

# THESE

en vue de l'obtention du diplôme  
de **Magister en Electronique**

Option : Micro - Ondes

BEN/2740

Thème

**CONTRIBUTION A LA CARACTERISATION D'UN MESFET  
BIGRILLE A CONSTANTES REPARTIES.  
CALCUL DE LA MATRICE " S "**

Jury composé de :

Président : Professeur **C. KENZAI** U. Constantine

Membres : Professeur **A. DOGHMANE** U. Annaba

Docteur **S. LASSOUED** U. Constantine

Docteur **L. RIABI** U. Constantine

Présentée par :

**BENHABILES Mohamed Taoufik**

Dirigée par :

**Docteur A. BENGHALIA** U. Constantine

UNIVERSITE DE CONSTANTINE

INSTITUT D'ELECTRONIQUE

## **THESE**

en vue de l'obtention du diplôme  
de **Magister en Electronique**

Option : **Micro - Ondes**

Thème

**CONTRIBUTION A LA CARACTERISATION D'UN MESFET  
BIGRILLE A CONSTANTES REPARTIES.  
CALCUL DE LA MATRICE " S "**

Jury composé de :

|           |                                 |                |
|-----------|---------------------------------|----------------|
| Président | : Professeur <b>C. KENZAI</b>   | U. Constantine |
| Membres   | : Professeur <b>A. DOGHMANE</b> | U. Annaba      |
|           | Docteur <b>S. LASSOUED</b>      | U. Constantine |
|           | Docteur <b>L. RIABI</b>         | U. Constantine |

Présentée par :

**BENHABILES Mohamed Taoufik**

Dirigée par :

**Docteur A. BENGHALIA** U. Constantine

Soutenue le 15 Avril 1995

U. Constantine

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à  
Mr Abdelmadjid Benghalia, qui m'a proposé ce sujet.

Mme Cherifa Terzou, qui m'a fait l'honneur de présider le  
jury de cette thèse.

Mme Saida Lessoued, Mr Abdelaziz Boukhmane, Mr Lahdi Friaa,  
qui ont accepté de juger et apprécier ce travail.

Mr Omar Tekkouk, qui m'a permis de démarrer de manière  
fort efficace dans le monde de la recherche scientifique.

Mr Abdelmalek Zerguini, Mr Cherif Ould-Hocine, Mr Zohair  
Hammoudi, Mr Atef Farouki, Mr Toufik Zitoune, Mr Larbi  
Benyazzar, qui m'ont inlassablement exhorté à croire en ce que  
je faisais.

Mlles Salama Meghriche, Souad Benabdelkader, Samira Dib,  
Ilhem Maarad, Samia Hadjar, Amel Bouchemka, Karima Aliouche,  
Zoubeida Hajdi, Houda Toudjime, Asma Bencheheb, Linda  
Benjamaa, MM Djamel Benatia, Med-Laid Hadjili, Riad Lessak,  
Mourad Mesrane, Pour l'ambiance scientifique qu'ils ont réussi  
à instaurer, et qui a entouré l'élaboration de ce travail.

Mr Mohamed Bennacef, Mr Nacim Bennacef, Mr Mansour Kerada,  
Mr Ali Kerada, Mr Brahim Ziari, Mr Hicham Kimouche, pour leur  
soutien désintéressé et inconditionnel.

Mr Chaouki Benchaabane, Mr Yacine Bellil pour leur  
précieuse assistance.

Mr Faouzi Soltani, pour ses conseils judicieux et son  
réalisme scientifique.

Mr Zoubir Mesbah, qui m'a facilité l'accès au document  
scientifique.

Mr Nadjib Merabtine, Mr Mourad Zaabat, qui ont mis leur  
documentation à ma disposition.

Mr Wolfgang Heinrich, qui a enrichi ma documentation et  
qui m'a permis d'être au courant de l'actualité de ce thème.

Mr Taha Beddar, Mr Tahar Messadi, Mr Salim Bouhidel, Mr  
Malek Moussa, Mr Gharib Medkour, Mr Skander Soltani, Mr Raouf  
Bouamer, pour leur spontanéité.

Mr Mourad Samai, Mr Ahmed Boumekik, Mr Lazhar Hamza, Mr  
Faouzi Meribout, pour leur aide efficace.

Mr El-Hadi Latrèche, Mr toufik Laroussi, pour leur soutien

## RESUME

Le présent travail propose une méthode théorique de caractérisation du MESFET Ga-As bigrille fonctionnant dans le domaine des ondes centimétriques. La propagation des ondes le long des électrodes est introduite de façon systématique.

En premier lieu est élaboré un schéma équivalent "petits signaux" original, dont tous les éléments peuvent être déterminés au moyen des méthodes analytiques et numériques propres à l'électromagnétisme, telles que la transformée conforme, la fonction de Green, et la méthode variationnelle.

La résolution du système d'équation différentielles des lignes couplées aboutit directement à la matrice de répartition multimode, qui représente le but final de ce travail. L'étude des variations des éléments de la matrice de répartition en fonction des tensions de polarisation et de la fréquence, révèle une grande cohérence entre les résultats obtenus et la littérature.

The present work propounds a theoretical modeling method of the dual-gate Ga-As MESFET operating in the centimetric wavelength domain. The wave propagation along electrodes is introduced systematically.

One establish first an original small signal equivalent circuit witch of all the elements are calculated by mean of the classical electromagnetic analytic and numeric resolution methods as the conformal mapping, the Green's function, and the variational method.

The resolution of the coupled-mode differential equations system leads to the knowledge of the multimode scattering matrix, witch is the final aim of this work. The study of the variations of the scattering matrix elements value in relation with bias voltages and frequency shows a good agreement of the results in comparison with literature.

# TABLE DES MATIERES

|  | PAGE |
|--|------|
| AVANT-PROPOS.....  | 1    |
| I-ELABORATION DU MODELE.....   | 4    |
| I-1. Introduction.....   | 4    |
| I-2. Les éléments équivalents à caractère admittanciel....   | 5    |
| I-2-1. Le circuit de base.....   | 5    |
| I-2.2. La capacité intrinsèque des electrodes.....   | 9    |
| I-2.3. Les capacités mutuelles.....  | 10   |
| I-3. Les éléments équivalents longitudinaux.....   | 13   |
| I-4. Les équations de couplage.....  | 14   |
| II-CALCUL DES ELEMENTS CONSTITUTIFS DU<br>SCHEMA EQUIVALENT PETITS SIGNAUX.....                          | 15   |
| II-1. Introduction.....  | 15   |
| II-2. Etude de la ligne coplanaire à<br>plan de masse unique.....  | 16   |
| II-2.1. Capacité et inductance linéiques.....  | 17   |
| II-2.2. Calcul des pertes.....   | 19   |
| II-2.2.a. La conductance du substrat.....  | 19   |
| II-2.2.b. L'effet d'hystérésis diélectrique....  | 19   |
| II-2.2.c. Les pertes ohmiques dans<br>Les conducteurs.....   | 20   |
| II-3. Etude de la ligne biplaque coplanaire.....   | 23   |
| II-4. Les capacités des contacts Schottky.....   | 25   |
| II-4.1. Calcul de la fonction de Green<br>bidimensionnelle.....  | 25   |
| II-4.1. Délimitation du profil de la zone<br>dépeuplée par la technique des<br>frontières mouvantes..... | 28   |

|  |    |
|--|----|
| II-5. Les inductances.....   | 31 |
| II-6. La transconductance dynamique.....                                     | 32 |
| II-7. Les conductances.....  | 32 |
| II-8. Résultats numériques.....  | 33 |
| <br>   |    |
| III-MATRICE DE REPARTITION MULTIMODE.....                                    | 45 |
| III-1. Résolution des équations de couplage.....                             | 45 |
| III-2. La matrice impédance multimode.....                                   | 48 |
| III-3. La matrice de répartition multimode.....                              | 53 |
| III-3.1. Ondes réduites.....   | 53 |
| III-3.2. Calcul des impédances de référence.....                             | 53 |
| III-3.3. Passage de la matrice impédance à<br>la matrice de répartition..... | 55 |
| III-4. Résultats numériques.....   | 56 |
| III-4.1. Exposants de propagation.....                                       | 57 |
| III-4.2. Variations de $S_{\sigma 1}$ .....                                  | 60 |
| III-4.2.a. Effet de la longueur<br>de la structure.....                      | 60 |
| III-4.2.b. Effet de la fréquence.....  | 62 |
| III-4.2.c. Effet de la tension de drain.....                                 | 63 |
| III-4.3. Variations de $S_{s1}$ .....  | 65 |
| <br>   |    |
| CONCLUSION.....  | 68 |
| <br>   |    |
| ANNEXE 1. L'ALGORITHME DE FLETCHER-REEVES.....                               | 70 |
| ANNEXE 2. CALCUL DE $\omega_g$ .....   | 74 |
| ANNEXE 3. MATRICE IMPEDANCE.....   | 76 |
| <br>   |    |
| BIBLIOGRAPHIE.....   | 81 |

## AVANT-PROPOS

Depuis l'invention du MESFET GaAs à double grille par Turner [6], plusieurs études ont été élaborées [7]-[21], mettant en exergue l'amélioration des performances apportée par cette structure vis à vis du MESFET à grille unique, concernant la plupart des applications micro-ondes.

Le modèle de schéma équivalent petits signaux du MESFET bigrille communément adopté est un circuit à trois accès, résultant de l'agencement en cascade de deux MESFETs monogrilles. Les méthodes de caractérisation les plus efficaces sont des méthodes expérimentales. Le calcul des éléments constitutifs d'un schéma équivalent pré-établi se fait à partir des paramètres mesurés de la matrice de répartition, utilisant diverses techniques d'optimisation.

La prise en compte des phénomènes de propagation électromagnétique le long des électrodes a suscité très peu d'intérêt jusqu'à ce jour. [24]-[37] traitent de la question mais consacrent l'essentiel de l'étude au MESFET monogrille.

Dans les applications hyperfréquences, il est impensable d'aborder l'étude d'une structure électronique sans tenir compte des phénomènes distribués. C'est dans ce sens que nous nous proposons d'établir un modèle de MESFET bigrille qui inclut l'aspect propagation électromagnétique.

Si dans un premier élan, notre travail vise seulement à compléter la modélisation de la structure par l'introduction des phénomènes de propagation le long des électrodes, la même approche pourrait être poussée à la conception d'un composant micro-ondes qui réaliserait la symbiose entre le MESFET bigrille pris simplement dans son concept classique, et le

coupleur en lignes de transmission planaires à contact Schottky. Les résultats pourraient se révéler dignes d'intérêt.

La particularité de notre approche réside dans le fait qu'elle s'appuie sur un formalisme purement mathématique aspirant à pallier, dans une certaine mesure, à l'absence de l'essai expérimental, indissociable de tout travail de simulation en électronique des composants à semiconducteurs.

Les prémisses de notre étude sont établies à partir du patrimoine des connaissances en physique électronique de l'Arséniure de Gallium, notamment les propriétés du contact Schottky, ainsi que des équations axiomatiques de l'électromagnétisme et des méthodes de résolution analytiques et numériques qui s'y apparentent.

Les électrodes du MESFET bigrille à structure planaire équivalent à trois lignes coplanaires couplées sur substrat semiconducteur. Rigoureusement, les effets d'induction électrique et magnétique existent entre les trois électrodes. Toutefois, il est expérimentalement établi [37] que si ces effets sont prépondérants pour la détermination des tensions mutuellement induites entre les deux grilles, ils deviennent négligeables devant les phénomènes inhérents au semiconducteur quant à la détermination de la tension résultante de drain.

L'idée d'une présence dans le semiconducteur de phénomènes comparables à ceux que l'on rencontre dans les TOPs est abandonnée d'entrée en négligeant la composante longitudinale du champ  $E$ . Cela sous-entend que notre approche concerne uniquement les modes quasi-TEM.

D'un autre côté, la notion d'amplificateur distribué [23] qui tout en ayant affirmé ses preuves dans la pratique, n'en reste pas moins d'un attrait scientifique peu engageant, de part la simplicité de sa formulation.



Nous avons opté pour une étude intégrale qui formaliserait le couplage à trois lignes. A l'inverse de l'amplificateur distribué, l'élément unitaire de l'amplificateur dans notre étude est un élément infinitésimal continu.

Cependant, le système des équations différentielles des lignes couplées qui en découle est, en toute rigueur, un système non linéaire dont la résolution est extrêmement difficile. La non linéarité provient de la dépendance des éléments du schéma équivalent envers les tensions de polarisation. Nous contournons cette difficulté par une pseudo-linéarisation en créant une duplicité entre grandeurs continues et grandeurs alternatives : Les fonctions impliquées dans les équations de couplage sont des grandeurs alternatives, les coefficients de leurs dérivées dans ces mêmes équations prennent la valeur qu'ils auraient pour leur composante continue.

Il va sans dire qu'une approche non TEM ajoutée à la résolution de systèmes différentiels non linéaires nécessite des calculs autrement plus complexes et des moyens hors de notre portée. Cette façon de procéder dépasse de toute évidence le niveau de notre étude.

## CHAPITRE I - ELABORATION DU MODELE

### I.1. INTRODUCTION :



Fig 1.1. Coupe transversale de la couche active du MESFET bigrille

Nous nous fixons comme objectif d'établir la matrice de répartition du MESFET bigrille à constantes réparties. Nous envisageons une morphologie linéique de la structure, dans laquelle la dimension longitudinale des électrodes serait amplement supérieure aux dimensions latérales, afin de simplifier l'étude à la propagation selon une seule direction .

Le MESFET bigrille étant un circuit à trois accès à l'origine, l'utilisation des électrodes comme lignes de transmission conduit à six accès : débuts et terminaisons de lignes. La structure ainsi considérée est un dodécapôle décrit par une matrice de répartition à 36 éléments (6x6).

Une démarche très répandue en analyse des lignes, isolées ou couplées, consiste à définir en premier lieu les immittances équivalentes d'un élément unitaire de longueur de ligne. Les caractéristiques physiques de la ligne (diagramme de dispersion, impédance caractéristique, etc...) pourront aisément être déduites à partir de la connaissance des immittances unitaires. Pour notre structure, les éléments à caractère admittanciel ne forment rien d'autre qu'un MESFET bigrille à constantes localisées. Le schéma équivalent auquel ils donnent lieu est défini par unité de longueur. Nous l'appellerons schéma équivalent transversal de la structure.

## I-2. LES ELEMENTS EQUIVALENTS A CARACTERE ADMITTANCIEL

### I.2.1. LE CIRCUIT DE BASE

Nous nous limiterons dans la présente étude à établir le schéma équivalent transversal du MESFET bigrille en fonctionnement normal, c'est à dire en nous situant dans la partie linéaire de la caractéristique DC.

Pour un MESFET à canal N, les deux grilles seront polarisées en inverse à une tension inférieure à la tension de pincement. Le drain sera polarisé en direct.

L'effet transistor provient de la modulation des dimensions de la zone de charges d'espace par la tension des deux grilles. Si la tension de drain est maintenue fixe, le courant Drain-Source  $I_{DS}$  sera inversement proportionnel à la résistance ohmique de la zone neutre comprise entre le drain et la source ou, en d'autres termes, proportionnel à l'épaisseur du canal .

La tension alternative de drain est égale au produit de la composante variable de  $I_{DS}$  par l'impédance de charge du drain. Comme la fluctuation des dimensions de la zone de charges d'espace est fixée par les valeurs combinées de la composante alternative des tensions négatives des deux grilles, nous avons de ce fait une inter-dépendance entre les signaux des grilles et le signal de drain.

La connaissance exacte de la résistance ohmique de la région neutre permettra de maîtriser dans une large mesure le fonctionnement en régime de petits signaux du transistor. Cette tâche n'est pas très aisée, néanmoins nous pourrions modéliser d'une manière acceptable cette structure si nous trouvons la manière, mathématiquement représentable, qui pourra le mieux traduire l'action combinée des deux tensions de grilles sur le courant  $I_{DS}$ .

La zone d'influence de la grille 1 est concentrée essentiellement dans la région qui l'avoisine directement. Parallèlement la zone d'influence de la grille 2 est concentrée dans son entourage immédiat. En d'autres termes une variation de la tension de la grille 1 uniquement, se traduit par une déformation de la zone dépeuplée qui sera surtout ressentie dans la partie située directement en dessous d'elle. Il en est de même pour une variation de tension limitée à la grille 2. Le calcul exact des dimensions de la zone dépeuplée donné au Chapitre 2 valide cette approximation.

Dans ce qui va suivre, nous considérerons en première approximation qu'à tension de drain fixée la densité de courant dans le canal est constante. Il est clair que sous cette hypothèse la variation du potentiel dans la zone neutre entre le drain et la source le long d'une ligne de champ sera uniformément décroissante.

Observons l'évolution de la zone de charge d'espace à valeur absolue des tensions de grille croissantes :

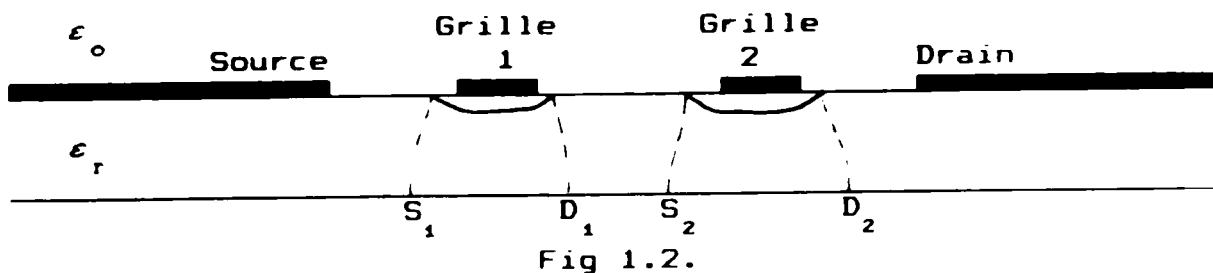


Fig 1.2.

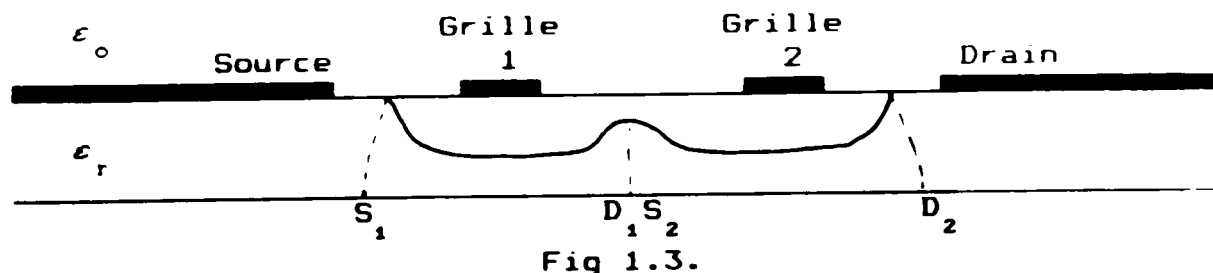


Fig 1.3.

a - Dans un premier temps les deux parties de la zone dépeuplée se trouvant respectivement en dessous de la grille 1 et en dessous de la grille 2 sont séparées. Fig 1.2.

En nous référant à la Fig.1.2., appelons

- \*  $S_1$  l'équipotentielle contenant le point le plus éloigné de la zone dépeuplée à gauche de la grille 1,
- \*  $D_1$  l'équipotentielle passant par le point le plus à droite de la zone dépeuplée sous la grille 1,
- \*  $S_2$  l'équipotentielle au point le plus à gauche de la zone dépeuplée sous la grille 2,
- \*  $D_2$  l'équipotentielle au point le plus à droite de la zone dépeuplée sous la grille 2.

Comme nous l'avons supposé plus haut, le potentiel décroît uniformément entre le drain et la source. Si nous désignons par  $V_{S1}$ ,  $V_{D1}$ ,  $V_{S2}$  et  $V_{D2}$  les potentiels respectifs des courbes  $S_1$ ,  $D_1$ ,  $S_2$  et  $D_2$ , nous aurons

$$V_S < V_{S1} < V_{D1} < V_{S2} < V_{D2} \quad (1.1)$$

En choisissant  $V_{S1}$  comme plan de référence pour les tensions, nous voyons en  $D_1$  une tension positive et sur la grille 1 une tension négative. Le sous-ensemble compris entre les équipotentielles  $S_1$  et  $D_1$  représente alors un MESFET monogrille à polarité normale.

De même qu'en fixant la référence du potentiel en  $V_{S2}$ , la partie de la structure comprise entre les équipotentielles  $S_2$  et  $D_2$  représente un deuxième MESFET monogrille.

Nous disposons alors de deux MESFETs à grille unique distincts. Le premier ayant sa source matérialisée par l'équipotentielle  $S_1$  et son drain par l'équipotentielle  $D_1$ , tandis que le second a sa source en  $S_2$  et son drain en  $D_2$ . La partie de la zone neutre comprise entre  $D_1$  et  $S_2$  équivaut à une conductance ohmique qu'on notera  $G_{12}$  reliant ces deux MESFETs.

Il est important de remarquer que les positions géométriques des courbes  $S_1$ ,  $D_1$ ,  $S_2$  et  $D_2$ , immédiates dans le cas statique, ne sont significatives dans le cas des tensions alternatives pour notre raisonnement que si elles désignent les positions moyennes des équipotentiellles.

b - Avec l'accroissement des valeurs absolues des tensions des grilles, les deux parties disjointes de la zone dépeuplée finissent par s'interpénétrer. Fig 1.3.

La séparation entre les deux MESFETs n'est plus évidente. Néanmoins en choisissant judicieusement une équipotentielle médiane  $D_{1,2}$ , nous retrouvons la structure à deux MESFETs monogrilles contigus, avec comme différence avec le cas exposé en (a), l'élimination de la conductance  $G_{12}$ .

Le modèle du MESFET bigrille communément adopté, qui se présente sous la forme de la mise en cascade de deux MESFETs monogrilles, répond donc avec suffisamment de pertinence au mécanisme intime de la structure.

En reprenant pour ces deux composants élémentaires le schéma équivalent classique du MESFET monogrille, notre structure au stade actuel de l'étude sera représentée par le schéma donné à la Fig.1.4.

$C_{o1}$  et  $C_{o2}$  sont Les capacités dynamiques équivalentes des deux zones de charge d'espace.

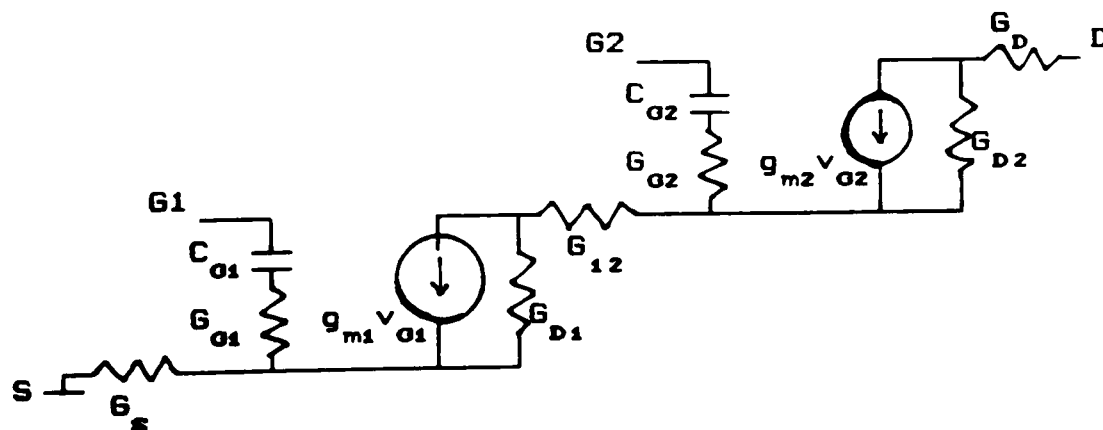


Fig 1.4.

Il faudra cependant faire attention à la remarque très importante que nous introduisons une légère erreur en supposant les sources de courant contrôlées inhérentes à chacun des deux MESFETs, totalement discernables.

C'est à dire que :

$$g_{m1} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{G1}} \quad \text{et} \quad g_{m2} = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{G2}} \quad (1.2)$$

Sur le plan tout à fait rigoureux, ceci n'est pas vrai car l'influence des tensions des deux grilles s'exerce sur la totalité de la zone de charges d'espace. En d'autres termes, un MESFET bigrille n'est pas et ne peut d'aucune manière être la mise en cascade de deux MESFETs monogrilles disjoints quels que soient leurs paramètres internes.

D'autre part, comme le choix de l'équipotentielle de référence  $S_1$  influe peu sur le comportement global de la structure, nous pouvons la confondre carrément avec la source. En d'autres termes, nous éliminons  $G_S$ .

Cette opération n'est pas fortuite, elle permet de simplifier considérablement les calculs ultérieurs sans altérer le modèle.

### 1.2.2. LA CAPACITE INTRINSEQUE DES ELECTRODES

En l'absence de la zone de charge d'espace, les électrodes de grilles présentent déjà vis-à-vis de la source une capacité intrinsèque.

De part sa structure, le MESFET est un composant inhomogène. La présence de deux milieux de permittivité diélectrique différente de part et d'autre du plan contenant les électrodes, nous dicte de dissocier la capacité intrinsèque de ces dernières en deux fractions connectées en parallèle. l'une  $C_1$  (respectivement  $C_2$ ) est située à l'extérieur du substrat, l'autre  $C'_1$  (respectivement  $C'_2$ ) à l'intérieur.

Compte tenu de l'existence de  $C_{o1}$  et  $C_{o2}$ , les capacités intrinsèques s'agencent sur le schéma équivalent de la manière présentée à la Fig.1.5.

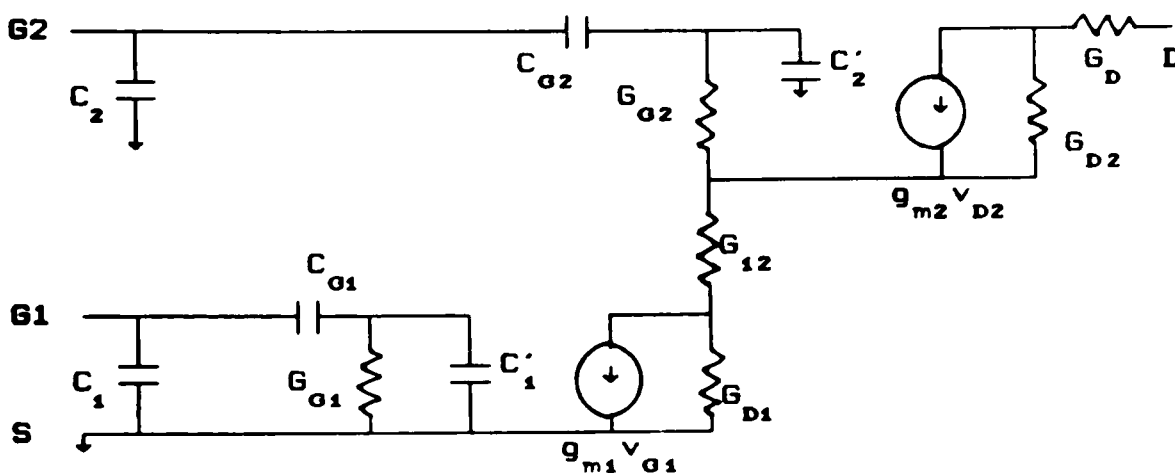


Fig. 1.5

### I.2.3. LES CAPACITES MUTUELLES

Nous compléterons le schéma équivalent admittanciel en y introduisant les capacités mutuelles entre électrodes.

- \* La capacité Grille1-Grille2  $C_{12}, C_{21}$ ,
- \* La capacité Grille1-Drain  $C_{13}$ ,
- \* La capacité Grille2-Drain  $C_{23}$ ,

Nous obtenons ainsi le schéma donné à la Fig.1.6.

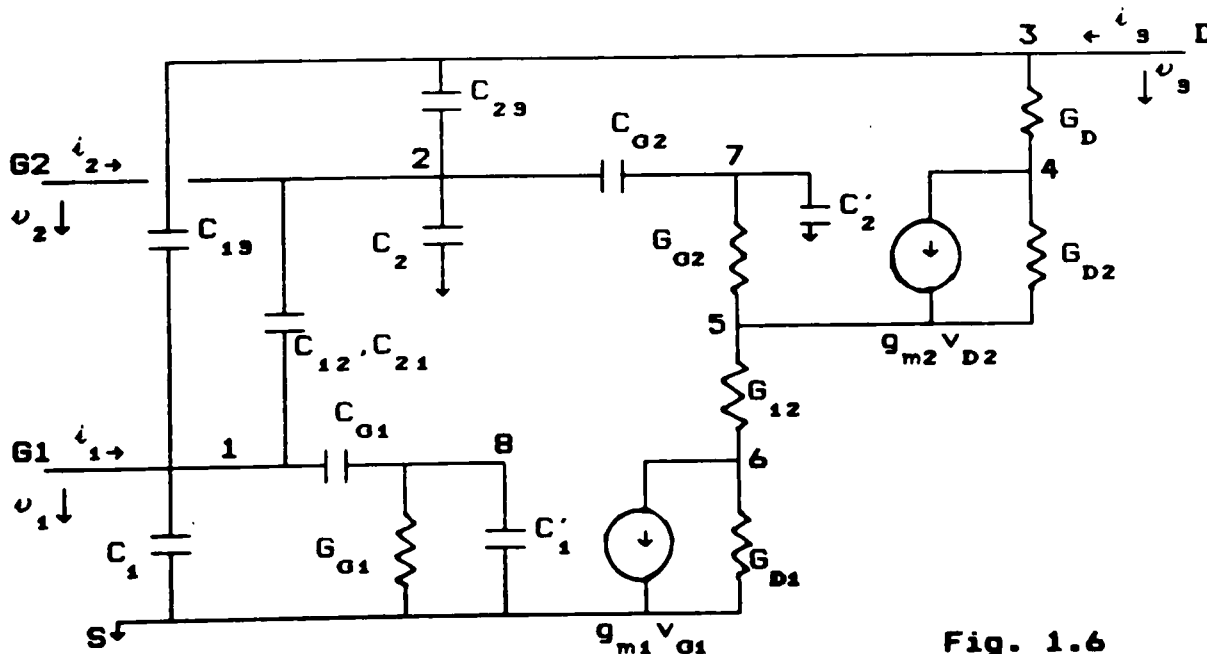


Fig. 1.6



C'est le schéma que nous adopterons définitivement pour représenter la partie admittance de la section transversale de notre structure. Nous constatons qu'il contient huit noeuds

Selon la référenciation de la Fig.1.6, les équations nodales s'établissent comme suit :

$$\begin{aligned}
 i_1 &= j\omega_1 C_{11} v_1 + j\omega_1 C_{01} (v_1 - v_8) + j\omega_2 C_{12} (v_1 - v_2) + j\omega_3 C_{13} (v_1 - v_3) \\
 i_2 &= j\omega_2 C_{22} v_2 + j\omega_2 C_{02} (v_2 - v_7) + j\omega_1 C_{21} (v_2 - v_1) + j\omega_3 C_{23} (v_2 - v_3) \\
 i_3 &= j\omega_3 C_{13} (v_3 - v_1) + j\omega_3 C_{23} (v_3 - v_2) + G_D (v_3 - v_4) \\
 0 &= g_{m2} v_2 + G_D (v_4 - v_3) + G_{D2} (v_4 - v_5) \\
 0 &= -g_{m2} v_2 + G_{D2} (v_5 - v_4) + G_{12} (v_5 - v_6) + G_{02} (v_5 - v_7) + j\omega_2 C'_2 (v_5 - v_7) \\
 0 &= g_{m1} v_1 + G_{12} (v_6 - v_5) + G_{D1} v_6 \\
 0 &= j\omega_2 C_{02} (v_7 - v_2) + (j\omega_2 C'_2 + G_{02}) (v_7 - v_5) \\
 0 &= j\omega_1 C_{01} (v_8 - v_1) + (j\omega_1 C'_1 + G_{01}) v_8
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

$\omega_1$ ,  $\omega_2$ , et  $\omega_3$  sont les pulsations des tensions harmoniques appliquées respectivement à la Grille 1, à la Grille 2, et au Drain. Nous donnons à l'Annexe 2, les différentes valeurs que peuvent prendre  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , et  $\omega_3$  en fonction de l'excitation.

la résolution du système des équations nodales (1.3), donne les éléments de la matrice admittance.

En posant

$$Y_{01} = \frac{j\omega_1 C_{01} \left[ j\omega_1 C'_1 + G_{01} \right]}{j\omega_1 \left[ C_{01} + C'_1 \right] + G_{01}} \quad \text{et} \quad Y_{02} = \frac{j\omega_2 C_{02} \left[ j\omega_2 C'_2 + G_{02} \right]}{j\omega_2 \left[ C_{02} + C'_2 \right] + G_{02}} \tag{1.4}$$

Nous obtenons

$$Y_{11} = j\omega C_{11} + j\omega C_{212} + j\omega C_{319} + Y_{01}$$

$$Y_{12} = -j\omega C_{212}$$

$$Y_{19} = -j\omega C_{319}$$

$$Y_{21} = -j\omega C_{121} + \frac{g_{m1} G_{12} Y_{02}}{\left(G_{D1} + G_{12}\right) \left(Y_{02} + \frac{G_D G_{D2}}{G_D + G_{D2}}\right) + G_{D1} G_{12}}$$

$$Y_{22} = j\omega C_{22} + j\omega C_{121} + j\omega C_{329} + Y_{02} - \frac{Y_{02} \left(Y_{02} + \frac{g_{m2} G_D}{G_D + G_{D2}}\right)}{Y_{02} + \frac{G_{12} G_{D1}}{G_{12} + G_{D1}} + \frac{G_D G_{D2}}{G_D + G_{D2}}}$$

$$Y_{29} = -j\omega C_{329} + \frac{G_D G_{D2} Y_{02}}{\left(G_D + G_{D2}\right) \left(Y_{02} + \frac{G_{12} G_{D1}}{G_{12} + G_{D1}}\right) + G_D G_{D2}}$$

$$Y_{31} = -j\omega C_{19} + \frac{g_{m1} G_{12} G_D G_{D2}}{\left(G_{D1} + G_{12}\right) \left(G_D + G_{D2}\right) \left(Y_{02} + \frac{G_{12} G_{D1}}{G_{12} + G_{D1}} + \frac{G_D G_{D2}}{G_D + G_{D2}}\right)}$$

$$Y_{32} = -j\omega C_{329} + \frac{g_{m2} G_D}{G_D + G_{D2}} - \frac{G_D G_{D2} \left(Y_{02} + \frac{g_{m2} G_D}{G_D + G_{D2}}\right)}{\left(G_D + G_{D2}\right) \left(Y_{02} + \frac{G_{12} G_{D1}}{G_{12} + G_{D1}}\right) + G_D G_{D2}}$$

$$Y_{39} = j\omega \left(C_{19} + C_{29}\right) + \frac{G_D G_{D2}}{G_D + G_{D2}} + \frac{\left(\frac{G_D G_{D2}}{G_D + G_{D2}}\right)^2}{\left(Y_{02} + \frac{G_{12} G_{D1}}{G_{12} + G_{D1}} + \frac{G_D G_{D2}}{G_D + G_{D2}}\right)}$$

### II-3. LES ELEMENTS EQUIVALENTS LONGITUDINAUX

Nous complétons le schéma équivalent esquissé ci-avant par l'introduction des éléments impédentiels ou longitudinaux. Ceux-ci sont de deux origines distinctes :

Les phénomènes d'induction magnétique entre électrodes donnent lieu, au niveau du schéma équivalent, à des inductances propres et mutuelles.

La puissance dissipée dans les conducteurs, lorsque le vecteur de Poynting présente une composante longitudinale, seront représentées par des résistances ohmiques équivalentes.

Le schéma équivalent complet d'un élément unitaire de longueur de notre structure est donné à la Fig. 1.7.

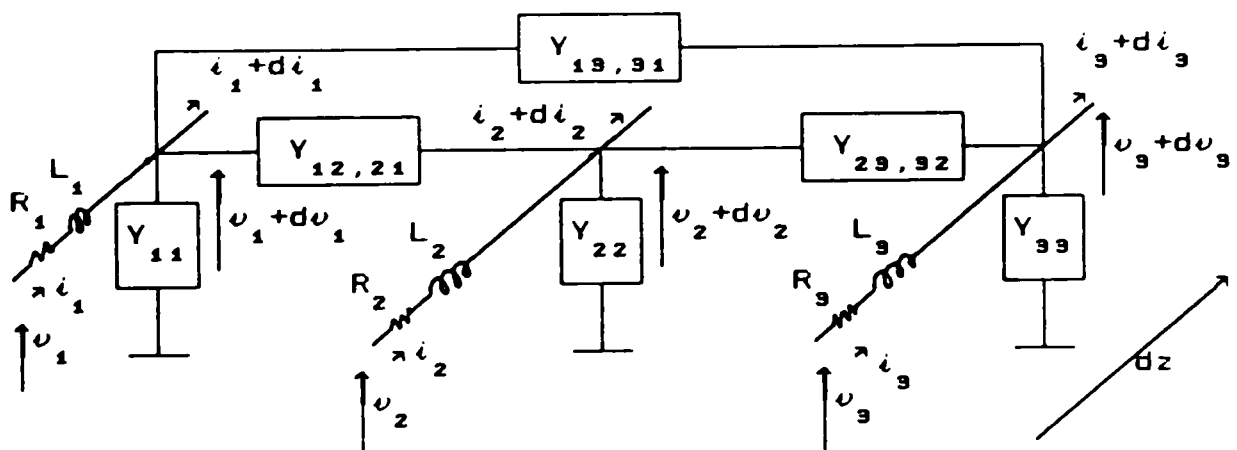


Fig 1.7. Schéma équivalent complet d'un élément de longueur de notre structure

Définissons les éléments de la matrice impédance pour un élément de longueur  $dz$ .  $z$  étant la direction de propagation.

$$\begin{aligned}
 Z_{11} &= R_1 + j\omega L_1 & Z_{12} &= j\omega M_{212} & Z_{13} &= j\omega M_{313} \\
 Z_{21} &= j\omega M_{121} & Z_{22} &= R_2 + j\omega L_2 & Z_{23} &= j\omega M_{323} & (1.6) \\
 Z_{31} &= j\omega M_{131} & Z_{32} &= j\omega M_{232} & Z_{33} &= R_3 + j\omega L_3
 \end{aligned}$$

Les différentes inductances mutuelles sont implicitement présentes sur le schéma de la Fig.1.7.

#### 1-4. LES EQUATIONS DE COUPLAGE

Les matrices Y et Z sont définies pour un élément infinitésimal de longueur dz dans la direction de propagation. En référence à la Fig 1.7., les équations différentielles de couplage s'établissent comme suit

$$\begin{aligned} - \frac{\partial v_1}{\partial z} &= Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2 + Z_{13} i_3 \\ - \frac{\partial v_2}{\partial z} &= Z_{21} i_1 + Z_{22} i_2 + Z_{23} i_3 \\ - \frac{\partial v_3}{\partial z} &= Z_{31} i_1 + Z_{32} i_2 + Z_{33} i_3 \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$\begin{aligned} - \frac{\partial i_1}{\partial z} &= Y_{11} v_1 + Y_{12} v_2 + Y_{13} v_3 \\ - \frac{\partial i_2}{\partial z} &= Y_{21} v_1 + Y_{22} v_2 + Y_{23} v_3 \\ - \frac{\partial i_3}{\partial z} &= Y_{31} v_1 + Y_{32} v_2 + Y_{33} v_3 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Nous reviendrons sur ces équations très importantes au chapitre 3, après le calcul des éléments de base constituant les schémas des figures 1.6 et 1.7.

CHAPITRE II - CALCUL DES ELEMENTS CONSTITUTIFS DU SCHEMA EQUIVALENT PETITS SIGNAUX

II-1 INTRODUCTION

Les électrodes du transistor MESFET bigrille (Fig 2.1.a) peuvent être perçues, pour les besoins de notre étude, comme un ensemble superposé de deux lignes coplanaires à plan de masse unique, représentées par les grilles (Fig 2.1.b et c), et d'une ligne à fente, représentée par le drain (Fig 2.1.d).

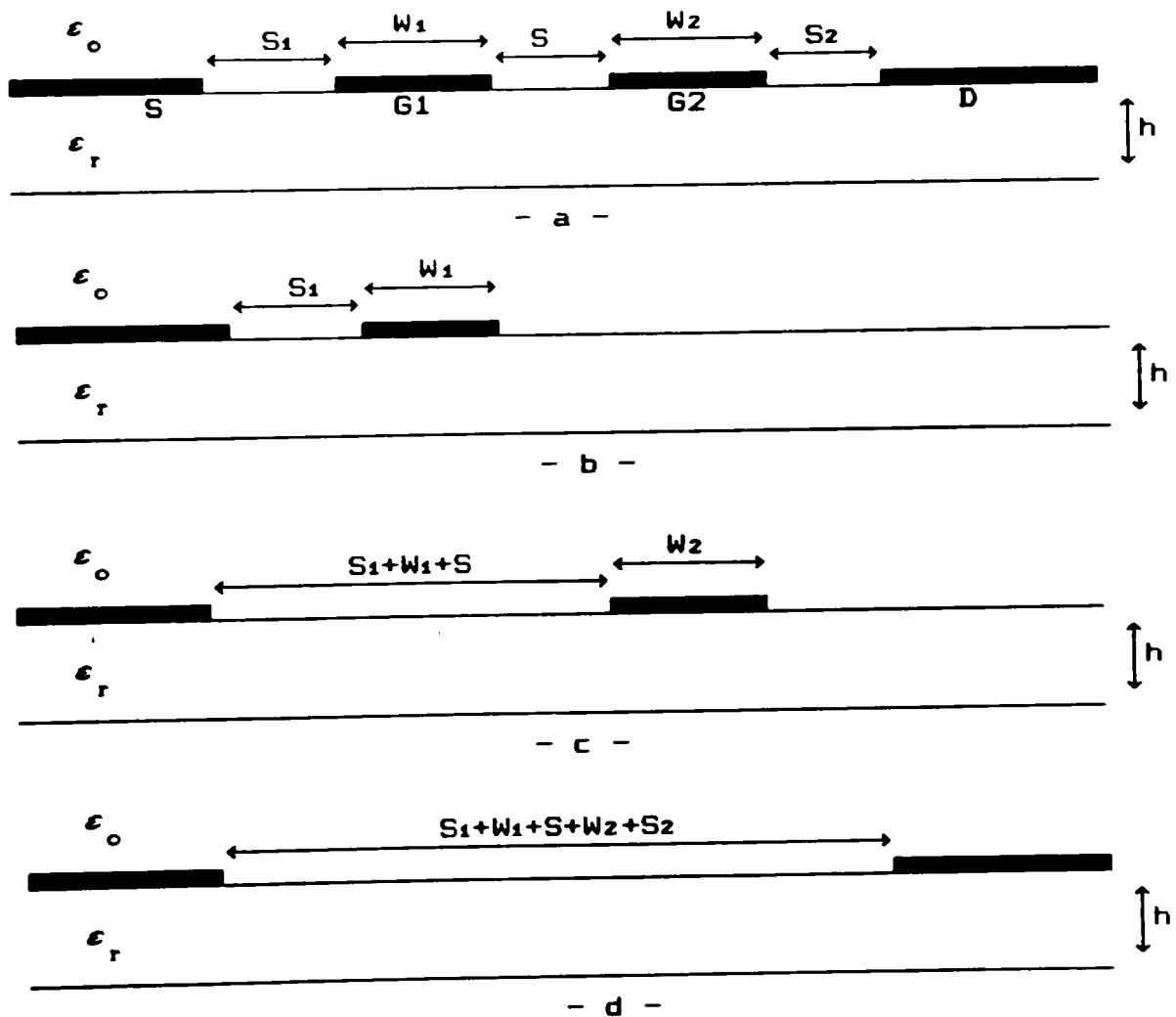
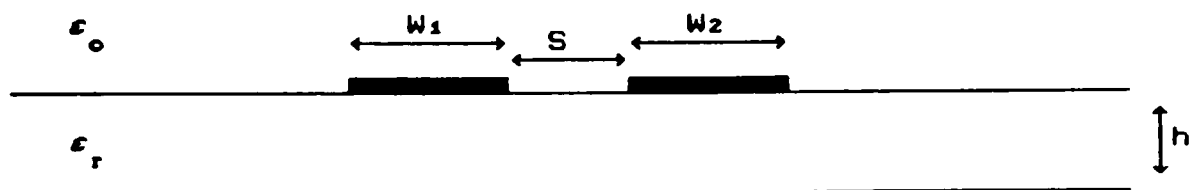


Fig 2.1. Décomposition des électrodes du MESFET bigrille en trois lignes superposées

En outre, afin de rendre compte des effets de proximité entre les électrodes, nous serons amenés à considérer les deux grilles, prises séparément, comme formant une ligne à deux rubans coplanaires. (Fig 2.2).



- Fig 2.2 -

Ceci nous amène à élaborer une étude assez rigoureuse de ces trois structures. Dans les lignes microplanaires, le mode de propagation dominant est un mode quasi-TEM jusqu'en bande X. Comme ces structures présentent par surcroît une invariance selon la direction de propagation, cette hypothèse sera mise à profit pour nous permettre une étude bidimensionnelle basée sur le modèle quasi-statique. L'intérêt de cette approche est de donner des résultats suffisamment précis pour des moyens de calcul relativement simples.

## II-2. ETUDE DE LA LIGNE COPLANAIRE A PLAN DE MASSE UNIQUE

### II-2.1. CAPACITE ET INDUCTANCE LINEAIQUES

Une méthode indirecte de résolution des problèmes électrostatiques bidimensionnels concernant une structure à rubans coplanaires, consiste à ramener cette dernière, par le biais de la transformée de Schwartz-Christoffel, à une structure à rubans parallèles, beaucoup plus simple à maîtriser.

Nous utiliserons cette technique pour calculer la capacité équivalente de la ligne par unité de longueur dans la direction de propagation.

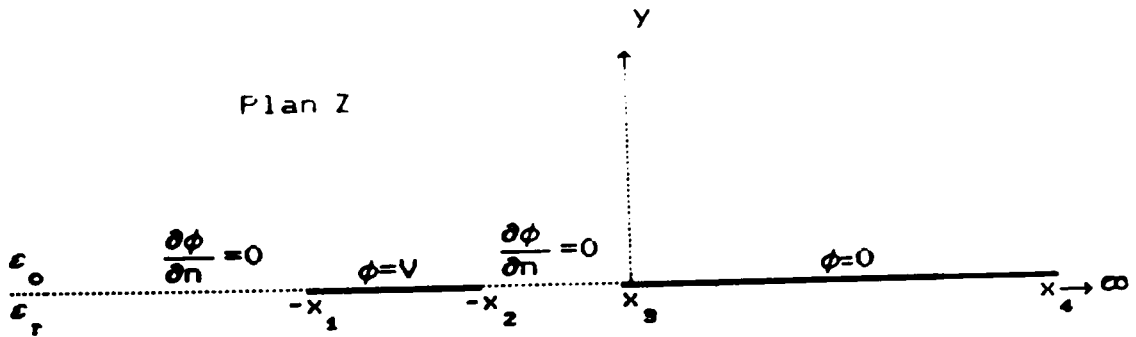


Fig 2.3.a

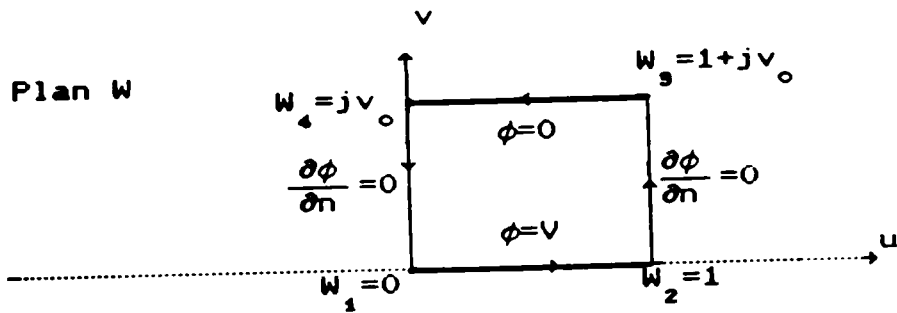


Fig 2.3.b

Le demi plan Z supérieur  $y > 0$  (Fig 2.3.a) se transforme en l'intérieur du polygone  $w_1 w_2 w_3 w_4$  (Fig 2.3.b) si nous parcourons son contour dans le sens indiqué par les flèches, lorsque l'axe des réels dans le plan Z est parcouru dans le sens positif.

La capacité des deux plaques conductrices ( $w_1 w_2, w_3 w_4$ ) est égale à :

$$C_o = \frac{\epsilon_o}{v_o} \quad (2.1)$$

Cette transformation a été calculée par [1], nous reprenons directement les résultats.

Le choix des  $x_i$  pouvant être arbitraire, nous prenons  $-x_2 = -1$ ,

$$\frac{dw}{dz} = \frac{-\sqrt{x_1}}{2K'(k)} \frac{1}{\sqrt{z(z+x_1)}(z+1)} \quad (2.2)$$

$$W = \frac{-j}{K'(k)} \operatorname{Sn}^{-1}(\sqrt{-z}, k) + j \frac{K(k)}{K'(k)} \quad (2.3)$$

où  $\operatorname{Sn}^{-1}(\sqrt{-z}, k)$  est l'inverse de la fonction sinus elliptique de Jacobi, de la variable  $(\sqrt{-z})$  et de module  $k$ .

$$k = \frac{1}{\sqrt{x_1}} \quad (2.4)$$

$$K(k) = \int_0^1 \frac{d\lambda}{\sqrt{(1-\lambda^2)(1-k^2\lambda^2)}} \quad \begin{array}{l} \text{intégrale elliptique complète} \\ \text{de première espèce} \end{array} \quad (2.5)$$

$$K'(k) = K(k') \quad \text{intégrale complémentaire} \quad (2.6)$$

$$\text{avec } k' = \sqrt{1-k^2} \quad (2.7)$$

La correspondance des points dans la relation (2.3) donne

$$v_0 = \frac{K}{K'} \quad (2.8)$$

La capacité équivalente du demi plan  $Z$  supérieur ( $y > 0$ ) vaut

$$C_0 = \frac{\epsilon_0}{v_0} = \epsilon_0 \frac{K'}{K} \quad (2.9)$$

Nous pouvons déduire par symétrie la contribution de la partie intérieure au substrat à la capacité équivalente, si le matériau remplissant le demi-plan  $y > 0$  est un diélectrique de permittivité relative  $\epsilon_r$  au lieu du vide :

$$C_s = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{K'}{K} \quad (2.10)$$

La capacité totale par unité de longueur est :

$$C = C_0 + C_s = \epsilon_0 (1 + \epsilon_r) \frac{K'}{K} \quad (2.11)$$

Définissons la permittivité effective  $\epsilon_{of} = \frac{1 + \epsilon_r}{2}$  (2.12)

$$\boxed{C = 2 \cdot \epsilon_0 \epsilon_{of} \frac{K'}{K}} \quad \text{F/m} \quad (2.13)$$



Nous en déduisons l'inductance linéique :

$$L = \frac{\epsilon_0 \epsilon_{of} \mu_0}{C} = \frac{\mu_0 K'}{2 K} \quad \text{H/m} \quad (2.14)$$

et l'impédance caractéristique :

$$Z_c = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon_{of} \mu_0}}{C} = \frac{30 \pi}{\sqrt{\epsilon_{of}}} \frac{K}{K'} \quad \Omega \quad (2.15)$$

## II-2.2. CALCUL DES PERTES

La section d'un élément transversal de ligne avec pertes est traditionnellement représentée par une impédance série équivalente  $Z=R+j\omega L$ , et une admittance shunt  $Y=G+j\omega C$ .

L'impédance caractéristique de la ligne étant,

$$Z_c = \sqrt{Z/Y} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \quad (2.16)$$

L'élément  $R$  décrit les pertes ohmiques dans les conducteurs, tandis que  $G$  rend compte de l'imperfection de l'isolation et de l'effet d'hystérésis diélectrique dans le substrat.

### II-2.2.a. LA CONDUCTANCE DU SUBSTRAT :

Soit  $\sigma$  la conductivité du matériau isolant. Elle donne lieu à une conductance shunt équivalente  $G_1$ , ayant pour valeur (voir Fig.2.3.b)

$$G_1 = \frac{\sigma}{v_0} = \sigma \frac{K'}{K} \quad (2.17)$$

### II-2.2.b. L'EFFET D'HYSTERESIS DIELECTRIQUE :

L'effet d'hystérésis diélectrique dans le matériau isolant peut être pris en considération de façon formelle en admettant que la permittivité absolue  $\epsilon$  du milieu est une quantité complexe

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r = \epsilon' - j\epsilon'' \quad (2.18)$$

le rapport  $\epsilon''/\epsilon'$  étant égal à  $\text{tg}\delta$ , où  $\delta$  est l'angle de pertes du matériau diélectrique.

Reprenons l'expression de la capacité linéique équivalente

$$C = 2 \cdot \epsilon_0 \epsilon_{of} \frac{K'}{K} \quad (2.19)$$

Par ailleurs

$$\epsilon_r = (\epsilon' - j\epsilon'')/\epsilon_0 = \epsilon' (1 - j\text{tg}\delta)/\epsilon_0 \quad (2.20)$$

$$\text{d'où} \quad \epsilon_{of} = \frac{1}{2\epsilon_0} (\epsilon_0 + \epsilon' - j\epsilon' \text{tg}\delta) \quad (2.21)$$

$$\text{et} \quad C = 2 (\epsilon_0 + \epsilon' - j\epsilon' \text{tg}\delta) \frac{K'}{K} \quad (2.22)$$

Ceci nous amène à définir une conductance fictive  $G_2$  qui rend compte de l'effet d'hystérésis diélectrique et qui vaut

$$G_2 = \omega \epsilon' \text{tg}\delta \frac{K'}{K} \quad (2.23)$$

à condition de prendre pour la capacité la valeur

$$C = 2(\epsilon_0 + \epsilon') \frac{K'}{K} \quad (2.24)$$

La conductance totale vaut

$$G = G_1 + G_2 = \sigma \frac{K'}{K} + \omega \epsilon' \text{tg}\delta \frac{K'}{K} \quad (2.25)$$

$$\boxed{G = (\sigma + \omega \epsilon' \text{tg}\delta) \frac{K'}{K}} \quad \Omega^{-1}/\text{m} \quad (2.26)$$

Dans le calcul des expressions (2.24) et (2.26) en pratique, nous pouvons faire l'approximation  $\epsilon' \approx \epsilon_0 \epsilon_r$ , valable pour les isolants hyperfréquences usuels.

II-2.2.c. LES PERTES OHMIQUES DANS LES CONDUCTEURS :

Les conducteurs présentent une résistivité  $\rho_c$  non nulle. La puissance dissipée par effet Joule dans les conducteurs par unité de longueur est égale à

$$P = \frac{1}{2} R_m \iint_s |H|^2 dz^2 \quad \text{W/m} \quad (2.27)$$

où  $R_m$  est la résistance de métal définie par

$$R_m = \frac{\rho_c}{\delta} \quad \Omega/\text{m} \quad (2.28)$$

$\delta$  étant la profondeur de peau

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho_c}{\omega \mu_0}} \quad \text{m} \quad (2.29)$$

soit 
$$R_m = \sqrt{\frac{\rho_c \omega \mu_0}{2}} \quad \Omega/\text{m} \quad (2.30)$$

et

$$P = \frac{1}{2} R_m \oint_c |J|^2 |dz| = \frac{1}{2} R_m \oint_c \frac{1}{|z_c|^2} \left| \frac{\partial \phi}{\partial n} \right|^2 |dz| \quad (2.31)$$

$c$  est le contour correspondant aux équipotentiels ( $\phi = V$ ) et ( $\phi = 0$ ) limitant la section transversale des conducteurs (Fig 2.3.a).

si nous faisons abstraction des bords des conducteurs, nous avons sur tout le contour  $c$  :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} \simeq \frac{\partial \phi}{\partial v} \frac{dw}{dz} \quad (2.32)$$

dans le modèle quasi-statique la variation de  $\phi$  est linéaire entre  $v=0$  et  $v=v_0$  (Fig 2.3.b),

$$\phi = V \left( 1 - \frac{v}{v_0} \right) \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = - \frac{V}{v_0} \frac{dw}{dz} = - \frac{K'}{K} V \frac{dw}{dz} \quad (2.34)$$

d'où

$$P = \frac{1}{2} R_m \left| \frac{V K'}{Z_c K} \right|^2 \oint_c \left| \frac{dw}{dz} \right|^2 |dz| \quad (2.35)$$

$$\left| \frac{dw}{dz} \right|^2 = \frac{x_1}{4 K'^2} \left| \frac{1}{z(z+x_1)(z+1)} \right| \quad (2.36)$$

soit

$$P = \frac{1}{2} R_m \left| \frac{V K'}{Z_c K} \right|^2 \frac{x_1}{4 K'^2} \oint_c \left| \frac{dz}{z(z+x_1)(z+1)} \right| \quad (2.37)$$

appelons 
$$I = \oint_c \left| \frac{dz}{z(z+x_1)(z+1)} \right| \quad (2.38)$$

Le contour d'intégration  $c$  se compose de deux parties connexes  $c_1$  et  $c_2$ .  $c_1$  entourant le conducteur  $\phi = V$ , et  $c_2$  entourant le plan de masse. L'intégrale  $I$  sera subséquemment divisée en deux parties  $I_1$  et  $I_2$ .

$$I = I_1 + I_2 = \oint_{c_1} \left| \frac{dz}{z(z+x_1)(z+1)} \right| + \oint_{c_2} \left| \frac{dz}{z(z+x_1)(z+1)} \right| \quad (2.39)$$

En utilisant le théorème des résidus, le contour  $c_1$  contenant les poles  $z=-x_1$  et  $z=-1$ , et le contour  $c_2$  contenant le pole  $z=0$ , nous obtenons

$$I_1 = \left| 2\pi j \left[ \frac{1}{-x_1(1-x_1)} + \frac{1}{-1(x_1-1)} \right] \right| = \frac{2\pi}{x_1} \quad (2.40)$$

$$I_2 = \left| 2\pi j \left[ \frac{1}{x_1} \right] \right| = \frac{2\pi}{x_1} \quad (2.41)$$

d'où 
$$I = \frac{4\pi}{x_1} \quad (2.42)$$

et 
$$P = \frac{1}{2} R_m \left| \frac{V K'}{Z_c K} \right|^2 \frac{x_1}{4 K'^2} \frac{4\pi}{x_1} = \frac{1}{2} R_m \left| \frac{V K'}{Z_c K} \right|^2 \frac{\pi}{K'^2} \quad (2.43)$$

Reprenant l'expression originelle de la puissance dissipée par effet joule pour un élément de longueur de ligne

$$P = \frac{1}{2} \frac{V^2}{R} \quad (2.44)$$

Nous sommes en mesure de définir une résistance longitudinale équivalente de ligne

$$R = \frac{|Z_c|^2 K^2}{\pi R_m} \quad \Omega/m \quad (2.45)$$

De (2.16) nous trouvons

$$|Z_c|^2 = \sqrt{\frac{R^2 + L^2 \omega^2}{G^2 + C^2 \omega^2}} \quad (2.46)$$

en remplaçant  $R_m$ ,  $G$ ,  $L$  et  $C$  par leurs valeurs dans (2.45) et (2.46), nous obtenons l'expression de la résistance équivalente aux pertes dans les conducteurs

$$R = \frac{\omega \mu_0 K^4}{\sqrt{2} K \cdot \sqrt{K^2 \pi^2 \omega \mu_0 \rho_c [(\sigma + \omega \epsilon \operatorname{tg} \delta)^2 + (4 \omega \epsilon_0 \epsilon_{of})^2]} - 2K^6} \quad \Omega/m \quad (2.47)$$

Nous donnons à la Fig.2.16 la variation de  $R$  en fonction de la fréquence, pour les deux grilles relatives à notre modèle de référence.

### II-3. ETUDE DE LA LIGNE BIPLAQUE COPLANAIRE

Nous aurons besoin de connaître l'inductance mutuelle entre les deux grilles. L'étude de l'effet de proximité inductif se fera en isolant mentalement les deux grilles. Elles formeront alors une ligne à deux rubans coplanaires déposés sur substrat diélectrique.

Nous ferons de nouveau appel à la transformée de Schwartz-Christoffel afin de ramener l'étude des deux plaques coplanaires à celle de deux plaques parallèles.

Dans le cas le plus général, les deux rubans sont de largeurs inégales. Nous utiliserons impérativement une double transformation. La première afin de ramener la structure asymétrique à une structure symétrique, la seconde pour ramener la structure coplanaire à une structure à plaques parallèles.

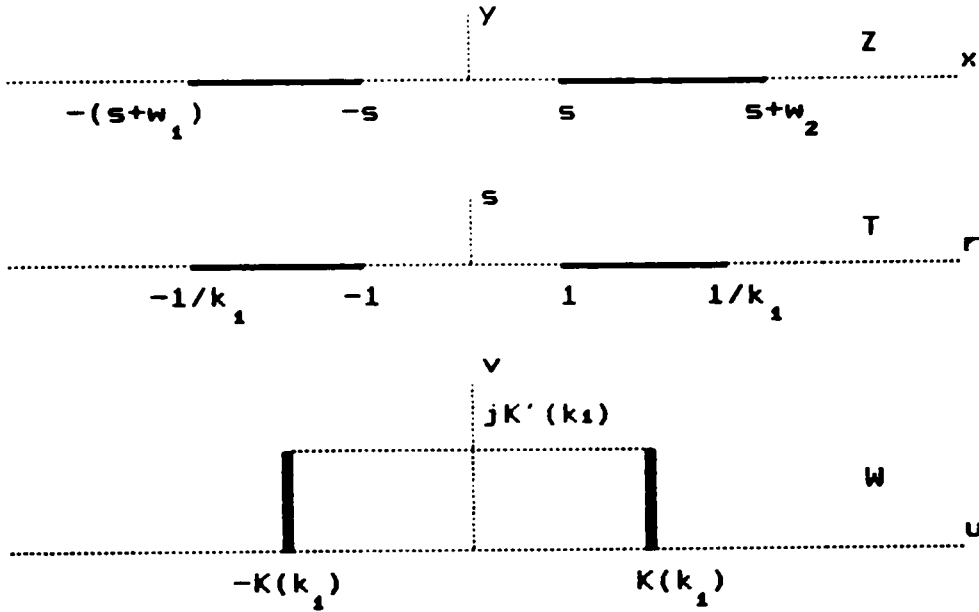


Fig 2.4

Cette double transformation donne, tous calcul faits [5] :

$$C = \epsilon_o \epsilon_f \frac{K'(k_1)}{K(k_1)} \quad \text{F/m} \quad (2.48)$$

avec 
$$k_1 = \frac{s [1 + \alpha(s+w_2)]}{s + w_2 + \alpha s^2} \quad (2.49)$$

où 
$$\alpha = \frac{w_1 w_2 + s(w_1 + w_2) \pm [w_1 w_2 (2s+w_1)(2s+w_2)]}{s^2 (w_2 - w_1)} \quad (2.50)$$

L'inductance sera 
$$L = \mu_o \frac{K(k_1)}{K'(k_1)} \quad \text{H/m} \quad (2.51)$$

En pratique, les grandeurs  $K$  et  $K'$  seront calculées par le développement limité

$$K(k) = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 k^4 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 k^6 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8}\right)^2 k^8 + \dots \right\}$$

$$K(k) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \sum_{l=1}^{\infty} \left[ \frac{\prod_{j=1}^l 2j-1}{\prod_{j=1}^l 2j} \right]^2 k^{2l} \quad (2.52)$$

## II-4. LES CAPACITES DES CONTACTS SCHOTTKY

Nous pourrions aisément établir la distribution du potentiel quasi-statique dans la structure, une fois la zone de charge d'espace entièrement définie et, de façon conjointe, la distribution des charges surfaciques sur les grilles connue. Cette dernière permettra, par le biais d'une simple opération différentielle, de connaître la valeur des capacités dynamiques équivalentes des contacts Schottky.

La délimitation du profil exact de la zone de charges d'espace se fera par la technique des frontières mouvantes, déjà utilisée par [2]-[4]. Cette méthode fait appel au formalisme de la fonction de Green.

Le drain quant à lui est considéré, au même titre que la source, comme un mur électrique neutre.

### II-4.1. CALCUL DE LA FONCTION DE GREEN BIDIMENSIONNELLE

Nous devons établir la fonction de Green relative à une distribution de charges avoisinant un dispositif à deux murs électriques coplanaires semi-infinis (Fig.2.5).

Nous ramenons les deux murs électriques disjoints, matérialisés par la source et le drain, à un mur électrique unique par le biais de la transformation conforme

$$W = \sqrt{z^2 - a^2} \tag{2.53}$$

Cette relation transforme le demi-plan des imaginaires positifs dans Z en le demi-plan des imaginaires positifs dans W, tel que le montre la Fig 2.5.

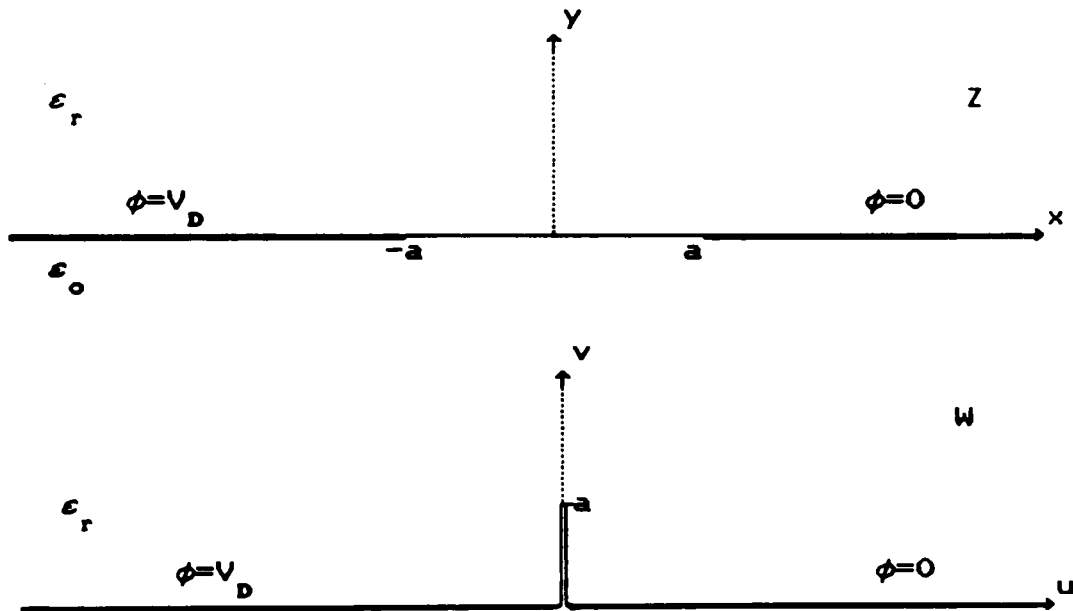


Fig 2.5.

Une charge  $\rho$  située au point  $(u_0, v_0)$ , avec  $v_0 > 0$ , aura une image  $-\rho$  située au point  $(u_0, -v_0)$ .

L'utilisation d'une fonction de Green de type logarithmique donne une forme relativement simple

$$G(u, v | u_0, v_0) = -\frac{1}{4\pi} \log \left[ \frac{(u-u_0)^2 + (v-v_0)^2}{(u-u_0)^2 + (v+v_0)^2} \right] \tag{2.54}$$



en explicitant les parties réelles et imaginaires de (2.53), et en posant

$$\xi^2 = \sqrt{[(x+a)^2+y^2][(x-a)^2+y^2]} \quad (2.55)$$

nous aurons

$$u = \begin{cases} x \sqrt{\frac{x^2+y^2-a^2+\xi^2}{x^2+y^2+a^2+\xi^2}} & \text{si } x^2 \leq y^2+a^2+\xi^2 \\ x \left[ \sqrt{\frac{x^2+y^2-a^2+\xi^2}{x^2+y^2+a^2+\xi^2}} - \sqrt{\frac{x^2-y^2-a^2-\xi^2}{2x^2}} \right] & \text{si } x^2 > y^2+a^2+\xi^2 \end{cases} \quad (2.56)$$

$$v = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2} (y^2-x^2+a^2+\xi^2)} & \text{si } y^2 \geq a^2-x^2-\xi^2 \\ \sqrt{\frac{1}{2} (y^2-x^2+a^2+\xi^2)} + \sqrt{\frac{a^2-y^2-x^2-\xi^2}{x^2+y^2+a^2+\xi^2} x^2} & \text{si } y^2 < a^2-x^2-\xi^2 \end{cases} \quad (2.57)$$

Ces mêmes expressions sont évidemment valables pour  $u_0$  et  $v_0$  en remplaçant  $x$  et  $y$  par  $x_0$  et  $y_0$ .

L'inhomogénéité du milieu impose l'introduction d'une fonction de Green modifiée  $G^*(x,y|x_0,y_0)$ , calculée en utilisant la méthode des images [2]-[4].

En définissant

$$R = \frac{\epsilon_r - \epsilon_0}{\epsilon_r + \epsilon_0} \quad (2.58)$$

$$T = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + \epsilon_0} \quad (2.59)$$

$$G^*(x,y|x_0,y_0) = G(x,y|x_0,y_0) + RG(x,y|x_0,-y_0) \quad (2.60)$$

Le potentiel dans tout l'espace est donné par les relations

$$\begin{aligned} \phi(x,y) &= T \iint_{x_0, y_0} \rho(x_0, y_0) G(x, y | x_0, y_0) dx_0 dy_0 + V_p(x, y) \quad \text{pour } y < 0 \\ \phi(x,y) &= \iint_{x_0, y_0} \rho(x_0, y_0) G^*(x, y | x_0, y_0) dx_0 dy_0 + V_p(x, y) \quad \text{pour } y \geq 0 \end{aligned} \quad (2.61)$$

La superposition du terme  $V_p(x, y)$  est due au fait que le drain est porté à un potentiel  $V_D$  non nul.

Nous voyons à la Fig.2.5 que le demi-axe  $u < 0$  est porté au potentiel  $V_D$  tandis que le demi-axe  $u > 0$  est au potentiel nul.  $V_p(u, v)$  est donc proportionnel à l'angle polaire  $\theta$ .

$$V_p(\rho, \theta) = \frac{V_D}{\pi} |\theta| \quad \theta \in [-\pi, \pi] \quad (2.62)$$

soit 
$$V_p(u, v) = \frac{V_D}{\pi} \operatorname{arctg} \left| \frac{v}{u} \right| \quad \text{pour } 0 \leq |\theta| < \frac{\pi}{2} \quad (2.63)$$

$$V_p(u, v) = \frac{V_D}{\pi} \left( \pi - \operatorname{arctg} \left| \frac{v}{u} \right| \right) \quad \text{pour } \frac{\pi}{2} \leq |\theta| \leq \pi \quad (2.64)$$

La forme (2.64) est imposée par le fait que la fonction  $\operatorname{arctg} \theta$  est définie pour  $\theta$  compris entre  $-\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{\pi}{2}$ .

$V_p(x, y)$  se déduit de  $V_p(u, v)$  par un simple changement de variable.

## II-4.2. DELIMITATION DU PROFIL DE LA ZONE DEPEUPLEE PAR LA TECHNIQUE DES FRONTIERES MOUVANTES.

L'application de la méthode des moments directe de collocation par points, nous conduit à discrétiser la structure tel qu'il est indiqué à la Fig 2.6.

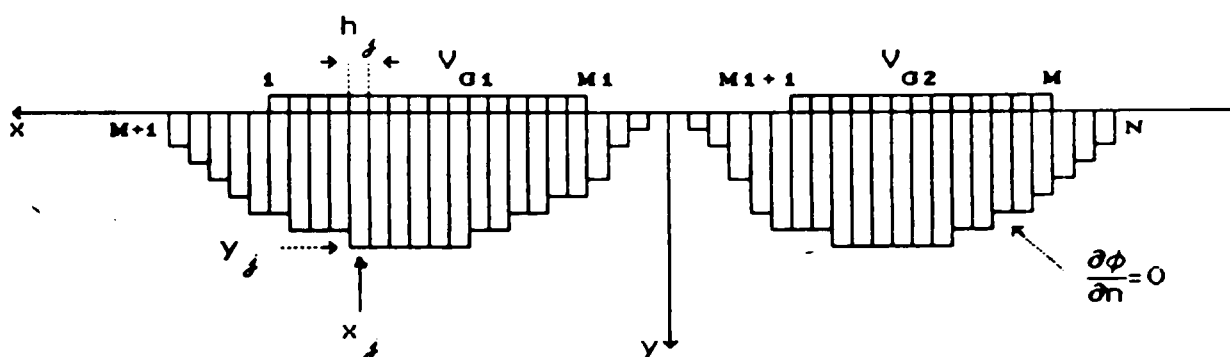


Fig.2.6

Les deux grilles sont divisées en M sous-domaines.  
Les zones dépeuplées sont divisées en N-M sous-domaines, N>M.

La densité de charge se répartit comme suit :

$$\rho(x_0, y_0) = \begin{cases} \rho_j & \text{sur le sous-domaine } j \text{ appartenant} \\ & \text{à l'une des grilles} \\ qN_D & \text{dans la zone dépeuplée} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.65)$$

Les conditions aux limites sont

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi(x, y) = V_{a1} \quad \text{sur la première grille} \\ \phi(x, y) = V_{a2} \quad \text{sur la deuxième grille} \\ \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial n} = 0 \quad \text{sur la frontière de la zone dépeuplée} \end{array} \right. \quad (2.66)$$

En utilisant les relations (2.61) à (2.66), et en normalisant les densités volumiques de charge par rapport à  $qN_D$ , les tensions par rapport à  $U_T$ , et les distances par rapport à la longueur d'onde de Debye  $\lambda_D$ ,

$$U_T = \frac{k_b T}{q} \simeq 0.026 \text{ V à } 20^\circ\text{C} \quad (2.67)$$

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_r U_T}{q N_D}} \quad \text{m} \quad (2.68)$$

nous établissons le système d'équations (2.69)

$$F_i = T \sum_{j=1}^M \rho_j \int_{x_j - h_j/2}^{x_j + h_j/2} G(x_i | x_o, y_i | 0) \cdot dx_o$$

$$+ \sum_{j=M+1}^N \int_0^{y_j} \int_{x_j - h_j/2}^{x_j + h_j/2} G^*(x_i | x_o, y_i | y_o) \cdot dx_o \cdot dy_o$$

$$+ V_p(x_i, y_i) = V_{\sigma_1, \sigma_2} \quad i = 1, M$$

(2.69)

$$F_i = T \sum_{j=1}^M \rho_j \int_{x_j - h_j/2}^{x_j + h_j/2} \frac{\partial}{\partial n} [G(x_i | x_o, y_i | 0)] dx_o$$

$$+ \sum_{j=M+1}^N \int_0^{y_j} \int_{x_j - h_j/2}^{x_j + h_j/2} \frac{\partial}{\partial n} [G^*(x_i | x_o, y_i | y_o)] dx_o \cdot dy_o$$

$$+ \frac{\partial}{\partial n} [V_p(x_i, y_i)] = 0 \quad i = M+1, N$$

Ce système a pour inconnues

$$\begin{array}{ll} \rho_j & j = 1, M \\ Y_j & j = M+1, N \end{array}$$

Le système d'équations (2.69) est non linéaire. Nous le résolvons par un procédé itératif. Nous utilisons l'algorithme de Fletcher-Reeves (voir Annexe 1) en début d'itérations, et l'algorithme de Newton-Raphson aux approches de la solution.

Les différentes capacités impliquées dans les distributions de charges se calculent par la formulation différentielle

$$\begin{array}{ll} C_{11} = \frac{\partial Q_{o1}}{\partial V_{o1}} & C_{21} = \frac{\partial Q_{o2}}{\partial V_{o1}} \\ C_{12} = \frac{\partial Q_{o1}}{\partial V_{o2}} & C_{22} = \frac{\partial Q_{o2}}{\partial V_{o2}} \\ C_{13} = \frac{\partial Q_{o1}}{\partial V_D} & C_{23} = \frac{\partial Q_{o2}}{\partial V_D} \end{array} \quad (2.71)$$

sachant que

$$Q_{o1} = \sum_{o1} \rho_j h_j \quad Q_{o2} = \sum_{o2} \rho_j h_j \quad (2.72)$$

Nous présentons dans les figures (2.10) à (2.12) les variations de ces différentes capacités en fonction de la tension de drain pour notre modèle de référence.

Les capacités des zones dépeuplées relatives aux deux grilles,  $C_{o1}$  et  $C_{o2}$ , se calculent à partir de  $C_{11}$  et  $C_{22}$ .

$C_{11}$  (respectivement  $C_{22}$ ) consiste en la mise en parallèle de la capacité de la zone de charges d'espace  $C_{o1}$  (respectivement  $C_{o2}$ ), et de la fraction hors substrat de la capacité propre de l'électrode de grille  $C_{o1}$  (respectivement  $C_{o2}$ ), donnée par la relation (2.9).

$$C_{11} = C_{o1} + C_{s1} \quad C_{22} = C_{o2} + C_{s2} \quad (2.73)$$

soit

$$C_{o1} = C_{11} - C_{s1} \quad C_{o2} = C_{22} - C_{s2} \quad (2.74)$$

La fraction intérieure au substrat des capacités propres des électrodes de grilles  $C_{s1}$  et  $C_{s2}$  obéit à la relation (2.10) et consiste en la mise en série des capacités  $C_{o1}$  et  $C'_1$ , respectivement  $C_{o2}$  et  $C'_2$ . (voir Fig 1.6).

$$C_{s1} = \frac{C_{o1} C'_1}{C_{o1} + C'_1} \quad C_{s2} = \frac{C_{o2} C'_2}{C_{o2} + C'_2} \quad (2.75)$$

Nous en déduisons les valeurs de  $C'_1$  et  $C'_2$ .

$$C'_1 = \frac{C_{o1} C_{s1}}{C_{o1} - C_{s1}} \quad C'_2 = \frac{C_{o2} C_{s2}}{C_{o2} - C_{s2}} \quad (2.76)$$

## II-5. LES INDUCTANCES

Les inductances propres des grilles  $L_1$  et  $L_2$ , ainsi que celle du drain  $L_3$  peuvent être calculées à partir de la relation (2.14).

L'inductance mutuelle entre les grilles sera quant à elle calculée à partir de la relation (2.51).

## II-6. LA TRANSCONDUCTANCE DYNAMIQUE

Dans l'hypothèse d'une densité de courant constante dans la région semi-conductrice, la transconductance dynamique peut aisément être évaluée numériquement.

La transconductance est définie comme la fluctuation du courant de canal due à une variation infinitésimale de la tension de grille. Dans le cas d'une densité de courant constante, la variation du courant sera en proportion directe avec la variation de la section droite du canal ou, de façon équivalente, de l'épaisseur de la zone dépeuplée.

$$g_{m1} = \frac{\partial \left( \int_{s1} \sigma E_{m1} ds \right)}{\partial V_{a1}} \quad g_{m2} = \frac{\partial \left( \int_{s2} \sigma E_{m2} ds \right)}{\partial V_{a2}} \quad (2.77)$$

où  $\sigma = qN_D \mu_n$  (2.78)

et

$E_{mi}$  = la valeur moyenne de la composante du champ électrostatique tangente à la frontière de la zone dépeuplée. Elle est calculée numériquement d'après la relation

$$E_m = - \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{\text{moy}} \quad (2.79)$$

la moyenne étant calculée sur toute la longueur de la frontière de chacune des deux zones dépeuplées.

Nous donnons à la figure (2.13) la variation de  $g_{m1}$  et  $g_{m2}$  en fonction de la tension de drain, pour notre modèle de référence.

## II-7. LES CONDUCTANCES

Les conductances  $G_{12}$ ,  $G_D$ ,  $G_{D1}$  et  $G_{D2}$  sont elles aussi calculées à partir de considérations purement géométriques et numériques, en utilisant directement la relation de dérivation

$$G = \frac{\iint \sigma E ds}{\int E dl} \quad (2.80)$$

Il est à noter que le fait de limiter la modélisation du MESFET au fonctionnement dans la région active facilite le calcul de  $G_{D1}$  et  $G_{D2}$ . La conductance dynamique est à peu près la même que la conductance statique dans la zone linéaire de la caractéristique  $(I_D, V_{DS})$ . Nous donnons à la Fig.2.15 la variation de  $G_{D1}$  et  $G_{D2}$  en fonction de  $V_{DS}$  pour notre modèle de référence.

Les conductances  $G_{o1}$  et  $G_{o2}$  se retrouvent à partir de la relation (2.26). La Fig.2.14 donne leur variation en fonction de  $V_{DS}$ .

## II-8. RESULTATS NUMERIQUES.

Le modèle de référence sur lequel a été appliquée la théorie développée dans notre étude est celui de Asai [8], repris par [3]. Les caractéristiques physiques de ce modèle, se présentent comme suit :

|   |   |
|---|---|
| - Epaisseur de la couche active               | $h = 0.36 \mu\text{m}$                      |
| - Dimension longitudinale de la structure     | $L = 300 \mu\text{m}$                       |
| - Espace entre la source et la grille 1       | $s_1 = 1.6 \mu\text{m}$                     |
| - Dimension transversale de la grille 1       | $w_1 = 1.3 \mu\text{m}$                     |
| - Espace séparant les deux grilles            | $s = 1.7 \mu\text{m}$                       |
| - Dimension transversale de la grille 2       | $w_2 = 2.4 \mu\text{m}$                     |
| - Espace entre la grille 2 et le drain        | $s_2 = 1.7 \mu\text{m}$                     |
| - Concentration en porteurs de la zone active | $N_D = 4 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$     |
| - Nature des électrodes : Alliage Sn/Ag       | $\rho_c = 2.5 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ |

L'essentiel des applications numériques a porté sur la variation des caractéristiques fonctionnelles de la structure en fonction de la tension de polarisation du drain. Les tensions appliquées aux grilles sont un paramètre fixe dans notre travail.

La première grille est polarisée à  $V_{G1} = -1 \text{ V}$ , et la seconde à  $V_{G2} = 0.5 \text{ V}$ .

Les résultats sont présentés sous forme de courbes en fonction de la tension de drain.

Il y a lieu de signaler que plusieurs éléments constitutifs du schéma équivalent ne dépendent pas de  $V_D$ . Nous en donnons directement les valeurs :

$$\begin{array}{ll} C_1 = 8.440 \text{ pF/m} & M_{12} = 42.964 \text{ nH/m} \\ C_2 = 7.634 \text{ pF/m} & L_3 = 305.424 \text{ nH/m} \\ L_1 = 358.229 \text{ nH/m} & G_D = 65.142 \cdot 10^3 \text{ S/m} \\ L_2 = 427.708 \text{ nH/m} & G_{12} = 65.142 \cdot 10^3 \text{ S/m} \end{array}$$



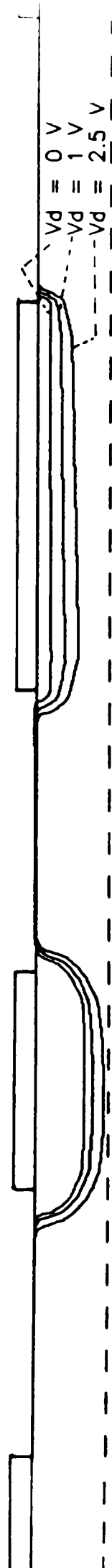


Fig 2.7. Profil de la zone dépeuplée pour  $V_{g1} = -1 \text{ V}$   $V_{g2} = 0.5 \text{ V}$

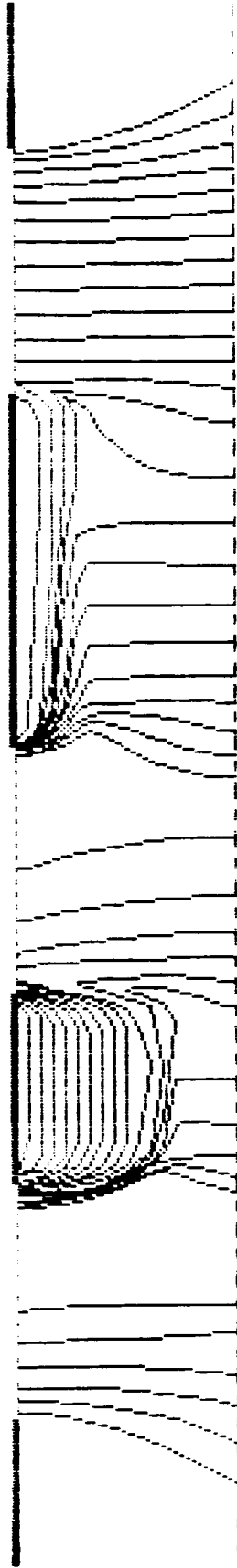


Fig 2.8 Courbes equipotentiellees pour  $U_{91} = -10$ ,  $U_{92} = 0.50$  et  $U_d = 10$

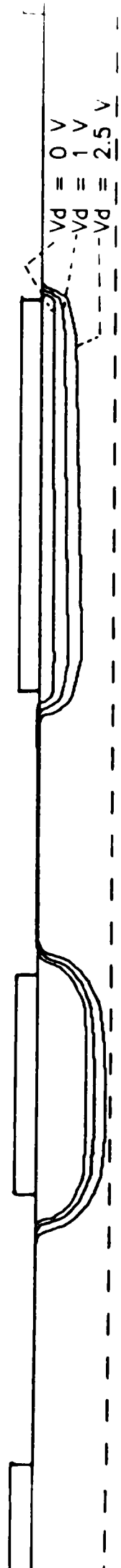


Fig 2.7. Profil de la zone dépeuplée pour  $V_{g1} = -1\text{ V}$   $V_{g2} = 0.5\text{ V}$

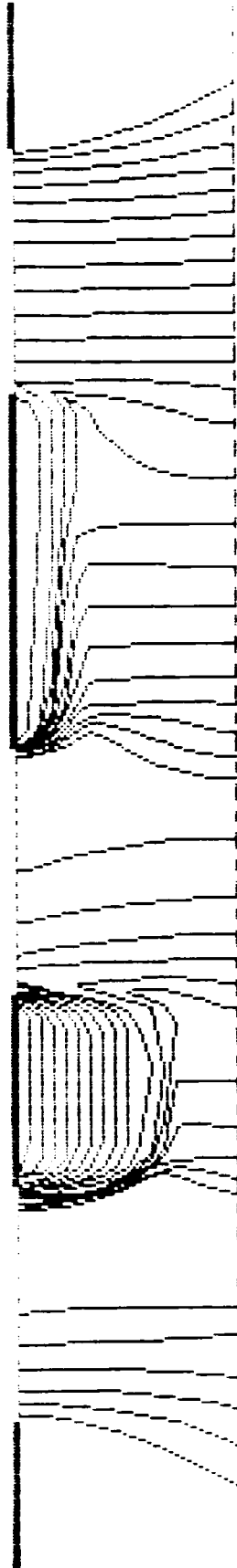


Fig 2.8 Courbes equipotentielles pour  $U_{g1} = -1V$ ,  $U_{g2} = 0.5V$  et  $U_d = 1V$

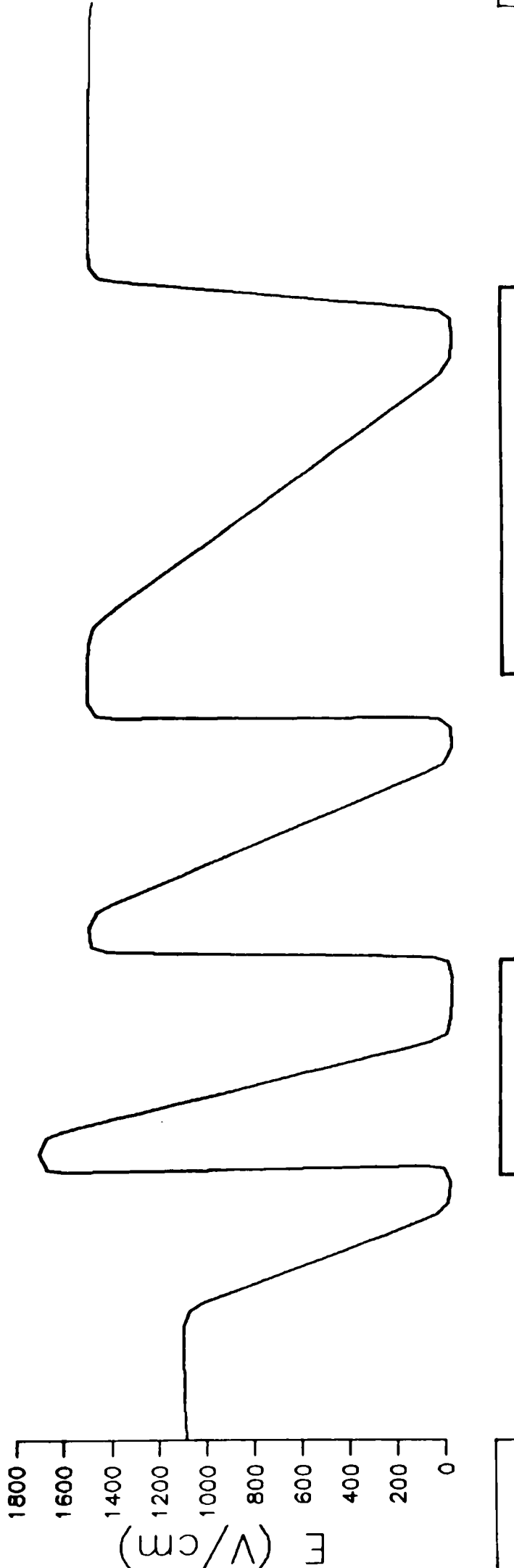


Fig 2.9. Allure du champ  $E$  aux abords de la couche tampon

$$V_D = 1V$$

Fig 2.10 C11 et C22 en fonction de  $V_d$

Notre theorie ———  
M.Kaddour [3] - - -

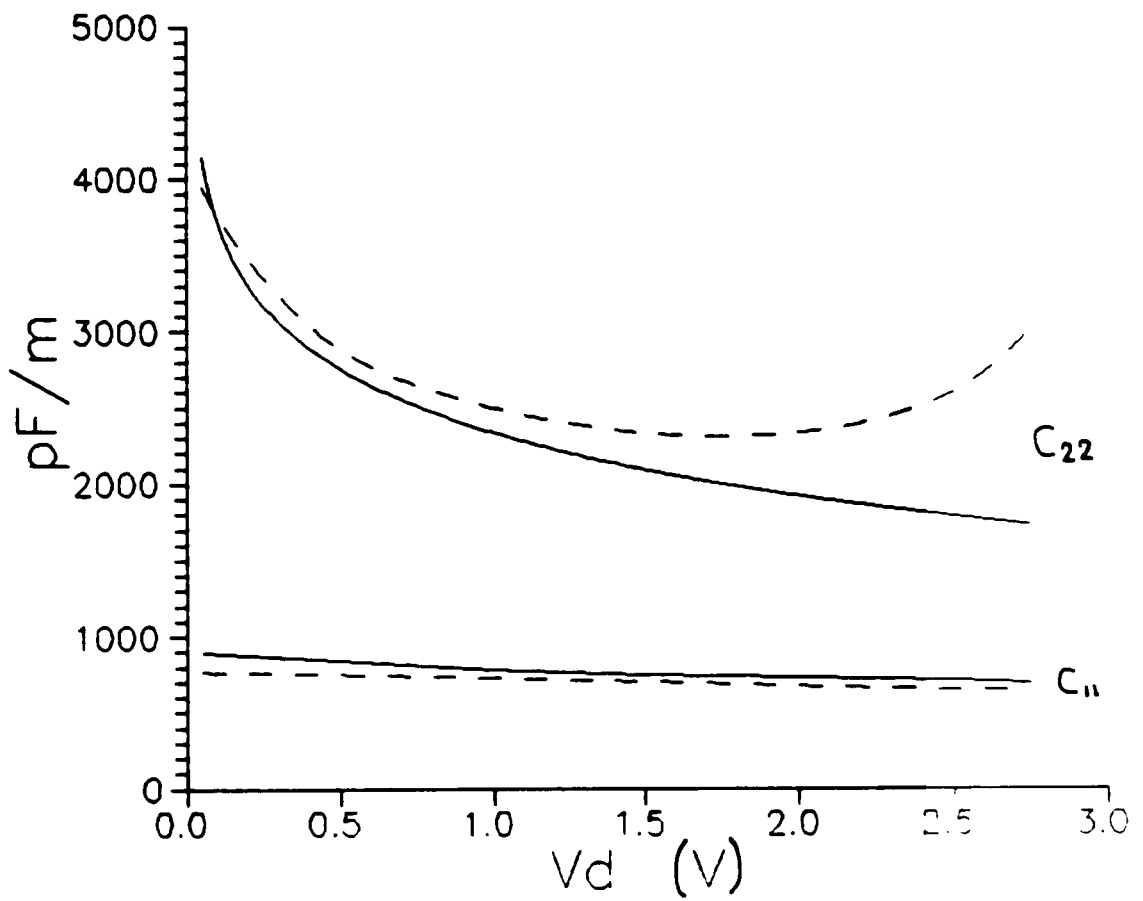


Fig 2.11 C12 et C21 en fonction de Vd

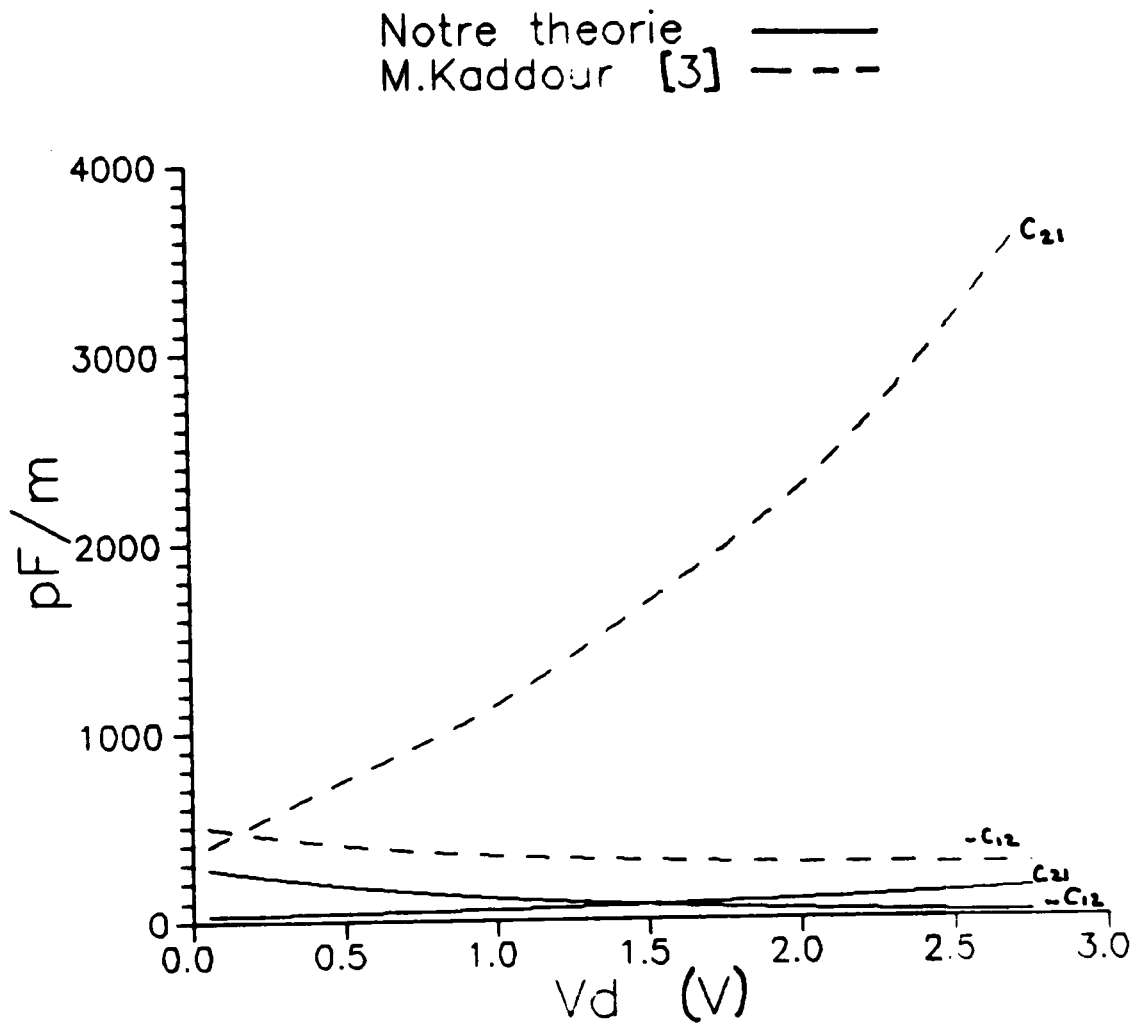


Fig 2.12 C13 et C23 en fonction de  $V_d$

Notre theorie ———  
M.Kaddour [3] - - -

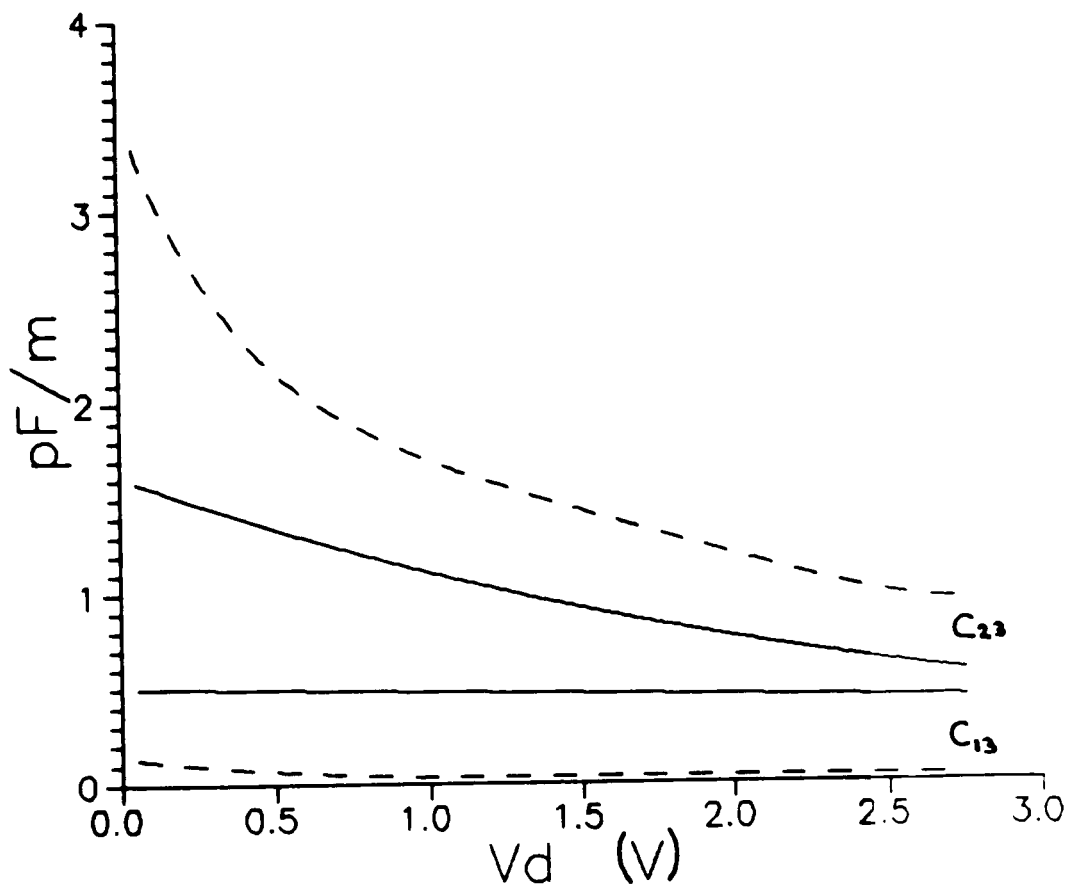




Fig 2.13 Gm1 et Gm2 en fonction de Vd

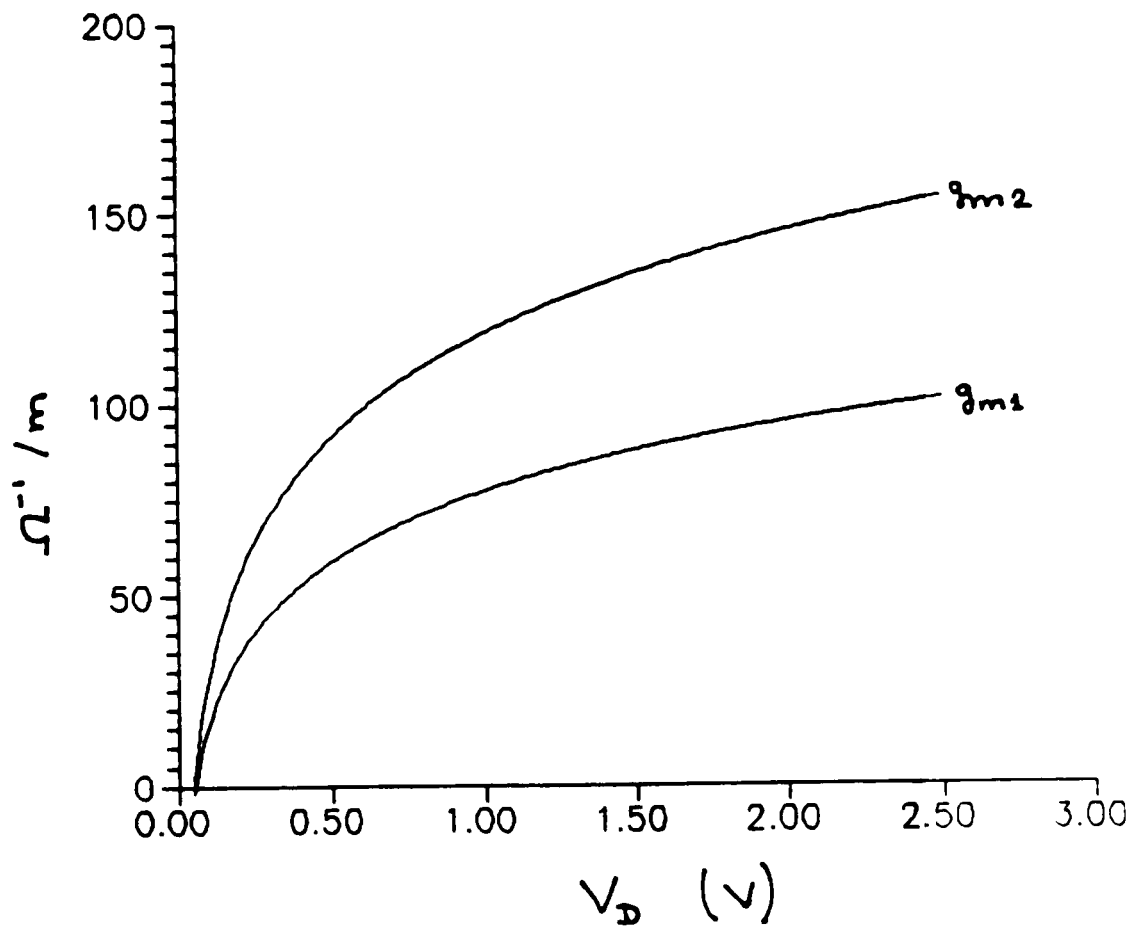


Fig 2.14 Gg1 et Gg2 en fonction de Vd

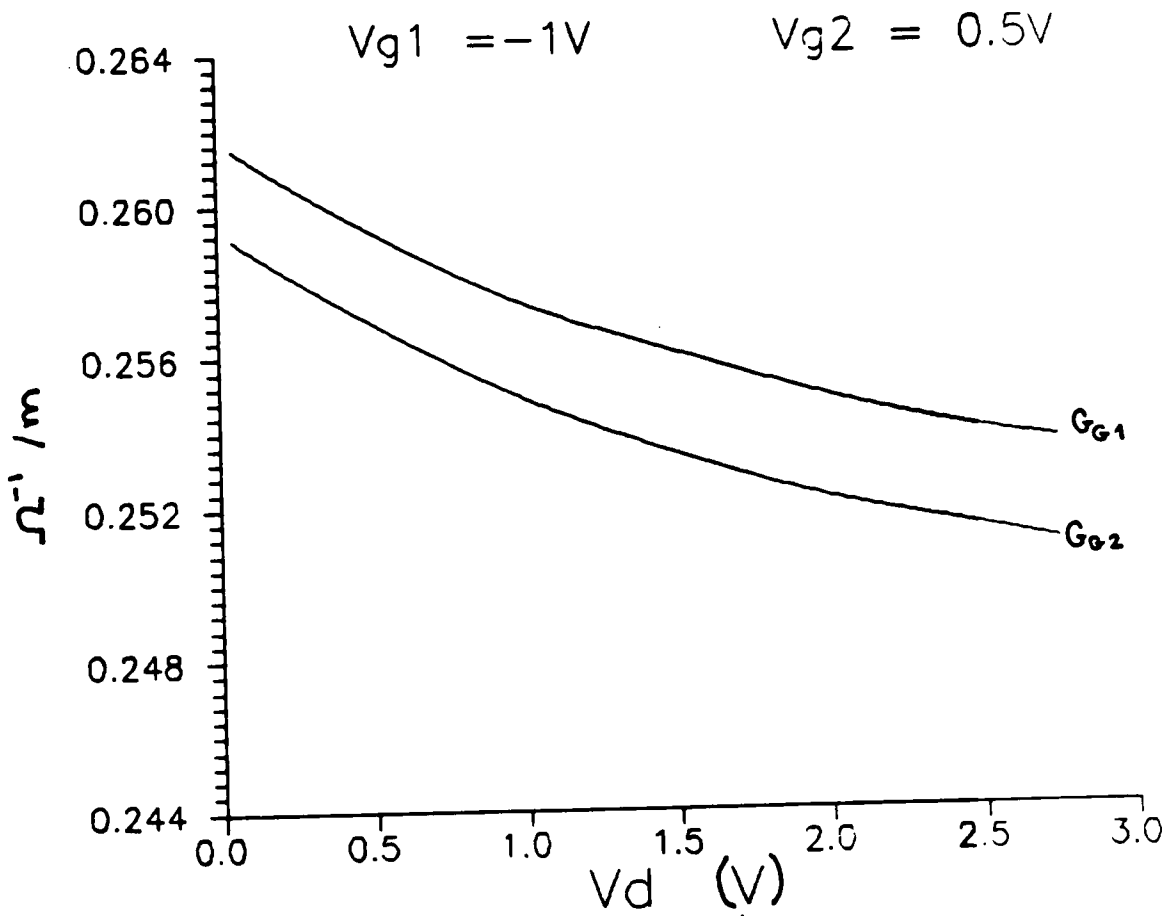


Fig 2.15 Gd1 et Gd2 en fonction de Vd

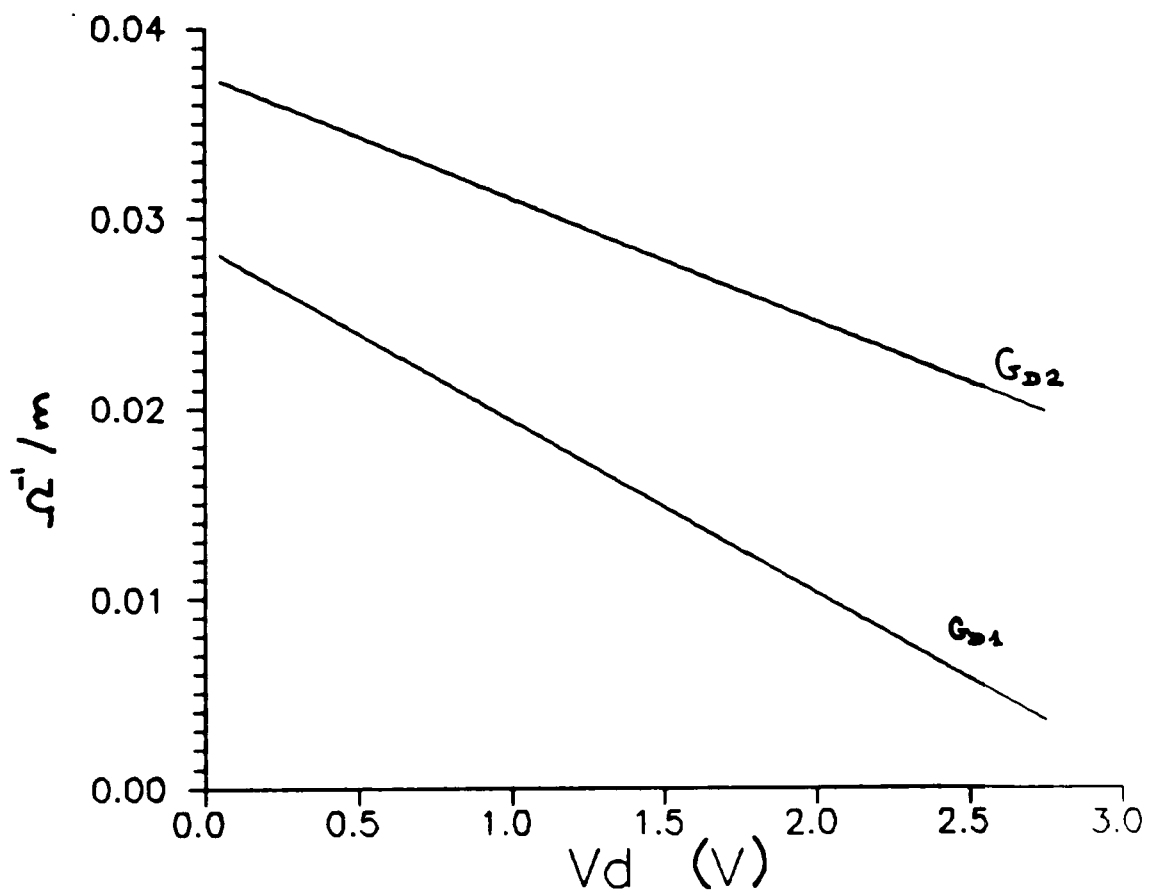
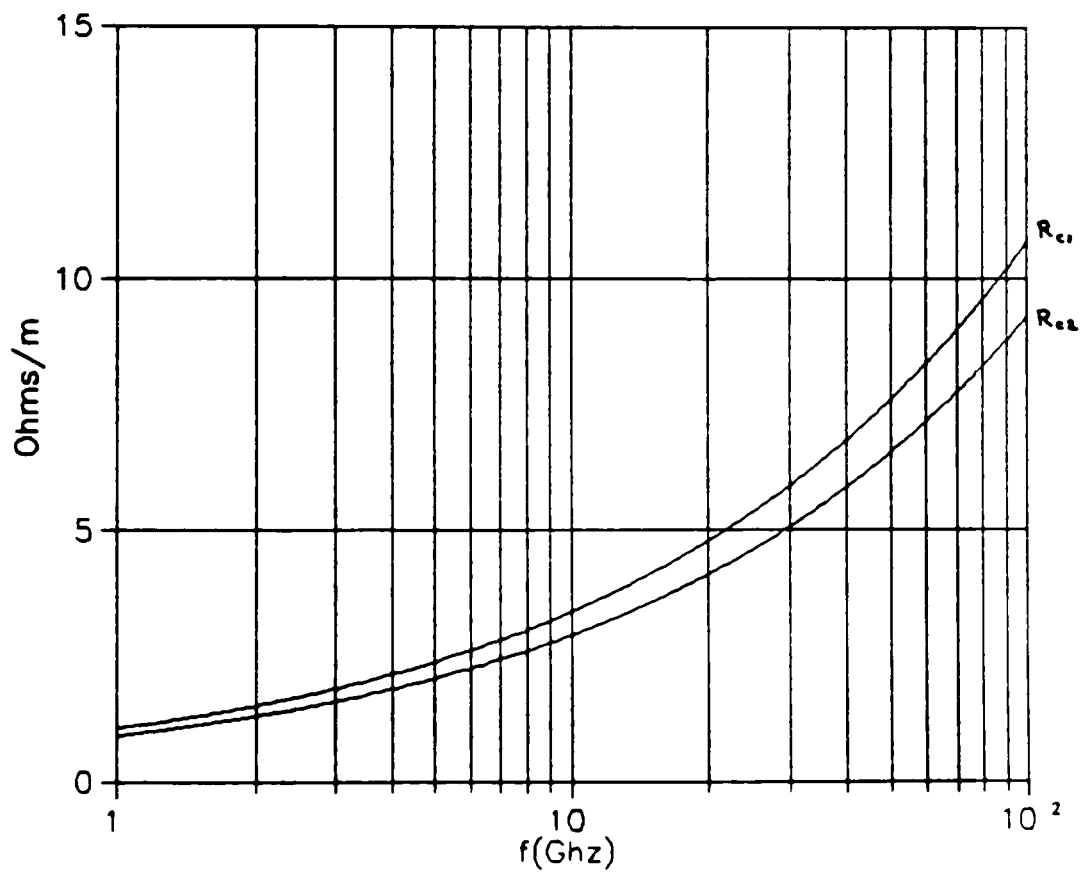


Fig 2.16  $R_{c1}$  et  $R_{c2}$  en fonction de la fréquence



CHAPITRE III - MATRICE DE REPARTITION MULTIMODE

III.1. RESOLUTION DES EQUATIONS DE COUPLAGE :

Reprenons les équations de couplage établies au Chap.1.

$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial v_1}{\partial z} &= Z_{11} i_1 + Z_{12} i_2 + Z_{13} i_3 \\
 - \frac{\partial v_2}{\partial z} &= Z_{21} i_1 + Z_{22} i_2 + Z_{23} i_3 \\
 - \frac{\partial v_3}{\partial z} &= Z_{31} i_1 + Z_{32} i_2 + Z_{33} i_3
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

$$\begin{aligned}
 - \frac{\partial i_1}{\partial z} &= Y_{11} v_1 + Y_{12} v_2 + Y_{13} v_3 \\
 - \frac{\partial i_2}{\partial z} &= Y_{21} v_1 + Y_{22} v_2 + Y_{23} v_3 \\
 - \frac{\partial i_3}{\partial z} &= Y_{31} v_1 + Y_{32} v_2 + Y_{33} v_3
 \end{aligned} \tag{1.8}$$

Ces équations peuvent s'écrire sous forme matricielle :

$$- \left[ \frac{\partial v}{\partial z} \right] = [ Z ] [ i ] \tag{3.1}$$

$$- \left[ \frac{\partial i}{\partial z} \right] = [ Y ] [ v ] \tag{3.2}$$

En dérivant par rapport à z, nous obtenons

$$- \left[ \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] = [ Z ] \left[ \frac{\partial i}{\partial z} \right] \tag{3.3}$$

$$- \left[ \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} \right] = [ Y ] \left[ \frac{\partial v}{\partial z} \right] \tag{3.4}$$

Soit, en introduisant (3.1) dans (3.4), et (3.2) dans (3.3)

$$\left[ \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] = \left[ Z \right] \left[ Y \right] \left[ v \right] \quad (3.5)$$

$$\left[ \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} \right] = \left[ Y \right] \left[ Z \right] \left[ i \right] \quad (3.6)$$

Appelons

$$\left[ A \right] = \left[ Z \right] \left[ Y \right] \quad \text{et} \quad \left[ B \right] = \left[ Y \right] \left[ Z \right] \quad (3.7)$$

Nous aurons

$$\left[ \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] = \left[ A \right] \left[ v \right] \quad (3.8)$$

$$\left[ \frac{\partial^2 i}{\partial z^2} \right] = \left[ B \right] \left[ i \right] \quad (3.9)$$

Dans la recherche d'une solution se propageant selon l'axe des  $z$ , les tensions et courant sont de la forme

$$i_k(z) = I_k^+ \cdot e^{-\gamma z} + I_k^- \cdot e^{\gamma z} \quad k = 1,3 \quad (3.10)$$

$$v_k(z) = V_k^+ \cdot e^{-\gamma z} + V_k^- \cdot e^{\gamma z} \quad k = 1,3 \quad (3.11)$$

Ce qui permet d'écrire les systèmes d'équations différentielles (3.8) et (3.9) sous forme d'équations polynomiales,

$$\left( \left[ A \right] - \gamma^2 \left[ I \right] \right) \cdot \left[ v \right] = \left[ 0 \right] \quad (3.12)$$

$$\left( \left[ B \right] - \gamma^2 \left[ I \right] \right) \cdot \left[ i \right] = \left[ 0 \right] \quad (3.13)$$

Le système (3.12) possède une solution non triviale si

$$\text{Det} \left( \left[ A \right] - \gamma^2 \left[ I \right] \right) = 0 \quad (3.14)$$

La condition (3.14) est une équation du troisième degré en  $\gamma^2$ .  
C'est l'équation caractéristique du système (3.12)

$$\gamma^6 + a\gamma^4 + b\gamma^2 + c = 0 \quad (3.15)$$

avec

$$a = -A_{11} - A_{22} - A_{33} \quad (3.16)$$

$$b = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} + A_{11}A_{33} - A_{13}A_{31} + A_{22}A_{33} - A_{23}A_{32} \quad (3.17)$$

$$c = -\text{Det}(A) \quad (3.18)$$

En définissant

$$Q = \frac{3b - a^2}{9} \quad (3.19)$$

$$R = \frac{9ab - 27c - 2a^3}{54} \quad (3.20)$$

$$S = \left[ R + \sqrt{Q^3 + R^2} \right]^{1/3} \quad (3.21)$$

$$T = \left[ R - \sqrt{Q^3 + R^2} \right]^{1/3} \quad (3.22)$$

Les trois racines de l'équation (3.15) sont

$$\gamma_1^2 = S + T - \frac{a}{3} \quad (3.23)$$

$$\gamma_2^2 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{a}{3} + j\frac{\sqrt{3}}{2}(S - T) \quad (3.24)$$

$$\gamma_3^2 = -\frac{1}{2}(S + T) - \frac{a}{3} - j\frac{\sqrt{3}}{2}(S - T) \quad (3.25)$$

Ce sont les carrés des exposants de propagation des trois modes couplés relatifs à notre structure.

L'expression des rapports  $\eta_i$  et  $\zeta_i$  se retrouve à partir du système (3.8), appliqué au seul mode  $i$ .

$$\eta_i = \frac{A_{23}(\gamma_i^2 - A_{11}) + A_{21}A_{13}}{A_{13}(\gamma_i^2 - A_{22}) + A_{12}A_{23}} \quad i=1,3 \quad (3.32)$$

$$\zeta_i = \frac{A_{32}(\gamma_i^2 - A_{11}) + A_{31}A_{12}}{A_{12}(\gamma_i^2 - A_{33}) + A_{13}A_{32}} \quad i=1,3 \quad (3.33)$$

En introduisant les rapports des tensions de lignes  $\eta_i$  et  $\zeta_i$ , les équations (3.26) s'écrivent

$$v_1(z) = \sum_{i=1}^3 \left[ v_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i z} + v_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i z} \right] \quad (3.34)$$

$$v_2(z) = \sum_{i=1}^3 \eta_i \left[ v_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i z} + v_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i z} \right] \quad (3.35)$$

$$v_3(z) = \sum_{i=1}^3 \zeta_i \left[ v_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i z} + v_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i z} \right] \quad (3.36)$$

tandis que les équations (3.27) deviennent

$$i_1(z) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Z_{c1i}} \left[ v_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i z} - v_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i z} \right] \quad (3.37)$$

$$i_2(z) = \sum_{i=1}^3 \frac{\eta_i}{Z_{c2i}} \left[ v_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i z} - v_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i z} \right] \quad (3.38)$$

$$i_3(z) = \sum_{i=1}^3 \frac{\zeta_i}{Z_{c3i}} \left[ v_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i z} - v_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i z} \right] \quad (3.39)$$

Rappelons que le MESFET bigrille à constante réparties est un circuit à six accès (Fig.3.1). Afin de définir sa matrice impédance, nous adoptons la référenciation des accès suivante :



- |                              |                            |
|------------------------------|----------------------------|
| 1 : Grille 1, début de ligne | 4 : Grille 1, fin de ligne |
| 2 : Grille 2, début de ligne | 5 : Grille 2, fin de ligne |
| 3 : Drain, début de ligne    | 6 : Drain, fin de ligne    |

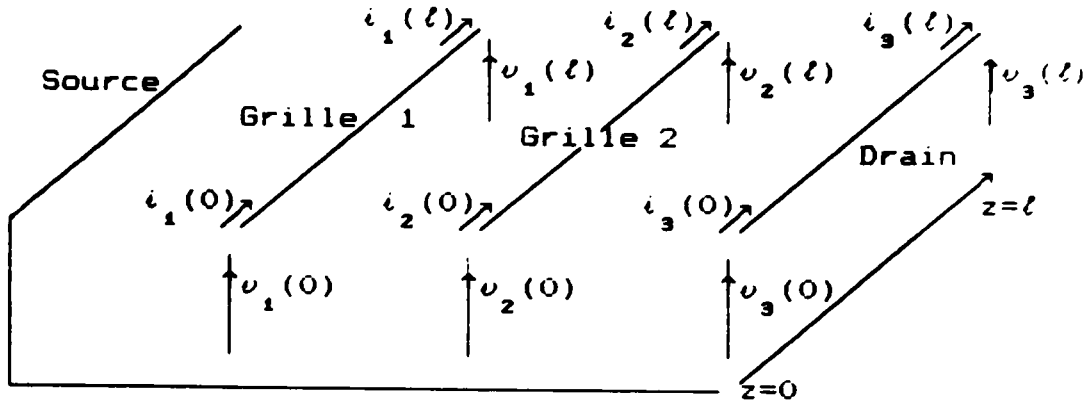


Fig. 3.1. Dodécapole représentant le MESFET bigrille à constantes distribuées

Appliquons les conditions terminales (Fig.3.1) aux équations relatives aux courants (3.37) à (3.39),

$$i_1(0) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Z_{c1i}} [V_{1i}^+ - V_{1i}^-] \quad (3.40)$$

$$i_2(0) = \sum_{i=1}^3 \frac{\eta_i}{Z_{c2i}} [V_{1i}^+ - V_{1i}^-] \quad (3.41)$$

$$i_3(0) = \sum_{i=1}^3 \frac{\zeta_i}{Z_{c3i}} [V_{1i}^+ - V_{1i}^-] \quad (3.42)$$

$$i_1(l) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{Z_{c1i}} [V_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i l} - V_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i l}] \quad (3.43)$$

$$i_2(l) = \sum_{i=1}^3 \frac{\eta_i}{Z_{c2i}} [V_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i l} - V_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i l}] \quad (3.44)$$

$$i_3(l) = \sum_{i=1}^3 \frac{\zeta_i}{Z_{c3i}} [V_{1i}^+ \cdot e^{-\gamma_i l} - V_{1i}^- \cdot e^{\gamma_i l}] \quad (3.45)$$

Appliquons les conditions terminales aux équations relatives aux tensions (3.34) à (3.36)

$$v_1(0) = \sum_{l=1}^3 [V_{1l}^+ + V_{1l}^-] \quad (3.52)$$

$$v_2(0) = \sum_{l=1}^3 \eta_l [V_{1l}^+ + V_{1l}^-] \quad (3.53)$$

$$v_3(0) = \sum_{l=1}^3 \zeta_l [V_{1l}^+ + V_{1l}^-] \quad (3.54)$$

$$v_1(\ell) = \sum_{l=1}^3 [V_{1l}^+ \cdot e^{-\gamma_l \ell} + V_{1l}^- \cdot e^{\gamma_l \ell}] \quad (3.55)$$

$$v_2(\ell) = \sum_{l=1}^3 \eta_l [V_{1l}^+ \cdot e^{-\gamma_l \ell} + V_{1l}^- \cdot e^{\gamma_l \ell}] \quad (3.56)$$

$$v_3(\ell) = \sum_{l=1}^3 \zeta_l [V_{1l}^+ \cdot e^{-\gamma_l \ell} + V_{1l}^- \cdot e^{\gamma_l \ell}] \quad (3.57)$$

En remplaçant dans (3.52) à (3.57) les paramètres  $V_{1l}^+$  et  $V_{1l}^-$ ,  $l=1,3$  par leurs expressions calculées en (3.50), nous aurons un ensemble d'équations dans lequel les tensions terminales sont données en fonction des courants terminaux.

Ce qui nous permet de déduire directement les éléments de la matrice impédance multimode relative à notre structure.

Les éléments de la matrice impédance multimode sont donnés à l'Annexe 3.

### III-3. LA MATRICE DE REPARTITION MULTIMODE

#### III-3.1 ONDES REDUITES

Les ondes réduites pour le mode de propagation  $\nu$ , à l'accès  $j$  sont définies par les relations suivantes,

$$\text{Onde entrante} \quad a_j^\nu = \frac{V_{j\nu} + Z_{e,j\nu} I_{j\nu}}{2 \sqrt{R_{j\nu}}} \quad (3.58)$$

$$\text{Onde sortante} \quad b_j^\nu = \frac{V_{j\nu} - Z_{e,j\nu}^* I_{j\nu}}{2 \sqrt{R_{j\nu}}} \quad (3.59)$$

où  $\nu$  est un indice relatif au mode de propagation.

$Z_{e,j\nu}$  l'impédance caractéristique de la ligne reliée à l'accès  $j$ , pour le mode de propagation  $\nu$ .

$$\text{et} \quad R_{j\nu} = \text{Re}(Z_{e,j\nu}) \quad (3.60)$$

Le facteur  $2\sqrt{R_{j\nu}}$  au dénominateur permet de faire respecter les propriétés algébriques de la matrice de répartition.

Nous constatons en outre d'après la relation de définition (3.59) que la réflexion de l'onde entrante à l'accès  $j$  s'annule pour l'adaptation conjuguée au sens des multipôles et non pas à l'adaptation au sens de la théorie des lignes.

#### III-3.2 CALCUL DES IMPEDANCES DE REFERENCE

Les ondes réduites ont les dimensions de racine carrée de puissance. Nous pouvons en toute légitimité faire l'assertion que l'onde réduite totale à l'accès  $j$  est la somme des ondes réduites pour chaque mode pris séparément

$$a_j = \sum_{\nu=1}^3 a_j^\nu \quad \text{et} \quad b_j = \sum_{\nu=1}^3 b_j^\nu \quad (3.61)$$

Ceci par ailleurs n'altère pas l'essence de la matrice de répartition dans la mesure où la réflexion s'annule lorsque chaque mode de propagation est fermé sur son impédance caractéristique respective au niveau de l'accès j.

Cette hypothèse est une pure vue de l'esprit, car de toute manière l'accès j ne peut être matériellement fermé que sur une impédance unique.

Nous pouvons calculer l'impédance terminale à valeur unique fermant l'accès j, et garantissant l'annulation de l'onde réduite totale réfléchie comme si chaque mode était adapté séparément,

$$\text{soit } v_k = \sum_{l=1}^3 v_k^l \quad \text{et} \quad i_k = \sum_{l=1}^3 i_k^l \quad (3.62)$$

Lorsque chaque mode est adapté séparément, nous avons l'égalité

$$\sum_{l=1}^3 v_k^l + \sum_{l=1}^3 Z_{ckl} i_k^l = 0 \quad (3.63)$$

Il nous faut trouver une impédance terminale  $G_k$  telle que

$$\sum_{l=1}^3 v_k^l + G_k \cdot \sum_{l=1}^3 i_k^l = 0 \quad (3.64)$$

soit

$$G_k = \frac{\sum_{l=1}^3 Z_{ckl} i_k^l}{\sum_{l=1}^3 i_k^l} \quad (3.65)$$

En définissant les rapports entre les courants par mode de propagation pour la ligne k,

$$\Omega_k = \frac{\zeta_k^2}{\zeta_k^1} = \frac{B_{k1} + \eta_1 B_{k2} + \zeta_1 B_{k3} - \gamma_1}{B_{k1} + \eta_2 B_{k2} + \zeta_2 B_{k3} - \gamma_2} \quad k=1,3 \quad (3.66)$$

$$\Gamma_k = \frac{\zeta_k^3}{\zeta_k^1} = \frac{B_{k1} + \eta_1 B_{k2} + \zeta_1 B_{k3} - \gamma_1}{B_{k1} + \eta_3 B_{k2} + \zeta_3 B_{k3} - \gamma_3} \quad k=1,3 \quad (3.67)$$

nous obtenons

$$G_k = \frac{Z_{ck1} + \Omega_k Z_{ck2} + \Gamma_k Z_{ck3}}{1 + \Omega_k + \Gamma_k} \quad k=1,3 \quad (3.68)$$

et  $G_{k+3} = G_k$  selon notre numérotation des accès

### III-3.3 PASSAGE DE LA MATRICE IMPEDANCE A LA MATRICE DE REPARTITION :

La matrice de répartition multimode [S] est définie par la relation

$$[b] = [S][a] \quad (3.69)$$

$$[a] = [a_1, a_2, \dots, a_6]^t \quad (3.70)$$

$$[b] = [b_1, b_2, \dots, b_6]^t \quad (3.71)$$

Définissons les matrices diagonales

$$[G] = \text{Diag} [G_j] \quad j=1,6 \quad (3.72)$$

$$[F] = \text{Diag} [2\sqrt{\text{Re}(G_j)}] \quad j=1,6 \quad (3.73)$$

D'après les relations (3.58) à (3.65), et (3.70) à (3.73), nous écrivons,

$$\begin{bmatrix} a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V + G I \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

$$\begin{bmatrix} b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V - G^* I \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

comme

$$[V] = [Z][I] \quad (3.76)$$

Les relations (3.74) et (3.75) deviennent

$$\begin{bmatrix} a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z + G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} \quad (3.77)$$

$$\begin{bmatrix} b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z - G^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} \quad (3.78)$$

En éliminant le vecteur [I] entre les relations (3.77) et (3.78), nous obtenons,

$$\begin{bmatrix} b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z - G^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z + G \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

soit

$$\begin{bmatrix} S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z - G^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z + G \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} F \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Cette relation permet de calculer la matrice de répartition multimode à partir de la matrice impédance multimode.

### III-4 RESULTATS NUMERIQUES

Dans le cas du MESFET bigrille à constantes réparties il existe une multitude de paramètres sur lesquels la simulation peut être basée. Parmi ces paramètres on pourrait citer :

- Les dimensions géométriques du dispositif .
- La concentration en porteurs avec différents types de profils de dopage.
- Les tensions de polarisation des trois électrodes.
- Les fréquences d'utilisation.
- Les impédances des charges ou des lignes reliées aux six accès.
- etc...

Le moins qu'on puisse constater est qu'il faudrait une quantité incommensurable de calculs afin de donner une prédiction exhaustive du fonctionnement de notre dispositif, c'est à dire en considérant les variations de tous les paramètres précités.

Pour cette raison, nous avons été amenés à sélectionner un ensemble de paramètres limité sur lequel a porté notre application numérique, concernant des applications privilégiées de MESFET bigrille. L'orientation générale est surtout dictée par les applications pour lesquelles nous disposons d'une base de comparaison existant dans la littérature.

Notre modèle de référence reste celui de Asaï [8] dont les caractéristiques physiques ont été données au Chap.2.

Pour tous les calculs effectués, la tension de polarisation de la grille 1 est fixée à -1V, tandis que celle de la grille 2 est fixée à 0.5V.

#### III.4.1 EXPOSANTS DE PROPAGATION

Nous donnons à la Fig.3.2 la variation de la partie réelle  $\alpha$  de l'exposant de propagation  $\gamma$  pour les trois modes couplés, en fonction de la fréquence, avec la tension de drain comme paramètre.

Pour les conditions qui ont été choisies, nous constatons l'égalité entre  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  pour tout le spectre de fréquences.

Nous pouvons aussi remarquer que la valeur de l'exposant d'atténuation pour le mode 1,  $\alpha_1$ , est à peu près le double de celle de  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$ .

Nous remarquons enfin que l'atténuation diminue légèrement pour les trois modes lorsque la tension  $V_D$  augmente.

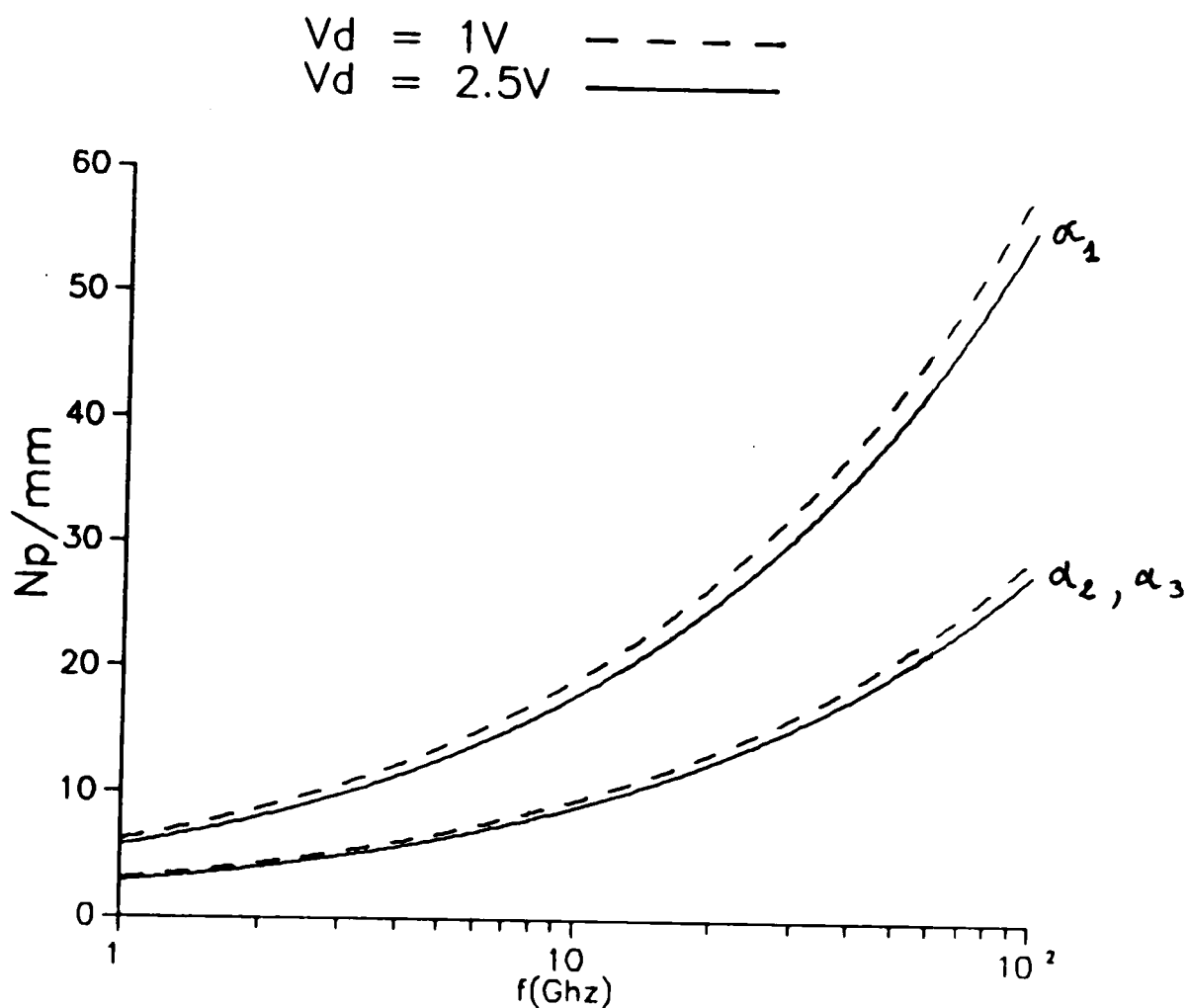


Fig 3.2. Facteurs d'atténuation en fonction de la fréquence

A la Fig 3.3. nous voyons la variation de la partie imaginaire de l'exposant de propagation en fonction de la fréquence, avec la tension de drain comme paramètre.

Les principales constatations que nous pouvons faire sont les suivantes :



$\beta_2$  et  $\beta_3$  sont quasiment égaux pour tout le spectre des fréquences. Les modes de propagation 2 et 3 sont donc deux modes dégénérés.

$\beta_1$  est quasiment nul. Le mode 1 est un mode qui ne se propage pas. Comme en plus nous avons vu que le mode 1 a un exposant d'atténuation deux fois plus grand que ceux des modes 2 et 3, nous pouvons considérer le mode 1 comme un mode évanescent.

Vd = 1V - - - - -  
Vd = 2.5V —————

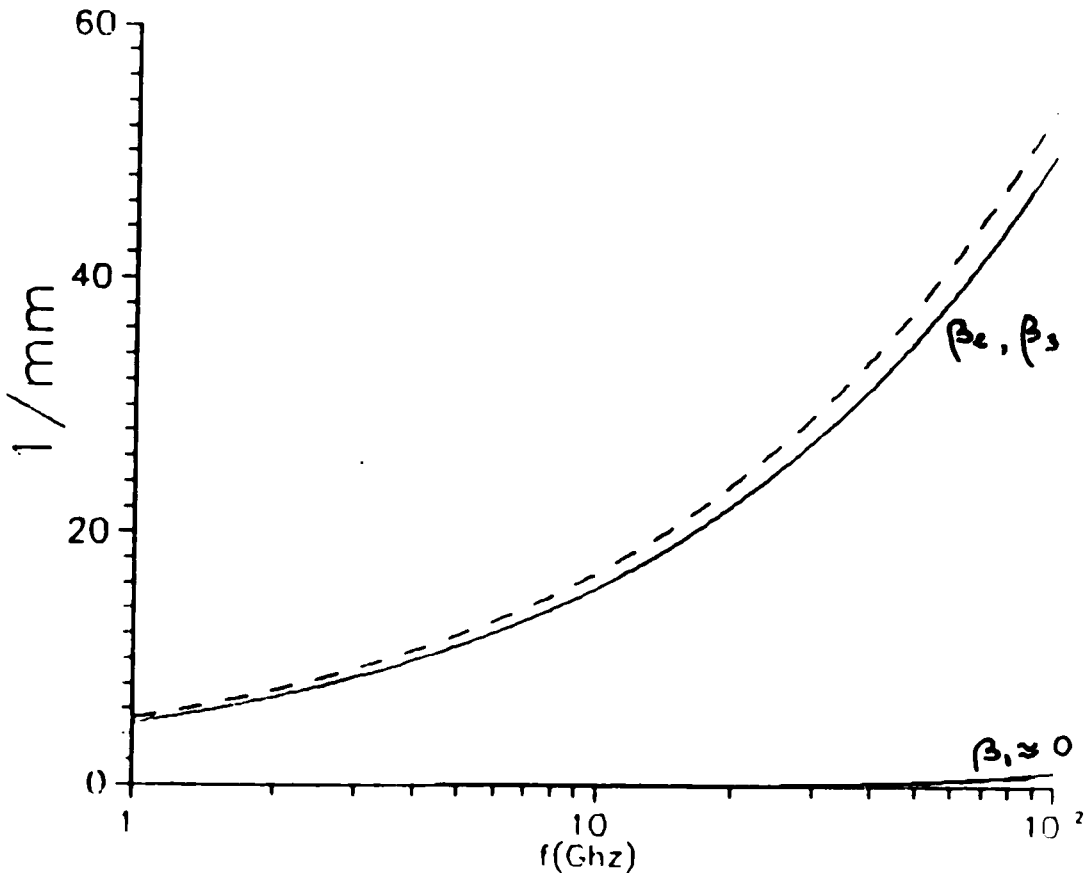


Fig 3.3. Facteurs de propagation en fonction de la fréquence

Nous présentons à la Fig.3.4 la variation du facteur de ralentissement  $\lambda_0/\lambda_g$  en fonction de la fréquence pour les modes 2 et 3.

Nous remarquons que nous avons un excellent rapport ralentissement/atténuation pour les ondes centimétriques, et tout à fait l'inverse pour les ondes millimétriques.

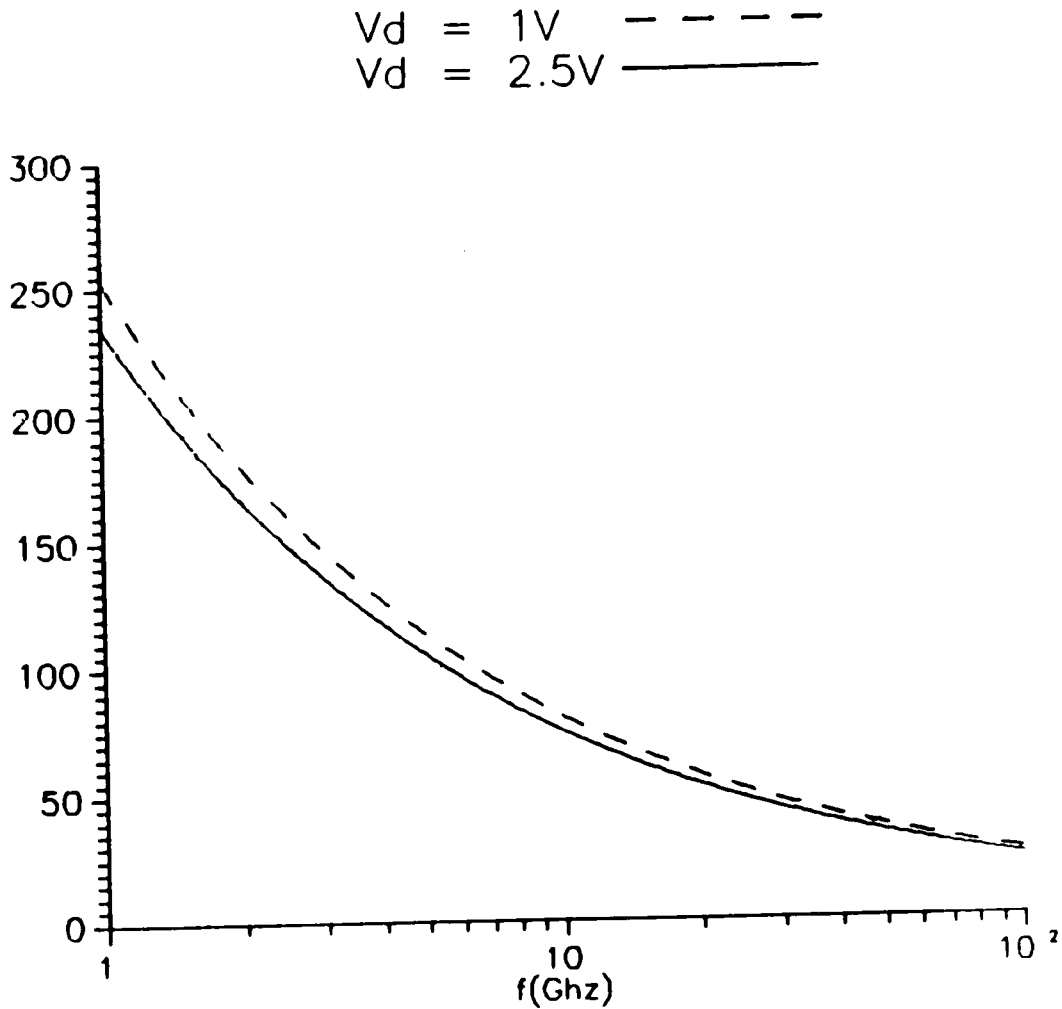


Fig 3.4. Facteur de ralentissement en fonction de la fréquence

### III.4.2. VARIATIONS DE $S_{\sigma_1}$

#### III.4.2.a. Effet de la longueur de la structure.

Dans la Fig.3.5, nous représentons la variation du module de  $S_{\sigma_1}$  en fonction de la longueur de la structure, avec la tension de drain comme paramètre.

Les trois fréquences d'utilisation sont égales à 12 GHz.

Dans un circuit utilisant le MESFET bigrille en amplificateur, contrôlé ou non, le module de  $S_{\sigma 1}$  est directement proportionnel au Gain Maximum Disponible.

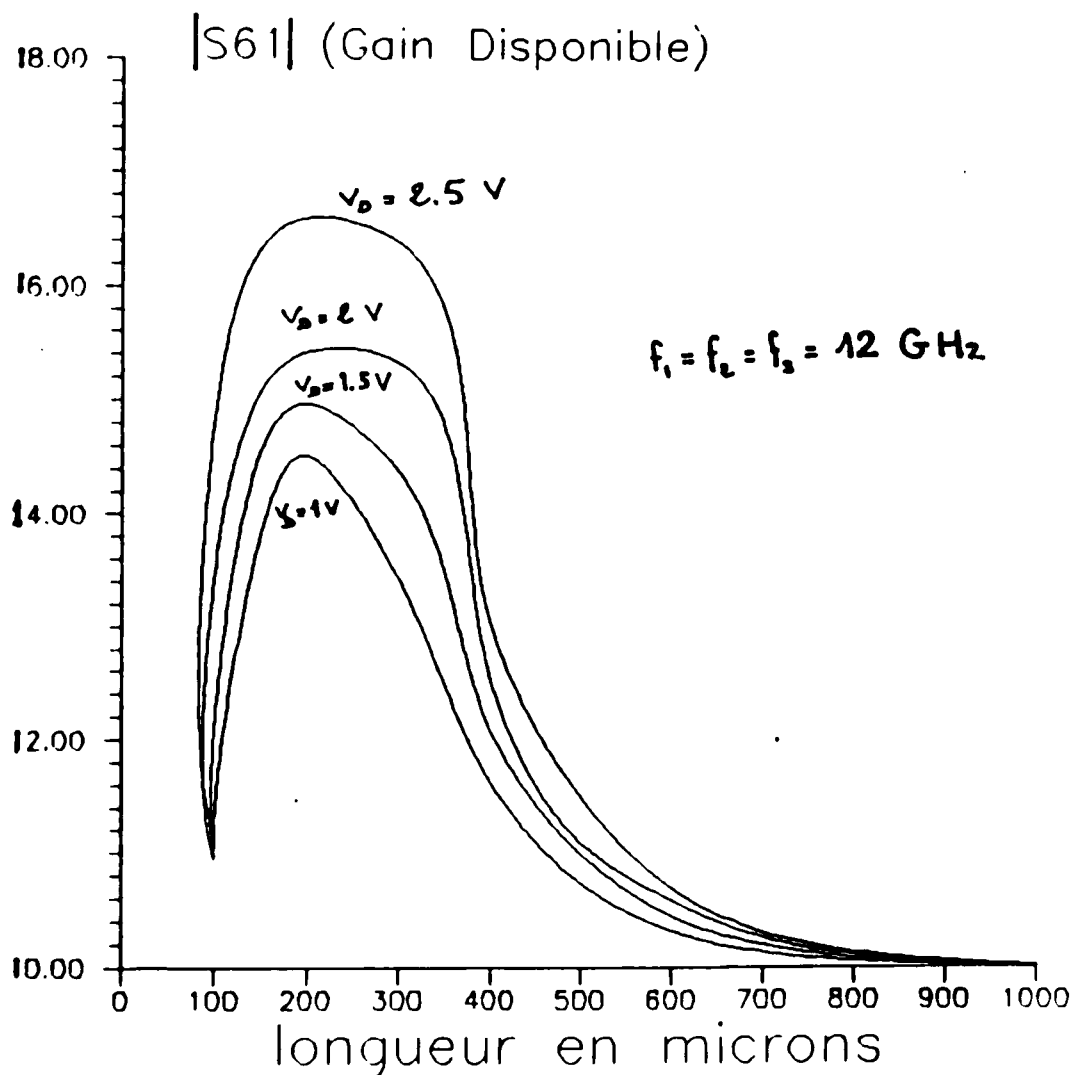


Fig 3.5 Module de  $S_{\sigma 1}$  en fonction de la longueur de ligne

Nous constatons que les longueurs les plus intéressantes se situent entre  $250\mu$  et  $300\mu$ . Ces résultats sont en excellent accord avec l'étude expérimentale de Asai, dont le modèle présentant les meilleures caractéristiques fonctionnelles est d'une longueur de  $300\mu$ .

Le même constat reste valable pour l'utilisation du dispositif en mélangeur, dont les résultats sont présentés à la Fig.3.6. Tous les paramètres sont les mêmes que ceux de la Fig.3.5 sauf les fréquences, dont les valeurs se présentent comme suit :  $f_1 = 12\text{GHz}$  (RF en bande X),  $f_2 = 11\text{GHz}$  (Oscillateur Local), et  $f_3 = 1\text{GHz}$  (FI). Le module de  $S_{\sigma_1}$  rend compte alors du Gain de Conversion.

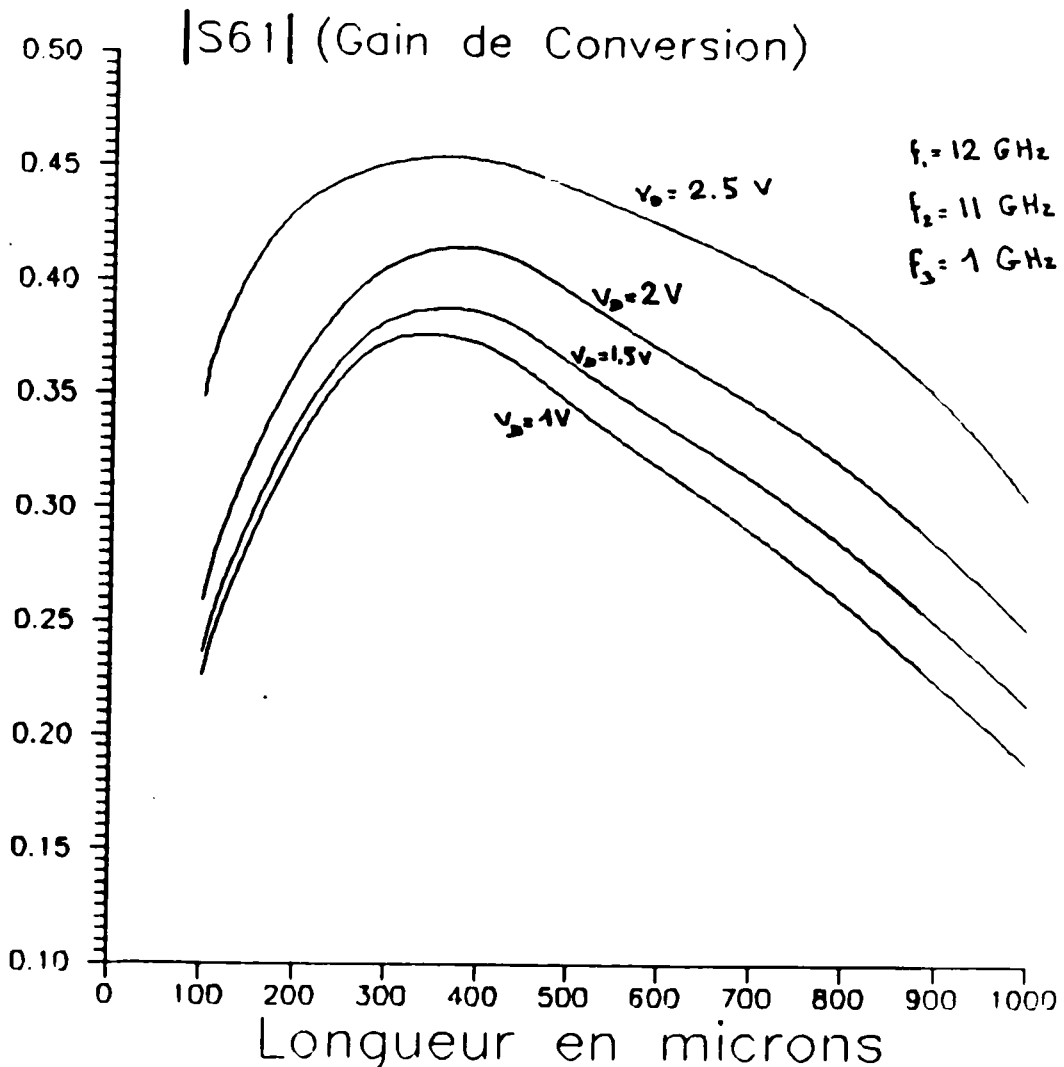


Fig 3.6 Module de  $S_{\sigma_1}$  en fonction de la longueur de ligne

### III.4.2.b. Effet de la fréquence.

En maintenant l'égalité entre les trois fréquences, nous donnons à la Fig.3.7 la variation du module de  $S_{\sigma_1}$  en fonction

de la fréquence avec la tension de drain comme paramètre, lorsque la longueur de la structure est égale à  $300\mu$ .

Nous constatons que la fréquence de transition se situe entre 50 GHz et 60 GHz.

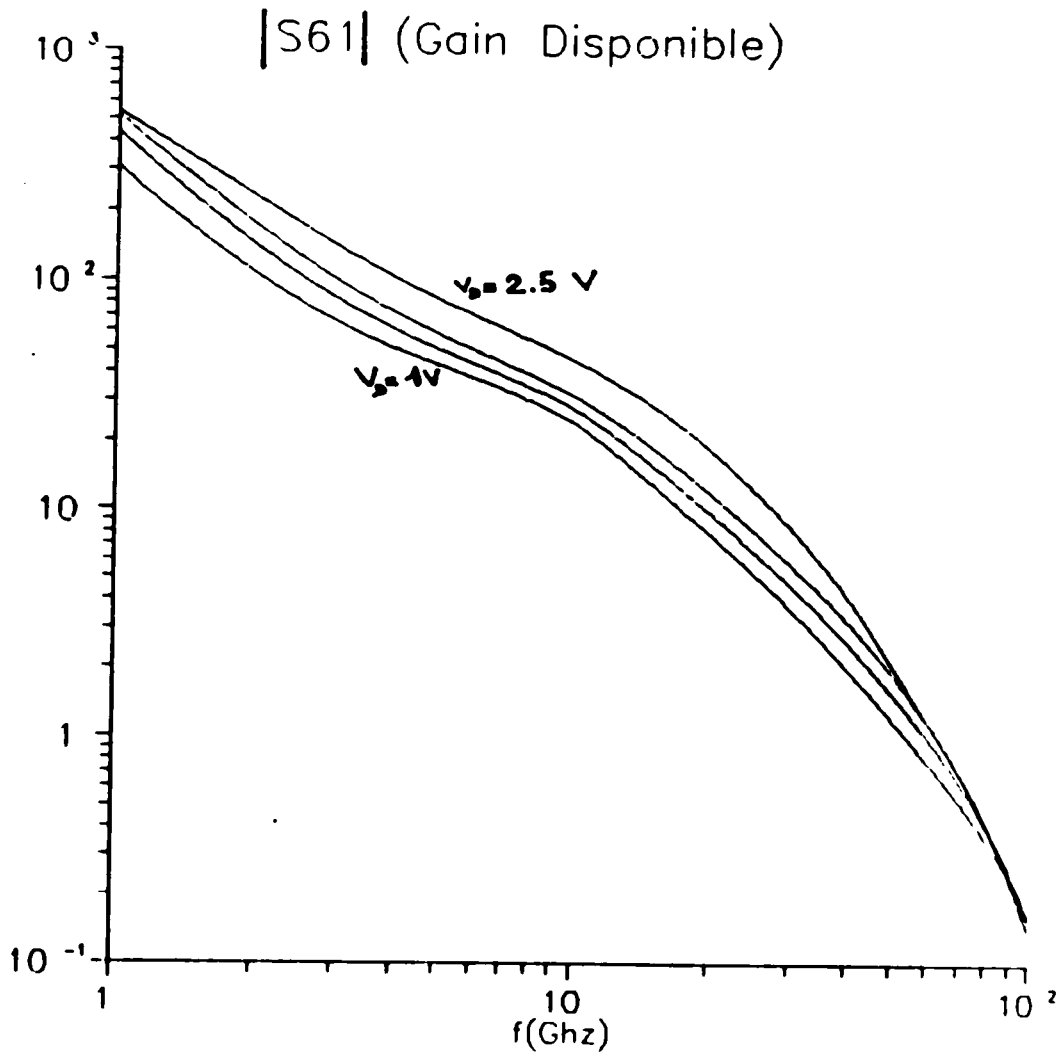


Fig 3.7. Module de  $S_{\alpha 1}$  en fonction de la fréquence

#### III.4.2.c. Effet de la tension de drain.

En fixant la longueur de la structure à  $300\mu$  et la fréquence à 4 GHz, nous donnons à la Fig.3.8 la variation du module de  $S_{\alpha 1}$  en fonction de la tension de polarisation du drain.

de la fréquence avec la tension de drain comme paramètre, lorsque la longueur de la structure est égale à  $300\mu$ .

Nous constatons que la fréquence de transition se situe entre 50 GHz et 60 GHz.

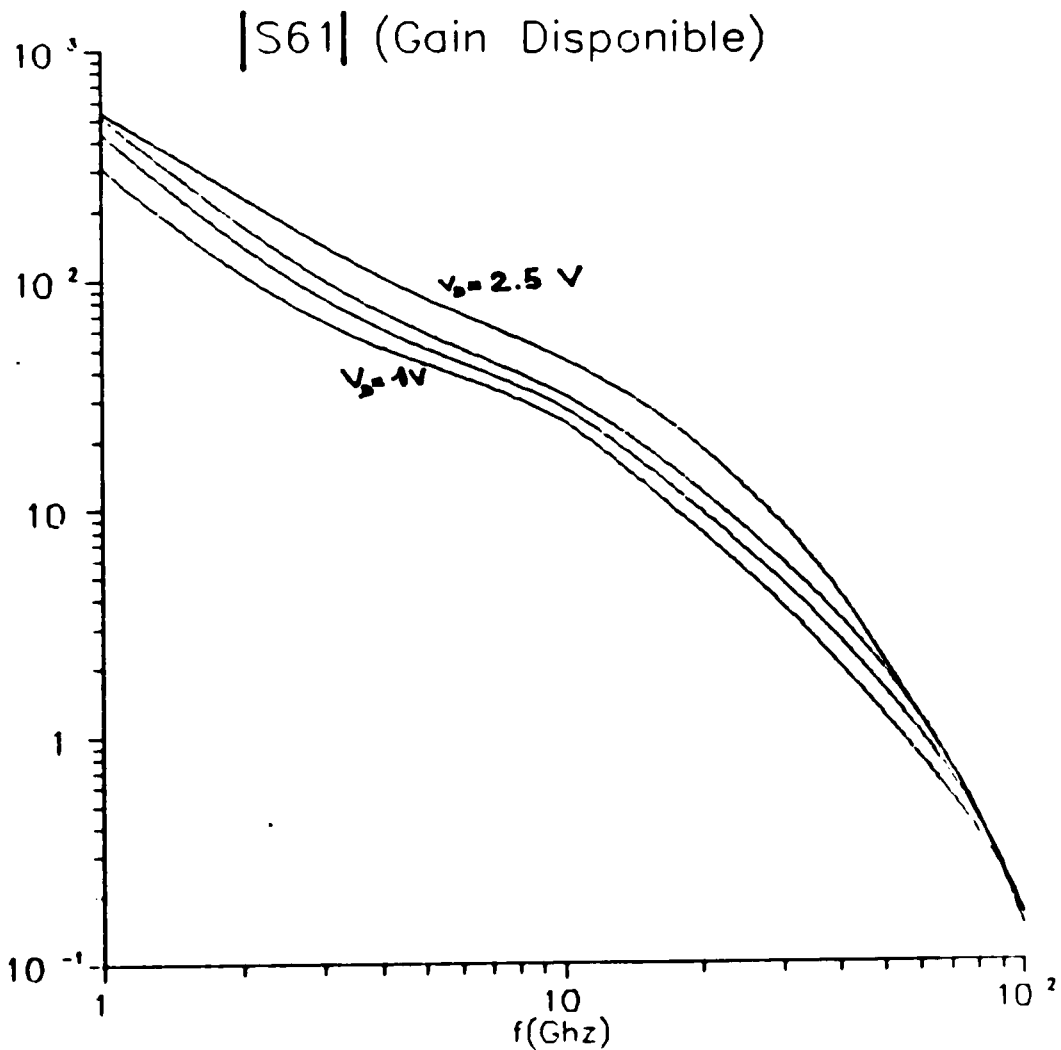


Fig 3.7. Module de  $S_{\sigma_1}$  en fonction de la fréquence

### III.4.2.c. Effet de la tension de drain.

En fixant la longueur de la structure à  $300\mu$  et la fréquence à 4 GHz, nous donnons à la Fig.3.8 la variation du module de  $S_{\sigma_1}$  en fonction de la tension de polarisation du drain.

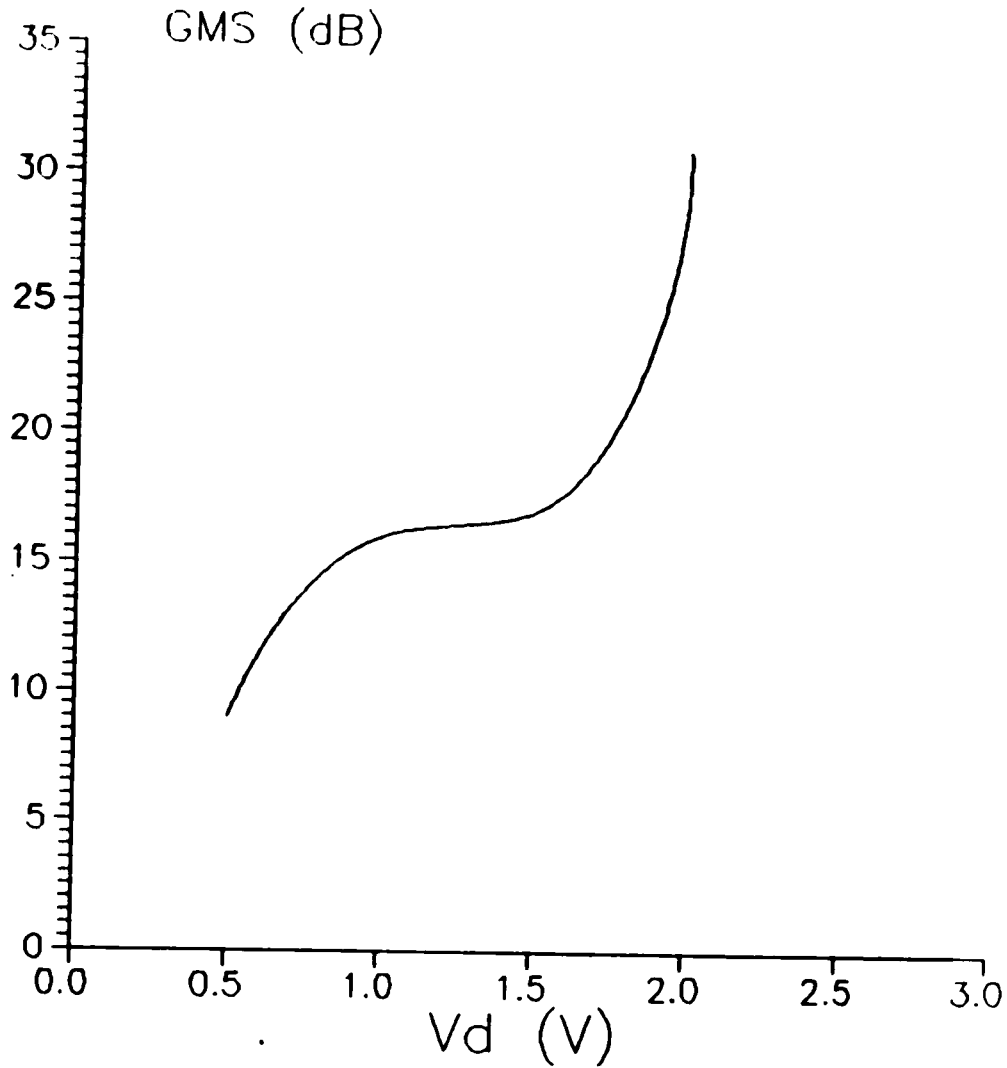


Fig 3.9. GMS en fonction de  $V_d$  modèle de Asai

### III.4.3. VARIATIONS DE $S_{51}$

L'étude de l'élément  $S_{51}$  pourrait se montrer intéressante dans la perspective de l'utilisation des deux grilles du MESFET comme coupleur contrôlé.

En reprenant le même modèle de référence ayant une longueur de  $300\mu$ , nous donnons à la Fig.3.10 la variation du module de  $S_{51}$  en fonction de la fréquence avec la tension de drain comme paramètre.

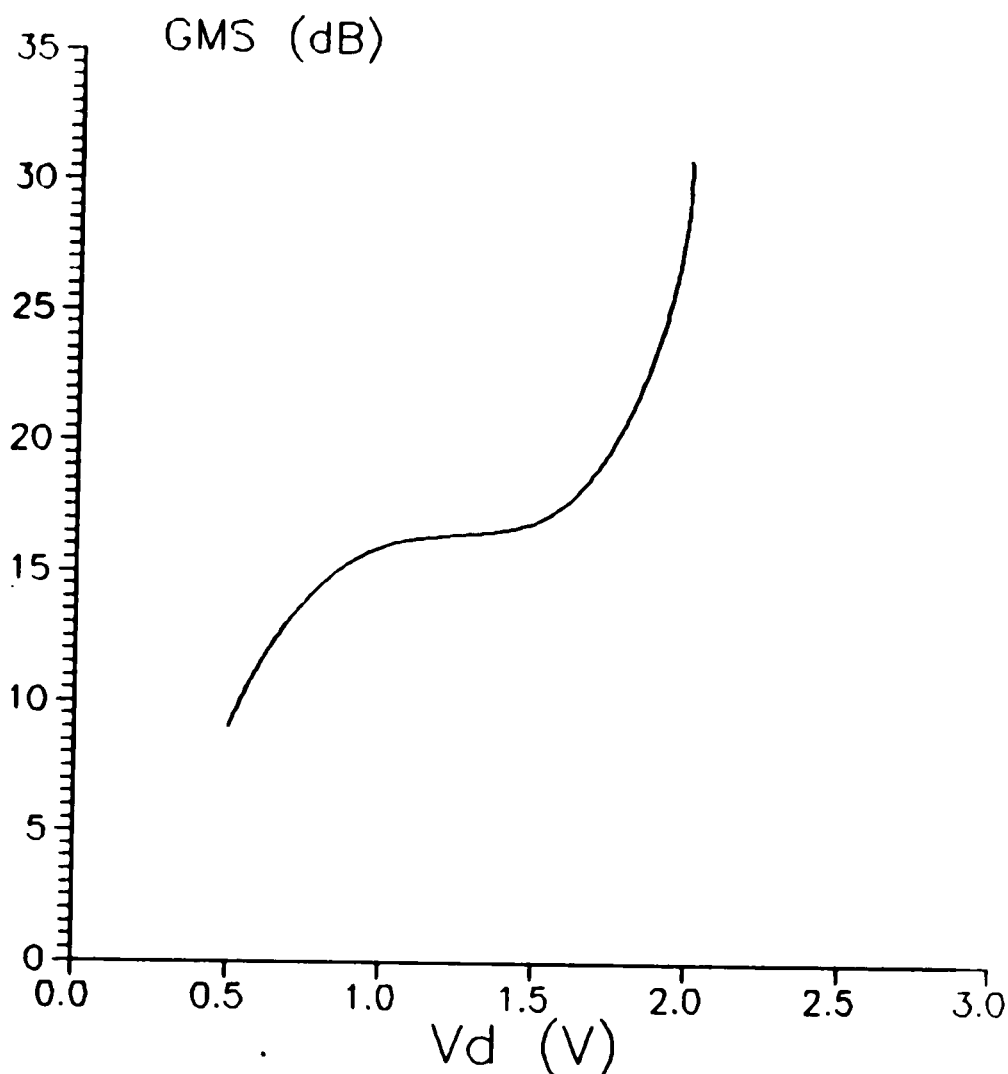


Fig 3.9. GMS en fonction de  $V_D$  modèle de Asai

### III.4.3. VARIATIONS DE $S_{51}$

L'étude de l'élément  $S_{51}$  pourrait se montrer intéressante dans la perspective de l'utilisation des deux grilles du MESFET comme coupleur contrôlé.

En reprenant le même modèle de référence ayant une longueur de  $300\mu$ , nous donnons à la Fig.3.10 la variation du module de  $S_{51}$  en fonction de la fréquence avec la tension de drain comme paramètre.



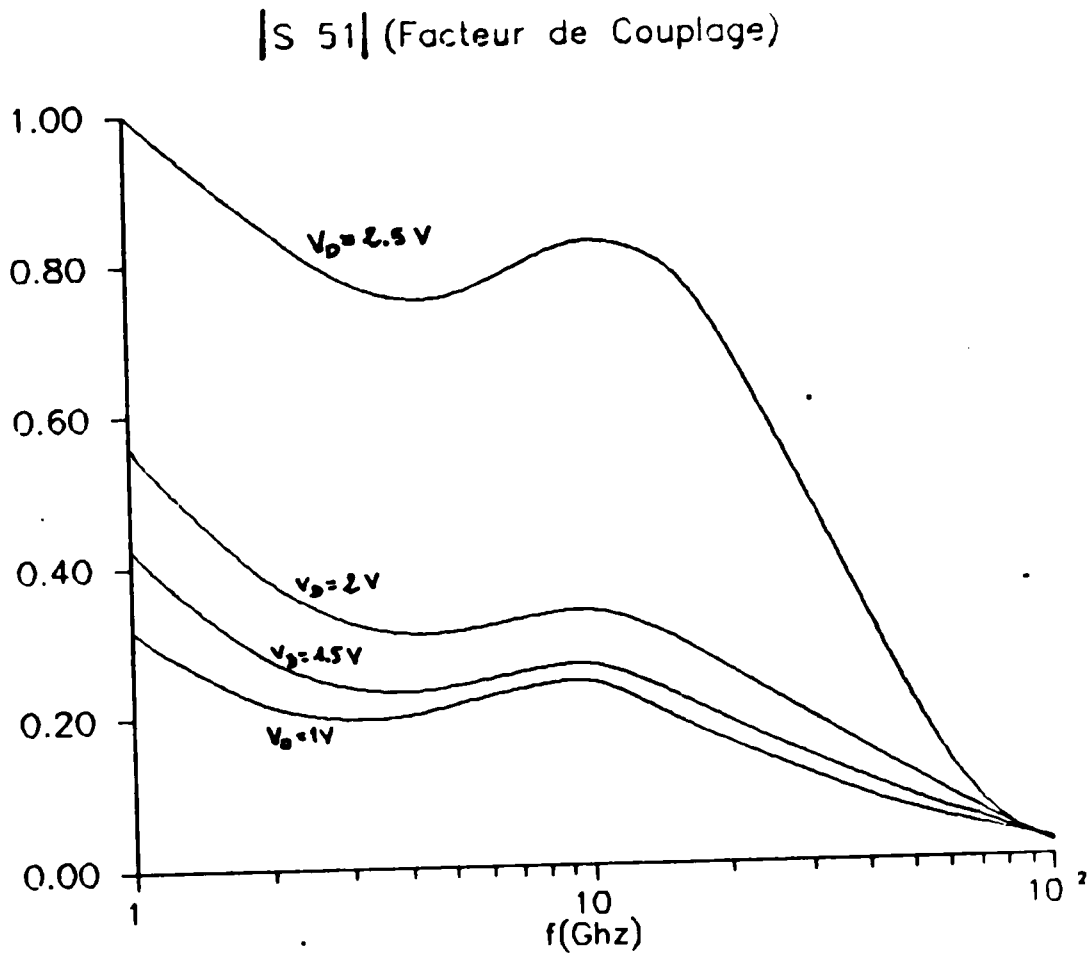


Fig 3.10. module de  $S_{51}$  en fonction de la fréquence

Nous pouvons constater que la courbe de réponse du module de  $S_{51}$  peut s'apparenter à celle d'un filtre passe-bande dans les ondes centimétriques, avec une fréquence de coupure à 25 GHz, et une forme de courbe en cloche centrée sur 10 GHz.

La tension de drain quant à elle permet de moduler le facteur de couplage, et ceci sans empiéter sur les limites de la bande passante. Nous voyons à la Fig.3.11 l'effet de  $V_D$  sur le module de  $S_{51}$  pour  $f = 20$  GHz.

Notre theorie ———  
M.Kaddour [3] - - -

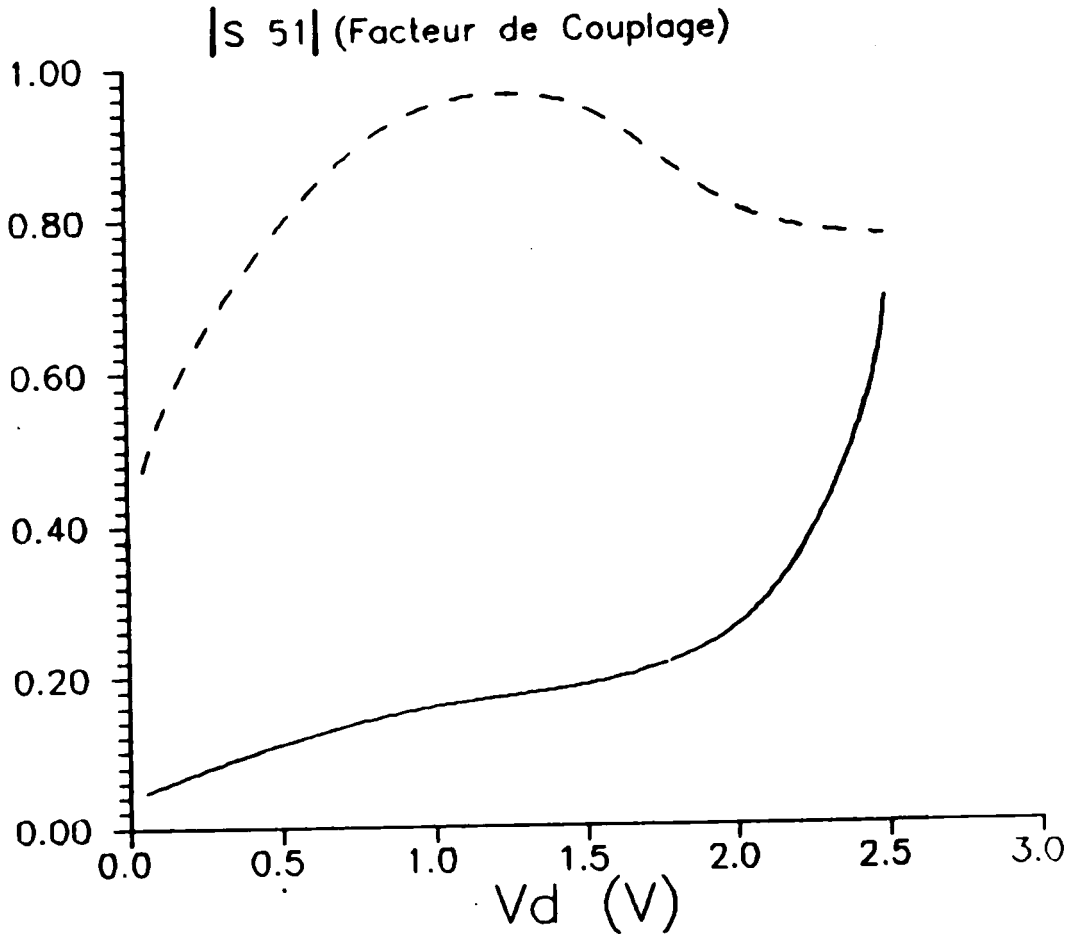


Fig 3.11. module de  $S_{51}$  en fonction de  $V_D$

## CONCLUSION

Nous avons développé dans ce travail une technique de caractérisation du MESFET bigrille qui, en tenant compte des phénomènes de propagation électromagnétique, accorde une rigueur accrue à la simulation du fonctionnement de ce composant dans le domaine des ondes centimétriques.

Nous avons en tout premier lieu établi le schéma équivalent petits signaux d'un élément infinitésimal de longueur de la structure dans la direction de propagation. Cette opération se résume à une traduction en réseaux de Kirshoff des phénomènes physiques impliqués dans le MESFET bigrille fonctionnant en régime actif. Le principal résultat a été l'établissement des équations différentielles des lignes couplées.

La seconde étape de notre travail a concerné la détermination des composants élémentaires du schéma équivalent. Après avoir mis en relief les raisons qui nous ont fait opté pour une approche quasi-statique, diverses techniques propres aux méthodes de l'électromagnétisme, telles que la transformée conforme, la fonction de Green et la méthode variationnelle ont été mises en oeuvre pour permettre un calcul "de l'intérieur" des grandeurs électriques relatives au schéma équivalent, telles qu'elles avaient été prédéfinies.

Cette étape a permis l'entière connaissance des variables concernées par les équations de couplage. Un calcul relativement simple a permis le passage des équations de couplage à la matrice de répartition. Cette opération est la finalisation de la séquence de simulation. La matrice de répartition forme le noyau des caractéristiques externes de fonctionnement du dispositif aux hyperfréquences.

Les exemples d'application présentés offrent une double utilité, premièrement ils vérifient la cohérence de nos résultats avec les rares travaux suffisamment riches en données de base existant dans la littérature, et qui répondent à un fondement théorique très différent du notre, deuxièmement, nous avons voulu montrer à travers ces mêmes exemples que notre modèle pourrait offrir un réel outil de prédiction du fonctionnement pratique du dispositif.

Nous suggérons comme éventuels compléments à apporter à la présente étude, deux points essentiels :

\* La prise en compte de l'épaisseur des électrodes

Avec la diminution de plus en plus poussée de la longueur des grilles (structures submicroniques), cette dernière devient du même ordre de grandeur que l'épaisseur des couches métalliques représentant les électrodes. L'hypothèse simplificatrice d'une épaisseur négligeable, sur laquelle se basent toutes les formules développées au Chap.2., n'est plus d'aucune validité.

\* L'introduction des sources de bruit

Les phénomènes liés aux différentes sources de bruit dans les MESFET font l'objet de travaux de recherche à part entière. Ceci ne nous empêche pas d'envisager leur introduction au niveau du schéma équivalent afin d'améliorer le modèle tel qu'il se présente actuellement. La conséquence immédiate étant la possibilité de connaître par simulation le facteur de bruit, qui est l'une des grandeurs les plus significatives caractérisant un composant micro-ondes actif.

**ANNEXE 1 - ALGORITHME DE FLETCHER-REEVES**

Soit le système d'équations non linéaires

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\ &\dots\dots\dots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \end{aligned} \tag{a1.1}$$

qui peut s'écrire sous la forme

$$[F(x)] = 0 \tag{a1.2}$$

avec

$$x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \tag{a1.3}$$

$$[F(x)] = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T \tag{a1.4}$$

La méthode la plus immédiate pour résoudre le système (a1.1) est celle de Newton-Raphson.

Cette méthode présente deux inconvénients majeurs

- 1 - Elle dépend entièrement du choix du vecteur initial.  
La convergence n'est assurée que si le vecteur initial est proche de la solution.
- 2 - Elle est instable pour un système de grande taille.

Il est préférable de faire appel à une méthode d'optimisation, la convergence y étant garantie.

La solution  $x$  qui annule la fonction  $[F(x)]$ , minimise la fonction convexe

$$G(x) = [F(x)]^T [F(x)] \tag{a1.5}$$

L'algorithme de Fletcher-Reeves [38] est l'extension de la méthode des gradients conjugués aux fonctions quelconques, c'est à dire non quadratiques.

\* La première étape de l'algorithme consiste à choisir un vecteur initial arbitraire

$$x^{(0)}$$

et la direction de descente

$$p^{(0)} = -\nabla \cdot G(x^{(0)}) \quad (a1.6)$$

\* à l'étape k, nous calculons le coefficient  $\alpha$  qui minimise selon  $\alpha$ , la fonction

$$G(x^{(k)} + \alpha^{(k)} p^{(k)}) \quad (a1.7)$$

si le minimum global est atteint, le calcul se termine sinon

\* La direction de descente à l'étape k+1 est égale à

$$p^{(k+1)} = -\nabla \cdot G(x^{(k+1)}) + \beta^{(k)} p^{(k)} \quad (a1.8)$$

où

$$\beta^{(k)} = \frac{|\nabla \cdot G(x^{(k+1)})|^2}{|\nabla \cdot G(x^{(k)})|^2} \quad (a1.9)$$

\* Pour un système de dimension n, il existe n directions conjuguées. Pour cela, si la solution recherchée n'est pas atteinte en un nombre n d'itérations, l'algorithme reprend depuis le début.

Cet algorithme possède une convergence linéaire tandis que la méthode de Newton-Raphson possède une convergence quadratique. Il est donc recommandé de l'utiliser en début de résolution et d'enchaîner sur l'algorithme de Newton-Raphson au voisinage de la solution.

#### VALEUR OPTIMALE DU DEPLACEMENT $\alpha$

Dans la relation (a1.7), la recherche du déplacement  $\alpha$  qui minimise la fonction  $G$ , se fait généralement selon un procédé par approximations successives, tel que la méthode de dichotomie, qui présente un très long temps de calcul.

Il existe une façon directe, quoique approximative, pour déterminer  $\alpha$ .

A partir de (a1.5), nous écrivons,

$$G(x^{(k)}) = \sum_{i=1}^n [F_i(x^{(k)})]^2 \quad (a1.10)$$

Faisons un développement limité au premier ordre de  $F_i(x)$  au voisinage de  $x = x^{(k)}$

$$F_i(x^{(k)} + \alpha^{(k)} p^{(k)} - x^{(k)}) = F_i(x^{(k)}) + \alpha^{(k)} \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)} \quad (a1.11)$$

En remplaçant dans (a1.10),

$$x^{(k)} \quad \text{par} \quad x^{(k)} + \alpha^{(k)} p^{(k)} - x^{(k)} = \alpha^{(k)} p^{(k)}$$

nous obtenons

$$G(\alpha^{(k)}) = \sum_{i=1}^n \left[ F_i(x^{(k)}) + \alpha^{(k)} \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)} \right]^2 \quad (a1.12)$$

Le minimum de cette fonction selon  $\alpha$  annule la dérivée

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\alpha^{(k)})}{\partial \alpha^{(k)}} &= \sum_{i=1}^n 2 \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)} \left[ F_i(x^{(k)}) + \alpha^{(k)} \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)} \right] \\ &= 2 \sum_{i=1}^n F_i(x^{(k)}) \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)} + 2 \sum_{i=1}^n \alpha^{(k)} \left[ \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)} \right]^2 = 0 \quad (\text{a1.13}) \end{aligned}$$

soit

$$\alpha^{(k)} = - \frac{\sum_{i=1}^n F_i(x^{(k)}) \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)}}{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial F_i}{\partial x} p^{(k)} \right]^2} = - \frac{F^T \cdot J^T \cdot [p^{(k)}]}{[p^{(k)}]^T \cdot J^T \cdot J \cdot [p^{(k)}]} \quad (\text{a1.14})$$

J étant la matrice Jacobienne

$$J_{ij} = \frac{\partial F_i}{\partial x_j} \quad (\text{a1.15})$$



ANNEXE 2 - CALCUL DE  $\omega_3$

Nous avons désigné tout au long de cet ouvrage la pulsation du signal harmonique appliqué à la première grille par  $\omega_1$ , celle de la deuxième grille par  $\omega_2$ , et celle du drain par  $\omega_3$ .

Dans la quasi totalité des applications pratiques, la pulsation  $\omega_1$  est connue, parfois aussi  $\omega_2$ , mais jamais  $\omega_3$ .

Ceci provient du fait que le drain du MESFET est généralement utilisé en sortie de multipôle. L'utilisation du drain en entrée serait techniquement une aberration.

La pulsation  $\omega_3$  serait donc celle du signal induit au drain, elle prendra différentes valeurs selon  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Il y a lieu de distinguer trois cas importants,

a) Seul la grille 1 est excitée.

C'est le cas de l'utilisation du dispositif en coupleur actif ou en amplificateur non contrôlé. Dans ce cas relativement simple, les signaux induits à la grille 2 et au drain auront la même pulsation fondamentale que celle de la grille 1. C'est à dire

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 \quad (A2.1)$$

b) Les deux grilles sont excitées avec  $\omega_1 = \omega_2$

C'est le cas du déphaseur actif et de l'amplificateur contrôlé.

La relation (A2.1) reste valable.

c) Les deux grilles sont excitées avec  $\omega_1 < \omega_2$

C'est le cas du mélangeur.

De part la non linéarité de la structure, la différence entre les deux pulsations, ainsi que la somme, vont toutes deux être présentes sur l'électrode de drain. Ainsi nous aurons coexistence de deux pulsations fondamentales pour les signaux de drain :

$$\omega_g = | \omega_2 - \omega_1 | \quad (A2.2)$$

$$\omega_g = \omega_2 + \omega_1 \quad (A2.3)$$

Nous entendons ici par non linéarité, la dépendance des éléments constitutifs du schéma équivalent vis-à-vis des différentes tensions d'électrodes (cf Chap.2).

D'un autre coté, cette même non linéarité donne lieu à la génération d'harmoniques d'ordres supérieurs correspondant à toutes les valeurs existantes des pulsations fondamentales citées plus haut. Cette particularité est exploitée en pratique pour l'utilisation du dispositif en multiplicateur de fréquence [16], [31].

c) Les deux grilles sont excitées avec  $\omega_1 \ll \omega_2$

C'est le cas du mélangeur.

De part la non linéarité de la structure, la différence entre les deux pulsations, ainsi que la somme, vont toutes deux être présentes sur l'électrode de drain. Ainsi nous aurons coexistence de deux pulsations fondamentales pour les signaux de drain :

$$\omega_3 = | \omega_2 - \omega_1 | \quad (A2.2)$$

$$\omega_3 = \omega_2 + \omega_1 \quad (A2.3)$$

Nous entendons ici par non linéarité, la dépendance des éléments constitutifs du schéma équivalent vis-à-vis des différentes tensions d'électrodes (cf Chap.2).

D'un autre côté, cette même non linéarité donne lieu à la génération d'harmoniques d'ordres supérieurs correspondant à toutes les valeurs existantes des pulsations fondamentales citées plus haut. Cette particularité est exploitée en pratique pour l'utilisation du dispositif en multiplicateur de fréquence [16], [31].

ANNEXE 3 - MATRICE IMPEDANCE

En respectant les notations du Chap.3,

$$Z_{11} = \frac{\partial v_1(0)}{\partial i_1(0)} = \theta_{11} + \theta_{21} + \theta_{31} + \theta_{41} + \theta_{51} + \theta_{61} \quad (\text{A3.1})$$

$$Z_{12} = \frac{\partial v_1(0)}{\partial i_2(0)} = \theta_{12} + \theta_{22} + \theta_{32} + \theta_{42} + \theta_{52} + \theta_{62} \quad (\text{A3.2})$$

$$Z_{13} = \frac{\partial v_1(0)}{\partial i_3(0)} = \theta_{13} + \theta_{23} + \theta_{33} + \theta_{43} + \theta_{53} + \theta_{63} \quad (\text{A3.3})$$

$$Z_{14} = -\frac{\partial v_1(0)}{\partial i_1(l)} = -(\theta_{14} + \theta_{24} + \theta_{34} + \theta_{44} + \theta_{54} + \theta_{64}) \quad (\text{A3.4})$$

$$Z_{15} = -\frac{\partial v_1(0)}{\partial i_2(l)} = -(\theta_{15} + \theta_{25} + \theta_{35} + \theta_{45} + \theta_{55} + \theta_{65}) \quad (\text{A3.5})$$

$$Z_{16} = -\frac{\partial v_1(0)}{\partial i_3(l)} = -(\theta_{16} + \theta_{26} + \theta_{36} + \theta_{46} + \theta_{56} + \theta_{66}) \quad (\text{A3.6})$$

$$Z_{21} = \frac{\partial v_2(0)}{\partial i_1(0)} = \eta_1(\theta_{11} + \theta_{21}) + \eta_2(\theta_{31} + \theta_{41}) + \eta_3(\theta_{51} + \theta_{61}) \quad (\text{A3.7})$$

$$Z_{22} = \frac{\partial v_2(0)}{\partial i_2(0)} = \eta_1(\theta_{12} + \theta_{22}) + \eta_2(\theta_{32} + \theta_{42}) + \eta_3(\theta_{52} + \theta_{62}) \quad (\text{A3.8})$$

$$Z_{23} = \frac{\partial v_2(0)}{\partial i_3(0)} = \eta_1(\theta_{13} + \theta_{23}) + \eta_2(\theta_{33} + \theta_{43}) + \eta_3(\theta_{53} + \theta_{63}) \quad (\text{A3.9})$$

$$Z_{24} = -\frac{\partial v_2(0)}{\partial i_1(l)} = -\eta_1(\theta_{14} + \theta_{24}) - \eta_2(\theta_{34} + \theta_{44}) - \eta_3(\theta_{54} + \theta_{64}) \quad (\text{A3.10})$$

$$Z_{43} = \frac{\partial v_1(t)}{\partial l_3(0)} = \theta_{13} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{23} e^{\gamma_1 t} + \theta_{33} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{43} e^{\gamma_2 t} \\ + \theta_{53} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{03} e^{\gamma_3 t} \quad (\text{A3.21})$$

$$Z_{44} = -\frac{\partial v_1(t)}{\partial l_1(t)} = -\theta_{14} e^{-\gamma_1 t} - \theta_{24} e^{\gamma_1 t} - \theta_{34} e^{-\gamma_2 t} - \theta_{44} e^{\gamma_2 t} \\ - \theta_{54} e^{-\gamma_3 t} - \theta_{04} e^{\gamma_3 t} \quad (\text{A3.22})$$

$$Z_{45} = -\frac{\partial v_1(t)}{\partial l_2(t)} = -\theta_{15} e^{-\gamma_1 t} - \theta_{25} e^{\gamma_1 t} - \theta_{35} e^{-\gamma_2 t} - \theta_{45} e^{\gamma_2 t} \\ - \theta_{55} e^{-\gamma_3 t} - \theta_{05} e^{\gamma_3 t} \quad (\text{A3.23})$$

$$Z_{46} = -\frac{\partial v_1(t)}{\partial l_3(t)} = -\theta_{16} e^{-\gamma_1 t} - \theta_{26} e^{\gamma_1 t} - \theta_{36} e^{-\gamma_2 t} - \theta_{46} e^{\gamma_2 t} \\ - \theta_{56} e^{-\gamma_3 t} - \theta_{06} e^{\gamma_3 t} \quad (\text{A3.24})$$

$$Z_{51} = \frac{\partial v_2(t)}{\partial l_1(0)} = \eta_1 \left[ \theta_{11} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{21} e^{\gamma_1 t} \right] + \eta_2 \left[ \theta_{31} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{41} e^{\gamma_2 t} \right] \\ + \eta_3 \left[ \theta_{51} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{01} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.25})$$

$$Z_{52} = \frac{\partial v_2(t)}{\partial l_2(0)} = \eta_1 \left[ \theta_{12} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{22} e^{\gamma_1 t} \right] + \eta_2 \left[ \theta_{32} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{42} e^{\gamma_2 t} \right] \\ + \eta_3 \left[ \theta_{52} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{02} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.26})$$

$$Z_{33} = \frac{\partial v_2(t)}{\partial i_3(0)} = \eta_1 \left[ \theta_{13} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{23} e^{\gamma_1 t} \right] + \eta_2 \left[ \theta_{33} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{43} e^{\gamma_2 t} \right] \\ + \eta_3 \left[ \theta_{53} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{63} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.27})$$

$$Z_{34} = -\frac{\partial v_2(t)}{\partial i_1(t)} = -\eta_1 \left[ \theta_{14} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{24} e^{\gamma_1 t} \right] - \eta_2 \left[ \theta_{34} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{44} e^{\gamma_2 t} \right] \\ - \eta_3 \left[ \theta_{54} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{64} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.28})$$

$$Z_{35} = -\frac{\partial v_2(t)}{\partial i_2(t)} = -\eta_1 \left[ \theta_{15} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{25} e^{\gamma_1 t} \right] - \eta_2 \left[ \theta_{35} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{45} e^{\gamma_2 t} \right] \\ - \eta_3 \left[ \theta_{55} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{65} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.29})$$

$$Z_{36} = -\frac{\partial v_2(t)}{\partial i_3(t)} = -\eta_1 \left[ \theta_{16} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{26} e^{\gamma_1 t} \right] - \eta_2 \left[ \theta_{36} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{46} e^{\gamma_2 t} \right] \\ - \eta_3 \left[ \theta_{56} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{66} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.30})$$

$$Z_{\alpha 1} = \frac{\partial v_3(t)}{\partial i_1(0)} = \zeta_1 \left[ \theta_{11} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{21} e^{\gamma_1 t} \right] + \zeta_2 \left[ \theta_{31} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{41} e^{\gamma_2 t} \right] \\ + \zeta_3 \left[ \theta_{51} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{61} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.31})$$

$$Z_{\alpha 2} = \frac{\partial v_3(t)}{\partial i_2(0)} = \zeta_1 \left[ \theta_{12} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{22} e^{\gamma_1 t} \right] + \zeta_2 \left[ \theta_{32} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{42} e^{\gamma_2 t} \right] \\ + \zeta_3 \left[ \theta_{52} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{62} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.32})$$

$$Z_{03} = \frac{\partial v_3(t)}{\partial i_3(0)} = \zeta_1 \left[ \theta_{13} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{23} e^{\gamma_1 t} \right] + \zeta_2 \left[ \theta_{33} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{43} e^{\gamma_2 t} \right] \\ + \zeta_3 \left[ \theta_{53} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{03} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.33})$$

$$Z_{04} = -\frac{\partial v_3(t)}{\partial i_1(t)} = -\zeta_1 \left[ \theta_{14} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{24} e^{\gamma_1 t} \right] - \zeta_2 \left[ \theta_{34} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{44} e^{\gamma_2 t} \right] \\ + \zeta_3 \left[ \theta_{54} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{04} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.34})$$

$$Z_{05} = -\frac{\partial v_3(t)}{\partial i_2(t)} = -\zeta_1 \left[ \theta_{15} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{25} e^{\gamma_1 t} \right] - \zeta_2 \left[ \theta_{35} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{45} e^{\gamma_2 t} \right] \\ - \zeta_3 \left[ \theta_{55} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{05} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.35})$$

$$Z_{06} = -\frac{\partial v_3(t)}{\partial i_3(t)} = -\zeta_1 \left[ \theta_{16} e^{-\gamma_1 t} + \theta_{26} e^{\gamma_1 t} \right] - \zeta_2 \left[ \theta_{36} e^{-\gamma_2 t} + \theta_{46} e^{\gamma_2 t} \right] \\ - \zeta_3 \left[ \theta_{56} e^{-\gamma_3 t} + \theta_{06} e^{\gamma_3 t} \right] \quad (\text{A3.36})$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] R.E. COLLIN  
"Field theory of guided waves"  
Mc Graw-Hill, New York, 1960
- [2] F. Britto  
"Application des fonctions de Green à l'étude de lignes  
sur semiconducteur et en milieu dissipatif"  
Thèse de Docteur de l'INPT, Toulouse, Mai 1984
- [3] M. Kaddour  
"Contribution à la modélisation d'un coupleur actif à  
ondes lentes en lignes de transmission à contact  
métal-semiconducteur"  
Thèse de Docteur de l'INPT, Toulouse, Mai 1987
- [4] A. Benghalia  
"Contribution à la modélisation de lignes micro-  
coplanaires sur substrat semiconducteur. Application  
au transistor à effet de champ"  
Thèse de Docteur de l'INPT, Toulouse, Juin 1989
- [5] V.F. Hanna, D. Thebault  
"Theoretical and experimental investigation of asymmetric  
coplanar waveguides"  
IEEE, Vol MTT-32, No 12, pp 1649-1651, December 1984
- [6] J. Turner  
"Dual-gate GaAs microwave FET"  
Electronic letters, Vol 7, pp 661-662, November 1971
- [7] C.A. Liechti  
"Performance of dual-gate GaAs MESFET's as gain-controlled  
low-noise amplifiers and high-speed modulators"  
IEEE trans. Vol MTT-23, pp 461-469, June 1975



- [8] S. Asai, F. Murai, H. Koderu  
"GaAs dual-gate Schottky-barrier FET's for microwave frequencies"  
IEEE trans. Vol ED-22, pp 897-904, October 1975
- [9] P. Harrop  
"Gallium arsenide field effect transistor mixers :  
Theory and applications"  
Acta Electronica, Vol 23, No 4, 1980, pp 291-297
- [10] C. Tsironis  
"GaAs dual gate MESFET's and their applications in  
microwave circuits"  
Acta Electronica, Vol 23, No 4, 1980, pp 317-324
- [11] C. Tsironis  
"12 GHz receiver with a self-oscillating dual gate MESFET  
mixer"  
Acta Electronica, Vol 23, No 4, 1980, pp 325-329
- [12] M. Kumar, H. C. Huang  
"Dual-gate MESFET variable-gain constant output power  
amplifier"  
IEEE trans. Vol MTT-29, No 3, pp 185-188, March 1981
- [13] C. Tsironis, R. Meierer  
"Equivalent circuit of GaAs dual-gate MESFETs"  
Electronics letters, Vol.17, No.13, pp 477-478, 1981
- [14] C. Tsironis, R. Meierer  
"Microwave wide-band model of GaAs dual gate MESFET's"  
IEEE trans. Vol MTT-30, pp 243-251, Marsh 1982
- [15] H. Ashoka, R.S. Tucker  
"S-parameter model of dual-gate MESFET's"  
Electronic letters, Vol 19, pp 39-40, January 1983

- [16] C. Rauscher  
"High-frequency doubler operation of GaAs FETs"  
IEEE trans. Vol MTT-31, No 6, pp 462-473, 1983
- [17] R.A. Minasian  
"Modeling DC characteristics of dual-gate GaAs MESTFET's"  
IEE proc. solid state el. Vol 130, pp 182-186, August 1983
- [18] V. Sokolov, P. Banhan, J. Geddes, T. Contolatis, C. Chao  
"A Ka-band GaAs monolithic phase shifter"  
IEEE trans. Vol ED-30, 1983
- [19] J. R. Scott, R. A. Minasian  
"A simplified microwave model of the GaAs dual-gate MESFET"  
IEEE trans. Vol MTT-32, No 3, pp 243-248, March 1984
- [20] C. Tsironis, R. Meierer, R. Stahlmann  
"Dual-gate MESFET mixers"  
IEEE trans. Vol MTT-32, No 3, pp 248-252, March 1984
- [21] D.M. Drury, D.C. Zimmerman, D.E. Zimmerman  
"A dual-gate FET constant phase variable power amplifier"  
1985 IEEE MTT-S Digest, pp 219-222
- [22] A.S. Podgorski, L.Y. Wei  
"Theory of traveling wave transistors"  
IEEE trans. Vol ED-29, pp 1845-1853, 1982
- [23] K.B. Niclas, T.T. Wilser, T.L. Kritzer, R.R. Pereira  
"On theory and performance of solid-state microwave distributed amplifiers"  
IEEE trans. Vol MTT-31, No 6, pp 447-456, 1983
- [24] Y.A. Ren, G.H. Ruan, H.L. Hartnagel  
"Microwave structuring for traveling wave FET"  
Archiv Elektronik Übertragung, Vol AEÜ-36, pp 245-251, 1982

- [25] Y.A. Ren, H.L. Hartnagel  
"Traveling wave power FET with coplanar slow-wave electrode system modeling and experimental results"  
Archiv Elektronik Übertragung, Vol AEÜ-36, pp 468-474, 1982
- [26] W. Heinrich, H.L. Hartnagel  
"Field-theoretic analysis of wave propagation on FET electrodes including losses and small signal amplification"  
Int. J. Electronic, Vol 58, pp 613-627, 1985
- [27] K.H. Kretschmer, P. Grambow, T. Sigulla  
"Coupled-mode analysis of traveling-wave MESFET's"  
Int. J. Electronics, Vol 58, pp 639-648, 1985
- [28] A.J. Holden, D.R. Daniel, I. Davies, C. Oxley  
"Gallium-Arsenide traveling-wave field-effect transistors"  
IEEE trans, Vol ED-32, pp 61-66, January 1985
- [29] K. Fricke, H.L. Hartnagel  
"Experimental microwave signal-propagation study on GaAs MESFET's using especially fabricated transistor structures"  
IEEE trans. Vol EDL-6, pp 151-153, 1985
- [30] C. Oxley, J. Holden  
"Simple models for high-frequency MESFET's and comparison with experimental results"  
IEEE proc. Vol 133, pp 335-340, 1986
- [31] D.C. Tiwari, H.L. Hartnagel  
"Nonlinear coupled transmission line analysis for second harmonic generation in traveling-wave GaAs MESFET's"  
IEEE Trans, Vol ED-33, No 3, pp 366-372, Marsh 1986

- [32] W. Heinrich, H.L. Hartnagel  
"Wave propagation on MESFET electrodes and its influence  
on transistor gain"  
IEEE trans. Vol MTT-35, No 1, pp 1-8, January 1987
- [33] W. Heinrich  
"Distributed equivalent-circuit model for traveling-wave  
FET design"  
IEEE trans. Vol MTT-35, No 5, pp 487-491, May 1987
- [34] R.T Chang, T.J. Shieh, W.A. Davies, R.L. Carter  
"Modeling and analysing of GaAs MESFETs considering the  
wave propagation effects"  
IEEE MTT-S Dig. Vol I, pp 371-374, 1989
- [35] S.M. El Ghazaly, T. Itoh  
"Traveling-wave inverted-gate field-effect transistors :  
concept, analysis, and potential"  
IEEE vol MTT-37, No 11, pp 1027-1032, 1989
- [36] C. Byl, Y. Crosnier  
"Modeling and optimisation of traveling wave FETs"  
J. of electromagnetic waves and applications Vol.5,  
No.4/5, pp 415-438, 1991
- [37] W. Heinrich  
"Wave propagation along GaAs-FET electrodes"  
J. of electromagnetic waves and applications Vol.5,  
No.4/5, pp 403-417, 1991
- [38] R. Fletcher, C.M. Reeves  
"Function minimization by conjugate gradients"  
Computer Journal, No 7, pp 149-154, 1964