde{J}_{2m}(K_s) = 0 \quad (2-43)$$

Pour convertir cette équation en une équation matricielle, on multiplie cette dernière par $\tilde{J}_{xp}^T(r_s)$ avec $p=1, N$.

$$\iint dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \tilde{J}_{xp}^T(r_s) \bar{G}(K_s) \sum_{n=1}^N a_n \tilde{J}_{1n}(K_s) + \iint dK_s \bar{F}(K_s, r_s) \tilde{J}_{xp}^T(r_s) \bar{G}(K_s) \sum_{m=1}^M b_m \tilde{J}_{2m}(K_s) = 0 \quad (2-44)$$

T désigne le transposé.

En appliquant le théorème de Parseval [8] et en tenant compte de l'équation (2-37) nous aboutissons au résultat suivant :

$$\sum_{n=1}^N a_n \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{1n}(K_s) \tilde{J}_{1p}^T(-K_s) + \sum_{m=1}^M b_m \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{2m}(K_s) \tilde{J}_{1p}^T(-K_s) = 0 \quad (2-45)$$

De la même façon, en multipliant (2-39) par $\tilde{J}_{yl}^T(r_s)$, et en intégrant sur r_s on obtient:

$$\sum_{n=1}^N a_n \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{1n}(K_s) \tilde{J}_{2l}^T(-K_s) + \sum_{m=1}^M b_m \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{2m}(K_s) \tilde{J}_{2l}^T(-K_s) = 0 \quad (2-46)$$

Avec:

$$\tilde{J}_{1p}^T(-K_s) = \frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_x \tilde{J}_{xp}(-K_s) \\ K_y \tilde{J}_{yp}(-K_s) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \tilde{J}_{2l}^T(-K_s) = \frac{1}{K_s} \begin{bmatrix} K_y \tilde{J}_{yl}(-K_s) \\ -K_x \tilde{J}_{xl}(-K_s) \end{bmatrix}$$

Nous obtenons enfin le système d'équations suivant:

$$\sum_{n=1}^N a_n \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{1n}(K_s) \tilde{J}_{2l}^T(-K_s) + \sum_{m=1}^M b_m \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{2m}(K_s) \tilde{J}_{2l}^T(-K_s) = 0$$

$$\sum_{n=1}^N a_n \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{1n}(K_s) \tilde{J}_{1p}^T(-K_s) + \sum_{m=1}^M b_m \iint dK_s \bar{G}(K_s) \tilde{J}_{2m}(K_s) \tilde{J}_{1p}^T(-K_s) = 0 \quad (2-47)$$

Il est de la forme:

$$\sum_{n=1}^N a_n A_{3ln} + \sum_{m=1}^M b_m A_{4lm} = 0$$

$$\sum_{n=1}^N a_n A_{1pn} + \sum_{m=1}^M b_m A_{2pm} = 0 \quad (2-48)$$

En représentation matricielle, ce système s'écrit:

$$\bar{A} * B = 0 \quad (2-49)$$

$$\text{Où: } \bar{A} = \begin{bmatrix} (\bar{A}_1)_{N*N} & (\bar{A}_2)_{N*M} \\ (\bar{A}_3)_{M*N} & (\bar{A}_4)_{M*M} \end{bmatrix}_{(N+M)*(N+M)}$$

$$\text{Et: } B = \begin{bmatrix} (a)_{N*1} \\ (b)_{M*1} \end{bmatrix}_{(N+M)*1}$$

Avec:

$$A_{1pn} = \iint \frac{dK_s}{K_s^2} [K_x^2 G^e + K_y^2 G^h] \tilde{J}_{xn}(K_s) \tilde{J}_{sp}(-K_s) \quad (2-50)$$

$$A_{2pm} = \iint \frac{dK_s}{K_s^2} K_x K_y [G^e - G^h] \tilde{J}_{ym}(K_s) \tilde{J}_{xp}(-K_s) \quad (2-51)$$

$$A_{3ln} = \iint \frac{dK_s}{K_s^2} K_x K_y [G^e - G^h] \tilde{J}_{xn}(K_s) \tilde{J}_{yl}(-K_s) \quad (2-52)$$

$$A_{4lm} = \iint \frac{dK_s}{K_s^2} [K_y^2 G^e + K_x^2 G^h] \tilde{J}_{ym}(K_s) \tilde{J}_{yl}(-K_s) \quad (2-53)$$

Nous constatons que les sous matrices \bar{A}_1 et \bar{A}_2 sont symétriques, et $\bar{A}_2 = \bar{A}_3^T$, donc la matrice globale \bar{A} est une matrice symétrique.

2-5-FREQUENCE DE RESONANCE ET BANDE PASSANTE:

L'équation (2-45) possède une solution non triviale dans le cas où:

$$\det(\bar{A}(w)) = 0 \quad (2-54)$$

Physiquement, ceci signifie qu'il existe des courants électriques même en l'absence d'une source d'excitation continue, dus à l'entretien mutuel entre le champ et le courant électrique. Cette situation explique et résume les conditions de résonance au

niveau du patch, puisque l'antenne est conçue pour opérer au voisinage de la fréquence d'opération. La condition (2-54) est vérifiée par une fréquence complexe $f = f_r + if_i$ où f_r est la fréquence de résonance et f_i représente les pertes par rayonnement. Le facteur de qualité et la bande passante sont définis respectivement par [4] :

$$Q = \frac{f_r}{2f_i} \quad (2-55)$$

$$BP = \frac{1}{Q} \quad (2-56)$$

Tableau (3-4) : Dépendance de la fréquence de résonance de l'antenne triangulaire des permittivités du substrat, et comparaison avec une antenne rectangulaire pour le mode TM_{10} , $a_{tri}=3.17\text{cm}$, $a_{rect}= 2.29\text{cm}$, $b_{rect}=1.9\text{cm}$, $d=0.159\text{cm}$.

Type de l'anisotropie uniaxiale	Permittivité relative ϵ_x	Permittivité relative ϵ_z	Rapport d'anisotropie ϵ_x / ϵ_z	Fréquence de résonance de l'antenne rectangulaire [15]	Fréquence de résonance de l'antenne triangulaire	$\frac{\Delta f_r}{f_r}$ en % pour l'antenne rectangulaire	$\frac{\Delta f_r}{f_r}$ en % pour l'antenne triangulaire
Isotrope AR=1	2.32	2.32	1	4.123	4.1612	0	0
Anisotropie négative AR>1	4.64	2.32	2	4.042	4.1411	1.96	0.48
Anisotropie négative AR>1	2.32	1.16	2	5.476	5.8710	32.81	41.09
Anisotropie positive AR<1	1.16	2.32	0.5	4.174	4.1636	1.23	0.06
Anisotropie positive AR<1	2.32	4.64	0.5	3.032	2.9481	26.46	29.15

Nous remarquons que la fréquence de résonance dans le cas de l'anisotropie négative (AR=2) diminue ou augmente par rapport au cas isotrope, la même chose est remarquée pour l'anisotropie positive (AR=0.5), pour les deux antennes (triangulaire et rectangulaire), ceci prouve que le rapport d'anisotropie seul n'est pas suffisant pour décider de l'augmentation ou la diminution de la fréquence de résonance. Mais l'observation la plus importante est que le changement de la valeur de la fréquence est minimale (la différence est généralement moins de 2%) quand on change ϵ_x , et beaucoup plus importante (la différence est généralement plus de 20%) quand on change ϵ_z . En effet nous concluons que la fréquence d'opération est fortement dépendante de la permittivité le long de l'axe optique ϵ_z surtout dans le cas d'une séparation 'd'électriquement très faible.

D'après les résultats numériques nous remarquons aussi que généralement la partie réelle de la fréquence complexe de l'antenne triangulaire est légèrement élevée par rapport à celle de l'antenne rectangulaire dans la plus part des cas de l'isotropie et l'anisotropie, le contraire est remarqué pour la partie imaginaire. Ceci est un avantage de l'antenne rectangulaire et un inconvénient pour l'antenne triangulaire, car dans ce cas la bande passante de la première est un peu plus large que la bande passante de la deuxième. En outre les valeurs du rapport fréquentiel d'anisotropie montrent que pour deux antennes ayant la même superficie (dans notre cas 4.351cm^2), l'une triangulaire et l'autre rectangulaire, l'anisotropie uniaxiale influe beaucoup plus sur l'antenne triangulaire que sur l'antenne rectangulaire surtout quand on change la permittivité le long de l'axe optique. Le contraire est remarqué quand on change e_x . Le changement de la permittivité le long de l'axe des 'x' influe sur la fréquence complexe de l'antenne rectangulaire plus que l'antenne triangulaire.

Remarque:

Pour des épaisseurs faibles, nous pouvons faire des simplifications dans la formule du tenseur de Green dans le cas de l'anisotropie uniaxiale [15], et substituer la formule de la fréquence de résonance issue du modèle de la cavité en fonction de e_z , tel que :

$$f_r = \frac{2c}{3a\sqrt{e_z}} \sqrt{m^2 + n^2 + mn} \quad (3-12)$$

La formule (3-12) peut servir comme valeur initiale dans la procédure de recherche de la racine complexe de l'équation caractéristique d'une structure à substrat anisotrope.

3-7-b-Effet de l'épaisseur d'un substrat anisotrope sur la variation de la fréquence de résonance et la bande passante:

Les figures (3-9), (3-10), (3-11), montrent les variations de la partie réelle, la partie imaginaire de la fréquence complexe, et la bande passante respectivement, en fonction de l'épaisseur du substrat, pour le cas isotrope ($e_x = e_z = 2.32$), l'anisotropie positive ($e_x = 1.16, e_z = 2.32$), et l'anisotropie négative ($e_x = 4.64, e_z = 2.32$). On remarque que la partie réelle et la partie imaginaire de la fréquence complexe se décalent vers des valeurs plus grandes pour le cas de l'anisotropie positive, et vers des valeurs plus

petites pour l'anisotropie négative, la même chose est remarquée pour la bande passante, mais le décalage n'est pas important par rapport au cas isotrope. On remarque aussi que l'effet de l'anisotropie augmente avec l'augmentation de l'épaisseur du substrat, et il est moins important pour les faibles épaisseurs.

3-8-EFFET DU SUPERSTRAT:

Le superstrat est une/ou plusieurs couches supplémentaires posées sur l'antenne micro ruban pour la protéger contre les effets de l'environnement extérieur, ou supposée déjà existante et prévoir son influence, par exemple une couche de neige.

Pour notre étude nous allons supposer un matériau caractérisé par une permittivité relative égale à celle du substrat dans le cas isotrope pour réaliser le superstrat de notre antenne triangulaire.

Tableau (3-6) : Dépendance de la fréquence complexe et la bande passante d'une antenne à patch de forme triangle équilatéral, du superstrat pour le mode TM_{10} , $a=10\text{cm}$, $d_{\text{sub}}=d_{\text{super}}=0.159\text{cm}$, $e_{\text{super}} = e_{\text{sub}} = 2.32$, dans le cas d'un substrat isotrope et un superstrat isotrope.

Fréquence complexe $f = f_r + if_i$ et bande passante	Antenne avec superstrat	Antenne sans superstrat
f_r en Ghz	1.4163	1.4185
f_i en Ghz	0.1374	0.1108
Bande passante	0.1940	0.1562

Les résultats numériques montrés par le tableau (3-6) indiquent que la partie réelle de la fréquence de résonance des structures avec superstrat diélectrique est légèrement plus petite que celle de la structure sans superstrat, et la partie imaginaire est plus élevée. Par conséquent la bande passante des antennes avec superstrat est plus élevée que la bande passante des antennes sans superstrat. Puisque la permittivité effective du milieu entourant la plaque triangulaire augmente dans le premier cas que dans le deuxième.

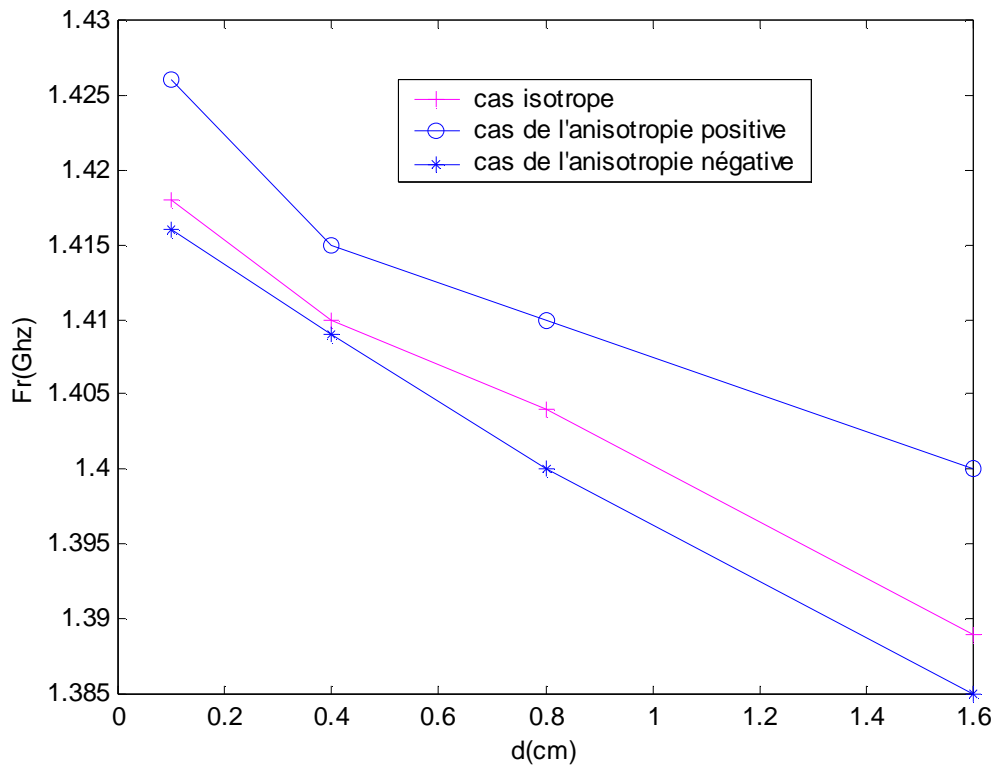
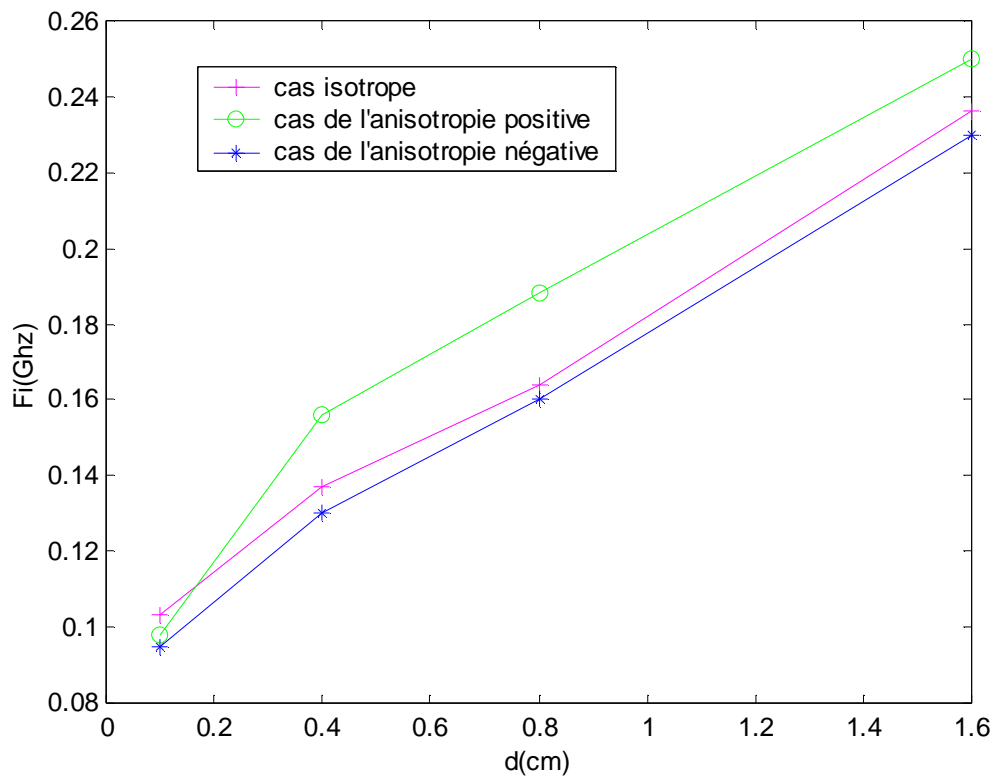


Figure (3-9) : Partie réelle de la fréquence complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour le cas de l'isotropie ($e_x = e_z = 2.32$), l'anisotropie uniaxiale positive ($e_x = 1.16, e_z = 2.32$), et l'anisotropie uniaxiale négative ($e_x = 4.64, e_z = 2.32$).



Figure(3-10):Partie imaginaire de la fréquence complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour le cas de l'isotropie ($e_x = e_z = 2.32$), l'anisotropie uniaxiale positive ($e_x = 1.16, e_z = 2.32$), et l'anisotropie uniaxiale négative ($e_x = 4.64, e_z = 2.32$).

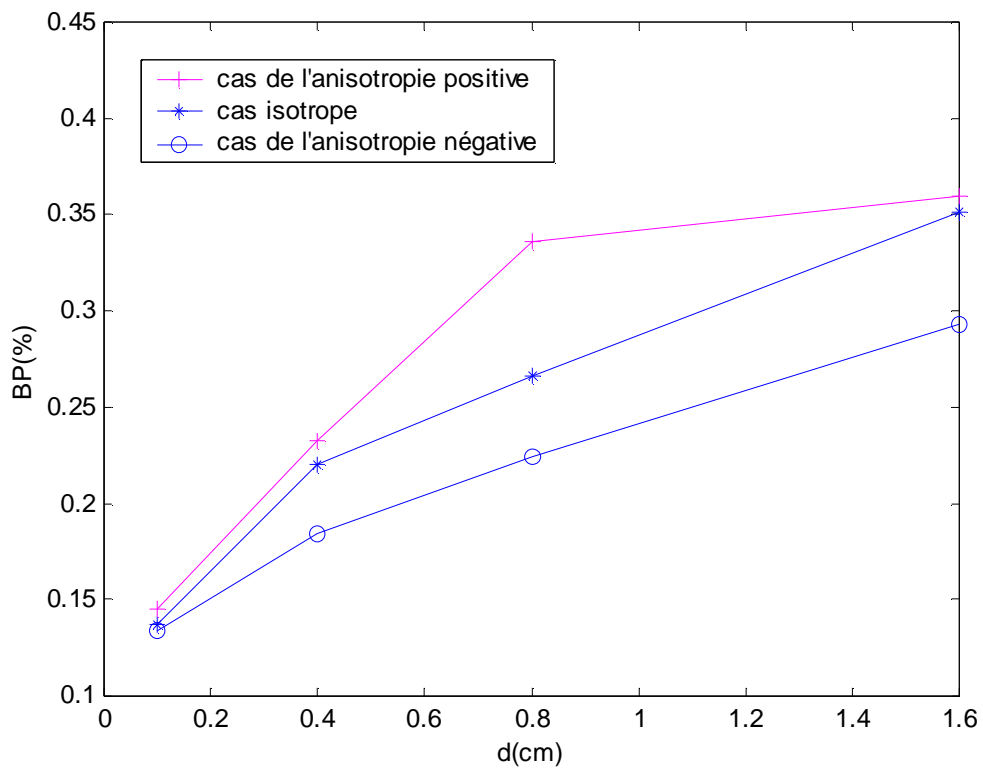


Figure (3-11) : Bande passante en fonction de l'épaisseur du substrat pour le cas de l'isotropie ($e_x = e_z = 2.32$), l'anisotropie uniaxiale positive ($e_x = 1.16, e_z = 2.32$), et l'anisotropie uniaxiale négative ($e_x = 4.64, e_z = 2.32$).

Tableau (3-7) : Dépendance de la fréquence complexe et la bande passante d'une antenne à patch de forme triangle équilatéral, de l'épaisseur du superstrat pour le mode TM_{10} , $a=10\text{cm}$, $d_{\text{sub}}=0.159\text{cm}$, $e_{\text{super}} = e_{\text{sub}} = 2.32$, dans le cas d'un substrat isotrope et un superstrat isotrope.

$d_{\text{superstrat}} / d_{\text{substrat}}$	f_r en Ghz	f_i en Ghz	Bande passante
1	1.4163	0.1374	0.1940
2	1.4162	0.1431	0.2021
4	1.4158	0.1454	0.2054
8	1.4140	0.1518	0.2147

Le tableau (3-7) montre que l'effet du superstrat est d'autant plus fort que l'épaisseur de ce dernier est élevée. La partie réelle de la fréquence complexe a tendance à diminuer quand l'épaisseur du superstrat augmente, le contraire est remarqué pour la bande passante.

Nous concluons donc que la fréquence de résonance des structures avec superstrat tend à diminuer par rapport aux structures sans superstrat, car les effets du champ de bord et le rayonnement électromagnétique sont plus importants dans le premier cas que dans le deuxième.

3-9-CONCLUSION:

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats numériques obtenus en donnant une interprétation et une explication physique à chacun. Nos résultats sont comparés avec les données théoriques et expérimentales de la littérature [11] et [13]. Notre programme a approuvé une grande performance dans la résolution de l'équation caractéristique, et le calcul de la fréquence complexe, en incluant l'influence des différents paramètres sur cette dernière, et sur la bande passante de l'antenne à patch de forme triangle équilatéral, à savoir : les dimensions du patch, l'épaisseur et la nature du substrat (isotrope ou anisotrope), et l'existence d'un superstrat.

Il faut signaler que nous avons malgré ça rencontré quelques difficultés, car l'utilisation des méthodes numériques et analytiques a provoqué des problèmes de convergence surtout pour les substrats épais (supérieure à 2.5cm dans notre cas).

Nous remarquons d'après les résultats obtenus que la différence entre l'expérience et la théorie de [11] est moins de 2.3%, tandis que pour notre cas elle peut aller jusqu'à 13,8%. Nos résultats sont jugés bon même s'ils ne sont pas très proches des mesures expérimentales. Ceci est dû à la complexité de la géométrie du patch et par conséquent la complexité des calculs, en plus de la méthode et de l'environnement de calcul qui ne sont pas les mêmes.

3-1-INTRODUCTION :

Les rapports d'investigations mathématiques du comportement de plusieurs modèles d'antennes micro-rubans ont montré que la technique de résolution la plus efficace est l'application de la méthode des moments (MoM). Cette méthode opère dans le domaine spectral, et elle est qualifiée comme étant rigoureuse [13] car elle tient compte de tous les phénomènes d'ondes associés à la structure.

Dans ce travail, nous essayerons de porter une analyse rigoureuse basée sur l'approche EFIE-MoM (field integral equation) dans le domaine spectral, d'une antenne à patch de forme triangle équilatéral.

La procédure de résolution que nous allons adapter pour notre analyse consiste à trouver le zéro du déterminant de la matrice impédance. La caractéristique de cette méthode est son indépendance de la source d'excitation [13], mais malgré ses avantages, cette méthode souffre de quelques inconvénients, dont le temps de calcul qui est important, la précision exigée pour déterminer les éléments de la matrice impédance et l'existence des solutions parasites.

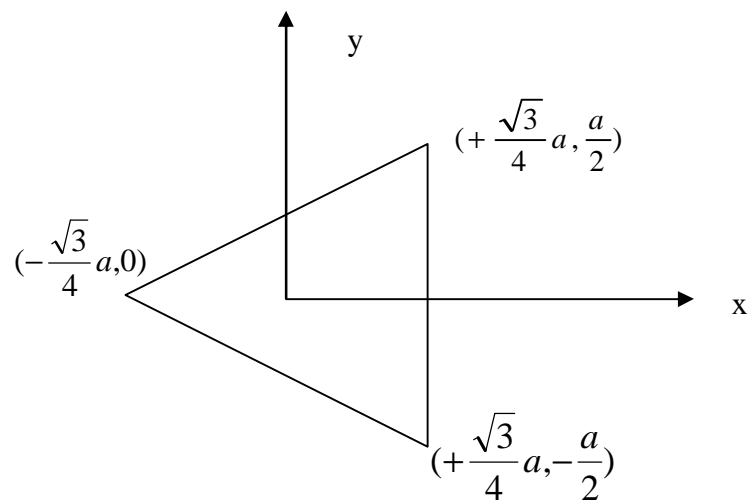
Pour obtenir une bonne précision et minimiser le temps de calcul des éléments de la matrice impédance, une méthode d'intégration appropriée doit être choisie. Dans notre travail nous allons opter pour la méthode des Trapèzes [annexe1] pour calculer ces éléments et éviter les singularités qui se présentent au niveau de la fonction de Green, et la méthode de Muller pour résoudre l'équation caractéristique et calculer la fréquence de résonance complexe [annexe 2].

Le problème des solutions parasites va être évité par un choix convenable des fonctions de base qui sont en rapport direct avec le mode considéré et la géométrie du patch. Le calcul de la transformée de Fourier de ces fonctions dépend aussi de cette géométrie. Dans notre cas et vu la complexité de la structure (un triangle équilatéral), nous allons utiliser une méthode mathématique, qui est la méthode de l'élément de référence [annexe 3]. Cette méthode est basée sur le principe d'un changement convenable des variables pour calculer la transformée de Fourier et donner des expressions analytiques exprimant les courants qui circulent sur le patch.

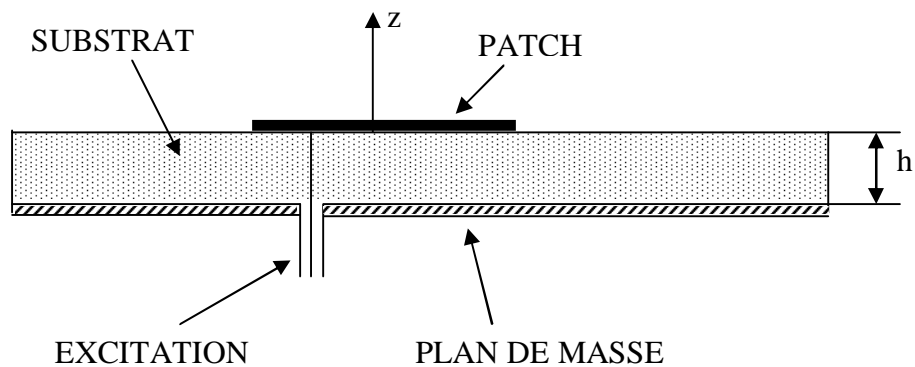
3-2-EVALUATION DES ELEMENTS DE LA MATRICE IMPEDANCE :

La géométrie de l'élément rayonnant prenant la forme d'un triangle équilatéral d'une antenne micro-ruban est illustrée par la figure (3-1). L'un des objectifs majeur de notre étude est l'obtention des différentes valeurs de la fréquence d'opération complexe et la bande passante en

fonction des différents paramètres de l'antenne en utilisant l'analyse Full wave dans le domaine spectral et la méthode des moments.



(a)



(b)

Figure (3-1) : Géométrie d'une antenne à patch de forme triangle équilatéral.

(a) : Vu de haut. (b) : Vu de côté.

Pour cela, nous considérons une source d'alimentation libre et nous employons une procédure similaire à celle d'une antenne à Patch rectangulaire [15]. En considérant les conditions aux limites, nous obtenons l'équation matricielle suivante :

$$[A_{ij}][B] = 0 \quad (3-1)$$

Les éléments de la matrice A_{ij} sont donnés au chapitre 2 par les équations (2-50), (2-51), (2-52), (2-53). La fréquence de résonance complexe $f = f_r + if_i$ résulte de la résolution de l'équation :

$$\det(A_{ij}) = 0 \quad (3-2)$$

3-3-CHOIX DES FONCTIONS DE BASE :

Théoriquement il existe plusieurs fonctions de base, mais pratiquement on utilise un nombre limité seulement. En général les fonctions sinusoïdales sont utilisées pour les formes rectangulaires et triangulaires, alors que les fonctions de Bessel sont réservées aux formes circulaires et annulaires [17]. Pour minimiser le temps de calcul, on choisi des fonctions dont la variation est proche de celle de la solution prévue. Pour ceci les fonctions de base issues du modèle de la cavité sont les plus utilisées.

Le système des fonctions de base qui a été choisi pour notre cas a été proposé par W. Chen, k. F. Lee et J. S. Dahele [11]. Les expressions des densités de courant circulant sur l'élément rayonnant dans les directions (x,y) sont données par :

$$\begin{aligned} J_x(m, n) = & \sqrt{3} \left[l \sin\left(\frac{2plx}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left(\frac{2p(m-n)y}{3a}\right) \right. \\ & + m \sin\left(\frac{2pmx}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left(\frac{2p(n-l)y}{3a}\right) \\ & \left. + n \sin\left(\frac{2pnx}{\sqrt{3}a}\right) \cos\left(\frac{2p(l-m)y}{3a}\right) \right] \end{aligned} \quad (3-3)$$

$$\begin{aligned} J_y(m, n) = & (m-n) \cos\left(\frac{2plx}{\sqrt{3}a}\right) \sin\left(\frac{2p(m-n)y}{3a}\right) \\ & + (n-l) \cos\left(\frac{2pmx}{\sqrt{3}a}\right) \sin\left(\frac{2p(n-l)y}{3a}\right) \\ & + (l-m) \cos\left(\frac{2pnx}{\sqrt{3}a}\right) \sin\left(\frac{2p(l-m)y}{3a}\right) \end{aligned} \quad (3-4)$$

l, m, n sont des entiers désignant les modes, avec $l+m+n=0$.

a est la longueur latérale du triangle.

3-4-CALCUL DE LA TRANSFORMEE DE FOURIER DES DENSITES DE COURANT:

Pour calculer la transformée de Fourier des densités de courant qui circulent sur le patch, nous allons choisir une méthode mathématique. Cette méthode consiste à changer les variables et utiliser un élément de référence pour limiter et calculer les intégrales [annexe 3], et on obtient les résultats suivants:

$$\begin{cases} \tilde{J}_x = I_{1x} + I_{2x} + I_{3x} \\ \tilde{J}_y = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y} \end{cases} \quad (3-5)$$

Avec :

$$\begin{cases} I_{1x} = \frac{\sqrt{3}l}{4i} (I_{11x} + I_{12x} - I_{13x} - I_{14x}) \\ I_{2x} = \frac{\sqrt{3}m}{4i} (I_{21x} + I_{22x} - I_{23x} - I_{24x}) \\ I_{3x} = \frac{\sqrt{3}n}{4i} (I_{31x} + I_{32x} - I_{33x} - I_{34x}) \end{cases} \quad (3-6)$$

$$\begin{cases} I_{1y} = \frac{m-n}{4i} (I_{11y} + I_{12y} - I_{13y} - I_{14y}) \\ I_{2y} = \frac{n-l}{4i} (I_{21y} + I_{22y} - I_{23y} - I_{24y}) \\ I_{3y} = \frac{l-m}{4i} (I_{31y} + I_{32y} - I_{33y} - I_{34y}) \end{cases} \quad (3-7)$$

Et :

$$\begin{aligned} I_{vwx} = I_{vwy} = U_{vw} \left[\sin c(aK_y + Y_{vw}) - \frac{i \cos(aK_y + Y_{vw})}{aK_y + Y_{vw}} + \frac{i}{aK_y + Y_{vw}} \right]^* \\ \left[\sin c\left(\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}\right) - \frac{i \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}} + \frac{i}{\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}} \right] \end{aligned} \quad (3-8)$$

Avec :

$$U_{vw} = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 e^{-i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y\right)} e^{-iX_{vw}} \quad (3-9)$$

Les paramètres X_{vw}, Y_{vw} sont donnés en annexe 3.

a est la longueur latérale du triangle.

l, m, n sont les entiers qui désignent les modes.

K_x et K_y Sont les vecteurs d'ondes.

3-5-DETERMINATION DE LA FREQUENCE DE RESONANCE:

L'expression de la fréquence de résonance issue du modèle de la cavité d'une antenne triangulaire avec murs magnétiques parfaits est donnée par [7], [10], [11] et [14] :

$$f_{mnl} = \frac{2c}{3a\sqrt{e}} \sqrt{m^2 + n^2 + mn} \quad (3-10)$$

Où c est la vitesse de lumière dans l'espace libre.

e est la permittivité relative du substrat.

a est la longueur latérale du triangle.

l, m, n désignent les modes et ne peuvent pas être nuls simultanément.

La formule (3-10) peut servir comme valeur initiale dans la procédure de recherche de la racine complexe de l'équation caractéristique.

REMARQUE :

Dans la plupart des travaux réalisés sur les antennes triangulaires et les analyses issues du modèle de la cavité, la permittivité relative du substrat dans la formule (3-10) est remplacée par la permittivité effective [10]. Pour avoir une bonne convergence C-S Gurel [7] à proposer d'inclure l'effet modal dans les analyses, et calculer la permittivité dynamique pour l'introduire au calcul de la fréquence de résonance.

3-6-COMPARAISON DES RESULTATS NUMERIQUES AVEC LA LITTERATURE :

Pour valider nos résultats, la fréquence de résonance est calculée pour les quatre premiers modes et comparée avec les résultats expérimentaux et les données théoriques reportées par les articles [11] et [13] pour une antenne triangulaire (un triangle équilatéral) non piégée avec un substrat isotrope.

Les tableaux (3-1) et (3-2) résument une comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats de la méthode des moments de [11] avec nos résultats de calcul de la fréquence de résonance (partie réelle de la fréquence complexe) d'une antenne à plaque de forme triangle équilatéral avec un substrat à base de Duroid 5870 de permittivité relative $e = 2.32 \pm 0.02$.

Tableau (3-1) : Comparaison de la fréquence de résonance avec celle de la référence [11] pour $\epsilon = 2.32$, $a=10\text{cm}$, $d=0.159\text{cm}$.

Mode	Résultats Mesurés en Ghz	Résultats De [11] en Ghz	Nos résultats en Ghz
TM ₁₀	1.280	1.288	1.4185
TM ₂₀	2.550	2.610	2.6469
TM ₂₁	3.400	3.454	3.4513
TM ₃₀	3.824	3.875	3.9485

Tableau (3-2) : Comparaison de la fréquence de résonance avec celle de la référence [11] pour $\epsilon = 2.32$, $a=8.7\text{cm}$, $d=0.78\text{mm}$.

Mode	Résultats Mesurés en Ghz	Résultats De [11] en Ghz	Nos résultats en Ghz
TM ₁₀	1.489	1.498	1.4911
TM ₂₀	2.969	2.990	3.0126
TM ₂₁	3.968	3.977	4.0063
TM ₃₀	4.443	4.480	4.5360

Nous remarquons d'après ces deux tableaux que les valeurs de la fréquence de résonance dépendent essentiellement des dimensions du patch, de la nature (la permittivité) et l'épaisseur du substrat, pour chaque mode étudié.

3-6-a-Variation de la fréquence de résonance en fonction des dimensions du patch:

Les figures (3-2) et (3-3) illustrent la variation de la fréquence de résonance en fonction de la longueur latérale du triangle 'a', pour le mode TM₁₀ et pour différentes valeurs de ϵ . Elle

montrent que la partie réelle de la fréquence complexe augmente avec la diminution de 'a'. D'autre par, nous remarquons que l'augmentation de la permittivité diminue considérablement les valeurs de la fréquence de résonance pour différentes valeurs de 'a'.

Ceci donc prouve l'importance du choix de la géométrie et des dimensions du patch.

Nous remarquons aussi que les résultats que nous avons obtenus coïncident avec celle de la référence [13].

3-6-b-Variation de la fréquence de résonance et la bande passante en fonction des paramètres du substrat :

Les figures (3-4), (3-5), (3-6), et (3-7) montrent l'influence de la permittivité et l'épaisseur du substrat sur la variation de la fréquence complexe et la bande passante pour le mode TM_{10} et le mode TM_{20} .

Dans la figure (3-4), la partie réelle de la fréquence complexe en fonction de l'épaisseur du substrat d'une plaque de forme triangle équilatéral de dimension $a=10\text{cm}$ réalisée sur un substrat isotrope de permittivité relative $\epsilon=2.32$ est montrée. La partie imaginaire et la bande passante sont illustrées par les figures (3-5) et (3-6) respectivement pour les mêmes paramètres. A partir des trois figures nous concluons que :

- La partie réelle de la fréquence diminue avec l'augmentation de l'épaisseur.
- La partie imaginaire augmente avec l'augmentation de l'épaisseur du substrat.
- L'augmentation de l'épaisseur du substrat entraîne l'élargissement de la bande passante.

Bien que l'utilisation de substrats à épaisseur élevée offre une bande passante large, et c'est le but de notre travail, mais ceci engendre deux types d'inconvénients majeurs : le problème des ondes de surface et le problème de couplage.

Pour les ondes de surface le mode TM_{01} est toujours propagatif quelque soit l'épaisseur du substrat car il possède une fréquence de coupure nulle [15], et si l'épaisseur augmente d'autres modes peuvent exister. Par conséquent l'énergie couplée entre ces modes sera d'autant plus grande et l'excitation supplémentaire due aux ondes de surface qui naissent aura plusieurs inconvénients dont :

- Le rendement du rayonnement de l'antenne peut être dégradé à des niveaux inacceptables.
- Le rayonnement de l'antenne micro-ruban peut engendrer de sérieuses perturbations sur le rayonnement de l'antenne.

- La possibilité d'un couplage d'énergie indésirable dans le cas de réseau d'antennes.

Pour réaliser donc une antenne microbande avec un substrat à épaisseur élevée, afin d'élargir la bande passante, il faut trouver un compromis entre cette amélioration et l'effet des ondes de surface.

La figure (3-7) montre une comparaison de la variation de la fréquence de résonance en fonction de l'épaisseur du substrat entre deux fonctions de base (le mode TM_{10} et TM_{20}).

Il a été reporté dans la littérature que la fréquence de résonance des antennes micro-rubans dépend fortement de la constante diélectrique du substrat. Des travaux ont été menés par W-C, K-Lee, J-D [11], et des mesures de la fréquence de résonance ont été réalisées sur des antennes avec patch triangulaire (un triangle équilatéral) implanté sur un substrat à base de Duroid 5870 avec $\epsilon = 2.32 \pm 0.02$, et Duroid 6010 avec $\epsilon = 10.5 \pm 0.25$. Les résultats mesurés et les résultats calculés par la méthode des moments reportés par [11], ainsi que nos résultats sont indiquées dans le tableau (3-2) au dessus, et le tableau (3-3).

Tableau (3-3) : Comparaison de la fréquence de résonance avec celle de la référence [11] pour $\epsilon = 10.5$, $a = 4.1\text{cm}$, $d = 0.7\text{mm}$.

Mode	Résultats Mesurés en Ghz	Résultats De [11] en Ghz	Nos résultats en Ghz
TM_{10}	1.519	1.522	1.3691
TM_{20}	2.995	3.025	3.0098
TM_{21}	3.973	4.038	3.9825
TM_{30}	4.439	4.518	4.5045

Le tableau (3-3) et la figure (3-8) nous montrent l'influence de la permittivité sur la fréquence de résonance pour différentes valeurs de cette dernière. A partir des résultats obtenus on observe que la partie réelle, la partie imaginaire de la fréquence complexe et la bande passante diminuent avec l'augmentation de la permittivité du substrat.

La partie imaginaire indique les pertes par rayonnement de l'antenne, donc pour des permittivités élevées le rayonnement est faible.

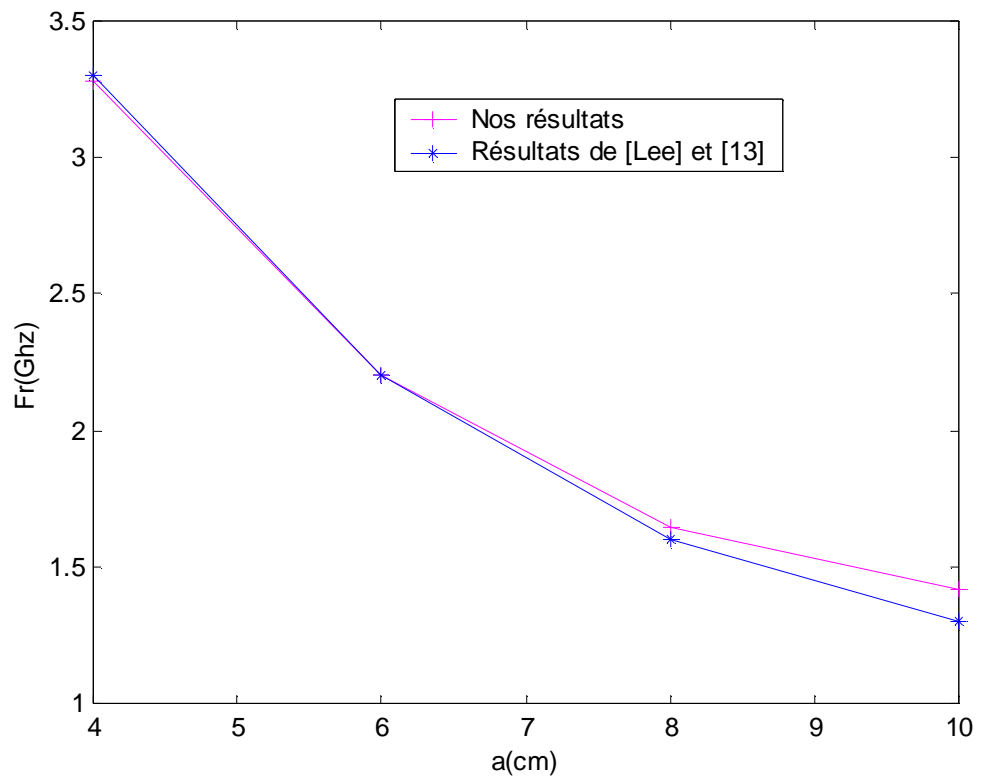


Figure (3-2) : Variation de la fréquence de résonance en fonction de la longueur latérale du triangle équilatéral 'a' pour le mode TM_{10} , $d=0.159\text{cm}$, $\epsilon=2.32$.

[Lee]: K.F.Lee, K.M.Luk and J.S.Dahele, 'Characteristics of the equilateral triangular patch antenna', IEEE Trans, Antenna propagat, Vol 36, No 11, pp 1510-1518, Nov 1988.

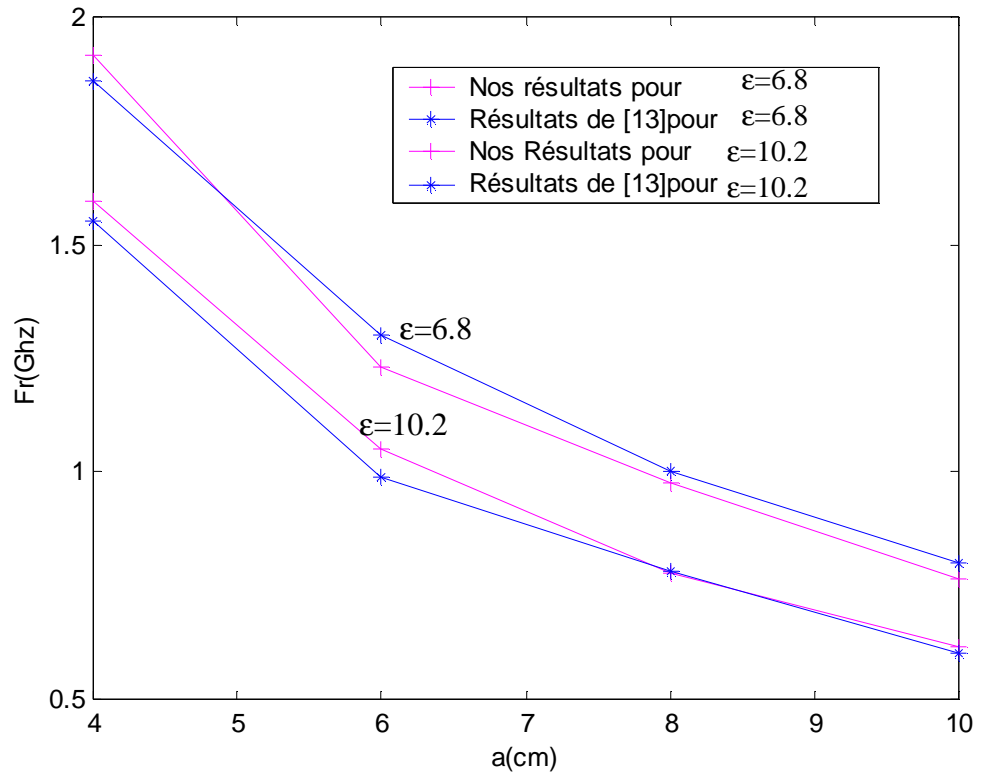


Figure (3-3): Variation de la fréquence de résonance en fonction de la longueur latérale du triangle équilatéral 'a' pour le mode TM_{10} , $d=0.159\text{cm}$, $\epsilon=6.8$ et $\epsilon=10.2$.

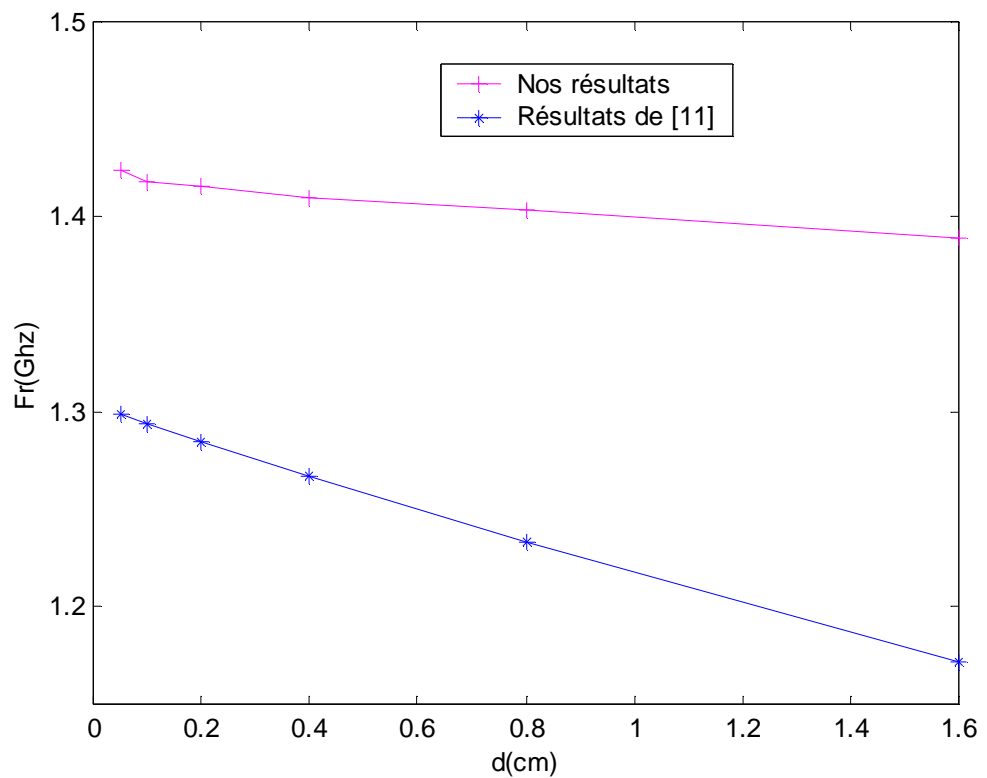


Figure (3-4) : Variation de partie réelle de la fréquence complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour le mode TM_{10} , $a=10$ cm, $\epsilon=2.32$.

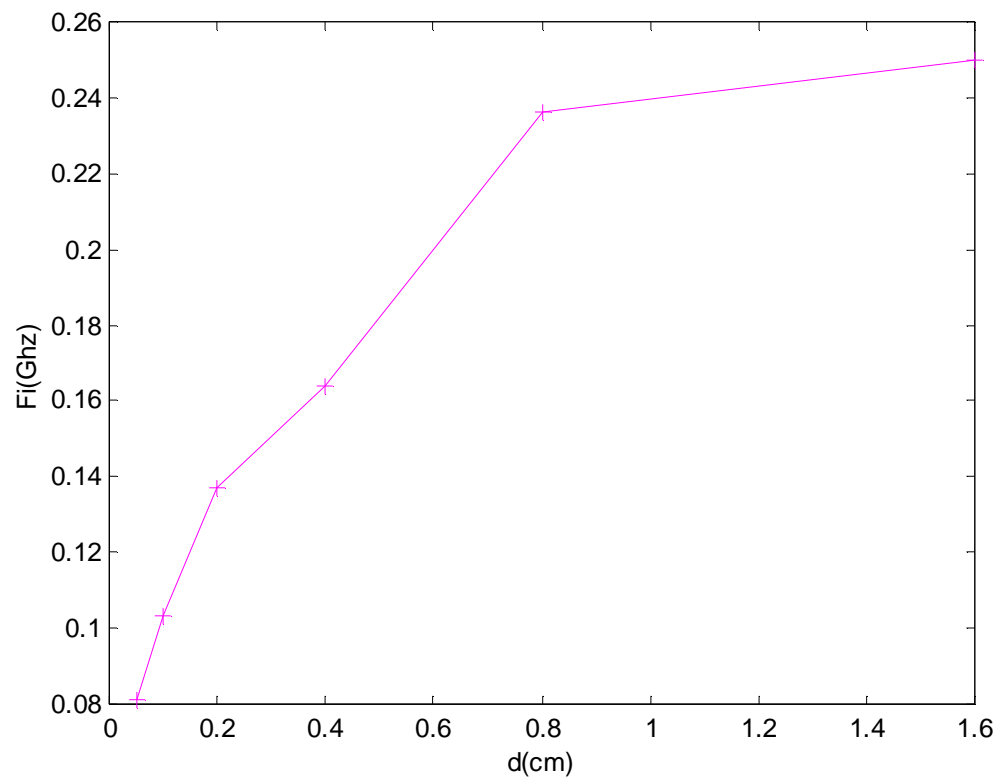


Figure (3-5) : Variation de la partie imaginaire de la fréquence complexe en fonction de l'épaisseur du substrat pour le mode TM_{10} , $a=0.159\text{cm}$, $\epsilon=2.32$.

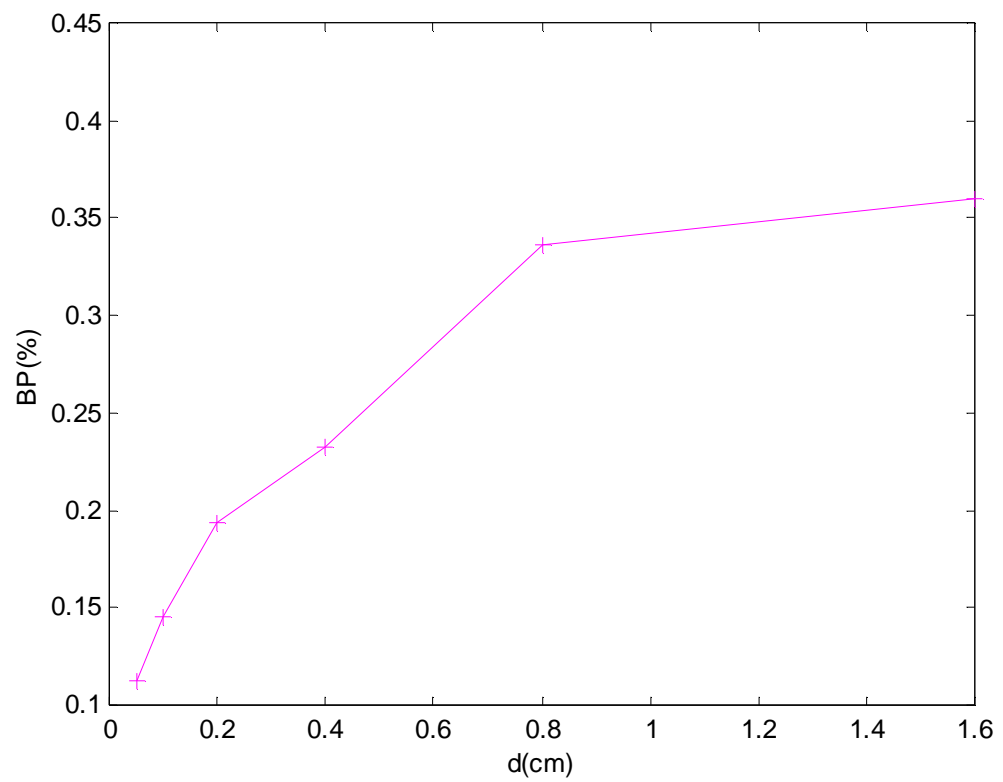


Figure (3-6) : Variation de la bande passante en fonction de l'épaisseur du substrat pour le mode TM_{10} , $a=10\text{cm}$, $\epsilon=2.32$.

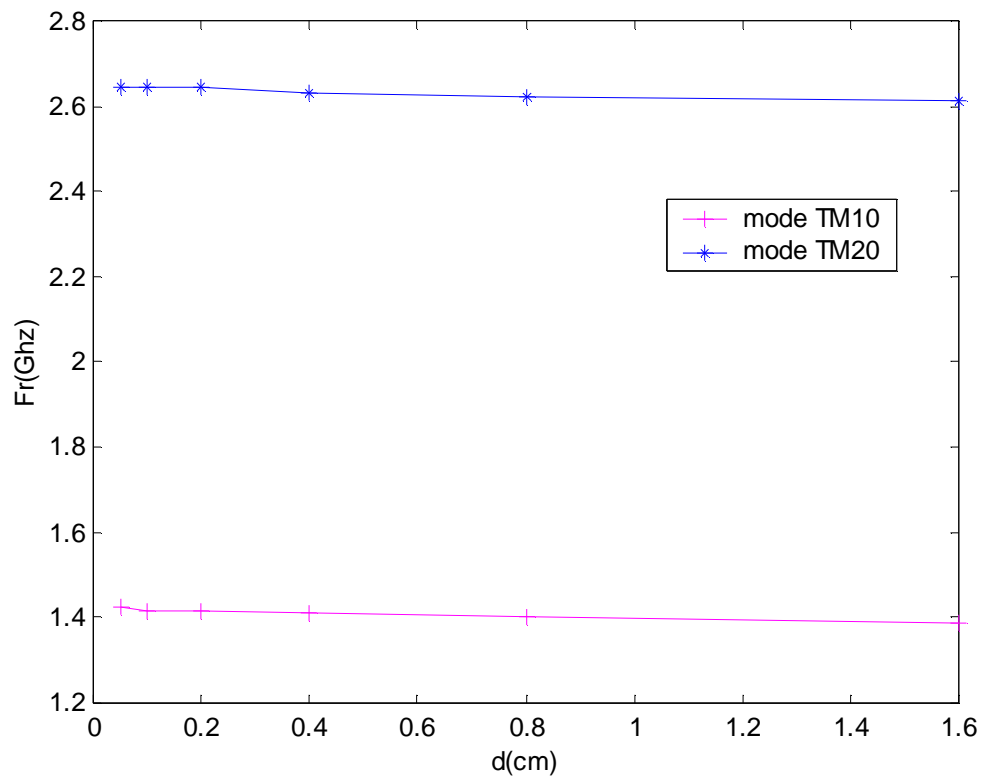


Figure (3-7) : Variation de la partie réelle de la fréquence complexe en fonction de l'épaisseur du substrat des modes TM_{10} et TM_{20} pour $a=10$ cm, $\epsilon=2.32$.

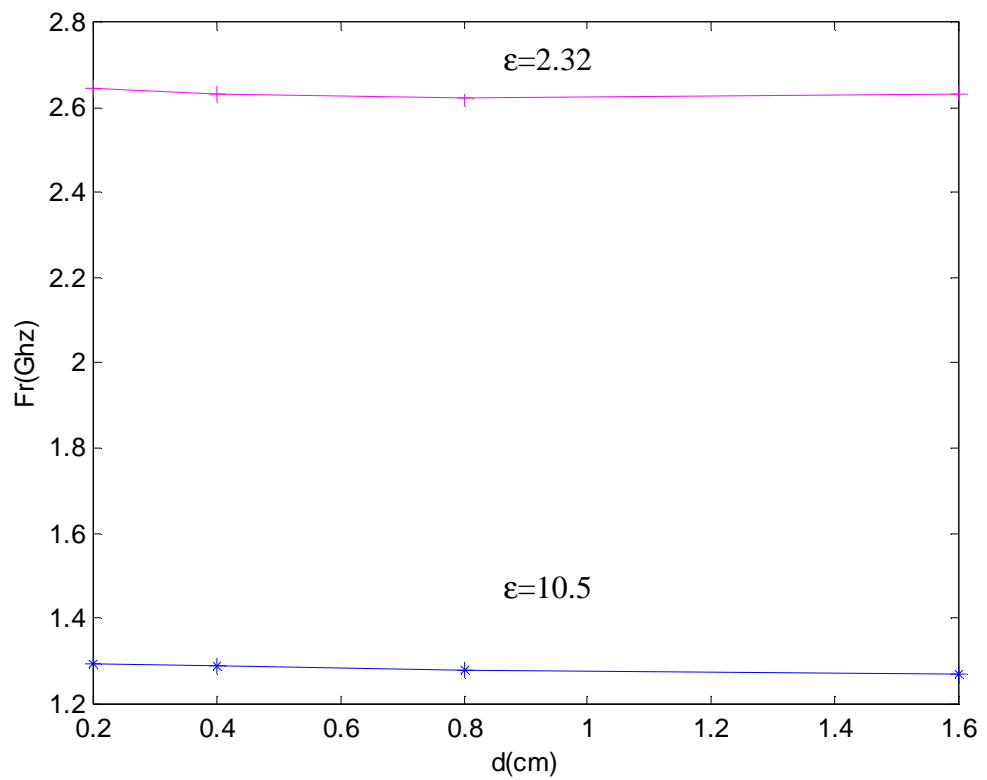


Figure (3-8) : Variation de la partie réelle de la fréquence complexe en fonction de l'épaisseur et de la permittivité du substrat du mode TM_{20} pour $a=10$ cm.

3-7-EFFET DE L'ANISOTROPIE UNIAXIALE:

Dans la conception des antennes micro-rubans, il est très important d'assurer une fréquence de résonance exacte, car ces antennes possèdent une bande passante étroite et ne peuvent opérer qu'au voisinage de la fréquence de résonance. Une petite erreur dans l'évaluation de cette dernière cause un décalage en dehors de sa bande passante, et par conséquent une dégradation des caractéristique de l'antenne.

Les études reportées dans la littérature, ainsi que nos calculs montrent une forte dépendance de la fréquence de résonance de la constante diélectrique du substrat. Cependant, beaucoup de substrats pratiques présentent un taux d'anisotropie [5], dont l'anisotropie uniaxiale. Parmi ces substrats pratiques nous citons le Saphir ($e_x = 11.6, e_z = 9.4$), l'Epsilam-10 ($e_x = 10.2, e_z = 13$) et le Boron Nitrite ($e_x = 10.2, e_z = 13$), Pour ceci donc il est important de prendre l'effet de l'anisotropie en considération.

3-7-a-Variation de la fréquence de résonance en fonction de e_x et e_z :

Les effets de l'anisotropie uniaxiale sur la performance des antennes micro-rubans ont été étudiés en premier par D.M.Pozar, pour une antenne rectangulaire. Récemment, R.M.Nelson et Al ont montré une large variation de la fréquence de résonance d'une plaque rectangulaire imprimée sur un substrat à anisotropie uniaxiale, en fonction du rapport d'anisotropie [15].

Pour les antennes avec plaque triangulaire, les effets de l'anisotropie uniaxiale n'ont pas fait l'objet de plusieurs études, c'est pour cela que nous n'avons pas pu trouver de travaux sur ce sujet reportés dans la littérature pour valider nos résultats. Nous allons essayé par conséquent de mener une étude similaire à celle de l'antenne rectangulaire et comparer avec.

La fréquence de résonance d'une antenne à patch de forme triangle équilatéral et d'une antenne rectangulaire ayant la même superficie que la plaque triangulaire, implantées sur des substrats similaires d'épaisseurs $d=0.159$ cm est calculée.

Pour différentes paires (e_x, e_z) de la constante diélectrique, la variation de la partie réelle de la fréquence complexe est montrée par le tableau (3-4), le rapport fréquentiel d'anisotropie est défini par la relation suivante [15] :

$$\frac{\Delta f_r}{f_r} = \left| 1 - \frac{f_{ra}}{f_{ri}} \right| \quad (3-11)$$

RESUME

Dans ce travail, l'antenne micro ruban avec un élément rayonnant de forme triangle équilatérale est étudiée. Les effets de l'isotropie, de l'anisotropie dans le substrat de l'antenne, ainsi que d'autres paramètres influant sur la fréquence d'opération et la bande passante sont investigués en utilisant la technique de la méthode des moments dans le domaine spectral. La fréquence de résonance complexe de l'antenne est calculée en utilisant la procédure de Galerkin issue de la méthode des moments dans la résolution de l'équation intégrale. Les fonctions sinusoidales sont choisies comme fonctions de base. Vu la complexité de la structure considérée, la transformée de Fourier de ces fonctions est calculée analytiquement en utilisant la méthode de l'élément de référence. Enfin les résultats numériques sont exprimés sous formes de tableaux et figures, et interprétés.

ANNEXE 3

La transformée de Fourier des densités de courant J_x, J_y est donnée par :

$$\begin{aligned} \tilde{J}_x &= [\sqrt{3}l \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(\frac{2plx}{\sqrt{3}a}) * \cos(\frac{2p(m-n)y}{3a}) * \exp^{-i(K_x x + K_y y)} dx dy] + \\ &[\sqrt{3}m \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(\frac{2pmx}{\sqrt{3}a}) * \cos(\frac{2p(n-l)y}{3a}) * \exp^{-i(K_x x + K_y y)} dx dy] + \\ &[\sqrt{3}n \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(\frac{2pnx}{\sqrt{3}a}) * \cos(\frac{2p(l-m)y}{3a}) * \exp^{-i(K_x x + K_y y)} dx dy] \\ \tilde{J}_y &= [(m-n) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\frac{2plx}{\sqrt{3}a}) * \sin(\frac{2p(m-n)y}{3a}) * \exp^{-i(K_x x + K_y y)} dx dy] + \\ &[(n-l) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\frac{2pmx}{\sqrt{3}a}) * \sin(\frac{2p(n-l)y}{3a}) * \exp^{-i(K_x x + K_y y)} dx dy] + \\ &[(l-m) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\frac{2pnx}{\sqrt{3}a}) * \sin(\frac{2p(l-m)y}{3a}) * \exp^{-i(K_x x + K_y y)} dx dy] \end{aligned}$$

Dans notre cas le courant existe sur le patch triangulaire seulement, les bornes d'intégration sont limitées donc par ce dernier. Vu la complexité de la géométrie du patch et pour faciliter l'intégration, nous avons choisi une méthode de calcul mathématique analytique appelé 'Méthode de L'élément de Référence'.

L'utilisation d'un élément de référence permet la simplification:

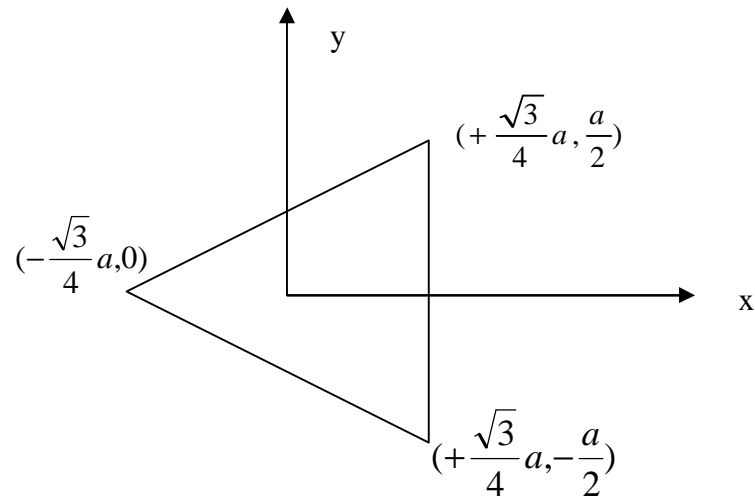
- de la définition analytique d'éléments de forme complexe.
- du calcul des formes matricielles élémentaires résultant d'une intégration.

L'élément de référence est alors choisi pour sa topologie 'simple' sur laquelle les fonctions d'approximation peuvent être simplifiées.

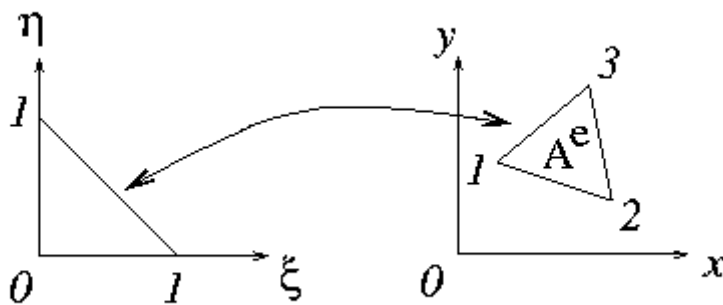
La formule exprimant cette méthode est donnée par [20], [21] [22] et [23] :

$$\iint_{(\Delta)} f(x, y) dx dy = \iint_{(\Delta')} f(x(x, h), y(x, h)) |\det(f)| dx dh$$

Dans notre cas le domaine (Δ) est le triangle équilatéral défini dans un repère cartésien comme le montre la figure ci-dessous :



Le domaine de référence (Δ') est représenté par la figure ci-dessous :



Après calcul et évaluation des intégrales nous trouvons :

$$\det f = -\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$

'a' est la longueur latérale du patch.

Et :

$$J_x = I_{1x} + I_{2x} + I_{3x}$$

$$J_y = I_{1y} + I_{2y} + I_{3y}$$

Avec :

$$I_{1x} = \frac{\sqrt{3}l}{4i}(I_{11x} + I_{12x} - I_{13x} - I_{14x})$$

$$I_{2x} = \frac{\sqrt{3}m}{4i}(I_{21x} + I_{22x} - I_{23x} - I_{24x})$$

$$I_{3x} = \frac{\sqrt{3}n}{4i}(I_{31x} + I_{32x} - I_{33x} - I_{34x})$$

Et :

$$I_{1y} = \frac{m-n}{4i}(I_{11y} + I_{12y} - I_{13y} - I_{14y})$$

$$I_{2y} = \frac{n-l}{4i}(I_{21y} + I_{22y} - I_{23y} - I_{24y})$$

$$I_{3y} = \frac{l-m}{4i}(I_{31y} + I_{32y} - I_{33y} - I_{34y})$$

Nous trouvons après calcul les expressions suivantes :

$$I_{vwx} = I_{vwy} = U_{vw} \left[\sin c(aK_y + Y_{vw}) - \frac{i \cos(aK_y + Y_{vw})}{aK_y + Y_{vw}} + \frac{i}{aK_y + Y_{vw}} \right]^*$$

$$\left[\sin c\left(\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}\right) - \frac{i \cos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}} + \frac{i}{\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y + X_{vw}} \right]$$

Avec :

$$U_{vw} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 e^{-i\left(\frac{\sqrt{3}}{2}aK_x + \frac{a}{2}K_y\right)} e^{-iX_{vw}}$$

Les paramètres X_{vw}, Y_{vw} sont exprimés par :

$$X_{vw} = \begin{bmatrix} \frac{-\sqrt{3}}{4}aa - \frac{a}{2}b & \frac{-\sqrt{3}}{4}aa + \frac{a}{2}b & \frac{\sqrt{3}}{4}aa - \frac{a}{2}b & \frac{\sqrt{3}}{4}aa + \frac{a}{2}b \\ \frac{-\sqrt{3}}{4}aa' - \frac{a}{2}b' & \frac{-\sqrt{3}}{4}aa' + \frac{a}{2}b' & \frac{\sqrt{3}}{4}aa' - \frac{a}{2}b' & \frac{\sqrt{3}}{4}aa' + \frac{a}{2}b' \\ \frac{-\sqrt{3}}{4}aa'' - \frac{a}{2}b'' & \frac{-\sqrt{3}}{4}aa'' + \frac{a}{2}b'' & \frac{\sqrt{3}}{4}aa'' - \frac{a}{2}b'' & \frac{\sqrt{3}}{4}aa'' + \frac{a}{2}b'' \end{bmatrix}$$

$$Y_{vw} = \begin{bmatrix} -ab & ab & -ab & ab \\ -ab' & ab' & -ab' & ab' \\ -ab'' & ab'' & -ab'' & ab'' \end{bmatrix}$$

Et les paramètres a, b, a', b', a'', b'' sont donnés les expressions suivantes :

$$a = \frac{2pl}{\sqrt{3a}}, b = \frac{2p(m-n)}{3a}$$

$$a' = \frac{2pm}{\sqrt{3a}}, b' = \frac{2p(n-l)}{3a}$$

$$a'' = \frac{2pn}{\sqrt{3a}}, b'' = \frac{2p(l-m)}{3a}$$