

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MENTOURI - CONSTANTINE  
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° d'ordre :  
Série :

*MEMOIRE*  
*PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE*  
*MAGISTER*  
*EN ELECTRONIQUE*  
*THEME*

**Etude des structures planaires  
blindées en tenant compte de  
l'épaisseur métallique des rubans**

OPTION  
Micro onde  
Présenté par :  
Menzri Djemâa

Devant le jury:

✓ Président: M<sup>r</sup> A.Benghalia Prof Univ Constantine  
✓ Rapporteur : M<sup>r</sup> M.Riabi Prof Univ Constantine  
✓ Examineur : M<sup>r</sup> A.Chaabi Prof Univ Constantine  
M<sup>r</sup> T.Benhbiles M.C Univ Constantine

Soutenu le :27 / 06 / 2007

A 9H

**LE PUBLIC EST CORDIALEMENT INVITE**

# INTRODUCTION

Depuis une quarantaine d'années, l'électronique a connu un essor dans de nombreux domaines, tels que l'informatique, l'automatisme ou encore le secteur médical. Cependant, la principale raison de cet essor est l'explosion des télécommunications (communication par satellites, téléphonie mobile,...) dans le monde, tant dans le domaine militaire que civil.

Cela a pour conséquence une adaptation perpétuelle des systèmes électroniques à une intégration très forte des composants, et à une montée en fréquence causée, notamment, par l'encombrement croissant des bandes allouées et l'augmentation importante du débit nécessaire. Ces évolutions devant intervenir à moindre coût, et des critères de plus en plus sévères sont donc imposés à toutes les fonctions classiques de l'électronique.

Ainsi, de nouvelles solutions sont à envisager, et parmi elles, la recherche de nouveaux matériaux est une des plus prometteuses.

De l'avis des physiciens, inverser le parcours de la lumière et la faire voyager à une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière, c'est un peu comme réécrire l'électromagnétisme et modifier les lois de Snell-Descartes. Autant dire qu'il s'agit là d'un champ d'exploration riche et passionnant.

Cette prouesse repose sur l'utilisation de matériaux artificiels, aux propriétés nouvelles, qui portent le nom des métamatériaux. Parmi les caractéristiques de ces matériaux composites artificiels, leur capacité à présenter un indice de réfraction négatif, ainsi que la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Ceci renforce l'espoir de voir une onde réfractée « aller à reculons » et dépasser la vitesse communément admise de la lumière.

Le concept de métamatériau fut évoqué pour la première fois dans le domaine de l'optique en 1968, quand le physicien russe Victor Veselago[1] introduit la notion de matériaux main gauche (Left Handed Metamaterial) pour désigner les milieux de propagation pour lesquels le vecteur d'onde  $\vec{K}$  et le vecteur de Poynting  $\vec{S}$  sont antiparallèles faisant ainsi référence au trièdre inverse des vecteurs  $\vec{K}, \vec{H}, \vec{E}$ .

Il envisagea de façon théorique la possibilité de créer artificiellement un matériau présentant une permittivité et une perméabilité relatives négatives, donc un indice de réfraction négatif. Les premiers essais concluant de réalisation de ces métamatériau à indice de réfraction négatif ont vu le jour dans les années 90 grâce aux travaux de John Pendry[2]. Depuis, la recherche dans ce domaine a connu un essor considérable.

Le concept de métamatériau est très vaste dans la mesure où ces matériaux présentent des topologies très différentes formées par des constituants très variés. Il existe, cependant, un point commun à ces métamatériau: ils ont tous des propriétés électromagnétiques très différentes de celles présentées par les matériaux naturels: cette différence résulte d'un assemblage particulier de matériaux constitutifs usuels, c'est-à-dire ayant des propriétés physiques connues. Ainsi, des métamatériau présentant des permittivités et/ou perméabilités relatives négatives dans une bande de fréquences donnée peuvent être obtenus alors que leurs constituant(inclusion conductrices et matrice diélectrique isolante) ont des propriétés électromagnétiques conventionnelles.

En 2001[3], il a été démontré qu'une onde électromagnétique peut se propager dans un milieu d'indice optique négatif. Une onde incidente franchissant la surface de séparation du vide et d'un tel milieu est réfractée selon un angle négatif, ce qui n'avait jamais été observé auparavant avec un milieu classique.

Ces structures étaient théoriquement considérées comme capable de montrer non seulement l'indice de réfraction négatif, mais aussi de reproduire l'image d'un objet en "champ proche"(même si l'objet est plus petit que la longueur d'onde de la lumière qui l'éclaire) par une superlentille plate, permettant ainsi l'augmentation de la capacité d'un microscope, ce qui représente un progrès pour l'imagerie biologique et médicale.

Depuis la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle, toutes les améliorations techniques réalisées en microscopie se sont heurtées à l'existence d'un véritable « mur » de résolution exprimé par le critère de Rayleigh, qui interdit à l'image d'un point d'être ponctuelle. Même dans le meilleur instrument optique, l'image d'un point ne peut être qu'une tache circulaire. Si l'on observe donc deux points trop rapprochés l'un de l'autre, leurs deux taches-images se recouvrent et il n'est pas possible de les distinguer individuellement.

Ce phénomène fixe une résolution limite au microscope. Le critère de Rayleigh en détermine l'ordre de grandeur : on ne peut pas voir d'objet de dimension inférieure à la longueur d'onde du rayonnement utilisé pour l'observer. Alors pour observer des objets de dimension inférieure, il semble donc indispensable d'utiliser des longueurs d'ondes inférieures aux longueurs d'onde lumineuses.

Il existe les SNOM, pour « *scanning near-field optical microscopes* », qui sont capables d'aller sous cette limite pour produire une image en deux dimensions de la surface d'un objet ligne par ligne. Mais seulement en intervenant au contact de l'objet. Le principe de cette méthode repose sur la transformation par diffraction des ondes évanescentes en ondes progressives pour être récupérée par une fibre optique. En effet, en plongeant une pointe sub-longueur d'onde dans le champ proche de l'objet observé, les ondes évanescentes présentes sur sa surface vont être partiellement transformées en onde progressives et pouvoir se propager, avec les informations qu'elles contiennent, jusqu'au détecteur. Cette dernière remarque montre que la résolution pourra être d'autant plus grande que le détecteur pourra s'approcher plus près de l'objet. Donc, ces microscopes ne peuvent pas être employés lorsque le contact avec l'échantillon observé risque de le détériorer, surtout quand celui-ci est fragile comme par exemple un échantillon biologique telles des cellules vivantes.

Une autre méthode pour augmenter le pouvoir de résolution des systèmes d'imagerie, consiste à utiliser le système de « superlentille » qui permet de voir des détails jusqu'à vingt fois plus fin que la longueur d'onde utilisée, tout en offrant une résolution supérieure à celle permise par la technologie actuelle. Le caractère métallique et l'extrême minceur de la superlentille expliquent cette précision, prédite par la théorie depuis 2000[4].

Cette technique pourrait donner à voir les processus biologiques en temps réel au sein d'échantillons de tissu vivants : par exemple les interactions entre protéines, qui, aujourd'hui, ne peuvent être étudiées qu'indirectement.

Cependant la superlentille ne diffuse pas les ondes évanescentes avec assez d'intensité pour qu'un œil humain puisse voir l'image directement ; alors les prochaines recherches devront conformer la lentille de manière à ce qu'elle puisse véhiculer les ondes sur des distances plus grandes et les transmettre, par exemple, via une fibre optique.

Dans ce travail nous avons utilisé une couche plane de métamatériaux main gauche ayant une constante diélectrique et une perméabilité magnétique négatives pour montrer qu'il est possible d'élaborer des lentilles plates parfaites, permettant de s'affranchir de la limite de diffraction imposée par le critère de Rayleigh, par amplification des ondes évanescentes.

La conception du dispositif se fait à partir de la simulation de la propagation des ondes électromagnétiques au sein de la structure et de la réfraction négative aux interfaces. Ces simulations sont effectuées dans le domaine temporel et spatial en résolvant les équations de Maxwell par la méthode des différences finies pour déterminer les différents paramètres.

Ce travail est divisé en trois chapitres:

- ✚ Le premier chapitre est une synthèse bibliographique sur les composites artificielles
- ✚ Le deuxième chapitre est un générique pour le troisième chapitre, on a introduit, les superlentille leur définition, caractéristiques techniques, les propriétés physiques et optiques ainsi que les formes analytiques des équations de :
  - Focalisation du champ proche
  - Propriété de coefficient de réflexion et de transmission (les ondes évanescente)
  - La fonction de transfert.
- ✚ Le dernier chapitre est consacré à l'application d'une méthode numérique pour calculer les différents paramètres de la superlentille. La FDTD présentée par Yee en 1966[5] semble à l'heure actuelle la plus apte à répondre à nos besoins. Nous avons détaillé le principe de cette dernière, en abordant les principaux points clés, à savoir le principe de base de la méthode, la discrétisation des équations de Maxwell dans le domaine temporel et spatial, le critère de stabilité liant le pas spatial et le pas temporel, sans lequel les schémas divergent, les conditions aux limites. Nous avons terminé ce chapitre par l'utilisation d'un algorithme FDTD, qui nous a permis de calculer d'une façon relativement simple les différents paramètres de la superlentille, à savoir, l'amplification des ondes évanescentes, les coefficients de transmission et de réflexion, le champ proche incident et transmis et la fonction de transfert, sans passer par la simulation électromagnétique.

## Annexe 1 : Critère de stabilité

Le schéma numérique présenté au chapitre III, issu de la discrétisation des équations de Maxwell par la méthode des différences finies, ne peut fonctionner que sous la contrainte d'un critère de stabilité. Pour cela, nous allons établir le critère de stabilité à partir de l'équation de Helmholtz, discrétisée au sens des différences centrées.

Dans un repère cartésien, l'équation de Helmholtz s'écrit :

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} \quad (\text{A1,1})$$

Où  $W$  est la composante d'un champ arbitraire électrique ou magnétique. En discrétisant, à l'aide des différences centrées, l'équation (A1, 1), nous obtenons la forme :

$$\begin{aligned} & \frac{W^n(i+1, j, k) - 2W^n(i, j, k) + W^n(i-1, j, k)}{\partial x^2} + \\ & \frac{W^n(i, j+1, k) - 2W^n(i, j, k) + W^n(i, j-1, k)}{\partial y^2} + \\ & \frac{W^n(i, j, k+1) - 2W^n(i, j, k) + W^n(i, j, k-1)}{\partial z^2} = \quad (\text{A1, 2}) \\ & \frac{1}{c^2} \frac{W^{n+1}(i, j, k) - 2W^n(i, j, k) + W^{n-1}(i, j, k)}{\partial t^2} \end{aligned}$$

La première incrémentation pour la valeur des champs électriques à l'instant  $n=2$  utilise le champ à  $n=1$  et  $n=0$ . La valeur du champ à  $n=0$  est connue par les conditions initiales. Par ailleurs, la valeur à  $n=1$  n'est pas connue, et doit être prise en compte tout en maintenant la stabilité de l'algorithme durant l'incrément du temps.

La composante du champ donnée par l'équation (A1.2) peut être modélisée par :

$$W^n(i, j, k) = D^n e^{j(A_i + B_j + C_k)} \quad j = \sqrt{-1} \quad A, B, C \text{ sont réels} \quad (\text{A1, 3})$$

Où l'amplitude de D doit être plus petite que l'unité pour que le champ électrique soit borné. Prenons  $n = 1$  et introduisons l'équation (A1.3) dans celle donnée par (A1.2) et en éliminant les termes des champs communs, nous obtenons :

$$D \left[ \frac{e^{jA} - 2 + e^{-jA}}{\partial x^2} + \frac{e^{jB} - 2 + e^{-jB}}{\partial y^2} + \frac{e^{jC} - 2 + e^{-jC}}{\partial z^2} \right] = \frac{1}{c} \frac{D^2 - 2D + 1}{dt^2} \quad (\text{A1,4})$$

En arrangeant et utilisant l'identité d'Euler dans les champs de l'équation (A1.4), nous obtenons :

$$D^2 - 2D \left[ 1 - 2 \left( c \frac{dt}{dx} \right)^2 \sin^2 \frac{A}{2} - 2 \left( c \frac{dt}{dy} \right)^2 \sin^2 \frac{B}{2} - 2 \left( c \frac{dt}{dz} \right)^2 \sin^2 \frac{C}{2} \right] + 1 = 0 \quad (\text{A1,5})$$

En imposant que le champ soit borné, la racine de D donnée par l'équation (A1.5) devient :

$$-1 \leq 1 - 2 \left( c \frac{dt}{dx} \right)^2 \sin^2 \frac{A}{2} - 2 \left( c \frac{dt}{dy} \right)^2 \sin^2 \frac{B}{2} - 2 \left( c \frac{dt}{dz} \right)^2 \sin^2 \frac{C}{2} \leq 1 \quad (\text{A1,6})$$

L'équation (A1.6) peut être représenté de la façon suivante:

$$(cdt)^2 \left[ \frac{\sin^2 \frac{A}{2}}{dx^2} + \frac{\sin^2 \frac{B}{2}}{dy^2} + \frac{\sin^2 \frac{C}{2}}{dz^2} \right] \leq 1 \quad (\text{A1,7})$$

Ceci nous conduit à la relation suivante entre le pas temporel et les pas spatiaux. La relation A1.7 est valable quelque soit les constantes de propagation choisies  $k_x, k_y, k_z$ . En majorant les sinus par 1, dans la relation, on obtient « le pas d'échantillonnage » du schéma numérique d'ordre 2\*2:

$$dt \leq \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{dx^2} + \frac{1}{dy^2} + \frac{1}{dz^2}}}$$

## ***Annexe 2 : La Dispersion Numérique***

Si on définit la relation de dispersion comme étant  $k(\omega)$  avec  $k$  le vecteur d'onde et  $\omega$  la pulsation, on constate que cette relation calculée à partir du champ discrétisé diffère de celle exprimée avec le champ continu. Ceci se traduit par une vitesse de propagation de l'onde (vitesse de phase) dans l'espace discret qui dépend de la direction de propagation et qui est toujours inférieure à la vitesse de la lumière. Cette dispersion non physique est un défaut de l'algorithme de FDTD. Il peut permettre de quantifier l'erreur due à la discrétisation du champ électromagnétique.

Prenons l'exemple de la propagation d'une onde plane, de vecteur d'onde  $k$ , dans un espace 1D. Si on introduit l'expression discrète de cette onde dans l'équation de Helmholtz :

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (\text{A2,1})$$

En faisant les simplifications nécessaires on trouve la relation de dispersion :

$$\cos(\omega dt) = \left( \frac{cdt}{d} \right)^2 (\cos(kd) - 1) + 1 \quad (\text{A2,2})$$

On constate qu'en faisant tendre  $dt$  et  $d$  vers 0, on retrouve  $k = \frac{\omega}{c}$

L'erreur introduite par rapport à la vitesse réelle de la lumière est de l'ordre de 1% dans le cas d'un pas spatial  $d = \frac{l}{10}$ . Cette erreur dépend de l'angle de propagation par rapport au maillage. Elle est minimale pour un angle de propagation de  $45^\circ$ . Cette erreur introduit un déphasage non souhaité ainsi qu'une distorsion des pulses.

Pour diminuer cette erreur on peut réduire le pas spatial (Diviser le pas spatial par 2 diminue l'erreur d'un facteur 4). On peut aussi choisir d'utiliser un modèle de différence finie à l'ordre 4, mais cela complexifie beaucoup l'algorithme.



### Annexe 3 : La Propagation Dans Les PML

En 2D, si on note  $(s_x, s_x^*, s_y, s_y^*)$  l'absorption électrique et magnétique suivant la direction x et y, dans les PML, le champ électromagnétique vérifie ces équations :

$$\begin{aligned}
 e \frac{\partial E_x}{\partial t} + s_y E_x &= \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \\
 e \frac{\partial E_y}{\partial t} + s_x E_y &= -\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \\
 m_0 \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + s_x^* H_{zx} &= -\frac{\partial E_y}{\partial x} \\
 m_0 \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + s_y^* H_{zy} &= \frac{\partial E_x}{\partial y} \\
 E_z &= E_{zx} + E_{zy}
 \end{aligned} \tag{A3,1}$$

Si on considère la propagation d'une onde sinusoïdale arrivant dans les PML, on montre que les composantes du champ seront de la forme :

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_0 e^{jw(t - \frac{x \cos j + y \sin j}{cG})} e^{-\frac{s_x \cos j}{ecG} x} e^{-\frac{s_y \sin j}{ecG} y} \tag{A3,2}$$

$j$  l'angle d'incidence

$$\begin{aligned}
 G &= \sqrt{W_x \cos^2 j + W_y \sin^2 j} \\
 W_x &= \frac{1 - js_x / we}{1 - js_x^* / wm_0} \\
 W_y &= \frac{1 - js_y / we}{1 - js_y^* / wm_0}
 \end{aligned} \tag{A3,3}$$

avec pour le champ électrique  $y_0 = E_0$

et pour le champ magnétique  $y_0 = H_{zx0} + H_{yz0} = E_0 \sqrt{\frac{e}{m_0}}$

On constate que l'intensité du champ décroît exponentiellement quand on avance dans les PML.

L'impédance des PML est  $Z = \sqrt{\frac{m_0}{e}} \frac{1}{G}$

Si la zone centrale a une permittivité  $e$  et une conductivité nulle, son impédance est de  $\sqrt{\frac{m_0}{e}}$

Pour réaliser une adaptation d'impédance entre les deux milieux et éviter l'apparition de réflexions non physiques, il faut que  $G = 1$ , ce qui est vérifié quelque soit la pulsation si

$$\frac{S_x}{e} = \frac{S_x^*}{m_0} \quad \text{et} \quad \frac{S_y}{e} = \frac{S_y^*}{m_0}.$$

Cette adaptation d'impédance avec les PML n'est pas réalisable si la zone centrale a une absorption non nulle. On constate aussi que l'adaptation d'impédance est valable quelque soit l'angle d'incidence  $j$ .

**Le champ proche incident :**

$$E_0 = \int_0^{\infty} u_{k_x} \exp(ik_x z) \left( \hat{z} \cos(k_x x) - i \hat{x} \frac{k_z}{k_x} \sin(k_x x) \right) \quad (A4,1)$$

$$u_{k_x} = \frac{4}{\pi k_x} \sin(k_x a) \cos(k_x b) \quad , k_z = ik_x \quad .$$

Sachant que :

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(\mathbf{k}\mathbf{a})}{\mathbf{k}} \exp(-\mathbf{k}\mathbf{e}) d\mathbf{k} = \text{arctg} \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{e}} \quad (A4,2)$$

avec  $\text{real } \mathbf{e} > 0$

1)

$$E_{oz} = \int_0^{\infty} u_{k_x} \exp(ik_x z) \cos(k_x x) dk_x$$

$$= \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin(k_x a)}{k_x} \exp(ik_x z) \cos(k_x b) \cos(k_x x) dk_x$$

$$= \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \left( \frac{\cos k_x (a+b) + \cos k_x (x-b)}{2} \right) \exp(ik_x z) dk_x$$

$$E_{oz} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \left[ \frac{\exp(ik_x(x+b)) + \exp(-ik_x(x+b)) + \exp(ik_x(x-b)) + \exp(-ik_x(x-b))}{2} \right] \exp(-k_x z) dk_x$$

$$= \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z - i(x+b))) dk_x + \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z + i(x+b))) dk_x + \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z + i(-x+b))) dk_x + \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z + i(x-b))) dk_x \right]$$

$$E_{oz} = \frac{1}{\pi} \left[ \text{artang} \frac{a}{z - i(x+b)} + \text{artang} \frac{a}{z + i(x+b)} + \text{artang} \frac{a}{z - i(x-b)} + \text{artang} \frac{a}{z + i(x-b)} \right] \quad (A4,3)$$

2)

$$E_{ox} = \int_0^{\infty} u_{k_x} \exp(ik_x z) \sin(k_x x) dk_x$$

$$= \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \sin(k_x x) \cos(k_x b) \exp(-k_x z) dk_x$$

$$= \frac{4}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \left( \frac{\sin k_x (x+b) + \sin k_x (x-b)}{2} \right) \exp(-k_x z) dk_x$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{i\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} (\exp(ik_x(x+b)) - \exp(-ik_x(x+b)) + \exp(ik_x(x-b)) - \exp(-ik_x(x-b))) \exp(-k_x z) dk_x \\
 &= \frac{1}{i\pi} \left[ \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z-i(x+b))) dk_x - \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z+i(x+b))) dk_x \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z-i(x-b))) dk_x - \int_0^{\infty} \frac{\sin k_x a}{k_x} \exp(-k_x(z+i(x-b))) dk_x \right] \quad (A4,4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_{ox} &= \frac{1}{\pi} \left[ \operatorname{artang} \frac{a}{z-i(x+b)} - \operatorname{artang} \frac{a}{z+i(x+b)} + \operatorname{artang} \frac{a}{z-i(x-b)} - \operatorname{artang} \frac{a}{z+i(x-b)} \right] \\
 \Rightarrow E_0 &= \frac{1}{\pi} R_e \sum_{\pm} (\hat{z} - i\hat{x}) \operatorname{ar tan} \frac{a}{z-i(x \pm b)} \quad (A4,5)
 \end{aligned}$$

### Le champ transmis :

$$E_T = \int_{-\infty}^{+\infty} T_p \exp(-i\mathbf{k}_z \mathbf{d}) U_{k_x} \exp(i\mathbf{k}_z \mathbf{d}) \left( \hat{z} \cos k_x x - \frac{i\mathbf{k}_z}{k_x} \sin k_x x \right) d\mathbf{k}_x \quad (A4,6)$$

$$T_p = \exp(-2ik_z d) = \exp(2k_x d) \quad (\varepsilon = -1)$$

1)

$$E_{Tz} = \int_{-\infty}^{+\infty} U_{k_x} \exp(-k_x(z-2d)) \cos k_x x dk_x$$

$$E_{Tz} = \frac{1}{\rho} \left[ \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d-i(x+b)} + \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d+i(x-b)} + \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d-i(x-b)} + \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d+i(x+b)} \right] \quad (A4,7)$$

$$2) \quad E_{Tx} = \int_{-\infty}^{+\infty} i U_{k_x} \exp(-k_x(z-2d)) \sin k_x x \frac{k_z}{k_x} dk_x$$

$$E_{Tx} = \frac{1}{i\pi} \left[ \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d-i(x+b)} - \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d+i(x+b)} + \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d-i(x-b)} - \operatorname{artan} \frac{a}{z-2d+i(x-b)} \right] \quad (A4,8)$$

$$\Rightarrow E_T = \frac{1}{2\pi} R_e \sum_{\pm} (\hat{z} - i\hat{x}) \operatorname{ar tan} \frac{a}{z-2d-i(x \pm b)} \quad (A4,9)$$

## ***1.1.Introduction***

Les métamatériaux sont des composites artificiels structurés, hétérogènes et parfois multi-échelles à base d'inclusions diélectriques et métalliques, qui présentent des permittivités et des perméabilités artificielles.

Ces métamatériaux, dont la structure est petite comparée à la longueur d'onde, peuvent être décrits, dans certaines gammes des fréquences, par des paramètres  $\epsilon$  &  $m$  homogènes; présentant les propriétés peu communes non produites en matériaux normaux. En particulier, il est possible de concevoir des dispositifs de telle manière que leurs constantes diélectrique efficace et perméabilité soient négatives, ayant pour résultat un indice de réfraction efficace négatif.

Le concept de perméabilité artificielle date depuis les années 1980. Récemment Pendry a introduit deux notions nouvelles, ou tout du moins revisités, qui concerne en premier lieu le comportement diélectrique des matériaux métalliques dilués [6][7] en second lieu la possibilité de réaliser des matériaux à perméabilité négative à partir de constituants non magnétiques[8].

Ces deux notions sont liées car, dans les meilleurs des cas, on obtient un composite principalement diélectrique ou magnétique dans une seule direction et pour une certaine polarisation.

## ***1.2. Classifications Des Composites Artificiels***

### ***1.2.1 Composites à inclusions non résonantes***

Leur fonctionnement ne repose pas sur la résonance dipolaire. La polarisation artificielle provient alors de la géométrie et de la profondeur de pénétration de l'onde dans la partie métallique du composite. L'effet pelliculaire est le paramètre critique de ces composites.

Parmi ces composites on peut citer:

#### ***1.2.1.1 composites à inclusions tubulaire métalliques creuses***

Un phénomène de perméabilité artificielle de relaxation peut être observé dans un composite métallique non magnétique. Le réseau de tubes métalliques creux infiniment long séparés par un diélectrique est l'exemple le plus simple de ce phénomène. En appliquant un champ magnétique extérieur  $H_0$  parallèle aux cylindres, en basse fréquence il pénètre dans le

tube et le champ à l'intérieur est égale au champ à l'extérieur est la perméabilité effective vaut  $1+j0$ .

Lorsque la fréquence augmente l'effet pelliculaire apparaît et un phénomène d'écrantage se produit, le champ incident ne pénètre plus dans le tube et le champ à l'intérieur vaut 0, le composite est diamagnétique, et la formule générale de la perméabilité donnée par la référence [8] ainsi qu'une étude détaillée est :

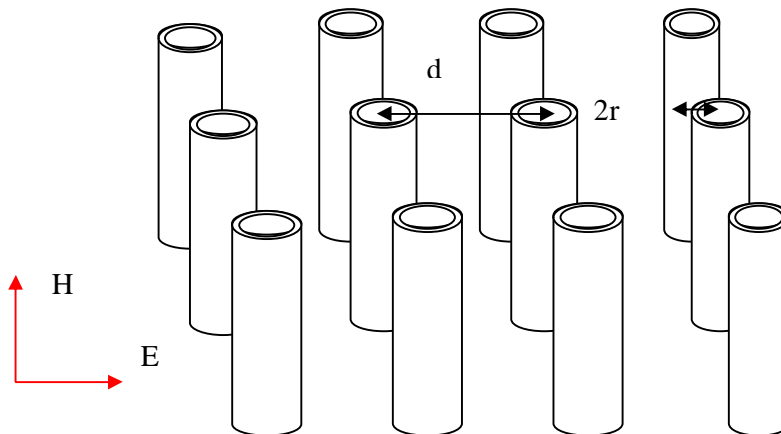
$$\mathbf{m}_{eff} = 1 - \frac{\rho r^2}{d^2} \left[ 1 + i \frac{2s}{\omega r m_0} \right]^{-1} \quad (\text{I, 1})$$

$\sigma$  : Résistance du cylindre métallique par unité de surface.

$d$  : distance entre les cylindre (la période).

$r$  : le rayon du cylindre.

La forme générale de la perméabilité est donnée par la figure (I.2), il s'agit d'une relaxation que d'une résonance de la perméabilité et on remarque que  $\mu_{eff}$  toujours positive est inférieur à 1.



**Figure I.1** : réseau de tubes métalliques creux.

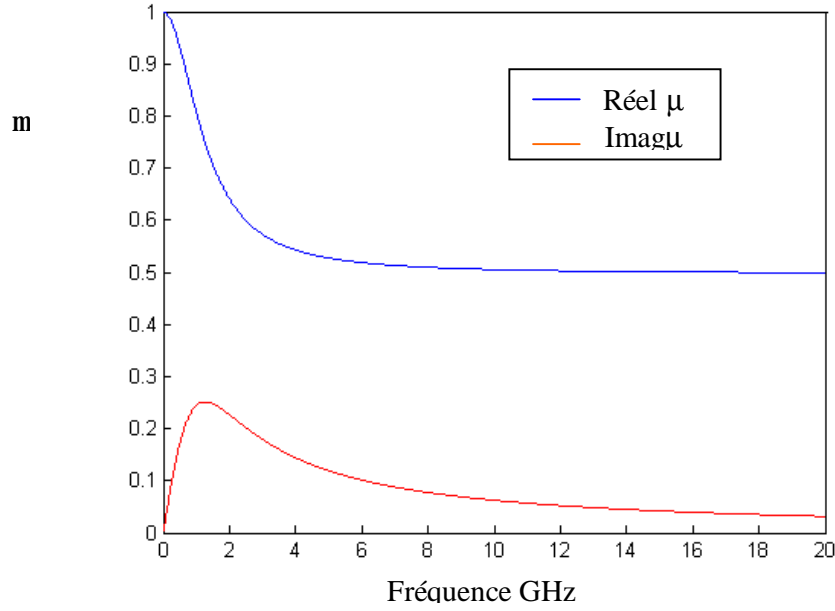


Figure I.2 : Perméabilité d'un composite à base de tubes métalliques creux.

### 1.2.1.2 Composites à inclusions filaires en réseau cubique

La permittivité effective des matériaux métalliques soumis à une excitation électromagnétique peut être décrite par un formalisme de Drude :

$$\mathbf{e}_{eff} = \mathbf{e}_0 \left[ 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right] \quad (I, 2)$$

$\omega_p$  : pulsation plasma du matériau métallique.

$\omega$  : La pulsation de travail.

$$\omega_p^2 = \frac{n e^2}{\epsilon_0 m_{eff}} \quad (I, 3)$$

$n$  : densité des électrons

$e$  : charge d'électron.

$\epsilon_0$  : permittivité du vide.

$m_{eff}$  : masse effective de l'électron.

On constate que la permittivité relative du matériau est négative en dessous de la pulsation plasma et positive au dessus. Pour un métal homogène, la fréquence plasma est très élevée, elle se situe dans l'ultraviolet du spectre elle est de l'ordre de  $10^{15}$  HZ dans l'aluminium.

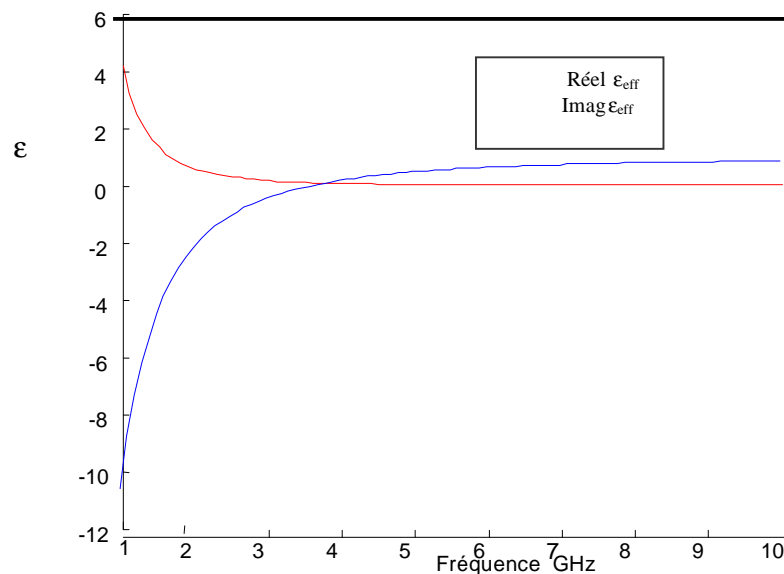
La permittivité de l'aluminium d'après le modèle de Drude est donnée sur la (Figure I, 3). Pour les basses fréquences la permittivité est négative et les ondes électromagnétiques ne se propagent pas pour  $\omega = \omega_p$ , est dans ce cas la permittivité est nulle.

La motivation de Pendry [6][7], est de fabriquer un composite qui présente la même réponse diélectrique qu'un métal, mais dans le domaine du GHz plutôt que dans le visible.

Pendry tente de contraindre les électrons libres du métal à se déplacer, dans une direction donnée en choisissant la topologie filaire. Il construit pour cela des réseaux de fils cubique avec un champ hyperfréquence normalement incident et parallèle aux fils.

La fréquence plasma est proportionnelle à la densité de charges libres et inversement proportionnelle à leur masse, l'un des moyens de ramener la fréquence plasma dans des bandes de fréquences est de diminuer très fortement la densité de porteurs libres et conjointement d'augmenter leur masse.

La concentration en métal de ces composites est très faible : la période est de l'ordre du centimètre et le rayon des fils utilisé de l'ordre du micron.



**Figure I.3 :** Permittivité de l'aluminium selon le modèle de Drude.



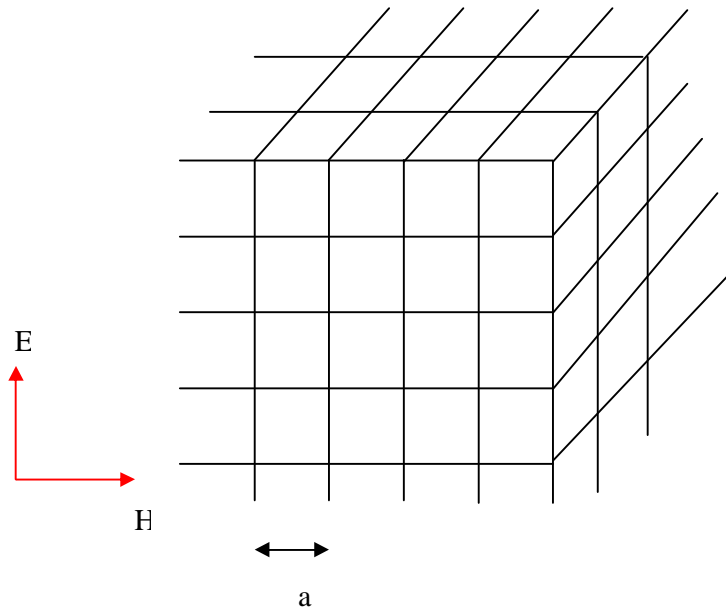


Figure 1.4 : Réseau de fils cubique.

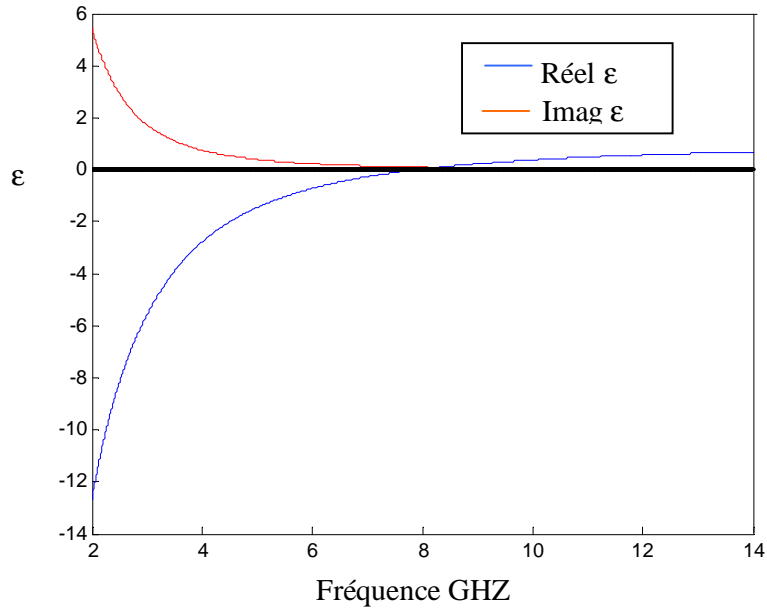


Figure 1.5 : permittivité d'un réseau de fils cubique.

### ***1.2.2 composites à inclusions dipolaires résonantes***

#### ***1.2.2.1 dipôles résonants chargés par des éléments électroniques***

Plusieurs auteurs proposent des travaux sur le concept d'inclusions chargées par des composants électroniques mêmes il s'agit des travaux purement théoriques. Parmi eux, on trouve Ziolkovski[9] qui présente des composites constitués d'antennes de petites dimensions vis à vis de leur longueur d'onde reliées à des circuits électroniques de charge permettant de contrôler leur propriétés.

Auzanneau et Ziolkovski [10] modélisent les dipôles par des générateurs et des impédances équivalentes. Une impédance de charge est rajoutée un parallèle au dipôle. Pour l'antenne dipôle dessinée sur la figure ( I.6) la permittivité est donnée par :

$$e = 1 + \frac{k_e}{j\omega(z_{in} - z_L)} \quad (I, 4)$$

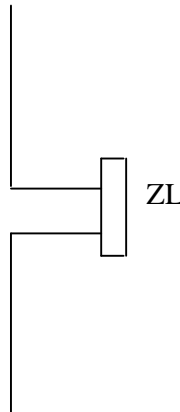
Où k, est une constante géométrique positive,  $z_{in}$  et  $z_L$  les impédances du dipôle et de la charge(circuit équivalent figure (I.7)). Cette formule est obtenue en calculant le moment dipolaire équivalent du dipôle défini par :

$$p = \frac{1}{j\omega} \int_{-l_0}^{l_0} I(z) dz a_z \quad (I, 5)$$

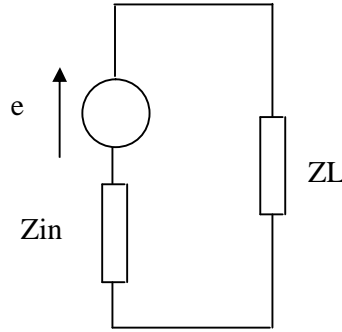
Où I (z) est le courant parcouru le dipôle de hauteur  $2l_0$  selon l'axe OZ On déduit qui est le moment par unité de volume si le courant est constant et vaut  $I_0$  :

$$p = \frac{I_0 l_0}{j\omega V} a_z \quad (I, 6)$$

Où V est le volume élémentaire du dipôle



***Figure I.6 : Dipôle électrique chargé par une impédance ZL.***



**Figure I.7 :** Circuit équivalent au dipôle électrique chargé par une impédance.

La simplicité de la formule (I, 4) en fait sa pertinence : on peut grâce aux lois de mélange en déduire une permittivité effective du composite globale de manière analytique. Cependant, quelle valeur attribuer au volume  $V$  de l'inclusion ? On peut se demander si celle-ci doit être la valeur du volume géométrique ou bien une valeur différente, un volume « électromagnétique ».

De ces travaux, il faut donc retenir qu'il est possible d'établir des modèles analytiques simples de ces composites à partir de l'impédance du dipôle.

### ***Dipôles et charges actives***

Tretyakov [11] propose d'aller plus loin en introduisant des éléments électroniques actifs aux bornes des dipôles. Les équations qui dérivent la permittivité d'une antenne dipôle électrique chargée sont les mêmes que celles d'Azumaneau. Cependant, il introduit une notion de longueur effective  $l_{eff}$  pour le dipôle électrique et l'équation devient :

$$e = 1 + \frac{nl_{eff}^2}{j\omega e(z_{in} + z_l)} \quad (1, 7)$$

Où  $n$  est la concentration en inclusion. Cette longueur permet de cerner la « dimension » électromagnétique de l'inclusion, qui diffère de la dimension géométrique et dépend de la fréquence de l'onde incidente. Parallèlement, il donne la perméabilité effective d'une boucle en fonction de l'impédance qui la charge :

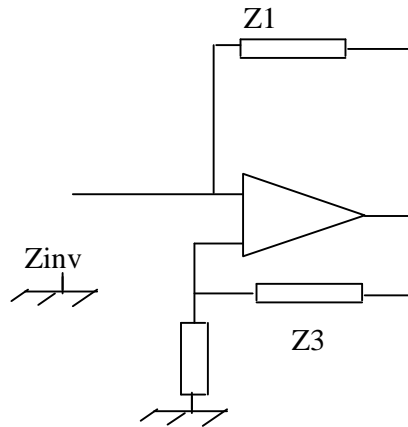
$$m = 1 - m_0 \frac{j\omega n s^2}{z_{in} + z_l} \quad (I,8)$$

Où  $S$  est la section de la boucle

Afin d'atteindre des paramètres  $\epsilon$  et  $\mu$  négatifs, un inverseur d'impédance est utilisé en parallèle à la charge afin de simuler une inductance négative. L'impédance réalisée par ce

circuit vaut en effet :  $Z_{inv} = -Z_1 Z_2 / Z_3$ . On peut alors simuler des inductances ou des capacités négatives.

Une molécule active est ainsi constituée naturellement, les milieux dont les paramètres effectifs sont négatifs simultanément présentent de fortes pertes. Avec des systèmes actifs, ces pertes pourraient être compensées. De plus à peu près n'importe quelle fonction d'impédance peut être synthétisée à l'aide de circuits actifs. Des composites artificiels actifs non linéaires sont également envisagés. Il faut enfin signaler que dans le domaine des composites à bande interdite photonique, des composants électriques ont également été insérés.



**Figure I.8:** Circuit inverseur d'impédance à amplificateur opérationnel.

### 1.2.2.2 Les Swiss roll

Nous prenons le même arrangement des cylindres creux mais nous les remplaçons par des cylindres constitués d'un enroulement métallique. L'importance est qu'il n'y a aucun courant qui circule dans le l'enroulement sauf par l'effet capacitif.

Dans cet exemple la perméabilité effective donnée par la référence [2] est :

$$m_{eff} = 1 - \frac{\frac{p r^2}{a^2}}{1 + \frac{2s}{w r m_0 (N-1)} - \frac{d C^2}{2 p^2 r^3 (N-1) w^2}} \quad (I, 9)$$

Si nous utilisons les valeurs suivantes :

$$r = 2.0 \text{ mm}$$

$$a = 5.0 \text{ mm}$$

$$d = 0.1 \text{ mm}$$

$$N = 11$$

Nous trouvons

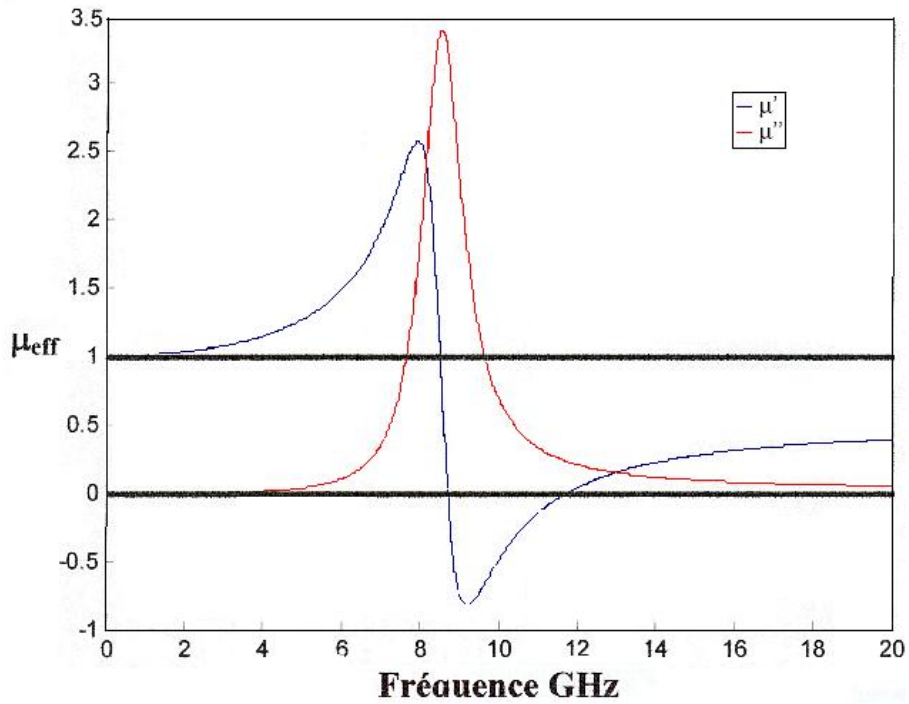
$$w_0 = \sqrt{\frac{dC^2}{2p^2 r^3 (N-1)^2}}$$

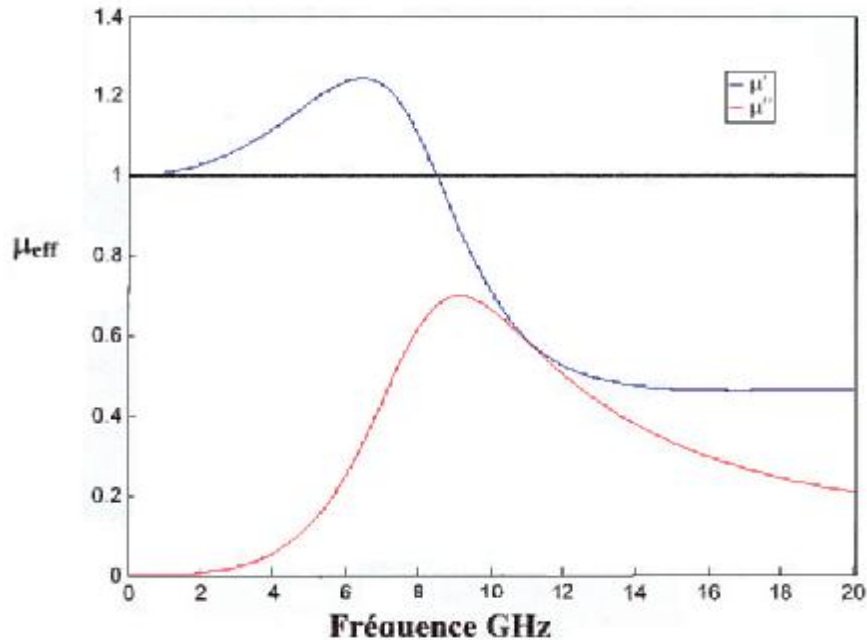
$$f_0 = (2p)^{-1} w_0 = 0.380 \times 10^9 \text{ Hz}$$

Si nous diminuons N :

$$f_0 = 8.50 \times 10^9 \text{ Hz}$$

La figure I.9 présente l'influence de la résistivité des cylindres sur la fréquence de résonance.





**Figure 1.9 :** Perméabilité effective d'un Swiss Roll pour  $r = 2W$  et  $r = 10W$

### 1.2.2.3 boucles ouvertes (*Split Ring Resonator*)

Si on considère un matériau magnétique, on observe qu'il se comporte comme un ensemble de dipôles magnétiques. Ses propriétés magiques s'étendent sur une large bande de fréquence : les ferrites, par exemple, peuvent présenter une perméabilité constante sur une plusieurs centaines de Mhz, ces dipôles magnétiques trouvent leur origines au niveau atomique dont les moments magnétiques engendrés par les charges en mouvement. Cependant, les matériaux magnétiques bruts ont également leurs limites, notamment fréquentielles : au delà de quelques gigahertz il n'existe aucun magnétisme naturel exploitable en fréquence sur une large bande.

Le magnétisme artificiel propose de palier ce problème. Les travaux de Pendry [2] portent sur le magnétisme créé par des conducteurs non magnétique. Dans cet article Pendry détaille un dispositif appelé « Split Ring Resonator », en français « résonateur à anneau fondu » ils sont ici imbriqués et les fentes sont opposées. A partir de ce motif générique plusieurs autres structures ont été proposées que ce soit en tirant parti des deux faces d'un substrat de dépôt sur une surface conformée ou la réalisation de motifs de forme carrée. L'essentiel est le fabrication de boucles de courant qui ne sont pas les motifs chiraux planaires tel que la lettre  $\Omega$  proposé par Engheta [12].

Pendry a montré que ce type de motif, s'il est périodisé, tout en respectant des dimensions très inférieurs à la longueur d'onde permet de réaliser un milieu de perméabilité relative négative et ceci dans une bande de fréquence souvent très étroite.

La perméabilité d'un tel milieu s'écrit :

$$m_{eff} = 1 - \frac{\frac{pr^2}{a^2}}{1 + j \frac{2ls}{wr m_0} - \frac{3lC^2}{pw^2 \ln \frac{2C}{d} r^3}} \quad (I, 10)$$

$\sigma$  : Résistance métallique.

$r$  : rayon de la boucle .

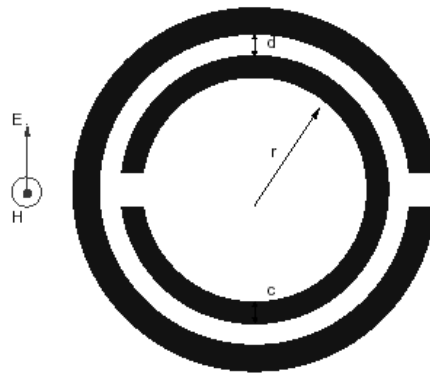
$l$  : distance entre les SRR.

A la fréquence de résonance est  $w_0^2 = \frac{3lC^2}{p \ln \frac{2C}{d} r^3}$

La forme typique de la résonance de ces matériaux est donnée sur la figure I.11.

On reconnaît un comportement résonant centré sur 13.5 Hz. A cette fréquence peu de matériaux magnétiseur présentent une perméabilité.

On peut remarquer qu'on peut réaliser une perméabilité artificielle à partir d'un seul anneau, l'intérêt du deuxième anneau fendu à l'opposé du premier est la réduction de la polarisabilité magnétoélectrique de l'inclusion parce qu'elle présente un effet bianisotrope.



**Figure I.10:** Circuits imprimés d'un résonateur à anneaux fendus

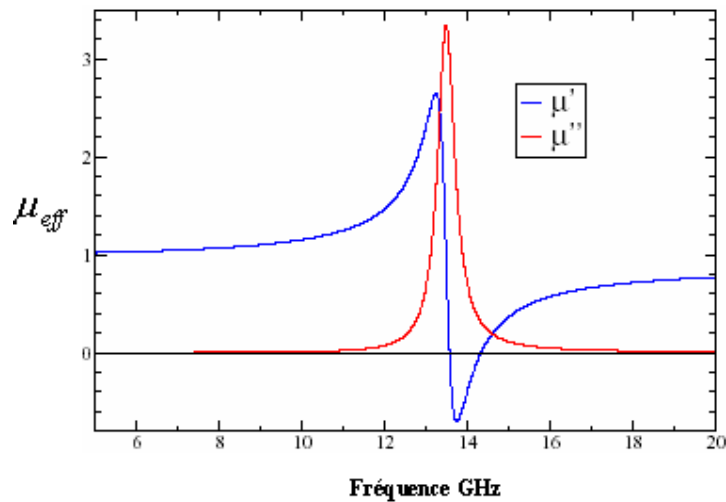


Figure I.11: Perméabilité effective d'un SRR

### I.3. Le Milieu Main Gauche ou (LEFT HANDED METAMATERIAL)

La première réalisation d'un milieu « main gauche » été en 2001 par Shelby et al[3]. Veselago [1] a étudié de manière théorique la propagation dans tel matériau qui se caractérise par sa permittivité et sa perméabilité magnétique simultanément négative. Puisque dans ce cas le champ électrique E et le champ magnétique H et le vecteur d'onde K forment un triplet indirect, il a également montré que K et S (vecteur de Poyting) sont antiparallèles ainsi la groupe et de la vitesse phase était opposées et par conséquent un indice de réfraction négatif (angle de réfraction négatif).

Les conséquences de l'obtention d'un matériau à  $n < 0$  sont multiples Veselago avait prédit l'inversion

- L'effet Doppler
- L'effet Cerenkov

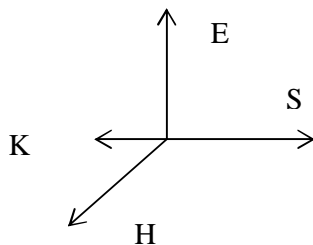


Figure I.12: onde plane dans un milieu main gauche

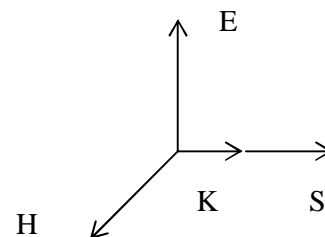


Figure I.13: onde plane dans un milieu droit isotrope



### ***1.4. Conclusion***

Au terme de ce chapitre, il apparaît que l'appellation métamatériaux est générique et regroupe plusieurs types de matériaux généralement des composites. Nous avons essayé de les classer selon le concept de résonance.

Dans un premier temps, nous avons cité des travaux récents effectués sur les composites à inclusions dipolaires résonantes, ils traitent exactement

- ✚ de boucles ouvertes : qui présente un motif de deux anneaux métalliques imbriqués dont la perméabilité effective peut être négative dans une bande de fréquence très étroite. Ces boucles ouvertes placées dans un plasma à permittivité négative permettent de concevoir des milieux main gauche.
- ✚ De dipôles électroniques ou magnétiques résonants chargés par des éléments électroniques éventuellement actifs.

Puis dans un deuxième temps, nous exposons des travaux relatifs à inclusions non résonantes :

- ✚ Inclusions tubulaires métalliques creux infiniment longues.
- ✚ Réseaux de fils parallèle longs.

### ***II.1. Introduction***

La résolution des systèmes d'imagerie médicale conventionnels est déterminée par les phénomènes de diffraction et reste trop éloigné des besoins des scientifiques qui travaillent à l'échelle submicronique. Or cette résolution est soumise à la limite de Rayleigh: on ne peut pas produire d'un point source une image de dimension très inférieure à la longueur d'onde de la lumière.

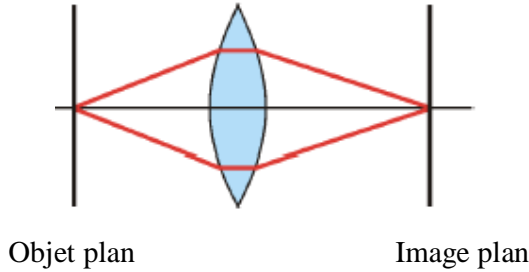
La possibilité d'avoir une lentille parfaite dont la résolution n'est pas limitée par les conditions de diffraction classique a été le sujet le plus discuté par la communauté scientifique pendant ces dernières années.

Des progrès décisifs ont été accomplis avec la mise en œuvre de plusieurs techniques d'imagerie, telle que la microscopie optique, en champ proche qui permet de faire des observations avec une résolution de quelques dizaines de nanomètres (en dessous de 400 nanomètres, les tissus peuvent être endommagés). Dans ce cas, on détecte les composantes non radiatives du champ électromagnétique présentes au voisinage d'une surface (les ondes évanescentes) qui sont porteuses d'information sur les propriétés physiques des détails de l'objet étudié inférieurs à la longueur d'onde. La collection de ces ondes se fait au moyen d'une fibre optique amincie au voisinage de la surface de l'objet étudié, de manière quasiment ponctuelle. Il est donc nécessaire de déplacer la sonde optique sur l'ensemble de l'objet pour obtenir une image, en gardant un contrôle très précis de la distance sonde – surface, ce qui peut prendre plusieurs minutes et rend quasiment impossible l'étude de nano-objets en mouvement.

Une autre méthode pour augmenter le pouvoir de résolution des systèmes d'imagerie, consiste à utiliser le système de « superlentille » qui permet de voir des détails jusqu'à vingt fois plus fin que la longueur d'onde utilisée tout en offrant une résolution supérieure à celle permise par la technologie actuelle. Le caractère métallique et l'extrême minceur de la superlentille expliquent cette précision, prédite par la théorie depuis 2000 [3].

## II.2. Limitation des performances des lentilles conventionnelles

Les lentilles optiques, pendant des siècles, ont été un des principaux outils scientifiques. Leur fonctionnement est basé sur les lois classiques du système optique : la nature de la surface de focalisation de la lumière qui doit être incurvée par vertu du contraste d'indice de réfraction.



**Figure II.1 : Lentille conventionnelle**

Toutes les lentilles actuelles – qu’elles soient des lentilles optiques, pour les télescopes, ou des antennes utilisées pour capter les ondes radio et radar – sont limitées par un facteur clé : elles ne peuvent pas « voir », ou résoudre, des détails plus petits que la longueur des ondes électromagnétiques. Par exemple, les atomes sont plus petits que les longueurs d’ondes de la lumière visible et ne peuvent donc pas être vus à l’aide de microscopes optiques.

Conventionnellement, les lentilles créent des images en capturant les ondes lumineuses émises par un objet et puis les refocaliser vers un nouvel endroit. Cependant, l’objet émet également des ondes contenant beaucoup d’information à l’échelle de la longueur d’onde, appelé onde évanescente. Il est beaucoup plus difficile de mesurer ces dernières parce qu’elles décroissent exponentiellement et n’atteignent jamais l’image plane ce qui représente un seuil dans le système optique connu sous le nom de limite de diffraction.

Donc on peut dire que le rayonnement électromagnétique émis par un objet se compose de la composante radiative et de la composante non radiative du champ proche dont l’amplitude se décroît exponentiellement avec la distance de la source.

Pour une source planaire monochromatique, le champ électromagnétique dans l’espace est donné par la relation :

$$E(r, t) = \sum_{s, k_x, k_y} E_s(k_x, k_y) \times \exp(ik_z z + ik_x x + ik_y y - i\omega t) \quad (\text{II, 1})$$

En choisissant  $Z$  comme axe de la lentille, la résolution de l’équation de Maxwell nous donne:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2 / c^2 \quad (\text{II, 2})$$

Avec  $k_z = +\sqrt{\omega^2 c^{-2} - k_x^2 - k_y^2}$  et  $\omega^2 c^{-2} > k_x^2 + k_y^2$

Ce qui représente la valeur de la longueur d'onde la plus courte de l'image.

La fonction de la lentille est d'appliquer une correction de phase à chacun des composants de Fourier de sorte qu'à une certaine distance au delà de l'objectif les champs se focalisent, et l'image de la source apparaît. Cependant, pour des valeurs de

$$k_z = +i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - w^2 c^{-2}}, \quad w^2 c^{-2} < k_x^2 + k_y^2 \quad (\text{II, 3})$$

le champ électromagnétique décroît exponentiellement avec  $z$  et la correction de phase ne pourra pas le reconstituer à sa propre amplitude, et l'image ne comporte généralement que les ondes de propagation. Alors la propagation des ondes est limitée à :

$$k_x^2 + k_y^2 < w^2 c^{-2} \quad (\text{II, 4})$$

Ce qui signifie que seules les ondes propagatives peuvent contribuer à la formation de l'image. Les ondes évanescentes s'atténuent exponentiellement loin de la source et ne sont jamais détectés dans la formation de l'image formée par les lentilles conventionnelles.

Seule la partie de l'intégrale comprise entre  $-k$  et  $+k$  est utile à la focalisation: les ondes progressives ne peuvent donc permettre au mieux qu'une résolution limitée de  $\frac{l}{2}$ . C'est bien ce que nous indique le critère de Rayleigh).

Donc la résolution maximum dans l'image ne peut jamais être plus grande que:

$$\Delta \approx \frac{2p}{k_{\max}} = \frac{2p c}{w} = l \quad (\text{II, 5})$$

Si l'on veut obtenir une résolution supérieure à  $\frac{l}{2}$ , il faut impérativement utiliser un intervalle de valeur de  $k$  supérieur à l'intervalle  $[-k, +k]$ , donc considérer les ondes ayant des composantes  $k$  supérieur à  $\frac{w}{c}$ . De telle ondes, sont les ondes évanescentes.

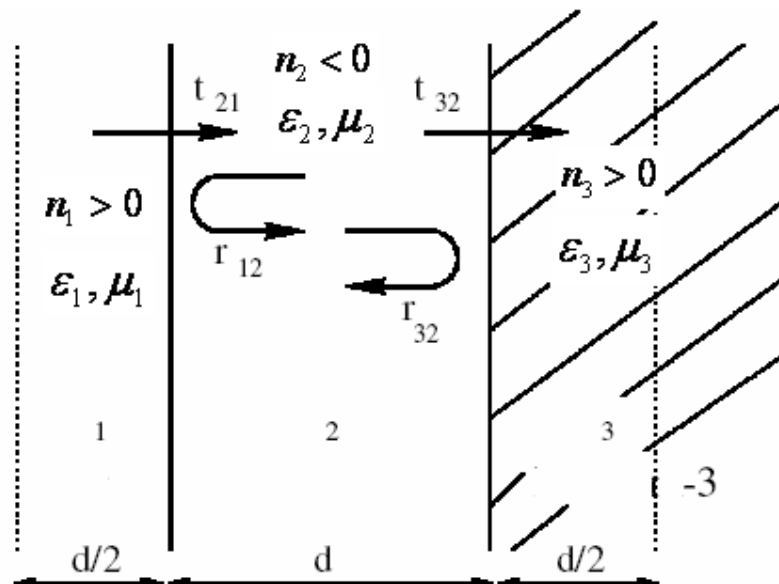
Donc on peut dire que la reconstruction d'une image avec la contribution du champ proche nécessite une amplification des ondes évanescentes pour restaurer les champs à leur intensité originale. Cette amplification est assurée par une plaquette d'un matériau dont la permittivité et la perméabilité ont des valeurs négatives.

### II.3. Définition des superlentilles:

Dans le passé on a supposé que cette limitation était fondamentale, mais des travaux récents de J.B. Pendry [2] ont prouvé qu'il est possible d'élaborer des lentilles plates parfaites, permettant de s'affranchir de la limite de diffraction imposée par le critère de Rayleigh, en utilisant une couche plane de matériau main gauche ayant en même temps une constante diélectrique et une perméabilité magnétique négatives, qui se comportera comme un «objectif parfait», en transférant les ondes évanescentes aussi bien que les modes de propagation afin de produire une véritable image de l'objet observé, tout en démontrant l'importance des ondes évanescentes qui subissent une amplification dans la plaquette.

### II.4. Constitution de la superlentille :

Typiquement la lentille est constituée d'une plaquette d'un matériau LHM avec un indice de réfraction négatif, d'épaisseur  $d = x_1 - x_2$ , caractérisée par une permittivité et perméabilité complexe  $\epsilon_2$  et  $\mu_2$ , placée entre deux milieux d'indice de réfraction positifs, avec des permittivités et perméabilités positives  $\epsilon_1, \mu_1$  et  $\epsilon_3, \mu_3$  respectivement

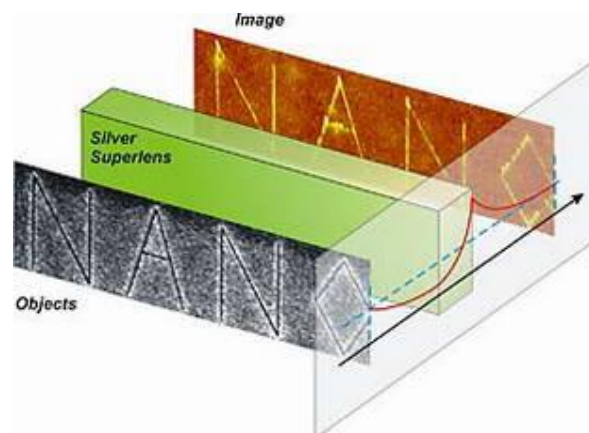


**Figure II.2.** Superlentille constituée d'un matériau à indice de réfraction négatif limité par deux milieux à indice de réfraction positifs. L'objet est placé dans le milieu 1 à une distance  $d/2$  de la surface de HLM est focalisé dans le milieu 3.

### ***II.5. Principe de fonctionnement:***

Le principe de cette lentille consiste à utiliser des plasmons de surface . Ces derniers sont des ondes de densité surfacique de charges qui se propagent à la surface d'un métal lorsqu'elle est illuminée par une onde électromagnétique. Le détecteur métallique, constitué d'une couche d'argent déposé sur un support isolant, est placé très près de l'échantillon (objet) constitué du réseau de nanofils. Les ondes évanescentes issues de l'échantillon créent des plasmons de surface dans la fine couche métallique, qui sont ensuite détectés pour former l'image de l'ensemble de l'objet sur une résine photosensible. On obtient ainsi une image finement résolue, même, si pour l'instant le système ne permet pas de récupérer la totalité de l'information contenue dans les ondes évanescentes.

Les chercheurs [13] ont fabriqué leur lentille à partir d'un film d'argent de 35 nanomètres d'épaisseur. Ils ont choisi une source lumineuse dont la fréquence correspond à la fréquence de résonance des électrons présents à la surface de la lentille. La lumière de la source traverse le mot « NANO », dont les lettres ont été inscrites, en traits épais de 40 nanomètres, par lithographie à diffusion d'ions sur un support en chrome. Quand la lumière rencontre la lentille, les électrons entrent en résonance avec les ondes évanescentes, renforçant leur énergie. La superlentille dirige les ondes jusqu'à un dispositif photosensible qui recueille l'image.

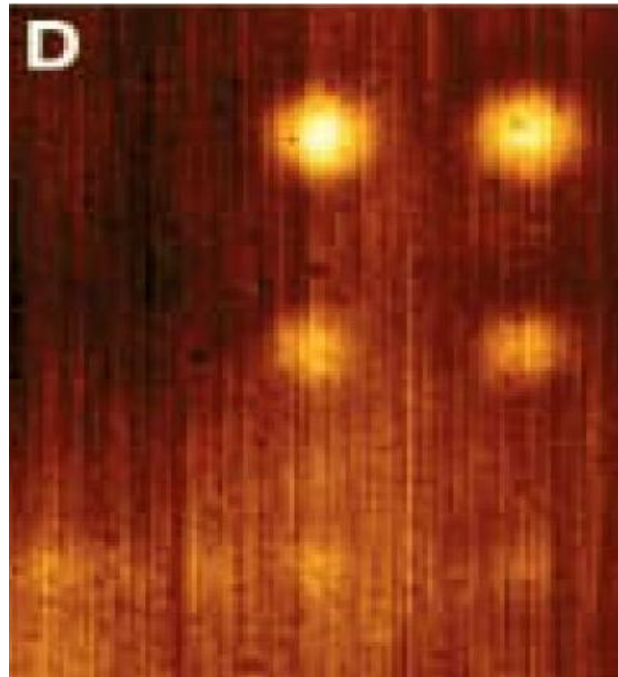


**Figure II.3:** Système de «superlentille» : la couche d'argent entre l'objet et l'image de l'objet permet d'obtenir une résolution au-delà de la limite de diffraction. La ligne rouge schématise le cheminement et le renforcement des ondes évanescentes à la traversée du film d'argent



*Figure II.4: Figure obtenue : à gauche avec une lentille classique  
: à droite avec une superlentille*

Ils ont ainsi démontré que l'on peut «voir» au sein de nanostructures, des trous de 540nm en utilisant une lumière de  $1\mu\text{m}$  focalisée avec la superlentille. Les trous sont environ 20 fois plus petits que la longueur d'onde de la lumière qui l'éclaire [14]



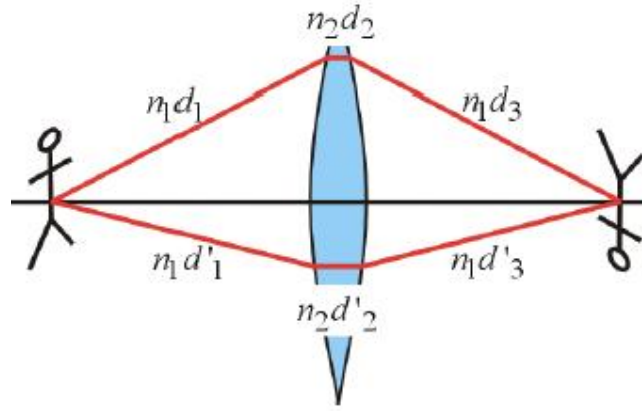
*Figure II.5:Image de microscopie en champ proche avec une superlentille .*

### II.6. Propriété de focalisation

La lumière prend le chemin optique le plus court entre deux points.

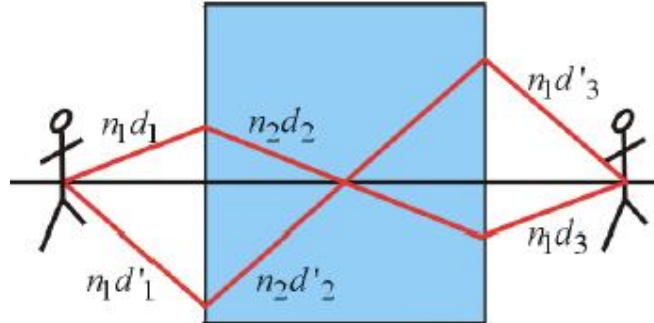
Pour les lentilles conventionnelles, la distance la plus courte entre l'objet et l'image est:

$$n_1 d_1 + n_2 d_2 + n_3 d_3 = n_1 d'_1 + n_2 d'_2 + n_3 d'_3$$



Les deux chemins convergent au même point parce que tous les deux correspondent à un minimum. Par contre pour une lentille parfaite, la distance optique la plus courte entre l'objet et l'image égale à zéro:

$$n_1 d_1 + n_2 d_2 + n_3 d_3 = n_1 d'_1 + n_2 d'_2 + n_3 d'_3 = 0$$



Ce qui nous donne une image identique de l'objet.

### II.7. Focalisation du champ proche

Un champ proche dans un matériau à indice de réfraction négatif tend à focaliser naturellement une source rayonnante dans plusieurs directions. Le dessin de (Figure II.6) apparaissant dans l'article original de Veselago [1] qui était le premier à appliquer la loi de Snell aux interfaces, pour prouver que cette structure peut provoquer une double focalisation de la lumière à l'intérieur et à l'extérieur de la plaquette. L'article original de Pendry [2] parle non seulement de focalisation mais aussi de l'amplification des ondes évanescentes et qui permet de retrouver au point de focalisation l'ensemble des composantes émises par la source.



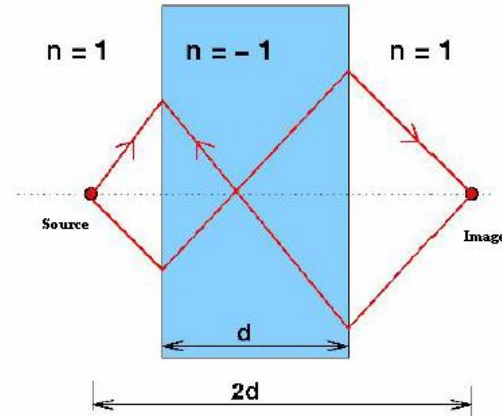


Figure II.6 : Focalisation du champ proche

### II.7.1. Ondes évanescentes:

Les ondes évanescentes apparaissent de façon générale, comme des solutions possibles des équations de Maxwell en présence d'interfaces, planes ou non. Elles font partie d'un type très général de solutions dites de champ proche, dont on trouve maintes applications dans les technologies qui leur sont liées: les microscopies de champ proche.

#### II.7.1.2. Propriétés de l'onde évanescente :

Comme toute onde, l'onde évanescente est essentiellement définie par son vecteur d'onde et sa polarisation.

#### II.7.1.3. Le vecteur d'onde

Considérons deux milieux diélectriques d'indices  $n_1$  et  $n_2 < n_1$ . Si l'on note OXYZ un système de référence dans lequel le dioptre séparant les deux milieux correspond au plan OXY et dans lequel le plan d'incidence est le plan OXY, les composantes du vecteur d'onde de la partie transmise d'une onde plane qui se propage initialement dans le milieu  $n_1$  et qui se réfléchit sur le dioptre avec un angle d'incidence  $\theta_1$  s'écrivent

$$\vec{k} = \begin{cases} k_x = \frac{\omega}{c} n_2 \sin q_2 = \frac{\omega}{c} n_1 \sin q_1 \\ k_y = 0 \\ k_z = \frac{\omega}{c} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 q_1} \end{cases} \quad (\text{II, 6})$$

Si  $n_1 \sin \theta_1 > n_2$ ,  $k_z$  devient imaginaire pur. Il y a alors réflexion totale de la lumière sur le dioptre. L'onde transmise dans le second milieu est évanescence. Pour le cas particulier où  $n_2=1$ , les composantes du vecteur d'onde de l'onde évanescence s'écrivent :

$$\mathbf{k}^T = \begin{cases} k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta_2 = \frac{\omega}{c} n_1 \sin \theta_1 \\ k_y = 0 \\ k_z = j \frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - 1} = j\tilde{k} \end{cases} \quad (\text{II, 7})$$

Dans ce cas  $\|\mathbf{k}^T\| = \frac{\omega}{c} \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - 1} > \frac{\omega}{c}$ .

A partir de l'équation 2-7

🚫 Le vecteur d'onde de l'onde évanescence est complexe.

🚫 Le module du vecteur d'onde est supérieur à  $\frac{\omega}{c}$  dans le vide (pour une onde progressive

homogène aucune des composantes du vecteur d'onde ne peut être supérieure à cette valeur)

Sa composante  $k_z$  est imaginaire pure.

A cause de cette dernière propriété, l'amplitude de l'onde évanescence décroît exponentiellement en fonction de  $Z$ , nous obtenons la structure générale d'une onde évanescence d'amplitude  $E_0$

$$\mathbf{E} = E_0 \exp j(k_x x + k_z z - \omega t) = E_0 \exp(-\tilde{k} z) \exp j(k_x x - \omega t) \quad (\text{II, 8})$$

A cause de cette décroissance exponentielle qu'elle n'est détectable que sur une distance très faible de la surface de séparation des deux milieux.

### II.7.1.3. Polarisation de l'onde évanescence

Dans le cas d'une onde transverse électrique (T.E), la polarisation de l'onde évanescence ne présente pas de caractéristique particulière. Ce n'est plus le cas pour une onde transverse magnétique (T.M). Le vecteur de polarisation de l'onde incidente sur le dioptre s'écrit dans le premier milieu  $\mathbf{E}^I = (-\cos \theta_1, 0, \sin \theta_1)$ .

La polarisation de l'onde transmise dans le second milieu s'obtient

$$\mathbf{E}^T = (-\sqrt{1 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}, 0, n_1 \sin \theta_1). \quad (\text{II, 9})$$

Quand  $n_1 \sin \theta_1 > n_2=1$ , soit dans le cas d'une onde évanescence, cette expression devient:

$$\mathbf{r} \begin{matrix} \mathbf{E}^T = \end{matrix} \begin{cases} E_x = -j\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - 1} \\ E_y = 0 \\ E_z = n_1 \sin \theta_1 > 1 \end{cases} \quad (\text{II},10)$$

Alors que la polarisation de l'onde incidente sur le dioptre était rectiligne (polarisation TM). La polarisation de l'onde évanescente est elliptique, puisque les deux composantes  $E_x$  et  $E_y$  du vecteur polarisation, ont une longueur différente et qu'elle sont déphasées de  $\pi/2$ , cette ellipse est située dans le plan d'incidence  $Oxz$  (alors qu'usuellement l'extrémité du vecteur polarisation d'une onde plane tourne dans un plan qui est perpendiculaire) le grand axe de l'ellipse est supérieur à 1 ce qui n'est jamais le cas avec une onde progressive.

### II.7.2. Amplification des ondes évanescentes:

L'objet plan est placé dans le milieu 1 à une distance  $d/2$  de la première face de la plaquette et l'image plane formé, dans le milieu 3 à une distance  $d/2$  de l'autre face.

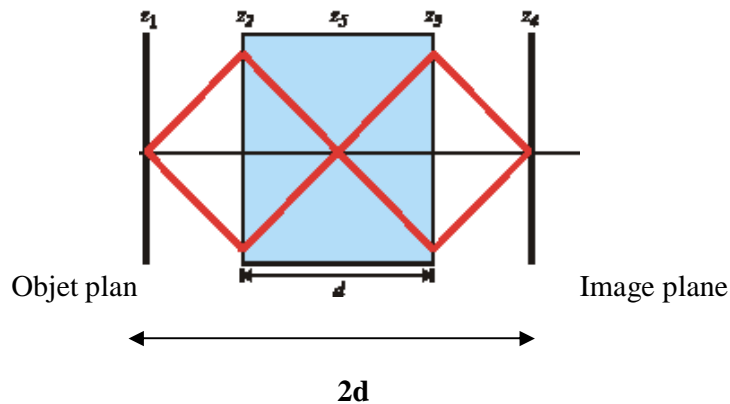


Figure II.7: Plaquette de matériau à indice de réfraction  $n = -1$

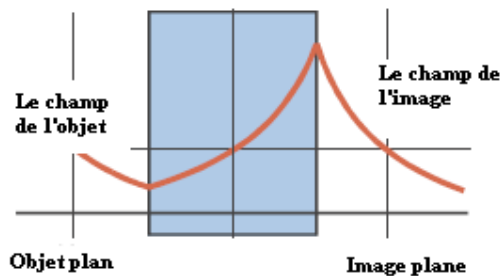


Figure II.8 Amplification des ondes évanescentes

Dans la limite extrême les expressions des champs électriques et magnétiques dans la région

(1) pour les polarisations S et P sont :

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_{k_x k_y} \left[ a_s(k_x, k_y) \mathbf{e}_s(k_x, k_y) + a_p(k_x, k_y) \mathbf{e}_p(k_x, k_y) \right] \times \exp\left(ik_z z + ik_x x + ik_y y - i\omega t\right) \quad (\text{II, 11})$$

$$H(\mathbf{r}, t) = \sum_{k_x k_y} \left[ a_s(k_x, k_y) \mathbf{h}_s(k_x, k_y) + a_p(k_x, k_y) \mathbf{h}_p(k_x, k_y) \right] \times \exp\left(ik_z z + ik_x x + ik_y y - i\omega t\right) \quad (\text{II, 12})$$

La polarisation S est définie de telle manière que le champ électrique est normal au plan d'incidence.

Les champs incident et réfléchi sont donnés par:

$$\begin{cases} \mathbf{e}_s^+ = [k_y, -k_x, 0] \exp\left(ik_x x + ik_y y - \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z\right) \\ \mathbf{e}_s^- = [k_y, -k_x, 0] \exp\left(ik_x x + ik_y y + \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z\right) \end{cases} \quad (\text{II, 13})$$

$$\text{Sachant que: } \mathbf{K} \times \mathbf{E} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \mathbf{H} \quad (\text{II, 14})$$

Nous pouvons déduire les champs magnétiques:

$$\begin{aligned} h_s^+(k_x, k_y) &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left( ik_x \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2}, \left( k_x^2 + ik_y \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} \right) - k_x^2 + k_y^2 \right) \\ &\quad \times \exp\left(ik_x x + ik_y y - \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z\right) \\ h_s^-(k_x, k_y) &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left( -ik_x \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2}, \left( k_x^2 - ik_y \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} \right) - (k_x^2 + k_y^2) \right) \\ &\quad \times \exp\left(ik_x x + ik_y y + \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z\right) \end{aligned} \quad (\text{II, 15})$$

Pour la polarisation P qui est définie de telle manière que le champ magnétique est normal au plan d'incidence. Les champs incident et réfléchi sont:

$$\begin{cases} \mathbf{h}_p^+(k_x, k_y) = [k_y, -k_x, 0] \exp\left(ik_x x + ik_y y - \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z\right) \\ \mathbf{h}_p^-(k_x, k_y) = [k_y, -k_x, 0] \exp\left(ik_x x + ik_y y + \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z\right) \end{cases} \quad (\text{II, 16})$$

En utilisant :

$$\mathbf{K} \times \mathbf{H} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \mathbf{E} \quad (\text{II, 17})$$

On peut en déduire que les champs électriques:

$$\begin{aligned}
e_p^+(k_x, k_y) &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[ +ik_x \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2}, \left( k_x^2 + ik_y \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} \right) - (k_x^2 + k_y^2) \right] \\
&\quad \times \exp\left( ik_x x + ik_y y - \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z \right) \quad (\text{II, 18}) \\
e_p^-(k_x, k_y) &= -\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left[ -ik_x \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2}, \left( k_x^2 - ik_y \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} \right) - (k_x^2 + k_y^2) \right] \\
&\quad \times \exp\left( ik_x x + ik_y y - \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k_0^2} z \right)
\end{aligned}$$

Considérons un objet comprenant une distribution de charge dans le plan  $Z=Z_1$ , le champ autour de l'objet est:

$$\Phi(x, z) = \sum_{k_x} b_1^+(k_x) \exp[ik_x x + ik_y y + ik_z z] \quad (\text{II, 19})$$

A partir de l'équation (II, 13) et en supposant que  $k_y=0$  nous voyons que :

$$\begin{aligned}
\lim_{k_x \rightarrow \infty} k_z &= \pm ik_x \\
k_x &\rightarrow \infty \quad (\text{II, 20})
\end{aligned}$$

L'équation (II, 14) devient:

$$F(\mathbf{x}, z) = \sum_{k_x} b_1^+(k_x) \exp[ik_x x - k_x(z - z_1)] \quad (\text{II, 21})$$

Sachant que:

$$b_1^+(k_x) = E_{k_x}(z) = e^{k_x(z-z_1)} = e^{ik_x(z-z_1)} \quad (\text{II, 22})$$

La solution qui satisfait les conditions aux limites à l'infini, en présence de la lentille sont :

$$\begin{aligned}
\Phi_1(x, z) &= \sum_{k_x} [b_1^+(k_x) \exp[ik_x x + k_x(z - z_1)] + b_1^-(k_x) \exp[ik_x x + k_x(z - z_1)]] \\
&\quad z_1 < z < z_2 \\
\Phi_2(x, z) &= \sum_{k_x} [b_2^+(k_x) \exp(ik_x x - k_x(z - z_2)) + b_2^-(k_x) \exp(ik_x x + k_x(z - z_2))] \\
&\quad z_2 < z < z_3 \\
\Phi_3(x, z) &= \sum_{k_x} b_3^+(k_x) \exp(ik_x x - k_x(z - z_3)) \\
&\quad z_3 < z < z_4
\end{aligned} \quad (\text{II, 23})$$

Pour  $z_2$  et  $z_3$  le début et la fin de lentille, nous avons:

$$\begin{aligned}
\Phi_1(x, z_3) &= \Phi_2(x, z_2) & \frac{\partial}{\partial z} \Phi_1(x, z_2) &= \epsilon \frac{\partial}{\partial z} \Phi_2(x, z_2) = -\frac{\partial}{\partial z} \Phi_2(x, z_2) \\
\Phi_2(x, z_3) &= \Phi_3(x, z_3) & \frac{\partial}{\partial z} \Phi_2(x, z_3) &= \epsilon \frac{\partial}{\partial z} \Phi_3(x, z_3) = -\frac{\partial}{\partial z} \Phi_3(x, z_3)
\end{aligned} \quad (\text{II, 24})$$

On obtient:

$$\begin{aligned}
b_3^+(k_x) &= \frac{4\varepsilon \exp k_x (z_3 - z_2)}{(\varepsilon + 1)^2 - (\varepsilon - 1)^2 \exp k_x (2z_2 - 2z_3)} b_1^+(k_x) \\
b_2^+(k_x) &= \frac{2\varepsilon(\varepsilon + 1)}{(\varepsilon + 1)^2 - (\varepsilon - 1)^2 \exp k_x (2z_2 - 2z_3)} b_1^+(k_x) \\
b_2^-(k_x) &= \frac{2\varepsilon(1 - \varepsilon) \exp(k_x (2z_2 - 2z_3))}{(\varepsilon + 1)^2 - (\varepsilon - 1)^2 \exp(k_x (2z_2 - 2z_3))} b_1^+(k_x) \\
b_1^-(k_x) &= \frac{\varepsilon(1 + \varepsilon^2) [\exp(-k_x (z_2 - z_1)) + \exp(k_x (z_1 + z_2 - 2z_3))]}{(\varepsilon + 1)^2 - (\varepsilon - 1)^2 \exp(k_x (2z_2 - 2z_3))}
\end{aligned} \tag{II, 25}$$

### II.7.3. Propriétés des coefficients de transmission et de réflexion pour les ondes évanescentes :

Nous considérons Un mode TE (transverse électrique) bidimensionnel, de telle manière que le champ électrique est normal au plan d'incidence.

L'onde incidente du champ électrique, solution des équations de maxwell, est de la forme:

$$E_{zinc}(x, y, t) = E_{z0} e^{-i(k_x x + k_y y - \omega t)} \tag{II, 26}$$

Ou  $k_x = \omega \sqrt{\varepsilon_1 m_1}$  et  $k_y$  sont les vecteurs d'onde selon les axes x et y respectivement et qui vérifient la relation de dispersion :

$$k_x^{(j)2} + k_y^2 = \frac{\varepsilon_j m_j \omega^2}{c^2} \tag{II, 27}$$

(j= 1,2,3 pour les trois milieux)

Si l'indice de réfraction du milieu 2 est négatif ( $\varepsilon_2 < 0$  et  $m_2 < 0$ ), et d'après les équations de Maxwell on a :

$$\begin{aligned}
\text{Si } k_y^2 < \frac{(\varepsilon_2 m_2)^{1/2} \omega}{c} \text{ et } k_x^2 = i(k_y^2 - \frac{\varepsilon_2 m_2 \omega^2}{c})^{1/2} \text{ alors} \\
k_x^2 = -(\frac{\varepsilon m_2 \omega^2}{c^2} - k_y^2)^{1/2}
\end{aligned} \tag{II, 28}$$

Et si  $k_y^2 > \frac{\varepsilon_2 m_2 \omega^2}{c}$ , dans ce cas  $k_x$  est purement imaginaire est correspond aux ondes évanescentes le long de la direction x.

Le coefficient de transmission à travers la plaquette est donné par:

$$T_p(k_x) = \frac{4(k_x^1 / m_1)(k_x^2 / m_2) \exp i(k_x^2 d)}{(k_x^1 / m_1 + k_x^2 / m_2)(k_x^2 / m_2 + k_x^3 / m_3) - (k_x^1 / m_1 - k_x^2 / m_2)(k_x^3 / m_3 - k_x^2 / m_2) \exp 2i(k_x^2 d)} \tag{II, 29}$$

Quand  $k_y \rightarrow \infty$  nous avons  $k_x^{(j)} \rightarrow ik_y$  l'expression (II, 24) devient:

$$T_p(k_y) = \frac{4m_2 m_3 \exp(-k_y d)}{(m_1 + m_2)(m_2 + m_3) - (m_2 - m_1)(m_2 - m_3) \exp(-2k_y d)} \quad (\text{II, 30})$$

Les expressions des coefficients de transmission et réflexion sont :

Dans la région 1

$$R_1 = \frac{e^{-2ik_x^1 x_1} (e^{2ik_x^2 x_1} - e^{2ik_x^2 x_2}) (k_x^{(2)2} m_1^2 - k_x^{(1)2} m_2^2)}{e^{2ik_x^2 x_1} (k_x^2 m_1 - k_x^1 m_2)^2 - e^{2ik_x^2 x_2} (k_x^2 m_1 + k_x^1 m_2)^2} \quad (\text{II, 31})$$

Dans la région 2

$$T_2 = \frac{e^{-2ik_x^1 x_1 + ik_x^1 (x_1 + 2x_2)} k_x^1 m_2 (k_x^2 m_1 + k_x^1 m_2)}{e^{2ik_x^2 x_1} (k_x^2 m_1 - k_x^1 m_2)^2 - e^{2ik_x^2 x_2} (k_x^2 m_1 + k_x^1 m_2)^2} \quad (\text{II, 32})$$

$$R_2 = \frac{2e^{-i(k_x^1 - k_x^2)x_1} k_x^1 m_2 (-k_x^2 m_1 - k_x^1 m_2)}{e^{2ik_x^2 x_1} (k_x^2 m_1 - k_x^1 m_2)^2 - e^{2ik_x^2 x_2} (k_x^2 m_1 + k_x^1 m_2)^2} \quad (\text{II, 33})$$

Dans la région 3 :

$$T_3 = \frac{4e^{-ik_x^1 (x_1 - x_2) + ik_x^2 (x_1 + x_2)} k_x^1 k_x^2 m_2 m_1}{e^{2ik_x^2 x_2} (k_x^2 m_1 + k_x^1 m_2)^2 - e^{2ik_x^2 x_1} (k_x^2 m_1 - k_x^1 m_2)^2} \quad (\text{II, 34})$$

#### II.7.4. La fonction de transfert

L'influence d'une plaquette d'indice de réfraction négatif sur les composantes de l'onde plane peut être facilement déterminée par une technique standard de matrice de transfert, en limitant la variation de champ à une direction transversale, pour la polarisation S, le champ électrique est :

$$E(x, z, t) = \sum_{k_x} E(k_x) \exp(ik_z z + ik_x x - i\omega t) \hat{y} \quad (\text{II, 35})$$

Sachant que  $K_z$  et  $K_x$  sont les composantes du vecteur d'onde normal et parallèle à la plaquette.

Pour chaque composante de l'onde plane, nous pouvons déterminer une fonction de transfert définie comme le rapport entre le champ de l'image et le champ de l'objet, pour une polarisation S de l'onde incidente sur une plaquette planaire d'épaisseur  $d$  et pour des valeurs arbitraires de  $\epsilon$  et  $\mu$ , la fonction de transfert a la forme :

$$\tau_s = e^{k_z d} \left( e^{q_z d} \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \left( \frac{\mu k_z}{q_z} + \frac{q_z}{\mu k_z} \right) \right] + e^{-q_z d} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \left( \frac{\mu k_z}{q_z} + \frac{q_z}{\mu k_z} \right) \right] \right)^{-1} \quad (\text{II, 36})$$

$$\text{avec } q_z = \sqrt{k_x^2 - \epsilon \mu k_0^2} \quad \text{et} \quad k_z = \sqrt{k_x^2 - k_0^2}$$

On définit le facteur  $R = \frac{k_x}{k_0}$  caractérisant la résolution de la lentille en fonction de petites déviations de la perméabilité

$$R = - \frac{1}{2p} \left( \ln \left| \frac{dm}{2} \right| \right) \frac{1}{d} \quad (\text{III.37})$$

### ***II.8. Les plasmons de surface:***

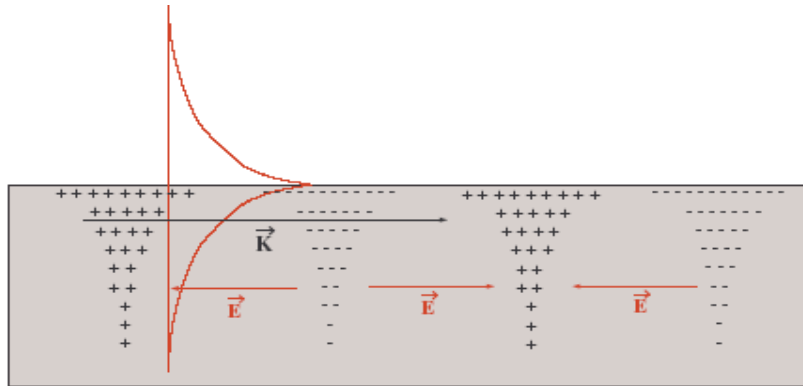
Le plasmon de surface est une onde à décroissance exponentielle des deux cotés de l'interface séparant un métal (or, argent,...) d'un milieu diélectrique sans pertes (milieu biologique par exemple). Le champ électromagnétique dans le milieu biologique présentant un caractère d'onde évanescente, c'est-à-dire l'amplitude décroissant exponentiellement avec la distance à l'interface, la fixation de molécules sur l'interface va modifier l'information contenue dans l'onde tant au niveau de sa phase que de son amplitude. L'onde plasmon joue le rôle de sonde dans le milieu où se situe la réaction biomoléculaire. L'information pourra alors être recueillie soit sur la phase soit sur l'amplitude du faisceau réfléchi.

Ces ondes sont liées à des résonances du matériau. Dans les métaux par exemple, les électrons libres peuvent osciller de manière collective. Ces oscillations résonantes de densité de charge sont couplées à une onde électromagnétique appelée plasmon polariton. Une interface séparant le vide ou l'air d'un tel matériau possède elle aussi des résonance de ce type, pour lesquelles l'onde électromagnétique associée reste confinée à l'interface et se propage le long de celle-ci.

Dans un métal, on peut considérer les électrons libres comme un plasma, c'est-à-dire, un gaz d'électrons libres, d'une densité donnée. Il existe des modes optiques longitudinaux dans ce plasma qui sont des oscillations de la densité d'électrons, qui se propagent dans le métal avec un vecteur d'onde  $k$  dirigé dans le même sens que les oscillations. Le vecteur d'onde  $k$  comporte alors deux composantes réelles correspondant à la propagation du plasmon le long de l'interface, et une composante imaginaire pure, caractérisant la décroissance de l'onde des deux cotés de l'interface. Ce type d'oscillation collective des électrons a une énergie quantifiée, et de la même manière que pour le quantum d'énergie du champ électromagnétique nous parlerons de photon, nous parlerons dans ce cas de plasmon.



Physiquement, un plasmon polariton de surface correspond donc à une onde électromagnétique couplée à un plasmon, c'est-à-dire à une oscillation de densité de charge qui est confinée à la surface du matériau et qui se propage le long de l'interface



*Figure II.9 : Principe d'un plasmon polariton de surface: l'oscillation collective des électrons dans la direction du vecteur d'onde  $k$  induit une onde électromagnétique **qui décroît exponentiellement dans la direction perpendiculaire à l'interface et se propage le long de celle-ci.***

### **II.8.1.Représentation de la relation de dispersion:**

Les équations de Maxwell nous permettent de déterminer les caractéristiques analytiques des ondes de surface. Il est ainsi possible de calculer la relation de dispersion des ondes de surface pour une interface plane.

Comme nous l'avons déjà introduit précédemment, les ondes de surface sont des résonances électromagnétiques de l'interface plane, elles sont évanescentes dans une direction perpendiculaire à l'interface (confinement) et se propagent le long de celle-ci.

Le vecteurs d'onde peut se décomposer sur les axes Ox et Oz. On écrit :

$$k = k_x e_x + g e_z \quad (\text{II, 38})$$

Une onde de surface est de la forme :

$$E = E_0 e^{i(k_x x + g z - \omega t)} \quad (\text{II, 39})$$

Ou  $x$  est parallèle à la surface, et  $g$  est un imaginaire pur (l'onde de surface est évanescente, c'est-à-dire décroît exponentiellement suivant l'axe Oz) et  $k_x$  un complexe, ce qui traduit à la fois un effet de propagation le long de l'interface(partie réelle) et un effet d'atténuation(partie

imaginaire). Cette onde possède une relation de dispersion, facile à mettre en évidence analytiquement dans le cas d'une interface plane.

$$k_x^2 = m_0 \omega^2 \frac{\epsilon_1 \epsilon}{\epsilon_1 + \epsilon} \quad (\text{II, 40})$$

Avec  $\epsilon_1$  et  $\epsilon$  permittivités du diélectrique et du métal respectivement cette équation représente la relation de dispersion de l'onde de surface. Si l'on se place maintenant dans le cas particulier d'une interface plane entre l'air ( $\epsilon_1 = \epsilon_0$ ) et un matériau quelconque ( $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon(\omega)$ ), on trouve la relation de dispersion suivante:

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon(\omega) + 1} \quad (\text{II, 41})$$

A partir de cette relation de dispersion, on peut montrer qu'il existe des conditions sur la constante diélectrique  $\epsilon$  pour qu'il puisse y avoir des ondes de surface: il faut nécessairement  $\text{Re}(\epsilon) > 0$  et  $|\text{Re}(\epsilon)| > 1$ , soit  $\text{Re}(\epsilon) > -1$ . On retrouve par cette condition que les ondes de surface n'existent que sur les métaux ou les matériaux polaires.

Pour avoir une idée du comportement des ondes de surface sur une interface plane, nous allons essayer d'approcher la relation de dispersion (II, 40) en prenant la constante diélectrique classique d'un métal sans perte qui est donné par

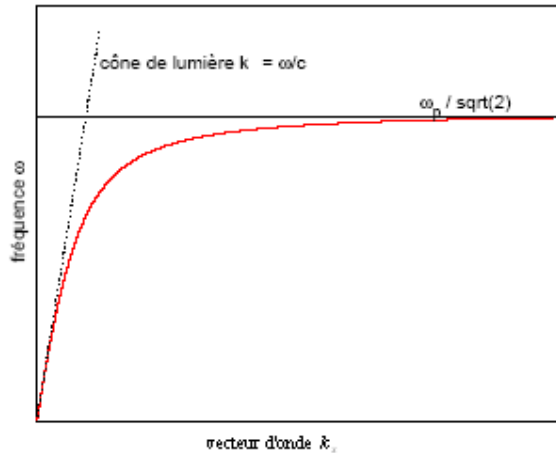
$$\epsilon(\omega) = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 \quad (\text{II, 42})$$

Cette constante diélectrique est réelle. On peut facilement montrer que la condition d'existence des ondes de surface  $\text{Re}[\epsilon(\omega)] > -1$  se traduit en terme de fréquence par  $\omega > \frac{\omega_p}{2}$ , ce qui correspond à des valeurs de  $k_x^2 > \frac{\omega_p^2}{c^2}$ : on retrouve  $\omega$  imaginaire pur, c'est-à-dire que l'onde est purement évanescence dans la direction  $z$ . La relation de dispersion devient

$$k_x^2 = \frac{\omega^2}{2c^2} \frac{(\omega - \omega_p)(\omega + \omega_p)}{(\omega - \omega_p/\sqrt{2})(\omega + \omega_p/\sqrt{2})} \quad (\text{II, 43})$$

Si  $\omega \gg \omega_p$ , il vient  $k_x = \frac{\omega}{c}$ : on retrouve le comportement d'un photon.

Si  $\omega \rightarrow \omega_p/2$  on  $k_x \rightarrow \infty$ , ce qui revient à avoir une asymptote dans la représentation de la relation de dispersion (Figure II.10). On peut montrer que la fréquence  $\omega_p/\sqrt{2}$  est la fréquence de résonance du plasmon à l'interface air/métal.



**Fig. II.10 :** Relation de dispersion d'un plasmon de surface sur une interface plane séparant l'air d'un métal sans pertes caractérisé par une fréquence plasma  $\omega_p$ .

### **II.8.2. Transmission sur les surfaces plasmons**

Si on éclaire par une onde plane, la structure périodique des trous on donne naissance à des ondes diffractées évanescentes sur les surfaces supérieures et inférieures du film métallique. Ces ondes peuvent mettre en jeu des résonances de plasmons de surface, qui emmagasinent l'énergie électromagnétique. La lumière est transmise à travers un trou par l'intermédiaire d'une onde fortement atténuée. La transmission entre les deux surfaces métalliques horizontales, qui constituent deux «réservoirs électromagnétiques» se fait donc par l'effet tunnel à travers les ouvertures.

En associant une transmission faible dans les trous et un confinement fort sur les surfaces du film métallique, ces résonances de plasmon de surface permettent de faire pénétrer la lumière dans une ou plusieurs ouvertures petite devant la longueur d'onde et de la transmettre efficacement à travers ces mêmes ouvertures.

### **II.8.3. Les configurations des surfaces plasmons**

Pour obtenir un plasmon de surface on à deux types de configuration.

#### **II.8.3.1. La première configuration « Kretschmann Raether »**

Elle consiste à déposer une couche métallique sur un diélectrique et à éclairer l'interface avec une onde magnétique polarisée TM (transverse magnétique) en réflexion totale. Le plasmon de surface est obtenu lorsque la composante tangentielle du vecteur d'onde associé au faisceau incident est égale à celle du mode propre du plasmon l'intensité

du plasmon décroît exponentiellement lorsqu'on s'éloigne de l'interface. La lumière se trouve donc confinée sur l'interface et la présence d'un défaut (topographique ou d'indice) peut fortement modifier la distribution d'intensité. La détection en champ proche de ce plasmon de surface apparaît donc comme un moyen potentiel d'imagerie « Super-résolvante ».

### II.8.3.2. La deuxième configuration

Une deuxième configuration consiste à exciter à plasmon de surface directement en champ proche : la sonde d'un microscope optique en champ proche éclaire l'objet et le plasmon de surface est excité localement par l'onde évanescente dont le vecteur d'onde correspond à celui de la résonance plasmon.

### II.9. Propagation des ondes dans un milieu RH-LH (Right/Left-Handed) dispersif:

Un milieu isotrope, dispersif, peut être décrit par sa perméabilité  $m$ , sa perméabilité  $e$  et sa conductivité électrique  $s$ . En utilisant la permittivité et la perméabilité relative,  $m$  et  $e$  peuvent être écrits sous la forme:  $m = m_0 m_r$ ,  $e = e_0 e_r$ , où  $e_0$  et  $m_0$  représentent respectivement la perméabilité et la permittivité du vide.

Si on considère la propagation d'une onde plane long de l'axe  $z$ , dans un milieu LH (Left handed), homogène, dispersif, donc le champ électrique peut être écrit sous la forme:

$$E(z, t) = E_0 e^{-i(kz - \omega t)} \quad (\text{II, 44})$$

Avec  $k$  vecteur d'onde donné par la relation:

$$k^2 = k_0^2 m_r \left( e_r + i \frac{s}{\omega e_0} \right) \quad (\text{II, 45})$$

et  $k_0 = \omega \sqrt{e_0 m_0}$

Dans un milieu dispersif, on peut écrire sous la forme  $k = b + ia$ , où  $b, a$  représentent respectivement les constantes de propagation et d'atténuation.

De (II, 45), on peut avoir facilement :

$$b^2 - a^2 = k_0^2 m_r e_r \quad (\text{II, 46})$$

$$2ab = k_0^2 \frac{m_r s}{we_0} \quad (\text{II, 47})$$

Pour la résolution des deux équations (II, 46), (II, 47), on met  $a = k_0^2 m_r e_r$  et  $b = \frac{k_0^2 m_r s}{we_0}$

On aura :

$$b = \pm \sqrt{\frac{(\sqrt{a^2 + b^2} + a)}{2}} \quad (\text{II, 49})$$

$$a = \pm \sqrt{\frac{(\sqrt{a^2 + b^2} - a)}{2}} \quad (\text{II, 50})$$

Le fait qu'on est dans un milieu passif,  $a$  doit être positive. Pour un milieu d'indice de réfraction positif, ou  $e$  et  $m$  sont positives,  $b$  est positif, donc on aura :

$$b = \pm \sqrt{\frac{(\sqrt{a^2 + b^2} + a)}{2}} \mathbf{f} 0 \quad (\text{II, 51})$$

Pa contre, pour un milieu LH, ou  $e$  et  $m$  sont négatifs,  $b$  est négatif ce qui implique que :

$$b = \pm \sqrt{\frac{(\sqrt{a^2 + b^2} + a)}{2}} \mathbf{p} 0 \quad (\text{II, 52})$$

En d'autre terme, le coefficient de propagation est négatif

Si  $s \rightarrow 0$ , on aura  $a = 0$  et

$$k = -k_0 \sqrt{m_r e_r} \quad (\text{II, 53})$$

De cette équation on peut tirer facilement que l'indice de réfraction  $n = -\sqrt{e_r m_r}$  est négatif ce qui est en accord avec les résultats obtenues dans les travaux [1][2].

### **II.9.1. Propagation dans un demi-espace RH-LH**

Considérons un demi espace, constitué de la région 0 qui est le vide, caractérisée par  $m_0$ ,  $e_0$ , et à droite par le métamatériau, caractérisé par  $e_1$ ,  $m_1$  et  $s_1$ . Une source ponctuelle est placé dans la première région 0 à l'origine comme indiqué sur la figure(II.11)

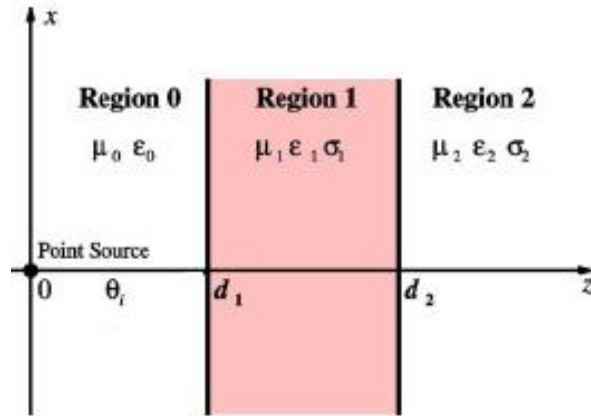


Figure II.11 : Représentation d'un milieu isotrope RH-LH

A partir des équation de Maxwell, le champ électrique incident excité par une source ponctuelle, est donné par:

$$E_{0y}^{inc} = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \mathcal{Y}(k_x) e^{i(k_x x + k_{0z} z)} \quad (\text{II, 54})$$

Avec  $k_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$  et

$$\mathcal{Y}(k_x) = -\frac{wm_0 I}{4pk_{0z}} \quad (\text{II, 55})$$

I : le courant électrique parcourant la source.

Les champs électriques dans les deux régions sont donné par :

**\*Region 0:**

$$E_{0y} = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \mathcal{Y}(k_x) (e^{ik_{0z}z} + R_{01} e^{ik_{0z}(2d_1-z)}) e^{ik_x x} \quad (\text{II, 56})$$

$$0 \leq z \leq d_1$$

**\*Région 1:**

$$E_{1y} = \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x \mathcal{Y}(k_x) T_{01} e^{ik_{0z}d_1} e^{ik_{1z}(z-d_1)} e^{ik_x x} \quad (\text{II, 57})$$

$$z \in [d_1, d_2]$$

$R_{01}$  et  $T_{01}$  sont les coefficients de réflexion et de transmission:

$$R_{01} = \frac{m_1 k_{0z} - m_0 k_{1z}}{m_1 k_{0z} + m_0 k_{1z}}$$

$$T_{01} = \frac{2m_1 k_{0z}}{m_1 k_{0z} + m_0 k_{1z}} \quad (\text{II, 58})$$

Ou  $k_{1z}$  est donné par:

$$k_{1z}^2 = k_0^2 m_{r1} \left( e_{r1} + i \frac{S_1}{we_0} \right) - k_x^2 \quad (\text{II, 59})$$

Comme dans le cas d'un milieu homogène,  $k_{1z} = b_{1z} + ia_{1z}$ , est également composé d'un facteur de propagation  $b_{1z}$  et d'un facteur d'atténuation  $a_{1z}$ :

$$a_{1z} = \sqrt{\frac{(\sqrt{a_1^2 + b_1^2} - a_1)}{2}} \quad (\text{Pour les deux régions}) \quad (\text{II, 60})$$

$$b_{1z} = \sqrt{\frac{(\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + a_1)}{2}} \quad (\text{Pour la région 0}) \quad (\text{II, 61})$$

$$b_{1z} = -\sqrt{\frac{(\sqrt{a_1^2 + b_1^2} + a_1)}{2}} \quad (\text{Pour la région 1}) \quad (\text{II, 62})$$

Ou  $a_1$  et  $b_1$  sont donnés par:

$$a_1 = k_0^2 m_{r1} e_{r1} - k_x^2 \quad (\text{II, 63})$$

$$b_1 = k_0^2 \frac{m_{r1} S_1}{we_0} \quad (\text{II, 64})$$

Dans le vide, le vecteur d'onde  $k_{0z}$  est composé également, d'un facteur de propagation  $b_{0z}$  et d'un facteur d'atténuation  $a_{0z}$  donnés par les relations suivantes:

$$b_{0z} = \sqrt{k_0^2 - k_x^2} \quad k_x \leq k_0 \quad (\text{II, 65})$$

$$a_{0z} = \sqrt{k_x^2 - k_0^2} \quad k_x \geq k_0 \quad (\text{II, 66})$$

Dans le cas d'un milieu RH (Right- Handed) ou à main droite, il est facile de calculer l'intégral (II, 56) et (II, 57)

Considérons maintenant le milieu LH (Left-Handed), ou à main gauche, ou  $e_{r1} = -1$  et  $m_{r1} = -1$ , sous certaines conditions, les équations (II,63),(II,64),(II,58) peuvent être écrite sous la forme:

$$a_1 = k_0^2 - k_x^2, \quad b_1 = -k_0^2 \frac{S_1}{we_0} \quad (\text{II, 67})$$

$$R_{01} = \frac{k_{1z} + k_{0z}}{k_{1z} - k_{0z}}, \quad T_{01} = \frac{2k_{0z}}{k_{0z} - k_{1z}} \quad (\text{II, 68})$$

\*Pour les ondes progressives ( $k_x \mathbf{p} k_0$ ), nous avons  $a_1 \mathbf{p} 0$  et  $b_1 \mathbf{p} 0$ .

Si les pertes sont petites et

$$\frac{b_1^2}{a_1^2} = \left( \frac{S_1}{we_0} \right)^2 \left[ 1 - \frac{k_x^2}{k_0^2} \right]^{-2} \mathbf{pp} 1 \quad (\text{II, 69})$$

En utilisant le développement en série de Taylor on aura:

$$R_{01} = \frac{b_1^2 + i4a_1b_1}{16a_1^2 + b_1^2 + i4a_1b_1} \quad (\text{II, 70})$$

$$T_{01} = \frac{16a_1^2}{16a_1^2 + b_1^2 + i4a_1b_1}$$

Quand  $S_1$  est proche de zéro, alors  $b_1 \rightarrow 0$ , ce qui implique que  $R_{01} \rightarrow 0$  et  $T_{01} \rightarrow 1$ , ce qui signifie, que toutes les ondes progressives sont transmises à travers le milieu RH-LH sans subir aucune réflexion.

\*Pour les ondes évanescentes ( $k_x \mathbf{f} k_0$ ), nous avons  $a_1 \mathbf{p} 0$  et  $b_1 \leq 0$ .

De même, si les pertes sont petites et

$$\frac{b_1^2}{a_1^2} = \left( \frac{S_1}{we_0} \right)^2 \left[ \frac{k_x^2}{k_0^2} - 1 \right]^{-2} \mathbf{pp} 1 \quad (\text{II, 71})$$

et en utilisant le développement en série de Taylor on arrive à:

$$R_{01} = \frac{16a_1^2 + b_1^2 + i4a_1b_1}{b_1^2 + i4a_1b_1} \quad (\text{II, 72})$$

$$T_{01} = \frac{-16a_1^2}{b_1^2 + i4a_1b_1}$$



De (II, 72), on voit clairement, que les coefficients de transmission et réflexions, peuvent être amplifiés à de très grandes valeurs si les pertes sont petites. Quand  $s_1$  est proche de zéro, alors  $b_1 \rightarrow 0$ , et on obtient facilement  $R_{01} \rightarrow \infty$  et  $T_{01} \rightarrow \infty$ . ce qui implique que ce milieu dispersif RH-LH, est un amplificateur infini pour les ondes évanescentes. C'est un phénomène physique très intéressant.

Quand  $e_{r1} = m_{r1} = -1$  et  $s_1 = 0$ , nous avons  $k_{1z} = -k_{0z} = -b_{0z}$ , pour les ondes progressives ( $k_x \mathbf{p} k_0$ ), on aura comme conséquence la transmission sans réflexion de la totalité des ondes ( $R_{01} = 0$  et  $T_{01} = 1$ ). Pour les ondes évanescentes ( $k_x \mathbf{f} k_0$ ), nous avons  $k_{1z} = k_{0z} = i a_{0z}$  (purement complexe), ce qui implique  $R_{01} \rightarrow \infty$  et  $T_{01} \rightarrow \infty$ . Par conséquent, ce milieu, peut amplifier les ondes évanescentes à des valeurs infinies.

### ***II.10. Processus de fabrication:***

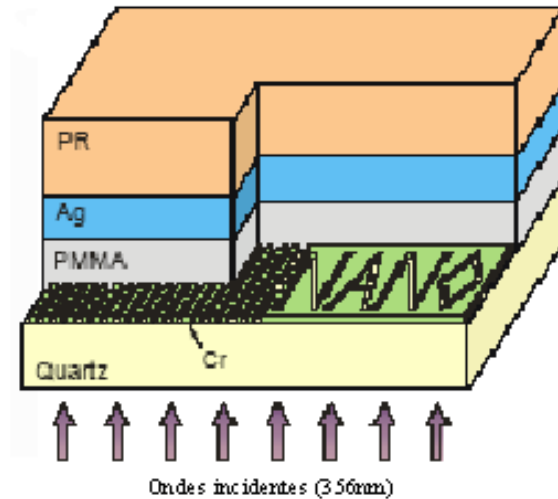
Le processus de fabrication de la lentille [15], commence par le dépôt d'une couche épaisse de Cr d'épaisseur de 50 nm sur un substrat de quartz, en utilisant l'évaporation par faisceaux d'électron (E-beam evaporation).

Les lettres du mot « NANO » qui représente l'objet, sont inscrites, en traits épais de 40 nanomètre, par lithographie à diffusion d'ions sur la couche de Cr. Après une couche épaisse de PMMA est déposé, suivi du dépôt d'un film d'argent de 35 nanomètres d'épaisseur en utilisant toujours l'évaporation par faisceaux d'électron (E-beam evaporation). La surface argentée est enduite de Photoresist PR (NFR105G, JSR Micro) ou sera enregistré l'image reconstruite par la superlentille.

Rendre La couche d'espacement plane est une étape cruciale dans la fabrication, car les imperfections de la surface de la couche argentée modifieront la relation de dispersion, qui limite la résolution de l'image. La couche PMMA doit éliminer la modulation inhérente des objets déposés sur le Cr et sa surface doit être uniforme afin de réduire la rugosité de la surface de l'argent.

Le  $SiO_2$  a été utilisé en premier lieu comme couche d'espacement, il a été déposé par évaporation par faisceaux d'électron, et le polissage mécanique chimique (CMP) a été employé pour aplatir la surface. Cependant, ce processus a donné une mauvaise qualité de la surface, ainsi que des difficultés de contrôle d'épaisseur dues aux paramètres instables de CMP. Avec PMMA, des processus stables ont été développés, avec lesquels on peut réduire les modulations de l'objet à moins de 1 nm tout en donnant un meilleur contrôle de l'épaisseur

du film. Selon la conception de la structure de la superlentille, il est préférable d'avoir une couche d'espacement aussi mince que possible.



*Figure II.12: Section transversale de la superlentille*

### **II.11. Conclusion:**

Le but de ce chapitre est de comprendre les propriétés ainsi que le fonctionnement des superlentilles. Une telle lentille offrirait une résolution supérieure à celle permise par la technologie actuelle et discernait des détails beaucoup plus petits que celle de la longueur d'onde de la lumière utilisée. Le principe de cette lentille consiste à utiliser des plasmons de surface qui entrent en résonance avec les ondes évanescentes. Ces dernières subissent une amplification à travers le métamatériau. Un calcul théorique des différents paramètres de la lentille (amplification des ondes évanescentes, coefficient de transmission et de réflexion, fonction de transfert...), a été effectué.

### ***III.1. Introduction***

Avant d'aborder l'étude numérique des phénomènes de propagations d'ondes, il convient de rappeler le lien étroit de tout développement de méthode numériques avec la problématique de la modélisation, les équations que l'on cherche à résoudre et les approximations faites sur elles proviennent du savoir des physiciens, de l'état de l'art des numériciens et des besoins concrets des ingénieurs: Il existe un compromis entre la complexité souhaitée du modèle, les contraintes : temps de calcul liées au savoir-faire , à la capacité des ordinateurs existants et les exigences de précision.

Avec l'augmentation de la complexité des circuits dans tous les dispositifs électroniques en général, il est devenu nécessaire, de prédire le comportement de ces systèmes avec des modèles rigoureux. Ces derniers sont basés sur les équations qui régissent le champ électromagnétique et qui ont été établies par Maxwell au XIX siècle. La préoccupation a longtemps porté sur la recherche de solutions de ces équations en présence de géométries quelconques.

Les outils numériques de calcul électromagnétique sont l'élément indispensable à la conception de dispositifs. En effet, ils sont capables de prendre en compte tous les effets de couplage et rayonnement électromagnétique, du moins de façon la plus rigoureuse possible.

Par conséquent, ils doivent intervenir dans la boucle d'une procédure d'optimisation débouchant sur une solution optimale d'un dispositif. Cependant, les ordinateurs ont une puissance de calcul limitée et le coût de calcul croit de façon rapide avec la taille des structures étudiées. Certes, nous vivons une croissance de calcul des ordinateurs qui pour l'instant double tous les six mois. Malheureusement, cette croissance est toujours compensée par l'augmentation de la complexité des systèmes à étudier. On notera que ce constat favorise l'activité de recherche sur l'amélioration de l'efficacité des méthodes de modélisation numériques.

La résolution des équations de Maxwell est l'objectif commun de toutes les méthodes numériques. En fait, il se trouve que souvent les équations de Maxwell sont d'abord manipulées pour déboucher sur une équation mieux adaptée au type de problème. Ensuite, cette équation est résolue par l'application d'une méthode numérique.

Par conséquent, les avantages d'une méthode par rapport à d'autres dépendent beaucoup du type de problème à résoudre. Principalement, la complexité de la géométrie, les effets non linéaires, la dispersion, l'anisotropie, la taille de la structure relativement à la longueur d'onde, sont des critères qui vont influencer sur son choix. De plus, l'excitation et la grandeur ou le paramètre désiré (distribution des champs, rayonnement lointain, etc.) sont aussi des facteurs importants.

Les techniques numériques utilisées dans les outils de simulation électromagnétique sont aussi nombreuses que variées. Parmi toutes les techniques, on peut citer la méthode des moments (MOM), de la matrice des lignes de transmission (TLM), de la méthode de Green, de la méthode d'analyse modale, et enfin de la méthode des différences finies qui constitue l'objet principal de notre étude.

### ***III.2.Méthodes d'analyse numérique:***

#### ***III.2.1.Méthode des Moments:***

La méthode des Moments est une technique numérique qui permet de résoudre efficacement le système d'équations intégrales en le transformant en un système matriciel résolu par ordinateur [15]. Elle est basée sur le critère de nullité d'une fonctionnelle constituée à partir d'une intégrale des résidus, dus à la différence entre la solution approximative et la solution exacte, pondérés par des fonctions de test. La fonction de test est exprimée sous forme de série de fonctions de base connues dont les coefficients de pondération sont déterminés en résolvant le système linéaire.

Le choix de la procédure de résolution est, en général, dicté par la taille des matrices à traiter et la nature du calculateur dont on dispose. Le choix des fonctions de base et de test dépend du problème électromagnétique considéré et de la précision souhaitée, elles doivent être dérivables et intégrables en fonction de l'opérateur de l'équation.

#### ***III.2.2.Matrices de lignes de transmission TLM:***

Cette méthode numérique, appliquée aux équations de Maxwell s'appuie sur les similitudes qui existent d'une part, entre les équations de Maxwell vérifiées par les champs électromagnétiques d'une structure et d'autre part par les équations de Kirchhoff vérifiées par les courants et tension d'un réseau de ligne de transmission.

On utilise cette méthode pour simuler des phénomènes de propagation d'onde dans le domaine temporel, elle ne présente pas de problème de convergence ni de stabilité, mais elle est exigeante en place mémoire et en temps de calcul pour deux raisons principales:

- L'étude de zones où les champs électromagnétiques présentent de fortes discontinuités nécessite un maillage plus fin, ce qui entraîne l'utilisation d'espace mémoire relativement important.
- Afin de limiter le phénomène dû à une réponse temporelle tronquée, on doit recueillir un grand nombre d'impulsions sur une longue durée. Ceci nécessite un nombre d'itérations important entraînant une augmentation du temps de calcul.

### ***III.2.3.Méthode de raccordement des modes:***

La méthode de raccordement des modes [16] [17], s'applique à la caractérisation des structures guidantes présentant des discontinuités. Les champs sont développés de part et d'autre de la discontinuité en fonction des différents modes.

Les solutions modales sont déterminées dans chacune des régions. Elles doivent satisfaire à l'équation d'onde, et aux conditions aux limites.

C'est une méthode assez générale, qui ne pose pas de problème au niveau de la place mémoire et du temps CPU. Par contre, un lourd développement analytique est nécessaire.

Nous avons présenté le principe de quelques-unes des méthodes d'analyse numériques. On a constaté qu'il est difficile d'apprécier et de comparer les qualités de ces différentes méthodes tant au niveau de la précision que des possibilités de caractérisations de structures complexes. Enfin, la méthode des différences finies dans le domaine temporel (FDTD), présentée par Yee [5] en 1966, semble cependant, à l'heure actuelle, l'une des méthodes 3D la plus apte à répondre à nos besoins.

### ***III.3.Méthodes des différences finies (FDTD)***

#### ***III.3.1. Principe de la méthode:***

La méthode FDTD (Finite Difference Time Domain) ou la méthode des différences finies dans le domaine temporel est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temps, ce qui permet d'appréhender visuellement la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu structuré. Ce point rend cette méthode pédagogique pour l'utilisateur qui peut réaliser de véritables expériences et développer une compréhension intuitive des processus de propagation.

Cette méthode a largement démontré, qu'elle avait de nombreux avantages, qui résident dans sa formulation qui est relativement simple, permettant la résolution directe des équations de Maxwell, dans la robustesse de l'algorithme et enfin dans la possibilité d'effectuer l'analyse sur une large bande de fréquence.

La simplicité des équations qui composent le cœur de l'algorithme de résolution. Les nombreuses sources (ondes planes, modes guidés, dipôles oscillants, impulsions ou harmoniques) et conditions aux limites possibles permettent le traitement d'un très grand nombre de problèmes. Le calcul de toutes les composantes de champs à tous les instants et sur tout le domaine de calcul, permet d'obtenir de nombreuses informations précises, notamment grâce à l'utilisation de la transformée de Fourier.

Elle permet également d'inclure du gain, de l'absorption, des effets non linéaires, de la dispersion, au prix, toutefois, de modifications importantes du cœur de l'algorithme de base.

Comme beaucoup de méthode, dans son principe même: le calcul direct de toutes les composantes de champs en tous les points de la structure requiert des ressources informatiques importantes qui limitent jusqu'à récemment la taille des structures 3D à quelques périodes, même pour les plus puissants ordinateurs. C'est réellement l'évolution des ressources informatiques en terme de mémoire et de rapidité qui a fait de cette méthode l'une des plus populaires pour l'étude de la propagation des ondes dans des structures les plus complexes. Aujourd'hui, un simple ordinateur de bureau permet, en quelques heures tout au plus, la modélisation 2D d'une structure d'environ  $20 \times 20 \mu\text{m}^2$ ...et cette taille grandit sans cesse chaque jour.

L'application de cette méthode aux équations de Maxwell dans l'espace libre a été introduite pour la première fois par Yee en 1966 [5], la méthode consiste à approcher les dérivées ponctuelles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées. Le schéma proposé par Yee permet de surmonter la difficulté due à la dépendance simultanée des champs électriques  $E$  et du champ magnétique  $H$ , en effet, on obtient un schéma numérique explicite permettant le calcul du champ électromagnétique dans tout le volume d'étude en fonction du temps. Les composantes des champs électrique et magnétique sont décalées d'un demi-pas spatial et calculées de manière alternative et itérative.

Plus tard, en 1975, le schéma de Yee a été généralisé par Tavlove et al. [18] par l'introduction des termes de conductivité électrique et magnétique autorisant le traitement des pertes.

### III-3.2 Equations de bases:

Le point de départ de la méthode des différences finies est la forme différentielle des équations de Maxwell. Lorsque l'on considère un milieu linéaire, homogène, isotrope et sans perte, ces équations ont la forme suivante :

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{m} \nabla \times \vec{E} \quad (\text{III, 1})$$

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{e} \nabla \times \vec{H} \quad (\text{III, 2})$$

Ces relations s'écrivent, dans un repère cartésien (x, y, z):

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{m} \left[ \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right] \quad (\text{III, 3})$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{m} \left[ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right] \quad (\text{III, 4})$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{m} \left[ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right] \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[ \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right] \quad (\text{III.6})$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right] \quad (\text{III.7})$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{e} \left[ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right] \quad (\text{III.8})$$

Les variations spatiales des composantes H régissent l'évolution temporelle des composantes de champ E et vice versa. La réduction de ce système dans un plan (xy) permet de découpler ce système en deux sous systèmes indépendants. L'un fait intervenir les composantes de champ électrique du plan ( $E_x, E_y$ ) et la composante normale au plan ( $H_z$ ), Le mode TE (transverse électrique):

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (\text{III, 9})$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (\text{III, 10})$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{m} \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \quad (\text{III, 11})$$

Et l'autre fait intervenir les composantes de champs restantes  $(H_x, H_y, E_z)$ , le mode TM (transverse magnétique):

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{e} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (\text{III, 12})$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{m} \frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (\text{III, 13})$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{m} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (\text{III, 14})$$

Pour implanter ces équations dans le programme, on doit les discrétiser à partir de l'approximation de la dérivée centrée

### III.3.3.Principe des différences finies centrées :

Le principe des dérivées centrées permet d'évaluer la dérivée d'une fonction en un point  $x_0$  sans en connaître la valeur en  $x_0$ .

Si  $f(x)$ , une fonction définie sur  $\mathfrak{R}$ , continue et dérivable au voisinage du point  $x_0$ , alors le

développement en série de Taylor de la fonction  $f$  aux points  $x_0 + \frac{\Delta x}{2}$  et  $x_0 - \frac{\Delta x}{2}$  s'écrit :

$$f\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) = f(x_0) + \frac{\Delta x}{2} f'(x_0) + \frac{\Delta x^2}{8} f''(x_0) + q(\Delta x^3) \quad (\text{III, 15})$$

$$f\left(x_0 - \frac{\Delta x}{2}\right) = f(x_0) - \frac{\Delta x}{2} f'(x_0) + \frac{\Delta x^2}{8} f''(x_0) - q(\Delta x^3) \quad (\text{III, 16})$$

La dérivée de la fonction  $f$  est obtenue en faisant la soustraction des deux équations d'où :

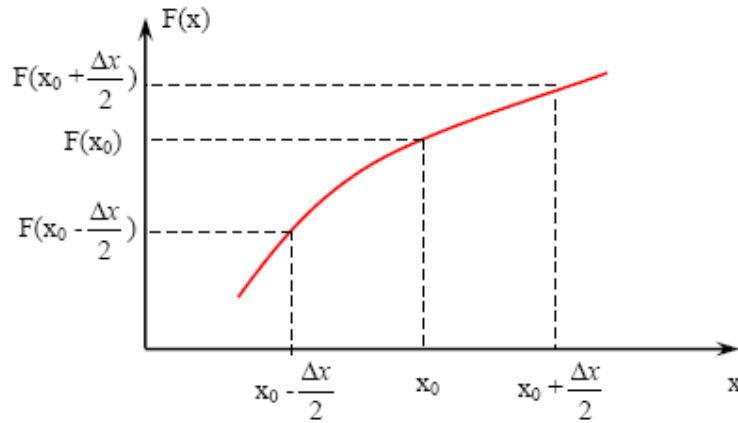


$$f'(x_0) = \frac{f(x_0 + \frac{\Delta x}{2}) - f(x_0 - \frac{\Delta x}{2})}{\Delta x} + q(\Delta x^2) \quad (\text{III, 17})$$

$q(\Delta x^2)$  représente l'erreur d'ordre 2 commise, elle sera négligé par la suite.

L'erreur commise sur l'évaluation de la dérivée est du second ordre, ce qui nous donne des résultats plus précis. Par conséquent, on utilisera l'approximation centrée dans notre étude pour discrétiser les dérivées partielles, spatiales et temporelles présentes dans les équations de Maxwell.

On calcule la dérivée centrée d'une fonction figure au centre d'un intervalle en se basant sur les valeurs de la fonction aux extrémités.



**Figure III.1: Principe des dérivées centrées**

Par conséquent, les six équations de Maxwell seront exprimées sur chaque intervalle à partir de cette approximation. On peut noter que les dérivées spatiales sont liées aux dérivées temporelles. Elles feront chacune l'objet d'une discrétisation particulière, soit par rapport à l'espace, soit par rapport au temps.

En appliquant les différences finies centrées aux équations de Maxwell avec l'utilisation des notations de Kane Yee, pour une fonction  $U(i\Delta x, j\Delta y, n\Delta t) = U^n_{i,j}$ , on a au point (i, j) et à l'instant  $n+1/2$ :

Pour le mode TM:

$$\frac{E_z|_{i,j}^{n+1} - E_z|_{i,j}^n}{dt} = \frac{1}{e} \left( \frac{H_y|_{i+1/2,j}^{n+1/2} - H_y|_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+1/2}^{n+1/2} - H_x|_{i,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \quad (\text{III, 18})$$

Soit:

$$E_z \Big|_{i,j}^{n+1} = E_z \Big|_{i,j}^n + \frac{dt}{e} \left( \frac{H_y \Big|_{i+1/2,j}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x \Big|_{i,j+1/2}^{n+1/2} - H_x \Big|_{i,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \right) \quad (\text{III, 19})$$

Cette équation permet de calculer le champ  $E_z^{n+1}$  en fonction des champs  $E_z^n$  et  $H^{n+1/2}$ , et pour les champs magnétiques on aura:

$$\frac{H_x \Big|_{i,j+1/2}^{n+1/2} - H_x \Big|_{i,j+1/2}^{n-1/2}}{dt} = \frac{1}{m} \left( \frac{E_z \Big|_{i,j+1}^n - E_z \Big|_{i,j}^n}{\Delta y} \right) \quad (\text{III, 20})$$

$$\frac{H_y \Big|_{i,j+1/2}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i,j+1/2}^{n-1/2}}{dt} = \frac{1}{m} \left( \frac{E_z \Big|_{i,j+1}^n - E_z \Big|_{i,j}^n}{\Delta x} \right) \quad (\text{III, 21})$$

Pour le mode TE:

$$H_z \Big|_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} = H_z \Big|_{i+1/2,j+1/2}^{n-1/2} - \frac{dt}{m} \left( \frac{E_y \Big|_{i+1,j+1/2}^n - E_y \Big|_{i,j+1/2}^n}{\Delta x} - \frac{E_x \Big|_{i+1/2,j+1/2}^n - E_x \Big|_{i+1/2,j}^n}{\Delta y} \right) \quad (\text{II, 22})$$

$$\frac{E_x \Big|_{i+1/2,j}^{n+1} - E_x \Big|_{i+1/2,j}^n}{dt} = e \frac{H_z \Big|_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i+1/2,j-1/2}^{n+1/2}}{\Delta y} \quad (\text{III, 23})$$

$$\frac{E_y \Big|_{i,j+1/2}^{n+1} - E_y \Big|_{i,j+1/2}^n}{dt} = -e \frac{H_z \Big|_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - H_z \Big|_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2}}{\Delta x} \quad (\text{III, 24})$$

Cette discrétisation des équations de Maxwell constitue la base de l'algorithme de Yee.

### III-3.4.Discrétisation des équations:

Pour discrétiser les équations et obtenir des formules itératives pour simuler le champ, les équations de Maxwell vont être réécrites en utilisant les composantes discrètes du champ électromagnétique et les différences finies centrées.

#### III-3.4.1 La discrétisation spatiale

Abordons maintenant la façon dont on discrétise les six équations de Maxwell. Pour cela, étudions l'une de ces équations:

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{e} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (\text{III, 25})$$

Dans le calcul de  $E_z$ , on fait intervenir la dérivée partielle de  $H_y$  par rapport à  $x$ , donc d'après la définition de la dérivée centrée, le point où l'on calcule  $E_z$  doit se trouver au milieu d'un segment parallèle à l'axe  $Ox$ , ayant comme extrémité deux points où est  $H_x$  connu. De même, le calcul de  $E_z$  fait intervenir la dérivée partielle de  $H_x$  par rapport à  $y$ . Donc le point où l'on calcule  $E_z$  se trouve également au milieu d'un segment parallèle à  $Oy$  ayant pour extrémité deux points où  $H_y$  est connu. En conséquence,  $E_z$ , représenté sur la figure III.2, doit se trouver au milieux de deux points de  $H_x$  et de deux points de  $H_y$

Notons que les valeurs du champ électrique et du champ magnétique seront calculées en des points différents du maillage. Elles seront respectivement appelées nœuds électriques et nœuds magnétiques

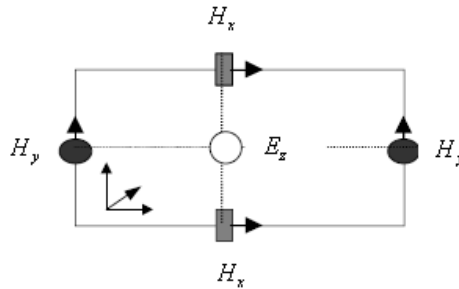


Figure III .2 : Circulation du champ H autour de E

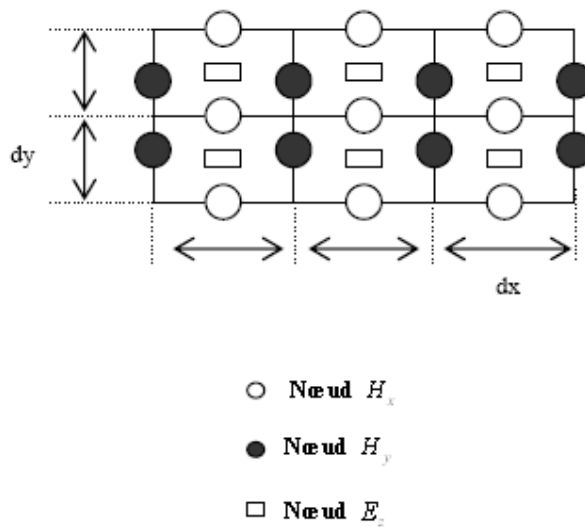
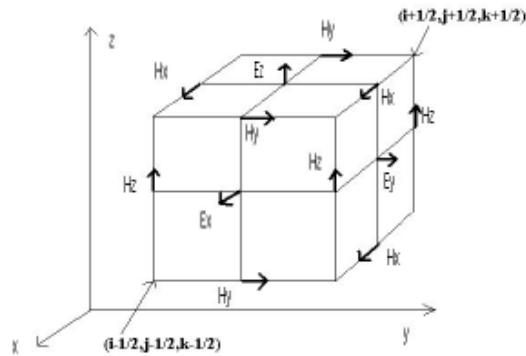


Figure III.3 : Disposition des nœuds électriques et des nœuds magnétiques dans le plan  $xOy$

L'arrangement des nœuds électriques et magnétiques doit donc respecter toutes ces conditions, et conduit au schéma de la maille de Yee représenté par la figure suivante :



**Figure III.4 : Cellule de Yee**

Les parallélépipèdes ou mailles élémentaires constituent le volume de calcul, ou sont toujours présents un nœud magnétique entre quatre nœuds électriques et un nœud électrique entre quatre nœuds magnétiques. Ainsi la dérivée centrée est utilisée pour toutes les dérivées spatiales présentes dans les équations de Maxwell. Pour représenter le volume de calcul, il est nécessaire de construire un maillage.

### III.3.4.2 Construction de maillage :

Une discrétisation spatio-temporelle est nécessaire pour résoudre les équations de Maxwell. La discrétisation spatiale s'effectue dans un volume nécessairement fini. Dans le cas d'un maillage régulier, les dérivées spatiales sont évaluées dans les directions Ox, Oy, Oz avec des incréments : dx, dy, dz, appelés pas spatiaux. Ces derniers sont choisis par l'utilisateur et dépendent de la petite longueur d'onde présente dans la bande de fréquence d'analyse et de la géométrie de la structure à étudier. Le volume de calcul est donc un parallélépipède comme le montre la figure.III.3 est composé de cellules élémentaires (mailles)  $n_x, n_y, n_z$  de taille dx, dy, dz. On va associer trois nœuds électriques et trois nœuds magnétiques pour chaque cellule élémentaire. Les valeurs du champ en ces nœuds seront notées  $E_x(i, j, k), E_y(i, j, k), E_z(i, j, k), H_x(i, j, k), H_y(i, j, k), H_z(i, j, k)$  et sont représentées ci-dessous dans la cellule de Yee dans le maillage et varient respectivement :

$$E_x \Big|_{i+1/2,j,k}^n, \quad i = 1, \dots, N_x, \quad j = 1, \dots, N_y + 1, \quad k = 1, \dots, N_z + 1$$

$$E_y \Big|_{i,j+1/2,k}^n, \quad i = 1, \dots, N_x + 1, \quad j = 1, \dots, N_y, \quad k = 1, \dots, N_z + 1$$

$$E_z \Big|_{i,j,k+1/2}^n, \quad i = 1, \dots, N_x + 1, \quad j = 1, \dots, N_y + 1, \quad k = 1, \dots, N_z$$

$$H_x \Big|_{i,j+1/2,k+1/2}^{n-1/2}, \quad i = 1, \dots, N_x + 1, \quad j = 1, \dots, N_y, \quad k = 1, \dots, N_z$$

$$H_y \Big|_{i+1/2,j,k}^{n-1/2}, \quad i = 1, \dots, N_x, \quad j = 1, \dots, N_y + 1, \quad k = 1, \dots, N_z$$

$$H_z \Big|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n-1/2}, \quad i = 1, \dots, N_x, \quad j = 1, \dots, N_y + 1, \quad k = 1, \dots, N_z + 1$$

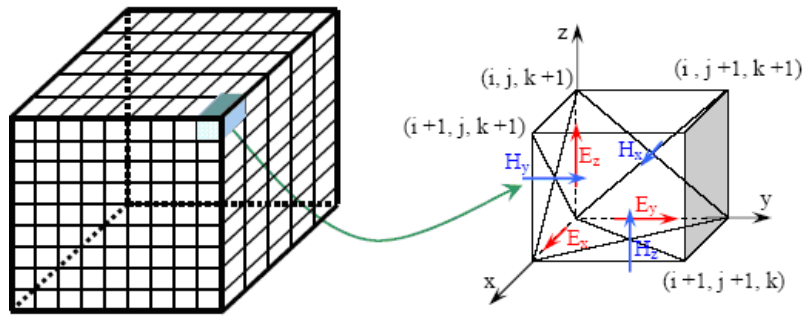


Figure III.5 : Extraction d'une cellule élémentaire

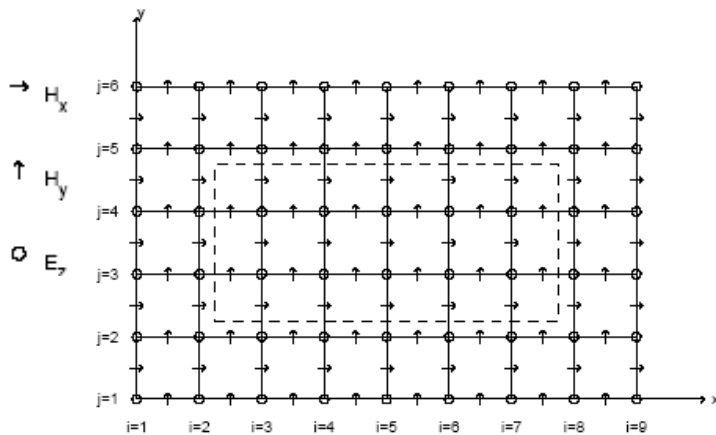


Figure III.6 : Représentation d'un maillage pour  $i=9, j=6$

Après s'être intéressé aux problèmes de discrétisation spatiale, nous allons maintenant aborder la résolution des équations de Maxwell. Par conséquent, une discrétisation temporelle s'impose.

### III.3.4.3 Discrétisation temporelle :

Les six équations de Maxwell, font apparaître dans le membre de gauche la dérivée du champ par rapport au temps, tandis que le membre de droite est considéré à un instant  $t$ . Si on prend en considération le principe de la dérivée centrée, on en déduit que le membre de droite doit être calculé entre deux instants successifs ou on calcule le membre de gauche.

En tenant compte de ces équations, on arrive à la conclusion que le champ magnétique et le champ électrique ne doivent pas être calculés aux mêmes instants, mais à des instants décalés.

Pour le cas d'une discrétisation temporelle uniforme, avec un pas d'échantillonnage  $\Delta t$ , le champ électrique sera évalué aux instants  $n\Delta t$ , et le champs magnétique, lui, sera évalué aux instants  $(n + \frac{1}{2})\Delta t$ .

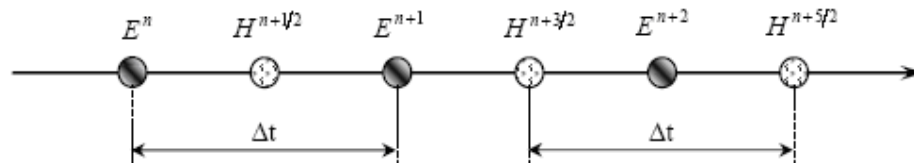


Figure III-7: Discrétisation temporelle

### III.3.5. Condition de stabilité et dispersion numérique:

#### III .3.5.1. Condition de stabilité:

Le critère de stabilité numérique répond à deux impératifs, l'un spatial et l'autre, numérique. En effet, les valeurs du champ en tout point du volume de calcul dépendent des valeurs obtenues aux instants précédents. Ce schéma fonctionne sous la contrainte d'un critère de stabilité reliant le pas temporel  $\Delta t$  aux pas spatiaux  $\Delta x$  et  $\Delta y$ .

En raison de ce critère de stabilité, l'échantillonnage numérique doit être suffisamment fin pour pouvoir suivre l'évolution temporelle du champ électromagnétique. Par conséquent, afin qu'il n'y ait pas d'instabilité numériques, le pas de temps pour le calcul doit être plus petit que le pas de temps correspondant à la propagation de l'onde sur une maille.

On peut montrer que l'algorithme de Yee est stable si la condition suivante entre le pas temporel et le pas spatial est vérifiée:

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}}} \quad (\text{III, 26})$$

Où  $c$  est la vitesse de la lumière

$\Delta x$ ,  $\Delta y$  sont les pas de discrétisation spatiale

Si  $\Delta x = \Delta y = \Delta$ , alors cette condition se simplifie à :

$$\Delta t \leq \frac{\Delta}{c\sqrt{2}} \quad (\text{III, 27})$$

Précisons que le cas où ce critère de stabilité n'est pas respecté, l'algorithme sera divergent. En pratique, on choisit  $\Delta t$  assez proche de sa valeur maximum pour réduire autant que possible le nombre d'itération, donc la durée du calcul informatique.

### **III-3.5.2. Dispersion numérique:**

La discrétisation du domaine de calcul entraîne l'apparition d'une dispersion non physique des signaux qui se propagent sur la grille du calcul. Cette dispersion varie avec la fréquence, la direction de la propagation et la discrétisation spatiale. Pour réduire cet effet à des valeurs de précision acceptables, la discrétisation spatiale doit être suffisante pour échantillonner la longueur d'onde des signaux avec un nombre suffisant de points.

## **III-4. Equations implémentées dans l'algorithme de la FDTD**

Après avoir défini les conditions de discrétisation spatiale et temporelle, on peut alors exprimer les équations aux différences finies, c'est-à-dire, la forme discrète des équations de Maxwell dans la cellule élémentaire  $(i, j, k)$  d'une part et dans l'espace temps d'autre part.

$H_x^{n+1/2}(i, j, k)$ ,  $H_y^{n+1/2}(i, j, k)$ ,  $H_z^{n+1/2}(i, j, k)$  sont les valeurs du champ magnétique appartenant à la maille  $(i, j, k)$ . Elles sont calculées à l'instant  $(n+1/2)dt$

$E_x^n(i, j, k), E_y^n(i, j, k), E_z^n(i, j, k)$  sont les valeurs des composantes du champ électrique appartenant à la maille  $(i, j, k)$ , et elles sont calculées à l'instant  $ndt$

Pour le mode TM:

$$E_z^{n+1}(i, j) = E_z^n(i, j) + \frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) - H_y^{n-1/2}(i - \frac{1}{2}, j) \right] - \frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[ H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) - H_x^{n-1/2}(i, j - \frac{1}{2}) \right] \quad (\text{III, 28})$$

$$H_x^{n+1/2}(i, j + \frac{1}{2}) = H_x^{n-1/2}(i, j + \frac{1}{2}) - \frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta y} [E_z^n(i, j + 1) - E_z^n(i, j)] \quad (\text{III, 29})$$

$$H_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j) = H_y^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j) + \frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta x} [E_z^n(i + 1, j) - E_z^n(i, j)] \quad (\text{III, 30})$$

Pour le mode TE:

$$H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) = H_z^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - \frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta x} [E_y^n(i + 1, j + \frac{1}{2}) - E_y^n(i, j + \frac{1}{2})] + \frac{1}{m} \frac{\Delta t}{\Delta y} [E_x^n(i + \frac{1}{2}, j + 1) - E_x^n(i + \frac{1}{2}, j)] \quad (\text{III, 31})$$

$$E_x^{n+1}(i + \frac{1}{2}, j) = E_x^n(i + \frac{1}{2}, j) + \frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta y} [H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j - \frac{1}{2})] \quad (\text{III, 32})$$

$$E_y^{n+1}(i, j + \frac{1}{2}) = E_y^n(i, j + \frac{1}{2}) - \frac{1}{e} \frac{\Delta t}{\Delta x} [H_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}) - H_z^{n+1/2}(i - \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})] \quad (\text{III, 33})$$

Le calcul des équations discrétisées de Maxwell de manière itérative permet d'obtenir l'évolution temporelle du champ électromagnétique dans l'intervalle  $[0-ndt]$ . Pour cela, on fait varier  $n$  de 0 à  $N$  ou  $N$  est le nombre d'itération total.

Les équations permettent d'obtenir les valeurs du champ magnétique à l'instant  $(n+1/2)dt$  dans tout le volume de calcul, en faisant intervenir la valeur calculée à l'instant précédent  $(n-1/2)dt$ , ainsi que les valeurs du champ électrique dans les quatre nœuds électriques voisins, à l'instant  $ndt$ .

Et les équations permettent d'obtenir les valeurs du champ électrique  $E_z$  à l'instant  $(n+1)dt$  dans tout le volume du calcul, en faisant intervenir la valeur de  $E_z$  à l'instant précédent  $ndt$ ,



ainsi que les valeurs du champ magnétique dans les quatre nœuds magnétiques à l'instant  $(n+1/2)dt$ .

Cette manière dont on calcule le champ électromagnétique est très intuitive et représente très bien la réalité physique dans la mesure où la variation du champ électrique engendre une variation du champ magnétique. Ce dernier génère à son tour une variation du champ électrique.

### **III-5. Conditions aux limites**

La mémoire d'un ordinateur étant naturellement limitée, le calcul du champ électromagnétique sera réalisé dans un espace fini. Dans le cas d'un système ouvert, cela pose un problème pour la propagation des ondes et le calcul du champ électromagnétique sur la frontière de la zone d'étude.

L'élaboration de conditions de frontière artificielle pour la modélisation numérique des phénomènes de propagation d'ondes est déjà un sujet ancien, les travaux pionniers d'Engquist et Majda [19] remontant à la fin des années 1970. Leur principale contribution est la construction et l'analyse d'une classe de Conditions aux Limites Absorbantes (CLA) locales d'ordre élevé pour l'équation des ondes. Durant les trente dernières années, de nombreux travaux ont été consacrés à l'amélioration et à l'extension de ces conditions.

A peu près au même moment, l'introduction des Couches absorbantes Parfaitement Adaptées (Perfectly Matched Layers, PML) par J.P. Bérenger [20] a révolutionné le sujet. son principe, est de remplacer la frontière par une couche absorbante de largeur  $L$  qui a la propriété étonnante de ne générer aucune réflexion entre le domaine de propagation et le domaine absorbant. Cette méthode a rapidement acquis une grande popularité dans différents domaines d'application, en particulier grâce à ses très bonnes performances et à sa facilité d'implémentation.

Le choix des conditions aux limites dépend du:

- ✚ Coefficient de réflexion : il est nécessaire de réduire au maximum les réflexions non physiques qui apparaissent aux limites. En effet, ces réflexions constituent un bruit qui limite la dynamique d'étude (Réflexion de 5% dans le cas de conditions de Mur et de  $10^{-4}$  % dans le cas des PML)
- ✚ Les ressources informatiques nécessaires à leur mise en œuvre. La puissance de calcul et la capacité en mémoire sont en effet limitées.

✚ La capacité à absorber les ondes évanescentes. Les PML très efficaces sur les ondes propagatives le sont beaucoup moins sur les ondes évanescentes. Certaines améliorations ont été développées pour remédier à ce problème.

✚ La capacité du modèle à prendre en compte et la nature dispersive d'un matériau.

Malgré la complexité de leur codage, notre algorithme utilise les conditions aux limites PML qui sont souvent présentées comme étant les plus performantes (faible réflexion, et pas besoin de stocker les anciennes valeurs du champ)

### III-4-1. Conditions PML de Berenger:

Ces conditions aux limites sont certainement les conditions absorbantes les plus performantes. Ces conditions partent de la condition d'adaptation d'impédance de deux ondes à l'interface entre deux milieux de même indice mais dont l'un est absorbant (présentant une conductivité électrique  $S$  et magnétique  $S^*$  non nulle).

Elles sont basés sur :

Une séparation du champ  $E_z$  en deux composantes :  $E_z = E_{zx} + E_{zy}$ . Ces composantes représentent respectivement la partie de  $E_z$  se propageant suivant la direction  $x$  et  $y$

Une réécriture des équations de Maxwell faisant apparaître une absorption électrique et magnétique suivant  $x$  et  $y$  ( $S_x, S_y, S_x^*, S_y^*$ )

$$e \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + S_x E_{zx} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (\text{III, 34})$$

$$e \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + S_y E_{zy} = -\frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (\text{III, 35})$$

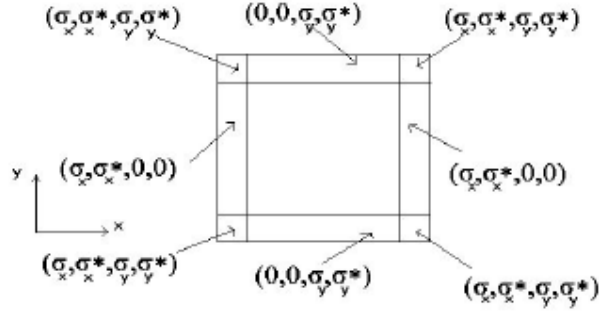
$$m \frac{\partial H_x}{\partial t} + S_y^* H_x = -\frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (\text{III, 36})$$

$$m \frac{\partial H_y}{\partial t} + S_x^* H_y = \frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \quad (\text{III, 37})$$

-L'utilisation des différences finies dans l'espace mais pas dans le temps. Comme l'absorption est forte dans les PML, les valeurs du champ changent beaucoup sur une très courtes distances. Dans ce cas l'algorithme classique de FDTD n'est plus adapté. On utilise donc un autre procédé de résolution n'utilisant les différences finies que dans l'espace.

### III-4-2.Principe des PML :

Les PML ont un coefficient d'absorption comme indiqué sur la figure



**Figure III-8 : Absorption dans les PML**

Une onde sinusoïdale arrivant dans des PML ayant une conductivité  $(s_x, s_x^*, 0, 0)$ , voit, sa partie se propageant suivant la direction  $x$ , être absorbée et cela quelque soit l'angle d'incidence de l'onde.

La où l'absorption n'est pas nulle, elle part de zéro au contact de la zone centrale et augmente de façon, polynomiale jusqu'au bord extérieur ou elle est considérée infinie.

$$s_u = \left(\frac{u}{d}\right)^m s_{\max}$$

Ici  $s$  est l'absorption en fonction de la position  $u$  par rapport à la zone centrale.  $d$  est la largeur des PML,  $m$  le degré de la loi polynomiale. Les PML n'ont pas besoin d'être très large pour être efficaces.

Pour éviter toute réflexion à la frontière entre les PML et la zone de calcul, on réalise une adaptation d'impédance. Si dans la zone de calcul, le milieu à une permittivité  $\epsilon$  et une conductivité nulle alors il y'aura adaptation d'impédance

$$\frac{s_x}{\epsilon} = \frac{s_x^*}{m} \quad \text{et} \quad \frac{s_y}{\epsilon} = \frac{s_y^*}{m}$$

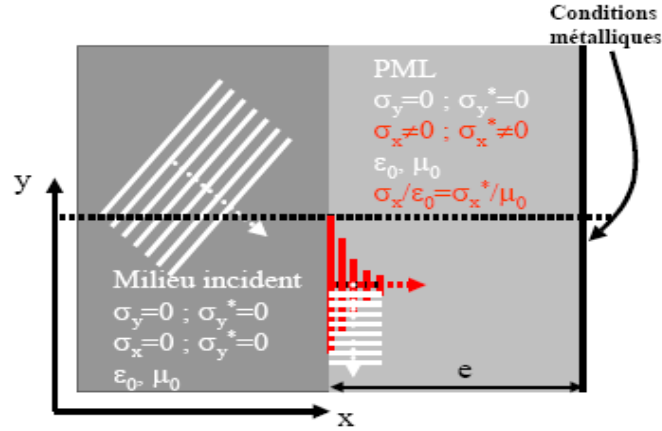


Figure III-5 : Fonctionnement d'un milieu de type PML

### III- 4-3.Méthode de résolution:

Les équations à résoudre sont de la forme :

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{s}{e} E_z = -\frac{1}{e} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (\text{III, 35})$$

Considérons cette formule comme une équation différentielle de  $E_z(t)$

L'équation sans second membre est :

$$E_z(t) = C e^{\frac{-s}{e}t} \quad (\text{III, 36})$$

Ces solutions vérifient  $E_z^{n+1} = e^{\frac{-sdt}{e}} E_z^n$

Une solution particulière de l'équation avec second membre est :

$$E_z(t) = \frac{1}{s} \frac{\partial H_y}{\partial x} (e^{\frac{-sdt}{e}} - 1) \quad (\text{III, 37})$$

La solution générale est la somme de la solution de l'équation (III, 36) sans second membre et de la solution particulière (III, 37) :

$$E_z(t) = C e^{\frac{-st}{e}} + \frac{1}{s} \frac{\partial H_y}{\partial x} (e^{\frac{-sdt}{e}} - 1) \quad (\text{III, 38})$$

En appliquant les différences finies dans le domaine spatial au points  $(i, j+1/2)$ , on obtient finalement:

$$E_{i,j+1/2}^{n+1} = e^{\frac{-st}{e}} E_{i,j+1/2}^n + \frac{1}{sdx} (e^{\frac{-sdt}{e}} - 1) (H_{i+1/2,j+1/2}^{n+1/2} - H_{i-1/2,j+1/2}^{n+1/2}) \quad (\text{III, 39})$$

### **III.6. L'excitation:**

Tout système électromagnétique nécessite une excitation qui sera à l'origine de sa réponse. Cette réponse dépend autant de la nature du système que de la manière dont il est excité. Le choix de l'excitation dépend de plusieurs facteurs parmi lesquels, le type de la structure à utiliser et la bande de fréquence. L'excitation se traduira par un signal numérique qui va se propager dans la structure. Cette variation imposée à un endroit approprié du maillage ,a une forme, une durée, et un emplacement particulier. Pour des problèmes de convergence des résultats, on a intérêt à choisir une excitation proche de la forme du champ réel dans la structure, capable de remplir certaines conditions comme une étude sur une large bande spectrale, d'une durée temporelle raisonnable, continue, et facilement interprétable.

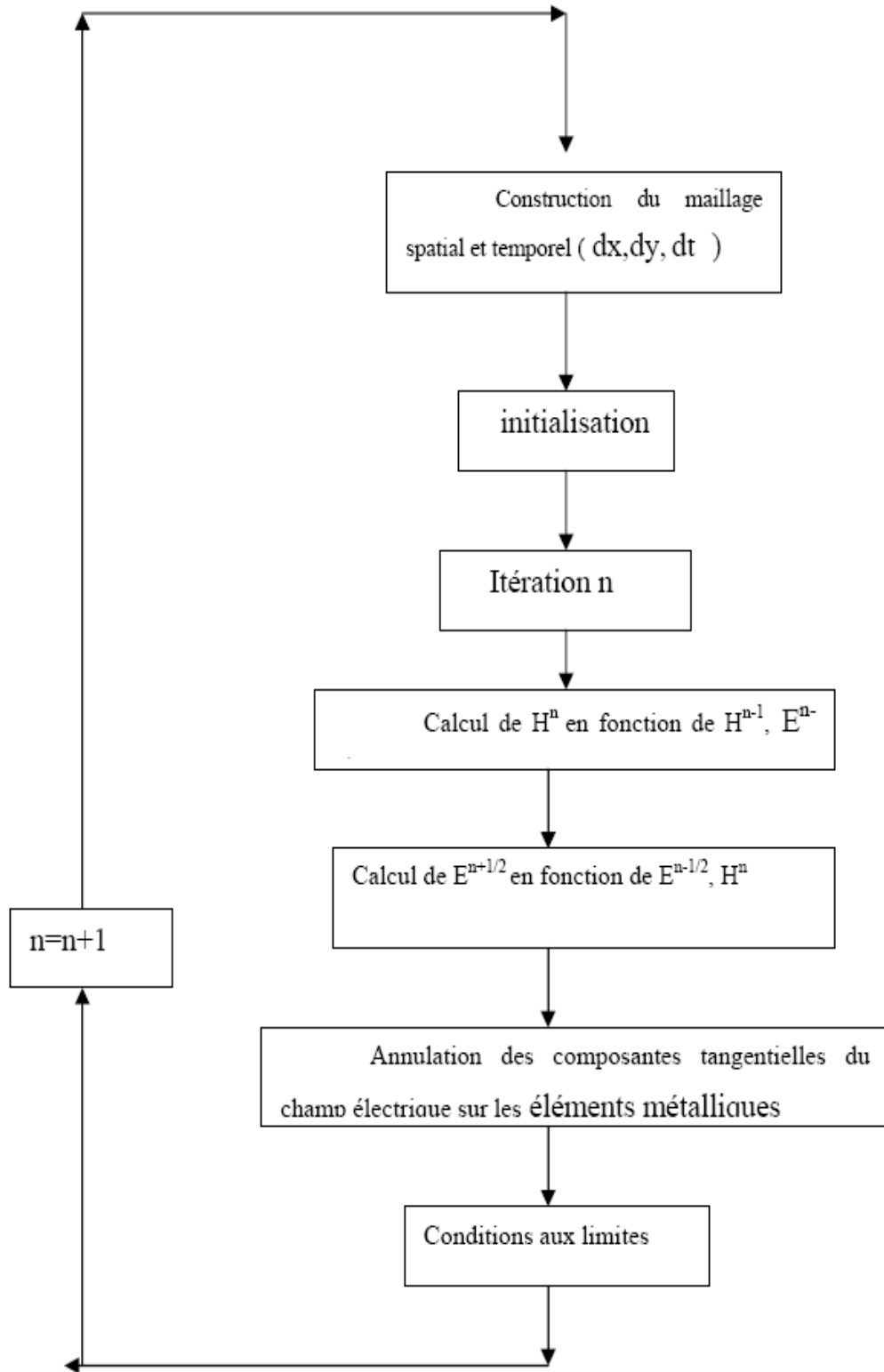


Figure III-6 : Algorithme de calcul de champ

### III.7. Application aux Superlentilles

La structure analysée est une superlentille [PMMA , Ag , PR ], avec une surface normale à l'axe z et infinie dans le plan yx et de longueur L. La fréquence de résonance correspondante est  $w_0$  avec les pas spatio-temporels  $\Delta x = \Delta y = 0.3mm$ . Nous avons choisi  $\Delta t = \Delta x/(2c) = 0.5 ps$  en respectant la condition du critère de stabilité définie précédemment. Une source sinusoidal placée à une distance de L/2 du mur absorbant, est utilisée pour exciter une onde monochromatique de fréquence  $w = w_0 / 2c = 11Ghz$ . L'équation de l'onde issue de la source est donnée par la relation suivante:

$$E_z(x,0) = d(x) \sin(2p \times 10^{10} t) u(t) \quad (III, 40)$$

Où u (t) est la fonction échelon unitaire et  $d(x)$  la fonction de Dirac

La source s'allume d'une façon régulière et uniforme, afin d'atteindre l'état d'équilibre aussi rapidement que possible tout en réduisant la bande d'excitation.

Pour les murs absorbants, nous avons utilisé les conditions PML, en ajoutant à la fin des deux cotés de la superlentille dans la direction x, 10 cellules de couches de type PML (Perfectly Matched Layer), ne provoquant aucune réflexion toute en absorbant totalement tout champ électromagnétique. La génération des ondes évanescentes se fait par désignation des conditions aux limites bien spéciales le long de la direction transversale.

En général, et en raison de la continuité des champs à travers les interfaces, le vecteur d'onde  $k_y$  est pratiquement constant dans l'espace en dehors et à l'intérieur de la plaquette. Par conséquent, il est possible que nous assignions explicitement un  $k_y$  prédéfini pour l'onde simulée. L'une des méthode pour réaliser cet objectif, est d'imposer des conditions aux limites selon la direction y. Dans ce cas, le champ à l'interface, doit satisfaire la relation suivante:

$$E_z(x, y \pm \Delta y) = E_z(x, y) e^{\pm i k_y \Delta y} \quad (III, 41)$$

Pour étudier l'évolution du champ électrique, nous avons appliqué l'algorithme standard de Yee, (détaillé ci-dessus), en partant des équations des champs électriques et magnétique mentionnées dans le chapitre II, dans les trois régions qui forment notre superlentille

En choisissant convenablement  $w_p$  et  $v_c$  (respectivement fréquence de plasma et la fréquence de collision)

Et à l'aide de l'équation

$$e(w) = m(w) = 1 - \frac{w_p^1}{w^2 - i w v_c} \quad (III, 42)$$

Nous aurons :

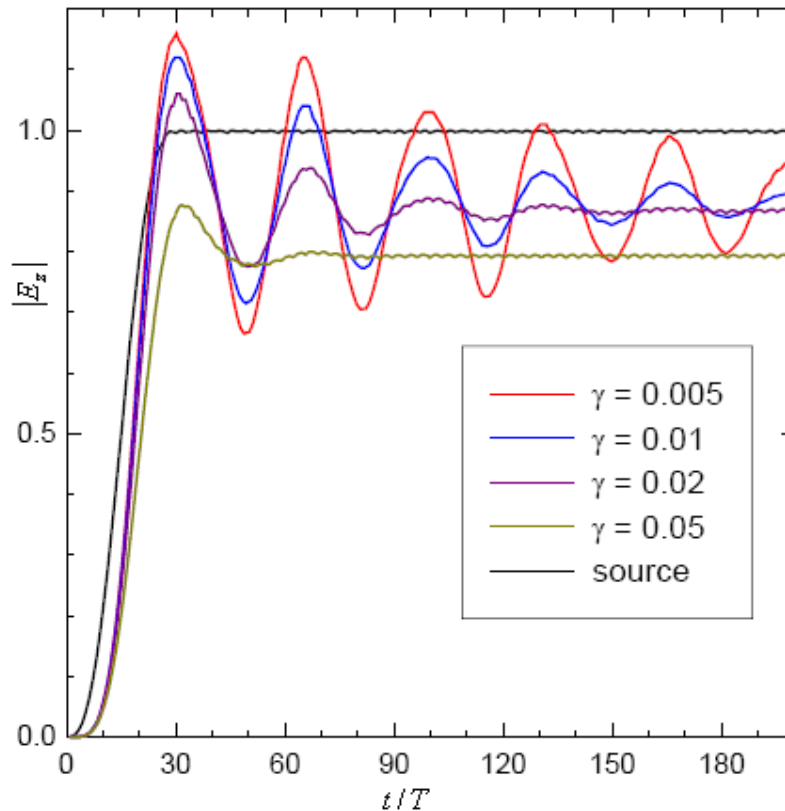
$e(w_0) = m(w_0) = -1 - ig$   $g$  Représente le coefficient d'absorption.

### III.7.1. Focalisation des champs proches :

Afin d'avoir l'état d'équilibre du champ proche, nous avons étudié, les variations du champ dans le domaine temporel et spatial.

#### III.7.1.1. Evolution du champ temporelle:

A partir de l'évolution du champ  $E_z$  en fonction du temps dans les trois milieux qui constituent la superlentille, on a constaté qu'un processus transitoire se produit au début de la simulation et après certaines périodes, les champs atteignent l'état d'équilibre et vibrent sinusoïdalement avec des amplitudes inchangées. Le temps requis pour atteindre l'état d'équilibre finale et les caractéristiques dynamiques varient nettement avec différents paramètres ( $k_y$ ,  $L$  longueur de la superlentille et  $g$  coefficient d'absorption).



*Figure III-7 :L'évolution temporelle de l'amplitude du champ  $E_z$  de l'image plane pour différentes valeurs de  $g$*



La figure III-7. Montre l'évolution temporelle du champ  $E_z$  de l'image plane pour différentes valeurs de  $g$  .

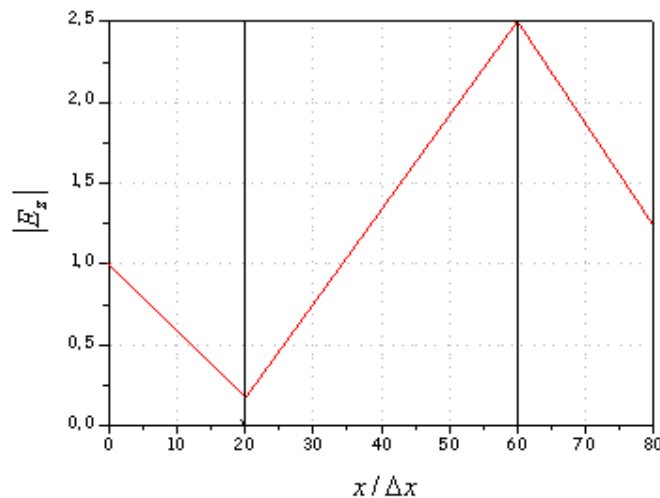
On constate que:

- ✚ pour les petites valeurs de  $g$  , on aura besoin d'un temps de simulation très long pour atteindre l'équilibre, par exemple pour  $g = 0.005$  il nous faut au moins 700 périodes ( $T = \frac{2p}{w}$  ) .
- ✚ Dans le cas extrême, ou l'absorption est nulle, le régime transitoire persiste et l'équilibre n'est jamais atteint.
- ✚ Par contre si on augmente  $g$  , on voit que l'état d'équilibre est rapidement atteint. Pour  $g = 0.02$  , le temps requis est d'environ 100 périodes, tandis que pour  $g = 0.05$  ; 70 périodes suffisent.

De cela on peut conclure, que le coefficient d'absorption, influe énormément sur la stabilité de l'image, cette dernière devient instable pour des valeurs petites ou nulle.

### III.7.1.2.Evolution du champ spatial

La figure III.8 montre l'évolution spatiale du champ  $E_z$  en état d'équilibre, dans le cas sans perte, pour un métamatériau d'épaisseur  $L=80 \Delta x$  .



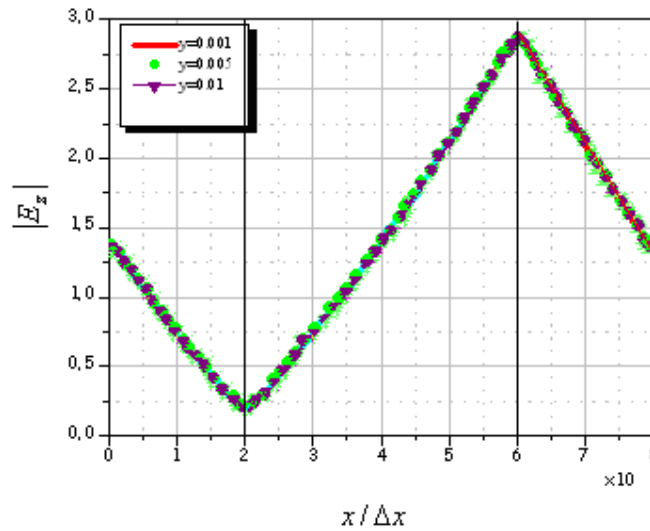
**Figure III.8: Variation de champ proche dans le cas d'une lentille sans perte.**

La chose la plus importante qu'on peut constater est l'amplification des ondes évanescentes, en effet on observe que la valeur de l'amplitude du champ dans la deuxième surface ( $A_g$ ) est nettement plus grande que celle dans la première surface (PMMA), les ondes évanescentes subissent une petite réflexion entre la source et la première face du LHM, cette réflexion est

légèrement différente de l'affaiblissement exponentiel de l'onde évanescente prévu. Par contre, à l'intérieur de la plaquette le champ subissent une augmentation exponentielle qui n'est pas différente de l'augmentation prévue par Pendry[2] pour le cas idéal.

Sur la Figure III.9, nous avons présente l'influence du coefficient d'absorption sur l'amplification des ondes évanescentes, en faisant varier  $g$  de 0.001 à 0.2

-a-



-b-

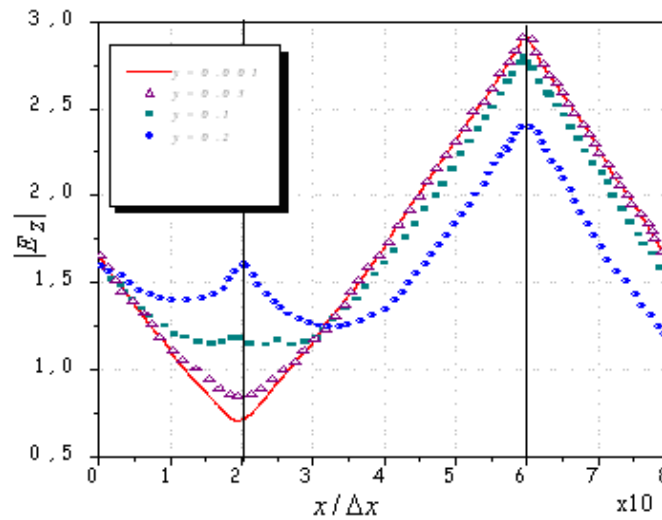


Figure III.9: La variation du champ proche dans la lentille dans le cas avec perte pour  $L=80 \Delta x$

- ✚ Pour les petites valeurs de  $g$  variant de 0.001 à 0.01 (Figure III.9.a), l'évolution du champ est presque identique. le champ est amplifié d'environ 4 fois .
- ✚ Quand  $g$  augmente au dessus de 0.01, (Figure III.9.b), le champ dans la première surface augmente sensiblement tandis qu'il y a diminution dans la deuxième.
- ✚ Alors quand  $g$  atteint la valeur 0.2, l'amplification existe toujours, mais le champ dans la deuxième surface est légèrement grand par rapport à celui de la première surface (un rapport de 1.5).
- ✚ Une autre constatation qu'on peut tirer de ces deux figures que le champ dans la première surface peut augmenter jusqu'à une certaine valeur, de sorte que dans la deuxième surface il y'aura un affaiblissement au lieu d'une amplification, et des grandes réflexions des ondes évanescentes se produisent avec l'apparition d'un pic de tension.

En changeant l'épaisseur du barreau ( $L = 160\Delta x$ ), tout en gardant les mêmes caractéristiques de celui ci ( $k_y, g$ ).

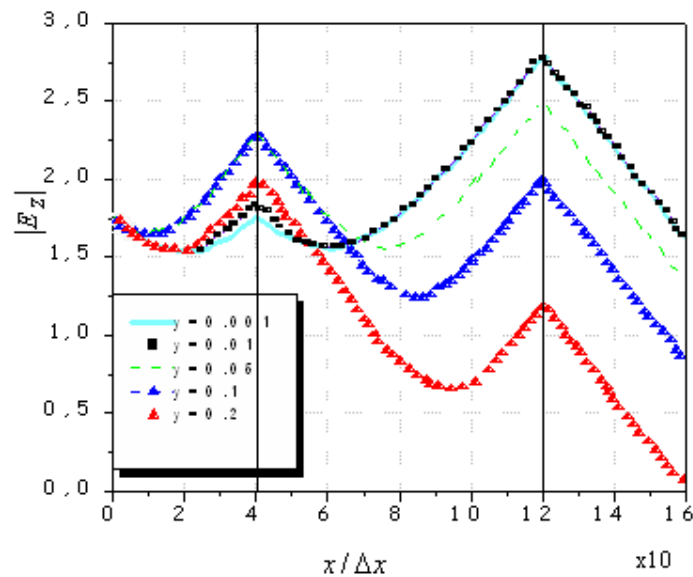


Figure III.10: La variation de champ dans la lentille avec perte pour  $L=160 \Delta x$ .

On voit que ces résultats montrent des points communs avec ceux obtenus pour la première structure présentée précédemment, et en même temps on peut constater un certain nombre de distinction.

- ✚ Pour  $g = 0.001$ , on a une amplification du champ, qui passe de 1.55 à 2.7 dans le deuxième milieu .

- ✚ Cette amplification est graduellement affaiblit quand  $g$  augmente, et on peut voir une augmentation du champ dans la première surface et sa décroissance dans la deuxième avec apparition de pic de tension.
- ✚ Pour  $g \ll 0.01$ , le champ dans la première surface devient plus intense que celui de la deuxième, et l'amplification se transforme en affaiblissement

Comme conclusion l'augmentation de la largeur  $L$  ne favorise pas l'amplification des ondes évanescentes à l'intérieur du barreau et l'apparition d'un pic et une large réflexion se produit sur la première surface, même pour les valeurs les plus basses du coefficient d'absorption.

A partir des résultats de simulation des interactions des ondes évanescentes avec le metamateriau pour différents valeurs du coefficient d'absorption, et pour différentes épaisseurs, nous avons constaté l'évidence de l'amplification des ondes évanescentes

L'origine physique de cette amplification à l'intérieur du barreau, provient du couplement des ondes évanescentes aux plasmons de surface. les ondes électromagnétiques qui atteignent la surface d'un objectif de réfraction négatif excitent un mouvement collectif des ondes extérieures (les plasmons de surface), comme les oscillations électriques ,ce processus augmente et récupère les ondes évanescentes, ce qui conduit à une transmission quasi-totale de la lumière à travers la structure.

Les pics et leurs formes observées sur les figures, illustrent clairement la présence de ces plasmons et leurs rôles importants dans la superlentille. Ces résultats numériques sont conformes aux prévisions d'un modèle simple qui décrit l'interaction des ondes évanescentes et les deux plasmons de surface couplés. Ce modèle est simplement assimilé à une force de vibration d'un oscillateur atténué avec couplage linéaire. Cette force peut être décrite par:

$$\begin{aligned} \ddot{f}_1 + g \dot{f}_1 + w_0^2 f_1 + \Omega_c^2 f_2 &= F e^{i\omega t} \\ \ddot{f}_2 + g \dot{f}_2 + w_0^2 f_2 + \Omega_c^2 f_1 &= 0 \end{aligned} \quad (\text{III,43})$$

Ou  $f_1$  les oscillations du PS à la première interface

et  $f_2$  les oscillations du PS à la deuxième interface

$w_0$  Fréquence de résonance

$\Omega_c^2$  Coefficient de couplement des deux PS

F : excitation externe introduite par les ondes évanescentes.

La solution de l'équation à l'état d'équilibre est donnée par:

$$f_1(w_0) = \frac{-igw_0 F e^{iw_0 t}}{\Omega_c^4 + g^2 w_0} , \quad f_2(w_0) = \frac{\Omega_c^2 F e^{iw_0 t}}{\Omega_c^4 + g^2 w_0} \quad (\text{III, 44})$$

- ✚ Dans le cas sans perte,  $g \rightarrow 0$  le premier PS disparaît ( $|f_1| = 0$ ), seulement le deuxième PS est présent dans le système. C'est le cas idéal, et une amplification exponentielle se produit à l'intérieur du barreau.
- ✚ Dans le cas avec pertes,  $g \neq 0$ , les deux PS sont excités. Un calcul simple prouve que  $f_2$  diminue quand  $g$  augmente, alors que  $f_1$  augmente d'une façon proportionnelle, jusqu'à ce qu'il arrive à une valeur maximale, située à  $g = g_p = \Omega_c^2 / w_0$ , puis il diminue au delà de cette valeur.

Le rapport  $|f_1 / f_2| = \frac{g w_0}{\Omega_c^2}$ , nous donne le lien relatif des deux PS.

- ✚ Pour les petits valeurs de  $g$ ,  $|f_1 / f_2| \ll 1$  le deuxième PS est plus grand que le premier, on a amplification des ondes évanescentes.

Cependant, pour les valeurs de  $g$   $g_c$ , ou  $g_c = \Omega_c^2 / w_0$ , le premier PS est à sa valeur maximale, ou il devient dominant, le phénomène est inversé : on a un affaiblissement au lieu d'une amplification.

Il est clair que  $g_p = g_c$ , ce qui signifie que ce point est un croisement des deux plasmons  $|f_1|$  et  $|f_2|$ , accompagné par l'apparition d'un pic au niveau de  $|f_1|$ .

Pour expliquer, l'influence de l'épaisseur du barreau sur l'amplification, nous avons besoin de connaître l'expression de  $\Omega_c^2$  et F

$$F = C e^{-k_x L} \quad \text{et} \quad \Omega_c^2 = D e^{-k_x L}$$

Où C et D sont des coefficients indépendants de L.

Alors de on a:

$$\frac{\partial |f_1(w_0)|}{\partial(kL)} = \frac{1}{2} \frac{g w_0 F}{(\Omega_c^4 + g^2 w_0^2)^2} (3\Omega_c^4 - w_0^2 g^2)$$

Quand  $(3\Omega_c^4 - w_0^2 g^2) \neq 0$  donc  $g \propto \sqrt{3}\Omega_c$

De cette relation, on voit que le premier PS est dominant quand L augmente. Et Il est clair, que l'augmentation de L , réduit  $\Omega_c^2$ , ce qui implique la réduction de  $g_c$ , ce qui explique pourquoi le premier SP est dominant pour les barreaux épais.

Enfin, nous pouvons comprendre le processus de l'amplification, comme une excitation des plasmons de surface à l'interface du métal. Le champ incident se couple aux plasmon dans le bon sens pour compenser l'affaiblissement exponentiel.

### III.7.2. Propriétés du coefficient de transmission

La fonction principale de la superlentille est de transmettre le champ d'un objet sur une large fréquence. Afin de réaliser un objectif parfait, il faut que l'intervalle de valeurs de  $k_x$  pour le perfectionnement de l'onde évanescente dans le milieu doit se prolonger à l'infini. Cependant, dans les couches métalliques, il existe une largeur de bande finie de k de sorte que le perfectionnement peut être réalisé.

On a essayé de tracer le coefficient de transmission pour trois épaisseurs différentes en fonction de  $\frac{k_y}{k_0}$  et pour différentes valeurs de  $g$ .

On voit que:

- ✚ la largeur de la bande diminue avec l'augmentation de l'épaisseur.
- ✚ Pour les trois épaisseurs quand  $g = 0$ , le coefficient de transmission est égale à l'unité, ce qui veut dire qu'il y'a une amplification des ondes évanescentes et une image parfaite de l'objet est obtenue.
- ✚ Concernant les deux épaisseurs  $L=40\text{nm}$  et  $L=80\text{nm}$  on observe que:
  - ▼ Pour les petites valeurs de  $g$ , le coefficient de transmission est égale à 1 pour un intervalle de  $k_y$  très large, puis décroît d'une façon exponentielle.

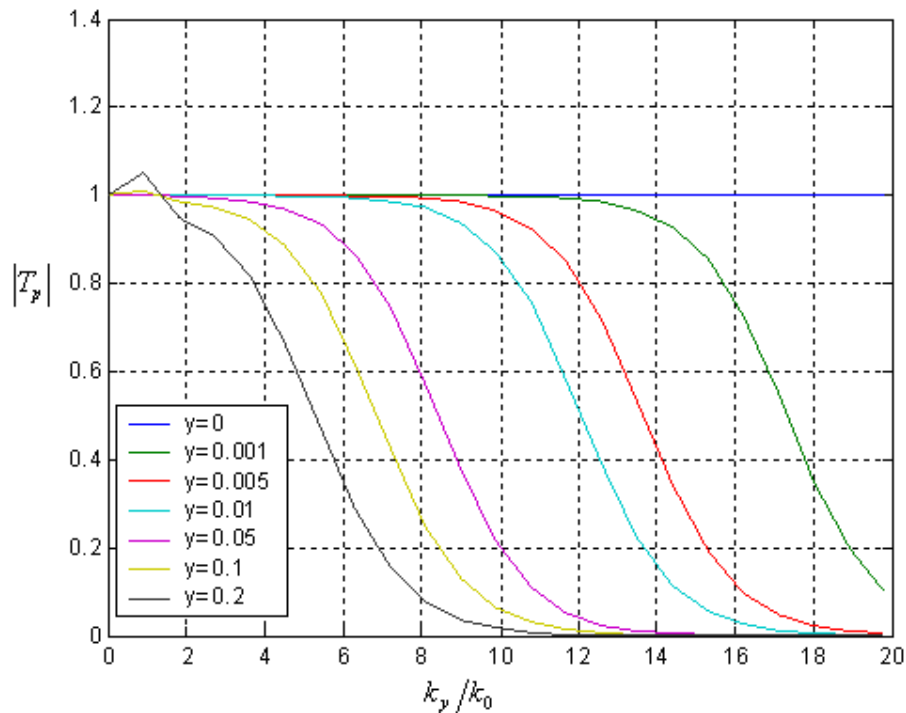
▼ Alors que pour les grandes valeurs, il démarre de 1, puis il augmente puis il décroît d'une façon exponentielle avec l'augmentation de  $k_y$

▼ On constate aussi l'apparition d'un pic , sa valeur n'est pas assez importante.

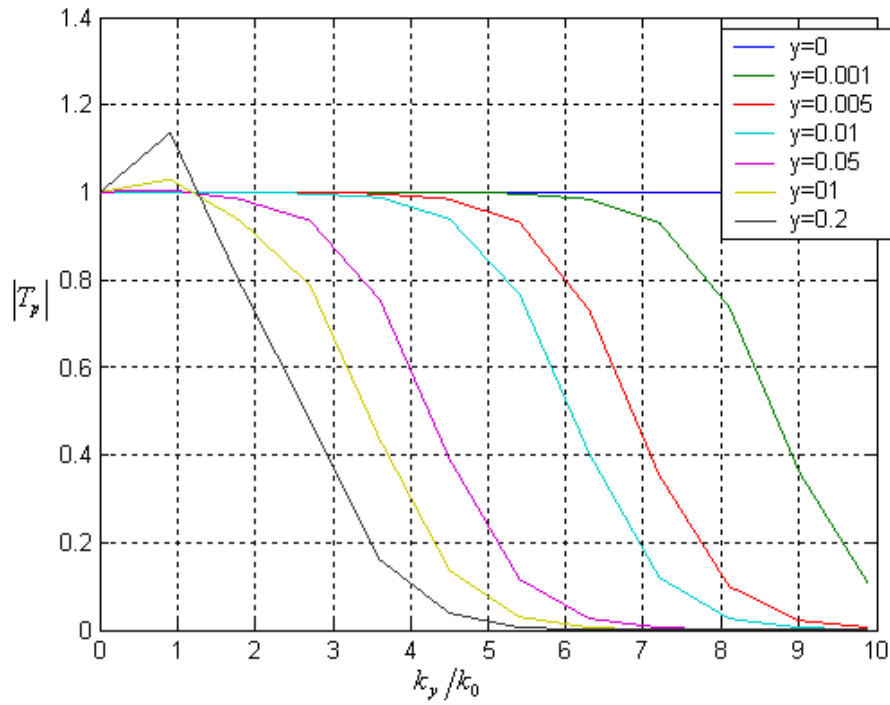
✚ Pour  $L=160\text{nm}$ , le coefficient de transmission démarre de 1, puis il augmente avec les valeurs faible de  $k_y$ , jusqu'à la valeur maximale, puis il diminue avec l'augmentation de cette dernière jusqu'à ce qu'il s'annule .

✚ Pour  $g=0.02$ , on voit l'apparition d'un pic ,le signal transmis augmente lui aussi par l'accouplement des plasmons de surface avec les ondes incidentes à l'interface PMMA/Ag ce qui entraîne l'augmentation de l'intensité du champ sur la première surface, ce qui implique un affaiblissement des ondes évanescentes au lieu d'un amplification.

-a-



-b-



-c-

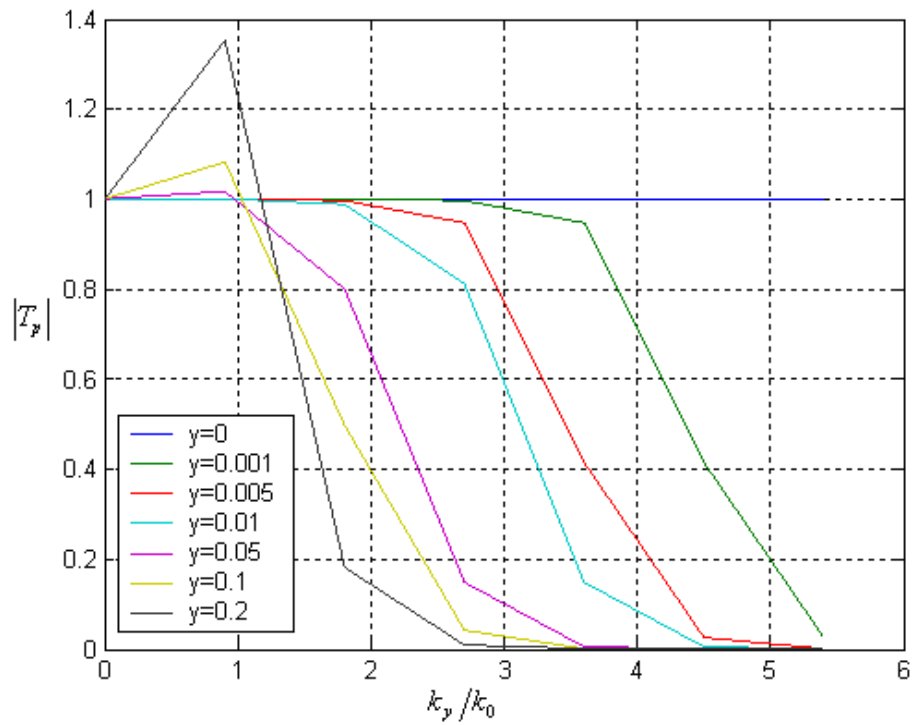


Figure III.11: Coefficient de transmission pour (a)  $L=40 \Delta x$ , (b)  $L=80 \Delta x$ , (c)  $l=160 \Delta x$ .



La Figure III.12, représente les variations de  $|T_p|^2$  en fonction de l'épaisseur de l'échantillon. Nous avons constaté que ce facteur  $|T_p|^2$  augmente rapidement avec l'augmentation de l'épaisseur du film argenté jusqu'à la valeur à peu près 50 nm. Au-dessus de cette valeur, on voit qu'il décroît jusqu'à ce qu'il s'annule, cela est dû à la présence des pertes intrinsèques et plasmons de surface à l'intérieur du film argenté. En conséquence nos résultats numériques fournissent l'évidence directe que l'amplification des ondes évanescentes dépend énormément de l'épaisseur du film d'argent, un mauvais choix de cette épaisseur peut entraîner la diminution du facteur mène souvent à diminuer le facteur.

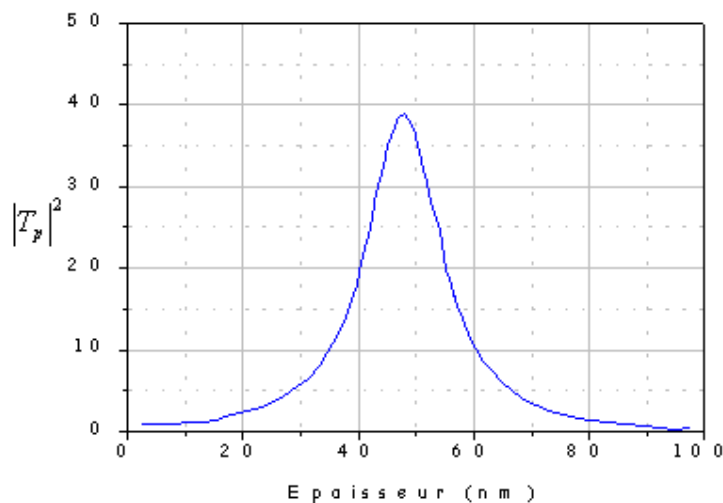


Figure III.12 : Variation du facteur  $|T_p|^2$  en fonction de l'épaisseur

### III.7.3. La fonction de transfert :

Nous allons discuter maintenant les résultats obtenus, en état d'équilibre, de la fonction de transfert, en fonction du vecteur d'onde normalisé  $k_y/k_0$ .

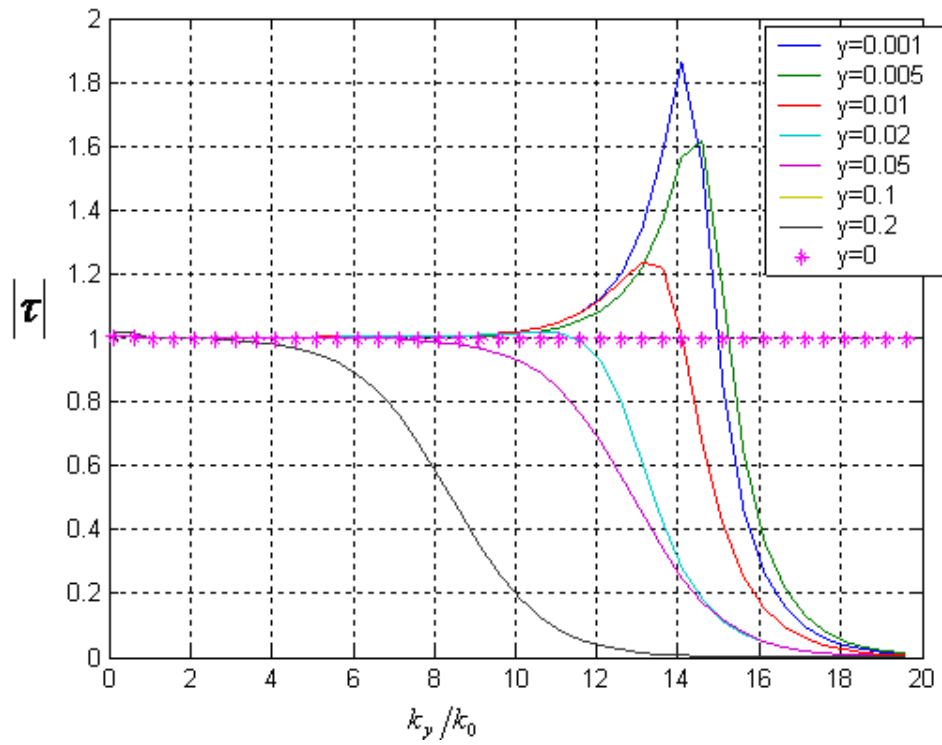
Pour une lentille parfaite la fonction de transfert aura la valeur 1 pour toutes les valeurs de  $K_x$ . La déviation de la partie réel ou imaginaire de  $\mu$  limite l'intervalle de  $K_x$ , ainsi la plaquette fonctionne comme un filtre passe-bas.

Si les paramètres  $\mu$  et  $\epsilon$  sont tous les deux égaux à -1, La fonction de transfert  $\tau_s = 1$ . Toutes les composantes du champ d'une source homogène ou non homogène vont se reproduire exactement dans l'image.

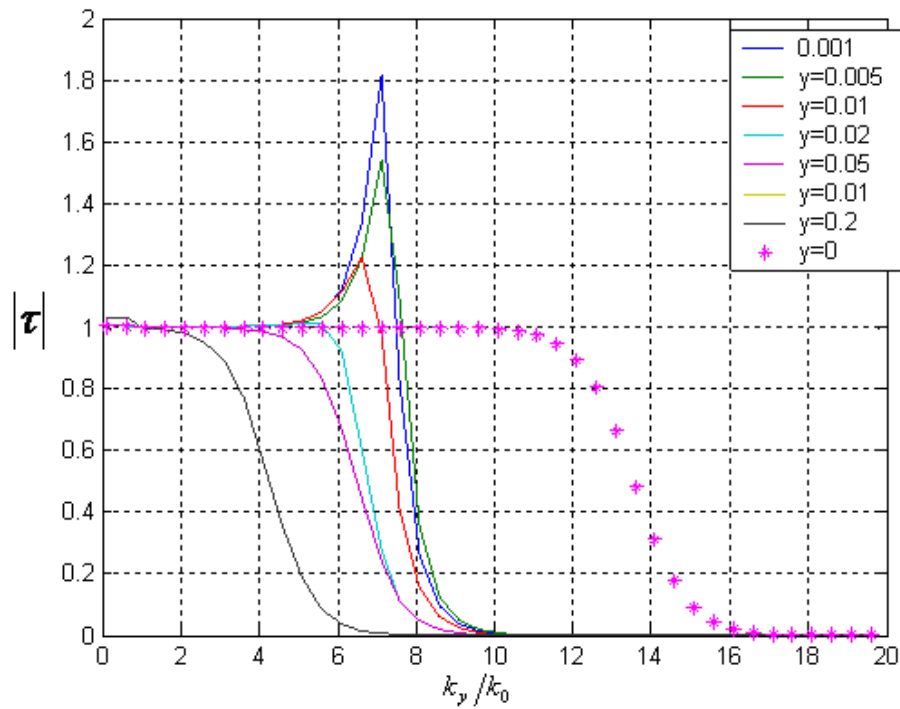
Considérons maintenant le cas avec perte, la simulation est effectuée pour trois barreaux de différentes épaisseurs pour différentes valeurs du coefficient d'absorption.

- ✚ Concernant les deux épaisseurs  $L = 40\Delta x$  et  $L = 80\Delta x$ , on peut constater les mêmes résultats, seule la largeur de bande varie.
- ✚ pour les petites valeurs de  $g$ , la fonction de transfert démarre de l'unité pour les faibles valeurs de  $k_y$ . Elle augmente lentement quand  $k_y$  augmente jusqu'à la valeur maximale, puis décroît d'une façon exponentielle. L'apparition de ce pic résulte de la résonance des plasmons de surface couplés. En pratique la localisation de ce pic représente une estimation de la résolution de l'image qui est à peu près égale à  $I_0/5$  pour  $g = 0.005$  ( $R = \frac{k_y}{k_0}$ ), montrant en évidence l'effet de superlentille.
- ✚ L'apparition de la valeur de pic est observée aussi pour  $g = 0.001$  et  $g = 0.02$ , mais elle disparaît avec l'augmentation de  $g$ .
- ✚ A l'exception de ce pic de résonance, les trois courbes pour les trois différentes valeurs de  $g$  sont semblables et sont bien adaptés entre eux. Ceci indique que le changement de  $g$  excédant une certaine valeur, n'influe pas beaucoup sur l'effet superlensing du LHM
- ✚ Cependant, quand  $y > 0.05$ , le pic est totalement supprimé avec une déviation apparente de la fonction de transfert particulièrement pour des grandes valeurs de  $k_y$ , ce qui cause la dégradation de la résolution de l'image.

-a-



-b-



-c-

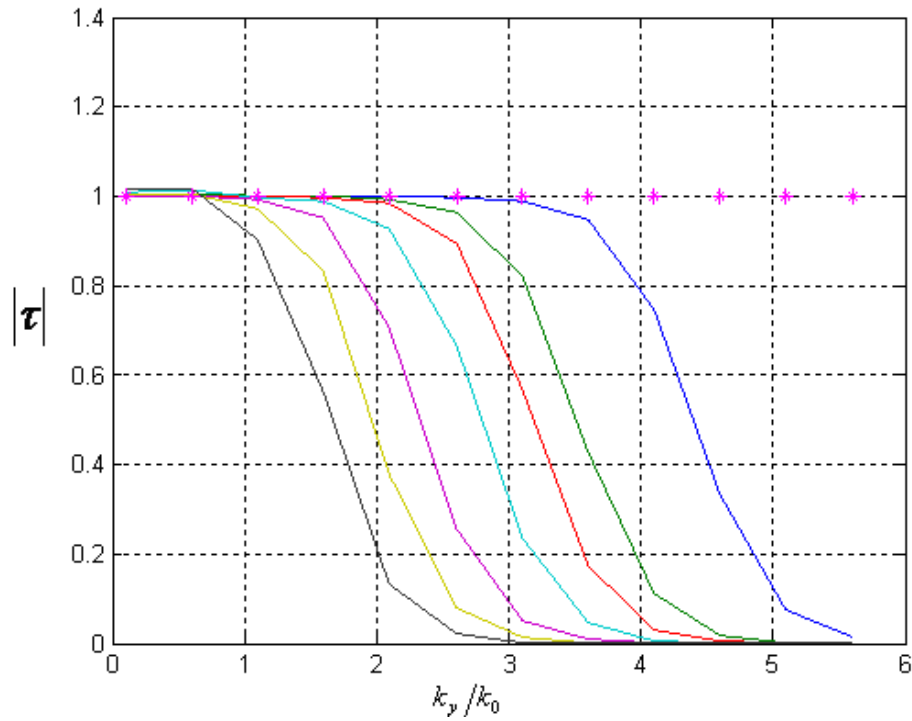


Figure III.13: Fonction de transfert pour (a)  $L=40 \Delta x$ , (b)  $L=80 \Delta x$ , (c)  $L=160 \Delta x$ .

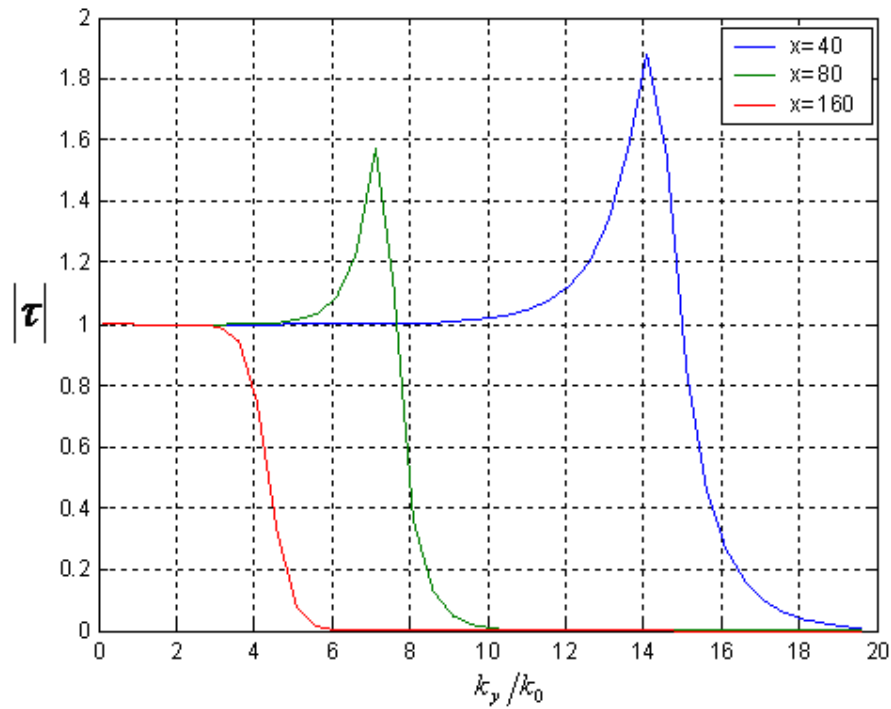


Figure III.14: Fonction de transfert ( $g = 0.001$ ) pour différentes valeurs d'épaisseur.

Après, nous avons présentée l'influence de l'épaisseur du substrat sur la résolution de l'image. En choisissant trois valeurs différentes de l'épaisseur, pour le même coefficient d'absorption, la figure montre clairement que  $L$  a un grand impact sur les performances des superlentilles. La résolution de l'image peut être spectaculairement améliorée avec la réduction de l'épaisseur du LHM.

Les résolutions de l'image pour les trois épaisseurs  $L=40\Delta x, 80\Delta x, 160\Delta x$  sont respectivement  $I_0/8, I_0/5$  et  $I_0/3$ . On note que la résolution est du même ordre que l'épaisseur du LHM.

Si  $L$  est largement grand ( $> I_0$ ), on aura une mauvaise résolution, et on ne peut pas restituer les ondes évanescentes dans l'image avec une amplitude appropriée.

### III.7.4. Le champ proche Incident et Transmis

Pour illustrer le rôle de la lentille, nous prenons comme exemple deux objets

Le champ électrique incident est donné par :

$$E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} U_{k_x} e^{ik_z d} \left( \hat{z} \cos k_x x - i \hat{x} \frac{k_z}{k_x} \sin k_x x \right) dk_x x \quad (\text{III, 45})$$

Avec le coefficient  $U_{k_x}$  donné par :

$$U_{k_x} = \frac{4}{\pi k_x} \sin k_x a \cos k_x b \quad (\text{III, 46})$$

L'équation (III, 29) devient :

$$E_0 = \frac{1}{\pi} R_e \sum_{\pm} (\hat{z} - i \hat{x}) \ar \tan \frac{a}{z - i(x \pm b)} \quad (\text{III, 47})$$

Dans l'équation (III, 32),

-  $2b$  est la distance entre les deux objets

-  $2a$  est la longueur individuelle de l'objet

Si  $k_x < k_0$  Les ondes se propagent librement dans le vide. Pour les ondes évanescentes

$k_x > k_0$  est  $k_z$  imaginaire pure, le champ proche  $E_0$  est réel.

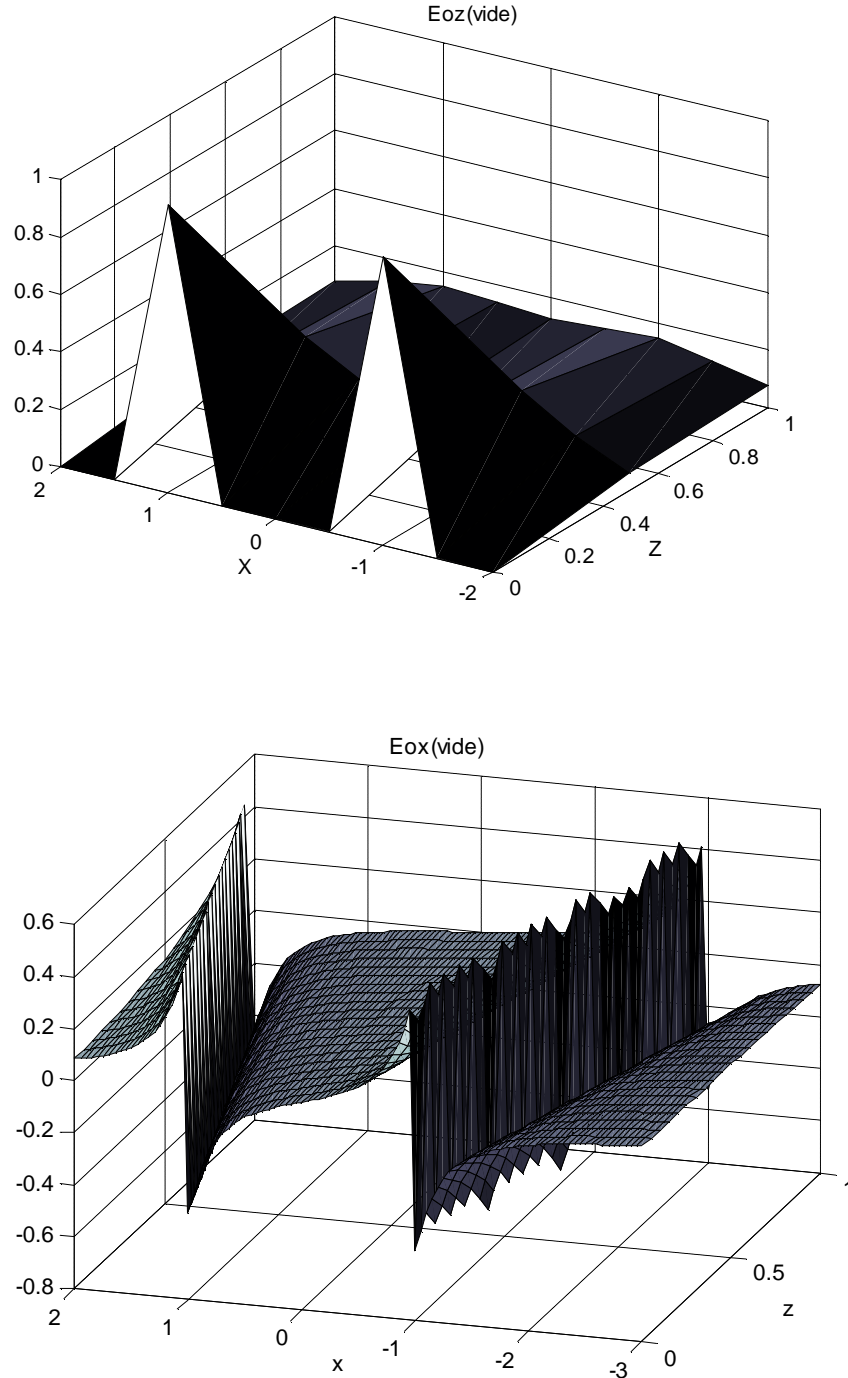
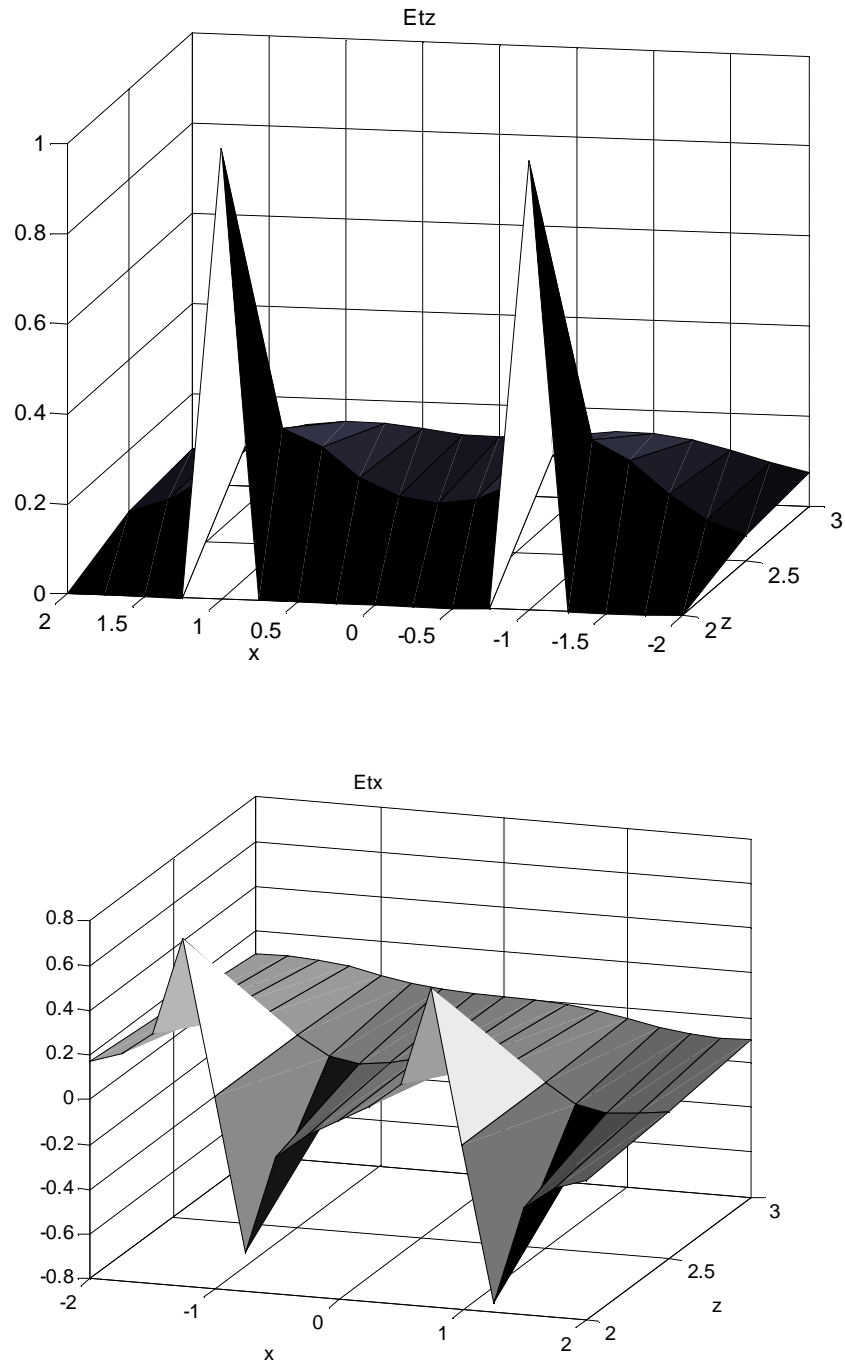


Figure III. 13 Le champ proche incident  $E_{0x}$  et  $E_{0z}$  avec  $a=0.2$ ,  $b=1$ ,  $d=1$

Le champ proche transmis est donné par

$$E_T = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \sum_{\pm} (\hat{z} - i\hat{x}) \operatorname{ar} \tan \frac{a}{z - 2d - i(x \pm b)} \quad (\text{III.48})$$

Cette expression est valable seulement pour  $z \geq 2d$



**Figure III.14** Le champ transmis  $E_{tx}$  et  $E_{tz}$  avec  $a=0.2$ ,  $b=1$ ,  $d=1$  pour  $z > 2d$ ,  $e=-1$

Le champ transmis et le champ incident à l'intérieur de la plaquette, obtenus sont également similaires. Nous considérons la limite électrostatique  $k_0 \rightarrow 0$ , dans cette limite nous posons

toujours  $\varepsilon = -1$  et on a  $k_z = k_{rz} = ik_x$ , le champ électrique transmis est divergeant dans la région ou  $z \in \left[ \frac{3d}{2}, 2d \right]$ .

Pour une lentille parfaite la fonction de transfert aura la valeur 1 pour toutes les valeurs de  $K_x$ .

### **III.8. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons, présenté le principe de la méthode d'analyse numérique. Nous avons détaillé les étapes nécessaires à la mise au point d'une méthode de calcul permettant de simuler différents problèmes électromagnétiques. Nous avons montré que la simulation d'une structure quelconque avec la FDTD se déroule selon l'algorithme figure III.3.

Cet algorithme nous a permis de calculer d'une façon relativement simple les différents paramètres de la superlentille, à savoir, l'amplification des ondes évanescentes, les coefficients de transmission et de réflexion, le champ proche incident et transmis et la fonction de transfert, sans passer par la simulation électromagnétique.

Les résultats de simulation nous ont fournis l'évidence de l'amplification des ondes évanescentes à l'intérieur du métamatériau LHM avec l'amélioration de la résolution de l'image, en surmontant la limite de diffraction. Cette amplification est due à la présence des plasmons de surfaces couplés à l'interface des deux faces, excités par les ondes évanescentes.

Nous avons aussi prouvé que l'augmentation de l'absorption, et l'épaisseur de barreau, affecte énormément la résolution et tend à supprimer l'amplification, qui passe à un affaiblissement quand le coefficient d'absorption est au dessus d'une certaine valeur de croisement, où les deux plasmons de surface sont égaux. Enfin l'image stable ne peut être obtenue qu'en cas idéal, qui est difficile à réaliser.

Tout comme les métamatériaux auxquels elle fait appel, cette superlentille est encore loin de l'industrialisation, due aux limites des techniques actuelles de lithographie. Par exemple les superlentilles semblent peu susceptibles d'être applicables à des structures d'épaisseur submicronique, comme la photolithographie ou la nano lithographie, du à la difficulté de fabriquer des matériaux extrêmement minces avec des surfaces planes et sans déformation. Cependant, avec le courant rapide de la technologie, la résolution sub-longueur d'onde est réalisable et connaît un très grand essor.



# CONCLUSION GÉNÉRALE

L'ensemble du travail présenté dans ce manuscrit constitue une contribution à l'étude des matériaux composites utilisés en électromagnétisme. Il a été démontré que les composites artificiels métaux diélectriques recèlent des propriétés nouvelles en hyperfréquences, qui n'existent pas dans les matériaux naturels.

Parmi les caractéristiques de ces composites, leur capacité à présenter un indice de réfraction négatif: tandis que les composites naturels réfractent un faisceau incident en lui faisant décrire un angle vers la droite, les métamatériaux peuvent le réfracter avec un angle négatif, et le faire ainsi émerger plus à gauche. Cette propriété leur confère de grands avantages lorsqu'il est question de concevoir des lentilles haute résolution.

Ces structures étaient théoriquement considérées comme capable de montrer non seulement l'indice de réfraction négatif, mais aussi de reproduire l'image d'un objet en "champ proche, grâce à la réalisation des lentilles parfaites (superlentilles) permettant de s'affranchir des limites de résolution imposée par le critère de Rayleigh. En effet ces lentilles peuvent focaliser les champs électromagnétiques émis par un objet rayonnant en amplifiant les ondes évanescentes qui contiennent les informations concernant les détails les plus fins des objets sub-longueur d'onde.

C'est pourquoi une étude des caractéristiques des ondes évanescentes a été abordé, ce qui nous a permis de prévoir de nombreux phénomènes nouveaux au voisinage d'une surface, ou on a la possibilité d'améliorer la résolution d'un système optique.

En utilisant la méthode des différences finies, nous avons mis en évidence l'amplification des ondes évanescentes à l'intérieur du métamatériau, en traçant les diagrammes des champs proches. Cette amplification est due à la présence des plasmons de surface couplés à l'interface des deux faces. Nous avons aperçu que la lentille est parfaite (le cas idéal), si la permittivité et la perméabilité sont toutes les deux égales à la même valeur (-1).

Nous avons aussi montré que cette amplification, ainsi que la résolution de l'image, est limitée par l'effet d'absorption et les dimensions de la lentille. Par exemple les superlentilles semble peu susceptible d'être applicable à des structures d'épaisseur submicronique, comme la photolithographie ou le nano lithographie, ceci est du à la difficulté de fabriquer des matériaux extrêmement minces avec des surfaces planes et sans déformation.

Les matériaux main gauche permettront dans le futur le développement d'un type de super lentilles planes opérant dans le spectre visible. Une telle lentille offrirait une résolution supérieure à celle permise par la technologie actuelle, et discernerait des détails de taille beaucoup plus petite que celle de la longueur d'onde de lumière utilisée. Le défi auquel font face les chercheurs, est de fabriquer ces métamatériaux de sorte qu'ils réfractent la lumière à des longueurs d'onde toujours plus petites. Bien que l'argent utilisé dans le matériau offre moins de résistance que l'or, utilisé habituellement, quand il est soumis au rayonnement électromagnétique, la déperdition d'énergie est toujours un facteur limitateur important. Les difficultés de fabrication de ces matériaux à une si petite échelle limitent également les tentatives d'exploiter la lumière à des longueurs d'onde toujours plus petites.

Cependant, pour que des applications effectives puissent voir le jour, plusieurs objectifs doivent encore être atteints. Diminuer les pertes en utilisant des métaux cristallins ou en introduisant des matériaux amplificateurs optiques ; ensuite développer des structures isotropes tridimensionnelles plutôt que planes ; et enfin trouver les moyens de produire en masse des structures de plus grande taille.

Ces matériaux devraient permettre de réduire au maximum les contraintes physiques et d'améliorer la détection et la caractérisation des lésions de plus en plus petites, et ce dans des champs de vue de plus en plus larges, en canalisant les signaux vers les antennes.

Mettre au point un métamatériau apte à réfracter de la sorte la lumière visible: des longueurs d'onde comprises entre 400 et 700 nanomètre, est l'un des buts principaux des scientifiques oeuvrant dans ce domaine de la physique.

Cette avancée aura probablement d'importantes conséquences, car elle met à la portée de la microscopie optique des structures minuscules, comme l'ADN par exemple, étudiées avec d'autres techniques (microscopie électronique) mais que l'on avait jamais vues de nos propres yeux.

# NOTATIONS UTILISEES

$\epsilon = \epsilon' + i\epsilon''$  : Permittivité électrique complexe

$\mu = \mu' + i\mu''$  : Perméabilité magnétique complexe  $m = m' + im''$

**SRR**: Split Ring Resonator

**LHM**: Left Handed Metamateriel

**RHM**: Right Handed Metamaterial

$\mu_{\text{eef}}$  : Perméabilité magnétique effective

$\epsilon_{\text{eef}}$  : Permittivité électrique effective

$\mu_r$  : Perméabilité magnétique relative

$\epsilon_r$  : Permittivité électrique relative

$\mathbf{R}_e$  : partie réelle

$\sigma$  : Conductivité magnétiques \*

$\sigma$  : Conductivité électrique  $S$

**PS**: Plasmon de surface

**FDTD**: Finite Difference Time Domain

$\Delta t$  : Pas temporel

$\Delta y, \Delta x$  : Pas spatial  $\Delta y, \Delta x$

**PML**: Perfectly Matched Layers

## Constantes:

$\epsilon_0$  : Permittivité électrique du vide

$\mu_0$  : Perméabilité magnétique du vide

$C_0$  : Vitesse de la lumière dans le vide

## Vecteurs:

$\vec{E}$  : Vecteur champ électrique.

$\vec{H}$  : Vecteur champ magnétique

$\vec{D}$  : Vecteur induction électrique

$\vec{B}$  : Vecteur induction magnétique

La course à la miniaturisation en électronique qui porte essentiellement sur le développement des techniques de fabrication réclame des matériaux de plus en plus performants et entraîne donc une recherche approfondie dans ce domaine.

Les actions de recherche actuelles reposent sur l'utilisation de matériaux artificiels, aux propriétés nouvelles, qui portent le nom des métamatériaux. Parmi les caractéristiques de ces matériaux composites artificiels, leur capacité à présenter un indice de réfraction négatif, ainsi que la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Ceci renforce l'espoir de voir une onde réfractée « aller à reculons » et dépasser la vitesse communément admise de la lumière.

Le concept de métamatériau est très vaste dans la mesure où ces matériaux présentent des topologies très différentes formées par des constituants très variés. Il existe, cependant, un point commun à ces métamatériaux: ils ont tous des propriétés électromagnétiques très différentes de celles présentées par les matériaux naturels. En 2001[3], il a été démontré qu'une onde électromagnétique peut se propager dans un milieu d'indice optique négatif. Une onde incidente franchissant la surface de séparation du vide et d'un tel milieu est réfractée selon un angle négatif, ce qui n'avait jamais été observé auparavant avec un milieu classique.

Depuis la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle, toutes les améliorations techniques réalisées en microscopie se sont heurtées à l'existence d'un véritable « mur » de résolution exprimé par le critère de Rayleigh : on ne peut pas voir d'objet de dimension inférieure à la longueur d'onde du rayonnement utilisé pour l'observer.

Une des méthodes à augmenter le pouvoir de résolution des systèmes d'imagerie, consiste à utiliser le système de « superlentille » qui permet de voir des détails jusqu'à vingt fois plus fins que la longueur d'onde utilisée, tout en offrant une résolution supérieure à celle permise par la technologie actuelle. Le caractère métallique et l'extrême minceur de la superlentille expliquent cette précision, prédite par la théorie depuis 2000[4].

Cette technique pourrait donner à voir les processus biologiques en temps réel au sein d'échantillons de tissu vivants: par exemple les interactions entre protéines, qui, aujourd'hui, ne peuvent être étudiées qu'indirectement.

Dans ce travail nous avons proposé une étude théorique numérique sur les caractéristiques des lentilles parfaites, en utilisant une couche plane de métamatériaux à main gauche ayant une constante diélectrique et une perméabilité magnétique négatives.

La conception du dispositif se fait à partir de la simulation de la propagation des ondes électromagnétiques au sein de la structure et de la réfraction négative aux interfaces. Ces simulations sont effectuées dans le domaine temporel et spatial en résolvant les équations de Maxwell par la méthode des différences finies pour déterminer les différents paramètres.

Ce travail est divisé en trois chapitres:

- ✚ Le premier chapitre est une synthèse bibliographique sur les composites artificielles
- ✚ Le deuxième chapitre est un générique pour le troisième chapitre, on a introduit, les superlentille leur définition, caractéristiques techniques, les propriétés physiques et optiques ainsi que les formes analytiques des équations de :
  - Focalisation du champ proche
  - Propriété de coefficient de réflexion et de transmission (les ondes évanescentes)
  - La fonction de transfert.
- ✚ Le dernier chapitre est consacré à l'application d'une méthode numérique pour calculer les différents paramètres de la superlentille. La FDTD présentée par Yee en 1966[5] semble à l'heure actuelle la plus apte à répondre à nos besoins. Nous avons détaillé le principe de cette dernière, en abordant les principaux points clés, à savoir le principe de base de la méthode, la discrétisation des équations de Maxwell dans le domaine temporel et spatial, le critère de stabilité liant le pas spatial et le pas temporel, sans lequel les schémas divergent, les conditions aux limites. Nous avons terminé ce chapitre par l'utilisation d'un algorithme FDTD, qui nous a permis de calculer d'une façon relativement simple les différents paramètres de la superlentille, à savoir, l'amplification des ondes évanescentes, les coefficients de transmission et de réflexion, le champ proche incident et transmis et la fonction de transfert, sans passer par la simulation électromagnétique.

## SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION GENERALE</b> .....	1
<b>CHAPITRE 1 : MILIEUX A PERMITTIVITE ET PERMEABILITE ARTIFICIELLES</b> .....	5
<b>I.1 Introduction</b> .....	5
<b>I.2. Classifications Des Composites Artificiels</b> .....	5
I.2.1.Composites à inclusions non résonantes.....	5
I.2.1.1. Composites à inclusions tubulaires métalliques.....	5
I.2.1.2. Composites à inclusions filaires en réseau cubique.....	7
I.2.2. Composites à inclusions résonantes.....	10
I.2.2.1.Dipôles résonants chargés par des éléments électriques .....	10
I.2.2.2 Swiss roll.....	12
I.2.2.3. Boucle ouverte SRR).....	14
<b>I.3. Le Milieu Main Gauche LHM (LEFT HANDED METAMATERIAL)</b> .....	16
<b>I.4. Conclusion</b> .....	17
<b>CHAPITRE 2: SUPERLENTILLES</b> .....	18
<b>II.1.Introduction</b> .....	18
<b>II.2 Limitation des performances des lentilles conventionnelles</b> .....	19
<b>II.3. Définition des superlentill</b> .....	21
<b>II.4. Constitution de superlentille</b> .....	21
<b>II.5. Principe de fonctionnement</b> .....	22
<b>II.6. Propriété de focalisation</b> .....	24
<b>II.7. Focalisation du champ proche</b> .....	24
II.7.1. Ondes évanescentes.....	25
II.7.1.1.Propriétés de l'onde évanescente.....	25
II.7.1.2.Le vecteur d'onde.....	25
II.7.1.3.Polarisation de l'onde évanescente..	26
II.7.2.Amplification des ondes évanescentes.....	27
II.7.3.Propriétés des coefficients de transmission et de réflexion pour les ondes évanescentes. ....	30
II.7.4. La fonction de transfert. ....	31
<b>II.8.Les plasmons de surface</b> .....	32
II.8.1.Représentation de la relation de dispersion.....	33

II.8.2. Transmission sur les surfaces plasmons.....	35
II.8.3. Les configurations des surfaces plasmons.....	35
II.8.3.1. La première configuration .....	35
II.8.3.2. La deuxième configuration .....	36
<b>II.9. Propagation des ondes dans un milieu RH-LH(Right/Left-Handed) dispersif.....</b>	<b>36</b>
II.9.1. Propagation dans un demi-espace RH-LH.....	37
<b>II.10. Processus de fabrication.....</b>	<b>41</b>
<b>II.11. Conclusion.....</b>	<b>42</b>

**CHAPITRE 3 : APPLICATION DE LA METHODE DES DIFFERENCES FINIES POUR LE CALCUL DES PARAMETRES DE LA SUPERLENTILLE .....**

<b>III.1. Introduction.....</b>	<b>43</b>
<b>III.2. Méthodes d'analyse numérique:.....</b>	<b>44</b>
III.2.1. Méthode des Moments.....	44
III.2.2. Matrices de lignes de transmission TLM.....	44
III.2.3. Méthode de raccordement des modes.....	45
<b>III.3. Méthode des différences finies (FDTD).....</b>	<b>45</b>
III.3.1. Principe de la méthode.....	45
III.3.2. Equations de base.....	47
III.3.3. Principe des différences finies centrées.....	48
III.3.4. Discrétisation des équations.....	50
III.3.4.1. Discrétisation spatiale.....	50
III.3.4.1.1. Construction de maillage.....	52
III.3.4.2. Discrétisation temporelle.....	54
III.3.5. Condition de stabilité et dispersion numérique.....	54
III.3.5.1. Condition de stabilité.....	54
III.3.5.2. Dispersion numérique.....	55
<b>III.4. Equations implémentées dans l'agorihme de la FDTD .....</b>	<b>55</b>
<b>III.5. Condition aux limites.....</b>	<b>57</b>
III.5.1. Condition PML de Berenger.....	58
III.5.1.1. Principe des PML.....	59
III.5.1.2. Méthode de résolution.....	60
<b>III.6. L'excitation.....</b>	<b>61</b>
<b>III.7. Application aux Superlentilles.....</b>	<b>63</b>
III.7.1 Focalisation des champs proches .....	64
III.7.1.1 Evolution du champ temporelle.....	64
III.7.1.2. Evolution du champ spatiale.....	65

III.7.2Propriétés des coefficients de transmission.....	70
III.7.3La fonction de transfert .....	74
III.7.4.Le champ proche Incident et Transmis.....	77
<b>III.8.Conclusion.....</b>	<b>81</b>
<b>CONCLUSION GENERALE.....</b>	<b>82</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	
<b>ANNEXE</b>	



## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1] **V.G.Veselago.**"The electrodynamics of substances with simulataneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$  " Sov Phys.USPEKHI, Vol .10.NO.4.509, 1968.
- [2] **J.B. Pendry, Z.J. Holden, D. j. Robbins, W. J. Stewart ."** Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena". IEEE Trans. MTT, 47(11):2075-2084, 1999.
- [3] **R.A. Shelby, D.R. Smith, S.C. Nasser, et S. Shultz.**" Microwave transmission through a two\_dimensional,isotropic, left-handed metamaterial." App. Phys. Lett., 78(4) :489-491, 2001.
- [4] **J. B. Pendry** "Negative Refraction Makes Perfect Lens".Phys.Rev.Lett.85.3966-3969.2000.
- [5] **K. S. Yee.**  
"Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media". IEEE Trans. Antennas and Propagation, Vol.14:302-307, 1966.
- [6] **J.B. Pendry, A.J.Holden, W.J.Stewart,I.Young** "Extremely low fréqyency plasmon in mesostructure" Phys.Rev.Let, 76(25).4773-4776-1996
- [7] **J.B.Pendry, A.J.Holden, W.J.Stewort** "low fréqyency plasmon in thin-wire". J. Phys. Rev .Lett.condens.matter, p.4783-4809.1998.
- [8] **J.B.Pendry, A.J.Holden, D.J.Robbins, W.J.Stewart** "Magnétisme from Conductor and enhanced nonlinear.phenomena" IEEE Trans. MTT, 47(11):2075-2084,1999
- [9] **R.W.Ziolkowski, F.Auzanneau.**" Passive Artificial Molecule. Realization of a Magnetique Wall ".J.Appl.Phys 82(7).3192.1997.
- [10] **R.W.Ziolkowski, F.Auzanneau.**"Passive Artificial Molecule Realization of Dielectric Material" j.Appl.Phys.82 (7).3195.1997.
- [11]**S.Tretyakov, S.Maslovski, P.A.Belov**"An Analytical of métamatrials Based on Loaded wire Dipoles".IEEE Trans on antennas And Propagation, vol.51, No10, Oct.2003.p 2652-2658.
- [12] **M.M.I.Saadoun, N.Enggheta** "A reciprical Phase Shifter.Using Novel Pseudo Chiral or Omega medium".Microwave and Optical technology Lett.5, 184-188, 1992
- [13] **[www.physorg.com](http://www.physorg.com)**"New superlens opens door to nanoscale optical imaging and high-density optoelectronic devices" ,Nanotechnology : April 21, 2005 , /
- [14] **Futura-Sciences\_com.htm** " Une « superlentille » pour voir des objets plus petits que la lumière"
- [15] **Hyesog Lee, Yi Xiong, Nicholas Fang, Werayut Srituravanich, Stephane Durant, Muralidhar Ambati, Cheng Sun and Xiang Zhang** "Realization of optical superlens imaging below the diffraction limit "

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [15] **R. F. Harrington**, "Field computation by moment methods", New-York, Macmillan, 1968.
- [16] **T.S. Chu, T. Itoh, Y.C. Shih**, "Comparative study of mode-matching formulations for microstrip discontinuity problems", IEEE Trans. on MTT, vol 33, oct.1985, pp.1018-1023.
- [17] **S. W. Lee, W. R. Jones, J.J.** "Cambell, Convergence of numerical solutions of iris-type discontinuity problems.", IEEE Trans. on MTT, vol 19, june 1971, pp.528-536.
- [18] **A. Taflove, et M. E. Brodwin**, "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations", IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. 23, pp. 623-630, 1975.
- [19] **B. Engquist et A. Majda**. "Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves. *Math. Comp* 31 ( 1977), 629–651.
- [20] **J . P. Berenger**. "A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetics" waves. *Journal of computational physics*, Vol.114:185–200, 1994.

# Remerciement

*Je remercie en tout premier, Dieu pour la volonté, la santé et la patience qu'il m'a donné durant toutes ces années d'étude.*

*Mes remerciements les plus sincères sont adressés à mon promoteur*

*Mr A.Chaabi*

*Je lui exprime toute ma reconnaissance de m'avoir encadré tout au long de ce travail. il a toujours fait preuve à mon égard d'une grande disponibilité et d'une grande patience. Ses conseils et ses encouragements ont toujours été précieux. qu'il trouve ici le témoignage de ma profonde gratitude.*

*Je tiens à remercier Monsieur A-Benghalia professeur à l'université de Constantine, d'avoir bien voulu accepter de présider le jury de cette thèse.*

*J'adresse toute ma gratitude à Madame F-Mansour et Madame T-Bouchmat professeurs à l'université de Constantine pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail en acceptant de faire partie du jury de cette thèse.*

*Enfin, je remercie mes parents, ainsi que mes amis pour leur soutien moral et leur encouragement tout au long de ce travail.*

*.Pour finir, je remercie tous ceux qui, de près ou de loin, participé à l'élaboration de ce travail.*