REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE FRERES MENTOURI CONSTANTINE 1
FACULTE DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

N° d'ordre : 154/DS/2019

Série : 04/Ele/2019

Contribution à la commande tolérante aux défauts d'une classe de systèmes non linéaires

THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCE (Option : Électronique)

Par

BOUNEMEUR ABDELHAMID

Soutenu publiquement le 01/10/2019 devant le jury composé de :

Président :	***A. Charef***	*Prof.*	*Université Frères Mentouri Constantine 1*
Rapporteur :	***M. Chemachema***	*Prof.*	*Université Frères Mentouri Constantine 1*
Examinateurs :	***S. Ziani***	*M.C.A*	*Université Frères Mentouri Constantine 1*
	S. Bououden	*Prof.*	*Université Abbes Laghrouur Khenchela*
	M. Lashab	*Prof.*	*Université Larbi Ben M'Hidi 0um el-Bouaghi*

Thèse préparée au sein du Laboratoire de Traitement du Signal SPLAB

Résumé

Dans cette thèse, nous avons considéré la commande en poursuite d'une classe de systèmes non linéaires inconnus multivariables **(MIMO)** avec défauts. Au début, nous avons donné un aspect général sur la commande tolérante aux défauts, avec la citation des célèbres chercheurs qui ont fondé cette technique et aussi les différentes approches utilisées. En se basant sur ces approches nous avons proposé trois schémas de commande adaptative par les systèmes flous. **Le premier** schéma de commande est basé sur la technique backstepping et les systèmes flous de Takagi-Sugeno. Ce schéma de commande peut traiter les défauts de capteur et d'actionneur au même temps dont les performances de ce schéma sont testées sur la dynamique d'un Drone. **Le deuxième** schéma de commande consiste à intégrer la technique du gain de Nussbaum pour contourner le problème de la connaissance à priori du gain de la commande et avec la considération des défauts d'actionneurs variant dans le temps et aussi avec les états du système. **Le troisième** schéma de commande consiste à utiliser les méthodes méta-heuristiques par le biais de l'algorithme (Optimisation par Essaimes de Particules **OEP)**. Cette méthode d'optimisation est utilisée pour pallier aux problèmes des paramètres adaptatives et aussi aux paramètres initiaux des systèmes flous. L'analyse de la stabilité et de la robustesse des schémas de commande proposés est effectuée par l'approche de Lyapunov.

Pour chaque schéma de commande, des résultats de simulation sont présentés pour montrer ses performances.

Mots-clés :

Commande non linéaire, Commande adaptative floue tolérante aux défauts, stabilité de Lyapunov, Gain de Nussbaum, Optimisation par Essaimes de Particules.

Abstract

In this thesis, we considered the tracking control of a class of multi-input multi-output **(MIMO)** nonlinear uncertain systems with faults. At the beginning, general ideas of adaptive fault-tolerant with the best researchers who worked in this field and the used techniques are presented. Based on these techniques we proposed three adaptive control schemes. **The first** scheme is based on backstepping and fuzzy logic systems. This scheme deals with the occurrence of actuator and sensor faults at the same time which the performances are tested on a dynamic model of a quadrotor system. **The second** integrates Nussbaum-type functions to overcome the control gain sign problem with time-varying and state-dependent actuator faults, the performances are tested on the dynamic of two-inverted pendulums system. **The third** control scheme is based on an optimal technique who is called Particle Swarm Optimization **PSO**. This optimal technique is used to circumvent the problem of the adaptive parameters and the initial parameters of the used fuzzy systems, a simulation stage was applied on two links-robot manipulators to prove the accuracy and the effectiveness of the proposed approach. The analysis of stability and robustness for all the proposed control schemes are performed by using the Lyapunov synthesis method with the help of Barbalat's Lemma, and the simulation results are given to highlight its performance.

Keywords:

Nonlinear control, Fuzzy adaptive fault-tolerant control, Lyapunov stability, Nussbaum Gain, PSO.

ملخص

ضمن هذه الاطروحة, إعتبرنا التحكم في الأنظمة غير الخطية المتألفة التحكم والمتعددة المداخل و المخارج من اجل جعل مخارج هذه الأنظمة تتبع مسارات مرجعية محددة مسبقا بحضور أخطاء الحساسات و المشغلات. في البداية قمنا بوضع الأفكار العامة للتحكم المتأقلم بوجود الأخطاء مع ذكر أهم الباحثين في هدا المجال و دراسة الطرق المستعملة ايضا. **أولا** إقترحنا نظام تحكم بإستعمال طريقة الخطوة الراجعة و المنطق الضبابي, من أجل جعل نظام التحكم المقترح قادرا على التعامل مع أخطاء الحساسات و المشغلات في نفس الوقت. قمنا بإختبار كفائة النظام على طائرة بدون طيار ذات اربع محركات. **ثانيا** قمنا بإضافة تقنية دالة نوسبوم او ربح نوسبوم من أجل التعامل مع مشكلة اتجاه التحكم, والتعامل مع اخطاء المشغلات المتغيرة بدلالة الوقت و حالة النظام. هذه التقنية جربت على النظام الديناميكي لإثنين من النواسات العكسية. **ثالثا** قمنا باضافة تقنية التحكم الدقيق باستعمال طريقة سرب الطيور, من اجل إيجاد العوامل الثابثة و القيم الإبتدائية لنظام التحكم الضبابي. هذه التقنية جربت على المعادلات الديناميكية لذراع ألي ذو درجتين من الحرية. قمنا بدراسة الإستقرار و المتانة للمناهج المقترحة باستعمال طريقة ليابونوف بمساعدة شبه قانون باربلا, مع تقديم نتائج المحاكاة العددية لابراز كفاءة هذه المناهج.

كلمات مفتاحية

التحكم غير الخطي, التحكم التأقلمي الضبابي مع الأخطاء , استقرار ليابونوف, معامل ربح نوسبوم, طريقة سرب الطيور.

Remerciements

Je remercie d'abord ALLAH Tout Puissant qui a illuminé mon chemin de la lueur, du savoir, de la science, la volonté, la santé et la patience qu'il m'a prodiguées durant toutes ces années d'étude.

Je tiens aussi à exprimer ma reconnaissance et ma profonde gratitude à mon directeur de recherche CHEMACHEMA Mohamed, de l'université des frères Mentouri Constantine1, qui n'a ménagé aucun effort pour me venir en aide, pour sa grande disponibilité afin de mener à bien ce travail de recherche.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur Abdelfattah Charef, professeur à l'université des frères Mentouri Constantine1, d'avoir accepté de présider ce jury.

Mes sincères remerciements s'étendent également à Messieurs Soufiane Bououden, professeur l'Université Abbes Laghrouur Khenchela et Ziani Salim, Maitre de conférences à l'université des frères Mentouri Constantine1 et Mohamed Lashab, professeur à l'université Larbi Ben M'Hidi 0um el-Bouaghi, qui ont bien accepté d'examiner cette thèse. Sans oublier notre défunt Monsieur FILALI Salim, professeur à l'université des frères Mentouri Constantine1, qui m'a bien soutenu durant mon parcours afin de réaliser mes futurs projets.

Je tiens à exprimer Ma gratitude à toute personne extérieure à l'université des frères Mentouri Constantine1 qui ont pris une part active dans la réalisation de ce travail. Je pense tout particulièrement à Monsieur le président directeur général de la société d'impression de l'est (sie) Kamel Bouchouareb, LABIOD Salim et à Monsieur Khebbache Hicham de l'université de Jijel et Monsieur ESSOUNBOULI Najib de l'université de Reims France.

Enfin, je remercie infiniment mes chèrs parents de leur patience, leurs encouragements continus ainsi que leur soutien inconditionnel. Qu'ils trouvent ici toute ma gratitude et mon amour.

Que toutes les personnes que j'ai involontairement oubliées, trouvent ici, en cette Heureuse et solennelle circonstance, l'expression de ma profonde gratitude et de Mon indéfectible dévouement.

Dédicaces

Je dédie cette thèse

A toute ma famille.

Abdelhamid…………………………………….

Table des matières

Chapitre 3

La commande adaptative tolérante aux défauts floue par le gain de Nussbaum

Chapitre 4

La commande adaptative optimale floue des systèmes non linéaires multivariables par la méta-heuristique

Liste des figures

Chapitre 1.

Chapitre 2.

Chapitre 3.

Chapitre 4.

Liste des tableaux

Chapitre 1.

Chapitre 2.

Chapitre 3.

Nomenclatures

AFTC	Active Fault Tolerant Control.
AFTCS	Active Fault Tolerant Control System.
DOF	Degre Of Freedom
FCS	Flight Control System (système de commande de vol)
FDD	Fault Detection and Diagnosis
FDI	Fault Detection and Isolation
FLC	Fuzzy Logic Controller
FTC	Fault Tolerant Control (commande tolérante aux fautes)
FTCS	Fault Tolerant Control System.
FLS	Fuzzy Logic System
LMI	Linear Matrix Inequality (inégalité matricielle linéaire)
LQG	Linear Quadratic Gaussian
LTI	Linear Time Invariant (modèle linéaire invariant dans le temps)
SISO	Single Input Single Output
MPC	Model predictive control.
MIMO	Multi Input Multi Output
PFTC	Passive Fault Tolerant Control.
PFTCS	Passive Fault Tolerant Control System.
PID	Proportionnel intégral dérivé
TSO	Tackagi Sugeno Zero Order
TS1	Tackagi Sugeno One Order

UUB	Uniformly Ultimately Bounded
PSO	Partical Swarm Optimazation
CGSs	Control Gain Signs
MSE	Mean Squared Error
UAV	Unmanned Aerial Vehicle
UCAV	Unmanned Combat Air Vehicle

Liste de publication et de communication

❖ Publications Internationales

1- Bounemeur, A., Chemachema, M., & Essounbouli, N. (2018). Indirect adaptive fuzzy fault-tolerant tracking control for MIMO nonlinear systems with actuator and sensor failures. *ISA transactions*, *79*, 45-61. **(ISI IF=3.370)**

❖ Communications Internationales

1- Abdelhamid, B., Mouhamed, C., & Najib, E. **(2017, November)**. Optimal Indirect Robust Adaptive Fuzzy Control Using PSO for MIMO Nonlinear Systems. In *International Conference on Electrical Engineering and Control Applications* (pp. 208-224). Springer, Cham.

2- Abdelhamid, B., Mouhamed, C., & Najib, E. **(2016, November)**. Indirect Robust Adaptive Fuzzy Control of Uncertain Two Link Robot Manipulator. In *International Conference on Electrical Engineering and Control Applications* (pp. 125-139). Springer, Cham.

3- A. Bounemeur, M. Chemachema, N. Essounbouli **(April 2015)** Robust indirect adaptive fuzzy control using Nussbaum gain for a class of SISO nonlinear systems with unknown directions, 15th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), 21-23 Dec. 2014 Hammamet, Tunisia. 748 - 754, 16.

4- A. Bounemeur, M. Chemachema, N. Essounbouli **(April 2015)** New approach of robust direct adaptive control of a class of SISO nonlinear systems, 15th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), 21-23 Dec. 2014. pp 725 - 730, 16.

Introduction générale

Introduction générale

Depuis la naissance de la révolution industrielle en **1919** dans la **Grande-Bretagne, (G-B)** plusieurs travaux de recherche destinés à la commande des différents processus industriels et militaires sont mis en route. Ces recherches s'inscrivent dans le cadre de la théorie du contrôle dont l'objectif est de synthétiser un schéma de commande optimal capable de guider la sortie du système à suivre une trajectoire de référence désirée définie au préalable. Cette trajectoire peut être une valeur fixe (**Regulation**) ou variable (**Tracking**). Durant ces recherches, plusieurs techniques de commande ont été suggérées et analysées dont la plupart sont dédiées aux systèmes qui possèdent une dynamique linéaire. On outre, dans le cas où la dynamique des systèmes est de nature non linéaire, le développement d'une loi de commande parait un peu difficile. Au début, la commande des systèmes non linéaires était classique [$\boldsymbol{Slotine-91}$], elle était basée sur la théorie de l'automatique linéaire, en linéarisant la dynamique non linéaire du système autour d'un point d'équilibre afin d'appliquer les techniques de commande linéaires. En effet, cette méthode a eu beaucoup de succès auprès des industriels. Cependant, et pour atteindre des performances plus élevées dans des domaines où la tolérance de l'erreur est trop petite, la prise en compte de la dynamique non linéaire du système dans la synthèse du contrôleur est nécessaire. La technique de commande par linéarisation entrée-sortie est l'une des plus fortes techniques pour le développement de contrôleurs dédiée à la classe des systèmes non linéaires dite normale ou de Brunovski [$\boldsymbol{Isidori-89}$], [$\boldsymbol{Slotine-91}$] dont la plupart des systèmes mécaniques et les systèmes physiques ont cette forme. Cette technique est basée essentiellement sur la transformation de la dynamique d'un système non linéaire en un système linéaire, Malgré le succès qu'elle a eu, cette technique n'a pas l'opportunité d'être applicable dans le cas où la dynamique du système est incertaine ou complètement inconnue. Pour pallier à ce problème, plusieurs stratégies de commande adaptative ont été proposées [$\boldsymbol{Slotine-91}$], [$\boldsymbol{Krstic-95}$], [$\boldsymbol{Kokotovic-01}$]. Dans ces approches, le model non linéaire est exprimé par un produit de fonctions non linéaires connues par des paramètres inconnus.

La logique floue a été introduite au milieu des années soixante à l'université de **Berkeley,** en Californie, par le professeur **Lotfi A. Zadeh**. La première application des systèmes flous dans la commande a été introduite dans les années 70 par **Mamdani** et son équipe [$\boldsymbol{Mamdani-74}$], [$\boldsymbol{Mamdani-75}$], [$\boldsymbol{Mamdani-76}$] où sa mise en œuvre était essentiellement heuristique sans analyse de stabilité. Par la suite, **Takagi et Sugeno** ont présenté un système flou adéquat qui permet d'utiliser les méthodes classiques de l'automatique [$\boldsymbol{Takagi-83}$], [$\boldsymbol{Takagi-85}$].

À travers les années, la complexité des procédés industriels et l'évolution technologique du matériel et logiciel nécessite l'intégration de nouveaux aspects de commande. La commande tolérante aux défauts est une célèbre technique développée pour assurer un maximum de performance vis-à-vis les différents défauts qui peuvent altérer les procédés à contrôler ([$\boldsymbol{Astr\ddot{o}m-00}$], [$\boldsymbol{Blanke-03}$]). La commande tolérante aux défauts (**FTC** : Fault-Tolerant Control) a été initiée dans les années **1980** par les forces aériennes des États Unies (**USA Air Force**), afin de développer des systèmes de commande de vol et en général l'industrie aérospatiale pour assurer un vol reconfigurable destiné aux avions commerciaux ([$\boldsymbol{Steinberg-05}$], [$\boldsymbol{Chandler-}$

$\mathbf{84}]$, $[\boldsymbol{Eterno}-\mathbf{85}])$. L'objectif était d'assurer un atterrissage en toute sécurité en cas de problèmes graves ou de défaillance des instruments. Un tel effort est la conséquence des deux accidents d'avions commerciaux en **1970, 1977** et **1979**. En général, un système est dit tolérant aux défauts, s'il est capable de maintenir les performances du fonctionnement normal dans le cas défaillant. La commande tolérante aux défauts peut être subdivisée en deux catégories selon le type de contrôleurs utilisés, en l'occurrence l'approche passive **(PFTC)** et l'approche active **(AFTC)**. La commande tolérante aux défauts passive est basée essentiellement sur un contrôleur fixe développé pour réagir, seulement, aux défauts prédéfinis au ($[\boldsymbol{Zhang}-\mathbf{08}]$, $[\boldsymbol{Yao}-\mathbf{10}]$). Cependant, cette approche, dite passive, est très limitée à cause du contrôleur fixe qui peut réagir seulement aux défauts prédéfinis au préalable par le designer, ce qui limite l'utilisation de cette approche, par ce que, dans le domaine pratique, il est très difficile de savoir les défauts qui peuvent agir sur le système, donc les chercheurs de l'automatique ont opté pour l'approche active.

Cependant, la commande tolérante aux défauts active **(AFTC)** est basée sur la détection des défauts par le biais d'un module de détection et de diagnostique **(FDD)**, donc les défauts sont détectés-en premier lieu, puis isolés et estimés par l'utilisation des méthodes d'approximation pour reconfigurer le contrôleur $[\boldsymbol{Blanke}-\mathbf{16}]$, $[\boldsymbol{Isermann}-\mathbf{11}]$, $[\boldsymbol{Liu}-\mathbf{17}]$**.**

La présente étude est focalisée sur le développement de lois de commande floue adaptative tolérante aux défauts pour les systèmes non linéaires incertains basées sur les techniques de la commande non linéaire tels que la commande backstepping, le gain de **Nussbaum** et l'optimisation par la méthode méta-heuristique Essaim de Particules **PSO** (Partical Swarm Optimization). Trois schémas de commande tolérante aux défauts de capteurs et/ou d'actionneurs sont proposées en la présence des perturbations externes et la dynamique inconnue des systèmes étudiés. Tout au long de cette thèse, la mise à jour des lois d'adaptation est inspirée à partir de l'étude de la stabilité par la méthode de **Lyapunov**. Trois systèmes de simulation seront envisagés dans le cadre des tests des schémas proposés. Le premier système est dit **Quadrirotor** ; le deuxième est dit **Double-pendule inversé** ; le troisième est dit **Robot manipulateur a deux dégrées de liberté (2DOF).**

Organisation de la thèse

Notre thèse est articulée sur quatre chapitres :

- **Le premier chapitre** est consacré à l'état de l'art des principales stratégies de la commande tolérante aux défauts. Ce chapitre introductif comporte un aperçu précis sur les principaux concepts de synthèse des systèmes de commande tolérante aux défauts des deux approches **(AFTC et PFTC)**. Une classification générale des types des défauts de différentes natures (système, extérieur, capteur, actionneur, intérieur).
- **Le deuxième chapitre** porte sur la synthèse d'une loi de commande adaptative indirecte floue tolérante aux défauts pour une classe de~~s~~ systèmes multi-variables **MIMO** par l'utilisation de la méthode backstepping. Cette loi de commande est exprimée par deux termes : Le premier est une loi adaptative destinée pour l'approximation des non linéarités du système et les défauts d'actionneur. Le deuxième est une loi de robustesse introduite pour pallier aux problèmes des erreurs d'approximation, des défauts de capteur et des perturbations externes. L'efficacité du schéma de commande développé est testée sur le modèle dynamique du Quadrirotor avec plusieurs tests de robustesse.

- **Le troisième chapitre**, concerne la présentation d'une loi de commande adaptative indirecte floue stable, pour une classe de systèmes non linéaires multi-variables MIMO en la présence des défauts d'actionneur variant dans le temps et l'état du système. Cette loi de commande est exprimée par deux termes dont le premier est une loi adaptative destinée pour l'approximation des non linéarités du système et les défauts d'actionneur. Le deuxième terme est une loi de robustesse introduite pour pallier aux problèmes des erreurs d'approximation et des perturbations externes. Le problème du signe de commande (control gain signs **CGSs**) sera contourné par l'utilisation du gain de Nussbaum. L'efficacité du schéma de commande proposé sera testée sur le modèle dynamique du double-pendule inversé.
- **Le quatrième chapitre** est consacré à l'exposition d'une stratégie d'optimisation par la technique méta-heuristique de l'essaim de particule **(PSO)** afin d'optimiser les paramètres des lois d'adaptation et les valeurs initiales des lois d'adaptation d'une loi de commande adaptative floue tolérante aux défauts pour une classe des systèmes non linéaires **MIMO**. L'efficacité du schéma de commande proposé sera testée sur le modèle dynamique d'un bras de robot manipulateur a deux degrés de liberté.

Toutes les techniques que nous allons développer dans cette thèse seront démontrées rigoureusement par la méthode de Lyapunov, qui assurent la stabilité et la robustesse des boucles de commande.

Chapitre 1

Contexte, état de l'art et problématique

Table des matières

Chapitre 1

Contexte, état de l'art et problématique

Ce chapitre introductif a pour but de positionner le travail de la thèse dans un contexte général. Nous commençons par introduire des concepts de base la commande tolérante aux défauts ainsi que les méthodes et les approches citées dans la littérature. Ce tour d'horizon est souvent nécessaire afin de mettre clairement le décore et aussi permettre au lecteur d'aborder les développements méthodologiques du chapitre suivant. Un nombre important de publications sur la commande tolérante a connu un essor important durant ces deux dernières décennies. Dans ce chapitre, nous essayons de présenter au maximum les techniques courantes et les classifications des classes liées à la commande tolérante aux défauts.

Plusieurs approches ont été utilisées dans la commande tolérante aux défauts, comme la commande adaptative, la commande prédictive, la commande classique basée sur le régulateur **PID** et la commande par modèle de référence. Dans la littérature, la commande adaptative est classée selon le type et la construction du contrôleur. On distingue les approches dites ***PASSIVES*** des approches dites ***ACTIVES***. La commande passive est basée essentiellement sur un contrôleur avec des paramètres fixes et/ou un contrôleur avec une structure fixe ***(FIXED PRAMETRERS AND/OR FIXED STRUCTURE)***. La commande passive s'inspire des techniques de commande robuste et consiste à garantir que le système en boucle fermée reste toujours stable devant l'occurrences des défauts définit au préalable $[\boldsymbol{Veillette - 90}]$. La commande active est basée sur la reconfiguration on-line du contrôleur dans le cas de la présence de défaut pour contourner l'effet de ce dernier.

1.1 Position du problème

En général, La commande tolérante aux défauts a pour but de conserver la maitrise du comportement dynamique des systèmes commandés en dépit de l'occurrence d'un dysfonctionnent. Plusieurs types de défauts peuvent être à l'origine de ces dysfonctionnements : **1.1.** Défauts interne ; **1.2.** Défauts capteur ; **1.3.** Défauts actionneur ; **1.4.** Perturbations liées à l'entrée ; **1.5.** Perturbations liées à la sortie **(voir Figure 1.1)** [$\boldsymbol{Cieslak-07}$], comme par exemple une défaillance de la structure interne (composants électriques sous l'influence de la température, dégradation des équipements, etc.), une défaillance de perception (capteurs matériels, capteurs logiciels, etc.), défaillance d'action (actionneurs électriques, actionneurs pneumatiques, organes de

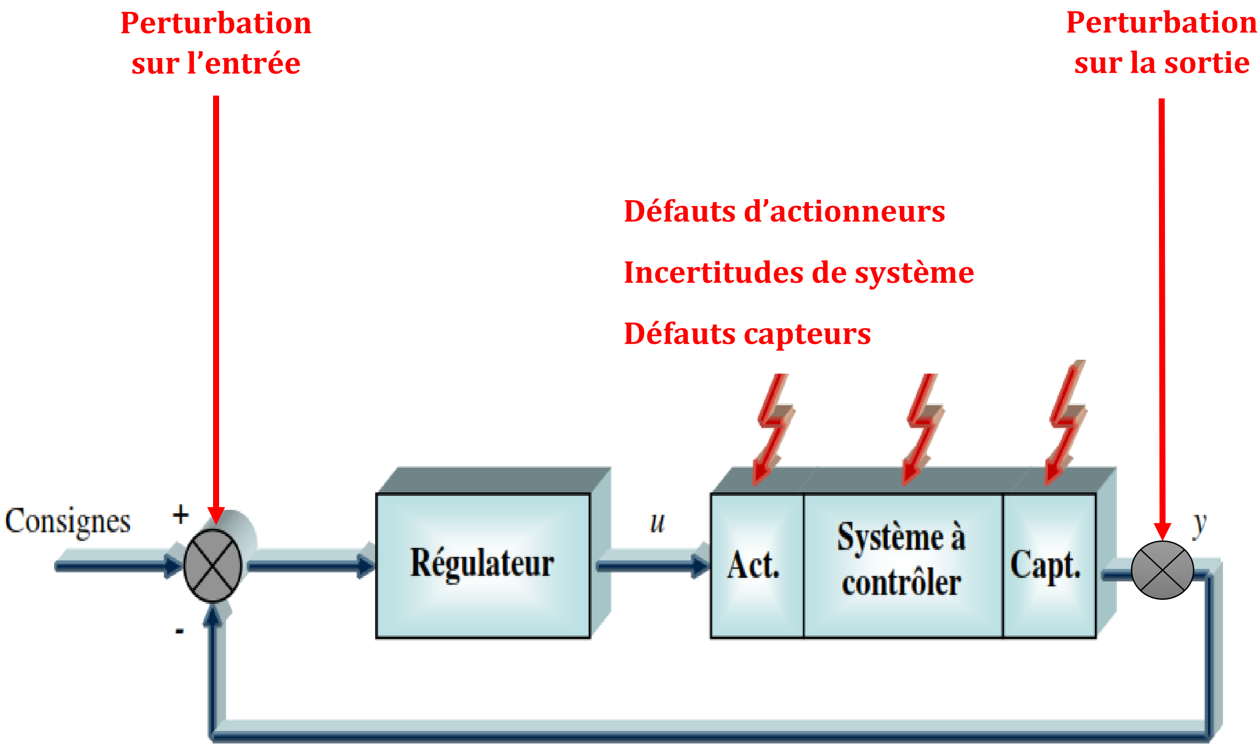


Figure 1.1 *Défauts influant un système*

contrôle, etc.). Les perturbations liées à l'entrée et à la sortie des systèmes sont représentées en général par l'intermédiaire d'un bruit blanc, dont la densité spectrale de puissance est la même pour toutes les fréquences de la bande passante. Dans le cadre de notre travail, nous allons nous intéresser au cas des défaillances susmentionnées.

Tout au long de cette thèse, le terme « défaut » ou « faute » est utilisé pour désigner une anomalie. Le terme « système » correspond à la dynamique du processus commandé. Le terme « contrôleur » signifie la loi mathématique qui dirige le système aux performances désirées (stabilité, robustesse, tolérance aux défauts).

1.2 Classification de la commande tolérante aux défauts FTC

Depuis son apparition, la commande tolérante aux défauts est tout à fait classique (voir [$\boldsymbol{Astrom-00}$], [$\boldsymbol{Blanke-03}$], [$\boldsymbol{Kanev-04}$]). Le schéma présenté dans la **Figure 1.2** illustre les classifications de la commande tolérante aux défauts **FTC** [$\boldsymbol{Cieslak-07}$]. En général, on peut classer la commande tolérante aux défauts en deux catégories : Les approches passives ($\boldsymbol{PFTC}$) et les approches actives ($\boldsymbol{AFTC}$). Les approches passive sont basées essentiellement sur la synthèse d'un contrôleur robuste avec les méthodes classiques de robustesse tel que la commande $\boldsymbol{H_\infty}$ et la commande basée sur l'optimisation $\boldsymbol{LMI}$ (voir [$\boldsymbol{Zhang-2008}$], [$\boldsymbol{Yao-2010}$]. L'approche active consiste à modifier le comportement du contrôleur de façon à compenser l'effet du défaut (utilisation de redondance matérielle, logicielle…). D'un côté, les paramètres de la loi de commande changent ainsi que la structure de système. Cette approche active est appelée reconfiguration du système. De l'autre côté, nous avons une autre méthode active basée sur la fixation des entrées/sorties entre la loi de commande et le système à commander.

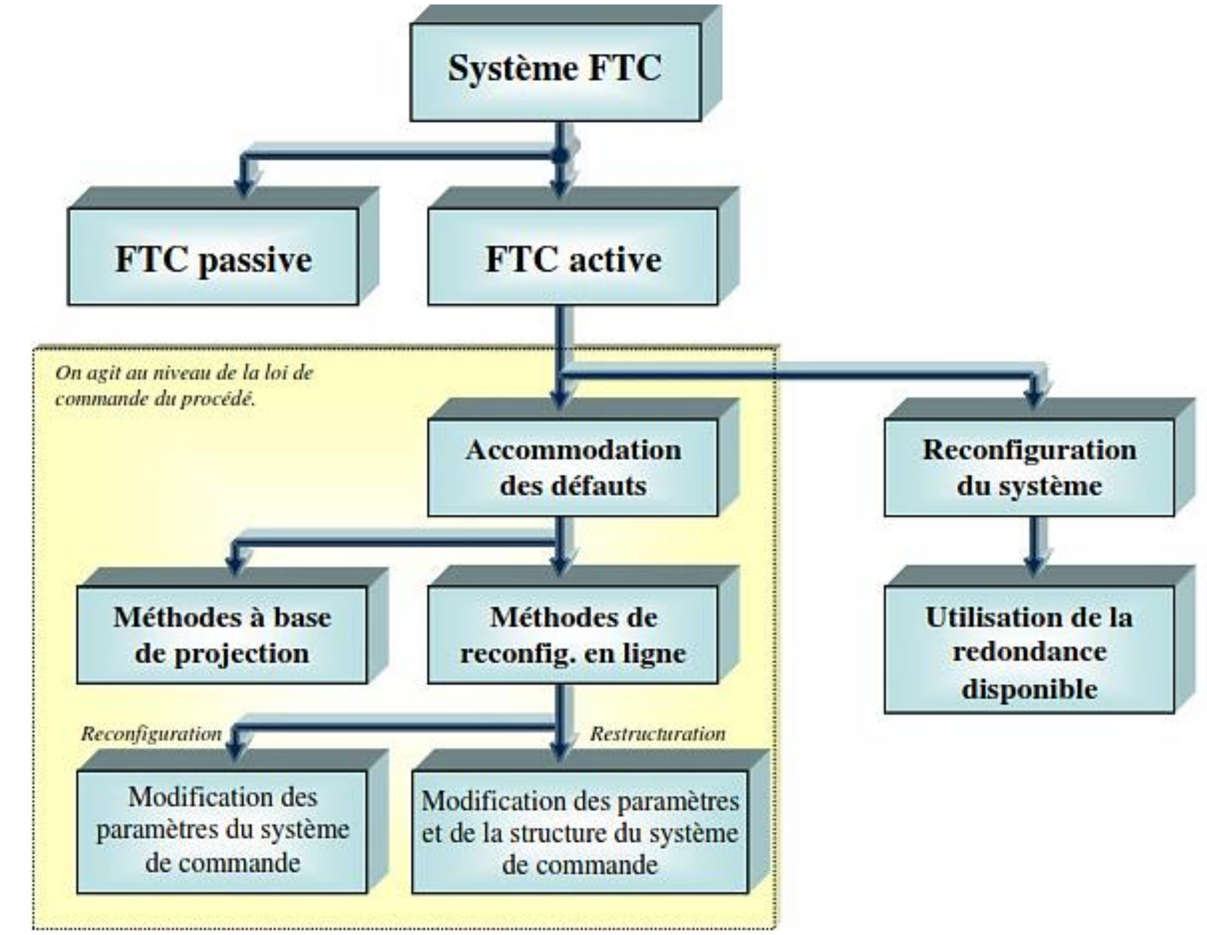


Figure 1.2 *Classification des approches **FTC**.*

1.3 Approche Passive (PFTC)

La catégorie Passive de la commande **FTC** est basée principalement sur une loi de commande robuste dont l'objectif est de construire une loi de commande de manière à assurer un niveau de performance acceptable (stabilité, robustesse, poursuite/régulation). Cette loi de commande développée, doit aussi contourner les défaillances définies au préalable. Cette approche a connu de nombreux succès auprès de la théorie de contrôle à cause de sa simplicité et aussi sa fiabilité vis-à-vis les défauts, mais malheureusement l'inconvénient majeur de cette approche réside dans le fait que la robustesse accrus vis-à-vis de certains défauts qui sont prédéfinis au préalable par le développeur de la loi de commande, mais réellement ce n'est pas du tout facile de prédire le scénario des défauts qui peuvent altérer le système, donc l'approche passive reste toujours conditionnée par la connaissance des défauts. En plus, la loi de commande développée agit de la même façon dans le cas de défaut **(faulty case)** ou dans le cas normal **(healthy case)**.

Dans la littérature, on trouve une large panoplie d'outils concernant la synthèse de la loi de commande robuste (voir [$\boldsymbol{Zhang-06}$]) qui sont basés principalement sur la minimisation d'un critère de performance. Le tableau suivant donne un aperçu sur ces techniques.

Tableau 1.1
Les techniques passive PFTC

Auteur(s)	**Techniques utilisées**
[$\boldsymbol{Jamouli-04}$]	Modélisation de défaut par un processus aléatoire avec minimisation d'un Critère $\boldsymbol{LQG}$
[$\boldsymbol{Niemann-05}$]	« *Loop shaping* » de la commande robuste $\boldsymbol{H}_\infty$ avec la paramétrisation de $\boldsymbol{youla}$
[$\boldsymbol{Yang-01}$]	La minimisation d'un critère $\boldsymbol{H}_\infty$avec la résolution de l'équation algébrique de $\boldsymbol{Riccati}$
[$\boldsymbol{Yang-03}$]	La minimisation d'un critère $\boldsymbol{H}_\infty$avec les inégalités matricielles linéaires **(LMI)**
[$\boldsymbol{Marcos-05a}$], [$\boldsymbol{Marcos-05b}$], [$\boldsymbol{Nett-88}$], [$\boldsymbol{Tyler-94}$]	La synthèse d'un régulateur à quatre degrés de liberté ***(4-DOF controller)***

1.4 Approche Active (AFTC)

La commande **FTC** active est l'une des nouvelles méthodes de la commande des processus industriels les plus précis à cause d'un mécanisme de diagnostic, qui a pour but de détecter et localiser les parties qui contiennent les défauts (défaut du système interne, défauts d'actionneur ou défauts de capteur). Dès qu'une défaillance est détectée par le mécanisme de diagnostic, la stratégie **FTC** est activée à travers un mécanisme de reconfiguration (**voir la Figure 1.3**) [$\boldsymbol{Cieslak - 07}$].

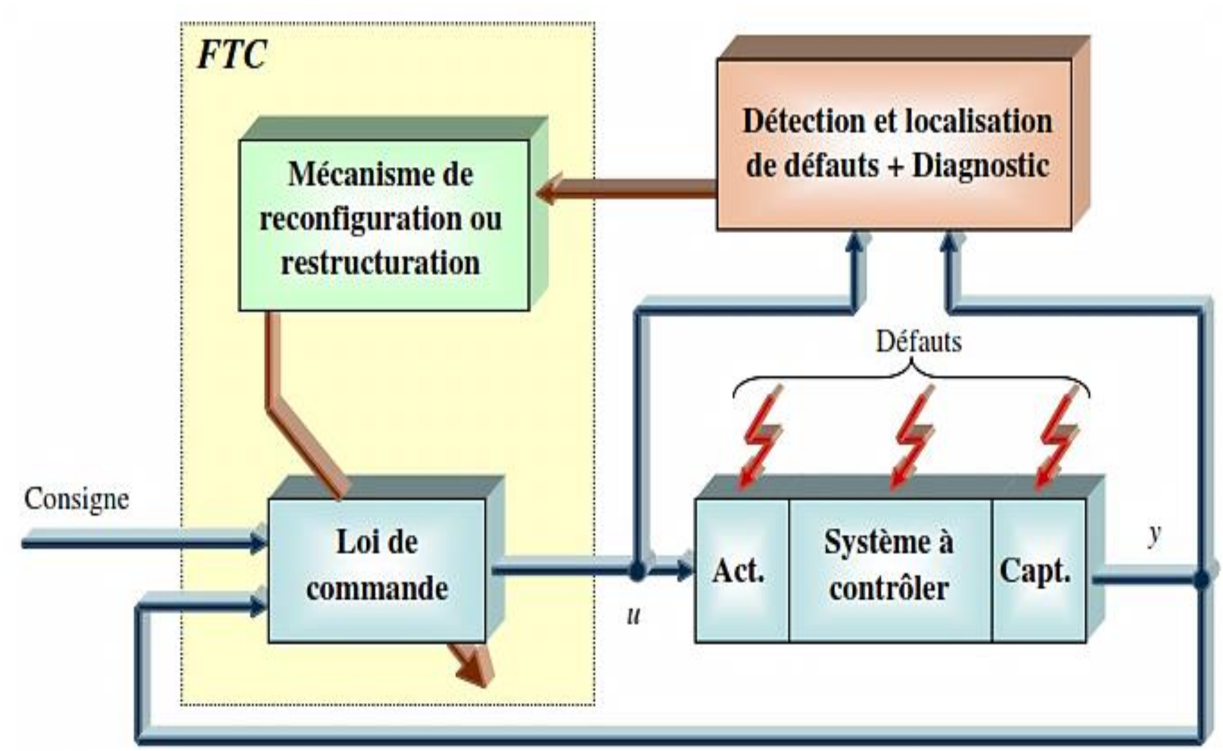


Figure 1.3 *Schéma descriptif d'une approche* ***FTC*** *active.*

Dans les approches dites reconfiguration du système on se base sur le fait que la chaine de mesure et/ou d'actionneur est dotée d'une redondance, donc l'idée de base consiste à la détection et à l'isolation du défaut avec une commutation rapide vers une chaine saine d'actionneur et/ou de capteur. Le tableau suivant montre, de très bons états de l'art sur l'analyse des méthodes de reconfiguration de la **FTC** active.

Tableau 1.2
Les techniques active AFTC

Auteur(s)	Techniques utilisées
[$\boldsymbol{Staroswiecki - 05a}$], [$\boldsymbol{Staroswiecki - 05b}$], [$\boldsymbol{Ciubotaru - 06}$]	La méthode de la pseudo-inverse
[$\boldsymbol{Tsui - 99}$], [$\boldsymbol{Wang - 00}$], [$\boldsymbol{Andry - 83}$]	Le placement de la structure propre
[$\boldsymbol{Kerrigan - 99}$], [$\boldsymbol{Maciejowski - 03}$], [$\boldsymbol{Aström - 00}$]	La commande prédictive à base de modèle
[$\boldsymbol{Rugh - 90}$], [$\boldsymbol{Niemann - 99}$]	La commande par gain séquencé
[$\boldsymbol{Staroswiecki - 05a}$], [$\boldsymbol{Staroswiecki - 05b}$], [$\boldsymbol{Ciubotaru - 06}$], [$\boldsymbol{Huzmezan - 97}$], [$\boldsymbol{Bodson - 97}$]	L'approche par modèle de référence
[$\boldsymbol{Yang - 00}$], [$\boldsymbol{Zhang - 01}$], [$\boldsymbol{Theilliol - 02}$], [$\boldsymbol{Theilliol - 03}$], [$\boldsymbol{Aubrun - 93}$]	L'approche muti-modèle
[$\boldsymbol{Lopez - 00}$], , [$\boldsymbol{Wang - 93}$], [$\boldsymbol{Labiod - 05}$], [$\boldsymbol{Essounbouli - 06}$], [$\boldsymbol{Labiod - 06}$], [$\boldsymbol{Boukezzoula - 98}$], [$\boldsymbol{Chen - 96}$], [$\boldsymbol{Ma - 98}$]	La commande adaptative

1.4.1 La méthode pseudo inverse *(pseudo-inverse method)*

La méthode de pseudo-inverse est basée sur la modification de la loi de commande par retour d'état de telle sorte à obtenir la boucle fermée du système défaillant approximativement égale à celle du système nominal (sans défauts) en boucle fermée. L'inconvénient majeur de cette technique réside dans le fait que la loi de commande optimale ne garantit pas toujours la stabilité en boucle fermée défaillant. Pour contourner ce problème, plusieurs modifications ont été proposées dans la littérature (voir [$\boldsymbol{Staroswiecki - 05a}$], [$\boldsymbol{Staroswiecki - 05b}$], [$\boldsymbol{Ciubotaru - 06}$]**)**. Il est important de mentionner que la méthode de pseudo-inverse n'a pas été étendue pour les systèmes incertains.

1.4.2 La méthode de placement de structure propre

Cette méthode est destinée à la conception d'une loi de commande tolérante aux défauts à partir de **1983** par $[\boldsymbol{Andry-83}]$. On peut résumer l'avantage de cette méthode par la stabilité du système défaillant en boucle fermée et autour duquel plusieurs publications ont été introduites par $[\boldsymbol{Tsui-99}]$, $[\boldsymbol{Wang-00}]$.

1.4.3 La commande prédictive

La technique basée sur la commande prédictive (voir $[\boldsymbol{Kerrigan-99}]$, $[\boldsymbol{Maciejowski-03}]$) consiste à résoudre à chaque fréquence d'échantillonnage, un problème d'optimisation, c'est-à-dire déterminer l'action de commande nécessaire qui minimise un critère de performance :

$$\boldsymbol{J(k) = \sum_{i=N_1}^{N_2} \|M\hat{x}(k+i \setminus k) - ref(k+i)\|^2_{Q(i)} + \|\Delta u(k+i)\|^2_{R(i)}} \qquad (1.1)$$

avec les contraintes sur la commande, la variation de la commande et les états du système :

$$\boldsymbol{\Delta u(k+i) \epsilon \left[V_{min_j}, V_{max_j}\right]} \qquad (1.2)$$

$$\boldsymbol{u_j(k+i) \epsilon \left[U_{min_j}, U_{max_j}\right]} \qquad (1.3)$$

$$\boldsymbol{(M\hat{x})_j(k+i \setminus k) \epsilon \left[X_{min_j}, X_{max_j}\right]} \qquad (1.4)$$

Le signal de commande est incrémenté de la façon suivante : $\boldsymbol{\Delta u(k) = u(k+1) - u(k)}$ et $\boldsymbol{Mx(k)}$ correspond au vecteur des variables à contrôler ; $\boldsymbol{x(k)}$ est le vecteur d'état du système ; $\boldsymbol{\hat{x}(k+i \setminus k)}$ est une prédiction de $\boldsymbol{x(k+i)}$ fait à l'instant $\boldsymbol{k}$ et $\boldsymbol{M = C}$ dans le modèle d'espace d'état ordinaire si toutes les sorties apparaissent dans $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{k})$. $\boldsymbol{ref}(\boldsymbol{k})$ est la trajectoire de référence pour $\boldsymbol{Mx}(\boldsymbol{k})$. $\boldsymbol{N_1}$ et $\boldsymbol{N_1}$sont respectivement les horizons de prédiction minimaux et maximaux. Ils assurent que les signaux de commande soient constants au-delà de l'horizon d'optimisation, c'est-à-dire que $\boldsymbol{\Delta u}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{i}) = \boldsymbol{0}$ pour $\boldsymbol{i} \geq \boldsymbol{N_u}$. La commande **MPC** permet facilement de gérer d'une manière simple et facile les contraires de contrôle avec la limitation des actionneurs physiques. L'intérêt majeur de cette méthode dans le domaine de la **FTC** réside dans la possibilité de modifier en ligne les différentes contraintes de façon à garantir un niveau de performance acceptable. Le seul inconvénient de cette méthode est le temps de calcul qui très élevé à cause de l'optimisation en ligne, et cela nécessite un système de calcul trop puissant.

1.4.4 La commande par gain séquencé

Cette méthode appartient à la classe des méthodes à base de projection (voir $[\boldsymbol{Rugh} - \boldsymbol{90}]$, $[\boldsymbol{Niemann} - \boldsymbol{99}]$). Elle consiste en le choix d'une loi de commande avec une structure fixe, avec la modification des gains du correcteur en fonction de certains paramètres physiques variant dans le temps, par exemple (vitesse de véhicule, l'altitude, la masse, etc…). De plus, cette technique a été appliquée spécialement au domaine de l'aéronautique en se basant sur un correcteur linéaire invariant et unique qui peut répondre au besoin de performance dans le cas normal **(healthy case)** ou défaillant **(faulty case)**.

1.4.5 L'approche par modèle de référence

Cette technique est fondée sur le fait de concevoir une loi de commande de telle façon à avoir des performances du système défaillant commandé les plus proche de celles d'un modèle de référence (voir par exemple$[\boldsymbol{Staroswiecki} - \boldsymbol{05a}]$, $[\boldsymbol{Staroswiecki} -$

$\boldsymbol{05b}$], [$\boldsymbol{Ciubotaru-06}$], [$\boldsymbol{Huzmezan-97}$]). Le modèle de référence considéré est donné sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}_{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{t}) + \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{ref}(\boldsymbol{t}) \\ \boldsymbol{y}_{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{t}) \end{cases} \tag{1.5}$$

Avec $\boldsymbol{ref}(\boldsymbol{t})\epsilon\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$, $\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{t})\epsilon\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ et $\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{m}}(\boldsymbol{t})\epsilon\mathbb{R}^{\boldsymbol{n}}$ signal de référence, états et sorties du modèle de référence respectivement. Les matrices $\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{m}}, \boldsymbol{B}_{\boldsymbol{m}}$ correspondent au modèle de référence choisit. L'objectif de la commande est de synthétiser les matrices $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{r}}$ et $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{x}}$ telles que la loi de commande par retour d'état $\boldsymbol{u}$ définie par :

$$\boldsymbol{u}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{r}}\boldsymbol{ref}(\boldsymbol{t}) + \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{x}}\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) \tag{1.6}$$

Nous pouvons maintenir un niveau de performance acceptable du système défaillant. Ce système défaillant est donné par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\boldsymbol{u}(\boldsymbol{t}) \\ \boldsymbol{y}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) \end{cases} \tag{1.7}$$

Avec $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{t})\epsilon\mathfrak{R}^{\boldsymbol{n}}$ entrées de commande, $\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t})\epsilon\mathfrak{R}^{\boldsymbol{p}}$ sorties mesurées, $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t})\epsilon\mathfrak{R}^{\boldsymbol{n}}$ états du système, $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}}), \boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}}), \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})$ sont des matrices d'état dépendant du vecteur de paramètres $\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}}$. $\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}} \in \boldsymbol{\Theta} \subset \mathfrak{R}^{\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{\theta}}}$ correspondant à un vecteur de paramètres qui varie avec l'effet des défauts considères ; $\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{\theta}}$ représente la taille du vecteur $\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}}$; $\boldsymbol{\Theta}$ est le domaine de variation paramétrique. Donc la solution est de chercher les matrices $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{r}}$ et $\boldsymbol{K}_{\boldsymbol{x}}$ pour que le système défaillant ($\boldsymbol{1.7}$) coïncide au modèle de référence ($\boldsymbol{1.5}$) en boucle fermée, d'où l'écriture suivante [$\boldsymbol{Cieslak-07}$] :

$$\begin{cases} \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}}) = \left(\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\right)^{-1}\left(\boldsymbol{A}_{\boldsymbol{m}} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\right) \\ \boldsymbol{K}_{\boldsymbol{r}}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}}) = \left(\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}_{\boldsymbol{f}})\right)^{-1}\boldsymbol{B}_{\boldsymbol{m}} \end{cases} \tag{1.8}$$

On peut facilement constater que cette méthode est limitée par un inconvénient qui réside dans le fait que la solution est obtenue seulement si le système a le même nombre de signaux mesurés que d'actionneurs. Pour contourner cet inconvénient, certains auteurs comme (voir [$\boldsymbol{Bodson-97}$]) proposent d'estimer les matrices, $\left(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta_f}),\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta_f})\right)$ par $\left(\widehat{\boldsymbol{A}},\widehat{\boldsymbol{B}}\right)$. Cette solution est appelée indirecte (explicite). Malheureusement la méthode indirecte ne garantit pas toujours la stabilité en boucle fermée. Pour cela, une méthode directe (voir [$\boldsymbol{Huzmezan-97}$]) est mise en évidence afin de dépassée l'inconvénient de la méthode indirecte par le calcul directe des matrices de gain des correcteurs $\boldsymbol{K_r}$ et $\boldsymbol{K_x}$ à partir d'une méthode adaptative.

1.4.6 L'approche multi-modèle

La technique multi-modèle est basée sur la commande d'un système non linéaire sur une zone de fonctionnement étalée. Cette zone de fonctionnement est décomposée en plusieurs zones linéarisées autour de différents points de fonctionnement (voir [$\boldsymbol{Aubrun-93}$], [$\boldsymbol{Yang-00}$], [$\boldsymbol{Zhang-01}$], [$\boldsymbol{Theilliol-02}$], [$\boldsymbol{Theilliol-03}$]).
Donc les techniques de la commande des systèmes linéaires classiques peuvent être utilisé. La loi de commande globale est calculée à partir de $\boldsymbol{n}$ loi de commande qui contient toutes les situations possibles de système. Au préalable, le premier modèle correspond au fonctionnement nominal du système. Par contre, les autres modèles correspondent aux situations dont les défauts sont considérés.

1.4.7 L'approche basée sur la commande adaptative

La commande adaptative est l'une des méthodes les plus utilisées dans la commande moderne des systèmes linéaires et non linéaires. L'idée de base repose sur l'utilisation d'un contrôleur reconfigurable à chaque période d'échantillonnage (online adaption Law). Elle utilise aussi des techniques d'identification en ligne pour estimer d'une manière régulière les gains d'adaptation. Certains gains sont choisis à l'aide des techniques d'optimisation et/ou de la théorie de **Lyapunov**. Le schéma principal de l'approche adaptative est résumé ci-dessous [$\boldsymbol{Lopez-00}$].

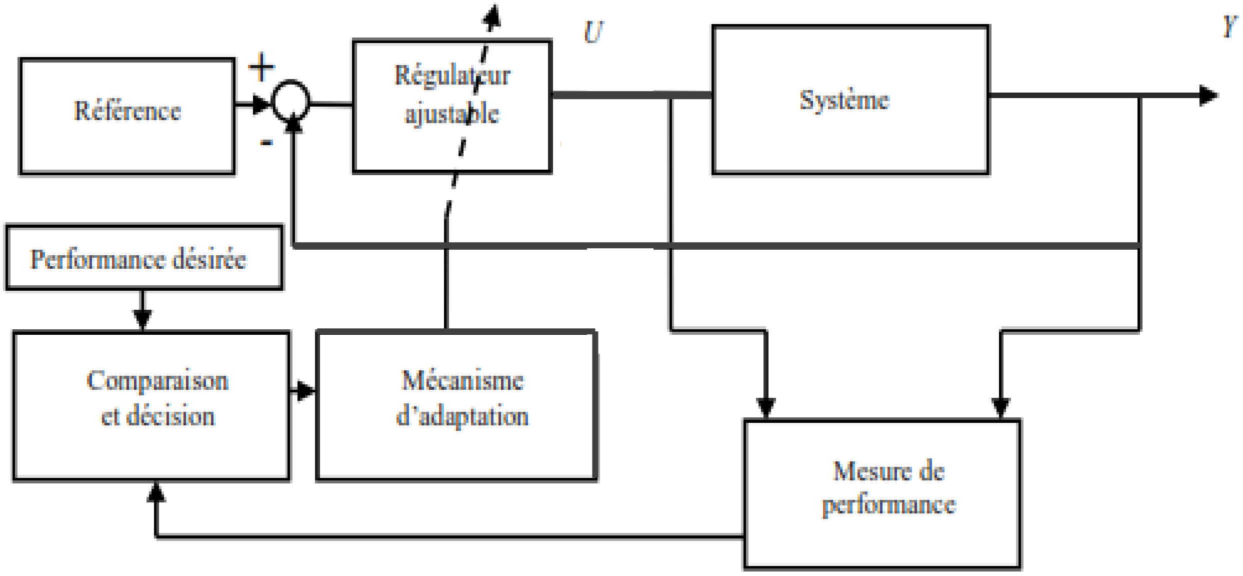


Figure 1.4 *Schéma descriptif d'une approche* ***FTC*** *adaptative.*

En général, la commande adaptative est classée en deux catégories : Directe et Indirecte. La méthode directe est fondée sur la mise à jour en ligne des paramètres du contrôleur afin de garantir les performances désirées (stabilité, poursuite/régulation et temps d'exécution). La méthode indirecte est basée sur l'identification des paramètres du procédé afin de construire un contrôleur adaptatif en ligne (voir par exemple placement de pôles adaptatif, **PID** adaptative). Malheureusement, l'identification des paramètres du système reste toujours insuffisante à cause des erreurs d'approximation et aussi aux méthodes d'identification qui ne répondent pas aux critères de performances dans des domaines de précision, pour cela, les chercheurs dans le domaine de la théorie de contrôle ont pensé d'utiliser des méthodes d'approximation universelles basées dans leurs principes sur la logique floue et les réseaux de neurones. Depuis sa naissance, la commande adaptative floue est basée essentiellement sur deux approches : La première dite directe ($\boldsymbol{voir\ les\ travaux}$ [$\boldsymbol{Wang-93}$], [$\boldsymbol{Labiod-05}$], [$\boldsymbol{Essounbouli-06}$], [$\boldsymbol{Labiod-06}$]), propose d'utiliser un système flou pour l'approximation d'une loi de commande linéarisante à condition de disposer du signe du gain de commande. Plus tard, plusieurs solutions ont été proposées pour éliminer l'hypothèse qui exige la connaissance du signe gain de commande. La deuxième dite approche indirecte [$\boldsymbol{Boukezzoula-98}$], [$\boldsymbol{Chen-96}$], [$\boldsymbol{Ma-98}$], [$\boldsymbol{Wang-93}$], [$\boldsymbol{Labiod-05}$], [$\boldsymbol{Essounbouli-06}$], [$\boldsymbol{Labiod-06}$] dans laquelle le système obtenu par la technique de linéarisation entrée-sortie est approximé par deux systèmes adaptatifs flous. En utilisant le principe des certitudes équivalentes, ces approximations sont utilisées pour la synthèse d'une loi de commande par rétroaction. Dans ces deux approches, les lois d'adaptation des paramètres ajustables (conclusion des règles floues) sont extraites de l'étude de la stabilité en utilisant la méthode de **Lyapunov**. On somme, le principe de l'approche par commande adaptative floue ou neurone est inspiré de la linéarisation entrée-sortie qui permet d'aboutir à une relation directe entre l'entrée du système et sa sortie. À partir de cette relation, une loi de commande par rétroaction « feedback linearisation » est synthétisée.

1.5 Objectif de la commande FTC

La commande FTC possède la capacité de maintenir le système à commander dans les meilleures conditions de fonctionnement (sécurité, objectif, consommation, etc…) et de performance en dépit de l'occurrence des différents défauts (capteur, actionneur, système, perturbation, etc…). Dans la commande classique, le seul but de la commande est de maintenir certaines performances de commande, comme par exemple la stabilité et la régulation, en tenant compte seulement des perturbations qui peuvent affecter le système à commander. De nos jours, la commande des systèmes est de plus en plus exigeante à cause de la précision des processus (industriel, médical, militaire, aéronautique, etc…) qui nécessite des techniques de commande qui peuvent garantir les performances désirées en dépit des défauts [$\boldsymbol{Blanke-16}$], [$\boldsymbol{Isermann-11}$], [$\boldsymbol{Liu-17}$].

1.6 La classification des défauts

Un défaut est défini comme tout écart non permis d'au moins une propriété ou un paramètre caractéristique du système par rapport au comportement nominal, usuel ou acceptable. Un défaut peut conduire à un mauvais fonctionnement ou au pire à une panne et donc, à l'arrêt du fonctionnement du système.

1.6.1 Détection de défaut

C'est une indication de changement, dont le but de dire que quelque chose est incorrecte dans le système surveillé. La détection est une nécessité absolue dans tout système pratique.

1.6.2 Localisation de défaut

C'est la détermination de l'emplacement exact du défaut (l'élément en défaut). Cette étape est toute aussi importante que la détection de défaut.

1.6.3 Identification de défaut

Généralement, cette étape est considérée comme un modèle mathématique du défaut basé sur la détermination de l'amplitude du défaut. En effet, certaines approches de la commande FTC, comme par exemple la commande sans modèle, ne nécessite pas de connaitre l'amplitude du défaut pour maintenir le système en bon fonctionnement vis-à-vis de l'occurrence de défaut. La plupart du temps, la détection et la localisation de défauts se font en ligne (**online detection and diagnosis module**) et aussi elles peuvent être réalisées parallèlement ou séquentiellement.

1.6.4 Performance de détection

En général, les performances de la détection sont caractérisées par plusieurs propriétés quantifiables :

- La sensibilité aux défauts est la capacité de la méthode à réagir à des défauts de différentes amplitudes et notamment aux petites amplitudes.
- Le délai de détection est la capacité de la méthode à réagir assez rapidement par rapport à l'occurrence d'un défaut.
- La robustesse est la capacité de la méthode à détecter des défauts en présence de bruit ou de perturbation et ce avec une fréquence de fausses alarmes assez basse.

Plus précisément, il faut arriver à un certain compromis entre ces différentes propriétés afin d'avoir une méthode de diagnostic efficace par rapport à chacune de ces propriétés, donc la localisation de défaut va évidemment dépendre des propriétés physiques, l'identification de système, l'importance et l'emplacement de défaut, le bruit, les perturbations et aussi les erreurs de modélisation et d'approximation.

1.6.5 Les défauts actionneurs

On peut résumer un défaut d'actionneur comme des différences ou des incohérences entre une entrée de commande (loi de commande) et sa valeur de sortie réelle. Physiquement, ces défauts peuvent être considérés comme des defaults multiplicatifs (Perte d'efficacité) comme à titre d'exemple la perte de puissance ou le blocage des organes d'application (moteur, vérin, etc…). En outre, ces défauts peuvent être considérés comme des défauts additionnels (Perte de précision) comme par exemple perturbations externes sur les actionneurs.

1.6.6 Les défauts capteurs

Les défauts capteurs sont les plus fréquents car le capteur est le premier moyen de mesure qui est exercé dans le phénomène physique (mesure de pression, température, vitesse angulaire, etc…). Donc, une différence entre la valeur mesurée et la valeur réelle est appelée défaut de capteur. Ce défaut est considéré comme étant le même que le défaut actionneur. Donc il peut être additif et/ou multiplicatif comme par exemple (capteur de température erroné, capteur de pression imprécis, etc…).

1.6.7 Les défauts systèmes

Les défauts système sont les défauts les plus solliciter dans la littérature, ces défauts peuvent être vus comme des défauts additifs physiquement et ils sont considérés comme une entrée qui affecte le système directement. Ce type de défauts causent un changement sur là où les sorties du système indépendamment des entrées connues. En plus ces défauts peuvent aussi être des défauts multiplicatifs. L'origine de ces défauts est liée directement à la structure du système à contrôler (changement des paramètres internes de système par l'influence de la température ou de pression à titre d'exemple) [$\boldsymbol{Staroswiecki - 03}$].

1.7 Les types des défauts

Selon la classification des défauts, on peut distinguer seulement deux types de défauts pour les actionneurs et les capteurs, ces défauts sont de nature additive ou multiplicative, donc, les défauts doivent être classés selon leurs effets sur les performances du système.

Dans la **Figure 1 .5** on peut voir un schéma descriptif pour les types de défauts considérés.

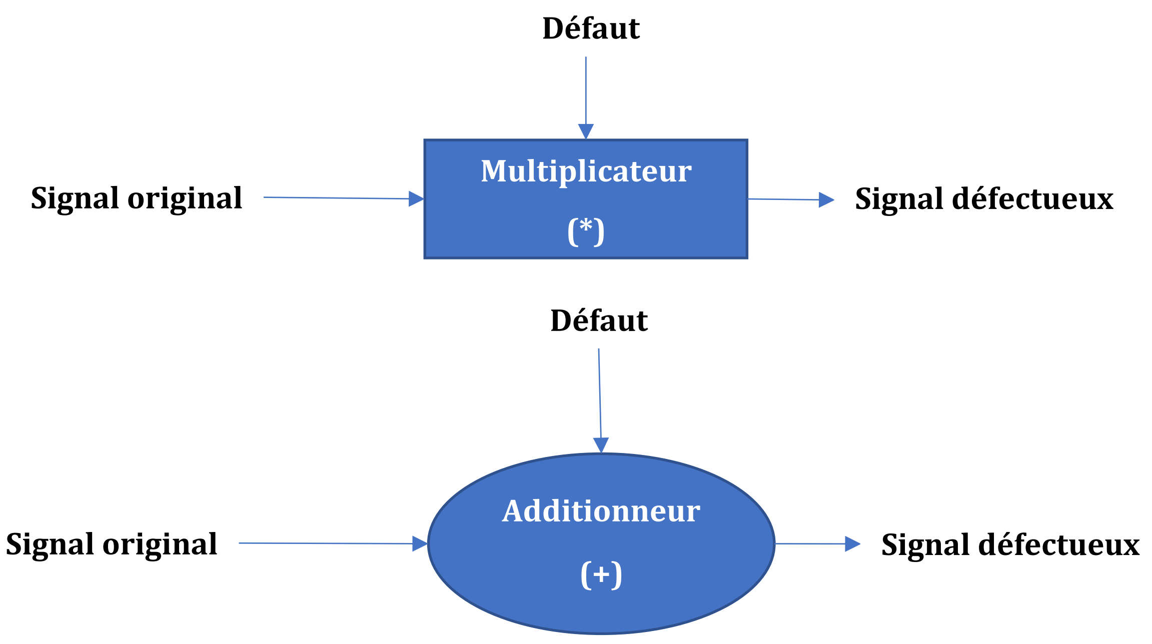


Figure 1.5 *Schéma descriptif des défauts.*

1.7.1 La nature des défauts selon le temps

Dans la littérature, les défauts sont aussi classés selon leurs formes qui peuvent être des valeurs fixes ou variables à travers le temps (voir **Figures 1.6**) comme un défaut brusque (Biais) ; défaut progressif (Déviation) ; défaut intermittent (Perte de précision).

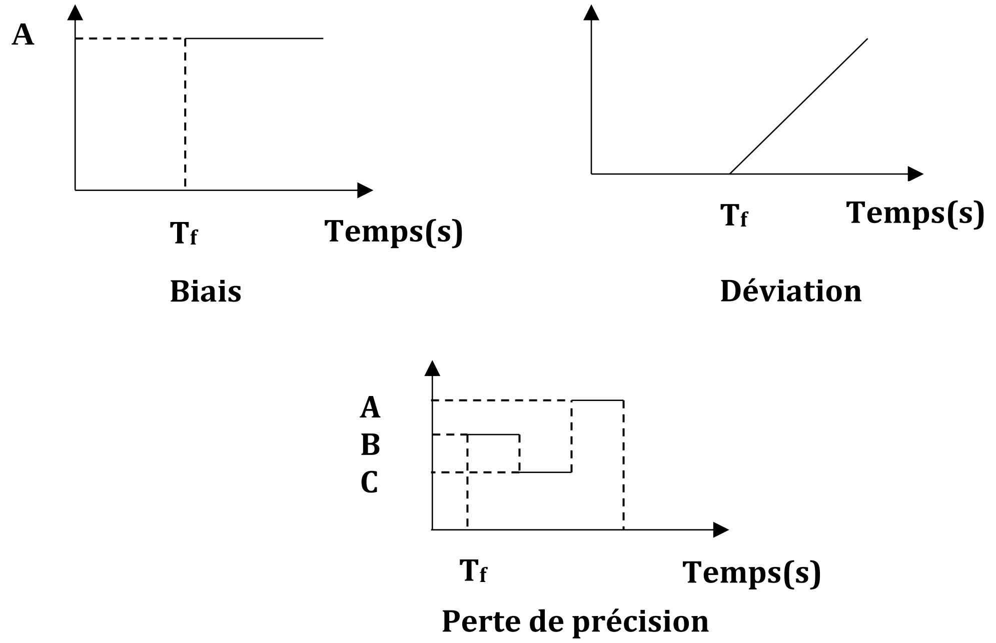


Figure 1.6 *Schéma descriptif des défauts selon la forme.*

La forme des défauts donnée ci-dessus est une forme universelle qui peut être transitoire ou permanente (voir la **Figure 1.7)**. Le type transitoire (un horizon de temps fini $[\boldsymbol{T_{f1}} - \boldsymbol{T_{f2}}]$) de défauts est considéré comme un dysfonctionnement temporaire d'un composant, comme par exemple (radiations magnétiques, surtension électrique, surpression pneumatique, etc…). Le type permanent (un horizon de temps infini $[\boldsymbol{T_{f1}} - \boldsymbol{T_{f\infty}}]$) de défauts est considéré comme une panne totale d'un composant, comme par exemple (défaillance d'un moteur du drone, rupture totale du courant, absence de commande, etc…) (voir $[\boldsymbol{Li-13}]$, $[\boldsymbol{Sun-14}]$, $[\boldsymbol{Rugthum-16}]$, $[\boldsymbol{Semprun-16}]$, $[\boldsymbol{Zhai-17}]$, $[\boldsymbol{Tong-13}]$, $[\boldsymbol{Naderi-18}]$, $[\boldsymbol{chun-13}]$, $[\boldsymbol{Xiao-14a}]$, $[\boldsymbol{Hu-18}]$, $[\boldsymbol{Khebbache-15}]$, $[\boldsymbol{Sun-14}]$, $[\boldsymbol{Bounemeur-18}]$, $[\boldsymbol{Khebbache-18}]$, $[\boldsymbol{Xiao-13}]$, $[\boldsymbol{Xiao-14b}]$, $[\boldsymbol{Lu-18}]$).

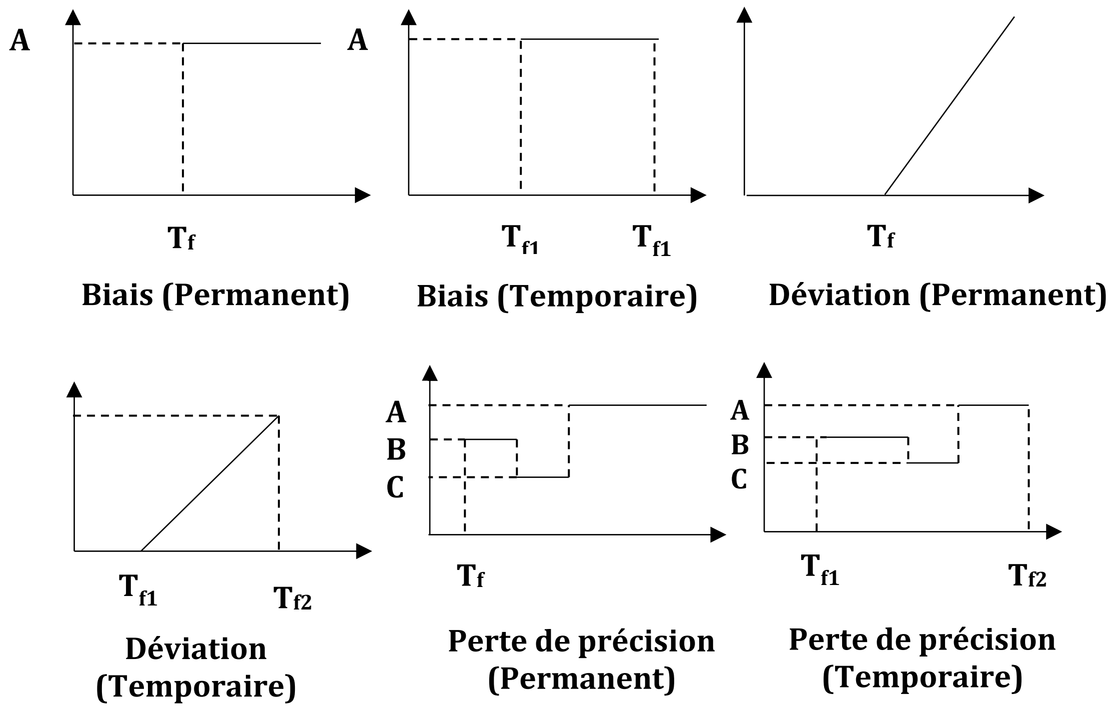


Figure 1.7 *Schéma descriptif des défauts selon la période.*

La description mathématique des défauts est fondée sur les travaux de (voir $[\boldsymbol{Khebbache-15}]$, $[\boldsymbol{Bounemeur-18}]$, $[\boldsymbol{Khebbache-18}]$), le tableau ci-dessous présente un aperçu général sur les formules mathématiques des défauts qui peuvent être appliqués pour le cas d'une défaillance de capteur ou d'actionneur.

Les conditions nécessaires pour l'application de ces défauts sur les systèmes réels dépendent premièrement de la nature du système, l'environnement et aussi de la précision voulue. Dans certaines applications, il ne faut pas prendre en charge de tous les types de défauts mais seulement les types qui peuvent réellement altérer le fonctionnement du système.

Tableau 1.3

Les différents défauts du FTC (Variant dans le temps)

Actionneur/Capteur	Types des défauts	Conditions	Appellations des défauts
$\boldsymbol{f_{ai}(t)/f_{si}(t)}$	$\boldsymbol{b_i}$	$\dot{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{t}) = \boldsymbol{0}$, $\boldsymbol{b_i(t_{fi})} \neq \boldsymbol{0}$	*biais* (Nature additive)
	$\boldsymbol{b_i(t)}$	$\lvert\boldsymbol{b_i(t)}\rvert = \boldsymbol{\lambda_i t}$, $\boldsymbol{0 < \lambda \ll 1}$ $for\ all\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	*Déviation* (Nature additive)
	$\boldsymbol{b_i(t)}$	$\lvert\boldsymbol{b_i(t)}\rvert < \boldsymbol{\overline{b}_{0i}}$, $\dot{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{t}) \rightarrow \boldsymbol{0}$ $for\ all\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	*Perte de précision* (Nature additive)
	$\boldsymbol{k_i(t)(f_{ai}(t)}$ $\boldsymbol{/f_{si}(t))}$	$\boldsymbol{0 < \overline{k}_i \leq k_i(t)}$ $\boldsymbol{\leq 1}$ $for\ all\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	*Perte d'efficacité* (Nature multiplicative)

avec $\boldsymbol{T_{fi}}$ c'est le temps du défaut du i_{eme} capteur/actionneur et $\boldsymbol{b_i}$coefficient de precision tel que $\boldsymbol{b_i \epsilon [-\overline{b}_{0i}, \overline{b}_{0i}]}$, avec $\boldsymbol{\overline{b}_{0i} > 0}$. $\boldsymbol{k_i \epsilon [\overline{k}_i, 1]}$, avec $\boldsymbol{\overline{k}_i > 0}$ c'est le minimum de l'efficacité du capteur/actionneur, tout en respectant que $\boldsymbol{b_i}$ et $\boldsymbol{k_i}$ variant d'une façon petite avec $\boldsymbol{b_i \epsilon [-\overline{b}_{0i}, \overline{b}_{0i}]}$ et $\boldsymbol{k_i \epsilon [\overline{k}_i, 1]}$.

$\boldsymbol{Remarque}$ $\mathbf{1.1}$

Il est à noter que les défauts multiplicatifs (Perte d'efficacité) sont considérés comme un facteur allant de $[\mathbf{0\%} - \mathbf{100\%}]$ multipliés par le composant défaillant (actionneur/capteur). Cependant, ce facteur est très important, car il agit directement sur le composant, par exemple, si le facteur est égal a $\mathbf{100\%}$ le composant est à l'état normal (healthy case), et s'il est égal a $\mathbf{0\%}$ le composant est totalement défaillant (faulty case).

1.7.2 La nature des défauts selon le temps et les états du système

Ce type de défauts est considéré presque comme dans le premier cas (Time-varying faults) mais avec une petite différence, dont les défauts sont considérés variables ou fixes sur un horizon du temps fini ou infini en fonction des variables d'états du système et aussi en fonction du temps (voir $[\boldsymbol{Boulouma} - \mathbf{18}], [\boldsymbol{Shen} - \mathbf{14}]$). Le tableau ci-dessous donne un aperçu général sur les formules mathématiques des défauts et les conditions nécessaires pour l'application de ces défauts sur les systèmes réels.

Tableau 1.4
Les différents défauts du FTC (Variant dans le temps et avec les états du système)

<table>
<tr><th>Actionneur/Capteur</th><th>Types des défauts</th><th>Conditions</th><th>Appellations des défauts</th></tr>
<tr><td rowspan="6">$\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{ai}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})/\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{si}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})$</td><td rowspan="3">$\overline{\boldsymbol{F}}$
(Nature additive)</td><td>$si\ \overline{\boldsymbol{F}}\ est\ constant$</td><td>$Biais$</td></tr>
<tr><td>$\boldsymbol{si}\ \overline{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{\lambda}_{\boldsymbol{i}}\boldsymbol{t}, \mathbf{0} < \boldsymbol{\lambda} \ll \mathbf{1}$</td><td>$(Déviation)$</td></tr>
<tr><td>$si\ \overline{\boldsymbol{F}}\ est\ une\ fonction$ $non\ lineaire\ variant$ $avec\ le$ $temps\ et\ les\ etats\ du$ $systeme$</td><td>$(Perte\ de\ precision)$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">$\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})$
(Nature multiplicative)</td><td>$si\ \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = \mathbf{1}$</td><td>$(\ efféctive)$</td></tr>
<tr><td>$si\ \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t}) = \mathbf{0}$</td><td>$(Perte\ d'efficacité)$</td></tr>
<tr><td>$si\ \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{t})\ \ est\ une$ $fonction$</td><td>$Perte\ d'efficacité$</td></tr>
</table>

		$non\ lineaire\ variant\ avec\ le\ temps\ et\ les\ etats\ du\ systeme\ ,avec\ \boldsymbol{\rho_i(x,t)\epsilon[0,1]}$	

1.8 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes de synthèse de la loi de commande tolérante aux défauts **FTC.** La synthèse présentée n'est certes pas complète, car nous sommes basés sur la présentation des principaux courants qui nous semble essentiels pour les développements qui vont suivre.

Une première analyse a permis de mettre en évidence la limitation de l'approche passive $\boldsymbol{PFTC}$ de la commande **FTC** avec les célèbres méthodes et techniques qui ont déjà utilisé dans la commande. Donc, nous nous sommes intéressés à l'approche active $\boldsymbol{AFTC}$ de la commande **FTC** sans contourner les premières techniques qui ont fondés les bases de la commande $\boldsymbol{AFTC}$. En premier lieu, ces techniques étaient fondées sur la minimisation d'un critère $\boldsymbol{H_\infty}$ ou $\boldsymbol{H_2}$, de cette analyse, il apparait nettement que la majorité des approches actives de la commande **FTC** conduisent à la modification de la structure et/ou des paramètres de la loi de commande en place. Cet aspect peut réduire le champ d'application de ces techniques. En effet, la modification complète ou partielle de la loi de commande nominal est vraiment difficile dans certaines applications comme le domaine spacial et l'aéronautique. La technique basée sur le module diagnostic/commande apparait rarement et de manière explicite comme un moyen de synthèse. Cependant, il est clair que l'utilisation d'un module de diagnostic dégrade les performances du système dans le cas défaillant, de plus, ce module prend assez de temps pour la détection du défaut afin de réagir de manière correcte.

L'analyse précédente, nous permet de synthétiser un schéma de contrôle basé sur la commande tolérante aux défauts active $\boldsymbol{AFTC}$ dans le chapitre suivant. Ce schéma remplace la création d'un module de diagnostic (détection et correction du défaut) par l'approximation universelle basée sur la logique floue et la commande adaptative, tout en conservant les performances désirées (stabilité, robustesse vis-à-vis les différents défauts et la poursuite).

Chapitre 2

La commande adaptative indirecte floue tolérante aux défauts des systèmes non linéaires monovariables et multivariables

Table des matières

Chapitre 2

La commande adaptative indirecte floue tolérante aux défauts des systèmes non linéaires monovariables et multivariables

Dans les travaux antérieurs de la commande non linéaire tolérante aux défauts, plusieurs classes des systèmes non linéaires ont été étudiées : strick-feedback [$\boldsymbol{Wang-17}$]; output-feedback [$\boldsymbol{Li-17}$], [$\boldsymbol{Zhou-17}$] ; pure-feedback [$\boldsymbol{Zhang-17}$]. Les techniques de commande utilisées dans ces travaux sont basées essentiellement sur les approximateurs universels comme la logique floue **FLS** et les réseaux de neurones **NN** pour résoudre le problème des incertitudes dans la dynamique des systèmes. Plusieurs travaux sont basés sur l'utilisation de la technique $\boldsymbol{H_\infty}$ pour synthétiser un schéma de control adéquat. L'avantage de cette technique réside dans l'atténuation de l'erreur de poursuite à un certain niveau (niveau de performance) (voir les travaux de [$\boldsymbol{Zhai-16a}$], [$\boldsymbol{Zhai-16b}$]). Dans le travail de [$\boldsymbol{Sami-13}$], les auteurs utilisent deux observateurs basés sur les systèmes floues de **Takagi-Sugeno** pour séparer l'estimation des défauts de capteurs et d'actionneurs. En basant sur cette estimation la loi de commande est alors construite afin de garantir la stabilité et la poursuite de la référence avec les défauts considérés, tandis que les travaux présentés dans (voir [$\boldsymbol{Hu-13}$], [$\boldsymbol{Xiao-13}$], [$\boldsymbol{Xiao-14a}$], [$\boldsymbol{Xiao-14b}$]) étudiaient seulement les défauts d'actionneurs avec seulement la mesure de l'attitude. Dans le travail présenté par [$\boldsymbol{Khebbache-15}$] les auteurs utilisent la méthode backstepping avec une approximation ordinaire afin de développer une commande adaptative tolérante aux défauts des capteurs pour une classe des systèmes non linéaires multivariables **(MIMO).** Un autre travail basé sur l'utilisation de la commande robuste $\boldsymbol{H_2}$ avec le mode glissant et la logique floue afin de développer une commande adaptative tolérante aux défauts des actionneurs pour une classe des systèmes non linéaires monovariables **(SISO).** Inspirer des travaux donnés ci-dessus, nous allons présenter dans ce chapitre une commande adaptative tolérante aux défauts active indirecte avec les défauts d'actionneurs et de capteurs. En premier lieu nous allons présenter la logique floue afin d'exploiter dans le développement d'un schéma de contrôle. La loi de commande proposée dans ce chapitre est constituée de deux parties : la première est une loi adaptative évoquée pour pallier les problèmes des incertitudes dans la dynamique du système (**unknown system dynamic**) et les défauts d'actionneurs ; la deuxième est une loi de commande robuste évoquée pour contourner les problèmes des erreurs d'approximation et les défauts de capteurs. La stabilité du système en boucle fermée est étudiée à l'aide de la théorie de **Lyapunov** avec le lemme de **Barbalat** pour assurer que les erreurs du système tendent vers l'origine. Une simulation sur la dynamique d'un Quadrirotor est considérée afin de mieux illustrer l'intérêt et tester l'efficacité du schéma de contrôle proposé. Quelques études de comparaison sont aussi présentées afin de placer notre technique de commande parmi les techniques et les résultats existant déjà dans la littérature.

En somme, nous avons essayé de résumer le présent chapitre dans un schéma illustré dans la **Figure 2.1** et ce pour simplifier et de permettre aux lecteurs de bien comprendre notre thèse.

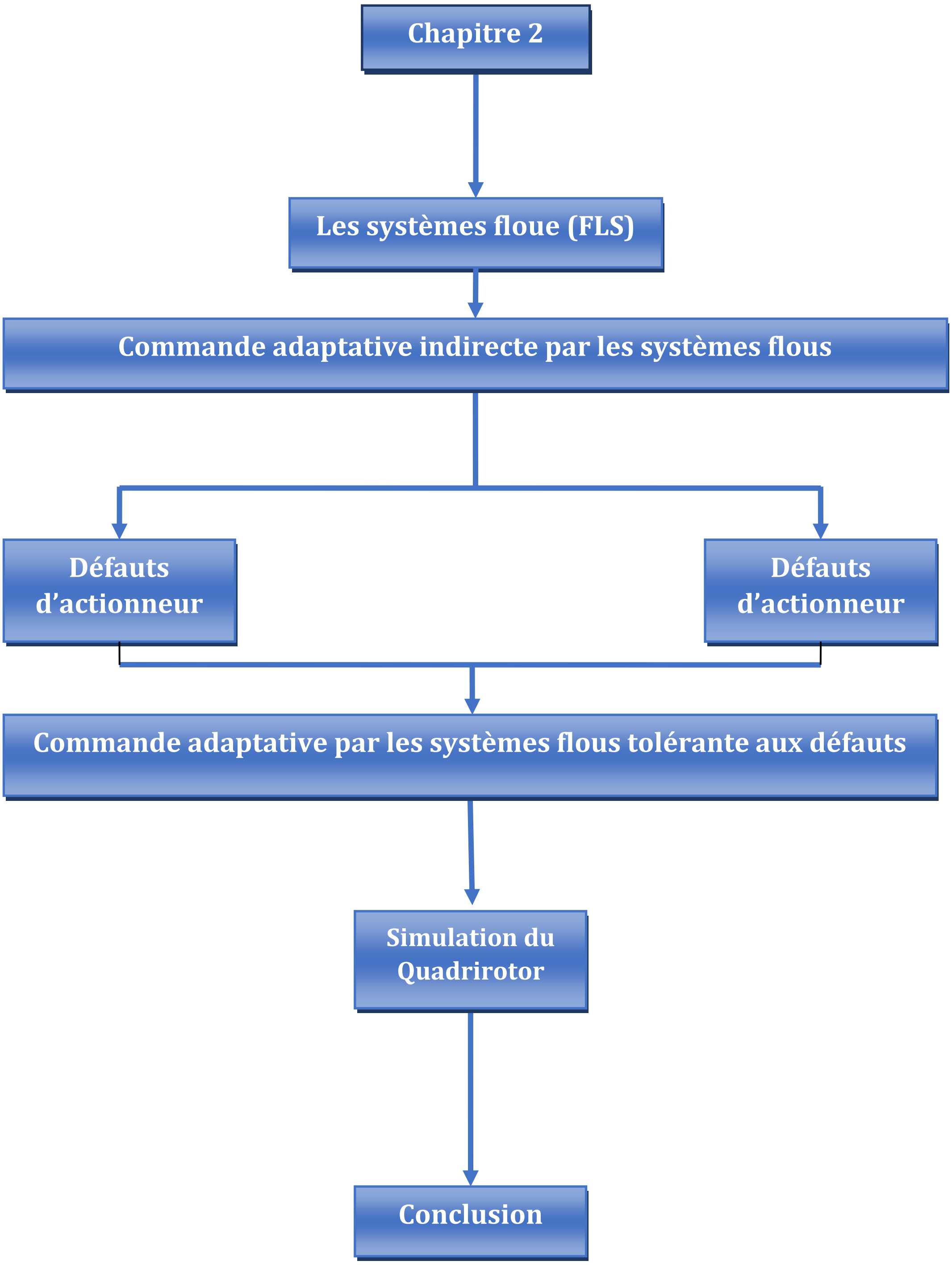


Figure 2.1 *Plan du chapitre 2*

2.1 La structure d'un système flou

Depuis des années, la logique floue a été l'une des méthodes d'approximation universelle à cause de la fiabilité et la précision d'approximer n'importe quelle fonction avec des conditions et des procédures appropriées. D'une façon rapide, la logique floue s'est intégrée dans le domaine de la théorie de contrôle par plusieurs travaux [$\boldsymbol{Wang - 94}$], [$\boldsymbol{Jang - 95}$], [$\boldsymbol{Mendel - 95}$]. Dans ce que suit, nous allons nous baser sur les procédures nécessaires pour mettre en œuvre la logique floue dans notre contexte, donc, nous pouvons interpréter un système flou selon deux façons :

- La première est mathématique : un système flou est une fonction non linéaire reliant un vecteur de donnée d'entrée à un vecteur de sortie.
- La deuxième est logique : un système flou est un système à base de connaissance particulière composé de quatre étapes principales, à savoir : la base de règle, la fuzzification, le moteur d'inférence et la défuzzification [$\boldsymbol{Buhler - 94}$], [$\boldsymbol{Wang - 94}$], [$\boldsymbol{Jang - 95}$], [$\boldsymbol{Mendel - 95}$], [$\boldsymbol{Heniche - 97}$], [$\boldsymbol{Labiod - 98}$].

  Ces étapes sont représentées comme suit :

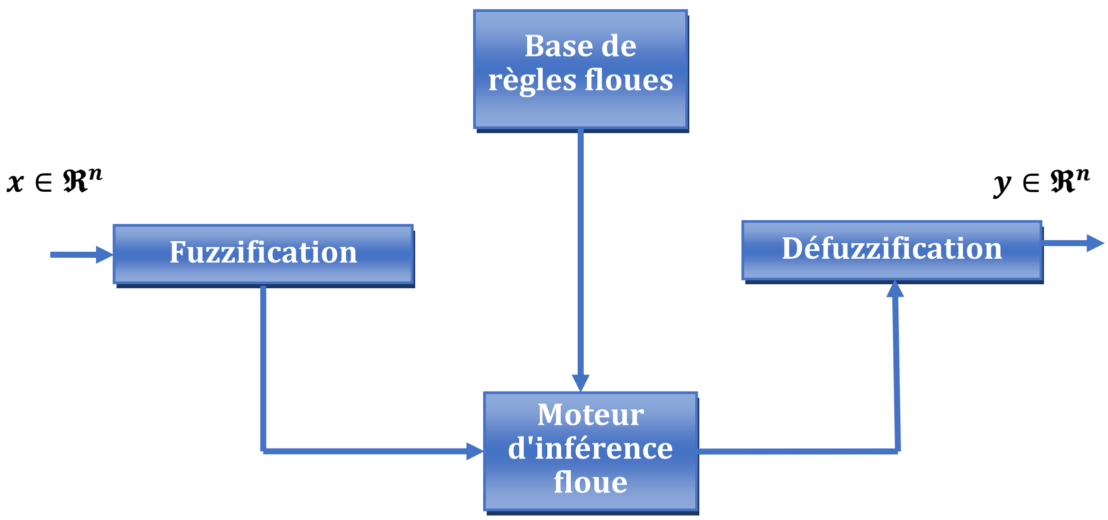


Figure 2.2 *Structure de base d'un système flou*

2.1.1 Fuzzification

La fuzzification est la première étape dans la réalisation d'un système flou. Elle transforme chaque valeur réelle d'entrée (mesure) en un ensemble flou. En lui attribuant sa fonction d'appartenance à chacune des classes préalablement définies, deux approches de fuzzification sont généralement utilisées, à savoir : la fuzzification singleton et la fuzzification non singleton.

2.1.2 Base de règles

La base de connaissances appelée aussi, la base de règles, comprend les connaissances de l'expert humain pour le contrôle du système (cas de la conception d'un régulateur flou) ou l'identification (approximation des fonctions non linéaires à dynamique complexe) ainsi que le domaine de variation des variables d'entrées/sorties. Alors cette base de règles ou base de connaissances est donc constituée de :

a. **Base de données :** on regroupe dans ce bloc, l'ensemble des définitions utilisées dans les règles du processus à commander ou la fonction non linéaire à identifier (univers du discours, partition flou, choix des opérateurs, etc…).
b. **La base des règles floues :** la base de l'expert est généralement exprimée par des règles de la forme **« SI-ALORS »**. La base de règles est donc une collection de règles floues :

   Règle :$\boldsymbol{Si\ x_1\ est\ F_l^1\ et\ \dots et\ x_n est\ F_l^n\ alors\ y} \in \boldsymbol{G_l}$.

Où : $\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \dots, \boldsymbol{x_n}] \in \boldsymbol{u_1} \times \boldsymbol{u_2} \times \dots \times \boldsymbol{u_n}$ et $\boldsymbol{y \in V}$ sont des variables linguistiques d'entrée et de sortie du système respectivement pour $\boldsymbol{\ell = 1}, \dots, \boldsymbol{n}$, $\boldsymbol{F_1}, \dots, \boldsymbol{F_n}$, G représentants des ensembles flous sur les référentiels $\boldsymbol{u_1}, \dots, \boldsymbol{u_n}$.

2.1.3 Moteur d'inférence

Ce bloc exprime la relation qui existe entre les variables d'entrée (exprimées comme variables linguistiques) et la variable de sortie (également exprimée comme variable linguistique « **cas de système flou de Mamdani** »). Il existe plusieurs mécanismes d'inférence, généralement un mécanisme d'inférence comporte deux étapes :

- Interprétation d'une règle R_i noter μ_{R_i} « interprétation du $\boldsymbol{ET}$ (prémices) ».
- La fusion des règles « interprétation du **ALORS** ».

2.1.4 Défuzzification

La défuzzification consiste à transformer le sous-ensemble flou de sortie en une valeur non floue permettant la commande du système. Il existe trois méthodes principales qui sont :

- **Centre de gravité de la surface (COG).**

  Toutes les valeurs de l'univers du discours de sortie interviennent, pondérées par leur dégrée de vraisemblance.

- **Bissection de la surface**

  Abscisse qui coupe la surface en 2 parties égales.

- **Moyenne des maximas**

  Moyenne des valeurs de sorties les plus préconisées.

En utilisant la méthode de défuzzification de la moyenne des centres, la sortie finale du système flou est donnée par $[\boldsymbol{Wang-94}]$:

$$\boldsymbol{y(x) = \frac{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x)\, y^k}{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x)}} \qquad (\mathbf{2.1})$$

Avec $\boldsymbol{y^k}$ est le point dans lequel $\boldsymbol{\mu_B(\, y^k)}$ atteint sa valeur maximale. Généralement, on suppose que, $\boldsymbol{\mu_B(\, y^k) = 1}$.

Il existe plusieurs variantes des systèmes flous. Ces variantes résultent de la façon de représentation des opérations flous par les formules mathématiques [$\boldsymbol{Wang-94}$], [$\boldsymbol{Passino-98}$].

2.2 Système flou de Takagi-Sugeno

Précédemment, nous avons essayé de présenter les systèmes flous à conclusion symbolique, appelés systèmes flous standards ou systèmes flous de Mamdani. Un autre modèle flou, approprié pour l'approximation d'une classe générale de systèmes non linéaires est celui proposé par Takagi et Sugeno [$\boldsymbol{Takagi-85}$]. Ce modèle est comme celui de Mamdani, construit à partir d'une base de règles « **Si…Alors…** », dans laquelle le conséquent utilise des variables numériques plutôt que des variables linguistiques, si la prémisse et toujours exprimée linguistiquement. Le conséquent peut s'exprimer par exemple, sous la forme d'une constante, d'un polynôme ou de manière plus générale d'une fonction ou d'une équation différentielle dépendant des variables d'entrées. D'une manière générale, un modèle de type Takagi-Sugeno (**TS**) est basé sur une collection des règles, $\boldsymbol{R_k}$ du type :

$$\boldsymbol{R_k} : \boldsymbol{Si\ x_1\ est\ F_1^k\ et\ \dots\ x_n\ est\ F_n^k\ \ Alors\ y = f_k(x)}, \qquad \boldsymbol{k = 1, \dots, N}$$

Où $\boldsymbol{R_k}$ dénote la $\boldsymbol{k-éme}$ règle du modèle est $\boldsymbol{N}$ est le nombre de règles que contient la base de règles $\boldsymbol{x = [x_1, \dots, x_n] \in \mathfrak{R}^p}$ est la variable d'entrée (antécédent) et $\boldsymbol{y \in \mathfrak{R}}$ est la variable de sortie (conséquent). $\boldsymbol{F_i^j}$ Dans $\boldsymbol{X_i}$, tel que pour $\boldsymbol{x_i \in X_i}$, il existe au moins un degré d'appartenance $\boldsymbol{\mu_{F_i^j}(x_i) \neq 0}$, où $\boldsymbol{i = 1, 2, \dots, n}$ et $\boldsymbol{j = 1, 2, \dots, m_i}$.

La base de règle du système flou comporte $\boldsymbol{N = \prod_{i=1}^{n} m_i}$ règles floues, les fonctions f_k sont choisies comme des fonctions numériques dans l'espace de sortie, en général f_k est fonction polynomiale en fonction des variables d'entrées, mais elle peut être aussi une fonction arbitraire tant qu'elle peut décrire convenablement le comportement du système étudié.

Si $\boldsymbol{f_k(x)}$ est une fonction linéaire :

$$\boldsymbol{f_k(x) = a_0^k + \sum_{i=1}^{n} a_i^k\, x_i} \qquad (2.2)$$

Alors cette représentation mène à un système flou de **Takagi-Sugeno** d'ordre un (**TS1**).

Si par contre $\boldsymbol{f_k(x)}$ est un polynôme d'ordre zéro :

$$\boldsymbol{f_k(x) = a^k} \qquad (2.3)$$

On a donc un système flou de **Takagi-Sugeno** d'ordre zéro (**TS0**).

Etant donné que chaque règle possède une conclusion numérique, la sortie totale du système flou est obtenue par le calcul d'une moyenne pondérée, et de cette manière, le temps consommé par la procédure de défuzzification est évité.

En général, on peut écrire la sortie du système selon la relation suivante [$\boldsymbol{Kosko - 94}$], [$\boldsymbol{Jang - 93}$], [$\boldsymbol{Wang - 94}$], [$\boldsymbol{Jang - 95}$] :

$$\boldsymbol{y(x) = \frac{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x) f_k(x)}{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x)}} \qquad (2.4)$$

Avec $\boldsymbol{\mu_k(x) = \prod_{i=1}^{n} \mu_{\breve{F}_i^k}\,, \breve{F}_i^k \in \{F_i^1\,, \dots, F_i^{m_i}\}}$ qui représente le degré de confiance ou d'activation de la règle $\boldsymbol{R_k}$.

Dans le cas d'un système flou **TS1**, la sortie est donnée par :

$$\boldsymbol{y(x) = \frac{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x) \left[a_0^k + a_1^k x_1 + \cdots + a_n^k x_n\right]}{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x)}} \qquad (2.5)$$

Et dans le cas d'un système flou **TS0**, la sortie se simplifie à

$$\boldsymbol{y(x) = \frac{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x) a^k}{\sum_{k=1}^{N} \mu_k(x)}} \qquad (2.6)$$

La **Figure 2.3** montre une représentation schématique, sous forme d'un réseau, d'un système flou **TS0**.

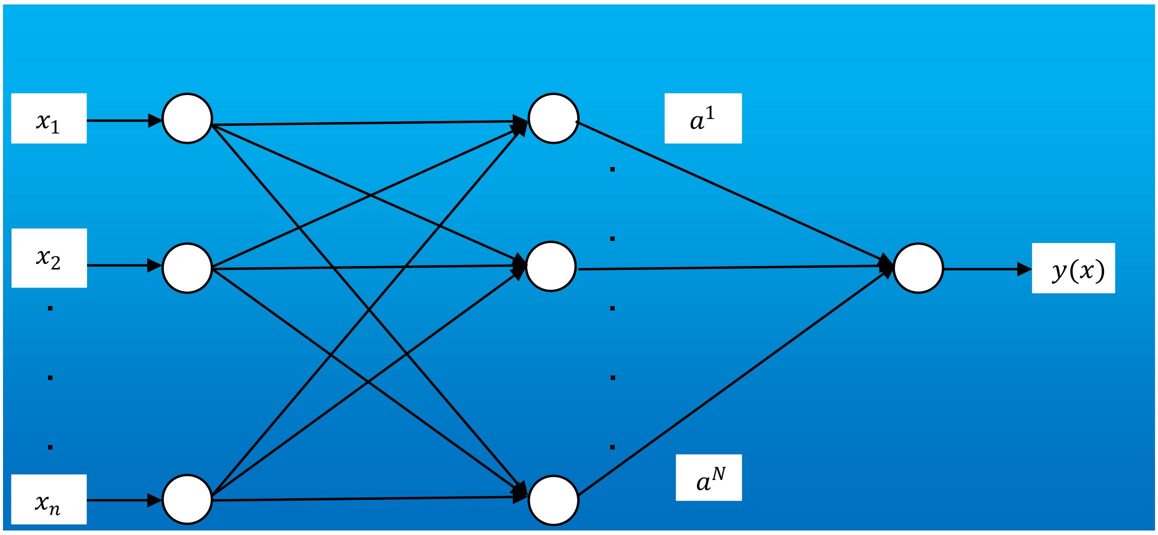


Figure 2.3 *Représentation schématique d'un système flou de Takagi-Sugeno d'ordre zéro **(TS0)***

Dans notre thèse, nous limitons l'utilisation des systèmes flous à ceux qui seront directement exploités dans les approches de commande développées à savoir les systèmes flous de Takagi-Sugeno à conclusion constante (systèmes flous de **Takagi-Sugeno** d'ordre zéro). Il est noté que le système flou (**TS0**) est équivalent au système flou de **Mamdani** utilisant une fuzzification singleton et la méthode de défuzzification du barycentre [$\boldsymbol{Wang-94}$].

En introduisant la notion de fonctions floues de base **[**$\boldsymbol{Wang-94}$], la sortie du système flou de TS0 peut être écrite sous la forme :

$$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{\theta} \qquad (\mathbf{2.7})$$

avec

- $\boldsymbol{\theta} = [\boldsymbol{a}^{\mathbf{1}} \quad \dots \quad \boldsymbol{a}^{\boldsymbol{n}}]^{\boldsymbol{T}}$: vecteur constitué des paramètres de la partie conclusion des règles floues ;
- $\boldsymbol{w}(\boldsymbol{x}) = [\boldsymbol{w}_{\mathbf{1}}(\boldsymbol{x}) \quad \dots \quad \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{N}}(\boldsymbol{x})]^{\boldsymbol{T}}$: vecteur des fonctions floues de base, dont chacune des composantes est données par :

$$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{x}) = \frac{\boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{k}}(\boldsymbol{x})}{\sum_{\boldsymbol{j}=\mathbf{1}}^{\boldsymbol{N}} \boldsymbol{\mu}_{\boldsymbol{j}}(\boldsymbol{x})}, \boldsymbol{k} = \mathbf{1}, \dots, \boldsymbol{N} \qquad (\mathbf{2.8})$$

Les fonctions d'appartenances qui caractérisent les ensembles flous F_i^j sont sélectionnées dans cette thèse, des fonctions Gaussiennes définies par :

$$\mu_{F_i^j} = exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\left(x_i - c_i^j\right)}{v_i^j}\right]^2\right\} \qquad (2.9)$$

Où c_i^j est la moyenne et v_i^j la variance. Notons que l'utilisation des autres formes pour les fonctions d'appartenances est possible.

2.3 Approximateur universel

Les systèmes non linéaires sont très complexes et difficilement modélisables. Plusieurs techniques utilisant le principe de la boite noire ont été développées dans les travaux antécédents pour la modélisation de ces systèmes. Une des techniques consiste à utiliser des modèles linéaires de type autorégressif (**AR**) ou autorégressif avec entrée exogène (**ARX**).

Cependant, ce type de structure ne permet pas d'obtenir un modèle optimal. Les réseaux de neurones, étant non linéaires par nature, ont également été utilisés pour la modélisation des processus non linéaires. Leur principal avantage réside dans leur capacité de modélisation sans aucune hypothèse préalable.

Néanmoins, les variables utilisées dans ces réseaux n'ont aucune signification physique. Il est donc intéressant de garder la structure multicouche et d'utiliser le raisonnement flou pour approximer des processus inconnus ou incertains. Plusieurs travaux ont été développés dans ce sens $[\boldsymbol{Kosko-94}]$, $[\boldsymbol{Wang-94}]$, et l'énoncé suivant du théorème de l'approximateur universel a été l'un de ces aboutissements :

Théorème 2.1 $[\boldsymbol{Wang-94}]$ **:**

Pour toute fonction réelle $g(x)$ continue sur un compact $U \subset \mathfrak{R}$ donné, il existe un système flou $f(x)$ sous la forme (2.6) tel que :

$$sup_{x\in U}|f(x) - g(x)\ | < \varepsilon \qquad (2.10)$$

Avec $\varepsilon \geq 0$ est une constante arbitraire.

La propriété d'approximation universelle ne donne pas une méthode de construction du système flou, $f(x)$ elle nous permet seulement de garantir l'existence de ce dernier.

Nous avons choisi la structure du système flou d'une façon appropriée afin d'arriver à la notion d'approximation universelle toute en se basant sur le choix des entrées et le nombre de fonctions d'appartenance avec le type approprié pour chaque entrée du système flou, les paramètres qui constituent les fonctions d'appartenance et le nombre de règles.

Les paramètres de la conclusion seront calculés en ligne par des algorithmes d'adaptation.

2.4 La commande adaptative floue tolérante aux défauts

Dans la commande adaptative tolérante aux défauts par les systèmes flous on distingue deux types de commandes :

- La commande adaptative directe : Dans ce type, la loi de commande est directement approximée par un ou plusieurs systèmes flous à conclusion constante, les lois d'adaptations sont choisies de telles sortes que le système atteint les performances désirées et ils sont déduits de l'étude de stabilité via la méthode de **Lyapunov**.
- La commande adaptative indirecte : Dans ce type, pour calculer la loi de commande, on approxime d'abord le model du processus par deux systèmes flous adaptatifs. Les lois d'adaptation sont déduites directement à travers l'étude de la stabilité via la méthode de **Lyapunov** avec l'utilisation du lemme de **Barbalat**

***Remarque* 2.1**

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser seulement à la commande adaptative indirecte par les systèmes floue, avec la considération des défauts d'actionneurs et de capteurs.

2.5 La commande adaptative indirecte tolérante aux défauts par les systèmes flous

2.5.1 Position du problème

Considérons la classe des systèmes non linéaire multivariables **MIMO** de la forme suivante $[\boldsymbol{Khebbache-15}]$, $[\boldsymbol{Bounemeur-18}]$, $[\boldsymbol{Khebbache-18}]$:

$$\begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} = f_i(x) + g_i(x)u_i + d_i(t), \qquad i = 1, 2, \ldots, q \\ y = x_{i,1} \end{cases} \tag{2.11}$$

avec $\boldsymbol{x} = [x_{1,1}, x_{1,2}, x_{2,1}, x_{2,2}, \ldots, x_{q,1}, x_{q,2}]^T \epsilon \mathfrak{R}^n, n = 2q$ c'est le vecteur d'état mesurable; $\boldsymbol{u} = [u_1, \ldots, u_q]^T \in \mathfrak{R}^q$ c'est le vecteur de la commande; $\boldsymbol{d}(\boldsymbol{t}) = [d_1(t), d_2(t), \ldots, d_q(t)]^T \epsilon \mathfrak{R}^q$ c'est le vecteur de perturbation externes $\boldsymbol{y} \in \mathfrak{R}^p, p \leq n$ c'est le vecteur de sortie; $f_i, g_i, i = 1, 2, \ldots, q$ sont les fonctions non linéaires inconnues.

$\boldsymbol{Remarque\ 2.2}$

Le système présenté dans l'équation $(\mathbf{2.11})$ est libre des défauts de capteur et d'actionneur. Cependant les systèmes réels sont généralement soumis à des défauts de capteur et/ou d'actionneur, donc notre objectif majeur est de synthétiser un schéma de commande afin d'assurer que le vecteur de sortie du système poursuit un vecteur de trajectoire désiré avec rapidité et précision avec la prise en charge des perturbations externes. De plus, ce schéma proposé doit réagir automatiquement avec les défauts de capteur et/ou d'actionneur tout en gardant les performances désirées (stabilité, poursuite et robustesse).

Dans ce travail, une loi de commande adaptative robuste avec une dynamique inconnue du système, trois défauts additifs pour les actionneurs et les capteurs (**biais, perte de**

précision), un défaut multiplicatif pour les actionneurs et les capteurs (**perte d'efficacité**). La forme mathématique des défauts considéré est donnée dans les tableaux suivants :

Tableau 2.1
Les défauts d'actionneur

Actionneur	Types des défauts	Conditions	Appellations des défauts
$\boldsymbol{f_{ai}(t)}$	$\boldsymbol{f_{ai}(t) + b_i}$	$\boldsymbol{\dot{b}_i(t) = 0}$, $\boldsymbol{b_i(t_{fi}) \neq 0}$	*biais* (Nature additive)
	$\boldsymbol{f_{ai}(t) + b_i(t)}$	$\boldsymbol{\lvert b_i(t)\rvert = \lambda_i t}$, $\boldsymbol{0 < \lambda \ll 1}$ $pour\ tout\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	*déviation* (Nature additive)
	$\boldsymbol{f_{ai}(t) + b_i(t)}$	$\boldsymbol{\lvert b_i(t)\rvert < \overline{b}_{0i}}$, $\boldsymbol{\dot{b}_i(t) \to 0}$ $pour\ tout\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	*Perte de précision* (Nature additive)
	$\boldsymbol{k_i(t) * f_{ai}(t)}$	$\boldsymbol{0 < \overline{k}_i \leq k_i(t) \leq 1}$ $pour\ tout\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	$Perte\ d'efficacité$ (Nature multiplicative)

Tableau 2.2
Les défauts de capteur

Capteur	Types des défauts	Conditions	Appellations des défauts
$\boldsymbol{f_{si}(t)}$	$\boldsymbol{f_{si}(t) + b_i}$	$\boldsymbol{\dot{b}_i(t) = 0}$, $\boldsymbol{b_i(t_{fi}) \neq 0}$	*biais* (Nature additive)
	$\boldsymbol{f_{si}(t) + b_i(t)}$	$\boldsymbol{\lvert b_i(t)\rvert = \lambda_i t}$, $\boldsymbol{0 < \lambda \ll 1}$ $pour\ tout\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	*déviation* (Nature additive)
	$\boldsymbol{f_{si}(t) + b_i(t)}$	$\boldsymbol{\lvert b_i(t)\rvert < \overline{b}_{0i}}$, $\boldsymbol{\dot{b}_i(t) \to 0}$ $\boldsymbol{pour\ tout\ t \geq T_{fi}}$	*Perte de précision* (Nature additive)
	$\boldsymbol{k_i(t) * f_{si}(t)}$	$\boldsymbol{0 < \overline{k}_i \leq k_i(t) \leq 1}$ $\boldsymbol{pour\ tout\ t \geq T_{fi}}$	$Perte\ d'efficacité$ (Nature multiplicative)

avec $\boldsymbol{T_{fi}}$ c'est le temps du défaut du i_{eme} capteur/actionneur et $\boldsymbol{b_i}$ coefficient de précision tel que $\boldsymbol{b_i}\boldsymbol{\epsilon}[-\overline{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{0i}}, \overline{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{0i}}]$, avec $\overline{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{0i}} > \boldsymbol{0}$. $\boldsymbol{k_i}\boldsymbol{\epsilon}[\overline{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{i}}, \boldsymbol{1}]$, avec $\overline{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{i}} > \boldsymbol{0}$ c'est le minimum de l'efficacité du capteur/actionneur, tout en respectant que $\boldsymbol{b_i}$ et $\boldsymbol{k_i}$ variant d'une façon petite avec $\boldsymbol{b_i}\boldsymbol{\epsilon}[-\overline{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{0i}}, \overline{\boldsymbol{b}}_{\boldsymbol{0i}}]$ et $\boldsymbol{k_i}\boldsymbol{\epsilon}[\overline{\boldsymbol{k}}_{\boldsymbol{i}}, \boldsymbol{1}]$.

En utilisant les définitions ci-dessus, on obtient :

$$\begin{cases} \boldsymbol{y_{i1}(t) = k_i(t)x_{i1}(t) + b_i(t)} \\ \boldsymbol{y_{i2}(t) = k_i(t)x_{i2}(t) + b_i(t)} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{2.12})$$

Avec $\boldsymbol{k_i(t)}$ represente la perte de l'efficacité et $\boldsymbol{b_i(t)}$ représente l'ensemble (**Biais, déviation et perte de la précision**).

En utilisant des manipulations mathématiques, on peut avoir :

$$\begin{cases} \boldsymbol{y_{i1}(t) = x_{i1}(t) + f_{si1}} \\ \boldsymbol{y_{i2}(t) = x_{i2}(t) + f_{si2}} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{2.13})$$

avec

$$\boldsymbol{f_{si1} = (k_i(t) - 1)x_{i1}(t) + b_i(t);\ \ f_{si2} = (k_i(t) - 1)x_{i2}(t) + b_i(t)}$$

Qui peut être simplifié comme suit :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\dot{y}_{i1} = \dot{x}_{i1} + \dot{f}_{si1}} \\ \boldsymbol{\dot{y}_{i2} = \dot{x}_{i2} + \dot{f}_{si2}} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{2.14})$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\dot{y}_{i1} = y_{i2} - f_{si2} + \dot{f}_{si1}} \\ \boldsymbol{\dot{y}_{i2} = f_i + g_i u_i + \dot{f}_{si2} + d_i} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{2.15})$$

Les défauts d'actionneur sont donc considérés comme suit :

$$\boldsymbol{u_i(t) = k_i(t)u_i(t) + b_i(t)} \qquad (\boldsymbol{2.16})$$

En remplaçant dans $\boldsymbol{eq.}\,(\boldsymbol{2.15})$, on obtient

$$\begin{cases} \boldsymbol{\dot{y}_{i1} = y_{i2} - f_{si2} + \dot{f}_{si1}} \\ \boldsymbol{\dot{y}_{i2} = f_i + g_i(k_i(t)u_i(t) + b_i(t)) + \dot{f}_{si2} + d_i} \end{cases} \qquad (\boldsymbol{2.17})$$

D'où, on peut arranger $\boldsymbol{eq.}\,(\boldsymbol{2.17})$ sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{y}_{i1} = y_{i2} - f_{si2} + \dot{f}_{si1} \\ \dot{y}_{i2} = f_i + g_i((k_i(t) - 1)u_i(t) + b_i(t) + u_i(t)) + \\ \qquad \dot{f}_{si2} + d_i \end{cases} \quad (2.18)$$

Avec quelques manipulations, on peut avoir

$$\begin{cases} \dot{y}_{i1} = y_{i2} - f_{si2} + \dot{f}_{si1} \\ \dot{y}_{i2} = f_i + g_i u_i(t) + g_i((k_i(t) - 1)u_i(t) + \\ \qquad b_i(t)) + \dot{f}_{si2} + d_i \end{cases} \quad (2.19)$$

On met $f_{ai} = g_i((k_i - 1)u_i + b_i(t))$ comme des défauts d'actionneur

$$\begin{cases} \dot{y}_{i1} = y_{i2} - f_{si2} + \dot{f}_{si1} \\ \dot{y}_{i2} = f_i + g_i u_i + f_{ai} + \dot{f}_{si2} + d_i \end{cases} \quad (2.20)$$

On note $\dot{f}_{si1} = f_{psi1}$, $eq.(2.20)$ devient

$$\begin{cases} \dot{y}_{i1} = y_{i2} - f_{si2} + f_{psi1} \\ \dot{y}_{i2} = f_i + g_i u_i + f_{ai} + \dot{f}_{si2} + d_i \end{cases} \quad (2.21)$$

Dans le présent chapitre, les hypothèses suivantes sont nécessaires pour le développement du schéma de commande.

***Hypothèse* 2.1 :** Les gains de commande $g_i(x)$ sont différents de zéro pour tout x et de signes connus. Sans perte de généralité, il est supposé que $g_i(x) > g_{i0} > 0$ avec g_{i0} des constantes inconnues.

***Hypothèse* 2.2 :** Le vecteur d'état x est mesurable.

***Hypothèse* 2.3 :** La trajectoire désirée $y_d \epsilon \Re^q$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues et bornées.

***Hypothèse* 2.4 :** Les perturbations externes sont bornées par $|d_i| \leq d_{0i}$ avec d_{0i} sont des constantes positives inconnues

Dans cette section, la logique floue **FLS** est utilisée pour approximer les fonctions non linéaires avec les défauts d'actionneur et de capteur. Basé sur ces approximations, une commande adaptative indirecte est synthétisée afin d'achever l'objective de contrôle.

Au premier lieu, les fonctions non linéaires avec les défauts d'actionneur et de capteur sont approximées à travers la région $\boldsymbol{\Omega_x}$ avec des systèmes floues de la forme $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.7})$

$$\begin{cases} \boldsymbol{f_i(x)} = \boldsymbol{\hat{f}_i\left(x, \theta^*_{f_i}\right)} + \boldsymbol{\varepsilon_{f_i}(x)} \\ \boldsymbol{g_i(x)} = \boldsymbol{\hat{g}_i\left(x, \theta^*_{g_i}\right)} + \boldsymbol{\varepsilon_{g_i}(x)} \\ \boldsymbol{f_{ai}(x)} = \boldsymbol{\hat{f}_{ai}\left(x, \theta^*_{f_{ai}}\right)} + \boldsymbol{\varepsilon_{f_{ai}}(x)} \\ \boldsymbol{f_{psi1}(x)} = \boldsymbol{\hat{f}_{psi1}\left(x, \theta^*_{f_{psi1}}\right)} + \boldsymbol{\varepsilon_{f_{psi1}}(x)} \\ \boldsymbol{f_{si2}(x)} = \boldsymbol{\hat{f}_{si2}\left(x, \theta^*_{f_{si2}}\right)} + \boldsymbol{\varepsilon_{f_{si2}}(x)} \end{cases} \qquad (\mathbf{2.22})$$

avec $\boldsymbol{\varepsilon_f(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_g(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{ai}}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{psi1}}(x)}, \boldsymbol{\varepsilon_{f_{si2}}(x)}$ represent les erreurs d'approximation; $\boldsymbol{\theta^*_{f_i}}$ $\boldsymbol{\theta^*_{g_i}}$, $\boldsymbol{\theta^*_{f_{ai}}}$, $\boldsymbol{\theta^*_{f_{psi1}}}, \boldsymbol{\theta^*_{f_{si2}}}$ sont respectivement les paramètres optimaux qui minimisent les erreurs d'approximation $\boldsymbol{\varepsilon_{f_i}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{g_i}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{ai}}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{psi1}}(x)}, \boldsymbol{\varepsilon_{f_{si2}}(x)}$. Ces paramètres satisfont les équations suivantes :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta^*_{f_i}} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\boldsymbol{\theta_{f_i}}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \begin{matrix} \boldsymbol{f_i(x)} - \\ \boldsymbol{\hat{f}_i(x, \theta_{f_i})} \end{matrix} \right| \right\} \\ \boldsymbol{\theta^*_{g_i}} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\boldsymbol{\theta_{g_i}}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \begin{matrix} \boldsymbol{g_i(x)} - \\ \boldsymbol{\hat{g}_i(x, \theta_{g_i})} \end{matrix} \right| \right\} \\ \boldsymbol{\theta^*_{f_{ai}}} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\boldsymbol{\theta_{f_{ai}}}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \begin{matrix} \boldsymbol{f_{ai}(x)} - \\ \boldsymbol{\hat{f}_{ai}(x, \theta_{f_{ai}})} \end{matrix} \right| \right\} \\ \boldsymbol{\theta^*_{f_{psi1}}} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\boldsymbol{\theta_{f_{psi1}}}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \begin{matrix} \boldsymbol{f_{psi1}(x)} - \\ \boldsymbol{\hat{f}_{psi1}(x, \theta_{f_{psi1}})} \end{matrix} \right| \right\} \\ \boldsymbol{\theta^*_{f_{si2}}} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\boldsymbol{\theta_{f_{si2}}}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \begin{matrix} \boldsymbol{f_{si2}(x)} - \\ \boldsymbol{\hat{f}_{si2}(x, \theta_{f_{si2}})} \end{matrix} \right| \right\} \end{cases} \qquad (\mathbf{2.23})$$

Notons que les paramètres optimaux $\boldsymbol{\theta^*_{f_i}}$, $\boldsymbol{\theta^*_{g_i}}$, $\boldsymbol{\theta^*_{f_{ai}}}$, $\boldsymbol{\theta^*_{f_{psi1}}}, \boldsymbol{\theta^*_{f_{si2}}}$sont des constantes artificielles inconnues introduites uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En fait, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande adaptatives.

À partir de l'analyse ci-dessus on peut écrire

$$\begin{cases} \boldsymbol{f_i(x) - \hat{f}_i(x,\theta_{f_i}) = w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} + \varepsilon_{f_i}(x)} \\ \boldsymbol{g_i(x) - \hat{g}_i(x,\theta_{g_i}) = w_{g_i}^T(x)\tilde{\theta}_{g_i} + \varepsilon_{g_i}(x)} \\ \boldsymbol{f_{ai}(x) - \hat{f}_{ai}(x,\theta_{f_{ai}}) = w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} + \varepsilon_{f_{ai}}(x)} \\ \boldsymbol{f_{psi1}(x) - \hat{f}_{psi1}\left(x,\theta_{f_{psi1}}\right) = w_{f_{psi1}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{psi1}} + \varepsilon_{f_{psi1}}(x)} \\ \boldsymbol{f_{si2}(x) - \hat{f}_{si2}(x,\theta_{f_{si2}}) = w_{f_{si2}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{si2}} + \varepsilon_{f_{si2}}(x)} \end{cases} \quad (\mathbf{2.24})$$

avec

$\boldsymbol{\tilde{\theta}_{f_i} = \theta^*_{f_i} - \theta_{f_i}}$, $\boldsymbol{\tilde{\theta}_{g_i} = \theta^*_{g_i} - \theta_{g_i}}$, $\boldsymbol{\tilde{\theta}_{f_{ai}} = \theta^*_{f_{ai}} - \theta_{f_{ai}}}$, $\boldsymbol{\tilde{\theta}_{f_{psi1}} = \theta^*_{f_{psi1}} - \theta_{f_{psi1}}}$, $\boldsymbol{\tilde{\theta}_{f_{si2}} = \theta^*_{f_{si2}} - \theta_{f_{si2}}}$, sont les erreurs d'estimation paramétrique

$\boldsymbol{Hypoth}$**è**$\boldsymbol{se}$ $\mathbf{2.5}$ **:** Les erreurs d'approximation sont bornées comme suit :

$$\boldsymbol{|\varepsilon_{fi}(x)| \le \bar{\varepsilon}_{fi}, |\varepsilon_{gi}(x)| \le \bar{\varepsilon}_{gi}, |\varepsilon_{f_{si2}}(x)| \le \bar{\varepsilon}_{f_{si2}}, \left|\varepsilon_{f_{psi1}}(x)\right| \le \bar{\varepsilon}_{f_{psi1}}, |\varepsilon_{f_{ai}}(x)| \le \bar{\varepsilon}_{f_{ai}}.}$$

Où $\boldsymbol{\bar{\varepsilon}_{fi}, \bar{\varepsilon}_{gi}, \bar{\varepsilon}_{f_{si2}}, \bar{\varepsilon}_{f_{psi1}}, \bar{\varepsilon}_{f_{ai}}}$ sont des constantes positives inconnues.

$\boldsymbol{Remarque}$ $\mathbf{2.3}$

Cette hypothèse est raisonnable puisque nous supposons que les systèmes flous utilisés pour l'approximation des fonctions inconnues possèdent la propriété d'approximateur universel.

$\boldsymbol{Hypoth}$**è**$\boldsymbol{se}$ $\mathbf{2.6}$ **:** Les dérivées des défauts d'actionneur et de capteur sont bornées par des constantes positives $\boldsymbol{|\dot{f}_{ai}| \le f_{a0i}}$, $\boldsymbol{|\dot{f}_{psi1}| \le f_{ps0i1}}$, $\boldsymbol{|\dot{f}_{si2}| \le f_{s0i2}}$.

En se basant sur les approximations présentées ci-dessus, on propose la loi de commande définie par :

$$\boldsymbol{u_i = u_{ic} + u_{ir}} \quad (\mathbf{2.25})$$

Cette loi de commande propose est une sommation de deux termes : le premier est adaptatif $\boldsymbol{u_{ic}}$, il est introduit pour palier les problemes des fonctions non linéaires inconnues, défauts de capteur et défauts d'actionneur ; le deuxième est dit de robustesse $\boldsymbol{u_{ir}}$, il est conçu pour contourner les problèmes des erreurs d'approximation et les perturbations externes.

Le terme adaptatif proposé est défini par l'équation suivante :

$$\boldsymbol{u_{ic}} = \frac{\hat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x})}{\hat{\boldsymbol{g}}^2{}_i(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{\varepsilon}}\left[-\boldsymbol{e_{i1}} - \hat{\boldsymbol{f}}_i(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{f}}_{ai}(\boldsymbol{x}) + \ddot{\boldsymbol{y}}_{di} - \boldsymbol{c_{i1}}(\boldsymbol{e_{i2}} - \boldsymbol{c_{i1}e_{i1}}) - \boldsymbol{c_{i2}e_{i2}}\right] \quad (\mathbf{2.26})$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}$ une petite constante de valeur positive ; $\boldsymbol{c_{i1}}, \boldsymbol{c_{i2}}$ sont des paramètres Positifs.

$\boldsymbol{Remarque}$ $\mathbf{2.4}$

Pour garantir que la loi de commande adaptative $\boldsymbol{eq.}(\mathbf{2.26})$ Reste toujours bien définie lorsque $\hat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x})$ tend vers zéro, nous avons remplacé le terme $\hat{\boldsymbol{g}}_i{}^{-1}(\boldsymbol{x})$ par le terme $\frac{\hat{g}_i(x)}{\hat{g}^2{}_i(x)+\varepsilon}$, qui peut etre consideré comme un inverse régulier de **Levenberg-Marquardt** appliqué à une fonction scalaire.

Le terme robuste $\boldsymbol{u_{ir}}$ est défini comme suit :

$$\boldsymbol{u_{ir}} = -\frac{\boldsymbol{\alpha_i e_{i2}}}{\left(|\boldsymbol{e_{i2}}| + \boldsymbol{\delta_i^2}\,\mathbf{exp}(-\boldsymbol{\alpha_i})\right)} - \frac{|\boldsymbol{e_{i1}}|\boldsymbol{e_{i2}}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f_{si}}}}{\boldsymbol{e_{i2}}^2 + \Delta_i} \quad (\mathbf{2.27})$$

où

$$\boldsymbol{\alpha_i} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_i|\boldsymbol{u_{i0}}| + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{ui}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^*{}_{\boldsymbol{gi}}|\boldsymbol{u_{ic}}| + \boldsymbol{c_{i1}}|\boldsymbol{e_{i2}}|\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f_{si}}} \quad (\mathbf{2.28})$$

$$\boldsymbol{u_{i0}} = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}}{\hat{\boldsymbol{g}}^2{}_i + \boldsymbol{\varepsilon}}\left[\boldsymbol{e_{i1}} + \hat{\boldsymbol{f}}_i + \hat{\boldsymbol{f}}_{ai} - \ddot{\boldsymbol{y}}_{di} + \boldsymbol{c_{i1}}(\boldsymbol{e_{i2}} - \boldsymbol{c_{i1}e_{i1}}) + \boldsymbol{c_{i2}e_{i2}}\right] \quad (\mathbf{2.29})$$

où

$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_i, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{ui}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^*{}_{\boldsymbol{gi}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f_{si}}}$ sont les estimées des paramètres inconnus suivants :

$\overline{\boldsymbol{\varepsilon_i}} = \mathbf{1}/\boldsymbol{g_{i0}}$

$$\bar{\varepsilon}_{ui} = \frac{\bar{\varepsilon}_{fi} + d_{0i} + 2f_{s0i2} + \bar{\varepsilon}_{f_{ai}} + \bar{\varepsilon}_{f_{psi1}}}{g_{i0}}$$

$$\bar{\varepsilon}^{*}{}_{gi} = \frac{\bar{\varepsilon}_{gi}}{g_{i0}}$$

$$\bar{\varepsilon}_{f_{si}} = \frac{\left(\bar{\varepsilon}_{f_{si2}} + \bar{\varepsilon}_{fpsi1}\right)}{g_{i0}}$$

Où

Δ_i et $\boldsymbol{\delta}_i$ sont des paramètres de désigne variants avec temps.

L'estimation des paramètres suit les lois d'adaptation suivantes :

$$\dot{\theta}_{f_{ai}} = \gamma_{f_{ai}}(e_{i2})w_{fai} \qquad (2.30)$$

$$\dot{\theta}_{f_{si2}} = -\gamma_{f_{si2}} w_{fsi2}\big(e_{i1} + c_{i1}(e_{i2})\big) \qquad (2.31)$$

$$\dot{\theta}_{fp_{si1}} = -\gamma_{fpsi1} w_{fpsi1}\big(e_{i1} + c_{i1}(e_{i2})\big) \qquad (2.32)$$

$$\dot{\theta}_{fi} = \gamma_{f_i} w_{fi}(e_{i2}) \qquad (2.33)$$

$$\dot{\theta}_{gi} = \gamma_{g_i} w_{gi}(e_{i2})u_{ic} \qquad (2.34)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_{f_{si}} = \gamma_{\varepsilon}(|e_{i1}| + c_{i1}|(e_{i2})|) \qquad (2.35)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui} = \gamma_{\varepsilon}|(e_{i2})| \qquad (2.36)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}^{*}{}_{gi} = \gamma_{\varepsilon}|(e_{i2})||u_{ic}| \qquad (2.37)$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_{i} = \gamma_{\varepsilon}|(e_{i2})||u_{i0}| \qquad (2.38)$$

$$\dot{\delta}_i = -\sigma_0 \delta_i \qquad (2.39)$$

$$\dot{\Delta}_i = -\sigma_0 \frac{|e_{i1}|\hat{\varepsilon}_{f_{si}}}{{e_{i2}}^2 + \Delta_i} \qquad (2.40)$$

où $\gamma_{f_i} > 0, \gamma_{g_i} > 0, \gamma_{\varepsilon} > 0, \sigma_0 > 0, \gamma_{f_{ai}} > 0, \gamma_{f_{si2}},\ \gamma_{fpsi1}, \Delta_i(0) > 0$ et $\delta_i(0) > 0$

$\boldsymbol{Th}$é$\boldsymbol{or}$è$\boldsymbol{me}$ $\mathbf{2.3}$:

Considérons le système $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.21})$. Supposons que les $\boldsymbol{hypothèses}$ $[\mathbf{2.1}-\mathbf{2.6}]$ Sont satisfaites. La loi de commande définie par $\boldsymbol{eqs}.[(\mathbf{2.25})-(\mathbf{2.27})]$ avec les lois d'adaptation $\boldsymbol{eqs}.[(\mathbf{2.30})-(\mathbf{2.38})]$ garantissent les propriétés suivantes :

- La sortie du système, ses dérivées jusqu'à l'ordre $(\boldsymbol{n}-\mathbf{1})$ et le signal de commande sont bornés :$\boldsymbol{y}(\boldsymbol{t}), \dot{\boldsymbol{y}}(\boldsymbol{t}), \dots, \boldsymbol{y}^{\boldsymbol{n}-\mathbf{1}}(\boldsymbol{t})$,$\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{t}) \in \boldsymbol{L}_{\infty}$.
- L'erreur de poursuite et ses dérivées convergent vers zéro, $\boldsymbol{e}_{\boldsymbol{i}}(\boldsymbol{t}) \to \mathbf{0}$ quand $\boldsymbol{t} \to \infty$ pour $\boldsymbol{i} = \mathbf{0}, \mathbf{1}, \dots \boldsymbol{n}-\mathbf{1}$.

Démonstration

Pour atteindre les objectifs de la commande, une nouvelle commande adaptative tolérante aux défauts active basée sur la technique backstepping a été développée pour le système $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.21})$, avec les procédures qui se suit :

Etape **1**.

Premièrement, on considère la première erreur de poursuite comme suit :

$$\boldsymbol{e}_{i1} = \boldsymbol{y}_{i1} - \boldsymbol{y}_{di} \tag{2.41}$$

On prend la dérivée de $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.41})$

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{i1} = \boldsymbol{y}_{i1} - \boldsymbol{y}_{di} = \boldsymbol{y}_{i2} - \boldsymbol{f}_{si2} + \dot{\boldsymbol{f}}_{si1} - \dot{\boldsymbol{y}}_{di} \tag{2.42}$$

Alors,

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{i1} = \boldsymbol{y}_{i2} - \left(\boldsymbol{f}_{si2} - \hat{\boldsymbol{f}}_{si2}\right) - \hat{\boldsymbol{f}}_{si2} + \dot{\boldsymbol{f}}_{si1} - \dot{\boldsymbol{y}}_{di} \tag{2.43}$$

Utilisant $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.24})$, on obtient

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{i1} = \boldsymbol{y}_{i2} - \left(\boldsymbol{w}_{f_{si2}}^{T}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{si2}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{si2}}\right) - \hat{\boldsymbol{f}}_{si2} + \boldsymbol{w}_{psi1}^{T}\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{psi1} + \hat{\boldsymbol{f}}_{psi1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{psi1}} - \dot{\boldsymbol{y}}_{di} \tag{2.44}$$

Si on choisit la loi de commande virtuelle comme suit

$$\boldsymbol{y}_{di2} = \hat{\boldsymbol{f}}_{si2} + \dot{\boldsymbol{y}}_{di} - \boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} - \hat{\boldsymbol{f}}_{psi1} \tag{2.45}$$

D'autre part, on $\boldsymbol{e_{i2} = y_{i2} - y_{di2}}$ donc

$$\dot{e}_{i1} = e_{i2} - c_{i1}e_{i1} - \left(w^T_{f_{si2}}\tilde{\theta}_{f_{si2}} + \varepsilon_{f_{si2}}\right) + w^T_{psi1}\tilde{\theta}_{psi1} + \varepsilon_{f_{psi1}} \tag{2.46}$$

Soit la fonction candidate de **Lyapunov** suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q} e^2_{i1} + \frac{1}{\gamma_{f_{si2}}}\tilde{\theta}^T{}_{fsi2}\tilde{\theta}_{f_{si2}} + \frac{1}{\gamma_{f_{psi1}}}\tilde{\theta}^T{}_{fpsi1}\tilde{\theta}_{fpsi1} + \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^2{}_{f_{si}} \tag{2.47}$$

avec

$$\tilde{\varepsilon}_{f_{si}} = \bar{\varepsilon}_{f_{si}} - \hat{\varepsilon}_{f_{si}}, \gamma_{f_{si2}}, \gamma_{f_{psi1}}, \gamma_\varepsilon > 0$$

La dérivée de la fonction $\boldsymbol{V_1}$ est donnée par :

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^{q} e_{i1}\dot{e}_{i1} - \frac{1}{\gamma_{f_{si2}}}\tilde{\theta}^T{}_{fsi2}\dot{\theta}_{f_{si2}} - \frac{1}{\gamma_{f_{psi1}}}\tilde{\theta}^T{}_{fpsi1}\dot{\hat{\theta}}_{fpsi1} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{f_{si}}\dot{\hat{\varepsilon}}_{f_{si}} \tag{2.48}$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq}.(\boldsymbol{2.46})$ dans $\boldsymbol{eq}.(\boldsymbol{2.48})$, on obtient :

$$\dot{V}_1 = \sum_{i=1}^{q} e_{i1}\left(e_{i2} - c_{i1}e_{i1} - w^T_{f_{si2}}\tilde{\theta}_{f_{si2}} - \varepsilon_{f_{si2}} + w^T_{psi1}\tilde{\theta}_{psi1} + \varepsilon_{f_{psi1}}\right) - \frac{1}{\gamma_{f_{si2}}}\tilde{\theta}^T{}_{fsi2}\dot{\theta}_{f_{si2}}$$
$$- \frac{1}{\gamma_{f_{psi1}}}\tilde{\theta}^T{}_{fpsi1}\dot{\hat{\theta}}_{fpsi1} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{f_{si}}\dot{\hat{\varepsilon}}_{f_{si}} \tag{2.49}$$

$\boldsymbol{Etape\ 2}$.

On considère la deuxième erreur de poursuite comme suit :

$$e_{i2} = y_{i2} - y_{di2} \tag{2.50}$$

Le schéma proposé dans ce chapitre est résumé d'une façon claire et précise, pour que les lecteurs de cette thèse peuvent facilement comprendre sa structure générale (tel que présenté dans la **Figure 2.4).**

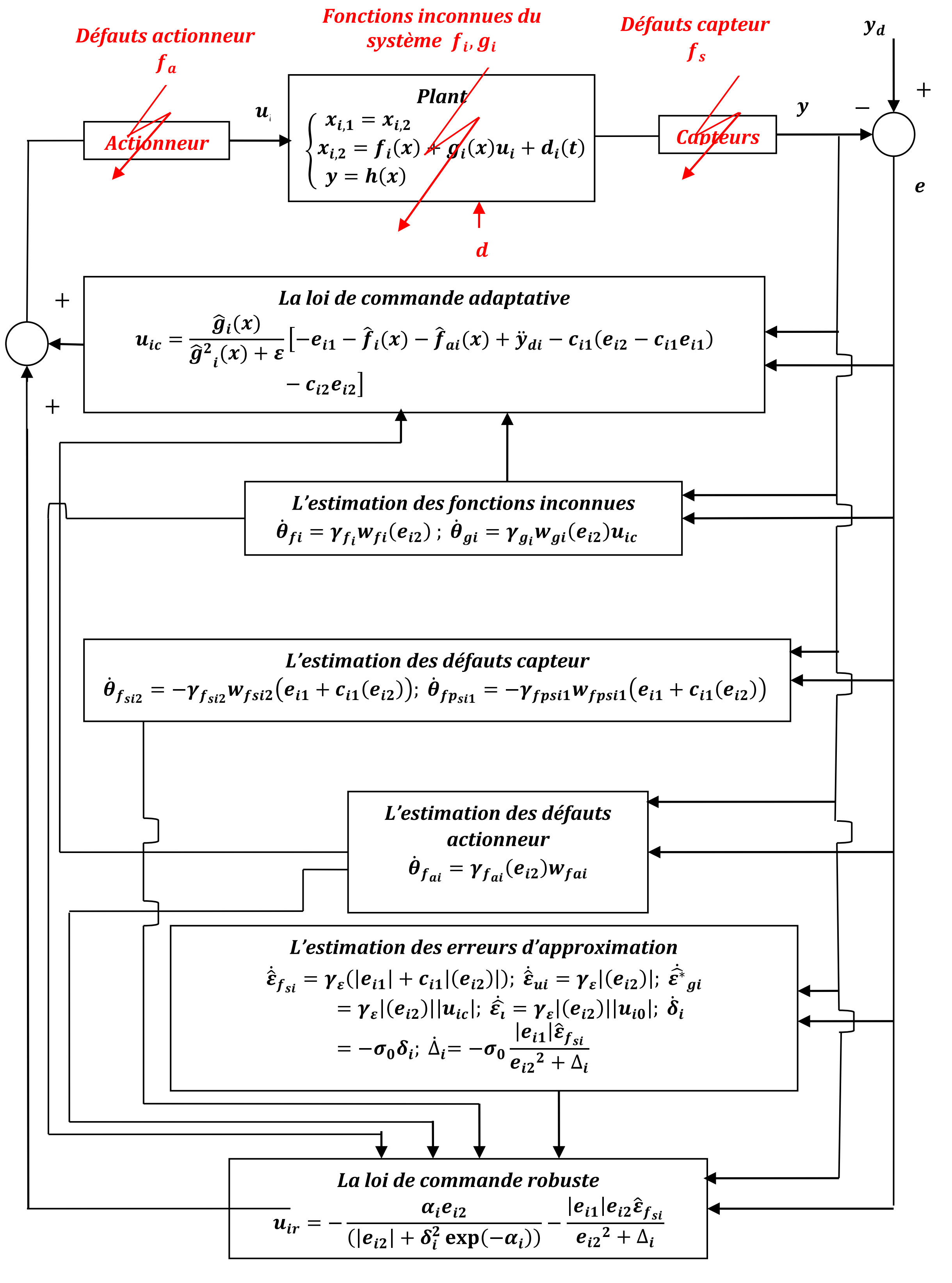


Figure 2.4 *Le schéma global de commande*

La dérivée de $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.50})$ est donnée par

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{i2} = \dot{\boldsymbol{y}}_{i2} - \dot{\boldsymbol{y}}_{di2} \tag{2.51}$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.21})$ dans $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.51})$ on obtient

$$\dot{\boldsymbol{e}}_{i2} = \boldsymbol{f}_i + \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{f}_{ai} + \dot{\boldsymbol{f}}_{si2} + \boldsymbol{d}_i - \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{si2} - \ddot{\boldsymbol{y}}_{di} + \boldsymbol{c}_{i1}\dot{\boldsymbol{e}}_{i1} + \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{psi1} \tag{2.52}$$

Avec $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.46})$ **,** $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.52})$ peut-être arranger comme suit

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_{i2} &= \boldsymbol{f}_i + \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{u}_i + \boldsymbol{f}_{ai} + \dot{\boldsymbol{f}}_{si2} + \boldsymbol{d}_i - \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{si2} - \ddot{\boldsymbol{y}}_{di} + \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{psi1} \\ &\quad + \boldsymbol{c}_{i1}\left(\boldsymbol{e}_{i2} - \boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} - \boldsymbol{w}_{f_{si2}}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{si2}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{si2}} + \boldsymbol{w}_{psi1}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{psi1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{psi1}}\right)\end{aligned} \tag{2.53}$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.25})$ dans $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.53})$

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_{i2} &= \boldsymbol{f}_i + \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{u}_{ic} - \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{u}_{ir} + \boldsymbol{f}_{ai} + \dot{\boldsymbol{f}}_{si2} + \boldsymbol{d}_i - \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{si2} - \ddot{\boldsymbol{y}}_{di} + \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{psi1} \\ &\quad + \boldsymbol{c}_{i1}\left(\boldsymbol{e}_{i2} - \boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} - \boldsymbol{w}_{f_{si2}}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{si2}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{si2}} + \boldsymbol{w}_{psi1}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{psi1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{psi1}}\right)\end{aligned} \tag{2.54}$$

Avec quelques manipulations, $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.54})$ peut prendre la forme suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_{i2} &= \left(\boldsymbol{f}_i - \hat{\boldsymbol{f}}_i\right) + \hat{\boldsymbol{f}}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{fi} + (\boldsymbol{g}_i - \hat{\boldsymbol{g}}_i)\boldsymbol{u}_{ic} + \boldsymbol{\varepsilon}_{gi}\boldsymbol{u}_{ic} + \hat{\boldsymbol{g}}_i\boldsymbol{u}_{ic} + \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{u}_{ir} + \left(\boldsymbol{f}_{ai} - \hat{\boldsymbol{f}}_{ai}\right) + \hat{\boldsymbol{f}}_{ai} \\ &\quad + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{ai}} + \dot{\boldsymbol{f}}_{si2} + \boldsymbol{d}_i - \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{si2} - \ddot{\boldsymbol{y}}_{di} + \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{psi1} \\ &\quad + \boldsymbol{c}_{i1}\left(\boldsymbol{e}_{i2} - \boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} - \boldsymbol{w}_{f_{si2}}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{si2}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{si2}} + \boldsymbol{w}_{psi1}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{psi1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{psi1}}\right)\end{aligned} \tag{2.55}$$

Utilisant $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.24})$, $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.55})$ peut-être simplifier comme suit

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{e}}_{i2} &= \boldsymbol{w}_{fi}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{fi} + \hat{\boldsymbol{f}}_i + \boldsymbol{\varepsilon}_{fi} + \boldsymbol{w}_{gi}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{gi}\boldsymbol{u}_{ic} + \boldsymbol{\varepsilon}_{gi}\boldsymbol{u}_{ic} + \hat{\boldsymbol{g}}_i\boldsymbol{u}_{ic} + \boldsymbol{g}_i\boldsymbol{u}_{ir} + \boldsymbol{w}_{f_{ai}}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{ai}} + \hat{\boldsymbol{f}}_{ai} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{ai}} \\ &\quad + \dot{\boldsymbol{f}}_{si2} + \boldsymbol{d}_i - \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{si2} - \ddot{\boldsymbol{y}}_{di} + \dot{\hat{\boldsymbol{f}}}_{psi1} \\ &\quad + \boldsymbol{c}_{i1}\left(\boldsymbol{e}_{i2} - \boldsymbol{c}_{i1}\boldsymbol{e}_{i1} - \boldsymbol{w}_{f_{si2}}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{si2}} - \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{si2}} + \boldsymbol{w}_{psi1}^{T}\widetilde{\boldsymbol{\theta}}_{psi1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{psi1}}\right)\end{aligned} \tag{2.56}$$

***Remarque* 2.5**

Dans ce chapitre, le vecteur d'état est considéré mesurable (***Hypothèse* 2.2**), donc l'utilisation d'un observateur est évitée. Les trajectoires de référence définies par le designer avec leurs dérivées sont considérées connues (***Hypothèse* 2.3**) **(**voir [***Khebbache* − 15**], [***Bounemeur* − 18**], [***Khebbache* − 18**]**)** pour garantir la bornitude de la commande virtuelle développée. (***Hypothèse* 2.1**) Est développée pour assurer la contrôlabilité du système ***eq*. (2.24)**. (***Hypothèse* 2.4**) implique la bornitude des perturbations externes **(**voir [***Khebbache* − 15**], [***Bounemeur* − 18**], [***Khebbache* − 18**], [***Xiao* − 13**], [***Xiao* − 14*a***], [***Xiao* − 14*b***]**)**. Pour pallier le problème des erreurs d'approximation due à l'utilisation de la logique floue **FLS**, (***Hypothèse* 2.4**) est introduite afin d'assurer la bornitude des erreurs d'approximation par des constantes positives inconnues (voir [***Bounemeur* − 18**]). (***Hypothèse* 2.6**) est utilisée pour limiter la variation des défauts (capteur et actionneur), cette supposition est très importante dans le développement théorique et aussi dans l'aspect physique (voir [***Khebbache* − 15**], [***Bounemeur* − 18**], [***Khebbache* − 18**]).

Donc soit la fonction augmentée de **Lyapunov** suivante :

$$\boldsymbol{V_2 = V_1 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}(e_{i2})^2 + \frac{1}{\gamma_{f_{ai}}}\tilde{\theta}^T{}_{fai}\tilde{\theta}_{fai} + \frac{1}{\gamma_{f_i}}\tilde{\theta}^T{}_{fi}\tilde{\theta}_{fi} + \frac{1}{\gamma_{g_i}}\tilde{\theta}^T{}_{gi}\tilde{\theta}_{gi} + \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^2{}_{ui} + \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^{*2}{}_{gi} + \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i^2 + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i^2} \qquad (2.57)$$

où

$$\boldsymbol{\gamma_{f_{ai}}, \gamma_{f_i}, \gamma_{g_i}, \gamma_\varepsilon > 0,}$$

$$\boldsymbol{\tilde{\varepsilon}_{ui} = \bar{\varepsilon}_{ui} - \hat{\varepsilon}_{ui}, \qquad \tilde{\varepsilon}_i = \bar{\varepsilon}_i - \hat{\varepsilon}_i, \qquad \tilde{\varepsilon}^*{}_{gi} = \bar{\varepsilon}^*{}_{gi} - \hat{\varepsilon}^*{}_{gi}}$$

La dérivée de la fonction augmentée de **Lyapunov** est donnée par :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + \sum_{i=1}^{q}(e_{i2})\dot{e}_{i2} - \frac{1}{\gamma_{f_{ai}}}\tilde{\theta}^T{}_{fai}\dot{\hat{\theta}}_{fai} - \frac{1}{\gamma_{f_i}}\tilde{\theta}^T{}_{fi}\dot{\theta}_{fi} - \frac{1}{\gamma_{g_i}}\tilde{\theta}^T{}_{gi}\dot{\theta}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui}$$
$$- \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^*{}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}^*{}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_i\dot{\hat{\varepsilon}}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.58)$$

***Remarque* 2.6**

Pour donner un bon aperçu et étaler l'efficacité du schéma de contrôle proposé, une étude comparative avec des travaux déjà existant dans le même domaine de la commande tolérante aux défauts est présentée dans le **Tableau 2.3**. Cette étude donne plus de détail sur le fond des techniques utilisées dans la littérature, par rapport aux avantages de notre schéma de control dont les points suivants sont discutés :

- Les types des défauts de capteur et d'actionneur considérés.
- La robustesse du système.
- Les perturbations externes.
- La technique de la commande tolérante aux défauts considéré.
- Conclusion sur la stabilité du système.

En utilisant $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{2.49})$, $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{2.58})$ prend la forme suivante :

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^{q} e_{i1}\left(e_{i2} - c_{i1}e_{i1} - w_{fsi2}^T\tilde{\theta}_{fsi2} - \varepsilon_{fsi2} + w_{psi1}^T\tilde{\theta}_{psi1} + \varepsilon_{fpsi1}\right) - \frac{1}{\gamma_{f_{si2}}}\tilde{\theta}^T{}_{fsi2}\dot{\theta}_{fsi2}$$
$$- \frac{1}{\gamma_{f_{psi}}}\tilde{\theta}^T{}_{fpsi1}\dot{\theta}_{fpsi1} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{f_{si}}\dot{\hat{\varepsilon}}_{f_{si}} + (e_{i2})\dot{e}_{i2} - \frac{1}{\gamma_{f_{ai}}}\tilde{\theta}^T{}_{fai}\dot{\theta}_{fai} - \frac{1}{\gamma_{f_i}}\tilde{\theta}^T{}_{fi}\dot{\theta}_{fi}$$
$$- \frac{1}{\gamma_{g_i}}\tilde{\theta}^T{}_{gi}\dot{\theta}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui}\frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^*{}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}^*{}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_i\dot{\hat{\varepsilon}}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i$$
$$+ \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.59)$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{2.56})$ dans $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{2.59})$, on obtient

$$\begin{aligned}\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^{q} e_{i1}\Big(-c_{i1}e_{i1} - w_{f_{si2}}^T\tilde{\theta}_{f_{si2}} - \varepsilon_{f_{si2}} + w_{psi1}^T\tilde{\theta}_{psi1} + \varepsilon_{f_{psi1}}\Big) - \frac{1}{\gamma_{f_{si2}}}\tilde{\theta}^T{}_{fsi2}\dot{\theta}_{f_{si2}} \\ - \frac{1}{\gamma_{f_{psi}}}\tilde{\theta}^T{}_{fpsi1}\dot{\theta}_{fpsi1} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{f_{si}}\dot{\hat{\varepsilon}}_{f_{si}} + (e_{i2})(e_{i1} + w_{fi}^T\tilde{\theta}_{fi} + \hat{f}_i + \varepsilon_{fi} \\ + w_{gi}^T\tilde{\theta}_{gi}u_{ic} + \varepsilon_{gi}u_{ic} + \hat{g}_i u_{ic} + g_i u_{ir} + w_{f_{ai}}^T\tilde{\theta}_{f_{ai}} + \hat{f}_{ai} + \varepsilon_{f_{ai}} + \dot{f}_{si2} + d_i \\ - \dot{\hat{f}}_{si2} - \ddot{y}_{di} + \dot{\hat{f}}_{psi1} + c_{i1}(e_{i2} - c_{i1}e_{i1} - w_{f_{si2}}^T\tilde{\theta}_{f_{si2}} - \varepsilon_{f_{si2}} + w_{psi1}^T\tilde{\theta}_{psi1} \\ + \varepsilon_{f_{psi1}})) - \frac{1}{\gamma_{f_{ai}}}\tilde{\theta}^T{}_{f_{ai}}\dot{\theta}_{f_{ai}} - \frac{1}{\gamma_{f_i}}\tilde{\theta}^T{}_{fi}\dot{\theta}_{fi} - \frac{1}{\gamma_{g_i}}\tilde{\theta}^T{}_{gi}\dot{\theta}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_{\varepsilon_{ui}}}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui} \\ - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^*{}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}^*{}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_i\dot{\hat{\varepsilon}}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.60)\end{aligned}$$

Avec $\boldsymbol{eqs}.\,(\mathbf{2.26}), (\mathbf{2.29}), (\mathbf{2.30}), (\mathbf{2.31}), (\mathbf{2.32}), (\mathbf{2.33}), (\mathbf{2.34})$, $\boldsymbol{eq}.\,(\mathbf{2.60})$ devient :

Tableau 2.3

Étude comparative

Schéma de contrôle proposé	Autre schéma de contrôle	Références
Aucune information concernant le modèle des défauts de capteur, car notre contrôleur s'adapte automatiquement pour compenser l'effet des défauts	Besoin d'information sur le modèle des défauts de capteur	$[\boldsymbol{Xiao}-\mathbf{11}]$, $[\boldsymbol{Hu}-\mathbf{13}]$, $[\boldsymbol{Xiao}-\mathbf{13}]$, $[\boldsymbol{Xiao}-\mathbf{13}]$, $[\boldsymbol{Xiao}-\mathbf{14a}]$, $[\boldsymbol{Xiao}-\mathbf{14b}]$
Notre schéma proposé prend en considération quatre types de défauts capteur	Un ou deux défauts de capteur sont considérés, ce qui implique une limitation d'étude	$[\boldsymbol{Boskovic}-\mathbf{00}]$, $[\boldsymbol{Du}-\mathbf{14}]$, $[\boldsymbol{Ming}-\mathbf{11}]$, $[\boldsymbol{Sami}-\mathbf{13}]$, $[\boldsymbol{Han}-\mathbf{15}]$
Notre schéma proposé prend en considération quatre types de défauts actionneur	Un ou deux défauts de capteur sont considérés, ce qui implique une limitation d'étude	$[\boldsymbol{Rodrigues}-\mathbf{14}]$, $[\boldsymbol{Han}-\mathbf{15}]$, $[\boldsymbol{Chun}-\mathbf{13}]$
Aucune approximation des perturbations externes est nécessaire, car notre développement théorique nous permet d'éliminer ces perturbations	Les perturbations externes sont considérées comme des systèmes exogènes neutre et stable, ou elles sont approximées. De plus la dérivée des perturbations est considérée bornée	$[\boldsymbol{Khebbache}-\mathbf{15}]$, $[\boldsymbol{Han}-\mathbf{15}]$

Notre contrôleur n'a pas besoin d'un module de détection et d'isolation (FDI), donc le temps consommé par la détection est évité	Besoin d'un module de détection et d'isolation **(FDI)**	$[\boldsymbol{Boskovic-00}]$, $[\boldsymbol{Rodrigues-14}]$
Le gain de commande est considéré comme une fonction non linéaire inconnue	Le gain de commande est considéré comme une simple constante	$[\boldsymbol{Chun-13}]$, $[\boldsymbol{Shen-14}]$
Le système en boucle fermée est globalement stable et l'erreur de poursuite converge vers l'origine, à cause de l'approximation précise des systèmes floue (FLS) et aussi au terme de robustesse proposé	Le système en boucle fermée est uniformément bornée stable **(UUB)** et l'erreur d'approximation converge vers un contour près de l'origine à cause des erreurs d'approximation	$[\boldsymbol{Khebbache-15}]$, $[\boldsymbol{Ao-17}]$

$$\dot{V}_2 = \sum_{i=1}^{q} e_{i1}\left(-c_{i1}e_{i1} - \varepsilon_{f_{si2}} + \varepsilon_{f_{psi1}}\right) - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{f_{si}}\dot{\hat{\varepsilon}}_{f_{si}} + (e_{i2})(u_{i0} - c_{i2}e_{i2} + \varepsilon_{fi} + \varepsilon_{gi}u_{ic}$$
$$+ g_i u_{ir} + \varepsilon_{f_{ai}} + \dot{f}_{si2} + d_i - \dot{\hat{f}}_{si2} + \dot{\hat{f}}_{psi1} + c_{i1}(-\varepsilon_{f_{si2}} + \varepsilon_{f_{psi1}}))$$
$$- \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^{*}{}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}^{*}{}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_i\dot{\hat{\varepsilon}}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.61)$$

Appliquant les $\boldsymbol{Hypothèses}\,(2.4, 2.5, 2.6)$, la dérivée de la fonction augmentée de **Lyapunov** peut être bornée comme suit :

$$\dot{V}_2 \le \sum_{i=1}^{q} -c_{i1}e^2{}_{i1} - c_{i2}e^2{}_{i2} + |e_{i1}|g_{i0}\bar{\varepsilon}_{f_{si}} + c_{i1}|e_{i2}|g_{i0}\bar{\varepsilon}_{f_{si}} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{f_{si}}\dot{\hat{\varepsilon}}_{f_{si}} + g_i e_{i2}u_{ir}$$
$$+ (|e_{i2}|)\left(\bar{\varepsilon}|u_{i0}|g_{i0} + \bar{\varepsilon}_{fi} + \bar{\varepsilon}_{gi}|u_{ic}| + \bar{\varepsilon}_{f_{ai}} + 2f_{s0i2} + d_{i0} + f_{ps0i1}\right)$$
$$- \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^{*}{}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}^{*}{}_{gi} - \frac{g_{i0}}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_i\dot{\hat{\varepsilon}}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.62)$$

Remplaçant $\boldsymbol{eqs.}\,(2.35), (2.36), (2.37), (2.38)$, $\boldsymbol{eq.}\,(2.62)$ devient :

$$\dot{V}_2 \leq \sum_{i=1}^{q} -c_{i1}e^2{}_{i1} - c_{i2}e^2{}_{i2} + g_{i0}\hat{\varepsilon}_{f_{si}}(|e_{i1}| + c_{i1}|(e_{i2})|)$$
$$+ (|e_{i2}|)\left(\hat{\varepsilon}|u_{i0}|g_{i0} + \hat{\varepsilon}_{ui}g_{i0} + \hat{\varepsilon}^*{}_{gi}|u_{ic}|g_{i0}\right) + g_i e_{i2}u_{ir} + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i$$
$$+ \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.63)$$

Avec quelques manipulations mathématiques, la dérivée de la fonction augmentée de **Lyapunov** peut être arrangée de la façon suivante :

$$\dot{V}_2 \leq \sum_{i=1}^{q} -c_{i1}e^2{}_{i1} - c_{i2}e^2{}_{i2} + g_{i0}\hat{\varepsilon}_{f_{si}}|e_{i1}| + \hat{\varepsilon}|u_{i0}||e_{i2}|g_{i0} + \hat{\varepsilon}_{ui}|e_{i2}|g_{i0}$$
$$+ \hat{\varepsilon}^*{}_{gi}|u_{ic}||e_{i2}|g_{i0} + c_{i1}g_{i0}|e_{i2}|\hat{\varepsilon}_{f_{si}} + g_i e_{i2}u_{ir} + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i$$
$$+ \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.64)$$

Utilisant $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.28})$, $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.64})$ peut prendre la forme suivante :

$$\dot{V}_2 \leq \sum_{i=1}^{q} -c_{i1}e^2{}_{i1} - c_{i2}e^2{}_{i2} + g_{i0}\hat{\varepsilon}_{f_{si}}|e_{i1}| + |e_{i2}|g_{i0}\alpha_i + g_i e_{i2}u_{ir} + \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\delta_i\dot{\delta}_i$$
$$+ \frac{g_{i0}}{\sigma_0}\Delta_i\dot{\Delta}_i \qquad (2.65)$$

Remplaçant $\boldsymbol{eqs}.(\mathbf{2.27}),(\mathbf{2.39}),(\mathbf{2.40})$ dans $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.65})$, et basant sur le fait que $\alpha_i \exp(-\alpha_i) \leq 1$, on obtient :

$$\dot{V}_2 \leq \sum_{i=1}^{q} -c_{i1}e^2{}_{i1} - c_{i2}e^2{}_{i2} \leq 0 \qquad (2.66)$$

D'un côté, comme la montre (voir $[\boldsymbol{Wang-93}]$), cela implique $e_i(t), \dot{e}(t), \tilde{\theta}_{f_i}, \tilde{\theta}_{g_i}, \tilde{\theta}_{f_{ai}}, \tilde{\theta}_{f_{psi1}}, \tilde{\theta}_{f_{si2}}, \tilde{\varepsilon}_{ui}, \tilde{\varepsilon}_i, \tilde{\varepsilon}^*{}_{gi}, \tilde{\varepsilon}_{f_{si}}, \Delta_i(t), \delta_i(t)$ sont bornés. Selon le lemme de Barbalat **(voir Annexe)**, nous concluons que $\lim_{t\to\infty}\|e(t)\| = 0$ converge asymptotiquement vers l'origine.

2.6 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de la méthode de commande proposée, nous considérons la commande en poursuit d'un Quadrirotor régi par les équations des angles d'Euler $(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$ sous les conditions $(-\boldsymbol{\pi}/\mathbf{2} < \boldsymbol{\phi} < \boldsymbol{\pi}/\mathbf{2})$ pour roulis, $(-\boldsymbol{\pi}/\mathbf{2} < \boldsymbol{\theta} < \boldsymbol{\pi}/\mathbf{2})$ pour le tangage et $(-\boldsymbol{\pi} < \boldsymbol{\psi} < \boldsymbol{\pi})$ pour le lacet.

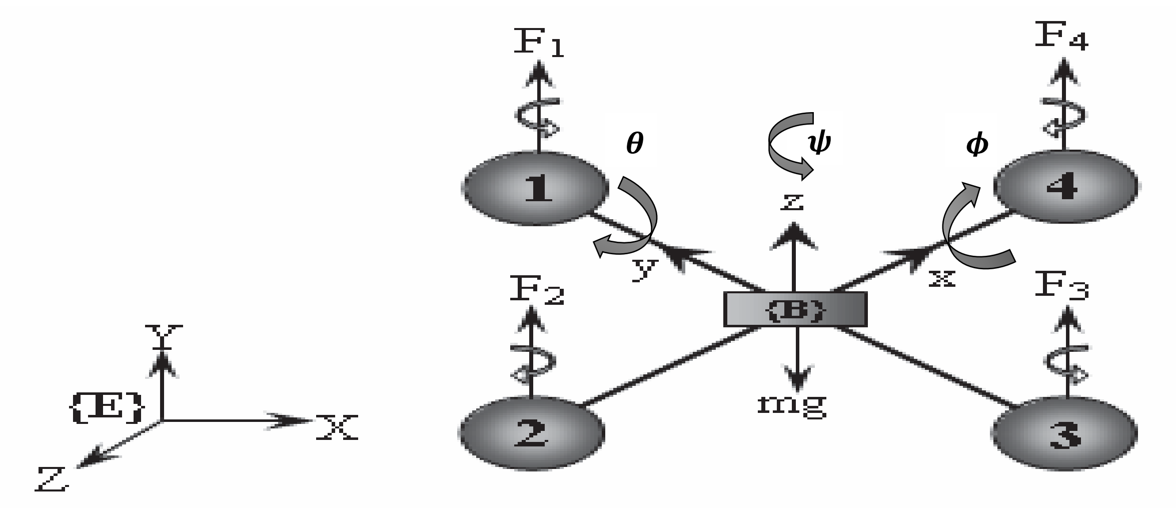


Figure 2.5 *La configuration du Quadrirotor*

Ce **Quadrirotor** à quatre hélices en configuration $\boldsymbol{X}$ **,** deux hélices tournes dans le même sens et les deux autres tournent dans le sens opposé. Avec le changement des vitesses des quatre moteurs ou un pair de moteurs, le **Quadrirotor** peut changer de déviation et de vitesse. Donc, augmenter la vitesse des quatre moteurs en même temps implique un mouvement vertical. Éventuellement la variation de la vitesse des moteurs $[\mathbf{2}, \mathbf{4}]$ implique une rotation de roulis. Le tangage est obtenu par la variation de la vitesse des moteurs $[\mathbf{1}, \mathbf{3}]$. Le Lacet est obtenu par l'augmentation de la vitesse des hélices à pas normal et/ou inversé en diminuant proportionnellement la vitesse des hélices à pas inversé pour une rotation d'un côté et inversement de l'autre coté (voir la **Figure 2.5**).

Donc le modèle mathématique prend la forme suivante : $([\boldsymbol{Li} - \mathbf{13}], [\boldsymbol{Zhang} - \mathbf{13}], [\boldsymbol{Bounemeur} - \mathbf{18}], [\boldsymbol{Khebbache} - \mathbf{15}])$

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} \\ \dot{x}_{1,2} = a_1 x_{2,2} x_{3,2} - a_2 \Omega_r x_{2,2} - a_3 x_{1,2} + b_1 u_\phi + d_{\dot{\phi}}(t) \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} \\ \dot{x}_{2,2} = a_4 x_{1,2} x_{3,2} - a_5 \Omega_r x_{1,2} - a_6 x_{2,2} + b_2 u_\theta + d_{\dot{\theta}}(t) \\ \dot{x}_{3,1} = x_{3,2} \\ \dot{x}_{3,2} = a_7 x_{1,2} x_{2,2} - a_8 x_{3,2} + b_3 u_\psi + d_{\dot{\psi}}(t) \end{cases} \quad (2.67)$$

$$x = (\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}), \qquad u = (u_\phi, u_\theta, u_\psi)$$

où

$a_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}$, $a_2 = \frac{J_r}{I_x}$, $a_3 = \frac{K_\phi}{I_x}$, $a_4 = \frac{I_z - I_x}{I_y}$, $a_5 = \frac{J_r}{I_y}$, $a_6 = \frac{K_\theta}{I_y}$, $a_7 = \frac{I_x - I_y}{I_z}$, $a_8 = \frac{K_\psi}{I_z}$, $b_1 = \frac{d}{I_x}$,

$b_2 = \frac{d}{I_y}$, $b_3 = \frac{1}{I_z}$

$\Omega_r = w_1 - w_2 + w_3 - w_4$.

Les entrées du système sont considérées comme suit :

$$\begin{cases} u_\phi = b\left(w_4^2 - w_2^2\right) \\ u_\theta = b\left(w_3^2 - w_1^2\right) \\ u_\psi = k\left(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2\right) \end{cases} \quad (2.68)$$

où

(I_x, I_y, I_z), $(k_\phi, k_\theta, k_\psi)$, $J_r, b, k, d, w_i, i = 1, \ldots, 4$ sont respectivement : l'inertie de corp ; coefficient de l'aérodynamique ; l'inertie du rotor ; le facteur de poussée ; facteur de trainée ; la distance entre le centre de la masse et le rotor ; la vitesse angulaire de i rotor. Les perturbations externes sont données par :($[Li - 13]$, $[Zhang - 13]$, $[Bounemeur - 18]$, $[Khebbache - 15]$).

$$\left(d_{\dot{\phi}}(t), d_{\dot{\theta}}(t), d_{\dot{\psi}}(t)\right)^T = diag(a_3, a_6, a_8)\dot{\eta}_{air} \quad (2.69)$$

avec $\dot{\eta}_{air} = \left(\dot{\phi}_{air}, \dot{\theta}_{air}, \dot{\psi}_{air}\right)^T$ represente la perturbation du vent définie par une vitesse de rotation de l'air. De plus, cette perturbation est modelée par un signal quarré **(voir le travail de** $[Khebbache - 15]$**)** avec une vitesse angulaire de $\pm(30, 45, 60)^T deg/s$, et une fréquence de $0.1\ HZ$. Cependant notre objective de contrôle est de forcer les angles de roulis, tangage et lacet $\boldsymbol{y} = [\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi}]^T$ de suivre la trajectoire de référence définie par $\boldsymbol{y_d} = [\boldsymbol{\phi_d}, \boldsymbol{\theta_d}, \boldsymbol{\psi_d}]^T$ sous la présence des défauts de capteurs et actionneurs.

La trajectoire de référence est donnée par : ([$\boldsymbol{Khebbache - 15}$])

$$\boldsymbol{y_d} = [\sin(t), \sin(t), \sin(t)]^T \tag{2.70}$$

Dans cette simulation la trajectoire de référence $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{2.70})$ à une amplitude maximale de $\mathbf{1}\,\boldsymbol{rad}$ pour le roulis, le tangage et le lacet, par contre dans le travail de (voir [$\boldsymbol{Khebbache - 15}$]) l'amplitude maximale est limitée de $\mathbf{0.17}\,\boldsymbol{rad}$ pour le roulis, $\mathbf{0.34}\,\boldsymbol{rad}$ pour le tangage et $\mathbf{0.52}\,\boldsymbol{rad}$ pour le lacet. L'augmentation de l'amplitude de la trajectoire de référence est un défi, par ce que cette augmentation peut détériorer les performances de poursuite et aussi influencer la stabilité du système. Le schéma de contrôle proposé permet de choisir des grandes amplitudes due à l'utilisation de la logique floue **(FLS)** avec la technique backstepping (voir les résultats de simulation). De plus la fonction exponentielle utilisée dans le terme de robustesse a beaucoup améliorer les résultats de simulation en termes de poursuite et de commande.

À travers cette simulation, quinze systèmes flous de la forme $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{2.13})$ sont utilisés pour approximer les fonctions inconnues $\boldsymbol{f_i}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{g_i}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{f_{ai}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{f_{si2}}(\boldsymbol{x}),\ \boldsymbol{f_{psi1}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{i} = \mathbf{1}:\mathbf{3}$.

Les variables d'entrée pour les systèmes floues sont $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{x_3}, \boldsymbol{x_4}, \boldsymbol{x_5}, \boldsymbol{x_6}$. Pour chaque variable d'entrée, on a defini cinq fonctions de type Gaussienne avec un centre de $\boldsymbol{C_i} = [-\mathbf{3.5}, -\mathbf{1.5}, \mathbf{0}, \mathbf{1.5}, \mathbf{3.5}]$ et une variance égale a $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{1.6}$.

$$\boldsymbol{\mu_{F_i^1}}(\boldsymbol{x_i}) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\boldsymbol{x_i} - \boldsymbol{C_i}}{\boldsymbol{\sigma}}\right)^2\right\}, \boldsymbol{i} = \mathbf{1}:\mathbf{6}$$

Les conditions initiales sont $\boldsymbol{x}(\mathbf{0}) = [\mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}, \mathbf{0}]$, période d'échantillonnage est de $\mathbf{0.01}$, les paramètres de synthèse et les paramètres physique du Quadrirotor sont montrées dans les **Tableau 2.4** et **Tableau 2.5** respectivement.

Tableau 2.4

Paramètres de synthèse

Paramètre(s)	Valeur(s)
$\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\sigma_0}$	$\mathbf{0.01}$
$\gamma_{f_{ai}}$,$\gamma_{f_{si2}}\gamma_{\varepsilon}$,$\gamma_{f_i}$,$\gamma_{f_{psi1}}$,$\gamma_{g_i}$, γ_{g_i} $i = 1{:}3$	**8**
$\hat{\varepsilon}_{fsi}(0)$, $\hat{\varepsilon}_{ui}(0)$, $\hat{\varepsilon}_{gi}(0)$, $\hat{\varepsilon}_{l}(0)$ $i = 1{:}3$	**0**
c_{i1} , $i = 1{:}3$	**1**
$\sigma_i(0)$, $\delta_i(0)$, $i = 1{:}3$	**1**
$\theta_{fi}(0)$, $\theta_{fai}(0)$, $\theta_{fsi2}(0)$, $\theta_{fpsi1}(0)$ $i = 1{:}3$	**0**
$\theta_{gi}(0)$, $i = 1{:}3$	$[-1, 1]$
c_{i2} , $i = 1{:}3$	**10**

Tableau 2.5

Paramètres physique du Quadrirotor

Paramètre(s)	Valeur(s)
$\boldsymbol{d}$	$20.5\ cm$
$\boldsymbol{J_r}$	$2.8 * 10^{-5}\ kg\ m^2$
$\boldsymbol{I_x}, \boldsymbol{I_y}$	$3.82 * 10^{-3}\ kg\ m^2$,
$\boldsymbol{I_z}$	$7.13 * 10^{-3}\ kg\ m^2$
$\boldsymbol{K_\phi}, \boldsymbol{K_\theta}$	$5.56 * 10^{-3}\ N\ m\ s\ /rad$
$\boldsymbol{K_\psi}$	$6.35 * 10^{-3}\ N\ m\ s\ /rad$
$\boldsymbol{b}$	$2.98 * 10^{-5}\ N\ \ s^2\ /rad^2$
$\boldsymbol{k}$	$3.23 * 10^{-7}\ N\ m\ s^2\ /rad^2$

Dans ce que suit, quatre cas de simulation sont présentés.

Le premier cas est achevé sans la présence d'aucun défaut, seulement les perturbations externes sont considérées par une fonction de forme carré avec $\pm(\mathbf{30, 45, 60})^{T}\boldsymbol{deg/s}$ pour la vitesse angulaire et de $\mathbf{0.1}\ \boldsymbol{HZ}$ pour la fréquence Dans **Figure 2.6.*L***, **Figure 2.6.*K***, et **Figure 2.6.*J***, on peut voir la bonne poursuite entre les trajectoires désirées $(\boldsymbol{\phi_d}, \boldsymbol{\theta_d}, \boldsymbol{\psi_d})$ et les angles d'Euler $(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$, tandis que **Figure 2.6.*I***, **Figure 2.6.*H***, et **Figure 2.6.*G*** présentent les erreurs de poursuite correspondante. **Figure 2.6.*F***, **Figure 2.6.*E***, et **Figure 2.6.*D*** donnent les vitesses angulaires d'Euler. Les signaux de commande du Quadrirotor $(\boldsymbol{u_\phi}, \boldsymbol{u_\theta}, \boldsymbol{u_\psi})$ sont représentés par in **Figure 2.6.*C***, **Figure 2.6.*B***, et **Figure 2.6.*A***. Les signaux de commande obtenus sont lisses. En outre, le phénomène de chattering est minimisé à cause du terme de robustesse proposé qui contient la fonction exponentielle au lieu de la fonction signe.

Le deuxième cas est achevé sous la présence des défauts de capteur pour les angles et les vitesses à partir de l'instant $\boldsymbol{T_f \geq 8s}$. Ces défauts prennent les paramètres suivants :

- **Les vitesses angulaires :** 1) Biais ($\boldsymbol{3^{\circ}/s}$); 2) Déviation avec un coefficient $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0.78}$; 3) Perte de la précision définie par une fonction carrée avec une amplitude égale a $\boldsymbol{5^{\circ}/s}$ et une fréquence de $\mathbf{0.15}\ \boldsymbol{HZ}$; 4) Perte d'efficacité avec un taux de $\mathbf{95\%}$.
- **Les angles :** 1) Biais ($\boldsymbol{3^{\circ}}$); 2) Déviation avec un coefficient$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0.78}$; 3) Perte de la précision définie par une fonction carrée avec une amplitude égale a $\boldsymbol{5^{\circ}}$ et une fréquence $\mathbf{0.15}\ \boldsymbol{HZ}$; 4) Perte d'efficacité avec un taux de $\mathbf{95\%}$.

$\boldsymbol{Remarque}\ \mathbf{2.7}$

Tous les défauts de capteurs, pour les angles et les vitesses angulaires sont appliqués à partir de $\boldsymbol{T_f \geq 8s}$. Il est nécessaire de mentionner que le travail proposé par [$\boldsymbol{Khebbache - 15}$]) prend en considération les mêmes types de défauts mais seulement pour les vitesses angulaires avec un taux limité de $\mathbf{70\%}$ pour le type Perte d'efficacité. Cependant, dans notre cas, le taux de type Perte d'efficacité touche les $\mathbf{95\%}$, en outre tous les capteurs sont considérés en défaillance. De plus, le travail donné par [$\boldsymbol{Ao - 17}$] limite l'application des défauts seulement pour une période de temps très réduite, ce qui limite aussi le test des performances si le défaut est permanent. Dans notre simulation les différents défauts sont appliqués dès $\boldsymbol{T_f \geq 8s}$ jusqu'à la fin de la simulation, ce qui garantit que les performances (**stabilité et poursuite**) restent acceptables (voir **Tableau 2.6**).

Dans **Figure 2.7.*L***, **Figure 2.7.*K***, et **Figure 2.7.*J***, on peut voir la bonne poursuite entre les trajectoires désirées $(\boldsymbol{\phi_d}, \boldsymbol{\theta_d}, \boldsymbol{\psi_d})$ et les angles d'Euler $(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$, tandis que **Figure 2.7.*I***, **Figure 2.7.*H***, et **Figure 2.7.*G*** présentent les erreurs de poursuite correspondante. **Figure 2.7.*F***, **Figure 2.7.*E***, et **Figure 2.7.*D*** donnent les vitesses angulaires d'Euler. Les signaux de commande du Quadrirotor $(\boldsymbol{u_\phi}, \boldsymbol{u_\theta}, \boldsymbol{u_\psi})$ sont représentés par in **Figure 2.7.*C***, **Figure 2.7.*B***, et **Figure 2.7.*A***. Les signaux de commande obtenus sont lisses. En outre, le phénomène de chattering est minimisé à cause du terme de robustesse proposé qui contient la fonction exponentielle au lieu de la fonction signe.

Dans le troisième cas, la simulation est performée avec la présence des défauts d'actionneur, au lieu de capteur à partir de l'instant $\boldsymbol{T_f \geq 8s}$. Ces défauts prennent les paramètres suivants :

- Biais $(\mathbf{0.005}\ \boldsymbol{N.M})$; 2) Drift avec un coefficient de $\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{0.07}$; 3) Perte de la précision est défini par une fonction carrée avec une amplitude égale à $(\mathbf{0.0087}\ \boldsymbol{N.M})$ avec une fréquence $\mathbf{0.15}\ \boldsymbol{HZ}$; 4) Perte d'efficacité avec un taux de $\mathbf{75\%}$.

$\boldsymbol{Remarque}\ \mathbf{2.8}$

Le problème des défauts d'actionneur est largement étudié dans la littérature $(\boldsymbol{voir}\ [\boldsymbol{Chun} - \mathbf{13}], [\boldsymbol{Shen} - \mathbf{14}], [\boldsymbol{Liu} - \mathbf{15}])$. Cependant, les types des défauts considérés dans ce travail sont ignorés dans les travaux mentionnés ci-dessus, tandis que les auteurs dans $[\boldsymbol{Chun} - \mathbf{13}]$ adressent la même application de simulation mais ils sont pris en considération seulement dans le cas où il y a un type de défaut (Perte d'efficacité) avec les taux $[\ \mathbf{50\%}, \mathbf{40\%}, \mathbf{70\%}]$ pour la commande respectivement de roulis, tangage et lacet. Contrairement à notre travail dont quatre types des défauts d'actionneur sont considérés (Perte d'efficacité, Perte de la précision, Biais et la déviation).

Tableau 2.6

Comparaison des performances

Comparaison	$[Khebbache-15]$	$[Chun-13]$	**Schéma proposé**	**Remarque(s)**
La technique utilisée	Backstepping + mode glissant	Réseau de neurone+ mode glissant	Backstepping robuste + logique floue	Convergence de l'erreur de poursuite vers l'origine, contrairement aux autres travaux.
Terme de robustesse	N'est pas considéré	$H2$ Techniques	Considéré	Palier les erreurs d'approximation et les défauts de capteur, contrairement aux autres travaux.
Simulation	Quadrirotor	Quadrirotor	Quadrirotor	/
Trajectoire de référence	**Poursuite :** $\begin{bmatrix} \mathbf{0.17}sin(\mathbf{0.31}t), \\ \mathbf{0.34}sin(\mathbf{0.31}t), \\ \mathbf{0.52}sin(\mathbf{0.31}t) \end{bmatrix}$	**Régulation :** $[\mathbf{0},\mathbf{0},\mathbf{0}]$	**Poursuite :** $[sin(t), sin(t), sin(t)]$	L'amplitude de la référence est de $1rad$, contrairement aux autres travaux où l'amplitude est limitée de $0.34rad$.
Défauts d'actionneur	N'est pas considéré	Seulement (**Perte d'efficacité**) avec un taux de (**50**%, **40**%, **70**%)	Quatre types de défauts sont considérés **1. Perte d'efficacité** $(75\%, 75\%, 75\%)$ **2. Perte de la précision** $(N.M)$ $(0.0087rect(0.94t), 0.0087rect(0.94t), 0.0087rect(0.94t))$ **3. Déviation** $(0.07, 0.07, 0.07)$ **4. Biais** $(N.M)$ $(0.005, 0.005, 0.005)$	Contrairement aux autres travaux, quatre types de défauts sont considérés, ce qui prouve la puissance et la précision du schéma de commande proposé.

Défauts capteur	Quatre types des défauts sont considérés seulement pour la vitesse angulaire **1. Perte d'efficacité** $(70\%, 70\%, 70\%)$ pour $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ **2. Perte de la précision** (rad/s) $(0.087rect(0.94t)$, $0.087rect(0.94t)$, $0.087rect(0.94t))$ Pour $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ **3. Déviation** (rad/s) $(0.005, 0.005, 0.005)$ Pour $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ **4. Biais** (rad/s) $(0.052, 0.052, 0.052)$ Pour $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$	N'est pas considéré	Quatre types des défauts sont considérés pour la vitesse angulaire et l'angle **1. Perte d'efficacité** $(95\%, 95\%, 95\%)$ pour (ϕ, θ, ψ) et $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ **2. Perte de la précision** $(rad, rad/s)$ $(0.0087rect(0.94t)$, $0.0087rect(0.94t)$, $0.0087rect(0.94t))$ Pour (ϕ, θ, ψ)et $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ **3. Déviation** $(0.78, 0.78, 0.78)$ pour(ϕ, θ, ψ) et $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$ **4. Biais** $(rad, rad/s)$ $(0.052, 0.052, 0.052)$ Pour (ϕ, θ, ψ)et $(\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$	Contrairement aux autres travaux (un seul capteur en défauts), quatre types de défauts sont considérés pour la position angulaire et la vitesse angulaire, ce qui prouve la puissance et la précision du schéma de commande proposé.

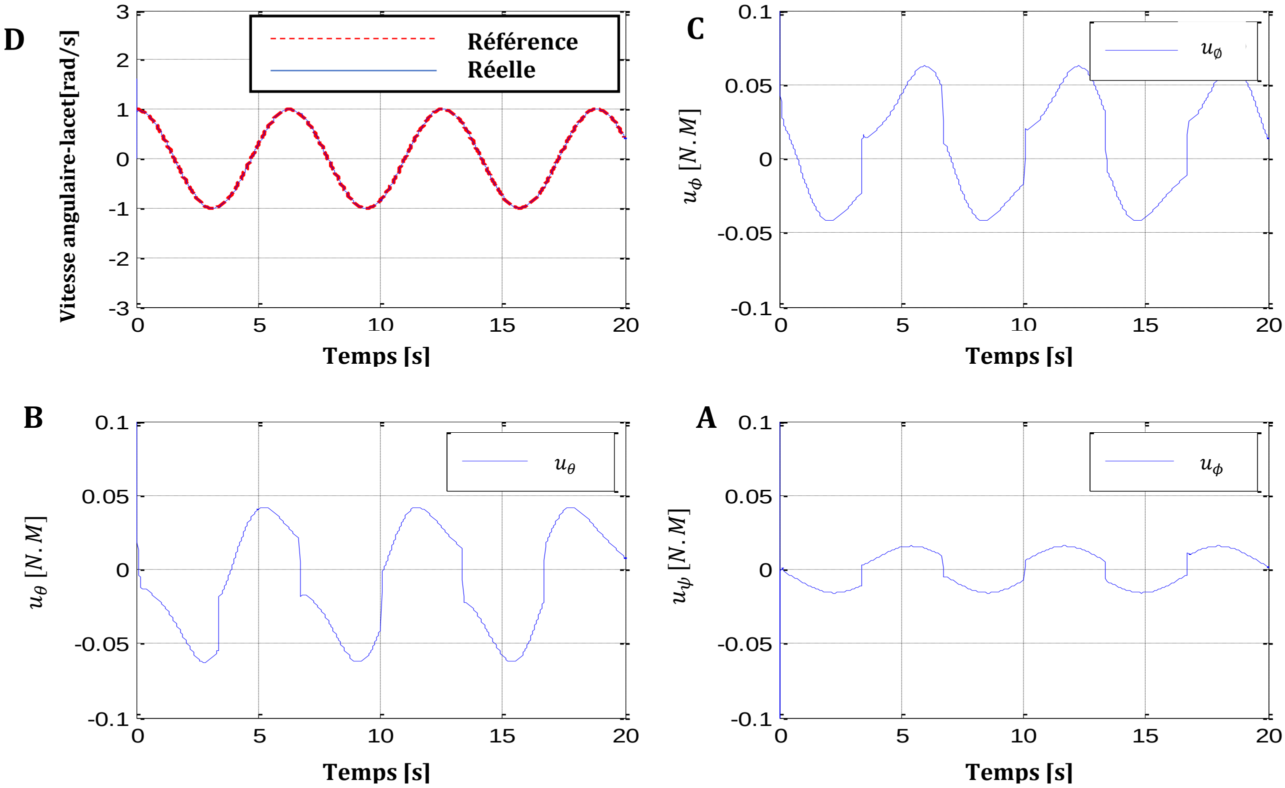
Dans **Figure 2.8.*L***, **Figure 2.8.*K***, et **Figure 2.8.*J***, on peut voir la bonne poursuite entre les trajectoires désirées $(\boldsymbol{\phi_d}, \boldsymbol{\theta_d}, \boldsymbol{\psi_d})$ et les angles d'Euler $(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$, tandis que **Figure 2.8.*I***, **Figure 2.8.*H***, et **Figure 2.8.*G*** présentent les erreurs de poursuite correspondante. **Figure 2.8.*F***, **Figure 2.8.*E***, et **Figure 2.8.*D*** donnent les vitesses angulaires d'Euler. Les signaux de commande du Quadrirotor $(\boldsymbol{u_\phi}, \boldsymbol{u_\theta}, \boldsymbol{u_\psi})$ sont représentés par in **Figure 2.8.*C***, **Figure 2.8.*B***, et **Figure 2.8.*A***. Les signaux de commande obtenus sont lisses. En outre, le phénomène de chattering est minimisé à cause du terme de robustesse proposé qui contient la fonction exponentielle au lieu de la fonction signe.

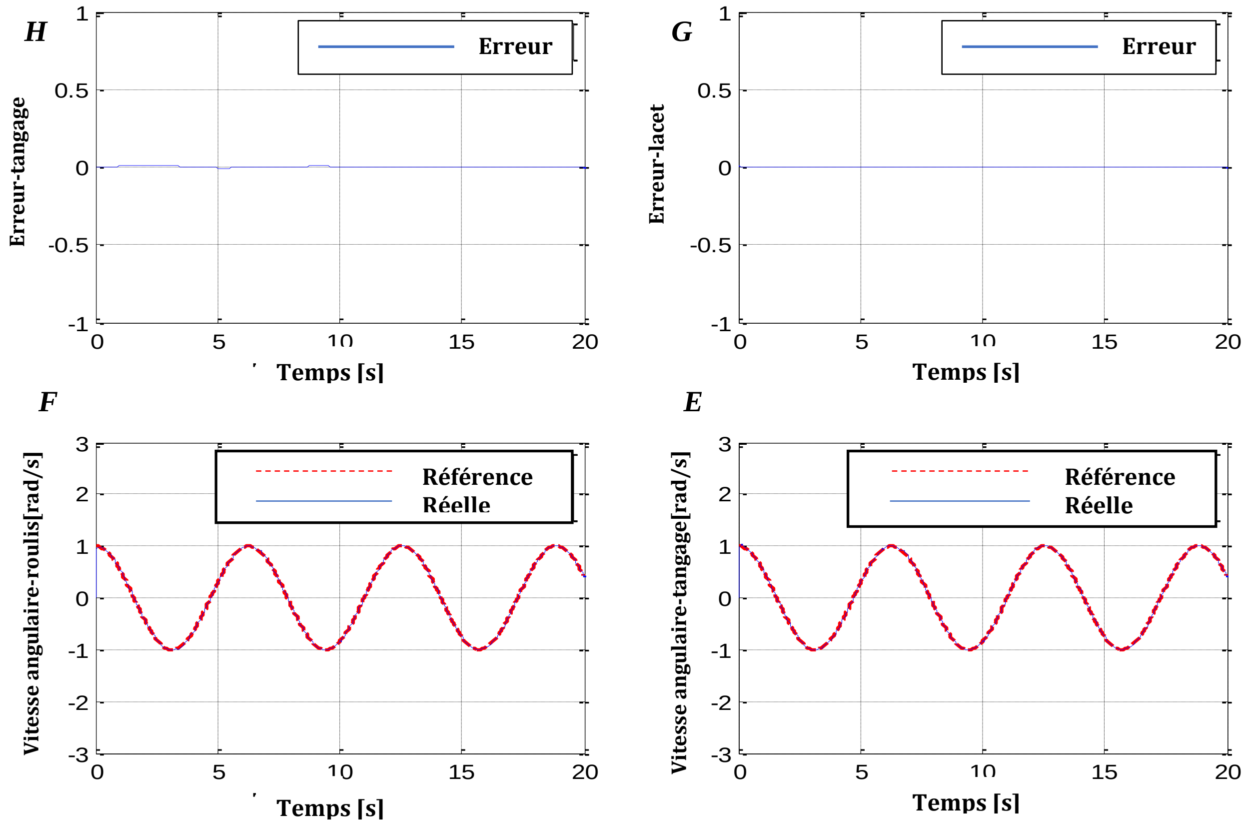
Dans le dernier cas, les défauts d'actionneur et de capteur sont appliquées en même temps à partir de $\boldsymbol{T_f \geq 8s}$

Dans **Figure 2.9.*L***, **Figure 2.9.*K***, et **Figure 2.9.*J***, nous pouvons voir la bonne poursuite entre les trajectoires désirées $(\boldsymbol{\phi_d}, \boldsymbol{\theta_d}, \boldsymbol{\psi_d})$ et les angles d'Euler $(\boldsymbol{\phi}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\psi})$, tandis que

Figure 2.9.*I*, **Figure 2.9.*H***, et **Figure 2.9.*G*** présentent les erreurs de poursuite correspondante. **Figure 2.9.*F***, **Figure 2.9.*E***, et **Figure 2.9.*D*** donnent les vitesses angulaires d'Euler. Les signaux de commande du quadrirotor ($\boldsymbol{u_\phi}, \boldsymbol{u_\theta}, \boldsymbol{u_\psi}$) sont représentés par in **Figure 2.9.*C***, **Figure 2.9.*B***, et **Figure 2.9.*A***. Les signaux de commande obtenus sont lisses. En outre, le phénomène de **chattering** est minimisé à cause du terme de robustesse proposé qui contient la fonction exponentielle au lieu de la fonction signe.

- Le premier cas : sans défauts (**Figure 2.6. A-L**)
- Le deuxième cas : avec la présence des défauts de capteurs (**Figure 2.7. A-L**)
- Le troisième cas : avec défauts d'actionneurs (**Figure 2.8. A-L**)
- Le dernier cas : avec les défauts de capteurs et d'actionneurs (**Figure 2.9. A-L**)


D
C
B
A
Vitesse angulaire-lacet[rad/s]
Référence
Réelle
u_ϕ [N.M]
u_θ [N.M]
u_ψ [N.M]
u_θ
u_ϕ
Temps [s]


H
G
F
E
Erreur-tangage
Erreur-lacet
Erreur
Vitesse angulaire-roulis[rad/s]
Vitesse angulaire-tangage[rad/s]
Référence
Réelle
Temps [s]

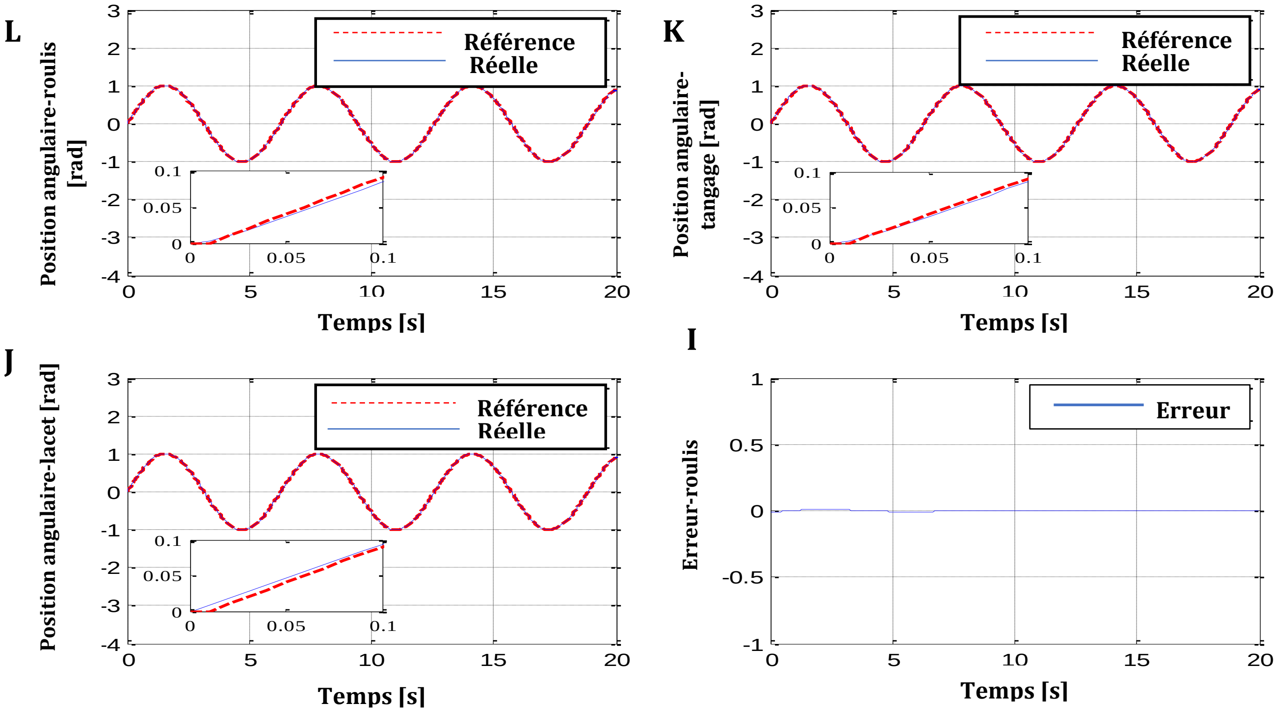
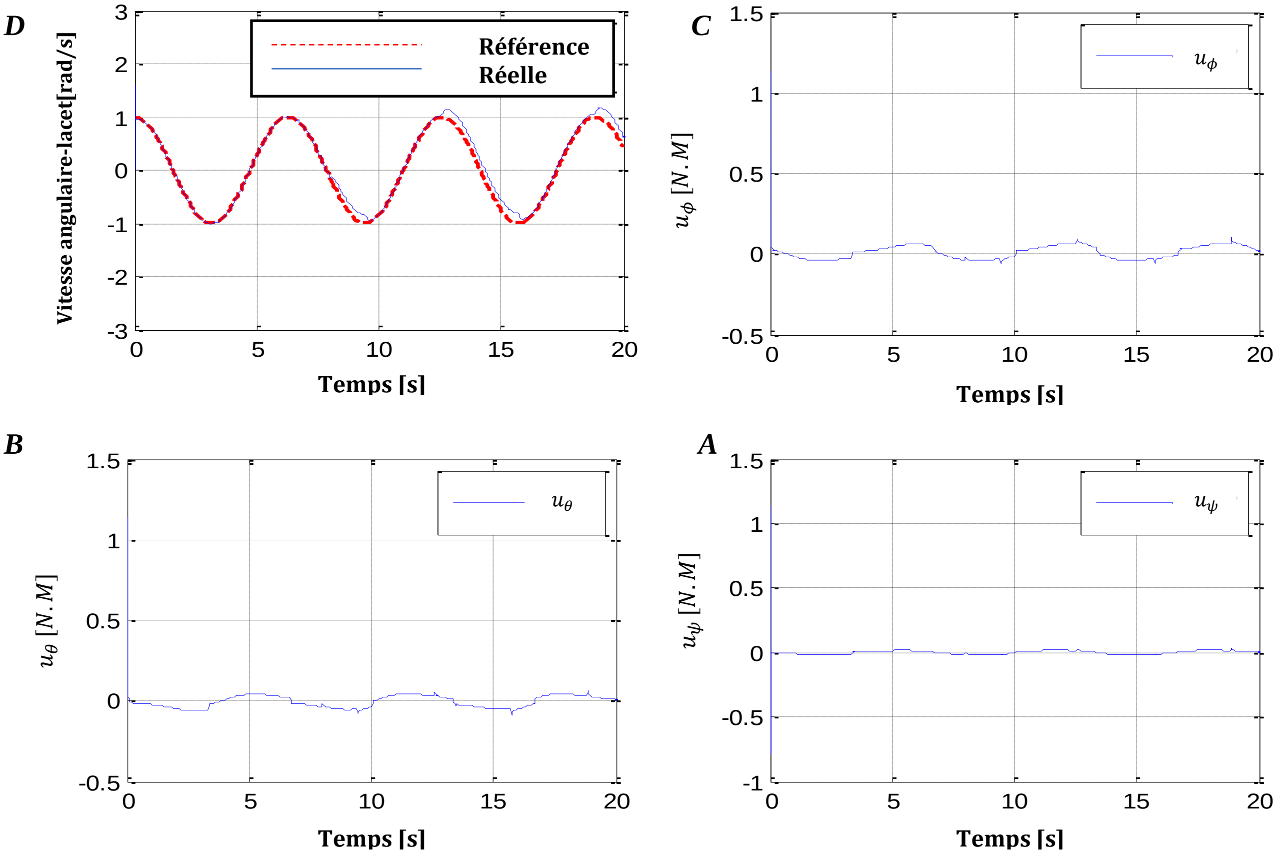


Figure 2.6 *L'évolution du Quadrirotor sans défauts* ***(L), (K), (J)*** *La trajectoire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(I), (H), (G)*** *L'erreur de poursuite pour le Roulis, Tangage et Lacet respectivement;* ***(F), (E), (D)*** *La trajectoire de la vitesse angulaire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(C), (B), (A)*** *signale de commande u_{ϕ}, u_{θ} et u_{ψ}.*



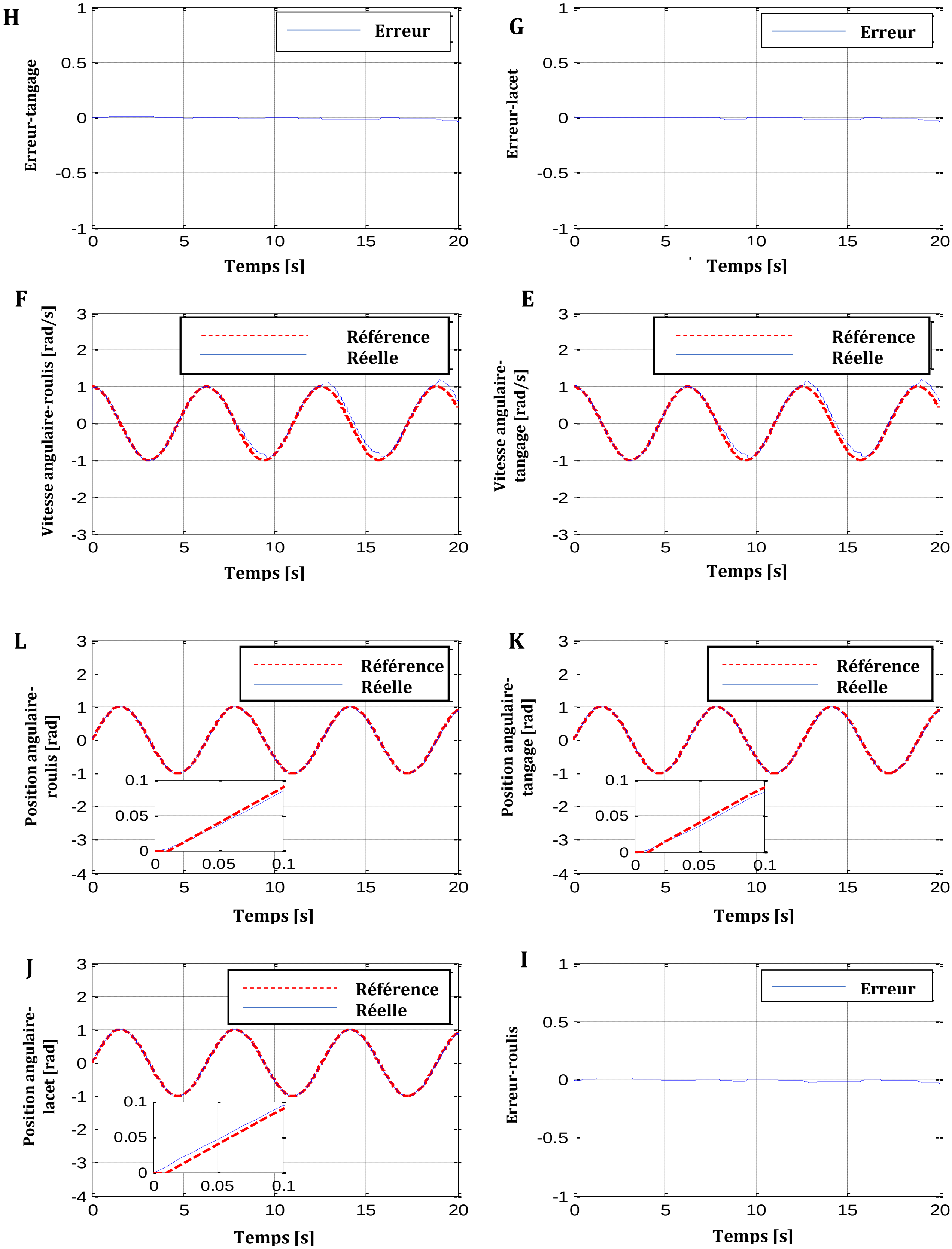
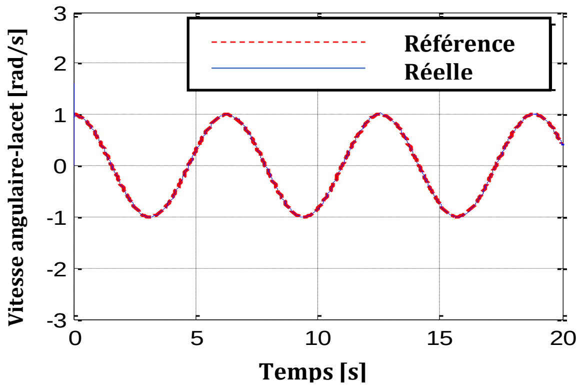
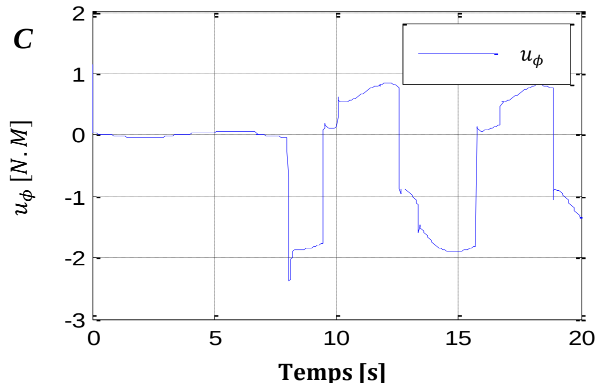


Figure 2.7 *L'évolution du Quadrirotor avec défauts de capteurs.* ***(L), (K), (J)*** *La trajectoire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(I), (H), (G)*** *L'erreur de poursuite pour le Roulis, Tangage et Lacet respectivement;* ***(F), (E), (D)*** *La trajectoire de la vitesse angulaire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(C), (B), (A)*** *signale de commande u_ϕ, u_θ et u_ψ.*

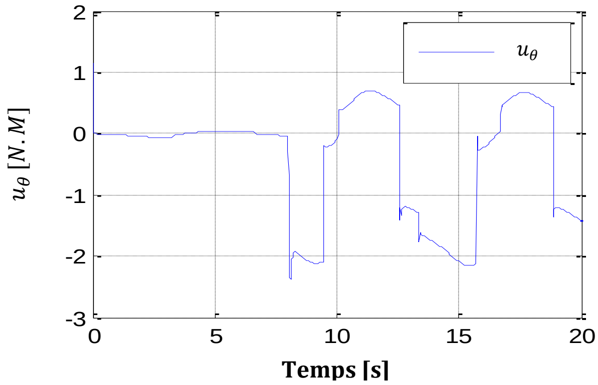
D


Référence
Réelle
Vitesse angulaire-lacet [rad/s]
Temps [s]

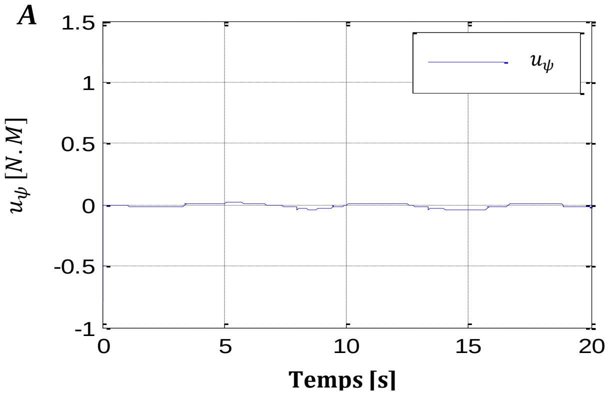
C


u_ϕ
u_ϕ [N.M]
Temps [s]

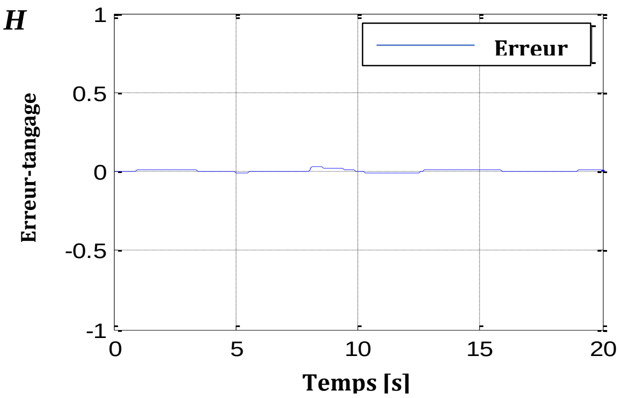
B


u_θ
u_θ [N.M]
Temps [s]

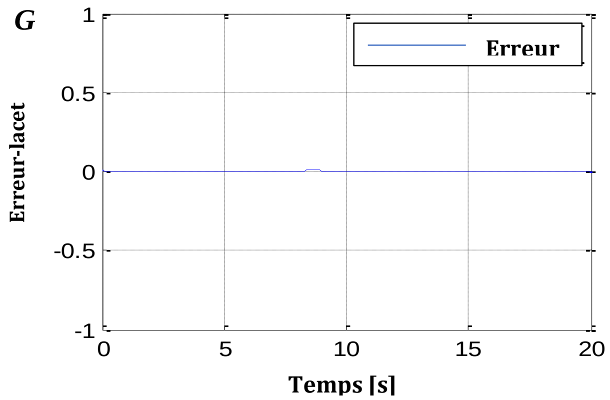
A


u_ψ
u_ψ [N.M]
Temps [s]

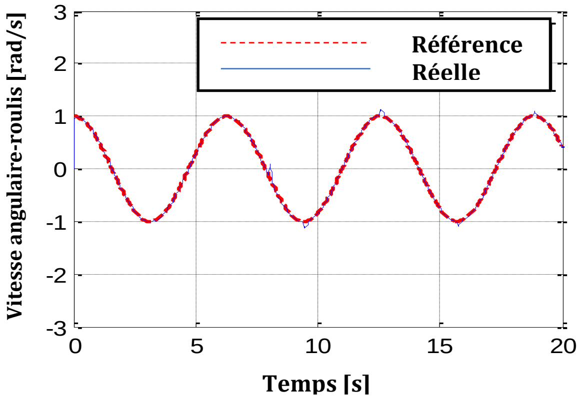
H


Erreur
Erreur-tangage
Temps [s]

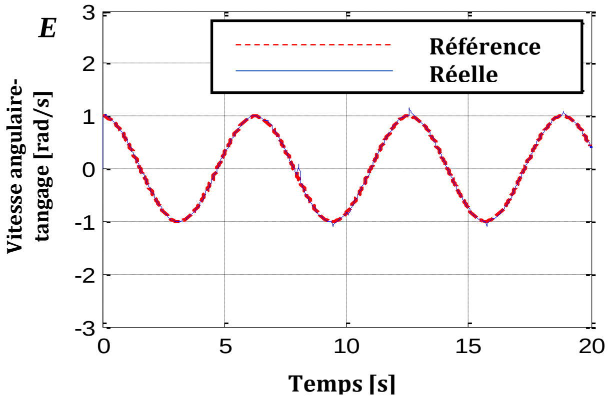
G


Erreur
Erreur-lacet
Temps [s]

F


Référence
Réelle
Vitesse angulaire-roulis [rad/s]
Temps [s]

E


Référence
Réelle
Vitesse angulaire-tangage [rad/s]
Temps [s]

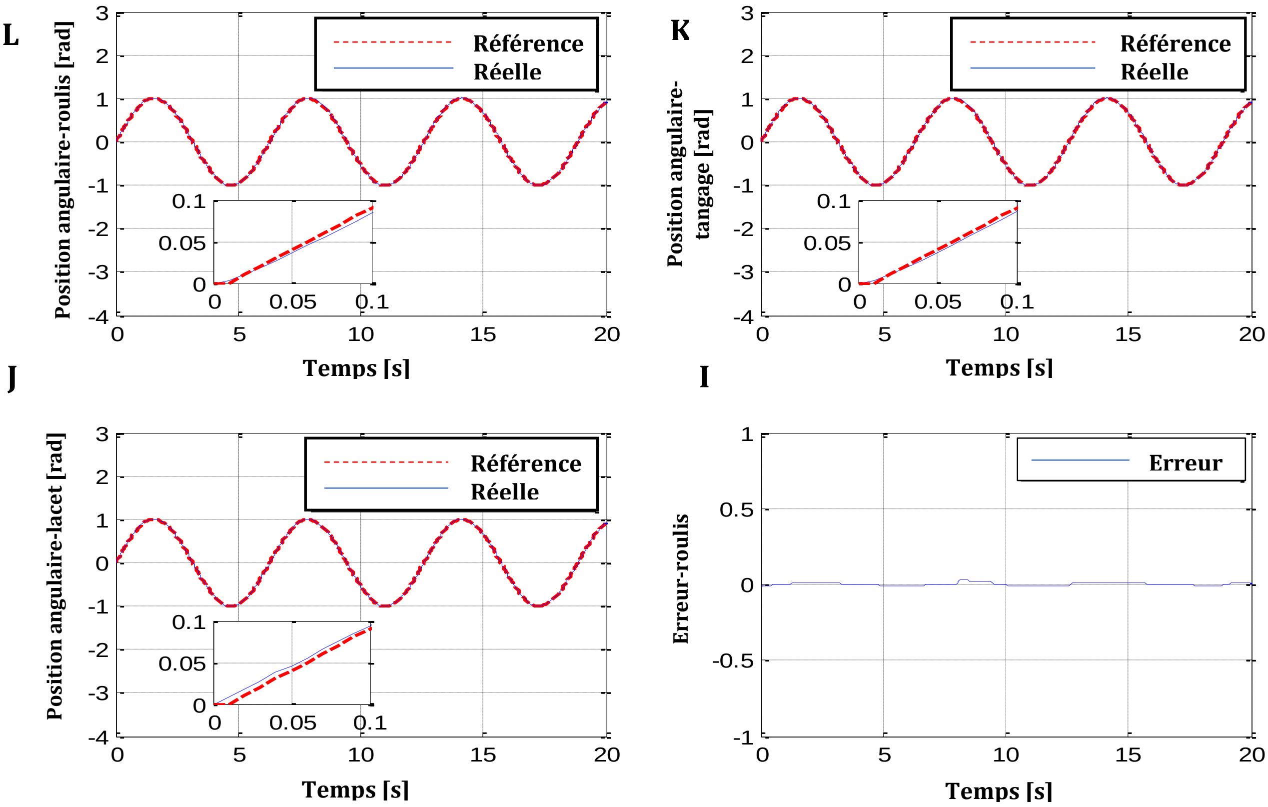
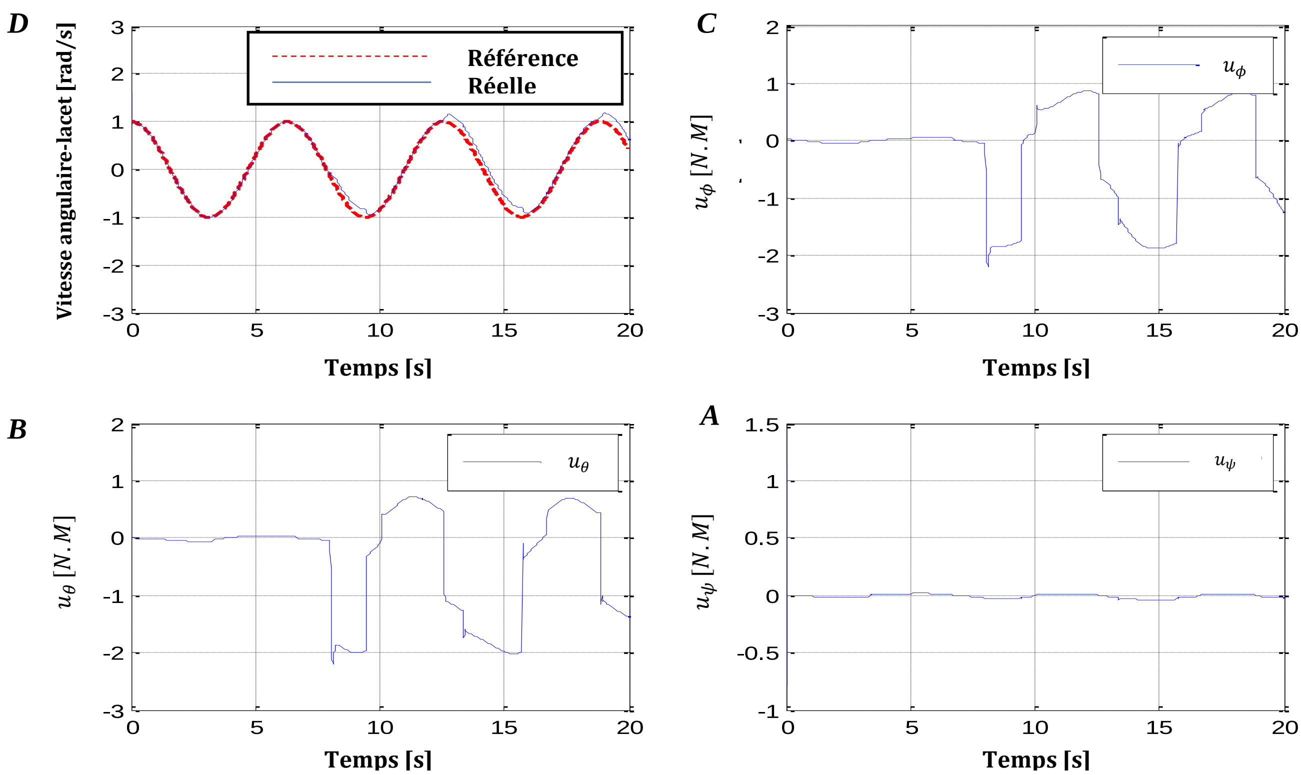


Figure 2.8 *L'évolution du Quadrirotor avec défauts d'actionneurs.* ***(L), (K), (J)*** *La trajectoire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(I), (H), (G)*** *L'erreur de poursuite pour le Roulis, Tangage et Lacet respectivement;* ***(F), (E), (D)*** *La trajectoire de la vitesse angulaire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(C), (B), (A)*** *signale de commande u_ϕ, u_θ et u_ψ.*



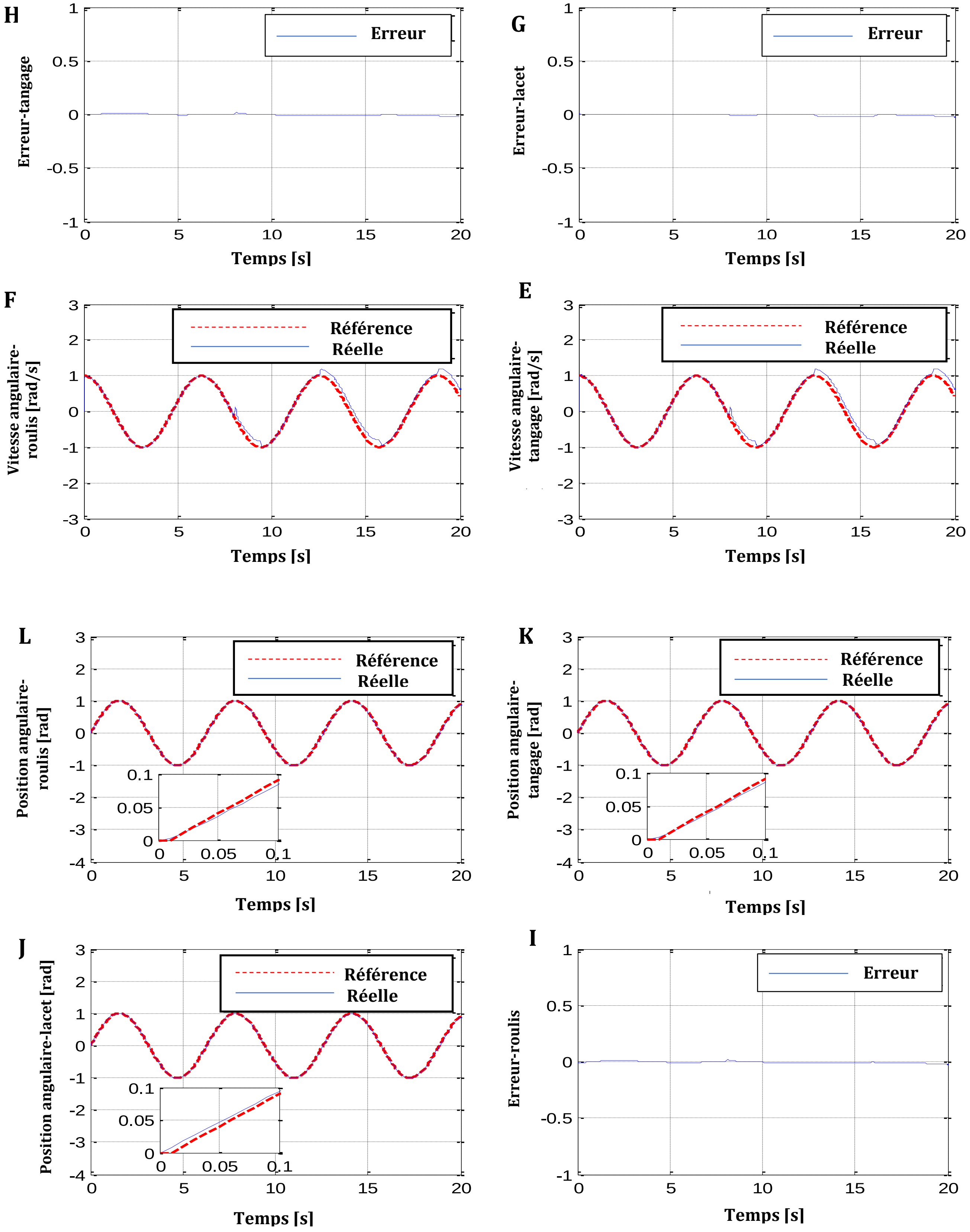


Figure 2.9 *L'évolution du Quadrirotor avec défauts de capteurs et d'actionneurs.* ***(L), (K), (J)*** *La trajectoire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(I), (H), (G)*** *L'erreur de poursuite pour le Roulis, Tangage et Lacet respectivement;* ***(F), (E), (D)*** *La trajectoire de la vitesse angulaire de Roulis, Tangage et Lacet respectivement: réelle (Ligne bleue); Référence (Ligne rouge);* ***(C), (B), (A)*** *signale de commande u_ϕ, u_θ et u_ψ*

2.7 Conclusion

Dans ce deuxième chapitre, nous avons focalisé notre travail sur la commande adaptative indirecte floue des systèmes non linéaires monovariables et multivariables. Une description générale sur les systèmes floues est donnée dans ce chapitre. En se basant sur la transformation d'une représentation canonique sous forme d'une représentation strict-feedback. Cette représentation est une conséquence directe de l'addition des différents défauts (défauts capteur et défauts actionneur). Ces défauts sont résumés dans les **Tableaux. (2.1-2.2)**.

Après avoir fait une représentation strict-feedback, nous avons construit une loi de commande adaptative indirecte par les systèmes flous par un mixage de la technique backstepping avec la logique floue.

Notre schéma de commande proposé consiste à approximer les fonctions non linéaires inconnues par l'intermédiaire de la logique floue utilisée. Dans l'ensemble, deux lois de commande sont placées pour assurer la stabilité et la poursuite vis-à-vis l'occurrence des défauts considérés au préalable, la première loi de commande est considérée comme adaptative, contrairement à la deuxième loi de commande qui est considérée comme une loi de commande robuste. Pour pallier le problème des erreurs d'approximation dus à l'utilisation de la logique floue, un autre système d'approximation est établi. Par ailleurs, l'algorithme de projection est évité par le biais de l'inverse régularisé au lieu de l'inverse directe basé sur l'estimé du gain de commande car cet algorithme nécessite la connaissance des bornes des paramètres optimaux des deux systèmes flous, qui ne sont pas toujours faciles à obtenir.

Finalement, une simulation sur le modèle dynamique d'un Quadrirotor prouve l'efficacité et la fiabilité du schéma de commande développé, avec plusieurs scenarios qui contiennent des tests sans défauts et avec l'occurrence des défauts.

Chapitre 3

La commande adaptative tolérante aux défauts floue par le gain de Nussbaum

Table des Matières

Chapitre 3

La commande adaptative tolérante aux défauts floue par le gain de Nussbaum

Dans ce chapitre nous allons développer un schéma de commande adaptatif flou tolérant aux défauts des systèmes multivariables **(MIMO)** par le gain de Nussbaum avec la considération des défauts d'actionneur. Ce schéma consiste à rapprocher la dynamique non linéaire du système par les systèmes flous de type **Takagi-sugeno** (voir le **chapitre. 1**) à conclusion constante $[\boldsymbol{Wang-94}]$, $[\boldsymbol{Ordoner-99}]$, $[\boldsymbol{Chang-00}]$, $[\boldsymbol{Tong-00}]$, $[\boldsymbol{Labiod-05}]$, $[\boldsymbol{Essounbouli-06}]$, $[\boldsymbol{Labiod-06}]$, $[\boldsymbol{Isermann-11}]$, $[\boldsymbol{Liu-17}]$, $[\boldsymbol{Li-13}]$, $[\boldsymbol{Sun-14}]$.

Dans ces travaux, la direction du gain de commande est supposée connue. Cette hypothèse est nécessaire pour la synthèse du contrôleur. Il est à noter que sans cette hypothèse la synthèse du contrôleur devient une tâche difficile, à cause de la direction inconnue. Pour résoudre le problème de la méconnaissance de la direction du gain de commande, les auteurs $[\boldsymbol{Nussbaum-83}]$, $[\boldsymbol{Ye-98}]$, $[\boldsymbol{Ge-04}]$, $[\boldsymbol{Liu-06}]$, $[\boldsymbol{Zhang-07}]$, $[\boldsymbol{Liu-08}]$, $[\boldsymbol{Boulkroune-10}]$, $[\boldsymbol{Chen-10}]$, utilisent la fonction de Nussbaum dans le désigne de la loi de commande pour les systèmes linéaires et non linéaires.

Dans ce chapitre, la loi de commande globale basée sur la logique floue **(FLS)** et le gain de Nussbaum est composée par de deux termes : le premier est adaptatif conçu pour contourner les problèmes des non linéarités du système et aussi les défauts d'actionneur ; le deuxième est un terme de robustesse conçu pour pallier les problèmes des erreurs d'approximation et les perturbations externes. Les paramètres ajustables des conclusions des systèmes flous sont mis à jour par des algorithmes d'adaptations inspirées de l'étude de la stabilité par l'approche de **Lyapunov**. Dans ce chapitre on suppose qu'on ne connait pas la direction du gain de commande, contrairement au **chapitre. 2**, où nous avons supposé que le gain de commande soit de signe connu par le biais d'une hypothèse introduite au préalable. Alors l'utilisation du gain de Nussbaum s'avère nécessaire pour modifier la loi de commande.

Ce chapitre sera organisé par une position de problème pour connaitre l'objectif du travail avec l'introduction des défauts d'actionneur considérés suivi d'un développement du schéma de commande avec l'utilisation du gain de Nussbaum, où nous testerons l'efficacité du schéma de commande proposé par une simulation sur le système non linéaire d'un double-pendule inversé. Par la suite, nous conclurons ce chapitre par les résultats obtenus.

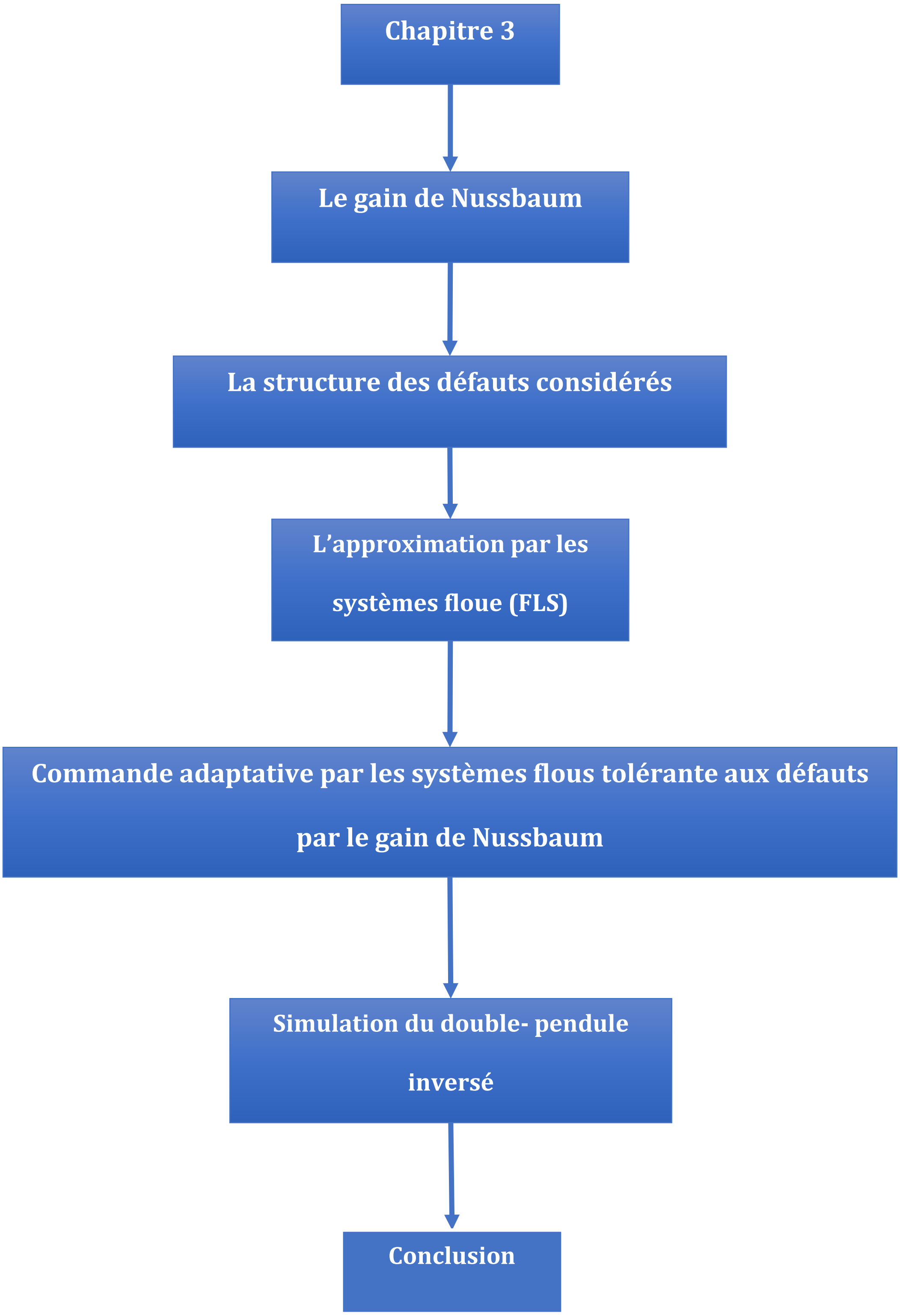


Figure 3.1 *Plan du chapitre 3*

3.1 La commande adaptative indirecte par les systèmes flous

3.1.1 Position du problème

Considérons la classe des systèmes non linéaires multivariables **MIMO** de la forme suivante [$\boldsymbol{Khebbache-15}$], [$\boldsymbol{Bounemeur-18}$], [$\boldsymbol{Khebbache-18}$] :

$$\sum_i : \begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} = x_{i,3} \\ \quad \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = f_i(x) + g_i(x)u_i + d_i(t), \qquad i = 1,2,\dots,q;\ \ j = 1,2,\dots,n_i \\ y_i = x_{i,1} \end{cases} \tag{3.1}$$

avec $x = \left[x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n_1}, \dots, x_{q,1}, x_{q,2}, \dots, x_{q,n_q}\right]^T \epsilon \Re^n$ c'est le vecteur d'état mesurable; $u = \left[u_1, \dots, u_q\right]^T \in \Re^q$ c'est le vecteur de la commande; $d(t) = \left[d_1(t), d_2(t), \dots, d_q(t)\right]^T \epsilon \Re^q$ c'est le vecteur des perturbations externes $y \in \Re^p, p \leq n$ c'est le vecteur de sortie; $f_i, g_i, i = 1,2,\dots,q$ sont les fonctions non linéaires inconnues.

***Remarque* 3.1**

Le système présenté dans $\boldsymbol{eq.}(3.1)$ est libre des défauts d'actionneur. Cependant les systèmes réels sont généralement soumis à des défauts d'actionneur à cause des défauts de fabrication, défauts de transport de la puissance (**câble de puissance**), défauts d'air comprimé (**système pneumatique a vérin**) … etc. Donc, notre objectif majeur réside dans la synthèse d'un schéma de commande afin d'assurer que vecteur de sortie du système poursuit un vecteur de trajectoire désiré avec rapidité et précision avec la prise en charge des perturbations externes. De plus, ce schéma proposé doit réagir automatiquement avec les défauts d'actionneur tout en gardant les performances désirées (stabilité, poursuite et robustesse).

3.1.2 La forme des défauts

Dans ce travail, une loi de commande adaptative robuste avec une dynamique inconnue du système, trois défauts additifs pour les actionneurs (**Biais, déviation, Perte de la précision**), et un défaut multiplicatif (**Perte d'efficacité**). La forme mathématique des défauts considérés est donnée dans les tableaux suivants :

Tableau 3.1
Défauts d'actionneur

Actionneur	Type	Conditions	Appellation des défauts
$\boldsymbol{u_i(t)}$	$\boldsymbol{u_i(t)} + \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t)}$	$si\ \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t)}\ est\ une\ constante$	$(Biais)$
		$if\ \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t) = \lambda_i t}$, $\boldsymbol{0 < \lambda_i \ll 1}, pour\ tout\ \boldsymbol{t} \geq \boldsymbol{T_{fi}}$	$(Déviation)$
		$si\ \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t)}\ est\ une\ fonction\ non\ lineaire\ \ variant\ ave\ le\ temps\ et\ l'etat\ du\ system$	$(Perte\ de\ la\ précision)$
	$\boldsymbol{\rho_i(x,t) u_i(t)}$	$si\ \boldsymbol{\rho_i(x,t) = 1}$	$(efficacité\ totale)$
		$si\ \boldsymbol{\rho_i(x,t) = 0}\ pour\ tout\ \boldsymbol{t} \geq \boldsymbol{T_{fi}}$	$(Perte\ totale\ d'efficacité)$
		$si\ \boldsymbol{\rho_i(x,t)}\ est\ une\ fonction\ non\ lineaire\ \ variant\ ave\ le\ temps\ et\ l'etat\ du\ system\ avec\ \boldsymbol{\rho_i(x,t) \epsilon [0,1]}\ pour\ tout\ \boldsymbol{t} \geq \boldsymbol{T_{fi}}$	$(Perte\ d'efficacité)$

avec $\boldsymbol{T_{fi}}$ c'est le temps du défaut du i_{eme} actionneur $\boldsymbol{k_i \epsilon [\bar{k}_i, 1]}$, avec $\boldsymbol{\bar{k}_i > 0}$ c'est le minimum de l'efficacité d'actionneur.

3.2 La commande adaptative indirecte tolérante aux défauts par les systèmes flous

En se basant sur les définitions des défauts mentionnés ci-dessus, on peut écrire :

$$\boldsymbol{u_i(t) = \rho_i(x,t)u_i(t) + \bar{u}_i(x,t)} \qquad (3.2)$$

En remplaçant dans $\boldsymbol{eq.}$ $(\boldsymbol{3.1})$, on obtient

$$\sum\nolimits_i : \begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} = x_{i,3} \\ \quad \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = f_i(x) + g_i[\rho_i(x,t)u_i(t) + \bar{u}_i(x,t)] + d_i(t) \\ y_i = x_{i,1} \end{cases} \qquad (3.3)$$

Alors

$$\sum\nolimits_i : \begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} = x_{i,3} \\ \quad \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = f_i(x) + [g_i(\rho_i(x,t) - 1)u_i(t) + \bar{u}_i(x,t) + u_i(t)] + d_i(t) \\ y_i = x_{i,1} \end{cases} \qquad (3.4)$$

Finalement on aura la forme suivante :

$$\sum\nolimits_i : \begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} = x_{i,3} \\ \quad \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = f_i(x) + g_i u_i(t) + g_i[(\rho_i(x,t) - 1)u_i(t) + \bar{u}_i(x,t)] + d_i(t) \\ y_i = x_{i,1} \end{cases} \qquad (3.5)$$

On met $\boldsymbol{f_{ai}(x,u) = g_i[(\rho_i(x,t) - 1)u_i + \bar{u}_i(x,t)]}$, $\boldsymbol{eq.}$ $(\boldsymbol{3.5})$ prend la forme suivante :

$$\sum\nolimits_i : \begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} = x_{i,3} \\ \quad \vdots \\ \dot{x}_{i,j} = f_i(x) + g_i u_i(t) + f_{ai}(x,u) + d_i(t) \\ y_i = x_{i,1} \end{cases} \qquad (3.6)$$

Dans le présent chapitre, les hypothèses suivantes sont nécessaires pour le développement du schéma de commande.

$\boldsymbol{Hypoth\grave{e}se}\ \mathbf{3.1}$ **:** Les gains de commande $\boldsymbol{g_i(x)}$ sont différents de zéro pour tout $\boldsymbol{x}$ et de signes connus. Sans perte de généralité, il est supposé que $\boldsymbol{g_i(x) > g_{i0} > 0}$ avec $\boldsymbol{g_{i0}}$ des constantes inconnues.

$\boldsymbol{Hypoth\grave{e}se}\ \mathbf{3.2}$ **:** Le vecteur d'état x est mesurable.

$\boldsymbol{Hypoth\grave{e}se}\ \mathbf{3.3}$ **:** La trajectoire désirée $\boldsymbol{y_d \epsilon \Re^q}$ et ses dérivées jusqu'à l'ordre n sont connues et bornées.

$\boldsymbol{Hypoth\grave{e}se}\ \mathbf{3.4}$ **:** Les perturbations externes sont bornées par $|\boldsymbol{d_i}| \leq \boldsymbol{d_{0i}}$ avec $\boldsymbol{d_{0i}}$ sont des constantes positives inconnues

Dans cette section, la logique floue **FLS** est utilisée pour approximer les fonctions non linéaires avec les défauts d'actionneur considérés qui sont de nature variant dans le temps et avec les états du système. En se Basant sur ces approximations, une commande adaptative indirecte floue est synthétisée afin d'achever l'objectif de contrôle.

En premier lieu, les fonctions non linéaires avec les défauts d'actionneur et de capteur sont approximées à travers la région $\boldsymbol{\Omega_x}$ avec des systèmes flous de la forme (voir **chapitre.** $\mathbf{2}\ \boldsymbol{eq}.(\mathbf{2.7})$**).**

$$\begin{cases} \boldsymbol{f_i(x) = \hat{f}_i\left(x, \theta^*_{f_i}\right) + \varepsilon_{f_i}(x)} \\ \boldsymbol{g_i(x) = \hat{g}_i\left(x, \theta^*_{g_i}\right) + \varepsilon_{g_i}(x)} \\ \boldsymbol{f_{ai}(x) = \hat{f}_{ai}\left(x, \theta^*_{f_{ai}}\right) + \varepsilon_{f_{ai}}(x)} \end{cases} \qquad (\mathbf{3.7})$$

avec $\boldsymbol{\varepsilon_f(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_g(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{ai}}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{psi1}}(x)}$ et $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{si2}}(x)}$ représentent les erreurs d'approximation; $\boldsymbol{\theta^*_{f_i}}$ $\boldsymbol{\theta^*_{g_i}}$, $\boldsymbol{\theta^*_{f_{ai}}}$, $\boldsymbol{\theta^*_{f_{psi1}}}$et $\boldsymbol{\theta^*_{f_{si2}}}$ sont respectivement les paramètres optimaux qui minimisent les erreurs d'approximation $\boldsymbol{\varepsilon_{f_i}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{g_i}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{ai}}(x)}$, $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{psi1}}(x)}$ et $\boldsymbol{\varepsilon_{f_{si2}}(x)}$**.** Ces paramètres satisferont les équations suivantes :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}^*_{f_i} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\theta_{f_i}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{f}}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}_{f_i}) \right| \right\} \\ \boldsymbol{\theta}^*_{g_i} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\theta_{g_i}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}_{g_i}) \right| \right\} \\ \boldsymbol{\theta}^*_{f_{ai}} = \boldsymbol{arg} \min\limits_{\theta_{f_{ai}}} \left\{ \sup\limits_{x} \left| \boldsymbol{f}_{ai}(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{f}}_{ai}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}_{f_{ai}}) \right| \right\} \end{cases} \tag{3.8}$$

Notons que les paramètres optimaux $\boldsymbol{\theta}^*_{f_i}$, $\boldsymbol{\theta}^*_{g_i}$, et $\boldsymbol{\theta}^*_{f_{ai}}$sont des constantes artificielles inconnues introduites uniquement pour faire l'étude théorique de la stabilité de l'algorithme de commande. En fait, la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation des lois de commande adaptatives.

A partir de l'analyse ci-dessus on peut écrire

$$\begin{cases} \boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{f}}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}_{f_i}) = \boldsymbol{w}^T_{f_i}(\boldsymbol{x})\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_i}(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}_{g_i}) = \boldsymbol{w}^T_{g_i}(\boldsymbol{x})\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{g_i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{g_i}(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{f}_{ai}(\boldsymbol{x}) - \hat{\boldsymbol{f}}_{ai}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta}_{f_{ai}}) = \boldsymbol{w}^T_{f_{ai}}(\boldsymbol{x})\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{ai}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{f_{ai}}(\boldsymbol{x}) \end{cases} \tag{3.9}$$

avec

$\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_i} = \boldsymbol{\theta}^*_{f_i} - \boldsymbol{\theta}_{f_i}$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{g_i} = \boldsymbol{\theta}^*_{g_i} - \boldsymbol{\theta}_{g_i}$, et $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_{f_{ai}} = \boldsymbol{\theta}^*_{f_{ai}} - \boldsymbol{\theta}_{f_{ai}}$ sont les erreurs d'estimation paramétrique

Hypothèse **3.5**

Les erreurs d'approximation sont bornées comme suit :

$\left|\boldsymbol{\varepsilon}_{fi}(\boldsymbol{x})\right| \leq \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{fi}$, $\left|\boldsymbol{\varepsilon}_{gi}(\boldsymbol{x})\right| \leq \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{gi}$, et $\left|\boldsymbol{\varepsilon}_{f_{ai}}(\boldsymbol{x})\right| \leq \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{f_{ai}}$.

Où $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{fi}$, $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{gi}$, et $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{f_{ai}}$ sont des constantes positives inconnues.

Remarque **3.1**

Cette hypothèse est raisonnable puisque nous supposons que les systèmes flous utilisés pour l'approximation des fonctions inconnues possèdent la propriété d'approximateur universel.

3.2.1 Le gain de Nussbaum

Une fonction continue et dérivable $\boldsymbol{N(\tau)}$ définie sur $[\mathbf{0},\boldsymbol{\infty})$ est dite fonction (ou gain) de Nussbaum si elle vérifie

$$\lim_{v\to+\infty} \boldsymbol{sup}\left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{v}}\int_{\mathbf{0}}^{v} \boldsymbol{N(\tau)d\tau}\right)=+\infty$$

$$\lim_{v\to+\infty} \boldsymbol{inf}\left(\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{v}}\int_{\mathbf{0}}^{v} \boldsymbol{N(\tau)d\tau}\right)=-\infty$$

Ces propriétés sont exploitées dans la démonstration de stabilité.

Par exemple les fonctions continues :$\boldsymbol{\tau} \rightarrow \boldsymbol{e}^{\tau^2}\mathbf{cos}\left(\left(\frac{\pi}{2}\right)\boldsymbol{\tau}\right)$ $\boldsymbol{\tau} \rightarrow \boldsymbol{\tau}^{\mathbf{2}}\mathbf{cos}\,(\boldsymbol{\tau})$

Dans notre travail la fonction utilisée est $\boldsymbol{\tau}^{\mathbf{2}}\mathbf{cos}\,(\boldsymbol{\tau})$.

Lemme 3.1: $[\boldsymbol{Liu}-\mathbf{08}]$, soient $\boldsymbol{V}(.)$ et $\boldsymbol{\tau}(.)$ deux fonctions continues définies sur $[\mathbf{0},\boldsymbol{t_f})$ avec $\boldsymbol{V(t)} \geq \mathbf{0}, \forall \boldsymbol{t} \in [\mathbf{0},\boldsymbol{t_f})$;$N(.)$ est une fonction continue de type Nussbaum.

Si l'inégalité suivante est vérifiée pour $\forall \boldsymbol{t} \in [\mathbf{0},\boldsymbol{t_f})$:

$\boldsymbol{V(t)} \leq \boldsymbol{c_0} + \int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{t}}\left(\boldsymbol{g(\zeta)N\big(\tau(\zeta)\big)}+\boldsymbol{c_1}\right)\dot{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\zeta})\,\boldsymbol{d\zeta}$, avec $\boldsymbol{g(t)}$ prend ses valeurs entre l'intervalle fermé inconnu $\boldsymbol{I}=[\underline{\boldsymbol{g}},\overline{\boldsymbol{g}}]$ avec $\mathbf{0} \notin \boldsymbol{I}$;$\boldsymbol{c_1}$ est un nombre positif ; c_0 est un certain paramètre approprié, alors $\boldsymbol{V}(.)$, $\boldsymbol{\tau}(.)$ et $\int_{\mathbf{0}}^{\boldsymbol{t}}\left(\boldsymbol{g(\zeta)N\big(\tau(\zeta)\big)}+\boldsymbol{c_1}\right)\dot{\boldsymbol{\tau}}(\boldsymbol{\zeta})\,\boldsymbol{d\zeta}$ sont bornées sur l'intervalle $[\mathbf{0},\boldsymbol{t_f})$.

En se basant sur les approximations présentées ci-dessus, on propose la loi de commande définie par :

$$\boldsymbol{u_i}=\boldsymbol{u_{ic}}+\boldsymbol{u_{ir}} \qquad (\mathbf{3.10})$$

Cette loi de commande proposée est une sommation de deux termes : le premier est adaptatif $\boldsymbol{u_{ic}}$, il est introduit pour pallier les problèmes des fonctions non linéaires inconnues, défauts de capteur et défauts d'actionneur ; le deuxième est dit de robustesse $\boldsymbol{u_{ir}}$, il est conçu pour contourner les problèmes des erreurs d'approximation et les perturbations externes.

Le terme adaptatif est défini par l'équation suivante :

$$\boldsymbol{u_{ic}} = \frac{\widehat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x})}{\boldsymbol{\varepsilon_0} + \widehat{\boldsymbol{g}}_i{}^2(\boldsymbol{x})}\left(-\widehat{\boldsymbol{f}}_i(\boldsymbol{x}) - \widehat{\boldsymbol{f}}_{ai}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{y}_{di}^{(n)} + \boldsymbol{k}^T\boldsymbol{e}_i + \boldsymbol{\alpha}\widehat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{N}_i(\boldsymbol{\tau}_i)\boldsymbol{G}_i\right) \qquad (3.11)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon_0}$: une petite constante de valeur positive et $\boldsymbol{G_i} = \boldsymbol{e_i^T P_i B}$.

***Remarque* 3.2**

Pour garantir que la loi de commande adaptative $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{3.11})$ Reste toujours bien définie lorsque $\widehat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x})$ tend vers zéro, nous avons remplacé le terme $\widehat{\boldsymbol{g}}_i{}^{-1}(\boldsymbol{x})$ par le terme $\frac{\widehat{g}_i(x)}{\widehat{g}^2{}_i(x)+\varepsilon}$, qui peut etre consideré comme un inverse régulier de **Levenberg-Marquardt** appliqué à une fonction scalaire.

Le terme robuste $\boldsymbol{u_{ir}}$ est défini comme suit :

$$\boldsymbol{u_{ir}} = \boldsymbol{u_{rbi}}\boldsymbol{N}_i(\boldsymbol{\tau}_i) \qquad (3.12)$$

où

$$\boldsymbol{u_{rbi}} = \frac{\left|\boldsymbol{e}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}\right|\boldsymbol{\varphi}_i - \boldsymbol{\delta}_i^2}{\boldsymbol{e}_i^T\boldsymbol{P}_i\boldsymbol{B}} \qquad (3.13)$$

$$\boldsymbol{N}_i(\boldsymbol{\tau}_i) = \boldsymbol{\tau}_i^2\cos(\boldsymbol{\tau}_i) \qquad (3.14)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i = \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ui} + \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{gi}|\boldsymbol{u}_{ic} - \boldsymbol{\alpha}_i\boldsymbol{N}_i(\boldsymbol{\tau}_i)\boldsymbol{G}_i| + |\overline{\boldsymbol{u}}_i| \qquad (3.15)$$

$$\overline{\boldsymbol{u}}_i = \frac{\boldsymbol{\varepsilon_0}}{\boldsymbol{\varepsilon_0} + \widehat{\boldsymbol{g}}^2{}_i(\boldsymbol{x})}\left(-\widehat{\boldsymbol{f}}_i(\boldsymbol{x}) - \widehat{\boldsymbol{f}}_{ai}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{y}_{di}^{(n)} + \boldsymbol{k}^T\boldsymbol{e}_i + \boldsymbol{\alpha}\widehat{\boldsymbol{g}}_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{N}_i(\boldsymbol{\tau}_i)\boldsymbol{G}_i\right) \qquad (3.16)$$

$\widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{ui}, \widehat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{gi}$ sont les estimées des paramètres inconnus suivants :

$$\bar{\varepsilon}_{ui} = \bar{\varepsilon}_{fi} + d_{0i} + \bar{\varepsilon}_{f_{ai}}, \bar{\varepsilon}_{gi}$$

L'estimation des paramètres suit les lois d'adaptation suivantes :

$$\dot{\theta}_{fi} = -\gamma w_{fi}(x) e_i^T P_i B \tag{3.17}$$

$$\dot{\theta}_{fai} = -\gamma w_{fai}(x) e_i^T P_i B \tag{3.18}$$

$$\dot{\theta}_{gi} = -\gamma w_{gi}(x) e_i^T P_i B \left(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i) G_i\right) \tag{3.19}$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_{fu} = \gamma_\varepsilon \left| e_i^T P_i B \right| \tag{3.20}$$

$$\dot{\hat{\varepsilon}}_g = \gamma_\varepsilon \left| e_i^T P_i B \right| \left| u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i) G_i \right| \tag{3.21}$$

$$\dot{\tau}_i = e_i^T P_i B\, u_{rbi} + \alpha \left\| e_i^T P_i B \right\|^2 \tag{3.22}$$

$$\dot{\delta}_i = -\sigma_n \delta_i \tag{3.23}$$

où

$$\gamma > 0, \gamma_\varepsilon > 0, \sigma_n > 0, \delta_i(0) > 0$$

Le schéma proposé dans ce chapitre est résumé d'une façon claire et précise, pour que les lecteurs de cette thèse peuvent facilement comprendre la structure générale (voir la **Figure 3 .2)**

***Théorème* 3. 1**

Considérons le système $\boldsymbol{eq.}(3.6)$. Supposons que les ***hypothèses*** $[3.1 - 3.4]$ Sont satisfaites. La loi de commande définie par $\boldsymbol{eqs.}[(3.10) - (3.12)]$ avec les lois d'adaptation $\boldsymbol{eqs.}[(3.17) - (3.23)]$ garantissent les propriétés suivantes :

- La sortie du système, ses dérivées jusqu'à l'ordre $(n-1)$ et le signal de commande sont bornés :$y(t), \dot{y}(t), \dots, y^{n-1}(t)$,$u_i(t) \in L_\infty$.

- L'erreur de poursuite et ses dérivées convergent vers zéro, $e_i(t) \to 0$ quand $t \to \infty$ pour $i = 0, 1, \ldots n - 1$.

Démonstration

Pour atteindre les objectifs de la commande, une nouvelle commande adaptative tolérante aux défauts active basée sur le gain de **Nussbaum** a été développée pour le système $eq. (3.6)$, avec les procédures qui se suit :

Tableau 3.1
Étude comparative

Schéma de contrôle proposé	Autre schéma de contrôle	Références
Aucune information sur le modèle du défaut est nécessaire.	Besoin d'information sur le modèle du défaut	$[Xiao - 13]$, $[Xiao - 14a]$, $[Xiao - 14b]$
Aucune hypothèse est exigée sur les défauts	Hypothèse nécessaire sur les défauts, ce qui limite l'applicabilité du schéma de contrôle	$[Boulouma - 18]$, $[Khebbache - 15]$, $[Bounemeur - 18]$, $[Khebbache - 18]$
Quatre types de défauts variant dans le temps et l'état du système sont considérés	Un ou deux types de défauts variant dans le temps sont considérés	$[Naderi - 18]$, , $[Rodrigues - 14]$, $[Chun - 13]$
Aucune approximation des perturbations externes est nécessaire, car notre développement théorique nous permet d'éliminer ces perturbations.	Les perturbations externes sont considérées comme des systèmes exogènes neutres et stables, ou elles sont approximées. De plus la dérivée des perturbations est considérée bornée	$[Khebbache - 15]$, $[Han - 15]$, $[Yin - 16$
Notre contrôleur n'a pas besoin d'un module de détection et d'isolation (FDI), donc le temps consommé par la détection est évité	Besoin d'un module de détection et d'isolation **(FDI)**	$[Boskovic - 00]$, $[Rodrigues - 14]$
Le gain de commande est considéré comme une fonction non linéaire inconnue	Le gain de commande est considéré comme une simple constante sauf aux $[Khebbache - 15]$, $[Khebbache - 18]$.	$[Chun - 13]$, $[Shen - 14]$, $[Khebbache - 15]$, $[Khebbache - 18]$

Le signe du gain de commande est considéré inconnu	Le signe du gain de commande	$[\boldsymbol{Chun-13}]$, $[\boldsymbol{Shen-14}]$, $[\boldsymbol{Khebbache-15}]$, $[\boldsymbol{Khebbache-18}]$, $[\boldsymbol{Xiao-13}]$, $[\boldsymbol{Xiao-14a}]$, $[\boldsymbol{Xiao-14b}$
Aucune approximation du signe du gain de commande est nécessaire	Le signe du gain de commande est approximé	$[\boldsymbol{Labiod-16}]$

Premièrement, on considère l'erreur de poursuite comme suit :

$$\boldsymbol{e_i = y_{di} - y_i} \tag{3.24}$$

On prend la dérive de $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{3.24})$

$$\boldsymbol{e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - y_i^{(n)}}$$

$$\boldsymbol{= y_{di}^{(n)} - f_i(x) - g_i(x)u_i - f_{ai}(x)}$$

$$\boldsymbol{- d_i} \tag{3.25}$$

Ajoutant et soustrayant $\boldsymbol{\hat{f}_i(x)}$, $\boldsymbol{\hat{f}_{ai}(x)}$ et $\boldsymbol{\hat{g}_i(x)u_{ic}}$, $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{3.25})$ devient :

$$\boldsymbol{e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - f_i(x) + \hat{f}_i(x) - g_i(x)u_{ic} + \hat{g}_i(x)u_{ic} - \hat{g}_i(x)u_{ic} - \hat{f}_i(x) - g_i(x)u_{ir}}$$

$$\boldsymbol{- f_{ai}(x) - d_i + \hat{f}_{ai}(x) - \hat{f}_{ai}(x)} \tag{3.26}$$

$$\boldsymbol{e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - \left(f_i(x) - \hat{f}_i(x)\right) - \left(f_{ai}(x) - \hat{f}_{ai}(x)\right) - \left(g_i(x) - \hat{g}_i(x)\right)u_{ic} - \hat{g}_i(x)u_{ic}}$$

$$\boldsymbol{- \hat{f}_i(x) - g_i(x)u_{ir} - \hat{f}_{ai}(x) - d_i} \tag{3.27}$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{3.9})$ dans $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{3.27})$ on obtient

$$\boldsymbol{e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x) - w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}u_{ic} - \varepsilon_{gi}(x)u_{ic}}$$

$$\boldsymbol{- \hat{g}_i(x)u_{ic} - \hat{f}_i(x) - g_i(x)u_{ir} - \hat{f}_{ai}(x) - d_i} \tag{3.28}$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{3.11})$ dans $\boldsymbol{eq.}\,(\mathbf{3.28})$ on obtient

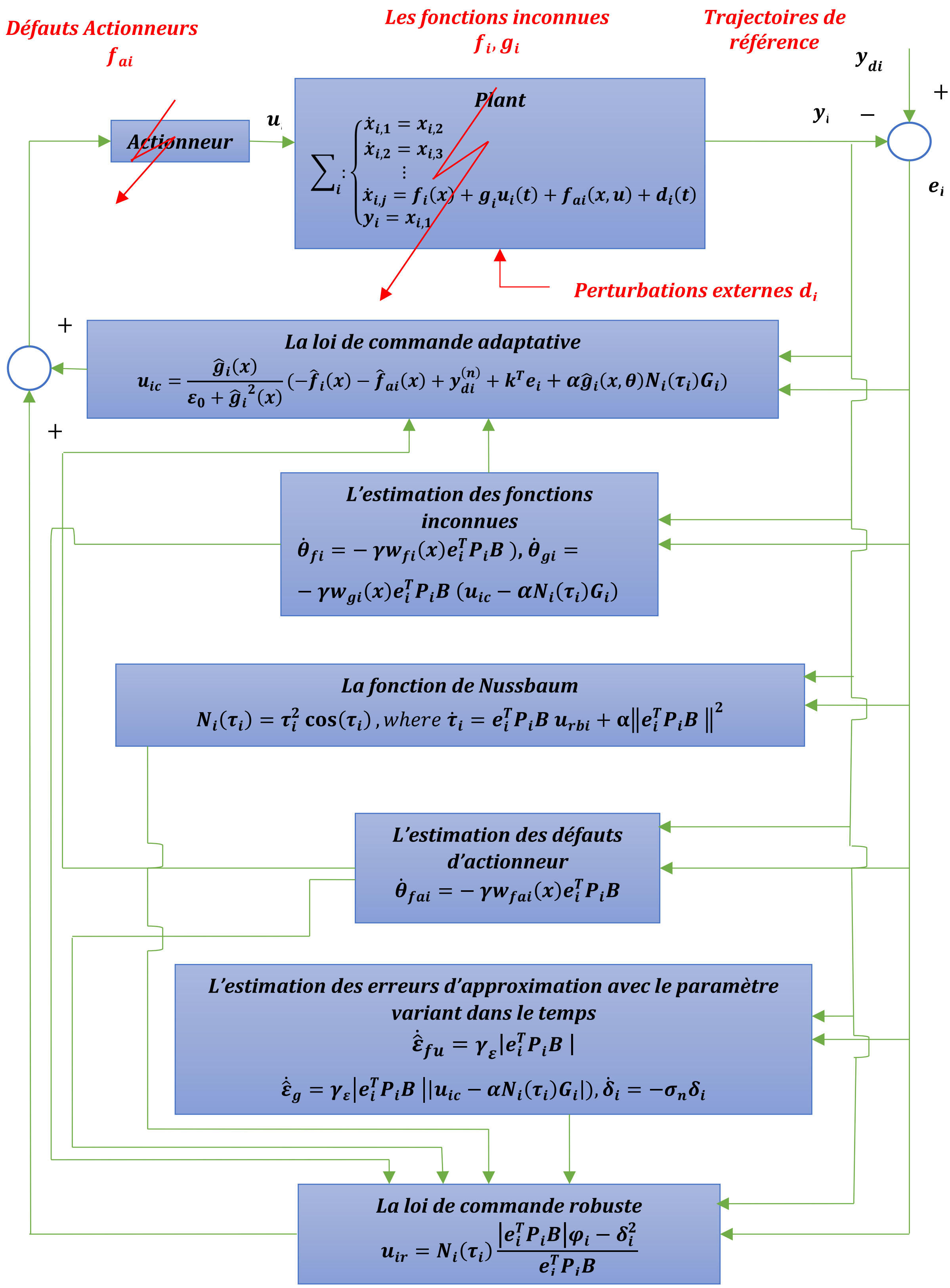


Figure 3.2 *Le schéma global de commande*

$$e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x) - w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}u_{ic} - \varepsilon_{gi}(x)u_{ic}$$
$$- \hat{g}_i(x)\left[\frac{\hat{g}_i(x)}{\varepsilon_0 + \hat{g}_i^{\,2}(x)}\left(-\hat{f}_i(x) - \hat{f}_{ai}(x) + y_{di}^{(n)} + k_i^T e_i + \alpha\hat{g}_i(x)N_i(\tau_i)G_i\right)\right]$$
$$- \hat{f}_i(x) - g_i(x)u_{ir} - \hat{f}_{ai}(x) - d_i \qquad (3.29)$$

Ajoutant et soustrayant $k_i^T e_i$ et $\alpha\hat{g}_i(x)N_i(\tau_i)G_i$ alors

$$e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x) - w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}u_{ic} - \varepsilon_{gi}(x)u_{ic}$$
$$+ \frac{\hat{g}_i^{\,2}(x)\hat{f}_i(x)}{\varepsilon_0 + \hat{g}_i^{\,2}(x)} + \frac{\hat{g}_i^{\,2}(x)\hat{f}_{ai}(x)}{\varepsilon_0 + \hat{g}_i^{\,2}(x)} - \frac{\hat{g}_i^{\,2}(x)y_{di}^{(n)}}{\varepsilon_0 + \hat{g}_i^{\,2}(x)} - \frac{\hat{g}_i^{\,2}(x)k^T e_i}{\varepsilon_0 + \hat{g}_i^{\,2}(x)}$$
$$- \frac{\hat{g}_i^{\,2}(x)(\alpha\hat{g}_i(x)N_i(\tau_i)G_i)}{\varepsilon_0 + \hat{g}_i^{\,2}(x)} - \hat{f}_i(x) - g_i(x)u_{ir} - \hat{f}_{ai}(x) - d_i + k_i^T e_i$$
$$- k_i^T e_i + \alpha\hat{g}_i(x)N_i(\tau_i)G_i - \alpha\hat{g}_i(x)N_i(\tau_i)G_i \qquad (3.30)$$

Utilisant $eq. (3.16)$, on obtient

$$e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x) - w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}u_{ic} - \varepsilon_{gi}(x)u_{ic}$$
$$+ \bar{u}_{i0} - g_i(x)u_{ir} - d_i - k_i^T e_i - \alpha\hat{g}_i(x)N_i(\tau_i)G_i \qquad (3.31)$$

Ajoutant et soustrayant $g_i(x)N_i(\tau_i)G_i$, $eq. (3.31)$ prend la forme suivante

$$e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x) - w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}u_{ic} - \varepsilon_{gi}(x)u_{ic}$$
$$+ \bar{u}_{i0} - g_i(x)u_{ir} - d_i - k_i^T e_i - \alpha\hat{g}_i(x)N_i(\tau_i)G_i + \alpha g_i(x)N_i(\tau_i)G_i$$
$$- \alpha g_i(x)N_i(\tau_i)G_i \qquad (3.32)$$

Avec quelques modifications, on obtient

$$e_i^{(n)} = y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x) - w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i)$$
$$- \varepsilon_{gi}(x)(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i) + \bar{u}_{i0} - g_i(x)u_{ir} - d_i - k_i^T e_i$$
$$- \alpha g_i(x)N_i(\tau_i)G_i \qquad (3.33)$$

Dans cette étape, on peut écrire la dynamique de l'erreur suivant la forme suivante :

$$\dot{e}_i(t) = A_i e_i(t)$$

$$+ B\Big[y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\widetilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\widetilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x)$$

$$- w_{gi}^T(x)\widetilde{\theta}_{gi}(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i) - \varepsilon_{gi}(x)(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i) + \overline{u}_{i0}$$

$$- g_i(x)u_{ir} - d_i - \alpha g_i(x)N_i(\tau_i)G_i\Big] \tag{3.34}$$

où

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -k_{n_i} & -k_{(n-1)_i} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & -k_{1_i} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Tant que $((|sI - A_i|) = s^{(n)} + k_{1_i}s^{(n-1)} + \cdots + k_{n_i}$ est stable (A_i $stable$), on sait qu'il existe une matrice symétrique définie positive P_i (n, n) unique qui satisfait l'équation de **Lyapunov** :

$$A_i^T P_i + P_i A_i^T = -Q_i \tag{3.35}$$

Où Q_i est une matrice symétrique arbitraire définie positive de dimensions (n, n).

Donc soit la fonction augmentée de **Lyapunov** suivante

$$V_i = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{q}({e_i}^T P_i e_i)^2 + \frac{1}{\gamma}\widetilde{\theta}^T{}_{fi}\widetilde{\theta}_{fi} + \frac{1}{\gamma}\widetilde{\theta}^T{}_{fai}\widetilde{\theta}_{fai} + \frac{1}{\gamma}\widetilde{\theta}^T{}_{gi}\widetilde{\theta}_{gi} + \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^2{}_{ui} + \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}^2{}_{gi}$$

$$+ \frac{1}{\sigma_n}\delta_i^2 \tag{3.36}$$

où

$$\gamma, \gamma_\varepsilon, \sigma_n > 0, \qquad \tilde{\varepsilon}_{ui} = \bar{\varepsilon}_{ui} - \hat{\varepsilon}_{ui}, \qquad \tilde{\varepsilon}_{gi} = \bar{\varepsilon}_{gi} - \hat{\varepsilon}_{gi}$$

La dérivée de la fonction augmentée de **Lyapunov** est donnée par :

$$\boldsymbol{V_i = \sum_{i=1}^{q} \frac{1}{2}\left(\dot{e}_i{}^T P_i e_i\right) + \frac{1}{2}(e_i{}^T P_i \dot{e}_i) - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{fi}^T \dot{\theta}_{fi} - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{fai}^T \dot{\theta}_{fai} - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{gi}^T \dot{\theta}_{gi} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui}}$$

$$\boldsymbol{- \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}_{gi} + \frac{1}{\sigma_n}\dot{\delta}_i \delta_i} \qquad (\mathbf{3.37})$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq.}$ ($\mathbf{3.34}$) dans $\boldsymbol{eq.}$ ($\mathbf{3.37}$), on obtient

$$\boldsymbol{\dot{V}_i = \sum_{i=1}^{q} \frac{1}{2} e_i^T \left(A_i^T P_i + P_i A_i^T\right) e_i}$$

$$\boldsymbol{+ e_i^T P_i B\Big[\, y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x)}$$

$$\boldsymbol{- w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i) - \varepsilon_{gi}(x)(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i) + \bar{u}_{i0}}$$

$$\boldsymbol{- g_i(x)u_{ir} - d_i - \alpha g_i(x)N_i(\tau_i)G_i\Big] - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{fi}^T \dot{\theta}_{fi} - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{fai}^T \dot{\theta}_{fai} - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{gi}^T \dot{\theta}_{gi}}$$

$$\boldsymbol{- \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}_{gi} + \frac{1}{\sigma_n}\dot{\delta}_i \delta_i} \qquad (\mathbf{3.38})$$

A partir de $\boldsymbol{eq.}$ ($\mathbf{3.35}$) on obtient

$$\boldsymbol{\dot{V}_i = \sum_{i=1}^{q} -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i}$$

$$\boldsymbol{+ e_i^T P_i B\Big[\, y_{di}^{(n)} - w_{f_i}^T(x)\tilde{\theta}_{f_i} - \varepsilon_{f_i}(x) - w_{f_{ai}}^T(x)\tilde{\theta}_{f_{ai}} - \varepsilon_{f_{ai}}(x)}$$

$$\boldsymbol{- w_{gi}^T(x)\tilde{\theta}_{gi}(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i) - \varepsilon_{gi}(x)(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i) + \bar{u}_{i0}}$$

$$\boldsymbol{- g_i(x)u_{ir} - d_i - \alpha g_i(x)N_i(\tau_i)G_i\Big] - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{fi}^T \dot{\theta}_{fi} - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{fai}^T \dot{\theta}_{fai} - \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}_{gi}^T \dot{\theta}_{gi}}$$

$$\boldsymbol{- \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}_{gi} + \frac{1}{\sigma_n}\dot{\delta}_i \delta_i} \qquad (\mathbf{3.39})$$

Qui peut être arranger comme suit

$$\boldsymbol{\dot{V}_i = \sum_{i=1}^{q} -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i - \alpha e_i^T P_i B g_i(x) N_i(\tau_i) G_i + \dot{V}_{i1} + \dot{V}_{i2}} \qquad (\mathbf{3.40})$$

où

$$\dot{V}_{i1} = \sum_{i=1}^{q} -\tilde{\theta}_{fi}^{T}\left(\frac{1}{\gamma}\dot{\theta}_{fi} + w_{fi}(x)e_i^T P_i B\right) - \tilde{\theta}_{fai}^{T}\left(\frac{1}{\gamma}\dot{\theta}_{fai} + w_{fai}(x)e_i^T P_i B\right)$$
$$- \tilde{\theta}_{gi}^{T}\left(\frac{1}{\gamma}\dot{\theta}_{gi} + e_i^T P_i B w_{gi}(x)(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i)\right) \quad (3.41)$$

Utilisant $\boldsymbol{eqs.}\,(3.17 - 3.19)$, $\boldsymbol{eq.}\,(3.41)$ sera simplifiée comme suit

$$\dot{V}_{i1} = 0 \quad (3.42)$$

$$\dot{V}_{i2} = \sum_{i=1}^{q} -e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} - e_i^T P_i B g_i \varepsilon_f(x) - e_i^T P_i B g_i \varepsilon_g(x)(u_c - \alpha N_i(\tau_i)G_i)$$
$$- e_i^T P_i B d_i + e_i^T P_i B \bar{u}_{i0} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{ui}\dot{\hat{\varepsilon}}_{ui} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\tilde{\varepsilon}_{gi}\dot{\hat{\varepsilon}}_{gi} + \frac{1}{\sigma_n}\dot{\delta}_i\delta_i \quad (3.43)$$

Utilisant $\boldsymbol{hypotheses}\,(3.4, 3.5)$, $\dot{V}_{i2}$ peut-être bornée par :

$$\dot{V}_{i2} \le \sum_{i=1}^{q} -e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} + e_i^T P_i B \bar{u}_{i0} + \left|e_i^T P_i B\right|\bar{\varepsilon}_{fai} + \left|e_i^T P_i B\right|\bar{\varepsilon}_{fi} + \left|e_i^T P_i B\right| d_i$$
$$+ \left|e_i^T P_i B(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i)\right|\bar{\varepsilon}_{gi} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\left(\bar{\varepsilon}_{fui} - \hat{\varepsilon}_{fui}\right)\dot{\hat{\varepsilon}}_{fui} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\left(\bar{\varepsilon}_{gi} - \hat{\varepsilon}_{gi}\right)\dot{\hat{\varepsilon}}_{gi}$$
$$+ \frac{1}{\sigma_n}\dot{\delta}_i\delta_i \quad (3.44)$$

Utilisant le fait que $\bar{\varepsilon}_{ui} = \bar{\varepsilon}_{fi} + d_{0i} + \bar{\varepsilon}_{f_{ai}}$, on obtient :

$$\dot{V}_{i2} \le \sum_{i=1}^{q} -e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} + e_i^T P_i B \bar{u}_{i0} + \left|e_i^T P_i B\right|\bar{\varepsilon}_{fui} + \left|e_i^T P_i B(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i)G_i)\right|\bar{\varepsilon}_{gi}$$
$$- \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\left(\bar{\varepsilon}_{fui} - \hat{\varepsilon}_{fui}\right)\dot{\hat{\varepsilon}}_{fui} - \frac{1}{\gamma_\varepsilon}\left(\bar{\varepsilon}_{gi} - \hat{\varepsilon}_{gi}\right)\dot{\hat{\varepsilon}}_{gi} + \frac{1}{\sigma_n}\dot{\delta}_i\delta_i \quad (3.45)$$

Remplaçant $\boldsymbol{eqs.}\,(3.20, 3.21, 3.23)$ dans $\boldsymbol{eq.}\,(3.45)$ on aura

$$\dot{V}_{i2} \leq \sum_{i=1}^{q} -e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} + e_i^T P_i B \bar{u}_{i0} + \left|e_i^T P_i B\right| \dot{\hat{\varepsilon}}_{fui} + \left|e_i^T P_i B(u_{ic} - \alpha N_i(\tau_i) G_i)\right| \dot{\hat{\varepsilon}}_{gi}$$
$$- \delta_i^2 \qquad (3.46)$$

Utilisant $eq.(3.15)$, $eq.(3.46)$ prend la forme suivante

$$\dot{V}_{i2} \leq \sum_{i=1}^{q} -e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} + \left|e_i^T P_i B\right| \varphi_i - \delta_i^2 \qquad (3.47)$$

Ajoutant et soustrayant $e_i^T P_i B u_{rbi}$, $eq.(3.47)$ sera donnée par

$$\dot{V}_{i2} \leq \sum_{i=1}^{q} -e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} + \left|e_i^T P_i B\right| \varphi_i - \delta_i^2 + e_i^T P_i B u_{rbi} - e_i^T P_i B u_{rbi} \qquad (3.48)$$

Remplaçant $eq.(3.13)$ on obtient

$$\dot{V}_{i2} \leq \sum_{i=1}^{q} -e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} + e_i^T P_i B u_{rbi} \qquad (3.49)$$

Basant sur les résultats obtenus dans $eqs.(3.42, 3.49)$, $\dot{V}_i$ peut-être bornée comme suit

$$\dot{V}_i \leq \sum_{i=1}^{q} -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i - \alpha e_i^T P_i B g_i(x) N_i(\tau_i) G_i - e_i^T P_i B g_i(x) u_{ir} + e_i^T P_i B u_{rbi} \qquad (3.50)$$

À partir de $eq.(3.12)$, on obtient

$$\dot{V}_i \leq \sum_{i=1}^{q} -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i - \alpha e_i^T P_i B g_i(x) N_i(\tau_i) G_i - e_i^T P_i B g_i(x) N_i(\tau_i) u_{rbi}$$
$$+ e_i^T P_i B u_{rbi} \qquad (3.51)$$

Basant sur le fait que $G_i = e_i^T P_i B$, donc, $\dot{V}$ peut prendre la forme suivante

$$\dot{V}_i \leq \sum_{i=1}^{q} -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i - g_i(x) N_i(\tau_i) \left(\alpha \left\|e_i^T P_i B\right\|^2 + e_i^T P_i B u_{rbi}\right) + e_i^T P_i B u_{rbi} \qquad (3.52)$$

Ajoutant et soustrayant $\alpha \left\|e_i^T P_i B\right\|^2$, $\dot{V}$ peut-être arrangée sous la forme suivante

$$\dot{V}_i \leq \sum_{i=1}^{q} -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i - g_i(x) N_i(\tau_i) \left(\alpha \left\| e_i^T P_i B \right\|^2 + e_i^T P_i B u_{rbi} \right) + e_i^T P_i B u_{rbi}$$

$$+ \alpha \left\| e_i^T P_i B \right\|^2 - \alpha \left\| e_i^T P_i B \right\|^2 \quad (3.53)$$

Remplaçant $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{3.22})$

$$\dot{V}_i \leq \sum_{i=1}^{q} -\frac{1}{2} e_i^T Q e_i - \left(\alpha \left\| e_i^T P_i B \right\|^2 \right) - g_i(x) \dot{\tau}_i N_i(\tau_i) + \dot{\tau}_i \quad (3.54)$$

avec $\alpha > 0$

Donc on peut avoir l'équation suivante

$$V_i(t) - V_i(0) \leq \int_0^t -(g_i(v) N_i(v) + 1) \dot{\tau}_i(v)\, dv \quad (3.55)$$

$\boldsymbol{Eq}.(\mathbf{3.55})$ peut-être simplifiée comme suit

$$V_i(t) \leq V_i(0) + \int_0^t -(g_i(v) N_i(v) + 1) \dot{\tau}_i(v)\, dv \quad (3.56)$$

Utilisant le $\boldsymbol{Lemme}$ $\mathbf{3.1}$, on peut conclure à partir de l'équation $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{3.56})$ la bornitude de $V_i(t)$, $N_i(t)$, et $\int_o^t -(g(v)N(v) + 1)\, \dot{\tau}(v)\ \ dv$ avec $t \to [0, t_f)$.

Selon $[Liu - 06]$, $[Liu - 08]$ $t_f \to \infty$. Donc , $\tilde{\theta}_{fi}(t)$, $\tilde{\theta}_{fai}(t)$, $e_i(t)$, $\tilde{\theta}_{gi}(t)$, $\hat{\varepsilon}_f(t)$, $\hat{\varepsilon}_g(t)$, $\delta_i(t)$, $x(t)$ et $u_i(t)$ sont bornés.de plus $e_i(t)$ est intégrable carrée et $\dot{e}_i(t)$ est bornée. En outre par l'utilisation du lemme de $\boldsymbol{Barbalat}$, en peut conclure la convergence asymptotique de $e_i(t)$.

3.3 Résultats de simulation

Dans cette partie et pour démontrer l'efficacité de la loi de commande adaptative floue, nous allons considérer le contrôle en poursuite d'un système de double-pendule inversé (voir **Figure 3.3**), définit par la dynamique non linéaire suivante [$\boldsymbol{Spooner-99}$], [$\boldsymbol{Chen-08}$], [$\boldsymbol{Khebbache-18}$] :

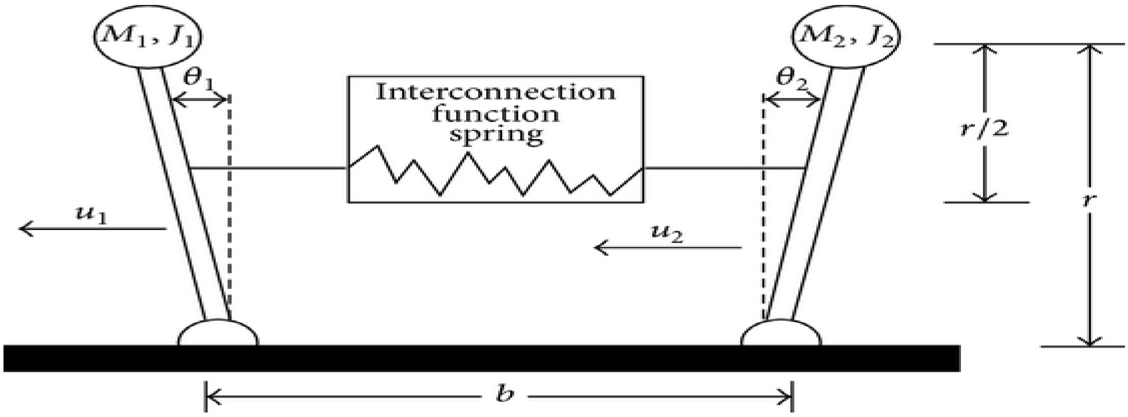


Figure 3.3 *Le schéma du double-pendule inversé*

$(x_{1,1}, x_{2,1}) = (\theta_1, \theta_2)$ sont les positions angulaires ; $(x_{1,2}, x_{2,2}) = (\dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2)$ sont les vitesses angulaires.

$$\begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} \\ \dot{x}_{1,2} = \left(\dfrac{m_1 g r}{j_1} - \dfrac{k r^2}{j_1}\right) sin(x_{1,1}) + \dfrac{kr}{2j_1}(l-b) + \dfrac{kr^2}{4j_1} sin(x_{2,1}) + \dfrac{1}{j_1} u_1(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} \\ \dot{x}_{2,2} = \left(\dfrac{m_2 g r}{j_2} - \dfrac{k r^2}{j_2}\right) sin(x_{2,1}) + \dfrac{kr}{2j_2}(l-b) + \dfrac{kr^2}{4j_2} sin(x_{1,1}) + \dfrac{1}{j_2} u_2(t) + d_2(t) \end{cases} \quad (3.56)$$

$\boldsymbol{m_1, m_2}$ La masse des pendules respectivement; $\boldsymbol{j_1, j_2}$ Les moments d'inertie ; $\boldsymbol{k}$ La constante du ressort de connexion entre les deux pendules ; $\boldsymbol{r}$ La hauteur du pendule ; $\boldsymbol{l}$ La longueur du ressort **;** $\boldsymbol{b}$ La distance entre les deux articulations des pendules ; $\boldsymbol{g}$ L'accélération gravitationnelle.

Tableau 3.3

Comparaison des performances

Comparaison	**Stratégie de contrôle**				**Notre stratégie**	**Observations**
	[$\boldsymbol{Boulouma-18}$]	[$\boldsymbol{Khebbache-15}$]	[$\boldsymbol{Bounemeur-18}$]	[$\boldsymbol{Khebbache-18}$]		
La technique utilisée	Adaptative + approximation	Backstepp-ing +mode glissant	Backsteppin-g+ logique floue	Dynamics surface control (DSC)	Adaptative floue+ gain de Nussbaum-	Convergence de l'erreur de poursuite vers l'origine, contrairement aux autres travaux.
Terme de robustesse	Aucun	Aucun	Oui	Aucun	Oui	Palier les erreurs d'approximation et les défauts de capteur, contrairement aux autres travaux.
Simulation	Flexible spacecraft	Quadrirotor	Quadrirotor	Double-pendule inversé	Double-pendule inversé	/
Défauts de capteur	Aucun	Defaults variant avec le temps (Biais, Déviation, Perte de la précision, Perte d'efficacité)	Defaults variant avec le temps (Biais, Déviation, Perte de la précision, Perte d'efficacité)	Defaults variant avec le temps (Biais, Déviation, Perte de la précision, Perte d'efficacité)	Aucun	/
Défauts d'actionneur	Défauts variant avec le temps et l'état du système - Biais (Lock in place) ; Perte d'efficacité (n'est pas considéré)	Aucun	Defaults variant avec le temps (Biais, Déviation, Perte de la précision, Perte d'efficacité)	Aucun	Défauts variant avec le temps et l'état du système -Biais (Lock in place) ; Perte d'efficacité (n'est pas considéré)	Une large gamme de défauts est considérée contrairement aux autres travaux

Notre objectif de contrôle est de forcer les angles de position $\boldsymbol{y} = [\,\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2}]^{\boldsymbol{T}}$ de suivre la trajectoire de référence définie par $\boldsymbol{y_d} = [\,\boldsymbol{\theta_{1d}}, \boldsymbol{\theta_{2d}}]^{\boldsymbol{T}}$ sous la présence des défauts d'actionneur

La trajectoire de référence est donnée par :

$$\boldsymbol{y_d} = [\boldsymbol{sin}\,(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{sin}\,(\boldsymbol{t})]^{\boldsymbol{T}} \tag{3.57}$$

À travers cette simulation, quinze systèmes flous de la forme $\boldsymbol{eq}.\,(\mathbf{2.13})$ sont utilisés pour approximer les fonctions inconnues $\boldsymbol{f_i}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{g_i}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{f_{ai}}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{i} = \mathbf{1}{:}\,\mathbf{2}$.

Les variables d'entrée pour les systèmes flous sont $\boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{x_3}$, et $\boldsymbol{x_4}$. Pour chaque variable d'entrée, nous avons défini cinq fonctions de type Gaussienne avec un centre de $\boldsymbol{C_i} = [-\mathbf{3.5}, -\mathbf{1.5}, \mathbf{0}, \mathbf{1.5}, \mathbf{3.5}]$ et une variance égale a $\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{1.6}$.

$$\boldsymbol{\mu_{F_i^1}}(\boldsymbol{x_i}) = \mathbf{exp}\left\{-\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\left(\frac{\boldsymbol{x_i} - \boldsymbol{C_i}}{\boldsymbol{\sigma}}\right)^2\right\}, \boldsymbol{i} = \mathbf{1}{:}\,\mathbf{4}$$

Les conditions initiales sont $\boldsymbol{x}(\mathbf{0}) = [\boldsymbol{\pi}/\mathbf{6}, \mathbf{0}, \boldsymbol{\pi}/\mathbf{6}, \mathbf{0}]$, les paramètres de synthèse et les paramètres physiques du double-pendule inversé sont montrés dans les **Tableau 3.4** et **Tableau 3.5** respectivement, les perturbations externes sont données par

$$\boldsymbol{d_i} = [\boldsymbol{sin}(\boldsymbol{\pi t}), \mathbf{0.5} + \boldsymbol{cos}(\mathbf{2}\boldsymbol{\pi t})]^{\boldsymbol{T}} \tag{3.58}$$

Tableau 3.4
Paramètres de synthèse

Paramètre(s)	Valeur(s)
$\boldsymbol{\varepsilon_0}$	$\mathbf{0.001}$
$\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\gamma_n}$	$\mathbf{2}, \mathbf{1.5}$
$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{ui}}(\mathbf{0}), \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{gi}}(\mathbf{0})$ $\boldsymbol{i} = \mathbf{1}{:}\,\mathbf{2}$	$\mathbf{0}$
$\boldsymbol{\alpha}$	$\mathbf{3}$

Tableau 3.5
Paramètres du double-pendule inversé

Paramètre(s)	Valeur(s)
M_1	$\mathbf{2}\ \boldsymbol{kg}$
M_2	$\mathbf{2.5}\ \boldsymbol{kg}$
J_1	$\mathbf{0.5}\ \boldsymbol{kg}\ \boldsymbol{m^2}$
J_2	$\mathbf{0.625}\ \boldsymbol{kg}\ \boldsymbol{m^2}$

$\boldsymbol{\delta_i(0)}$, $\boldsymbol{i = 1{:}2}$	$\mathbf{1.5}$
$\boldsymbol{\theta_{fi}(0), \theta_{fai}(0) i = 1{:}2}$	$\mathbf{0}$
$\boldsymbol{\theta_{gi}(0), i = 1{:}2}$	$\mathbf{[-1, 1]}$
$\boldsymbol{\sigma_n}$	$\mathbf{7}$

K	$\mathbf{100}\ \boldsymbol{N\ m}$
r	$\mathbf{0.5}\ \boldsymbol{m}$
b	$\mathbf{0.4}\ \boldsymbol{m}$
l	$\mathbf{0.5}\boldsymbol{m}$

Dans ce que suit, trois cas de simulation sont présentés.

Le premier cas est achevé sans la présence d'aucun défaut (free from actuator faults), seulement les perturbations externes sont considérées. Dans **Figure 3.4.*A***, **Figure 3.4.*B***, nous pouvons voir la bonne poursuite entre les trajectoires de références ($\boldsymbol{y_{d1}}, \boldsymbol{y_{d2}}$) et les positions angulaires ($\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2}$), tandis que la **Figure 3.4.*E***, **Figure 3.4.*F*** représente les erreurs de poursuite. **Figure 3.4.*C***, **Figure 3.4.*D***, décrivent la poursuite des vitesses angulaires. Le signal de commande ($\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}$) est donné **Figure 3.4.*G***, **Figure 3.4.*H.*** Les signaux de commande obtenus sont lisses. En outre, le phénomène de chattering est minimisé à cause du terme de robustesse proposé qui contient la fonction exponentielle au lieu de la fonction signe.

Le deuxième cas est achevé sous la présence des défauts d'actionneur variant dans le temps contenant les types (**Biais, Déviation, Perte de la précision et Perte d'efficacité**) à partir de l'instant $\boldsymbol{T_f \geq 8s}$. La forme mathématique de ces défauts est résumée dans le **Tableau 3.6.**

Tableau 3.6
Défauts d'actionneur variant dans le temps

Défaut(s)	Type	L'équation	Unité de mesure
$\boldsymbol{f_{ai}}$	**Biais (Lock in place)**	$\mathbf{1}$	$[\boldsymbol{N.m}]$
	Déviation	$\mathbf{0.7} * \boldsymbol{t}\ [\boldsymbol{N.m}]$	$[\boldsymbol{N.m}]$
	Perte de la précision	$\boldsymbol{Sin(t)} + \mathbf{0.7}\boldsymbol{cos(t)}[\boldsymbol{N.m}]$	$[\boldsymbol{N.m}]$
	Perte d'efficacité	$\mathbf{87\%}$	$[\boldsymbol{N.m}]$

Dans **Figure 3.5.*A***, **Figure 3.5.*B***, nous pouvons voir la bonne poursuite entre les trajectoires de références $(\boldsymbol{y_{d1}}, \boldsymbol{y_{d2}})$ et les positions angulaires $(\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2})$, tandis que la **Figure 3.5.*E***, **Figure 3.5.*F*** représente les erreurs de poursuite. **Figure 3.5.*C***, **Figure 3.5.*D***, décrient la poursuite des vitesses angulaires. Le signal de commande $(\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2})$ est donné **Figure 3.5.*G***, **Figure 3.5.*H*.** Les signaux de commande obtenus sont lisses. Par contre, le phénomène de chattering est minimisé à cause du terme de robustesse proposé qui contient la fonction exponentielle au lieu de la fonction signe.

Le dernier cas est achevé sous la présence des défauts d'actionneur variant dans le temps et avec les états du système, contenant les types (**Biais, Déviation, Perte de la précision et Perte d'efficacité**) à partir de l'instant $T_f \geq 8s$. La forme mathématique de ces défauts est résumée dans le **Tableau 3.7.**

Tableau 3.7
Défauts d'actionneur variant dans le temps et les états

Défaut(s)	Type	L'équation	Unité de mesure
$\boldsymbol{f_{ai}}$	**Biais (Lock in place)**	$\mathbf{3}$	$[\boldsymbol{N.m}]$
	Déviation	$\mathbf{0.7} * \boldsymbol{t}$	$[\boldsymbol{N.m}]$
	Perte de la précision	$(\mathbf{4} + \boldsymbol{x_{1,1}})\boldsymbol{cos}(\mathbf{2}\boldsymbol{t}) - (\mathbf{2} + \boldsymbol{x_{1,2}})\boldsymbol{sin}(\mathbf{2}\boldsymbol{t})$	$[\boldsymbol{N.m}]$
	Perte d'efficacité	$(\mathbf{3} + \mathbf{tanh}\ (-\boldsymbol{t} + \mathbf{50}\boldsymbol{x_{2,1}})/\mathbf{10})/\mathbf{4}$	$[\boldsymbol{N.m}]$

$\boldsymbol{Remarque}\ \mathbf{3.3}$

Dans les travaux $([\boldsymbol{Naderi} - \mathbf{17}], [\boldsymbol{Wang} - \mathbf{16}], [\boldsymbol{Boulouma} - \mathbf{18}], [\boldsymbol{Chun} - \mathbf{13}], [\boldsymbol{Hu} - \mathbf{18}], [\boldsymbol{Khebbache} - \mathbf{15}], [\boldsymbol{Khebbache} - \mathbf{18}])$, les auteurs considèrent seulement les défauts pour une courte période de temps dans la phase de la simulation, de plus seulement un ou deux types de défauts sont appliqués en même temps. Cependant, dans ce chapitre, quatre types de défauts (voir **Tableau 3.6**) sont appliqués sur la commande à partir de $\boldsymbol{T_f} \geq \boldsymbol{8s}$, ce qui implique un test précis de la loi de commande synthétisée (voir le **Tableau 3.3**).

Dans **Figure 3.6.*A***, **Figure 3.6.*B***, nous pouvons voir la bonne poursuite entre les trajectoires de références $(\boldsymbol{y_{d1}}, \boldsymbol{y_{d2}})$ et les positions angulaires $(\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2})$, tandis que la **Figure 3.6.*E***, **Figure 3.6.*F*** représente les erreurs de poursuite. **Figure 3.6.*C***, **Figure 3.6.*D***, décrivent la poursuite des vitesses angulaires. Le signal de commande $(\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2})$ est donné **Figure 3.6.*G***, **Figure 3.6.*H.*** Les signaux de commande obtenus sont lisses, et le phénomène de chattering est minimisé à cause du terme de robustesse proposé.

Les figures suivantes sont organisées comme suit :

- Le premier cas sans défauts d'actionneurs (**Figure 3.4.A- Figure 3.4.H)**
- Le deuxième cas avec défauts d'actionneurs variant dans le temps (**Figure 3.5.A- Figure 3.5.H)**.
- Le troisième cas avec défauts d'actionneurs variant dans le temps et avec les états du système (**Figure 3.6.A- Figure 3.6.H)**.

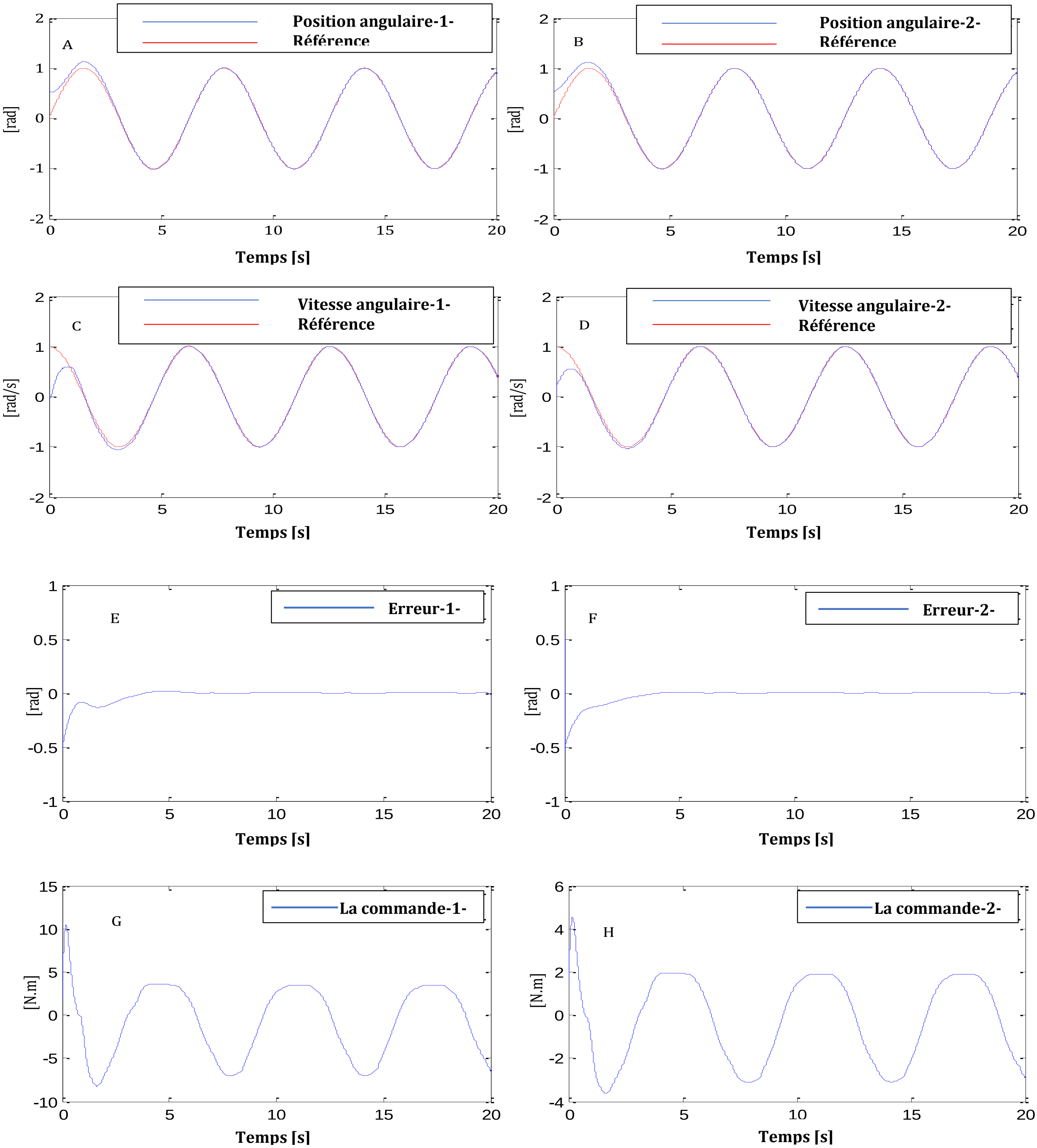


Figure 3.4 *L'évolution du double-pendule inversé sans défauts.* ***(A), (B)*** *La trajectoire des positions angulaires : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ;* ***(E), (F)*** *L'erreur de poursuite correspondante ;* ***(C), (D)*** *La trajectoire des vitesses angulaire : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ;* ***(G), (H)*** *les signaux de commande.*

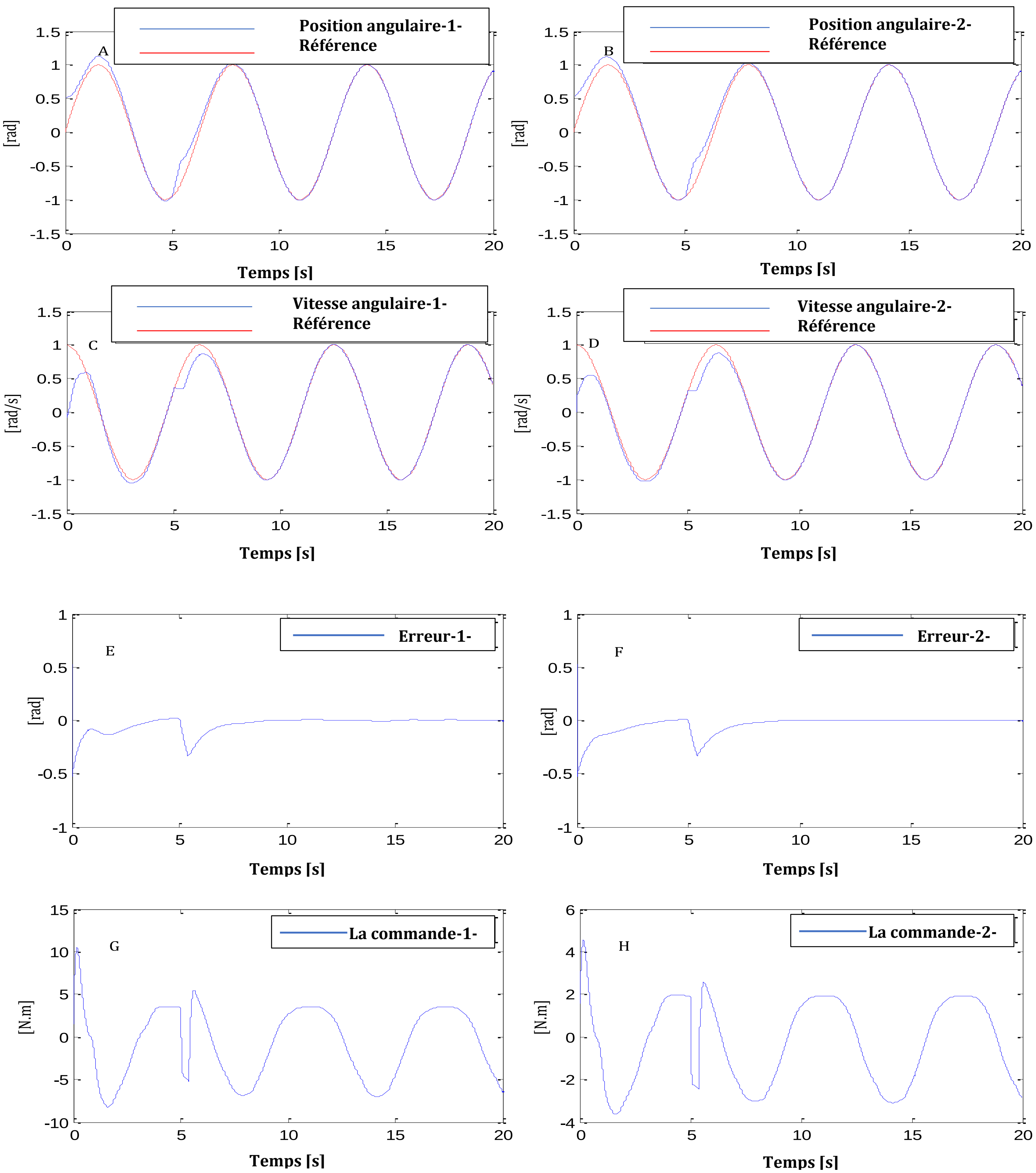


Figure 3.5 *L'évolution du double-pendule inversé avec défauts variant dans le temps.* ***(A), (B)*** *La trajectoire des positions angulaires : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ;* ***(E), (F)*** *L'erreur de poursuite correspondante ;* ***(C), (D)*** *La trajectoire des vitesses angulaire : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ;* ***(G), (H)*** *les signaux de commande.*

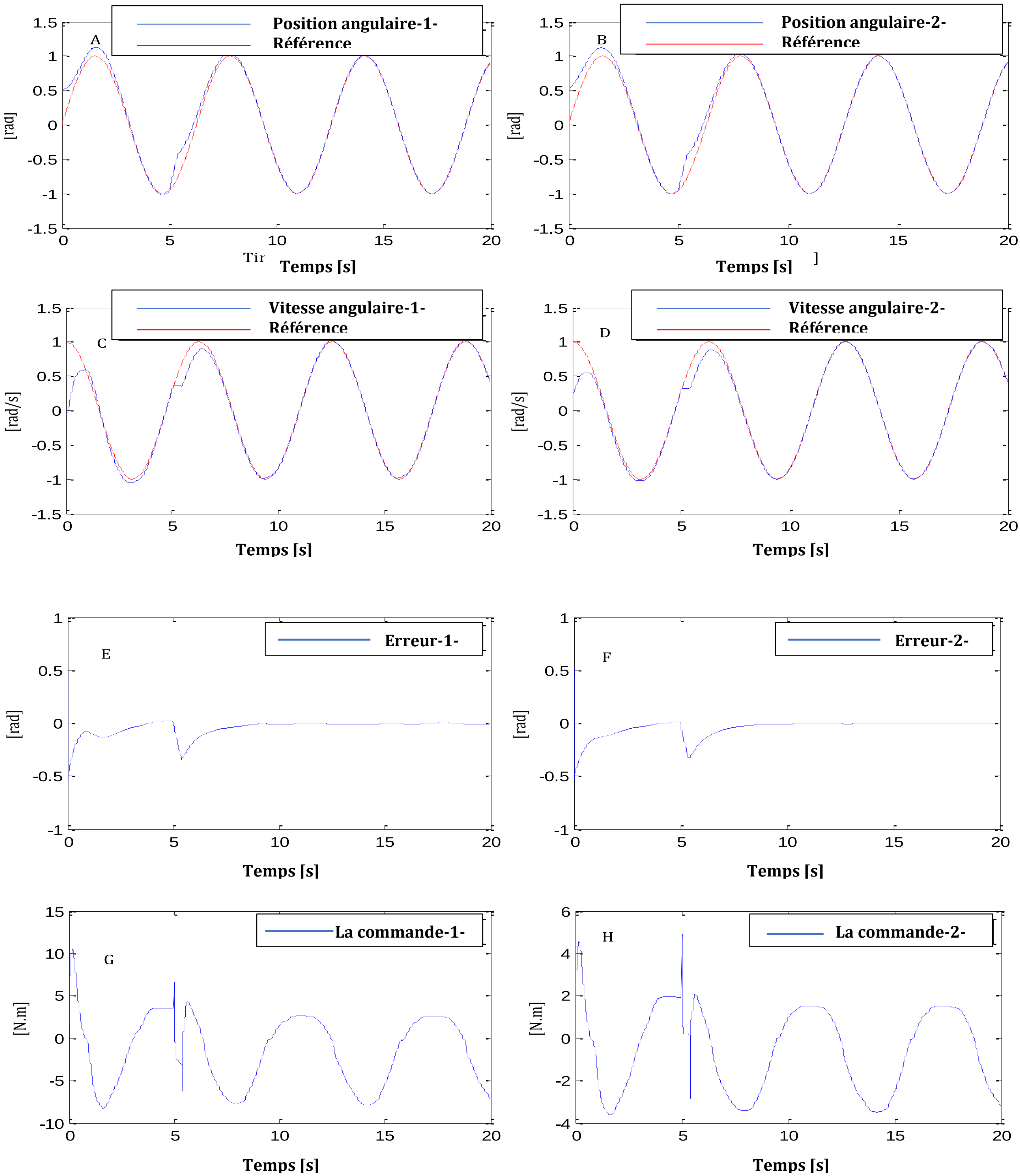


Figure 3.6 *L'évolution du double-pendule inversé avec défauts variant dans le temps et l'état* ***(A), (B)*** *La trajectoire des positions angulaires : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ;* ***(E), (F)*** *L'erreur de poursuite correspondante ;* ***(C), (D)*** *La trajectoire des vitesses angulaire : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ;* ***(G), (H)*** *les signaux de commande.*

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une commande adaptative tolérante aux défauts floue est stable, pour une classe des systèmes non linéaires multivariables avec la présence des défauts d'actionneur qui varient dans le temps ainsi les états du système, sans connaitre le signe du gain de commande. La loi de commande proposée et une somme de deux termes, un terme adaptatif introduit pour compenser les non linéarités du système et les défauts d'actionneurs, et l'autre est un terme de robustesse évoqué pour diminuer les erreurs d'approximation et l'erreur due à l'utilisation de l'inverse régularisé au lieu de l'inverse normal, de plus, ce schéma de commande permet d'initialiser à zéro les lois d'adaptations tirées de l'étude de la stabilité par l'approche de **Lyapunov**. Cependant, dans le deuxième chapitre le schéma de commande permet aussi l'initialisation par zéro des lois d'adaptation sauf la loi d'adaptation de la fonction estimée du gain de commande, ce problème est résolu dans ce chapitre par la modification de la loi d'adaptation de l'estimé du gain de commande. De plus, ce schéma de commande assure la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée, avec la convergence vers zéro de l'erreur de poursuite. Une simulation sur le système non linéaire du double- pendule inversé qui montre l'efficacité du schéma de commande proposé avec trois scenarios : le premier est un test sans défauts (seulement les perturbations externes sont prises en considération) ; le deuxième est achevé avec la présence des défauts d'actionneur variant avec le temps ; le dernier est obtenu par l'introduction des défauts d'actionneur variant avec le temps et les états du système.

Chapitre 4

La commande adaptative optimale indirecte floue des systèmes non linéaires multivariables par la méta-heuristique

Table des matières

Chapitre 4

La commande adaptative optimale floue des systèmes non linéaires multivariables par la méta-heuristique

En réalité, le domaine pratique contient des systèmes qui ont une dynamique non linéaire de nature difficile à modéliser par les lois mathématiques, chimiques ou physiques. Cette difficulté est due à plusieurs critères qui dépendent essentiellement de la nature du système lui-même et aux paramètres qui sont inconnus dans certains cas. Les systèmes de ce type sont généralement des systèmes multi-entrées et multi-sorties (Multi-input Multi-output **MIMO**), ce qui rend la commande de ceux-ci ardue, en plus, si le modèle dynamique d'un système est inconnu avec la présence des différents défauts la tâche sera compliquée. Les systèmes flous, avec leurs propriétés d'approximation universelle, ont été utilisés par plusieurs chercheurs pour le développement des contrôleurs adaptatifs destinés aux systèmes multi-entrées et multi-sorties. Dans $[\boldsymbol{Bounemeur-18}]$, $[\boldsymbol{Cheng-99}]$, $[\boldsymbol{Ordoner-99}]$, $[\boldsymbol{Chang-00}]$, $[\boldsymbol{Boulkroune-10}]$, $[\boldsymbol{Tong-00}]$, $[\boldsymbol{Cheng-03}]$, $[\boldsymbol{Golea-03}]$, $[\boldsymbol{Li-03}]$, $[\boldsymbol{Tong-03}]$, $[\boldsymbol{Labiod-05}]$, les auteurs développent des approches indirectes, dont la classe des systèmes non linéaires multi-entrées et multi-sorties **MIMO** considérée dans ces publications est affine en commande, les fonctions inconnues ou incertaines sont calculées en ligne à travers des algorithmes d'adaptation inspirée de l'étude de la stabilité via l'approche de **Lyapunov**.

La loi de commande développée dans ces approches n'est pas définie lorsque la matrice du gain de commande n'est pas inversible. Cependant, les auteurs $[\boldsymbol{Cheng-99}]$, $[\boldsymbol{Tong-00}]$, $[\boldsymbol{Li-03}]$, $[\boldsymbol{Tong-03}]$, supposent que la matrice est toujours inversible sans aucune preuve de cette hypothèse. Dans $[\boldsymbol{Ordoner-99}]$, $[\boldsymbol{Chang-00}]$, $[\boldsymbol{Golea-03}]$, les auteurs proposent une approche qui consiste à utiliser un algorithme de projection. Cependant, l'introduction d'un algorithme de projection nécessite la connaissance de la région admissible des paramètres estimés (bornes supérieures et inferieures), où la matrice du gain de commande reste toujours inversible, la détermination de cette région n'est pas une affaire triviale, de plus l'utilisation d'un algorithme de projection complique beaucoup la loi de commande et le temps de calcul des mises à jour des paramètres ajustables. Une autre approche repose sur l'utilisation de l'inverse régularisé à condition que la matrice estimée soit définie positive, cette approche était proposée par [$\boldsymbol{Labiod-05}$] pour assurer que la matrice estimée est toujours inversible, cela implique que la loi de commande reste toujours définie. En outre, un autre problème de la commande adaptative réside dans le choix arbitraire des paramètres d'adaptation, donc pour résoudre ce problème une approche consiste à optimiser ces paramètres par le biais des algorithmes Génétiques **(Genetic Algorithm. GA)** [$\boldsymbol{Leu-07}$], [$\boldsymbol{Yu-07}$]. Certains travaux aussi basés sur les algorithmes génétiques ont approximé les conclusions des systèmes flous au lieu de l'approximation des paramètres d'adaptation [$\boldsymbol{Giordano-06}$], [$\boldsymbol{Navale-10}$], le travail donné par [$\boldsymbol{Chen-09}$] consiste à approximer les paramètres initiaux des systèmes flous. Une célèbre méthode d'approximation méta-heuristique dite « optimisation par essaim de particules » (Partical Swarm Optimisation. **PSO)** a eu beaucoup d'attention dans le domaine de contrôle des systèmes. Comparée avec les algorithmes génétiques, la méthode **PSO** est simple à implémenter et très efficace. Le travail effectué par [$\boldsymbol{Sharma-09}$] est basé sur l'approximation des paramètres libres du système par la méthode **PSO**, contrairement au travail de [$\boldsymbol{Chatterjee-07}$] dont l'auteur optimise la forme des fonctions d'activation des systèmes flous. En outre, dans [$\boldsymbol{Li-11}$] les valeurs initiales des paramètres d'adaptation floues sont approximés par la méthode **PSO.**

Dans ce chapitre, nous allons développer une stratégie de commande adaptative floue indirecte tolérante aux défauts pour une classe de systèmes non linéaires multivariables par la méthode **PSO**. La loi de commande que nous allons présenter par la suite, est une loi qui comporte deux termes, un terme adaptatif pour pallier les problèmes de non linéarités du système et les défauts d'actionneur, et l'autre terme dit de robustesse introduit pour contourner les problèmes des erreurs d'approximation. La loi de commande et les lois d'adaptations sont obtenues à partir de l'étude de la stabilité du système par l'approche de **Lyapunov** tout en assurant la stabilité du système et la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée. Afin de confirmer la fiabilité et l'efficacité de la stratégie de commande synthétisée, nous avons proposé de faire une commande en poursuite d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté.

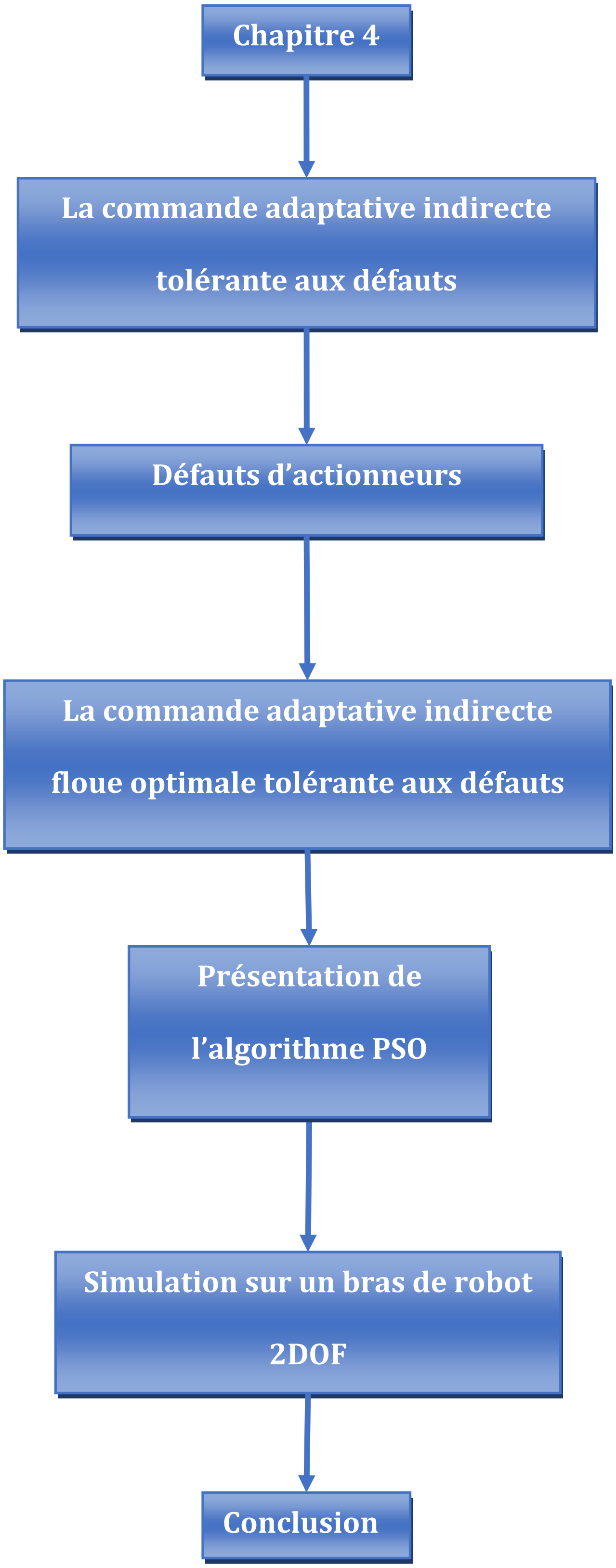


Figure 4.1 *Plan du chapitre 4*

4.1 La commande adaptative indirecte tolérante aux défauts

4.1.1 Position du problème

Soient les systèmes non linéaires multivariables **MIMO** décrits par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \boldsymbol{y_1^{r1} = f_1(x) + \sum_{j=1}^{p} g_{1j}(x)u_j} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y_p^{rp} = f_p(x) + \sum_{j=1}^{p} g_{pj}(x)u_j} \end{cases} \qquad (\mathbf{4.1})$$

avec $\boldsymbol{x = \left[y_1, \dot{y}_1, \dots, y_1^{(r_1-1)}, \dots, y_p, \dot{y}_p, \dots, y_p^{(r_p-1)}\right]^T}$ est le vecteur d'état suppose mesurable, $\boldsymbol{u = [u_1, \dots, u_p]^T}$ est le vecteur d'entrée, $\boldsymbol{y = [y_1, \dots, y_p]^T}$ est le vecteur de sortie, $\boldsymbol{f_i(x)}$ et $\boldsymbol{g_{ij}(x), i, j = 1, \dots, p}$ sont des fonctions continues incertaines.

Posons

$$\boldsymbol{y^{(r)} = \left[y_1^{(r_1)} \ \dots \ y_p^{(r_p)}\right]}$$

$$\boldsymbol{F(x) = [f_1(x) \ \dots \ f_p(x)]^T}$$

$$\boldsymbol{G(x) = \begin{bmatrix} g_{11}(x) & \dots & g_{1p}(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{p1}(x) & \dots & g_{pp}(x) \end{bmatrix}}$$

Par conséquent, le système dynamique $\boldsymbol{eq.}$ $(\mathbf{4.1})$ peut être réécrit sous la forme compacte suivante :

$$\boldsymbol{y^{(r)} = F(x) + G(x)u} \qquad (\mathbf{4.2})$$

L'objectif de la commande consiste à synthétiser une loi de commande $\boldsymbol{u(t)}$ qui assure la bornitude de toutes les variables de la boucle fermée ainsi que le suivi pour les sorties du système $\boldsymbol{y_1(t), \dots, y_p(t)}$ de trajectoires de référence prédéterminées $\boldsymbol{y_{d1}(t), \dots, y_{dp}(t)}$. Les fonctions non linéaires du système sont considérées inconnues, donc l'utilisation d'un système d'approximation s'avère nécessaire. Les systèmes flous sont considérés pour l'approximation de ces fonctions inconnues (voir **Chapitre-2**).

$\boldsymbol{Remarque\ 4.1}$

Le système présenté dans l'équation ($\mathbf{4.1}$) est libre des défauts d'actionneur. Cependant les systèmes réels sont généralement soumis à des défauts d'actionneur à cause des défauts de fabrication, défauts de transport de la puissance (câble de puissance), défauts d'air comprimé (système pneumatique a vérin) …etc. Donc, notre objectif majeur réside dans la synthèse d'un schéma de commande afin d'assurer que le vecteur de sortie du système poursuit un vecteur de trajectoire désiré avec rapidité et précision avec la prise en charge des perturbations externes. Le schéma proposé doit réagir automatiquement avec les défauts d'actionneur tout en gardant les performances désirées (stabilité, poursuite et robustesse).

Dans ce travail, une loi de commande adaptative robuste avec une dynamique inconnue du système, trois défauts additifs pour les actionneurs (**Biais, Déviation et Perte de la précision**), et un défaut multiplicatif (**Perte d'efficacité**). La forme mathématique des défauts considéré est donnée dans les tableaux suivants :

Tableau 4.1
Défauts d'actionneur

Actionneur	Type	Conditions	Appellation des défauts
$\boldsymbol{u_i(t)}$	$\boldsymbol{u_i(t)} + \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t)}$	$si\ \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t)}\ est\ une\ constante$	$(Biais)$
		$si\ \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t) = \lambda_i t}$, $\boldsymbol{0 < \lambda_i \ll 1}, pour\ tout\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	$(Déviation)$
		$si\ \boldsymbol{\bar{u}_i(x,t)}\ est\ une\ fonction\ non\ lineaire\ variant\ ave\ le\ temps\ et\ l'etat\ du\ system$	$(Perte\ de\ la\ précision)$
	$\boldsymbol{\rho_i(x,t)u_i(t)}$	$si\ \boldsymbol{\rho_i(x,t) = 1}$	$(Efficacité\ totale)$
		$si\ \boldsymbol{\rho_i(x,t) = 0}\ pour\ tout\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	$Perte\ totale\ d'efficacité$

		$si\ \boldsymbol{\rho_i(x,t)}\ est\ une\ fonction\ non\ lineaire\ \ variant\ ave\ le\ temps\ et\ l'etat\ du\ system\ avec\ \boldsymbol{\rho_i(x,t)\epsilon[0,1]}\ pour\ tout\ \boldsymbol{t \geq T_{fi}}$	$(Perte\ d'efficacité)$

avec $\boldsymbol{T_{fi}}$ c'est le temps du défaut du i_{eme} actionneur $\boldsymbol{k_i\epsilon[\bar{k}_i, 1]}$, avec $\boldsymbol{\bar{k}_i > 0}$ c'est le minimum de l'efficacité d'actionneur, tout en respectant que $\boldsymbol{k_i}$ variant d'une façon minime avec $[\boldsymbol{\bar{k}_i, 1}]$.

En utilisant les définitions ci-dessus, on obtient :

$$\boldsymbol{u_j(t) = \ \rho_j(x,t)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t)} \qquad (\mathbf{4.3})$$

En remplaçant dans $eq.\,(\mathbf{4.1})$, on obtient

$$\begin{cases} \boldsymbol{y_1^{r1}} = \boldsymbol{f_1(x)} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{g_{1j}(x)}\left(\boldsymbol{\rho_j(x,t)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t)}\right) \\ \vdots \\ \boldsymbol{y_p^{rp}} = \boldsymbol{f_p(x)} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{g_{pj}(x)}\left(\boldsymbol{\rho_j(x,t)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t)}\right) \end{cases} \qquad (\mathbf{4.4})$$

alors

$$\begin{cases} \boldsymbol{y_1^{r1}} = \boldsymbol{f_1(x)} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{g_{1j}(x)((\rho_j(x,t) - 1)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t) + u_j(t))} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y_p^{rp}} = \boldsymbol{f_p(x)} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{g_{pj}(x)((\rho_j(x,t) - 1)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t) + u_j(t))} \end{cases} \qquad (\mathbf{4.5})$$

Qui peut être simplifié comme suit :

$$\begin{cases} \boldsymbol{y_1^{r1}} = \boldsymbol{f_1(x)} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{g_{1j}(x)u_j(t) + g_{1j}(x)((\rho_j(x,t) - 1)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t))} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y_p^{rp}} = \boldsymbol{f_p(x)} + \sum_{\boldsymbol{j=1}}^{\boldsymbol{p}} \boldsymbol{g_{pj}(x)u_j(t) + g_{pj}(x)((\rho_j(x,t) - 1)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t))} \end{cases} \qquad (\mathbf{4.6})$$

Avec quelques manipulations, on obtient :

$$\begin{cases} y_1^{r1} = f_1(x) + \sum_{j=1}^{p} \left(g_{1j}(x)u_j(t)\right) + f_{a1}(x,t,u) \\ \vdots \\ y_p^{rp} = f_p(x) + \sum_{j=1}^{p} \left(g_{pj}(x)u_j(t)\right) + f_{ap}(x,t,u) \end{cases} \qquad (4.7)$$

où

$$\begin{cases} f_{a1}(x,t) = \sum_{j=1}^{p} g_{1j}((\rho_j(x,t)-1)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t)) \\ \vdots \\ f_{ap}(x,t) = \sum_{j=1}^{p} g_{pj}((\rho_j(x,t)-1)u_j(t) + \bar{u}_j(x,t)) \end{cases} \qquad (4.8)$$

où $eq.$ (4.8) représente l'ensemble des défauts d'actionneur.

Dans le présent chapitre, les hypothèses suivantes sont nécessaires pour le développement du schéma de commande.

***Hypothèse* 4.1 :** La matrice $G(x)$ est définie positive et satisfait $G(x) \geq \sigma_0 I_P$, avec σ_0 est une constante positive donnée.

***Hypothèse* 4.2 :** Chaque trajectoire de référence$y_{di}(t)$, $i = 1, \ldots, P$, et ses dérivées $\dot{y}_{di}(t), \ldots, y_{di}^{(r_i)}$ sont supposées continues, bornées et connues, c'est-à-dire que $y_{di}(t) \in C^{r_i}$.

***Remarque* 4.2**

Notons que ***l'hypothèse* 4.1** est une condition suffisante pour la commandabilité du système. Du fait, $G(x)$ est toujours inversible et le système $eq.$ (4.1) est linéarisable par retour d'état non linéaire bien que cette hypothèse restreint la classe des systèmes **MIMO**, plusieurs systèmes physiques, tels que les robots manipulateurs, satisferont cette condition [$Slotine - 91$].

Soient $e_1(t), \ldots, e_p(t)$ les erreurs de poursuites données par :

$$\begin{cases} e_1(t) = y_{d1}(t) - y_1(t) \\ \vdots \\ e_p(t) = y_{dp}(t) - y_p(t) \end{cases} \qquad (4.9)$$

Alors la commande par rétroaction est donnée par :

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})^{-1}[-\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) - \boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{V}] \qquad (4.10)$$

avec

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{d1}^{(r_1)} + k_{1r1} e_1^{(r_1-1)} + \cdots + k_{11} e_1 \\ \vdots \\ y_{dp}^{(r_p)} + k_{prp} e_p^{(r_p-1)} + \cdots + k_{p1} e_p \end{bmatrix} \qquad (4.11)$$

Nous pouvons écrire

$$\begin{cases} e_1^{(r_1)} + k_{1r1} e_1^{(r_1-1)} + \cdots + k_{11} e_1 = 0 \\ \vdots \\ e_p^{(r_p)} + k_{prp} e_p^{(r_p-1)} + \cdots + k_{p1} e_p = 0 \end{cases} \qquad (4.12)$$

où les coefficients $\boldsymbol{k_{ij}}$ sont choisis tel que tous les polynômes dans $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.12})$ soient du type Hurwitz. Alors nous pouvons conclure que $\lim_{t\to\infty} e_i(t) = 0$ qui est l'objectif principal de la commande. Cependant, dans notre cas, les fonctions non linéaires $\boldsymbol{f_i}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{f_{ai}}(\boldsymbol{x})$ et $\boldsymbol{g_i}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{i} = \mathbf{1}, \dots, \boldsymbol{p}$ sont supposées inconnues donc, l'obtention de la loi de commande par rétroaction $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.10})$ s'avère difficile. Pour cela, la dynamique de ces fonctions est approximée par les systèmes flous.

4.2 Commande adaptative indirecte tolérante aux défauts par les systèmes flous

Considérons le système $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.7})$, dans le cas où les fonctions $\boldsymbol{f_i}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{f_{ai}}(\boldsymbol{x})$ et $\boldsymbol{g_i}(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{i} = \mathbf{1}, \dots, \boldsymbol{p}$ sont connues avec exactitude, la loi de commande $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.10})$ peut garantir les objectifs de commande. Cependant, puisque ces fonctions sont incertaines dans notre problème, nous ne pouvons pas les utiliser pour la construction de cette loi de commande. Pour éviter ce problème, l'utilisation des systèmes flous est nécessaire pour approximer la dynamique non linéaire dans le système. En se basant sur le fait qu'un système flou est un approximateur universel [$\boldsymbol{Wang} - \mathbf{94}$], [$\boldsymbol{Kosko} - \mathbf{94}$], nous développons une loi de commande adaptative bien définie, avec les lois d'adaptation tirée de l'étude de la stabilité via l'approche de Lyapunov.

$\boldsymbol{Remarque}$ $\mathbf{4.3}$

Dans notre cas, nous allons approximer les fonctions non linéaires $\boldsymbol{f_i(x)}$, $\boldsymbol{f_{ai}(x)}$ et $\boldsymbol{g_i(x)}$, $\boldsymbol{i = 1, \dots, p}$ par des systèmes flous de la forme **(TS0)** représentée dans le **chapitre-2 (partie logique floue)**.

$$\boldsymbol{\hat{f}_i(x,\theta) = w_{f_i}^T(x)\theta_{f_i}, i = 1, \dots, p} \quad (4.13)$$

$$\boldsymbol{\hat{g}_{ij}(x,\theta) = w_{g_{ij}}^T(x)\theta_{g_{ij}}, i,j = 1, \dots, p} \quad (4.14)$$

$$\boldsymbol{\hat{f}_{ai}(x,\theta) = w_{f_{ai}}^T(x)\theta_{f_{ai}}, i = 1, \dots, p} \quad (4.15)$$

Avec $\boldsymbol{w_{fi}}, \boldsymbol{w_{fai}}$ et $\boldsymbol{w_{gij}}$ sont des vecteurs de fonctions floues de base fixées par l'utilisateur, $\boldsymbol{\theta_{f_i}}, \boldsymbol{\theta_{f_{ai}}}$ et $\boldsymbol{\theta_{g_{ij}}}$ sont les vecteurs des paramètres ajustés.

Soient

$$\boldsymbol{\theta_{fi}^* = arg \min_{\theta_{f_i}} \left\{ \sup_x \left| f_i(x) - \hat{f}_i(x, \theta_{f_i}) \right| \right\}} \quad (4.16)$$

$$\boldsymbol{\theta_{fai}^* = arg \min_{\theta_{f_{ai}}} \left\{ \sup_x \left| f_{ai}(x) - \hat{f}_{ai}(x, \theta_{f_{ai}}) \right| \right\}} \quad (4.17)$$

$$\boldsymbol{\theta_{gij}^* = arg \min_{\theta_{f_i}} \left\{ \sup_x \left| g_{ij}(x) - \hat{g}_{ij}(x, \theta_{gij}) \right| \right\}} \quad (4.18)$$

Les paramètres optimaux de $\boldsymbol{\theta_{fi}}, \boldsymbol{\theta_{fai}}$ et $\boldsymbol{\theta_{gij}}$ .notons que les parametres $\boldsymbol{\theta_{fi}^*}, \boldsymbol{\theta_{fai}^*}$ et $\boldsymbol{\theta_{gij}^*}$ sont des constantes artificielles introduites uniquement pour faire l'étude théorique, et la connaissance de leurs valeurs n'est pas nécessaire pour l'implantation de la loi de commande.

Notons par

$$\boldsymbol{\tilde{\theta}_{fi} = \theta_{fi}^* - \theta_{fi}, \tilde{\theta}_{fai} = \theta_{fai}^* - \theta_{fai}, \tilde{\theta}_{gij} = \theta_{gij}^* - \theta_{gij}}$$

Les erreurs d'estimation paramétriques, sont données par

$$\begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon_{fi}(x) = f_i(x) - f_i(x,\theta^*_{fi})} \\ \boldsymbol{\varepsilon_{fai}(x) = f_{ai}(x) - f_{ai}(x,\theta^*_{fai})} \\ \boldsymbol{\varepsilon_{gij}(x) = g_{ij}(x) - g_{ij}(x,\theta^*_{gij})} \end{cases} \tag{4.19}$$

Les erreurs d'approximations minimales réalisables, et qui correspondent aux erreurs d'approximation obtenues lorsque les paramètres optimaux sont utilisés. Dans cette section, nous supposons que les systèmes flous utilisés sont convenablement choisis de sorte que la propriété d'approximation universelle n'est pas violée, alors il est raisonnable de supposer que les erreurs d'approximation sont bornées.

$\boldsymbol{Hypoth}$è$\boldsymbol{se}$ $\boldsymbol{3.4}$ **:** Les erreurs d'approximation sont bornées, comme suit :

$\left|\boldsymbol{\varepsilon_{fi}(x)}\right| \le \boldsymbol{\bar{\varepsilon}_{fi}}, \left|\boldsymbol{\varepsilon_{fai}(x)}\right| \le \boldsymbol{\bar{\varepsilon}_{fai}}, \left|\boldsymbol{\varepsilon_{gij}(x)}\right| \le \boldsymbol{\bar{\varepsilon}_{gij}}$

Où $\boldsymbol{\bar{\varepsilon}_{fi}}, \boldsymbol{\bar{\varepsilon}_{fai}}$ et $\boldsymbol{\bar{\varepsilon}_{gij}}$ sont des constantes positives inconnues.

Posons

$$\boldsymbol{\hat{F}(x,\theta_f) = \left[\hat{f}_1(x,\theta_{f1}) \dots \hat{f}_p(x,\theta_{fp})\right]^T}$$

$$\boldsymbol{\hat{F}_a(x,\theta_f) = \left[\hat{f}_{a1}(x,\theta_{fa1}) \dots \hat{f}_{ap}(x,\theta_{fap})\right]^T}$$

$$\boldsymbol{\hat{G}(x,\theta_g)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\hat{g}_{11}(x)} & \dots & \boldsymbol{\hat{g}_{1p}(x)} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\hat{g}_{p1}(x)} & \dots & \boldsymbol{\hat{g}_{pp}(x)} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta_f = \left[\theta_{f1}, \dots, \theta_{fp}\right]^T;\ \ \theta^*_f = \left[\theta^*_{f1}, \dots, \theta^*_{fp}\right]^T;\ \theta_{fa} = \left[\theta_{fa1}, \dots, \theta_{fap}\right]^T}$$

$$\boldsymbol{\theta_g} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta_{g11}} & \dots & \boldsymbol{\theta_{g1p}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\theta_{gp1}} & \dots & \boldsymbol{\theta_{gpp}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\theta^*_g} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta^*_{g11}} & \dots & \boldsymbol{\theta^*_{g1p}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\theta^*_{gp1}} & \dots & \boldsymbol{\theta^*_{gpp}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{W_f(x) = diag\left[w_{f1}(x), \dots, w_{fp}(x)\right]}$$

$$\boldsymbol{W_{fa}(x) = diag\left[w_{fa1}(x), \dots, w_{fap}(x)\right]}$$

$$\boldsymbol{W_g(x) = diag\left[w_{g1}(x), \dots, w_{gp}(x)\right]}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_f}(\boldsymbol{x}) = \left[\boldsymbol{\varepsilon_{f1}}(\boldsymbol{x}) \dots \boldsymbol{\varepsilon_{fp}}(\boldsymbol{x})\right]^{\boldsymbol{T}}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_{fa}}(\boldsymbol{x}) = \left[\boldsymbol{\varepsilon_{fa1}}(\boldsymbol{x}) \dots \boldsymbol{\varepsilon_{fap}}(\boldsymbol{x})\right]^{\boldsymbol{T}}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon_g}(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon_{g11}}(\boldsymbol{x}) & \dots & \boldsymbol{\varepsilon_{g1p}}(\boldsymbol{x}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon_{gp1}}(\boldsymbol{x}) & \dots & \boldsymbol{\varepsilon_{gpp}}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix}$$

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon_f}} = \left[\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f1}} \ \dots \ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{fp}}\right]^{\boldsymbol{T}}$$

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon_{fa}}} = \left[\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{fa1}} \ \dots \ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{fap}}\right]^{\boldsymbol{T}}$$

$$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{g}} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{g11}} & \dots & \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{g1p}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{gp1}} & \dots & \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{gpp}} \end{bmatrix}$$

D'après l'analyse précédente, il vient

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) - \widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_f}) = \widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_f^*}) - \widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_f}) + \boldsymbol{\varepsilon_f}(\boldsymbol{x}) \qquad (\mathbf{4.20})$$

$$\boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x}) - \widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_{fa}}) = \widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_{fa}^*}) - \widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_{fa}}) + \boldsymbol{\varepsilon_{fa}}(\boldsymbol{x}) \qquad (\mathbf{4.21})$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) - \widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_g}) = \widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_g^*}) - \widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_g}) + \boldsymbol{\varepsilon_g}(\boldsymbol{x}) \qquad (\mathbf{4.22})$$

Maintenant, considérons la loi de commande $\boldsymbol{u} = \boldsymbol{u_c}$ une loi de commande équivalente **[Wang-94]**, donnée par

$$\boldsymbol{u_c} = \widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_g})^{-1}\left[-\widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_f}) - \widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_{fa}}) + \boldsymbol{V}\right] \qquad (\mathbf{4.23})$$

avec

$$\boldsymbol{u_c} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u_{c1}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{u_{cp}} \end{bmatrix}$$

Cette loi de commande est obtenue à partir de $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.10})$ en substituant les fonctions réelles $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x})$ et $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$ par leurs approximation floues $\widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_f}), \widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_{fa}})$ et $\widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_g})$.

La loi de commande $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.23})$ n'est pas définie lorsque la matrice $\widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{\theta_g})$ n'est pas inversible. Puisque cette matrice est générée en ligne via l'estimation des paramètres, $\boldsymbol{\theta_g}$

l'implantation de ce contrôleur nécessite des précautions particulières afin de maintenir les paramètres $\boldsymbol{\theta_g}$ dans une région où $\widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})$ est inversible.

Pour éviter ce problème, la loi de commande équivalente est modifiée en utilisant l'inverse régularisé, alors $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.23})$ devient :

$$\boldsymbol{u_c}=\widehat{\boldsymbol{G}}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\left(\boldsymbol{\varepsilon_0 I_P}+\widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\widehat{\boldsymbol{G}}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\right)^{-\mathbf{1}}\left[-\widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_f})-\widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_{fa}})+\boldsymbol{V}\right] \qquad (\mathbf{4.24})$$

Avec $\boldsymbol{\varepsilon_0}$ une constante positive petite.

Dans la loi de commande $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.24})$, nous avons replacé $\widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})^{-\mathbf{1}}$par l'inverse régularisé

$$\widehat{\boldsymbol{G}}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\left(\boldsymbol{\varepsilon_0 I_P}+\widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\widehat{\boldsymbol{G}}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\right)^{-\mathbf{1}} \qquad (\mathbf{4.25})$$

L'inverse régularisé $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.25})$ est toujours défini même lorsque $\widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})$ n'est pas inversible, de ce fait, la loi de commande $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.25})$ est bien définie.

Notons que même si la loi de commande $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.24})$est bien définie, elle ne peut pas toute seule garantir la stabilité du système bouclé. Ceci est dû, d'un côté, aux erreurs introduites par l'approximation des fonctions réelles $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}),\boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x})$ et $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$ par des systemes flous et d'un autre côté à l'erreur introduite par l'utilisation de l'inverse régularise à la place de l'inverse matriciel. Pour ces raisons et afin d'avoir une loi de commande ne dépendant d'aucune phase d'initialisation, nous proposons une loi de commande qui est composée de deux termes, un terme de commande adaptative $\boldsymbol{u_c}$ introduit pour pallier les problèmes de non linéarités du système avec la prise en charge des défauts d'actionneur, et second terme $\boldsymbol{u_r}$ terme proposé pour contourner le problème des erreurs d'approximations et compenser l'erreur due à l'utilisation de l'inverse régularisé au lieu de l'inverse matricielle, alors la loi de commande résultante est représentée comme suit :

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u_c}+\boldsymbol{u_r} \qquad (\mathbf{4.26})$$

Le terme de commande $\boldsymbol{u_c}$ est donnée par

$$\boldsymbol{u_c} = \widehat{\boldsymbol{G}}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\left(\boldsymbol{\varepsilon_0 I_P} + \widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\widehat{\boldsymbol{G}}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\right)^{-1}\left[-\widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_f}) - \widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_{fa}}) + \boldsymbol{V}\right] \quad (4.27)$$

Le terme de commande robuste est donné par

$$\boldsymbol{u_r} = \frac{\boldsymbol{B^T PE}|\boldsymbol{E^T PB}|\left(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{fa}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{g}}|\boldsymbol{u_c}| + |\boldsymbol{u_O}|\right)}{\boldsymbol{\sigma_0}\|\boldsymbol{E^T PB}\|^2 + \boldsymbol{\delta}} \quad (4.28)$$

avec

$$\boldsymbol{u_r} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u_{r1}} \\ \vdots \\ \boldsymbol{u_{rp}} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{u_0} = \boldsymbol{\varepsilon_0}\left[\boldsymbol{\varepsilon_0 I_p} + \widehat{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\widehat{\boldsymbol{G}}^{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_g})\right]^{-1}\left(-\widehat{\boldsymbol{F}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_f}) - \widehat{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{a}}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{\theta_{fa}}) + \boldsymbol{V}\right) \quad (4.29)$$

$\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f}}, \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{fa}}$ et $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{g}}$sont respectivement les estimes de $\overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f}}, \overline{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{fa}}$ et $\overline{\varepsilon}_g$; δ un paramètre variant dans le temps défini ci-dessous.

Pour atteindre les objectifs de commande, nous définissons les lois d'adaptations des paramètres comme suit :

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{f}} = -\boldsymbol{\gamma_f B^T PE w_f}(\boldsymbol{x}) \quad (4.30)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{fa}} = -\boldsymbol{\gamma_{fa} B^T PE w_{fa}}(\boldsymbol{x}) \quad (4.31)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{gij}} = -\boldsymbol{\gamma_g B^T PE u_j w_{gi}}(\boldsymbol{x}) \;\; \boldsymbol{i,j} = \boldsymbol{1},\dots,\boldsymbol{p} \quad (4.32)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\boldsymbol{f}} = \boldsymbol{n_f}|\boldsymbol{B^T PE}| \quad (4.33)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\boldsymbol{fa}} = \boldsymbol{n_{fa}}|\boldsymbol{B^T PE}| \quad (4.34)$$

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}}_{\boldsymbol{g}} = \boldsymbol{n_g}|\boldsymbol{u_c}^{\boldsymbol{T}}||\boldsymbol{B^T PE}| \quad (4.35)$$

$$\dot{\boldsymbol{\delta}} = -\boldsymbol{\eta}\frac{|\boldsymbol{E^T PB}|\left(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{f}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{fa}} + \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{\boldsymbol{g}}|\boldsymbol{u_c}| + |\boldsymbol{u_O}|\right)}{\boldsymbol{\sigma_0}\|\boldsymbol{E^T PB}\|^2 + \boldsymbol{\delta}} \quad (4.36)$$

$\boldsymbol{\gamma_f} > \boldsymbol{0}, \boldsymbol{\gamma_{fa}} > \boldsymbol{0}, \boldsymbol{\gamma_g} > \boldsymbol{0}, \boldsymbol{n_f} > \boldsymbol{0}, \boldsymbol{n_f} > \boldsymbol{0}, \boldsymbol{n_g} > \boldsymbol{0}, \boldsymbol{n_0} > \boldsymbol{0}$ et $\boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{0}) > \boldsymbol{0}$.

$\boldsymbol{Remarque}\ \mathbf{4.4}$

Il est à noter que dans la plupart des techniques utilisées dans la commande adaptative en générale et la commande tolérante aux défauts en particulier (comme dans notre cas $\left(\boldsymbol{\gamma_f}, \boldsymbol{\gamma_{fa}}, \boldsymbol{\gamma_g}, \boldsymbol{n_f}, \boldsymbol{n_f}, \boldsymbol{n_g}, \boldsymbol{n_0}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{gij}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{fa}}, \dot{\boldsymbol{\theta}}_{\boldsymbol{f}}, \boldsymbol{\delta}(\mathbf{0})\right)$ sont réglés manuellement à l'aide de plusieurs reprises de simulation. Cependant, ces paramètres restent inchangeables après les essais. Donc, si on change le point de départ ou certains paramètres internes du système changent, ce qui provoque la perte de poursuite et la naissance des harmoniques dans le régime transitoire de la réponse. Donc la loi de commande adaptative va prendre du temps pour s'adapter à ces changements. Pour cela, l'introduction d'une méthode d'approximation qui peut garantir que les paramètres adaptatifs soient à jour à chaque itération. Cette méthode s'appelle « optimisation par essaim de particules **OEP** ou **PSO** ».

4.3 Commande adaptative optimale indirecte tolérante aux défauts floue par PSO

4.3.1 Présentation de l'algorithme PSO

L'optimisation par essaim de particules **(OEP)**, aussi appelée Partical Swarm Optimisation (**PSO**) est une méthode basée sur un algorithme qui appartient à la famille métaheuristique. Cet algorithme était proposé par **Russel Eberhart** (***ingénieur en électricité***) et **James Kennedy** (***socio psychologue***) en **1995** [$\boldsymbol{Kennedy - 95}$]. Cette méthode est basée sur les observations faites lors des simulations informatiques de vols groupés d'oiseaux et aussi de bancs de poissons [$\boldsymbol{Craig - 87}$], [$\boldsymbol{Heppner - 90}$]. L'observation des relations grégaires d'oiseaux migrateurs qui parcourent de longues distances basées sur l'optimisation de leurs déplacements en termes d'énergie dépensée, le temps, etc…

Le déplacement de ces particules en essaim est complexe, sa dynamique obéit à des réglages et des facteurs bien spécifiques qu'il s'agit de contourner :

- Chaque individu dispose d'une certaine intelligence (qui lui permet de prendre une décision).
- Chaque individu doit connaitre sa position locale et dispose d'information locale de chaque individu se trouvant dans son voisinage.
- Obéir à ces trois règles simples (rester proche des autres individus, aller dans une même direction ou voler à la même vitesse).

Tous les facteurs mentionnés ci-dessus sont indispensables pour garantir la cohésion dans l'essaim.

Le critère de performance (fonction objective) choisit dans ce chapitre est l'erreur quadratique moyenne (mean squared error **MSE**) donné par $\boldsymbol{eq}.(\mathbf{4.37})$ pour assurer l'objectif de l'optimisation des paramètres adaptatifs avec les valeurs initiales des systèmes flous.

$$\boldsymbol{MSE} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{K}}\sum(\boldsymbol{Y_d} - \boldsymbol{Y})^{\mathbf{2}} \qquad (\mathbf{4.37})$$

PSO est initialisé par une population de solution aléatoire, chaque solution à une vitesse hasarde. Chaque particule suit son voisinage qui est associé à la meilleure solution qui appel $\boldsymbol{P_{best}}$ (Fitness). Une autre meilleure solution qui est suivie par l'ensemble de particule qui s'appel $\boldsymbol{g_{best}}$. Dans chaque itération, Le **PSO** consiste à changer la vitesse de chaque particule vers la location $\boldsymbol{P_{best}}$ et $\boldsymbol{g_{best}}$. La vitesse est pondérée par des termes aléatoires avec des nombres différents générés pour l'accélération vers la location $\boldsymbol{P_{best}}$ et $\boldsymbol{g_{best}}$.

Le processus original pour l'implémentation de la version globale du **PSO** est résumé comme suit :

$\boldsymbol{Etape\ 0}$ Initialiser les paramètres, les positions $\boldsymbol{x_i}$ et les vitesses $\boldsymbol{v_i}$ des particules de manière aléatoire.

$\boldsymbol{Etape\ 1}$ Calculer la matrice des meilleures positions et les valeurs de la fonction correspondantes.

$\boldsymbol{Etape\ 2}$ Si le critère d'arrêt est vérifié, alors l'algorithme se termine. S'il ne l'est pas, une nouvelle itération commence. Le critère d'arrêt correspond généralement à un nombre d'itérations prédéfinies, mais on peut également spécifier un critère d'arrêt en fonction de la meilleure valeur de qualité $\boldsymbol{f(x_i)}$ obtenue pour l'ensemble des particules. Pour toutes les particules de la population, exécuter les $\boldsymbol{Etapes\ 1}$ à $\boldsymbol{5}$.

$\boldsymbol{Etape\ 3}$ Mettre à jour la vitesse de déplacement $\boldsymbol{v_i(k+1)}$ de la particule $\boldsymbol{i}$. Cette mise à jour tient compte de la vitesse précédente de la particule $\boldsymbol{v_i(k)}$, de sa position présente $\boldsymbol{x_i(k)}$, de la position de la meilleure qualité $\boldsymbol{y_i(k)}$ obtenue par cette particule ainsi que de la position meilleure qualité globale $\boldsymbol{\hat{y}}$ obtenue par la population. De plus, deux paramètres, $\boldsymbol{r_1, r_2}$ sont utilisés pour ajuster l'importance des termes $\boldsymbol{\left(y_i(k) - x_i(k)\right), \left(\hat{y}(k) - x_i(k)\right)}$ de l'équation de la mise ajour de la vitesse (voir $\boldsymbol{eq. (4.38)}$).

$\boldsymbol{Etape\ 4}$ Mettre à jour la position $\boldsymbol{x_i(k)}$ de la particule $\boldsymbol{i}$ (voir $\boldsymbol{eq. (4.39)}$). Cette mise à jour tient compte de la position précédente de la particule $\boldsymbol{x(k)}$ ainsi que de la nouvelle vitesse $\boldsymbol{v_i(k+1)}$ calculée à l'étape 3.

$\boldsymbol{Etape\ 5}$ Revenir à l'étape 2.

$\boldsymbol{Remarque\ 4.5}$

Contrairement à bien d'autre heuristiques qui restent purement expérimentales, il existe une analyse mathématique précisant les conditions de convergence et le choix des paramètres [$\boldsymbol{Trelea-03}$].

Les équations de mouvement d'une particule $\boldsymbol{i}$ sont, pour chaque dimension $\boldsymbol{j}$, à l'itération $(\boldsymbol{k}+\mathbf{1})$:

$$\boldsymbol{v_{ij}(k+1) = w_j v_{ij} + c_1 r_{1j}\big(y_{ij}(k) - x_{ij}(k)\big) + c_2 r_{2j}\big(\hat{y}(k) - x_{ij}(k)\big)} \qquad (\mathbf{4.38})$$

$$\boldsymbol{x_{ij}(k+1) = x_{ij}(k) + v_{ij}(k+1)} \qquad (\mathbf{4.39})$$

où $\boldsymbol{x_{ij}(k+1)}$, $\boldsymbol{v_{ij}(k+1)}$ sont respectivement $\boldsymbol{j}^{\acute{e}me}$ composante de la position et le vecteur vitesse de la particule $\boldsymbol{i}$ à l'itération $\boldsymbol{k+1}$, $\boldsymbol{c_1}$ et $\boldsymbol{c_2}$ sont les coefficients d'accélération pour chaque terme exclusivement placé dans l'intervalle $[\mathbf{2}-\mathbf{4}]$, $\boldsymbol{w_j}$ est le poids d'inertie avec sa valeur qui s'étend de $[\mathbf{0.9}-\mathbf{1.2}]$, tandis que $\boldsymbol{r_{1j}}, \boldsymbol{r_{2j}}$ sont des nombres aléatoire uniformes entre **0** et **1**. Le rôle d'un choix approprié du poids d'inertie est important pour le succès du **PSO.** Dans le cas général, au début il peut être égal à sa valeur maximale et nous le diminuerons progressivement si la meilleure solution n'est pas atteinte. Trop souvent, dans la relation $\boldsymbol{w_j}$ est remplacé par $\frac{\boldsymbol{w_j}}{\boldsymbol{\sigma}}$, où $\boldsymbol{\sigma}$ dénote le facteur de construction qui contrôle la vitesse des particules.

Pour réaliser son prochain mouvement, chaque particule combine trois tendances : suivre sa vitesse propre, revenir vers sa meilleure performance, aller vers la meilleure performance de ces informatrices (voir la **Figure 4.2**).

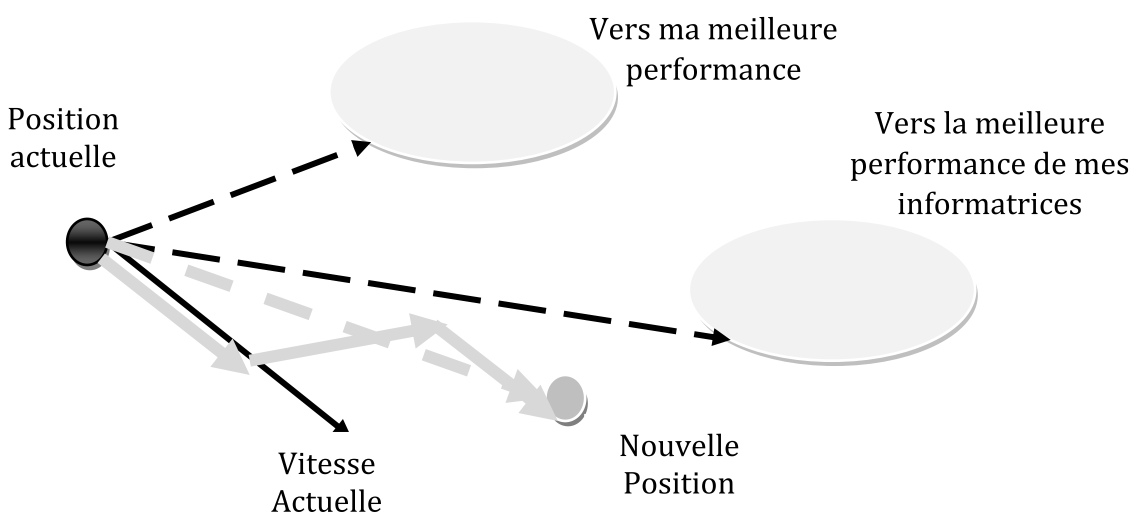


Figure 4.2 *schéma de principe du déplacement d'une particule*

Le schéma de commande proposé est doté d'un algorithme **PSO** présenté dans la **figure4.3**.

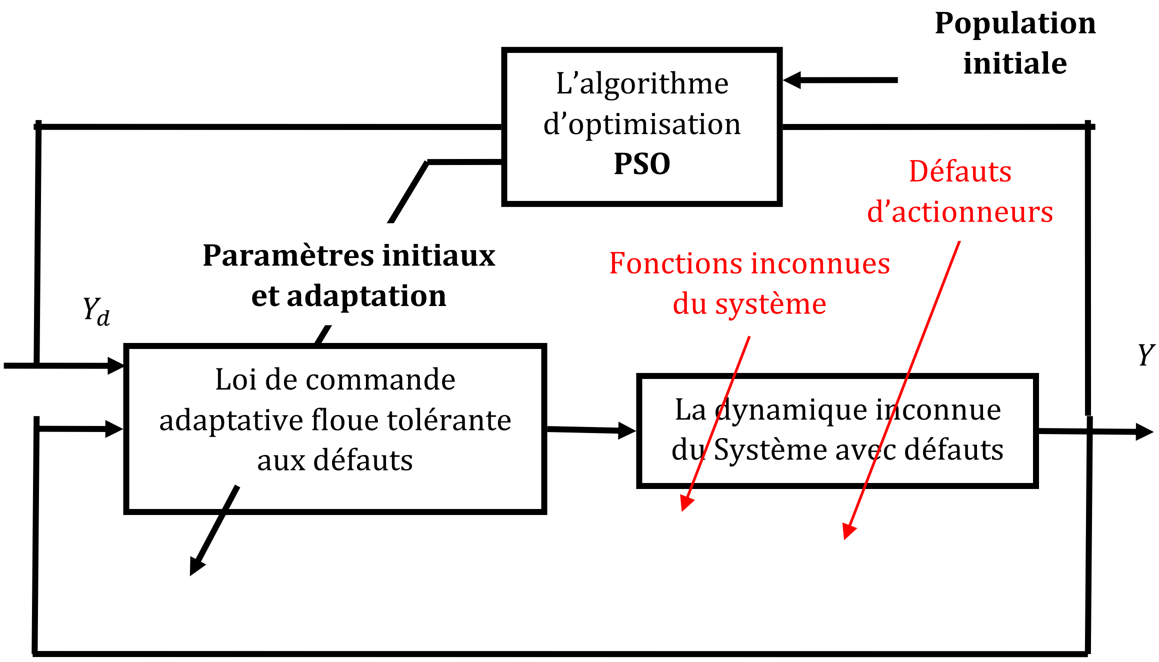


Figure 4.3 *schéma global de la loi de commande*

Remarque 4.6

Dans ce chapitre, nous allons considérer l'estimation on-line de tous les paramètres adaptatifs, et les valeurs initiales des systèmes floues sont calculées automatiquement par l'utilisation de l'algorithme d'optimisation **PSO**. Donc aucun paramètre n'est introduit manuellement même si on change les états initiaux du système.

$\boldsymbol{Th\acute{e}or\grave{e}me\ 4.1}$

Considérons le système non linéaire $\boldsymbol{eq.(4.7)}$, et supposons que les $\boldsymbol{hypoth\grave{e}ses}$ $\boldsymbol{(3.1-3.2)}$ sont satisfaites. Alors, la loi de commande définie par les équations $\boldsymbol{eqs.(4.26)-(4.28)}$ avec les lois d'adaptations $\boldsymbol{eqs.(4.30)-(4.36)}$ appliquées au système $\boldsymbol{eq.(4.7)}$ garantit la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée et la convergence vers zéros des erreurs de poursuite, $\boldsymbol{e_i^{(j)}} \rightarrow \boldsymbol{0}$ quand $\boldsymbol{t} \rightarrow \infty$ pour $\boldsymbol{i = 1, \dots, P}$ et, $\boldsymbol{j = 0, 1, \dots, r_i - 1}$.

$\boldsymbol{D\acute{e}monstration}$

Soit l'équation de l'erreur $\boldsymbol{E^{(n)} = Y_d^{(n)} - Y^{(n)}}$, qui peut être réécrite sous la forma suivante :

$$\boldsymbol{E^{(n)} = Y_d^{(n)} - F(x) - F_a(x,t,u) - G(x)u} \tag{4.40}$$

Qu'on peut écrire sous la forme suivante :

$$\boldsymbol{E^{(n)} = Y_d^{(n)} - F(x) - F_a(x,t,u) - G(x)u_c - G(x)u_r} \tag{4.41}$$

Remplaçant $\boldsymbol{eqs.(4.27, 4.29)}$, $\boldsymbol{eq.(4.41)}$ devient

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E^{(n)}} &= \boldsymbol{-K^T E - \left(F(x) - \widehat{F}(x,\theta_f)\right) - \left(F_a(x,t,u) - \widehat{F}_a(x,\theta_{fa})\right) - \left(G(x) - G(x,\theta_g)\right)u_c} \\ &\quad \boldsymbol{- G(x)u_r + u_0}\end{aligned} \tag{4.42}$$

Remplacent $\boldsymbol{eqs.(4.20, 4.22)}$, $\boldsymbol{eq.(4.42)}$ devient

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E^{(n)}} &= \boldsymbol{-K^T E - \left(\widehat{F}(x,\theta_f^*) - \widehat{F}(x,\theta_f) + \varepsilon_f(x)\right) - \left(\widehat{F}_a(x,\theta_{fa}^*) - \widehat{F}_a(x,\theta_{fa}) + \varepsilon_{fa}(x)\right)} \\ &\quad \boldsymbol{- \left(\widehat{G}(x,\theta_g^*) - \widehat{G}(x,\theta_g) + \varepsilon_g(x)\right)u_c - G(x)u_r + u_0}\end{aligned} \tag{4.43}$$

Qui peut être simplifiée

$$E^{(n)} = -K^T E - \left(W_f^T \tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x)\right) - \left(W_{fa}^T \tilde{\theta}_{fa} + \varepsilon_{fa}(x)\right) - \left(\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{p} W_{gi}^T \tilde{\theta}_{gij}\, u_{cj}\right)$$
$$- \varepsilon_g(x) u_c - G(x) u_r + u_0 \qquad (4.44)$$

Alors la dynamique de l'erreur peut être écrite comme suit :

$$\dot{E} = AE + B\left[-\left(W_f^T \tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x)\right) - \left(W_{fa}^T \tilde{\theta}_{fa} + \varepsilon_{fa}(x)\right) - \left(\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{p} W_{gi}^T \tilde{\theta}_{gij}\, u_{cj}\right) - \varepsilon_g(x) u_c - G(x) u_r + u_0\right] \qquad (4.45)$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I_{n\times n} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & I_{n\times n} \\ -K_1 & -K_2 & \cdots & -K_n \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ I_{n\times n} \end{bmatrix}$$

La matrice A étant stable (valeurs propres à partie réelle négative), pour une matrice Q symétrique définie positive. On lui associe une équation de Lyapunov, ayant pour solution unique une matrice symétrique définie positive, P donnée par :

$$A^T P + PA = -Q \qquad (4.46)$$

Pour minimiser l'erreur de poursuite ainsi que l'erreur d'approximation, on considère la fonction de **Lyapunov** suivante :

$$V = \frac{1}{2} E^T P E + \frac{1}{2\gamma_f} \tilde{\theta}_f^T \tilde{\theta}_f + \frac{1}{2\gamma_{fa}} \tilde{\theta}_{fa}^T \tilde{\theta}_{fa} + \frac{1}{2\gamma_f} tr(\tilde{\theta}_g^T \tilde{\theta}_g) + \frac{1}{2\eta_f} \tilde{\varepsilon}_f^T \tilde{\varepsilon}_f + \frac{1}{2\eta_{fa}} \tilde{\varepsilon}_{fa}^T \tilde{\varepsilon}_{fa}$$
$$+ \frac{1}{2\eta_g} tr\left(\tilde{\varepsilon}_g^T \tilde{\varepsilon}_g\right) + \frac{1}{2\eta} \delta^2 \qquad (4.47)$$

Ou δ est un paramètre variant dans le temps, $\tilde{\varepsilon}_f = \bar{\varepsilon}_f - \hat{\varepsilon}_f$, $\tilde{\varepsilon}_{fa} = \bar{\varepsilon}_{fa} - \hat{\varepsilon}_{fa}$, $\tilde{\varepsilon}_g = \bar{\varepsilon}_g - \hat{\varepsilon}_g$

Si on prend le dérivé et on utilise $eqs. (4.42, 4.43)$ alors $eq. (4.47)$ devient

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}E^TQE + E^TPB\left[-\left(W_f^T\tilde{\theta}_f + \varepsilon_f(x)\right) - \left(W_{fa}^T\tilde{\theta}_{fa} + \varepsilon_{fa}(x)\right) - \left(\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} W_{gi}^T\tilde{\theta}_{gij}\, u_{cj}\right) - \varepsilon_g(x)u_c - G(x)u_r + u_0\right] - \frac{1}{\gamma_f}\tilde{\theta}_f^T\dot{\theta}_f - \frac{1}{\gamma_{fa}}\tilde{\theta}_{fa}^T\dot{\theta}_{fa} - \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\frac{1}{\gamma_{gij}}\tilde{\theta}_{gij}^T\dot{\theta}_{gij} - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\varepsilon}_f^T\dot{\hat{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_{fa}}\tilde{\varepsilon}_{fa}^T\dot{\hat{\varepsilon}}_{fa} - \frac{1}{\eta_g}tr\left(\tilde{\varepsilon}_g^T\dot{\hat{\varepsilon}}_g\right) + \frac{1}{\eta}\delta\dot{\delta} \qquad (4.48)$$

On peut écrire la dérivée temporelle de V comme suit

$$\dot{V} = -\frac{1}{2}E^TQE + \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \qquad (4.49)$$

Remarque **4.7**

L'écriture de la dérivée de la fonction de **Lyapunov** mentionnée dans $eq.(4.49)$ permet de faciliter la tâche de la démonstration de négativité de la dérivée $\dot{V}$.

On pose :

$$\dot{V}_1 = -\frac{1}{\gamma_f}\tilde{\theta}_f^T\left[\gamma_f B^TPEW_f + \dot{\theta}_f\right] - \frac{1}{\gamma_{fa}}\tilde{\theta}_{fa}^T\left[\gamma_{fa}B^TPEW_{fa} + \dot{\theta}_{fa}\right] - \frac{1}{\gamma_g}\sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\tilde{\theta}_{gij}^T\left[\gamma_g B^TPEu_jw_{gi} + \dot{\theta}_{gij}\right] \qquad (4.50)$$

Si on applique les lois d'adaptations $eqs.(4.30 - 4.32)$, $eq.(4.50)$ devient

$$\dot{V}_1 = 0 \qquad (4.51)$$

$$\dot{V}_2 = -E^TPBG(x)u_r - E^TPB\varepsilon_f(x) - E^TPB\varepsilon_{fa}(x) - E^TPB\varepsilon_g(x)u_c + E^TPBu_0 - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\varepsilon}_f^T\dot{\hat{\varepsilon}}_f - \frac{1}{\eta_{fa}}\tilde{\varepsilon}_{fa}^T\dot{\hat{\varepsilon}}_{fa} - \frac{1}{\eta_g}tr\left(\tilde{\varepsilon}_g^T\dot{\hat{\varepsilon}}_g\right) + \frac{1}{\eta}\delta\dot{\delta} \qquad (4.52)$$

Alors $\dot{V}_2$ peut-être bornée comme suit

$$\dot{V}_2 \leq -E^T PB\sigma_0 u_r + |E^T PB|\overline{\varepsilon_f} + |E^T PB|\overline{\varepsilon_{fa}} + |E^T PB|\overline{\varepsilon_g}|u_c| + |E^T PB||u_0| - \frac{1}{\eta_f}\tilde{\varepsilon}_f^T\dot{\hat{\varepsilon}}_f$$

$$-\frac{1}{\eta_{fa}}\tilde{\varepsilon}_{fa}^T\dot{\hat{\varepsilon}}_{fa} - \frac{1}{\eta_g}tr\left(\tilde{\varepsilon}_g^T\dot{\hat{\varepsilon}}_g\right) + \frac{1}{\eta}\delta\dot{\delta} \qquad (4.53)$$

Si on utilise les lois d'adaptation $\boldsymbol{eqs}.(4.33-4.35)$, $\boldsymbol{eq}.(4.53)$ devient

$$\dot{V}_2 \leq -E^T PB\sigma_0 u_r + |E^T PB||u_0| + \frac{1}{\eta}\delta\dot{\delta} + \hat{\varepsilon}_f|E^T PB| + \hat{\varepsilon}_{fa}|E^T PB|$$

$$+ \hat{\varepsilon}_g|E^T PB||u_c| \qquad (4.54)$$

En utilisant $\boldsymbol{eqs}.(4.28, 4.36)$, alors $\boldsymbol{eq}.(4.54)$ devient

$$\dot{V}_2 = 0 \qquad (4.55)$$

Des résultats $\boldsymbol{eqs}.(4.51, 4.55)$, $\boldsymbol{eq}.(4.49)$ devient

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}E^T QE \leq 0 \qquad (4.56)$$

Qui peut être réorganiser comme suit

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2}\,\lambda_{Qmin}\|E\|^2 \qquad (4.57)$$

avec

λ_{Qmin} La valeur propre minimale de la matrice Q ,alors en intégrant les deux côtés de $\boldsymbol{eq}.(4.57)$ de $[0, t]$ On obtient :

$$\int_0^t \|E(\tau)\|^2\, d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}}[V(0) - V(t)] \qquad (4.58)$$

Ce qui nous donne

$$\int_0^t \|E(\tau)\|^2\, d\tau \leq \frac{2}{\lambda_{Qmin}}[\|V(0)\| + \|V(t)\|] \qquad (4.59)$$

D'un côté, comme le montre Wang **[Wang-93]**, cela implique $E(t) \in L_2$, conformément à la théorie de Lyapunov, $E(t)$ est borné. D'un autre côté de $\boldsymbol{eq}.(4.45)$ $\dot{E}(t) \in L_\infty$

(bornée) parce que tous les membres de son côté droit sont bornés. Selon le lemme de $\boldsymbol{Barbalat}$, nous concluons que $\lim_{t\to\infty}\|\boldsymbol{E}(\boldsymbol{t})\| = \mathbf{0}$.

4.4 Résultats de simulation

Dans ce chapitre, nous présenterons un exemple de simulation numérique pour monter l'efficacité et la rapidité de la loi de commande adaptative floue proposée. Nous allons considérer un modèle dynamique d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté. Le modèle dynamique du manipulateur est donné par les équations suivantes [$\boldsymbol{Slotine - 91}$], [$\boldsymbol{Tong - 00}$] :

$$\begin{pmatrix}\ddot{q}_1\\ \ddot{q}_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}M_{11} & M_{12}\\ M_{21} & M_{22}\end{pmatrix}^{-1}\left\{\begin{pmatrix}u_1\\ u_2\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}-h\dot{q}_2 & -h\dot{q}_2(\dot{q}_1+\dot{q}_2)\\ h\dot{q}_1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{q}_1\\ \dot{q}_2\end{pmatrix}\right\} \quad (4.60)$$

avec

$$M_{11} = a_1 + 2a_3\cos(q_2) + 2a_4\sin(q_2)$$

$$M_{22} = a_2$$

$$M_{21} = M_{12} = a_2 + a_3\cos(q_2) + a_4\sin(q_2)$$

$$h = a_3\sin(q_2) - a_4\cos(q_2)$$

$$a_1 = I_1 + m_1 l_{c1}^2 + I_e + m_e l_{ce}^2 + m_e l_1^2$$

$$a_2 = I_e + m_e l_{ce}^2$$

$$a_3 = m_e l_1 l_{ce}\cos(\delta_e)$$

$$a_4 = m_e l_1 l_{ce}\sin(\delta_e)$$

Où $\boldsymbol{u_1}$ et $\boldsymbol{u_2}$ sont les couples de commande appliqués aux deux articulations.

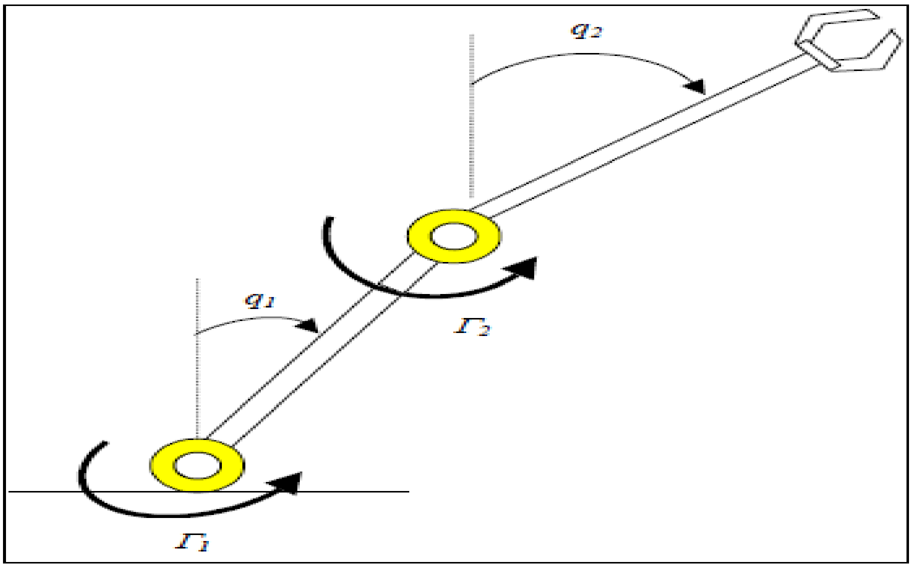


Figure 4.4 *Bras de robot à deux articulations*

On pose

$\boldsymbol{y} = [\boldsymbol{q_1}\ \boldsymbol{q_2}]$ Le vecteur de sorties.

$\boldsymbol{u} = [\boldsymbol{u_1}\ \boldsymbol{u_2}]$ Le vecteur de commandes.

$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{q_1}\ \dot{\boldsymbol{q}}_1\ \boldsymbol{q_2}\ \dot{\boldsymbol{q}}_2]$ Le vecteur d'états.

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{f_1}(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{f_2}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} = -\boldsymbol{M}^{-1} \begin{pmatrix} -\boldsymbol{h}\dot{\boldsymbol{q}}_2 & -\boldsymbol{h}\dot{\boldsymbol{q}}_2(\dot{\boldsymbol{q}}_1 + \dot{\boldsymbol{q}}_2) \\ \boldsymbol{h}\dot{\boldsymbol{q}}_1 & \boldsymbol{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\boldsymbol{q}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{q}}_2 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} \boldsymbol{g_{11}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{g_{12}}(\boldsymbol{x}) \\ \boldsymbol{g_{21}}(\boldsymbol{x}) & \boldsymbol{g_{22}}(\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} = \boldsymbol{M}^{-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{M_{11}} & \boldsymbol{M_{12}} \\ \boldsymbol{M_{21}} & \boldsymbol{M_{22}} \end{pmatrix}^{-1}$$

Alors, le modèle du robot donné par $\boldsymbol{eq}.\ (\boldsymbol{4.60})$ peut-être réécrit sous la forme suivante

$$\ddot{\boldsymbol{y}} = \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} \qquad (\boldsymbol{4.61})$$

Il est bien évident que la matrice M est définie positive $[\boldsymbol{Slotine} - \boldsymbol{91}]$, et de ce fait, le modèle du robot satisfait $\boldsymbol{l'hypoth}$è$\boldsymbol{se}\ \boldsymbol{4.1}$.

L'objectif que nous cherchons consiste à forcer les sorties du système $\boldsymbol{q_1}$ et $\boldsymbol{q_2}$, de suivre respectivement les trajectoires de références sinusoïdales données par $\boldsymbol{y_{d1}} = \mathbf{sin}\ (\boldsymbol{t})$ et $\boldsymbol{y_{d2}} = \mathbf{sin}\ (\boldsymbol{t})$.

Dans la simulation présentée ci-dessous, nous supposons que les fonctions non linéaires

$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{u})$ et $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$ sont inconnues. Cependant le contrôleur adaptatif indirect flou développer ne nécessite pas la connaissance de ces fonctions. Le modèle dynamique est uniquement utilisé pour simuler le comportement du bras manipulateur.

Pour l'approximation des fonctions non linéaires inconnues $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{u})$ et $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$, deux systèmes flous sont utilsés pour approximer les éléments de $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}), \boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{u})$, et quatre systèmes flous utilisés pour approximer les éléments de $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$. Les systèmes flous utilisés pour approximer $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$ ont les variables $\boldsymbol{x_1}(\boldsymbol{t})$, $\boldsymbol{x_2}(\boldsymbol{t})$, $\boldsymbol{x_3}(\boldsymbol{t})$, **et** $\boldsymbol{x_4}(\boldsymbol{t})$ comme entrées, et ceux utilisés pour décrire $\boldsymbol{F_a}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{t}, \boldsymbol{u})$ ont les variables $\boldsymbol{x_2}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{x_4}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}$, et ceux utilisés pour $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$ ont $\boldsymbol{x_1}(\boldsymbol{t}), \boldsymbol{x_3}(\boldsymbol{t})$ comme entrées. Pour chaque variable $\boldsymbol{x_i}$, on définit cinq fonctions d'appartenance de forme **Gaussiennes** :

$$\mu_{F_i^1}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 1.25}{0.7}\right)^2\right\}, \mu_{F_i^2}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i + 0.75}{0.7}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^3}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i}{0.7}\right)^2\right\}, \mu_{F_i^4}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 0.75}{0.7}\right)^2\right\}$$

$$\mu_{F_i^5}(x_i) = \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - 1.25}{0.7}\right)^2\right\} \qquad i = 1, 2, 3, 4$$

Les paramètres de la dynamique du système sont représentés dans le tableau ci-dessous :

Tableau 4.2
Paramètres de simulation du système

Paramètres du système	**Valeurs numérique**	**Paramètres du système**	**Valeurs numérique**
$\boldsymbol{m_1}$	1	$\boldsymbol{l_{ce}}$	0.6
$\boldsymbol{m_e}$	2	$\boldsymbol{I_1}$	0.12
$\boldsymbol{l_1}$	1	$\boldsymbol{I_e}$	0.25
$\boldsymbol{l_{c1}}$	0.5	$\boldsymbol{\delta_e}$	30°

Le système est initialement à la position suivante :

$$\boldsymbol{x}(\mathbf{0}) = [\mathbf{0.5}, \mathbf{0}, \mathbf{0.5}, \mathbf{0}]$$

$\boldsymbol{p} = [\mathbf{8.12\ 0\ 2.75\ 0; 0\ 8.12\ 0\ 2.75; 2.75\ 0\ 2.62\ 0; 0\ 2.75\ 0\ 2.62}\ ]$,

$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{diag}(\mathbf{5.5}, \mathbf{5.5}, \mathbf{5}, \mathbf{5})$, $\boldsymbol{k} = [\mathbf{1\ 0; 01; 2\ 0; 0\ 2}]$.

Dans ce que suit, trois cas de simulation sont présentés.

Le premier cas est achevé sans la présence d'aucun défaut (free from actuator faults), seulement les perturbations externes sont considérées. Dans **Figure 4.5.*A***, **Figure 4.5.*B***, nous pouvons voir la bonne poursuite entre les trajectoires de références ($\boldsymbol{y_{d1}}, \boldsymbol{y_{d2}}$) et les positions angulaires ($\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2}$), tandis que la **Figure 4.5.*E***, **Figure 4.5.*F*** représente les erreurs de poursuite. **Figure 4.5.*C***, **Figure 4.5.*D***, décrivent la poursuite des vitesses angulaires. Le signal de commande ($\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}$) est donné **Figure 4.5.*G***, **Figure 4.5.*H*.** Les signaux de commande obtenus sont lisses. Mais, le phénomène de chattering est minimisé à cause du terme de robustesse proposé.

Le deuxième cas est achevé sous la présence des défauts d'actionneur qui varient dans le temps seulement (**Time-varying actuator faults**) de types (**Biais, Déviation, Perte de la précision et Perte d'efficacité**) à partir de l'instant $\boldsymbol{T_f} \geq \mathbf{5}\boldsymbol{s}$. La forme mathématique de ces défauts est résumée dans le **Tableau 4.3.**

Tableau 4.3
Défauts d'actionneur variant dans le temps

Défaut(s)	**Type**	**L'équation**	**Unité de mesure**
$\boldsymbol{f_{ai}}$	Biais (Lock in place)	$\mathbf{0.5}$	$[N.m]$
	Déviation	$\mathbf{0.75} * \boldsymbol{t}\ [\boldsymbol{N.m}]$	$[N.m]$
	Perte de la précision	$\boldsymbol{Sin}(\mathbf{2}\boldsymbol{t}) + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}\boldsymbol{cos}(\mathbf{2}\boldsymbol{t})[\boldsymbol{N.m}]$	$[N.m]$
	Perte d'efficacité	**77%**	$[N.m]$

Dans **Figure 4.6.*A***, **Figure 4.6.*B***, nous pouvons voir la bonne poursuite entre les trajectoires de références ($\boldsymbol{y_{d1}}, \boldsymbol{y_{d2}}$) et les positions angulaires ($\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2}$), tandis que la **Figure 4.6.*E***, **Figure 4.6.*F*** représente les erreurs de poursuite. **Figure 4.6.*C***, **Figure 4.6.*D***, décrivent la poursuite des vitesses angulaires. Le signal de commande ($\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}$) est donné **Figure 4.6.*G***, **Figure 4.6.*H.*** Les signaux de commande obtenus sont lisses, et le phénomène de chattering est minimisé malgré la présence des défauts d'actionneurs à cause du terme de robustesse proposé.

Le troisième cas est achevé sous la présence des défauts d'actionneur qui varient dans le temps et aussi avec les états du système (**Time-varying and state-dependent actuator failures**) de types (**Biais, Déviation, Perte de la précision et Perte d'efficacité**) à partir de l'instant $\boldsymbol{T_f} \geq \mathbf{5}\boldsymbol{s}$. La forme mathématique de ces défauts est résumée dans le **Tableau 4.4.**

Tableau 4.4
Défauts d'actionneurs

Défaut(s)	**Type**	**L'équation**	**Unité de mesure**
$\boldsymbol{f_a}$	Biais (Lock in place)	$\mathbf{2}$	$[N.m]$
	Déviation	$\mathbf{0.55} * \boldsymbol{t}$	$[N.m]$
	Perte de la précision	$(\mathbf{4} + \boldsymbol{x_1})\boldsymbol{cos}(\boldsymbol{t}) - (\mathbf{2} + \boldsymbol{x_2})\boldsymbol{sin}(\mathbf{2}\boldsymbol{t})$	$[N.m]$
	Perte d'efficacité	$(\mathbf{3} + \mathbf{tanh}\ (-\boldsymbol{t} + \mathbf{50}\boldsymbol{x_3})/\mathbf{6})/\mathbf{4}$	$[N.m]$

Dans **Figure 4.7.*A***, **Figure 4.7.*B***, nous pouvons voir la bonne poursuite entre les trajectoires de références ($\boldsymbol{y_{d1}}, \boldsymbol{y_{d2}}$) et les positions angulaires ($\boldsymbol{\theta_1}, \boldsymbol{\theta_2}$), tandis que la **Figure 4.7.*E***, **Figure 4.7.*F*** représente les erreurs de poursuite. **Figure 4.7.*C***, **Figure 4.7.*D***, décrivent la poursuite des vitesses angulaires. Le signal de commande ($\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}$) est donné **Figure 4.7.*G***, **Figure 4.7.*H.*** Les signaux de commande obtenus sont lisses, et le phénomène de chattering est minimisé malgré la présence des défauts d'actionneurs à cause du terme de robustesse proposé.

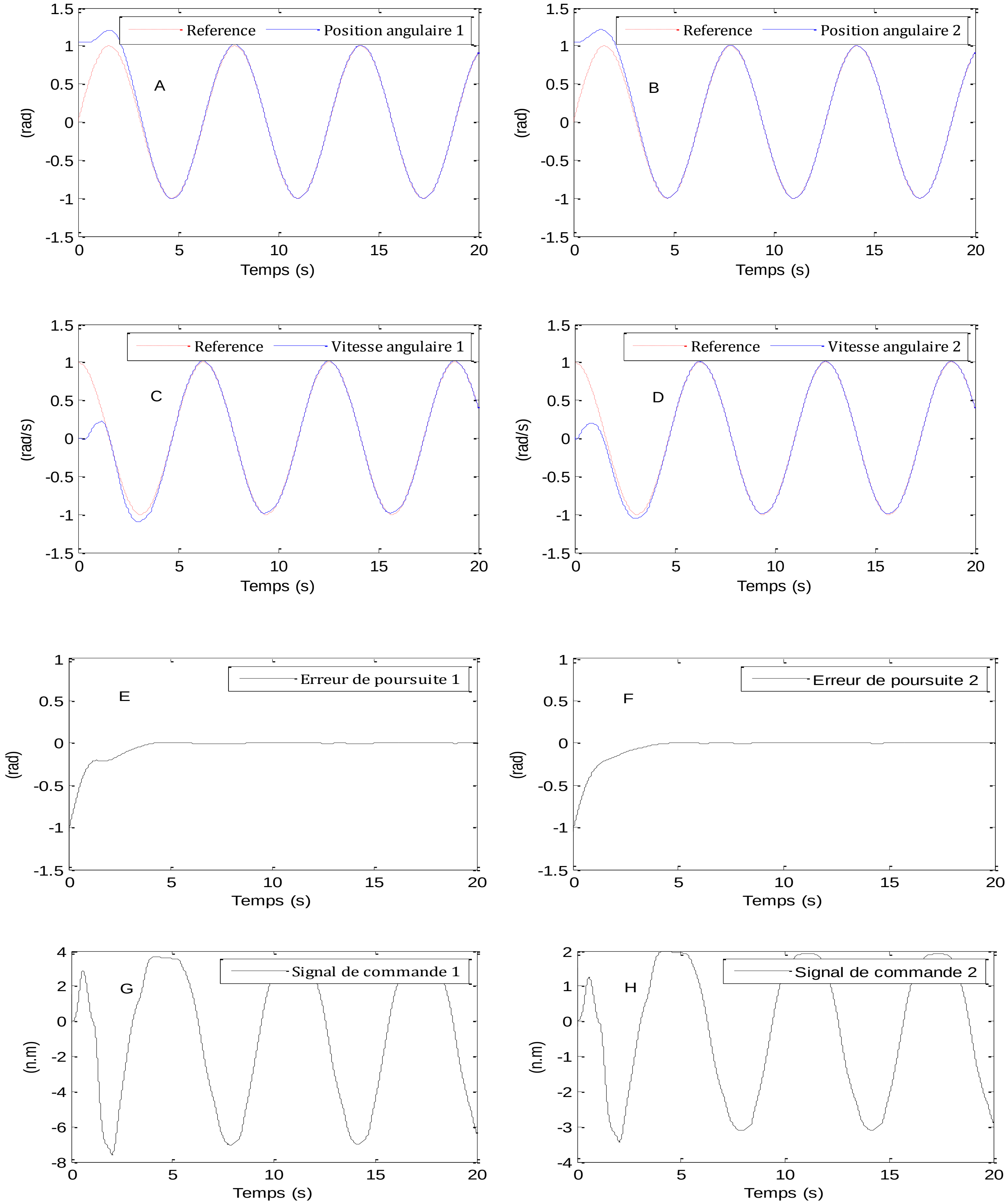


***Figure 4.5** L'évolution du bras de robot sans défauts. **(A), (B)** La trajectoire des positions angulaires : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ; **(E), (F)** L'erreur de poursuite correspondante;**(C), (D)** La trajectoire des vitesses angulaire : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ; **(G), (H)** les signaux de commande.*

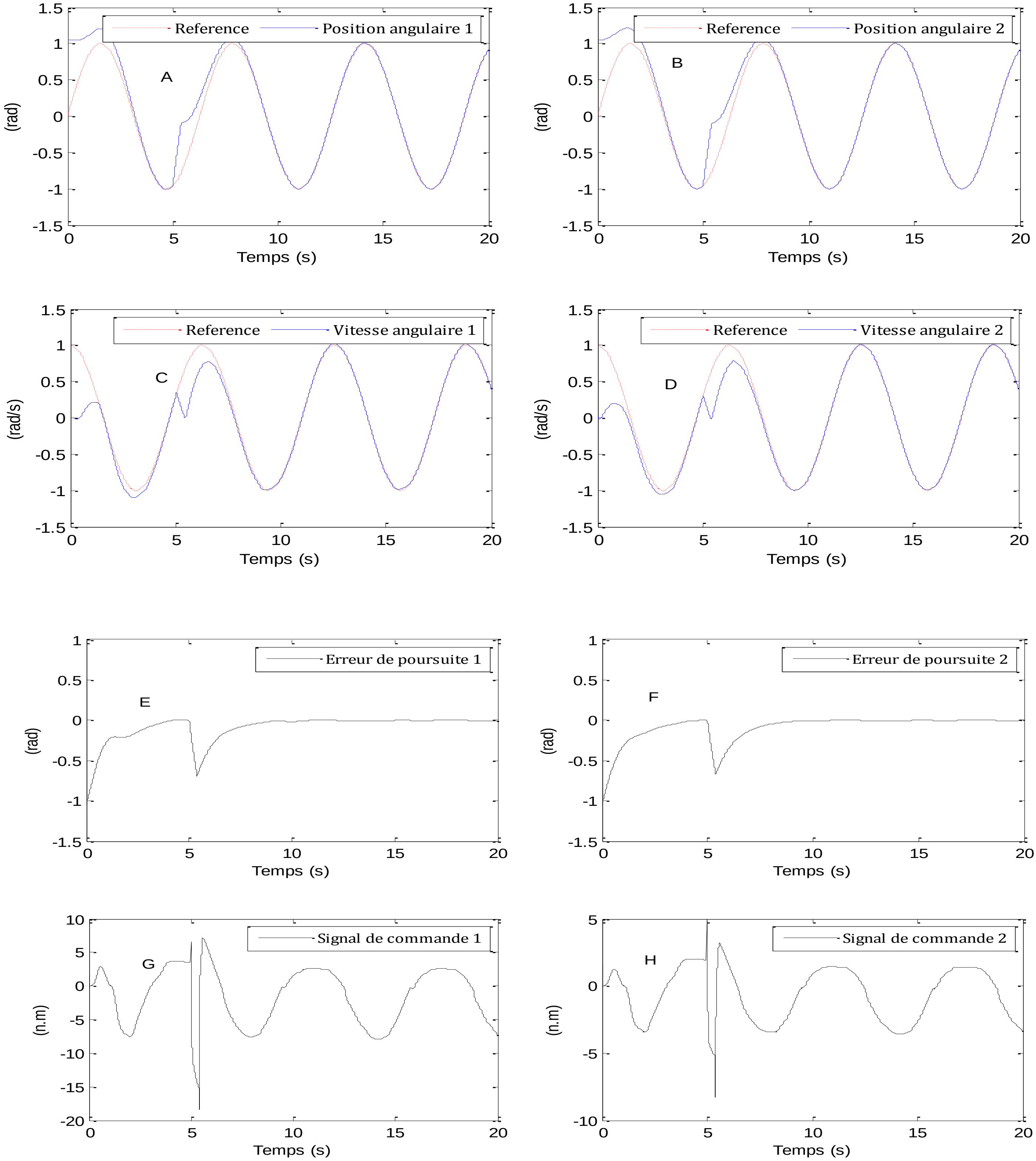


***Figure 4.6** L'évolution du bras de robot avec défauts d'actionneurs. **(A), (B)** La trajectoire des positions angulaires : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ; **(E), (F)** L'erreur de poursuite correspondante;**(C), (D)** La trajectoire des vitesses angulaire : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ; **(G), (H)** les signaux de commande*

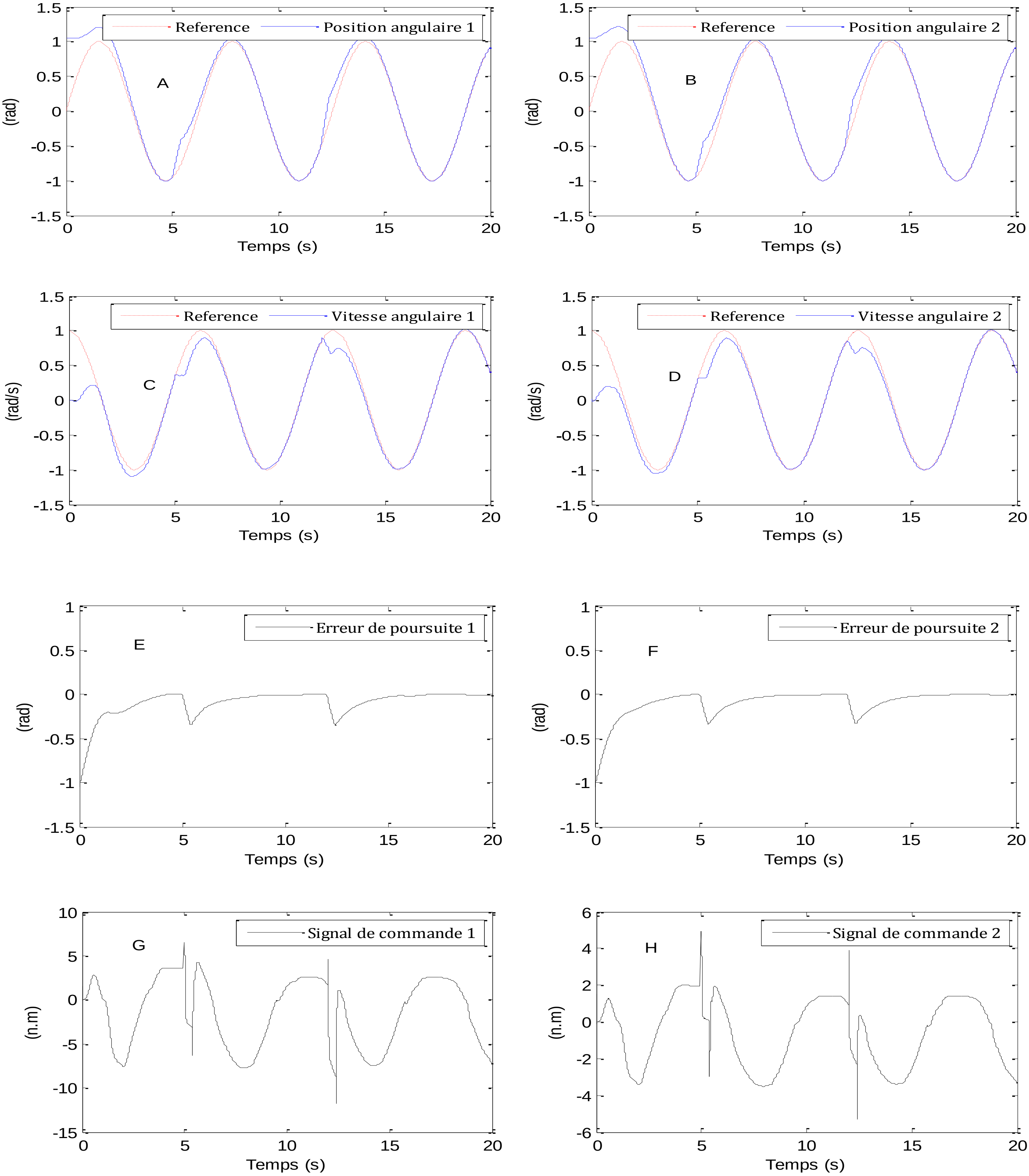


***Figure 4.7** L'évolution du bras de robot avec défauts d'actionneurs. **(A), (B)** La trajectoire des positions angulaires : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ; **(E), (F)** L'erreur de poursuite correspondante;**(C), (D)** La trajectoire des vitesses angulaires : réelle (Ligne bleue) ; Référence (Ligne rouge) ; **(G), (H)** les signaux de commande*

$\boldsymbol{Remarque\ 4.8}$

D'après les figures présentées ci-dessus, on remarque bien que les trajectoires réelles convergent vers les trajectoires désirées malgré la présence des défauts d'actionneurs considérés (voir **Tableau 4.3, Tableau 4.4**), et nous constatons bien aussi l'efficacité de la loi de commande proposé $\boldsymbol{eq.}(\boldsymbol{4.26})$ qui a réagi à la présence des défauts a l'instant $\boldsymbol{T_f \geq 5s}$ ce qui rend les trajectoires réelles contrainte à suivre les trajectoires de références. Comme on a développé une loi de commande qui est la somme de deux termes : un terme de commande dite adaptative $\boldsymbol{eq.}(\boldsymbol{4.27})$ qui sert à pallier les problèmes de non linéarités et les défauts d'actionneurs, et l'autre terme de robustesse $\boldsymbol{eq.}(\boldsymbol{4.28})$ est évoqué pour contourner le problème des erreurs d'approximations due à l'utilisation des systèmes flous.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons essayé de développer une loi de commande adaptative floue pour une classe de systèmes non linéaires multivariables **MIMO** incertains avec les défauts d'actionneurs variant dans le temps et avec les états du système (Time-varying and state-dependent actuator failures).

Au départ, nous avons considéré une loi de commande adaptative qui est composée par deux termes : un terme de commande adaptative flou, introduit pour compenser les termes non linéaires du système et les défauts d'actionneurs, et un deuxième terme de robustification proposé pour y remédier aux problèmes des erreurs d'approximations. Les paramètres de synthèse du contrôleur adaptatif sont mis à jour à travers les lois d'adaptations inspirées de l'étude de la stabilité via l'approche de **Lyapunov**. Les paramètres des lois d'adaptations sont optimisés par le biais de la méthode méta-heuristique dite « Optimisation par essaimes de particules **OEP** » ou bien « Particle swarm optimization **PSO** ». L'approche de commande développée n'exige pas la connaissance du modèle du système, et elle garantit la bornitude de tous les signaux dans le système bouclé, avec la convergence de l'erreur de poursuite vers zéro, en plus elle évite le problème où la loi de commande n'est pas définie, en utilisant l'inverse régularisé.

Finalement, nous avons effectué une simulation numérique sur le modèle dynamique d'un bras manipulateur à deux degrés de liberté **2DOF**, qui nous a montré l'efficacité et la rapidité du contrôleur proposé avec la convergence des sorties du système vers les trajectoires de références proposées.

Conclusion générale

Conclusion générale

Durant ces dernières décennies, la précision exigée par les industriels mène au développement d'un schéma de commande qui doit assurer la stabilité et la robustesse, en présence de phénomènes perturbateurs de nature externe (influence de l'environnement, température, pression d'air, signaux radio, etc…), ou de nature interne (erreurs de modélisations ou approximations, défauts de capteur, défauts d'actionneur, défauts interne du système).

Dans notre thèse, l'objectif de commande est la résolution d'un problème de suivi de trajectoire, où nous essayerons de forcer le système non linéaire à suivre de plus près une trajectoire de référence donnée, tout en assurant la convergence de l'erreur vers l'origine, et garantir la bornitude de tous les signaux de la boucle fermée.

Les travaux présentés dans cette thèse ont pour objectif de synthétiser une loi de commande adaptative floue indirecte stable, pour une classe de systèmes non linéaires monovariables et multivariables. Cette loi de commande est la somme de deux termes : un terme adaptatif basé sur les systèmes flous, et un terme robuste. Les lois d'adaptation sont tirées de l'étude de la stabilité par l'approche de **Lyapunov**. Après avoir présenté **l'état de l'art** sur la commande tolérante aux défauts, avec la citation de plusieurs travaux de recherche achevés dans ce domaine. En se basant sur les définitions mentionnées dans le travail de **l'état de l'art**, nous avons développé une loi de commande adaptative indirecte floue stable, pour une classe de systèmes non linéaires monovariables et multivariables en la présence des perturbations externes, les défauts d'actionneur et les défauts de capteur en même temps. Après avoir introduit une brève description sur la logique floue en général avec la focalisation sur le système flou de **Takagi-Sugeno**. En utilisant les systèmes flous de **Takagi-Sugeno** deux lois de commande adaptative et robuste sont considérées pour atteindre l'objectif de commande. Le mélange de la technique backstepping et la logique floue nous a permis de contourner les différents défauts (capteur et actionneur) avec les perturbations externes et les fonctions inconnues du système. En basant sur les lois de commande mentionnées ci-dessus, une simulation sur le modèle dynamique d'un Quadrirotor, qui a prouvé l'efficacité et la rapidité de notre approche.

Dans le **troisième chapitre**, nous avons proposé une loi de commande adaptative indirecte tolérante aux défauts d'actionneur par les systèmes flous stables, pour une classe de systèmes non linéaires monovariables et multivariables sous les défauts d'actionneur. Cette loi de commande est capable de forcer la sortie du système à suivre une trajectoire de référence donnée. Dans cette partie, le signe du gain de commande est considéré comme inconnu, donc l'utilisation d'une méthode qui puisse pallier à ce problème s'avère nécessaire. La fonction de **Nussbaum** peut prendre en charge ce problème par l'intégration de la fonction de **Nussbaum** dans la loi de commande adaptative et la loi de commande robuste. La première loi est basée sur les systèmes flous pour compenser les non linéarités du système et les défauts d'actionneur, la deuxième est une loi de robustesse pour pallier au problème des erreurs d'approximation due à l'utilisation des systèmes floues. Nous avons testé l'efficacité et la précision de la loi de commande développée dans ce chapitre par un exemple de simulation effectué sur le modèle dynamique du double-pendule inversé.

Dans le **dernier chapitre**, nous avons développé une loi de commande adaptative indirecte floue stable pour une classe de systèmes non linéaires multivariables par l'utilisation des essaimes de particules (Partical Swarm Optimisation **PSO**). Dans cette section nous avons supposé que la loi de commande soit la somme de deux termes : un terme adaptatif et un terme de robustesse pour garantir la convergence de l'erreurs de poursuite vers zéro en présence des erreurs d'approximation. L'utilisation de la méthode **PSO** est inclue dans le cadre de l'approximation méta-heuristique, cette méthode a pour but de rendre la loi de commande proposée optimale, donc à chaque itération nous avons calculé les paramètres d'adaptation. En plus, la loi d'adaptation du gain de commande estimé est initialisée par zéro, à cause de la modification dans la loi de commande adaptative par le gain de **Nussbaum**. Comme nous avons testé l'efficacité de la loi de commande développée dans ce chapitre par un exemple de simulation effectué sur le modèle dynamique d'un bras de robot à deux degrés de liberté.

Perspectives

Nous pouvons dire qu'à partir de notre modeste travail de recherche, plusieurs idées et propositions sont à l'horizon afin de mieux cerner et expliquer nos travaux éventuels parmi lesquelles nous citons :

- L'implémentation expérimentale de tous les résultats théoriques obtenus précédemment.
- L'étude approfondie sur une large classe de systèmes non linéaires dans la présence des défauts.
- Compléter la réalisation d'un drone Quadrirotor (état d'avancement 70%).
- Elargir l'étude des systèmes du continu vers le discret.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

$[\boldsymbol{Andry-83}]$ Andry, A. N., Shapiro, E. Y., & Chung, J. C. (1983). Eigenstructure assignment for linear systems. *IEEE transactions on aerospace and electronic systems*, (5), 711-729.

$[\boldsymbol{Ao-17}]$ Ao, W., Song, Y., & Wen, C. (2017). Adaptive robust fault tolerant control design for a class of nonlinear uncertain MIMO systems with quantization. *ISA transactions*, *68*, 63-72.

$[\boldsymbol{Astr}\ddot{\text{o}}\boldsymbol{m-00}]$ Aström, K. J., Albertos, P., Blanke, M., Isidori, A., Schaufelberger, W., & Sanz, R. (Eds.). (2000). *Control of complex systems*. Springer-Verlag London. 482 P.

$[\boldsymbol{Aubrun-93}]$ Aubrun, C., Sauter, D., Noura, H., & Robert, M. (1993). Fault diagnosis and reconfiguration of systems using fuzzy logic: application to a thermal plant. *International journal of systems science*, *24*(10), 1945-1954.

$[\boldsymbol{Blanke-03}]$ Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, M., & Staroswiecki, M. (2003). Diagnosis and fault tolerant control. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 672 P

$[\boldsymbol{Blanke-16}]$ Blanke M, Kinnaert M, Lunze J, Staroswiecki M. (2016). Diagnosis and Fault-Tolerant Control. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 695 P.

$[\boldsymbol{Bodson-97}]$ Bodson, M., & Groszkiewicz, J. E. (1997). Multivariable adaptive algorithms for reconfigurable flight control. *IEEE transactions on control systems technology*, *5*(2), 217-229.

$[\boldsymbol{Boskovic-00}]$ Boskovic, J. D., Li, S. M., & Mehra, R. K. (2000, March). A globally stable scheme for spacecraft control in the presence of sensor bias. In *2000 IEEE Aerospace Conference. Proceedings (Cat. No. 00TH8484)* (Vol. 3, pp. 505-511). IEEE.

$[\boldsymbol{Boukezzoula-98}]$ Boukezzoula, R., Galichet, S., & Foulloy, L. (1998, November). Apprentissage de lois de commande floues pour des systèmes non linéaires (synthèse directe et indirecte).

$[\boldsymbol{Bounemeur-18}]$ Bounemeur, A., Chemachema, M., & Essounbouli, N. (2018). Indirect adaptive fuzzy fault-tolerant tracking control for MIMO nonlinear systems with actuator and sensor failures. *ISA transactions*, *79*, 45-61.

$[\boldsymbol{Boulkroune-10}]$ Boulkroune, A., Tadjine, M., M'Saad, M., & Farza, M. (2010). Fuzzy adaptive controller for MIMO nonlinear systems with known and unknown control direction. *Fuzzy sets and systems*, *161*(6), 797-820.

$[\boldsymbol{Boulouma-18}]$ Boulouma, S., Labiod, S., & Boubertakh, H. (2018). Direct adaptive control of a flexible spacecraft with disturbances and uncertain actuator failures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *110*, 73-89.

$[\boldsymbol{Buhler-94}]$ Bühler, H. (1994). *Réglage par logique floue* (No. BOOK). Presses polytechniques et universitaires romandes.

$[\boldsymbol{Chandler-84}]$ Chandler, P. R. (1984, May). Self-repairing flight control system reliability and maintainability program executive overview. In *Proceedings of the IEEE national aerospace and electronics conference* (pp. 586-590).

$[\boldsymbol{Chang-99}]$ Chang, W., Joo, Y. H., Park, J. B., & Chen, G. (1999, August). Robust fuzzy-model-based controller for uncertain systems. In *FUZZ-IEEE'99. 1999 IEEE International Fuzzy Systems. Conference Proceedings (Cat. No. 99CH36315)* (Vol. 1, pp. 486-491). IEEE.

$[\boldsymbol{Chang-00}]$ Chang, Y. C. (2000). Robust tracking control for nonlinear MIMO systems via fuzzy approaches. *Automatica*, *36*(10), 1535-1545.

$[\boldsymbol{Chatterjee-07}]$ Chatterjee, A., & Siarry, P. (2007). A PSO-aided neuro-fuzzy classifier employing linguistic hedge concepts. *Expert Systems with Applications*, *33*(4), 1097-1109.

$[\boldsymbol{Chen-96}]$ Chen, B. S., Lee, C. H., & Chang, Y. C. (1996). H/sup/spl infin//tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, *4*(1), 32-43.

$[\boldsymbol{Chen-08}]$ Chen, W., & Li, J. (2008). Decentralized output-feedback neural control for systems with unknown interconnections. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, *38*(1), 258-266.

$[\boldsymbol{Chen-09}]$ Chen, P. C., Chen, C. W., & Chiang, W. L. (2009). GA-based modified adaptive fuzzy sliding mode controller for nonlinear systems. *Expert Systems with Applications*, *36*(3), 5872-5879.

$[\boldsymbol{Chen-10}]$ Chen, W., & Zhang, Z. (2010). Globally stable adaptive backstepping fuzzy control for output-feedback systems with unknown high-frequency gain sign. *Fuzzy Sets and Systems*, *161*(6), 821-836.

$[\boldsymbol{Chun-13}]$ Chun-Sheng, L. I. U., & JIANG, B. (2013). H2 fault tolerant controller design for a class of nonlinear systems with a spacecraft control application. *Acta Automatica Sinica*, *39*(2), 188-196.

$[\boldsymbol{Cieslak-07}]$ Cieslak, J. (2007). Analyse et synthèse d'une architecture coopérative pour la commande tolérante aux défauts-application a un système aéronautique (Thèse de doctorat, Université de Bordeaux 1, Bordeaux, France).

$[\boldsymbol{Ciubotaru-06}]$ Ciubotaru, B., Staroswiecki, M., & Christophe, C. (2006). Fault tolerant control of the Boeing 747 short-period mode using the admissible model matching technique. *IFAC Proceedings Volumes*, *39*(13), 819-824.

$[\boldsymbol{Du-14}]$ Du, M., & Mhaskar, P. (2014). Isolation and handling of sensor faults in nonlinear systems. *Automatica*, *50*(4), 1066-1074.

$[\boldsymbol{Essounbouli-06}]$ Essounbouli, N., & Hamzaoui, A. (2006). Direct and indirect robust adaptive fuzzy controllers for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, *4*(2), 146-154.

$[\boldsymbol{Eterno-85}]$ Eterno, J. S., Weiss, J. L., Looze, D. P., & Willsky, A. (1985, December). Design issues for fault tolerant-restructurable aircraft control. In *1985 24th IEEE Conference on Decision and Control* (pp. 900-905). IEEE.

$[\boldsymbol{Ge-04}]$ Ge, S. S., Hong, F., & Lee, T. H. (2004). Adaptive neural control of nonlinear time-delay systems with unknown virtual control coefficients. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, *34*(1), 499-516.

$[\boldsymbol{Giordano-06}]$ Giordano, V., Naso, D., & Turchiano, B. (2006). Combining genetic algorithms and Lyapunov-based adaptation for online design of fuzzy controllers. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, *36*(5), 1118-1127.

$[\boldsymbol{Golea-03}]$ Golea, N., Golea, A., & Benmahammed, K. (2003). Stable indirect fuzzy adaptive control. *Fuzzy sets and Systems*, *137*(3), 353-366.

$[\boldsymbol{Han-15}]$ Han, J., Zhang, H., Wang, Y., & Liu, Y. (2015). Disturbance observer-based fault estimation and dynamic output feedback fault tolerant control for fuzzy systems with local nonlinear models. *ISA transactions*, *59*, 114-124.

$[\boldsymbol{Heppner-90}]$ Heppner, F., & Grenander, U. (1990). A stochastic nonlinear model for coordinated bird flocks. *The ubiquity of chaos*, *233*, 238.

$[\boldsymbol{Heniche-97}]$ Heniche, M.M., (1997). *Sur l'utilisation des réseaux de neurones artificiels et des Systèmes flous pour la linéarisation et la commande de processus Chimique non linéaire* (Magistère dissertation).

$[\boldsymbol{Hu-13}]$ Hu, Q., Li, B., Wang, D., & Kee Poh, E. (2013). Velocity-free fault-tolerant control allocation for flexible spacecraft with redundant thrusters. *International Journal of Systems Science*, *46*(6), 976-992.

$[\boldsymbol{Hu-18}]$ Hu, Q., Shao, X., Zhang, Y., & Guo, L. (2018). Nussbaum-type function–based attitude control of spacecraft with actuator saturation. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, *28*(8), 2927-2949.

$[\boldsymbol{Huzmezan-97}]$ Huzmezan, M., & Maciejowski, J. (1997). Reconfigurable flight control methods and related issues-a survey. *DERA Report No : ASF/3455*.

$[\boldsymbol{Isermann-11}]$ Isermann, R. (2011). *Fault-diagnosis applications: model-based condition monitoring: actuators, drives, machinery,* *plants, sensors, and fault-tolerant systems*. Springer Science & Business Media.

[$\boldsymbol{Isidori-89}$] Isidori, A. (Ed.). (1989). *Nonlinear Control Systems.* New York: Springer Verlag Berlin.

[$\boldsymbol{Jang-95}$] Jang, J. S., & Sun, C. T. (1995). Neuro-fuzzy modeling and control. *Proceedings of the IEEE*, *83*(3), 378-406.

[$\boldsymbol{Jamouli-04}$] Jamouli, H., Sauter, D., & Keller, J. Y. (2004, May). Fault tolerant control using augmented fault detection filter. In *2004 IEEE International Symposium on Industrial Electronics* (Vol. 1, pp. 109-114). IEEE.

[$\boldsymbol{Kanev-04}$] Kanev, S. K. (2004). *Robust fault-tolerant control* (pp. 0842-0842). FEBO-DRUK.

[$\boldsymbol{Kennedy-95}$] Kennedy, R. (1995, November). J. and Eberhart, Particle swarm optimization. In *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks IV, pages* (Vol. 1000, p. 33).

[$\boldsymbol{Kerrigan-99}$] Kerrigan, E. C., & Maciejowski, J. M. (1999). Fault-tolerant control of a ship propulsion system using model predictive control. In *1999 European Control Conference (ECC)* (pp. 4602-4607). IEEE.

[$\boldsymbol{Khebbache-15}$] Khebbache, H., Tadjine, M., Labiod, S., & Boulkroune, A. (2015). Adaptive sensor-fault tolerant control for a class of multivariable uncertain nonlinear systems. *ISA transactions*, *55*, 100-115.

[$\boldsymbol{Khebbache-18}$] Khebbache, H., Labiod, S., & Tadjine, M. (2018). Adaptive sensor fault-tolerant control for a class of multi-input multi-output nonlinear systems: Adaptive first-order filter-based dynamic surface control approach. *ISA transactions*, *80*, 89-98.

[$\boldsymbol{Kokotovic-01}$] Kokotović, P., & Arcak, M. (2001). Constructive nonlinear control: a historical perspective. *Automatica*, *37*(5), 637-662.

[$\boldsymbol{Kosko-94}$] Kosko, B. (1994). Fuzzy systems as universal approximators. *IEEE transactions on computers*, *43*(11), 1329-1333.

[$\boldsymbol{Krsti-95}$] Miroslav· Krsti 鈉, Kanellakopoulos, I., & Petar, V. (1995). *Nonlinear and adaptive control design*. New York: Wiley.

[$\boldsymbol{Labiod-98}$] Labiod, S. (1998). Commande adaptative par les systèmes flous; application aux robots manipulateurs. *Mémoire de Magister, ENP, Alger*.

[$\boldsymbol{Labiod-05}$] Labiod, S., Boucherit, M. S., & Guerra, T. M. (2005). Adaptive fuzzy control of a class of MIMO nonlinear systems. *Fuzzy sets and systems*, *151*(1), 59-77.

[$\boldsymbol{Labiod-06}$] Labiod, S., & Boucherit, M. S. (2006). Indirect fuzzy adaptive control of a class of SISO nonlinear systems. *Arabian Journal for science and engineering*, *31*(1), 61-74.

[$\boldsymbol{Labiod-16}$] Labiod, S., & Guerra, T. M. Direct adaptive fuzzy control for a class of nonlinear systems with unknown control gain sign. In *2016 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*

(FUZZ-IEEE). Vancouver, BC, Canada. 24-29 July 2016 (pp. 380-385). IEEE.

[$\boldsymbol{Leu-07}$] Leu, Y. G., Hong, C. M., & Zhon, H. J. (2007, June). GA-based adaptive fuzzy-neural control for a class of MIMO systems. In *International Symposium on Neural Networks* (pp. 45-53). Springer, Berlin, Heidelberg.

[$\boldsymbol{Li-11}$] Li, C., & Wu, T. (2011). Adaptive fuzzy approach to function approximation with PSO and RLSE. *Expert Systems with Applications*, *38*(10), 13266-13273.

[$\boldsymbol{Li-13}$] Li, T., Zhang, Y., & Gordon, B. W. (2013). Passive and active nonlinear fault-tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, *227*(1), 12-23.

[$\boldsymbol{Li-13}$] Li, X. J., & Yang, G. H. (2013). Fault detection in finite frequency domain for Takagi-Sugeno fuzzy systems with sensor faults. *IEEE Transactions on Cybernetics*, *44*(8), 1446-1458.

[$\boldsymbol{Li-17}$] Li, Y., Tong, S., Liu, L., & Feng, G. (2017). Adaptive output-feedback control design with prescribed performance for switched nonlinear systems. *Automatica*, *80*, 225-231.

[$\boldsymbol{Liu-06}$] Liu, L., & Huang, J. (2006). Global robust stabilization of cascade-connected systems with dynamic uncertainties without knowing the control direction. *IEEE transactions on automatic control*, *51*(10), 1693-1699.

[$\boldsymbol{Liu-08}$] Liu, L., & Huang, J. (2008). Global robust output regulation of lower triangular systems with unknown control direction. *Automatica*, *44*(5), 1278-1284.

[$\boldsymbol{Liu-15}$] Liu, L., Wang, Z., & Zhang, H. (2015). Adaptive NN fault-tolerant control for discrete-time systems in triangular forms with actuator fault. *Neurocomputing*, *152*, 209-221.

[$\boldsymbol{Liu-17}$] Liu, Y. J., & Tong, S. (2017). Barrier Lyapunov functions for Nussbaum gain adaptive control of full state constrained nonlinear systems. *Automatica*, *76*, 143-152.

[$\boldsymbol{Lopez-00}$] Lopez-Toribio, C. J., Patton, R. J., & Daley, S. (2000). Takagi–Sugeno fuzzy fault-tolerant control of an induction motor. *Neural Computing & Applications*, *9*(1), 19-28.

[$\boldsymbol{Lu-18}$] Lu, K., Li, T., & Zhang, L. (2019). Active attitude fault-tolerant tracking control of flexible spacecraft via the Chebyshev neural network. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, *41*(4), 925-933.

[$\boldsymbol{Ma-98}$] Ma, X. J., Sun, Z. Q., & He, Y. Y. (1998). Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, *6*(1), 41-51.

[$\boldsymbol{Maciejowski-03}$] Maciejowski, J., & Jones, C. (2003). *MPC fault-tolerant flight control case study: Flight 1862* (No. CONF, pp. 119-124).

[$\boldsymbol{Mamdani-74}$] Mamdani, E. H. (1974, December). Application of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant.

In *Proceedings of the institution of electrical engineers* (Vol. 121, No. 12, pp. 1585-1588). IET.

[$\boldsymbol{Mamdani-75}$] Mamdani, E. H., & Assilian, S. (1975). An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. *International journal of man-machine studies*, *7*(1), 1-13.

[$\boldsymbol{Mamdani-76}$] Mamdani, E. H. (1976). Advances in the linguistic synthesis of fuzzy controllers. *International Journal of Man-Machine Studies*, *8*(6), 669-678.

[$\boldsymbol{Marcos-05a}$] Marcos, A., Balas, G., & Bokor, J. (2005, August). Integrated FDI and Control for Transport Aircraft. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit* (p. 5937).

[$\boldsymbol{Marcos-05b}$] Marcos, A., & Balas, G. J. (2005). A robust integrated controller/diagnosis aircraft application. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, *15*(12), 531-551.

[$\boldsymbol{Mendel-95}$] Mendel, J. M. (1995). Fuzzy logic systems for engineering: a tutorial. *Proceedings of the IEEE*, *83*(3), 345-377.

[$\boldsymbol{Ming-11}$] Liu, M., Zhang, L., Shi, P., & Karimi, H. R. (2011, December). State feedback control against sensor faults for Lipschitz nonlinear systems via new sliding mode observer techniques. In *2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference* (pp. 7635-7640). IEEE.

[$\boldsymbol{Naderi-18}$] Naderi, E., & Khorasani, K. (2018). Data-driven fault detection, isolation and estimation of aircraft gas turbine engine actuator and sensors. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *100*, 415-438.

[$\boldsymbol{Navale-10}$] Navale, R. L., & Nelson, R. M. (2010). Use of genetic algorithms to develop an adaptive fuzzy logic controller for a cooling coil. *Energy and Buildings*, *42*(5), 708-716.

[$\boldsymbol{Nett-88}$] Nett, C. N., Jacobson, C. A., & Miller, A. T. (1988, June). An integrated approach to controls and diagnostics: The 4-parameter controller. In *1988 American Control Conference* (pp. 824-835). IEEE.

[$\boldsymbol{Niemann-99}$] Niemann, H., & Stroustrup, J. (1999, December). Gain scheduling using the Youla parameterization. In *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control (Cat. No. 99CH36304)* (Vol. 3, pp. 2306-2311). IEEE.

[$\boldsymbol{Niemann-05}$] Niemann, H., & Stoustrup, J. (2005). Passive fault tolerant control of a double inverted pendulum—a case study. *Control engineering practice*, *13*(8), 1047-1059.

[$\boldsymbol{Nussbaum-83}$] Nussbaum, R. D. (1983). Some remarks on a conjecture in parameter adaptive control. *Systems & control letters*, *3*(5), 243-246.

[$\boldsymbol{Ordonaz-99}$] Ordonaz, R., & Passino, K. M. (1997, June). Stable multi-input multi-output direct adaptive fuzzy control. In *Proceedings of* *the 1997 American Control Conference (Cat. No. 97CH36041)* (Vol. 2, pp. 1271-1272). IEEE.

[$\boldsymbol{Passino-98}$] Passino, K. M., Yurkovich, S., & Reinfrank, M. (1998). *Fuzzy control* (Vol. 42, pp. 15-21). Menlo Park, CA: Addison-wesley.

[$\boldsymbol{Rodrigues-14}$] Rodrigues, M., Hamdi, H., Braiek, N. B., & Theilliol, D. (2014). Observer-based fault tolerant control design for a class of LPV descriptor systems. *Journal of the Franklin Institute*, *351*(6), 3104-3125.

[$\boldsymbol{Rugh-90}$] Rugh, W. J. (1990, May). Analytical framework for gain scheduling. In *1990 American Control Conference* (pp. 1688-1694). IEEE.

[$\boldsymbol{Rugthum-16}$] Rugthum, T., & Tao, G. (2016). An adaptive actuator failure compensation scheme for a cooperative manipulator system. *Robotica*, *34*(7), 1529-1552.

[$\boldsymbol{Sami-13}$] Sami, M., & Patton, R. J. (2013). Active fault tolerant control for nonlinear systems with simultaneous actuator and sensor faults. *International Journal of Control, Automation and Systems*, *11*(6), 1149-1161.

[$\boldsymbol{Semprun-16}$] Semprun, K. A., Yan, L., Butt, W. A., & Chen, P. C. (2016). Dynamic surface control for a class of nonlinear feedback linearizable systems with actuator failures. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, *28*(9), 2209-2214.

[$\boldsymbol{Sharma-09}$] Sharma, K. D., Chatterjee, A., & Rakshit, A. (2009). A hybrid approach for design of stable adaptive fuzzy controllers employing Lyapunov theory and particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *17*(2), 329-342.

[$\boldsymbol{Shen-14}$] Shen, Q., Jiang, B., Shi, P., & Lim, C. C. (2014). Novel neural networks-based fault tolerant control scheme with fault alarm. *IEEE transactions on cybernetics*, *44*(11), 2190-2201.

[$\boldsymbol{Slotine-91}$] Slotine, J. J. E., & Li, W. (1991). *Applied nonlinear control* (Vol. 199, No. 1). Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall.

[$\boldsymbol{Spooner-96}$] Spooner, J. T., & Passino, K. M. (1996). Stable adaptive control using fuzzy systems and neural networks. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *4*(3), 339-359.

[$\boldsymbol{Spooner-99}$] Spooner, J. T., & Passino, K. M. (1999). Decentralized adaptive control of nonlinear systems using radial basis neural networks. *IEEE transactions on automatic control*, *44*(11), 2050-2057.

[$\boldsymbol{Staroswiecki-05a}$] Staroswiecki, M. Fault tolerant control: the pseudo-inverse method revisited. 16th IFAC World Congress. Prague, Czech Republic. 4 - 8 July 2005. (*38*(1), 418-423).

[$\boldsymbol{Staroswiecki-05b}$] Staroswiecki, M. Fault tolerant control using an admissible model matching approach. In Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. Seville, Spain. 15-15 December 2005. (pp. 2421-2426). IEEE.

[$\boldsymbol{Steinberg-05}$] Steinberg, M. (2005). Historical overview of research in reconfigurable flight control. *Proceedings of the Institution of*

Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, *219*(4), 263-275.

$[\boldsymbol{Sun-14a}]$ Sun, H., & Guo, L. (2014). Composite adaptive disturbance observer-based control and back-stepping method for nonlinear system with multiple mismatched disturbances. *Journal of the Franklin Institute*, *351*(2), 1027-1041.

$[\boldsymbol{Sun-14b}]$ Sun, W., Pan, H., Yu, J., & Gao, H. (2014). Reliability control for uncertain half-car active suspension systems with possible actuator faults. *IET Control Theory & Applications*, *8*(9), 746-754.

$[\boldsymbol{Takagi-85}]$ Takagi, T., & Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE transactions on systems, man, and cybernetics*, (1), 116-132.

$[\boldsymbol{Theilliol-02}]$ Theilliol, D., Noura, H., & Ponsart, J. C. (2002). Fault diagnosis and accommodation of a three-tank system based on analytical redundancy. *ISA transactions*, *41*(3), 365-382.

$[\boldsymbol{Theilliol-03}]$ Theilliol, D., Sauter, D., & Ponsart, J. C. (2003). A multiple model based approach for fault tolerant control in non-linear systems. *IFAC Proceedings Volumes*, *36*(5), 149-154.

$[\boldsymbol{Tong-00}]$ Tong, S., Wang, T., & Tang, J. T. (2000). Fuzzy adaptive output tracking control of nonlinear systems. *Fuzzy Sets and Systems*, *111*(2), 169-182.

$[\boldsymbol{Tong-13}]$ Tong, S., Wang, T., & Li, Y. (2013). Fuzzy adaptive actuator failure compensation control of uncertain stochastic nonlinear systems with unmodeled dynamics. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, *22*(3), 563-574.

$[\boldsymbol{Trelea-03}]$ Trelea, I. C. (2003). The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information processing letters*, *85*(6), 317-325.

$[\boldsymbol{Tsui-99}]$ Tsui, C. C. (1999). A design example with eigenstructure assignment control whose loop transfer function is fully realized. *Journal of the Franklin Institute*, *336*(7), 1049-1053.

$[\boldsymbol{Tyler-94}]$ Tyler, M. L., & Morari, M. (1994, June). Optimal and robust design of integrated control and diagnostic modules. In *Proceedings of 1994 American Control Conference-ACC'94* (Vol. 2, pp. 2060-2064). IEEE.

$[\boldsymbol{Veillette-90}]$ Veillette, R. J., Medanic, J. V., & Perkins, W. R. (1990, December). Design of reliable control systems. In *29th IEEE Conference on Decision and Control* (pp. 1131-1136). IEEE.

$[\boldsymbol{Wang-92a}]$ Wang, L. X., & Mendel, J. M. (1992). Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least-squares learning. *IEEE transactions on Neural Networks*, *3*(5), 807-814.

$[\boldsymbol{Wang-92b}]$ Wang, L. X. (1992, March). Fuzzy systems are universal approximators. In *[1992 Proceedings] IEEE International Conference on Fuzzy Systems* (pp. 1163-1170). IEEE.

$[\boldsymbol{Wang-92c}]$ Wang L.X., “Stable adaptive Fuzzy control of nonlinear systems”, Proc. 31stConf. Dec. Contr., pp. 807-814, 1992.

[$\boldsymbol{Wang-93}$] Wang, L. X. (1993). Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, *1*(2), 146-155.

[$\boldsymbol{Wang-94}$] Wang, L. X. Adaptive fuzzy systems and control: design and stability analysis, 1994.

[$\boldsymbol{Wang-00}$] Wang, A. P., & Lin, S. F. (2000). The parametric solutions of eigenstructure assignment for controllable and uncontrollable singular systems. *Journal of mathematical analysis and applications*, *248*(2), 549-571.

[$\boldsymbol{Wang-16}$] Wang, J. S., & Yang, G. H. (2016). Data-driven output-feedback fault-tolerant compensation control for digital PID control systems with unknown dynamics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, *63*(11), 7029-7039.

[$\boldsymbol{Wang-17}$] Wang, F., Chen, B., Lin, C., Zhang, J., & Meng, X. (2017). Adaptive neural network finite-time output feedback control of quantized nonlinear systems. *IEEE Transactions on Cybernetics*, *48*(6), 1839-1848.

[$\boldsymbol{Xiao-11}$] Xiao, B., Hu, Q., & Zhang, Y. (2011). Fault-tolerant attitude control for flexible spacecraft without angular velocity magnitude measurement. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, *34*(5), 1556-1561.

[$\boldsymbol{Xiao-13}$] Xiao, B., Hu, Q., & Shi, P. (2013). Attitude stabilization of spacecrafts under actuator saturation and partial loss of control effectiveness. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, *21*(6), 2251-2263.

[$\boldsymbol{Xiao-14a}$] Xiao, B., Hu, Q., Zhang, Y., & Huo, X. (2014). Fault-tolerant tracking control of spacecraft with attitude-only measurement under actuator failures. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, *37*(3), 838-849.

[$\boldsymbol{Xiao-14b}$] Xiao, B., Hu, Q., & Wang, D. (2013). Spacecraft attitude fault tolerant control with terminal sliding-mode observer. *Journal of Aerospace Engineering*, *28*(1), 04014055.

[$\boldsymbol{Yang-00}$] Yang, Z., Izadi-Zamanabadi, R., & Blanke, M. (2000). On-line multiple-model based adaptive control reconfiguration for a class of nonlinear control systems. *IFAC Proceedings Volumes*, *33*(11), 729-734.

[$\boldsymbol{Yang-01}$] Yang, G. H., Wang, J. L., & Soh, Y. C. (2001). Reliable H∞ controller design for linear systems. *Automatica*, *37*(5), 717-725.

[$\boldsymbol{Yang-03}$] Yang, G. H., & Lum, K. Y. (2003, June). Fault-tolerant flight tracking control with stuck faults. In *Proceedings of the 2003 American Control Conference, 2003.* (Vol. 1, pp. 521-526). IEEE.

[$\boldsymbol{Yao-10}$] Yao, B., Wang, F., & Wang, J. (2010, July). Reliable output feedback for linear systems with sensor mixed faults. In *2010 8th World Congress on Intelligent Control and Automation* (pp. 509-513). IEEE.

[$\boldsymbol{Ye-98}$] Xudong, Y., & Jingping, J. (1998). Adaptive nonlinear design without a priori knowledge of control directions. *IEEE Transactions on Automatic Control*, *43*(11), 1617-1621.

[$\boldsymbol{Yin-16}$] Yin, S., Gao, H., Qiu, J., & Kaynak, O. (2016). Adaptive fault-tolerant control for nonlinear system with unknown control directions based on fuzzy approximation. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, *47*(8), 1909-1918.

[$\boldsymbol{Yu-07}$] Yu, M., & Cong, S. (2007, August). Design of nonlinear motor adaptive fuzzy sliding mode controller based on GA. In *International Conference on Intelligent Computing* (pp. 445-451). Springer, Berlin, Heidelberg.

[$\boldsymbol{Zhai-17}$] Zhai, D., An, L., Li, X., & Zhang, Q. (2017). Adaptive fault-tolerant control for nonlinear systems with multiple sensor faults and unknown control directions. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, *29*(9), 4436-4446.

[$\boldsymbol{Zhang-01}$] Zhang, Y., & Jiang, J. (2001). Integrated active fault-tolerant control using IMM approach. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, *37*(4), 1221-1235.

[$\boldsymbol{Zhang-03}$] Zhang, Y., & Jiang, J. (2003). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *IFAC Proceedings Volumes*, *36*(5), 257-268.

[$\boldsymbol{Zhang-06}$] Zhang, Y., & Jiang, J. (2006). Issues on integration of fault diagnosis and reconfigurable control in active fault-tolerant control systems. *IFAC Proceedings Volumes*, *39*(13), 1437-1448.

[$\boldsymbol{Zhang-08}$] Zhang, Y., & Jiang, J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual reviews in control*, *32*(2), 229-252.

[$\boldsymbol{Zhang-13}$] Zhang, Y. M., Chamseddine, A., Rabbath, C. A., Gordon, B. W., Su, C. Y., Rakheja, S., ... & Gosselin, P. (2013). Development of advanced FDD and FTC techniques with application to an unmanned quadrotor helicopter testbed. *Journal of the Franklin Institute*, *350*(9), 2396-2422.

[$\boldsymbol{Zhang-17}$] Zhang, Y., Yan, P., & Zhang, Z. (2017). Robust adaptive backstepping control for piezoelectric nano-manipulating systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, *83*, 130-148.

[$\boldsymbol{Zhai-16a}$] Zhai, D., An, L., Ye, D., & Zhang, Q. (2017). Adaptive Reliable H_∞ Static Output Feedback Control Against Markovian Jumping Sensor Failures. *IEEE transactions on neural networks and learning systems*, *29*(3), 631-644.

[$\boldsymbol{Zhai-16b}$] Zhai, D., An, L., Li, J., & Zhang, Q. (2016). Fault detection for stochastic parameter-varying Markovian jump systems with application to networked control systems. *Applied Mathematical Modelling*, *40*(3), 2368-2383.

[$\boldsymbol{Zhou-17}$] Zhou, Q., Wang, L., Wu, C., & Li, H. (2017). Adaptive fuzzy tracking control for a class of pure-feedback nonlinear systems with time-varying delay and unknown dead zone. *Fuzzy Sets and Systems*, *329*, 36-60.

5 Annexe

Annexe

Lemme de Barbalat

A. Stabilité au sens de Lyapunov

Le point d'équilibre ($\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$) est stable au sens de Lyapunov, si et seulement si :

$$\forall \boldsymbol{\varepsilon} > \mathbf{0}\ \exists \boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\varepsilon}) > \mathbf{0} \quad / \quad \boldsymbol{si}\ \boldsymbol{x}(\mathbf{0}) < \boldsymbol{\varepsilon} \text{ alors } \boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) < \boldsymbol{\delta}(\boldsymbol{\varepsilon}) \qquad (\boldsymbol{A}.\mathbf{1})$$

La stabilité au sens de Lyapunov traduit le fait que si nous plaçons un système dans un état proche d'un point d'équilibre stable au sens de Lyapunov, la trajectoire issue de cet état reste toute entière dans un voisinage de ce point d'équilibre.

B. Stabilité asymptotique

La stabilité asymptotique est nécessaire parce que dans beaucoup d'applications, la stabilité ordinaire (appelée stabilité de Lyapunov) n'est pas suffisante. Par exemple lorsque l'altitude d'un satellite est perturbée de sa position nominale, on ne veut pas seulement que le satellite maintient son altitude dans le rang déterminé par la grandeur de la perturbation, i.e., la stabilité de Lyapunov, mais aussi exige que l'altitude revienne graduellement à sa valeur originale. Ce type d'exigence est capturé par le concept de la stabilité asymptotique. Le point d'équilibre ($\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$) est asymptotiquement stable, si et seulement si :

i. Il est stable au sens de Lyapunov.

ii. $\exists \boldsymbol{r} > \mathbf{0}\, \boldsymbol{si}\, |\boldsymbol{x}(\mathbf{0})| < \boldsymbol{r} \;\rightarrow\; \lim_{\boldsymbol{t}\to\infty} \boldsymbol{x}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{0}$ $\quad(\boldsymbol{A.2})$

La stabilité asymptotique traduit le fait qu'il existe un voisinage du point d'équilibre du système, pour lequel toute trajectoire issue d'un état situé dans ce voisinage non seulement ne s'écarte jamais trop de ce point d'équilibre, mais finit toujours par le rejoindre.

C. Stabilité exponentielle

Le point d'équilibre $\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ est exponentiellement stable, si et seulement si :

i. Il est asymptotiquement stable.

ii. $\exists \boldsymbol{M} > \mathbf{0}$ et $\boldsymbol{\lambda} > \mathbf{0} \quad |\boldsymbol{x}(\boldsymbol{t})| < \boldsymbol{M}\, |\boldsymbol{x}(\mathbf{0})| \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{\lambda t}} \;\; \forall \boldsymbol{t} > \mathbf{0}$. $\quad(\boldsymbol{A.3})$

La stabilité exponentielle exprimée par la condition **ii** signifie que le vecteur d'état d'un système exponentiellement stable converge à l'origine plus rapide qu'une fonction exponentielle, ou en d'autres termes, estime la rapidité de la trajectoire du système pour approcher le point d'équilibre ($\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$). Le nombre positif $\boldsymbol{\lambda}$ est souvent appelé le taux de convergence exponentielle.

D. Stabilité globale

Si les différentes propositions définies ci-devant tiennent quel que soit l'état initial ($\boldsymbol{x}(\mathbf{0}) \in \boldsymbol{\Re}^{\boldsymbol{n}}$) , l'on parle de stabilités globales. Un système ne peut posséder qu'un seul état d'équilibre globalement stable. Le domaine d'attraction est tout l'espace $\boldsymbol{\Re}^{\boldsymbol{n}}$. La notion de stabilité globale peut alors s'étendre au système dans son entier.

E. Définition du lemme de Barbalat

Généralement, il est difficile de trouver la stabilité asymptotique pour les systèmes qui varient dans le temps, par ce que ce n'est pas une affaire triviale de trouver une fonction du **Lyapunov** dont la dérivée est négative. Les systèmes autonomes (time-invariant), si $\dot{\boldsymbol{V}}$ est semi-définie négative, donc il est possible de savoir le comportement asymptotique par le biais du théorème l'invariance. Cependant, cette gymnastique n'est pas valable dans le cas où les systèmes sont de type variant dans le temps. Pour cela, le lemme de Barbalat est la solution envisagée.

Soit $\boldsymbol{f}$ une fonction positive définie sur $[\mathbf{0}, \infty)$

i. Si $\boldsymbol{f}$ est intégrable et uniformément continue alors $\lim\limits_{t \to +\infty} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{0}$

ii. Si $\boldsymbol{f}$ est intégrable et $\dot{\boldsymbol{f}}$ est uniformément continue alors $\lim\limits_{t \to +\infty} \dot{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{t}) = \mathbf{0}$