

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE NENTOURI-CONSTANTINE**

**FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE**

MEMOIRE

Présenté en vue de l'obtention de diplôme de magistère

OPTION : Microsystèmes et Instrumentation

Thème



Devant le jury :

Président	: Mme F. HOBAR	Prof	U. Constantine
Rapporteur	: Mr M. BOUCHEMAT	Prof	U. Constantine
Examineurs	: Mme F. BENABDELAZIZ	Prof	U. Constantine
	Mr A. TELIA	MC	U. Constantine

SOMMAIRE

Introduction générale	1
Chapitre I: Généralités sur les cristaux photoniques	3
Introduction.....	3
I.1- HISTORIQUE SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES	4
I.1.1- Miroir de Bragg.....	4
I.1.2- les cristaux photoniques naturels et artificiels.....	7
I.1.3- Fabrication des cristaux photoniques	9
• Aspect géométrique.....	9
• Aspect matériel	10
• Techniques de fabrication.....	10
I.1.4- les cristaux photoniques tridimensionnels.....	10
I.2- ANALOGIE ELECTRON –PHOTON	14
I.2.1- Modèle de Kronig –Penny.....	16
I.2.2- Analogie Electron –Photon.....	19
I.3-RESEAU DIRECT ET RECIPROQUE	24
I.3.1- réseau direct.....	24
I.3.2- réseau réciproque.....	26
I.3.3- intérêt du réseau réciproque.....	28
I.3.4- Zone de Brillouin.....	30
I.4-CONDITION DE DIFFRACTION	31
I.4.1- Loi de Bragg.....	31
I.4.2- La condition de diffraction dans un cristal en deux dimensions.....	34
I.4.3-frontiere de la zone de diffraction.....	35
I.4.4- Sphère d'Ewald.....	36
Conclusion.....	38
Chapitre II: Les cristaux photoniques bidimensionnels	39
Introduction.....	39
II.1-PROPAGATION DE LA LUMIERE DANS UN CRISTAL PHOTONIQUE	40
II.1.1- La propagation dans un CP1D.....	40
II.1.2- La propagation dans un CP2D.....	44
a) Polarisation possible.....	44
b) La propagation en mode TM.....	47
c) La propagation en mode TE.....	49
II.2- LES APPLICATIONS DES CRISTAUX PHOTONIQUES	50
II.2.1- Matériaux BIP à défaut.....	51
- Les différents types de défaut.....	51
a) Dimensions des motifs élémentaires.....	52
b) Distance entre motifs élémentaires.....	52
c) Valeur de la permittivité relative des motifs élémentaires.....	52
d) Défaut par vacuité.....	52
II.2.2- Les différentes applications.....	53
a) Guides d'ondes.....	53
b) Cavités.....	54

c) Filtres et multiplexeurs.....	54
d) Réflecteurs et antennes.....	55
e) Fibres optiques.....	56
II.3- CHOIX DU CP2D.....	57
II.3.1- facteur de remplissage.....	57
II.3.2- contraste d'indice.....	58
II.3.3- Diagramme de bandes.....	58
II.3.4- la carte de bandes.....	59
Conclusion.....	60
Chapitre III: Résultats et interprétations.....	61
Introduction.....	61
III.1- INTRODUCTION A FIMMWAVE-FIMMPROP.....	62
III.1.1- la fenêtre principale de FIMMWAVE.....	62
III.1.2- FIMMPROP.....	65
III.2- CRISTAL PHOTONIQUE A UNE DIMENSION.....	68
III.2.1- La condition de réflexion totale.....	68
- L'effet du nombre de période.....	71
III.2.2- L'effet du facteur de remplissage.....	71
III.2.3- La carte des bandes.....	72
III.2.4- la cavité Fabry - Pérot.....	73
III.3- CRISTAL PHOTONIQUE A DEUX DIMENSIONS.....	75
III.3.1- Structure en réseau damier.....	76
III.3.2- Structure en réseau carré.....	78
III.3.3- La carte des bandes.....	80
III.3.4- L'effet de la forme de réseau.....	81
III.4-VALIDATION.....	82
III.4.1- Définition des paramètres physiques.....	82
III.4.2-Coefficient de transmission d'un réseau en damier.....	82
III.4.3- la carte de bande.....	84
Conclusion générale.....	85
Bibliographie	

INTRODUCTION GENERALE

Le contrôle des propriétés électriques et magnétiques des matériaux a été et est toujours un des grands domaines de recherche de notre époque. Les études menées sur la physique des semi-conducteurs ont ainsi initié, il y a 50 ans, la révolution du transistor en électronique. Parallèlement, le développement des procédés de technologies des semi-conducteurs tels que la croissance des matériaux, ont rendu possible la fabrication d'objets permettant de contrôler la propagation des électrons et ont mené à l'explosion du domaine de la microélectronique. Cependant, la miniaturisation de ces objets semble atteindre ses limites compte tenu du fait qu'elle s'accompagne de l'augmentation des résistances internes des circuits et donc des problèmes liés à la dissipation de la chaleur.

Depuis quelques années, les recherches se sont orientées vers le comportement des photons au lieu des électrons dans le but de contrôler la propagation de la lumière et donc d'offrir la possibilité d'empêcher ou de permettre, dans certaines plages de fréquences et dans une ou plusieurs directions, cette propagation.

Dans ce contexte, l'utilisation de structures périodiques, c'est-à-dire de structures ayant une constante diélectrique périodique dans une ou plusieurs directions de l'espace, a été proposée très tôt pour contrôler la propagation des ondes électromagnétiques. De la même façon que la périodicité d'un cristal solide régit les bandes d'énergie et les propriétés de conduction des électrons, une structuration périodique à l'échelle de la longueur d'onde des matériaux diélectriques présente des bandes interdites (ou gaps) pour certaines plages de fréquences (analogue de l'énergie). Par analogie avec les cristaux solides, ces structures périodiques sont appelées cristaux photoniques (CPs).

Un cristal photonique est un arrangement périodique 1D, 2D ou 3D, de matériaux diélectriques avec un fort contraste d'indice. Il est l'analogie photonique des cristaux semi-conducteurs.

D'un point de vue théorique, l'étude et le développement des propriétés des matériaux à bande interdite photonique reposent sur la forte similitude qui existe entre les équations de Schrödinger et de Maxwell.

Depuis les travaux de Yablonovitch (Yablonovitch 1987), le premier cristal photonique à une dimension est né, il est connu aussi sous le nom de miroir de Bragg.

Pour un contrôle omnidirectionnel de la lumière, les cristaux photoniques tridimensionnels semblent sans conteste les mieux adaptés. Cependant, leur réalisation technologique est particulièrement ardue à cette échelle. Dans tous les cas, la difficulté de fabrication et le contrôle délicat des défauts limite pour l'instant le nombre des applications envisageables pour les structures tridimensionnelles.

En revanche, les cristaux bidimensionnels sont plus faciles à réaliser dans le domaine des longueurs d'onde du proche infrarouge et même du visible. Les outils de fabrication déjà bien rodés issus de la microélectronique nous permettent de réaliser des structures planaires avec des tailles submicroniques à partir des semi-conducteurs type III-V où Silicium.

Ce mémoire de thèse est articulé autour de trois parties bien distinctes. La première partie est essentiellement consacrée à l'étude des cristaux photoniques au sens physique (l'analogie entre l'équation de Schrödinger et les équations de Maxwell), quelques notions servant à la modélisation des cristaux photoniques sont présentées.

La deuxième partie est consacrée aux méthodes numériques, nous présentons en bref les méthodes utilisées pour la modélisation, puis on essaie de résoudre le problème de la propagation de la lumière dans ces cristaux en décrivant en détail la méthode des ondes planes. Et nous terminerons ce chapitre par quelques définitions des caractéristiques géométriques et physiques.

Dans la dernière partie, nous donnons une interprétation des effets géométriques sur les propriétés optiques des cristaux photoniques par le moyen d'un simulateur appelé *Fimmwave-Fimmprop*. Nous procédons à l'étude de cinq structures : à une dimension (miroir de Bragg), deux dimensions par la structure en damier, la structure d'un réseau carré de tiges de section carrée et de tiges de section circulaire. On termine par la dernière structure qui représente un réseau triangulaire de tiges de section circulaire et permet de couvrir les cas les plus fréquents, et permet d'expliquer l'influence des effets géométriques sur ces cristaux.

Enfin, nous effectuons une synthèse des résultats obtenus au cours de ce travail de thèse et nous développons les perspectives qui en découlent.

Chapitre I:

Généralités sur les cristaux photoniques.

Introduction

Les cristaux photoniques ou matériaux à Bande Interdite Photonique sont des structures dont le constant diélectrique variée de manière périodique à l'échelle de la longueur d'onde, sur une ou plusieurs directions de l'espace (BIP 1D, 2D et 3D].

Nous débuterons ce chapitre par un historique retraçant l'origine des cristaux photoniques ainsi que leurs existence dans la nature, puis nous montrons comment la variation périodique de l'indice optique suivant les différentes directions entraîne l'apparition de gamme de longueur d'onde pour laquelle la lumière ne peut alors plus ce propager c'est l'analogie entre la propagation d'une onde électromagnétique dans ces milieux et la propagation des électrons dans un cristal atomique.

Nous continuerons par une présentation du réseau directe et réciproque ainsi que la condition de diffraction de la lumière qui serrent par la suit dans la modélisation des BIP (la méthode numérique des ondes planes).

I.1- HISTORIQUE SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES

Un cristal photonique est un matériau dont la constante diélectrique varie périodiquement dans une ou plusieurs directions de l'espace. Cette définition qui peut sembler très simple, a pourtant d'importantes conséquences. En effet, si la période de modulation de la constante diélectrique est de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière utilisée, cette modulation conduit à l'apparition d'intervalles d'énergie ayant une densité de modes électromagnétiques nulle [01,10], c'est-à-dire qu'aucune radiation lumineuse (quelque soit sa polarisation et sa direction de propagation) ne peut s'y propager.

Historiquement, cette idée a été proposée pour la première fois par Yablonovitch [30], donc la "date de naissance" des cristaux photoniques serait le 1987, ce qui en ferait une idée assez neuve.

Pourtant, on sait que des matériaux dont l'indice varie périodiquement sont connus et utilisés depuis longtemps sous le nom de miroirs de Bragg. On n'est pas tort, car effectivement les miroirs de Bragg sont des cristaux photoniques à une dimension [30]. Mais la force de l'article de Yablonovitch était d'étendre cette idée, de faire des miroirs de Bragg un concept général en s'appuyant pour cela sur les idées développées en physique du solide. C'est en cela que Yablonovitch est considéré comme le "père" des cristaux photoniques.

I-1.1- Miroir de Bragg

Pour mieux comprendre la notion de cristal photonique nous allons, dans un premier temps rappeler la notion de miroir de Bragg (une approche unidimensionnelle). Usuellement les miroirs sont constitués d'une simple couche de métal (Argent ou Aluminium) déposée sur un substrat (une plaque de verre) [17]. Cependant, les miroirs de très haute qualité utilisés en optique, par exemple dans la réalisation d'une cavité laser, sont d'une autre nature [29]. En effet, ils ne font pas intervenir la réflexion sur une surface métallique. Ces miroirs constituent ce que l'on nomme des miroirs de Bragg. Ils sont constitués d'une succession de couches de matériaux transparents dont les indices de réfraction sont tous différents superposés périodiquement. A chaque interface entre deux couches, la lumière est partiellement réfléchi et transmise, Figure I-1.

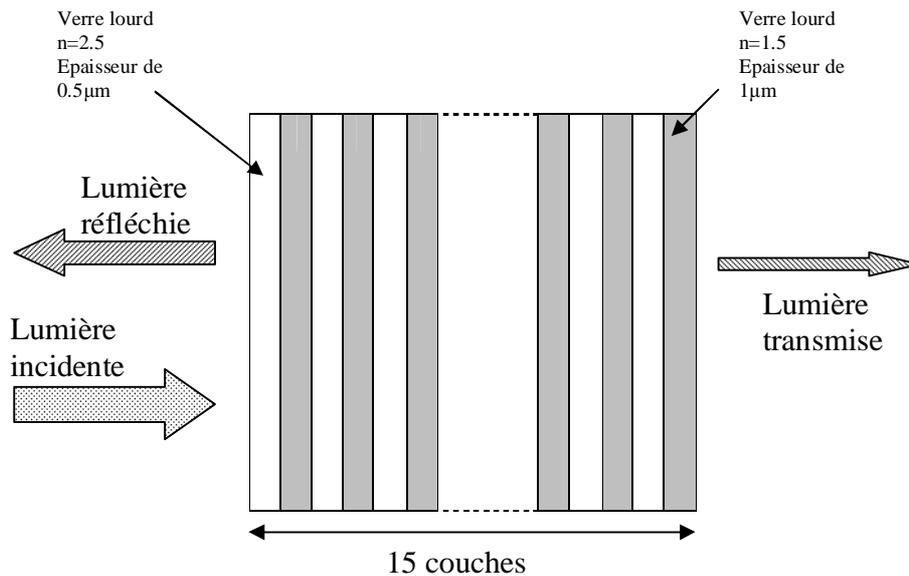


Figure I-1 : Un exemple de miroir de Bragg constitué d'un empilement de couches de verre lourd et léger [17].

Les rayons émergents du dispositif ont chacun un chemin optique différent selon le nombre de réflexions qu'ils ont subies. En effet, le chemin optique d est défini par (on se limite à l'incidence normale) [02] :

$$d = \sum_i n_i l_i \quad (\text{I-1})$$

Où l_i est l'épaisseur de la couche i , et n_i son indice.

Ces rayons possèdent donc chacun une phase qui dépend de leur trajet à travers les différentes couches :

$$j = \frac{2\pi d}{\lambda} \quad (\text{I-2})$$

Où λ désigne la longueur d'onde de la lumière.

On peut remarquer que ce déphasage dépend explicitement de la longueur d'onde.

A chaque nouvelle cellule du réseau direct, l'onde est partiellement réfléchi et le déphasage entre deux ondes réfléchies successivement est $2ka$. Tant que le déphasage $2ka$ est très différent de 2π , les ondes réfléchies successivement n'interfèrent pas constructivement conduisant à des coefficients de réflexion faibles (de transmission élevés), figure I-2 (A). Au bord de la zone de

Brillouin, \vec{k} se rapproche de $\left(\frac{p}{a}\right)$ et les ondes réfléchies par les interfaces successives sont en phase, elle interfèrent constructivement et conduisent à des coefficients de réflexion élevés (de transmission faibles), figure I-2 (B). Grâce à la périodicité du système l'onde incidente et l'onde réfléchie de longueur d'onde \vec{k} et $-\vec{k}$ respectivement sont couplées engendrant deux états propres d'énergies distinctes w_1 et w_2 , cette levée de dégénérescence ouvre une bande interdite en fréquences pour une propagation dans la direction normale à l'empilement, Figure I-3

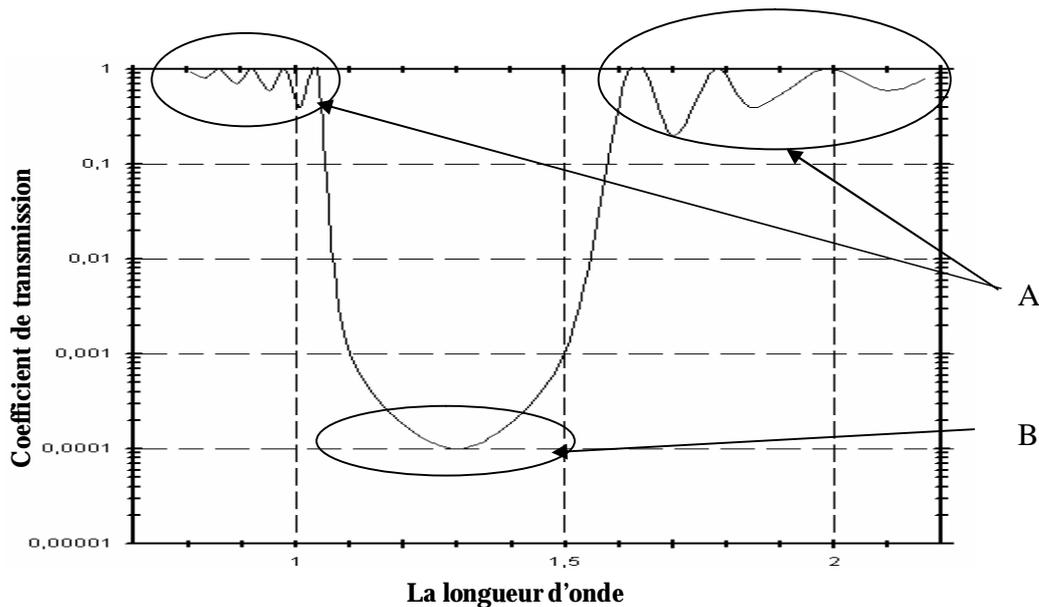


Figure I-2 : coefficient de transmission [20]

Si les épaisseurs optiques des couches diélectriques sont égales ($n_1 a_1 = n_2 a_2$), la largeur de la bande interdite peut être calculée à l'incidence normale par :

$$\Delta w = \frac{4}{p} w_0 \sin^{-1} \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right) \quad \text{réf. [17]} \quad (\text{I-3})$$

Où n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des deux matériaux diélectriques.

Lorsque l'onde se propage à une incidence oblique f la situation devient un peu plus complexe, l'épaisseur optique apparente des couches change, en première approximation l'onde

voit une période de $\frac{a}{\cos f}$ au lieu de a . La bande interdite décentre à une autre énergie $\omega_0(f) \neq \omega_0$ et à un autre vecteur d'onde $k \neq \frac{p}{a}$.

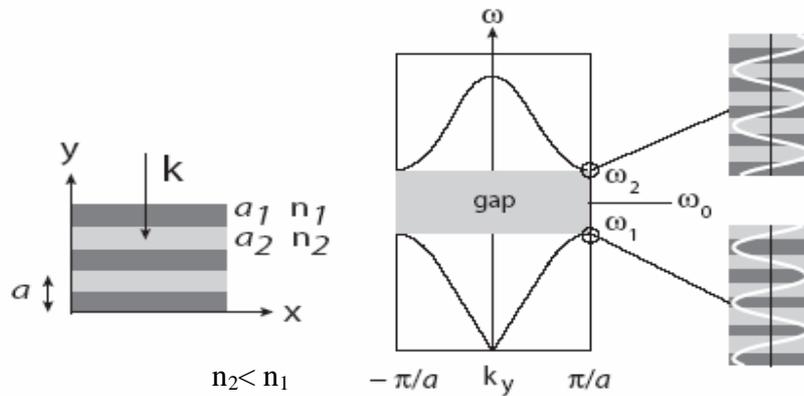


Figure I-3 : représentation schématique d'un miroir de Bragg et sa relation de dispersion à incidence normale

Le terme de miroir de Bragg nommé également « filtre interférentiel » vient de la similitude entre ce problème et celui rencontré dans le cadre de la diffraction des rayons X par les plans d'atomes d'un cristal étudié par Bragg. Les figures de diffraction sont liées aux conditions nécessaires à l'obtention d'interférences constructives ou destructives [05, 06, 18]. On entrevoit alors le lien entre les cristaux photoniques et les problèmes de diffraction par des réseaux.

I.1.2- les cristaux photoniques naturels et artificiels

On peut noter qu'il existe des cristaux photoniques naturels [17]. Dans la figure suivante (figure I-4), on montre une image au microscope électronique d'une opale naturelle constituée d'un réseau quasi-périodique de billes de silice.

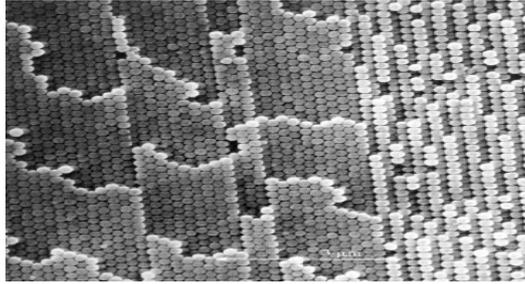


Figure I-4 : Image au microscope électronique d'une opale naturelle constituée d'un réseau quasi-périodique de billes de silice [17].

Cet arrangement périodique des billes de silice est responsable des couleurs chatoyantes des opales naturelles, dans la mesure où le caractère périodique de la structure conduit à des effets de diffraction gouvernés par la loi de Bragg.

Par comparaison, l'image suivante montre, toujours en imagerie électronique, un cristal photonique bidimensionnel artificiel.

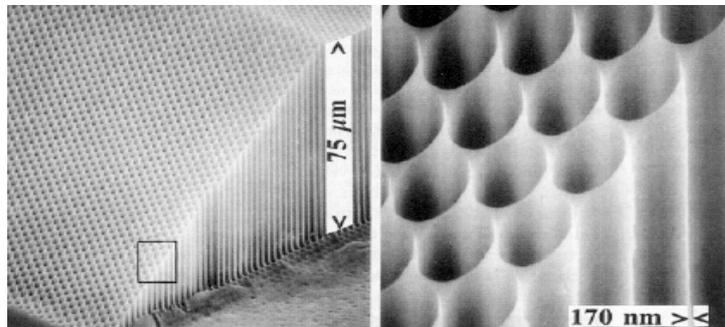


Figure I-5 : Cristal photonique bidimensionnel. Il a été obtenu par gravure électrochimique de silicium macroporeux le long de plans cristallins du silicium [17].

Enfin, le dessin ci-après présente schématiquement quelques représentations de cristaux photoniques mono, bis et tridimensionnels.

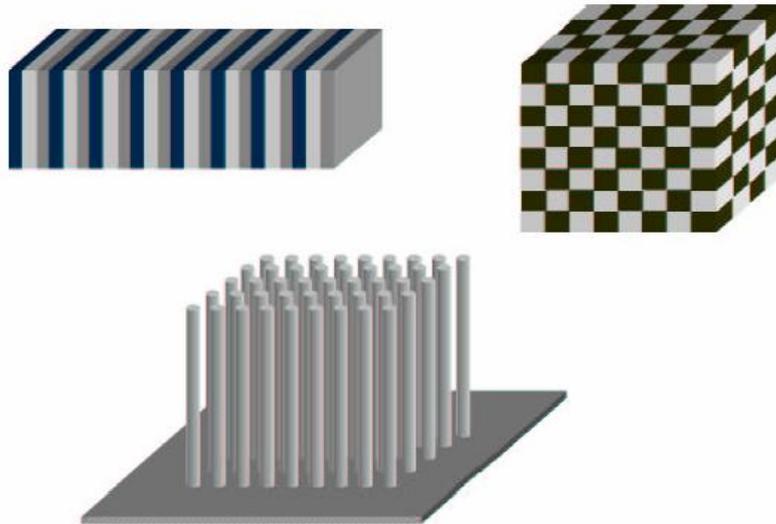


Figure I-6 : Quelques représentations schématiques de cristaux photoniques mono, bi et tridimensionnels [17].

I.1.3- Fabrication des cristaux photoniques

- Aspect géométrique

La recherche sur les BIP ces dernières années s'oriente vers la généralisation des miroirs de Bragg à plusieurs dimensions. Le problème essentiel est de trouver la bonne géométrie du cristal photonique afin de maîtriser les photons dans un angle solide plus grand. Pour cela un matériau périodique à deux ou trois dimensions est réalisé.

Une bande interdite complète s'obtient alors par un recouvrement des bandes interdites unidimensionnelles de toutes les directions du plan de l'espace [16, 17]. Il est alors évident que l'ouverture d'une bande interdite de largeur raisonnable est conditionnée par le réseau périodique, le motif et par la modulation d'indice [16, 17]. Ces derniers aspects seront bien détaillés dans le chapitre II.

- **Aspect matériel**

Le laser est l'instrument clé de l'optoélectronique. L'utilisation des cristaux photoniques dans ce domaine permettrait donc un progrès considérable, à condition de bien choisir les caractéristiques des matériaux utilisés (longueur d'onde, indice de réfraction,...). En ce qui concerne les matériaux eux-mêmes, il est naturel de penser aux semi-conducteurs, largement utilisés en électronique. Pour creuser un semi-conducteur de manière assez fine, il n'est pas possible d'utiliser une perceuse : parmi les procédés mis en oeuvre actuellement, on trouve la micro lithographie et la gravure par faisceau d'ions (le motif est alors défini par un masque d'or) [22, 23].

L'intervalle utile de longueur d'onde se situe dans le proche infrarouge (cela correspond à une transmission optimum pour les fibres optiques). La périodicité des BIP doit être donc de l'ordre du micromètre, ce qui entraîne des problèmes techniques dus à la fragilité d'un matériau creusé de galeries. Diverses solutions ont été apportées ces dernières années [23].

- **Techniques de fabrication**

Il aurait été vraiment dommage pour la fabrication d'un cristal photonique de ne pas pouvoir utiliser les opales, de géométrie parfaitement adaptée, uniquement à cause de leur trop faible indice de réfraction. Des chercheurs sont en train de remédier cet inconvénient : le principe de leur travail est de placer une fine couche de matériau d'indice plus important sur la surface de l'opale, en épousant sa géométrie [23].

Cette technique peut aussi être utilisée avec d'autres éléments qui n'apportent que la géométrie. On peut penser aux polymères qui, pour certains, s'organisent spontanément en des structures très régulières. Deux solutions sont possibles: insérer des petits objets, par exemple des particules métalliques ou semi-conductrices d'indice optique suffisamment important, dans des chaînes de polymères (ou des colorants), ou bien se servir du réseau de polymères comme d'un moule pour couler des céramiques, toujours d'indice suffisant.

Pour contrôler la fréquence du réseau de polymères, il est possible de le déformer : en l'étirant dans une direction, on resserre le maillage dans la direction transverse.

Dans ce qui suit nous montrons un exemple de fabrication d'un cristal photonique bidimensionnel gravé dans des hétérostructures sur substrat InP ou GaAs.

L'avantage des cristaux photoniques sur substrat InP ou GaAs est la possibilité de les fabriquer à l'aide des techniques de la microélectronique. Cependant, elles présentent tout de même quelques défis.

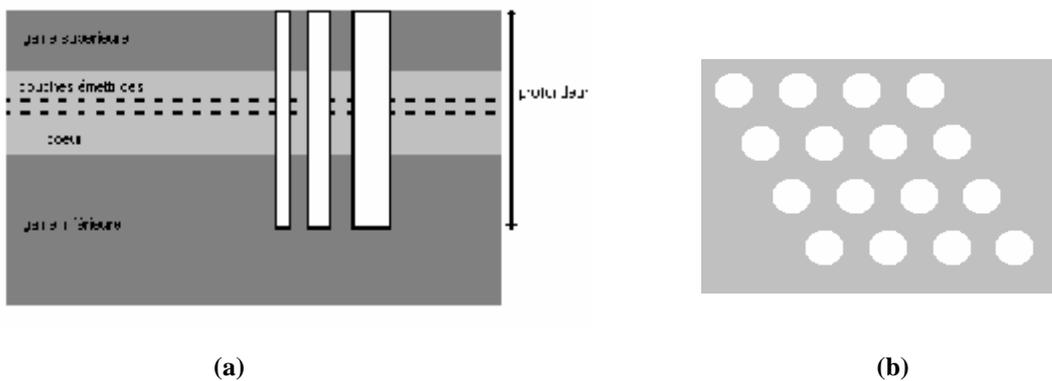


Figure I-7 : (a) Structure verticale (b) vue de dessus d'un réseau triangulaire

A - Hétérostructure verticale

La croissance des structures guidantes planaires est faite, soit par épitaxie par jet moléculaire (échantillon sur substrat GaAs) soit par épitaxie en phase vapeur d'organo-métalliques (échantillon sur substrat InP). Le cœur de guide d'onde est entouré de deux couches de gaine figure I-7(a). Les propriétés optiques principales des hétérostructures sont :

- guide d'onde monomode pour les polarisations TE et TM.
- émission des couches émettrices autour de la longueur d'onde d'environ $1\mu\text{m}$ (échantillon sur substrat GaAs) et autour de $1.55\mu\text{m}$ (échantillon sur substrat InP).

B - Cristaux photoniques

Pour avoir des cristaux photoniques ayant de bonnes propriétés optiques, la forme des trous doit satisfaire certaines conditions : les trous doivent traverser le cœur du guide d'onde, ce qui

correspond à une profondeur finale d'environ $1\mu\text{m}$ pour l'échantillon sur substrat GaAs et de 3 à $4\mu\text{m}$ pour l'échantillon sur substrat InP. Les flancs des trous doivent être lisses et verticaux. Le réseau étudié est de type triangulaire figure I-7(b). Les périodes vont de $a=0.28\mu\text{m}$ à $0.6\mu\text{m}$ pour l'échantillon sur substrat InP et de $0.22\mu\text{m}$ à $0.3\mu\text{m}$ pour l'échantillon sur substrat GaAs. Pour limiter la diffraction de la lumière hors plan, on préfère des facteurs de remplissage autour de 35%.

C – étapes du processus de fabrication

La fabrication des cristaux photoniques demande plusieurs étapes qui sont détaillées figure I-8.

1. L'hétérostructure est crue soit par MBE¹ (échantillon sur substrat GaAs) soit par MOCVD² (échantillon sur substrat InP).
2. Une couche de SiO_2 ou de Si_3N_4 est déposée sur l'échantillon nettoyé.
- 3.-5. Une couche de PMMA³ est déposée sur la couche de silice dans laquelle le masque est écrit par lithographie électronique.
- 6.-7. Le masque du PMMA est transféré dans la couche de silice par un gravure sèche.
- 8.-9. Le masque de la couche de silice est transféré par une gravure sèche dans le semiconducteur.

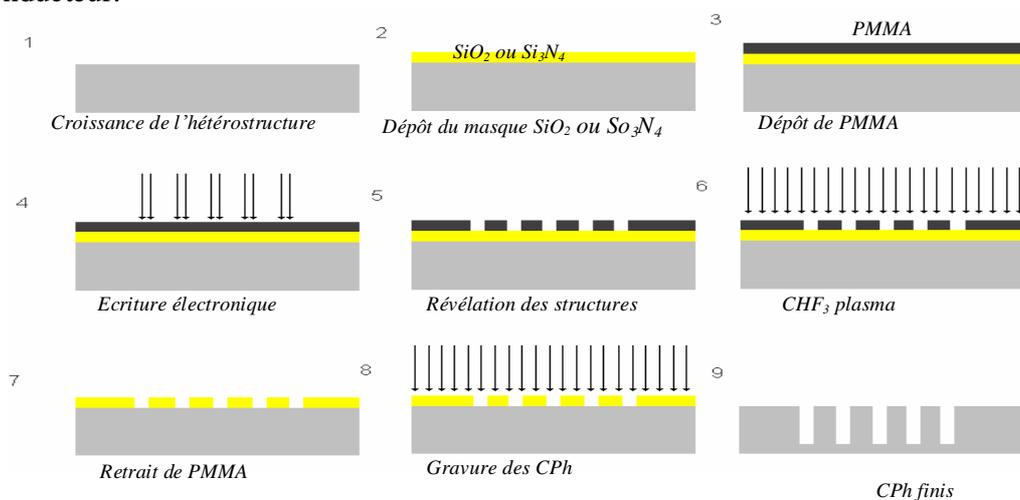


Figure I-8 : étapes de fabrication des cristaux photoniques

I.1.4- Cristaux photoniques tridimensionnels

Les cristaux photoniques tridimensionnels ont attirés encore de nombreux efforts de recherche. Le premier cristal photonique tridimensionnel a été fabriqué par K.M.Ho et al. Il est été formé de sphères de silicium arrangées sur une structure diamant. En 1993 Yablonovitch fabriquait un cristal photonique en perçant des trous dans un bloc de plexiglas selon trois angles azimutaux. Ce cristal s'appelle la Yablonovite figure I-9.avec ce cristal photonique, le concept de la bande interdite photonique a été démontré expérimentalement pour la première fois.

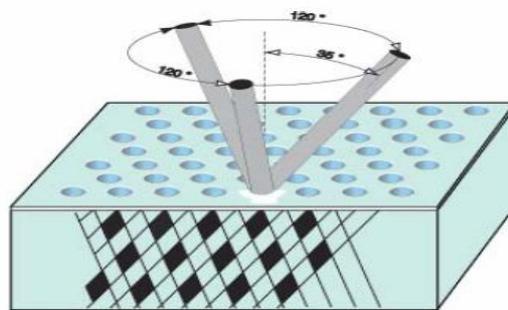


Figure I-9 : le Yablonovite

De nombreuses méthodes de fabrication des cristaux photoniques tridimensionnels ont été proposées. Nous citons quelque'une :

- **Structure tas de bois** : la structure périodique de ces cristaux photoniques tridimensionnels est réalisée en déposant par couches successives des rubans de silicium polycristallin dans des tranches de silice, elle se fait plan sur plan. Après avoir construit la structure, la silice est retirée pour obtenir un cristal photonique tridimensionnel Si/Air dont le contraste d'indice est suffisant pour ouvrir une bande d'énergie interdite omnidirectionnelle figure I-10(a).

- **Les opales** : des opales sont obtenues chimiquement par auto-organisation. La première opale a été obtenue par sédimentation de sphères de silice en solution. La plupart de ces cristaux colloïdaux ne présentent pas de bandes d'énergie interdites, à cause de faible contraste d'indice. Cependant, ces structures servent d'empreintes pour la réalisation d'opales inverses à partir de l'infiltration d'un matériau de haut indice. Les sphères initiales sont ensuite dissoutes pour aboutir à la structure finale de sphères d'air dans une matrice de haut indice figure I-10(b).

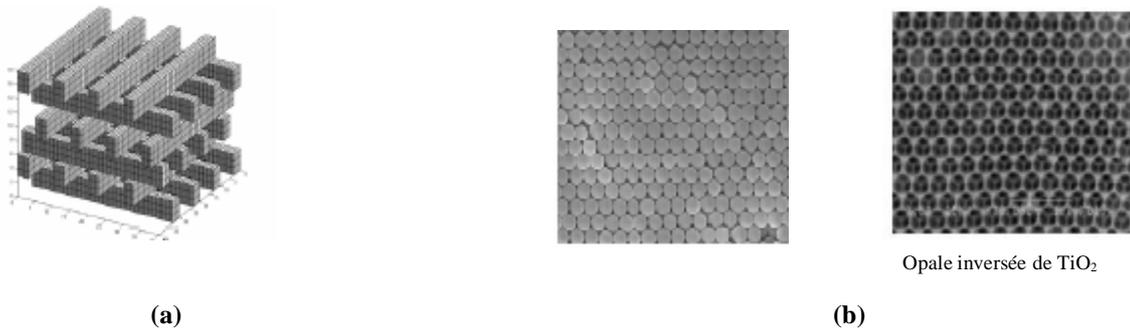


Figure I-10 : (a) structure tas de bois (b) les opales

I.2- ANALOGIE ELECTRON -PHOTON

Avant d'établir l'analogie Electron –Photon, nous allons rappeler que la périodicité d'interaction entre électron et atome conduit à l'existence de bandes d'énergie interdites [07, 10].

Le potentiel électrique pour un électron dans un atome peut être déduit comme suit.

Les électrons des couches périphériques sont soumis à deux forces, l'une due au champ produit par les ions de charges positives donnant lieu à une force d'attraction, l'autre due au champ produit par les autres électrons des couches périphériques, donnant lieu à une force de répulsion.

La force d'attraction exercée sur l'électron périphérique est donnée par :

$$\vec{F} = -q\vec{E} = -\frac{Zq^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e} \quad (\text{I-4})$$

$\vec{E} = \frac{Zq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}$: Le champ électrique créé par l'ion cristallin positif de charge Zq sur l'électron.

\vec{r} : La distance entre l'ion positif et l'électron.

Cette force peut s'écrire en fonction de l'énergie potentielle par :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}(u) = \frac{\partial u}{\partial r} \vec{e} \quad (\text{I-5})$$

Qui donne :

$$u(r) = \int \frac{zq^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \partial r + Cste \quad (\text{I-6})$$

Soit

$$U(r) = \frac{zq^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + Cste \quad (\text{I-7})$$

La figure I-11, présente l'energie potentielle décrite dans l'équation précédente.

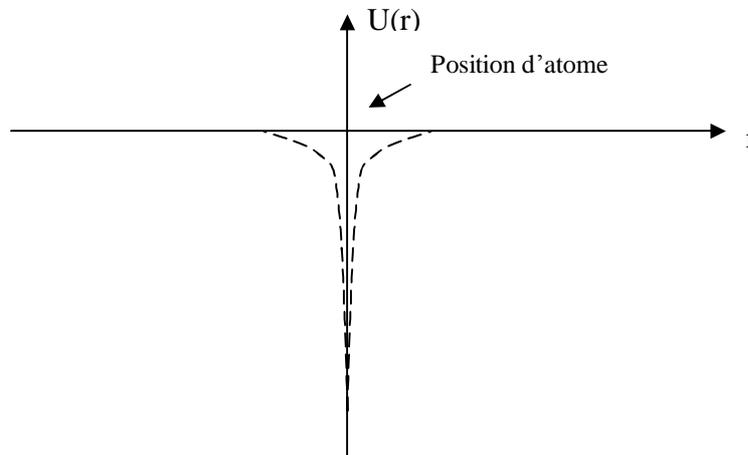


Figure I-11 : énergie potentielle

Pour deux atomes identiques, il se produit un couplage. Le puit de potentiel s'élargit progressivement [07, 10].

Le potentiel électrique peut être déduit directement de la relation

$$V(r) = \frac{U(r)}{q} \quad (\text{I-8})$$

La figure I-12, représente le potentiel électrique dans un cristal unidimensionnel, la périodicité est modulée par la répartition régulière des ions positifs et correspond au pas du réseau cristallin.

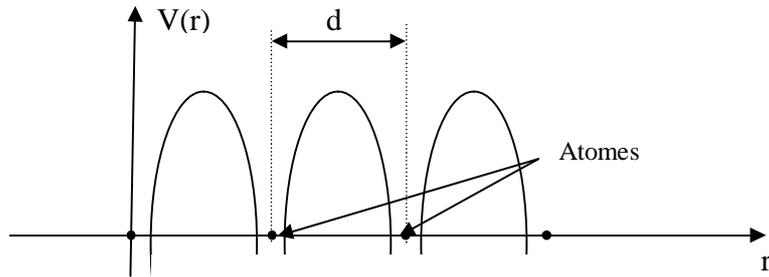


Figure I-12 : potentiel électrique dans un cristal unidimensionnel.

I.2.1- Modèle de Kronig -Penny

En 1931, Kronig et Penny ont proposés un modèle du potentiel électrique qui à permet de résoudre l'équation d'onde de Schrödinger.

Ce modèle est le suivant [06,10], figure I-13

$$\begin{cases} V(x) = V_0 & ; \text{ si } na-b < x < na+b \\ V(x) = 0 & ; \text{ ailleurs} \end{cases} \quad (\text{I-9})$$

a et b sont constants avec $2b < a$, et n entier.

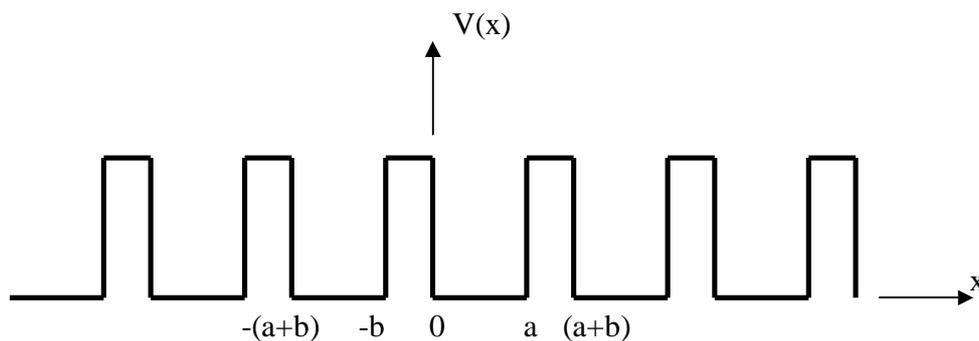


Figure I-13 : Modèle de Kronig – Penny : potentiel électrique périodique unidimensionnel.

L'équation de Schrödinger unidimensionnelle s'écrit sous la forme suivante [06] :

$$H y (x) = E y (x) \quad (\text{I-10})$$

H : Le Hamiltonien du système comprend toute les formes d'énergie dues aux interactions électroniques.

E : L'énergie du cristal.

y : La fonction d'onde

Ce qui implique
$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x) \right] y(x) = E y(x)$$

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V(x)) y(x) = 0 \quad (\text{I-11})$$

m : La masse de l'électron.

\hbar^2 : Constante de Planck divisée par 2π .

y : La fonction d'onde.

E : L'énergie de l'électron.

$V(x)$: La distribution du potentiel électrique.

Les solutions de cette équation sont de la forme :

$$y(x) = u_k(x) e^{jkx} \quad ; \text{(Théorème de Bloch)} \quad (\text{I-12})$$

$u_k(x)$: Une fonction périodique de période $(a+b)$.

La substitution de (I-12) dans (I-11) conduit à une équation différentielle qui peut être résolue dans deux régions ou $0 < x < a$ et $a < x < a+b$ sous les conditions aux limites sur u_k et $\frac{\partial u_k}{\partial x}$ de continuités en $x = 0$ et de périodicité en $x = a$ et $x = -b$, nous aboutissons à un système d'équation admet des solutions non trivial que si le déterminant est nul [06].

On peut écrire

$$\frac{b^2 - a^2}{2ab} \sinh(bb) \cdot \sin(aa) + \cosh(bb) \cdot \cos(aa) = \cos k(a+b) \quad (\text{I-13})$$

Avec
$$a = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} \quad (\text{I-14})$$

et
$$b = \sqrt{\frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} \quad (\text{I-15})$$

En utilisant la simplification de Kronig- penny, l'analyse de l'équation (I-13) est facilité, pour cela on suppose que $b \rightarrow 0$ (très petite) et $V_0 \rightarrow \infty$ en gardant bV_0 constant, ainsi que $\cosh(bb) \rightarrow 1$, $\frac{\sinh(bb)}{bb} \rightarrow 1$, $a^2b \rightarrow 0$ et $b^2b \rightarrow \frac{2mV_0}{\hbar^2}$ [06,08].

Dans ce cas précis, l'allure du résultat est inchangée et l'équation (I-13) est simplifiée sous la forme :

$$\cos(aa) + \frac{mV_0 a}{\hbar^2} \frac{\sin(aa)}{aa} = \cos(ka) \quad (\text{I-16})$$

En posant $P = \frac{mV_0 a}{\hbar^2}$, on obtient

$$P \frac{\sin(aa)}{aa} + \cos(aa) = \cos(ka) \quad (\text{I-17})$$

Comme $-1 \leq \cos(ka) \leq 1$ et $-1 \leq \cos(\alpha a) \leq 1$, alors certaines valeurs de (αa) ne sont pas permises puisque le premier terme de l'égalité peut être supérieur à +1 et inférieur à -1, ce comportement met en évidence la notion de bandes interdites et bandes permises, figure I-14.

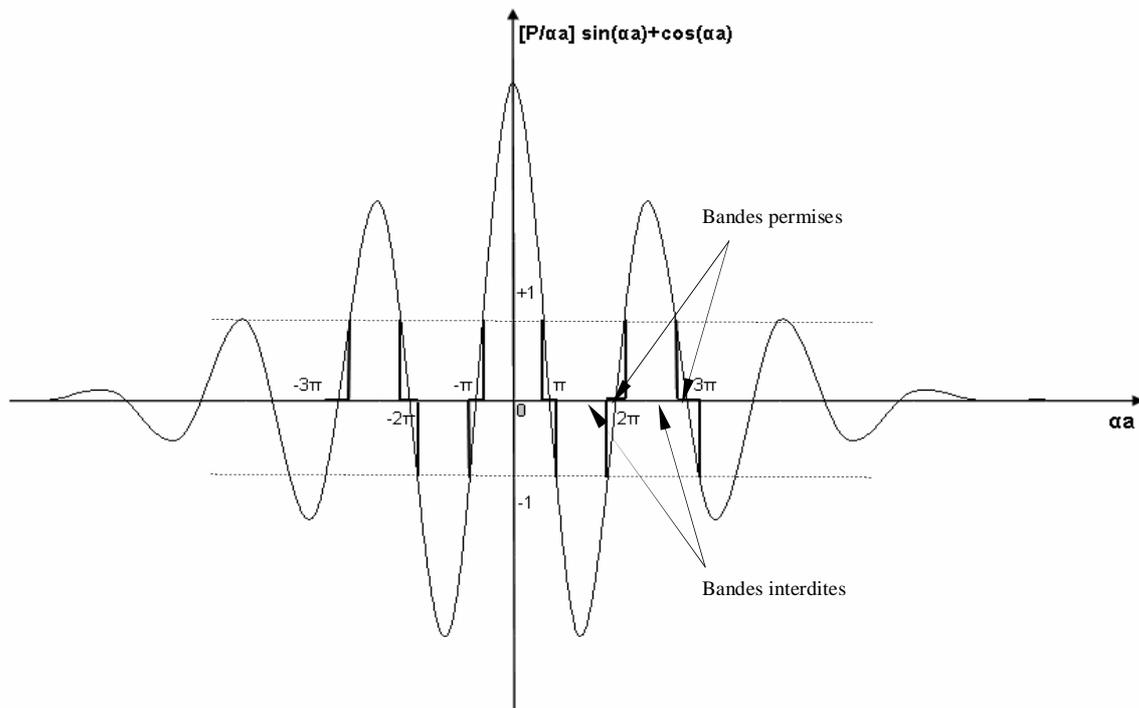


Figure I-14 : Bandes permises et bandes interdites [06].

I.2.2- Analogie Electron –Photon

Les équations de Maxwell sont

$$\overrightarrow{\text{rot}E} = - \frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\text{div}E} = 0$$

$$\overrightarrow{\text{rot}H} = \overrightarrow{J} + \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$$

$$\overrightarrow{\text{div}D} = r$$

Avec $\overrightarrow{H} = \frac{\overrightarrow{B}}{m_0}$ et $\overrightarrow{D} = \epsilon_0 \overrightarrow{E}$

Dans un milieu sans sources (ni charges, ni courants) de constante diélectrique $\epsilon(r)$, les évolutions temporelles et spatiales du champ électrique et magnétique sont données par :

$$\overrightarrow{rotE} = - \frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t} \quad (\text{I-18})$$

$$\overrightarrow{divE} = 0 \quad (\text{I-19})$$

$$\overrightarrow{rotH} = \frac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t} \quad (\text{I-20})$$

$$\overrightarrow{divD} = 0 \quad (\text{I-21})$$

L'un des caractères fondamentaux des équations de Maxwell est qu'elles permettent la propagation de champ électrique et magnétique même en l'absence de sources, ce qu'on appelle justement des ondes électromagnétiques [10, 11].

L'équation d'onde pour chacune des composantes de E est

$$\nabla^2 \overrightarrow{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \overrightarrow{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I-22})$$

Le champ électrique peut s'écrire sous la forme

$$\overrightarrow{E}(r, t) = \overrightarrow{E}(r) e^{j\omega t} \quad (\text{I-23})$$

Alors l'équation devient

$$\nabla^2 \overrightarrow{E}(r) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r(x, y, z) \overrightarrow{E}(r) = 0 \quad (\text{I-24})$$

Dans un système à une dimension, l'équation s'écrit

$$\nabla^2 \overrightarrow{E}(x) + \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_r(x) \overrightarrow{E}(x) = 0 \quad (\text{I-25})$$

Considérons la constante diélectrique $\epsilon_r(x)$ une fonction périodique comme suit, figure I-15 :

$$\left\{ \begin{array}{l} e_r(x) = e_a \quad \text{pour } 0 < x < a \\ e_r(x) = e_b \quad \text{pour } a < x < a+b \end{array} \right. \quad (\text{I-26})$$

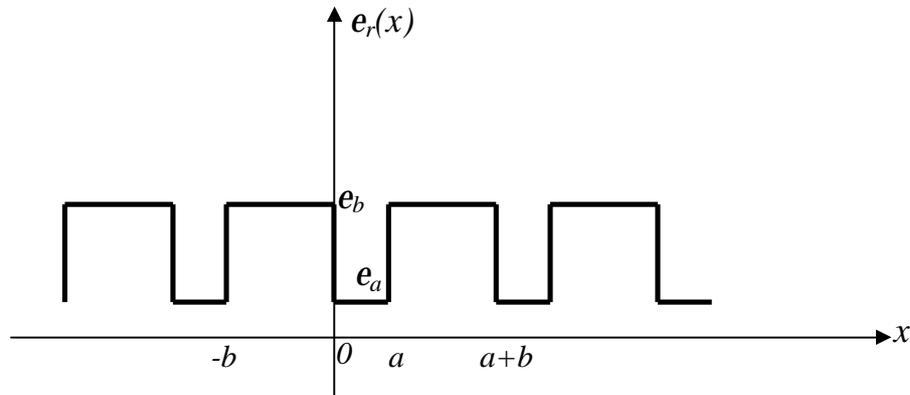


Figure I-15 : constante diélectrique périodique.

On réalise la résolution de l'équation (I-25) dans les régions décrites dans (I-26).

ü Région I ; $0 < x < a$, on a $e(x) = e_a$

$$\text{Alors } \nabla^2 E_1(x) + \frac{\omega^2}{c^2} e_a E_1(x) = 0 \quad (\text{I-27})$$

$$\text{La solution est de la forme: } E_1(x) = Ae^{jax} + Be^{-jax} \quad (\text{I-28})$$

$$\text{Avec } a = \frac{\omega}{c} \sqrt{e_a} \quad (\text{I-29})$$

ü Région II ; $a < x < a+b$, on a $e(x) = e_b$

$$\text{Alors } \nabla^2 E_2(x) + \frac{\omega^2}{c^2} e_b E_2(x) = 0 \quad (\text{I-30})$$

$$\text{La solution est de la forme: } E_2(x) = Ce^{jbx} + De^{-jbx} \quad (\text{I-31})$$

$$\text{Avec } b = \frac{w}{c} \sqrt{\epsilon_b} \quad (\text{I-32})$$

Les fonctions $E_1(x)$ et $E_2(x)$ sont continues en $x = 0$, et leurs dérivées $\frac{\partial E_1}{\partial x}$ et $\frac{\partial E_2}{\partial x}$ aussi :

$$E_1(0) = E_2(0) \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial E_1}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial E_2}{\partial x} \right|_{x=0}$$

$$\text{Qui donne } A+B = C+D \quad (\text{I-33})$$

$$\text{Et } a(A-B) = b(C-D) \quad (\text{I-34})$$

D'une part, la périodicité de ces fonctions en $x = a$ et $x = -b$

$$e^{jk(a+b)} \cdot E_2(-b) = E_1(a) \quad \text{et} \quad e^{jk(a+b)} \cdot \left. \frac{\partial E_2}{\partial x} \right|_{x=-b} = \left. \frac{\partial E_1}{\partial x} \right|_{x=a}$$

Le terme $e^{jk(a+b)}$ est dû au théorème de Bloch de périodicité .

$$\text{Qui donne : } A e^{jaa} + B e^{-jaa} = e^{jk(a+b)} (C e^{-jbb} + D e^{jbb}) \quad (\text{I-35})$$

$$\text{et } a(A e^{jaa} + B e^{-jaa}) = b e^{jk(a+b)} (C e^{-jbb} + D e^{jbb}) \quad (\text{I-36})$$

On a ainsi quatre équations à quatre inconnues.

$$\left\{ \begin{array}{l} A + B - C - D = 0 \\ aA + aB - bC - bD = 0 \\ e^{jaa} A + e^{-jaa} B - e^{jk(a+b)} e^{-jbb} C - e^{jk(a+b)} e^{jbb} D = 0 \\ a e^{jaa} A + a e^{-jaa} B - b e^{jk(a+b)} e^{-jbb} C - b e^{jk(a+b)} e^{jbb} D = 0 \end{array} \right. \quad (\text{I-37})$$

Un système d'équation qui admet des solutions que si le déterminant est nul.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & -a & -b & -b \\ e^{jaa} & e^{-jaa} & -e^{jk(a+b)} e^{-jbb} & -e^{jk(a+b)} e^{jbb} \\ ae^{jaa} & ae^{-jaa} & b e^{jk(a+b)} e^{-jbb} & b e^{jk(a+b)} e^{jbb} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{I-38})$$

La résolution de (I-38) donne

$$-\frac{b^2 - a^2}{2ab} \sin(ba). \sin(aa) + \cos(ba). \cos(aa) = \cos k(a + b) \quad (\text{I-39})$$

$$\text{Avec} \quad b = \frac{w}{c} \sqrt{e_b} \quad \text{et} \quad a = \frac{w}{c} \sqrt{e_a}$$

Cette équation présente aussi comme dans le cas des semi-conducteurs la particularité de n'avoir de solution que lorsque le premier terme est comprise entre -1 et $+1$, donc il est évident qu'il y aura des bandes permises et d'autres interdites.

Donc un matériau périodique unidimensionnel empêche les ondes électromagnétiques de se propager à certaines fréquences puisque a et b dépendent tous deux de la pulsation w , $w = 2\pi f$.

Cette notion de périodicité peut être étendue à deux ou trois dimensions, mais la nature vectorielle de l'équation de propagation complique considérablement la résolution théorique du problème.

Voici un tableau qui résume l'analogie entre électron- photon.

	Equation de Schrödinger	Equation de Maxwell
Champ	$\psi(r,t) = \psi(r)e^{j\omega t}$	$H(r,t) = H(r)e^{j\omega t}$
Grandeur caractéristique	$V(\vec{r})$	$\epsilon(\vec{r})$
Opérateur	$H = \frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(r)$	$\Theta = \nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon(r)} \nabla \times \right)$
Equation aux valeurs propres	$H\psi = E\psi$	$\Theta H = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 H$

Tableau I-1 : analogie Electron- photon.

Il est évident maintenant, qu'il existe une analogie formelle entre l'équation de Schrödinger pour l'électron et les équations de Maxwell pour le photon ce qui permet de ne plus exploiter que les propriétés électroniques des matériaux mais aussi les propriétés photoniques.

I.3- RESEAU DIRECT ET RECIPROQUE

I.3.1- réseau direct

Un milieu diélectrique périodique apparaît comme un milieu cristallin. Une structure cristalline en deux dimensions est définie par un réseau qui peut être de forme carrée, triangulaire ou hexagonale et un motif qui vient se positionner sur chaque nœud du réseau, le motif peut être un atome ou un groupe d'atomes par contre dans un milieu diélectrique périodique correspond à des couches ou tiges diélectriques [06, 02,17].

Les tiges dans un réseau direct sont repérées par les vecteurs de translation, appelés aussi vecteurs de base.

Donc, si \vec{r} désigne la position d'un nœud dans le réseau direct, elle peut être écrite comme suit :

$$\vec{r} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 \quad (\text{I-40})$$

La surface représentée par les vecteurs de base construit la maille élémentaire (primitive).

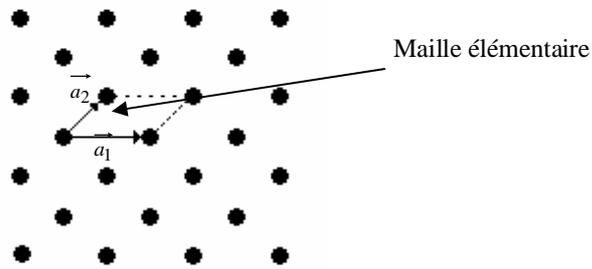


Figure I-16 : réseau direct (a_1, a_2 vecteurs de base, maille élémentaire).

Il existe trois familles de réseau périodique en deux dimensions [12].

a) **réseau carré :**

Les nœuds du réseau sont situés sur un carré de cote « a »

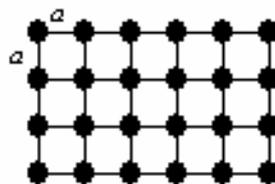


Figure I-17 : réseau carré

b) **réseau triangulaire :**

Chaque nœud du réseau est espacé de son proche voisin d'une même distance « a ».

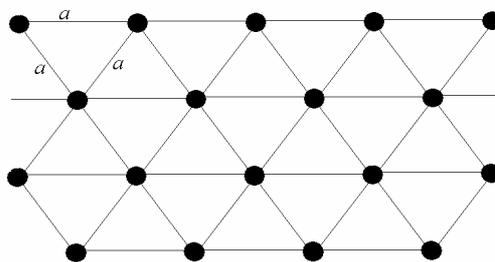


Figure I-18 : réseau triangulaire.

c) réseau hexagonal :

Ce réseau correspond à deux structures, soit la structure graphite si les nœuds du réseau sont identiques et espacés de « a » ou la structure de Nitrure de Bore si un nœud diffère de son voisin suivant par sa nature ou sa dimension.

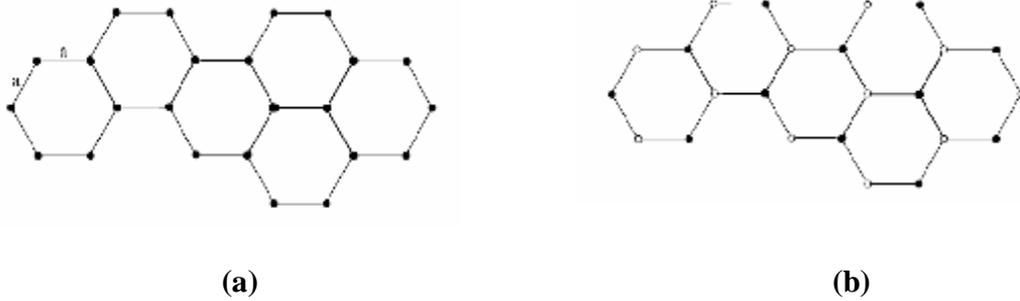


Figure I-19 : réseau Hexagonal (a) structure Graphite (b) structure Nitrure de Bore.

I.3.2- réseau réciproque

A partir du réseau direct défini par la maille élémentaire $(\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3)$, on introduit un nouveau réseau dans l'espace des vecteurs d'onde k qui s'appelle le réseau réciproque [05, 06, 10].

En premier temps, considérons le réseau en trois dimensions.

Les vecteurs de base du réseau réciproque sont définis par les relations suivantes :

$$\vec{a}_1^* = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \wedge \vec{a}_3}{V} \quad ; \quad \vec{a}_2^* = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \wedge \vec{a}_1}{V} \quad ; \quad \vec{a}_3^* = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \wedge \vec{a}_2}{V} \quad (\text{I-41})$$

$$\text{Où } \vec{a}_1^* \cdot \vec{a}_1 = \vec{a}_2^* \cdot \vec{a}_2 = \vec{a}_3^* \cdot \vec{a}_3 = 1$$

$$\vec{a}_1^* \cdot \vec{a}_2 = \vec{a}_1^* \cdot \vec{a}_3 = \vec{a}_2^* \cdot \vec{a}_3 = \vec{a}_2^* \cdot \vec{a}_1 = \vec{a}_3^* \cdot \vec{a}_1 = \vec{a}_3^* \cdot \vec{a}_2 = 0$$

V : le volume de la maille élémentaire.

Si on introduit le symbole de Kronecker d_{ij} , avec

$$d_{ij} = \begin{cases} 0 & i = j \\ 1 & i \neq j \end{cases} \quad (\text{I-42})$$

Donc on peut définir les vecteurs de base du réseau réciproque par le produit scalaire suivant

$$(\vec{a}_i^* \cdot \vec{a}_j) = d_{ij} \quad \begin{cases} i = 1,2,3 \\ j = 1,2,3 \end{cases} \quad (\text{I-43})$$

Selon la relation (I-43), on peut constater que les vecteurs du réseau direct sont des vecteurs lignes, alors ces vecteurs peuvent être définis sous forme matricielle [08,12] par :

$$A = \begin{bmatrix} a_{1x} & a_{1y} & a_{1z} \\ a_{2x} & a_{2y} & a_{2z} \\ a_{3x} & a_{3y} & a_{3z} \end{bmatrix} \quad (\text{I-44})$$

De même, les vecteurs de réseau réciproque sont des vecteurs colonnes définis comme suit :

$$A^* = \begin{bmatrix} a_{1x}^* & a_{2x}^* & a_{3x}^* \\ a_{1y}^* & a_{2y}^* & a_{3y}^* \\ a_{1z}^* & a_{2z}^* & a_{3z}^* \end{bmatrix} \quad (\text{I-45})$$

Il est facile de montrer que $A.A^* = I$, avec I représente la matrice unité :

$$A.A^* = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I-46})$$

Qui implique que $A^* = A^{-1}$ (I-47)

Si on considère maintenant que le réseau est en deux dimensions, dans ce cas les vecteurs de base du réseau réciproque deviennent:

$$\vec{a}_1^* = 2p \frac{\vec{a}_2 \wedge \vec{e}_z}{S} \quad \text{et} \quad \vec{a}_2^* = 2p \frac{\vec{e}_z \wedge \vec{a}_1}{S} \quad (\text{I-48})$$

S : la surface de la maille élémentaire en deux dimensions.

e_z : vecteur unité selon la direction z .

Et les matrices vectorielles sont

$$A = \begin{bmatrix} a_{1x} & a_{1y} \\ a_{2x} & a_{2y} \end{bmatrix} \quad (\text{I-49})$$

$$A^* = \begin{bmatrix} a_{1x}^* & a_{2x}^* \\ a_{1y}^* & a_{2y}^* \end{bmatrix} \quad (\text{I-50})$$

Et aussi: $A.A^* = I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (I-51)

$$A^* = A^{-1} \quad (\text{I-52})$$

I.3.3- intérêt du réseau réciproque

L'intérêt essentiel du réseau réciproque est de définir une base de vecteurs orthogonaux aux vecteurs de base qui portent la périodicité du cristal [13].

Soit une onde plane dans un réseau périodique :

$$y = Ae^{j(\omega t - \vec{a}^* \cdot \vec{r})} \quad (\text{I-53})$$

\vec{a}^* : représente la direction de propagation.

Considérons uniquement la fonction ψ en chaque nœuds du réseau direct, la position est représentée par le vecteur position comme suit : $\vec{r} = m \vec{a}_1 + n \vec{a}_2$ (I-54)

Le produit $(\vec{a}^* \cdot \vec{r})$ est

$$\vec{a}^* \cdot \vec{r} = \vec{a}^* (m \vec{a}_1 + n \vec{a}_2) = m(\vec{a}^* \cdot \vec{a}_1) + n(\vec{a}^* \cdot \vec{a}_2) = mk_1 + nk_2 \quad (\text{I-55})$$

L'expression prend la forme

$$y = Ae^{j(\omega t - mk_1 - nk_2)} \quad (\text{I-56})$$

Si on s'intéresse à présent à une autre direction dans le réseau réciproque

$$\vec{a}^{*'} = \vec{a}^* + h_1 \vec{a}_1^* + h_2 \vec{a}_2^* \quad (\text{I-57})$$

Alors on peut écrire

$$y' = Ae^{j(\omega t - \vec{a}^{*'} \cdot \vec{r})} = Ae^{j(\omega t - \vec{a}^* \cdot \vec{r} - h_1 \vec{a}_1^* \cdot \vec{r} - h_2 \vec{a}_2^* \cdot \vec{r})} \quad (\text{I-58})$$

Il est connu que le produit entre un vecteur du réseau direct et un vecteur du réseau réciproque égal à un entier multiplié par 2π .

$$(\vec{a}_1^* \cdot \vec{r}) = 2\pi m \quad \text{et} \quad (\vec{a}_2^* \cdot \vec{r}) = 2\pi n \quad (\text{I-59})$$

Qui implique

$$y' = Ae^{j(\omega t - (mk_1 + nk_2) - (h_1 m + h_2 n)2\pi)} = Ae^{j(\omega t - mk_1 - nk_2)} = y \quad (\text{I-60})$$

Ce résultat montre que la fréquence des ondes dans un réseau périodique à deux dimensions est une fonction périodique.

I.3.4- Zone de Brillouin

Un réseau réciproque d'un réseau direct est un réseau infini et périodique. k peut prendre n'importe quelle valeur à l'intérieur d'un volume appelé zones de Brillouin [09].

Ces zones fournissent toutes les propriétés de symétrie du réseau réciproque, elles sont indiquées par ordre, tel que première zone, deuxième zone, ...etc.

Nous pouvons citer deux propriétés importantes de cette zone :

• Dans la zone de Brillouin, chaque position désigne un vecteur d'onde (coordonnées k_x, k_y) relie par des valeurs de la fréquence.

• Aux limites de la zone de Brillouin, la condition de diffraction existe, donnée

$$\text{par :} \quad k \cdot g = \frac{1}{2} |g|^2 \quad (\text{I-61})$$

La construction géométrique de cette zone est représentée dans la figure I-20, pour un réseau en deux dimensions.

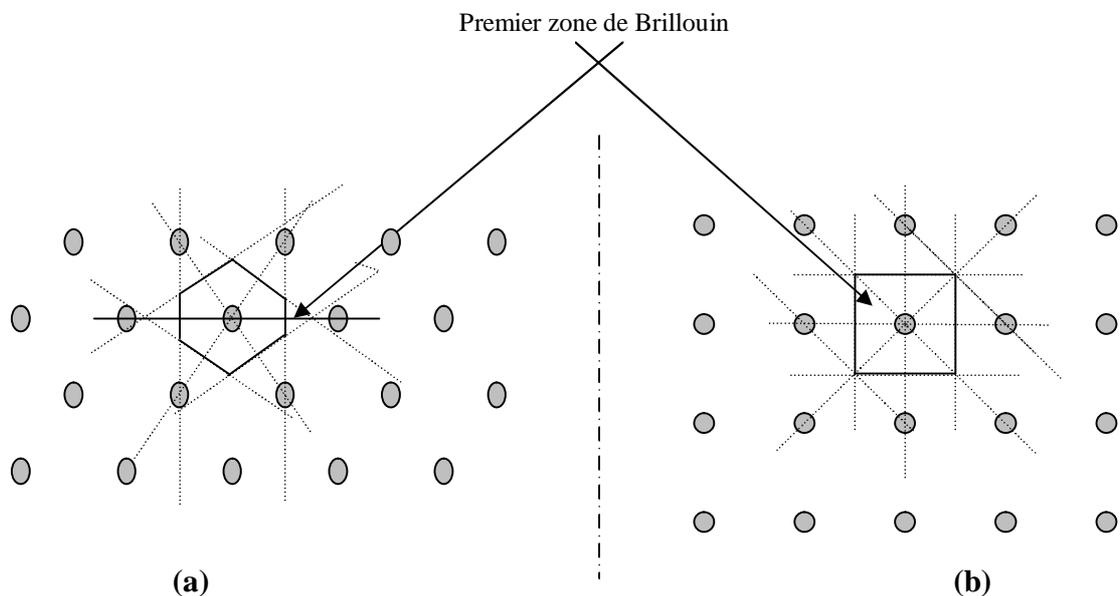


Figure I-20 : construction de la première zone de Brillouin [09]

a) réseau triangulaire b) réseau carrée

On choisit un point d'origine O dans le réseau réciproque, puis nous traçons un nombre suffisant de vecteurs d'origine aux nœuds voisins de ce réseau. Nous construirons par la suite les médiatrices de ces vecteurs, la plus petite aire interceptée par ces médiatrices est la première zone de Brillouin.

On refait le même processus pour les deuxièmes nœuds voisins pour construire la deuxième zone de Brillouin, ...etc.

I.4- CONDITION DE DIFFRACTION

I.4.1- Loi de Bragg

La loi de diffraction est donnée par la relation suivante [10, 09] :

$$2d_{hkl} \sin q_B = n\lambda \quad (\text{I-62})$$

d_{hkl} : la distance entre deux plans de la famille (hkl)

q_B : angle de Bragg (angle d'incidence).

λ : Longueur d'onde (même grandeur que d_{hkl}).

n : Un entier.

Pour bien comprendre cette condition, on considère deux ondes lumineuses de longueur d'onde commune λ , frappent un réseau périodique par un angle d'incidence q , figure I-21.

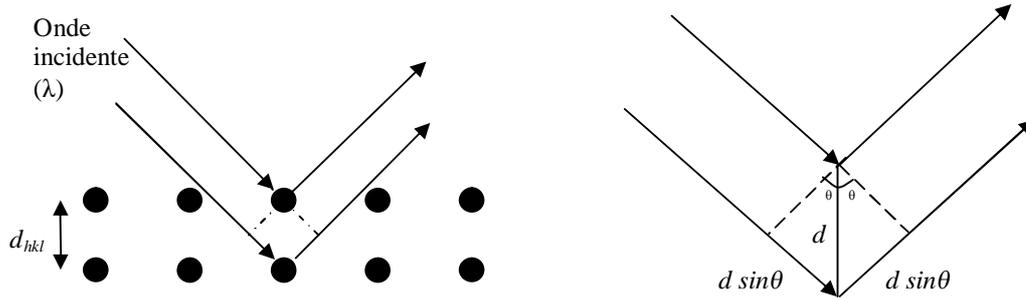


Figure I-21 : représentation graphique de la condition de Bragg de diffraction ; ondes incidentes sur un réseau périodique [10].

Si on considère de plus que ces deux ondes entrent dans le réseau en parallèle et sortent en parallèles, donc la différence de parcours entre ces deux ondes est $2d \sin \theta$.

Pour qu'il y aura une interférence constructive, il faut que la différence de parcours soit égale à un entier multiplié par la longueur d'onde, ceci est la loi de Bragg.

- **Vecteur diffusé (scattring vector) [10].**

La définition vectorielle de la condition de Bragg consiste à considérer les quantités suivantes k , k' et q , c'est à dire, une onde incidente de vecteur d'onde k et une autre diffractée de vecteur d'onde k' avec $\|k\| = \|k'\| = \frac{2p}{l}$.

Le vecteur éparpillé est défini par :

$$\begin{aligned} k' &= k + q \\ k' - k &= q \end{aligned} \tag{I-63}$$

q : représente la direction suivie par la lumière éparpillée par le cristal, figure I-22.

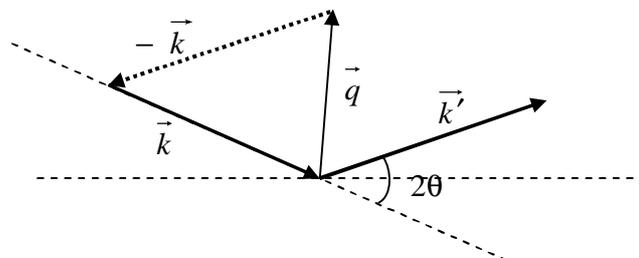


Figure I-22 : représentation vectorielle de la condition de Bragg.

Nous pouvons écrire la condition de Bragg comme suit

$$k' - k = q_B = 2p G_{hk} \quad (\text{I-64})$$

q_B : vecteur éparpillé de Bragg.

G_{hk} : vecteur du réseau réciproque.

Cette dernière relation est déduite directement de la relation de Bragg, $2 d_{hk} \sin q = l$, ainsi

que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \|k'\| = \|k\| = \frac{2p}{l} \quad \text{et} \quad \|G_{hk}\| = \frac{1}{d_{hk}} \\ \vec{k} \cdot \vec{k}' = \|k\|^2 \cdot \cos 2q = \left(\frac{2p}{l}\right)^2 \cos 2q \\ \vec{k} \cdot \vec{k} = \|k\|^2 = \left(\frac{2p}{l}\right)^2 \\ \vec{k} \cdot \vec{G}_{hk} = \|k\| \cdot \|G_{hk}\| \cos\left(q + \frac{p}{2}\right) = \left(\frac{2p}{l}\right) \cdot \frac{1}{d_{hk}} \cos\left(q + \frac{p}{2}\right) \end{array} \right.$$

Alors nous pouvons écrire :

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{2d_{hk}} \frac{1}{\sin q} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{l} \sin^2 q = \frac{1}{2d_{hk}} \sin q$$

$$\left(\frac{2p}{l}\right)^2 [\cos(2q) - 1] = \frac{2p}{l} \frac{2p}{d_{hk}} \cos\left(q + \frac{p}{2}\right)$$

$$\left(\frac{2p}{l}\right)^2 \cos 2q - \left(\frac{2p}{l}\right)^2 = \frac{2p}{l} \frac{2p}{d_{hk}} \cos\left(q + \frac{p}{2}\right)$$

$$\vec{k}' \cdot \vec{k} - \vec{k} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot 2p \vec{G}_{hk}$$

$$\vec{k}' - \vec{k} = 2p \vec{G}_{hk}$$

I.4.2- La condition de diffraction dans un cristal en deux dimensions

Considérons la fonction d'espace $e(\vec{r})$ qui rend compte de la distribution diélectrique périodique du cristal à BIP¹.

$e(\vec{r})$ est une fonction périodique, alors il est possible de la décomposer en série de Fourier [08].

$$e(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} e_{\vec{G}} e^{j\vec{G}\vec{r}} \quad (\text{I-65})$$

\vec{G} : représente le vecteur du réseau réciproque.

Considérons le cas d'une onde plane se propageant dans la direction \vec{k} , cette onde rencontre deux volumes élémentaire distant de \vec{r} . Considérons une onde diffractée dans une autre direction \vec{k}' , comme le montre la figure I-23.

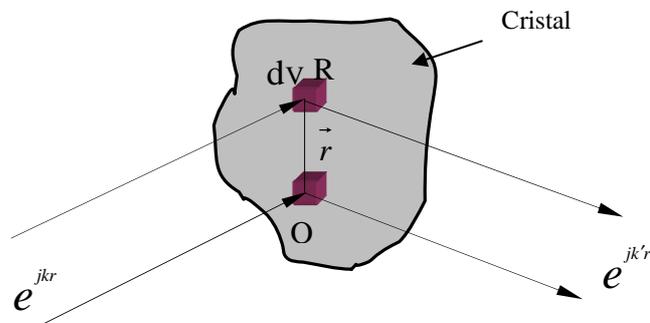


Figure I-23 : diffraction d'une onde incident sur deux volume élémentaires [06].

L'amplitude de l'onde diffusée dans la direction \vec{k}' est proportionnelle à l'intégrale étendue à tout le cristal de la quantité $e(\vec{r})\partial V$ multiplié par le facteur $\exp(j\vec{\Delta k}\vec{r})$.

¹ Bande Interdite Photonique.

$$A = \int \mathbf{e}(\vec{r}) e^{j\vec{\Delta k} \cdot \vec{r}} dV \quad (\text{I-66})$$

Nous introduisons les composantes de Fourier de $\mathbf{e}(\vec{r})$ dans l'équation (I-65) pour obtenir :

$$A = \sum_{\vec{G}_{hk}} \int \mathbf{e}(\vec{r}) e^{j(\vec{G}_{hk} - \vec{\Delta k}) \cdot \vec{r}} dV \quad (\text{I-67})$$

Quant le vecteur de diffusion $\vec{\Delta k}$ est égal à un vecteur \vec{G}_{hk} du réseau réciproque, l'argument de l'exponentielle s'annule et l'amplitude devient

$$A = V \cdot \mathbf{e}_{\vec{G}_{hk}} \quad (\text{I-68})$$

I.4.3-frontiere de la zone de diffraction

Dans ce paragraphe nous présentons la nature de toutes les ondes possibles dans le cristal.

Soit la relation de Bragg sous forme vectorielle

$$\begin{aligned} \vec{k}' - \vec{k} &= 2\mathbf{p} \vec{G}_{hk} \\ \vec{k}' &= \vec{k} + 2\mathbf{p} \vec{G}_{hk} \end{aligned} \quad (\text{I-69})$$

Lors d'une diffusion élastique en à

$$\begin{aligned} (\vec{k}')^2 &= (\vec{k} + 2\mathbf{p} \vec{G}_{hk})^2 \\ (\vec{k}')^2 &= (\vec{k} + 2\mathbf{p} \vec{G}_{hk}) \cdot (\vec{k} + 2\mathbf{p} \vec{G}_{hk}) \\ \|k'\|^2 &= \|k\|^2 + 4\mathbf{p} \|k\| \cdot \|G_{hk}\| + (2\mathbf{p})^2 \|G_{hk}\|^2 \\ 2\|k\| \cdot \|G_{hk}\| + (2\mathbf{p}) \|G_{hk}\|^2 &= 0 \\ 2\|k\| \cdot \|G_{hk}\| &= -(2\mathbf{p}) \|G_{hk}\|^2 \end{aligned} \quad (\text{I-70})$$

Remarquons que si G_{hk} est un vecteur du réseau réciproque $-G_{hk}$ aussi [09], nous pouvons également écrire l'équation (I-70) sous la forme :

$$\|k\| \cdot \|G_{hk}\| = \frac{1}{2} (2p) \|G_{hk}\|^2$$

$$\|k\| \left\| \frac{G_{hk}}{2} \right\| = (2p) \left(\left\| \frac{G_{hk}}{2} \right\| \right)^2 \quad (\text{I-71})$$

Donc nous pouvons dire que tous vecteurs d'onde \vec{k} qui touchent le plan perpendiculaire au vecteur \vec{G}_{hk} en son milieu (médiatrice ou bissection) entre G_{00} et G_{hk} sont diffractés, figure I-24.

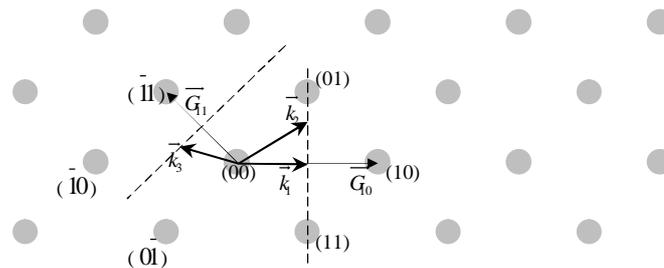


Figure I-24 : représentation de la diffraction dans les frontières de la zone de Brillouin : les ondes k_1 et k_2 touchent la médiatrice entre G_{00} et G_{10} sont diffractés par les réflexions (10) et l'onde k_3 diffractée par les réflexions (11).

I.4.4- Sphère d'Ewald

Nous pouvons donner une interprétation géométrique claire de cette condition de diffraction au moyen de la sphère d'Ewald [06,10].

Le sphère d'Ewald, figure I-25, s'obtient en considère simultanément les relations suivantes :

$$\vec{k} + \vec{g} = \vec{k}'$$

$$\|\vec{k}'\| = \|\vec{k}\| = \frac{2p}{l}$$

$$2k \cdot g = g^2$$

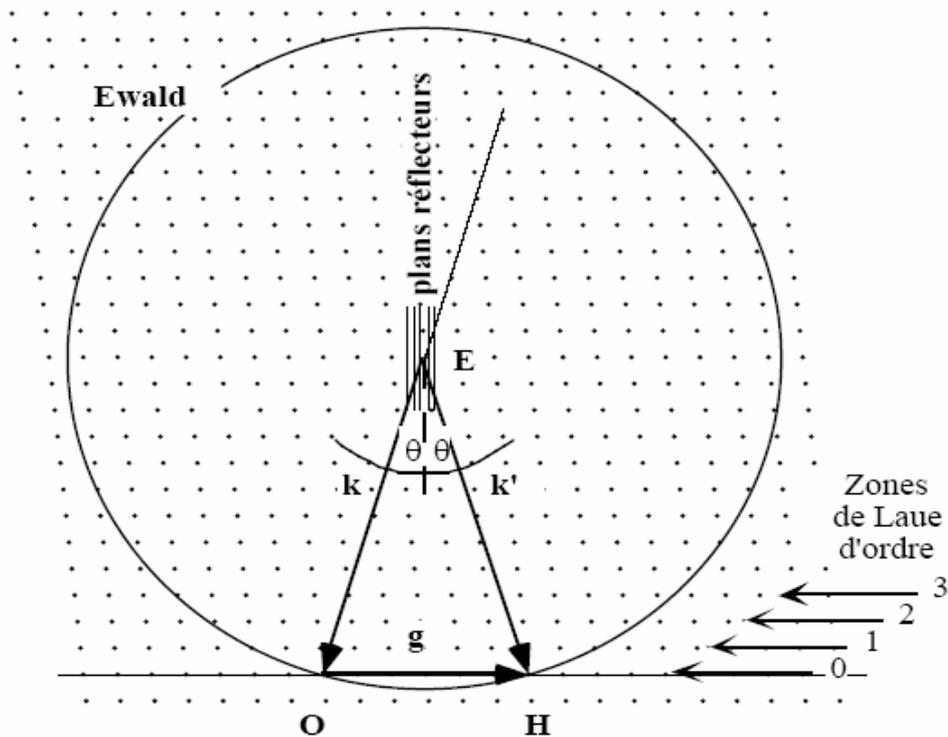


Figure I-25 : Sphère d'Ewald ; la condition de diffraction est satisfaite pour les réflexions $(\bar{1}3)$ pour un réseau oblique.

O: origine du réseau réciproque. Placer $-\mathbf{k}$ depuis l'origine O, puis reporter \mathbf{k}' depuis l'origine E de \mathbf{k} . En général, E ne se trouve pas sur un noeud du réseau réciproque.

La condition de diffraction $k' - k = g$ signifie que les seules directions de diffusion correspondant à une intersection de la sphère d'Ewald avec un nœud du réseau réciproque donneront un faisceau diffracté (interférences constructives entre les ondes issues des différents atomes). On retrouve la loi de Bragg $2d_{hkl} \sin \theta = n\lambda$, en remarquant que si on appelle 2θ l'angle

entre k et k' , alors $\sin \theta = \frac{|h|}{2|k|} = \frac{\lambda}{2d_{hkl}}$ avec d_{hkl} la distance entre les plans (hkl) dans le réseau direct. L'ordre de la réflexion n réapparaît si on considère la suite des vecteurs $h, 2h, 3h, \dots$

Le plan d'indice de Miller (hkl) qui produit une réflexion de Bragg sur le nœud g_{hkl} est normal à cette direction.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous sommes intéressés à la description de l'analogie entre les cristaux atomiques et les cristaux photoniques, cette analogie qui a permis de mettre en évidence la notion de la bande interdite photonique (*Photonic Band Gap*) ce qui a permis de ne plus exploiter que les propriétés électroniques des matériaux mais aussi les propriétés photoniques.

On est aussi donné une description géométrique de la diffraction de la lumière dans ces cristaux. Par conséquent, on a pu montrer la nature des ondes susceptibles d'être réfléchies ou diffractées.

La lumière ne peut se diffracter dans un cristal photonique à deux dimensions si ce n'est seulement si le vecteur de diffusion $\vec{\Delta k}$ égale au vecteur de réseau réciproque \vec{G}_{hk} , cette condition a été extraite directement de la loi de Bragg.

Dans ce chapitre qui suit nous donnerons une description mathématique de la propagation de la lumière dans les cristaux photoniques à une et deux dimensions

Chapitre II:

Les cristaux photoniques bidimensionnels.

Introduction

L'électron, agent de tout phénomène électronique, a été le principal acteur du développement technologique contemporain. Depuis l'avènement du laser, le photon tend à lui disputer la première place. D'un point de vue théorique, l'électron et le photon présentent des similitudes de comportement, de plus on constate une analogie mathématique entre les équations qui décrivent le comportement ondulatoire des photons et celles des électrons.

Ce chapitre a pour objet de présenter rapidement les idées de base concernant les cristaux photoniques, ainsi que les concepts que nous serons amenés à rencontrer dans le chapitre suivant. Nous commencerons par une présentation générale des méthodes de modélisation des cristaux photoniques, puis on essaie de résoudre le problème de la propagation de la lumière dans ces matériaux en une dimension puis en deux dimensions, avant d'entrer un peu plus dans les applications.

Nous terminerons par quelques définitions des caractéristiques géométriques et physiques de ces cristaux tels que le contraste d'indice, facteur de remplissage,...

II.1-PROPAGATION DE LA LUMIERE DANS UN CRISTAL PHOTONIQUE

L'étude de la propagation de la lumière dans les cristaux photoniques a été modélisée par plusieurs méthodes qui ont permises d'ouvrir la voie vers de nouveaux concepts et applications, par exemple en utilisant la méthode des ondes planes [12, 14], nous pouvons déterminer les bandes de fréquence permises et interdites en calculant les modes propres $(\frac{\omega}{c})^2$, permet aussi de tracer le diagramme de dispersion, la distribution des champs électrique et magnétique et la densité d'état, cette méthode va être bien détailler par la suite.

Il y a aussi la méthode FDTD « **F**inite-**D**ifference **T**ime-**D**omain » fondée sur le travail de Yee, présenté en 1966, c'est une méthode très intéressante pour connaître la réponse spectrale et calculer la distribution du champ dans les structures de dimension finie, mais elle est très lente et demande beaucoup de ressources informatiques [14, 32].

Nous pouvons aussi citer d'autres méthodes comme la méthode des matrices de transfert utilisée pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission d'un réseau unidimensionnel [20], et bidimensionnel [25], la méthode des réseaux de diffraction à pour intérêt de donner les modes guidés et les pertes intrinsèques et la méthode des liaisons fortes qui est bien adaptée à la détermination des états liés à des défauts dans le cristal.

Le principe de la propagation de la lumière dans un milieu périodique sera d'abord présenté dans le cas unidimensionnel puis généralisé au cas bidimensionnel pour les deux polarisations possibles (TE et TM).

II.1.1- La propagation dans un CP1D¹

Le modèle unidimensionnel utilisé est décrit dans la figure II-1, c'est un réseau à une dimension de période $a = (a_1 + a_2)$ avec a_1 l'épaisseur de la couche de permittivité ϵ_1 et a_2 l'épaisseur de la couche de permittivité ϵ_2 .

¹ Cristal Photonique à une (1) Dimension

Nous considérons que la direction de propagation est suivant l'axe Ox et la polarisation est linéaire.

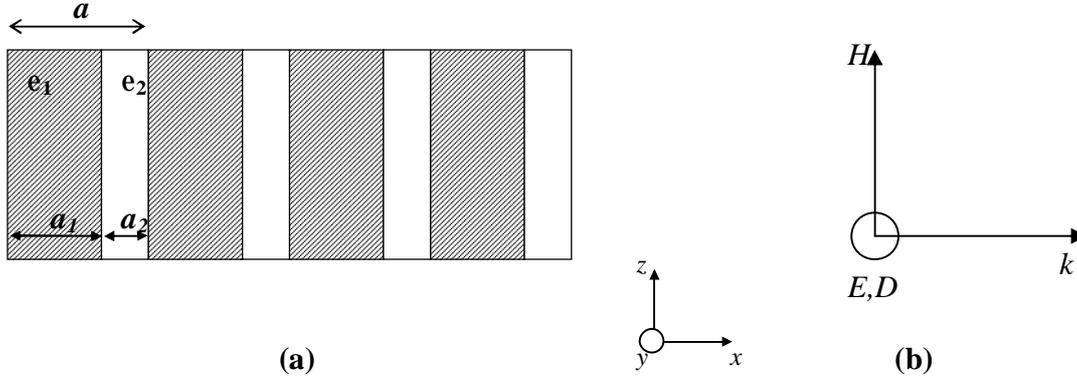


Figure II-1 : (a) cristal photonique à une dimension, (b) composantes des champs.

Le champ magnétique et électrique ainsi que le déplacement électrique peuvent être exprimé comme suit.

$$\vec{H}(x,t) = H_z(x).e^{j\omega t} \quad (\text{II-1})$$

$$\vec{E}(x,t) = E_y(x).e^{j\omega t} \quad (\text{II-2})$$

$$\vec{D}(x,t) = D_y(x).e^{j\omega t} \quad (\text{II-3})$$

D'après le théorème de Bloch [06], $H_z(x)$, $E_y(x)$ et $D_y(x)$ s'écrivent

$$H_z(x) = H_0 v_k(x).e^{jkx} \quad (\text{II-4})$$

$$E_y(x) = E_0 u_k(x).e^{jkx} \quad (\text{II-5})$$

$$D_y(x) = D_0 w_k(x).e^{jkx} \quad (\text{II-6})$$

où H_0 , E_0 et D_0 sont les amplitudes des champs $H_z(x)$, $E_y(x)$ et $D_y(x)$ respectivement, k le vecteur d'onde et v_k , u_k et w_k possèdent toute les périodicités du milieu.

La périodicité de v_k , u_k et w_k permet de développer en série de Fourier ces champs

$$H_z(x) = \sum_n H_{n(k)} e^{j(k+G_n)x} \quad (\text{II-7})$$

$$E_y(x) = \sum_n E_{n(k)} e^{j(k+G_n)x} \quad (\text{II-8})$$

$$D_y(x) = \sum_n D_{n(k)} e^{j(k+G_n)x} \quad (\text{II-9})$$

$$\text{Avec : } G_n = n \frac{2p}{a}$$

$$H_{n(k)} = H_0 h_n \quad ; \quad E_{n(k)} = E_0 e_n \quad \text{et} \quad D_{n(k)} = D_0 d_n$$

c : la célérité de la lumière dans le vide.

m_0 : la perméabilité du vide.

h_n , e_n et d_n : les coefficients de Fourier sans dimension.

En associant les équations de Maxwell

$$\text{Rot} \vec{H} = -j\omega D \quad (\text{II-10})$$

$$\text{Rot} E = j\omega m_0 H \quad (\text{II-11})$$

Et la relation constitutive

$$D = \epsilon_0 \epsilon(x) E \quad (\text{II-12})$$

Et le développement de Fourier de $\frac{1}{\epsilon(x)}$ est

$$h(x) = \frac{1}{\epsilon(x)} = \sum_n h_n e^{jG_n x} \quad (\text{II-13})$$

Nous pouvons déterminer les coefficients de Fourier comme suit :

$$h_n = (k + G_n) \frac{c}{\omega} e_n \quad (\text{II-14})$$

$$d_n = (k + G_n) \frac{c}{\omega} h_n \quad (\text{II-15})$$

$$e_n = \sum_{n'} h_{n-n'} d_{n'} \quad (\text{II-16})$$

Par insertion de l'équation (II-15) et (II-16) dans l'équation (II-14), nous obtenons l'équation suivante:

$$\forall n \in \mathbb{Z} : \sum_{n'} h_{n-n'} (k + G_n)(k + G_{n'}) h_{n'} = \left(\frac{w}{c} \right)^2 h_n \quad (\text{II-17})$$

La somme de l'équation (II-17) tronquée à l'ordre N permet d'écrire sous forme matricielle

$$[A] h_{G_{n'}} = \left(\frac{w}{c} \right)^2 h_{G_n} \quad (\text{II-18})$$

Avec $[A]$ une matrice définie comme suit

$$\forall |p|, |q| \leq N : [A]_k^N(p, q) = h_{p-q} \left(k + p \frac{2p}{a} \right) \left(k + q \frac{2p}{a} \right) \quad (\text{II-19})$$

L'équation (II-18) constitué d'une matrice carrée A de dimension $[(2N+1)(2N+1)]$ et un vecteur de dimension $[(2N+1) \times 1]$ qui peut être considéré arbitraire [08] et des valeurs propres $\left(\frac{w}{c} \right)^2$ réels et positifs et un vecteur propre de dimension $[(2N+1) \times 1]$, elle peut se mettre sous la forme [08].

$$\left[A - \left(\frac{w}{c} \right)^2 I \right] h_n = 0 \quad (\text{II-20})$$

I : matrice unité.

Pour obtenir les fréquences autorisées à se propager dans le cristal photonique, on réalise une recherche des valeurs propres $\left(\frac{w}{c} \right)^2$ de l'équation caractéristique (II-20) pour chaque k entre $-\pi/a$ et π/a , première zone de Brillouin [12].

II.1.2- La propagation dans un CP2D²

Le modèle bidimensionnel est un réseau périodique de tiges (de constant diélectrique ϵ_1 et de section arbitraire) plongés dans un diélectrique ϵ_2 , les vecteurs élémentaires du réseau sont a_1 et a_2 , figure II-2.

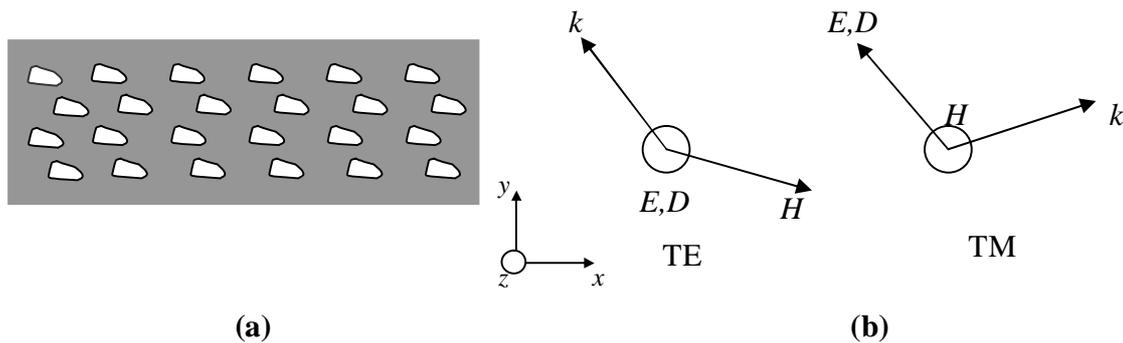


Figure II-2 : (a) cristal photonique bidimensionnel, (b) composantes du champ.

Nous étudions la propagation dans le plan Oxy du CP, les ondes propagées sont caractérisées par leur vecteur d'onde $k = (k_x, k_y, 0)$.

Dans ce cas bidimensionnel, il est possible d'étudier séparément la propagation en mode TM puis en mode TE [21].

a) Polarisation possible

Dans un matériau BIP à deux dimensions, les ondes électromagnétiques peuvent se propager uniquement suivant deux polarisations (mode Transverse Electric TE et mode Transverse Magnétique TM).

Si on considère que l'axe Oz est parallèle à l'axe des tiges, dans ce cas les champs peuvent être représentés comme suit, figure II-3 :

² Cristal Photonique à deux (2) dimensions

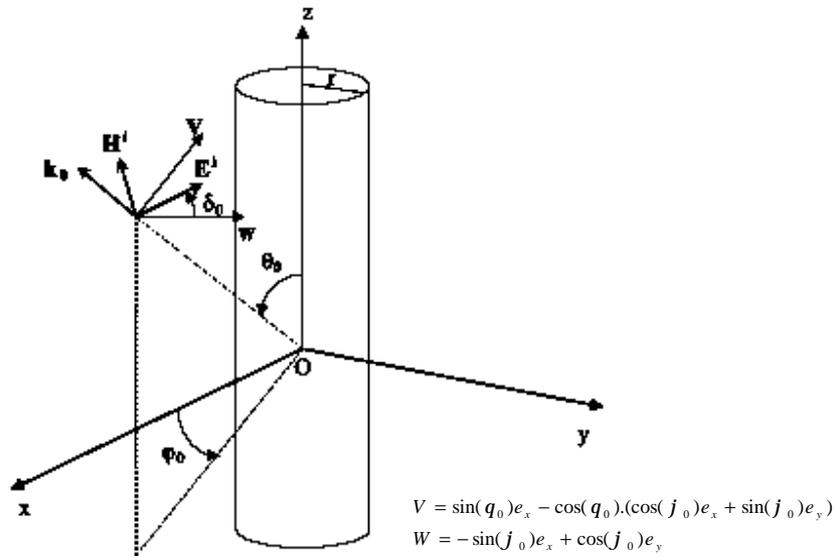


Figure II-3 : Définition des angles φ_0 , δ_0 et θ_0 appelées angle d'incidence, de polarisation et de conicité respectivement [21].

L'onde plane est définie par le triade orienté $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{k})$ caractérisé par les angles d'Euler φ_0 , δ_0 et θ_0 .

Le vecteur \vec{k} est défini comme suit :

$$\vec{k} = \begin{cases} \|k\| \cdot \sin q_0 \cdot \cos j_0 & ; \text{Selon Ox} \\ \|k\| \cdot \sin q_0 \cdot \sin j_0 & ; \text{Selon Oy} \\ \|k\| \cdot \cos q_0 & ; \text{Selon Oz} \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

La polarisation TM (resp. TE) est obtenue lorsque $q_0 = 90^\circ$ et $d_0 = 90^\circ$ (resp. $d_0 = 0^\circ$), Ce qui correspond au :

- Le champ magnétique est perpendiculaire à l'axe Oz en mode TM, tandis que le champ électrique et le déplacement électrique sont parallèles à l'axe Oz.

$$\vec{H}(r, t) = [H_x(\vec{r}), H_y(\vec{r}), 0] e^{j\omega t}$$

$$\vec{E}(r, t) = [0, 0, E_z(\vec{r})] e^{j\omega t}$$

$$\vec{D}(r, t) = [0, 0, D_z(\vec{r})] e^{j\omega t}$$

- Le champ électrique est perpendiculaire à l'axe Oz ainsi que l'induction magnétique en mode TE, tandis que le champ magnétique est parallèle à l'axe Oz.

$$\vec{H}(r,t) = [0,0,H_z(\vec{r})]e^{j\omega t}$$

$$\vec{E}(r,t) = [E_x(\vec{r}),E_y(\vec{r}),0]e^{j\omega t}$$

$$\vec{D}(r,t) = [D_x(\vec{r}),D_y(\vec{r}),0]e^{j\omega t}$$

Et le vecteur d'onde devient

$$(\vec{k}) = \begin{cases} k_x = \|k\| \cos j_0 \\ k_y = \|k\| \sin j_0 \end{cases}$$

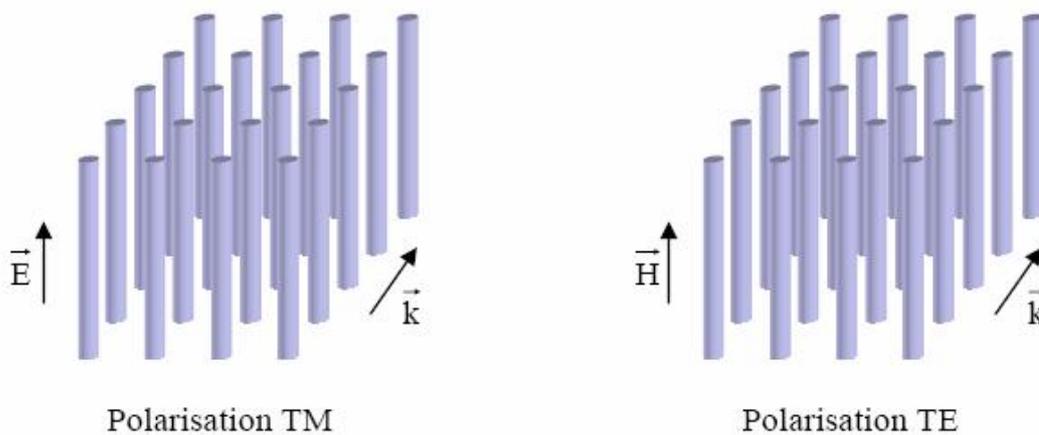


Figure II-4 : Orientation des champs suivant les deux polarisations.

b) La propagation en mode TM

Dans ce cas, les composants des champs [11] sont

$$\vec{H}(r, t) = [H_x(\vec{r}), H_y(\vec{r}), 0] e^{j\omega t} \quad (\text{II-22})$$

$$\vec{E}(r, t) = [0, 0, E_z(\vec{r})] e^{j\omega t} \quad (\text{II-23})$$

$$\vec{D}(r, t) = [0, 0, D_z(\vec{r})] e^{j\omega t} \quad (\text{II-24})$$

Les équations de Maxwell (II-10), (II-11) et l'équation constitutive (II-12) en deux dimensions deviennent :

$$\left(\frac{\partial H_y(\vec{r})}{\partial x} - \frac{\partial H_x(\vec{r})}{\partial y} \right) = -j\omega D_z(\vec{r}) \quad (\text{II-25})$$

$$\frac{\partial E_z(\vec{r})}{\partial x} = -j\omega m_0 H_y(\vec{r}) \quad (\text{II-26})$$

$$\frac{\partial E_z(\vec{r})}{\partial y} = j\omega m_0 H_x(\vec{r}) \quad (\text{II-27})$$

$$D_z(\vec{r}) = \epsilon_0 \epsilon(\vec{r}) E_z(\vec{r}) \quad (\text{II-28})$$

En insérant les équations (II-26), (II-27) et (II-28) dans l'équation (II-25), nous aboutissons à l'équation de Helmholtz pour une onde polarisée en mode TM sous la forme.

$$\frac{\partial^2 E_z(\vec{r})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z(\vec{r})}{\partial y^2} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon(\vec{r}) E_z(\vec{r}) = 0 \quad (\text{II-29})$$

D'après la théorème de Bloch le champ $E_z(x, y)$ peut être comme suit.

$$E_z(\vec{r}) = E_0 u_k(\vec{r}) e^{j\vec{k}\vec{r}} \quad (\text{II-30})$$

Avec $u_k(\vec{r})$ une fonction périodique $(u_k(\vec{r} + \vec{G}_{n,m}) = u_k(\vec{r}))$ et $\vec{G}_{n,m} = n\vec{a}_1 + m\vec{a}_2$

\vec{a}_1^*, \vec{a}_2^* : Vecteurs de base du réseau réciproque.

Donc la décomposition de $E_z(\vec{r})$ en série de Fourier donne :

$$E_z(\vec{r}) = \sum_n \sum_m E_0 e_{n,m} \cdot e^{j(k+G_{n,m})\vec{r}} \quad (\text{II-31})$$

Ainsi que pour $e(\vec{r})$

$$e(\vec{r}) = \sum_{n'} \sum_{m'} V_{n',m'} e^{jG_{n',m'}\vec{r}} \quad (\text{II-32})$$

$$\text{Avec} \quad V_{n',m'} = \frac{1}{S} \iint_{xy} e(x, y) e^{jG_{n',m'}\vec{r}} dx dy \quad (\text{II-33})$$

S : représente l'aire de la maille élémentaire du réseau direct.

L'insertion de l'équation (II-30) et (II-31) dans l'équation (II-28) et après simplification notamment la suppression du double somme en n, m et l'exponentielle [12], on obtient :

$$\left[(k_x + G_{x_{n,m}})^2 + (k_y + G_{y_{n,m}})^2 \right] e_{n,m} \left(\frac{c}{W} \right)^2 = \sum_n \sum_m V_{n-n',m-m'} e_{n',m'} \quad (\text{II-34})$$

Sous forme matricielle

$$\left[A - \left(\frac{c}{W} \right)^2 I \right] e_{n,m} = 0 \quad (\text{II-35})$$

$$\text{Avec} \quad A = \frac{\sum_n \sum_m V_{n-n',m-m'}}{(k_x + G_{x_{n,m}})^2 + (k_y + G_{y_{n,m}})^2} \quad (\text{A : Une matrice})$$

Comme pour le cas unidimensionnel, il suffit de réaliser une recherche des valeurs propres de la matrice A pour chaque couple (k_x, k_y) qui permis de déterminer les valeurs permises et interdites de la fréquence.

c) La propagation en mode TE

Les composants des champs [11] sont :

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = [0, 0, H_z(\vec{r})] e^{j\omega t} \quad (\text{II-36})$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = [E_x(\vec{r}), E_y(\vec{r}), 0] e^{j\omega t} \quad (\text{II-37})$$

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = [D_x(\vec{r}), D_y(\vec{r}), 0] e^{j\omega t} \quad (\text{II-38})$$

Les équations de Maxwell (II-9), (II-10) et la relation constitutive (II-11) deviennent :

$$\frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial x} = -j\omega D_y(\vec{r}) \quad (\text{II-39})$$

$$\frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial y} = j\omega D_x(\vec{r}) \quad (\text{II-40})$$

$$\left(\frac{\partial E_y(\vec{r})}{\partial x} - \frac{\partial E_x(\vec{r})}{\partial y} \right) = j\omega H_z(\vec{r}) \quad (\text{II-41})$$

$$D_x(\vec{r}) = \epsilon_0 \epsilon(\vec{r}) E_x(\vec{r}) \quad (\text{II-42})$$

$$D_y(\vec{r}) = \epsilon_0 \epsilon(\vec{r}) E_y(\vec{r}) \quad (\text{II-43})$$

L'insertion de l'équation (II-42), (II-43) et (II-39), (II-40) dans l'équation (II-41), nous aboutissons à la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{\epsilon(\vec{r})} \frac{\partial H_z(\vec{r})}{\partial y} \right] + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 H_z(\vec{r}) = 0 \quad (\text{II-44})$$

La décomposition en série de Fourier de H_z et $\frac{1}{\epsilon(\vec{r})}$ donne.

$$H_z(\vec{r}) = \sum_n \sum_m H_0 h_{n,m} e^{j(k+G_{n,m})\vec{r}} \quad (\text{II-45})$$

$$\frac{1}{e(\vec{r})} = \sum_{n'} \sum_{m'} f_{n',m'} e^{jG_{n',m'}\vec{r}} \quad (\text{II-46})$$

En insérant (II-45) et (II-46) dans (II-44), cette dernière devient

$$h_{n,m} \left(\frac{W}{c}\right)^2 = \sum_n \sum_m f_{n-n',m-m'} (k_x^2 + k_x G_{x_{n-n',m-m'}} + G_{x_{n,m}} G_{x_{n',m'}} + k_y^2 + k_y G_{y_{n-n',m-m'}} + G_{y_{n,m}} G_{y_{n',m'}}) h_{n',m'} \quad (\text{II-47})$$

Sous forme matricielle :

$$\left[B - \left(\frac{W}{c}\right)^2 I \right] h_{n,m} = 0 \quad (\text{II-48})$$

$$\text{Avec } B = \sum_n \sum_m f_{n-n',m-m'} (k_x^2 + k_x G_{x_{n-n',m-m'}} + G_{x_{n,m}} G_{x_{n',m'}} + k_y^2 + k_y G_{y_{n-n',m-m'}} + G_{y_{n,m}} G_{y_{n',m'}})$$

B : une matrice

Il suffit de réaliser une recherche des valeurs propres de la matrice B pour chaque couple (k_x, k_y) qui permis d'obtenir les fréquences autorisées à se propager dans le cristal photonique.

II.2- LES APPLICATIONS DES CRISTAUX PHOTONIQUES

Il y a deux types d'utilisations :

- 1) Celles qui utilisent le cristal photonique à des longueurs d'onde dans la gap.
- 2) Celles qui font à propriété plus particulière du diagramme de bandes du cristal.

La majorité des applications qui repose sur la bande interdite photonique sont réalisées en introduisant des défauts dans la structure.

II.2.1- Matériaux BIP à défaut

La structure des matériaux à bande interdite photonique repose sur l'insertion contrôlée de défauts au sein du cristal lors de sa fabrication. Les défauts possibles peuvent aller de la modification de la taille ou de l'indice d'un seul motif du cristal à des défauts plus étendus comme le retrait de rangées entières de motifs.

En général, les modifications ponctuelles permettent de réaliser les micros résonateurs et les modifications linéaires réalisent des guides d'onde.

Il est possible de réaliser les défauts sur les cristaux photoniques à une ou trois dimensions, mais nous considérons uniquement notre cas à deux dimensions.

Soit la structures ci-dessous :

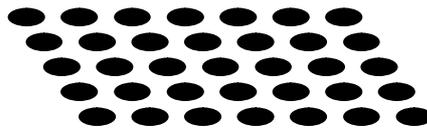
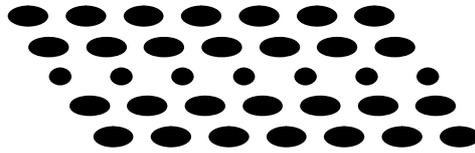


Figure II-5 : Structure à deux dimensions d'un cristal photonique sans défaut

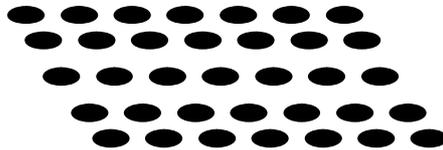
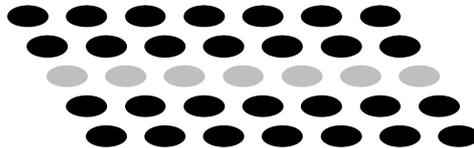
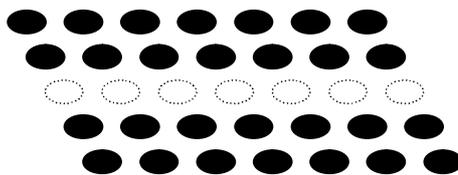
Les différents types de défaut

Dans une structure périodique à deux dimensions, il est possible de créer des ruptures sur la périodicité diélectrique selon de types :

- ü les mono défauts ou les défauts ponctuels consistent à créer un défaut dans un seul et même endroit.
- ü les multi défauts, où les défauts linéaires consistent à répéter dans plusieurs et différents endroits à l'intérieur de la structure.

a) Dimensions des motifs élémentaires**Figure II-6 : Défaut de dimension du motif élémentaire**

Sur la figure II-6, la dimension des motifs élémentaires de la troisième rangée a été réduite.

b) Distance entre motifs élémentaires**Figure II-7: Défaut de distance entre motifs élémentaires****c) Valeur de la permittivité relative des motifs élémentaires****Figure II-8 : Défaut sur la permittivité relative****d) Défaut par vacuité****Figure II-9 : Défaut par vacuité**

II.2.2- Les différentes applications

a) Guides d'ondes :

Les guides d'onde sont réalisés en créant un multi défaut (défaut linéaire) qui consiste à enlever une rangée ou plus dans le cristal photonique.

Le processus de guidage dans les guides a cristal photonique est différent de celui des guides classiques a réfraction (guidage par indice) puisqu'ils reposent majoritairement sur l'existence d'une bande interdite omnidirectionnelle dans le plan (guidage par bande).

Les guides coudés (courbés) permettent théoriquement de réaliser des virages avec des rayons de courbure de l'ordre de longueur d'onde sans pertes, mais expérimentalement des problèmes de réflexion et de pertes subsistent à cause du couplage dans le virage vers les modes de fuite dans le cône de lumière.

La figure II-10 donne la structure d'un guide photonique droit et d'un autre coudé

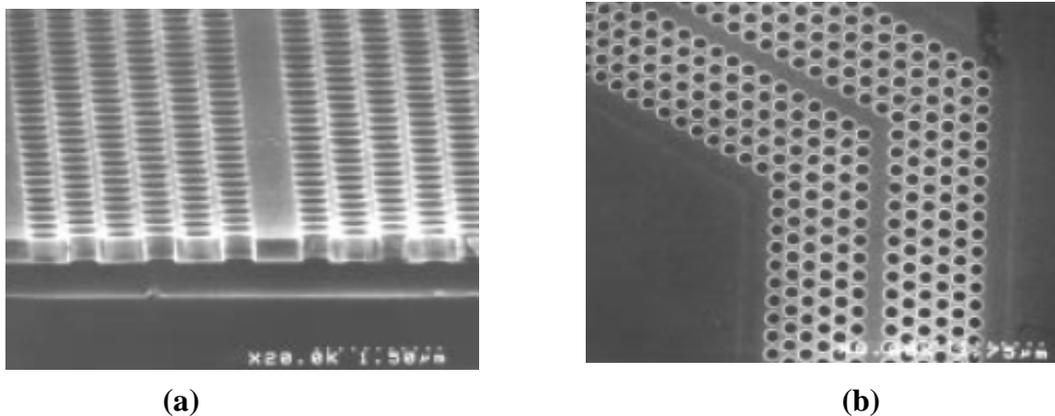


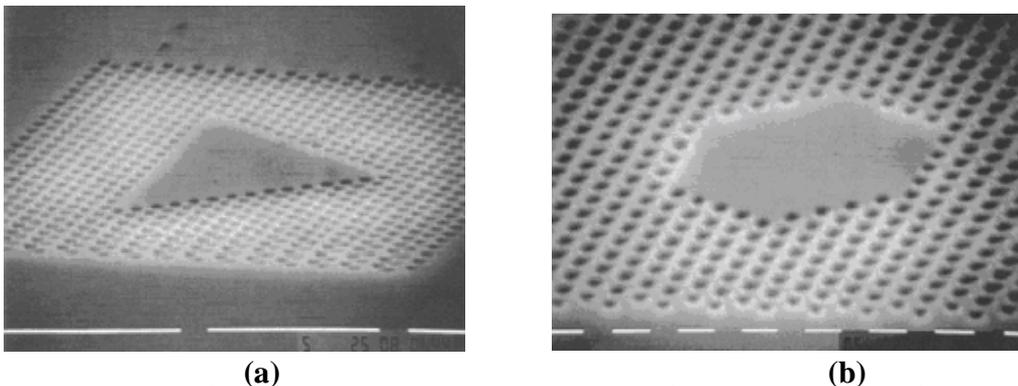
Figure II-10 : guides d'onde à cristaux photoniques [19]: a) droit, b) coudé

b) Cavités :

Les premières cavités avec des cristaux photoniques bidimensionnels sont réalisées en 1996, ces cavités sont élaborées en incluant des mono défauts sur le réseau cristallin photonique.

Il est montré que ce dispositifs présentent un facteur de qualité élevé pour les modes résonants grâce a l'excellente propriété de réflexion du cristal, tout cela sur des cavités à grande dimension possédants plusieurs modes.

Les cavités sur membrane suspendue (entourée d'air semblent donner les meilleurs résultats) avec des dimension très petites, sont illustrées dans la figure II-11 ,une cavité triangulaire et une autre hexagonale plongées dans un cristal photonique triangulaire.



(a) **(b)**
Figure II-11 : cavités sur membrane suspendue [28]: a) cavité triangulaire b) cavité hexagonale, entourées par un cristal photonique triangulaire.

c) Filtres et multiplexeurs :

L'idée est de créer un défaut linéaire et un autre ponctuel sur le même cristal photonique qui va permettre d'insérer ou d'extraire des longueurs d'onde bien précises dans un flux de données.

La figure II-12, représente une cavité résonante couplée par recouvrement des ondes évanescentes à des guides d'onde, cette structure appelée un filtre 'Add-Drop'.

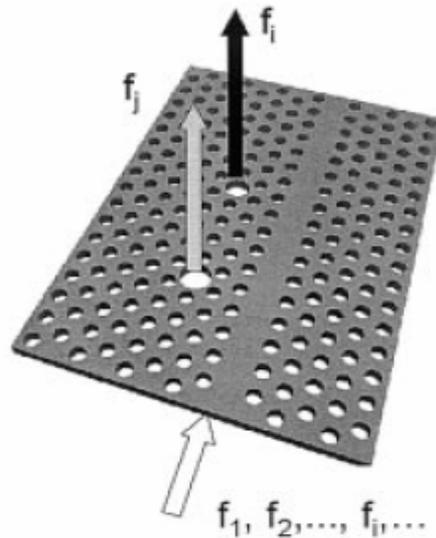


Figure II-12 : la structure et le principe de fonctionnement d'un filtre Add-Drop ; une rangée a été éliminée pour guider les ondes avec des fréquences $f_1, f_2, \dots, f_i, \dots$. Et les défauts ponctuels pour extraire les fréquences désirées f_i, f_j [22].

d) Réflecteurs et antennes :

En exploitant les propriétés de réflexions des cristaux photonique dans la gap, nombreuses études on été menées et montrent l'utilisation de matériau BIP comme substrat d'antenne ou comme réflecteur dans le but d'augmenter la directivité des antennes.

Sur le travail publié en 1999 [26], un réflecteur a bande interdite photonique de forme parabolique de sept couches a été réalisé, figure II-13.

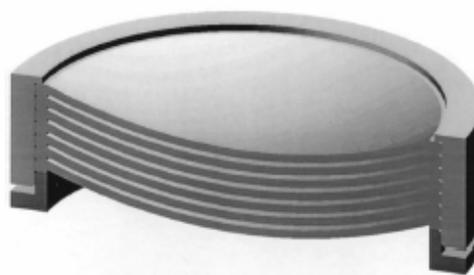


Figure II-13: réflecteur BIP constitué de sept disques diélectriques [26].

Il a été montré que ce réflecteur a permis d'éliminer les lobes secondaires apparus dans le cas d'une antenne sans réflecteur à cristal photonique, figure II-14.

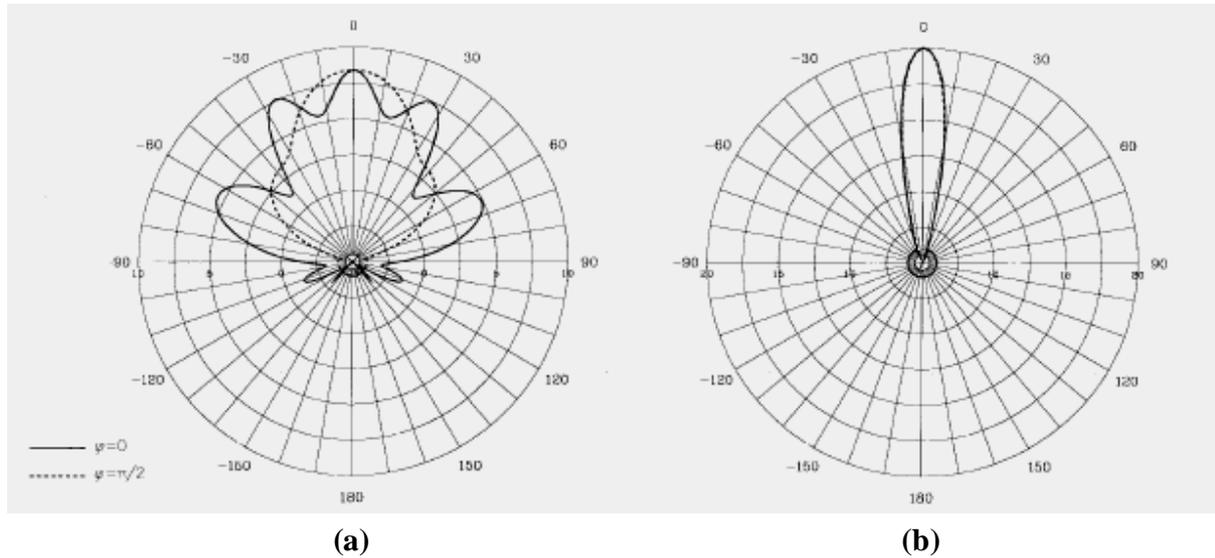


Figure II-14: une comparaison entre la directivité d'une antenne [26] : a) sans réflecteur BIP, b) avec réflecteur BIP

e) Fibres optiques :

Les fibres optiques à cristal photonique sont apparues en 1996, elles sont constituées d'un cœur de silice pur entouré d'un arrangement régulier d'air de dimension microscopique disposée parallèlement à l'axe.

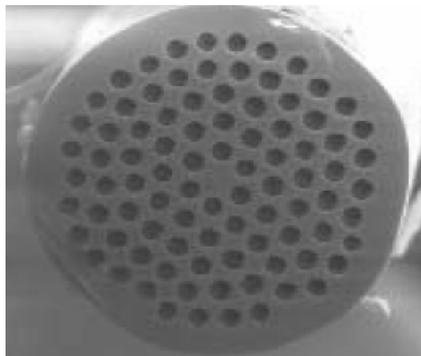


Figure II-15: fibre optique à cristal photonique [31].

II.3- CHOIX D'UN CP2D

Dans le cas bidimensionnel idéal, on peut constater que le cristal le plus propice aux gaps photoniques est le réseau triangulaire de trous, la période est toujours fixée de façon à obtenir une bande interdite dans au moins une polarisation à des longueurs d'onde d'intérêt telles que $1.3 \mu\text{m}$ et surtout $1.55 \mu\text{m}$ [01].

La carte des gaps associée à chaque cristal photonique permet d'effectuer ce choix sans difficulté, pour cela il suffit de choisir un facteur de remplissage (de préférable qu'il soit grand) pour trouver deux valeurs ou la longueur d'onde normalisée (λ/l) est comprise entre elles, et par conséquence on aura une période comprise elle aussi entre deux valeurs selon la longueur d'onde d'intérêt.

Le réseau triangulaire offre en effet la zone de Brillouin la plus circulaire, critère favorable au recouvrement des gaps des différentes directions de symétrie [01, 25, 28].

II.3.1- facteur de remplissage

Le facteur de remplissage pour un réseau bidimensionnel est le rapport entre la section d'une tige et l'aire de la maille élémentaire du réseau direct multiplié par N, le nombre de tiges dans cette maille élémentaire [21].

$$f = N \frac{A_{\text{tige}}}{A_{\text{maille_élémentaire}}} \quad (\text{II-49})$$

Pour le réseau unidimensionnel, le facteur de remplissage est le rapport entre l'épaisseur de la couche diélectrique de haut indice et la période du réseau.

$$f = \frac{e_H}{e_H + e_L} \quad (\text{II-50})$$

Dans le cas de motifs circulaires de rayon r dans un cristal triangulaire de période a , on peut

définir le facteur de remplissage en air :

$$f = \frac{2p}{\sqrt{3}} \left(\frac{r}{a} \right)^2$$

II.3.2- contraste d'indice

Le rapport entre l'indice de réfraction de la matrice diélectrique et l'indice de réfraction des tiges constituant le réseau, s'appelle le contraste d'indice [13,20].

Pour une structure unidimensionnelle, le contraste d'indice est

$$d = \frac{n_H}{n_L}$$

n_H : l'indice de réfraction de la couche diélectrique de haut indice.

n_L : l'indice de réfraction de la couche diélectrique de bas indice.

Il est connu aujourd'hui qu'une large bande interdite photonique est obtenue pour un contraste d'indice inversé (réseaux de trous d'air dans une matrice diélectrique) [21].

II.3.3- Diagramme de bandes

La résolution de l'équation (II-35) pour la polarisation TM et (II-48) pour la polarisation TE, nous donne directement le diagramme de bandes pour les deux polarisations, en faisant balayer le vecteur d'onde sur le contour de la première zone de Brillouin (les points de haute symétrie) pour obtenir toutes les valeurs de la fréquence normalisée autorisées et non autorisées à se propager.

Un exemple de diagramme de bande d'un réseau triangulaire de trous d'air dans une matrice diélectrique $\epsilon_{Si} = 12$ en polarisation TM est représenté dans la figure II-16.

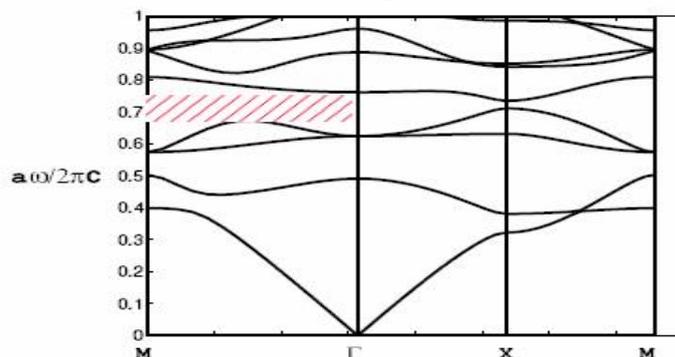


Figure II-16 : Diagramme de bandes d'un CP2D triangulaire infini de silicium (constante diélectrique $\epsilon_{Si} = 12$) en polarisation TM [15].

II.3.4- la carte de bandes

Le calcul du diagramme de bande vu précédemment nous renseigne, entre autre, sur les propriétés (la position et la largeur) des bandes interdites photoniques pour chaque polarisation.

Cependant, deux paramètres peuvent encore être ajustés afin de jouer sur celles-ci ; l'indice de la matrice et le facteur de remplissage (ou le rapport $(\frac{r}{a})$), pour une matrice donnée (donc pour un indice donné), il est intéressant de connaître l'influence du facteur $(\frac{r}{a})$ sur la position et la largeur des gaps photoniques, c'est la carte de bandes.

Un exemple de carte de bande est représenté dans la figure

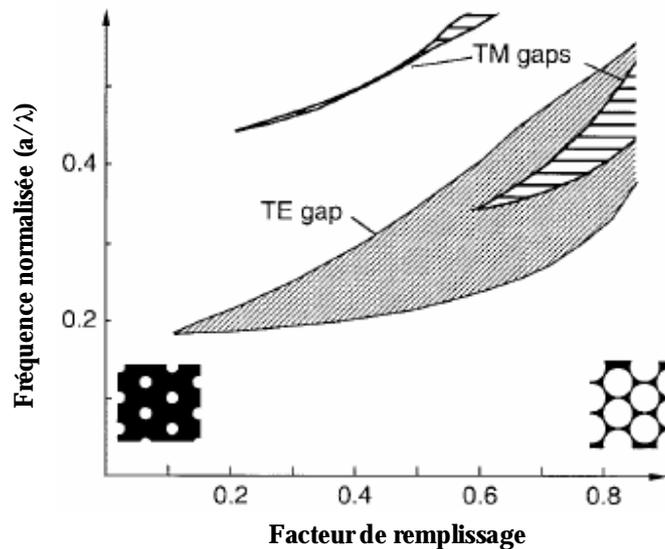


Figure II-17 : Carte de bandes pour les deux polarisation TM et TE d'un CP2D triangulaire de trous d'air plongés dans une matrice diélectrique (constante diélectrique $\epsilon_{Si} = 13.6$) [24].

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le phénomène de la propagation de la lumière dans les cristaux photoniques, nous avons même cité quelques techniques de modélisation parmi eux la méthode des ondes planes.

La méthode des ondes planes nous a permis de déterminer les bandes de fréquence permises et interdites en calculant les modes propres $(\frac{\omega}{c})^2$, et aussi de tracer le diagramme de dispersion, la distribution des champs électrique et magnétique et la densité d'état.

La réalisation des dispositifs à base des cristaux photoniques est très intéressante car il suffit de créer un défaut dans le CPh, les conséquences de ces défauts vont apparaître soit sur les longueurs d'onde dans la bande interdite soit sur les propriétés du diagramme de bandes du cristal, ce qui permet de réaliser des guides d'onde, des cavités,etc.

Une zone de Brillouin la plus circulaire, critère favorable au recouvrement des bandes dans différentes directions de symétrie est indispensable dans le choix d'un CPh, c'est pour cette raison que la plupart des recherches sont sur le réseau triangulaire.

Chapitre III:

Résultats et interprétations

Introduction

L'étude des matériaux et dispositifs à bande interdite photonique est apparue après la publication de Yablonovitch en 1987 de ses travaux portant sur la modélisation et caractérisation des propriétés optiques, géométriques et même les techniques de fabrication de ces matériaux.

La complexité de la fabrication et de la caractérisation des cristaux photoniques aux fréquences optiques rend coûteuse en temps et en argent les études expérimentales systématiques sur les dispositifs des cristaux photoniques. Le développement des méthodes de modélisation optiques précises et rapides reste donc primordial pour l'étude de ces structures. Plusieurs méthodes ont été envisagées, pour la modélisation des CPs, parmi elles, la méthode FDTD, les ondes planes et la matrice de transfert. De plus, certains simulateurs comme le FIMMWAVE-FIMMPROP ont été conçus pour faciliter cette tâche.

Dans ce chapitre, nous allons utiliser le FIMMWAVE-FIMMPROP comme un moyen de modélisation des cristaux photoniques. Dans un premier temps, nous construirons une structure à une dimension puis nous relèverons quelques résultats en utilisant le FIMMPROP. Dans un second temps, nous étalerons notre étude au cas d'une structure à deux dimensions en passant tout d'abord par la structure en damier puis par celle en réseau carré de tiges à section carrée et à tiges de section circulaire. On terminera par une comparaison entre le réseau carré et le réseau triangulaire de tiges à section circulaire et nous nous intéresserons également à la validation de nos résultats.

III.1- INTRODUCTION A FIMMWAVE-FIMMPROP

Dans le but de faciliter la modélisation de la propagation d'onde dans les différents composants tel que les guides d'onde, fibres optiques,...etc. Photon Design a conçu un simulateur appelé FIMMWAVE-FIMMPROP.

FIMMWAVE permet de modéliser différentes structures en une, deux ou trois dimensions en utilisant un formalisme très intéressant. Suldo [35] a transformé ce formalisme en un programme qui est devenu la base sur laquelle FIMMWAVE fonctionne.

Dans FIMMWAVE, il existe plusieurs modules intégrés, chaque module assure une fonction bien précise, parmi ces modules se trouve FIMMPROP. Ce dernier assure la modélisation de la propagation d'onde dans les structures où FIMMWAVE est capable de les faire, il est complètement bidirectionnelle et permet aussi une inspection visuelle des champs propagés. Notons que FIMMPROP est très efficace pour les structures périodiques.

III.1.1- La fenêtre principale du FIMMWAVE

La figure ci-dessous montre la fenêtre principale de FIMMWAVE, dans cette fenêtre se trouve la barre de menu, la barre des nœuds (projets) et l'arbre de projets.

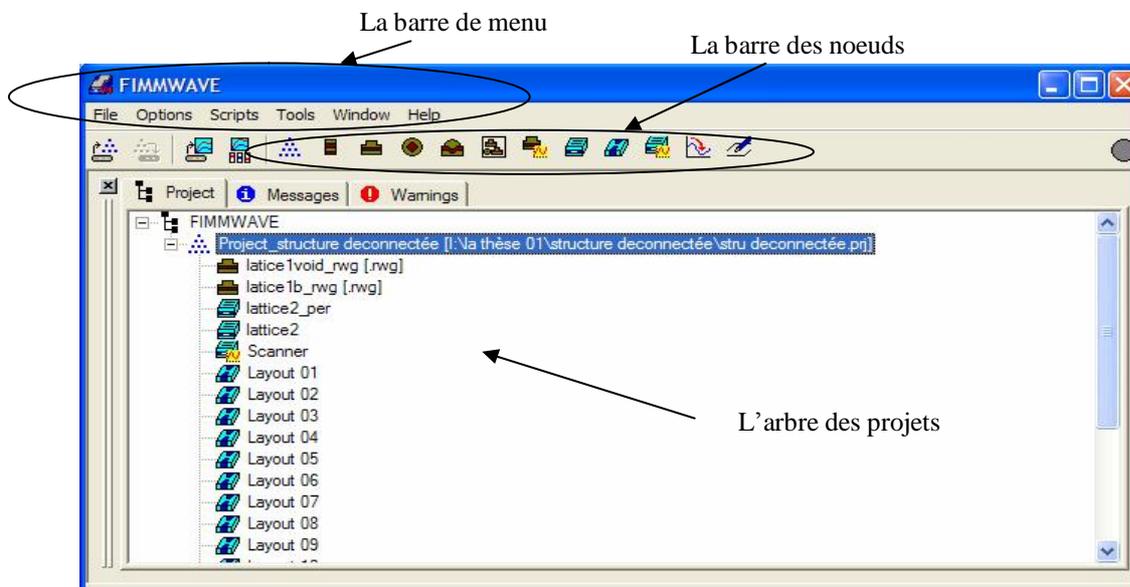


Figure III-1 : la fenêtre principales de FIMMWAVE

Les nœuds existants sont RWG¹, FWG², MWG³ et CWG⁴, nous détaillerons uniquement le nœud de type RWG, car il sera utilisé dans la majorité de nos projets.

III.1.1.1- RWG (*Rectangular geometry WaveGuide*)

Le nœud de type RWG est une structure composée d'une ou plusieurs tranches (*Slices*). Chaque tranche est uniforme dans la direction horizontale, mais peut avoir une ou plusieurs couches dans la direction verticale.

- Paramètres de RWG

Les paramètres sont:

- Mattel** : le nom du matériau (extrait de fichier .mat).
- Stub** : la température de Guide d'onde (en Celsius).
- SliceWidth** : la largeur de chaque tranche (en μm).
- SliceEtchDepth** : la profondeur de gravure dans chaque tranche (en μm).
- BClhs** : permet de définir les conditions aux limites (coté latérale du
- BCrhs** guide), elle peut être métallique, magnétique, périodique, impédance ou miroir.
- ImpedanceFact** : facteur d'impédance utilisé dans le cas des conditions **aux limites** de type Impédance.
- PmlWidth** : la largeur de la PML.

III.1.1.2- Les solutionneurs

Il existe plusieurs solutionneurs dans FIMMWAVE, sous certaines conditions, chacun d'eux fonctionne suffisamment. Parmi ces solutionneurs il y a le solutionneur d'indice effectif (*The effective index solver*) du MOLAB. Ce solutionneur utilise l'approximation [04], appelée également l'approximation de l'indice effectif qui permet de considérer le champ comme suit :

$$F(x, y) = A(x).B(y)$$

Il est très rapide et très efficace dans le cas de faible indice de réfraction.

¹ RWG : **R**ectangular geometry **W**ave**G**uide.

² FWG : **F**ibre geometry **W**ave**G**uide.

³ MWG: **M**ixed geometry **W**ave**G**uide.

⁴ CWG: **C**omound geometry **W**ave**G**uide.

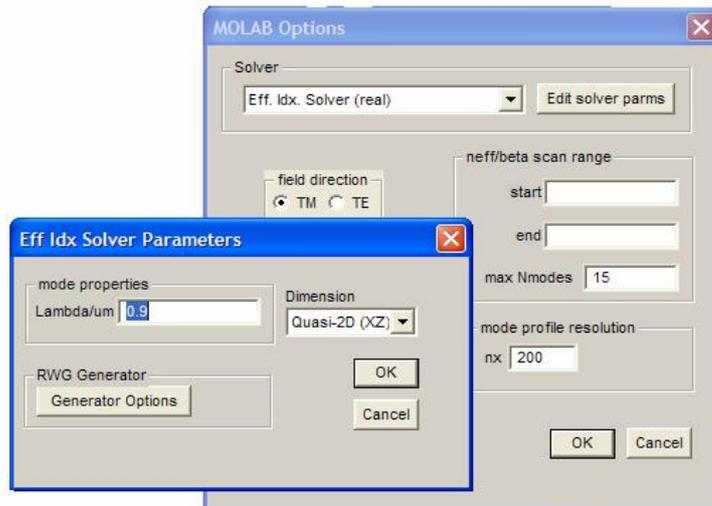


Figure III-2 : la fenêtre du solveur *effective index*

III.1.1.3- L'arbre de projets

Les projets construits dans FIMMWAVE sont appelés les nœuds, et chaque projet peut contenir plusieurs nœuds. Tous les projets figurent dans l'arbre de projet, il assure l'opération de management de ces projets. La figure ci-dessous présente un arbre de projets.

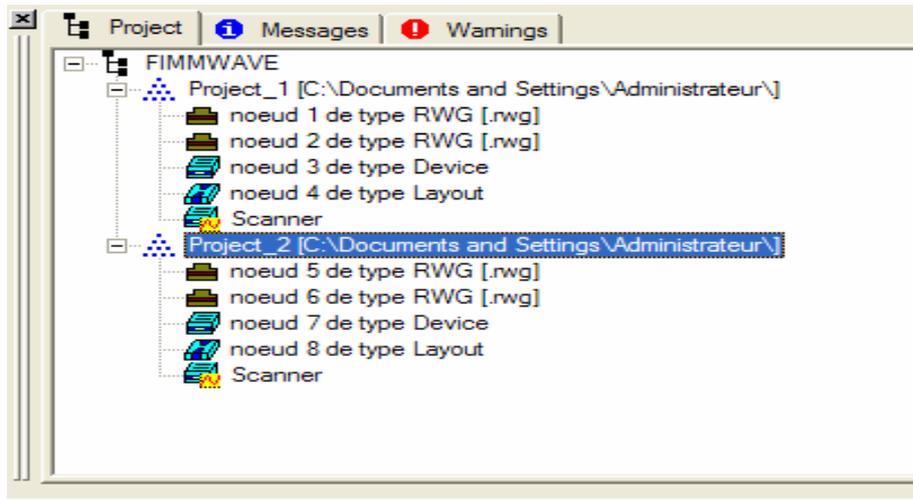


Figure III-3 : l'arbre de projets

III.1.2- FIMMPROP

FIMMPROP est un module intégré dans FIMMWAVE, il permet de modéliser la propagation d'onde dans différentes structures à une, deux ou trois dimensions. Il est complètement bidirectionnel, et il nous permet de définir le type d'onde d'entrée, la polarisation, l'angle d'incidence,...etc.

Dans ce qui suit, nous allons présenter uniquement les nœuds jugés utiles dans notre travail tel que *FIMMPROP Scanner*, *Device* et *Layout*.

III.1.2.1- Device

Ce type de nœud est constitué d'un ensemble de sections couplées entre elles, chaque section est invariante dans la troisième direction. *Device* permet d'avoir autant de sections souhaitables et permet aussi d'insérer un nœud de type *Device* dans un autre, ce qui permet de créer des structures périodiques.

Device est constitué essentiellement de : l'élément, la section et les joints. Un élément est un ensemble de deux sections ou plus jointées par les joints. Les joints contiennent tous les informations qui permettent de définir l'interface entre les sections. Par conséquent, *Device* est constitué par un ensemble d'éléments jointés à leurs tours par les joints.

La figure ci-dessous présente la fenêtre de *Device*.

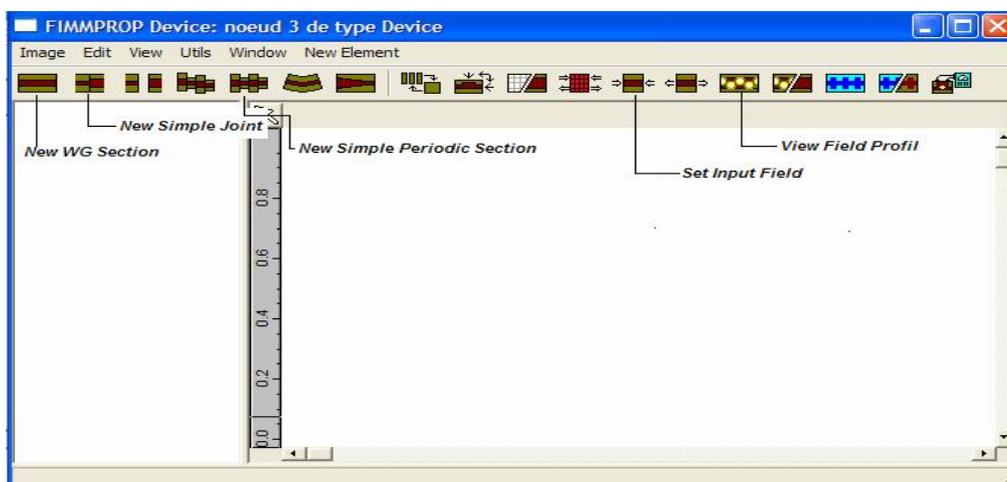


Figure III-4 : la fenêtre du nœud de type *Device*

III.1.2.2- Layout

Ce type de nœud permet de créer des structures en deux dimensions, il nous offre la possibilité d'insérer des formes rectangulaires, elliptiques et polynomiales dans notre structure. Il faut noter qu'un nœud de type *Layout* peut être inséré dans un autre nœud de type *Device*.

La figure ci-dessous présente la fenêtre de *Layout*.

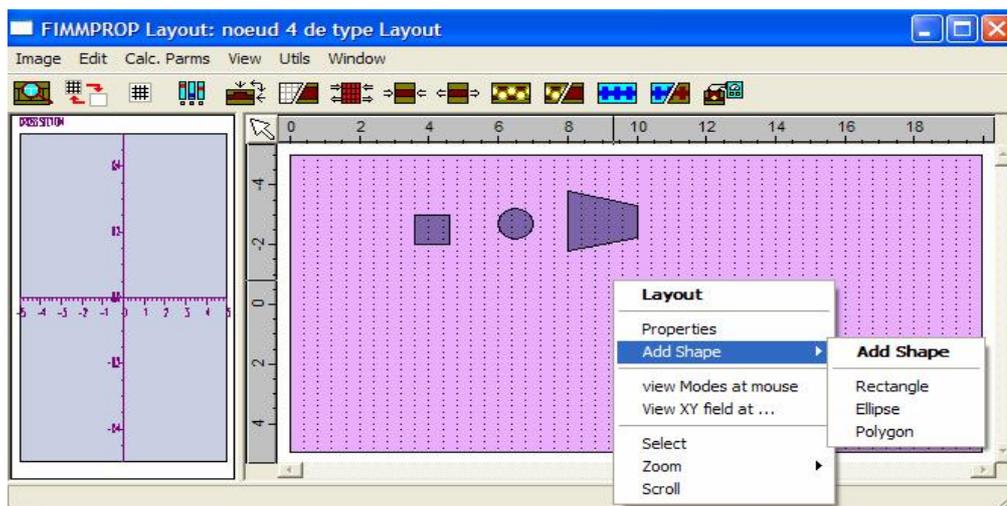


Figure III-5 : la fenêtre de *Layout*

III.1.2.3- FIMMPROP Scanner

Dans le scanner de FIMMPROP, il y a obligation d'insérer deux nœuds de type *Device* ou *Layout*, l'un représente le point de départ et l'autre (*Replicate*) le point d'arrivée. Dans la structure *Replicate* on ajuste le paramètre désiré pour qu'il change.

A la fin de l'opération de scannage, plusieurs paramètres peuvent être visualisés, parmi ces paramètres, se trouve la puissance totale. La sortie dépend de l'entrée, si on sélectionne à l'entrée *LHS mode* ou *RHS mode* et le numéro de mode, FIMMPROP va prendre en compte ces valeurs pour définir l'entrée. Par contre, si on sélectionne *device input* le scanner va considérer à l'entrée les paramètres définis dans la boîte de dialogue *input field profile* des nœuds *Device* ou *Layout*[04].

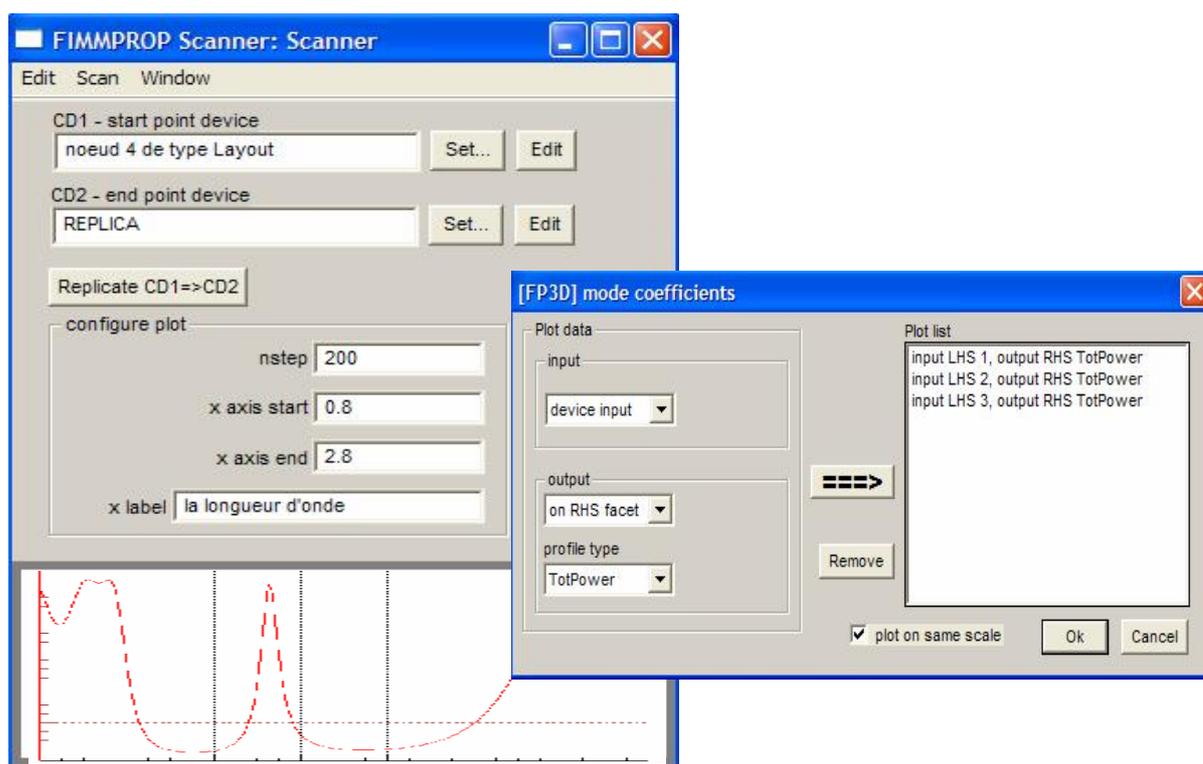


Figure III-6 : La fenêtre du Scanner de Fimmprop

III.2- CRISTAL PHOTONIQUE A UNE DIMENSION

Les cristaux photoniques à une dimension, appelés aussi les miroirs de Bragg, sont représentés par un empilement de couches de différents indices périodiques.

Dans cette partie de simulation, nous allons vérifier, tout d'abord, la condition de réflexion totale autour des longueurs d'intérêts (télécommunication 1.3 et 1.55 μm), puis nous allons montrer comment les propriétés optiques varient avec le nombre de période et le facteur de remplissage, en suite, une carte des bandes d'un cristal photonique à une dimension (Si/Si₃N₄) sera donnée.

A la fin de cette partie, nous verrons comment un défaut planaire dans ce type de cristaux conduit à une cavité Fabry –Pérot

III.2.1- La condition de réflexion totale

Une réflexion totale se produit si toutes les ondes réfléchies sont en phase, cela est décrit par la condition de réflexion totale comme suit : $n_1 a_1 = n_2 a_2 = \frac{\lambda}{4}$. Par conséquent, les épaisseurs des couches seront déterminées en considérant une bande photonique la plus large possible.

Dans la suite, on va utiliser un empilement de couches entre le Silicium (Si) et le Nitrure de Silicium (Si₃N₄) par le moyen du simulateur *FIMMPROP*, intégré dans *FIMMWAVE*.

Dans un premier temps, nous créons l'arbre des projets sous le nom Project_1D (cliquer sur l'icône  de la fenêtre principale de *FIMMWAVE* puis taper le nom désiré), cet arbre doit comprendre tous les noeuds nécessaires à la simulation, notre arbre est présenté dans la figure III-7.

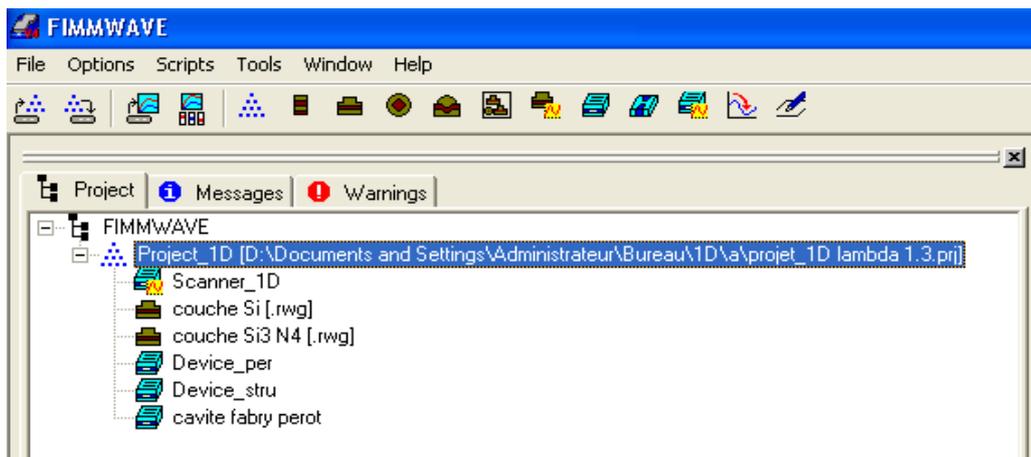


Figure III-7 : Arbre des projets - Project_1D

En cliquant sur le nœud  de type *RWG* (appelés couche Si ou couche Si_3N_4), nous pouvons mettre toutes les caractéristiques des couches.

Soit pour la couche de Silicium l'indice de réfraction, la largeur et la hauteur ($n_1 = n_{\text{Si}} = 3.5$, l_1 et h_2 assez grandes) et pour la couche de Nitrure de Silicium ($n_2 = n_{\text{Si}_3\text{N}_4} = 2$, l_2 et h_2 assez grand). Après cette étape, on construit uniquement la période en cliquant sur le nœud de type *Device*  (appelé *période*) puis on met ces deux couches en empilant par le moyen de ce bouton  et on donne pour chaque couche son épaisseur ($a_1 = a_{\text{Si}} = 0.093 \mu\text{m}$, $a_2 = a_{\text{Si}_3\text{N}_4} = 0.163 \mu\text{m}$) pour une longueur d'onde $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$ qui doit être au centre de la BIP (selon la condition de réflexion totale).

Ensuite, on ouvre le nœud appelé *Device_per* de type *Device* qui nous permet de créer la structure périodique et en cliquant sur l'icône , qui signifie mettre le nœud enregistré dans le nœud *Device_stru* en période avec un nombre de période que nous désirons, nous avons pris $P=9$.

A la fin, on fait appel au Scanner de *FIMMPROP* en cliquant sur le nœud  (appelé *scanner_ID*), on ramène la structure à simuler et on crée une copie. Dans cette dernière, on change le paramètre que nous désirons faire varier pour nous donner le coefficient de réflexion ou de transmission. Ici c'est la longueur d'onde qui doit varier.

Il faut noter que tous les nœuds de type *RWG* et *Device* sont chargés séparément dans le solveur *Effective Index Solver* qui nous permet de déclarer la polarisation ainsi que la longueur d'onde.

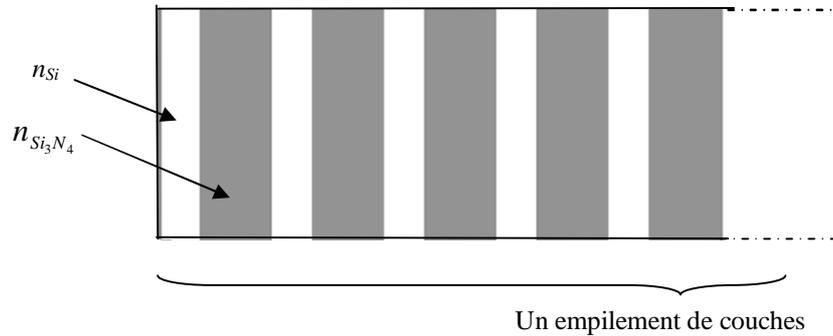


Figure III-8 : Cristal Photonique à une Dimension ; empilement de couches composé d'un matériau Si ($\epsilon_1=12.25$, $a_1=0.093\mu\text{m}$) et Si_3N_4 ($\epsilon_2=4$, $a_2=0.163\mu\text{m}$)

La Figure III-9, représente le coefficient de transmission et de réflexion en fonction de la longueur d'onde, la gamme de longueur d'onde est choisie entre 0.8 et 2.2 μm parce que le Silicium et le Nitrure de Silicium sont transparents pour ces longueurs d'onde.

La longueur centre ($\lambda_0 = 1.3\mu\text{m}$), comme prévu dans la théorie, est entourée de part et d'autre de fréquences constituant le gap photonique, cette bande interdite photonique est comprise entre 1.15 μm et 1.5 μm ce qui résulte en un λ_0 d'environ 1.32 μm .

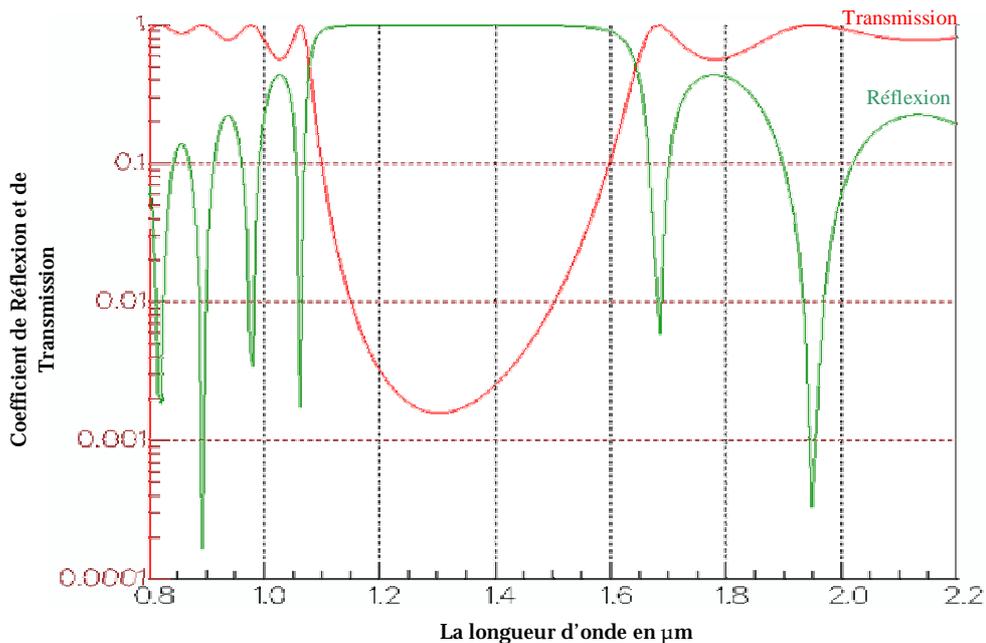


Figure III-9 : Coefficient de Réflexion et de Transmission d'un CP1D composé d'un empilement de couches (Si : Si_3N_4) de 7 périodes

- L'effet du nombre de période :

Afin de constater l'effet du nombre de période, nous avons établie une comparaison entre les coefficients de réflexion et de transmission de 5, 7 et 9 périodes (une période est égale une paire de couches).

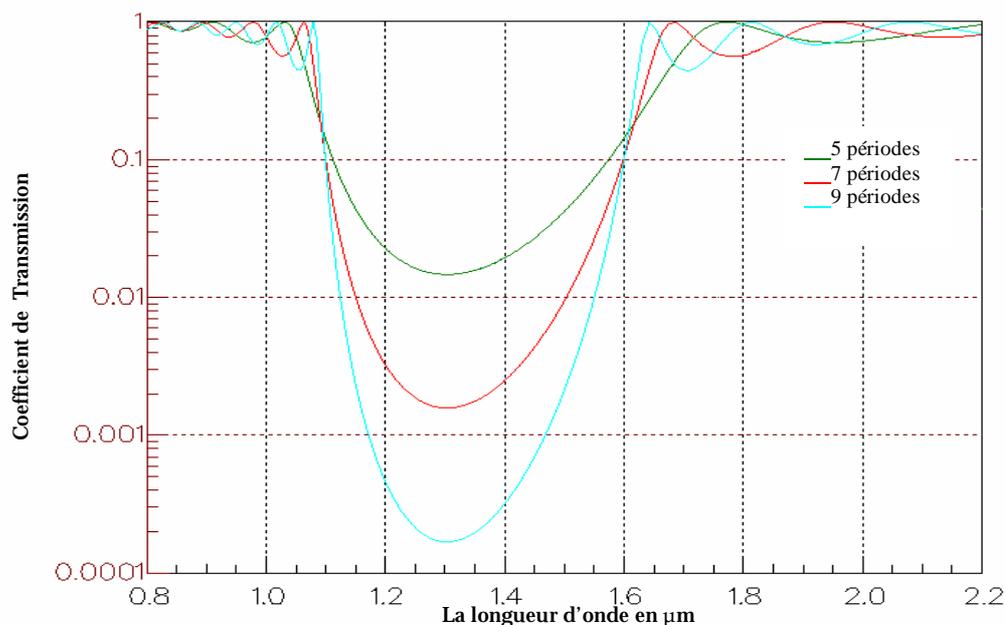


Figure III-10 : Coefficient de Transmission d'un CP1D composé d'un empilement de couches (Si :Si₃N₄) de 5, 7 et 9 périodes

On peut constater que pour cinq paires de couches, un coefficient de transmission d'environ 0.01 n'est atteint pour aucune fréquence. Par contre, lorsqu'on augmente le nombre de périodes, la BIP devient un peu plus profonde et la bande s'élargit en fréquence.

III.2.2- L'effet du facteur de remplissage

Afin de montrer l'effet du facteur de remplissage sur la transmission du signal dans un cristal photonique à une seule direction de périodicité, nous allons faire varier a_1 et a_2 , en gardant toujours $a_1 + a_2 = p$, avec p la période, et on note pour chaque valeur de f la

transmission, avec $f = \frac{a_1}{a_1 + a_2}$, a_1 et a_2 représentent les épaisseurs de la couche de haut indice et la couche de bas indice respectivement.

En gardant la même structure que précédemment mais en choisissant une période de $0.279 \mu\text{m}$ pour une longueur d'onde centre de $1.42 \mu\text{m}$, nous remarquons (figure III-11) qu'il y a une translation vers le bas de la transmission jusqu'à la valeur de $f = 36\%$ où elle est minimale (elle peut même être négligeable), et la condition de réflexion totale est vérifiée.

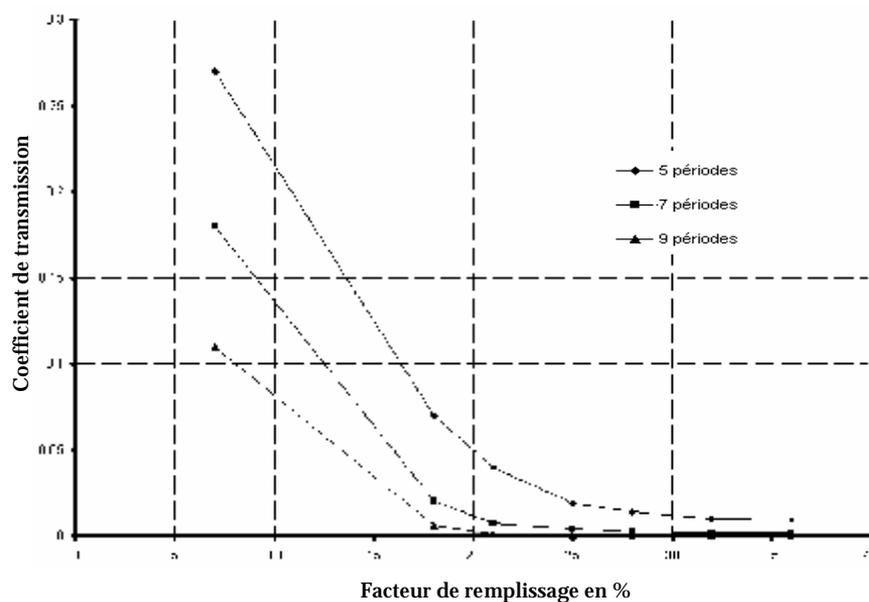


Figure III-11 : L'effet du facteur de remplissage sur la transmission d'un CP1D de 5 , 7 et 9 périodes

III.2.3- La carte des bandes

Nous avons représenté dans la figure III-12 la variation des bandes à la polarisation TM et TE avec le facteur de remplissage de la même structure mais en considérant une période de $0.35 \mu\text{m}$.

Les bandes TE apparaissent lorsque le cristal est bien connecté (l'épaisseur de la couche de haut indice est plus faible que celle de bas indice) puis disparaissent au delà de $f = 41\%$ pour

la première bande et de $f = 68 \%$ pour la deuxième bande, par contre les bandes TM sont favorisées même au delà de ces dernières valeurs de f .

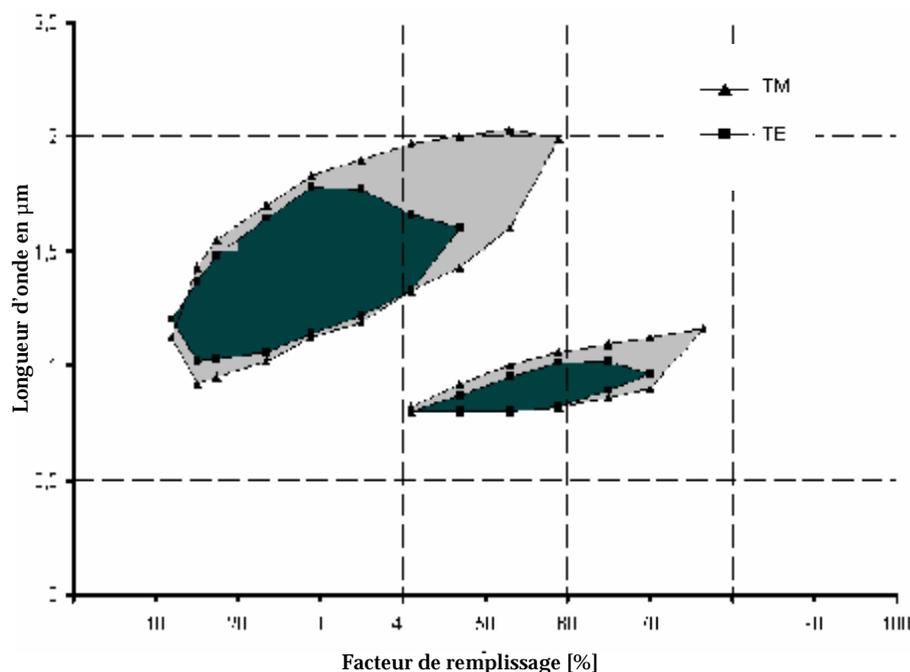


Figure III-12 : Carte des bandes - évolution des bandes interdites TE et TM avec le facteur de remplissage d'un cristal photonique à une dimension réalisé en empilement de couches de Si et Si₃N₄ de période de 0.35 μm

Nous observons qu'un facteur de remplissage optimal d'environ 0.279 μm correspond bien aux épaisseurs optiques optimales de $1/4$ d'un miroir de Bragg est obtenu pour une bande interdite absolue maximale.

III.2.4- la cavité Fabry - Pérot

Dans le paragraphe précédent, la présence de la bande interdite est mise en évidence par une bande de faible transmission. Ceci ne démontre pas que cela s'accompagne d'une forte réflectivité. C'est notamment les mesures de cavité Fabry-Pérot qui permettent de démontrer la forte réflectivité des cristaux photoniques. Le concept d'une cavité Fabry-Pérot à cristaux photoniques est celui de créer un défaut dans un CP1D, il s'agit donc de modifier l'épaisseur ou bien d'ajuster l'indice de réfraction d'une des deux couches.

Notre cavité se compose d'un empilement de cinq paires de couches de Silicium et de Nitrure de Silicium de période d'environ $0.256 \mu\text{m}$, la cavité est au milieu du cristal d'épaisseur de $0.3394 \mu\text{m}$ et d'indice n_H , figure III-13.

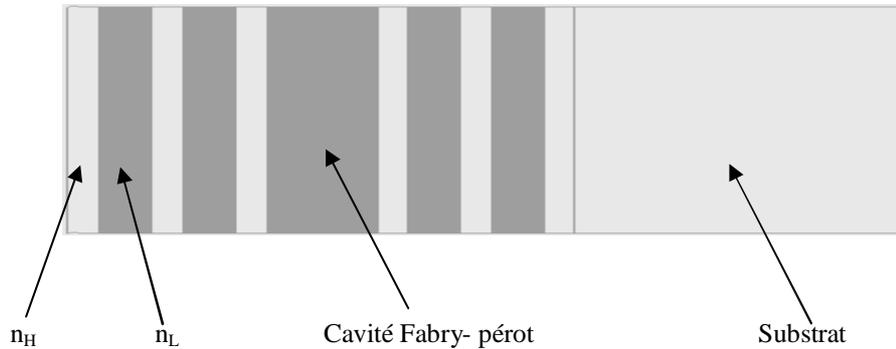


Figure III-13 : la cavité Fabry- pérot

Une bande interdite apparaît autour d'une longueur d'onde d'environ $1.3 \mu\text{m}$ (dans le cas d'un cristal sans défaut). A cette longueur d'onde, on observe une augmentation remarquable du coefficient de transmission d'une amplitude de 0.925 , il s'agit donc d'un mode permis à se propager dans le cristal.

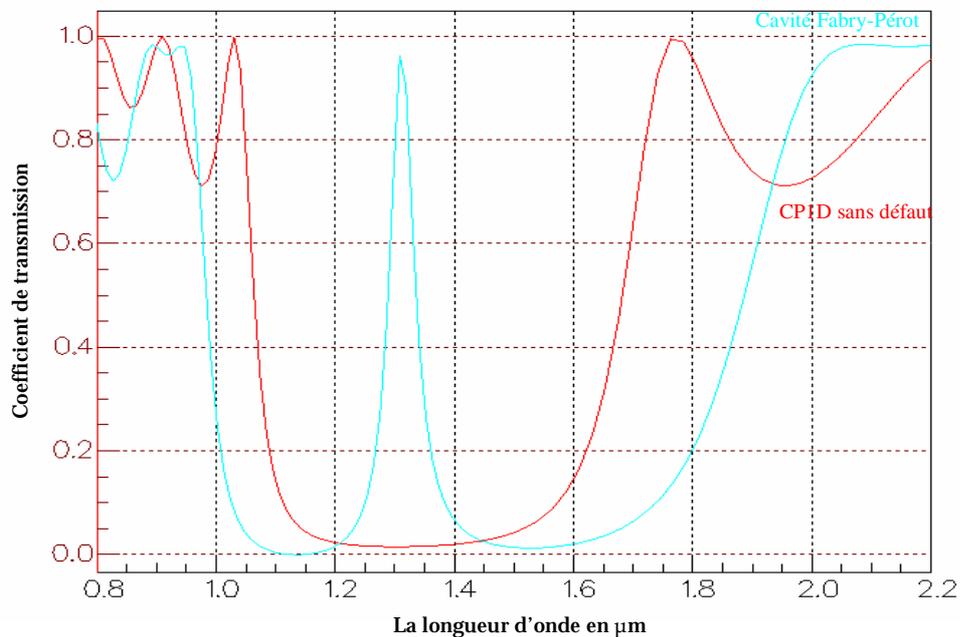


Figure III-14 : la réponse en transmission d'un cristal 1D sans défaut et avec défaut (cavité Fabry-Pérot a la longueur de fonctionnement $\lambda_f = 1.3 \mu\text{m}$).

III.3- CRISTAL PHOTONIQUE A DEUX DIMENSIONS

Afin de simuler les effets géométriques des cristaux photoniques sur la transmission (et la réflexion), nous proposons cet arbre de projet sur *FIMMWAVE*-*FIMMPROP*.

Cet arbre est constitué des nœuds de type *RWG*, *Device*, *Layout* et d'un *Scanner Fimmprop* (figure III-15).

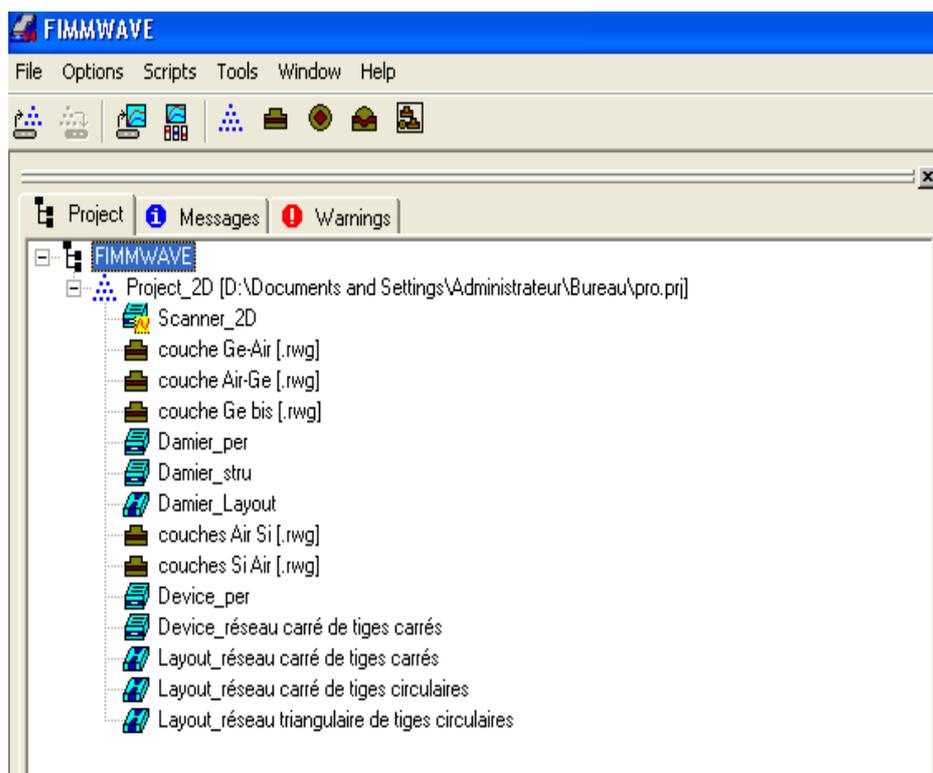


Figure III-15 : Arbre des projets - Project_2D

Dans un premier temps, on réalise une structure en damier. L'idée est de créer d'abord deux structures en une seule direction de périodicité dont la première structure doit être un empilement de couches arrangées de la façon (couche1-couche2-couche1-.....) et l'autre (couche2-couche1-couche2-.....), ces deux nœuds sont de type *RWG*. Puis les mettent ensemble avec un joint de type *Simple-joint* afin de créer la période dans la deuxième direction (on définit le nombre de période par *Periode Numbre*) dans un nœud de type *Device*.

Après la simulation de cette dernière structure, nous passons à la structure en deux dimensions de tiges à section carrée, on ajoute deux autres nœuds de type *RWG*, l'un

représente un empilement de couches et l'autre une couche d'un seul matériau (qui représente la matrice dans laquelle les tiges sont entourées). Puis on crée la période comme précédemment.

La dernière structure en deux dimensions de tiges circulaires entourées par une matrice diélectrique est créée sur un nœud de type *Layout*, il suffit de déclarer les paramètres nécessaires de notre structure comme le rayon des cercles, la largeur et la longueur de la matrice, les indices de réfraction,... etc.

III.3.1- Structure en damier

Le système étudié se compose de tiges infiniment longues de Silicium à section carrée, disposées en damier dans une matrice d'air (figure III-16).

Le film se compose des couches d'épaisseur $h = 0.6075\mu\text{m}$ suivant z et périodique suivant la direction x de période $a = 1.215\mu\text{m}$ avec un facteur de remplissage $f = 50\%$.

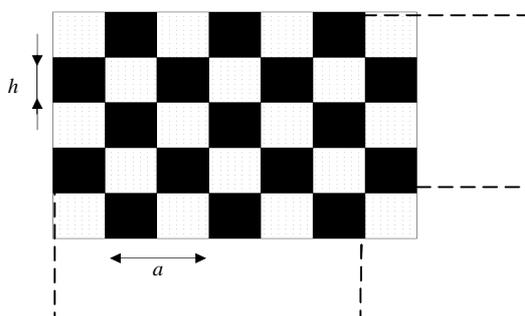


Figure III-16 : structure d'un CP2D en damier

La figure III-17 représente la structure des bandes du cristal : en abscisses, le contour de la zone de Brillouin réduite (ΓXM), en ordonnées, la fréquence réduite ($\frac{a}{l} = \frac{aw}{2pc}$). Nous considérons uniquement les ondes en incidence normale sur le film donc la branche ΓM . Le domaine de fréquence étudié correspond au gap signalé par un hachurage entre $1.5\mu\text{m}$ et $1.8\mu\text{m}$.

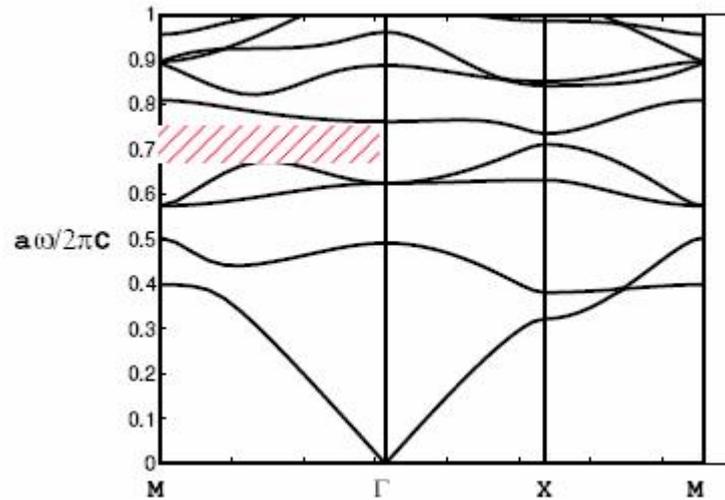


Figure III-17 : structure de bandes d'un CP2D infini de Silicium
(Constante diélectrique $\epsilon_{Si}=12$) en polarisation TM [15].

Nous considérons maintenant une structure finie de quelques couches de cristal photonique. On calcule les spectres en transmission avec l'outil *Scanner* de *Fimmprop*. On utilise dans le solveur 'Effective Index Solver' l'option Quasi 2D-XZ, qui est la mieux adaptée pour notre cas où la constante diélectrique doit être invariante suivant la troisième direction.

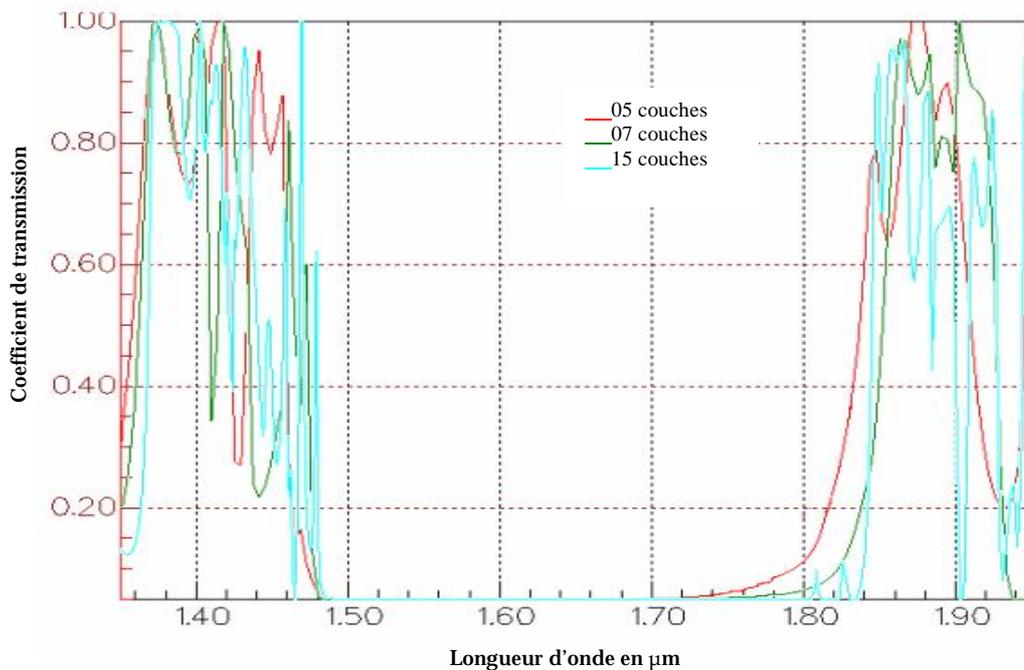


Figure III-18 : Structure en damier d'un CP2D de 5, 7 et 15 couches .Géométrie de système : tiges de section carrée de coté $h=0.6075$ et en silicium $\epsilon_{Si}=12$ posées périodiquement en damier dans l'Air avec un coefficient de remplissage $F=0.5$ et une polarisation TM.

Les coefficients de transmission sont calculés lorsque le film (d'épaisseur variable de 5, 7 et 15 couches) est éclairé par une onde plane monochromatique (*input type/mode index*) en incidence normale ($\Phi=0$ degré) et en polarisation TM et sont représentés sur la figure III-18.

La bande interdite commence à apparaître pour un film de 5 couches lorsque la transmission chute au dessous de (5.10^{-3}) . Dans le cas d'un cristal photonique de 7 couches, la transmission pour des fréquences dans le gap est inférieure à 10^{-4} entre $1.5\mu\text{m}$ et $1.8\mu\text{m}$. Pour des fréquences appartenant au gap, le film de cristal photonique se comporte comme un miroir parfait.

C'est ce que nous montre la figure III-19 qui représente l'intensité du champ en échelle linéaire sur une période du cristal photonique pour une longueur d'onde dans le gap.

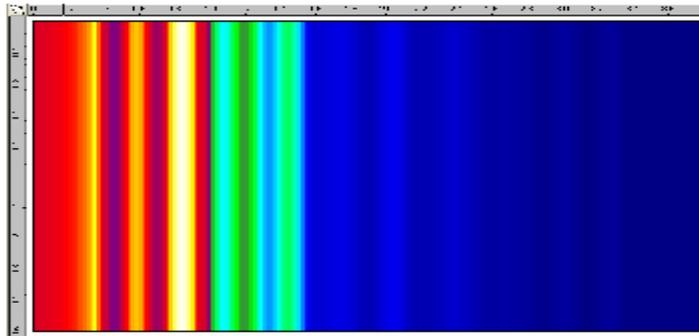


Figure III-19 : L'intensité du champ en échelle linéaire sur une période du cristal photonique pour une longueur d'onde dans le gap.

III.3.2- Structure en réseau carré

Le cristal photonique utilisé dans cette partie est composé d'un réseau carré de tiges diélectrique (Silicium $\epsilon = 12.25$) entourés d'air, la période est d'environ $0.296 \mu\text{m}$. Ce cristal est éclairé par une onde plane en incidence normale avec une polarisation TM.

Les figures III-20 et III-21 représentent le coefficient de transmission d'un réseau carré de tiges à section carré avec $a_1 = 0.17\mu\text{m}$ et de section circulaire avec un rayon $r = \frac{a_1}{2}$ respectivement.

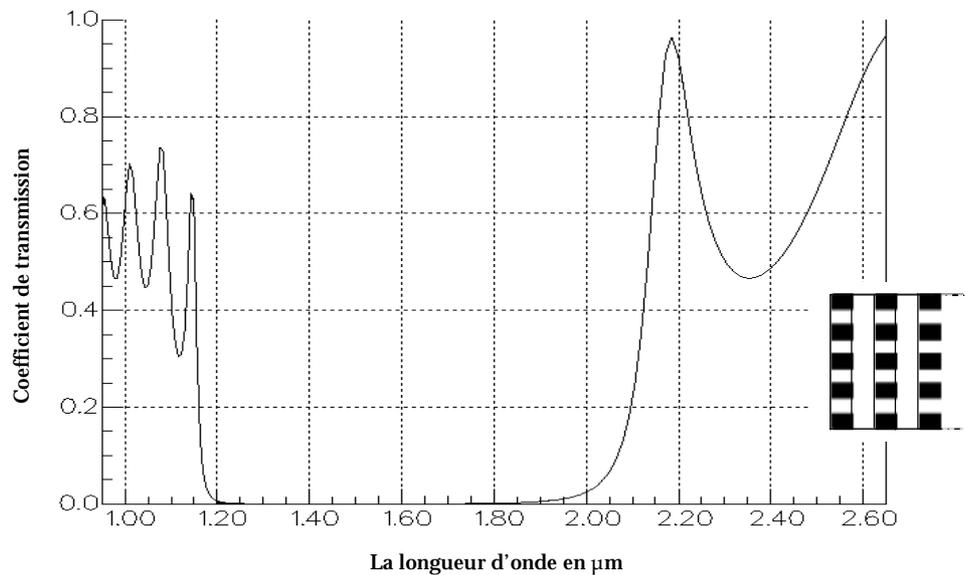


Figure III-20 : structure d'un CP2D réseau carré de tiges carrés Si/Air avec $a_1=0.17\mu\text{m}$, $a=0.296\mu\text{m}$; $f=34\%$, $P=5$.

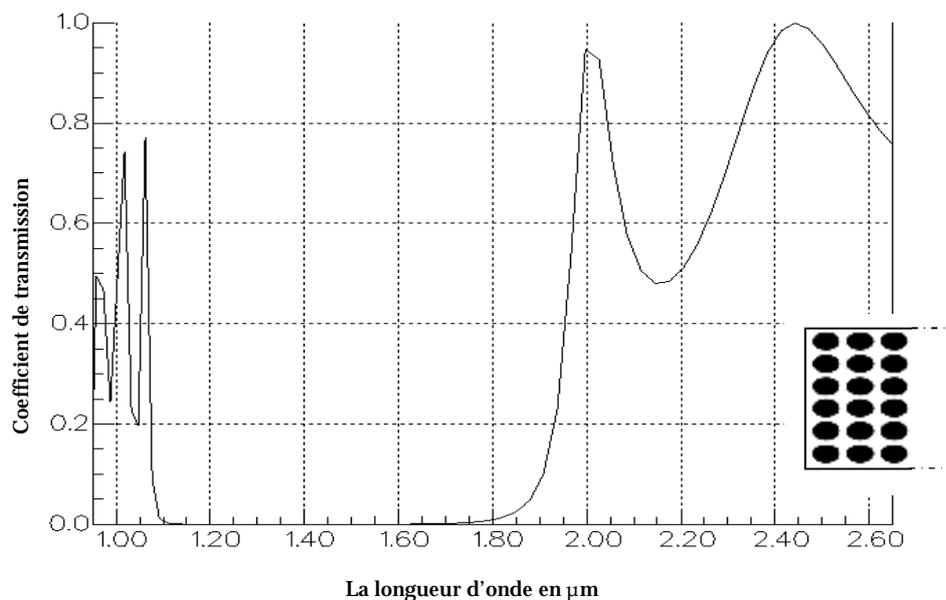


Figure III-21 : structure d'un CP2D réseau carré de tiges circulaire Si/Air avec $r=85\text{ nm}$, $a=296\text{ nm}$; $f=28\%$, $P=5$.

Si on fait une comparaison entre ces deux figures, sachant que les paramètres géométrique des deux structures sont définis de façon à ce que la bande interdite photonique soit centrée autour la longueur d'onde de $1.55\mu\text{m}$, nous pouvons dire que le gap est plus centré sur la longueur d'onde $1.55\mu\text{m}$ pour le cas des tiges à section circulaire comparé à celle de section carrée

III.3.3- La carte des bandes

La représentation de la carte des bandes d'un réseau triangulaire de tiges d'air de section circulaire plongé dans une matrice diélectrique ($\epsilon = 13.6$) nous permet de constater que les bandes interdites photoniques en TE sont plus larges que celles en TM (le gap TE est le plus favorable pour les structures connectées). D'autre part, deux bandes interdites apparaissent dès que le facteur de remplissage est supérieur à 50%.

Une bande photonique complète est obtenue uniquement pour des facteurs de remplissage au delà de 56%.

On peut noter aussi que l'inconvénient de cette valeur du facteur de remplissage est le fait qu'elle ne minimise pas la diffraction de la lumière hors plan.

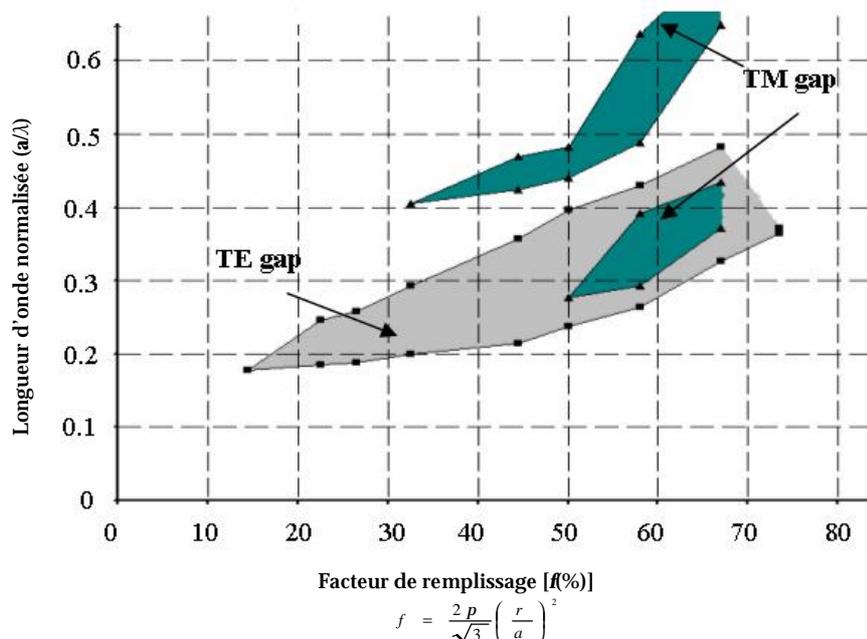


Figure III-22 : carte de bandes d'un CP2D : Un réseau triangulaire de tiges d'aire de section circulaire plongé dans une matrice diélectrique ($\epsilon=13.6$)

III.3.4- L'effet de la forme de réseau

Afin d'établir une comparaison entre la carte des bandes d'un réseau triangulaire et celle d'un réseau carré, nous avons tracé les bandes de longueurs d'onde normalisées en fonction du facteur de remplissage, voire figure III-23.

Les bandes interdites sont plus étroites que celles d'un réseau triangulaire (figure III-24), donc pour avoir une large bande il faut que la zone de Brillouin soit la plus circulaire que possible, ce qui est le cas pour le réseau triangulaire et hexagonal.

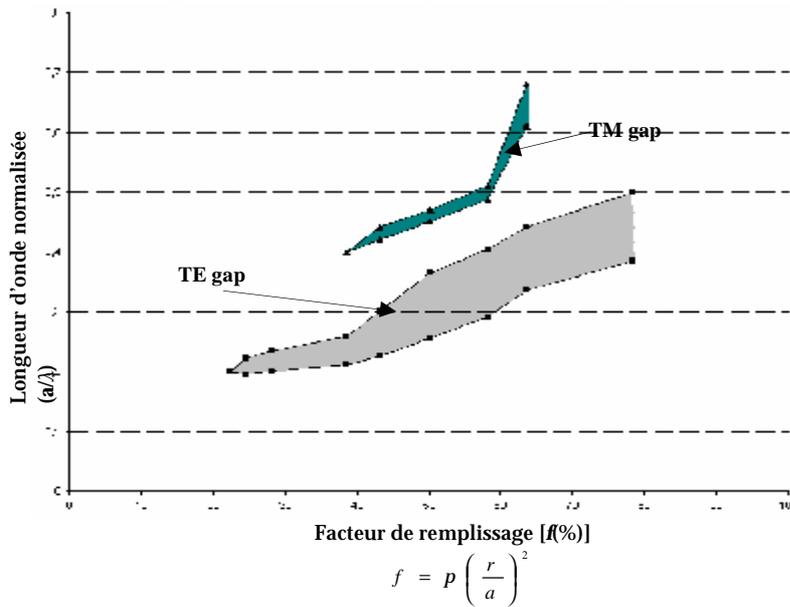


Figure III-23 : carte de bandes d'un CP2D : Un réseau carré de tiges d'aire de section circulaires dans une matrice diélectrique ($\epsilon=13.6$).

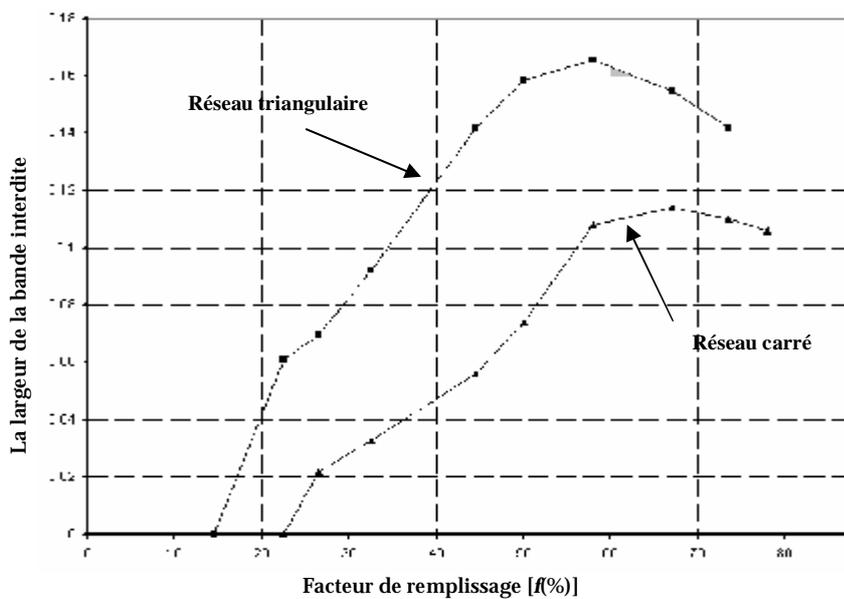


Figure III-24 : la largeur de bande en fonction de f

III.4-VALIDATION

III.4.1- Définition des paramètres physiques

Pour cela, nous avons utilisé le diagramme de bande (figure III-26) qui représente en abscisses, le contour de la zone de Brillouin réduite (ΓXM), en ordonnées, la fréquence réduite ($a/\lambda = a\omega/2\pi c$). L'onde a été considérée en incidence normale sur le film (la branche ΓX). Le domaine de fréquence étudié correspond au gap signalé par un hachurage entre $1.5\mu\text{m}$ et $1.8\mu\text{m}$ ce qui impose une période entre $1.133\mu\text{m}$ et $1.224\mu\text{m}$.

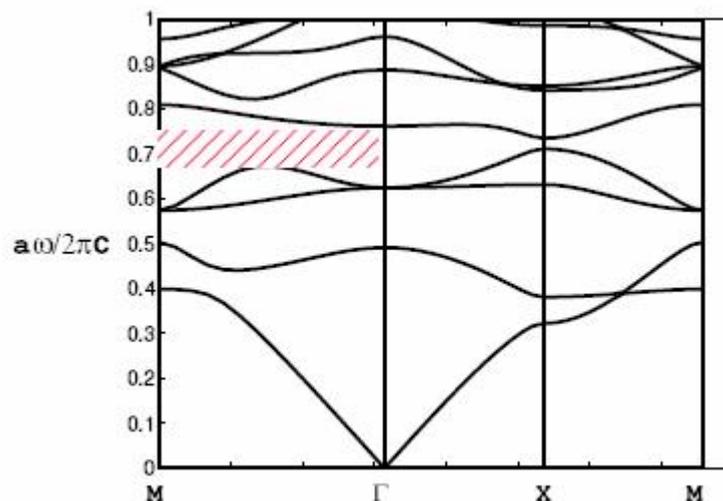


Figure III-26 : diagramme de bande d'un cristal photonique d'un réseau en damier de tiges diélectriques ($n=3.46$) de section carré dans l'air [15].

III.4.2-Coefficient de transmission d'un réseau en damier

La figure III-27(a), représente le facteur de transmission de quelques couches de cristal photonique (5, 7 et 15 couches). Une méthode numérique 2D, développée pour l'optique diffractive et adaptée aux structures périodiques multicouches, a été considérée. Cette méthode est basée sur l'analyse des modes couplés (RCWA) (Chateau et Hugonin 1994), où une formulation modifiée permet de prendre en compte les règles de factorisation (Lalanne et Morris 1996 ; Li 1996). C'est la méthode qui a été implémentée pour ces calculs.

La figure III-27(b), représente le coefficient de transmission de la même structure précédente mais en utilisant le simulateur Fimmwave-Fimmprop.

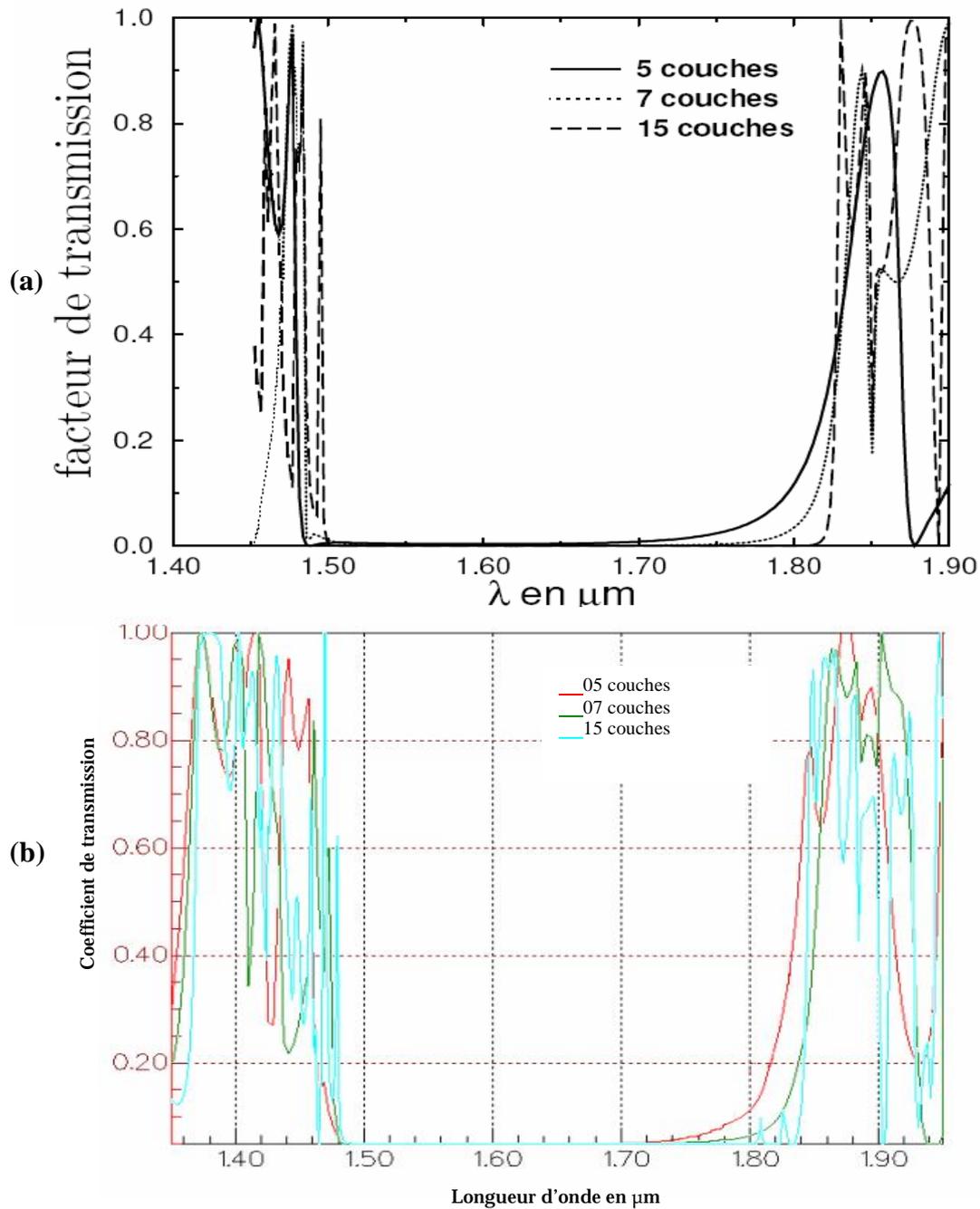


Figure III-27 : coefficient de transmission :

- par la méthode numérique 2D développée pour l'optique diffractive [15]
- par le simulateur FIMMWAVE-FIMMPROP

III.4.3- la carte de bande

La figure III-28(a) représente une carte de bande, définie dans [24] d'un réseau triangulaire de tiges d'air de section circulaire plongé dans une matrice diélectrique en *GaAs* avec $n = 3.68$. Il est clair que le gap TE (favorisé par une structure connectée) se manifeste à partir d'un facteur de remplissage $f=0.1$ et s'élargie avec l'augmentation de f . Une valeur de f supérieure à 0.6 est nécessaire pour obtenir une bande photonique complète.

Dans la figure III-28(b), une carte de bande du même réseau a été trouvée en utilisant le simulateur *FIMMWAVE-FIMMPROP*.

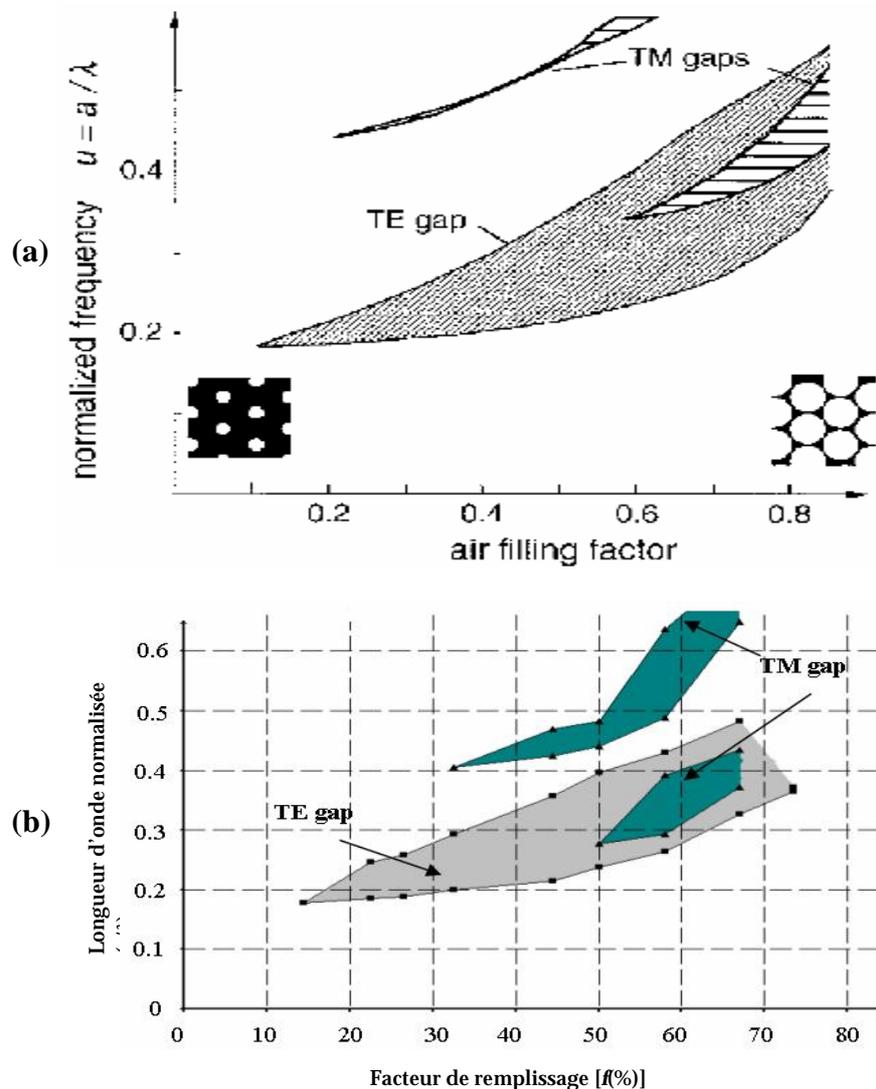


Figure III-28 : diagramme de bande :

- a) par la méthode des ondes plane [24].
- b) Par le moyen du *FIMMWAVE-FIMMPROP*.

CONCLUSION GENERALE

Ce travail de thèse a été consacré à l'étude des matériaux diélectriques à bandes interdites photoniques à une et deux dimensions, les matériaux monodimensionnels ont permis une compréhension plus approfondie des phénomènes.

Pour modéliser les cristaux photoniques, nous avons définis les concepts théoriques tel que le réseau direct et réciproque et la première zone de *Brillouin*, ainsi la condition de diffraction dans un cristal à deux dimensions a été démontrée. Ces concepts ont permis l'utilisation de la méthode des ondes planes.

Nous avons porté tout d'abord notre attention à la simulation des cristaux photoniques unidimensionnels (un seul ordre de périodicité), nous avons pu montrer pourquoi il se formait des bandes interdites suite à la périodicité du système. Cette BIP est conditionnée par le nombre de périodes, le contraste d'indice et le facteur de remplissage. L'étude de la cavité Fabry-pérot (cristal photonique unidimensionnel) a permis de mettre en évidence une caractéristique de la bande interdite : faible transmission qui s'accompagne d'une forte réflectivité.

Nous avons étendu cette étude à des cristaux photoniques bidimensionnels, par rapport au cas unidimensionnel, nous avons introduit un deuxième ordre de périodicité (structure en damier). Cette dernière présente comme pour le cas unidimensionnel une bande interdite photonique qui empêche certaines fréquences de se propager, elle est plus large et plus profonde que celle d'un cristal photonique unidimensionnel.

La comparaison entre un réseau carré et un réseau triangulaire ayant des tiges de section circulaire, permet de conclure que la bande relative au réseau triangulaire est mieux centrée sur la longueur d'onde d'intérêt (1.55 μm). Elle est plus profonde et plus large.

Un réseau triangulaire caractérisé par une zone de Brillouin plus circulaire que celle d'un réseau carré présente une large bande. Ce résultat ouvre la voie quant à l'utilisation du réseau hexagonal qui est caractérisé lui aussi par une zone de Brillouin presque circulaire.

Résumé

Le présent travail consiste à étudier d'une part des cristaux photoniques unidimensionnels (un seul ordre de périodicité), nous avons ainsi établi l'existence des bandes interdites. Cette BIP est conditionnée par le nombre de périodes, le contraste d'indice et le facteur de remplissage. Et d'autre part, nous avons simulé des cristaux photoniques bidimensionnels en introduisant un deuxième ordre de périodicité (structure en damier).

Cette structure présente, comme dans le cas unidimensionnels, une bande interdite photonique mais elle est plus large et plus profonde.

Nous avons montré, pour un réseau carré (Si/air) que la géométrie circulaire des trous (air) donne un gap mieux centré autour de la longueur d'onde centre de la BIP que celle d'une géométrie carrée.

Par ailleurs, nous avons obtenu une plus large BIP pour un réseau triangulaire (trous d'air de section circulaire) que celle d'un réseau carré.

Enfin nous avons validé nos résultats avec ceux trouvés dans la littérature et, nous avons trouvé un bon accord.

ملخص

يمثل هذا العمل، في بادئ الأمر دراسة البلورات الضوئية ذات بعد الواحد - ترتيب دوري واحد - بحيث يمكننا ذلك من اثبات وجود العصابات المانعة الضوئية كما تم تبين العوامل المؤثرة فيها كعدد الأدوار و مؤشر التضاد و عامل الازدحام . وبالإضافة إلى ذلك قمنا بدراسة البلورات الضوئية ذات بعدين وذلك بإدخال ترتيب دوري ثاني- هيكل على شكل لوحة الشطرنج-، نتج عنه كما في حالة البلورات الضوئية ذات لبعد الواحد، عصابات مانعة و لكن أوسع و أعمق .

قمنا بتبيين أيضا أن الشبكة المربع (Si/air) ذات الثقوب الهوائية على الشكل الدائري تعطي عصابة مانعة أكثر تركزا على طول الموجة المركز مقارنة بالشبكة المربع ذات الثقوب الهوائية على الشكل المربع .

علاوة على ذلك تمكنا من التأكيد على أن الشبكة المثلث ذات الثقوب الهوائية على الشكل الدائري تعطي عصابة مانعة أوسع من الشبكة المربع .

وفي الختام قمنا بمصادقة النتائج التي حققناها مع تلك الموجودة في المنشورات، حيث كان اتفاق جيد .

Abstract

This work consists in studying on the one hand one-dimensional photonic crystals (only one order of periodicity), we thus established the existence of the forbidden bands. This PBG is conditioned by the number of periods, the contrast index and the filling factor. And in addition, we simulated two-dimensional photonic crystals by introducing a second order of periodicity (structure in checker work). This structure presents, as in the one-dimensional case, a photonic forbidden band but it is larger and deeper.

We showed, for a square lattice (Si/air) that the circular geometry of the section of the hole (air) gives a gap centered better around the wavelength centers of the PBG than that of a square geometry.

In addition, we obtained larger PBG for a triangular lattice (circular section of hole) than that of a square lattice.

Finally we validated our results with those found in the literature and, we found a good agreement.

Résumé

Le présent travail consiste à étudier d'une part des cristaux photoniques unidimensionnels (un seul ordre de périodicité), nous avons ainsi établi l'existence des bandes interdites. Cette BIP est conditionnée par le nombre de périodes, le contraste d'indice et le facteur de remplissage. Et d'autre part, nous avons simulé des cristaux photoniques bidimensionnels en introduisant un deuxième ordre de périodicité (structure en damier).

Cette structure présente, comme dans le cas unidimensionnels, une bande interdite photonique mais elle est plus large et plus profonde.

Nous avons montré, pour un réseau carré (Si/air) que la géométrie circulaire des tiges (air) donne un gap mieux centré autour de la longueur d'onde centre de la BIP que celle d'une géométrie carrée.

Par ailleurs, nous avons obtenu une plus large BIP pour un réseau triangulaire (tiges d'air de section circulaire) que celle d'un réseau carré

Enfin nous avons validé nos résultats avec ceux trouvés dans la littérature et, nous avons trouvé un bon accord.

- [01] Jean Michel Lourtioz, “ Les cristaux photoniques ou la lumière en cage” GET et Lavoisier, Paris 2003.
- [02] S. M. Sze, “Semiconductor Devices physics and technology” 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc, USA 2001.
- [03] Photon Design, “FIMMWAVE Version 4.0” Oxford United Kingdom 2002.
- [04] Photon Design, “FIMMPROP Version 4.0 ” Oxford United Kingdom 2002.
- [05] F.F. Y. WANG “ Initiation à la physique du solide – exercices commentés” Dunod, Paris 1982.
- [06] C. Kittel “Physique de l’état solides ” Dunod, 7 édition, Paris 1998.
- [07] David Sénéchal “ Ondes Electromagnétiques ” université de Sherbrooke Faculté des Sciences, Avril 2002.
- [08] B. Bémibovitch T. Maron “ elements de calculs numériques ” Mir, édition 1973.
- [09] H. Jones “ The theory of Brillouin zones and electronic states ” North- Holland Publishing Company- Amsterdam Oxford- American Elsevier Publishing company, New York 1975.
- [10] F.F.Y. Wang “introduction to solid state electronics ” North- Holland Publishing Company- Amsterdam- New York- Oxford, 1980 .
- [11] M. Jouguet “Ondes électromagnétiques- 1 propagation libre” Dunod, Paris 1973.
- [12] Yannick MERLE « Etude de la dispersion électronique dans les matériaux périodiques diélectriques bidimensionnels » thèse de doctorat n° 47-2003, université de Limoges, novembre 2003.
- [13] Marc ZELSMANN « Cristaux photoniques en silicium sur isolant pour le guidage, le filtrage, l’émission et l’extraction de la lumière » thèse de doctorat, université Joseph Fourier- Grenoble 1, novembre 2003.
- [14] Yohan DESIERES « Conception et études optiques de composants micro photoniques sur matériaux III-V à base de structures à bande interdite de photon » thèse de doctorat n° 01-0081, l’institut national des sciences appliquées de Lyon, décembre 2001.
- [15] Marine LAROCHE « Rôle des ondes de surface dans la modification des propriétés radiatives de matériaux microstructures. Application à la conception de sources infrarouges et à l’effet thermo photovoltaïque » thèse de doctorat n° 36-2005, Ecole Centrale Paris, novembre 2005.
- [16] Christophe SAUVAN « Etude de la propagation et du confinement de la lumière dans des nano structures » université de Paris XI Orsay, 13 octobre 2005.
- [17] Michael SARRAZIN « Etude de propriétés optiques liées à la transmission de cristaux photoniques bidimensionnels » thèse de doctorat n° 903, université de Franche-comté, 24 avril 2002.
- [18] Davy GERARD « Etude en champ proche et en champ lointain de composants périodiquement nano structurés : cristaux photoniques et tamis à photons » université de Bourgogne, 09 juillet 2004.
- [19] Patrick FERRAND « Structures guidantes à bande interdite photonique à base de silicium nanoporeux » CNRS UMR 5588, Université Joseph Fourier – Grenoble 1, 14 septembre 2001.
- [20] F. Mirouh “Simulation des effets optiques des cristaux photoniques a une dimension ”, Thèse de magistère Université de Constantine 2005.
- [21] D. Felbacq, E. Centeno, “Theory of diffraction for 2D photonic crystals with a boundary” Optics communications, 199 (2001) 39-45, November 2001. [22] S. Noda, M. Imada, M. Okano, S. Ogawa, M.

- [22] Mochizuki, and A. Chutinan, "Semiconductor Three-Dimensional and Two-Dimensional Photonic Crystals and Devices" IEEE Quantum Elec., Vol.38, No.7, July 2002.
- [23] M. Lončar, T. Doll, J. Vučković, A. Scherer, "Design and Fabrication of Silicon Photonic Crystal Optical Waveguides" IEEE Lightwave Techno., Vol.18, No.10, October 2000.
- [24] H. Benisty, C. Weisbuch, D. Labilloy, M. Rattier, C.J.M. Smith, T.F. Krauss, "Optical and Confinement Properties of Two-Dimensional Photonic Crystals" IEEE Lightwave Techno. Vol.17, No.11, November 1999.
- [25] D. Labilloy, H. Benisty, C. Weisbuch, T.F. Krauss, D.Cassagne, C. Jouanin, R. Houdré, U. Oesterle, V. Bardinal, "diffraction Efficiency and Guided Light Control by Two-Dimensional Photonic-Bandgap Lattices" IEEE Quantum Elec., Vol. 35, No.7, July 1999.
- [26] M. Thèvenot, C. Cheype, A. Reineix, B. Jecko, "Directive Photonic-Bandgap Antennas" IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol.47, No.11, November 1999.
- [27] M..Beaky, B. Burk, O. Everitt, A. Haider, S. Venakides, "Two-Dimensional Photonic Crystal Fabry-Perot Resonators with Lossy Dielectrics" IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. 47, No 11, November 1999.
- [28] P. Pottier, C. Seassal, X. Letartre, J.L. Leclartre, P. Viktorovitch, D. Cassagne, C. Jouanin, "Triangular and Hexagonal High Q-Factor 2-D Photonic Bandgap Cavities on III-V Suspended Membranes" IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol. 17, No. 11, November 1999.
- [29] V. Radisic, Y. Qian, R. Coccioli, T. Itoh, "Novel 2-D Photonic Bandgap Structure for Microstrip Lines" IEEE Microwave and Guided wave Letters, Vol.8, No.2, February 1998.
- [30] E. Yablonovitch "Photonic Band-gap Crystals" J. Physics Condens. Matter 5,p. 2443-2460, printed in the UK, 1993.
- [31] T. Sondergaard, J. Broeng, S. E. Barkou, P. M. Barbieto, A. Bjarklev "Waveguidance by the Photonic Bandgap effect in optical fibres" J. Physics A: Pure Appl. Opt.1,p.477-482, printed in the UK, 1999.
- [32] Jean-Pierre bérenger, "Perfectly Matched Layer for the FDTD Solution of Wave-Structure Interaction Problems" IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol.44, No.1, January 1996.
- [33] T. Sondergaard, J. Broeng, A. Bjarklev, K. Dridi, S. E. Barkou, "Suppression of Spontaneous Emmission for a two-Dimensional Honeycomb Photonic Bandgap Structure Estimated Using a New Effective-Index Model" IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol.34, No.12, December 1998.
- [34] S. Rowson, A. Chelnokov, J.-M. Iourtioz, "Two-Dimensional Photonic Crystals in Macroporous Silicon: From Mid-Infrared (10 μm) to Telecommunication Wavelength (1.3-1.5 μm)" IEEE Journal of Lightwave Technology, Vol.17, No. 11, November 1999.
- [35] A.S.Sudbo, "Numerically stable formulation of the transverse resonance method for vector mode field calculations in dielectric waveguides" IEEE Photonic Tech. Letter, Vol. 5, pp. 342-345, 1993.