

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ CONSTANTINE1
FACULTÉ DES SCIENCES DE LA TECHNOLOGIE
Département d'électronique

N° d'ordre :

Série :

THÈSE

Présentée pour obtenir le diplôme de Doctorat en Sciences en électronique

OPTION

Composants et Microsystèmes

Par

Monsieur LABIOD Samir

THÈME

Contribution à l'étude de perturbations électromagnétiques
sur des composants MOS en Utilisant la méthode FDTD

Soutenue le : 19/06/2013

Devant le jury :

Président :	A. BENGHALIA	Professeur à l'université de Constantine1
Rapporteur :	S. LATRECHE	Professeur à l'université de Constantine1
Examineurs :	C. AZIZI	Professeur à l'université d'Oum El-Bouaghi
	S. SAHLI	Professeur à l'université de Constantine1
	M. ZAABAT	Professeur à l'université d'Oum El-Bouaghi

Remerciement

Ce travail de recherche a été effectué au sein du Laboratoire d' Hyperfréquence et Semiconducteur (LHS) de l'Université Mentouri de Constantine, sous la direction de Madame **S. LATRECHE**, Professeur au Département d'Electronique de l'Université Constantine1.

Mes remerciements, avant tout, à **DIEU** tout puissant pour la volonté, la santé et la patience qu'il m'a données durant toutes ces longues années d'études afin que je puisse arriver à ce stade.

A Madame **S. LATRECHE** qu'elle me soit permis de la remercier et de lui exprimer ma profonde reconnaissance pour son aide et ses encouragements au cours de ce travail, ses précieux conseils et la confiance dont elle a fait preuve à mon égard et surtout pour le sujet intéressant qu'elle m'a proposé.

J'exprime mes vifs remerciements et ma profonde gratitude à Monsieur **C. Gontrand**, Professeur au Département d'Electronique de l'Université de Lyon pour m'avoir accueilli dans son laboratoire. Grâce aux nombreuses discussions enrichissantes que nous avons eues durant les stages que j'ai eu, j'ai pu bénéficier de sa grande expérience scientifique, je le prie de trouver ici l'expression de ma gratitude et d'accepter mes très sincères remerciements.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur **A. Benghalia**, Professeur au département d'Electronique de l'université Constantine1 pour l'honneur qu'il m'a fait d'accepter de présider le jury de cette thèse.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude envers Monsieur **S. SAHLI**, Professeur au département d'Electronique de l'université Constantine1, pour avoir accepté de juger ce travail.

Messieurs **M. ZAABAT**, et Madame **C.AZIZI** Professeurs à l'Université Larbi ben Mhidi de Oum El Bouaghi trouvent ici l'expression de mes plus vifs remerciements pour avoir accepté de participer au jury de soutenance et pour l'intérêt qu'ils ont bien voulu porter à ce travail.

Je souhaite remercier aussi tous ceux qui m'ont aidé dans le cadre des travaux et qui ont partagé avec moi ces 5 ans au sein du laboratoire.

Table des matières

Introduction générale	01
Chapitre 1 : Etat de l'art sur les transistors MOS dans les circuits microondes	
1.1. Introduction	04
1.2. Loi de Moore	06
1.3. La Roadmap	06
1.4. Structure et fonctionnement du transistor MOS	08
1.4.1. Diagramme de bandes de la structure MOS	09
1.4.2. Tension de seuil V_{th}	11
1.4.3. La capacité MOS	12
1.4.4. Courant de drain-source	13
1.5. Etude petit signal	15
1.5.1. Schéma électrique équivalent du MOSFET	15
1.5.1.1. Eléments intrinsèques	16
1.5.1.2. Eléments extrinsèques	17
1.5.2. Paramètres S	18
1.5.3. Fréquence de transition f_t	19
1.5.4. Fréquence maximale d'oscillation f_{max}	20
1.5.5. Facteur de stabilité du transistor	21
1.5.6. Facteur de bruit	21
1.6. Circuits MMIC (Monolithic Microwave integrated Circuits)	23
1.6.1. Etude des interconnexions	23
1.6.1.1. Lignes microstripline et coplanaire	23
1.6.1.2. Connexion en utilisant des vias	26
1.6.1.3. Résistances	27
1.6.1.4. Inductances spirales	28
1.7. Conclusion	29
Références bibliographiques du chapitre 1	30
Chapitre 2 : Modélisation numérique et résultats de la simulation d'un transistor MOS	
2.1. Introduction	34

2.2. Définition du modèle de dérive-diffusion (DDM : Drift Diffusion Model)	35
2.2.1. Système d'équations des semiconducteurs	35
2.2.2. Modèles physiques considérés	36
2.2.2.1. La densité de charges	36
2.2.2.2. Les mobilités	37
2.2.2.3. Génération-Recombinaison	37
2.3. Résolution des problèmes aux dérivées partielles	38
2.3.1. Méthodes spatiales	38
2.3.1.1. La méthode des éléments finis	38
2.3.1.2. La méthode des différences finies	38
2.3.1.3. Principe de la méthode des différences finies	39
2.3.2. Méthodes temporelle	41
2.3.4. Normalisation du modèle dérive-diffusion	42
2.3.5. Conditions à l'interface oxyde/semiconducteur	44
2.3.6. Conditions aux limites	45
2.3.6.1. Conditions aux contacts	45
2.3.6.2. Conditions aux autres frontières	46
2.3.7. Discrétisation du modèle dérive-diffusion	46
2.3.8. Système d'équations obtenues	48
2.4. Simulation d'un transistor MOS	49
2.4.1. Définition du domaine de calcul	49
2.4.2. Définition des régions du transistor MOS	50
2.4.3. Elaboration du maillage	51
2.4.4. Solution initiale	53
2.4.5. Initialisation temporelle des variables V, N et P	56
2.4.6. Solution finale	57

2.5. Résultats de la simulation numérique en régime statique	61
2.5.1. Répartition du champ électrique	63
2.5.2. Répartition de la densité du courant	64
2.5.3. Conductance et transconductance	65
2.5.4. Capacités intrinsèques	66
2.6. Résultats de la simulation numérique en régime temporel	66
2.7. Conclusion	68
Références bibliographiques du chapitre 2	70
Chapitre3 : Développement et validation du code FDTD pour la simulation de composants passifs et actifs	
3.1. Introduction	73
3.2. Equation de Maxwell	74
3.3. Présentation de la méthode FDTD	75
3.3.1. Principe de YEE	76
3.3.2. Source électromagnétique	78
3.3.2.1. Forme temporelle	78
3.3.2.2. Forme spatiale	81
3.3.3. Critère de stabilité	81
3.3.4. Dispersion numérique	82
3.3.5. Conditions aux limites	82
3.3.5.1. Conducteur électrique parfait (PEC)	82
3.3.5.2. Conducteur magnétique parfait (PMC)	83
3.3.5.3. Condition absorbante UPML	84
3.4. Modélisation des éléments localisés linéaires	87
3.4.1. Cas d'une résistance	89
3.4.2. Cas d'une capacité	89

3.4.3. Cas d'une inductance	90
3. 5. Élément localisé non linéaire : La diode PIN	90
3.6. Simulations des interconnexions	92
3.6.1. Cas d'une ligne microruban	92
3.6.2. Cas d'une interconnexion de type Via	95
3.6.3. Simulation d'une inductance spirale	98
3.7. Conclusion	101
Références bibliographiques du chapitre 3	102
Chapitre4 : Etude numérique d'un transistor MOS avec ses interconnexions par la méthode LE- FDTD	
4.1. Introduction	104
4.2. Insertion d'un transistor MOS dans un volume de calcul FDTD	104
4.3. Structure générale du modèle développé	106
4.4. Etude en régime hyperfréquences du transistor MOS	109
4.4.1. Paramètres $S_{i,j}$	109
4.4.2. Extraction des capacités	113
4.4.3. Extraction des fréquences f_{max} et f_t du transistor MOS	114
4.4.4. Présentation du facteur de bruit du transistor MOS	116
4.4.5. Présentation du facteur de stabilité du transistor MOS	117
4.4.6. Transistor MOS en technologie MMIC	118
4.5. Conclusion	120
Références bibliographiques du chapitre 4	122
Conclusion générale	124

Introduction générale

Les applications dans le domaine des télécommunications (téléphonie mobile, réseaux sans fil, ...) ne cessent d'augmenter de jour en jour, et connaissent un essor rapide. Cette évolution s'accompagne d'une croissance continue dans l'utilisation des fréquences les plus élevées qui permettent un plus haut débit.

La tendance, en ce qui concerne les circuits microondes, a été vers une hausse de la miniaturisation et de l'intégration. Par exemple, les circuits MMICs (Monolithic Microwave Integrated Circuits) sont constitués d'éléments très rapprochés dans leur emplacement, de structures discontinues et de dispositifs passifs et actifs. De plus, dans un dispositif complet tel un téléphone portable, il y a une proximité de plus en plus importante des circuits intégrés (parties actives) avec le reste de la structure (parties passives) : lignes de transmission, éléments rayonnants.

Avec les progrès technologiques réalisés, les composants actifs sont sans cesse plus performants, mais la complexité de leur fonctionnement s'accroît à mesure que leurs dimensions sont réduites.

Parmi les différents types de composants, les transistors à effet de champ sont des composants actifs utilisés pour la fabrication de circuits intégrés fonctionnant dans le domaine des hautes fréquences telles que la génération de puissance, la conversion de fréquence ou l'amplification faible bruit.

En conséquence, aujourd'hui, même si le transistor MOS reste un composant massivement utilisé pour la conception numérique (microprocesseurs, microcontrôleurs,...), ses performances de rapidité en font désormais un composant intéressant pour les circuits analogiques et RF. Il reste surpassé par les technologies bipolaires, mais présente notamment plusieurs avantages importants :

- ✓ Prix moins élevé.
- ✓ Dissipation de la puissance électrique moins élevée.
- ✓ Possibilité de réaliser facilement, sur un même circuit, des fonctions numériques et des fonctions analogiques ou RF.

Depuis 2003, l'ITRS (International Technology Roadmap for Semiconductors) s'intéresse ainsi à l'évolution des technologies RF et Analog/Mixed-Signal pour les communications sans fil. Dans la vie de tous les jours, ce type d'applications se situe potentiellement à peu près partout, pour la téléphonie mobile (GSM, UMTS), les réseaux sans fil (Wifi, Bluetooth, bande ISM, Wimax) ou la localisation et le transport (GPS, radars de proximité) et possède encore vraisemblablement, à l'heure actuelle, une bonne marge de développement.

L'objectif de ce travail de thèse est de proposer de nouvelles approches et de nouvelles techniques de modélisation du MOSFET adaptées aux applications RF, en particulier en explorant les limites des modèles existants. Le domaine de fréquence étudié est celui des applications RF ($1\text{GHz} < f < 10\text{GHz}$) et millimétrique ($f > 30\text{GHz}$). Les dispositifs, que nous voulons analyser et optimiser, sont passifs (lignes de transmission, vias, inductances...), actifs ou non linéaires (transistor MOS, diodes...). La miniaturisation de ces dispositifs n'est pas sans poser quelques problèmes de modélisation. En effet la proximité des différents éléments peut provoquer des interactions. Ainsi, les composants actifs peuvent, par exemple, induire des résonances de boîtier qui viendront perturber le fonctionnement global du dispositif.

Une approche au niveau macroscopique (les dimensions des composants actifs sont négligeables devant la longueur d'onde minimale) des phénomènes électromagnétiques n'est plus suffisante pour tenir compte des principaux phénomènes physiques. Une solution fréquemment utilisée est de coupler les lois de l'électromagnétisme avec celles du composant actif.

Les méthodes mises en œuvre dans ce travail sont celles résolvant les équations de base du semiconducteur tel que le modèle dérive-diffusion ainsi que les équations relatives aux lois de l'électromagnétisme dans le domaine temporel. La résolution des équations de Maxwell a été mise en œuvre dans un algorithme de type différences finies dans le domaine temporel (FDTD). Cette approche, plus globale, permet de modéliser des éléments distribués (électromagnétisme) et des éléments localisés (circuit).

Ce document se divise en quatre chapitres.

Nous allons étudier dans le premier chapitre le fonctionnement du transistor MOS, ainsi que ses propriétés physiques qui en font un composant de choix pour la réalisation des circuits hyperfréquences. Une attention particulière sera accordée au régime petit signal du transistor MOS, nous en déduisons et ses principaux paramètres qui permettent d'aborder la réalisation de circuits microonde.

En second lieu, certains des éléments passifs (lignes de transmissions, vias, inductance) qui peuvent, exister dans un circuit microonde seront étudiés, et des modèles d'extraction de ces éléments seront élaborés.

Dans le chapitre 2, nous développerons un modèle numérique pour la simulation bidimensionnelle et temporelle du transistor MOS en utilisant le logiciel MATLAB. Pour cela, nous résolvons les équations couplées de Poisson et continuité des porteurs libres, dans le domaine temporel, selon le concept des différences finies.

En seconde lieu, nous expliquerons les étapes et les méthodes numériques utilisées pour la résolution du système des trois équations couplées.

Finalement, les principales caractéristiques électriques obtenues avec ce dernier seront présentées et validés dans les deux régimes statique et transitoire.

Dans le chapitre 3 nous allons développer un modèle numérique tridimensionnelle pour la simulation du modèle électromagnétique (équations de Maxwell) dans le domaine temporel en utilisant le logiciel MATLAB.

Dans un premier temps, nous présentons la méthode FDTD (Finit Different Time Domaine) qui est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temporel, le programme développé s'appuiera sur le principe de l'algorithme de Yee. Une attention particulière sera accordée à la condition de stabilité et aux problèmes de dispersion numérique.

L'espace de calcul sera délimité en considérant des conditions absorbantes de type UPML (Uniaxial Perfectly Matched Layer).

De plus, la méthode FDTD dans sa formulation de base ne prend pas en compte la présence d'éléments localisés (linéaires et non-linéaires) dans l'espace de calcul. Pour contourner ce problème, l'équation de Maxwell-Ampère sera modifiée de telle sorte à élargir la méthode aux éléments localisés LE-FDTD (Lumped Element-Finit Different Time Domaine).

Dans un second temps, nous effectuerons des simulations relatives aux différents types de lignes de transmissions qui peuvent se trouver dans un circuit microonde (microstripline, via,...), ainsi que la simulation d'un élément localisé non linéaire tel que la diode PIN.

Enfin, dans le chapitre 4, nous allons proposer une méthode de couplage qui permet d'étudier le fonctionnement d'un transistor MOS avec une analyse électromagnétique globale dans le domaine temporel. Le modèle proposé sera développé dans l'environnement MATLAB en combinant les deux modèles présentés dans les deux chapitres 2 et 3 (composant + 3D-FDTD).

Dans un premier temps, nous allons calculer les paramètres S du transistor MOS. Nous en déduirons ensuite les principaux paramètres électriques relatifs à son fonctionnement en RF.

Dans un second temps, nous allons étudier le fonctionnement sous-circuit du transistor MOS en régime hyperfréquences en prenant compte l'effet des interconnexions (lignes de transmissions, via...) sur son comportement électrique.

Les résultats calculés par notre modèle seront validés avec ceux obtenus par des logiciels de commerce type SENTAURUS, SILVACO et HFSS.

CHAPITRE 1

Etat de l'art sur les transistors
MOS dans les circuits microondes

1.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les principaux concepts sur la théorie du transistor MOS destiné aux applications hyperfréquences ainsi que les structures de propagation des ondes électromagnétiques utilisées dans les circuits microondes.

En premier lieu, nous allons étudier, le fonctionnement du transistor MOS, ainsi que ses propriétés physiques. Une attention particulière sera réservée au régime petit signal du transistor MOS ainsi qu'aux principaux paramètres de la réalisation des circuits microondes (S_{ij} , fréquence d'oscillation maximale...etc).

Ce chapitre s'achève par l'étude des différents types des connections dans les circuits microondes. Les modèles d'extraction de ces éléments seront ensuite élaborés.

Les concepts de base du transistor à effet de champ ont été brevetés par Lilienfield et Heil en 1930 [1]. Cependant, des difficultés technologiques très importantes ont retardé sa réalisation pratique. En effet, il n'apparaîtra sous sa forme moderne qu'en 1955 grâce à Ross [1]. Cela bien après la réalisation par Shockley en 1947 du premier transistor de type bipolaire, pourtant théoriquement bien plus sophistiqué. Enfin, c'est en 1960 que Kahng et Attala ont présenté le premier transistor MOS sur Silicium en utilisant une grille isolée dont le diélectrique de grille était en oxyde de silicium SiO_2 [2]. Le silicium fut un choix très judicieux. Il est l'élément le plus abondant de la croûte terrestre, après l'oxygène. De plus, son oxyde est non seulement un très bon isolant électrique mais il s'est aussi révélé parfaitement adapté pour former des couches dites de passivation protégeant les circuits, accroissant remarquablement leur fiabilité.

Les transistors MOS sur silicium, plus simples et moins chers que leurs concurrents bipolaires, mais intrinsèquement moins performants à génération technologique équivalente, ont connu leur essor dans les années 70-80 grâce à la technologie CMOS inventée en 1968 et qui consomme très peu d'énergie. Ainsi, des systèmes à bas prix possédant une grande autonomie ont été très largement diffusés : montres à quartz, calculatrices....

Depuis, les applications en logique CMOS mais aussi les mémoires qui constituent l'autre grande application des MOSFET ont bénéficié d'une très forte et continuelle augmentation de leur rapidité et de leur densité d'intégration.

Une comparaison des caractéristiques des transistors MOS et bipolaires est reporté sur le tableau (1.1). Les bipolaires ont l'avantage d'avoir une faible tension d'activation (V_{on}) et autorisent des forts courants. En revanche, ils ont des temps de commutation longs et une

commande en courant qui gaspille de l'énergie. Les MOS, par contre, ont des temps de commutation courts et une commande statique en tension et non en courant. Leur inconvénient principal est la forte tension à l'état passant, celle-ci étant d'autant plus importante que le composant est conçu pour tenir les hautes tensions [3, 4].

MOS	Bipolaire
<p style="text-align: center;">Courant</p> <ul style="list-style-type: none"> - Haute vitesse de commutation - Courant de dérive 	<p style="text-align: center;">Courant</p> <ul style="list-style-type: none"> - Faible vitesse de commutation - Courant de diffusion
<p style="text-align: center;">Contrôle en tension</p> <ul style="list-style-type: none"> - Haute impédance d'entrée - Aucune consommation de courant de contrôle statique - Simplicité des circuits de contrôle 	<p style="text-align: center;">Contrôle en tension</p> <ul style="list-style-type: none"> - Faible impédance d'entrée - Consommation de courant de contrôle statique - Complexité des circuits de contrôle
Faible transconductance	Forte transconductance
Courant de drain proportionnel au rapport largeur (W) sur longueur (L) du canal	Courant de collecteur proportionnel à la surface d'émetteur

Tableau (1.1) : Comparaison entre les transistors MOS et le bipolaire

Actuellement les transistors MOS sont préférés pour les technologies à bas coût (Low Cost) parce que leur production nécessite un nombre inférieur de masques par rapport aux transistors bipolaires. Néanmoins les deux composants peuvent cohabiter dans un même circuit intégré en technologie BiCMOS. Une application typique dans laquelle les transistors MOS et bipolaires cohabitent sont les amplificateurs.

1.2. Loi de Moore

En 1965, G. MOORE, l'un des co-fondateurs d'Intel avait observé que le nombre de transistors intégrés sur une même puce doublait tous les 18 mois [5]. Cette observation l'avait alors conduit à prédire que le nombre de transistors intégrés sur une puce continuerait à doubler tous les 18 mois, jusqu' à ce que les limites physiques soient atteintes. La véracité de sa prédiction durant ces 30 dernières années a été telle que l'on s'y réfère maintenant en tant que « Loi de Moore ». Aujourd'hui, des circuits intégrés (IC) comprenant plus de 40 millions de transistors sont produits de façon industrielle (microprocesseurs). La longueur de grille des TMOS utilisés pour ces dernières générations de microprocesseurs est égale à $0.13 \mu m$, tandis que la surface de la puce varie de 80 à 150 mm^2 . En fait, la diminution de la longueur de grille des dispositifs a deux avantages décisifs pour les fabricants: d'une part, à puissance égale elle permet de réduire la surface de silicium de la puce, ce qui en termes de coût est bénéfique, et d'autre part, elle permet d'augmenter la fréquence des circuits, cette dernière étant inversement proportionnelle à la longueur de grille.

1.3. La Roadmap

Pour suivre la loi de Moore, l'évolution des transistors MOSFET, pilier de cette course à la miniaturisation, est encadrée par des feuilles de route, les « roadmaps » de l'ITRS (International Technology Roadmap for Semiconductors) qui doivent orienter les recherches.

Des mises à jour de la roadmap paraissent tous les ans et sont publiées par une association internationale de laboratoires et d'industriels du secteur des semi-conducteurs [6].

Ce paragraphe résume brièvement l'évolution de la technologie CMOS durant ces 20 dernières années, ainsi que les états actuel et futur prédits par la ITRS.

La figure (1.1) montre l'évolution passée et future des différentes technologies en se basant sur la longueur de grille et les fréquences de coupure des transistors. Pour illustrer le bond de ces technologies, il faut rappeler que dans les années 60, l'épaisseur de l'oxyde de grille des transistors était d'environ $1 \mu m$. Elle est actuellement d'environ 1.5 nm (Voir tableau (1.2)).

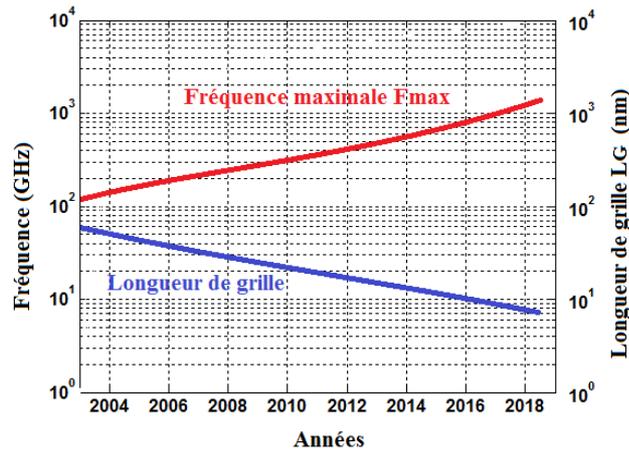


Figure (1.1) : Evolution relative des technologies de semiconducteurs [6]

Année	2006	2008	2010	2012	2014	2016	2018	2020
Epaisseur équivalente d'oxyde de grille (nm)	2.1	1.9	1.5	1.4	1.2	1.1	1.0	0.9
Longueur de grille (nm)	65	45	32	25	20	16	13	11
Fréquence de transition (GHz)	140	220	280	360	440	550	670	790
Fréquence d'oscillation maximale (GHz)	220	310	420	530	650	790	950	1110

Table (1.2) : Evolution, selon l'ITRS, de l'épaisseur d'oxyde de grille, de la longueur de grille d'un transistor MOS pour des applications de type RF [6].

Les tous prochains défis technologiques vont pousser l'industrie microélectronique à faire des choix cruciaux pour mettre en œuvre de nouveaux types de circuits et peut-être une autre façon d'envisager la conception et la production. Dans ce sens, l'intégration 3D de circuits est une des nouvelles architectures les plus prometteuses à l'heure actuelle [7].

A ce titre, en parallèle à toutes les solutions et innovations technologiques et conceptuelles proposées jusqu'à présent, l'intégration tridimensionnelle, dans sa forme la plus générale, représente une solution prometteuse aux problèmes de la miniaturisation et de la fonctionnalisation des circuits. Ce concept présente un fort potentiel pour jouer un rôle déterminant dans la résolution des problèmes des interconnexions pour le nœud technologique 32 nm et au-delà. En ce sens, il s'inscrit à la lisière entre la dynamique de recherche «More than Moore» [8, 9], désignant les technologies émergentes en marge du CMOS (non digitales),

et celle appelée «More Moore», qui s'attache à poursuivre la miniaturisation des dispositifs CMOS (figure (1.2)).

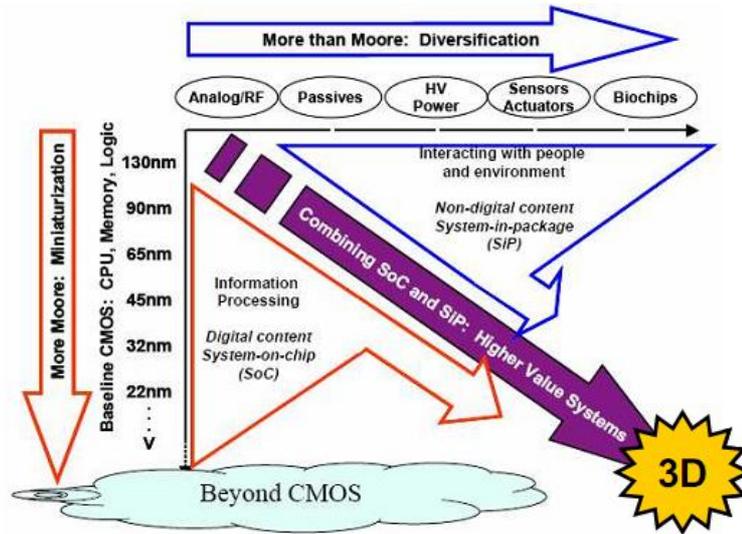


Figure (1.2) : Evolution de l'intégration 3D dans le contexte présent et futur de l'industrie des semiconducteurs [7].

1.4. Structure et fonctionnement du transistor MOS

La structure de base d'un transistor MOS à canal n est constituée d'un substrat de silicium de type P (impuretés acceptrices), de résistivité élevée dans lequel ont été réalisées, par diffusion ou implantation ionique, deux zones, appelées drain et source de profondeur X_j , fortement dopées et de type opposé à celui du substrat. Une capacité MOS de longueur L_g est réalisée sur le substrat entre la source et le drain où l'électrode de commande constitue la grille du transistor. La région entre les deux jonctions de source et drain est appelée la région du canal, elle est définie par sa longueur L et sa largeur W . Le transistor comprend donc quatre contacts : le drain, la grille, la source et le substrat. La structure basique d'un transistor nMOS est présentée à la figure (1.3).

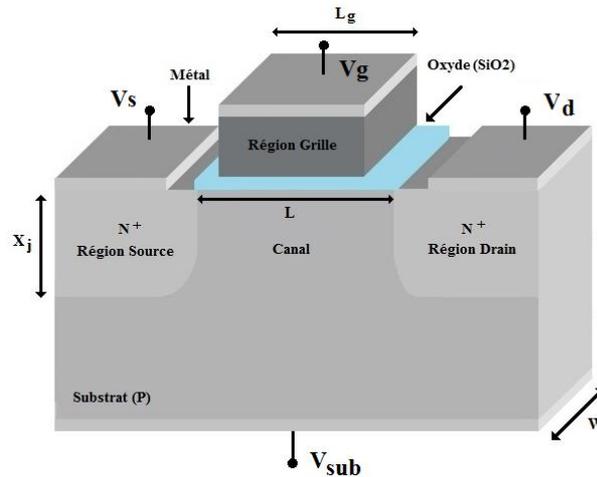


Figure (1.3) : Représentation schématique d'un transistor MOS

La zone active du transistor MOS est la région semiconductrice (substrat) située entre la source et le drain près de l'interface oxyde-semiconducteur. Donc l'application d'une tension suffisante entre la grille et le substrat V_{gs} génère un champ électrique, un canal de conduction est créé à l'interface oxyde-semiconducteur. Cela permet la circulation des porteurs minoritaires dans le canal entre la source et le drain.

1.4.1. Diagramme de bandes de la structure MOS

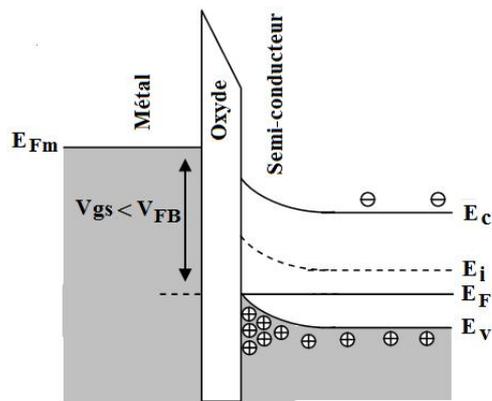
Les propriétés électroniques d'un semiconducteur étant contrôlées par la position du niveau de Fermi dans le gap, nous allons donc nous intéresser à la structure de bandes du MOS. La plus simple des structures MOS est la capacité MOS qui consiste en un empilement métal-oxyde-semiconducteur. E_c et E_v représentent respectivement les niveaux d'énergie de la bande de conduction et de la bande de valence. E_i représente le niveau de Fermi intrinsèque. Le niveau de Fermi du métal est E_{Fm} .

Supposons tout d'abord que la source et le drain soient à la masse ($V_{db}=V_{sb}=0$ V).

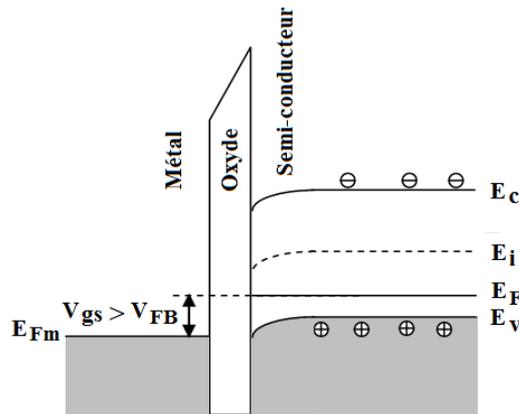
Nous rappelons le principe des différents modes de fonctionnement du transistor MOS sur la figure (1.4) [10]. Lorsqu'une tension V_{gs} est appliquée, la structure de bande, près de l'interface Semiconducteur-Oxyde est modifiée. Trois situations peuvent être considérées (dans la région du canal) : accumulation, déplétion et inversion. Pour une tension de grille négative, les porteurs majoritaires (trous) sont attirés à l'interface du semi-conducteur et une très fine couche de charges positives (la couche d'accumulation) est alors formée (figure (1.4.a)). Avec l'augmentation de la tension de grille V_{gs} , la courbure des bandes devient plus faible, jusqu'à une certaine valeur où il n'y a plus de courbure des bandes.

Cette valeur particulière de tension de grille est appelée la tension des bandes plates V_{FB} (flat-band potential).

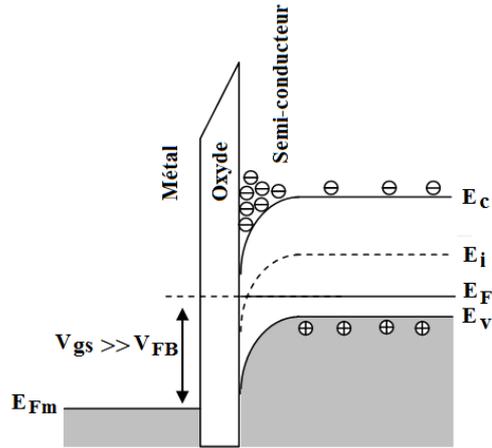
Au-delà de ce point, la courbure de bandes est opposée à celle en accumulation, une charge négative est en train de se former. En fait, la charge positive de la grille repousse les trous de la surface du semi-conducteur et fait apparaître une charge négative (due aux ions accepteurs immobiles), appelée charge de déplétion (figure (1.4.b)). Quand la tension de la grille augmente encore plus, la courbure des bandes vers le bas devient plus prononcée (figure (1.4.c)). Dans cette situation, la surface du semi-conducteur se comporte comme un matériau de type N, d'où le nom de région d'inversion. On parle d'inversion forte lorsque la concentration des porteurs minoritaires en surface devient supérieure à la concentration des majoritaires dans le volume.



(a) Accumulation



(b) Déplétion



(c) Inversion

Figure (1.4) : Diagramme schématisé des bandes d'énergie d'une structure MOS pour un semi-conducteur de type P, pour différents modes de fonctionnement : accumulation, déplétion et inversion.

1.4.2. Tension de seuil V_{th}

On définit comme tension de seuil le potentiel nécessaire appliqué entre la grille et le substrat du transistor afin de former un canal de porteurs. Dans le cas des transistors nMOS, il s'agit d'un canal d'inversion constitué d'électrons ; la tension de seuil est positive. Cette tension est directement reliée au potentiel de surface entre l'oxyde et le silicium, et dépend du dopage de substrat et de la capacité de l'oxyde de grille [11]. Pour un transistor nMOS, la tension de seuil est donnée par:

$$V_{th} = V_{FB} + 2\phi_F + \gamma \left((2\phi_F - V_B)^{1/2} - (2\phi_F)^{1/2} \right) \quad (1.1)$$

avec

$$\phi_F : \text{Potentiel de Fermi donné par } \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_A}{n_i} \right)$$

$$V_{FB} : \text{Potentiel de bandes plates égale à } \phi_{ms} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}}, \phi_{ms} : \text{potentiel de contact}$$

$$\gamma : \text{Coefficient de l'effet body et donné par : } \frac{(2\epsilon_s q N_A)^{1/2}}{C_{ox}}$$

1.4.3. La capacité MOS

Les variations de la capacité totale, vue de la grille, en fonction de V_{gs} , permettent d'illustrer différents régimes de fonctionnement du transistor (figure (1.5)).

- ✓ Régime d'accumulation: la valeur de la capacité d'accumulation est alors très forte: la capacité MOS est donc quasiment égale à la capacité d'oxyde C_{ox} .
- ✓ Régime de déplétion: la charge de déplétion créée est due aux impuretés ionisées du caisson. La capacité de déplétion est d'autant plus faible que la profondeur de déplétion est importante: la capacité MOS décroît.
- ✓ Régime d'inversion: une couche de porteurs minoritaires, se forme à l'interface semiconducteur/oxyde. La capacité d'inversion est très forte: la capacité MOS tend vers C_{ox} .

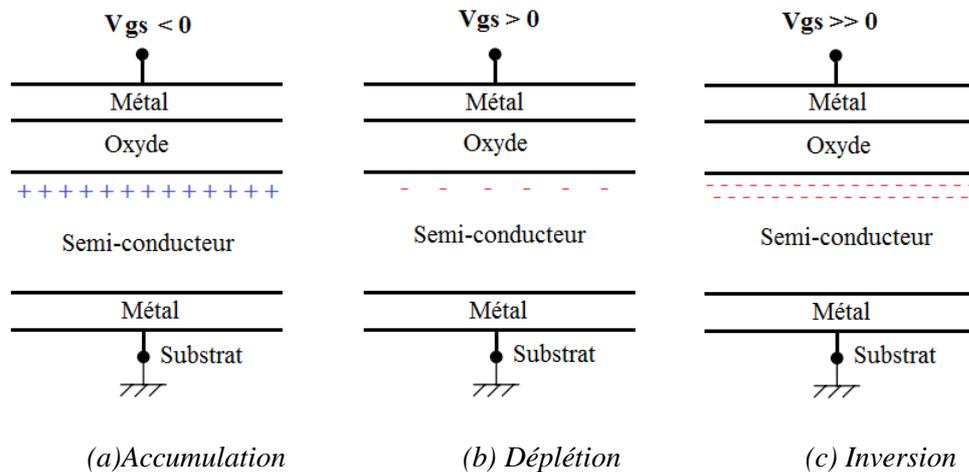


Figure (1.5) : Les différents régimes de la capacité MOS.

De plus, les variations avec la tension de grille V_{gs} de la capacité totale vue de la grille, permettent d'illustrer les régimes de fonctionnement du transistor, comme le montre la figure (1.6). L'évolution de la capacité grille-substrat avec la tension de grille V_{gs} est illustrée sur la figure (1.7).

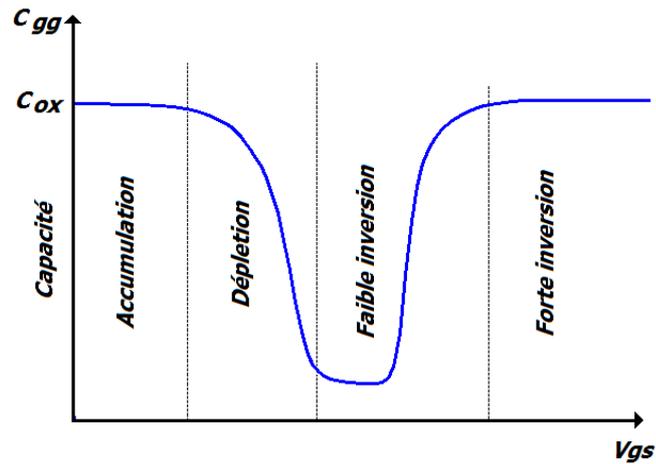


Figure (1.6) : Les différents régimes de la capacité MOS en BF, type P

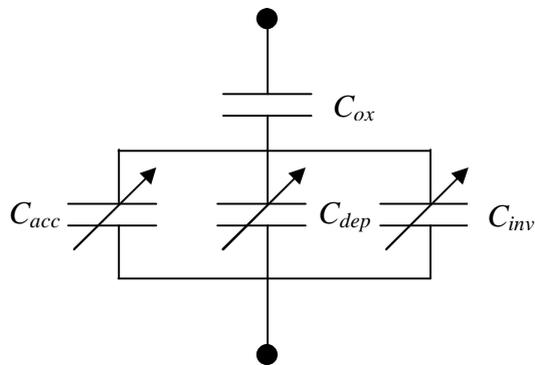


Figure (1.7) : Schéma équivalent de la capacité du transistor MOS

1.4.4. Courant de drain-source

Pour des raisons de simplicité et de comparaison, on présente des relations analytique

La figure (1.8) présente l'évolution du courant I_{ds} circulant entre le drain et la source lorsqu'on fait croître les tensions V_{ds} et V_{gs} pour une valeur constante.

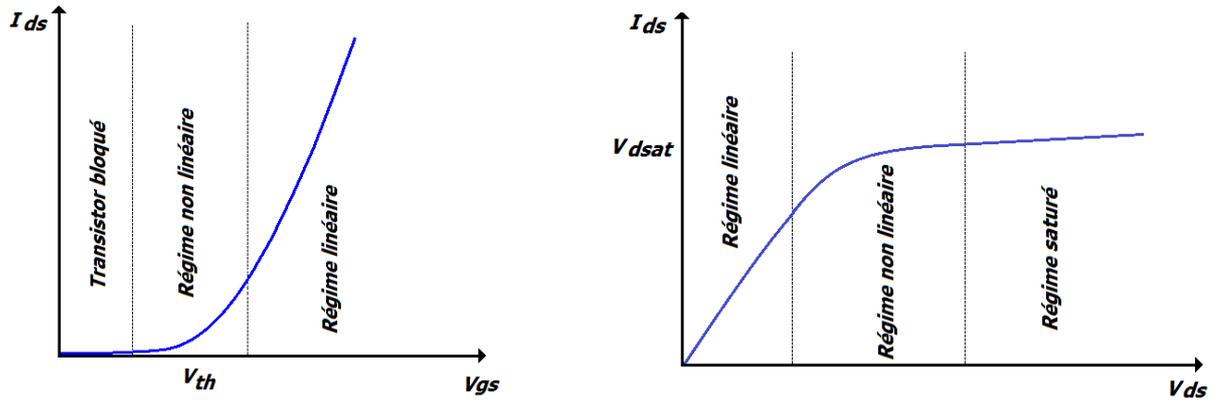


Figure (1.8) : Caractéristique courant-tension du transistor MOS

On peut séparer les caractéristiques en trois régions dans laquelle le courant I_{ds} croît avec la tension V_{ds} [12].

- ✓ Régime linéaire : pour des faibles valeurs de V_{ds} , le courant de drain I_{ds} dépend linéairement des tensions V_{ds} et $(V_{gs} - V_{th})$.

$$I_{ds} = \mu \frac{W}{L} C_{ox} (V_{gs} - V_{th}) V_{ds} \quad (1.2)$$

- ✓ Régime non linéaire : lorsque la tension V_{ds} augmente au-delà de V_{dsat} , la densité superficielle de porteurs libres décroît au voisinage du drain, le canal devient de plus en plus résistif. Sur la caractéristique $I_{ds}(V_{ds})$, cela se traduit par une augmentation du courant de drain moins rapide qu'en régime ohmique jusqu'à une saturation de celui-ci au point de pincement. Dans ce cas la, le courant de drain est décrit alors par l'équation suivante :

$$I_{ds} = \mu \frac{W}{L} C_{ox} \left(V_{gs} - V_{th} - \frac{V_{ds}}{2} \right) V_{ds} \quad (1.3)$$

- ✓ Régime saturé : pour des tensions supérieures à la tension V_{dsat} , le point de pincement se déplace vers la source, il en résulte que le courant de drain augmente légèrement au-delà de la valeur I_{dsat} . L'expression du courant de drain devient:

$$I_{ds} = I_{dsat} \left(1 + \left(\frac{2\varepsilon_s}{qN_A L^2} (V_{ds} - V_{dsat}) \right)^{1/2} \right) \quad (1.4)$$

avec :

$$V_{dsat} = V_{gs} - 2\phi_F$$

$$I_{dsat} \approx \mu \frac{W}{2L} C_{ox} V_{dsat}^2$$

1.5. Etude petit signal

Les applications analogiques exigent des composants fournissant suffisamment de puissance à haute fréquence pour réaliser des circuits à gain en puissance supérieure à l'unité.

Les performances RF d'un dispositif comme le MOSFET peuvent être évaluées par des grandeurs telles que le gain en puissance, la fréquence de transition f_t , la fréquence maximale d'oscillation f_{max} , le facteur de bruit minimum NF_{min} du composant [13]. Cependant, dans les applications numériques, on est plus intéressé par la densité d'intégration, la vitesse de commutation de portes logiques, le courant en-dessous du seuil et la faible consommation des composants [14].

La réduction de l'épaisseur d'oxyde de grille et de la longueur du canal permet donc d'avoir directement des composants de plus en plus rapides, présentant un intérêt grandissant pour les applications RF [15, 16].

1.5.1. Schéma électrique équivalent du MOSFET

Une analyse de la structure électrique du composant permet de caractériser les éléments intrinsèques et extrinsèques du transistor [18, 19].

Le schéma équivalent en régime petit signal ainsi que la position des éléments électriques sont rappelés sur la figure (1.9).

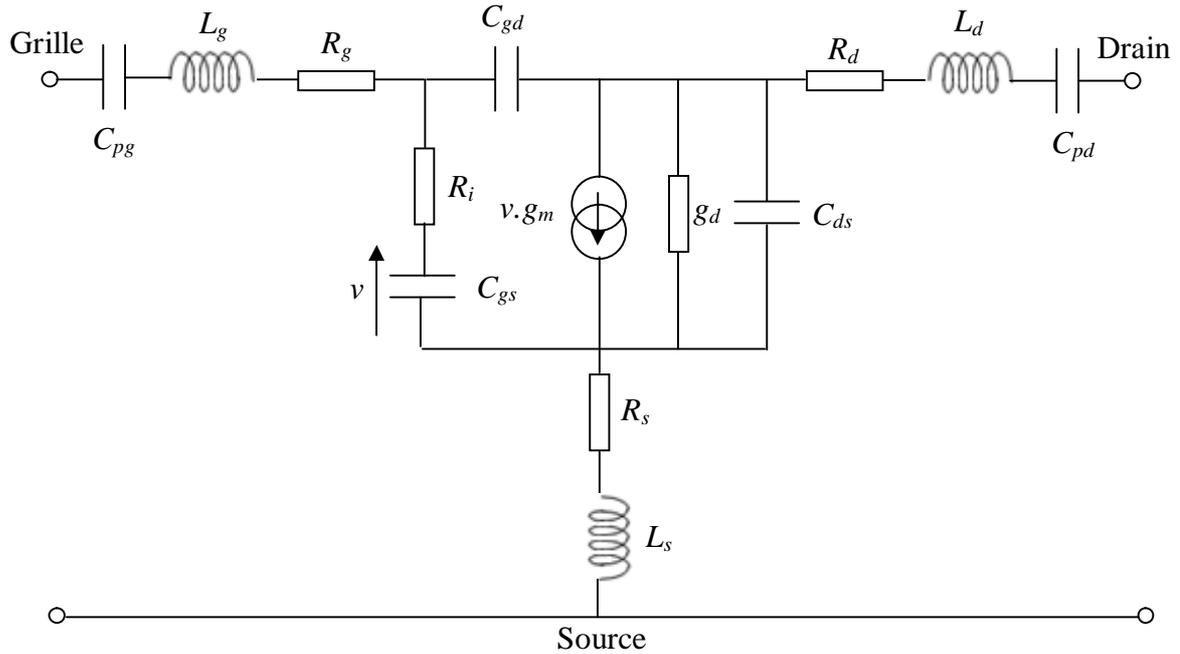


Figure (1.9) : Représentation du schéma équivalent en régime petit signal d'un transistor MOS

1.5.1.1. Éléments intrinsèques

✓ La transconductance :

La transconductance g_m est l'expression du mécanisme de la commande du transistor MOS. L'effet transistor est modélisé par une source de courant donnée par $g_m V_{gs}$. V_{gs} est le signal appliqué aux bornes de la capacité C_{gs} . Elle est définie comme suit :

$$g_m = \left. \frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{gs}} \right|_{V_{ds} = Cte} \quad (1.5)$$

✓ La conductance :

La conductance de sortie g_d traduit la variation du courant de drain en fonction de la tension V_{ds} pour une polarisation de grille constante. La conductance est définie par :

$$g_d = \left. \frac{\partial I_{ds}}{\partial V_{ds}} \right|_{V_{gs} = Cte} \quad (1.6)$$

✓ Capacités grille-source / grille-drain

Les capacités C_{gs} et C_{gd} sont liées respectivement à la variation de la charge emmagasinée sous la grille en fonction des tensions grille-source et grille-drain. Elles sont définies par :

$$C_{gs} = \left. \frac{\partial Q_g(V_{gs}, V_{gd})}{\partial V_{gs}} \right|_{V_{gd} = Cte} \quad (1.7)$$

$$C_{gd} = \left. \frac{\partial Q_g(V_{gs}, V_{gd})}{\partial V_{gd}} \right|_{V_{gs} = Cte} \quad (1.8)$$

avec Q_g , la charge de la zone peuplée sous la grille.

Dans le cas d'un montage source commune, les potentiels de contrôle sont V_{gs} et V_{ds} .

D'autre part, nous avons $V_{gd} = V_{gs} - V_{ds}$. Ce qui permet d'écrire :

$$C_{gs} = \left. \frac{\partial Q_g(V_{gs}, V_{ds})}{\partial V_{gs}} \right|_{V_{ds} = Cte} + \left. \frac{\partial Q_g(V_{gs}, V_{ds})}{\partial V_{ds}} \right|_{V_{gs} = Cte}$$

$$C_{gd} = - \left. \frac{\partial Q_g(V_{gs}, V_{ds})}{\partial V_{ds}} \right|_{V_{gs} = Cte} \quad (1.9)$$

L'expression de la capacité vue de la grille s'écrit comme suit :

$$C_{gg} = C_{gd} (\text{grille} / \text{drain}) + C_{gs} (\text{grille} / \text{source}) + C_{gb} (\text{grille} / \text{substrat}) \quad (1.10)$$

✓ La capacité drain-source

L'origine de la capacité C_{ds} correspond aux capacités en série sous les contacts ohmiques de drain et de source.

Les éléments R_i et R_{gd} sont liés aux effets non-quasi statiques.

1.5.1.2. Eléments extrinsèques

✓ Les résistances R_g , R_s et R_d

Les résistances R_s et R_d traduisent l'effet de la résistivité des caissons fortement dopés respectivement des contacts ohmiques de source et de drain. Alors que R_g représente la résistance du contact de grille.

Il est important de noter que R_s et R_d sont inversement proportionnelles à la largeur du transistor, alors que R_g est proportionnelle à la largeur totale.

✓ Les éléments parasites d'accès

Les inductances L_g , L_s et L_d matérialisent les inductances parasites, respectivement de grille, de source et de drain liées aux connexions du transistor avec le reste du circuit.

Les capacités C_{pg} et C_{pd} sont de l'ordre de quelques dizaines de femtofarads dans le cas où le transistor est alimenté par une ligne de transmission ou des 'via', elles apparaissent à l'extrémité du conducteur central dans le plan d'entrée de la partie active du transistor.

Ces dernières ne dépendent que de la largeur du transistor.

1.5.2. Paramètres S

Les transistors sont généralement représentés sous la forme de quadripôles avec un port d'entrée et un port de sortie, où sont définis les courants et les tensions. Le port 1 est relié à la grille, le port 2 au drain. La figure (1.10) illustre schématiquement un transistor MOS sous sa représentation quadripôle en source commune [20].

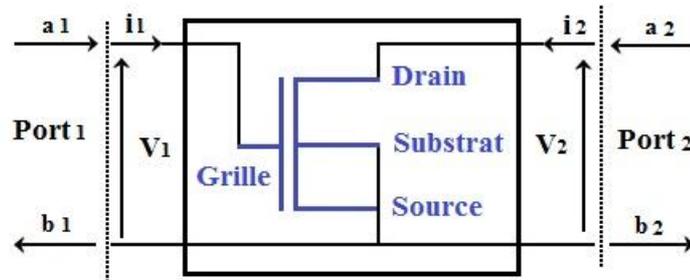


Figure (1.10) : Représentation d'un transistor MOS en source commune, sous la forme d'un quadripôle

Les équations reliant les ondes émergentes b_1 et b_2 aux ondes incidentes a_1 et a_2 s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \end{cases} \quad (1.11)$$

Alors :

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

En conséquence, si $a_2 = 0$, ce qui signifie que la sortie du quadripôle est adaptée, nous pouvons définir :

$S_{11} = b_1/a_1$: coefficient de réflexion à l'entrée quand la sortie est adaptée.

$S_{21} = b_2/a_1$: coefficient de transmission direct quand la sortie est adaptée.

De même si $a_1 = 0$, ce qui signifie que l'entrée du quadripôle est adaptée, alors :

$S_{22} = b_2/a_2$ représente le coefficient de réflexion à la sortie quand l'entrée est adaptée.

$S_{12} = b_1/a_2$ représente le coefficient de transmission inverse quand l'entrée est adaptée.

La connaissance des paramètres S permet en outre de calculer simplement les grandeurs les plus communément recherchées : puissance, gain ou atténuation, facteur de réflexion sur un accès, impédance d'entrée.

De plus, nous pouvons déduire les valeurs des paramètres S_{ij} connaissant celles des paramètres admittances Y_{ij} .

$$[S] = \begin{pmatrix} \frac{(1 - Y_{11}^*)(1 + Y_{22}^*) + Y_{12}^* Y_{21}^*}{\Delta} & \frac{-2Y_{12}^*}{\Delta} \\ \frac{-2Y_{21}^*}{\Delta} & \frac{(1 + Y_{11}^*)(1 - Y_{22}^*) + Y_{12}^* Y_{21}^*}{\Delta} \end{pmatrix} \quad (1.13)$$

Avec [21] :

$$Y_{11} = \frac{jC_{gs}\omega}{1 + jR_C C_{gs}\omega} + jC_{gd}\omega$$

$$Y_{12} = -jC_{gd}\omega$$

$$Y_{21} = \frac{g_m}{1 + jR_C C_{gs}\omega} - jC_{gd}\omega$$

$$Y_{22} = g_d - jC_{ds}\omega + jC_{gd}\omega$$

$Y^* = Y \cdot Z_0$ et Z_0 représente l'impédance de référence.

1.5.3. Fréquence de transition f_t

La fréquence de transition du composant f_t correspond à la valeur de la fréquence pour laquelle le module du gain en courant h_{21} est égal à 0 dB.

h_{21} est calculé en fonction des paramètres S_{ij} par la relation :

$$|h_{21}|^2 = \left| \frac{-2S_{21}}{(1 - S_{11})(1 + S_{22}) + S_{12}S_{21}} \right|^2 \quad (1.14)$$

La valeur de la fréquence de transition peut être calculée alors analytiquement à partir de l'expression (1.14) en utilisant le schéma équivalent du transistor MOS en hyper fréquences [22], si on pose $|h_{21}(f_t)| = 1$.

L'expression analytique de la fréquence de transition est alors:

$$f_t = \frac{g_m}{2\pi \left[(C_{gs} + C_{gd})(1 + g_d(R_s + R_d)) + C_{gd}g_m(R_s + R_d) \right]} \quad (1.15)$$

1.5.4. Fréquence maximale d'oscillation f_{max}

La fréquence maximale d'oscillation f_{max} caractérise en général la qualité de la technologie. Au-delà de f_{max} , le transistor devient passif.

Le gain unilatéral du composant permet de définir la fréquence maximale d'oscillation f_{max} .

L'expression du gain unilatéral en fonction des paramètres S du composant est donnée par [23]:

$$U = \frac{\left| \frac{S_{21}}{S_{12}} - 1 \right|^2}{2 \left(k \cdot \left| \frac{S_{21}}{S_{12}} \right| - \operatorname{Re} \left(\frac{S_{21}}{S_{12}} \right) \right)} \quad (1.16)$$

où k représente le facteur de stabilité du transistor

La fréquence maximale d'oscillation du composant correspond à la fréquence pour laquelle le gain en puissance est égal à 1.

L'expression proposée dans littérature pour f_{max} est [18] :

$$f_{max} = \frac{f_c}{\left(4g_d(R_g + R_i + R_s) + 2 \frac{C_{gd}}{C_{gs}} \left(\frac{C_{gd}}{C_{gs}} + g_m(R_s + R_i) \right) \right)^{1/2}} \quad (1.17)$$

avec :

$$f_c = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gd})} \quad (1.18)$$

f_c représente la fréquence de coupure intrinsèque du gain en courant.

1.5.5. Facteur de stabilité du transistor

L'étude de la stabilité d'un transistor est un point essentiel pour la conception d'un amplificateur. En effet, le bon fonctionnement d'un circuit peut être perturbé par la présence d'oscillations. Ces oscillations sont d'autant plus gênantes qu'elles peuvent apparaître en dehors de la bande de fonctionnement de l'amplificateur. C'est pourquoi, il est nécessaire de le rendre stable à toutes les fréquences de travail.

La définition du critère de stabilité k est donnée par [21] :

$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |S_{11}S_{22} - S_{21}S_{12}|^2}{2|S_{21}||S_{12}|} \quad (1.19)$$

Pour qu'un circuit soit stable, il faut qu'il remplisse les conditions suivantes :

- ✓ $k > 1$
- ✓ $1 - |S_{11}|^2 - |S_{12} \cdot S_{21}| > 0$
- ✓ $1 - |S_{22}|^2 - |S_{12} \cdot S_{21}| > 0$

1.5.6. Facteur de bruit

Le bruit dans les transistors a fait l'objet de nombreuses études depuis les années 1960. Les travaux pionniers cités dans [24, 25] ont montré que le bruit hautes fréquences de la partie intrinsèque d'un transistor MOS, est principalement du bruit de diffusion. Il peut être calculé à partir de deux sources de courant de bruit de grille \bar{I}_g^2 et de drain \bar{I}_d^2 et de leur fonction de corrélation $\overline{I_g \cdot I_d^*}$ (voir la figure (1.11)), de la manière suivante :

$$\bar{I}_{gs}^2 = 4k_B T_a \frac{\omega^2 C_{gs}^2}{g_m} P \Delta f \quad (1.20)$$

$$\bar{I}_{ds}^2 = 4k_B T_a g_m R \Delta f \quad (1.21)$$

$$\frac{\overline{I_{gs} \cdot I_{ds}^*}}{\sqrt{\bar{I}_{gs}^2 \cdot \bar{I}_{ds}^2}} \approx j \frac{\Im(I_{gs} \cdot I_{ds}^*)}{\sqrt{\bar{I}_{gs}^2 \cdot \bar{I}_{ds}^2}} = j.C \quad (1.22)$$

Où k_B est la constante de Boltzmann, T_a est la température ambiante, g_m et C_{gs} correspondent respectivement à la transconductance et à la capacité grille-source de la partie intrinsèque et Δf est la bande fréquentielle sur laquelle le bruit est mesuré. Les coefficients P ,

R , C sont sans dimension et dépendent des propriétés physiques du composant et de sa polarisation. Depuis, ce modèle a été largement utilisé et perfectionné [26, 27] pour prendre en compte l'influence des autres éléments du schéma équivalent petit signal.

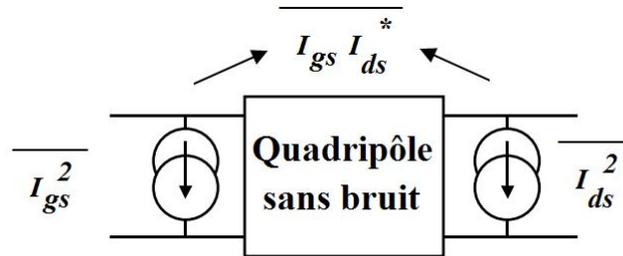


Figure (1.11) : Modèle de bruit d'un MOSFET représentant un quadripôle sans bruit dans une configuration courant-courant.

Récemment, une expression du facteur de bruit minimal NF_{min} prenant en compte les résistances de grille R_g et de source R_s ainsi que les capacités extrinsèques C_{gs} et C_{gd} a été donnée par F. Danneville [28] pour les transistors MOSFET :

$$NF_{min} \approx 1 + 2 \frac{f}{f_c} \left(\frac{C_{gd}}{C_{gs}} \right) \sqrt{P.R + P.(R_g + R_s).g_m} \quad (1.23)$$

Lorsque la fréquence opérationnelle augmente, les dimensions de la grille ne sont plus négligeables devant la longueur d'onde, ce qui nous mène à considérer un phénomène de propagation le long de la grille, et par la suite les effets dispersifs liés à la propagation des signaux dans le transistor.

Lorsqu'un transistor MOS fonctionne dans un circuit MMIC (Monolithic Microwave integrated Circuits) [29, 30, 31, 32], les propriétés des lignes de transmission pour les électrodes (Grille, Drain, Source et Substrat) doivent être prises en considération. Toute connexion existant entre les composants se comporte elle même comme un composant puisque c'est un tronçon de ligne qui introduit un déphasage, des pertes ou des couplages. Ceci explique l'importance des modèles de lignes et de leurs discontinuités.

1.6. Circuits MMIC (Monolithic Microwave integrated Circuits)

Les éléments passifs et actifs utilisés dans les MMICs sont en général des éléments à constantes localisées compte tenu de leurs faibles dimensions devant la longueur d'onde λ . Seules les inductances de forte valeur ou certaines structures particulières peuvent avoir une longueur proche de $\lambda/4$.

L'élaboration des modèles doit considérer certains éléments particuliers. D'une part, la proximité du plan de masse (quelques dizaines de microns pour les lignes coplanaires ou quelques centaines pour les lignes microrubans) nécessite la prise en compte de capacités parasites. D'autre part, la faible épaisseur des métallisations devant l'épaisseur de peau de l'onde électrique aux fréquences les plus élevées, entraîne des pertes modélisées par l'introduction de résistances dépendantes de la fréquence.

Il est donc utile de citer les divers composants passifs disponibles pour la réalisation de circuits MMICs (figure (1.12)).

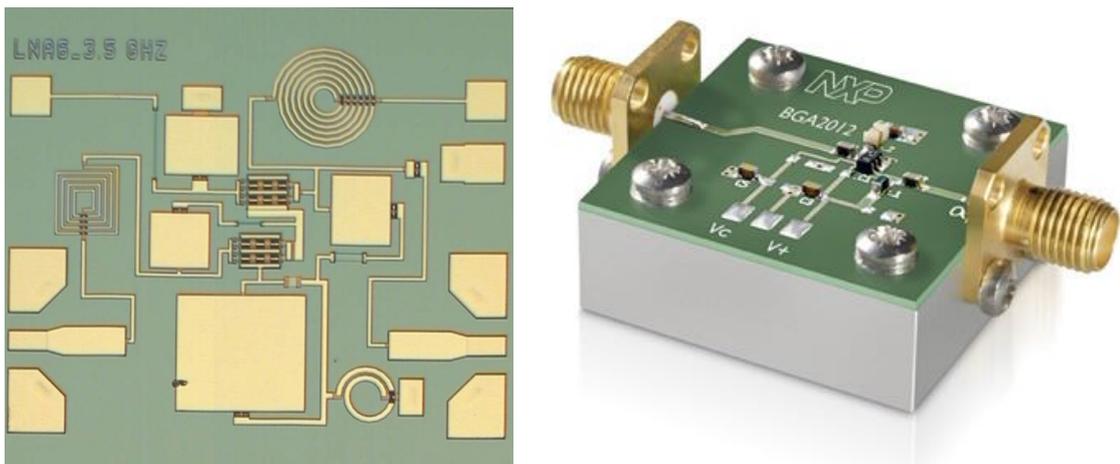


Figure (1.12) : Circuits électriques utilisant la technologie MMIC [33]

1.6.1. Etude des interconnexions

1.6.1.1. Lignes microstripline et coplanaire

La figure (1.13) indique les deux principales structures de lignes qui sont utilisées dans les circuits monolithiques. La première figure est la ligne microstrip (figure (1.13.a)) dont le conducteur principal existe sur la face avant alors que la masse est sur la face arrière. La structure de propagation n'est pas plane ce qui nécessite la présence de « via » pour la connexion d'éléments passifs (Résistances, capacités et inductances) et actifs (transistors, diodes...). La seconde figure correspond à une ligne coplanaire ou « Coplanar Waveguide »

(CPW) (figure (1.13.b)) [34, 35]. Dans ce cas, la masse est considérée dans le même plan que le conducteur principal. De plus, cette technologie est la plus utilisée industriellement du fait de l'existence de modèles de simulations précis qui permettent une bonne conception de circuits relatifs.

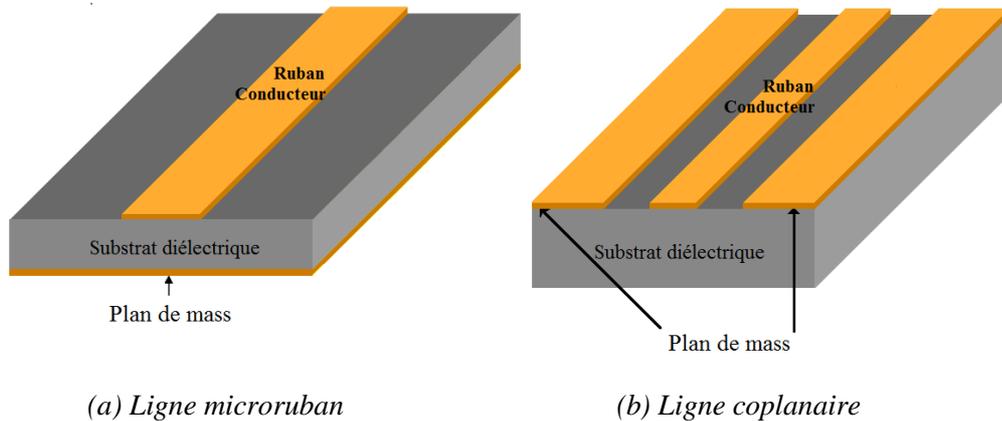


Figure (1.13) : Structures de propagation micro ondes

Les lignes de transmission, tant coplanaire que microruban présentant des modes de propagation quasi TEM, peuvent être modélisées par le schéma équivalent distribué suivant (Figure (1.14)) :

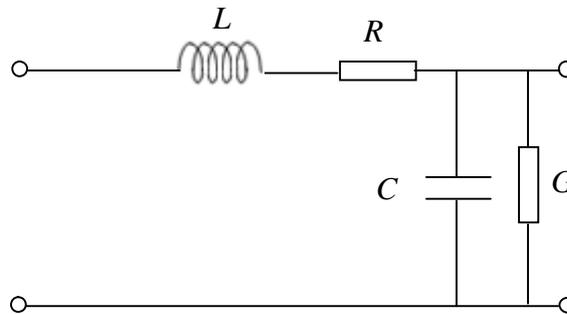


Figure (1.14) : Schéma électrique équivalent

Les paramètres électriques (L, C, R, G) peuvent être évalués en fonction des dimensions de la ligne et de la permittivité relative du substrat [36, 37].

De plus, les lignes de transmissions sont caractérisées par des paramètres spécifiques. Citons en particulier :

- ✓ L'impédance caractéristique Z_C :

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}} \quad (1.24)$$

✓ La constante de propagation γ :

$$\gamma = \sqrt{(R + jL\omega)(G + jC\omega)} = \alpha + j\beta \quad (1.25)$$

Où :

α représente les pertes de la ligne (Np/m).

$\beta = 2\pi/\lambda$ représente la constante de phase (rad/m).

et λ la longueur d'onde guidée dans la ligne.

✓ La vitesse de phase V_ϕ :

$$V_\phi = \frac{\omega}{\beta} \quad (m/s) \quad (1.26)$$

✓ Paramètres S :

A partir des caractéristiques électriques L et C obtenus précédemment, il est possible de calculer les coefficients de transmission et de réflexion de la ligne

$$T = e^{-\gamma l} \quad (1.27)$$

$$\Gamma = \frac{Z_c - Z_0}{Z_c + Z_0} \quad (1.28)$$

Où l est la longueur de la ligne et Z_0 est l'impédance de référence (50Ω).

L'application de la règle de Mason permet d'obtenir les paramètres de dispersion. On obtient alors les paramètres S du dispositif sous la forme :

$$[S] = \begin{pmatrix} \frac{\Gamma(1-T^2)}{1-\Gamma^2 T^2} & \frac{\Gamma(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \\ \frac{\Gamma(1-\Gamma^2)}{1-\Gamma^2 T^2} & \frac{\Gamma(1-T^2)}{1-\Gamma^2 T^2} \end{pmatrix} \quad (1.29)$$

✓ Atténuation des lignes :

Les pertes des lignes sont essentiellement dues aux pertes métalliques et aux pertes diélectriques.

Les pertes métalliques sont dues à la conductivité des métaux constituant les lignes de transmission. Ces pertes dépendent de l'épaisseur de métallisation et des paramètres géométriques de la ligne.

On montre dans la littérature qu'une épaisseur de métallisation de trois fois l'épaisseur de peau est nécessaire pour minimiser les pertes métalliques [38]. L'épaisseur de peau pour un conducteur est donnée par la relation:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \mu_0 \cdot \sigma \cdot f}} \quad (1.30)$$

où :

σ et μ_0 représentent la conductivité et la perméabilité du matériau respectivement.

f représente la fréquence de l'onde électromagnétique.

Si on considère une métallisation avec de l'or ($\sigma=4.1.10^7$ S/m), l'épaisseur de peau se situe aux alentours de $0.4\mu m$ pour une fréquence de 50 GHz. L'épaisseur minimale permettant de minimiser ces pertes, sera dans ce cas là de $1, 2 \mu m$.

Les pertes diélectriques [39, 40] dépendent principalement des caractéristiques du substrat telles que l'angle de pertes et la permittivité relative (ϵ_r).

1.6.1.2. Connexion en utilisant des vias

Les vias sont utilisés pour satisfaire la connexion de deux microstriplines à travers deux couches différentes (voir figure (1.15)). L'implémentation des vias permet également de minimiser l'inductance de la masse afin d'avoir un fonctionnement optimal.

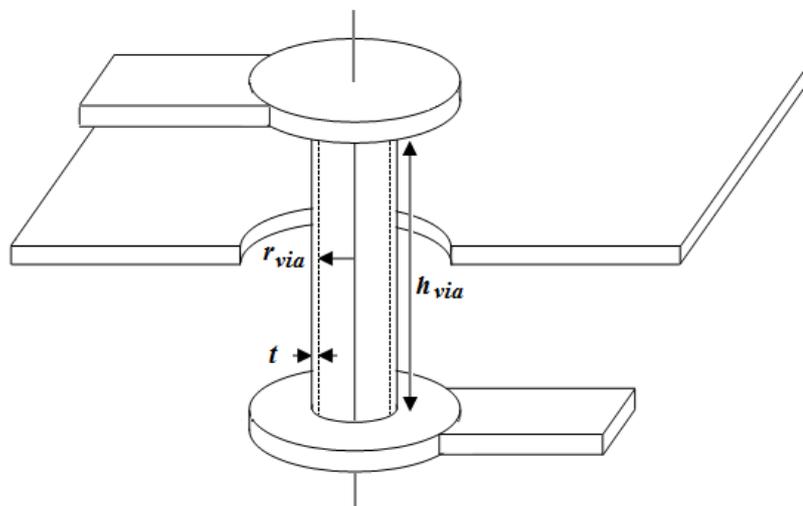


Figure (1.15) : Connexion des deux microstriplines avec un via.

Le schéma équivalent du via est présenté sur la figure (1.16).

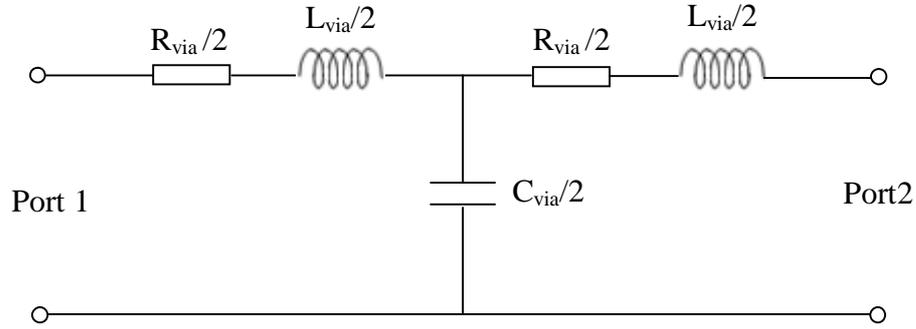


Figure 1.16 : Circuit équivalent du via [41, 42]

Dans les articles, la résistance (R_{via}), l'inductance (L_{via}) et la capacité (C_{via}) sont modélisés en fonction des dimensions et des paramètres physiques du via.

L'expression de la résistance (R_{via}), inductance (L_{via}) et la capacité (C_{via}) du circuit équivalent du via sont données par les équations suivantes [43, 44] :

$$R_{via} = \frac{\rho h_{via}}{\pi r_{via}^2} \quad (1.31)$$

$$L_{via} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[h_{via} \cdot \ln \left(\frac{2h_{via} + \sqrt{r_{via}^2 + (2h_{via})^2}}{r_{via}} \right) + \left(r_{via} - \sqrt{r_{via}^2 + (2h_{via})^2} \right) \right] \quad (1.32)$$

$$C_{via} = \frac{2\pi \cdot \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot h_{via}}{\ln \left((r_{via} + t) / r_{via} \right)} \quad (1.33)$$

ρ représente la résistivité du via.

r , h et t sont le rayon, la hauteur et l'épaisseur du cylindre.

1.6.1.3. Résistances

Les résistances peuvent être fabriquées de deux façons :

- ✓ En utilisant directement une résistance fabriquée à base d'un semi-conducteur (contact ohmic).
- ✓ Par dépôt d'un métal résistif (ligne microruban dispersive) tel que la valeur de la résistance soit calculée à partir de la théorie des lignes.

Le comportement en puissance de la résistance réalisée est linéaire alors que dans le cas d'une résistance à base de semiconducteur, il existe un phénomène de saturation de la vitesse électronique pour les forts champs. De plus, le coefficient de température d'une résistance métallique est beaucoup plus faible et peut être ajusté lors du dépôt.

1.6.1.4. Inductances spirales

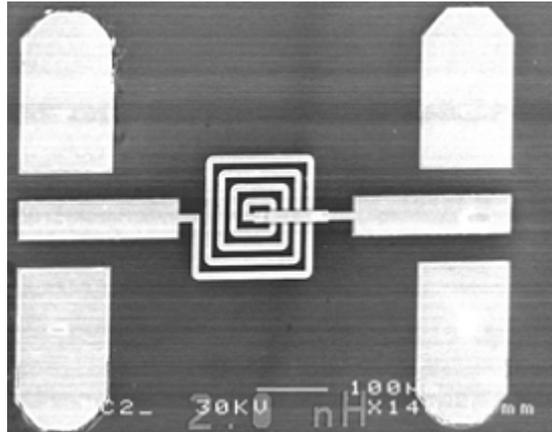


Figure (1.17) : Image d'une inductance spirale

L'optimisation de la surface occupée par les inductances, en vue d'accroître l'intégration, est à l'origine du choix des inductances spirales (figure (1.17)).

Le plus souvent, ces inductances sont réalisées avec le second niveau de métal (pont à air) de manière à s'affranchir des capacités entre la ligne et le plan de masse. De plus, cette métallisation, étant la métallisation la plus épaisse, permet de minimiser les pertes dans la ligne et d'améliorer le coefficient de qualité de l'impédance.

La difficulté d'obtenir un modèle précis de cette structure (couplages entre tous les segments et surintensités au niveau des coudes notamment) fait souvent choisir un modèle semi-expérimental.

Dans le modèle présenté sur la figure (1.18), L_l correspond à l'inductance propre à la ligne, R_l aux pertes dans la ligne, et C_p rend compte des couplages entre les segments. R_2 et L_2 sont rajoutées pour traduire l'augmentation des pertes dues à l'effet de peau supérieur aux épaisseurs de métal pour les faibles fréquences.

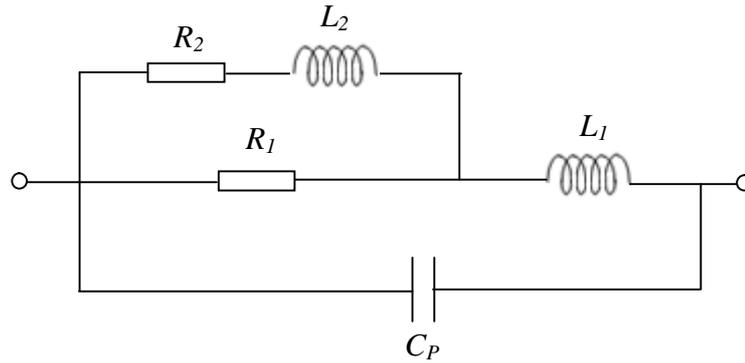


Figure (1.18) : Modèle semi-empirique d'une inductance spirale

Les expressions de l'inductance et le facteur de qualité, sont alors données par :

$$Q = \frac{Im(Y_{11})}{Re(Y_{11})} \quad (1.34)$$

$$L = \frac{-1}{2\pi \cdot f \cdot Im(Y_{11})} \quad (1.35)$$

1.7. Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la mise en évidence des propriétés physiques et électriques des transistors MOS utilisés pour la réalisation de dispositifs hyperfréquences (amplificateur à faible bruit, oscillateurs à hautes fréquences, etc...).

Dans un premier lieu, nous avons brièvement rappelé les principaux concepts de la théorie du transistor MOS, tel que la caractérisation des paramètres électriques en régime statique. Par la suite, nous avons décrit les principales propriétés électriques du modèle petit-signal (paramètres S, gain unilatérale, fréquence de transition, etc...).

Finalement, nous avons étudié les différentes structures de propagation microondes réalisées sur un substrat isolant. Ceci a permis de mettre en évidence l'influence des interconnexions sur le fonctionnement du transistor MOS pour des fréquences très élevées.

Références bibliographiques du chapitre 1

- [1] **J. Saint-Martin**, “*Etude par simulation monte carlo d'architectures De Mosfet ultracourts à grille multiple sur SOF*”, Thèse de doctorat, université de paris-sud, France (2006).
- [2] D. Kahng and M. M. Atalla, “*Silicon-silicon dioxide field induced surface devices*”, in Solid State Res. Conf., Pittsburgh, USA, (1960).
- [3] **B. J. Baliga**, “*An overview of Smart Power Technology*”, Electron Devices, IEEE Transactions on Volume 38, Issue 7, pp. 1568-1575 (1991).
- [4] **A. Canepari**, “*Macro-modélisation des structures MOS haute tension intégrées avec prise en compte de l'auto-échauffement* ”, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, France (2006).
- [5] **G. E. Moore**, “*Cramming more components into integrated circuits*”, Electronics Magazine Vol. 38, No. 8 (1965).
- [6] **J. Saint-martin**, “*Impact des technologies d'intégration 3D sur les performances des composants CMOS* ”, Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France, (2009).
- [7] **M. Rousseau**, “*Etude par simulation Monte-Carlo d'architectures de MOSFET ultracourts à grille multiple sur SOI* ”, Thèse de doctorat, Université Paris XI Orsay, France, (2005).
- [8] **G.Q. Zhang**, “*The paradigm of « More than Moore »*”, IEEE 6th International Conference on Electronic Packaging Technology. pp. 17-24. (2005).
- [9] **G. Declerck**, “*A look into the future of nanoelectronics*”, Symposium on VLSI Technology Digest of Technical Papers, Leuven, Belgium, pp. 6-10, (2005).
- [10] **B. Diagne**, “*Etude et modélisation compacte d'un transistor MOS SOI double-grille dédié à la conception*”, Thèse de doctorat, Université de Louis Pasteur-Strasbourg1, (2007).
- [11] **Dieter K. Schroder**, “*Semiconductor Material and Device Characterization*”, Third Edition, A JOHN WILEY& SONS, INC, Publication. ISBN: 0-471-73906-5. (2006).
- [12] **Kwok K. Ng**, “*Physics of Semiconducteur Devices*”, Third Edition, A JOHN WILEY& SONS, INC, Publication, ISBN: 0-471-14323-5. (2007).

- [13] **A.A. Abidi**, “*Low-Power Radio-Frequency IC’s for portable communications*”, Proceedings of the IEEE, Vol. 83, No. 4, (1995).
- [14] **R.Barth**, “*ITRS Commodity Memory Roadmap*”, International Workshop on Memory Technology, Design and Testing, Proceedings, San Jose, California, pp. 61-63, (2003).
- [15] **P.H. Woerlee, M.J. Knitel, R. van Langevelde, D.B.M. Klaassen, L.F. Tiemeijer, A.J.Scholten and A.T.A, Zegers-van Duijnhoven**, “*RF-CMOS performance Trends*”, IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 48, No. 8, pp.1776-1782, (2001).
- [16] **E. Bouhana**, “*Analyse du comportement petit signal du transistor MOS: contribution à une nouvelle approche d’extraction et de modélisation pour des applications RF*”, Thèse de doctorat, université des sciences et technologies de Lille, (2007).
- [17] **H.S. Bennett, R. Brederlow, J.C. Costa, P. E. Cottrell, W.M. Huang, A. A. Immorlica, Jr., J.-E. Mueller, M. Racanelli, H. Shichijo, C. E. Weitzel, and B. Zhao**, “*Device and Technology Evolution for Si-Based RF*”, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol.52, No.7, pp. 1235-1258, (2005).
- [18] **A. Siligaris**, “*Modélisation grand signal de MOSFET en hyperfréquences : Application à l’étude des non linéarités des filières SOI*”, Thèse de doctorat, université des sciences et technologies de Lille, France (2004).
- [19] **B. Moez**, “*Extraction des paramètres intrinsèques des transistors à effet de champ en tenant compte des phénomènes de propagations*”, Thèse de doctorat, université de CERGY-PONTOISE, (2005).
- [20] **S. D. Wu, G. W. Huang, L. P. Cheng, and C. Y. Chang**, “*Characterization of 2-port configuration MOSFET’S amplifiers by 4-port measurement*”, Proceeding Asia-Pacific Microwave Conference, Singapore, (2003).
- [21] **C. Pavageau**, “*Utilisation des technologies CMOS SOI 130 nm pour des applications en gamme de fréquences millimétriques*”, Thèse de doctorat, université des sciences et technologies de Lille, (2005).
- [22] **G. Le Coustre**, “*Contribution au développement d’une filière de transistors de forte puissance à base de technologie HEMT GaN pour applications télécoms et radar*”, Thèse de doctorat, université des sciences et technologies de Lille, (2009).

- [23] **P. Mans**, “*Optimisation de transistor bipolaire à hétérojonctions Si/SiGe en technologie BiCMOS 0.25 μm pour les applications d’amplification de puissance*”, Thèse de doctorat, université de Bordeaux 1, (2008).
- [24] **A. Van der Ziel**, “*Thermal noise in field effect transistors*”, Proceedings of the IRE, Vol. 50, pp. 1802-1812, (1962).
- [25] **A. Van der Ziel**, “*Gate noise in field effect transistors at moderately high frequencies*”, Proceedings of the IEEE, Vol. 51, pp. 461-467, (1963).
- [26] **A. Cappy**, “*Noise modeling and measurement techniques*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 36, pp. 1-10, (1988).
- [27] **R. A. Pucel, D. J. Massé, and C. F. Krumm**, “*Noise Performances of Gallium Arsenide Microwave Field Effect Transistors*”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 11, pp. 243-255, (1976).
- [28] **F. Danneville, G. Pailloney, A. Siligaris, B. Iniguez, and G. Dambrine**, “*High Frequency Noise of SOI MOSFETs: Performances and Limitations*”, SPIE, Austin, Texas, (2005).
- [29] **F. S. Correra and E. A. Tolezani**, “*Methodology for MMIC Layout Design*”, Journal of Microwaves and Optoelectronics, vol. 6, N° .1, pp. 17-27, (2007)
- [30] **J. M. Golio**, “*The push toward low voltage devices*”, IEEE Microwave Magazine, pp.38-45, (2000).
- [31] **C. Rumelhard**, “*Etat et évolutions des technologies*”, 6ème Ecole d’été sur les Systèmes RF, INSA de Rennes, septembre (2000).
- [32] **R. Goyal**, “*Monolithic Microwave Integrated Circuits: Technology & Design*”, Artech House, Norwood, MA, pp. 358-372, (1989).
- [33] **A. Marzuki, A. I. Bin Abdul Rahim, M. Loulou**, “*Advances in Monolithic Microwave Integrated Circuits for Wireless Systems: Modeling and Design Technologies*”, First Edition. Engineering Science Reference United States of America. ISBN: 978-1-60566-886-4, (2012).
- [34] **G. Six**, “*Optimisation d’une technologie 3D pour la réalisation de circuits intégrés millimétriques sur substrat de silicium*”, Thèse de doctorat, université des sciences et technologies de Lille, France (2004).

- [35] **Kwok K. Ng**, “*Lumped Elements for RF and Microwave Circuits*”, First Edition. Artech House Boston-London. ISBN: 1-58053-309-4, (2003).
- [36] **W. Heinrich**, “*Quasi-TEM Description of MMIC coplanar lines including conductor-loss effects*”, IEEE Transactions on microwave theory and techniques, Vol. 14, No. 1, pp. 45-52, (1993).
- [37] **B. C. Wadell**, “*Transmission Line Design Handbook*”, Manuel de conception des lignes de transmission, Artech House, (1991).
- [38] **W. H. Haydl, J. Braunstein, T. Kitazawa, M. Schlechtweg, P. Tasker, L. F. Eastman**, “*Attenuation of millimetre wave coplanar lines on gallium arsenide and indium phosphide over the range 1-60 GHz*”, IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, Vol. 1, pp. 349 -352, (1992).
- [39] **C. Castagné, J. P. Duchemin, M. Gloanec, C. Rumelhard**, “*Circuits intégrés en Arséniure de gallium*”, Edition Masson, (1989).
- [40] **P. Ferrari, B. Fléchet, G. Angénieux**, “*Time Domain Characterization of Lossy Arbitrary Characteristic Impedance transmission Lines*”, IEEE Microwave and Guided Wave letters, Vol. 4, No. 6, (1994).
- [41] **S. Krishna and M. S. Bhat**, “*Impedance Matching in Multi-Layer Interconnect Structures to Minimize Signal Reflections in High Speed Applications*”, International Journal of Computer and Electrical Engineering, Vol. 4, No. 3, (2012).
- [42] **B. J. LaMeres**, “*Characterization of a printed circuit Board via*”, A thesis submitted to the Graduate Faculty of the University of Colorado at Colorado Springs in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, USA, (2000).
- [43] **G. Katti, M. Stucchi, K. D. Meyer, and W. Dehaene**, “*Electrical Modeling and Characterization of Through Silicon via for Three-Dimensional ICs*”, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol.57, No. 1, pp. 256-262, (2010).
- [44] **K. Singh, and K. Nagachenchaiah**, “*Simple Modelling Approach for Via-Hole Characterization on Silicon Substrate at Ka-Band*”, Microwave Review, pp. 20–23, (2011).

CHAPITRE 2

Modélisation numérique et
résultats de la simulation d'un
transistor MOS

2.1. Introduction

La modélisation des composants et des systèmes électroniques a été longtemps basée sur l'aspect analytique [1, 2], mais avec l'évolution et la miniaturisation des composants, la solution analytique est devenue très difficile pour prendre en compte les effets de second ordre de plus en plus prédominants. Notons spécialement : les réponses temporelles et fréquentielle, les profils de dopage, les modèles de mobilité et de génération-recombinaison, etc.

Afin de prendre en compte des effets secondaires, la modélisation des composants électroniques est tournée de plus en plus vers la résolution numérique des équations fondamentales du semiconducteur.

L'analyse numérique bidimensionnelle de composants semiconducteurs a été présentée en premier lieu par Kennedy et O'Brien dans le cas d'un transistor à effet de champ [3]. Il est même intéressant de voir le comportement des composants semiconducteur dans les régimes transitoire et permanent.

Dans ce chapitre, nous développerons un modèle numérique pour la simulation bidimensionnelle et temporelle d'un transistor MOS en utilisant l'environnement MATLAB. Notre but étant le :

- Calcul des principaux paramètres du transistor MOS tels que les capacités inter-électrodes (C_{gd} , C_{gs} , C_{gb} et C_{gg}), la conductance et la transconductance en régime quasi-statique.
- Calculer l'évolution du courant sur les trois contacts du transistor (Drain, Source et Substrat) en fonction du temps.

Nous présenterons en premier temps les diverses formulations mathématiques nécessaires à l'analyse des phénomènes de transport dans les semiconducteurs.

Dans un deuxième temps, nous développerons plus particulièrement les préliminaires analytiques au traitement numérique du modèle dérive-diffusion (passage à des équations sans dimensions, choix des variables de base, normalisation...) ainsi que le traitement des conditions au niveau des interfaces et des frontières. La solution auto cohérente du problème non linéaire couplé sera ensuite décrite et les méthodes de résolution des systèmes linéaires résultants seront explicitées.

Finalement nous présenterons les principaux résultats de la simulation numérique du transistor MOS dans les deux régimes statique et temporelle.

2.2. Définition du modèle de dérive-diffusion (DDM : Drift Diffusion Model)

En physique du solide, l'interprétation des phénomènes de conduction dans un semiconducteur se fait en toute rigueur par l'application des théories de la mécanique quantique. On en déduit alors par approximation une équation de transport pour chaque type de particules, dite équation de Boltzmann [4].

Les équations de dérive-diffusion forment le modèle le plus couramment utilisé de nos jours pour décrire les composants à semiconducteurs. La majeure partie de la littérature sur les modèles mathématiques pour la simulation de composants s'intéresse à ce système non linéaire d'équations à dérivées partielles, et les logiciels numériques pour sa résolution sont devenus pratiquement monnaie courante sur toute installation de recherche dans le domaine des semiconducteurs [5]. D'un point de vue d'ingénierie, l'intérêt dans le modèle de dérive-diffusion est de remplacer, autant que possible, les tests de laboratoire par la simulation numérique dans le but de minimiser le coût. Pour cette fin, il est important que les calculs soient réalisés en un temps raisonnable.

Le modèle de dérive-diffusion se compose principalement de deux équations qui sont propres au modèle: l'équation de continuité de charge et l'équation du courant. L'équation de Poisson, en principe, ne fait pas partie du modèle. Elle sert seulement à calculer la force de dérive externe. Donc, elle est intégrée au modèle pour l'auto-consistance du problème [6].

2.2.1. Système d'équations des semiconducteurs

Sous les hypothèses précédemment adoptées et en considérant une température uniforme dans le matériau, les équations de base qui régissent les phénomènes de conduction dans les semiconducteurs [7, 8] sont regroupées comme suit:

✓ Equation de Poisson

L'équation de Poisson dont l'intégration permet de calculer la variation du potentiel dans le semi-conducteur à partir de la charge d'espace qui est formée par des charges dues aux porteurs libres et aux impuretés que l'on suppose totalement ionisées.

$$\nabla^2 \psi = -\frac{\rho}{\epsilon} \quad (2.1)$$

ρ : représente la densité de charge volumique

ϵ : permittivité diélectrique du semiconducteur = $\epsilon_r \cdot \epsilon_0$

✓ Equations de continuité

L'équation de continuité et l'équation de transport relient les concentrations locales de charges aux phénomènes de transport et aux mécanismes de génération-recombinaison.

L'équation de continuité est donnée séparément pour chacun des deux types de porteurs de charge par :

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_n = GR_n \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_p = GR_p \quad (2.3)$$

✓ Equations de transport

Les équations de transports dérivent de la théorie de transport de Boltzmann. Ces dernières donnent la deuxième relation entre la densité des porteurs libres et le potentiel électrostatique local.

$$\vec{j}_n = -q \cdot n \cdot \mu_n \cdot \vec{\nabla} v + q \cdot D_n \cdot \vec{\nabla} n \quad (2.4)$$

$$\vec{j}_p = -q \cdot p \cdot \mu_p \cdot \vec{\nabla} v - q \cdot D_p \cdot \vec{\nabla} p \quad (2.5)$$

Le système de 5 équations peut se résoudre à un système de 3 équations en substituant les équations (2.4) et (2.5) dans les équations (2.2) et (2.3) respectivement.

2.2.2. Modèles physiques considérés

Dans le système d'équations que nous venons de décrire, des modèles physiques sont nécessaire inhérents aux composants semiconducteurs.

2.2.2.1. La densité de charges

La densité de charge ρ fait intervenir les concentrations en porteurs libres, n pour les électrons et p pour les trous et la concentration en impuretés électriquement actives c .

Celle-ci intervient dans l'équation de Poisson et est définie par :

$$\rho = q(p - n + c + ct)$$

q est la charge de l'électron, c est la densité de charges fixes qui est donnée par $c = N_D - N_A$

avec

N_D : concentration des atomes donneurs

N_A : concentration des atomes accepteurs

La densité de charge c est évaluée quand à elle, soit par des fonctions analytiques telles que des «Gaussiennes» ou des «erreurs complémentaires».

ct représente la densité de charges due aux centres recombinants. Cette dernière est souvent négligée lorsqu'on travaille en régime statique ou bien lorsque les transitions peuvent être considérées comme instantanées.

2.2.2.2. Les mobilités

Les mobilités des électrons μ_n et des trous μ_p dépendent d'un certain nombre de paramètres (dopage, champ électrique, température...) [9, 10]. Dans notre cas, nous nous intéressons surtout à sa dépendance avec le dopage [11] et le champ électrique [12].

La variation de la mobilité μ avec le champ électrique et la concentration des impuretés ionisées est donnée par l'expression suivante [13] :

$$\left(\frac{\mu_0}{\mu}\right)^2 = 1 + \left(\frac{Dop}{\frac{Dop}{S} + N}\right) + \left(\frac{\left(\frac{E}{A}\right)^2}{\frac{E}{A} + F}\right) + \left(\frac{E}{B}\right)^2 \quad (2.6)$$

Les valeurs des constantes μ_0 , N , S , A , F , et B sont notées sur le tableau ci-dessous

	μ_0	N	S	A	F	B
Trous	$480 \text{ cm}^2/V.s$	$4 \cdot 10^{16} \text{ At.cm}^{-3}$	81	$6.1 \cdot 10^3 \text{ V/m}$	1.6	$2.5 \cdot 10^4 \text{ V/m}$
Electrons	$1400 \text{ cm}^2/V.s$	$3 \cdot 10^{16} \text{ At.cm}^{-3}$	350	$3.5 \cdot 10^3 \text{ V/m}$	8.8	$7.4 \cdot 10^3 \text{ V/m}$

Tableau (2.1) : Tableau des paramètres de la mobilité

2.2.2.3. Génération-Recombinaison

Nous avons vu que l'écriture des équations de continuité introduit deux termes GR_n et GR_p qui décrivent les phénomènes de générations-recombinaison, et qui représentent les divers mécanismes physiques qui vont perturber les densités de porteurs [14].

Le modèle de génération-recombinaison des paires électron-trous que nous considérons dans notre cas est celui de Shockley-Read-Hall (SRH). La vitesse de recombinaison r_{SRH} est donnée par la loi :

$$RG_n = RG_p = r_{SRH} = \frac{n \cdot p - n_i^2}{\tau_p \cdot (n + n_i) + \tau_n \cdot (p + n_i)} \quad (2.7)$$

n_i représente la concentration intrinsèque du semiconducteur, τ_n et τ_p sont les durées de vie des électrons et des trous respectivement.

2.3. Résolution des problèmes aux dérivées partielles

2.3.1. Méthodes spatiales

Les équations qui régissent le fonctionnement des composants considérés, en l'occurrence les transistors MOS dans notre cas, sont alors posées. Nous nous utiliserons alors à proposer une méthode de résolution numérique de celles-ci.

Dans cette partie, exposons quelques méthodes numériques de résolution des problèmes aux dérivées partielles décrivant des phénomènes physiques. Pour passer d'un problème exact continu régi par une EDP (Equation Différentielle Partielle) au problème approché discret, il existe un grand nombre de méthodes numériques, chacune d'elles étant plus adaptée à un certain type de problèmes.

2.3.1.1. La méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à interpoler une fonction sur des éléments qui correspondent à des sous ensembles du domaine de calcul de la fonction [15].

La méthode des éléments finis consiste à restreindre l'intervalle de définition de la fonction à des intervalles plus petits, appelés éléments, sur lesquels il est plus facile d'appliquer la définition de la fonction d'approximation.

Avantages : traitement possible de géométries complexes, nombreux résultats théoriques sur la convergence.

Inconvénient : complexité de mise en œuvre et grand coût en temps de calcul et mémoire active.

2.3.1.2. La méthode des différences finies

La méthode des différences finies a été développée par A. Thom [16]. Elle nécessite de définir un maillage de l'espace défini par le système physique à modéliser (chaque cellule du maillage contient alors les constantes physiques du matériau mis en jeu).

On approxime ensuite les EDP régissant ce système avec le principe des différences finies en les transformant en un système d'équations linéaire. Enfin, on résout les équations en chaque point du maillage en prenant en compte les conditions initiales ainsi que les conditions aux limites du système.

Les points essentiels à assurer pour cette méthode sont la précision des calculs et la stabilité de l'algorithme.

Trois types d'erreurs vont apparaître : les erreurs dus à l'établissement du modèle du système, les erreurs dues à la discrétisation de l'espace et les erreurs d'arrondis des nombres

dans le calculateur. Il faut noter qu'un maillage plus fin utilisé pour réduire le second type d'erreurs va augmenter le nombre d'opérations et ainsi les erreurs du troisième type.

La méthode utilisée dans le cadre de ce travail est la méthode des différences finies. En effet cette méthode reste la plus utilisée dans la simulation des composants semiconducteurs, en particulier dans le cas de structures similaires à celles que nous considérons et qui présentent une géométrie carrée. Cette méthode consiste à construire et résoudre un système d'équations algébriques dont les inconnues sont les valeurs des variables à rechercher en un nombre fini de points du domaine étudié.

2.3.1.3. Principe de la méthode des différences finies

L'ordinateur ne connaît pas la continuité mathématique, alors l'obtention d'expressions programmables passe donc par la discrétisation des formulations considérées. Les dérivées partielles spatiales et temporelles du modèle dérive-diffusion peuvent être traitées par la technique des différences finies [17].

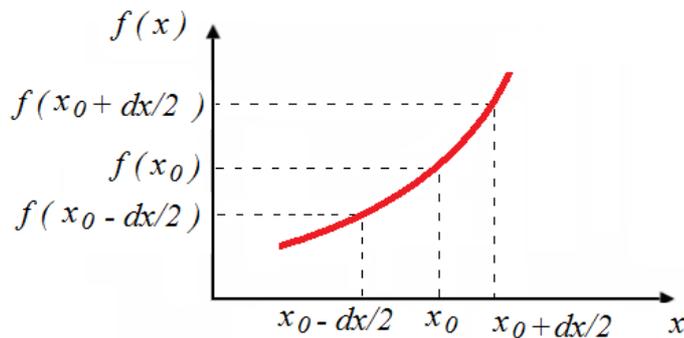


Figure (2.1) : Evaluation d'une dérivée

Pour illustrer le principe, considérons une fonction $f(x)$ connue aux points $x_0 - (\Delta x/2)$, x_0 , $x_0 + (\Delta x/2)$. On évalue numériquement la dérivée de $f(x)$ sur le point x_0 par le développement en série de Taylor de la fonction $f(x)$ sur les points $x_0 - (\Delta x/2)$ et $x_0 + (\Delta x/2)$.

On a :

$$f\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) = f(x_0) + \frac{\Delta x}{2} f'(x_0) + \frac{\Delta x^2}{8} f''(x_0) + o(\Delta x^3) \quad (2.8)$$

$$f\left(x_0 - \frac{\Delta x}{2}\right) = f(x_0) - \frac{\Delta x}{2} f'(x_0) + \frac{\Delta x^2}{8} f''(x_0) - o(\Delta x^3) \quad (2.9)$$

La dérivée peut être obtenue de différentes manières :

- Soit par une approximation par différence «progressive»

A partir de l'équation (2.8) on aura :

$$f'(x_0) = \frac{f\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) - f(x_0)}{\Delta x / 2} + o(\Delta x) \quad (2.10)$$

- Soit par une approximation par différence «rétrograde»

A partir de l'équation (2.9) on aura :

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0) - f\left(x_0 - \frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x / 2} + o(\Delta x) \quad (2.11)$$

- Soit par une approximation par différence «milieu»

La soustraction des équations (2.8) et (2.9) permet d'avoir:

$$f'(x_0) = \frac{f\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) - f\left(x_0 - \frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x} + o(\Delta x^2) \quad (2.12)$$

On peut noter que les points de différentiation sont décalés par rapport aux points de discrétisation (voir figure (2.1)). On constate également que le dernier schéma est plus performant car l'erreur commise est seulement d'ordre 2.

On peut estimer la dérivée seconde de la fonction $f(x)$ comme suit

$$f''(x_0) = \frac{f'\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) - f'\left(x_0 - \frac{\Delta x}{2}\right)}{\Delta x}$$

Alors

$$f''(x_0) = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} - \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \right]$$

Ce qui permet d'écrire finalement

$$f''(x_0) = \frac{f(x_0 + \Delta x) + f(x_0 - \Delta x) - 2f(x_0)}{\Delta x^2} \quad (2.13)$$

2.3.2. Méthodes temporelle

Pour illustrer le principe de la discrétisation dans un domaine spatiotemporel, considérons un problème en une dimension d'espace où f est la fonction étudiée.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \quad (2.14)$$

Supposons un maillage régulier $(t_n, x_i) = (n \cdot \Delta t, i \cdot \Delta x)$

Où

t_n : Domaine temporel

x_i : Domaine spatial

n : Pointeur spatial

i : Pointeur temporel

Δx : Le pas de discrétisation spatial

Δt : Le pas de discrétisation temporel

Plusieurs approximations du dérivé spatio-temporel de l'équation (2.14), ont été proposées dans la littérature [18].

Citons en particulier :

✓ *Schéma d'Euler explicite*

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n}{\Delta x^2} \quad (2.15)$$

✓ *Schéma d'Euler implicite*

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^{n+1} + f_{i-1}^{n+1} - 2f_i^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (2.16)$$

✓ Schéma de Crank-Nicholson

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n}{2\Delta x^2} + \frac{f_{i+1}^{n+1} + f_{i-1}^{n+1} - 2f_i^{n+1}}{2\Delta x^2} \quad (2.17)$$

✓ Le θ Schéma

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^n}{\Delta t} = \theta \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - 2f_i^n}{\Delta x^2} + (1-\theta) \frac{f_{i+1}^{n+1} + f_{i-1}^{n+1} - 2f_i^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (2.18)$$

On note que pour :

- $\theta=0$, on retrouve l'expression du schéma d'Euler implicite.
- $\theta=1/2$, on retrouve l'expression du schéma de Crank-Nicholson.
- $\theta=1$, on retrouve l'expression du schéma d'Euler explicite.

✓ Schéma de Dufort-Frankel

$$\frac{f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^n + f_{i-1}^n - f_i^{n+1} - f_i^{n-1}}{\Delta x^2} \quad (2.19)$$

✓ Schéma de Gear

$$\frac{3f_i^{n+1} + f_i^{n-1} - 4f_i^n}{2\Delta t} = \frac{f_{i+1}^{n+1} + f_{i-1}^{n+1} - 2f_i^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (2.20)$$

La discrétisation spatio-temporelle progressive permet d'aboutir à un problème explicite qui peut être résolu en utilisant des méthodes itératives. Par contre une discrétisation rétrograde mène à avoir un problème implicite [19]. Notons qu'un problème implicite nécessite à chaque pas de temps, la résolution d'un problème non linéaire.

Dans le cadre de ce travail, nous allons choisir une méthode implicite car elle offre une précision suffisante en plus elle est universellement stable [20].

2.3.4. Normalisation du modèle dérive-diffusion

Les variables choisies présentent des ordres de grandeurs très différents dont la dynamique peut être recentrée par une étape de normalisation des principales variables [21].

Celles-ci sont résumées dans le tableau (2.2).

GRANDEURS	VARIABLES	UNITE	FACTEUR DE NORMALISATION	ORDRE DE GRANDEURS
Distance	L	m	$L = \sqrt{\frac{\epsilon U_T}{qn_i}}$	$3.34E^{-5}$
Potentiel électrique	U_T	V	$U_T = \frac{K.T}{q}$	0.0258
Concentration	n, p, N_D, N_A	At/cm^3	n_i	$1.48E^{10}$
Constante de diffusion	D_n, D_p	cm^2/S	$D_0 = \frac{L.J_0}{q.n_i}$	$1.46E^6$
Mobilité	μ_n, μ_p	$cm^2/V.S$	$\frac{D_0}{U_T}$	$5.65E^7$
Densité de courant	J_n, J_p	A/cm^2	$J_0 = \frac{q.D_0.n_i}{L}$	$3.42E^{13}$
Génération-Recombinaison	$G-R$	$Cm^{-2}.S^{-1}$	$\frac{D_0.n_i}{L^2}$	$1.14E^{11}$
Champ électrique	E	V/cm	$\frac{U_T}{L}$	$7.62E^4$
Temps (durée de vie)	τ	S	$\frac{L^2}{D_0}$	$7.88E^{-12}$

Tableau (2.2) : Tableau de normalisation des constantes

En utilisant ces grandeurs de normalisation, les équations de semiconducteur deviennent :

- ✓ Normalisation de l'équation de Poisson

$$U_T \frac{1}{L^2} (\nabla^2 V) = -\frac{q}{\epsilon} n_i (P - N - C) \quad (2.21)$$

L'équation de Poisson en quantités normalisées s'écrit comme suit :

$$\nabla^2 V = N - P + C \quad (2.22)$$

- ✓ Normalisation des équations de transport

Par substitution des grandeurs normalisées, les équations (2.4) et (2.5) s'écrivent comme suit :

$$\vec{j}_n = q.n_i \cdot \frac{D_0}{L} . M_n . (-N . \vec{\nabla} V + \vec{\nabla} N) \quad (2.23)$$

$$\vec{j}_p = q.n_i \cdot \frac{D_0}{L} . M_p . (-P . \vec{\nabla} V - \vec{\nabla} N) \quad (2.24)$$

M_n et M_p représentent les mobilités des électrons et des trous en quantités normalisées.

Les équations de transport en quantités normalisées s'écrivent comme suit :

$$\vec{J}_N = M_n . (-N . \vec{\nabla} V + \vec{\nabla} N) \quad (2.25)$$

$$\vec{J}_P = M_p . (-P . \vec{\nabla} V - \vec{\nabla} P) \quad (2.26)$$

✓ Normalisation des équations de continuités

La substitution des variables normalisés dans les équations de continuités permet d'avoir :

$$\frac{D_0.n_i}{L^2} \frac{\partial N}{\partial T} - \frac{J_0}{q.L} \vec{\nabla} \vec{J}_N = \frac{D_0.n_i}{L^2} . R_{SRH} \quad (2.27)$$

$$\frac{D_0.n_i}{L^2} \frac{\partial P}{\partial T} + \frac{J_0}{q.L} \vec{\nabla} \vec{J}_P = \frac{D_0.n_i}{L^2} . R_{SRH} \quad (2.28)$$

Ce qui permet d'aboutir à :

$$\frac{\partial N}{\partial T} - \vec{\nabla} \vec{J}_N = R_{SRH} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial P}{\partial T} + \vec{\nabla} \vec{J}_P = R_{SRH} \quad (2.30)$$

2.3.5. Conditions à l'interface oxyde/semiconducteur

Il convient de définir les conditions existant sur cette interface de façon à introduire les phénomènes de surface.

✓ Sur le potentiel électrostatique :

Il s'agit des conditions classiques à l'interface de milieux de permittivités diélectriques différentes :

- Continuité du potentiel électrostatique $V_{OX} = V_{SC}$

- Discontinuité de la composante normale du champ électrique, il convient de tenir compte de la densité surfacique de charge Q_s due aux centres de recombinaison en surface

$$\varepsilon_{ox} \cdot E_{ox} = \varepsilon_{SC} \cdot E_{SC} + Q_s \quad (2.31)$$

✓ Sur les densités de courant:

L'oxyde étant un isolant parfait, le flux des électrons et des trous par rapport à la normale de l'interface est nul. Nous imposons alors que les deux composantes du courant (conduction et diffusion) qui rentrent sur la grille sont nulles :

$$\begin{cases} R_{SRH} + J_N = 0 \\ R_{SRH} - J_p = 0 \end{cases} \quad (2.32)$$

2.3.6. Conditions aux limites

2.3.6.1. Conditions aux contacts

Elles sont du type « Dirichlet », elles portent sur le potentiel électrostatique et les densités de porteurs libres comme suit :

✓ Sur le potentiel électrostatique :

Le potentiel électrostatique dans le semi-conducteur est relié à la polarisation extérieure V_{app} et à la tension de diffusion suivant les relations suivantes :

$$\begin{cases} V = V_{app} + Ln(N) \rightarrow \text{Pour une région dopée } N \\ V = V_{app} - Ln(P) \rightarrow \text{Pour une région dopée } P \end{cases} \quad (2.33)$$

✓ Sur les densités de porteurs :

Dans le cas où les contacts sont ohmiques, c'est-à-dire que le semiconducteur est supposé être électriquement neutre et en équilibre thermodynamique au voisinage des contacts, alors ces hypothèses sont traduites par les équations normalisées suivantes :

$$\begin{cases} N - P - C = 0 \\ N \cdot P = 1 \end{cases}$$

Par conséquent, les densités de porteurs sont décrites selon :

$$\begin{cases} N = \frac{C}{2} + \sqrt{\left(\frac{C}{2}\right)^2 + 1} \\ P = -\frac{C}{2} + \sqrt{\left(\frac{C}{2}\right)^2 + 1} \end{cases} \quad (2.34)$$

2.3.6.2. Conditions aux autres frontières

Sur les autres surfaces limites du semiconducteur ce sont les conditions de Neumann qui les gèrent. En d'autres termes, les frontières extérieures non polarisées du domaine de calcul sont supposées telles que les dérivées normales des trois inconnues (V, N et P) soient nulles.

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial n} = 0, \frac{\partial N}{\partial n} = 0, \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

2.3.7. Discrétisation du modèle dérive-diffusion

Soit un espace de modélisation bidimensionnel (O, X, Y). ΔX et ΔY représentent les pas de discrétisation dans les deux directions et i, j les coordonnées du point de l'espace de modélisation.

Si on applique le principe des différences finies aux équations (2.22), (2.29) et (2.30), on obtient les trois équations linéaires suivantes :

$$G.V_{(i-1,j)}^t + D.V_{(i+1,j)}^t + B.V_{(i,j-1)}^t + H.V_{(i,j+1)}^t - S.V_{(i,j)}^t = N_{(i,j)}^t - P_{(i,j)}^t + C(i,j) \quad (2.36)$$

Où les coefficients G, D, B, H et S sont donnés par [3] :

$$G = \frac{2}{(X_i - X_{i-1})(X_{i+1} - X_{i-1})}$$

$$D = \frac{2}{(X_{i+1} - X_i)(X_{i+1} - X_{i-1})}$$

$$B = \frac{2}{(Y_j - Y_{j-1})(Y_{j+1} - Y_{j-1})}$$

$$H = \frac{2}{(Y_{j+1} - Y_j)(Y_{j+1} - Y_{j-1})}$$

$$S = G + D + B + H$$

Les équations de continuités sont discrétisées alors par le schéma implicite d'Euler en considérant une discrétisation en temps $t_n = n \cdot \Delta t$ [22, 23]

$$A_1 \cdot N_{(i-1,j)}^{t+1} + A_2 \cdot N_{(i+1,j)}^{t+1} + A_3 \cdot N_{(i,j-1)}^{t+1} + A_4 \cdot N_{(i,j+1)}^{t+1} - A_5 N_{(i,j)}^{t+1} + \frac{1}{\Delta t} N_{(i,j)}^t - R_{SRH} = 0 \quad (2.37)$$

$$B_1 \cdot P_{(i-1,j)}^{t+1} + B_2 \cdot P_{(i+1,j)}^{t+1} + B_3 \cdot P_{(i,j-1)}^{t+1} + B_4 \cdot P_{(i,j+1)}^{t+1} - B_5 P_{(i,j)}^{t+1} + \frac{1}{\Delta t} P_{(i,j)}^t - R_{SRH} = 0 \quad (2.38)$$

Les expressions A_{1-5} et B_{1-5} dépendent du potentiel en terme normalisé

$$A_1 = \frac{M_n}{(X_i - X_{i-1})(X_{i-1} - X_{i-1})} \cdot \frac{V(i-1, j) - V(i, j)}{e^{V(i-1, j) - V(i, j) - 1}}$$

$$A_2 = \frac{M_n}{(X_{i+1} - X_i)(X_{i+1} - X_i)} \cdot \frac{V(i+1, j) - V(i, j)}{e^{V(i+1, j) - V(i, j) - 1}}$$

$$A_3 = \frac{M_n}{(Y_j - Y_{j-1})(Y_j - Y_{j-1})} \cdot \frac{V(i, j-1) - V(i, j)}{e^{V(i, j-1) - V(i, j) - 1}}$$

$$A_4 = \frac{M_n}{(Y_{j+1} - Y_j)(Y_{j+1} - Y_j)} \cdot \frac{V(i, j+1) - V(i, j)}{e^{V(i, j+1) - V(i, j) - 1}}$$

$$A_5 = -A_1 - A_2 - A_3 - A_4$$

$$B_1 = \frac{M_p}{(X_i - X_{i-1})(X_{i-1} - X_{i-1})} \cdot \frac{V(i, j) - V(i-1, j)}{e^{V(i, j) - V(i-1, j) - 1}}$$

$$B_2 = \frac{M_p}{(X_{i+1} - X_i)(X_{i+1} - X_i)} \cdot \frac{V(i, j) - V(i+1, j)}{e^{V(i, j) - V(i+1, j) - 1}}$$

$$B_3 = \frac{M_p}{(Y_j - Y_{j-1})(Y_j - Y_{j-1})} \cdot \frac{V(i, j) - V(i, j-1)}{e^{V(i, j) - V(i, j-1) - 1}}$$

$$B_4 = \frac{M_p}{(Y_{j+1} - Y_j)(Y_{j+1} - Y_j)} \cdot \frac{V(i, j) - V(i, j+1)}{e^{V(i, j) - V(i, j+1) - 1}}$$

$$B_5 = -B_1 - B_2 - B_3 - B_4$$

2.3.8. Système d'équations obtenues

Le maillage que nous considérons est représenté par m lignes et n colonnes. Ceci est possible en définissant un point du maillage non pas par ses indices i en x et j en y , mais par un indice global k défini par :

$$k = (j-1)*n + i$$

Les équations discrètes de Poisson et de continuité des porteurs, que nous venons d'établir plus haut peuvent s'écrire sous les trois formes matricielles suivantes :

$$\begin{pmatrix} -S & D & & & H \\ G & -S & D & & \ddots \\ & \ddots & \ddots & \ddots & H \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ B & & & \ddots & D \\ & \ddots & & & \ddots \\ & & B & & G \\ & & & & -S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^t(1) \\ V^t(2) \\ \vdots \\ V^t(k) \\ \vdots \\ V^t(n*m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N^t(1) - P^t(1) + C(1) \\ N^t(2) - P^t(2) + C(2) \\ \vdots \\ N^t(k) - P^t(k) + C(k) \\ \vdots \\ N^t(n*m) - P^t(n*m) + C(n*m) \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

$$\begin{pmatrix} -A_5 & A_2 & & & A_4 \\ A_1 & -A_5 & A_2 & & \ddots \\ & \ddots & \ddots & \ddots & A_4 \\ & & \ddots & \ddots & \ddots \\ A_3 & & & \ddots & \ddots \\ & \ddots & & & \ddots \\ & & A_3 & & A_1 \\ & & & & -A_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N^t(1) \\ N^t(2) \\ \vdots \\ N^t(k) \\ \vdots \\ N^t(n*m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} N^{t-1}(1) \\ R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} N^{t-1}(2) \\ \vdots \\ R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} N^{t-1}(k) \\ \vdots \\ R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} N^{t-1}(n*m) \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

$$\begin{pmatrix} -B_5 & B_2 & & B_4 & & \\ B_1 & -B_5 & B_2 & & & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ B_3 & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & B_3 & & \\ & & & & B_1 & -B_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P^t(1) \\ P^t(2) \\ \vdots \\ P^t(k) \\ \vdots \\ P^t(n*m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} P^{t-1}(1) \\ R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} P^{t-1}(2) \\ \vdots \\ R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} P^{t-1}(k) \\ \vdots \\ R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} P^{t-1}(n*m) \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

Nous sommes donc amenés à résoudre les trois systèmes implicites couplés de $m*n$ inconnues dont les inconnues sont le potentiel électrostatique, la concentration des électrons et la concentration des trous en chaque point de l'espace et du temps.

2.4. Simulation d'un transistor MOS

2.4.1. Définition du domaine de calcul

Le composant considéré dans notre simulation est un transistor MOS à canal N. La géométrie et le type de dopage de chaque région sont donnés sur la figure (2.2). La longueur de grille est de $0.55\mu m$ et le dopage du substrat P égal à $20.10^{15} At/cm^3$. L'épaisseur de l'oxyde de grille est de $5nm$. Les régions N correspondant aux contacts source et drain ont une longueur de $0.15\mu m$ et le dopage de type Gaussien avec une concentration en surface égale à $20.10^{19} At/cm^3$ pour une profondeur de jonction de $0.05\mu m$.

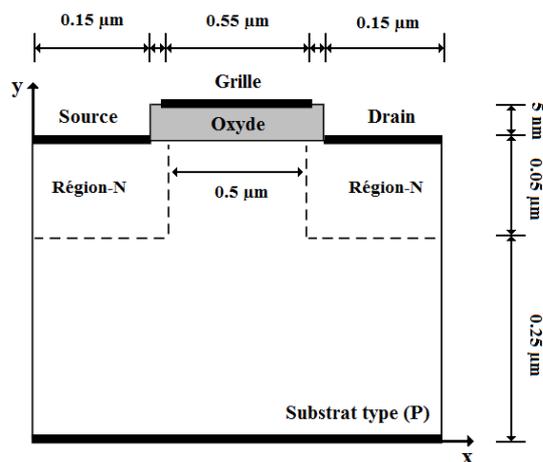


Figure (2.2) : Schéma du transistor MOS de longueur de grille de $0.55\mu m$

2.4.2. Définition des régions du transistor MOS

✓ Les zones Drain/ Source :

Le drain et la source sont formés par une fonction de type Gaussienne, avec une concentration en surface de $20.10^{19} \text{ At/cm}^3$. La figure (2.3) présente le profil de dopage dans les régions source et drain pour une profondeur de $0.05\mu\text{m}$.

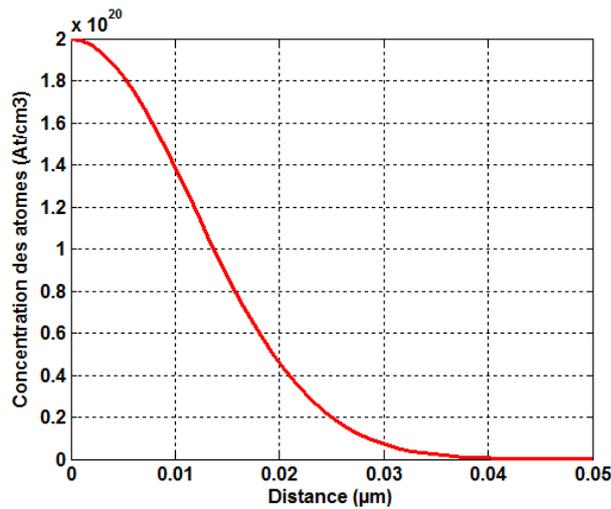


Figure (2.3) : Profil de dopage des régions Drain et source

✓ Ajustement de la tension de seuil :

La figure (2.4) présente le profil de dopage du canal en fonction de la profondeur, cette technique augmente légèrement le dopage en surface afin d'ajuster la tension de seuil du transistor. La valeur de la concentration en surface qui permet d'obtenir un bon réglage de la tension du seuil est de l'ordre de $20.10^{17} \text{ At/cm}^3$.

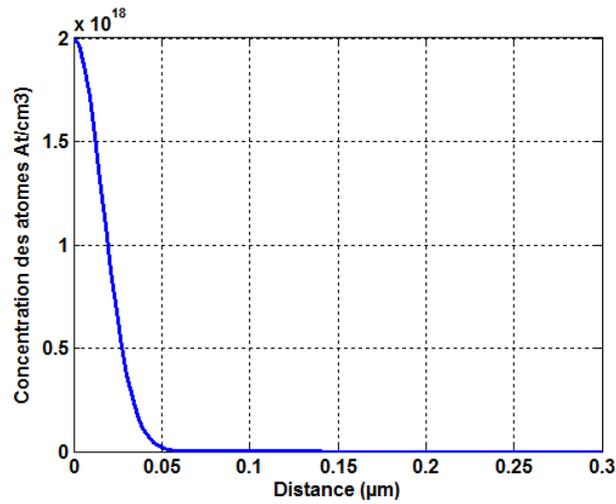


Figure (2.4) : Profil de dopage du canal

Le profil de dopage de la structure complète est représenté sur la figure (2.5). Le plan (x y) correspond aux dimensions de la structure et la variation de la couleur donne le niveau de dopage en fonction de ses coordonnées.

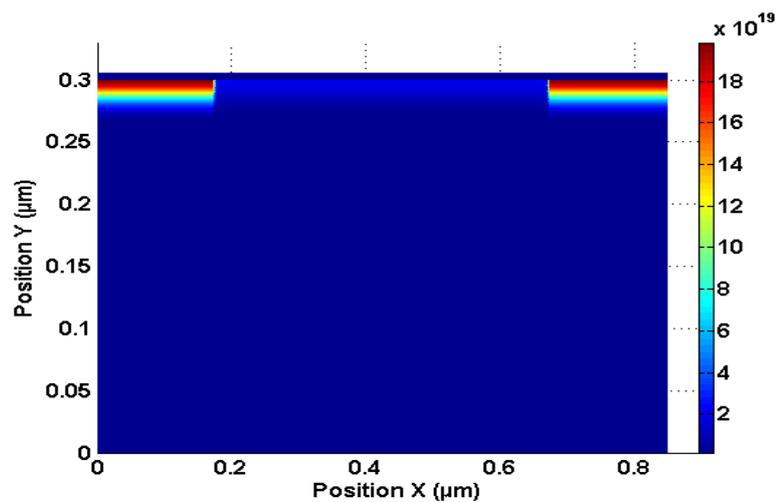


Figure (2.5) : Profil de dopage en fonction des coordonnées (x, y)

2.4.3. Elaboration du maillage

Le maillage est une phase très importante de la simulation puisque les calculs se font en chaque point de celui-ci. La précision de la solution va donc dépendre de la qualité de ce dernier. Un maillage fin apportera plus de précision, mais nécessitera beaucoup de temps de calcul. Il faut donc obtenir un compromis.

Les différents critères de raffinement d'un maillage sont :

-Il est nécessaire de raffiner dans les régions où le dopage varie fortement (au niveau des jonctions), dans les régions où les charges s'accumulent, et au niveau des zones peu dopées mais sous fortes polarisations.

-Il est inutile de raffiner le maillage dans les régions électriquement neutres et les oxydes.

Dans le cadre de notre étude, le maillage est uniforme suivant l'axe x tel que $\Delta x = 5 \text{ nm}$, par contre ce dernier varie d'une manière non uniforme suivant l'axe y avec un pas Δy compris entre 5 nm et 0.5 nm .

Le choix du pas de l'espace et du temps est régi par les deux limitations suivantes [24]:

-Le pas spatial doit être suffisamment petit par rapport à la longueur de Debye.

$$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} < \sqrt{\frac{\epsilon U_T}{qn_i}}$$

-Le pas temporel doit être supérieur au temps de relaxation.

$$\Delta t > \frac{\epsilon U_T}{D_0 q n_i}$$

Le maillage adopté pour simuler le transistor MOS est présenté dans la figure (2.6).

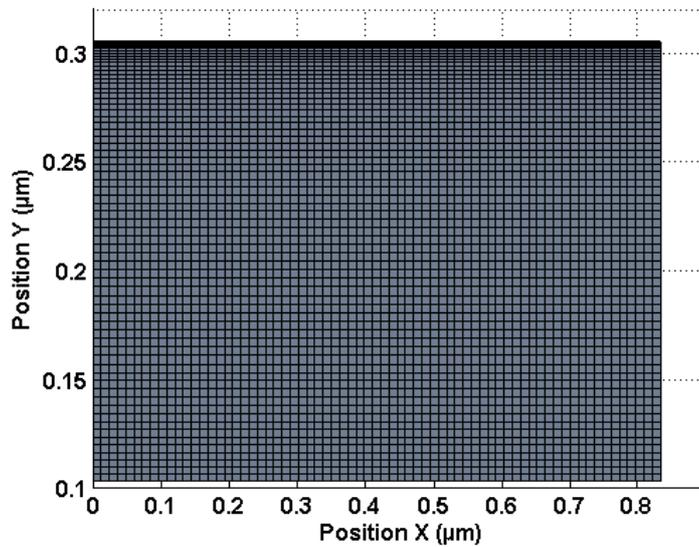


Figure (2.6) : Maillage optimisé pour la simulation du transistor MOS

2.4.4. Solution initiale

Un problème délicat est la détermination de l'approximation initiale en V , N et P nécessaire au départ du processus itératif. Le temps de calcul dépend directement de la qualité de celle-ci. De plus, une solution trop mauvaise peut conduire à une non-convergence de l'algorithme utilisé, se traduisant par un incident arithmétique, ou des oscillations. Ce problème a toutefois été rendu moins crucial par l'emploi des nouvelles formules de discrétisations, qui semblent moins sensibles à la qualité de la solution initiale (rayon de convergence plus grand).

Pour notre simulation, nous avons utilisé la méthode d'approximation des pseudo-potentiels de Fermi [25].

La densité des majoritaire dans les zones N et P est connue, ce qui fait que, le gradient du pseudo-potential de Fermi est faible. Nous le considérons donc constant et égal à sa valeur au contact dont dépend la zone considérée.

Ce qui s'exprime de la façon suivante :

$$\begin{cases} V_n = Cst \\ \nabla^2 V_P = 0 \end{cases} \text{ pour une région de type } N \quad (2.42)$$

$$\begin{cases} V_P = Cst \\ \nabla^2 V_N = 0 \end{cases} \text{ pour une région de type } P \quad (2.43)$$

Avec les conditions aux limites définies plus haut, ces problèmes ont été résolus aisément sur le maillage choisi, en utilisant la méthode SOR (Successive Over-Relaxation). La figure (2.7) présente la distribution des pseudo-niveaux de Fermi sur toute la structure MOS.

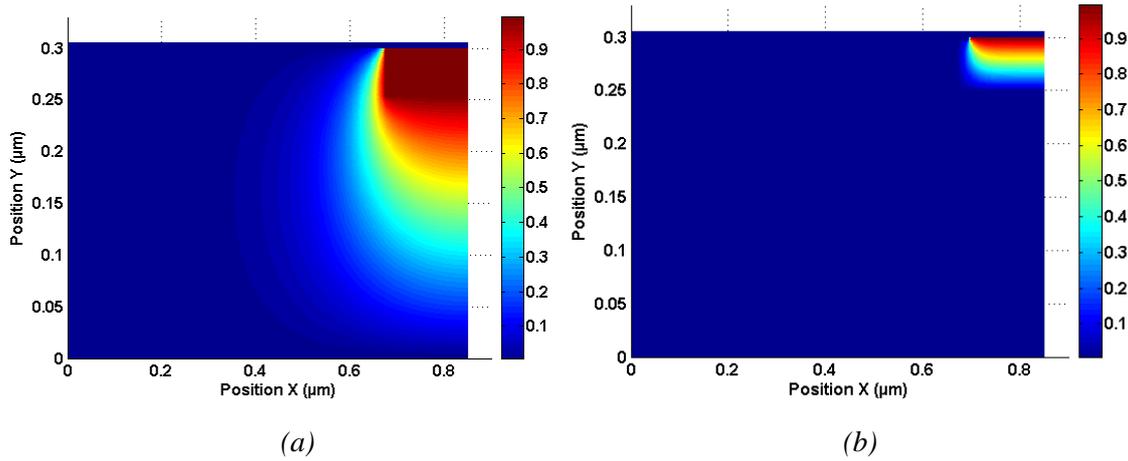


Figure (2.7) : Solution initiale des pseudo-niveaux de Fermi: (a) pseudo-niveaux de Fermi des électrons; (b) pseudo-niveaux de Fermi des trous

La solution initiale a été obtenue d'une manière itérative par la résolution du système d'équations à trois inconnus.

$$G.V_0(i-1, j) + D.V_0(i+1, j) + B.V_0(i, j-1) + H.V_0(i, j+1) - S.V_0(i, j) = N_0(i, j) - P_0(i, j) + C(i, j) \quad (2.44)$$

Les concentrations des porteurs libres ont été calculées d'une manière analytique en utilisant les relations normalisées suivantes :

$$\begin{aligned} N_0 &= e^{V_0 - V_n} \\ P_0 &= e^{V_p - V_0} \end{aligned} \quad (2.45)$$

L'organigramme ci-dessous résume les étapes nécessaires qui permettent d'avoir la solution initiale des trois variables N_0 , P_0 et V_0 . Cette approximation est excellente en comparaison du résultat final.

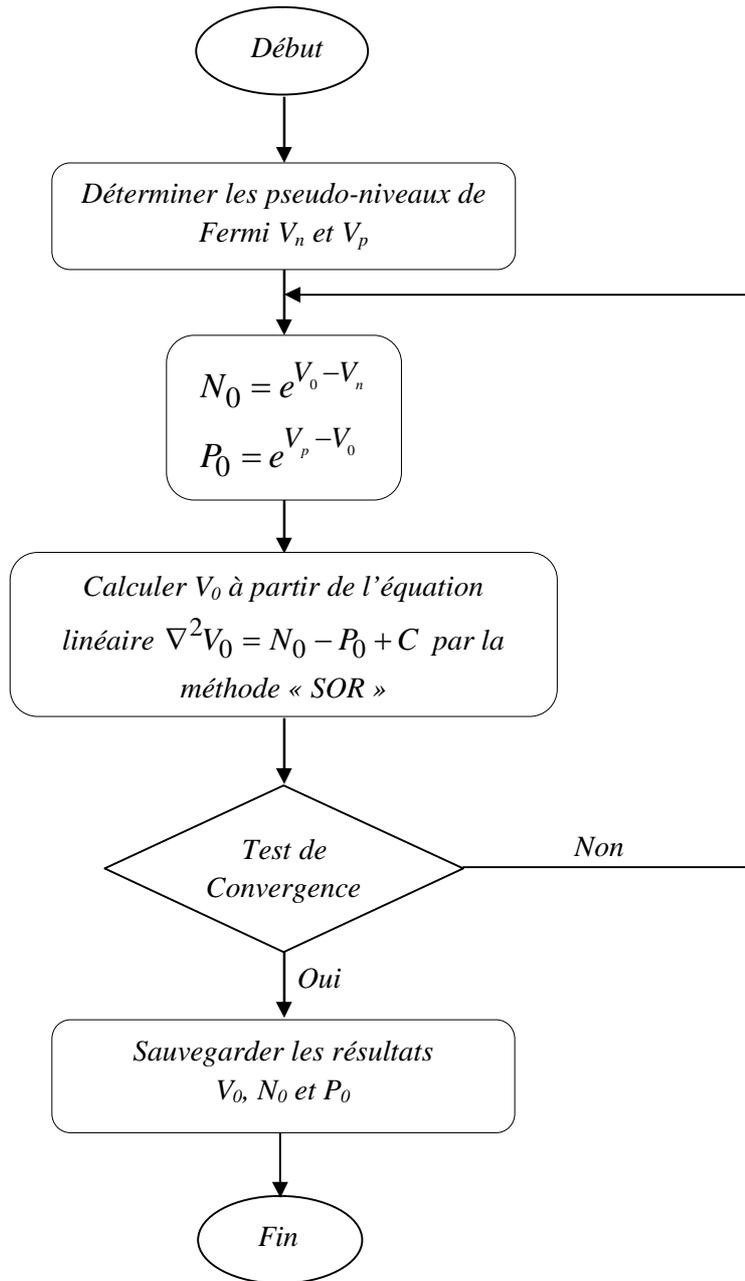


Figure (2.8) : Algorithme de base pour la détermination de la solution initiale au niveau de la structure MOS

Les solutions initiales pour les trois inconnues V_0 , N_0 et P_0 sont représentées sur la figure (2.9).

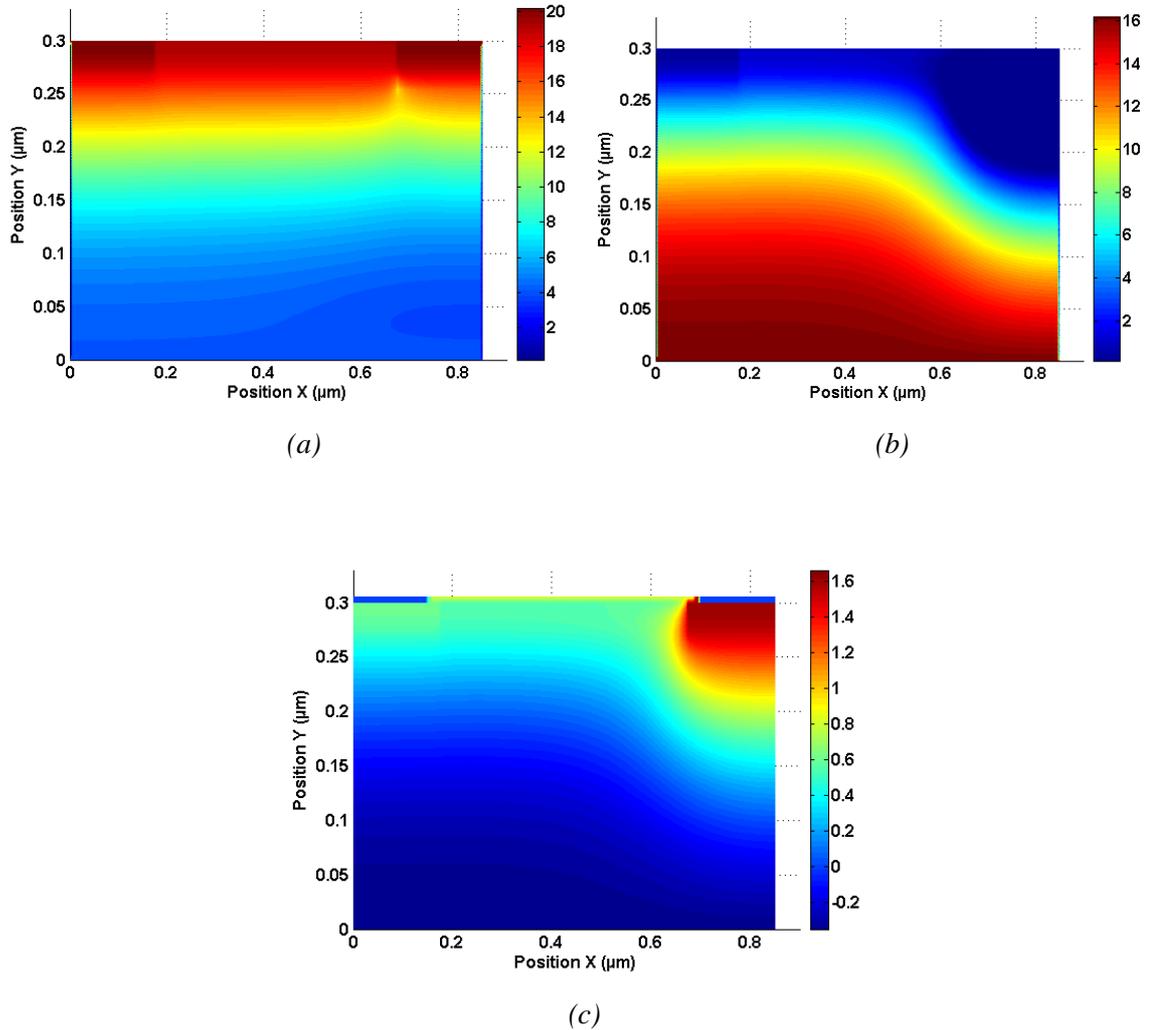


Figure (2.9) : Distribution de la solution initiale : (a) Concentration des électrons ; (b) Concentration des trous ;(c) Potentiel électrostatique.

2.4.5. Initialisation temporelle des variables V, N et P

La résolution d'un système qui s'écrit d'une manière implicite (en fonction du temps) nécessite l'initialisation des trois inconnues V , N et P .

À l'instant $t=0$, nous avons :

$$\begin{cases} N^0 = N_D / n_i \\ P^0 = n_i / N_D \end{cases} \text{ pour une région de type } N \quad (2.46)$$

$$\begin{cases} N^0 = n_i / N_A \\ P^0 = N_A / n_i \end{cases} \text{ pour une région de type P} \quad (2.47)$$

Le potentiel électrostatique à l'instant $t=0$ peut être obtenu par la résolution numérique du système suivant (équation de Poisson) :

$$G.V_{(i-1,j)}^0 + D.V_{(i+1,j)}^0 + B.V_{(i,j-1)}^0 + H.V_{(i,j+1)}^0 - S.V_{(i,j)}^0 = N_{(i,j)}^0 - P_{(i,j)}^0 + C(i, j) \quad (2.48)$$

2.4.6. Solution finale

Nous sommes donc confrontés à la résolution d'un système couplé de $3 \cdot m \cdot n$ équations algébriques dont les inconnues sont les valeurs du potentiel, les concentrations en électrons et trous en chacun des points du maillage.

Deux possibilités existent pour résoudre les trois systèmes d'équations obtenues.

-La première consiste à résoudre simultanément les trois équations en tenant compte donc du couplage qui les relie. On utilise par exemple une méthode de Newton-Raphson généralisée [26, 3] soit :

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial F_V^k}{\partial V} & \frac{\partial F_V^k}{\partial N} & \frac{\partial F_V^k}{\partial P} \\ \frac{\partial F_N^k}{\partial V} & \frac{\partial F_N^k}{\partial N} & \frac{\partial F_N^k}{\partial P} \\ \frac{\partial F_P^k}{\partial V} & \frac{\partial F_P^k}{\partial N} & \frac{\partial F_P^k}{\partial P} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta V^{k+1} \\ \Delta N^{k+1} \\ \Delta P^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -F_V^k \\ -F_N^k \\ -F_P^k \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

Après l'évaluation à l'itération k , de la matrice Jacobienne ainsi que du résidu, on inverse le système afin de calculer les valeurs corrigées du potentiel et des densités de porteurs par :

$$\begin{pmatrix} V^{k+1} \\ N^{k+1} \\ P^{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V^k \\ N^k \\ P^k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta V^{k+1} \\ \Delta N^{k+1} \\ \Delta P^{k+1} \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

-La deuxième méthode de résolution qui est une méthode découplée est relative au régime de faible et moyenne injection [27, 28], elle a été proposée en premier lieu par Gummel en 1964 [29, 30] pour résoudre numériquement les équations des semiconducteurs dans le cas d'une géométrie unidimensionnelle. Il est cependant possible de l'étendre au cas des structures bidimensionnelles. Celle-ci présente l'avantage d'une bonne stabilité numérique allée à une convergence linéaire et des besoins réduits en mémoire machine.

La méthode choisie dans le cadre de ce travail est la méthode de Gummel.

Le principe du calcul itératif en analyse numérique repose sur l'utilisation d'une valeur initiale, puis de la raffiner par une succession d'approximations qui lui permettent de se rapprocher graduellement de la solution finale. La solution initiale obtenue, décide donc de l'exactitude de la solution finale. Cette méthode assure une bonne convergence très rapide.

La méthode de résolution de chaque système d'équations, est celle préconisée par SOR [31, 32]. Le choix de cette méthode a été motivé par sa bonne convergence et le gain en mémoire machine.

L'introduction d'un paramètre de relaxation ω sur la méthode de Gauss-Seidel permet de former une combinaison linéaire.

Alors, les valeurs corrigées du potentiel et des densités de porteurs en fonction du nombre des itérations k sont données par :

$$V_{i,j}^{k+1} = \frac{\omega}{-S} \left(N_{i,j} - P_{i,j} + C_{i,j} - G.V_{i-1,j}^k - D.V_{i+1,j}^k - B.V_{i,j-1}^k - H.V_{i,j+1}^k \right) + (1-\omega)V_{i,j}^k \quad (2.51)$$

$$N_{i,j}^{k+1} = \frac{\omega}{-A_5} \left(R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} N_{i,j}^k - A_1.N_{i-1,j}^k - A_2.N_{i+1,j}^k - A_3.N_{i,j-1}^k - A_4.N_{i,j+1}^k \right) + (1-\omega)N_{i,j}^k \quad (2.52)$$

$$P_{i,j}^{k+1} = \frac{\omega}{-B_5} \left(R_{SRH} - \frac{1}{\Delta t} P_{i,j}^k - B_1.P_{i-1,j}^k - B_2.P_{i+1,j}^k - B_3.P_{i,j-1}^k - B_4.P_{i,j+1}^k \right) + (1-\omega)P_{i,j}^k \quad (2.53)$$

Le paramètre de relaxation doit être compris entre 0 et 2.

$\omega < 1$ sous-relaxation

$\omega > 1$ sur-relaxation

Le calcul itératif de la méthode de Gummel s'arrête automatiquement lorsque deux valeurs successives de la norme du vecteur des inconnues X sont suffisamment voisines. Pour cela on peut utiliser les critères de convergences suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Norm} \left[X^{k+1} - X^k \right] \leq \varepsilon \text{ dans le cas du vecteur du potentiel } V \\ \text{Norm} \left[\frac{X^{k+1} - X^k}{X^{k+1}} \right] \leq \varepsilon \text{ dans le cas du vecteur des densités des porteurs } N \text{ et } P \end{array} \right. \quad (2.54)$$

k présente le nombre d'itérations de Gummel.

Les différentes étapes du calcul de la solution final sont synthétisées sur l'organigramme de la figure (2.10).

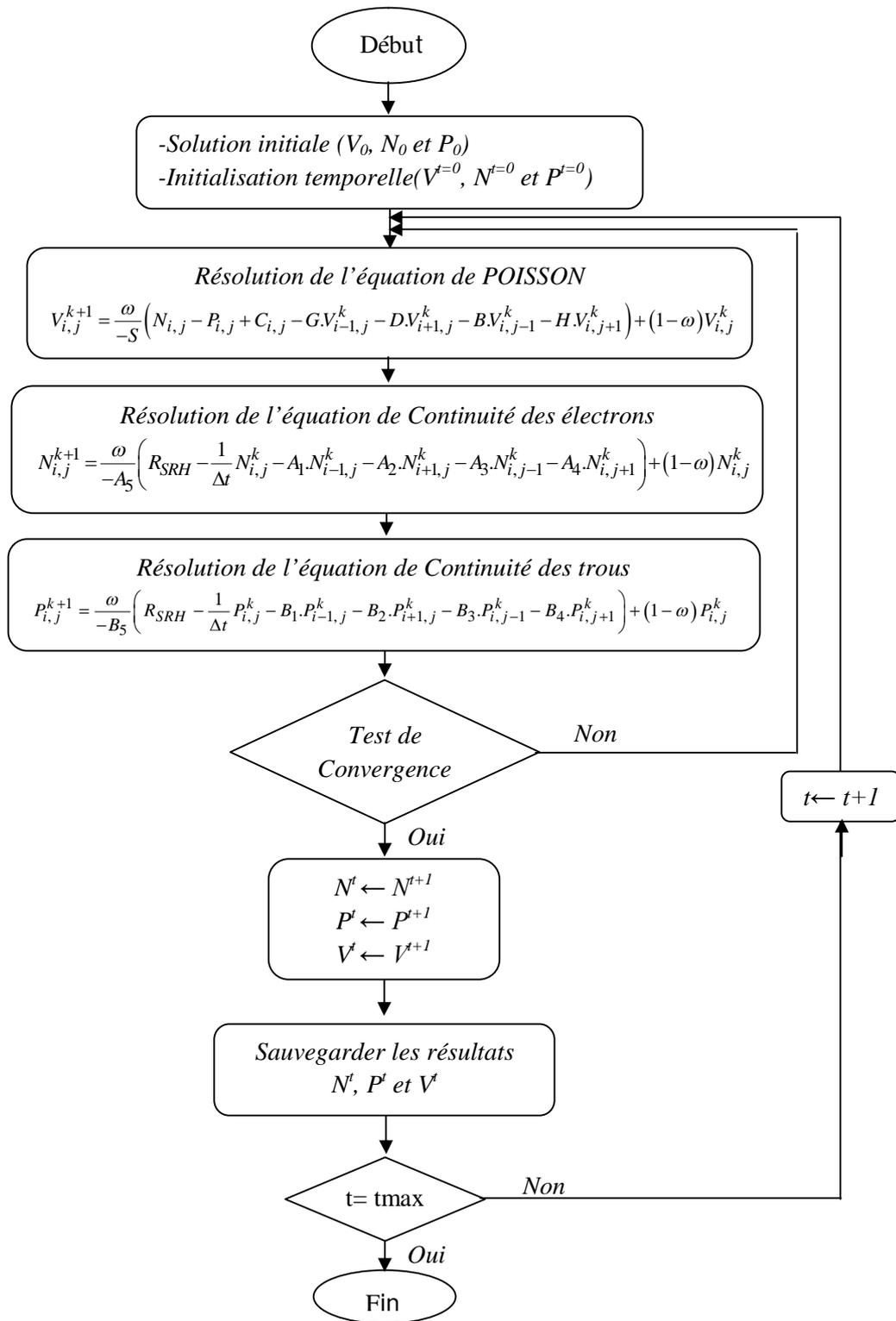


Figure (2.10) : Algorithme de base pour la détermination de la solution finale au niveau de la structure MOS

2.5. Résultats de la simulation numérique en régime statique

Le transistor MOS est polarisé par une tension de grille $V_{gs} = 0.8V$ et une tension de drain $V_{ds} = 1V$.

La figure (2.11) présente l'erreur du potentiel en échelle logarithmique en fonction des itérations de Gummel, on observe une bonne convergence vers la solution finale. Le calcul itératif s'arrête automatiquement pour une précision de 10^{-6} . Chaque itération prend une durée de $0.0265 s$.

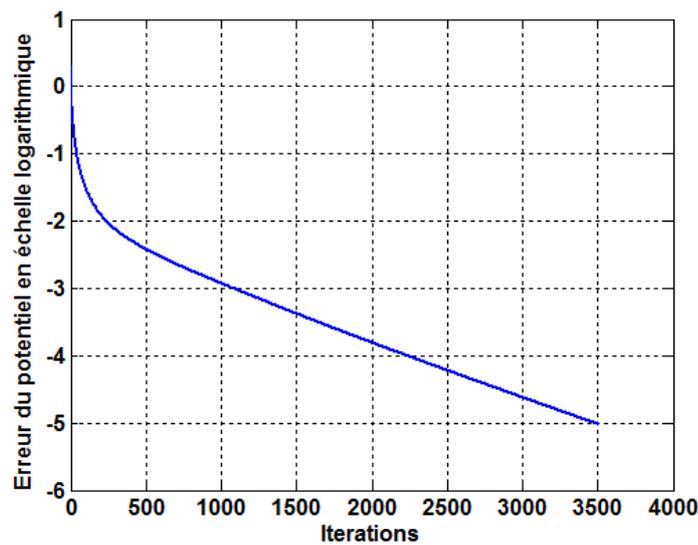


Figure (2.11) : Erreur du potentiel à l'échelle logarithmique

La figure (2.12) représente la répartition de la densité des électrons sur toute la structure MOS à l'échelle logarithmique.

Près de la diffusion drain, on aperçoit un creux qui correspond à la zone désertée de la jonction drain-substrat polarisée en inverse.

On remarque une création d'un canal d'électrons qui relie les deux jonctions source-drain. Près de l'interface oxyde-semiconducteur, la densité des électrons décroît de la source vers le drain en raison de la polarisation inverse drain-substrat qui à la fois crée une zone désertée et affaiblit le champ dû à la grille

La distribution de la densité des trous est présentée dans la figure (2.13) en échelle logarithmique. Dans le substrat, la densité des trous est à sa valeur d'équilibre thermodynamique (20.10^{15}). On observe parfaitement une zone désertée de la jonction drain-

substrat. La concentration des trous décroît du substrat vers l'interface oxyde-semiconducteur en raison du champ électrique qui repousse les trous vers le substrat.

La figure (2.14) montre la distribution du potentiel électrostatique dans le transistor MOS, on note en particulier les barrières de potentiel source-substrat et drain-substrat. La première est due au potentiel de diffusion entre les différentes régions, la seconde au potentiel appliqué.

Dans le canal, le potentiel varie exponentiellement le long de l'interface

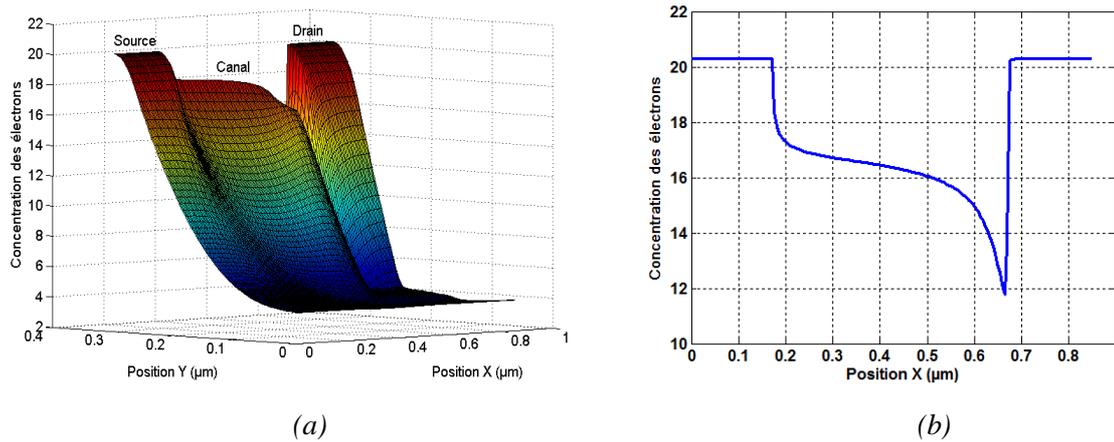


Figure (2.12) : Concentration des électrons : (a) Distribution de la concentration des électrons; (b) Concentration des électrons en fonction de la position à l'interface oxyde-semiconducteur

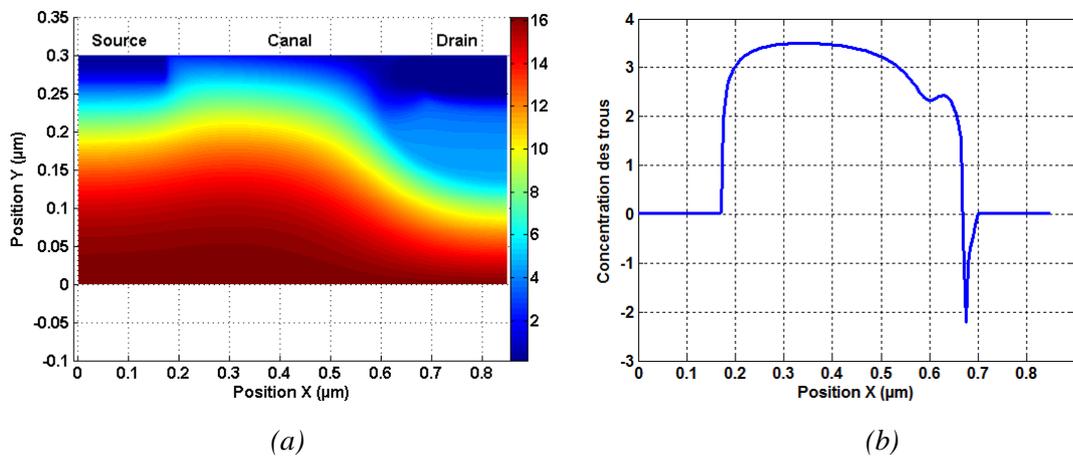


Figure (2.13) : Concentration des trous : (a) Distribution de la concentration des trous; (b) Concentration des trous en fonction de la position à l'interface oxyde-semiconducteur

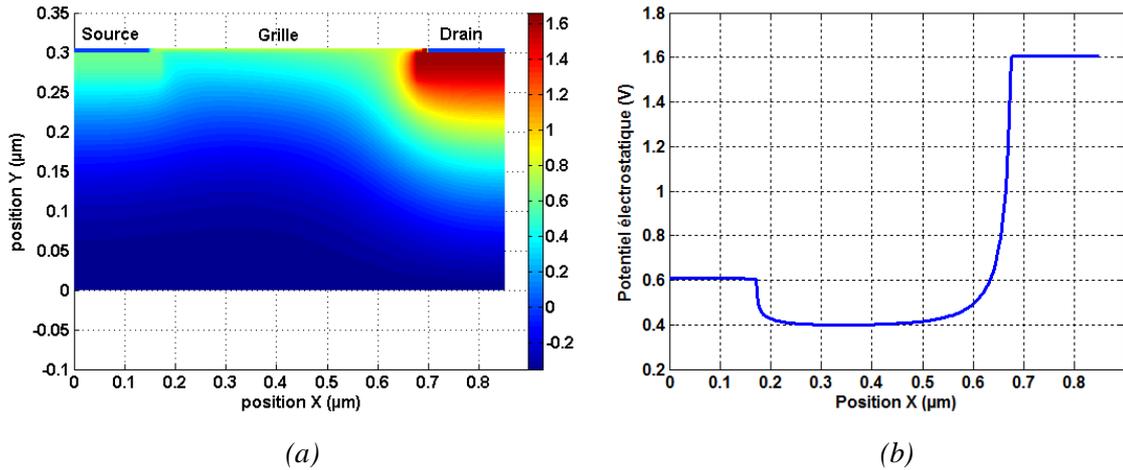


Figure (2.14) : Potentiel électrostatique : (a) Distribution du potentiel électrostatique; (b) Potentiel électrostatique en fonction de la position à l'interface oxyde-semiconducteur

2.5.1. Répartition du champ électrique

La figure (2.15) présente la répartition du champ électrique totale sur toute la structure, ainsi qu'à l'interface oxyde/semiconducteur. On remarque la valeur importante du champ électrique au niveau des zones de charges d'espaces (drain-substrat et source -substrat). De plus, nous observons dans la zone pincée, des champs intenses.

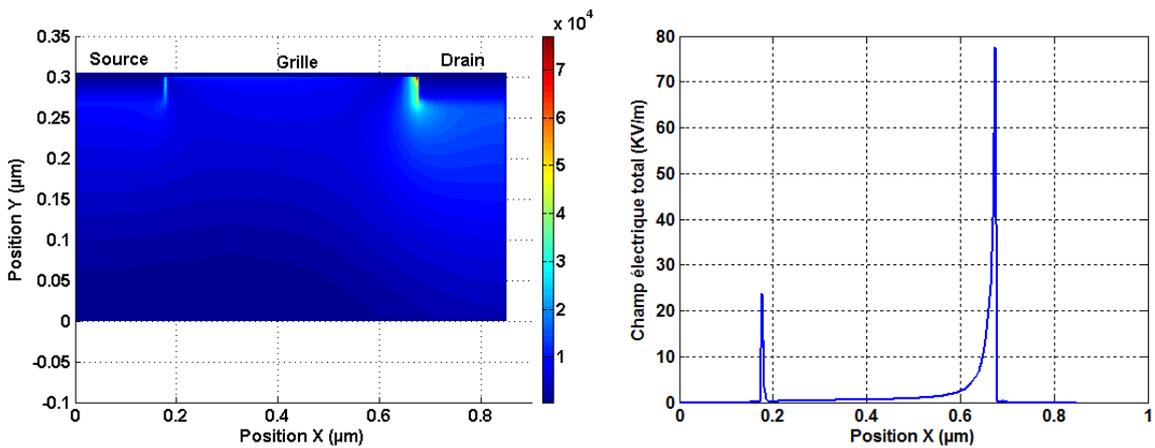


Figure (2.15): Champ électrique total : (a) Distribution du champ électrique total; (b) Champ électrique total en fonction de la position à l'interface oxyde-semiconducteur

2.5.2. Répartition de la densité du courant

La figure (2.16) présente les lignes de la densité de courant qui évoluent dans le transistor MOS. Le courant représente pratiquement le courant d'électrons.

Ces courbes ont été déterminées comme les lignes équipotentielles de la densité du courant total.

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$$

Les aires comprises entre chaque courbe et l'axe horizontale sont égales entre elles et représentent le courant source-drain. La densité de courant est maximale à l'interface oxyde-semiconducteur et décroît jusqu'au contact du substrat.

Les caractéristiques de sortie et de transfert sont présentées sur la figure (2.17) pour différentes tensions de grille et de drain tel que $V_{gs}=0.8$, $V_{gs}=1$, $V_{gs}=1.1$ et $V_{ds}=0.3$, $V_{ds}=0.5$ et $V_{ds}=1.5$.

Le courant de drain a été calculé par l'intégration de la densité du courant au niveau du contact de drain suivant la formule suivante :

$$I_{ds} = S_{Drain} \cdot \sum_{Drain} J(i, j)$$

Pour valider notre modèle, les caractéristiques obtenues ont été comparées favorablement avec celles obtenues en utilisant le logiciel de simulation SENTAUSUS.

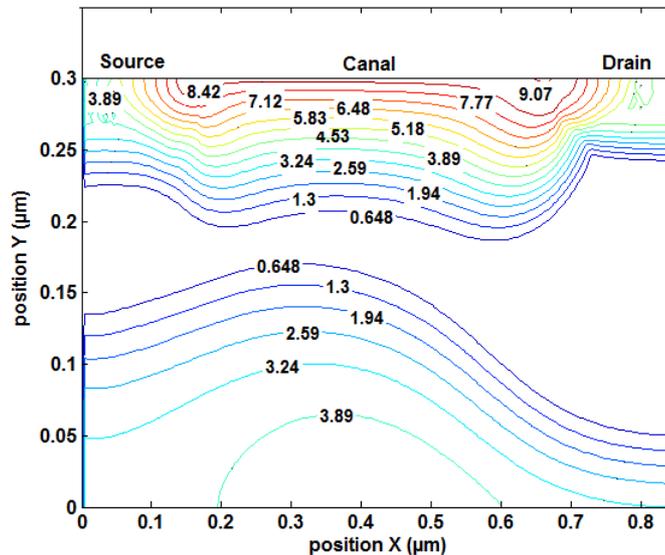


Figure (2.16): Lignes de courant à l'échelle logarithmique

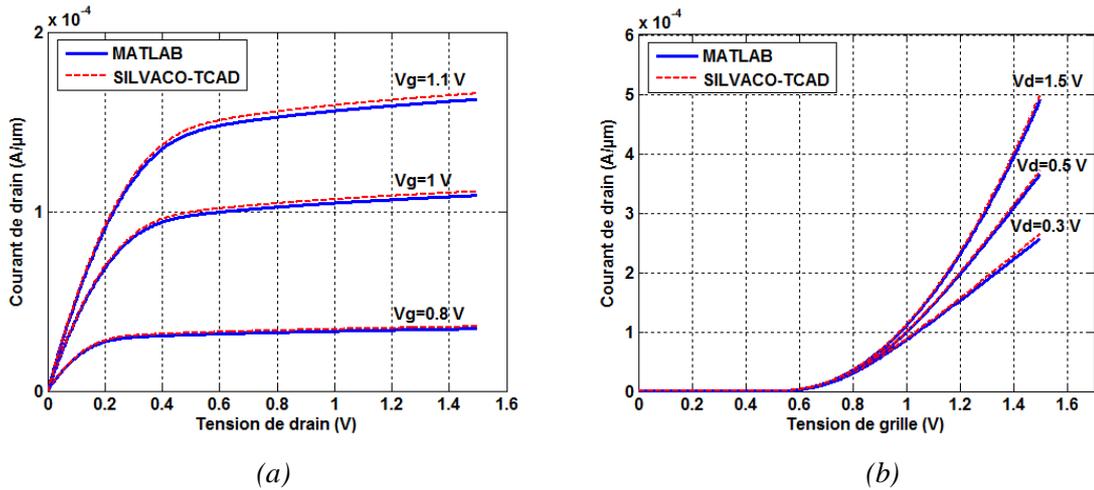


Figure (2.17): Caractéristiques électriques du transistor MOS : (a) Caractéristique I_{ds} - V_{ds} ; (b) Caractéristique I_{ds} - V_{gs}

2.5.3. Conductance et transconductance

La figure (2.18-a) et (2.18-b) représentent respectivement la conductance et la transconductance de drain pour différentes tensions de drain et de grille.

Le calcul de ces deux grandeurs est purement numérique en utilisant les formules présentées dans le premier chapitre.

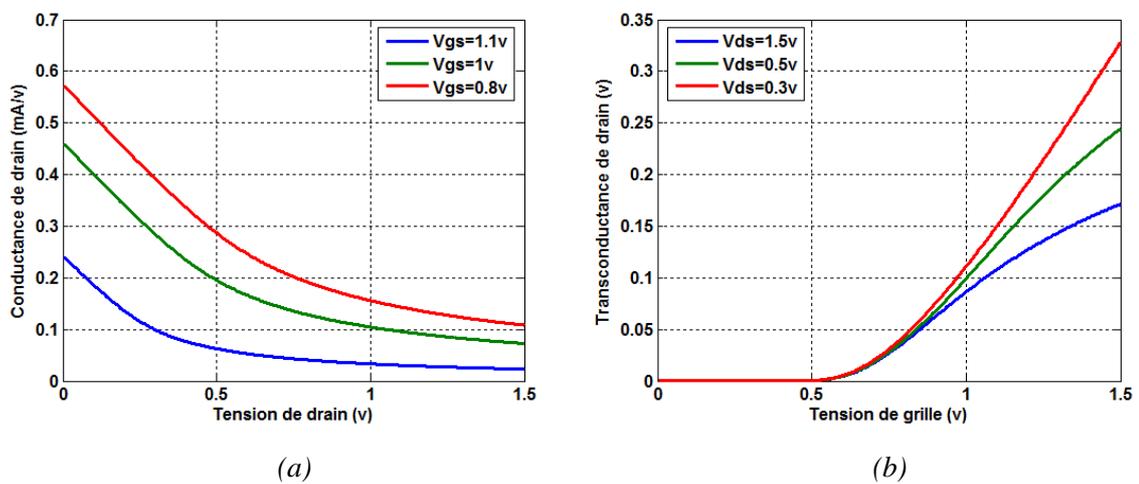


Figure (2.18): (a) Conductance de drain ; (b) Transconductance de drain

2.5.4. Capacités intrinsèques

Nous avons effectué des simulations de la structure MOS, par plusieurs points de polarisation statique : V_{gs} et V_{ds} allant de -2 à 2 V par pas de 0.05 V. Afin d'obtenir la charge totale Q_g stockée sur la grille, il est nécessaire de procéder à une intégration sur toute la zone du canal :

$$Q_g = S. \sum_i^{canal} \sum_{j=1}^n q(p(i, j) - n(i, j) - N_D(i, j) - N_A(i, j))$$

S représente la surface de la section de la grille et m le nombre des mailles qui construisent le canal.

Dans notre simulation, nous avons supposé que la charge stockée sur la grille est l'effet miroir de la charge stockée sous l'oxyde de grille (canal).

A partir du calcul de la charge Q_g nous avons calculé les capacités C_{sg} , C_{dg} , C_{bg} et C_{gg} qui sont représentés sur la figure (2.19) en fonction de V_{gs} pour une tension de drain $V_{ds}=0.8$ V

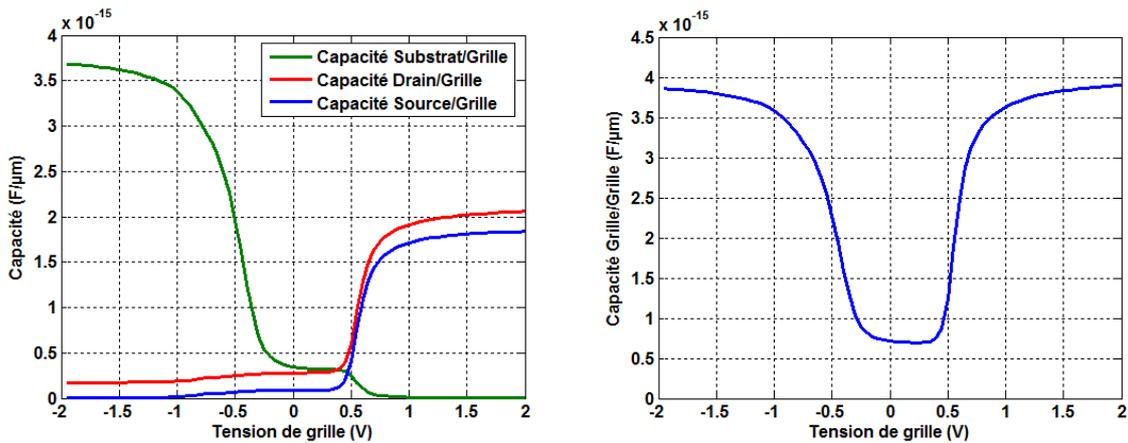


Figure (2.19): Capacités intrinsèques du transistor MOS calculées à partir de la charge de grille

2.6. Résultats de la simulation numérique en régime temporel

La simulation transitoire du transistor MOS a été effectuée avec par une tension de drain $V_{ds}=1$ V et une tension de grille V_{gs} variant de 0 jusqu'à 0.8 V avec une variation non linéaire de durée 0.01 ps (voir la figure (2.20)). Le pas temporel choisit pour notre simulation est $\Delta t=0.00005$ ps.

La figure (2.21) présente la variation de la concentration des électrons à l'interface oxyde semiconducteur pour différentes valeurs de temps. On peut voir clairement l'évolution de la concentration des électrons avec le temps jusqu'à atteindre le régime statique.

La variation du courant électrique en fonction du temps au niveau des trois contacts (Drain, source et substrat) est présentée sur la figure (2.22), on distingue deux régimes, le premier est transitoire et le deuxième est stable. La stabilité du courant de drain apparaît après 10 ps .

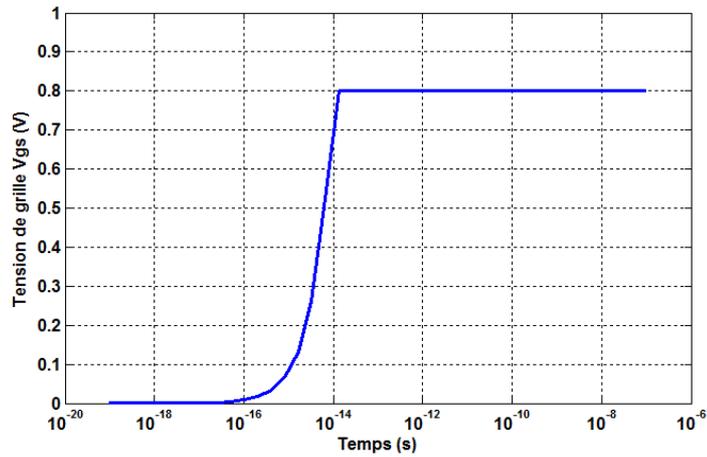


Figure (2.20) : Tension de grille appliquée en fonction du temps

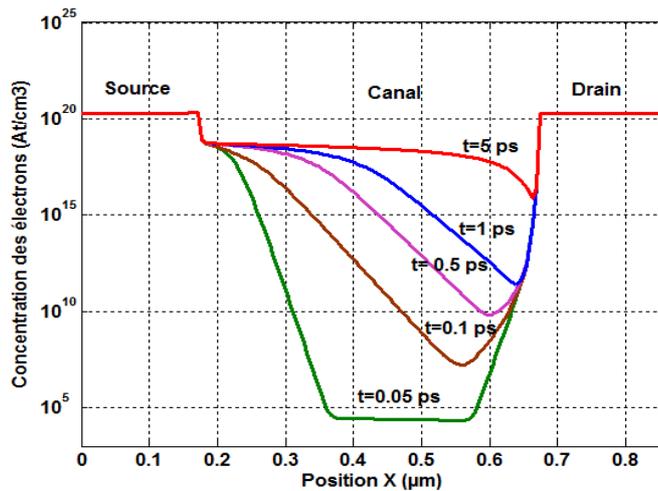


Figure (2.21) : Variation de la concentration des électrons dans le canal en fonction du temps

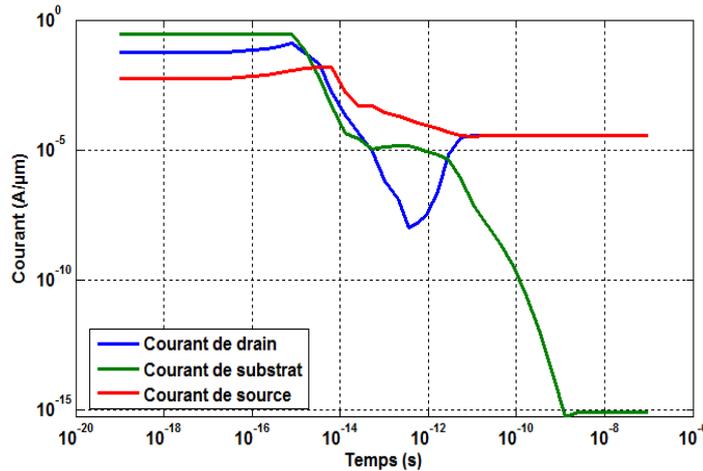


Figure (2.22) : Courant transitoire au niveau des trois contacts (Drain, Source et Substrat)

2.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle de simulation numérique de transistor MOS fonctionnant en régime statique et temporel basé sur la résolution bidimensionnelle des équations des semiconducteurs, incluant quelques modèles physiques tels que la génération-recombinaison, la mobilité...

Nous avons résolu les trois équations de base des semiconducteurs à l'aide d'un schéma auto cohérent proposé initialement dans un cas unidimensionnel par Gummel [13].

Les trois équations sont discrétisées à l'aide du concept des différences finies, puis les trois systèmes d'équations obtenus sont résolus par la méthode « SOR ».

Les principales variables telles que le potentiel électrostatique et les densités de porteurs libres ont été calculées, ainsi que les variables dérivées telles que la densité de courant, le courant au contact, et le champ électrique.

Les résultats obtenus par notre simulation numérique ont été présentés et comparés favorablement à celles obtenues par un simulateur de référence (SENTAURUS). D'autre part, cela nous a permis d'observer plusieurs phénomènes. Citons en particulier, le pincement du canal, les variations des zones de charge d'espace à partir de la cartographie de la concentration des électrons et des trous ainsi que les lignes de courant qui définissent la trajectoire des électrons dans le transistor MOS.

D'autre part, les caractéristiques électriques du transistor MOS (courant de drain) ont été présentées dans les régimes statique et transitoire.

A partir du modèle développé, nous pouvons d'une part déterminer les principaux paramètres intrinsèques du transistor MOS en régime statique et d'autre part étudier le fonctionnement du composant dans le domaine temporel (temps de stabilité, réponse temporelle,...).

La suite du travail consistera donc à développer un modèle électromagnétique en utilisant la méthode FDTD pour étudier la compatibilité électromagnétique du transistor MOS.

Références bibliographiques du chapitre 2

- [1] **N. Arora**, “*MOSFET Modeling For VLSI Simulation Theory And Practice*”, First Edition, World Scientific Printers (S) Pte Ltd, ISBN: 978-981-256-862-5, (2007).
- [2] **Y. Cheng, C. Hu**, “*Mosfet Modeling & Bsim3 User’s Guide*”, First Edition, Kluwer Academic Publishers, New York, ISBN: 0-792-38575-6, (2002).
- [3] **S. Latreche**, “*Modélisation De Transistors A Homo Et Hetero-Jonctions, Compatibles Avec Une Filière CMOS Submicronique : Influence De Phénomènes Quantiques*”, Thèse de doctorat, Institut National Des Sciences Appliquées De Lyon, (1998).
- [4] **C.M. Snowden**, “*Introduction To Semiconductor Device Modelling*”, World Scientific, ISBN: 978-9971-5-0142-6, (1986).
- [5] **P. A. Markowich**, “*Semiconductor equations*”, Wien-New York, Springer-Verlag, ISBN: 3211821570, (1989).
- [6] **D. Hadjli**, “ *Modelisation et Simulation Tridimensionnelle des Composants à Semiconducteur de Taille Submicronique* ”. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique De Grenoble, (1999).
- [7] **Kwok K. Ng**, “*Physics Of Semiconducteur Devices*”, Third Edition, A John Wiley& Sons, Inc, Publication, ISBN: 0-471-14323-5, (2007).
- [8] **S. Selberherr**, “*Analysis And Simulation Of Semi-Conductor Devices*”, New York, Springer-Verlag, (1984).
- [9] **K. Yamaguchi**, “*Field-Dependent Mobility Model For Two-Dimensional Numerical Analysis Of MOSFET’s*”, IEEE Trans Electron Devices, Vol. 26, pp. 1068–1074, (1979).
- [10] **C.Lombardi, S. Manzini, A. Saporito, and M. Vanzi**, “*A Physically Based Mobility Model For Numerical Simulation Of Non Planar Devices*”, IEEE Trans Comp-Aided Design, Vol.7, pp. 1154–1171, (1992).
- [11] **D.M. Caughey, and R. E. Thomas**, “*Carrier Mobilities In Silicon Empirically Related to Doping And Field*”, IEEE Proc, vol.55, pp. 2192–2193, (1967).
- [12] **C. Canali, G. Majni, R. Minder, and G. Ottaviani**, “*Electron and Hole Drift Velocity Measurements In Silicon And Their Empirical Relation To Electric Field And*

- Temperature*”, IEEE Transactions on Electron Devices, vol.22, pp. 1045 – 1047, (1975).
- [13] **D. L. Schafetter and H. K. Gummel**, “*Large-Signal Analysis Of A Silicon Read Diode Oscillator*”, IEEE Transaction on Electron Devices, vol.16, pp. 64-77, (1969).
- [14] **Dieter K. Schroder**, “*Semiconductor Material And Device Characterization*”, Third Edition, A JOHN WILEY & SONS, INC, Publication, ISBN: 0-471-73906-5, (2006).
- [15] **M. N. Sadiku**, “*A Simple Introduction To Finite Element Analysis Of Electromagnetic Problems*”, IEEE Trans Educ, Vol.32, No. 2, pp. 85–93, (1989).
- [16] **A. Thom, C. Apelt**, “*Field Computations In Engineering And Physics*”, London-Van Ostrand, (1961).
- [17] **Steven E. Pav**, “*Numerical Methods Course Notes*”, University of California at San Diego, (2005).
- [18] **Won Y. Yang**, “*Applied Numerical Methods Using MATLAB*”, A JOHN WILEY & SONS, LTD, New Jersey, ISBN: 0-0-471-69833-4, (2005).
- [19] **P. Viot**, “*Méthodes D’analyse Numérique*”, Laboratoire de Physique théorique des liquides, Paris, (2004).
- [20] **J. C. Butcher**, “*Numerical Methods For Ordinary Differential Equations*”, Second Edition, A JOHN WILEY & SONS, LTD, England, ISBN: 978-0-470-72335-7, (2008).
- [21] **A. DeMari**, “*An Accurate Numerical Steady State One-Dimensional Solution Of The P-N Junction*”, Solid-State Electronics, Vol. 11, pp. 33-59, (1968).
- [22] **R. Mirzavand, A. Abdipour, and G. Moradi**, “*Full-Wave Semiconductor Devices Simulation Using ADI-FDTD Method*”, Progress in Electromagnetic Research, vol.11, pp. 191-202, (2010).
- [23] **C. Chainais-Hillairet**, “*Développement Et Analyse Mathématique De Schémas Volumes Finis Pour Des Equations Ou Des Systèmes D’équations Aux Dérivées Partielles*”. Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal Laboratoire de mathématiques, (2009).
- [24] **K. Tomizawa**, “*Numerical Simulation Of Submicron Semiconductor Devices*”, The Artech House Materials Science Library, (1993).

- [25] **J.W. Slotboom**, “*Computer-aided two-dimensional analysis of bipolar transistors*”, IEEE Transactions on Electron Devices, Vol. 20, pp. 669-679, (1973).
- [26] **S. Heydemann**, “*Résolution Numérique Des Equations Bidimensionnelles De Transport Dans Les Semiconducteurs*”, Thèse de doctorat, Université de Paris Sud, (1972).
- [27] **D. Vasileska, and S. M. Goodnick**, “*Computational Electronics*”, First Edition, Morgan & Claypool, USA, ISSN: 1932-1252, (2006).
- [28] **A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri**, “*Numerical Mathematics*”, Second Edition, Springer-Verlag press, New York. ISBN: 0-387-98959-5, (2000).
- [29] **Gummel, H.K.**, “*A Self-Consistent Iterative Scheme For One Dimensional Steady State Transistor Calculations*”, IEEE Trans. Electron devices, Vol. 16, pp. 64-77, (1969).
- [30] **D. L. Schafetter and H. K. Gummel**, “*Large-Signal Analysis Of A Silicon Read Diode Oscillator*”, IEEE Transaction on Electron Devices, pp. 64-77, (1969).
- [31] **A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri**, “*Méthode Numériques*”, Deuxième édition, Springer-Verlag press, Italy, Milano, ISBN: 13 978-88-470-0495-5, (2007).
- [32] **F. Jędrzejewski**, “*Introduction Aux Méthodes Numériques*”, Deuxième édition, Springer-Verlag press, France, Paris, ISBN: 978-2-287-25203-7, (2005).

CHAPITRE 3

Développement et validation du
code FDTD pour la simulation de
composants passifs et actifs

3.1. Introduction

La conception de circuits hyperfréquences nécessite une analyse électromagnétique détaillée. La méthode utilisée dans ce travail est une analyse électromagnétique globale dans les domaines spatial et temporel.

Nous allons tout d'abord exposer dans ce chapitre, le modèle électromagnétique choisi pour notre étude. Celui-ci repose sur le concept défini totalement sur les équations de Maxwell.

Nous allons voir la méthode FDTD qui est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans les domaines spatial et temporel.

L'application de cette méthode aux équations de Maxwell dans l'espace libre a été introduite pour la première fois par Yee en 1966 [1], la méthode consiste à approcher les dérivées partielles spatiales et temporelles qui apparaissent dans les équations de Maxwell par des différences finies centrées.

Ainsi, nous mettrons le point sur les principaux points clés de la méthode FDTD tel que la discrétisation des équations de Maxwell aux sens des différences finies centrées, le critère de stabilité dû au choix du pas temporel et la dispersion numérique due au choix du maillage spatial. Nous détaillons également le traitement de certaines conditions aux limites qui seront utilisées dans notre travail telles que la condition de type PEC (Perfect Electric Conductor) et de type PMC (Perfect Magnetic Conductor). De plus, pour délimiter l'espace de calcul et simuler un espace ouvert infini autour de la structure, des conditions absorbantes de type UMPL (Uniaxial Perfectly Matched Layer) ont été utilisées [2, 3].

De plus, la méthode FDTD dans sa formulation de base ne prend pas en compte la présence d'éléments localisés (linéaires et non-linéaires) dans l'espace de calcul. Pour contourner ce problème, l'équation de Maxwell-Ampère sera modifiée de telle sorte à élargir la méthode aux éléments localisés LE-FDTD (Lumped Element-FDTD) [4, 5].

Nous allons ainsi effectuer des simulations numériques relatives aux interconnexions (microstripline, via) pour montrer leurs effets sur le fonctionnement des circuits microondes. Toute cette étude se fera sur une très large bande de fréquence allant du continu jusqu'à 100 GHz.

Finalement, nous allons simuler un élément localisé non linéaire tel que la diode PIN dans le domaine temporel en utilisant un code de calcul développé avec le logiciel MATLAB.

3.2. Equations de Maxwell

Considérons une région de l'espace dépourvue de sources électriques ou magnétiques. En utilisant les unités du système international, les équations de Maxwell généralisées sont données sous leurs formes intégrale et différentielle par les lois présentées ci-dessous [6].

✓ Loi de Faraday

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} &= -\vec{\nabla} \times \vec{E} - \vec{J}_m \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= -\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} - \iint_S \vec{J}_m \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (3.1)$$

✓ Loi d'Ampère

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} &= \vec{\nabla} \times \vec{H} - \vec{J}_e \\ \frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= -\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} - \iint_S \vec{J}_e \cdot d\vec{S} \end{aligned} \quad (3.2)$$

✓ Loi de Gauss pour le champ électrique (en l'absence de charges électriques)

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 0 \\ \oiint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

✓ Loi de Gauss pour le champ magnétique

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Dans un milieu linéaire, homogène, isotrope et non dispersif, nous avons:

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (3.5)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (3.6)$$

Avec :

E = champ électrique (V/m)

D = densité de flux électrique (C/m²)

H = champ magnétique (A/m)

B = densité de flux magnétique (W/m²)

J_e = densité de courant de conduction électrique (A/m²)

J_m = densité de courant de conduction magnétique (V/m²)

μ = perméabilité magnétique (H/m)

ε = la permittivité électrique (F/m)

Si on appelle σ la conductivité électrique et σ_m la résistivité magnétique, on obtient les expressions de J_m et J_e en fonction de E et H selon:

$$\vec{J}_m = \sigma_m \cdot \vec{H} \quad (3.7)$$

$$\vec{J}_e = \sigma \cdot \vec{E} \quad (3.8)$$

3.3. Présentation de la méthode FDTD

La méthode FDTD permet de résoudre les équations de Maxwell au sens des différences finies dans le domaine temporel. Elle impose une double discrétisation, spatiale et temporelle.

Cela se traduit par la construction d'un maillage de la structure à étudier ainsi que par la discrétisation de l'axe temporel. En imposant une excitation en un point de la grille, les composantes du champ électromagnétique seront calculées de manière itérative en tout point de la grille et à tout instant. L'évolution temporelle du champ électromagnétique pourra être déterminée en tout point de la grille. Une source d'excitation large bande permet de caractériser des structures linéaires sur une large bande de fréquences et en une seule simulation.

3.3.1. Principe de YEE

Nous considérons un espace de modélisation (O, x, y, z) . $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ représenteront les pas de discrétisation dans les trois directions et i, j , et k les coordonnées d'un point de l'espace considéré.

Dans le cas où $J_m=J_e=0$, la projection des deux équations (3.1) et (3.2) sur les trois axes de coordonnées x, y et z , donne :

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \quad (3.14)$$

Afin de pouvoir implémenter ces équations dans un système de calcul numérique, l'approximation de la dérivée centrée et le diagramme de Yee [1] représenté sur la figure (3.1), seront utilisés et permettent d'aboutir au système d'équations suivant :

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = E_x^n(i, j, k) + \frac{dt}{\varepsilon \cdot \Delta y} \left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right] - \frac{dt}{\varepsilon \cdot \Delta z} \left[H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right] \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned}
 E_y^{n+1}(i, j, k) &= E_y^n(i, j, k) + \frac{dt}{\varepsilon \cdot \Delta z} \left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1) \right] \\
 &\quad - \frac{dt}{\varepsilon \cdot \Delta x} \left[H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right]
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1}(i, j, k) &= E_z^n(i, j, k) + \frac{dt}{\varepsilon \cdot \Delta x} \left[H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k) \right] \\
 &\quad - \frac{dt}{\varepsilon \cdot \Delta y} \left[H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k) \right]
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}
 H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{dt}{\mu \cdot \Delta z} \left[E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k) \right] \\
 &\quad - \frac{dt}{\mu \cdot \Delta y} \left[E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k) \right]
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
 H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{dt}{\mu \cdot \Delta x} \left[E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k) \right] \\
 &\quad - \frac{dt}{\mu \cdot \Delta z} \left[E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k) \right]
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

$$\begin{aligned}
 H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) &= H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{dt}{\mu \cdot \Delta x} y \left[E_z^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k) \right] \\
 &\quad - \frac{dt}{\mu \cdot \Delta x} \left[E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k) \right]
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

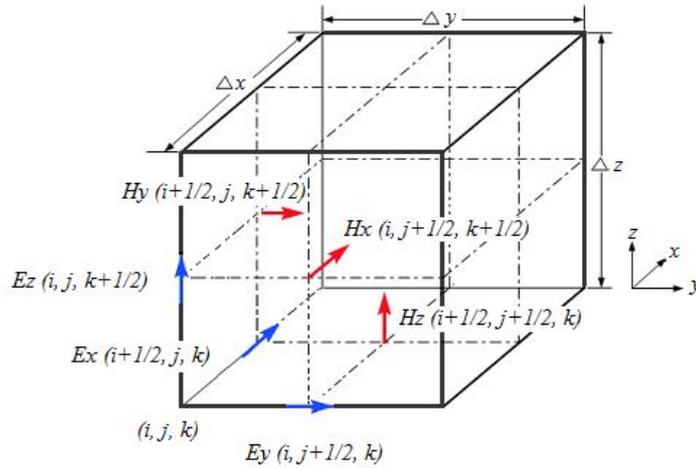


Figure (3.1) : Cellule de Yee

3.3.2. Source électromagnétique

Afin d'étudier la caractéristiques de la structure considérée, il est nécessaire d'exciter électromagnétiquement celle-ci. Le choix de la source électromagnétique va dépendre de la forme de cette structure et de la bande de fréquence ciblée.

3.3.2.1. Forme temporelle

Pour balayer un large spectre de fréquences avec une seule simulation, on utilisera un signal de type Gaussien dont l'équivalent fréquentiel est une « demi-Gaussienne ».

Une source Gaussienne sera définie de la façon suivante [7]:

$$S(n) = e^{-\frac{(n.\Delta t - T_0)^2}{T^2}} \quad (3.21)$$

Où :

n est le nombre d'itérations.

Δt est le pas temporel.

T_0 désigne le retard par rapport à l'instant $t=0$.

T est proportionnelle à la largeur à mi-hauteur de la Gaussienne, cette grandeur dépend de la fréquence maximale de la bande à étudier:

$$T = \frac{1}{2.f_{\max}} \quad (3.22)$$

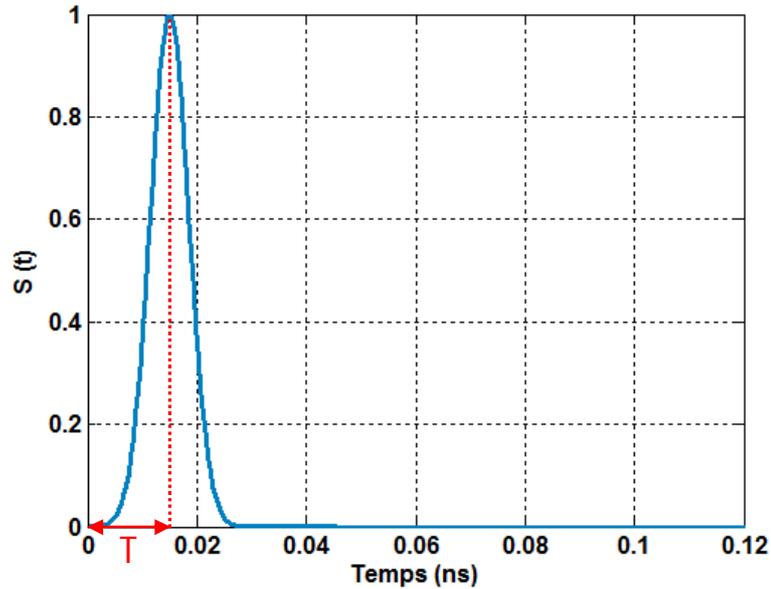


Figure (3.2) : Forme temporelle d'une source Gaussienne

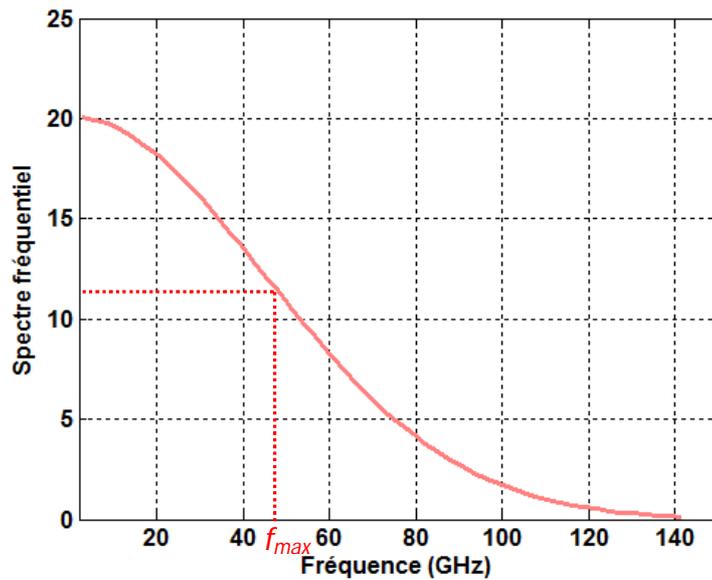


Figure (3.3) : Spectre fréquentiel d'une source Gaussienne

Cette source pose un problème pour l'étude des bandes étroites. En effet, dans ce cas f_{max} est faible, alors T sera très important devant Δt ce qui augmente le nombre d'itérations.

La source décrite ci-dessus permet une modélisation jusqu'à une fréquence maximale. Il peut s'avérer nécessaire de modéliser une bande de fréquences n'incluant pas le continu (guide d'ondes en bande X).

Pour ce faire, il suffit de multiplier la Gaussienne par une sinusoïde dont la fréquence va correspondre à la fréquence centrale de la bande spectrale à étudier.

$$S(n) = e^{-\frac{(n.\Delta t - T_0)^2}{T^2}} \cdot \text{Sin}(2\pi.f_0.n.\Delta t) \quad (3.23)$$

Où :

f_0 représente la fréquence centrale de la bande étudiée.

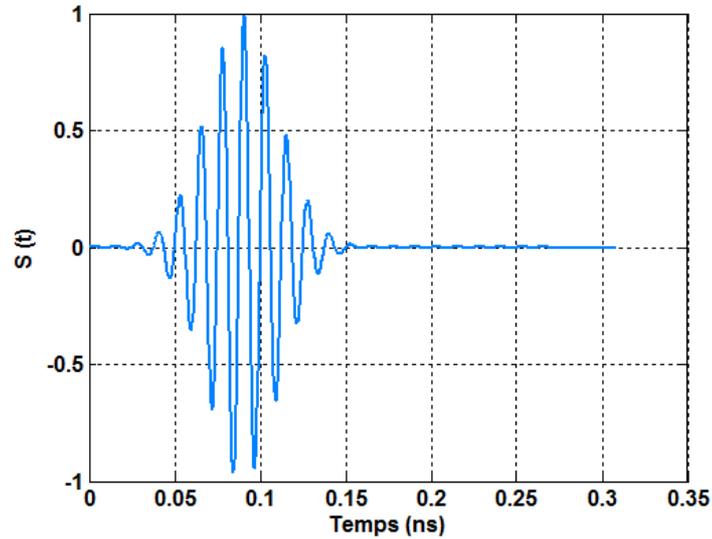


Figure (3.4) : Forme temporelle d'une source sinusoïdale modulée par une Gaussienne

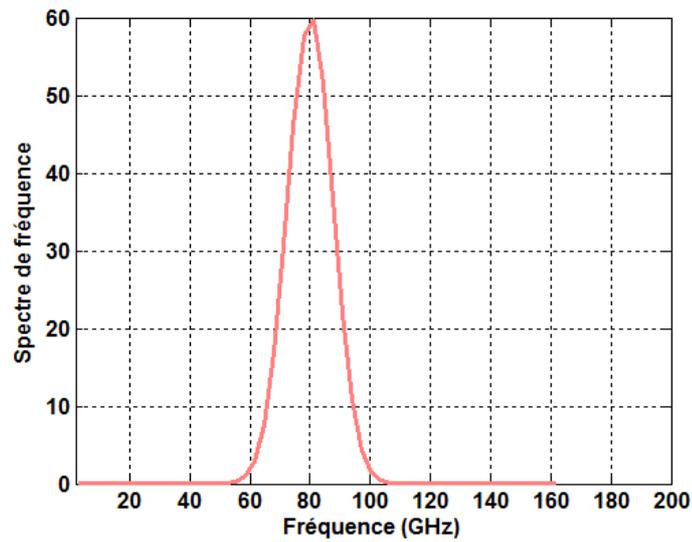


Figure (3.5) : Spectre fréquentiel d'une source sinusoïdale modulée par une Gaussienne

3.3.2.2. Forme spatiale

D'une façon générale, il faut appliquer une différence de potentiel variant au cours du temps entre deux conducteurs. Pour cela, plusieurs cas sont possibles :

Dans le cas d'une ligne micro-ruban, le champ électrique est imposé sur une section transverse (voir figure (3.6)) :

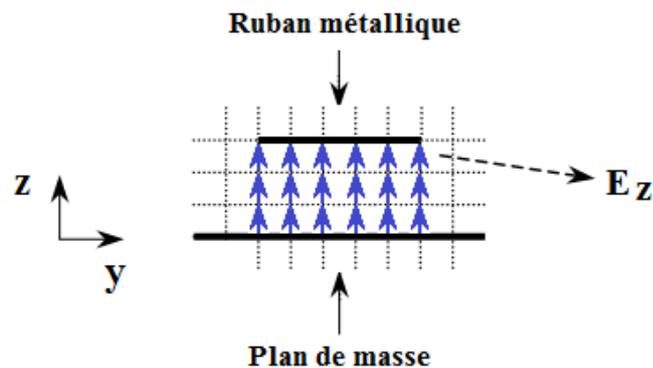


Figure (3.6) : Alimentation d'une ligne microruban dans un plan transverse

$U(t)$ est la tension variant au cours du temps entre les deux conducteurs. Elle correspond au terme d'excitation. Dans l'exemple représenté, l'espace entre les deux conducteurs est discrétisée en 3 cellules, l'expression du champ électrique s'écrit comme suit :

$$E_z(i, j, k, t) = E_z(i, j, k, t - dt) + \frac{S(t)}{3 \cdot \Delta z} \quad (3.24)$$

Il existe une autre possibilité qui consiste à modéliser une source de tension localisée, éventuellement avec une résistance interne, entre la ligne et le plan de masse. Des considérations similaires peuvent être prises pour d'autres types de lignes et avec d'autres technologies.

3.3.3. Critère de stabilité

Le critère de stabilité numérique répond à deux impératifs, l'un spatial et l'autre, numérique. En effet, les valeurs du champ en tous point du volume de calcul dépendent des valeurs obtenues aux instants précédents. Ce schéma fonctionne sous la contrainte d'un critère de stabilité reliant le pas temporel Δt aux pas spatiaux Δx , Δy et Δz . En raison de ce critère de stabilité, l'échantillonnage numérique doit être suffisamment fin pour pouvoir suivre l'évolution temporelle du champ électromagnétique. Celui-ci a été démontré par Friedrichs-Lewy [6] :

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (3.25)$$

Où c est la vitesse de la lumière dans le vide ($\sim 3.10^{+8}$ m/s)

Ce critère de convergence est défini dans le cas d'un maillage uniforme. Toutefois, le même critère peut être retenu dans le cas d'un autre type de maillage orthogonal, tel que le maillage non-uniforme par exemple.

3.3.4. Dispersion numérique

Lorsqu'un signal électromagnétique se propage dans un domaine de calcul maillé par les différences finies, il subit des transformations (distorsion, atténuation) dues, entre autres, aux effets dispersifs du maillage. Ces effets sont dus à la discrétisation qui donne une représentation approchée des signaux, mais aussi et surtout, aux précisions des formulations utilisées pour approcher les dérivées partielles. En d'autres termes, cette dispersion dépend, d'une part, de la taille de la cellule Δx , Δy , Δz par rapport à la plus petite longueur d'onde présente dans le spectre d'analyse, et d'autre part, de l'ordre de l'erreur commise lors de l'évaluation des dérivées partielles qui figurent dans les équations de Maxwell [8].

En résumé, en choisissant une valeur d'incrément spatial inférieur à la valeur $\lambda/10$, il paraît juste de dire que le phénomène de dispersion est négligeable.

3.3.5. Conditions aux limites

3.3.5.1. Conducteur électrique parfait (PEC)

Dans le cas d'un conducteur parfait, les composantes tangentielles du champ électrique doivent être forcées à une valeur nulle. Pour le cas des conducteurs réels dont on connaît la conductivité, on affectera celle-ci aux cellules élémentaires de l'espace FDTD.

Dans le cas de la figure (3.7), l'expression des deux composantes perpendiculaires du champ électrique sont définies par :

$$\begin{aligned} E_x(i, j, k+1) &= E_x(i, j+1, k+1) = 0 \\ E_y(i, j, k+1) &= E_y(i+1, j, k+1) = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

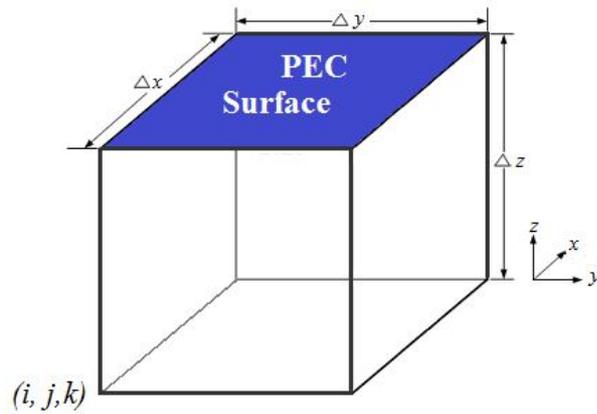


Figure (3.7) : Condition PEC dans la face supérieure d'un cube (i, j, k)

Généralement ce type de condition est appliqué dans deux cas :

- ✓ La conductivité électrique est élevée et les effets de peau sont négligeables
- ✓ Pour définir un plan anti-symétrique pour le champ électrique

3.3.5.2. Conducteur magnétique parfait (PMC)

Une condition aux limites de type conducteur magnétique parfait, Perfect Magnetic Conductor (PMC), impose la nullité de la composante tangentielle du champ électrique H sur la face considérée.

Dans le cas de la figure (3.8), la condition à la limite PMC est définie par l'expression [9]:

$$\vec{n} \times \vec{H} = \vec{0} \quad (3.27)$$

Avec \vec{n} est le vecteur normal unitaire de la surface considérée.

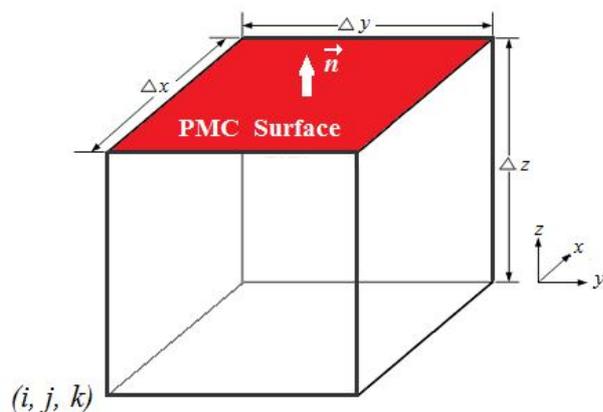


Figure (3.8) : Condition PMC à la face supérieure d'un cube (i, j, k)

Généralement ce type de condition est appliqué dans deux cas :

- ✓ Sur une surface d'un matériau de grande perméabilité
- ✓ Pour définir un plan de symétrie du champ magnétique

3.3.5.3. Condition absorbante UPML

Un des grands défis dans la simulation FDTD-3D est de traiter les problèmes radiatifs avec des domaines ouverts en utilisant la Condition Absorbing Boundary Conditions (ABC) [10].

Dans de telles applications, il sera nécessaire de définir les frontières du domaine comme étant infiniment radiatives, c'est-à-dire sans réflexion. Une première possibilité revient à utiliser des conditions aux limites de type Uniaxial Perfectly Matched Layer (UPML) condition, qui permettent d'absorber les ondes planes mais nécessite de bien connaître la direction de propagation. On peut également contourner ce problème en définissant un matériau artificiel anisotrope qui est transparent et infiniment absorbant (matériau présentant de fortes pertes) pour la longueur d'onde incidente. Donc une région UPML n'est pas à proprement parlé une condition aux limite, mais plutôt un artifice de simulation qui permet de simuler des domaines infinis.

Les équations de propagation de Maxwell dans un milieu anisotrope sont définies par [11] :

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j.\omega.\bar{\bar{s}}.\vec{E} \quad (3.28)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j.\omega.\mu.\bar{\bar{s}}.\vec{H} \quad (3.29)$$

Où \vec{E} et \vec{H} représentent les vecteurs du champ électrique et magnétique avec la forme phaseur et où s représente le tenseur diagonal, il est donné par :

$$\bar{\bar{s}} = \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_x s_z}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

s_x , s_y et s_z sont les permittivités complexes suivant les trois directions x , y et z , ils sont données par :

$$\begin{cases} s_x = k_x + \frac{\sigma_x}{j\omega\epsilon} \\ s_y = k_y + \frac{\sigma_y}{j\omega\epsilon} \\ s_z = k_z + \frac{\sigma_z}{j\omega\epsilon} \end{cases} \quad (3.31)$$

Afin de prévenir les problèmes de désadaptation entre le milieu isotrope et les couches UPML (figure (3.9)), et de réduire ainsi les réflexions, la conductivité de la couche UPML varie graduellement tout au long des trois axes x, y, z suivant les équations :

$$\begin{cases} \sigma_{x,y,z}(u) = \left(g \frac{1}{\Delta} \right)^u \cdot \sigma_0 \\ k_{x,y,z}(u) = \left(g \frac{1}{\Delta} \right)^u \end{cases} \quad (3.32)$$

u représente la distance normale de la région UPML, Δ est le pas de discrétisation spatial, g et σ_0 sont des constants, (conductivité du matériau).

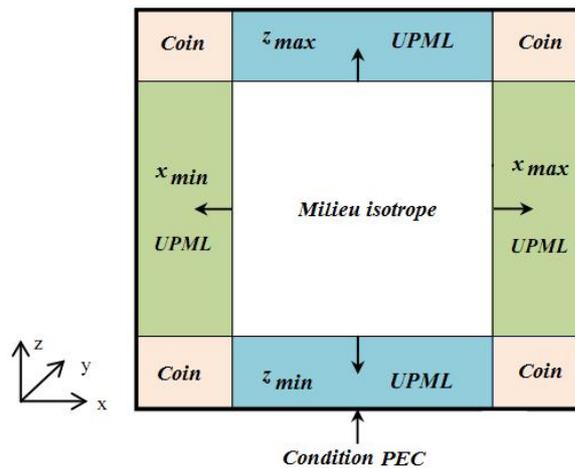


Figure (3.9) : Condition absorbante UPML dans le plan (x, z)

La forme vectorielle de l'équation (3.28), est donnée par l'expression ci-dessous

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial x} \\ \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega\epsilon \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_x s_z}{s_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{E}_x \\ \bar{E}_y \\ \bar{E}_z \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

Dans la région UPML, le champ électrique et la densité de flux électrique sont reliés par les trois formules suivantes:

$$\begin{cases} \bar{D}_x = \epsilon \frac{s_z}{s_x} \bar{E}_x \\ \bar{D}_y = \epsilon \frac{s_x}{s_y} \bar{E}_y \\ \bar{D}_z = \epsilon \frac{s_y}{s_z} \bar{E}_z \end{cases} \quad (3.34)$$

Substituant l'équation (3.34) dans (3.33), la nouvelle formule obtenue est donnée par l'équation suivante:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial z} \\ \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial x} \\ \frac{\partial \bar{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{H}_x}{\partial y} \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} s_y & 0 & 0 \\ 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & s_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{D}_x \\ \bar{D}_y \\ \bar{D}_z \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Le déplacement de l'espace fréquentiel vers l'espace temporel peut être effectué en remplaçant le terme $j\omega$ par l'opérateur $\frac{\partial}{\partial t}$.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} k_y & 0 & 0 \\ 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{bmatrix} \quad (3.36)$$

En faisant le même traitement pour l'équation (3.29), la variation du flux magnétique avec le temps dans la région UPML est donnée par l'équation suivante:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{bmatrix} = -\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} k_y & 0 & 0 \\ 0 & k_z & 0 \\ 0 & 0 & k_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} + \frac{1}{\varepsilon} \begin{bmatrix} \sigma_y & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_z & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

3.4. Modélisation des éléments localisés linéaires

La méthode FDTD traduit une discrétisation spatio-temporelle des équations de Maxwell, elle prend en compte tous les phénomènes électromagnétiques (propagation, réflexion, diffraction, couplage...) dans un circuit électronique. Cependant, sa formulation de base ne peut pas intégrer des éléments localisés dans le volume de calcul. En effet, la FDTD est basée sur un calcul itératif des composantes du champ électrique E et du champ magnétique H , alors que les éléments localisés linéaires ou non linéaires sont modélisés par des équations électriques de type tension-courant (I - V).

Cette technique permet donc de prendre en compte des modèles de circuit plus fidèles à la réalité mais aussi plus compliqués. De nombreux modèles de diodes et de transistors peuvent être implémentés dans l'algorithme FDTD afin de modéliser de nombreux circuits microondes complexes [12], [13].

De plus, l'insertion d'éléments non linéaires est peut être améliorée en ajustant de façon dynamique le pas temporel. Cela a pour effet de stabiliser l'algorithme tout en le faisant converger plus rapidement [14].

Le couplage entre l'algorithme FDTD et un modèle circuit se fait, soit par l'intermédiaire des sources équivalentes, soit par l'intermédiaire du formalisme des fils minces. En général, la

méthode temporelle de résolution des équations de Maxwell est couplée avec un simulateur qui résout les relations de Kirchoff dans le domaine temporel tel que SPICE. Ces techniques de couplage décrites dans [15] et [16] ont permis par exemple de modéliser des antennes actives [17].

L'insertion d'un élément localisé se fait simplement dans une formulation basée sur l'équation de Maxwell-Ampère (équation 2.4.1). Cette équation traduit, au sein d'une cellule élémentaire (figure (3.10)), la relation entre le courant total traversant la cellule $\nabla \times H$ et les courants de conduction $J_c = \sigma E$ et de déplacement $\epsilon \cdot \partial E / \partial t$.

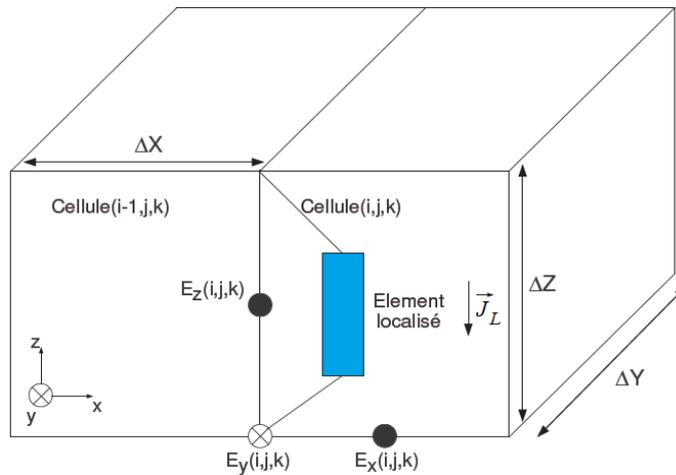


Figure (3.10) : Insertion d'un élément localisé dans une grille FDTD

Dans l'équation de Maxwell-Ampère, Il est possible d'ajouter aux densités de courants de conduction et de déplacement un terme de densité de courant J_L modélisant le courant local circulant dans l'élément localisé [18]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{J}_C + \vec{J}_L \quad (3.38)$$

La densité de courant J_L est reliée au courant circulant dans l'élément localisé grâce à l'équation 2.4.3 avec la surface de la cellule élémentaire ($\Delta X \Delta Y$) traversée par le courant.

$$J_L = \frac{I_L}{\Delta X \cdot \Delta Y} \quad (3.39)$$

Le courant I_L est une fonction plus ou moins complexe de la tension V qui est reliée au champ E par la relation suivante:

$$V = -E_z(i, j, k) \cdot \Delta Z \quad (3.40)$$

L'insertion d'éléments localisés passifs et actifs dans la FDTD a été réalisée dans [19] à deux dimensions. Cette méthode a été ensuite améliorée pour intégrer des éléments localisés en 3D et à travers plusieurs cellules [20, 21].

3.4.1. Cas d'une résistance

A partir de la loi d'ohm $V=R.I$, la densité du courant qui circule dans la résistance peut s'écrire de la façon suivante:

$$J_{e,z}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = \frac{\Delta z}{2.R.\Delta x.\Delta y} \left(E_z^{n+1}(i, j, k) + E_z^n(i, j, k) \right) \quad (3.41)$$

La substitution de l'équation (3.41) dans (3.2) permet d'avoir:

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = \left(\frac{1 - \frac{dt.\Delta z}{2.R.\varepsilon.\Delta x.\Delta y}}{1 + \frac{dt.\Delta z}{2.R.\varepsilon.\Delta x.\Delta y}} \right) \cdot E_z^n(i, j, k) + \left(\frac{\frac{dt}{\varepsilon}}{1 + \frac{dt.\Delta z}{2.R.\varepsilon.\Delta x.\Delta y}} \right) \cdot \nabla \times H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \quad (3.42)$$

3.4.2. Cas d'une capacité

La relation du courant qui circule dans la capacité en fonction de la tension est donnée par:

$$I = C \frac{\partial V}{\partial t} \quad (3.43)$$

Ce qui fait, que l'expression de la densité du courant qui circule dans une capacité orientée suivant l'axe z à l'instant $n+1/2$ peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$J_{e,z}^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = \frac{C.\Delta z}{\Delta x.\Delta y.dt} \left(E_z^{n+1}(i, j, k) + E_z^n(i, j, k) \right) \quad (3.44)$$

D'où L'équation FDTD qui régit la capacité localisé C est déduite selon :

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^n(i, j, k) + \left(\frac{\frac{dt}{\varepsilon}}{1 + \frac{C \cdot \Delta z}{\varepsilon \cdot \Delta x \cdot \Delta y}} \right) \cdot \nabla \times H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) \quad (3.45)$$

3.4.3. Cas d'une inductance

Le courant qui circule à travers une inductance L est:

$$I = \frac{1}{L} \int_0^t V(\tau) \cdot d\tau \quad (3.46)$$

Dans le cas d'une inductance orientée suivant l'axe z , l'expression de la densité du courant à l'instant $t+1/2$ est donnée par:

$$I_z^{n+\frac{1}{2}} = \frac{\Delta z \cdot \Delta t}{L \cdot \Delta x \cdot \Delta y} \sum_{m=1}^n E_z^m(j, j, k) \quad (3.47)$$

L'équation FDTD qui régit l'inductance localisée L est donnée par :

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^n(i, j, k) + \frac{dt}{\varepsilon} \cdot \nabla \times H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - \frac{\Delta z \cdot dt^2}{\varepsilon \cdot L \cdot \Delta x \cdot \Delta y} \cdot \sum_{m=1}^n E_z^m(i, j, k) \quad (3.48)$$

3. 5. Élément localisé non linéaire : La diode PIN

Afin d'avoir les caractéristiques électromagnétique du composant à étudier, il fallait introduire, dans les équations Maxwell une relation reliant le courant circulant dans l'élément à la tension à ses bornes.

Dans le cas d'éléments linéaires, cette relation est de type analytique (loi d'ohm).

Par contre, dans le cas d'éléments non linéaires, une résolution des équations de transport (type modèle DDM : Drift Diffusion Model) dans le composant considéré est nécessaire pour avoir l'évolution du courant en fonction de la tension dans le composant considéré.

Dans cette étape, nous allons simuler avec MATLAB un élément non linéaire dans le domaine temporel en utilisant la méthode FDTD. Nous avons choisi dans cette étude une diode PIN avec une longueur de $2.5 \mu m$, les régions N et P correspondant aux contacts Anode et Cathode ont une longueur de $0.75 \mu m$ et un dopage de type Gaussien avec une concentration en surface égale à $5 \cdot 10^{17} At/cm^3$.

Le calcul de la réponse temporelle du courant au niveau des contacts Anode et Cathode est effectué par la résolution numérique des équations du semiconducteur (§ chapitre 2).

Pour prendre en compte le modèle électromagnétique, la diode PIN a été considérée comme une source de courant dans la grille de Yee.

La figure (3.11), présente la distribution de la concentration des porteurs libres et du potentiel électrostatique en régime permanent.

La variation du courant de sortie en fonction du temps est représentée sur la figure (3.12) pour différentes valeurs de la tension appliquée. On observe clairement que le temps de stabilité en régime transitoire évolue avec le potentiel appliqué.

Les facteurs de transmission et de réflexion de la diode PIN sont présentés sur la figure (3.13). Le passage du domaine temporel vers le domaine fréquentiel a été effectué en utilisant la transformée de Fourier rapide (FFT). Ces résultats sont validés avec ceux obtenus par le logiciel SILVACO-TCAD.

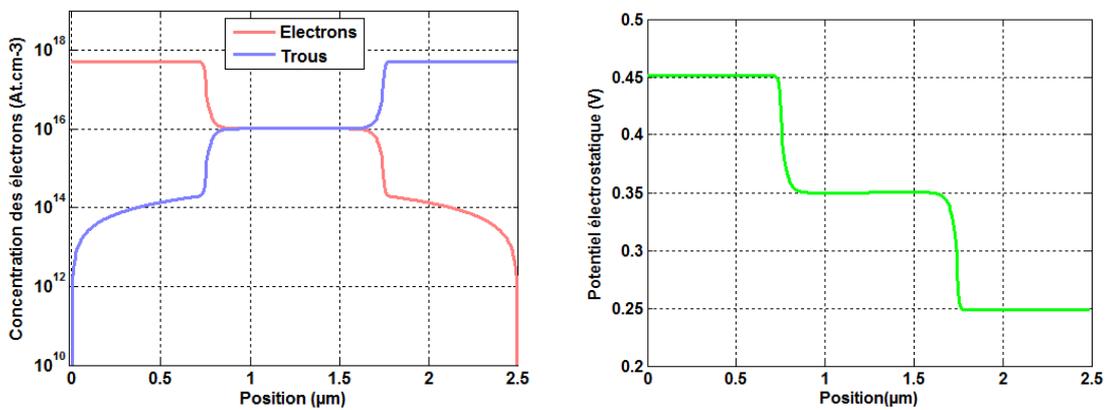


Figure (3.11) : Concentration des porteurs libres et potentiel électrostatique à l'intérieur de la diode PIN

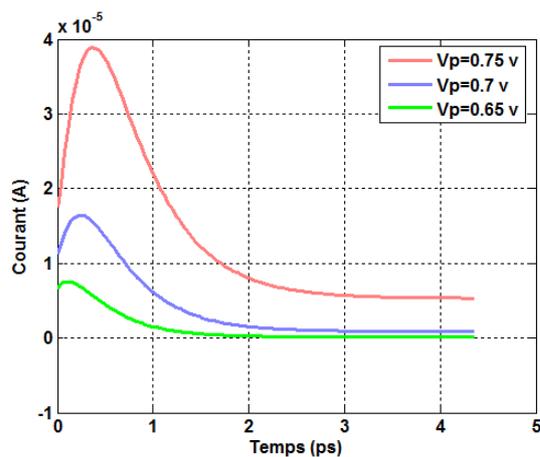


Figure (3.12) : Courant de sortie en régime transitoire pour différentes valeurs de la tension appliquée

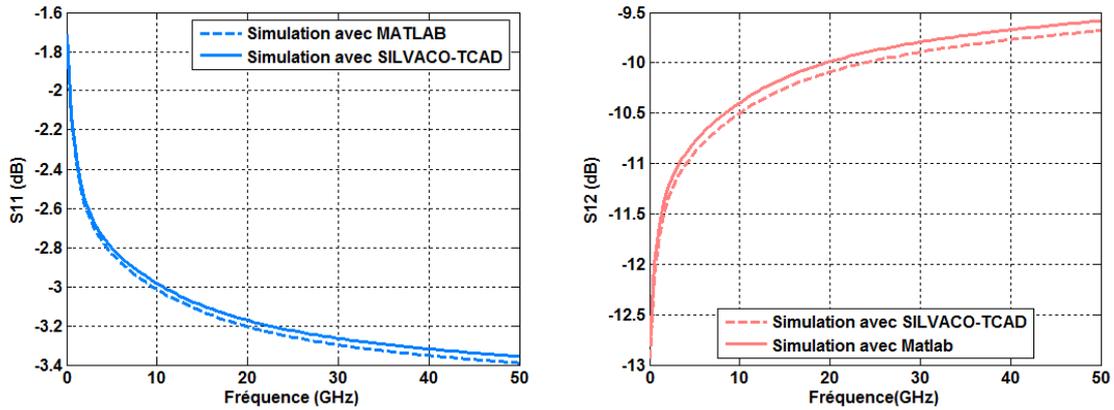


Figure (3.13) : Facteur de transmission et de réflexion de la diode PIN

3.6. Simulations des interconnexions

3.6.1. Cas d'une ligne microruban

Nous considérons une ligne microstrip. Celle-ci est constituée d'un ruban conducteur placé sur une face d'un matériau diélectrique (substrat résistif) dont l'autre face constitue un conducteur parfait qu'on appelle le plan de masse. La ligne microstrip est de largeur $w=1mm$, et de longueur $L=20mm$. Le substrat résistif de permittivité diélectrique relative du SiO2 $\epsilon_r=4.0$ et d'une largeur $F=10mm$ et d'épaisseur $h=1mm$ (voir figure (3.14)). La conductivité du ruban métallique et du plan de masse est $\sigma=45.10^6 S/m$. L'impédance caractéristique au niveau des ports d'alimentation est $Z_0=50\Omega$ pour éviter tout problème d'adaptation d'impédance.

Nous avons appliqué une différence de potentiel à l'entrée de la ligne de type Gaussienne variant au cours du temps entre les deux conducteurs.

Un code de calcul FDTD a été développé avec le logiciel MATLAB pour la simulation de la microstripline.

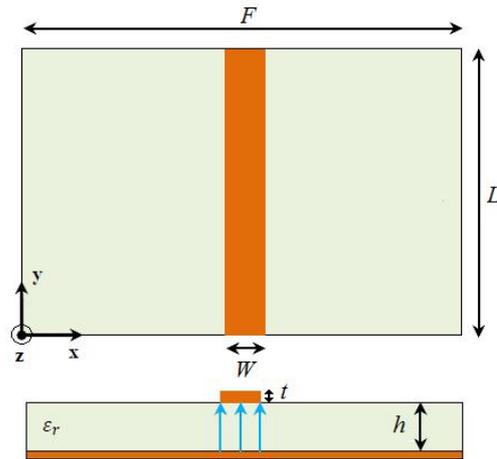


Figure (3.14) : Schéma d'une ligne microstrip

La figure (3.15) montre la cartographie du champ électrique total dans le substrat de la microstripline pour les instants $t=58ps$ et $t=173ps$.

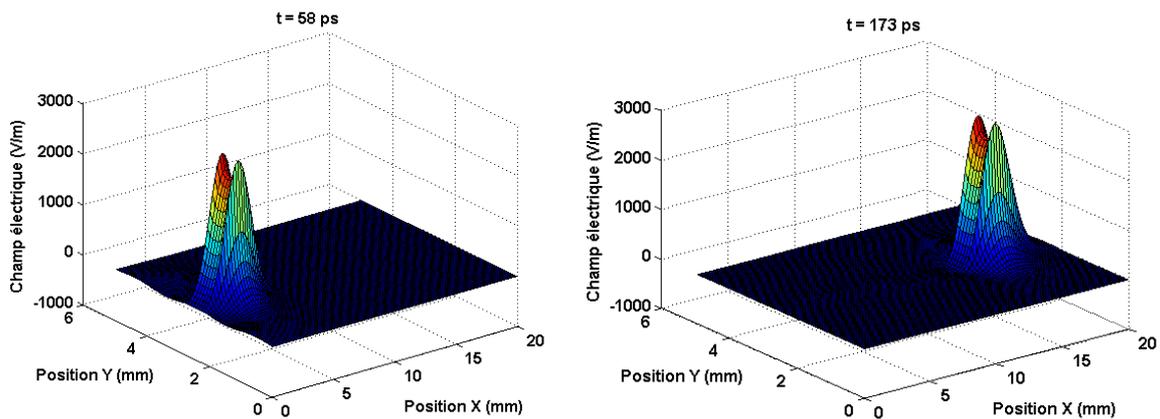


Figure (3.15) : Distribution du champ électrique dans le substrat pour différent instants

La figure (3.16) présente les paramètres S de la microstripline en fonction de la fréquence.

Le paramètre S_{11} évolue avec la fréquence. Plus la fréquence augmente et plus il existe une petite quantité d'énergie qui se réfléchit. Cela peut se traduire par la diminution de l'impédance de la capacité (circuit fermé) d'une part, et l'évolution de l'impédance de l'inductance d'autre part (§ chapitre 1).

Les résultats présentés sont comparés avec ceux obtenus par le logiciel COMSOL.

L'impédance d'entrée de la microstripline en fonction de la fréquence a été calculée et présentée sur la figure (3.17). La valeur de la résistance d'entrée varie, et même oscille avec la fréquence.

Cette résistance traduit la discontinuité du signal électromagnétique dans la ligne de transmission. Elle se calcule de la façon suivante:

$$Z_{\text{entrée}} = Z_0 \cdot \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} \quad (3.49)$$

Où $Z_0 = 50\Omega$, représente l'impédance caractéristique de la ligne d'alimentation.

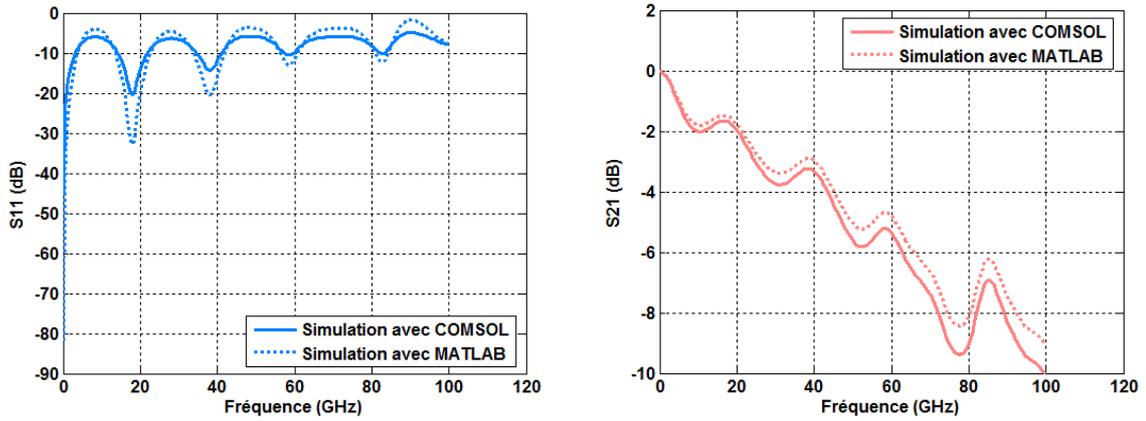


Figure (3.16) : Simulation de 0 à 100 GHz des paramètres S de la microstripline

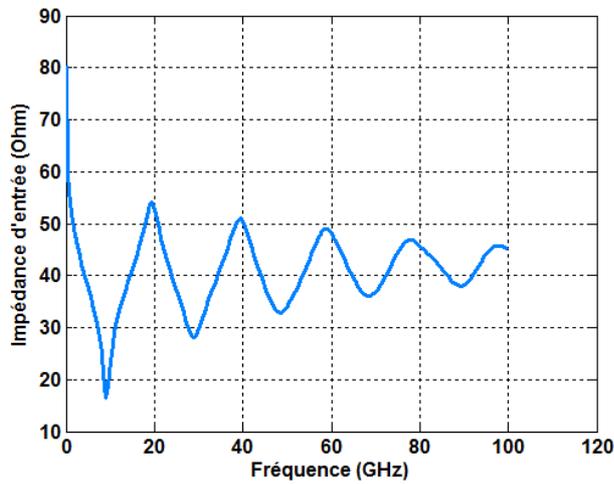


Figure (3.17) : Impédance d'entrée de la microstripline

3.6.2. Cas d'une interconnexion de type Via

Dans cette partie, nous allons effectuer des simulations d'une ligne microruban avec une connexion de type Via.

La simulation du modèle présenté sur la figure (3.18) est effectuée à l'aide du logiciel COMSOL, car il permet de créer un composant et de faire ressortir ces paramètres principaux.

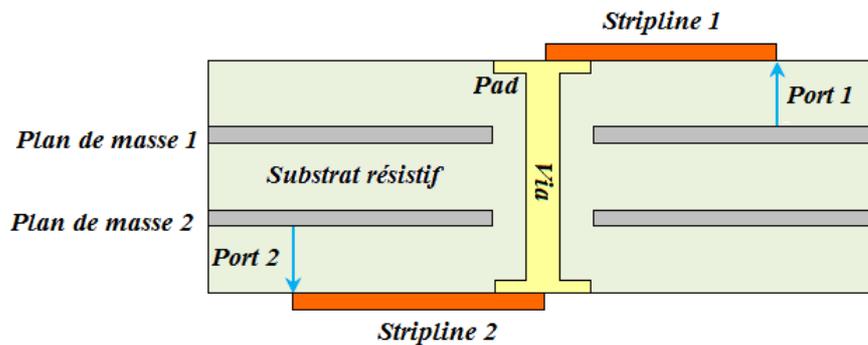


Figure (3.18) : Schéma d'une connexion entre deux striplines à l'aide d'un via

Le modèle présenté est constitué par un via relié par deux traçons conducteurs et d'un substrat de silicium. le signal électromagnétique est relié au port d'alimentation avec une impédance caractéristique $Z_0=50\Omega$. Les paramètres du modèle étudié sont présentés sur le tableau ci-dessous.

	Les traçons	Via	Pad	Plan de masse	Substrat
Conductivité	$45.10^6 S/m$	$45.10^6 S/m$	$45.10^6 S/m$	$45.10^6 S/m$	$10 S/m$
Largeur	$1 mm$			$0.02m$	$0.02m$
Epaisseur	$100 \mu m$	$5 mm$	$100 \mu m$	$100 \mu m$	$0.2 mm$
Diamètre		$1 mm$	$1.5 mm$		

Tableau (3.1) : Paramètres géométriques et électriques du modèle considéré

Le champ électrique total est présenté sur la figure (3.19) pour la fréquence $1 GHz$. On voit clairement que le champ électrique est guidé de la microstripline supérieure vers la microstripline inférieure par le via avec une perte d'énergie électrique.

La figure (3.20) présente le facteur de réflexion S_{11} et le facteur de transmission S_{21} pour une plage de fréquences qui varie entre 0 et $100 GHz$. On note que l'utilisation des vias induit une dissipation de la puissance (perte du gain) ainsi que l'apparition de nombreux pics de réflexions.

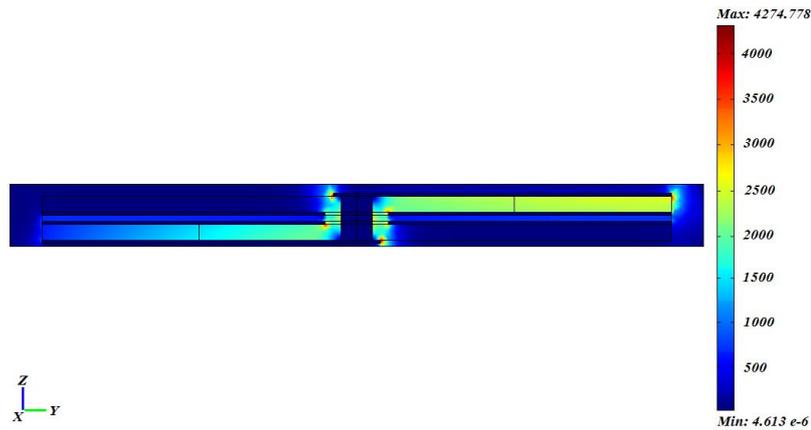


Figure (3.19) : Distribution du champ électrique total dans un via

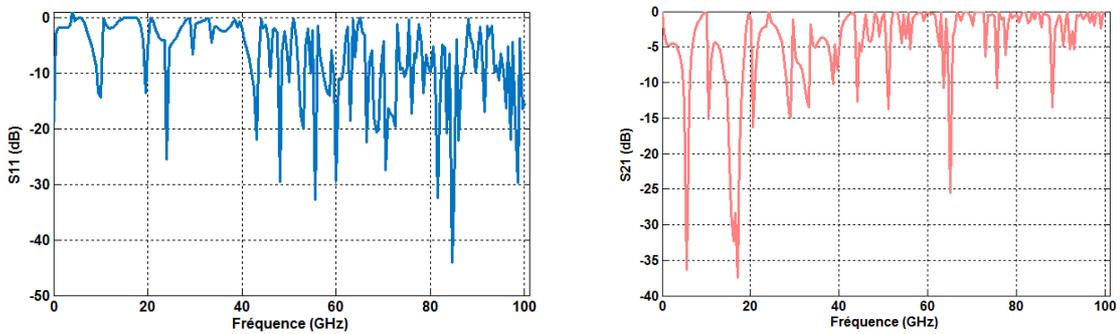


Figure (3.20) : Simulation de 0 à 100 GHz des paramètres S sous COMSOL.

La même simulation est effectuée mais dans ce cas la, les deux traçons sont perpendiculaires. La figure (3.21) présente la cartographie du champ électrique total pour la fréquence 1GHz.

Les paramètres S de la structure à microstripline perpendiculaires sont présentés sur la figure (3.22). A partir des résultats obtenus, on constate qu'il y a une perte d'énergie en comparaison avec ceux obtenus en utilisant une structure à microstripline directe.

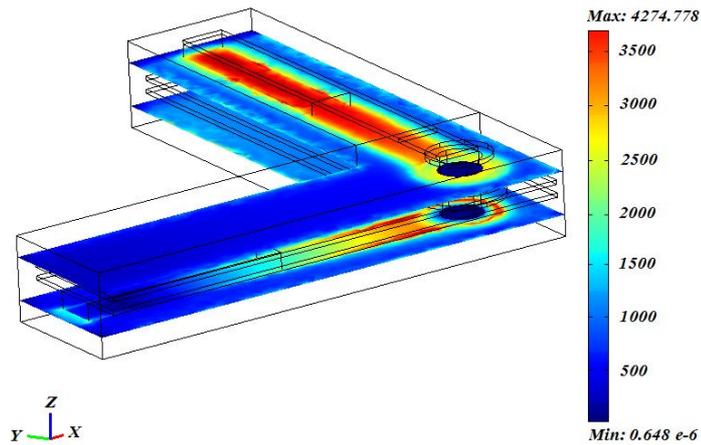


Figure (3.21) : Distribution du champ électrique total dans un via perpendiculaire

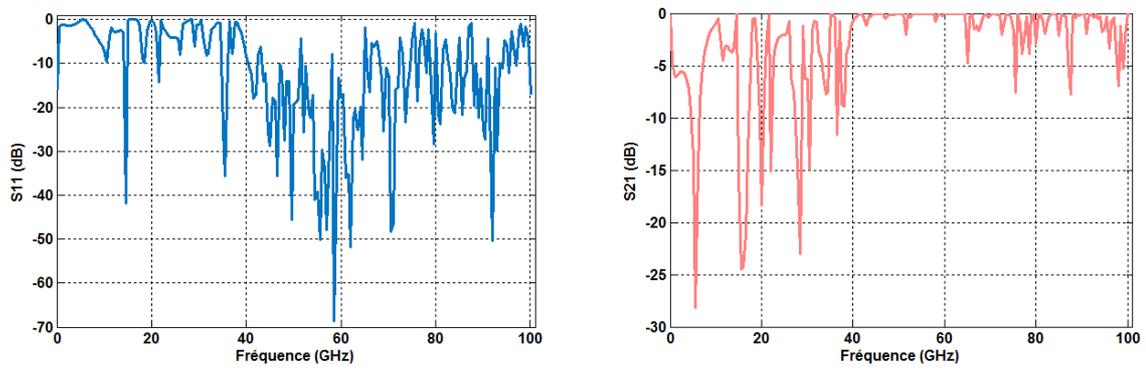


Figure (3.22) : Simulation de 0 à 100 GHz des paramètres S sous COMSOL.

Finalement, nous allons effectuer des simulations d'une ligne microrubans en forme U avec deux vias. La figure (3.23) présente la cartographie du champ électrique total pour la fréquence 1GHz. Les paramètres S de la structure sont présentés sur la figure (3.24).

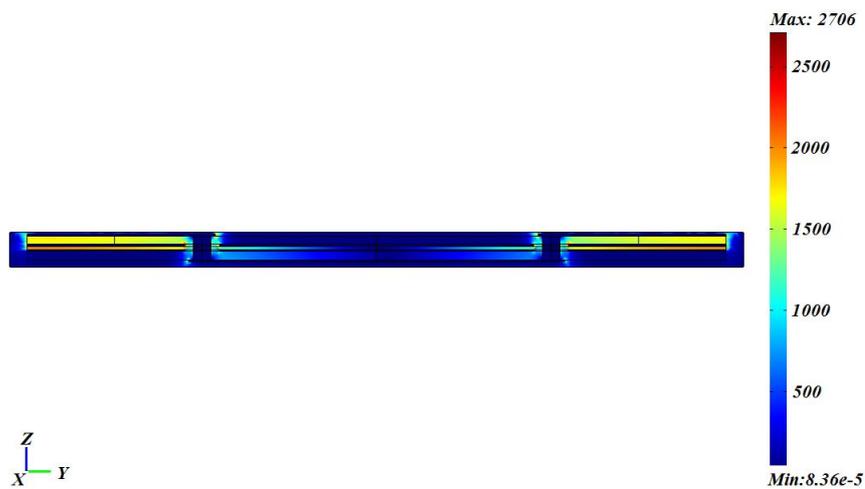


Figure (3.23) : Distribution du champ électrique total d'une ligne en forme U

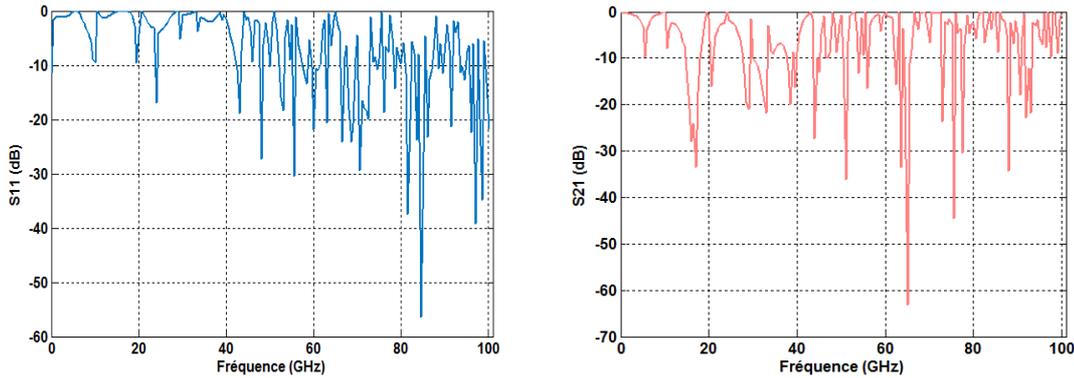


Figure (3.24) : Simulation de 0 à 100 GHz des paramètres S sous COMSOL

3.6.3. Simulation d'une inductance spirale

Une inductance spirale peut être considérée comme un assemblage de plusieurs lignes microrubans. Ces dernières sont très répandues dans le domaine des radiofréquences pour réaliser des valeurs de quelques dizaines de nH . Afin de les adapter aux applications nécessitant de faibles puissances, on doit augmenter la section du conducteur pour réduire sa résistance.

Ce type d'inductance est très utile en hyperfréquence (application oscillateur). Cette simulation est très importante car elle détermine les caractéristiques de l'inductance à utiliser dans ce type de circuits.

Pour bien caractériser un lien inductif, il est impératif de déterminer la valeur de l'inductance avec exactitude, pour ceci, nous allons modéliser une inductance spirale dans les deux domaines statique et fréquentiel. La figure (3.25) montre une vue en perspective d'une bobine spirale réalisée avec le logiciel COMSOL. L'épaisseur de l'inductance est de $1 \mu m$ avec une largeur de $40 \mu m$, la distance de séparation entre les spires est de $2 \mu m$.

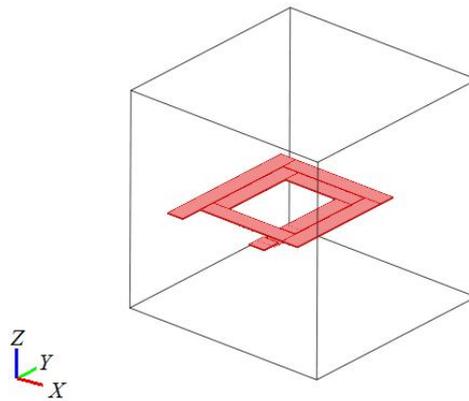


Figure (3.25) : Description géométrique de l'inductance sous COMSOL

La figure (3.26) présente la cartographie du potentiel électrostatique sur toute la structure.

Pour calculer la valeur de l'inductance du modèle considéré, il faut dans un premier temps résoudre l'équation de Poisson pour avoir le potentiel électrostatique sur toute la structure puis résoudre l'équation du champ magnétique pour un courant I .

Nous estimons la valeur de l'inductance pour une épaisseur de $1 \mu m$ à $1.102 nH$, mais à l'aide du logiciel HFSS nous trouvons la valeur $1,31 nH$, ceci provient du manque de finesse du maillage lors du passage en éléments finis, cela introduit des erreurs lors du calcul de l'inductance.

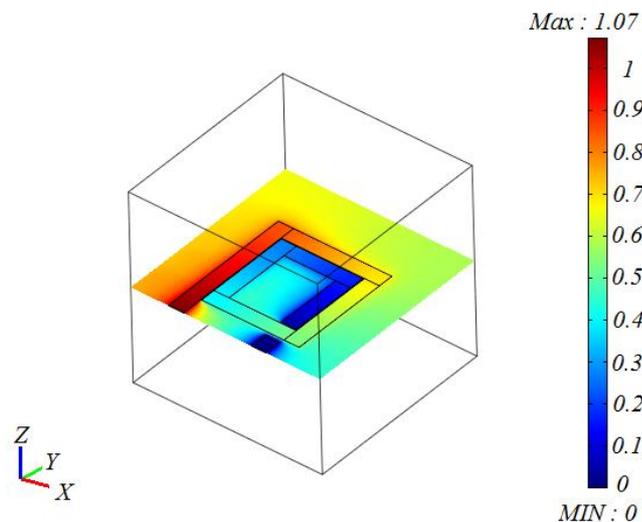


Figure (3.26) : Vue du potentiel électrostatique de l'inductance avec COMSOL

Nous avons effectué une simulation des paramètres S et d'admittance sur une plage de fréquence de 5 MHz jusqu'à 100 GHz . Les résultats obtenus sont présentés sur la figure (3.27) et validés avec ceux obtenus par le logiciel HFSS.

Nous avons pu déterminer la valeur de l'inductance ainsi que le facteur de qualité Q en (figure (3.28)) à partir de l'estimation de l'admittance Y_{11} .

$$L_{11} = -\frac{1}{2 * \pi * f * \text{Im}(Y_{11})} \tag{3.50}$$

$$Q_{11} = \frac{\text{Im}(Y_{11})}{\text{Re}(Y_{11})} \tag{3.51}$$

L'inductance L_{11} , présente trois pics de valeurs autour des trois fréquences 13.7 GHz , 52.3 GHz et 65.2 GHz . D'autre part, le facteur de qualité de l'inductance est maximum pour la fréquence 24.4 GHz . D'après ces résultats, nous constatons qu'il existe plusieurs valeurs de l'inductance en hyperfréquence en comparaison avec le résultat statique (une seule valeur).

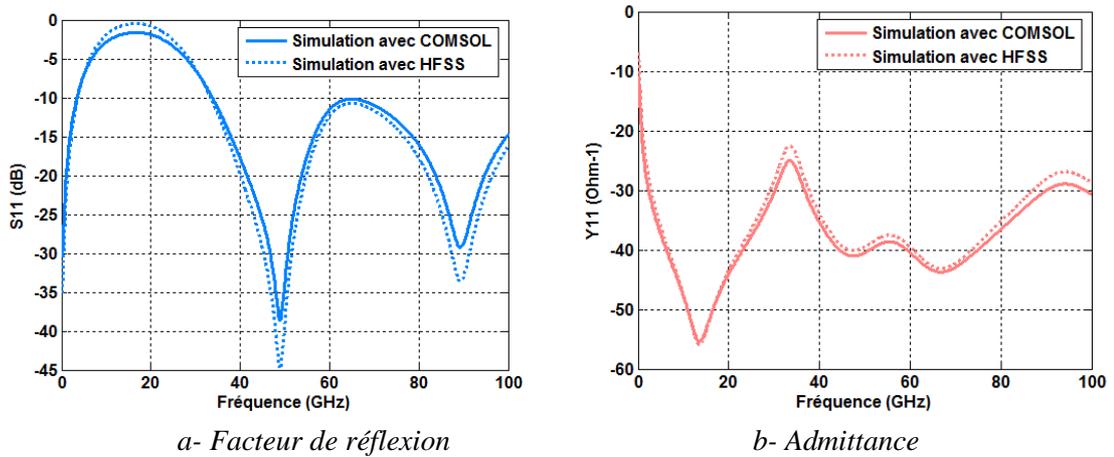


Figure (3.27) : Facteur de réflexion et l'admittance de l'inductance en fonction de la fréquence

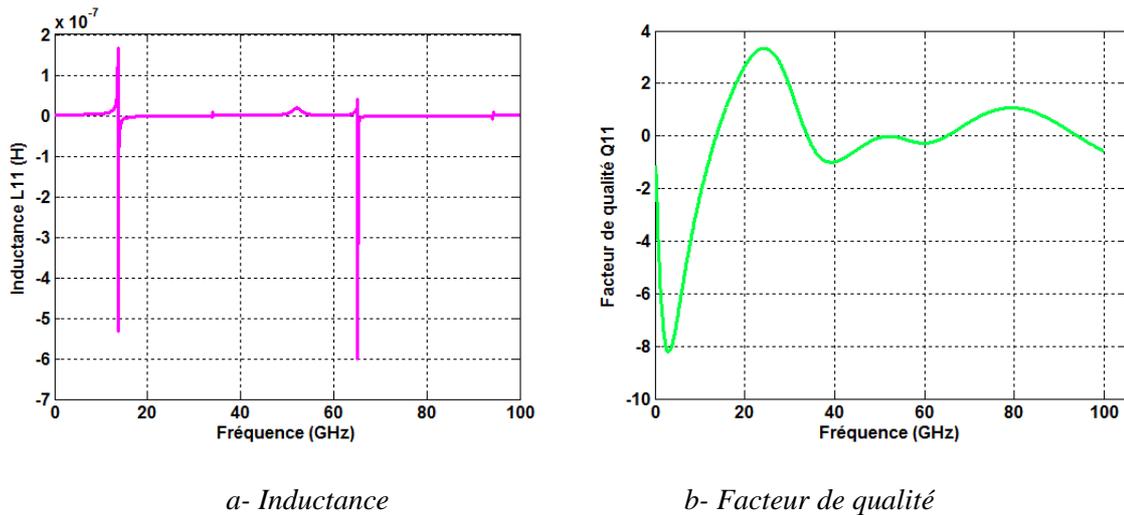


Figure (3.28) : Valeur de l'inductance et facteur de qualité en fonction de la fréquence

3.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons détaillé le principe de la méthode FDTD, applicable à des structures micro-ondes, de forme quelconque et qui peuvent être inhomogènes.

Les principaux variables pour chaque structure ont été calculés et présentés, ainsi la cartographie du champ électrique du circuit considéré.

Les résultats obtenus ont été présentés et comparés favorablement avec ceux obtenues par un simulateur de référence (COMSOL).

Nous avons pu montrer qu'en hyperfréquence, tous les éléments constituant un circuit microonde (microstripline, vias, éléments passives) doivent être traités d'une manière géométrique (modélisation tridimensionnelle).

Il est possible d'insérer directement un élément de circuit dans la cellule FDTD. Pour cela, il faut venir modifier localement les équations de Maxwell avec les relations analytiques (loi d'ohm). Cette modification peut se faire de façon directe ou bien à l'aide des sources équivalentes représentant la cellule FDTD. La méthode est facile à mettre en œuvre et peut être généralisée pour la modélisation des circuits microondes très complexe.

Références bibliographiques du chapitre 3

- [1] **K. S. Yee**, “Numerical Solution Of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell’s Equations In Isotropic Media”, IEEE Transaction on Antennas Propagation, vol.14, pp. 302-307, (1966).
- [2] **S. D. Gedney**, “An Anisotropic Perfectly Matched Layer-Absorbing Medium For The Truncation Of FDTD Lattices”, IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. 44, No. 12, pp. 1630-1639, (1996).
- [3] **S. D. Gedney**, “An Anisotropic Pml Absorbing Media For The FDTD Simulation Of Fields In Lossy And Dispersive Media”, Electromagnetics, Vol. 16, pp. 399-415, (1996).
- [4] **C. C. Wang, C. W. Kuo**, “An Efficient Scheme For Processing Arbitrary Lumped Multiport Devices In The Finite-Difference Time-Domain Method”, IEEE Transaction on Microwave Theory Techniques, vol. 55, pp. 958-965, (2007).
- [5] **O. Gonzalez, J. A. Pereda, A. Herrera, and A. Vegas**, “An Extension Of The Lumped-Network FDTD Method To Linear Two-Port Lumped Circuits”, IEEE Transaction on Microwave theory and techniques, vol. 54, pp. 3045-3051, (2006).
- [6] **A. Taflove and S. Hagness**, “Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method”, 3rd Edition, Artech House, Inc, Norwood, (2005).
- [7] **C. Poitau**, “Contribution Au Développement D’un Isolateur Coplanaire A Resonance Par La Methode Des Differences Finies Dans Le Domaine Temporel”, Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, (2002).
- [8] **A. Taflove**, “Advances In Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method”, ISBN: 9780890068342, Artech House, Incorporated, Evanston, (1995).
- [9] **L. Shen and J. Kong**, “Applied Electromagnetism”, PWS Publishers, Boston, Massachusetts, (1983).
- [10] **G. Mur**, “Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time domain electromagnetic field equations”, IEEE Trans. Electromagnetic Computational. Vol. 23, pp. 377-384, (1981).
- [11] **Li, J. and C. Miao**, “A New Implementation Of The Uniaxial Perfectly Matched Layer”, Microwave and Millimeter Wave Technology, ICMMT International Conference, vol. 2, pp. 770-773, (2008).++

- [12] **B. Toland, B. Houshmand and T. Itoh**, “*Modeling Of Nonlinear Active Regions With The FDTD Method*”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 3, No. 9, pp. 333-335, (1993).
- [13] **W. Yuan and E. Li**, “*FDTD Simulations For Hybrid Circuits With Linear And Nonlinear Lumped Elements*”, Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 32, No. 6, pp. 408-412, (2002).
- [14] **P. Ciampolini, P. Mezzanotte, L. Roseli and R. Sorrentino**, “*Accurate And Efficient Circuit Simulation With Lumped Element FDTD Technique*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 44, No. 12, pp. 2207-2215, (1996).
- [15] **V. A. Thomas and all**, “*The Use Of Spice Lumped Circuits As Sub-Grid Models For FDTD Analysis*”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 4, No. 5, pp. 141-143, (1994).
- [16] **V. A. Thoma, M. E. Jones and R. J. Mason**, “*Coupling Of the PISCES Device Modeler To A 3D Maxwell FDTD Solver*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 43, No. 9, pp. 2170- 2172, (1995).
- [17] **V. A. Thomas, K. M. Ling, M. E. Jones and B. Toland**, “*FDTD Analysis Of Active Antenna*”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol 4, No. 9, pp. 296-298, (1994).
- [18] **P. Ciampolini, L. Roselli, and G. Stopponi**, “*Mixed-Mode Circuit Simulation With Full-Wave Analysis Of Interconnections*”, IEEE Transaction on Electron Devices, vol. 44, pp. 2098-2105, (1977).
- [19] **W. Sui, D.A. Christensen and C.H. Durney**, “*Extending The Two-Dimensional FD-TD Method To Hybrid Electromagnetic Systems With Active And passive lumped Elements*”, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, Vol. 40, pp. 724-730, (1992).
- [20] **C.-N. Kuo, R.-B. Wu, B.Houshmand and T. Itoh**, “*Modeling Of Microwave Active Devices Using The FDTD Analysis Based On The Voltage-Source Approach*”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 6, No. 5, pp 199-201, (1996).
- [21] **C.N. Kuo, V.A. Thomas, S.T. Chew, B. Houshmand and T. Itoh**, “*Small Signal Analysis Of Active Circuits Using FDTD Algorithm*”, IEEE Microwave and Guided Wave Letters, Vol. 5, No. 1, pp 216-218, (1995).

CHAPITRE 4

Etude numérique d'un transistor
MOS avec ses interconnexions
par la méthode LE- FDTD

4.1. Introduction

L'activité RF (Radio Fréquence) en technologie MOS est relativement récente [1], et reste encore minoritaire. Dans le but d'affiner la modélisation du transistor MOS en RF [2, 3], il est donc essentiel de prendre en compte les équations de Maxwell, qui peuvent avoir une influence réelle sur le fonctionnement du transistor MOS.

Dans ce chapitre, nous allons proposer une méthode de couplage qui permet d'étudier le fonctionnement d'un transistor MOS avec une analyse électromagnétique globale dans le domaine temporel. La méthode FDTD dans sa formulation de base ne considère pas les éléments localisés linéaires et non-linéaires dans l'espace de calcul. Pour y remédier, l'équation de Maxwell-Ampère a été modifiée de telle sorte à élargir la méthode FDTD aux éléments localisés (LE-FDTD) [4, 5].

Dans un premier temps, nous allons étudier uniquement le fonctionnement du transistor MOS.

Les paramètres S et les capacités internes du transistor MOS seront tracés pour différentes harmoniques. D'autres paramètres aussi importants tels que la fréquence de transition, la fréquence d'oscillation maximale, le facteur de stabilité et le facteur de bruit seront également calculés.

Dans un second temps, nous allons étudier le fonctionnement sous-circuit du transistor MOS en hyperfréquence en prenant en compte l'effet des interconnexions (lignes de transmissions, via...) sur son fonctionnement électrique. Tous les éléments constituant le circuit seront modélisés avec la méthode LE-FDTD.

Les coefficients de transmission et de réflexion du circuit global seront présentés et validés en les comparant avec ceux donnés par des logiciels de commerce type SENTAURUS et HFSS.

4.2. Insertion d'un transistor MOS dans un volume de calcul FDTD

L'approche LE-FDTD consiste à reformuler les équations de Maxwell afin de mettre en évidence un générateur de courant équivalent à une cellule FDTD [6, 7]. Ce générateur est vu de l'élément circuit à insérer. Il est constitué d'une capacité en parallèle avec une source de courant. Cette formulation permet d'avoir une résolution purement circuit au niveau de la région active de la grille FDTD.

Pour positionner un transistor MOS dans une région de l'espace, nous considérons un milieu uniforme avec deux éléments localisés orientés suivant les directions x et y (voir figure (4.1))

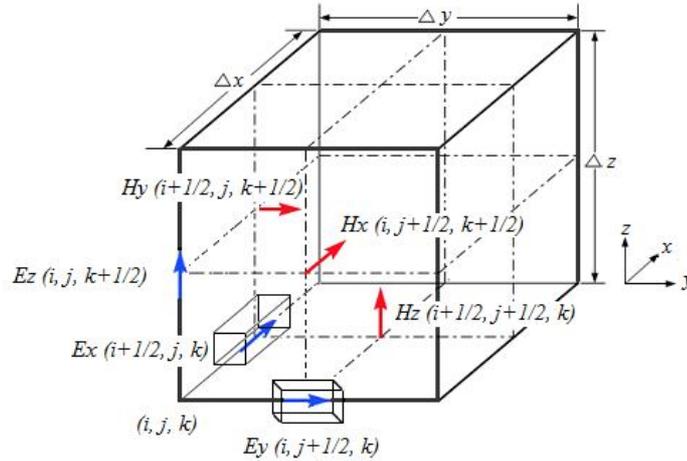


Figure (4.1) : Cellule de Yee avec un élément localisé

Si on considère un maillage FDTD uniforme, le courant dans une cellule peut être décomposé comme une somme de plusieurs courants ayant des origines différentes.

Le courant total est la somme du courant de conduction, du courant de déplacement et des courants circulant dans le circuit localisé. L'élément localisé peut donc être inséré dans un milieu quelconque (ϵ, σ).

La nouvelle forme des équations dans l'élément localisé est déterminée par la projection et la discrétisation de l'équation de Maxwell-Ampère suivant les directions x et y .

$$E_x^{t+1}(i, j, k) = E_x^t(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\epsilon \cdot \Delta x} \left[H_z^{t+1/2}(i+1/2, j, k) - H_z^{t+1/2}(i-1/2, j, k) \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon \cdot \Delta y} \left[H_y^{t+1/2}(i, j+1/2, k) - H_y^{t+1/2}(i, j-1/2, k) \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon} \left[J_{media,x}^{t+\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{1}{2} \left(J_{Source,x}^{t+1}(i+\frac{1}{2}, j, k) + J_{Source,z}^t(i+\frac{1}{2}, j, k) \right) \right] \quad (4.1)$$

$$E_y^{t+1}(i, j, k) = E_y^t(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\epsilon \cdot \Delta z} \left[H_x^{t+1/2}(i, j, k+1/2) - H_x^{t+1/2}(i, j, k-1/2) \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon \cdot \Delta x} \left[H_z^{t+1/2}(i+1/2, j, k) - H_z^{t+1/2}(i-1/2, j, k) \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon} \left[J_{media,y}^{t+\frac{1}{2}}(i, j, k) + \frac{1}{2} \left(J_{Drain,y}^{t+1}(i, j+\frac{1}{2}, k) + J_{Drain,y}^t(i, j+\frac{1}{2}, k) \right) \right] \quad (4.2)$$

Où Δx , Δy et Δz sont les pas spatiaux et $\vec{J}_{Drain, Source}^t$ représente la densités des courants qui traversent le transistor MOS sur les contacts drain et source.

Cette densité de courant est déterminée à partir de la résolution numérique des équations du semiconducteur dans le domaine temporel.

Les contacts du transistor MOS sont orientés suivant les directions x et y , où les expressions de la densité de courant sont données par :

$$\begin{cases} J_{Drain,y}^t = \frac{I_{Drain}^t}{\Delta z \cdot \Delta x} \\ J_{Source,x}^t = \frac{I_{Source}^t}{\Delta z \cdot \Delta y} \end{cases} \quad (4.3)$$

La variation du potentiel ΔV à travers le contact de grille est simplement obtenue à l'instant $(t+1)$ par l'intégration de la composante du champ électrique E_y sur la direction y .

La tension aux bornes du circuit localisé s'écrit alors, dans une approximation quasi statique, de la façon suivante :

$$\Delta V_{Grille} = -\Delta y \cdot E_y^{t+1}(1, j + \frac{1}{2}, k) \quad (4.4)$$

4.3. Structure générale du modèle développé

Le modèle réalisé regroupe deux modules ; le premier correspond à la modélisation du transistor MOS dans le domaine temporel. Le deuxième module est relatif à la résolution des équations de Maxwell dans le domaine temporel en utilisant la méthode FDTD.

En général, la méthode temporelle de résolution des équations de Maxwell est couplée avec un simulateur qui résout les équations du semiconducteur dans le domaine temporel.

En outre, l'utilisateur a la possibilité de travailler sur des structures tridimensionnelles, définir une nouvelle ou modifier un paramètre, en l'occurrence :

- ✓ Dimension de la structure (circuit microonde)
- ✓ Type de matériau de chaque région
- ✓ Domaine fréquentiel de calcul
- ✓ Polarisation
- ✓ Maillage

✓ **Élément localisé**

L'organigramme présenté sur la figure (4.2) montre les étapes principales pour la résolution numérique des équations du semiconducteur dans un environnement électromagnétique.

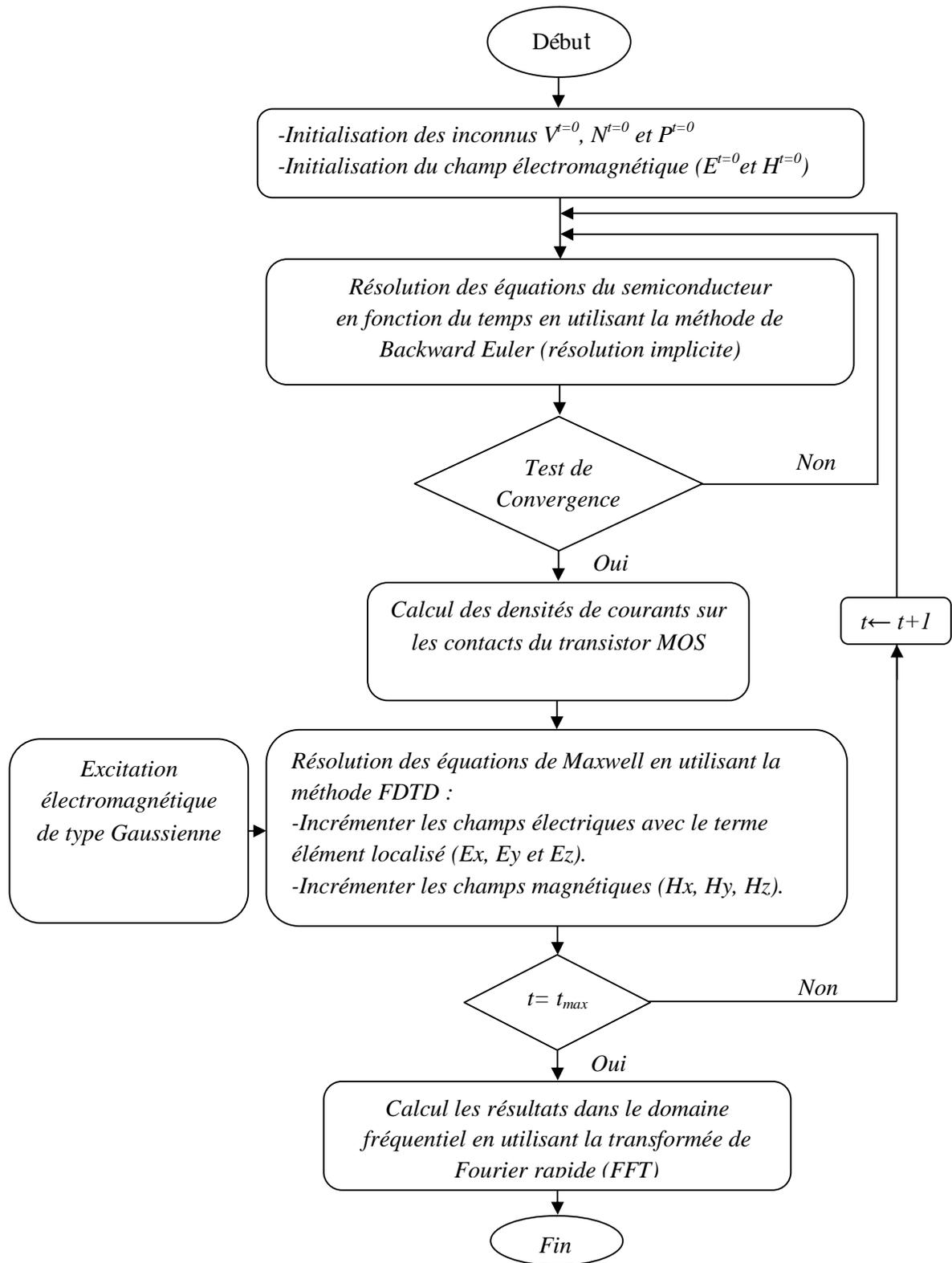


Figure (4.2) : Algorithme de base décrivant la résolution des équations du semiconducteur d'un élément localisé dans une cellule FDTD

4.4. Etude en régime hyperfréquences du transistor MOS

Après avoir pu déterminer les principaux paramètres du transistor MOS en régime statique DC (§ chapitre 2), nous allons étudier dans cette partie, son comportement en régime petit signal en s'appuyant sur la méthode FDTD.

Les paramètres technologiques du transistor MOS sont identiques à ceux présentés sur chapitre 2.

La polarisation du transistor est généralement choisie de telle sorte que le dispositif se trouve dans sa zone idéale de fonctionnement $V_{gs}=0.8\text{ V}$, $V_{ds}=1\text{ V}$.

4.4.1. Paramètres S_{ij}

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés uniquement à l'étude du transistor MOS sans la prise en compte des effets d'interconnexions (lignes de transmissions).

Afin de pouvoir interpréter correctement les courbes S_{ij} obtenues et ainsi remonter au modèle petit signal RF du transistor MOS, il est important d'avoir en tête quelques réflexes quant aux comportements des capacités à faibles et fortes fréquences.

Les paramètres S_{ij} et le déphasage du transistor MOS ont été présentés sur la figure (4.3) à l'intervalle des fréquences ($0.1\text{GHz} - 50\text{GHz}$).

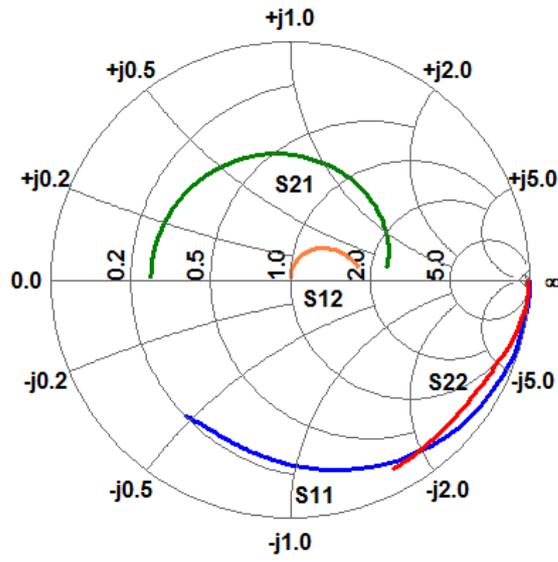
A très faibles fréquences, les résistances à l'entrée du transistor sont très élevées. On a donc d'autres impédances qui entrent en jeu $Z_{c_{gd}}$, $Z_{c_{gs}}$ et $Z_{c_{ds}}$. La figure (4.4) représente ces éléments parasites.

A très faible fréquences, les capacités C_{gs} , C_{gd} et C_{ds} se comportent donc comme un interrupteur ouvert. Donc d'une part, l'impédance de cette dernière devient très élevée et d'autre part, il n'y a pas de pouvoir de transmission en entrée/sortie (S_{12}). Ceci induit la présence d'une résistance infinie entre le port 1 et le port 2, cette résistance s'appelle la résistance de Miller.

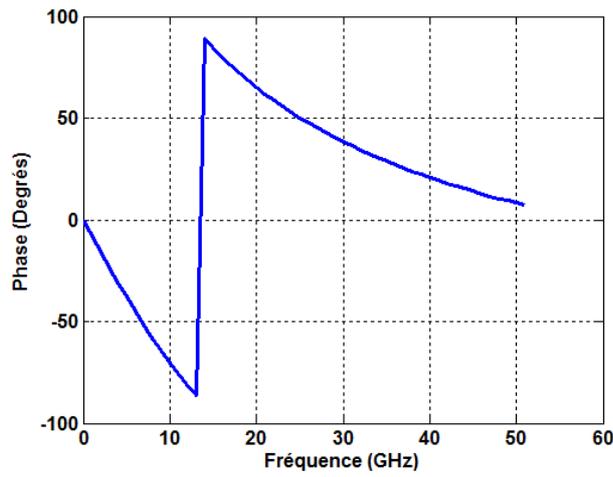
Par contre, à des fréquences élevées, la capacité C_{ds} vient shunter la résistance ($1/g_d$). Cette capacité C_{ds} se comporte donc comme un interrupteur fermé à fréquences élevées.

Ce qui fait, la résistance de sortie du transistor devient négligeable à hautes fréquences.

L'utilisation des paramètres S du transistor MOS présente de nombreux avantages, en effet ils décrivent directement les principales grandeurs utilisables en hyperfréquences telles que les facteurs de réflexion, les gains ou les pertes. Ils permettent ainsi de décrire précisément les caractéristiques et les performances hyperfréquences.



(a)



(b)

Figure (4.3) : Analyse fréquentielle du transistor MOS de 0.1GHz jusqu'à 50GHz: (a) Paramètres S; (b) Déphasage

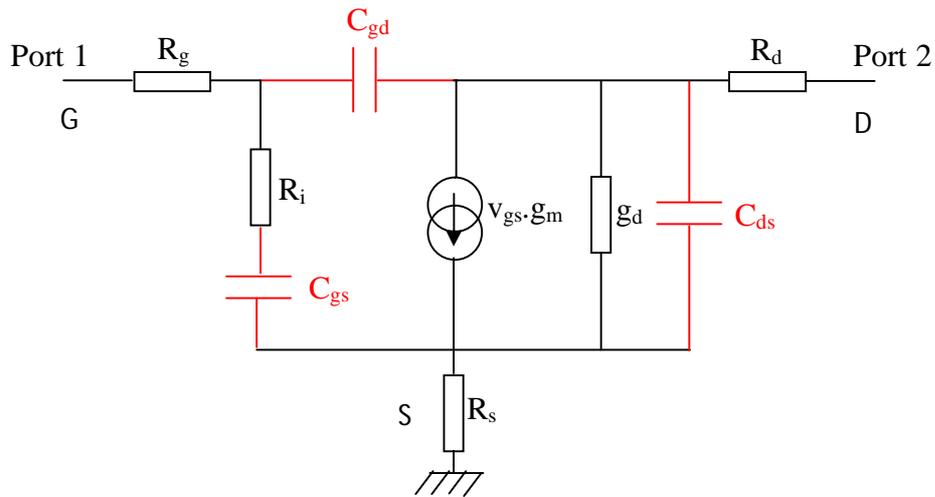


Figure (4.4) : Modèle petits signaux du transistor MOS de l'ensemble des courbes S_{ij}

Les paramètres de simulation utilisés, correspondent à une technologie CMOS $0.25\mu m$

- La longueur du canal du transistor MOS est $0.25\mu m$
- L'intervalle de fréquences est ($50MHz - 6GHz$)
- Le transistor est polarisé en source commun $V_{ds} = V_{gs} = 1.2 V$.

Les résultats calculés sont en bon accord avec ceux obtenus par des caractérisations expérimentales effectués par Wu [8]. Ceci est gage d'une extraction correcte des éléments intrinsèques en ce point.

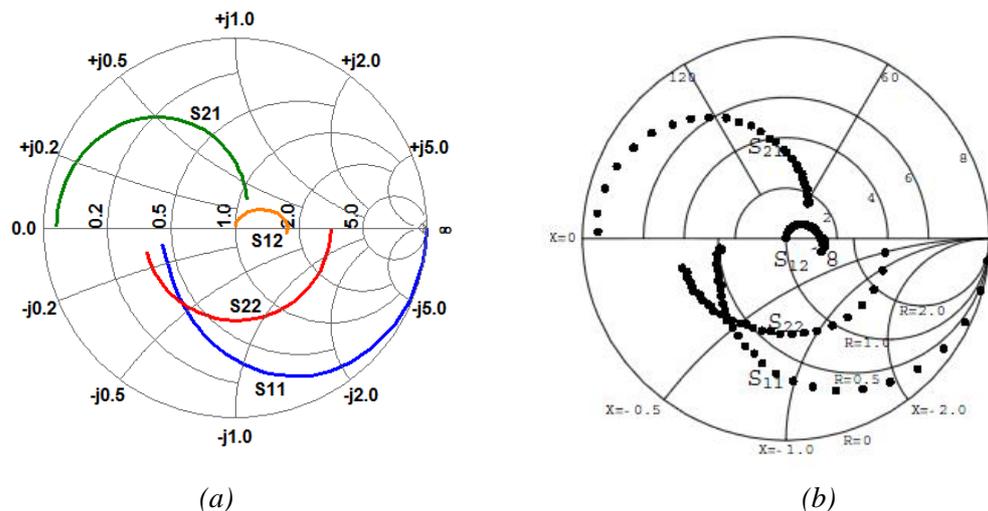


Figure (4.5) : Paramètres S_{ij} du transistor MOS à l'intervalle de fréquences ($50MHz - 6GHz$) : (a) Modèle proposé ; (b) Mesures expérimentales [SD Wu]

D'autre part, nous avons effectué une simulation des paramètres S_{ij} sur une plage de fréquences de 0.1GHz jusqu'à 50GHz pour différentes longueurs de grille.

La figure (4.6) présente les coefficients de réflexion S_{11} et S_{22} à l'entrée et à la sortie (grille et drain) du transistor MOS. Plus la longueur de la grille est importante, plus le coefficient de réflexion S_{11} à l'entrée devient plus petit.

Les coefficients de transmission S_{12} et S_{21} à l'entrée et à la sortie du transistor sont présentés sur la figure (4.7) pour différentes longueurs de grille.

Le facteur de transmission S_{21} est supérieur à 0 dB pour des fréquences basses ($<20\text{GHz}$), cela se traduit par la présence de l'effet d'amplification dans le composant. D'autre part, on note que plus la longueur de grille devient plus petite, plus la fréquence de transition devient importante.

La matrice des paramètres S du transistor MOS a été obtenue par le modèle développé LE-FDTD en calculant les rapports des ondes du champ électrique au niveau des contacts drain et grille [9]. Le passage du domaine temporel vers le domaine fréquentiel a été effectué par la transformée de Fourier rapide (FFT) de la réponse temporelle au niveau des contacts de drain et grille [10, 11]. Un programme approprié a été réalisé dans ce sens.

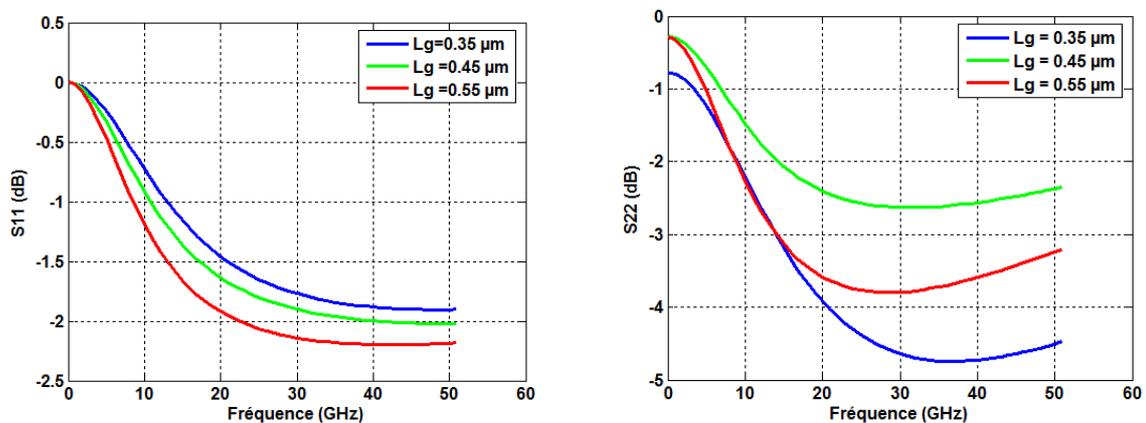


Figure (4.6) : Coefficients de réflexion du transistor MOS en fonction de la fréquence pour différentes longueurs du canal

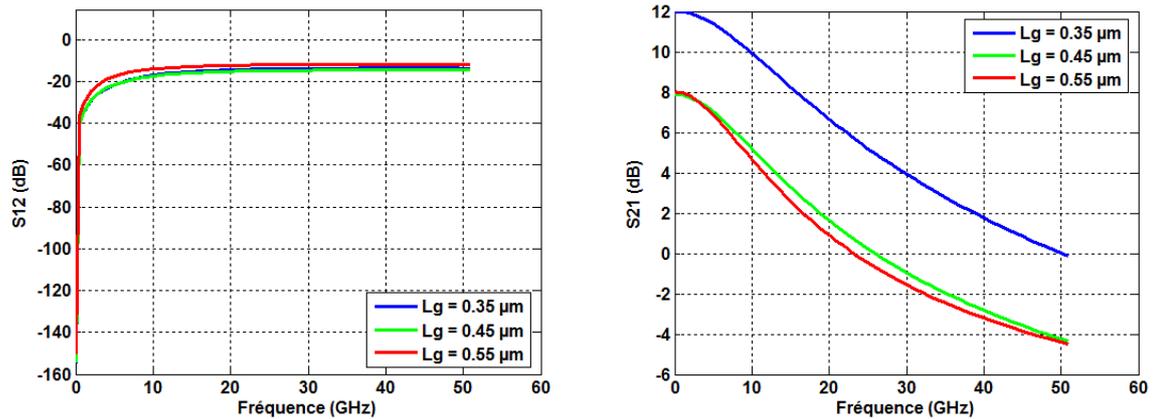


Figure (4.7) : Coefficients de transmission du transistor MOS en fonction de la fréquence pour différents longueurs du canal

4.4.2. Extraction des capacités

Les parties intrinsèques que l'on peut voir dans le chapitre 1, sont donc composées d'éléments passifs tels que des résistances ou des capacités. Les performances RF du transistor MOS peuvent par conséquent être dégradées par ces éléments [12, 13]. Les capacités internes du transistor MOS sont responsables d'une perte de vitesse du composant ainsi qu'une modification des performances du composant en hyperfréquences. Il convient donc de modéliser ces parties intrinsèques le plus précisément possible [14].

Connaissant les liens entre la matrice S et la matrice d'admittance Y [15] (§ Chapitre1), nous avons pu déterminer la valeur de quelques paramètres intrinsèques tels que les capacités C_{gg} (grille/grille), C_{gb} (grille/substrat), C_{gs} (grille/source) et C_{gd} (grille/drain).

La figure (4.8) montre la variation des différentes capacités internes du transistor MOS en fonction de la fréquence pour la technologie $L_g=0.55\mu\text{m}$.

En basses fréquences, nous remarquons que les valeurs des capacités obtenues sont pratiquement égales à celles obtenues en régime quasi-statique (§ chapitre 2). Ceci confirme la validité des résultats obtenus et du modèle proposé.

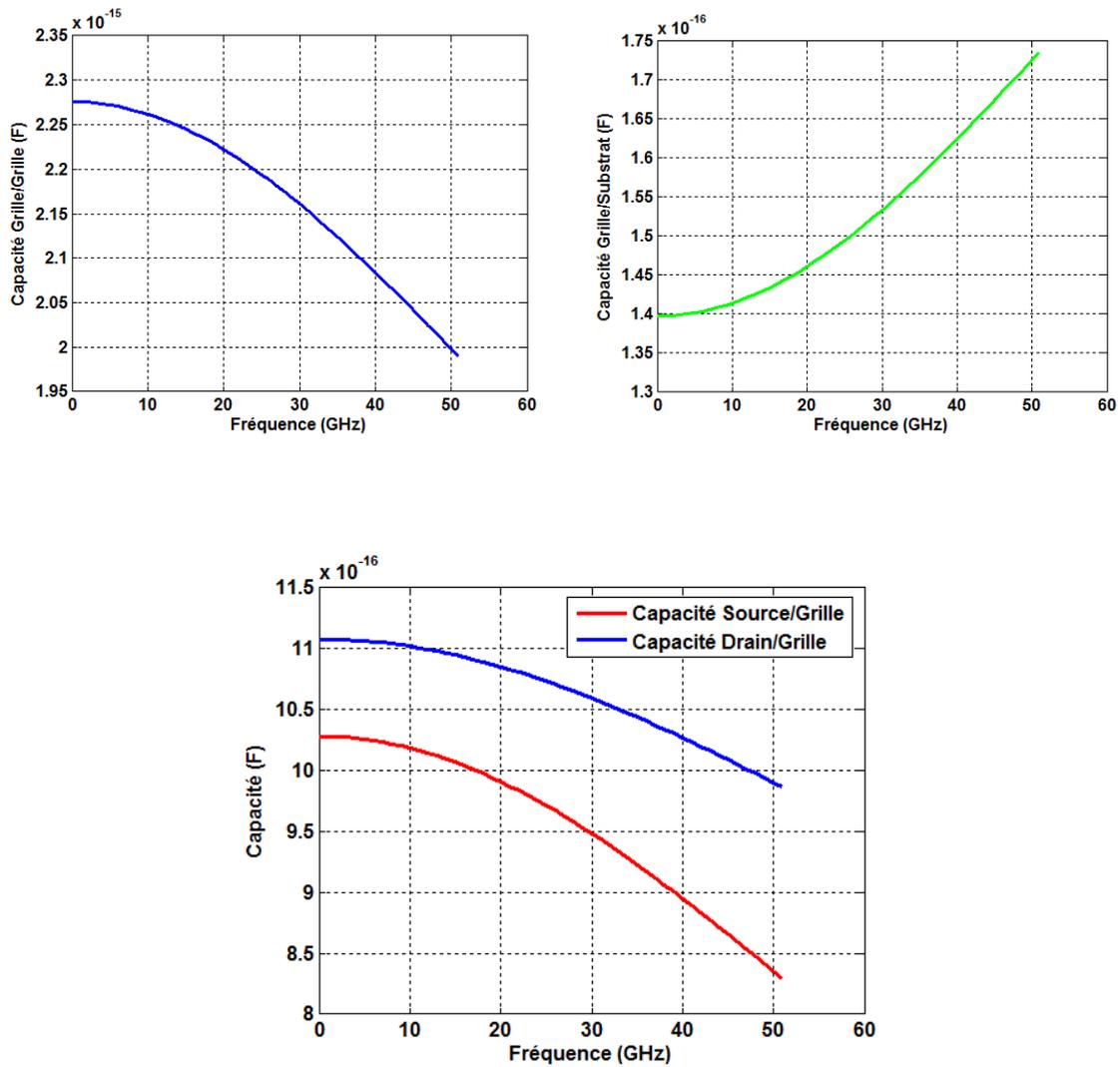


Figure (4.8) : Variation des différentes capacités interne du transistor MOS en fonction de la fréquence sur l'intervalle (0.1 GHz- 50GHz)

4.4.3. Extraction des fréquences f_{max} et f_t du transistor MOS

En hautes fréquences, le gain en courant en régime dynamique, reste l'un des paramètres fondamentaux pour caractériser les transistors.

Nous nous intéressons maintenant aux possibilités d'emploi du transistor en tant qu'amplificateur de courant hautes fréquences. Pour cela, examinons le comportement du rapport de transfert direct du gain en courant en source commune pour le régime petit signaux.

La figure (4.9) présente l'évolution du gain en courant avec la fréquence. Le gain en courant a été calculé à partir des paramètres S en utilisant l'expression (I.14) (§ chapitre 1).

De manière générale, le transistor se comporte comme un filtre passe bas. A faible fréquence, le gain en courant est élevé puis chute pour les hautes fréquences ($>20GHz$).

Nous remarquons qu'il y a deux plages de fréquences, où le transistor MOS fonctionne d'une manière différente.

Le transistor MOS présente une meilleure amplification sur l'intervalle de fréquences (0.1GHz-18.462GHz), au-delà de ce dernier le transistor se comporte comme un abaisseur. Le point de la fréquence qui sépare ces deux différents fonctionnements s'appelle la fréquence de transition : f_t , elle vaut dans le cas de cette technologie 18.462 GHz.

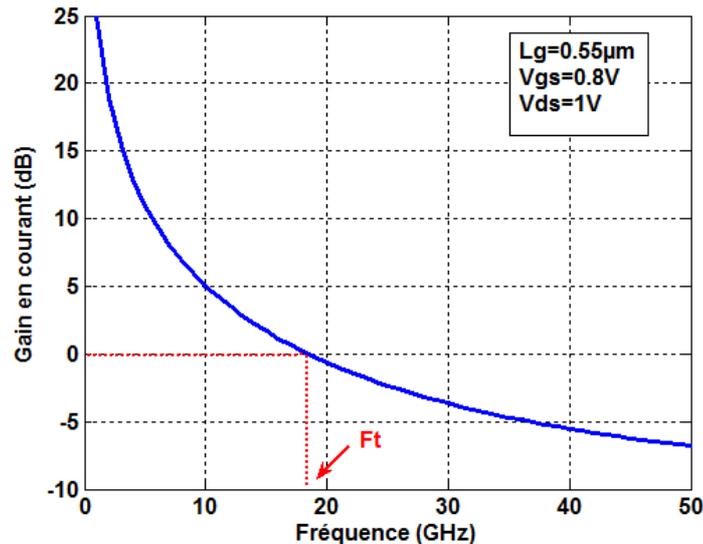


Figure (4.9) : Evolution du gain en courant du transistor MOS en fonction de la fréquence

Le gain fourni par un quadripôle est l'une des caractéristiques la plus importante que l'on peut déduire à partir des paramètres S . Le Gain Unilatéral de Mason correspond au gain en puissance maximal disponible pour un dispositif électronique. Il peut être directement déduit des paramètres S également.

Le gain en puissance maximal du transistor MOS est représenté en fonction de la fréquence sur la figure (4.10).

De même que pour le gain en courant, le gain en puissance maximal se comporte comme un filtre passe bas.

A partir de l'estimation du gain en puissance, on note que le transistor MOS devient passif à partir de la fréquence $f_{max}=129.167GHz$ et qui présente la fréquence d'oscillation maximale.

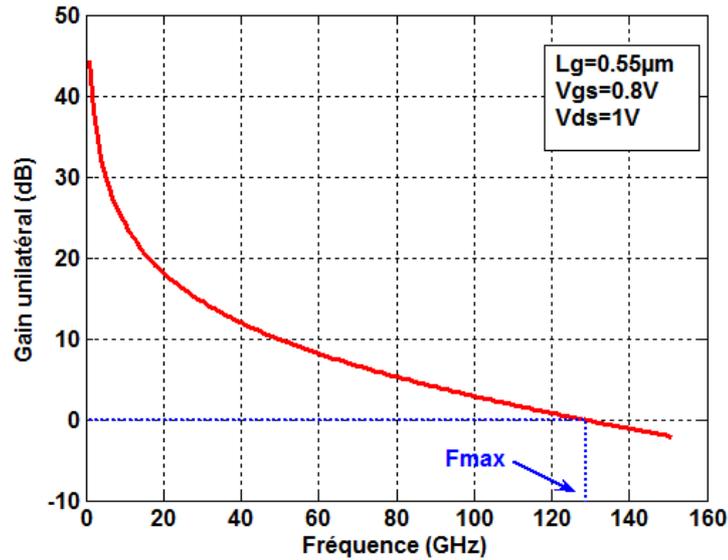


Figure (4.10) : Evolution du gain unilatéral du transistor MOS en fonction de la fréquence

4.4.4. Présentation du facteur de bruit du transistor MOS

Le facteur de bruit dans le model proposé, a été calculé d'une manière numérique, pour cela, on mélange à l'entrée du transistor, avec la gaussienne, un signal bruité qui contient la même gamme des fréquences que le signal d'entrée.

Le facteur de bruit NF du transistor MOS est illustré sur la figure (4.11), on remarque une évolution importante du facteur de bruit avec la fréquence, ce dernier devient supérieur à $3dB$ pour une fréquence supérieure ou égale à $28.856 GHz$. Au de-là, le bruit est négligeable devant la quantité du signal présent au niveau de la sortie du transistor.

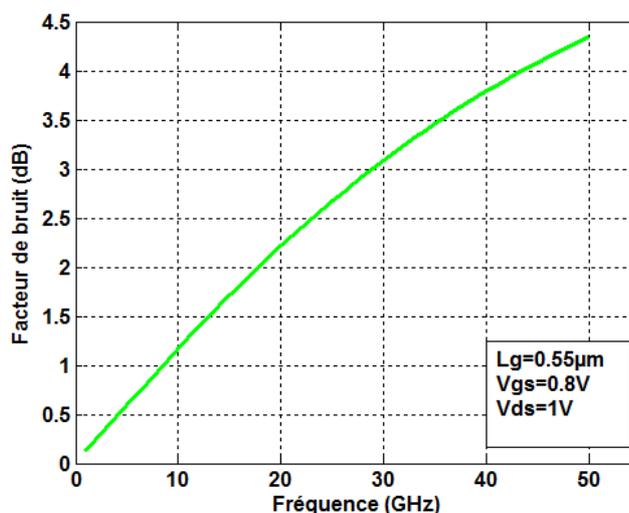


Figure (4.11) : Evolution du facteur de bruit du transistor MOS en fonction de la fréquence

4.4.5. Présentation du facteur de stabilité du transistor MOS

Le facteur de réflexion du transistor est différent de zéro. Ceci signifie qu'une partie du signal peut être réinjectée sur la grille. Le transistor devient autonome et se met à osciller, ce qui est bien évidemment à éviter. Pour traiter ce problème, on distingue les stabilités conditionnelles et inconditionnelles.

Mais pour juger l'efficacité de ce transistor en stabilité, il faut étudier sa stabilité dans toute la gamme de fréquences (1-100 GHz), le facteur de stabilité est illustré sur la figure (4.12)

Nous remarquons qu'il est inconditionnellement stable ($k > 1$) à partir de 55.435 GHz ce qui peut engendrer des oscillations indésirables. Pour améliorer la stabilité du transistor, nous devons charger le transistor de façon à diminuer son gain et donc augmenter le facteur de stabilité k . Une solution possible est de concevoir un circuit de polarisation tel qu'il influe peu sur le comportement du transistor aux fréquences où il est inconditionnellement stable, mais qui constitue en même temps une charge importante ailleurs de façon à abaisser le gain.

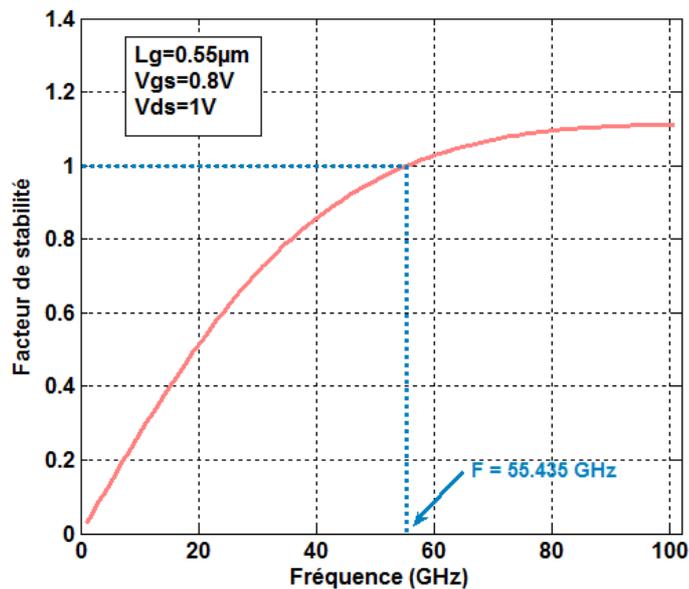


Figure (4.12) : Facteur de stabilité du transistor MOS sur l'intervalle de fréquences (0.1 GHz-50GHz)

4.4.6. Transistor MOS en technologie MMIC

Nous avons jusqu'à présent étudié le transistor MOS et ses interconnexions (lignes de transmissions, via...) d'une manière isolée. Il s'agit maintenant de les assembler afin de concevoir un circuit microonde fonctionnant dans l'intervalle de fréquences de 0.1 jusqu'à 50GHz .

Le circuit étudié est présenté sur la figure (4.13). Il s'agit d'un amplificateur où nous considérons les effets des interconnexions dans la gamme des fréquences [16].

Le circuit micro-ondes 3D correspond à une technologie MMIC (Monolithic Microwave Integrated Circuit). Le substrat considéré est en oxyde de silicium avec une épaisseur $100\ \mu\text{m}$ et une permittivité relative de 3.9 .

Le circuit proposé correspond à un amplificateur microondes et est composé de :

- ✓ Un transistor MOS. Il est représenté par deux sources de courant, l'un orientée suivant l'axe x et l'autre suivant l'axe y .
- ✓ Des traçons métalliques, utilisés pour connecter les différents éléments du circuit. Ces derniers sont modélisés comme des microstriplines avec une épaisseur de $35\ \mu\text{m}$.
- ✓ Le contact de la source et les résistances sont connectés avec le plan de masse à travers des vias (through silicon via).
- ✓ Les ports d'entrée et de sortie sont connectés à travers des lignes de transmissions d'une manière à avoir une résistance de charge de $50\ \Omega$ (pour assurer une adaptation d'impédance).
- ✓ L'excitation électromagnétique utilisée sur le port d'entrée est de type Gaussienne avec une fréquence maximale de $50\ \text{GHz}$.

La simulation numérique du circuit utilise un pas uniforme suivant les trois directions tel que $\Delta x = 0.189\text{mm}$, $\Delta y = 0.2\text{mm}$ et $\Delta z = 0.02\ \text{mm}$.

Des frontières absorbantes UPML sont placées aux bords du volume de calcul afin de modéliser l'espace ouvert. Dans les problèmes concernant les structures de propagation, il peut être utile de modéliser des structures infinies ou semi-infinies. Pour cela, les systèmes doivent être prolongés dans les couches UPML afin d'atténuer complètement le signal.

La condition PEC est ainsi appliquée sur les surfaces métalliques pour définir un conducteur parfait. Pour fixer un point de fonctionnement, le transistor MOS est polarisé par une tension de grille $V_{gs} = 0.8\text{V}$ et tension de drain $V_{ds} = 1\text{V}$ (correspond à un régime linéaire de fonctionnement).

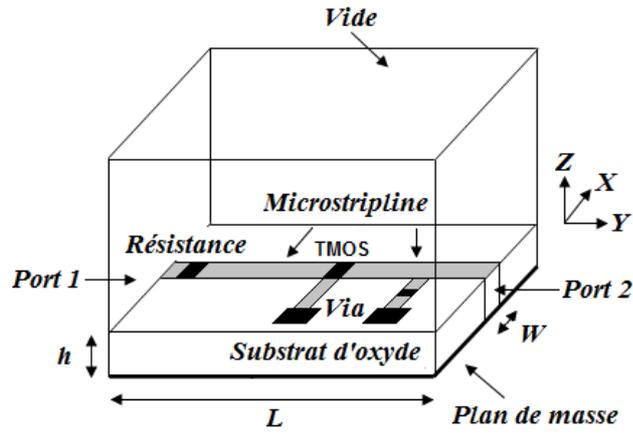


Figure (4.13) : Circuit microondes considéré

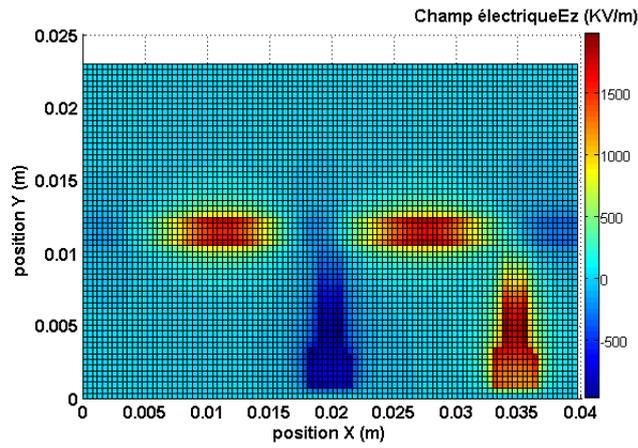
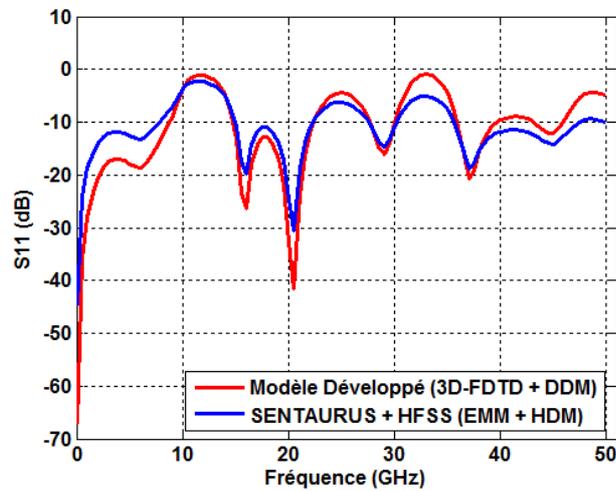


Figure (4.14) : Distribution du champ électrique à l'instant 700 itérations



(a)

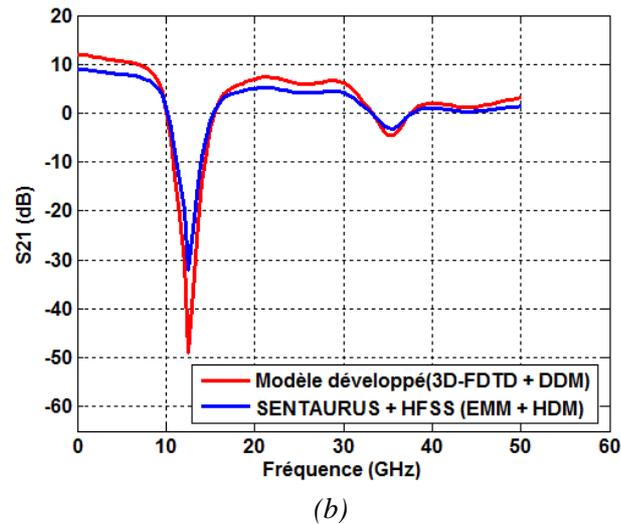


Figure (4.15) : Paramètres S du circuit microonde: (a) Coefficient de réflexion ; (b) Coefficient de transmission

La figure (4.14) présente la distribution de la composante verticale du champ électrique sur toute la surface interne du circuit microonde.

Les coefficients de transmission et de réflexion du circuit sont présentés sur la figure (4.15).

L'effet des interconnexions qui se trouvent dans le circuit proposé induisent une dissipation de la puissance (perte du gain) ainsi que l'apparition de nombreux pics de réflexions dues aux discontinuités rencontrées par le signal.

Les résultats obtenus avec le modèle développé sont en très bon accord avec ceux en utilisant les logiciels de simulations.

Les paramètres S du circuit passif ont été calculés avec le logiciel HFSS, et ceux du transistor MOS avec le logiciel SENTAURUS.

4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle de simulation numérique du transistor MOS fonctionnant en régime temporel basé sur la résolution tridimensionnelle des équations de Maxwell en utilisant la méthode FDTD. Le transistor MOS a été supposé comme un élément localisé dans le volume de calcul.

Cette étude nous a permis de remonter aux paramètres S et ainsi d'en déduire le comportement du transistor MOS en régime hyperfréquence, pour une gamme de fréquence allant de $0.1GHz$ à $50GHz$ avec une polarisation $V_{gs} = 0.8V$ et $V_{ds} = 1V$.

La matrice des paramètres S calculée, nous a permis d'extraire les principaux paramètres tels que les capacités intrinsèques, la fréquence de transition, la fréquence d'oscillation maximale, le facteur de bruit et le facteur de stabilité. Les paramètres extraits nous ont permis d'avoir de multiples informations sur le composant et sur son intégration dans un circuit microonde.

Pour autant, l'étude de ce transistor en régime dynamique ne pourrait être complète sans la poursuite de ce travail.

Nous avons pu déterminer les distributions du champ électrique ainsi que la matrice des paramètres S du circuit microonde proposé.

A partir des résultats obtenus, nous avons pu voir les effets des interconnexions dans un circuit microonde.

La comparaison des résultats obtenus par notre modèle développé avec ceux donnés par des logiciels de commerce type SENTAURUS et HFSS relève la validité et la fiabilité du modèle proposé.

Références bibliographiques du chapitre 4

- [1] **T.H. Lee**, “*The Design Of CMOS Radio-Frequency Integrated Circuits*”, 2nd edition, ISBN: 978-0521835398, Cambridge University press, (1998).
- [2] **T. Ytterdal, Y. Cheng and T. A. Fjeldly**, “*Device Modeling For Analog And RF CMOS Circuit Design*”, John Wiley & Sons Ltd, ISBN: 0-471-49869-6, (2003).
- [3] **M. J. Deen and T. A. Fjeldly**, “*CMOS RF Modeling, Characterization And Applications*”, British Library Cataloguing-in-Publication Data, ISBN: 981-02-4905-5, (2002).
- [4] **F. Lacroux**, “*Contribution à la Modélisation D’éléments Localisés Pour Les Simulations Electromagnétiques En transitoire. Application En Millimétrie Et Au Transport D’énergie Sans Fil*”, Thèse de doctorat, Université de limoges, (2005).
- [5] **W. Thiel and L. Katehi**, “*Some Aspects of Stability and Numerical Dissipation Of The Finite-Difference Time-Domain (FDTD) Techniques Including Passive And Active Lumped Elements*”, IEEE Transactions on microwave and Techniques, Vol. 5, No. 9, pp. 2159-2165, (2002).
- [6] **J. MIX, J. DIXON, Z. POPOVIC and M. PIKET-MAY**, “*Incorporating non linear lumped elements in FDTD : the equivalent source method*”, International Journal of Numerical Modelling : Electronic Networks, Devices and Fields, Vol. 12, Issue 1-2, pp. 157-170, (1999).
- [7] **M. Picket-May, A. Taflove and J. BARON**, “*FD-TD Modeling Of Digital Signal Propagation In 3-D Circuits With Passive And Active Loads*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 42, No. 8, pp. 1514-1523, (1994).
- [8] **S. Wu, G. Huang, L. Cheng and C. Chang**, “*Characterization Of 2-Port Configuration Mosfet’s Amplifiers By 4-Port Measurement*”, Proc. Asia-Pacific Microwave Conf, (2003).
- [9] **X. Ye, J. L. Drewnaik**, “*Incorporating Two-Port Networks With S-Parameters Into FDTD*”, IEEE Transaction on Microwave and Wireless Components, vol. 11, pp.77-79, (2001).
- [10] **A. V. Oppenheim, R. W. Schafer**, “*Discrete-Time Signal Processing*”, Prentice Had, (1989).

- [11] **X. Zhang and K. K. Mei**, “*Time-Domain Finite Difference Approach To The Calculation Of The Frequency-Dependent Characteristics Of Microstrip Discontinuities*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique, Vol.36, No. 12, pp. 1775-1787, (1988).
- [12] **S. Hung-Min Jen, C. C. Enz, D. R. Pehlke, M. Schröter and B. J. Sheu**, “*Accurate Modeling And Parameter Extraction For MOS Transistors Valid Up To 10 GHz*”, IEEE Transactions on Electron Devices, vol. 46, no. 11, pp. 2217-2227, (1999).
- [13] **E. San Andrés, L. Pantisano and J. Ramos**, “*RF Split Capacitance–Voltage Measurements Of Short-Channel And Leaky MOSFET Devices*”, IEEE electron device letters, Vol. 27, No. 9, pp.772- 774, (2006).
- [14] **G. Dambrine**, “*Caractérisation Des Composants Hyperfréquences En Régime De Fonctionnement Linéaire*”, Habilitation à diriger des recherches en sciences, université de Lille I, (1996).
- [15] **C. Enz, and Y. Cheng**, “*MOS Transistor Modeling For RF IC Design*”, IEEE Transactions On Solid-State Circuits, Vol. 35, No. 2, pp.186- 201, (2000).
- [16] **I. Bahl**, “*Lumped Elements For RF And Microwave Circuits*”, 1st Edition, Artech House, Inc, ISBN: 1-58053-309-4, (2003).

Conclusion Générale

Les travaux présentés dans ce manuscrit concernent l'analyse électromagnétique et les techniques de modélisation numérique appliquées aux transistors MOS présents dans les circuits hyperfréquences.

En effet, les systèmes de télécommunications intègrent différentes fonctions : circuits actifs, lignes de transmissions...etc. Le rapprochement de ces fonctions dans un espace de calcul tridimensionnel peut poser quelques problèmes de modélisation (problèmes de convergence, problème liés aux approches mathématiques...etc).

Ainsi, dans l'objectif de pouvoir modéliser précisément ce type de dispositif, une approche plus globale, reposant sur des modèles électromagnétiques et circuits actifs, a été développée avec le logiciel MATLAB.

Les outils numériques auxquels nous nous sommes intéressés reposent sur la résolution couplée des équations de Maxwell et des équations du semiconducteur, dans le domaine temporel. Ainsi, des modélisations comprenant des éléments localisés non linéaires ont été réalisées dans le domaine temporel. Cette modélisation nous a permis d'extraire les principaux paramètres du transistor MOS dans les domaines statique, temporel et fréquentiel. Afin de satisfaire le cahier de charges, nous avons simulé le fonctionnement du transistor dans un amplificateur dans la gamme des fréquences entre $0.1GHz$ à $50GHz$ en technologie MMIC (Circuit Intégrés Monolithiques Micro-ondes).

Ainsi, le premier chapitre nous a permis de mettre en évidence les propriétés physiques et électriques des transistors MOS utilisés pour la réalisation des dispositifs hyperfréquences (amplificateur à faible bruit, oscillateurs à hautes fréquence, etc...).

Dans un premier lieu, nous avons procédé à une caractérisation électrique en régime statique du composant considéré. Par la suite, nous avons décrit les principales propriétés électriques du modèle petit-signal (paramètres S , gain unilatéral, facteur de stabilité, etc...).

Finalement, nous avons étudié les différentes structures de propagation microondes correspondant aux interconnexions et lignes de transmission. Ceci a permis de mettre en évidence l'influence des interconnexions (paramètres extrinsèques) sur le fonctionnement du transistor MOS pour des fréquences très élevées.

Le deuxième chapitre était consacré à la modélisation du transistor MOS dans le domaine temporel. Nous avons présenté le principe des différences finies en développant la discrétisation spatiale et temporelle des équations du semiconducteur (Poisson et continuité des porteurs libres) de telle manière à avoir un système d'équations implicite. Les trois systèmes obtenus ont été résolus en se basant sur l'algorithme de Gummel. Chaque système a été résolu, ensuite, en utilisant la méthode SOR (Successive Over Relaxation).

Les résultats obtenus par le modèle développé ont été présentés et comparés favorablement à ceux obtenus par un simulateur de référence (ISE-TCAD). Ainsi, les caractéristiques électriques du transistor MOS (courant de drain) ont été présentées dans les deux régimes de fonctionnement statique et transitoire.

A partir du modèle développé, nous pouvons d'une part déterminer les principaux paramètres intrinsèques du transistor MOS en régime statique et d'autre part étudier le fonctionnement du composant dans le domaine temporel (temps de stabilité, réponse temporelle,...).

Dans le chapitre 3 nous avons développé un modèle numérique permettant de modéliser des structures microondes (lignes de transmissions, via,...) en utilisant la méthode FDTD.

A partir de ce modèle ainsi établi, nous avons pu déterminer les principaux paramètres d'une structure microonde (matrice S , matrice Z ,...).

D'autre part, nous avons montré que le comportement des circuits actifs a pu être modélisé dans le volume FDTD et aux fréquences millimétriques à l'aide de l'approximation des éléments localisés. Cette technique a fourni d'excellents résultats sur une gamme de fréquence allant du continu jusqu'à $50GHz$.

La plupart des résultats obtenus ont été présentés et comparés favorablement avec ceux obtenus par des simulateurs de référence (COMSOL et SILVACO).

Dans l'objectif de créer une plateforme de simulation globale, le chapitre 4 a permis de montrer l'approximation utilisée pour la modélisation du transistor MOS dans le domaine temporel en introduisant le modèle électromagnétique (équations de Maxwell).

En effet, ce modèle nous a permis de remonter aux paramètres S du transistor MOS pour une gamme de fréquence allant de $0.1GHz$ à $50GHz$.

Ce dernier nous a permis d'extraire les principaux paramètres tels que les capacités intrinsèques, la fréquence de transition, la fréquence d'oscillation maximale, le facteur de bruit et le facteur de stabilité. Les paramètres obtenus nous ont permis d'avoir de multiples informations sur le composant et sur son intégration dans un circuit microonde.

De plus, nous avons simulé le fonctionnement du transistor MOS dans un circuit microonde (amplificateur) en utilisant la méthode 3D-FDTD où le transistor est considéré comme un élément localisé.

Nous avons aussi pu déterminer les distributions du champ électrique ainsi que la matrice des paramètres S du circuit microonde proposé.

A partir des résultats obtenus, nous avons pu voir les effets des interconnexions sur un circuit microonde.

La comparaison des résultats obtenus par le modèle développé avec ceux donnés par des logiciels de commerce type ISE-TCAD et HFSS relèvent la validité et la fiabilité du modèle et programme proposé.

En ce qui concerne le future, d'excellentes perspectives se dégagent, ci-dessous :

- ✓ introduction de méthodes numériques plus performant, afin d'améliorer la précision et la rapidité du modèle développé.
- ✓ généralisation des techniques d'insertion des éléments localisés afin de pouvoir simuler des circuits plus complexes.
- ✓ il faut notamment passer par l'expérimentation, en réalisant un banc de mesure, afin de justifier et améliorer les programmes développés.

Production Scientifique au cours de cette thèse

Revues Internationales

- 1- **Samir Labiod**, Saida Latreche and Christian Gontrand, " Numerical modeling of MOS transistor with interconnections using lumped element-FDTD method," *Microelectronics Journal*, Vol. 43, Impact Factor: 0.919, December 2012, pp 995-1002.
- 2- **Samir Labiod**, Saida Latreche, Mourad Bella and Christian Gontrand, " Combined Electromagnetic and Drift Diffusion Models for Microwave Semiconductor Device," *Journal of Electromagnetic Analysis and Applications*, Vol. 03, N°10, Impact Factor: 0.26, October 2011, pp 423-429.

Communications Internationales:

- 1- Saida Latreche, **Samir Labiod**, and C. Gontrand, " Optimization of an intense magnetic environment effect on the electrical characteristics of a MOS transistor," *The Second international Meeting on Optimization Modelization and Approximation (MOMA2009)*, Casablanca, Morocco, November 19-21, 2009.
- 2- Saida Latreche, **Samir Labiod**, and C. Gontrand, " Numerical Simulation of MOS Transistor Using Finite Difference In Time-Domain," *1st International Symposium on Computing in Science & Engineering (ISCSE2010)*, Izmir, Turkey, June 3-5, 2010.
- 3- Saida Latreche, **Samir Labiod**, and C. Gontrand, " Electromagnetic Wave Effect On Semiconductor Device: FDTD Method," *10th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering (CMMSE2010)*, Almeria, Spain, June 26-30, 2010.
- 4- **Samir Labiod**, Saida Latreche, Mourad Bella, M. R. Beghoul and C. Gontrand, " Combination of device numerical modeling with full-wave electromagnetic," *11th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering (CMMSE2011)*, Benidorm, Spain, June 26-30, 2011.

- 5- Mourad Bella; Saida Latreche and **Samir Labiod**, "Nanoscale DGMOS modeling," 11th International Conference on Computational and Mathematical Methods in Science and Engineering (CMMSE2011), Benidorm, Spain, June 26-30, 2011.

- 6- **Samir Labiod**, Saida Latreche and Christian Gontrand, "Electromagnetic Full-Wave Coupled With Semiconductor Device," First International Conference on New Materials and Active Devices Premier Congrès International sur les Nouveaux Matériaux et les Composants Actifs (NMCA2011), Oum El-bouaghi, Algeria, May 23-25, 2011.

- 7- **Samir Labiod**, Saida Latreche, Billel Smali, MR Beghoul and C. Gontrand, "Numerical modeling of MOS transistor using implicit finite difference-time domain method," 24th International Conference of Microelectronics (ICM2012), Algiers, Algeria, December 17-20, 2012.

- 8- Billel Smali, Saida Latreche, **Samir Labiod**, "Compact modeling of long channel Double Gate MOSFET Transistor," 24th International Conference of Microelectronics (ICM2012), Algiers, Algeria, December 17-20, 2012.

Résumé

La réduction régulière de la taille des transistors MOS engendre une faible consommation de puissance électrique et ainsi atteignent des fréquences de coupures très élevées. Ces performances les rendent intéressants pour des applications hyperfréquences.

Les travaux effectués lors de cette thèse portaient sur l'étude des aptitudes de la technologie CMOS $0,55 \mu m$ pour des applications hyperfréquences atteints jusqu'à $50 GHz$.

La modélisation du transistor MOS est effectuée à l'aide d'un code de simulation bidimensionnelle développé avec le logiciel MATLAB. Ce programme est basé sur l'algorithme de Gummel pour la résolution séquentielle des équations du semi-conducteur qui sont discrétisées selon le schéma de Backward-Euler dans les domaines spatial et temporel.

Nous avons ainsi proposé ainsi une méthode de couplage qui permet d'étudier le fonctionnement d'un transistor MOS avec une analyse électromagnétique globale dans le domaine temporel en utilisant la méthode LE-FDTD dans un espace tridimensionnel.

Les paramètres S et les capacités internes du transistor MOS sont calculés et tracés pour différentes harmoniques, ainsi que d'autres principaux paramètres tels que la fréquence de transition, la fréquence d'oscillation maximale, le facteur de stabilité et le facteur de bruit.

Dans un second temps, nous avons étudié le fonctionnement sous-circuit du transistor MOS en hyperfréquence en prenant en compte l'effet des interconnexions (lignes de transmissions, ligne de transmission avec via,...).

La comparaison des résultats obtenus par notre modèle développé avec ceux donnés par des logicielles de commerce type SENTAURUS et HFSS relève la validité et fiabilité du modèle proposé.

Mots Clés :

Transistor MOS, Modèle de dérive-diffusion, Equations de Maxwell, La méthode de Gummel, La méthode LE-FDTD.

Abstract

The steady reduction in the size of MOS transistors leads to low electrical power consumption and very high cutoff frequencies. These performances make them attractive for microwave applications.

This work is focused on the study of 0.55 μm CMOS technology skills for microwave applications up to 50 GHz.

The modeling of the MOS transistor is made using a two-dimensional simulation code developed with MATLAB software. This program is based on the Gummel algorithm for the sequential solving of the semiconductor equations which are discretized by Backward-Euler scheme in spatial and temporal domains.

We proposed also a coupling method that allows studying the MOS transistor functioning with a global electromagnetic analysis in the time domain using LE-FDTD in three-dimensional space.

The S-parameters and the internal capacities of the MOS transistor are calculated and plotted for different harmonics, and also other important parameters such as the transition frequency, the maximum oscillation frequency, the stability factor and the noise factor.

In the other hand, we studied the sub-circuit functioning of the MOS transistor in microwave taking into account the effect of the interconnections (transmission lines, via ...).

The comparison of the results obtained by our model with those given by commercial software (SENTAUSUS and HFSS) raises the validity and the reliability of the proposed model

Key Words:

MOS Transistor, Drift-diffusion model, Maxwell's equations, Gummel's method, LE-FDTD method.

ملخص

التناقص المستمر في حجم الترانزستورات من نوع *MOS* ذو بوابة واحدة أدى الى انخفاض في استهلاكها للطاقة الكهربائية و إلى بلوغها ترددات قطع عالية جدا. هذا الاداء جعل منها عناصر جد مهمة في التطبيقات ذات الترددات العالية.

تركز العمل في هذه الأطروحة على دراسة الكفاءة التكنولوجية ل (*CMOS 0.55μm*) من أجل التطبيقات ذات الترددات العالية التي تصل إلى *50 GHz*.

برمجة الترانزستور تمت بواسطة برنامج محاكاة ثنائي الأبعاد. يركز هذا البرنامج على خوارزمي *Gummel* للحل المتتابع للمعادلات الخاصة بأنصاف النواقل التي تمت معالجتها وفقا لطريقة *Backward-Euler* في الفضاء الزمني والمكاني. البرمجة تمت بواسطة *MATLAB*.

قمنا أيضا بطرح طريقة تزواج بين معادلات أنصاف النواقل و معادلات مكسوال تسمح بدراسة عمل الترانزستور مع تحليل كهرومغناطيسي عام في الفضاء الزمني وذلك باستعمال طريقة *LE-FDTD* في فضاء ثلاثي الأبعاد.

تم حساب ورسم المعايير المصفوفة *S* وسعة المكثفات الداخلية للترانزستور من أجل ترددات مختلفة و كذلك معايير أساسية أخرى مثل تردد الانتقال، تردد الاهتزاز الأقصى معامل الاستقرار ومعامل الضجيج.

قمنا من جهة أخرى بدراسة عمل الترانزستور في دارة كهربائية في مجال تردد عالي مع الأخذ بعين الاعتبار تأثير الوصلات (خطوط النقل خطوط النقل مع وجود رابط...).

مقارنة النتائج المتحصل عليها من طرف النموذج المقترح في هذا العمل مع أخرى متحصل عليها بواسطة برمجيات تجارية مثل (*SENTAURUS, HFSS*) أثبتت صلاحية و موثوقية النموذج المقترح.

الكلمات المفتاحية:

ترانزستور *MOS*، نموذج الاشتقاق و الانتشار، معادلات ماكسويل، طريقة *Gummel*، طريقة *LE-FDTD*.