



N° d'ordre : 84/ DS / 2022
N° de série : 02 / GM / 2022

THÈSE

Présentée pour l'obtention du diplôme de

DOCTORAT EN SCIENCES

Spécialité : Génie Mécanique

Option : Energétique

THÈME:

**Etude numérique de la convection mixte
turbulente application à la ventilation des
cavités chauffées**

PAR

Mohamed CHAOUR

Soutenue le 25 / 09 / 2022

Devant le jury :

Président :

Mr. Mahfoud KADJA Prof. Université des Frères Mentouri de Constantine

Directeur de Thèse :

Mr. Saadoun BOUDEBOUS Prof. Université Larbi Ben M'hidi d'Oum El Bouaghi

Rapporteur :

Mr. Omar KHOLAI Prof. Université des Frères Mentouri de Constantine

Examineurs :

Mr. Kamel TALBI Prof. Université des Frères Mentouri de Constantine

Mr. Brahim MAHFOUD Prof. Université Akli Mohand Oulhadj de Bouira

Mr. Yassine KABAR Prof. École Nationale Polytechnique de Constantine

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ
الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على أشرف المرسلين وخاتم النبيين
سيدنا محمد وعلى آله وصحبه ومن تبعهم بإحسان إلى يوم الدين.

Dédicaces

Je dédie ce Thèse

À

....Ma chère mère

.... Et mon cher père

.... Ma chère femme

.... mes chères enfants

....mes chères sœurs

... toute ma famille et amis

Merci à tous

Mohamed

Remerciement

Tout d'abord, je remercie infiniment le bon dieu "ALLAH" puissant, de la bonne santé, la volonté et la patience qu'il m'a données tout le long de mes études.

Je remercie énormément mon encadreur Monsieur S. BOUDEBOUS, Professeur à l'Université d'Oum El Bouaghi, d'avoir partagé avec moi son expérience si vaste, ainsi que sa compétence technique dans un domaine pour lequel, grâce à lui, je me suis passionnée. Il m'a conduit, en toute sérénité, à l'aboutissement de cette thèse à travers ses conseils et m'a assuré les meilleures conditions de travail. Je lui suis profondément reconnaissant pour sa disponibilité, ses encouragements, ses conseils, ses critiques, ses qualités humaines et sa bonne humeur.

Je tiens à remercier tout particulièrement le Professeur O. KHOLAI pour avoir accepté la poursuite de l'encadrement, pour ses conseils et avec qui j'ai eu l'occasion d'échanger un grand nombre de points de vue.

Un remerciement particulier à Monsieur M. KADJA, Professeur à l'Université des Frères Mentouri Constantine 1, pour l'honneur qu'il me fait d'avoir accepté d'examiner mon travail et de présider le jury de ma soutenance.

Je tiens d'exprimer mes sincères gratitudeux aux membres de jury: Monsieur K. TALBI, Professeur à l'Université des Frères Mentouri Constantine 1, Monsieur Y. KABAR, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique de Constantine, Monsieur B. MAHFOUD, Maître de Conférences à l'Université Akli Mohand Oulhadj de Bouira, Je tiens à les remercier infiniment d'avoir accepté de faire partie du jury et pour avoir consacré une partie de leurs temps pour lire, évaluer et juger ce travail.

Je tiens à adresser ma plus profonde reconnaissance à Monsieur Farid Gaci, Maître de Conférences à l'Université des Frères Mentouri Constantine 1 et Monsieur Hassan GUENDOZ, Maître de Recherche au Centre de Recherche en Mécanique de Constantine, pour m'avoir donné leurs précieux avis scientifiques. Je les remercie pour leurs disponibilités et leurs conseils dans les moments les plus difficiles.

Je n'oublie pas de remercier mes collègues Sofiane BOULKROUNE, Abdelkader FILALI et Billel HAMADI pour leurs aides et conseils et avec qui j'ai toujours passé de très bons moments. Je tiens à les remercier vivement pour leurs bonnes humeurs et le partage de connaissances.

Enfin, un très grand merci à ma femme et à mes parents pour leur soutien permanent et pour bien d'autres choses sortant du cadre de cette thèse.

ملخص

يقدم هذا العمل دراسة عددية ثنائية الأبعاد لظاهرة الحمل الحراري المختلط الرقائقي والمضطرب في تجويف مربع مهوى. تشمل الهندسة المدروسة على ثلاث كتل تبديد الحرارة بتأثير جول ناتجة عن مرور التيار الكهربائي عند درجة حرارة ثابتة مرتبة على الجدار العمودي الأيمن. تعتبر جميع الأجزاء الأخرى من جدران التجويف معزولة حرارياً. الهدف من هذه الرسالة هو تحديد أفضل الظروف لضمان تبريد أكثر كفاءة للتجويف. تنقسم هذه الأطروحة إلى قسمين رئيسيين. يتناول الجزء الأول الحمل الحراري المختلط في النظام الرقائقي. تم نمذجة هذا الجزء من خلال معادلات دالة التيار والدوامية والطاقة، وتم تقديره بطريقة الفروق المنتهية. تم حل نظام المعادلات التي تم الحصول عليها باستخدام تقنية المسح سطرًا بسطر بناءً على خوارزمية توماس (TDMA) التقديرية عن طريق تطوير و تنفيذ برنامج الحساب بلغة "الفورترون". المحور الثاني والأهم يتعلق بالدراسة البارامترية للحمل الحراري المختلط المضطرب. يتم إنشاء معادلات النموذج الرياضي المدروس وتقديرها بطريقة الحجم المنتهية باستخدام البرنامج الرقمي التجاري "فلونت". نموذج الإضطراب $k-\epsilon$ القياسي تم اختياره لنمذجة إجهادات رينولدز وتم استخدام خوارزمية "سيمبل" للتغلب على اقتران السرعة والضغط. بعد التحقق من صحة أكواد الحساب من خلال النتائج التجريبية المنشورة، تم إجراء العديد من المعاينات العددية من أجل دراسة أثار: ترتيبات مصادر الحرارة داخل التجويف، موقع مدخل ومخرج السائل، عدد براندل و عدد ريتشاردسون في المجالات الحرارية والديناميكية.

النتائج المتعلقة بمجالات التدفق والحقل الحراري وكذلك رقم نيسلت تم عرضها ومناقشتها لكل من الأنظمة الرقائقية والمضطربة. يسلط تحليل النتائج التي تم الحصول عليها الضوء على الظروف المختلفة لتحسين إزالة الحرارة من داخل التجويف.

الكلمات المفتاحية: الحمل الحراري المختلط، الأنظمة الصفائحية والمضطربة، التجويف المربع المهوى، طريقة

الفروق المنتهية، طريقة الحجم المنتهية، نموذج $k-\epsilon$ القياسي.

Abstract

This work presents a two-dimensional numerical study of the phenomena of mixed laminar and turbulent convection in a ventilated square cavity. The geometry considered consists of three blocks dissipating heat by Joule effect at a constant temperature generated by an electric current arranged on the right vertical wall. All other parts of the cavity walls are considered adiabatic. The objective of this thesis is to characterize the best conditions to ensure a more efficient cooling of the cavity. This thesis work is divided into two main parts. The first part deals with mixed convection in laminar regime. This part is modeled by the current function, vorticity and energy equations, and discretized by the finite difference method. The resulting system of equations is solved by the line-by-line scanning method based on the Thomas algorithm (TDMA) by running a computational program developed in FORTRAN language. The second and most important one concerns a parametric study of the turbulent mixed convection. The equations of the considered mathematical model are established and discretized by the finite volume method under the commercial numerical calculation code FLUENT. The turbulence standard k- ϵ model is chosen to model the Reynolds constraints and the Simple algorithm is used to overcome the velocity - pressure coupling. After validation of the numerical codes with published experimental results, several numerical investigations were carried out to study the effect of: heat source arrangements inside the cavity, the location of fluid entry and exit, the Prandtl number and the Richardson number on the thermal and dynamic fields.

The results concerning the flow fields, the thermal field as well as the Nusselt number were presented and discussed for both laminar and turbulent regimes. Analysis of the results obtained highlights the various conditions for better heat removal from the interior of the cavity.

Keywords: Mixed convection, laminar and turbulent regimes, ventilated square cavity, finite differences method, finite volumes method, standard k- ϵ model.

Résumé

Ce travail présente une étude numérique bidimensionnelle des phénomènes de la convection mixte laminaire et turbulente dans une cavité carrée ventilée. La géométrie considérée comporte trois blocs dissipent la chaleur par effet de Joule à une température constante générée par un courant électrique disposés sur la paroi verticale droite. Toutes les autres parties des parois de la cavité sont considérées adiabatiques. L'objectif de cette thèse est de caractériser les meilleures conditions pour assurer un refroidissement de la cavité plus efficace. Ce travail de thèse est divisé en deux grandes parties. La première partie porte sur la convection mixte en régime laminaire. Cette partie est modélisée par les équations de la fonction de courant, la vorticité et d'énergie, et discrétisée par la méthode des différences finies. Le système d'équations ainsi obtenu est résolu par la méthode du balayage ligne par ligne basée sur l'algorithme de Thomas (TDMA) en exécutant un programme de calcul élaboré en langage FORTRAN. La deuxième et la plus importante porte sur une étude paramétrique de la convection mixte turbulente. Les équations du modèle mathématique considéré sont établies et discrétisées par la méthode des volumes finies sous le code de calcul numérique commercial FLUENT. Le modèle de turbulence k-à standard est choisi pour modéliser les contraintes de Reynolds et l'algorithme Simple est utilisé afin de surmonter le couplage vitesse – pression. Après validation des codes de calcul par des résultats expérimentaux publiés, plusieurs investigations numériques ont été menées afin d'étudier les effets de : les dispositions des blocs chaudes à l'intérieur de la cavité, l'emplacement de l'entrée et de la sortie du fluide, le nombre de Prandtl et le nombre de Richardson sur les champs thermique et dynamique.

Les résultats concernant les champs d'écoulement, le champ thermique ainsi que le nombre de Nusselt ont été présentés et discutés pour les deux régimes laminaire et turbulent. L'analyse des résultats obtenus met en évidence les déférentes conditions pour une meilleure évacuation de la chaleur de l'intérieur de la cavité.

Mots clés : Convection mixte, régimes laminaire et turbulent, cavité carrée ventilée, méthode des différences finies, méthode des volumes finis, model k-à standard.

SOMMAIRE

Dédicaces	i
Remerciement	ii
ملخص	iii
Abstract	iv
Résumé	v
Sommaire	vi
Nomenclature	ix
Liste des tableaux	xi
Liste des figures	xii
Introduction générale	1

Chapitre I : GENERALITE ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

I.1. Généralité	3
I.1.1. Rappel sur la convection	3
I.1.1.1. La convection	3
I.1.1.2. La convection naturelle	3
I.1.1.3. La convection forcée	3
I.1.1.4. Les applications de la convection	4
I.2. Revue bibliographique	4
I.2.1. Partie I : Convection mixte laminaire dans les cavités ventilées	5
I.2.2. Partie II : Convection mixte turbulente dans les cavités ventilées	13
I.2.3. Partie III : Refroidissement des blocs dans les canaux	20
I.2.4. Partie IV : Refroidissement des blocs dans les cavités ventilées	29
I.3. Objectif du travail	37

Chapitre II : FORMULATION MATHEMATIQUE

II.1. Introduction	38
II.2. Configuration Géométrique	38
II.3. Modèle mathématique du régime laminaire	39
II.3.1. Eléments mathématiques de base (équations gouvernantes)	39

II.3.1.1. Equation de continuité	39
II.3.1.2. Equation de quantité de mouvement	39
II.3.1.3. Equation de l'énergie	40
II.3.2. Modèle mathématique et équations dimensionnelles	40
II.3.2.1. Hypothèses simplificatrices	40
II.3.2.2. Equations dimensionnelles	41
II.3.3. Equations adimensionnelles	41
II.3.4. Formulation fonction de courant ψ - vorticité ω	42
II.3.4.1. Equation de la vorticité ω	42
II.3.4.2. Equation de la fonction de courant ψ	43
II.3.5. Coefficient de transfert de chaleur	44
II.3.6. Conditions aux limites	44
II.4. Modèle mathématique du régime turbulent	45
II.4.1. Hypothèses simplificatrices	45
II.4.2. Décomposition de Reynolds et équation moyennes	45
II.4.3. Modèle de turbulence	49
II.4.4. Modèle de turbulence k- ϵ standard	50
II.4.5. Conditions aux limites	51

Chapitre III : METHODES NUMERIQUES

III.1. Introduction	53
III.2. Choix de la méthode numérique	53
III.3. Méthode numérique du régime laminaire	53
III.3.1. Méthodes des différences finies	53
III.3.2. Maillage	54
III.3.3. Discrétisation des équations différentielles de transport	54
III.3.3.1. Expressions des différentes dérivées	54
III.3.3.2. Principe de la méthode des directions alternées implicite A.D.I	56
III.3.3.3. Discrétisation de l'équation d'énergie	56
III.3.3.4. Discrétisation de l'équation de vorticité	58
III.3.3.5. Discrétisation de l'équation de fonction de courant	61
III.3.3.6. Discrétisation des composantes des vitesses	61
III.3.3.7. Expressions des conditions aux limites	62
III.3.3.8. Détermination du coefficient de transfert thermique	62
III.3.4. Organigramme	62

III.4. Méthode numérique du régime turbulent	64
III.4.1. Méthodes des volumes finies	64
III.4.2. Code de calcul CFD	64
III.4.3. Maillage	64
III.4.4. Discrétisation des équations différentielles de transport	66
III.4.5. Schéma numérique	69
III.4.5.1. Fonction $A(P)$ pour différents schémas numériques	70
III.4.5.2. Choix de schéma numérique	70
III.4.5.3. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse	71
III.4.5.4. Algorithme SIMPLE	71
III.4.5.5. Paramètre de contrôle de la convergence	71
III.4.6. Conclusion	72

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. Introduction	73
IV.2. Régime laminaire	73
IV.2.1. Choix du maillage	73
IV.2.2. Validation	74
IV.2.3. Résultats : Discussion et analyse	76
IV.2.3.1 Effet de la distance entre les blocs	78
IV.2.3.2 Effet de l'emplacement d'entrer et sortie du fluide	84
IV.2.3.3 Effet du nombre de Prandtl et de Richardson	90
IV.3. Régime turbulent	97
IV.3.1. Choix du maillage	97
IV.3.2. Validation	97
IV.3.3. Résultats : Discussion et analyse	100
IV.3.3.1 Effet de la distance entre les blocs	101
IV.3.3.2 Effet de l'emplacement de sortie du fluide	106
Conclusion générale	114
Références bibliographiques	116

Nomenclature

C_p	chaleur spécifique à pression constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
d_w	épaisseur des blocs, m
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$
Gr	Nombre de Grashof
H	Hauteur dimensionnelle de la cavité, m
h	distance entre blocs, m
h_e	largeur de l'entrée et de sortie de fluide, m
i, j	coordonnées logiques des points
k	énergie cinétique turbulente, $m^2.s^{-2}$
k_{in}	énergie cinétique turbulente à l'entrée, $m^2.s^{-2}$
Nu	Nombre de Nusselt moyen
P	pression, Pa
Pr	Nombre de Prandtl
Ra	Nombre de Rayleigh
Re	Nombre de Reynolds
Ri	Nombre de Richardson
T	Température, K
t	Temps, s
u, v	Composantes dimensionnelles des vitesses, $m.s^{-1}$
U, V	Composantes adimensionnelles des vitesses
W	Largeur des blocs chauffants, m
X, Y	Coordonnées d'espace adimensionnelles

Symboles grecs

α	Diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
β	Coefficient d'expansion thermique à pression constante, K^{-1}
ν	Viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
ν_t	Viscosité cinématique turbulente, $m^2.s^{-1}$
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	Nombre de Prandtl turbulente pour k et ϵ
σ_t	Nombre de Prandtl turbulente (ν_t / α_t)
ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
λ	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
μ	viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$

ε	taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente, $m^2.s^{-1}$
ε_{in}	taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente à l'entrée, $m^2.s^{-1}$
θ	Température adimensionnelle
τ	Temps adimensionnelle
ψ	Fonction de courant
ω	Vorticité
Φ	Entité de l'équation de conservation

Indices et exposants

C	chaud
F	froid
n	normal à la paroi
n_T	tangente à la paroi

Liste des tableaux

Tableau III.1. Définition de Θ , Γ et S_Θ des équations gouvernantes	67
Tableau III.2. Les expressions de la fonction $\mathbf{A}(\mathbf{P})$ pour différents schémas numériques	70
Tableau IV.1: Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour différents maillages.	74
Tableau IV.2: Comparaison du nombre de Nusselt moyen, entre notre simulation et celles d'Angirasa [12] pour $Gr=10^6$.	74
Tableau IV.3: Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour différents maillages pour $Ri=1$ et $Pr=0.7$.	97
Tableau IV.4: Comparaison du nombre de Nusselt moyen, entre notre simulation et celles de Tian et Karayiannis [66] pour $Ra=1.58 \times 10^9$.	98

Liste des figures

Figure I.1. Configuration géométrique: (a) configuration BT et (b) configuration BB de Raji et Hasnaoui [11]	6
Figure I.2. Configuration géométrique d'Angirasa [12]	6
Figure I.3. Configuration géométrique de Qi-Hong Deng et al. [13]	7
Figure I.4. Configuration géométrique de Tmartnhad et al. [6]	9
Figure I.5. Configuration géométrique de Ming Zhao et al. [16]	9
Figure I.6. Configuration géométrique d'Armaghani et al. [17]	10
Figure I.7. Configuration géométrique d'Ajmera et Mathur [19]	11
Figure I.8. Configuration géométrique de Gibanov et al. [20]	12
Figure I.9. Configuration géométrique d'Ezzaraa et al. [21]	12
Figure I.10. Configuration géométrique de Costa et al. [23]	14
Figure I.11. Configuration géométrique de Mataoui et al. [25]	14
Figure I.12. Configuration géométrique d'Ezzouhri et al. [26]	15
Figure I.13. Configuration géométrique de Xamàn et al. [8]	16
Figure I.14. Configuration géométrique de Paranthoen et Gonzalez [27]	16
Figure I.15. Configuration géométrique de Harish et Venkatasubbaiah [29]	17
Figure I.16. Configuration géométrique de Kaloudis et al. [30]	18
Figure I.17. Configuration géométrique de Serrano-Arellano et al. [31]	19
Figure I.18. Configuration géométrique de Pulat et Ersan [32]	19
Figure I.19. Configuration géométrique de système expérimental de Huang et al. [33]	20
Figure I.20. Configuration géométrique de la position de canal (a) horizontal et (b) vertical de Kim et al. [34]	21
Figure I.21. Configuration géométrique de Berletta [36]	22
Figure I.22. Configuration géométrique de Greiner et al. [37]	22

Figure I.23. Configuration géométrique de Bae et al. [38]	23
Figure I.24. Configuration géométrique d'Icoz et Jaluria [39]	23
Figure I.25. Configuration géométrique de Chang et Shiau [40]	24
Figure I.26. Configuration géométrique de Premachandran et Balaji [41]	24
Figure I.27. Configuration géométrique de Korichi et Oufier [42]	25
Figure I.28. Configuration géométrique de Yucel et Guven [43]	25
Figure I.29. Configuration géométrique de Huang et Chen [44]	26
Figure I.30. Configuration géométrique de canal (a) sans chicane et (b) avec chicane de Sharma et al. [45]	27
Figure I.31. Configuration géométrique (a) chicane rectangulaire-triangulaire et (b) chicane rectangulaire de Menni et Azzi [46]	27
Figure I.32. Configuration géométrique de Laouira et al. [47]	28
Figure I.33. Configuration géométrique de Kriraa et al. [48]	28
Figure I.34. Configuration géométrique de Ghasemi [49]	29
Figure I.35. Configuration géométrique de Radhakrishnana et al. [50]	30
Figure I.36. Configuration géométrique de Rahman et al. [51]	31
Figure I.37. Configuration géométrique de Bhoite et Narasimham [53]	32
Figure I.38. Configuration géométrique de Rahman et al. [54]	33
Figure I.39. Configuration géométrique de Rahman et al. [55]	33
Figure I.40. Configuration géométrique de Selimefendigil et Öztop [56]	34
Figure I.41. Configuration géométrique de Karimi et al. [57]	35
Figure I.42. Configuration géométrique de Chakravarty et al. [58]	36
Figure I.43. Configuration géométrique de Noughbléga et al. [59]	37
Figure II.1. Configuration géométrique	38
Figure III.1. Schéma du maillage uniforme	54
Figure III.2. Volume de contrôle typique	65
Figure III.3. Types de maillage utilisé par "FLUENT"	66

Figure IV.1. Comparaison du profil de nombre de Nusselt local entre nos simulations et celles d'Angirasa [12] pour $Ri=1$ et $Gr=10^6$.	75
Figure IV.2. Comparaison des isothermes, entre nos simulation et celles d'Angirasa [12] pour $Ri=1$ et $Gr=10^6$.	75
Figure IV.3. Configurations géométriques du modèle correspondant la partie de régime laminaire.	77
Figure IV.4. Un PC dans un bain d'huile minérale (ordinateur aquarium).	77
Figure IV.5. Ordinateur refroidir à eau.	77
Figure IV.6. Lignes de courant à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.	80
Figure IV.7. Isothermes à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.	81
Figure IV.8. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ et différents nombres de Richardson pour les deux cas géométriques.	82
Figure IV.9. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr=10^6$ pour les deux cas géométriques.	83
Figure IV.10. Lignes de courant à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.	85
Figure IV.11. Isothermes à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.	87
Figure IV.12. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ et différents nombres de Richardson pour les deux cas géométriques.	88
Figure IV.13. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr= 10^6$ pour les deux cas géométriques.	89
Figure IV.14. Lignes de courant à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson.	91
Figure IV.15. Isothermes à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson.	93
Figure IV.16. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson.	95

Figure IV.17. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr=10^6$ pour différent nombre de Prandtl.	96
Figure IV.18. Comparaison du profil de température au long du milieu à $y=0.375m$, entre nos simulations et celles d’ Tian et Karayiannis [66] pour $Ri=1$ et $Ra = 1,58 \times 10^9$.	98
Figure IV.19. Comparaison du profil de température au long du milieu à $x=0.52m$, entre nos simulations et celles de Kayne et Agarwal [67].	99
Figure IV.20. Comparaison du profil de vitesse au long du milieu à $x=0.52m$, entre nos simulations et celles de Kayne et Agarwal [67].	99
Figure IV.21. Configurations géométriques du modèle correspondant la partie de régime turbulent.	100
Figure IV.22. Contours de la fonction de courant ψ à différents nombre de Richardson et $Gr=3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.	103
Figure IV.23. Contours des isothermes à différents nombre de Richardson et $Gr= 3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.	103
Figure IV.24. Distribution de l’énergie cinétique turbulente à différents nombre de Richardson et $Gr= 3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.	104
Figure IV.25. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les deux cas géométriques.	105
Figure IV.26. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr= 3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.	105
Figure IV.27. Contours de la fonction de courant ψ à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.	108
Figure IV.28. Contours des isothermes à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.	109
Figure IV.29. Distribution de l’énergie cinétique turbulente à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.	111
Figure IV.30. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.	112
Figure IV.31. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr= 3.18 \times 10^9$ pour les cinq cas géométriques.	113

Introduction Générale

Depuis de nombreuses années, les travaux de recherche se penchent sur l'étude des écoulements avec transfert de chaleur convectif, par différents modes (naturelle, forcée et mixte). Le transfert de chaleur en convection mixte à l'intérieur des cavités ventilées, est par définition la coexistence de deux modes de convection : naturelle et forcée d'une manière appropriée. Ce mode de transfert de chaleur a suscité l'intérêt considérable de nombreuses travaux de recherche théorique, numérique ou expérimental, en vue de diverses applications technologiques telles que : la ventilation des bâtiments, les échangeurs de chaleur de haute performance, les équipements des procédés chimiques, le refroidissement des pièces électroniques et des panneaux photovoltaïques, les dissipateurs de chaleur dans les collecteurs solaires et les réacteurs nucléaires, etc.

A travers la bibliographie, on s'aperçoit de l'existence d'un large éventail d'études expérimentales, analytiques et numériques menées dans ce domaine. Néanmoins, les hypothèses et les simplifications adoptées dans le problème limitent généralement l'étude à des cas très particuliers ; dans la plupart des travaux analytiques et numériques.

Dans le but d'améliorer le transfert de chaleur et augmenter l'efficacité de l'évacuation de la chaleur de l'intérieur des cavités ventilées, plusieurs techniques de ventilation ont été étudiées. Parmi ces méthodes, l'utilisation de la convection mixte (le couplage entre la convection naturelle et la convection forcée) en régime laminaire ou turbulent des fluides gazeux ou liquides. Pour cela, plusieurs configurations géométriques ont été examinées par les chercheurs, pour différents emplacements de l'entrée et de la sortie de fluide, pour différentes dimensions et inter-distances des blocs, pour différents fluides.

Les écoulements en convection mixte sont souvent rencontrés pour des régimes d'écoulements laminaires ou turbulents lorsque les deux nombres adimensionnels, Grashof et Reynolds franchissent des valeurs appelées critiques.

Nous nous intéressons dans ce travail à caractériser numériquement le transfert de chaleur en mode de convection mixte laminaire et turbulente d'un fluide newtonien, au sein d'une cavité ventilée par l'intermédiaire de deux ouvertures représentant l'entrée et la sortie, et munie de trois blocs chauffants placés au niveau de la paroi verticale droite. Toutes les parois de la cavité sont adiabatiques. Pour atteindre ce but, notre méthodologie de travail s'organise autour de quatre chapitres avec une introduction et une conclusion générale :

Le premier chapitre est consacré à une recherche bibliographique sur différentes études numériques et expérimentales traitant les problèmes de la convection laminaire et turbulente dans les compartiments ventilés comportant des blocs chauffants arrangés pour différentes configurations et soumis aux différentes techniques de refroidissement adoptées.

Le deuxième chapitre présente le domaine physique d'étude et les équations mathématiques régissant les phénomènes des convections mixtes laminaires et turbulents dans une cavité ventilée avec les conditions aux limites.

Le troisième chapitre comporte les méthodes numériques utilisées pour les deux régimes laminaire et turbulent afin de discrétiser les équations gouvernantes. Dans le premier cas de régime laminaire, nous avons procédé à la résolution numérique des équations par la méthode des différences finies en élaborant un programme de calcul en langage FORTRAN. Dans le deuxième cas, la résolution des équations du phénomène sont établies et discrétisées par la méthode des volumes finies. La turbulence est modélisée par le modèle k- ϵ standard en utilisant le code commercial FLUENT.

Nous rassemblons dans le quatrième chapitre les principaux résultats numériques trouvés pour les deux régimes laminaire et turbulent selon une méthodologie de calcul adoptée : une analyse du choix du maillage adéquat, la validation des deux codes de calcul avec les travaux publiés sur une large gamme de paramètres par une comparaison avec les résultats disponibles dans la littérature, et finalement à la discussion des résultats obtenus.

Enfin, nous terminons cette étude par une conclusion générale résumant les principaux résultats obtenus ainsi qu'une suggestion de quelques travaux futurs.

Chapitre I :

GENERALITE ET REVUES BIBLIOGRAPHIQUES

I.1. Généralité

I.1.1. Rappel sur la convection

I.1.1.1. La convection

La convection est un mode de transport d'énergie qui est caractérisé par le transport de la chaleur dans un fluide (gaz ou liquide) en mouvement. En effet, c'est le mécanisme essentiel de transfert de chaleur entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Lorsqu'un solide baignant dans un fluide en mouvement et qui ne procèdent pas la même température, un échange de chaleur se manifeste simultanément entre les particules solides et les particules du fluide en contact. Cet échange se fait par conduction dans le solide, et par convection dans fluide. Deux types de convection sont généralement distingués selon le mode d'écoulement du fluide : par **convection naturelle** et par **convection forcée**. Lorsqu'il se produit au sein du fluide, un mouvement dû aux différences de densité causé par les gradients de température, on dit que la **convection** est **naturelle** ou **libre**. Par contre si le mouvement du fluide est provoqué par une action externe, telle une pompe ou un ventilateur, le processus est appelé **convection forcée**. Si les deux causes existent simultanément, sans que l'une ne soit négligeable par rapport à l'autre, la convection est dite la **convection mixte**. Elle est généralement classée par rapport au nombre de Richardson, $Ri=Gr/Re^2$.

I.1.1.2. La convection naturelle

Dans ce type de convection le mouvement résulte de la variation de la masse volumique du fluide avec la variation de la température ; cette variation crée un champ de forces gravitationnelles qui conditionne les déplacements des particules du fluide.

I.1.1.3. La convection forcée

Dans ce type de convection le mouvement est provoqué par un procédé mécanique indépendant des phénomènes thermiques (compresseur, pompe, ventilateur, etc...) ; c'est un gradient de pression extérieur qui provoque les déplacements des particules du fluide et non par des forces de poussée.

L'étude de la transmission de chaleur par convection est étroitement liée à celle de l'écoulement des fluides.

I.1.1.4. Les applications de la convection

Les applications du transfert de chaleur par convection sont beaucoup trop nombreuses pour que l'on puisse envisager ou de les citer toutes. Elles interviennent chaque fois que l'on chauffe ou que l'on refroidit un liquide ou un gaz, qu'il s'agisse de faire chauffer de l'eau dans une casserole, du chauffage central, de la climatisation, le refroidissement des composants électroniques, dans de nombreuses autres machines telles que les collecteurs solaires, la ventilation des bâtiments, les échangeurs de chaleur, les réacteurs nucléaires et d'autres systèmes thermiques.

Cependant, le refroidissement des composants électroniques est l'une des principales barrières au développement rapide et fiable des systèmes électroniques compacts. Pour la majorité des ordinateurs, la dissipation de chaleur est le problème technique majeur dans l'atteinte des vitesses optimales de calcul par microprocesseurs.

Généralement, le refroidissement se fait par convection forcée et par changement de phase, cependant, la convection naturelle est une partie intégrante de la dissipation de chaleur surtout dans le cas des ordinateurs portables et les appareils électroniques de petites dimensions. Bien que la convection forcée reste le principal mode de refroidissement, il est toutefois important de déterminer avec certitude le processus de transport du fluide dans l'absence de courte durée d'un écoulement externe forcé quand il y a interruption temporaire du système de refroidissement par ventilation.

L'amélioration du transfert de chaleur par convection dans les cavités ouvertes est un important sujet d'investigation parce qu'elle intervient dans différentes applications industrielles précitées. De nombreux travaux de recherche publiés dans la littérature scientifique sur la convection mixte dans les cavités ventilées [1 - 4], l'analyse de l'influence de la position des orifices d'entrée et de sortie de la cavité [5 - 10], de son rapport de forme, de son inclinaison, de l'angle d'entrée de l'air ..., ont conduit à la détermination de la configuration géométrique offrant une ventilation optimale.

I.2. Revue Bibliographique

Dans cette partie, on a fait la synthèse des travaux de recherche effectués sous aspects théoriques et expérimentaux pour souligner l'importance du transfert de chaleur par convection dans les cavités ventilées. A cet effet, nous divisons les travaux de recherche en quatre parties. Les deux premières parties de cette revue bibliographique visent à examiner les travaux de

recherche qui étudient la convection mixte dans les cavités ventilées laminaire et turbulente. Dans les deux autres parties, on évoque les travaux qui explorent le refroidissement des blocs dans les canaux et dans les cavités ventilées afin d'illuminer l'aspect structurel de l'écoulement et la qualité du transfert de chaleur et de parvenir à dégager les objectifs quasi inexplorés, à notre connaissance, pour traiter cet aspect et souligner l'intérêt de notre étude.

I.2.1. Partie I : Convection mixte laminaire dans les cavités ventilées

Beaucoup de travaux publiés ont été élaborés concernant la convection mixte laminaire dans des cavités ventilées, qu'ils soient des travaux numériques ou expérimentaux. Parmi ces travaux nous citons :

La convection mixte en régime laminaire dans une cavité ventilée a été étudiée numériquement par **Raji et Hasnaoui [11]**. Ils ont analysé l'influence de la position de l'orifice de sortie sur le transfert thermique dans une cavité ventilée (figure I.1). Deux configurations ont été considérées : l'une en bas de la paroi droite (BB) et l'autre en haut de cette paroi (BT). La dimension des orifices est égale à 1/4 de la largeur de la cavité. Un flux thermique uniforme est imposé sur la paroi gauche de la cavité, les autres parois sont adiabatiques. Pour la discrétisation des équations de Navier-Stokes et de l'équation d'énergie, une méthode implicite aux différences finies est utilisée. Toutes les discrétisations spatiales sont réalisées à l'aide d'un schéma centré au second ordre à l'exception des termes convectifs qui sont approchés en utilisant un schéma décentré amont (Upwind) au second ordre. Les valeurs de la fonction de courant à tous les points de la grille ont été obtenues avec une méthode de sur-relaxation successive (Successive Over Relaxation Method SOR). Les résultats présentés montrent que pour la cavité dont l'orifice de sortie est positionné en bas de la paroi, les températures moyennes de l'air sont généralement plus élevées pour $Ra = 10^6$ que celles obtenues lorsque l'orifice de sortie est situé en haut de cette paroi. La configuration BB n'est pas donc efficace pour l'évacuation de la chaleur car elle conduit à des valeurs plus élevées de la température moyenne. L'écart maximal entre ces températures moyennes est de 96,45 %.

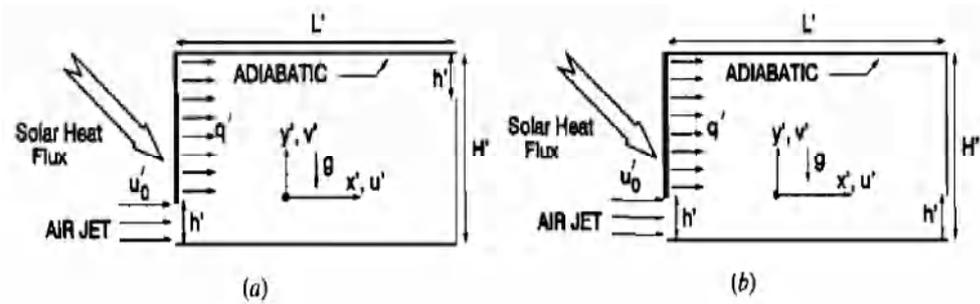


Figure I.1. Configuration géométrique: (a) configuration BT et (b) configuration BB de Raji et Hasnaoui [11]

Angirasa [12] a présenté une étude numérique sur la convection mixte dans une enceinte bidimensionnelle carrée ventilée. La paroi gauche est soumise à une température chaude constante tandis que les autres parois sont considérées adiabatiques. Le fluide utilisé est de l'air. Les conditions de convection mixte sont dues à l'existence d'un écoulement forcé à travers le coin gauche de la paroi inférieure et sort par le coin gauche de la paroi supérieure, comme le montre la figure I.2. La discrétisation des équations de transport d'énergie est procédée par la méthode des différences finies en utilisant simultanément le schéma implicite de direction alternée (Alternating Direction Implicit ADI), L'équation de la fonction de courant est résolue avec la méthode de sur-relaxation successive (Successive Over Relaxation SOR). Les résultats numériques de ce travail montrent l'interaction complexe entre les forces de flottabilité et les forces d'inerties en changeant le nombre de Reynolds pour un nombre de Grashof égale à 10^6 . Pour une flottabilité positive, le fluide traverse l'enceinte faisant un grand tourbillon qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre. Le transfert de chaleur augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Lorsque la flottabilité agit verticalement vers le bas, les forces relatives aux deux mécanismes d'écoulement, jouent un rôle complexe à la détermination des caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur dans l'enceinte.

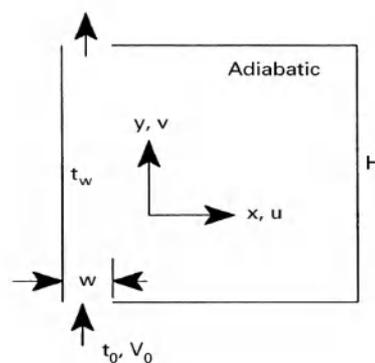


Figure I.2. Configuration géométrique d'Angirasa [12]

L'étude effectuée par **Qi Hong Dang et al. [13]**, présente une analyse numérique de la convection mixte laminaire à double diffusion dans une enceinte ventilée avec des sources discrètes de chaleur et de contaminants. Une source de chaleur à température chaude est mise au centre du mur gauche tandis que la source de contamination est placée en bas de la partie gauche. L'air frais à faible vitesse est fourni par une entrée située en bas de la paroi latérale droite, alors que l'air chaud pollué est évacué au milieu de la paroi supérieure. Les autres parties de l'enceinte sont considérées adiabatiques et imperméables figure I.3. La méthode implicite des volumes finis a été utilisée pour discrétiser les équations de transferts de chaleur et de masse dans un maillage décalé. Les termes de convection et de diffusion sont discrétisés respectivement par un schéma QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics) de troisième ordre et un schéma des différences centrées de second ordre. Les systèmes d'équations algébriques obtenus sont résolus par l'algorithme TDMA (Tri Diagonal Matrix Algorithm) couplé à la procédure de sur-relaxation (SOR). Le couplage entre les champs de vitesse et de pression est assuré par l'algorithme SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations). Les résultats numériques montrent que les structures dynamique, thermique et massique sont principalement déterminées par l'interaction entre les forces de flottabilité interne induite par les sources discrètes de chaleur/contaminants et les forces externes produits par ventilation mécanique. Ils ont considérés que la méthode de transport par convection pouvait révéler explicitement la raison compliquée de fonctionnement de l'air, et fournit ainsi une approche simple mais pratique pour voir les structures des écoulements d'air intérieur, transfert de chaleur et des contaminants.

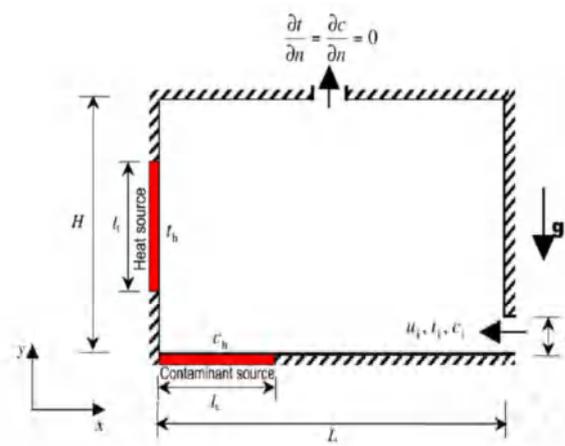


Figure I.3. Configuration géométrique de Qi-Hong Deng et al. [13]

L'instabilité double diffusive en convection mixte à l'intérieur d'une cavité ventilée due à des sources de chaleur et de contaminants a fait l'objet d'une étude numérique de **Ben Beya et Lili [14]**. Les équations de transport sont discrétisées par une méthode implicite aux différences finies. Les termes non-linéaires sont traités explicitement par un schéma d'ordre 2; les termes convectifs et les termes diffusives ont été évalués par ; un schéma semi-explicite et un schéma implicite respectivement. L'évolution de la composante horizontale de la vitesse en fonction du temps montre que pour des nombres de Reynolds compris entre 700 et 1000 et des valeurs du nombre du Grashof supérieures à $2 \cdot 10^5$, le régime d'écoulement devient périodique instable. Pour $Re = 700$, des fluctuations spatiales ont tendance à décroître avec l'augmentation du nombre du Grashof. Pour $Re = 800$, les résultats présentés montrent que l'écoulement est décrit par deux cellules de recirculation qui contribuent à l'élimination des contaminants. Il est mis en évidence une zone dans laquelle il n'y a pas d'écoulement qui représente un aspect dangereux pour la santé.

Raji et al. [15] ont proposé une étude numérique de la convection mixte à l'intérieur d'une cavité ventilée. La méthode des différences finies est utilisée pour la discrétisation des équations de Navier- Stokes et de l'équation d'énergie. Toutes les discrétisations spatiales sont réalisées à l'aide d'un schéma centré du second ordre à l'exception des termes convectifs qui sont approchés en utilisant un schéma décentré amont de second ordre. Les résultats présentés pour $10 < Re < 5000$ et $10^4 < Ra < 10^6$ sont focalisés sur l'interaction entre les convections naturelle et forcée et l'existence de différents régimes d'écoulement. Les régimes de l'écoulement ont été représentés par des corrélations exprimant le nombre de Reynolds en fonction du nombre de Rayleigh. Les résultats sont obtenus pour des valeurs de nombre de Richardson (Ri) comprises entre $5,5 \cdot 10^{-4}$ et $1,4 \cdot 10^4$. Des instabilités temporelles de l'écoulement apparaissent pour **$Ri > 1,4 \cdot 10^4$** . Pour cette valeur du nombre de Richardson la convection naturelle est prédominante.

La convection mixte en régime laminaire dans une cavité trapézoïdale ventilée a été étudiée par **Tmartnhad et al. [6]** qui ont analysé l'influence de la position de l'orifice d'entrée sur les transferts de chaleur et la quantité de mouvement dans une cavité trapézoïdale ventilée. Deux positions ont été considérées : l'une en bas de la paroi droite et l'autre à la droite de la paroi inférieure. La dimension des orifices est égale à 0.38 de la hauteur de la cavité. La paroi entre les orifices d'entrée et sortie est maintenue à une température chaude, la paroi trapézoïdale fixée à une température froide et les autres parois sont adiabatiques (figure I.4). Pour la discrétisation des équations de Navier-Stokes et de l'équation d'énergie, la méthode des volumes finis est

utilisée. Toutes les discrétisations spatiales sont réalisées à l'aide d'un schéma centré du second ordre à l'exception des termes convectifs qui sont approchés en utilisant le schéma QUICK, le couplage entre la pression et la vitesse est surmontée par l'algorithme SIMPLEC (SIMPLE-Consistent). Les résultats présentés montrent que dans la seconde configuration, (jet vertical à l'entrée) permet une bonne ventilation de la partie haute de la cavité et elle est donc favorable à une bonne évacuation de chaleur de la cavité vers l'extérieur.

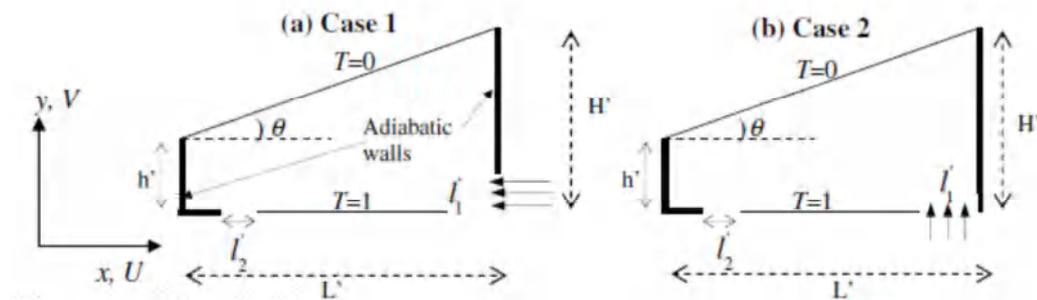


Figure I.4. Configuration géométrique de Tmartnhad et al. [6]

Ming Zhao et al. [16] ont analysé l'influence d'angle avec lequel l'air entre dans la cavité sur les transferts dans une cavité carré de côté L et dont la dimension de l'orifice d'entrée $w=0,02L$. Ils sont considérés quatre valeurs de l'angle d'entrée d'air dans la cavité: 0° , 20° , 45° et 70° (figure I.5). Les équations de transferts sont discrétisées par une méthode aux différences finies et le schéma QUICK est utilisé pour les termes convectifs. L'algorithme SIMPLE assure le couplage entre les champs de pression et de vitesse. Les résultats présentés montrent que la ventilation optimale est obtenue pour un angle égal à 0° .

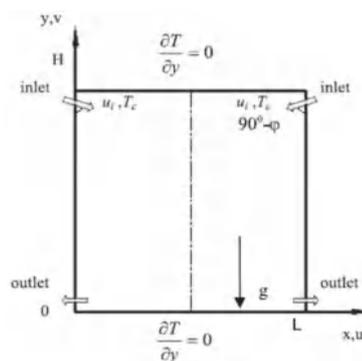


Figure I.5. Configuration géométrique de Ming Zhao et al. [16]

Armaghani et al. [17] ont présenté une étude numérique de l'influence de l'emplacement de l'entrée et de sortie du fluide sur le transfert thermique et la production d'entropie dans une cavité carrée ventilée. Un flux de chaleur constant est imposé à la paroi inférieure avec l'injection d'air froid à l'entrée de la cavité. Dans cette étude, quatre lieux différentes des

orifices d'entrée et de sortie ont été considérées, voir la figure I.6. Les équations de transports ont été discrétisées numériquement selon la méthode des volumes finis, les termes convectifs et de diffusifs ont été évalués par le schéma de différence centré du second ordre. L'algorithme SIMPLE a été adopté pour le couplage pression-vitesse. Les résultats indiquent que le nombre de Richardson et l'emplacement de l'entrée et de la sortie ont un effet important sur la génération d'entropie locale (LEG) et la génération d'entropie globale (GEG). La position de l'orifice d'entrée dans la configuration (D) donne une valeur de LEG plus élevée par rapport aux autres dispositions. Dans les autres cas, la valeur maximale de LEG est appréciable sur la face inférieure.

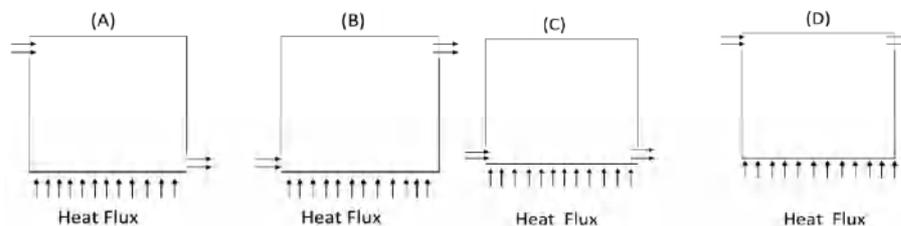


Figure I.6. Configuration géométrique d'Armaghani et al. [17]

La convection mixte laminaire de nanofluide à l'intérieur d'une cavité carrée inclinée et ventilée a été étudiée numériquement par **Faridzadeh et al. [18]**. La cavité est alimentée par le nanofluide cuivre-eau. Les équations gouvernantes sont discrétisées, par la méthode des volumes finis en utilisant l'algorithme SIMPLER. Ils ont étudiés les effets de : le nombre de Richardson, le nombre de Reynolds, l'angle d'inclinaison et la fraction volumique des nanoparticules, sur les lignes de courant, les isothermes et le nombre moyen de Nusselt le long de la source de chaleur. Les résultats obtenus ont montré que l'angle d'inclinaison et la fraction volumique, ont des conséquences remarquables sur les caractéristiques de l'écoulement du fluide et du transfert de chaleur dans la cavité.

Une étude expérimentale a été menée par **Ajmera et Mathur [19]** afin de déterminer le transfert de chaleur par convection mixte dans une enceinte ventilée et possède trois sources de chaleur. Les trois sources de chaleur, ont été arrangées au fond de l'enceinte et fournissent un flux de chaleur uniforme. Toutes les parois de l'enceinte sont thermiquement isolées. L'enceinte a une entrée en bas de la paroi latérale gauche et deux sorties sur les côtés gauche et droit de la paroi supérieure de l'enceinte (figure I.7). Les résultats expérimentaux indiquent que la source proche de l'entrée de l'enceinte (chauffage 1) subisse une diminution des températures pour tous les nombres de Reynolds, alors que les températures des sources du chauffage 2 et chauffage 3 sont presque identiques jusqu'à ce que le nombre de Grashof atteigne une valeur critique. L'effet

du nombre de Reynolds et du Richardson sur le nombre de Nusselt a également étudié. Ils ont constaté que, le nombre de Nusselt est une fonction ascendante du nombre de Reynolds et du Richardson. L'augmentation est très rapide pour des nombres faibles du Richardson, mais devient lente pour des nombres de Richardson plus élevé.

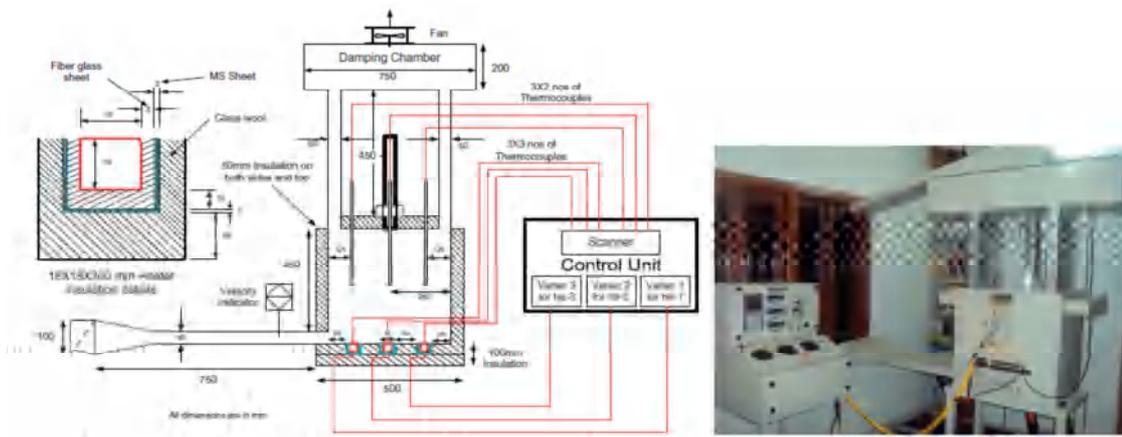


Figure I.7. Configuration géométrique d'Ajmera et Mathur [19]

Gibanov et al. [20] ont étudié numériquement la convection mixte bidimensionnelle en régime laminaire dans une cavité carrée ayant une couche poreuse triangulaire. L'entrée et la sortie sont placées aux extrémités inférieure et supérieure des parois gauche et droite, respectivement, avec une ouverture de longueur $L/10$. Les parois gauche et droite de la cavité sont isolées thermiquement. Un élément chaud de taille $H = L/4$ porté à la température T_h est installée sur la paroi inférieure. La paroi supérieure est maintenue isotherme à la température froide T_c , (figure I.8). Les équations gouvernantes de transport ont été discrétisées par la méthode des différences finies. La partie poreuse est traitée selon le modèle Darcy - Brinkmann (Brinkmann–extended Darcy model). Les résultats présentés montrent que l'augmentation du nombre de Richardson entraîne une intensification de l'écoulement et de transfert de chaleur. Dans le même temps, elle illustre une formation de recirculation supplémentaire à l'intérieur de la cavité et la température diminue dans la partie droite de la cavité. Il est à noter que pour des valeurs élevées de l'indice de Darcy une cellule convective à l'intérieur de la cavité a été formée en raison de l'effet de la force de flottabilité.

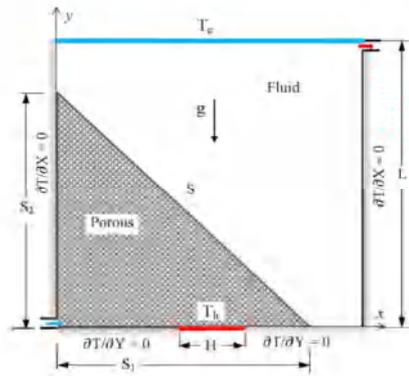


Figure I.8. Configuration géométrique de Gibanov et al. [20]

Ezzaraa et al. [21] ont étudié numériquement l'interaction entre le rayonnement thermique et la convection mixte laminaire dans une enceinte rectangulaire chauffée uniformément par le bas. La paroi gauche de la cavité est soumise à une température froide et les autres parois sont adiabatiques. Un jet d'air s'écoule dans la cavité à travers deux entrées situées à la partie inférieure des parois verticales. L'air quitte la cavité par une ouverture placée au milieu de la paroi supérieure (figure I.9). Les résultats numériques indiquent que la performance thermique la plus favorable est obtenue en augmentant l'émissivité des parois. L'augmentation de l'émissivité des parois entraîne une réduction de l'effet de convection, en particulier aux faibles valeurs de Reynolds. L'effet du rayonnement conduit à un réchauffement plus important de la cavité pour un régime de convection mixte prédominant. Cependant, pour le régime de convection forcée dominante, l'effet du rayonnement est positif sur le processus de refroidissement (réduction de la température moyenne du fluide par l'augmentation de l'émissivité des parois).

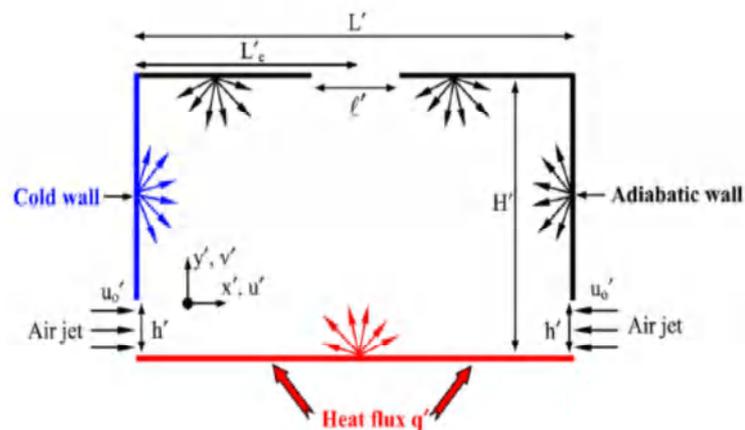


Figure I.9. Configuration géométrique d'Ezzaraa et al. [21]

I.2.2. Partie II : Convection mixte turbulente dans les cavités ventilées

Ce type d'écoulement a fait l'objet de nombreux travaux numériques et expérimentaux. L'écoulement en convection mixte turbulente est obtenue, en imposant à une ou plusieurs parois de la cavité des températures différentes avec un écoulement traversant la cavité venant de l'extérieur, ou engendré par une source de chaleur placée à l'intérieur de la cavité avec un écoulement extérieur.

Humphrey et To [22] ont mené une étude numérique de la convection mixte turbulente dans une cavité rectangulaire dont l'une de ses parois est chauffée. Ils ont analysé l'influence de l'angle d'inclinaison de la cavité sur les transferts et ont montré notamment que la convection naturelle dépend non seulement du nombre de Grashof mais aussi de l'angle d'inclinaison de la cavité.

Le développement des modèles de fermetures est encore de nos jours un sujet d'intenses activités de recherches, de nombreux efforts sont consacrés pour l'amélioration des modèles de turbulence. Dont le but de trouver le modèle de turbulence le plus convenable aux problèmes de la convection mixte dans des cavités ventilées, une étude à la fois numérique et expérimentale est menée par **Costa et al. [23]**. Ils ont examiné neuf modèles de turbulence de type LRN, sur le mouvement turbulent d'air dans une enceinte rectangulaire carrée. Cette dernière est équipée par deux fentes de soufflage, l'une se trouve au coin inférieur gauche où un jet chaud d'air crée un mouvement vertical et l'autre fente se situe au coin supérieur gauche où l'air froid entre horizontalement. Les parois de la cavité sont portées à la même température. La seule fente d'évacuation se situe au coin inférieur droit, voir la figure I.10. Les calculs instationnaires tridimensionnels demandent un temps de calcul (CPU) très grand, et nécessitent un maillage raffiné, c'est pourquoi l'étude numérique est considéré comme bidimensionnelle. Les résultats numériques sont obtenus en utilisant la méthode des volumes finis, avec l'algorithme SIMPLEC pour le couplage vitesse-pression. Pour un nombre de Reynolds du jet froid égal à 623 et un nombre de Froude égal à 4.15, ils ont trouvé que le modèle LRN de Nagano et Hishida offre les meilleurs résultats comparativement à l'expérimental. Ils ont trouvé aussi que le rapport de forme joue un rôle important sur les caractéristiques physiques du problème étudié **Costa et al. [24]**.

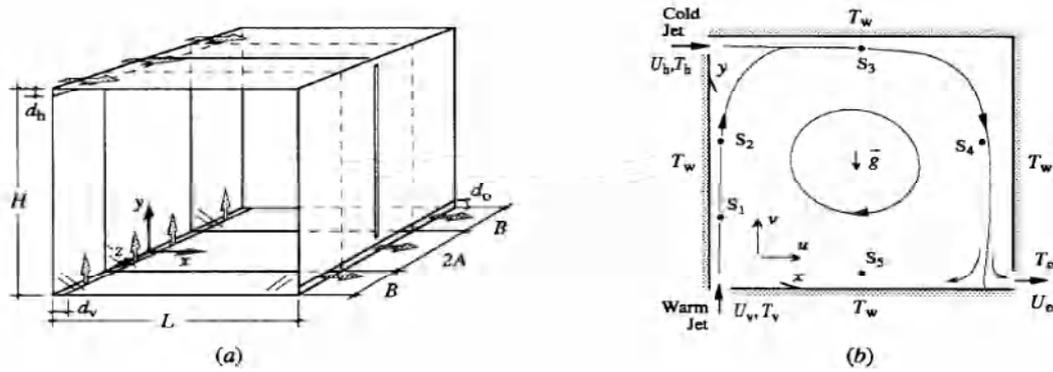


Figure I.10. Configuration géométrique de Costa et al. [23]

Mataoui et al. [25] ont fait une étude à la fois expérimentale et numérique de la convection mixte turbulente dans une cavité rectangulaire. L'étude expérimentale est composée de plusieurs parties : une soufflerie qui alimente tout le système en air ; une tuyère qui produit un jet plan uniforme avec un faible niveau de turbulence. La soufflerie assure un débit volumique variable en aval d'une grille et d'un conduit convergent avec un filtre à air, voir la figure I.11. La modélisation numérique a été réalisée à l'aide des deux modèles de la turbulence : le modèle standard k- ϵ et un autre modèle énergie-flux à deux échelles. La caractéristique principale du modèle énergie-flux est la division du spectre de turbulence conçu pour la modélisation de la turbulence hors équilibre. Trois régimes d'écoulement sont observés selon l'emplacement de la sortie du jet à l'intérieur de la cavité : oscillatoire, transitoire et stable. Les résultats sont pratiquement indépendants du nombre de Reynolds (lorsque le nombre de Reynolds est important). Dans le régime oscillatoire périodique, ils ont constaté que la fréquence augmente linéairement avec le nombre de Reynolds. Il a été démontré que l'utilisation d'un modèle de turbulence à plusieurs échelles améliore les résultats numériques par rapport au modèle k- ϵ standard, car le modèle à plusieurs échelles intègre des mécanismes d'effet de retard qui se produisent dans la turbulence hors équilibre produite dans les écoulements instables.

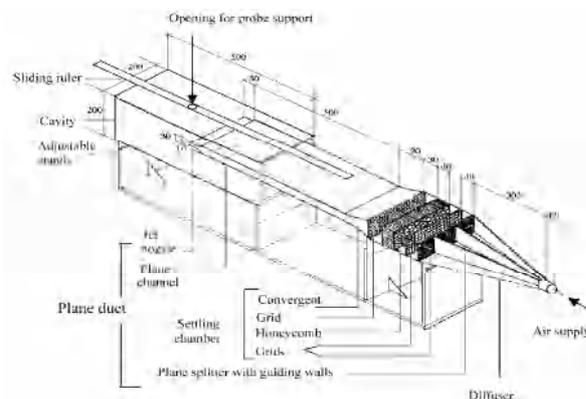


Figure I.11. Configuration géométrique de Mataoui et al. [25]

Ezzouhri et al. [26] ont fait une étude numérique de la convection mixte turbulente et du phénomène d'hystérésis dans une cavité 3D isotherme, ventilée avec une entrée d'air froide située sur le côté supérieure de la paroi gauche et quitte la cavité par une sortie située au côté inférieur de la paroi droit. Les parois de la cavité sont portées à une température froide sauf la paroi inférieure soumise à une température chaude, comme le montre la figure I.12. Les équations de la turbulence sont résolues numériquement selon l'approche LES (Large Eddy Simulation) associée avec un modèle de diffusivité de sous-grille développé auparavant pour la convection naturelle. La comparaison avec les données expérimentales disponibles et avec d'autres résultats de LES utilisant un modèle dynamique classique prouve que ce modèle, non seulement prédit correctement les caractéristiques moyennes de l'écoulement mais il est également capable de reproduire correctement la bifurcation de la structure d'écoulement et l'effet d'hystérésis.

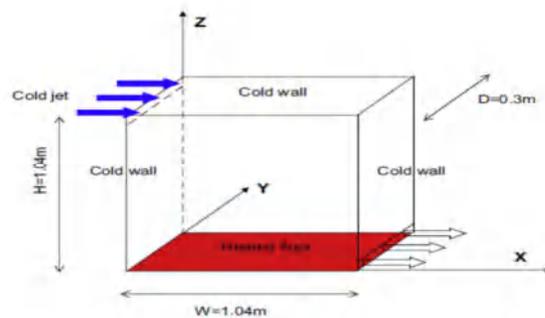


Figure I.12. Configuration géométrique d'Ezzouhri et al. [26]

Xamàn et al. [8], ont analysé également l'influence des positions d'entrée et de sortie d'air sur les transferts dans une cavité rectangulaire ventilée (figure I.13). La cavité a pour dimension $9 \times 3 \text{ m}^2$ et $4 \times 3 \text{ m}^2$ et l'entrée et la sortie ont la même dimension pour les quatre configurations : elle est de 0,3 m. Les équations gouvernantes d'impulsion, de chaleur et de masse ont été discrétisées par la technique des volumes finies ; le lien entre pression - vitesse est surmonter par l'algorithme SIMPLEC. Dans l'étude de **Xamàn et al. [8]**, les termes convectif ont été approchés par un schéma "upwind" et les termes diffusifs par un schéma centré. Ils ont confirmé que la ventilation optimale est obtenue pour la cavité dont la position de l'orifice de sortie d'air est située en haut de la paroi gauche, plus précisément lorsque les orifices d'entrée et de sorties sont situés sur une diagonale.

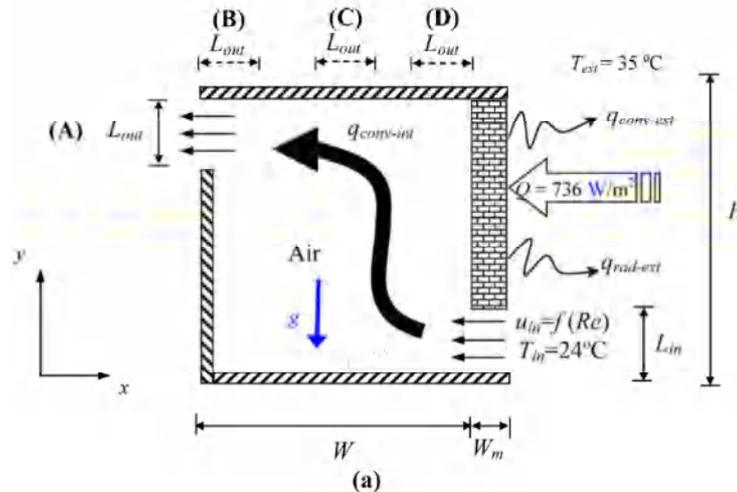


Figure I.13. Configuration géométrique de Xamàn et al. [8]

Afin de comprendre l'écoulement en convection mixte turbulente dans une cavité ventilée, une étude à la fois analytique et expérimentale a été effectuée par **Paranthoen et Gonzalez** [27]. La cavité est ventilée par un orifice située au coin inférieur de la paroi gauche. Une source de chaleur constante B_0 et un débit volumique Q_0 d'un fluide léger (air chauffé) s'écoulent vers le haut à travers une fente rectangulaire située au milieu de la paroi inférieure (figure I.14). Les dimensions de la cavité sont : (longueur L , largeur l et hauteur H) sont telles que $L \times l \times H = 500 \times 250 \times 200 \text{ mm}^3$. L'écoulement (forcé et naturelle) est généré à l'aide de l'air chauffé qui est plus léger et l'air extérieur froid. L'orifice de sortie est situé au coin supérieur de la paroi droite. L'analyse analytique n'est valable seulement lorsque la composante de vitesse verticale est négligeable, ce qui permet d'utiliser la distribution de la pression aérostatique au lieu de l'équation du moment vertical complet.

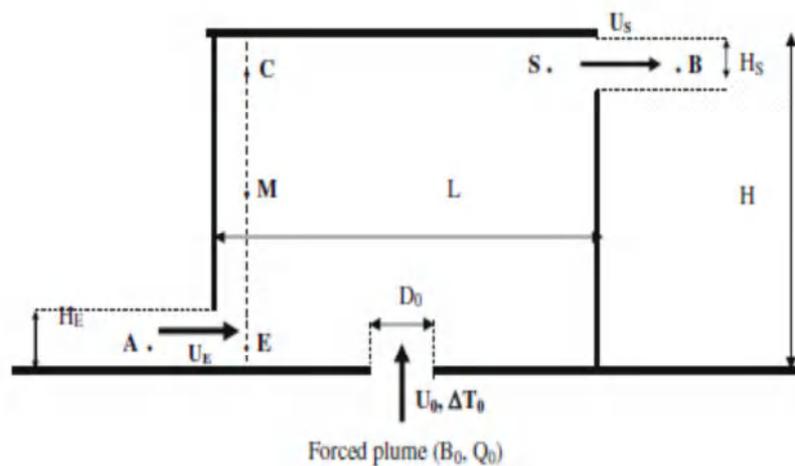


Figure I.14. Configuration géométrique de Paranthoen et Gonzalez [27]

Une simulation numérique de l'écoulement d'air à l'intérieur d'une pièce vide en convection forcée, convection naturelle et convection mixte respectivement, a été réalisée par **Horikiri et al. [28]**. Les calculs sont basés sur la résolution des équations de Navier-Stokes moyennes ou des équations de Reynolds. Un modèle bidimensionnel a été étudié au début en se concentrant sur le raffinement du maillage, l'effet de la topologie de la maille et les modèles de turbulence. Il a été constaté que pour un maillage structuré, les résultats sont en meilleur accord avec les données expérimentales disponibles pour les trois scénarios. Une étude plus approfondie à l'aide d'un modèle tridimensionnel a montré de très bons accords avec les mesures expérimentales disponibles qui montrent une instabilité de l'écoulement.

Harish et Venkatasubbaiah [29] ont étudié numériquement l'écoulement turbulent induit par les forces de flottabilité, qui sont générées par une source de chaleur dans une enceinte carrée avec des ouvertures simples et multiples situées au plafond de l'enceinte (figure I.15). Les équations gouvernantes sont décrites mathématiquement par les équations de Reynolds (RANS), et l'équation d'énergie moyenne. Les résultats indiquent un changement significatif dans le comportement d'écoulement avec la variation de l'emplacement de la source de chaleur et des ouvertures. Ils ont trouvé que l'effet de l'entraînement de l'air ambiant est significatif avec l'augmentation du nombre de Grashof. Les débits volumiques à travers les deux ouvertures de plafond ont montré une variation significative selon leurs emplacements.

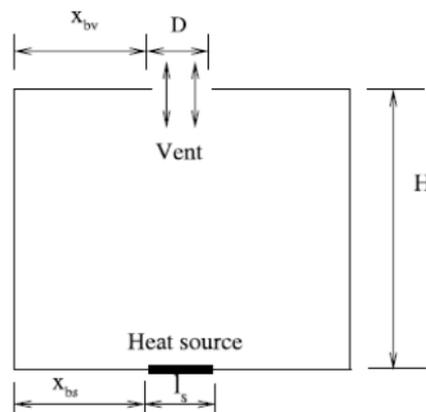


Figure I.15. Configuration géométrique de Harish et Venkatasubbaiah [29]

Kaloudis et al. [30] ont étudié numériquement avec le modèle (LES), le problème de convection mixte turbulent pendant le processus de chargement d'un réservoir d'eau rectangulaire utilisé pour le stockage de l'énergie thermique. Le réservoir cubique étudié a les dimensions $L = H = W = 2\text{ m}$. L'eau chaude est entrée dans le réservoir par une fente de hauteur $H_{in} = 0,02\text{ m}$. La fente d'entrée était située sur le côté supérieur de la paroi verticale

gauche du réservoir, à $y = 1,91$ m de la paroi inférieure. L'eau est soutirée du réservoir à la même vitesse à partir d'une fente identique au bas de la même paroi, à $y = 0,01$ m, comme le montre la figure I.16. Deux codes de simulation LES ont été utilisés. Le premier code (LES-1) est basé sur la méthode des volumes finis, utilise l'algorithme SIMPLE et le solveur itératif CGSTAB (gradient conjugué au carré stabilisé). Les équations d'impulsion ont été discrétisées avec un schéma de différences centrées, du second ordre, tandis que l'équation d'énergie a été discrétisée par le schéma Power-Law. Le deuxième code numérique (LES-2) est basé sur une approche entièrement explicite. Ce code utilise un solveur direct pour la pression. L'avancement temporel a été effectué en utilisant un schéma Adams-Bashforth du second ordre entièrement explicite, et l'équation de quantité de mouvement a été discrétisée avec un schéma de différences centrées. Les termes convectifs ont été discrétisés en utilisant la loi de puissance. Les simulations LES ont fourni un aperçu significatif du processus des pertes d'énergie associées, en particulier pendant les premières étapes du processus. Une analyse détaillée de ces champs d'écoulement révèle l'association de mécanismes de mélange avec des structures d'écoulement spécifiques et pourrait potentiellement conduire à des conceptions améliorées pour les composants et les processus de stockage thermique.

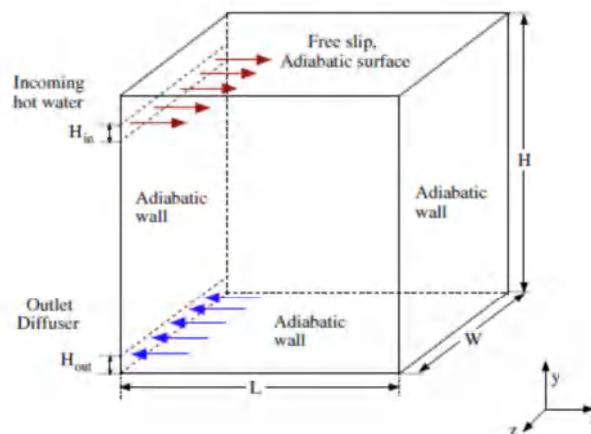


Figure I.16. Configuration géométrique de Kaloudis et al. [30]

Serrano-Arellano et al. [31] ont fait une étude numérique transitoire du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle turbulente d'un mélange Air-Dioxyde de carbone (CO_2) à l'intérieur d'une cavité ventilée. Ils ont considéré une cavité bidimensionnelle ventilée par le côté inférieur de la paroi droite avec l'air à température T_{inlet} et une concentration de CO_2 , et l'orifice de sortie d'air sur la paroi supérieure droite. La paroi verticale droite est une paroi opaque solide exposée à un flux thermique constant (q). Le flux thermique produit une différence de température entre l'air intérieur et extérieur de la cavité provoquant un transfert de chaleur par

conduction à travers la paroi puis convection vers l'intérieur de la cavité. Les pertes convectives et radiatives à l'extérieur de la cavité sont prises en compte. Enfin, la source de contaminant à forte concentration de l'espèce chimique (CO_2) se trouve sur la paroi droite (3000 ppm), la plus faible concentration se trouve sur la paroi gauche (1000 ppm), figure I.17. Les équations régissant de la masse, la quantité de mouvement, la chaleur et les espèces chimiques ont été résolues par la méthode des volumes finis. D'après les résultats, il a été constaté que les températures et les concentrations atteintes pour $\text{Re} < 10^3$ ne sont pas satisfaisants et conformes aux normes minimales établies respectivement par la norme ISO 7730 et la norme ASHRAE 55–62. Au contraire, les paramètres thermiques et de qualité de l'air obtenus pour $\text{Re} = 10^4$ ont satisfait toutes les exigences en un temps de 15 s.

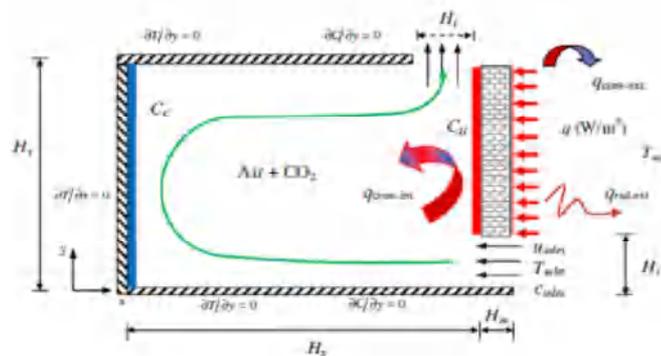


Figure I.17. Configuration géométrique de Serrano-Arellano et al. [31]

Pulat et Ersan [32] ont présenté une simulation numérique d'un flux d'air turbulent dans une pièce ventilée. La figure I.18 montre le modèle physique bidimensionnel de la pièce ventilée et les dimensions sont $H = 3$ m, $L = 9$ m, $h = 0,168$ m, et $t = 0,48$ m. Elle est équipée d'une entrée et une sortie pour la circulation de l'air dans l'espace. Les effets de l'intensité de la turbulence d'entrée et des dimensions sur les caractéristiques d'écoulement ont été étudiés. Les calculs sont effectués à l'aide des modèles de turbulence standard $k-\epsilon$, RNG $k-\epsilon$, $k-\omega$ standard et de transport de contrainte de cisaillement $k-\omega$ avec des fonctions de paroi améliorées. Les résultats obtenus sont comparés aux résultats numériques et expérimentaux de la littérature.

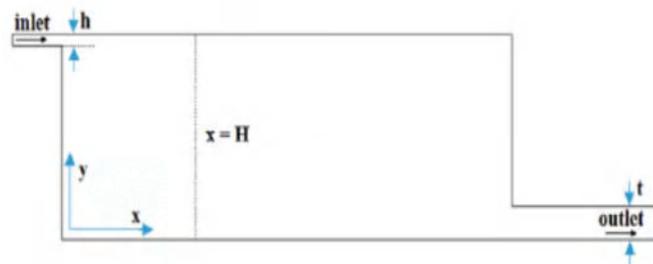


Figure I.18. Configuration géométrique de Pulat et Ersan [32]

Les caractéristiques de convection mixte turbulente à l'intérieur d'une cavité rectangulaire ont été étudiées expérimentalement et numériquement par **Huang et al. [33]**, la cavité alimentée et remplie par l'azote liquide d'un Dewar cryogénique. L'azote gazeux à la sortie de la cavité était pompé par un ventilateur centrifuge. La figure I.19 (a) et (b) montre le système expérimental de cette étude. Le modèle (LES) utilisé est basé sur le modèle dynamique de Smagorinsky et de la moyenne de Favre pour $1,08 \times 10^{12} \leq Ra \leq 6,50 \times 10^{12}$ afin d'étudier en détail l'effet de la flottabilité. Le développement de l'écoulement turbulent et les structures cohérentes induites par la flottabilité et la force de cisaillement sont présentés avec le deuxième invariant du tenseur de gradient de vitesse. Les quantités de turbulence telles que la vitesse et la fluctuation de la température et le flux de chaleur turbulent se trouvent fortement concentrés près des parois latérales chauffées et de la limite centrale du jet, et augmentent significativement avec la flottabilité. En comparant avec les résultats expérimentaux, la précision du LES pour la convection mixte est également déterminée.

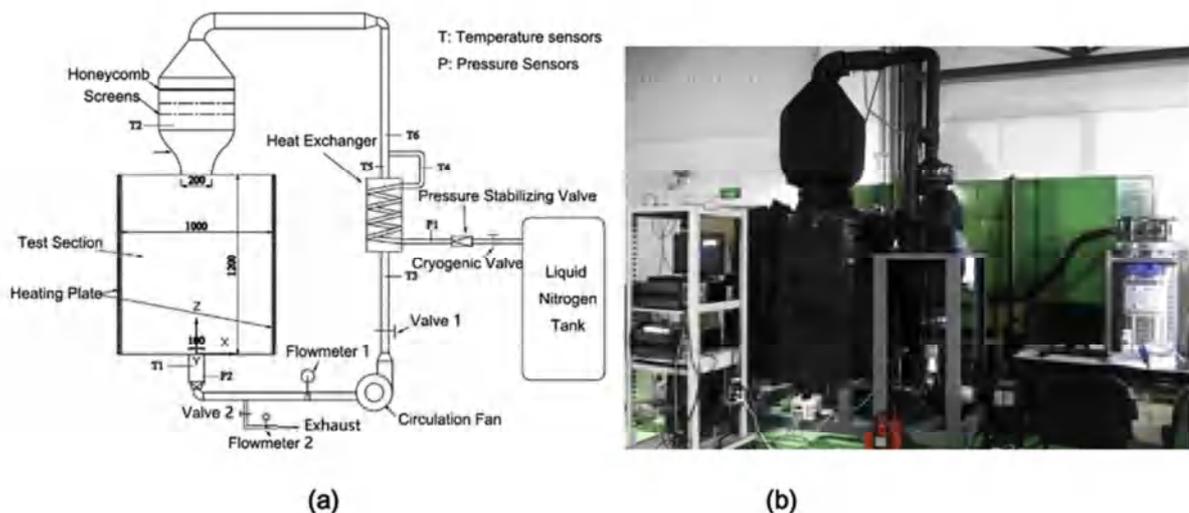


Figure I.19. Configuration géométrique de système expérimental de Huang et al. [33]

I.2.3. Partie III : Refroidissement des blocs dans les canaux

Kim et al. [34] ont fait une analyse de l'écoulement et du transfert thermique de la convection mixte dans un canal contenant des blocs chauffés attachés sur la paroi du canal (figure I.20). Les équations gouvernantes avec l'hypothèse de Boussinesq ont été résolues numériquement. Une température périodique a été imposée comme condition aux limites sur les deux plaques. L'écoulement et le champ thermique pour des nombres de Reynolds allant de 100 jusqu'à 1500 et des nombres de Grashof de 0 à 10^6 pour un canal horizontal et un canal vertical ont été examinés. Les auteurs ont déterminés le nombre de Nusselt local le long des surfaces des

blocs ainsi que les distributions de la température et la densité du flux sur la surface de base de la plaque. De plus, ils ont étudié l'évolution de la température maximale des blocs en fonction des nombres de Reynolds.

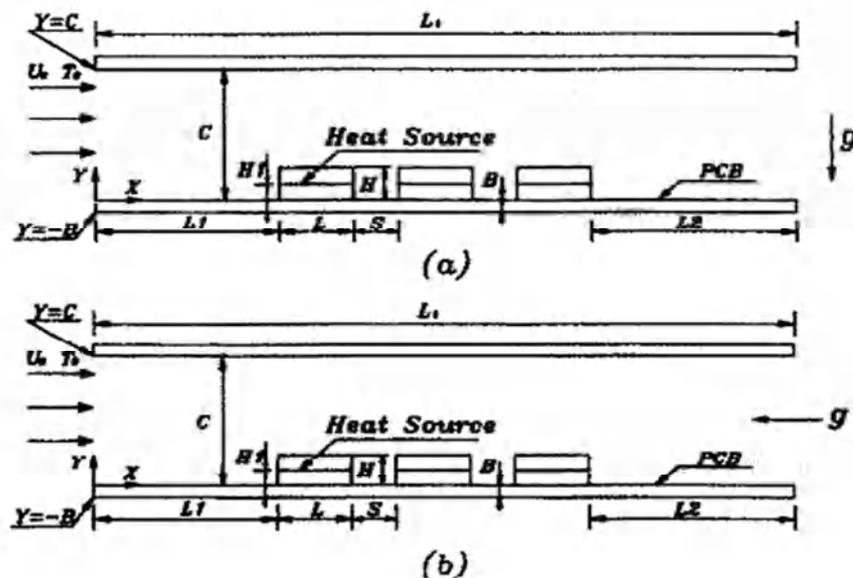


Figure I.20. Configuration géométrique de la position de canal (a) horizontal et (b) vertical de Kim et al. [34]

La convection naturelle, forcée et mixte ont été étudiés numériquement par **Choi et Ortega** [35] pour un canal plan avec une source de chaleur discrète. L'accent est mis sur l'influence de la vitesse d'écoulement d'entrée et de l'angle d'inclinaison du canal, ainsi que sur la flottabilité locale induite par la source discrète. Ils ont trouvé que le nombre de Nusselt moyen dépend fortement de l'angle d'inclinaison du canal en convection mixte. Ils ont constaté qu'à mesure que le nombre de Grashof augmente, pour un nombre de Reynolds fixe, le fluide s'écoule facilement dans le canal.

Berletta [36] a effectué une étude analytique de la convection mixte dans un canal vertical, en tenant compte de l'effet de la dissipation visqueuse. Les deux parois verticales ont été considérées isothermes, comme le montre la figure I.21. Le champ de vitesse, le champ de température et les nombres de Nusselt sont obtenus par une méthode de séries perturbées qui utilise un paramètre de perturbation proportionnel au nombre de Brinkman. Les résultats montrent que l'effet de la dissipation visqueuse peut être important dans le cas où l'écoulement est ascendant. L'une des conséquences des termes de la dissipation visqueuse est que le transfert de chaleur entre les deux parois du canal n'est pas dû simplement à la conduction pure relativement au cas où la dissipation visqueuse soit néglige.

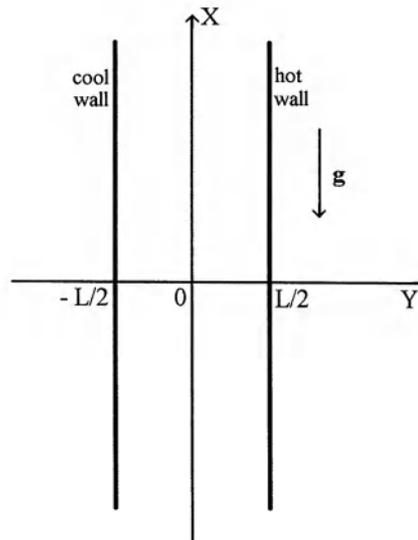


Figure I.21. Configuration géométrique de Berletta [36]

Greiner et al. [37] ont étudié l'écoulement de transfert de chaleur dans un canal comportant des corrugation. Les équations de Navier Stokes avec l'équation de l'énergie ont été résolues par la méthode spectrale pour un nombre de Reynolds qui varie entre 600 et 800. Le canal est composé de sept corrugation contiguës suivi par une section plane (figure I.22). Les conditions aux limites périodiques à l'entrée et à la sortie ont été employées. L'écoulement instationnaire a été observé dans le canal rainuré et dans la section plate. Ils ont étudié l'effet du nombre de Reynolds sur la variation de la composante de vitesse axiale, le transfert de chaleur local, la couche de cisaillement et le gradient de pression. Les résultats de ce travail montrent que le canal rainuré offre un meilleur coefficient de transfert de chaleur pour une puissance de pompage.

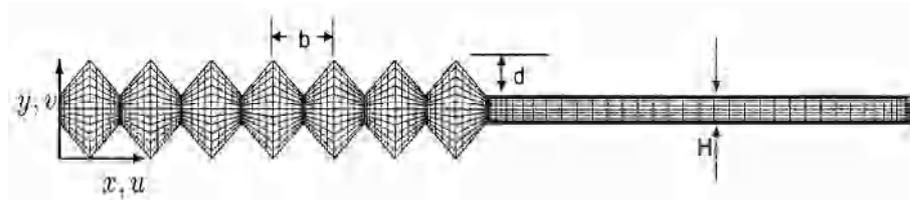


Figure I.22. Configuration géométrique de Greiner et al. [37]

Bae et al. [38] ont étudié l'amélioration du transfert de chaleur de la convection mixte dans un canal contenant cinq blocs poreux chauffés et attachés à la paroi inférieure (figure I.23). Le flux de chaleur du premier bloc varie sinusoidalement avec le temps, cependant il est considéré constant pour les autres blocs. Le modèle de Darcy Brinkman-Forchheimer avec le modèle d'énergie à deux équations ont été utilisés pour modéliser l'écoulement et le champ de température dans la région poreuse. Une amélioration du transfert de chaleur a été marquée pour

les blocs lorsque le phénomène de résonance se développe. La fréquence de résonance tend vers la fréquence caractéristique du système. Cette dernière peut être estimée par l'inverse du temps écoulé par le fluide entre deux blocs adjacents. L'effet de la porosité des blocs et leurs dimensions a été investigué. L'amélioration du transfert convectif de la chaleur justifie l'utilisation de la technique de modulation du bloc amont.

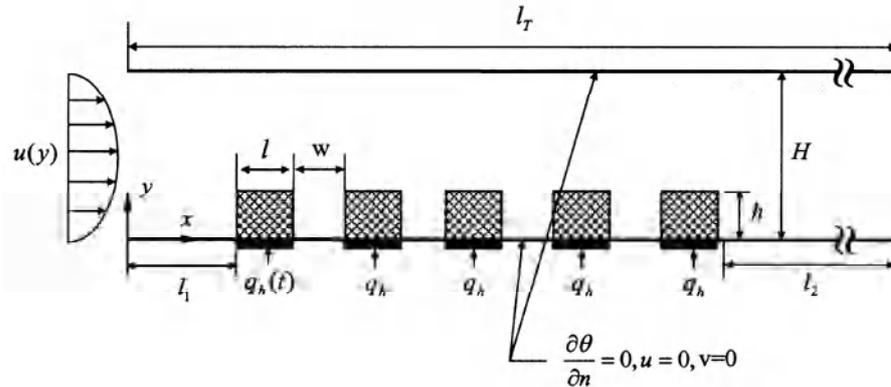


Figure I.23. Configuration géométrique de Bae et al. [38]

Icoz et Jaluria [39] ont étudié numériquement la convection naturelle bidimensionnelle, dans un canal rectangulaire horizontale et contenant des sources de chaleur (figure I.24). Cette étude a un intérêt particulier qui est une simulation avec des conditions aux limites réelles. Les effets des ouvertures et des dimensions de canal, des conditions aux limites, de la température et de l'emplacement des sources sur le transfert de chaleur sont examinés. Les résultats montrent que les dimensions du canal et la présence d'ouvertures ont des effets notables sur la structure d'écoulement du fluide. Cependant, leurs effets sur le transfert de chaleur sont jugés relativement faibles. Ainsi, l'augmentation de la hauteur du canal conduit à un écoulement moins stable, et par conséquent, a une diminution du nombre de Grashof critique.

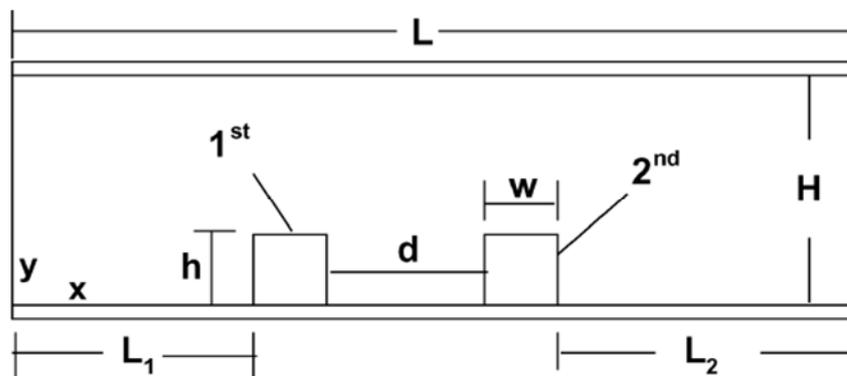


Figure I.24. Configuration géométrique d'Icoz et Jaluria [39]

Chang et Shiao [40] ont étudié numériquement l'écoulement pulsatif en convection mixte dans un canal vertical (figure I.25). Ils ont explorés les influences des fréquences de pulsation, de l'augmentation du nombre de Prandtl et de la position de cloison pour différentes nombres de Richardson sur la structure d'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats montrent que le transfert de chaleur est meilleur lorsqu'on utilise la cloison et l'écoulement pulsatif. Aussi, le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds et la variation d'angle de pulsation d'écoulement.

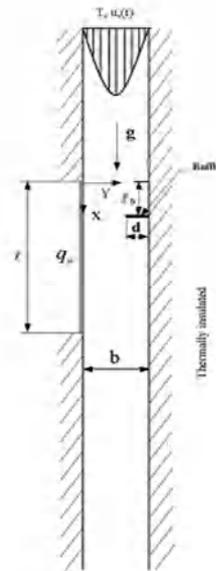


Figure I.25. Configuration géométrique de Chang et Shiao [40]

Premachandran et Balaji [41] ont étudié numériquement l'effet du rayonnement thermique sur l'écoulement en convection mixte dans un canal horizontal contenant quatre sources de chaleur montées sur la paroi inférieure (figure I.26). Les effets du nombre de Reynolds, du nombre de Grashof, de l'émissivité et de la conductivité thermique des sources de chaleur ont été examinés. Les résultats montrent que la température adimensionnelle diminue avec l'augmentation du nombre de Reynolds, du nombre de Grashof et de l'émissivité.

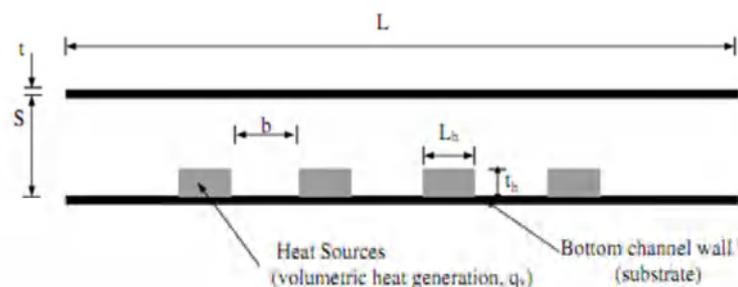


Figure I.26. Configuration géométrique de Premachandran et Balaji [41]

Korichi et Oufier [42] ont effectué une étude numérique dans un canal rectangulaire avec des blocs chauffés montés alternativement sur les deux parois supérieures et inférieures (figure I.27). L'écoulement de l'air est assumé laminaire, bidimensionnel et instationnaire avec des caractéristiques thermo physiques constantes pour trois valeurs de nombre de Reynolds ($Re=50$, 500 et 1000). La géométrie périodique et la contraction-expansion de la section transversale induit la bifurcation de l'écoulement instable vers l'écoulement instationnaire. Dans l'état instationnaire, un écoulement auto-oscillatoire périodique se produit. Ils ont obtenues également qu'une onde transversale produite par le vortex contribue principalement à l'amélioration du transfert thermique.

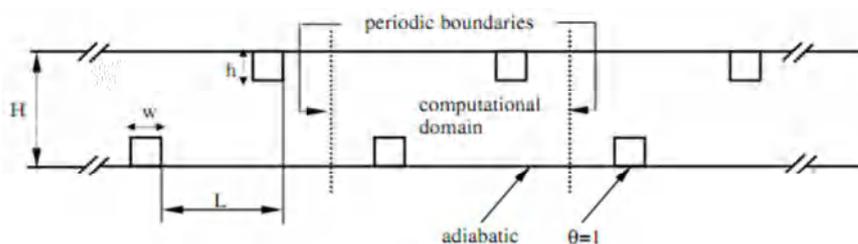


Figure I.27. Configuration géométrique de Korichi et Oufier [42]

Yucel et Guven [43] ont étudié numériquement l'influence du nombre de Reynolds, du nombre de Prandtl, du coefficient inertiel et de la conductivité thermique du milieu poreux sur l'écoulement et le transfert de chaleur en convection forcée laminaire dans un canal horizontal, contenant des blocs chauffés couverts par un milieu poreux (figure I.28). Les résultats montrent que la couverture poreuse avec une grande conductivité thermique améliore efficacement le transfert de chaleur des blocs. Aussi, en augmentant les nombres de Reynolds et de Prandtl et en diminuant le coefficient inertiel, le refroidissement des blocs est amélioré.

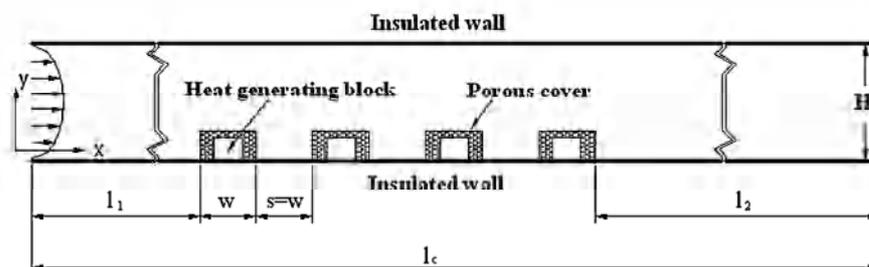


Figure I.28. Configuration géométrique de Yucel et Guven [43]

Huang et Chen [44] ont étudié numériquement la convection mixte laminaire dans un canal vertical contenant plusieurs sources de chaleur couvertes par un milieu poreux (figure I.29). Ils ont exploré en détail les effets du nombre de Darcy, du nombre de Reynolds, du nombre de

Grashof, du rapport de conductivité et des paramètres géométriques sur la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur. Les résultats montrent que la zone de recirculation induite par la couverture poreuse entraîne un bon refroidissement des sources de chaleur. Aussi, ils ont remarqué qu'il existe une valeur critique du nombre de Darcy pour laquelle le taux de transfert de chaleur est maximal.

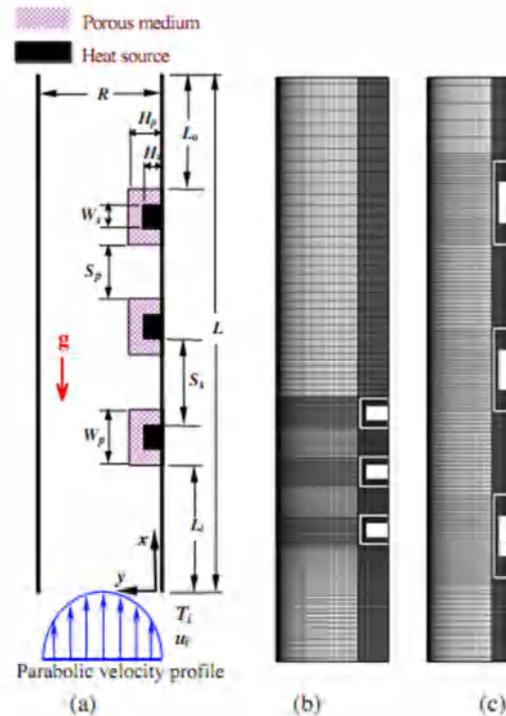


Figure I.29. Configuration géométrique de Huang et Chen [44]

Sharma et al. [45] ont étudié numériquement la structure de l'écoulement et les caractéristiques de transfert de chaleur dans un canal rainuré à chicanes chauffé de manière différentielle par les côtés avec un déflecteur et placé verticalement vers le bas à partir de la paroi supérieure de la géométrie du canal rainuré (figure I.30). Un code basé sur la méthode des volumes finis a été utilisé pour résoudre les équations bidimensionnelles de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie. L'effet du changement de la position et de la hauteur du déflecteur a été étudié dans la plage des nombres de Richardson de 0,1 à 10. Les résultats ont montré pour des écoulements externes provenant à la fois de la gauche et de la droite du canal rainuré sont considérés. Une amélioration remarquable du transfert de chaleur a été observée en présence de déflecteur. L'étude a également souligné que pour des performances optimales, la position et la hauteur du déflecteur doivent être ajustées en fonction de la direction du flux externe.

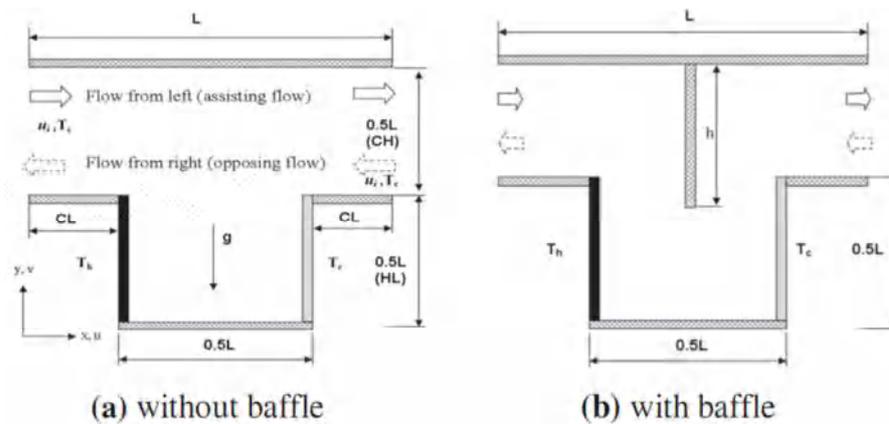


Figure I.30. Configuration géométrique de canal (a) sans chicane et (b) avec chicane de Sharma et al. [45]

Menni et Azzi [46] ont fait une analyse numérique d'un écoulement turbulent à travers un canal à section rectangulaire horizontale bidimensionnelle, munie de deux chicanes placés verticalement l'un dans la paroi supérieure et l'autre dans la paroi inférieure (figure I.31). L'écoulement est modélisé par les équations de Navier-Stokes moyenne de Reynolds (RANS). La méthode de discrétisation des volumes finis avec l'algorithme SIMPLE est appliquée pour la solution du problème. Les résultats numériques sont obtenus à l'aide du code FLUENT, et avec le modèle de turbulence SST $k-\omega$. Les champs thermique et hydrodynamique, les profils axiaux de vitesse sans dimension, les coefficients de frottement, les coefficients de transfert de chaleur locaux et moyens et le facteur d'amélioration thermique, ont été présentés pour différents nombres de Reynolds. Les résultats montrent l'impact de la géométrie des deux chicanes sur le comportement thermique et dynamique de l'air.

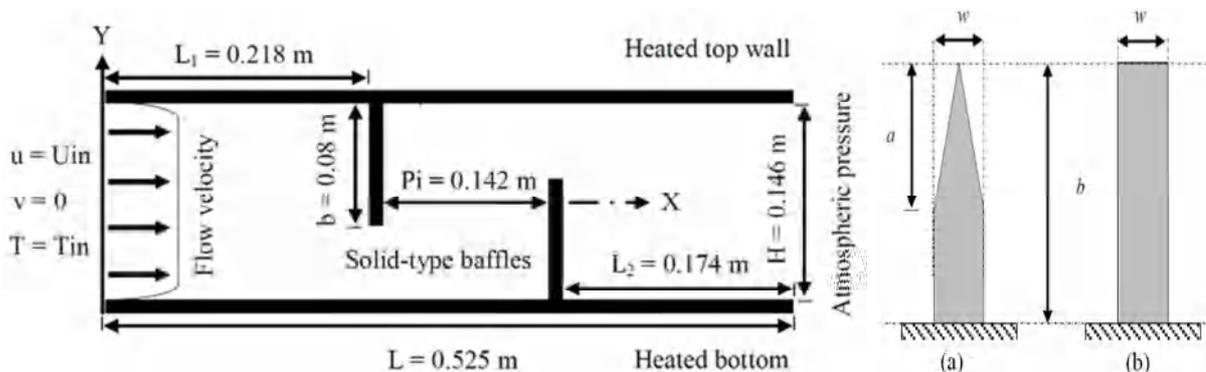


Figure I.31. Configuration géométrique (a) chicane rectangulaire-triangulaire et (b) chicane rectangulaire de Menni et Azzi [46]

Les transferts de chaleur à l'intérieur d'un canal horizontal doté d'une enceinte trapézoïdale et soumise à une source de chaleur de différentes longueurs ont été étudiés numériquement par

Laouira et al. [47]. La source de chaleur est installé à la paroi inférieure de l'enceinte et maintenu à une température constante. L'air pénètre dans le canal horizontalement à une température froide constante et une vitesse fixe. Les autres parois de l'enceinte et du canal sont isolés thermiquement, comme le montre la figure I.32. L'étude numérique est effectuée à l'aide du logiciel de simulation ANSYS. Les résultats ont indiqué que la distribution des isothermes dépend de manière significative de la longueur de la source de chaleur.

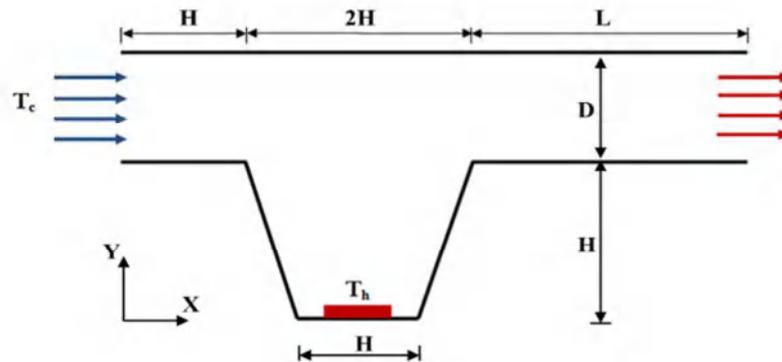


Figure I.32. Configuration géométrique de Laouira et al. [47]

Krira et al. [48] ont étudié numériquement la convection de l'eau dans un condenseur avec, l'entrée et la sortie du fluide, situées le long d'un côté de la cavité, comme le montre la figure I.33. Les équations régissant sont résolues par la méthode des volumes de contrôle utilisant l'algorithme SIMPLEC pour mettre en œuvre un couplage entre la pression et la vitesse. Les résultats montrent que pour des faibles valeurs de Reynolds (convection libre), le refroidissement du condenseur est inversement proportionnel à l'inclinaison et directement proportionnel à l'échauffement du fluide. Contrairement au cas des grandes valeurs de Reynolds (convection forcée) où le refroidissement du condenseur est indépendant des deux (inclinaison et échauffement du fluide).

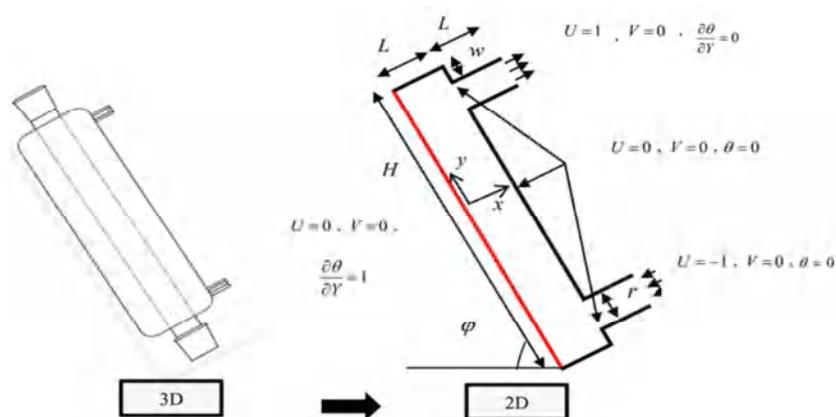


Figure I.33. Configuration géométrique de Krira et al. [48]

I.2.4. Partie IV : Refroidissement des blocs dans les cavités ventilées

Ghasemi [49] a examiné numériquement la convection mixte dans une cavité rectangulaire contenant un composant électronique placé dans la paroi inférieure. Les parois de la cavité sont adiabatiques et la partie inférieure est refroidie par un écoulement d'air extérieur (figure I.34). Les équations de transfert sont discrétisées par une méthode implicite aux différences finies ; les termes convectifs ont été évalués par un schéma de loi de puissance (power-law), et le couplage entre la pression et la vitesse est assurée par l'algorithme SIMPLE. Les effets de paramètres importants tels que le nombre de Rayleigh, le nombre de Strouhal et les conditions d'entrée sur le champ de température sont étudiés. Les résultats indiquent qu'en augmentant le nombre de Rayleigh, le taux de transfert de chaleur des composants augmente et un meilleur refroidissement est obtenu. Le nombre de Nusselt moyen et l'amplitude des fluctuations de la température maximale dépendent fortement de la fréquence de pulsation. Les résultats montrent également que, par rapport au cas sinusoïdal, la pulsation d'entrée de pas produit des fluctuations avec une amplitude plus élevée pour la température maximale des composants et le nombre de Nusselt moyen.

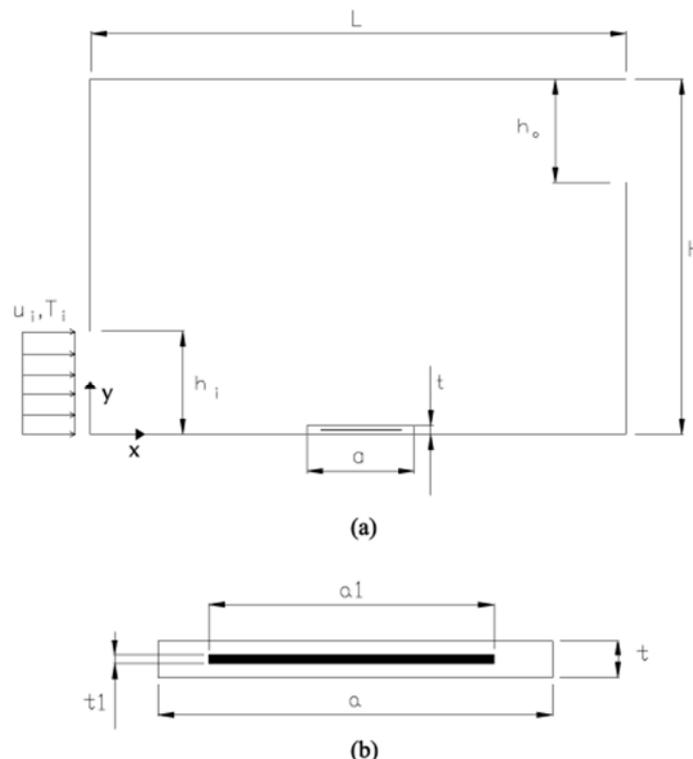


Figure I.34. Configuration géométrique de Ghasemi [49]

Radhakrishnana et al. [50] ont réalisé des expériences afin d'étudier le refroidissement d'un élément chauffant dans une cavité ventilée en régime de convection mixte. L'étude a mis en

évidence une comparaison entre les études expérimentale et numérique pour optimiser l'emplacement de l'élément chauffant afin d'avoir un refroidissement optimale. L'objectif de cette étude est de maximisé la conductance globale. Cela se traduit par la minimisation de la température maximale. Le dispositif expérimental se compose d'une chambre bien isolé avec des panneaux en bois sur tous les côtés. Le cadre de la chambre est constitué de tiges en acier doux (MS) de 10 mm^2 . Les bords où les deux parois en bois se rencontrent sont également isolés. La figure I.35 montre un schéma de la configuration test. Une étude numérique de l'écoulement a également été effectuée. Le modèle RNG $k-\epsilon$ (Re Normalisation Group) est adopté pour la fermeture de la turbulence. L'analyse présente plusieurs avantages, car elle aide par exemple à bien positionner l'élément chauffant, de manière à maximiser le taux de refroidissement. FLUENT 6.2, a été utilisé pour cette analyse. Les résultats expérimentaux ont été dévoilés pour le maximum de température adimensionnel et en fonction du nombre de Reynolds Re et nombre de Richardson Ri . Une corrélation a été obtenue pour le nombre de Nusselt Nu en fonction de Re et Ri . Les simulations numériques ont révélé que le flux principal à l'intérieur de la chambre est concentré près de la paroi droite. Ceci indique que si l'appareil est déplacé vers la droite, le refroidissement de l'appareil de chauffage peut être amélioré. Par conséquent, les expériences ont été réalisées en déplaçant un élément de chauffage vers le mur et comme prévu, on obtient 10 à 50% de réduction des températures maximales dans cette nouvelle position. L'effet de l'orientation de l'appareil en position horizontale et inclinée a également été étudié numériquement. La position inclinée offre une baisse du taux de transfert de chaleur par rapport à l'horizontale. Les températures obtenues avec les simulations numériques sont globalement indicatif et une différence a été observée avec les mesures.

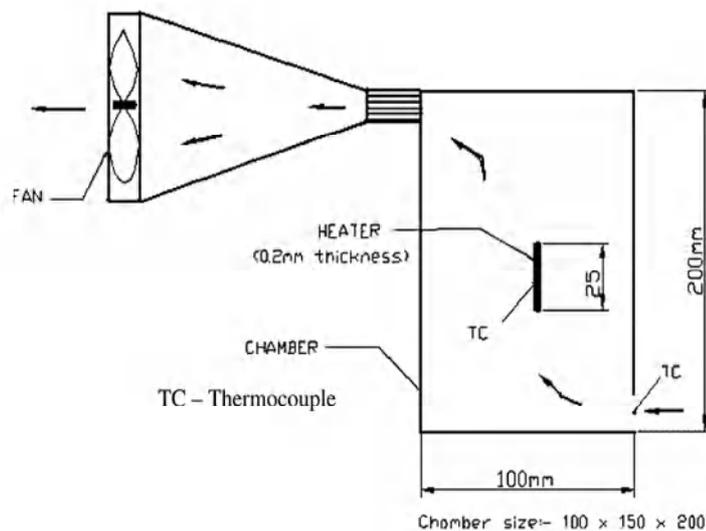


Figure I.35. Configuration géométrique de Radhakrishnana et al. [50]

Rahman et al. [51] ont étudié numériquement l'effet d'une source cylindrique situé au centre d'une cavité carrée ventilée. La cavité carrée des côtés L , le cylindre a un diamètre d et une conductivité thermique k_s , comme le montre la figure I.36. La solution numérique utilisée dans ce travail est basée sur la méthode des éléments finis avec une formulation des résidus pondérés de Galerkin. Les équations de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, sont transférées à un système d'équations intégrales en appliquant la méthode des résidus pondérés de Galerkin. L'intégration de ces équations a été effectuée en utilisant la méthode de quadrature de Gauss. Les équations non linéaires modifiées sont transférées en équations algébriques linéaires en utilisant la méthode de Newton. Enfin, ces équations linéaires sont résolues avec la méthode de factorisation triangulaire. Les résultats ont été présentés pour le nombre de Richardson (Ri) varie de 0 à 5,0 afin de simuler la convection forcée, mixte et naturelle dans la cavité. La taille du cylindre varie de 0 à 0,6 pour comprendre l'effet du diamètre du cylindre sur l'écoulement et le transfert de chaleur dans la cavité. La valeur maximale de nombre de Nusselt moyen sur la surface chaude correspond au plus grand diamètre du cylindre 0.6 où la convection forcée est dominante. L'augmentation du transfert de chaleur varie avec l'augmentation du Ri pour des valeurs constantes du diamètre du cylindre. De plus, la température moyenne du fluide et la température au centre du cylindre dans la cavité n'est pas monotone avec l'augmentation des valeurs des paramètres. Dans la même géométrie, **Rahman et al. [52]** ont étudiée l'effet du rapport d'aspect de la cavité ainsi que le nombre de Richardson sur les caractéristiques d'écoulement et de transfert de chaleur. Les résultats des calculs ont indiqué que l'écoulement et les champs thermiques ainsi que le nombre de Nusselt moyen à la paroi chaude, la température moyenne du fluide et la température au centre du cylindre dépendaient fortement du rapport d'aspect de la cavité et du paramètre de convection mixte Ri .

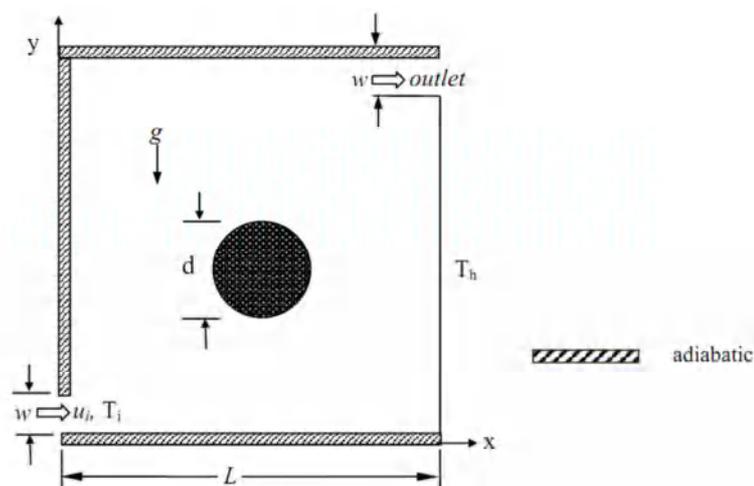


Figure I.36. Configuration géométrique de Rahman et al. [51]

Bhoite et Narasimham [53] ont simulé la convection mixte turbulente dans une enceinte comprenant plusieurs blocs qui génèrent de la chaleur (figure I.38). Vu la même géométrie qui se répète, seulement la moitié de cette enceinte est choisie comme domaine de calcul en tenant compte de la symétrie par rapport à un plan vertical. La turbulence est traitée à l'aide du modèle $k-\varepsilon$ standard et du modèle $k-\varepsilon$ à faible nombre de Reynolds de Launder-Sharma. Les résultats montrent qu'aux nombres de Reynolds plus élevés, une région de recirculation d'intensité croissante dans la zone inférieure tend à se générer et que l'effet de la flottabilité devient insignifiant au-delà d'un nombre de Reynolds de 5×10^5 . Les températures adimensionnelles maximales obtenues sont presque les mêmes, que ce soit pour la géométrie partitionnée ou non.

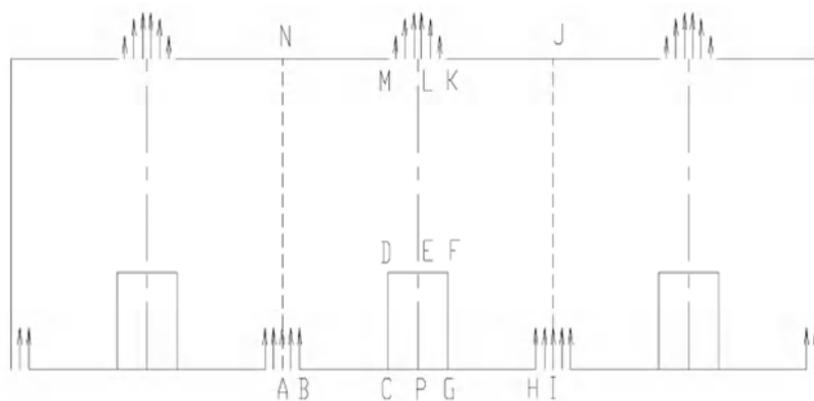


Figure I.37. Configuration géométrique de Bhoite et Narasimham [53]

Rahman et al. [54] ont analysé l'influence des positions d'entrée et de sortie de l'écoulement d'air sur les transferts thermique dans une cavité ventilée carrée contenant un bloc carré de côté $d = 0,2$ de la longueur de la cavité, placée au centre de la cavité, les dimensions d'entrée et de sortie sont les mêmes pour les quatre configurations est égale à $0,1$ de la longueur de la cavité (figure I.37). Les équations d'impulsion, de chaleur et de masse ont été discrétisées par la méthode des éléments finis basée sur la formulation des résidus pondérés de Galerkin. Les résultats présentés, montrent que le nombre de Reynolds a un effet significatif sur le champ d'écoulement dans la région dominée par la convection mixte et dans la région dominée par la convection naturelle pure. D'autre part, les différents paramètres ont un effet significatif sur le champ thermique dans les trois régimes convectifs considérés. Enfin, l'emplacement des orifices d'entrée et de sortie a un effet significatif sur le champ d'écoulement et le champ thermique dans les trois régimes convectifs.

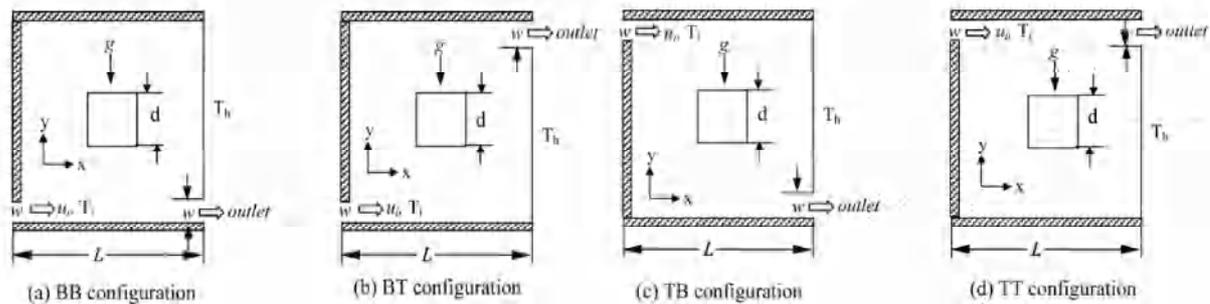


Figure I.38. Configuration géométrique de Rahman et al. [54]

Rahman et al. [55] ont analysé les effets des nombres de Reynolds et de Prandtl sur les caractéristiques d'écoulement convectif mixte et de transfert de chaleur à l'intérieur d'une cavité ventilée en présence d'un cylindre chaud placé au centre. L'entrée est située au bas de la paroi gauche, tandis que celle de sortie est en haut de la paroi droite et toutes les parois de la cavité sont considérées adiabatiques (figure I.39). Les résultats sont obtenus pour un nombre de Reynolds varie de 50 à 200, un nombre de Prandtl varie de 0,71 à 7,1 et un de nombre de Richardson de 0 à 5. Les résultats indiquent que l'influence du nombre de Prandtl sur les lignes de courant et les isothermes est remarquable pour différentes valeurs de Ri . L'augmentation du nombre de Prandtl augmente le nombre de Nusselt moyen à la surface chauffée et la force de traînée et diminue la température moyenne du fluide dans la cavité. Le nombre de Nusselt moyen à la surface chauffée augmente à mesure que Reynolds augmente et la température moyenne du fluide augmente pour un nombre de Reynolds plus bas.

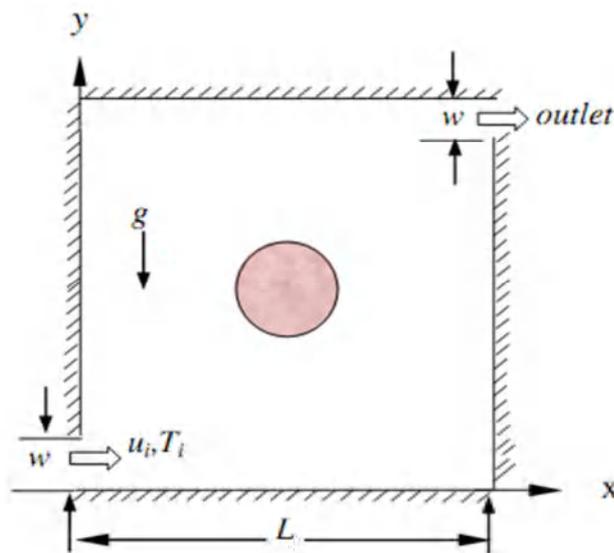


Figure I.39. Configuration géométrique de Rahman et al. [55]

Selimefendigil et Öztop [56] ont analysée numériquement la convection mixte laminaire dans une cavité carrée ventilée en présence d'une ailette adiabatique de différentes longueurs

placée sur les parois de la cavité. L'entrée et la sortie sont placées sur les parois verticales de la cavité en haut à gauche et en bas à droite respectivement, toutes les parois de la cavité sont maintenues à la température T_h , comme le montre la figure I.40. Le schéma de discrétisation utilisé pour résoudre les équations de quantité de mouvement et d'énergie est un schéma du premier ordre au début puis devient du second ordre après quelques itérations. L'algorithme de PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) est utilisé pour traiter le couplage pression-vitesse. L'effet de la hauteur de l'ailette, du placement de l'ailette sur chacune des quatre parois de la cavité et du nombre de Richardson sur les caractéristiques de transfert de chaleur et d'écoulement de fluide est analysé numériquement. Les résultats sont présentés par de lignes de courant, des courbes isothermes et des courbes du nombre de Nusselt moyen. Ils ont observé que pour le cas dominé par convection, la longueur de l'ailette et sa position sur l'une des quatre parois de la cavité n'altèrent pas les performances thermiques, alors que lorsque les effets de flottabilité deviennent importants les performances thermiques augmentent pour une grande ailette.

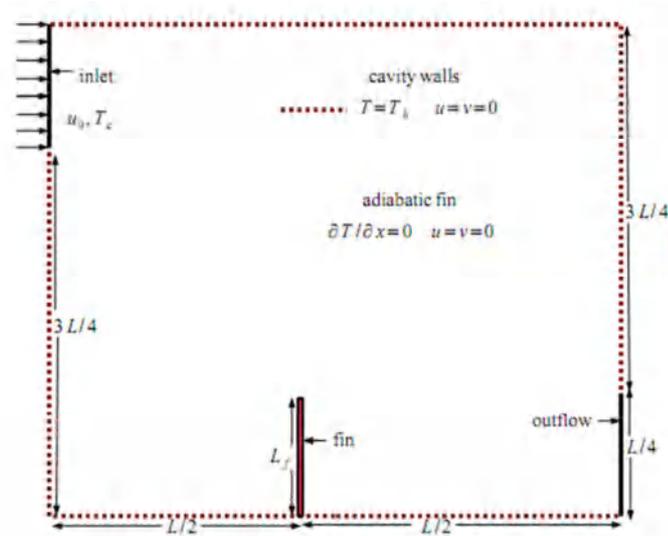


Figure I.40. Configuration géométrique de Selimefendigil et Öztop [56]

Karimi et al. [57] ont étudié numériquement la convection mixte en régime permanent dans une enceinte carrée en présence de deux cylindres chauffés. Les cylindres sont situés au milieu de la hauteur de l'enceinte et les parois de la cavité sont adiabatiques (figure I.41). La discrétisation a été réalisée par la méthode de volumes finis. Les équations gouvernantes ont été résolues sur un maillage non structuré par le schéma QUICK (Quadratique Upwind Interpolation for Convective Kinetics) pour les termes de convection et en employant l'algorithme de correction de pression, SIMPLE. Les résultats montrent que les taux de transfert

de chaleur des cylindres chauffés et la température du fluide dans l'enceinte augmentent avec l'augmentation du nombre de Richardson et du diamètre du cylindre. Cependant, la tendance du nombre de Nusselt moyen et de la variation de température est complètement opposée lorsque le nombre de Reynolds augmente. De plus, en augmentant le diamètre des cylindres et le nombre de Richardson, le cylindre de gauche est moins affecté par l'écoulement du fluide d'entrée que celui de droite.

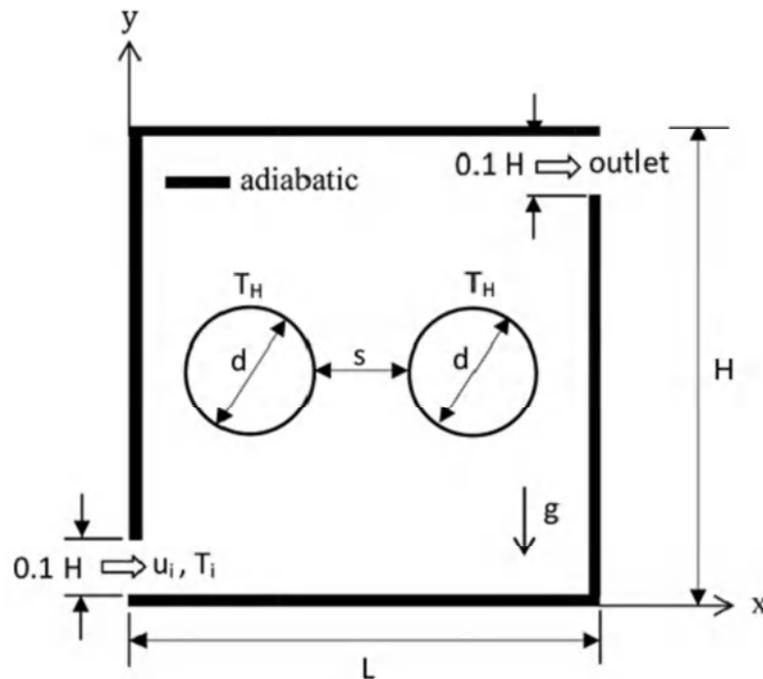


Figure I.41. Configuration géométrique de Karimi et al. [57]

Chakravarty et al. [58] ont modélisé numériquement le processus d'évacuation de la chaleur d'un bloc poreux chaud dans une enceinte avec injection d'un fluide froid en bas du bloc. Toutes les parois de l'enceinte sont maintenues à une température froide, excepté la paroi inférieure qui est supposée adiabatique. Les deux sorties du fluide sont situés au sommet des parois latérales, comme le montre la figure I.42. L'approximation de Darcy-Brinkmann-Forchheimer et l'hypothèse d'équilibre thermique local sont adoptées pour modéliser les équations de quantité de mouvement et d'énergie dans les milieux poreux, respectivement. Les équations de quantité de mouvement et d'énergie sont résolues selon le schéma QUICK. L'algorithme SIMPLE est utilisé pour le couplage pression-vitesse. Les résultats montrent que le transfert de chaleur au niveau de la paroi supérieure augmente tandis que celui des parois latérales diminue à mesure que nombre de Darcy Da est réduit. Cependant, l'augmentation du flux améliore le transfert de chaleur au niveau des parois latérales avec une diminution correspondante au niveau de la paroi supérieure à faible Ri et Re .

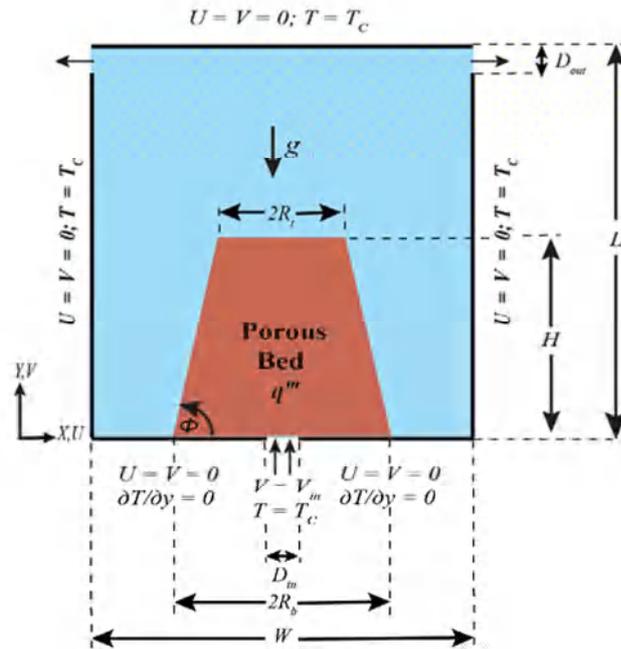


Figure I.42. Configuration géométrique de Chakravarty et al. [58]

Nougléga et al. [59] ont étudié numériquement la convection mixte dans une cavité ventilée à chicanes. La paroi verticale gauche est uniformément chauffée par un flux de chaleur constant. Un débit d'air frais est imposé parallèlement aux parois horizontales, entrant dans la cavité par le bas de la paroi verticale gauche et sortant par le haut de la paroi verticale droite de la cavité. La cavité rectangulaire a un rapport d'aspect géométrique $AR=2$. La cavité comporte deux chicanes chauffées situées à trois positions différentes le long des parois horizontales, comme le montre la figure I.43. Le modèle mathématique bidimensionnel comprend un système de cinq équations aux dérivées partielles régissant la continuité, la quantité de mouvement linéaire et l'énergie, discrétisées par la méthode des différences finies et résolues par l'algorithme de Thomas et la méthode de Gauss Seidel. Les dérivées première et seconde des termes diffusifs ont été approchées par des différences centrales tandis qu'un schéma amont du second ordre a été utilisé pour les termes convectifs afin d'éviter les instabilités rencontrées dans les problèmes de convection mixte. Les résultats montrent que les emplacements des chicanes chauffées le long des parois horizontales permettent de mettre en évidence simultanément deux zones ; une isolée et l'autre chauffée dans la cavité.

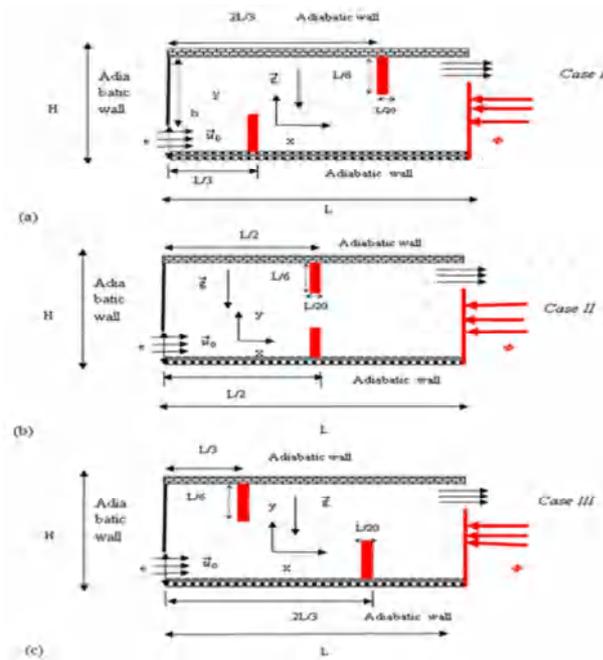


Figure I.43. Configuration géométrique de Noughléga et al. [59]

I.3. Objectif du travail

L'objectif de ce travail réside dans le fait de déterminer les effets de la présence de trois blocs chauffés dans une cavité carrée ventilée sur l'amélioration de la dissipation de la chaleur échangée par convection mixte à travers les surfaces des trois blocs. Ces effets sont quantifiés pour deux cas différents :

- Cas de régime laminaire.
- Cas de régime turbulent.

Notre présente étude est une contribution paramétrique pour déterminer les effets de : l'emplacement des blocs, l'effet de l'emplacement des ouvertures d'entrée et de sortie de fluide, l'effet de nombre de Richardson (convection naturelle et forcée) et l'effet du nombre de Prandtl sur l'amélioration de la convection mixte.

Chapitre II :

FORMULATION MATHÉMATIQUE

II.1. Introduction

La convection de chaleur est le mécanisme le plus important de transfert d'énergie entre une surface solide et un fluide. Ce phénomène est généralement modélisé mathématiquement par les équations aux dérivées partielles tel que : (la continuité, la quantité de mouvement, l'énergie...) avec les conditions aux limites appropriées à la configuration considérée.

Dans ce chapitre on présente, la problématique du travail avec la formulation mathématique du problème, l'essentiel des équations gouvernantes et les conditions aux limites imposées. Aussi une description détaillée de la modélisation mathématique de la turbulence est présentée avec le modèle k- ϵ standard. Enfin, les définitions des paramètres spécifiques de l'étude utilisée dans ce travail seront présentées.

II.2. Configuration géométrique

La configuration géométrique présentée dans cette étude est schématisée sur la figure II.1. Il s'agit d'une cavité carrée de côté H munie de trois blocs, portés à la température chaude T_C , d'une largeur $W=H/5$ et une épaisseur $dw=H/20$ placée aux milieux de la paroi verticale droite avec une distance entre les blocs $h=H/5$. Elle est soumise à un jet d'air frais de température T_F ($T_F < T_C$) entrant à travers une ouverture située au coin inférieur de la paroi gauche avec une vitesse uniforme et constante, l'air quitte la cavité par une ouverture située au coin supérieur de la paroi droite. Les deux ouvertures sont de largeur identique h_e qui vaut $H/5$ pour le régime laminaire et $H/10$ pour le régime turbulent. Toutes les autres parties de la cavité sont adiabatiques.

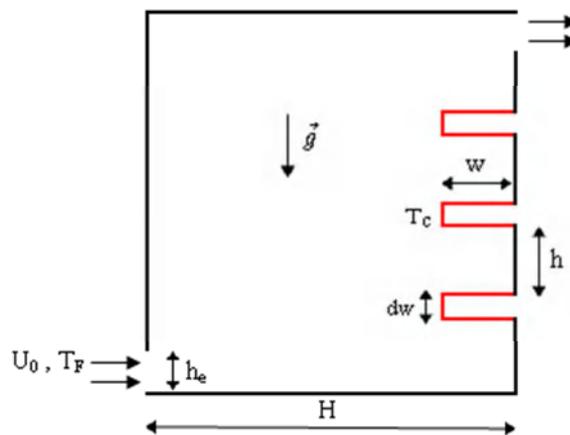


Figure II.1. Configuration géométrique

II.3. Modèle mathématique du régime laminaire

II.3.1. Eléments mathématiques de base (équations gouvernantes)

La formulation mathématique des phénomènes de convection repose sur les équations liant les différents paramètres à savoir : la vitesse, la pression et la température. Ces équations sont obtenues à partir de :

- La loi de conservation de masse (équation de continuité)
- La loi de conservation de quantité de mouvement (équation de Navier-Stokes)
- La loi de conservation d'énergie (équation d'énergie)

II.3.1.1. Equation de continuité

Cette équation est déduite du principe de conservation de masse. Elle s'exprime sous forme tensorielle comme suit **Bejan [60]** :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (2.1)$$

(où $j=1, 2$ et 3 : indice de sommation)

Aux faibles vitesses d'écoulement, l'air est considéré comme étant un fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$), l'équation (2.1) devient alors :

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2.2)$$

II.3.1.2. Equation de quantité de mouvement

Cette équation est déduite de la deuxième loi de la dynamique, qui stipule que la variation de la quantité de mouvement d'une particule fluide est égale à la somme des forces extérieures sur cette particule. Elle s'écrit sous forme tensorielle comme suit **Bejan [60]**

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial (\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2.3)$$

Où :

$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i)$: Représente le taux de variation de la quantité de mouvement

$\frac{\partial (\rho u_j u_i)}{\partial x_j}$: Représente le taux net de transport de quantité de mouvement suivant la direction i , par mouvement du fluide.

F_i : Représente les forces de volume suivant la direction i .

$\frac{\partial P}{\partial x_i}$: Représente les forces dues à la pression.

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]$: Représente les forces nettes de viscosité

II.3.1.3. Equation de l'énergie

L'équation de l'énergie est obtenue en appliquant le premier principe de la thermodynamique pour un fluide Newtonien incompressible, elle s'écrit comme suit **Bejan [60]**

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + q + \mu \Phi \quad (2.4)$$

Où :

k : La conductivité thermique.

c_p : La chaleur spécifique à pression constante.

ρ : La masse volumique.

q : La génération de chaleur par unité de volume (densité de chaleur volumétrique).

μ : Viscosité dynamique du fluide.

Φ : La dissipation visqueuse.

II.3.2. Modèle mathématique et équations dimensionnelles

II.3.2.1. Hypothèses simplificatrices

Les équations de conservation de masse, et d'énergie de notre modèle mathématique sont simplifiées en considérant les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est considéré comme bidimensionnel.
- Le fluide est supposé newtonien, et incompressible
- Régime d'écoulement laminaire
- Absence de source de chaleur ($q=0$).
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- La dissipation de la chaleur par frottement visqueux est négligée ($\mu\Phi=0$).
- L'approximation de Boussinesq est considérée, c'est-à-dire, que la masse volumique ρ est prise constante dans tous les termes des équations du modèle mathématique, sauf au niveau du terme de gravité où ses variations induisent directement des forces

de poussée d'Archimède (Buoyancy force). La variation de ρ en fonction de la température est donnée comme suit (**Bejan [60]**)

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)] \quad (2.5)$$

T_0 : Température de référence

β : Le coefficient d'expansion thermique à pression constante (K^{-1}).

ρ_0 : Masse volumique du fluide (Kg/m^3).

➤ Toutes les autres propriétés physiques du fluide et des blocs (ρ , c_p , μ , k) sont supposées constantes.

II.3.2.2. Equations dimensionnelles

En tenant compte de toutes les hypothèses considérées, on aboutit au modèle mathématique suivant :

❖ **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.6)$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction horizontale :**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(uu)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.7)$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction verticale :**

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(vv)}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + g \cdot \beta(T - T_0) \quad (2.8)$$

❖ **Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial(uT)}{\partial x} + \frac{\partial(vT)}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.9)$$

II.3.3. Equations adimensionnelles

La forme adimensionnelle est utilisée afin de trouver des solutions générales aux problèmes physiques indépendamment des systèmes de mesure. Elle permet aussi la simplification de la résolution des systèmes d'équations et la réduction des paramètres physiques. Pour faire apparaître les paramètres de contrôle du problème étudié, il est nécessaire d'introduire des grandeurs de référence.

Afin de rendre le problème le plus général possible nous procédons au changement de variables suivant :

$$X = \frac{x}{H}, Y = \frac{y}{H}, \tau = t \frac{U_0}{H}, U = \frac{u}{U_0}, V = \frac{v}{U_0}, \theta = \frac{(T-T_0)}{(T_p-T_0)} \quad (2.10)$$

L'introduction des variables adimensionnelles précédentes dans les équations différentielles (2.6), (2.7), (2.8), (2.9), aboutit au modèle mathématique adimensionnelle suivant :

❖ **Equation de continuité :**

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2.11)$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction horizontale :**

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2.12)$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction verticale :**

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \theta \quad (2.13)$$

❖ **Equation d'énergie :**

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad (2.14)$$

Les paramètres figurant dans ces équations sont les nombres de Reynolds Re , de Prandtl Pr , de Grashof Gr et de Richardson Ri et sont définis par les relations suivantes :

$$Re = U_0 \cdot \frac{L}{\nu}; \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}; \quad Gr = \frac{g \cdot \beta \cdot \Delta T L^3}{\nu^2}; \quad Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (2.15)$$

II.3.4. Formulation fonction de courant ψ - vorticité ω

II.3.4.1. Equation de la vorticité ω

En dérivant l'équation (2.12) par rapport à Y et l'équation (2.13) par rapport à X on obtient :

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \tau \partial Y} + U \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial U}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial Y} + V \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial^2 P}{\partial X \partial Y} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \tau \partial X} + U \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial V}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial V}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial X} = -\frac{\partial^2 P}{\partial X \partial Y} + \frac{1}{Re} \frac{\partial}{\partial X} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + \frac{Gr}{Re^2} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (2.17)$$

La soustraction de l'équation (2.17) de l'équation (2.16) nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau \partial Y} - \frac{\partial^2 V}{\partial \tau \partial X} + U \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} - \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right) + V \left(\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} \right) &= - \frac{\partial^2 P}{\partial X \partial Y} + \frac{\partial^2 P}{\partial X \partial Y} + \\ \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \right\} - \left\{ \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{\partial^2 U}{\partial X \partial Y} - \frac{\partial^2 V}{\partial X \partial Y} + \right. \\ \left. \frac{\partial U}{\partial Y} \frac{\partial V}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} \right\} \end{aligned} \quad (2.18)$$

En réorganisant les termes convectifs et en tenant compte de l'équation de continuité on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \right) + U \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \right) + V \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \right) &= \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial X^2} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \right) + \right. \\ \left. \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \left(\frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \right) \right\} - \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X} \end{aligned} \quad (2.19)$$

D'autre part la vorticité ω est défini par :

$$\omega = \frac{\partial U}{\partial Y} - \frac{\partial V}{\partial X} \quad (2.20)$$

En substituant ω par sa formule dans l'équation (2.19) on obtient :

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) - \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (2.21)$$

II.3.4.2. Equation de la fonction de courant ψ

L'équation adimensionnelle de la fonction de courant ψ peut être défini comme :

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y} \text{ et } V = - \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (2.22)$$

En combinant les équations (2.20), (2.22) l'équation de la fonction de courant est obtenue par :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = \omega \quad (2.23)$$

La formulation du modèle mathématique du problème considéré, en introduisant la fonction de courant et celle de la vorticité, a pour but d'éliminer la pression des équations primaires et ainsi de réduire le nombre de variables. La résolution de l'équation de la vorticité permet d'obtenir la valeur de la fonction de courant dans tous le domaine ainsi que le champ des vitesses.

II.3.5. Coefficient de transfert de chaleur

On s'intéresse au transfert de chaleur au niveau des blocs chauffés qui s'exprime par le nombre de Nusselt local, évalué par :

$$N_u = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right|_{\text{Blocs}} \quad (2.24)$$

Où $i=1, 2$: indice de sommation

II.3.6. Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont présentées pour notre étude sous forme adimensionnelle comme suit :

Sur les parois de la cavité : $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$ $U = V = 0$

Sur les trois blocs : $\theta = 1$, $U = V = 0$

A l'entrée : $\theta = 0$, $\omega = 0$, $U = 1$, $V = 0$ et $\psi = Y$

A la sortie : $\frac{\partial \theta}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial U}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial V}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$, $\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0$

L'objectif de notre étude dans la partie de régime laminaire passe donc par la résolution numérique du système d'équations suivant :

❖ Equation d'énergie

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right]$$

❖ Equation de la vorticité ω

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \omega}{\partial X} + V \frac{\partial \omega}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2} \right) - \frac{G_r}{\text{Re}^2} \frac{\partial \theta}{\partial X}$$

❖ Equation de la fonction de courant ψ

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} = \omega$$

❖ Champs de vitesse

$$U = \frac{\partial \psi}{\partial Y}$$

$$V = - \frac{\partial \psi}{\partial X}$$

❖ Coefficient de transfert thermique

$$N_u = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right|_{\text{Blocs}}$$

II.4. Modèle mathématique du régime turbulent

La deuxième partie dans ce chapitre concerne l'écoulement en régime turbulent. Dans ce qui suit, nous décrivons les équations traduisant le transport de masse de quantité de mouvement et d'énergie régissant de tels écoulements avec les simplifications nécessaires qui sont faites dans le code fluent. La turbulence a été prise en compte en utilisant le modèle de turbulence k - ε standard.

Comme en laminaire, l'écoulement de fluide en régime turbulent obéit aux lois physiques de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie.

II.4.1. Hypothèses simplificatrices

Pour la résolution des équations de conservation de masse, et d'énergie de notre modèle mathématique des hypothèses simplificatrices ont été considérées :

- L'écoulement est considéré bidimensionnel.
- Le fluide est supposé newtonien et incompressible
- Régime d'écoulement turbulent
- Absence de source de chaleur ($q=0$).
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable.
- La dissipation de la chaleur par frottement visqueux est négligée ($\mu\Phi=0$).
- L'approximation de Boussinesq est considérée, c'est-à-dire, que la masse volumique ρ est prise constante dans tous les termes des équations du modèle mathématique, sauf au niveau du terme de gravité où ses variations induisent directement des forces de poussée d'Archimède (Buoyancy force).
- Toutes les autres propriétés physiques du fluide et des blocs (ρ , c_p , μ et k) sont supposées constantes.

II.4.2. Décomposition de Reynolds et équation moyennes

Puisque la résolution directe n'est pas accessible, l'alternative classique comme nous avons signalée, est la résolution du champ d'écoulement moyen dans le temps (RANS). Cette technique consiste à écrire chaque paramètre de l'écoulement turbulent comme la somme d'une valeur moyenne et d'une fluctuante : c'est la décomposition de Reynolds, soit :

$$u = \bar{u} + \acute{u}$$

$$v = \bar{v} + \acute{v}$$

$$p = \bar{p} + \acute{p}$$

$$T = \bar{T} + \acute{T}$$

Où \bar{u} , \bar{v} , \bar{p} et \bar{T} sont les composantes moyennes et \acute{u} , \acute{v} , \acute{p} et \acute{T} les composantes fluctuantes.

La moyenne dans le temps d'une fluctuation est nulle, On a évidemment $\bar{\acute{u}} = \bar{\acute{v}} = \bar{\acute{p}} = 0$ et $\bar{\acute{T}} = 0$.

La moyenne d'une constante multipliée par la moyenne d'une variable est égale à la constante multipliée par la moyenne de la variable.

$$\overline{c \cdot \bar{u}} = c \cdot \bar{u}, c : \text{est une constante.}$$

La moyenne du produit d'une fluctuation variable et d'une moyenne variable est nulle, par exemple:

$$\overline{\bar{u} \cdot \acute{u}} = \overline{\bar{v} \cdot \acute{v}} = \overline{\bar{T} \cdot \acute{T}} = 0$$

La moyenne du produit de deux fluctuations variables est non nulle, par exemple:

$$\overline{\acute{u} \cdot \acute{u}} = \overline{\acute{u}\acute{u}} \neq 0$$

La moyenne d'une dérivée est la dérive de la moyenne, par exemple :

$$\overline{\frac{\partial \bar{u}}{\partial x}} = \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}$$

La moyenne du produit de la moyenne d'une variable et d'une autre variable est le produit de la moyenne des deux variables, par exemple :

$$\overline{\bar{u} \cdot \bar{g}} = \bar{u} \cdot \bar{g}$$

On introduit cette décomposition dans les équations des écoulements (2.6), (2.7), (2.8) et (2.9). Puis on effectue une opération de moyenne sur ces dernières, afin d'obtenir les équations des grandeurs moyennes:

❖ Equation de continuité :

On fait la décomposition sur l'équation (2.6), nous donne :

$$\frac{\partial(\bar{u}+\acute{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}+\acute{v})}{\partial y} = 0$$

On fait la moyenne par rapport au temps, on obtient :

$$\overline{\frac{\partial(\bar{u}+\acute{u})}{\partial x}} + \overline{\frac{\partial(\bar{v}+\acute{v})}{\partial y}} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}'}{\partial y} = 0$$

Cette équation peut être simplifiée :

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \quad (2.25)$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction horizontale :**

On fait la décomposition sur l'équation (2.7), nous donne :

$$\frac{\partial(\bar{u}+\acute{u})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}+\acute{u})(\bar{u}+\acute{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}+\acute{u})(\bar{v}+\acute{v})}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p}+\acute{p})}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial(\bar{u}+\acute{u})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial(\bar{u}+\acute{u})}{\partial y} \right)$$

On fait la moyenne par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{\bar{u}+\acute{u}})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}+\acute{u})(\bar{u}+\acute{u})}}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}+\acute{u})(\bar{v}+\acute{v})}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\overline{\bar{p}+\acute{p}})}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial(\overline{\bar{u}+\acute{u}})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial(\overline{\bar{u}+\acute{u}})}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}\bar{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}\acute{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\acute{u}\bar{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\acute{u}\acute{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}\bar{v}})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}\acute{v}})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\acute{u}\bar{v}})}{\partial y} + \frac{\partial(\overline{\acute{u}\acute{v}})}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \acute{p}}{\partial x} + \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}'}{\partial y} \right) \right] & \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}\bar{u}})}{\partial x} + \frac{\partial(\overline{\bar{u}\bar{v}})}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \overline{\acute{u}\acute{u}} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{\acute{u}\acute{v}} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

Les contraintes de Reynolds représentent un tenseur symétrique. Selon l'approximation de Boussinesq (1877) :

$$\begin{aligned} -\rho \overline{\acute{u}_i \acute{u}_j} &= \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \\ -\overline{\acute{u}_i \acute{u}_j} &= \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Sont appelées les tensions de Reynolds.

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \text{ Symbole de Kronecker}$$

ν_t : Représente la viscosité cinématique turbulente.

k : L'énergie cinétique turbulente.

On fait la projection de l'équation (2.27) résultante sur les axes X et Y, on obtient :

$$\begin{aligned} -\overline{\acute{u}\acute{u}} &= \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} k = 2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} k \\ -\overline{\acute{u}\acute{v}} &= \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \end{aligned}$$

L'introduction de ces deux expressions dans l'équation (2.26), nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{u})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + 2v_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \frac{2}{3} k \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + v_t \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right) \\ \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[(v + 2v_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(v + v_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + v_t \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction verticale :**

La décomposition de l'équation (2.8), nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}+\hat{u})(\bar{v}+\hat{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})(\bar{v}+\hat{v})}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p}+\hat{p})}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})}{\partial y} \right) + \\ g\beta \left((\bar{T} + \hat{T}) - T_0 \right) \end{aligned}$$

On fait la moyenne par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}+\hat{u})(\bar{v}+\hat{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})(\bar{v}+\hat{v})}{\partial y} &= \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(\bar{p}+\hat{p})}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left(v \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})}{\partial y} \right) + g\beta \left((\bar{T} + \hat{T}) - T_0 \right) \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\hat{u}\hat{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}\hat{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\hat{u}\bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v}\hat{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\hat{v}\bar{v})}{\partial y} + \frac{\partial(\hat{v}\hat{v})}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial y} + \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[v \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) \right] + g\beta \left((\bar{T} + \hat{T}) - T_0 \right) \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{v})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{v})}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[v \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) - \bar{u}\hat{v} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) - \bar{v}\hat{v} \right] + g\beta (\bar{T} - T_0) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Suivant les mêmes démarches qu'avec l'équation de quantité de mouvement selon la direction horizontale, on obtient des nouvelles composantes du tenseur des contraintes qui sont :

$$-\bar{v}\hat{v} = v_t \left(\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} k = 2v_t \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} k$$

$$-\hat{u}\hat{v} = v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

L'introduction de ces deux expressions dans l'équation (2.29), nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[v \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + v_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right) + 2v_t \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} k \right] + \\ g\beta (\bar{T} - T_0) \\ \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[(v + v_t) \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + v_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(v + 2v_t) \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right] + \\ g\beta (\bar{T} - T_0) \end{aligned} \quad (2.30)$$

❖ **Equation d'énergie :**

On fait la décomposition sur l'équation (2.9), nous donne :

$$\frac{\partial(\bar{T}+\hat{T})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}+\hat{u})(\bar{T}+\hat{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})(\bar{T}+\hat{T})}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2(\bar{T}+\hat{T})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\bar{T}+\hat{T})}{\partial y^2} \right)$$

On fait la moyenne par rapport au temps, on obtient :

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial(\bar{T}+\hat{T})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}+\hat{u})(\bar{T}+\hat{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}+\hat{v})(\bar{T}+\hat{T})}{\partial y}} &= \overline{\alpha \left(\frac{\partial^2(\bar{T}+\hat{T})}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(\bar{T}+\hat{T})}{\partial y^2} \right)} \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{u}\hat{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\hat{u}\bar{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\hat{u}\hat{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{T})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v}\hat{T})}{\partial y} + \frac{\partial(\hat{v}\bar{T})}{\partial y} + \frac{\partial(\hat{v}\hat{T})}{\partial y} &= \alpha \left(\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial y^2} \right) \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{u}\bar{T})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}\bar{T})}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} - \bar{\hat{u}}\bar{T} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \bar{\hat{v}}\bar{T} \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

L'expression du flux thermique turbulent selon la loi de Fourier est donné par :

$$-\bar{\hat{u}}_j \bar{T} = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (2.32)$$

On fait la projection de l'équation (2.32) résultante sur les axes X et Y, on obtient :

$$\begin{aligned} -\bar{\hat{u}}\bar{T} &= \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \\ -\bar{\hat{v}}\bar{T} &= \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \end{aligned}$$

L'introduction de ces deux expressions dans l'équation (2.31), nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\alpha + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\alpha + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

II.4.3 Modèle de turbulence

Les modèles de turbulence existant sont généralement classés sur la base du nombre d'équations de transport et de paramètres caractéristiques de la turbulence. Tous ces modèles ont pour but la détermination du tenseur des doubles corrélations $\overline{u_i u_j}$, pour résoudre le problème de fermeture.

La modélisation de ces nouvelles corrélations supplémentaires permettra la fermeture du système d'équations. Ces termes sont régis par des équations d'ordre supérieur.

Il existe plusieurs modèles de turbulence qui se distinguent par leurs degrés de complexité, c'est-à-dire le nombre des équations complémentaire pour les quantités turbulentes qu'il faut ajouter pour fermer le problème. Les modèles de turbulence les plus utilisés à l'heure actuelle sont les modèles à deux équations surtout ceux qui appartient à la famille k- ϵ . **Launder et Spalding [61]** ont examiné trois différents modèles de turbulence à deux équations, qui sont : le modèle k-kl, le modèle k- ω et le modèle k- ϵ . Ils ont trouvé que le modèle k- ϵ est le modèle le plus simple qui est capable de prédire les écoulements cisailés et les écoulements libres, et son utilisation conduit à des résultats plus précises pour les écoulements avec recirculations, sans ajustement spéciale pour les constantes ou les fonctions qui appartient à ce modèle.

Pour fermer le système d'équations du problème à résoudre, on a utilisé le modèle k- ϵ standard qui est un modèle semi empirique basé sur les équations de transport de l'énergie cinétique turbulente k et de sa dissipation ϵ . L'équation modélisée de l'énergie turbulente est dérivée de l'équation exacte. Celle de la dissipation est obtenue sur la base d'un raisonnement physique.

II.4.4. Modèle de turbulence k- ϵ standard

Le modèle le plus utilisé aujourd'hui pour les applications industrielles et des calculs d'écoulement et de transfert de chaleur est le modèle à deux équations (k - ϵ).

Le modèle (k - ϵ) standard est un modèle semi empirique à 2 équations de transport basé sur le concept de Boussinesq reliant les contraintes de Reynolds aux taux de déformation moyens.

Par analogie avec la viscosité cinématique laminaire caractérisée par une vitesse (des molécules) et une distance (le libre parcours moyen), la viscosité turbulente, caractérisée par une vitesse \sqrt{k} et une distance ($l = \frac{k^{3/2}}{\epsilon}$), est donnée par :

$$\nu_t = C_\mu \sqrt{k} \frac{k^{3/2}}{\epsilon} = C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (2.34)$$

Avec $C_\mu=0.09$, et ϵ : le taux de dissipation.

k et ϵ sont obtenus à partir de leur équation de transport présentée ci-dessous.

✓ **Equation de l'énergie cinétique turbulente k :**

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + G_k + G_b - \epsilon \quad (2.35)$$

✓ **Equation de la dissipation ε :**

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.36)$$

Le terme G_k représente la production de l'énergie cinétique turbulente par gradient de vitesse moyen. Il est défini par :

$$G_k = -\rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (2.37)$$

Le terme G_b représente la production de l'énergie cinétique turbulente par l'effet de flottabilité. Il est défini par :

$$G_b = -\frac{g \beta v_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.38)$$

Avec

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad C_{3\varepsilon} = \tanh(v/u), \quad C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

La technique numérique utilisée est la méthode des volumes finis (**Patankar [62]**). Pour résoudre le système en variables primitives, le couplage pression-vitesse est assuré avec l'algorithme SIMPLE. Une méthode de correction par bloc est utilisée permet d'accélérer la convergence lors de la résolution des systèmes d'équations.

II.4.5. Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont présentées pour cette partie sous forme dimensionnelle comme suit :

$$\text{Sur les parois de la cavité : } \frac{\partial T}{\partial n} = 0, u = v = 0$$

$$\text{Sur les trois ailettes : } T = 308 \text{ K}, U = V = 0$$

$$\text{A l'entrée : } T = 288 \text{ K}, u_{in} = u_0, v_{in} = 0, k_{in} = 1.5(0.04 \cdot u_{in})^2, \varepsilon_{in} = (k_{in})^{0.5} / (0.1 \cdot h_e)$$

$$\text{A la sortie : } \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \text{ et } \frac{\partial v}{\partial n} = 0$$

L'objectif de cette deuxième la partie en régime turbulente passe donc par la résolution numérique du système d'équations suivant :

❖ **Equation de continuité**

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction horizontale**

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[(v + 2\nu_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(v + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} + \nu_t \frac{\partial v}{\partial x} \right]$$

❖ **Equation de quantité de mouvement suivant la direction verticale**

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[(v + \nu_t) \frac{\partial v}{\partial x} + \nu_t \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(v + 2\nu_t) \frac{\partial v}{\partial y} \right] + g\beta(\bar{T} - T_0)$$

❖ **Equation d'énergie**

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\alpha + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\alpha + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right]$$

❖ **Equation de l'énergie cinétique turbulente k**

$$\frac{\partial k}{\partial t} + u \frac{\partial k}{\partial x} + v \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] + G_k + G_b - \varepsilon$$

❖ **Equation de la dissipation ε**

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

Chapitre III :

METHODES NUMERIQUES

III.1. Introduction

Les écoulements de fluide et le transfert de chaleur en régime laminaire ou turbulent, sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles. Ainsi, tous les phénomènes physiques sont dirigés par ce système formé par les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie, qu'il convient de résoudre pour connaître les caractéristiques des champs thermique et d'écoulement. Malheureusement, il est pratiquement impossible de trouver une solution analytique et exacte à de tel systèmes du fait que les équations citées précédemment soient très complexes, c'est-à-dire non-linéaires d'une part et couplées d'une autre part comme dans le cas de la convection mixte. Dans ce cas le recours à la résolution numérique s'impose et nous incite à choisir la méthode numérique adéquate pour trouver les meilleures approximations.

III.2. Choix de la méthode numérique

Pour obtenir une solution numérique à ces problèmes étudiés, on doit transformer les équations différentielles du modèle mathématique en systèmes d'équations algébriques linéaires par une méthode de discrétisation avant de résoudre ce système par des méthodes directes ou par itérations.

Parmi les méthodes de discrétisation les plus fréquemment utilisées dans les problèmes d'écoulements et de transfert de chaleur, on peut citer les méthodes des différences finies, d'éléments finis et des volumes finis.

Pour notre présente étude, nous avons choisi dans le cas du régime laminaire la méthode des différences finies qui est basée sur le développement en séries de Taylor d'une fonction autour d'un point. Et dans le cas du régime turbulent, on a choisi la méthode des volumes finis pour sa simplicité et applicabilité à toutes les géométries (y compris les géométries complexes).

III.3. Méthode numérique du régime laminaire

III.3.1. Méthodes des différences finies

C'est la méthode la plus ancienne, le principe fondamental de cette méthode consiste au domaine d'étude un maillage en nœuds dont la finesse permet de donner une approximation des contours du domaine. Ensuite, en appliquant le développement dans chaque nœud du maillage,

cela permet d'obtenir un nombre d'équations algébriques égale au nombre des valeurs d'inconnues des grandeurs étudiées.

III.3.2. Maillage

Le maillage consiste à diviser le domaine d'étude en un ensemble de cellules. La figure III.1 montre un maillage uniforme qui peut être utilisé pour un programme simple.

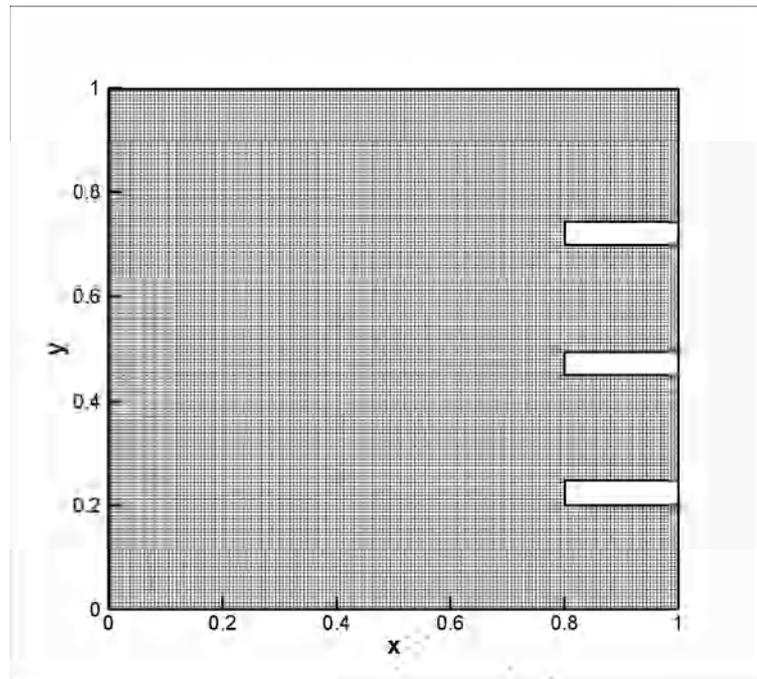


Figure III.1. Schéma du maillage uniforme

III.3.3. Discrétisation des équations différentielles de transport

III.3.3.1. Expressions des différentes dérivées

La dérivée première :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_{i+1,j}^{n+1} - \phi_{i-1,j}^{n+1}}{2\Delta x} \quad (3.1)$$

La dérivée seconde :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\phi_{i+1,j}^{n+1} - 2\phi_{i,j}^{n+1} + \phi_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (3.2)$$

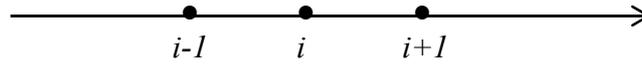
La dérivée par rapport au temps :

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} = \frac{\phi_{i,j}^{n+1} - \phi_{i,j}^n}{\Delta \tau} \quad (3.3)$$

Les termes convectifs figurant dans le système d'équations à résoudre sont discrétisés à l'aide du schéma Upwind. L'avantage de ce schéma est non seulement sa stabilité, mais aussi son adaptation à tenir compte des zones de recirculations du fluide.

Le principe de ce schéma est le suivant :

Considérons une ligne de maillage :



Pour $u > 0$:

Nous allons choisir les points : $i-1, i$ le développement de Taylor donne :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} = \frac{1}{\Delta X} \{ \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j} \} \cdot U \quad (3.4)$$

Pour $u < 0$:

Nous allons choisir les points : $i+1, i$ le développement de Taylor donne :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} = \frac{1}{\Delta X} \{ \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} \} \cdot U \quad (3.5)$$

Donc nous avons :

$$\text{Pour } u > 0: \quad U \frac{\partial \phi}{\partial X} \Delta x = \{ \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j} \} \cdot U \quad (3.6)$$

$$\text{Et pour } u < 0: \quad U \frac{\partial \phi}{\partial X} \Delta x = \{ \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} \} \cdot U \quad (3.7)$$

On pose :

$$U = \begin{cases} \frac{1}{2}(U + |U|) & \text{Si } U > 0 \\ \frac{1}{2}(U - |U|) & \text{Si } U < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Donc on aura :

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} \Delta x = \frac{1}{2}(U + |U|) \{ \phi_{i,j} - \phi_{i-1,j} \} \text{ pour } U > 0 \quad (3.9)$$

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} \Delta x = \frac{1}{2}(U - |U|) \{ \phi_{i+1,j} - \phi_{i,j} \} \text{ pour } U < 0 \quad (3.10)$$

L'addition des deux équations nous donne la discrétisation du terme convectif $U \frac{\partial \phi}{\partial X}$

$$U \frac{\partial \phi}{\partial X} = \frac{1}{4\Delta X} \{ -(U + |U|)\phi_{i-1,j} + 2|U|\phi_{i,j} + (U - |U|)\phi_{i+1,j} \} \quad (3.11)$$

De la même façon la discrétisation du terme convectif $V \frac{\partial \phi}{\partial y}$

$$V \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{1}{4\Delta Y} \{ -(V + |V|)\phi_{i,j-1} + 2|V|\phi_{i,j} + (V - |V|)\phi_{i,j+1} \} \quad (3.12)$$

III.3.3.2. Principe de la méthode des directions alternées implicite A.D.I

La méthode implicite des directions alternées (A.D.I) est composée en deux demi-étapes, dans chacune un système tri diagonal est à résoudre (l'algorithme de Thomas pouvant être utilisé).

Dans la première demi-étape, la discrétisation est implicite suivant la direction horizontale et explicite dans la direction verticale, à la fin du premier demi pas, les valeurs $\phi_{i,j}^{n+1/2}$ sont connues.

Le second demi pas est implicite dans la direction verticale et explicite dans la direction horizontale, à la fin du second demi pas, les valeurs $\phi_{i,j}^{n+1}$ sont connues.

La méthode ADI est inconditionnellement stable.

III.3.3.3. Discrétisation de l'équation d'énergie

- **Première étape**

En choisissant d'écrire le premier demi pas de temps sous une forme implicite dans la direction horizontale X et en utilisant des différences finies centrées et en posant :

$$U_d = -(U - |U|) \quad (3.13)$$

$$U_p = -(U + |U|) \quad (3.14)$$

$$V_d = -(V - |V|) \quad (3.15)$$

$$V_p = -(V + |V|) \quad (3.16)$$

On a:

$$\frac{\theta_{i,j}^{n+1/2} - \theta_{i,j}^n}{\frac{\Delta \tau}{2}} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d \theta_{i+1,j}^{n+1/2} - \frac{1}{2}U_p \theta_{i-1,j}^{n+1/2} + |U| \theta_{i,j}^{n+1/2} \right\}}{2\Delta X} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d \theta_{i,j+1}^n - \frac{1}{2}V_p \theta_{i,j-1}^n + |V| \theta_{i,j}^n \right\}}{2\Delta Y} = \frac{1}{Re \cdot Pr} \left(\frac{\theta_{i+1,j}^{n+1/2} - 2\theta_{i,j}^{n+1/2} + \theta_{i-1,j}^{n+1/2}}{(\Delta X)^2} + \frac{\theta_{i,j+1}^n - 2\theta_{i,j}^n + \theta_{i,j-1}^n}{(\Delta Y)^2} \right) \quad (3.17)$$

Ci- dessus les températures $\theta_{i,j}^n$ sont connues alors que les températures $\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}$ sont inconnues en forme tri-diagonale, ce système d'équations s'écrit :

$$\theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \left[\frac{U_p}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \right] + \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{|U|}{4\Delta X} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \right] + \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} \left[-\frac{U_d}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \right] = \theta_{i,j}^n - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d\theta_{i,j+1}^n - \frac{1}{2}V_p\theta_{i,j-1}^n + |V|\theta_{i,j}^n \right\}}{4\Delta Y} + \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} (\theta_{i,j+1}^n - 2\theta_{i,j}^n + \theta_{i,j-1}^n) \quad (3.18)$$

L'équation (3.18) peut se mettre sous la forme suivante :

$$A_i\theta_{i-1,j} + B_i\theta_{i,j} + C_i\theta_{i+1,j} = D_i \quad (3.19)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_i &= \left[\frac{U_p}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \right] \\ B_i &= \left[1 + \frac{|U|}{4\Delta X} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \right] \\ C_i &= \left[-\frac{U_d}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \right] \\ D_i &= \theta_{i,j}^n - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d\theta_{i,j+1}^n - \frac{1}{2}V_p\theta_{i,j-1}^n + |V|\theta_{i,j}^n \right\}}{4\Delta Y} + \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} (\theta_{i,j+1}^n - 2\theta_{i,j}^n + \theta_{i,j-1}^n) \end{aligned}$$

L'équation (3.19) appliquées aux nœuds d'une ligne i quelconque ($2 < i < NX-1$) permet d'obtenir un système d'équation tri diagonal qui sera résolu par l'algorithme de Thomas (T.D.M.A : Tri-Diagonal Matrix Algorithm).

- **Deuxième étape**

Le deuxième demi pas de temps, implicite dans la direction verticale Y , s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{i,j}^{n+1} - \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{\Delta\tau}{2}} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}U_p\theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + |U|\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right\}}{2\Delta X} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d\theta_{i,j+1}^{n+1} - \frac{1}{2}V_p\theta_{i,j-1}^{n+1} + |V|\theta_{i,j}^{n+1} \right\}}{2\Delta Y} = \\ \frac{1}{Re \cdot Pr} \left(\frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{(\Delta X)^2} + \frac{\theta_{i,j+1}^{n+1} - 2\theta_{i,j}^{n+1} + \theta_{i,j-1}^{n+1}}{(\Delta Y)^2} \right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

Et, en forme tri-diagonale :

$$\begin{aligned} & \theta_{i,j-1}^{n+1} \left[\frac{V_p}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} \right] + \theta_{i,j}^{n+1} \left[1 + \frac{|V|}{4\Delta Y} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} \right] + \\ & \theta_{i,j+1}^{n+1} \left[-\frac{V_d}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} \right] = \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}U_p \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + |U| \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right\}}{4\Delta X} + \\ & \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \left(\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (3.21)$$

L'équation (3.21) peut se mettre sous la forme suivante :

$$A_j \theta_{i,j-1} + B_j \theta_{i,j} + C_j \theta_{i,j+1} = D_j \quad (3.22)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_j &= \left[\frac{V_p}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} \right] \\ B_j &= \left[1 + \frac{|V|}{4\Delta Y} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} \right] \\ C_j &= \left[-\frac{V_d}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re \cdot Pr} \right] \\ D_j &= \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d \theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}U_p \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + |U| \theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right\}}{4\Delta X} \\ &+ \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re \cdot Pr} \left(\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\theta_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned}$$

L'équation (3.22) appliquées aux nœuds d'une ligne j quelconque ($2 < j < NY-1$) permet d'obtenir un système d'équation qui sera résolu par l'algorithme de Thomas (T.D.M.A : Tri-Diagonal Matrix Algorithm).

III.3.3.4. Discrétisation de l'équation de vorticité

- **Première étape**

L'équation de transport de vorticité est discrétisée par la méthode des directions alternées ADI.

Le premier demi pas de temps sous une forme implicite dans la direction horizontale X, et en utilisant des différences finies centrées s'écrit :

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \omega_{i,j}^n}{\frac{\Delta\tau}{2}} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}U_p\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + |U|\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right\}}{2\Delta X} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d\omega_{i,j+1}^n - \frac{1}{2}V_p\omega_{i,j-1}^n + |V|\omega_{i,j}^n \right\}}{2\Delta Y} =$$

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{(\Delta X)^2} + \frac{\omega_{i,j+1}^n - 2\omega_{i,j}^n + \omega_{i,j-1}^n}{(\Delta Y)^2} \right) - \frac{Gr}{\Delta X \cdot Re^2} \left[\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2} \right] \quad (3.23)$$

En forme tri-diagonale, ce système d'équations s'écrit :

$$\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \left[\frac{U_p}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re} \right] + \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \left[1 + \frac{|U|}{4\Delta X} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta X)^2 Re} \right] + \omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} \left[-\frac{U_d}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re} \right] = \omega_{i,j}^n - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d\omega_{i,j+1}^n - \frac{1}{2}V_p\omega_{i,j-1}^n + |V|\omega_{i,j}^n \right\}}{4\Delta Y} + \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re} (\omega_{i,j+1}^n - 2\omega_{i,j}^n + \omega_{i,j-1}^n) - \frac{Gr}{\Delta X \cdot Re^2} \left[\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2} \right] \quad (3.24)$$

L'équation (3.24) peut se mettre sous la forme suivante :

$$A_i \omega_{i-1,j} + B_i \omega_{i,j} + C_i \omega_{i+1,j} = D_i \quad (3.25)$$

Avec :

$$A_i = \left[\frac{U_p}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re} \right]$$

$$B_i = \left[1 + \frac{|U|}{4\Delta X} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta X)^2 Re} \right]$$

$$C_i = \left[-\frac{U_d}{8\Delta X} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re} \right]$$

$$D_i = \omega_{i,j}^n - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d\omega_{i,j+1}^n - \frac{1}{2}V_p\omega_{i,j-1}^n + |V|\omega_{i,j}^n \right\}}{4\Delta Y} + \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re} (\omega_{i,j+1}^n - 2\omega_{i,j}^n + \omega_{i,j-1}^n) - \frac{Gr}{\Delta X \cdot Re^2} \left[\frac{\theta_{i+1,j}^n - \theta_{i-1,j}^n}{2} \right]$$

- **Deuxième étape**

Le deuxième demi pas de temps, implicite dans la direction verticale Y, s'écrit :

$$\frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\frac{\Delta\tau}{2}} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}U_p\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + |U|\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right\}}{2\Delta X} + \frac{\left\{ -\frac{1}{2}V_d\omega_{i,j+1}^{n+1} - \frac{1}{2}V_p\omega_{i,j-1}^{n+1} + |V|\omega_{i,j}^{n+1} \right\}}{2\Delta Y} =$$

$$\frac{1}{Re} \left(\frac{\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{(\Delta X)^2} + \frac{\omega_{i,j+1}^{n+1} - 2\omega_{i,j}^{n+1} + \omega_{i,j-1}^{n+1}}{(\Delta Y)^2} \right) - \frac{Gr}{\Delta X \cdot Re^2} \left[\frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2} \right] \quad (3.26)$$

Et, en forme tri diagonale :

$$\omega_{i,j-1}^{n+1} \left[\frac{V_p}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re} \right] + \omega_{i,j}^{n+1} \left[1 + \frac{|V|}{4\Delta Y} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta Y)^2 Re} \right] + \omega_{i,j+1}^{n+1} \left[-\frac{V_d}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re} \right] = \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}U_p\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + |U|\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right\}}{4\Delta X} + \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re} \left(\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{Gr}{\Delta X \cdot Re^2} \left[\frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2} \right] \quad (3.27)$$

L'équation (3.27) peut se mettre sous la forme suivante :

$$A_J \omega_{i,j-1} + B_J \omega_{i,j} + C_J \omega_{i,j+1} = D_J \quad (3.28)$$

Avec :

$$A_j = \left[\frac{V_p}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re} \right]$$

$$B_j = \left[1 + \frac{|V|}{4\Delta Y} \Delta\tau + \frac{\Delta\tau}{(\Delta Y)^2 Re} \right]$$

$$C_j = \left[-\frac{V_d}{8\Delta Y} \Delta\tau - \frac{\Delta\tau}{2(\Delta Y)^2 Re} \right]$$

$$D_j = \omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - \Delta\tau \frac{\left\{ -\frac{1}{2}U_d\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}U_p\omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} + |U|\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} \right\}}{4\Delta X} + \frac{\Delta\tau}{2(\Delta X)^2 Re} \left(\omega_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2\omega_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + \omega_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}} \right) - \frac{Gr}{\Delta X \cdot Re^2} \left[\frac{\theta_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - \theta_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{2} \right]$$

La même méthode de résolution des systèmes d'équations discrétisées est appliquée pour la détermination de la vorticité.

A l'aide de ces quatre équations ((3.18), (3.21), (3.24), (3.27)), la vorticité et la température dans tous les points de maillage à l'intérieur de la cavité, sont calculées. Il faut faire deux remarques sur cette discrétisation. Les vitesses au pas de temps précédent sont utilisées, par ailleurs les valeurs précédentes de la vorticité aux parois sont aussi utilisées.

III.3.3.5. Discrétisation de l'équation de fonction de courant

La fonction de courant est obtenue par résolution de l'équation elliptique (2.23). En différences finies cette équation est discrétisée de la façon suivante :

$$\frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta Y^2} = \omega_{i,j} \quad (3.29)$$

L'équation (3.29) sera résolu par la méthode itérative de sur-relaxations successives (NLOR : Non Linear Over Relaxation).

La valeur de la fonction de courant au nœud i, j et à l'itération $k+1$ est donnée par la relation suivante :

$$\psi_{i,j}^{k+1} = \psi_{i,j}^k - \overline{\omega} \frac{F_{\psi_{i,j}}}{\frac{\partial F_{\psi_{i,j}}}{\partial \psi_{i,j}}} \quad (3.30)$$

Avec :

$$F_{\psi_{i,j}} = \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{\Delta X^2} + \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{\Delta Y^2} - \omega_{i,j}$$

$$\frac{\partial F_{\psi_{i,j}}}{\partial \psi_{i,j}} = -2 \left\{ \frac{1}{\Delta X^2} + \frac{1}{\Delta Y^2} \right\}$$

Avec $\overline{\omega}$: représente le facteur de sur-relaxation et k le nombre d'itérations.

III.3.3.6. Discrétisation des composantes des vitesses

Les relations donnant les vitesses sont approchées par des différences centrées précises au second ordre :

$$U_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j-1}}{2\Delta Y} \quad (3.31)$$

$$V_{i,j} = \frac{\psi_{i-1,j} - \psi_{i+1,j}}{2\Delta X} \quad (3.32)$$

III.3.3.7. Expressions des conditions aux limites

Dans l'exemple que nous traitons, les températures aux parois sont imposées. Si la face $i=N$ est isolée, on pourrait écrire, en admettant que l'isolation est parfaite :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{i=N} = 0 \quad (3.33)$$

Cette condition aux limites de type Newman sera discrétisée au second ordre non centrée à l'aide du développement de Taylor. Au nœud $i=N$, on obtient :

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{i=N} = \frac{3\theta_{N,j} + \theta_{N-2,j} - 4\theta_{N-1,j}}{2\Delta X} \quad (3.34)$$

Pour un flux nul, la température aux nœuds $i=N$ peut s'écrire en fonction des températures aux nœuds $N-1$ et $N-2$:

$$\theta_{N,j} = \frac{4\theta_{N-1,j} - \theta_{N-2,j}}{3} \quad (3.35)$$

De la même façon la condition de vorticité à la sortie de la cavité est exprimée par :

$$\omega_{N,j} = \frac{4\omega_{N-1,j} - \omega_{N-2,j}}{3} \quad (3.36)$$

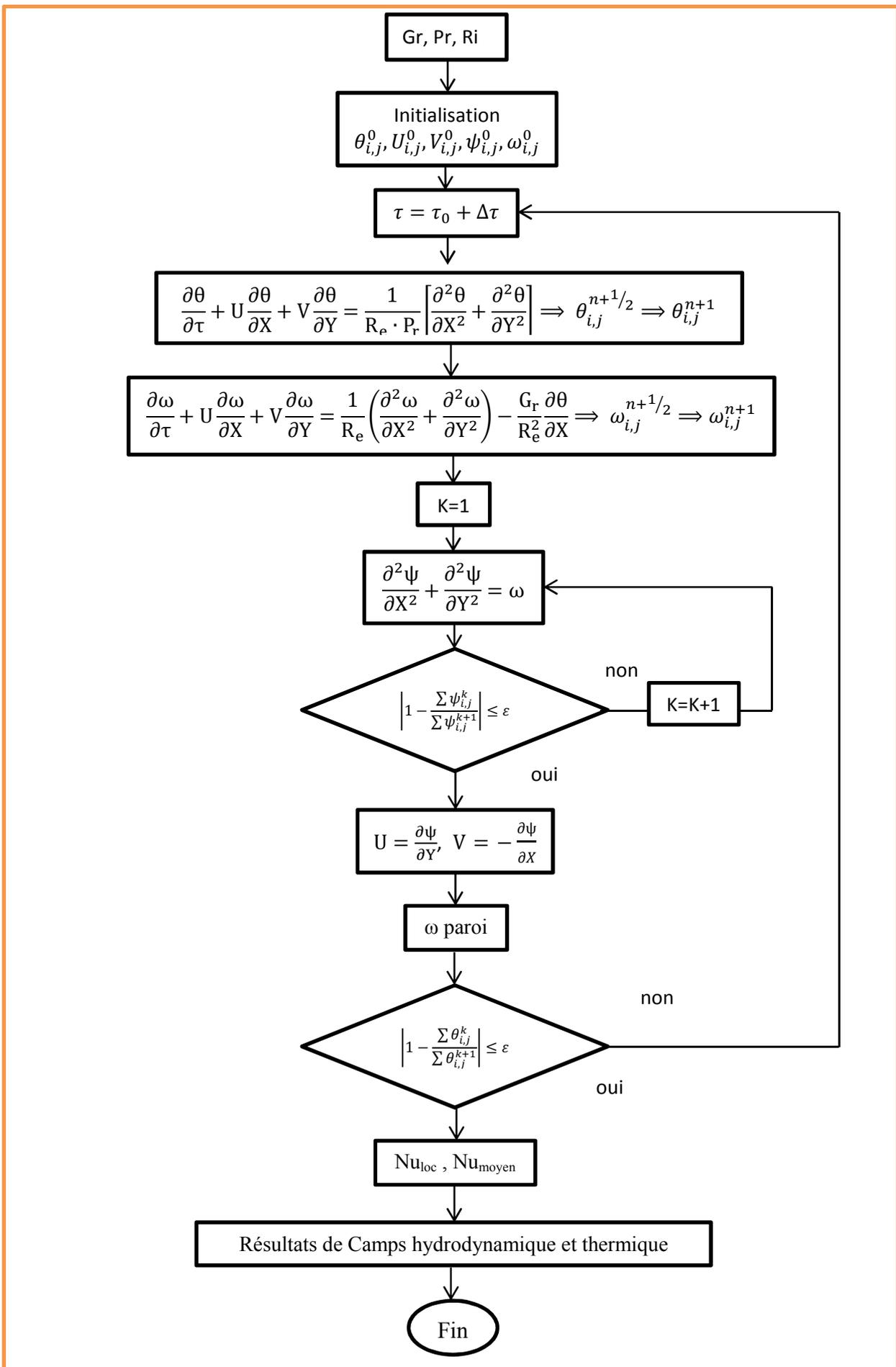
III.3.3.8. Détermination du coefficient de transfert thermique

L'équation (2.23) donnant le nombre de Nusselt local est discrétisée par la relation suivante :

$$Nu = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right|_{BloCS} = \frac{1}{2\Delta X} \{ -3\theta_{1,j} + 4\theta_{2,j} - \theta_{3,j} \} \quad (3.37)$$

III.3.4. Organigramme

Pour la résolution de notre problème nous avons mis au point un code de calcul en langage FORTRAN dont l'organigramme est le suivant :



III.4. Méthode numérique du régime turbulent

III.4.1. Méthodes des volumes finies

Le principe de la méthode des volumes finis consiste à intégrer les équations de transport sur un ensemble discret de volume finis jointifs appelés volumes de contrôle, couvrant le domaine physique. Le résultat de la discrétisation en un point est une équation algébrique liant la valeur d'une variable aux valeurs des variables des points voisins. Elle est aussi avantageuse, puisque :

- Elle garantit la conservation de masse et de quantité de mouvement dans tout le domaine de calcul,
- Elle facilite la linéarisation des termes de sources d'énergie (s'ils ne le sont pas),
- Elle permet un traitement plus facile des milieux hétérogènes.

III.4.2. Code de calcul CFD

Dans ce cas de régime turbulent, le calcul numérique a été mené à l'aide du logiciel de calcul FLUENT 6.3. La CFD, « Computational Fluid Dynamics » est un ensemble de méthodes numériques permettant d'obtenir une solution approximative d'un problème de dynamique des fluides et/ou de transfert thermique. Les équations qui interviennent sont celles des équations fondamentales de la dynamique des fluides, la résolution se fait par différentes méthodes numériques. La solution est approximative et non pas exacte pour plusieurs raisons. D'abord, parce qu'on résout les équations de Navier-Stokes numériquement en les discrétisant. Deuxièmement, et comme on le verra un peu plus loin, pour des raisons de limitation de la puissance de calcul et de mémoire, certains termes des équations à résoudre sont remplacés par des modèles empiriques de turbulence qui ne sont pas exacts. Cependant, grâce au développement des méthodes numériques et à des calculateurs de plus en plus puissants avec une grande capacité de mémoire, la CFD permet d'avoir des solutions très satisfaisantes. Ceci est encore plus vrai dans l'industrie où très souvent on ne s'intéresse qu'aux valeurs moyennes et aux ordres de grandeur d'un problème donné.

III.4.3. Maillage

Les équations aux dérivées partielles du modèle mathématique qui gouvernent le phénomène sont stockées sous forme de grandeurs scalaires ou vectorielle dans chaque point du domaine physique. Pour projeter ces équations sur ce domaine, on subdivise ce dernier en un certain nombre de volumes finis, localisés à l'aide d'indices i et j , et en chaque milieu de chaque

volume on considère les points P, appelés centres des volumes de contrôle. E, W, N et S sont les centres des volumes de contrôle adjacents, situés respectivement à l'est, à l'ouest, au nord et au sud du centre P (figure III.2). Les faces d'un volume de contrôle typique sont localisées aux points e, w, n et s. Chaque volume de contrôle a une dimension ($\Delta X \times \Delta Y \times 1$). Au centre du chaque volume de contrôle sont stockées les variables scalaires (pression, température, énergie cinétique et taux de dissipation), par contre pour les grandeurs vectorielles (les vitesses U et V), elles sont localisées sur les faces du volume de contrôle.

Le code de calcul "FLUENT" dans sa version 6.3 traite plusieurs types de maillages structurés, non-structurés ou hybrides. Un maillage structuré est généralement composé de mailles quadrilatérales en deux dimensions (2D ou maillage surfacique), tandis qu'un maillage non-structuré va être composé de mailles quadrilatérales ou triangulaires. Dans un maillage hybride les mailles proches des parois sont des quadrilatères et les mailles du reste du domaine sont des triangles. En proche paroi, il est nécessaire d'avoir des mailles les plus petites possible pour bien modéliser les écoulements à cet endroit, cette particularité est d'autant plus importante en régime turbulent. La figure III.3 représente les différents types de maillage utilisé par notre code du calcul.

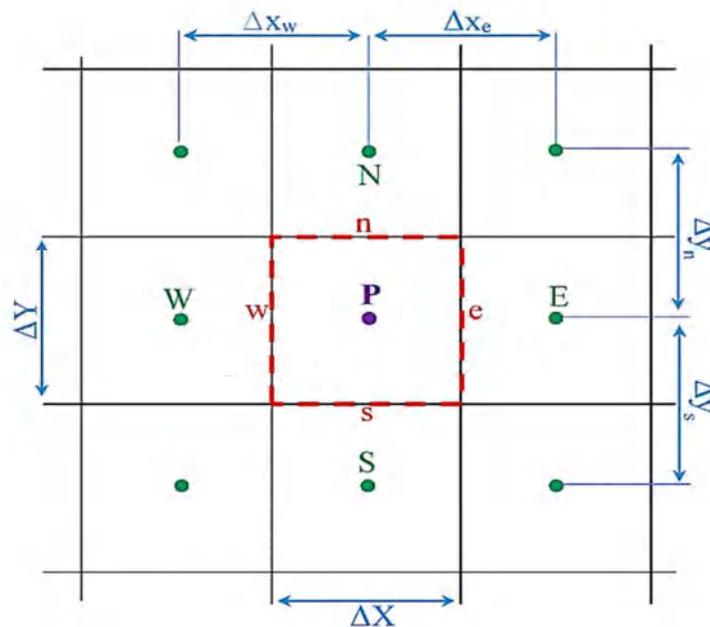


Figure III.2. Volume de contrôle typique

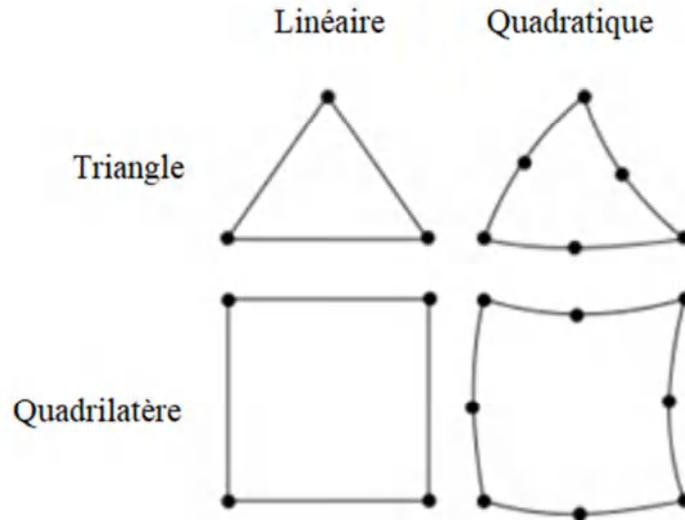


Figure III.3. Types de maillage utilisé par "FLUENT"

III.4.4. Discrétisation des équations différentielles de transport

Les équations de conservation de la quantité de mouvement, l'équation de l'énergie et les deux équations de fermeture du modèle $k - \epsilon$, peuvent être écrites sous la forme générale suivante:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (3.37)$$

(j : indice de sommation ; $j=1, 2$ dans le cas bidimensionnel).

Avec :

$\frac{\partial \phi}{\partial t}$: Terme transitoire

$\frac{\partial}{\partial x_j} (u_j \phi)$: Terme convectif (transport par convection de ϕ).

$\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right)$: Terme diffusif (transport par diffusion de ϕ).

S_ϕ : Terme source.

Les définitions de ϕ , Γ et S_ϕ sont données dans le tableau III.1 comme suit :

Tableau III.1. Définition de ϕ , Γ et S_ϕ des équations gouvernantes

Equation	ϕ	Γ	S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement suivant x	u	$(\nu + 2\nu_t)$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_t \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right]$
Quantité de mouvement suivant y	v	$(\nu + 2\nu_t)$	$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(p + \frac{2}{3} \rho k \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + g\beta(\bar{T} - T_0)$
Energie	T	$\left(\alpha + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right)$	0
Energie cinétique turbulente	k	$\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right)$	$G_k + G_b - \varepsilon$
Taux de dissipation de la turbulence	ε	$\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right)$	$C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$

Pour obtenir l'équation discrétisée de la variable dépendante dans un domaine cartésien bidimensionnel, on intègre l'équation générale de transport sur un volume de contrôle de la figure III.2 :

$$\begin{aligned}
& \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial (u\phi)}{\partial x} dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial (v\phi)}{\partial y} dx dy dt \\
&= \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt \\
&+ \int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy dt \tag{3.38}
\end{aligned}$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy dt = (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \Delta X \Delta Y$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(u\phi)}{\partial x} dx dy dt = (u_e\phi_e - u_w\phi_w)\Delta Y\Delta t$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial(v\phi)}{\partial y} dx dy dt = (v_n\phi_n - v_s\phi_s)\Delta X\Delta t$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dt = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta Y\Delta t$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta X\Delta t$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_s^n \int_w^e S_\phi dx dy dt = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \Delta t$$

Où:

n : correspond au temps (t)

n+1 : correspond au temps (t+ Δt)

En réduisant les termes semblables, nous obtenons :

$$\begin{aligned} (\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} + (u_e\phi_e - u_w\phi_w)\Delta Y + (v_n\phi_n - v_s\phi_s)\Delta X \\ = \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta Y + \left[\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta X + \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \end{aligned} \quad (3.39)$$

En posant :

$$J_x = u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$J_y = v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Donc le résultat de l'équation (3.39) donne :

$$(\phi_p^{n+1} - \phi_p^n) \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} + J_e^{n+1} - J_w^{n+1} + J_n^{n+1} - J_s^{n+1} = \bar{S}_\phi \Delta X \Delta Y \quad (3.40)$$

Ou :

$$\left. \begin{aligned}
 J_e &= u_e \phi_e \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_e \Delta Y \\
 J_w &= u_w \phi_w \Delta Y - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_w \Delta Y \\
 J_n &= v_n \phi_n \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_n \Delta X \\
 J_s &= v_s \phi_s \Delta X - \Gamma \left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_s \Delta X
 \end{aligned} \right\} \quad (3.41)$$

Les quantités J_e , J_w , J_n et J_s sont les flux aux interfaces (e, w, n, s). Le terme S_ϕ est supposé être constant dans le volume de contrôle. S_ϕ est évalué au centre de volume de contrôle.

III.4.5. Schéma numérique

La forme générale de l'équation algébrique discrétisée où le flux totale de convection et de diffusion sont calculés par une fonction $A(|P|)$ (voir tableau III.1), présentée comme suit :

$$A_P \phi_P^{n+1} = A_E \phi_E^{n+1} + A_W \phi_W^{n+1} + A_N \phi_N^{n+1} + A_S \phi_S^{n+1} + b \quad (3.42)$$

Avec :

$$\left. \begin{aligned}
 A_E &= D_e A(|P_e|) + \text{Max}(-F_e, 0) \\
 A_W &= D_w A(|P_w|) + \text{Max}(F_w, 0) \\
 A_N &= D_n A(|P_n|) + \text{Max}(-F_n, 0) \\
 A_S &= D_s A(|P_s|) + \text{Max}(F_s, 0) \\
 b &= \left(\overline{S_\phi} + \frac{\phi^n}{\Delta t} \right) \Delta X \Delta Y
 \end{aligned} \right\} \quad (3.43)$$

$$A_P = A_E + A_W + A_N + A_S + (A_e - A_w + A_n - A_s) + \frac{\Delta X \Delta Y}{\Delta t} \quad (3.44)$$

$$\left. \begin{aligned}
 F_e &= u_e \Delta Y, & F_w &= u_w \Delta Y \\
 F_n &= v_n \Delta X, & F_s &= v_s \Delta X
 \end{aligned} \right\} \text{ Les flux convectifs} \quad (3.45)$$

$$\left. \begin{aligned}
 D_e &= \frac{\Gamma_e}{dx_e} \Delta Y, & D_w &= \frac{\Gamma_w}{dx_w} \Delta Y \\
 D_n &= \frac{\Gamma_n}{dy_n} \Delta X, & D_s &= \frac{\Gamma_s}{dy_s} \Delta X
 \end{aligned} \right\} \text{ Les flux diffusifs} \quad (3.46)$$

$$\left. \begin{aligned}
 P_e &= \frac{F_e}{D_e}, & P_w &= \frac{F_w}{D_w} \\
 P_n &= \frac{F_n}{D_n}, & P_s &= \frac{F_s}{D_s}
 \end{aligned} \right\} \text{ Les nombres de Peclet aux interfaces : e, w, n, s.}$$

III.4.5.1. Fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Le tableau ci- dessous donne les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques.

Tableau III.2. Les expressions de la fonction $A(|P|)$ pour différents schémas numériques

Schéma	Formule de la fonction
Différences centrées	$1-0.5 P $
Upwind	1
Hybrid	$\text{Max}[0, 1-0.5 P]$
Power Law	$\text{Max}[0, (1-0.5 P)^5]$
Exponentiel	$ P / [\exp(P) - 1]$

III.4.5.2. Choix de schéma numérique

Lorsque le nombre de Peclet local basé sur la dimension du maillage et de la vitesse à l'interface est supérieur à 2, la discrétisation centrée des termes convectifs, en régime permanent, conduit à des instabilités numériques. Pour éviter ces instabilités numériques, des approximations décentrées sont proposées. Les échanges diffusifs sont modélisés de la même façon que dans le schéma à différences centrées. Ce schéma amont (Upwind) est précis au premier ordre sur la base d'un développement de Taylor. Il est stable du point de vue numérique mais moins de précision du calcul **Lauder [63]**.

Pour éviter que la précision du calcul ne soit affectée par les effets de la diffusion numérique, on peut raffiner le maillage. Malheureusement, le raffinement du maillage reste limité par la puissance de calcul des ordinateurs. En effet, lorsque que les écoulements sont complexes, il est difficile d'aligner le maillage sur le mouvement. Il faut donc recourir à des méthodes de discrétisation spatiale d'ordre plus élevé pour réduire la diffusion numérique. Ces derniers schémas sont peut-être stables. Un compromis satisfaisant entre la stabilité et la précision du calcul prédominant convectif a été trouvé avec les approximations amont (Upwind) au second ordre **Kim et al. [64]**.

Dans le présent travail, nous avons utilisé le schéma Upwind, car il permet de fournir une meilleure stabilité de la solution numérique et des résultats proches de la solution exacte.

II.4.5.3. Choix de la méthode de couplage Pression-Vitesse

Trois algorithmes sont disponibles dans le logiciel de calcul :

- SIMPLE : le plus robuste.
- SIMPLEC : il donne une convergence plus rapide pour les problèmes simples.
- PISO : il est utile pour des problèmes des écoulements instables.

L'algorithme choisi dans notre étude est l'algorithme SIMPLE, « Semi-Implicit Method for Pressure Linked-Equations » de **Patankar et Spalding [65]**. A l'initialisation de la valeur, un champ de pression fixé a priori est introduit dans l'équation de bilan de la quantité de mouvement, permettant de calculer un premier champ de vitesses. La combinaison des équations de bilan de masse et de quantité de mouvement permet ensuite de corriger ses premiers champs de pression et de vitesse. Les autres équations de transports sont ensuite résolues et le champ de pression corrigé est utilisé pour initialiser le calcul à l'itération suivante. Cette succession d'opération est répétée jusqu'à ce que les critères de convergences soient atteints.

II.4.5.4. Algorithme SIMPLE

La discrétisation d'une équation de transport diffusion sur un volume de contrôle par la méthode des volumes finis fait intervenir les calculs des vitesses aux interfaces des volumes (U_e, U_w, U_n, U_s). Il est donc intéressant de calculer ces vitesses directement sur les interfaces (sans avoir à effectuer d'interpolations). D'autre part, la discrétisation de l'équation de continuité et du gradient de pression avec l'utilisation d'une interpolation linéaire peut induire des erreurs importantes du fait qu'une répartition de pression ou de vitesse en "damier" est vue comme un champ uniforme. Pour contourner ces difficultés on préfère utiliser des grilles décalées "staggered grid ».

Une grille principale est construite sur laquelle on calcule la pression, la température et la concentration. Deux grilles décalées vers la droite et vers le haut respectivement sont utilisées pour le calcul des vitesses horizontales et verticales. L'algorithme SIMPLE permet de résoudre le système d'équations discrétisées.

II.4.5.5. Paramètre de contrôle de la convergence

La façon d'obtenir une solution convergée est un des éléments essentiels de prédiction d'écoulement au moyen des codes CFD. Le code "FLUENT" propose différentes techniques pour accélérer le processus de convergence. La rapidité de convergence est augmentée si une

bonne estimation de la solution est donnée comme condition initiale. Nous avons recours à plusieurs techniques décrites ci-dessous :

La résolution numérique des problèmes du type CFD nécessite un processus itératif. Pour apprécier la convergence du processus itératif, des critères de convergence doivent être pris en compte. Ainsi, la convergence du processus itératif est déterminée par le concept de résidu.

Après l'étape de discrétisation, l'équation de conservation d'une variable $|\Phi|$ donnée sur une cellule de centre P peut s'exprimer comme suit :

$$a_p \cdot \Phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \Phi_{nb} + b \quad (3.47)$$

Où : a_p et a_{nb} représentent les contributions convectives et diffusives, l'indice nb est lié au centre de cellules adjacentes. b représente la contribution de partie constante du terme source Φ .

Le résidu normalisé a alors pour expression :

$$R^\Phi = \frac{\sum_{Domaine} |\sum_{nb} a_{nb} \cdot \Phi_{nb} + b - a_p \cdot \Phi_p|}{\sum_{Domaine} |a_p \cdot \Phi_p|} \quad (3.48)$$

Ces expressions des résidus sont valables pour toutes les grandeurs sauf la pression, dans le cas de cette grandeur, le résidu est déterminé à partir de l'équation de continuité :

$$R^C = \sum_{Domaine} |taux\ de\ création\ de\ matière\ dans\ le\ domaine| \quad (3.49)$$

III.4.6. Conclusion

Dans la simulation numérique par FLUENT, nous avons employé les équations de Navier Stokes moyennées (RANS : Reynolds-Averaged Navier-Stokes) qui traduisent la conservation de la masse et de la quantité de mouvement du fluide incompressible, ainsi que la conservation de son énergie pour un écoulement turbulent. Les équations sont résolues pour comprendre le comportement d'écoulement moyenné dans le temps et l'amplitude des fluctuations turbulentes en adoptant le modèle de turbulence k-ε. Un calcul en régime permanent à l'aide du modèle Boussinesq a été appliqué. Quant à la résolution des équations de Navier-Stokes, nous avons sélectionné l'algorithme SIMPLE qui utilise une relation entre les corrections de vitesse et de pression en appliquant la conservation de la masse et obtenir le champ de pression. L'approche d'un maillage décalé (segregated – solution – method) a été choisie et le schéma Upwind au second ordre est adopté dans un maillage structuré. Tous nos calculs numériques sont effectués pour une solution indépendante du maillage.

Chapitre IV :

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. Introduction

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la présentation et la discussion des résultats obtenus qui consistent à déterminer l'influence de certains paramètres sur la performance du refroidissement des blocs chauffés à une température constante par convection mixte laminaire et turbulente dans une cavité ventilée.

Différentes configurations géométriques ont été conçues et étudiées numériquement afin d'améliorer l'échange de chaleur et d'optimiser le refroidissement des composants électroniques générant la chaleur par l'effet Joule durant le passage du courant électrique. Le présent chapitre se compose de deux parties correspondant aux deux régimes d'écoulement laminaire et turbulent.

IV.2. Régime laminaire

Avant d'entreprendre nos simulations numériques pour étudier l'influence des différents paramètres sur la structure hydrodynamique et thermique, nous allons voir en premier lieu, l'effet du maillage sur la solution numérique, ensuite passer à la validation de notre code de calcul, et vérifier que les résultats numériques obtenus sont en parfait accord avec ceux obtenus par d'autres recherches.

Les résultats obtenus par nos simulations numériques sont présentés graphiquement et en fonction du nombre de Reynolds et Richardson; par les champs thermiques (isothermes), hydrodynamique (lignes de courant) et par le nombre de Nusselt local autour des trois blocs ainsi que les coefficients du transfert de chaleur. D'autre part, l'influence de plusieurs modifications dans la géométrie et le fluide sont éprouvés tels que : l'espacement entre les blocs, l'emplacement d'entrée et sortie du fluide, et aussi le nombre de Prandtl.

IV.2.1. Choix du maillage

Le maillage adopté dans cette partie est uniforme dans les deux directions horizontale et verticale ($\Delta X = \Delta Y$). Nous avons essayé quatre maillages différents (81x81, 101x101, 161x161 et 201x201) pour assurer que nos résultats numériques sont indépendants du maillage. Dans le tableau IV.1, nous présentons une comparaison du nombre de Nusselt moyen pour différentes dimensions de grille. A partir des résultats, on peut noter que les écarts maximaux entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen par rapport à celui de la grille très fine de 201x201 sont respectivement de 3,88 %, 3,72 % et 1,16 %. Par conséquent, le maillage spatial de 161x161 est

retenu pour effectuer toutes les simulations numériques en tenant compte de la précision numérique et du temps de calcul.

Tableau IV.1: Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour différents maillages.

N°	$i \times j$	Nombre de Nusselt moyen	Erreur (%)
1	81 x 81	17.0112533	3.88
2	101 x 101	16.9862228	3.72
3	161 x 161	16.5663712	1.16
4	201 x 201	16.3764436	-

IV.2.2. Validation

Le code numérique établi en langage Fortran a été vérifié et validé en comparant nos résultats obtenus du cas de la ventilation par convection forcée d'une enceinte carrée dont la paroi verticale gauche soumise à une température constante tandis que les parois restantes sont considérées adiabatiques. L'entrée est placée en bas à gauche de la paroi inférieure, et la sortie sur la paroi supérieur, en face à l'entrée. Les valeurs du nombre de Nusselt moyen calculés sur la paroi chaude ont été comparées avec ceux obtenus par **Angirasa [12]**. L'écart relatif en termes de valeur du nombre de Nusselt moyen n'excède pas les 4%, pour les deux cas du nombre de Richardson comme montré dans le tableau IV.2.

Tableau IV.2: Comparaison du nombre de Nusselt moyen, entre notre simulation et celles d'Angirasa [12] pour $Gr=10^6$.

Ri	Nu_{moy} , [12]	Nu_{moy} , present travail	Erreur (%)
0.1	19.3	18.62	3.52
1.0	17.7	17.12	3.27

Une autre comparaison des résultats numériques acquis ont été faite concernant les courbes du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude montrée sur la figure IV.1 et le champ des isothermes montré sur la figure IV.2. Cette comparaison a montré un accord satisfaisant entre les résultats obtenus dans ce travail et ceux d'**Angirasa [12]**, ce qui nous conforte dans la fiabilité de notre code de calcul.

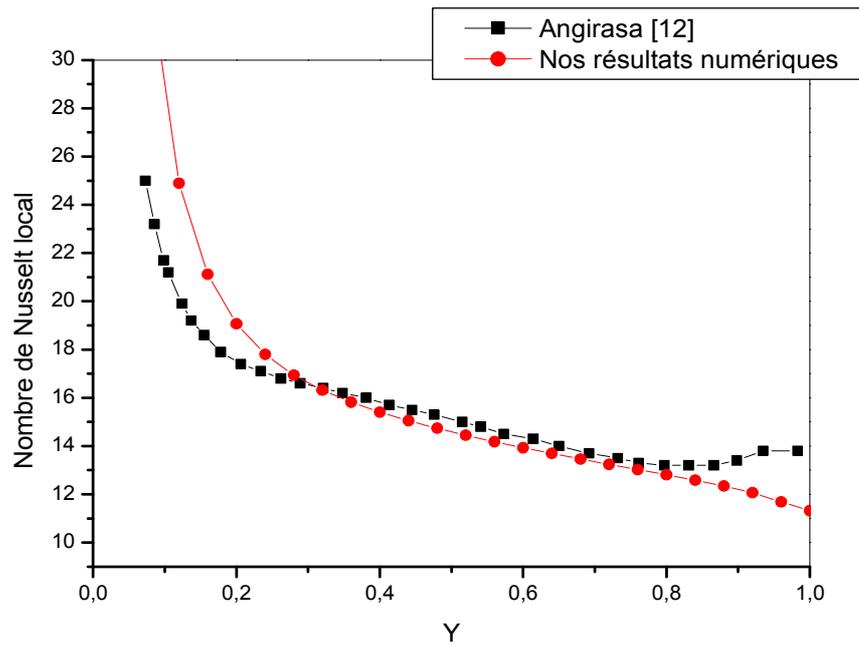


Figure IV.1. Comparaison du profil de nombre de Nusselt local entre nos simulations et celles d'Angirasa [12] pour $Ri=1$ et $Gr=10^6$.

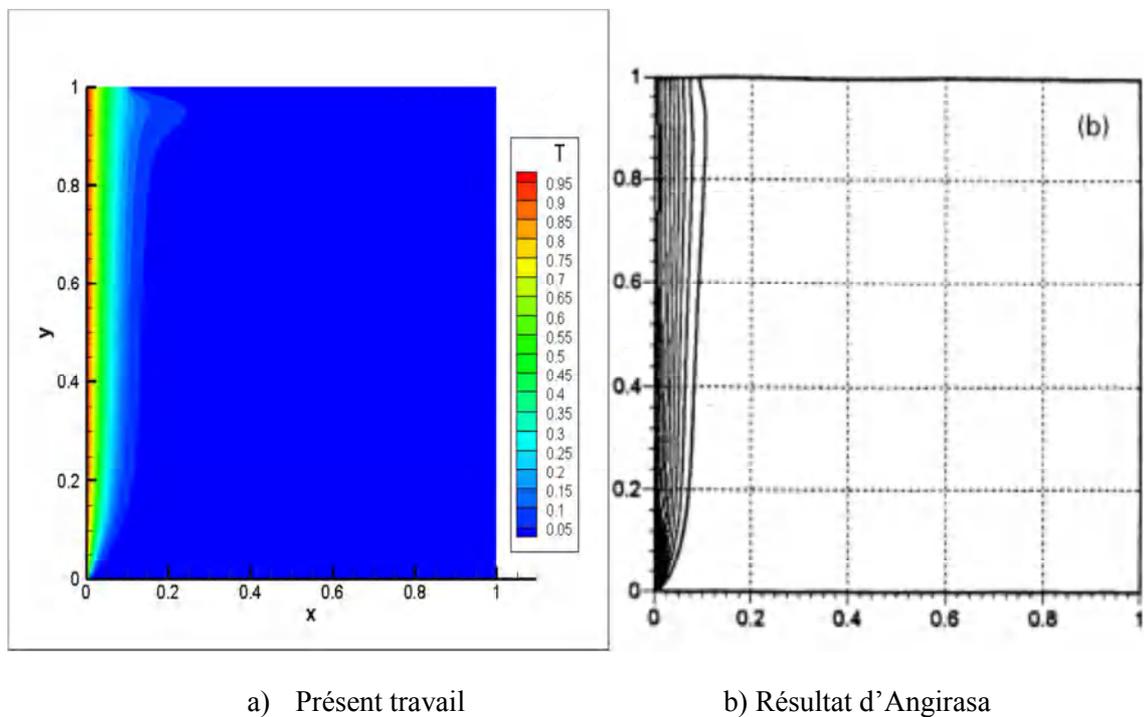


Figure IV.2. Comparaison des isothermes, entre nos simulation et celles d'Angirasa [12] pour $Ri=1$ et $Gr=10^6$.

IV.2.3. Résultats : Discussion et analyse

Afin de déterminer les recommandations qualitatives qui peuvent améliorer la conception thermique des appareils électroniques, la présente partie a pour but d'étudier l'influence de certains paramètres sur le transfert de chaleur par convection mixte laminaire à l'intérieur d'une cavité carrée ventilée contenant trois blocs dissipant la chaleur à une température constante. Les parois de la cavité considérée sont maintenues adiabatiques. Trois configurations géométriques ont été conçues et étudiées pour trouver le meilleur cas qui respecte le dégagement maximal de la chaleur (voir figure IV.3).

Les moyens de refroidissement des ordinateurs sont des techniques permettant de réduire la température de certains composants d'ordinateur afin d'éviter leur dommage par la chaleur. La majorité des ordinateurs utilisaient la méthode de refroidissement à air, mais dans ces dernières années, des nouvelles méthodes de refroidissement sont apparues, notamment le refroidissement par huile minérale caractérisé par leur conductivité électrique négligeable. Il est donc possible d'immerger les composants d'un PC dans l'huile sans créer de court-circuit (voir figure IV.4). D'autre méthode de refroidissement qui utilise l'eau comme fluide caloporteur, qui passe par le processeur et les différents composants de la carte graphique qui dissipent beaucoup de chaleur à cause de forte charge de calcul. Un circuit fermé est utilisé pour transporter le liquide de refroidissement d'un composant à un autre par une pompe et des tuyaux comme le montre sur la figure IV.5. Pour cela, nous avons essayé trois fluides différents (l'air, l'huile et l'eau) afin de d'adopter le meilleur fluide de refroidissement.

Les paramètres de contrôle du problème étudié dans cette partie sont les suivants : le nombre de Grashof qui a été fixé à 10^6 , le nombre de Reynolds basé sur la largeur de l'entrée et aussi la vitesse à l'entrée. Le nombre de Richardson qui indique la concurrence relative entre la convection naturelle et la convection forcée qui prend les valeurs suivantes : $Ri=0.1$, $Ri=1$, $Ri=2$ et $Ri=5$, et le nombre de Prandtl qui caractérise la nature physique de fluide ; on prend les valeurs suivantes : $Pr=0.71$, $Pr=1$ et $Pr=7.1$ ces valeurs correspondent aux fluides suivants : l'air, l'huile et l'eau, respectivement.

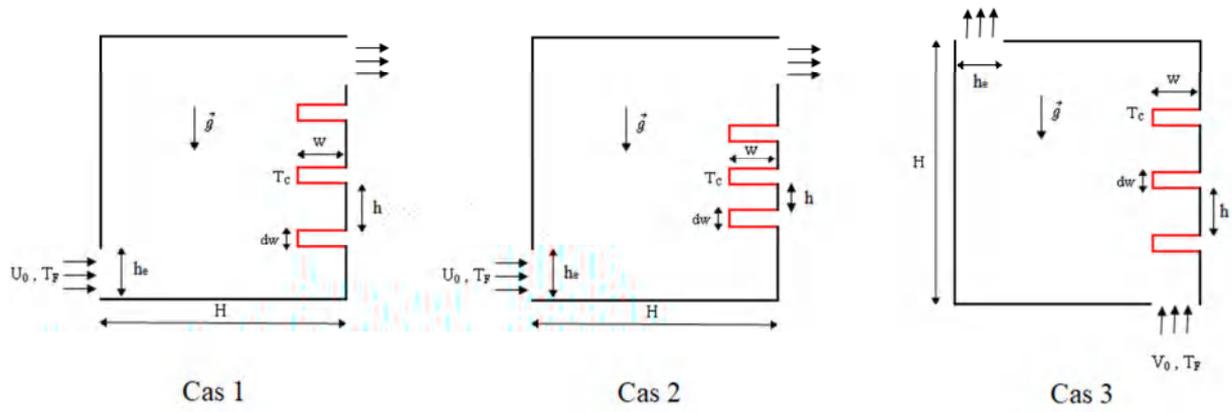


Figure IV.3. Configurations géométriques du modèle correspondant la partie de régime laminaire.



Figure IV.4. Un PC dans un bain d'huile minérale (ordinateur aquarium)



Figure IV.5. Ordinateur refroidir à eau.

IV.2.3.1. Effet de la distance entre les blocs

Pour avoir des détails importants sur l'effet de la distance entre les blocs (h/H) et de nombre de Richardson sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique, nous présentons les lignes de courant et les isothermes sur les figures IV.6 et IV.7 respectivement. Nous avons varié la distance entre les trois blocs en prenant dans le cas 1 ($h/H = 0.2$) et dans le cas 2 ($h/H = 0.1$) à différentes valeurs des nombres de Richardson ($Ri = 0.1, 1, 2$ et 5). Le fluide utilisé pour le refroidissement est l'air où le nombre de Prandtl est : $Pr = 0,71$.

Dans le cas 1 c'est-à-dire aux faibles valeurs du nombre de Richardson, la convection forcée est dominante. Entre les blocs il existe une petite cellule de circulation qui montre que la convection naturelle est pratiquement absente. En augmentant le nombre de Richardson, la convection naturelle commence à prendre de l'ampleur. Une stratification apparente des iso-valeurs contourne les cellules entre les blocs, ce qui est confirmé dans la figure IV.6 pour $Ri=1$. Nous assistons à un phénomène de compétition entre l'écoulement forcé et les cellules convectives dû forces de flottabilité : le régime de convection mixte est bien installé. Au-delà de cette valeur et pour Ri supérieur à 2, la convection naturelle devient prédominante, il y a une apparition d'une grande cellule de convection entre les blocs.

Contrairement au cas précédent, la diminution de la distance entre les blocs offre moins d'espace pour les zones de recirculation entre les blocs. Selon le tracé des lignes de courant de cas 2 représenté dans la figure IV.6, nous remarquons qu'entre les blocs il n'existe aucune cellule de circulation pour des valeurs à faibles nombre de Richardson. Au fur et à mesure que le nombre de Richardson augmente (convection naturelle prédominante) l'écoulement principal en grossit la taille de la cellule située entre les blocs.

Les isothermes sont représentées sur la figure IV.7. On remarque que les températures élevées sont localisées dans des espaces au voisinage des blocs chauds. Dans le cas 1 et lorsque le nombre de Richardson augmente nous observons une stratification de la température dans la partie gauche de la cavité. Dans ce cas la convection naturelle domine la convection forcée et la chaleur se propage, à partir des blocs chauds, vers la paroi gauche et la paroi supérieure de la cavité.

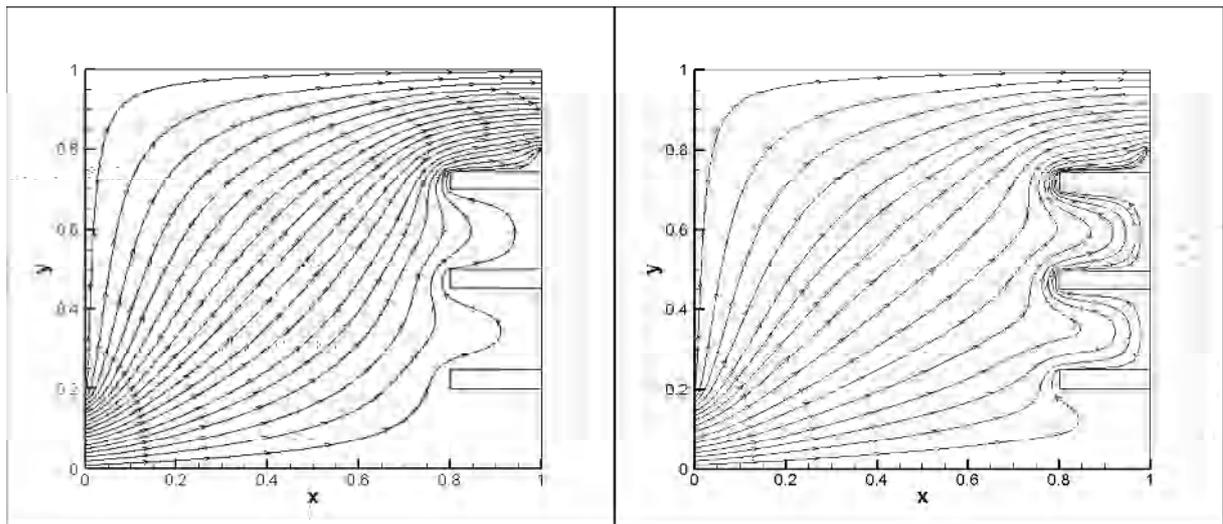
Les isothermes correspondantes le cas 2 montrent que les températures élevées sont localisées dans des espaces au voisinage des blocs chauds et on montre que les parties supérieures des blocs sont bien ventilées. Lorsque le nombre de Richardson augmente nous

observons une stratification de la température entre les blocs. Ce cas est défavorable au refroidissement des blocs.

La Figure IV.8 représente la variation du nombre de Nusselt local le long des trois blocs pour les deux cas géométriques afin de voir le taux d'enlèvement de la chaleur au niveau de ces blocs pour différentes valeurs des nombres de Richardson ($Ri = 0.1, 1, 2$ et 5). D'après la figure, on peut remarquer que, le nombre de Nusselt le long des faces (b-c, e-f et h-i), ne présentent aucune variation notable, ceci est dû à ce que la nature de l'écoulement est quasiment la même dans ces régions. Par contre la face (a-b) donne une variation importante sur le nombre de Nusselt local, ceci peut être expliqué en considérant la différence de l'emplacement de premier bloc entre les deux cas. D'autre part, comme l'espacement entre les blocs augmente, il est prévu que le transfert de chaleur le long des faces (c-d, d-e, f-g, g-h) augmente. Ceci est dû à la structure de la zone de circulation qui devient plus grande. Le transfert de chaleur en aval du troisième bloc n'est pas affecté par la distance d'ailettes. Ceci peut être suivi plus clairement en se référant à des cellules de rotation derrière ce bloc qui sont les mêmes pour tous les cas. Lorsqu'on compare les résultats avec la variation du nombre de Richardson, il est à noter que le nombre de Nusselt local maximum peut être observé à $Ri = 0.1$, et lorsque le nombre de Richardson augmente encore, le nombre de Nusselt local diminue.

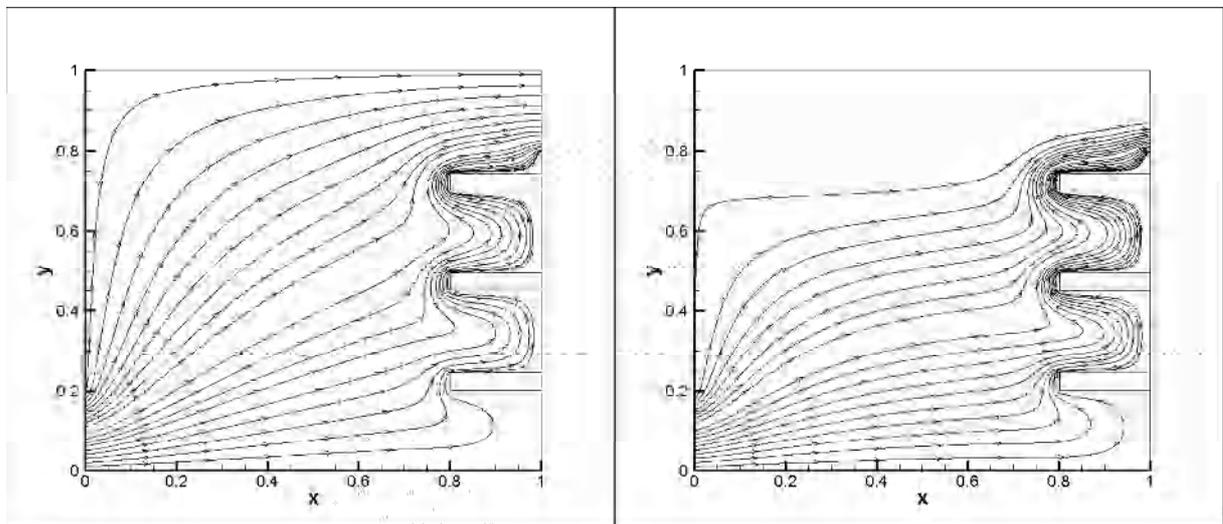
Afin de voir l'effet de l'espacement entre les blocs, on consulte la figure IV.9 donnant la variation du nombre de Nusselt moyen de chaque cas en fonction du nombre de Reynolds. On remarque que le nombre de Nusselt augmente avec l'augmentation du nombre des Reynolds pour les deux géométries. Lorsque la convection naturelle prédomine (faible nombre de Re) la chaleur se propage plus par conduction que par convection ce qui se traduit par des gradients de température près des blocs chauds moins importants et donc des valeurs faibles du nombre de Nusselt moyen. Nous avons noté aussi que l'écart entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen dans les deux cas indique que la chaleur évacuée augmente avec l'augmentation de la distance entre les blocs.

Cas 1



Ri=0.1

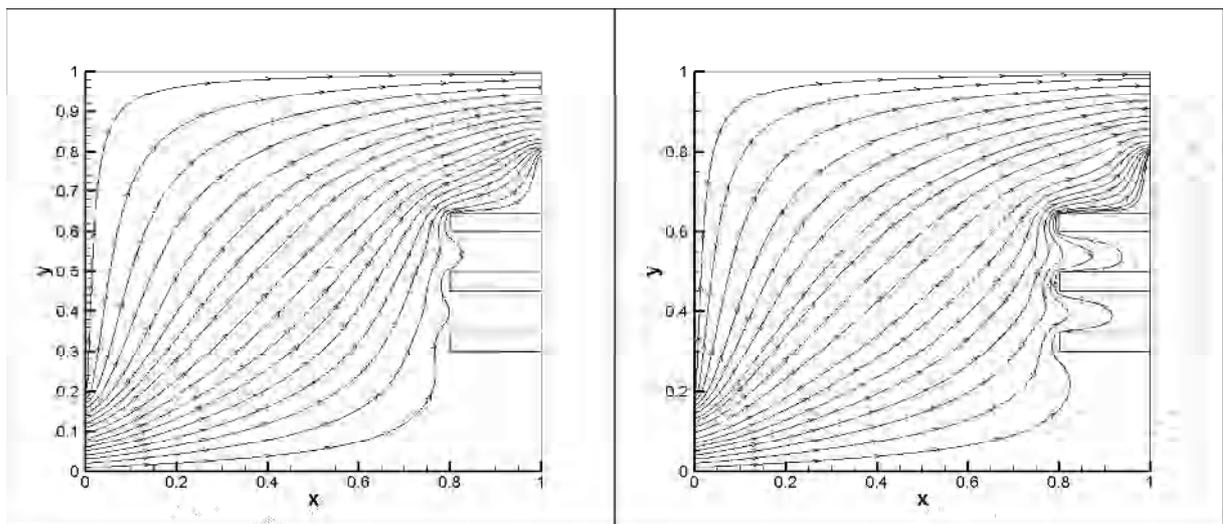
Ri=1



Ri=2

Ri=5

Cas 2



Ri=0.1

Ri=1

Figure IV.6. Lignes de courant à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.

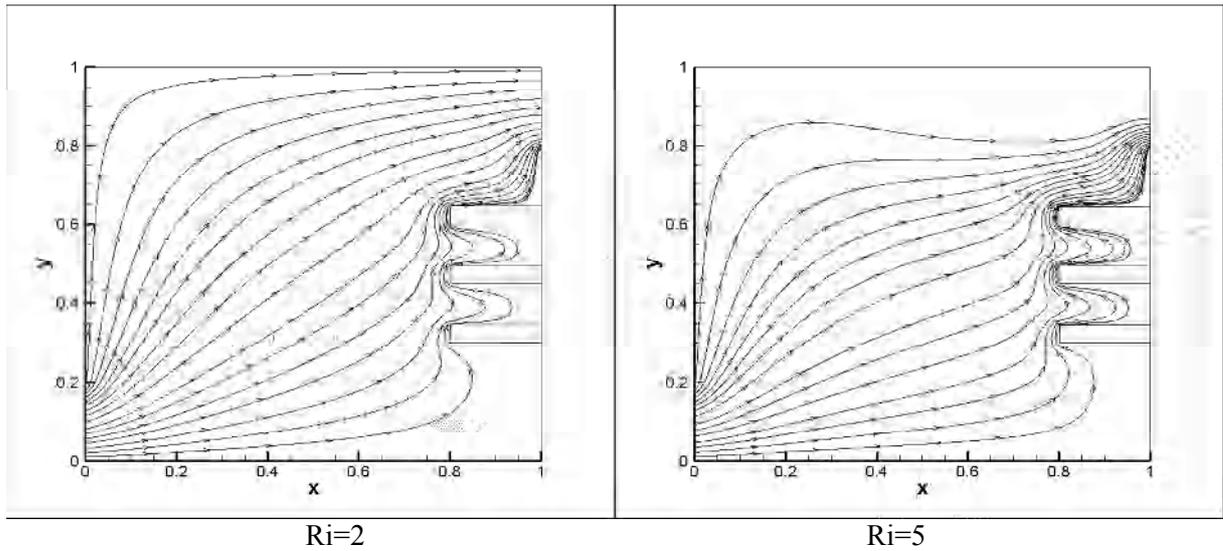


Figure IV.6. Lignes de courant à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques (suite).

Cas 1

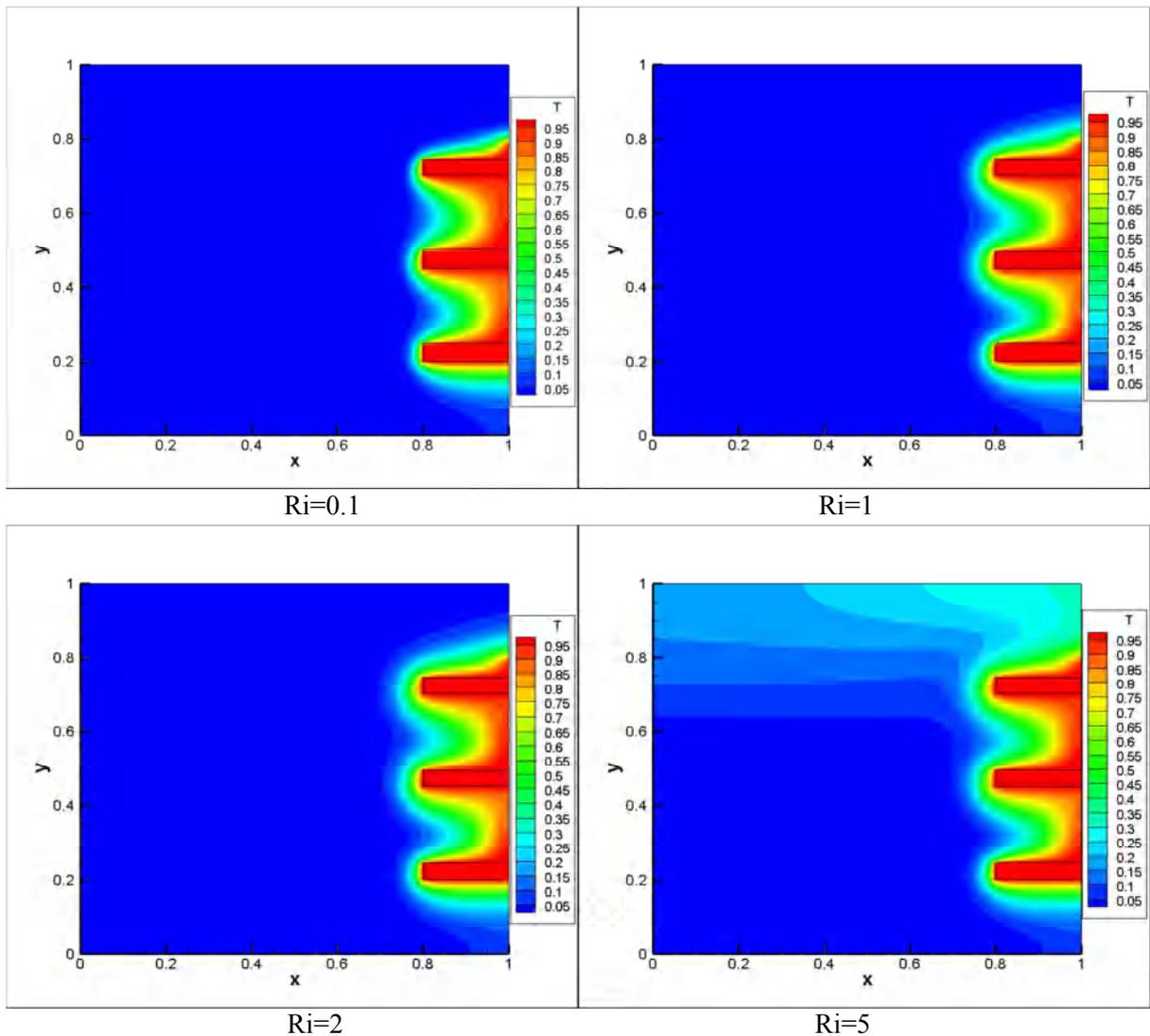


Figure IV.7. Isothermes à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.

Cas 2

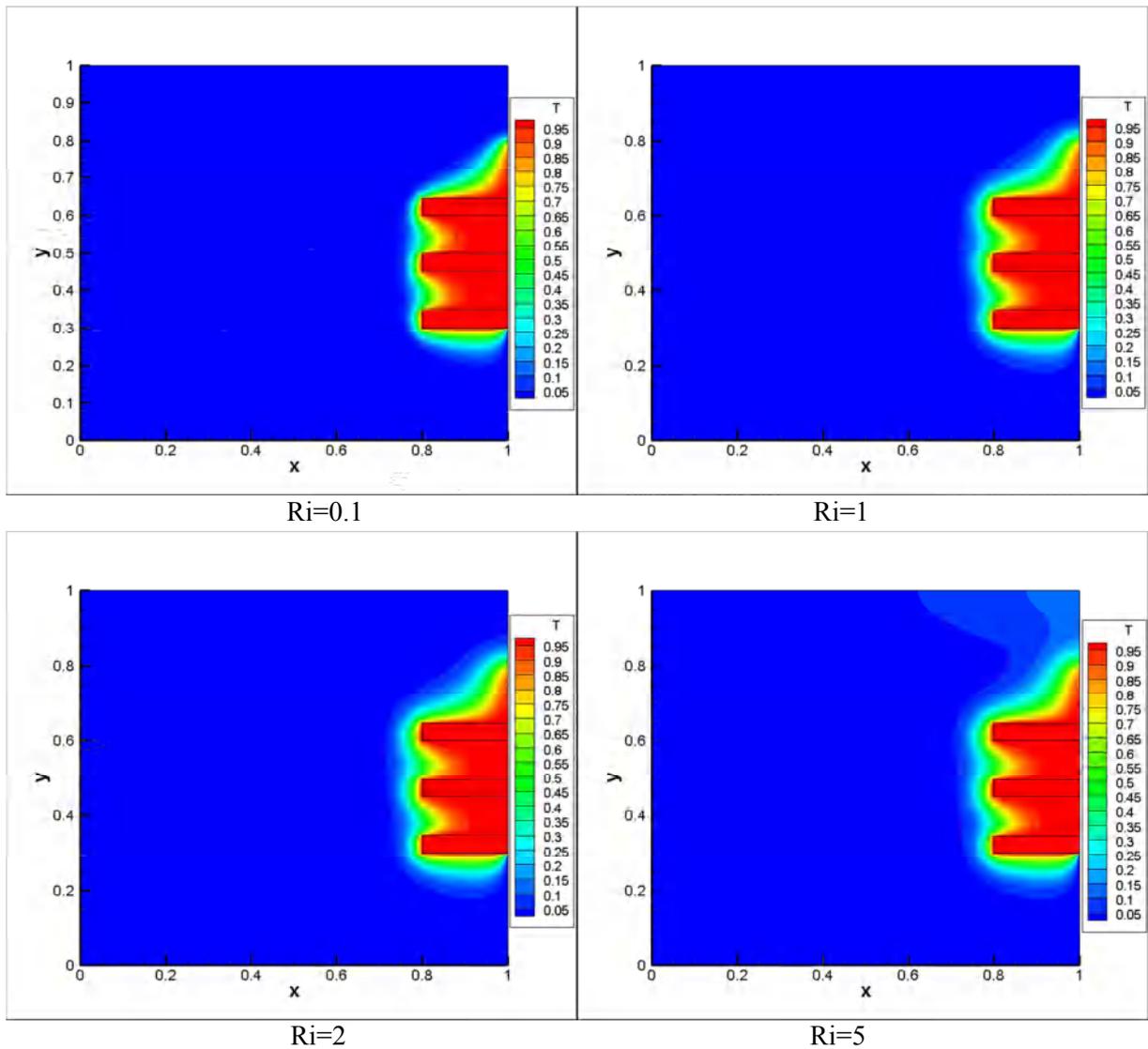


Figure IV.7. Isothermes à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques (suite).

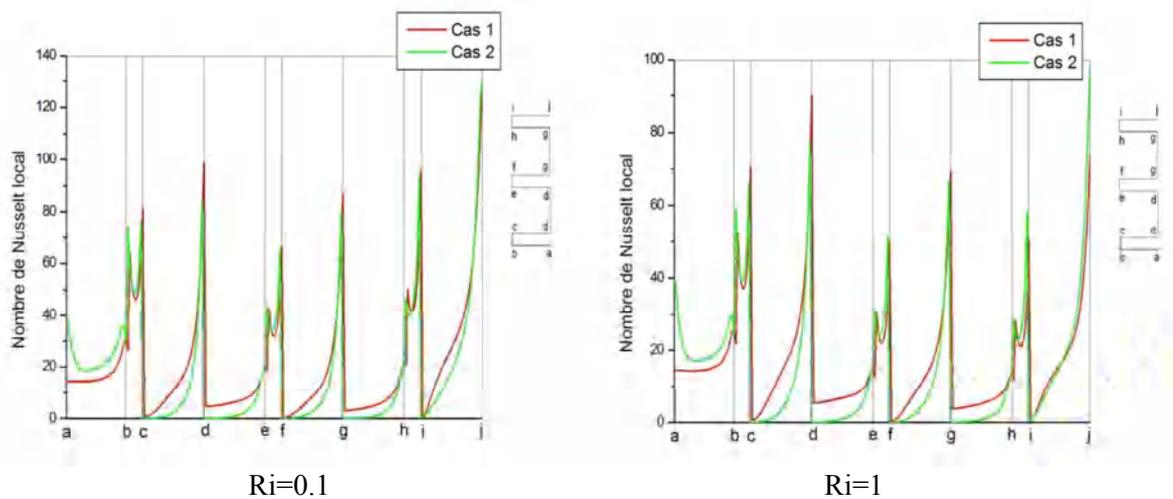


Figure IV.8. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ et différents nombres de Richardson pour les deux cas géométriques.

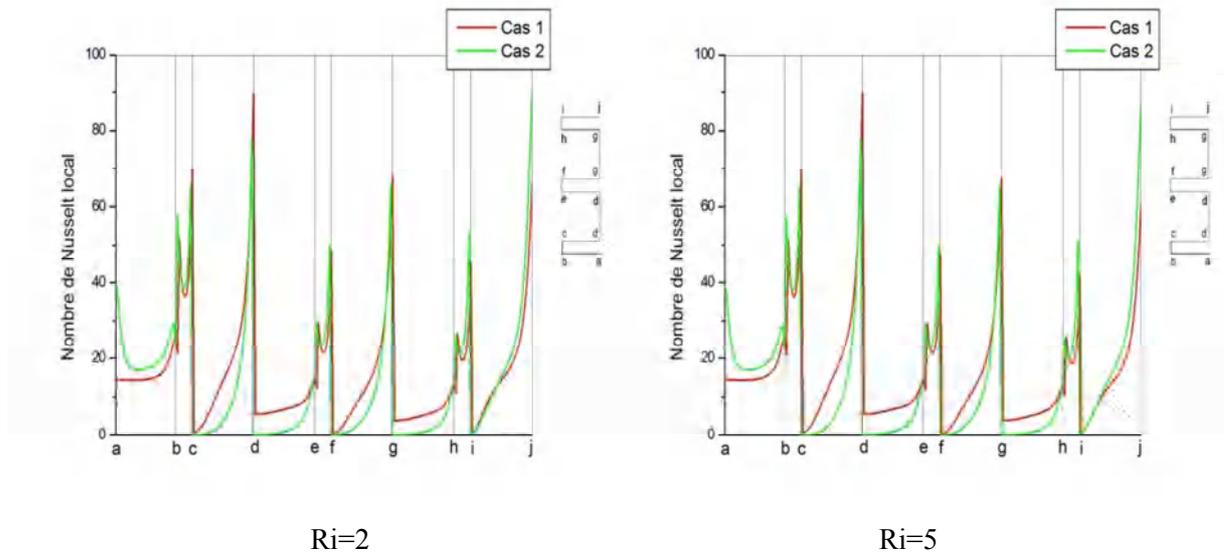


Figure IV.8. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ et différents nombres de Richardson pour les deux cas géométriques (suite).

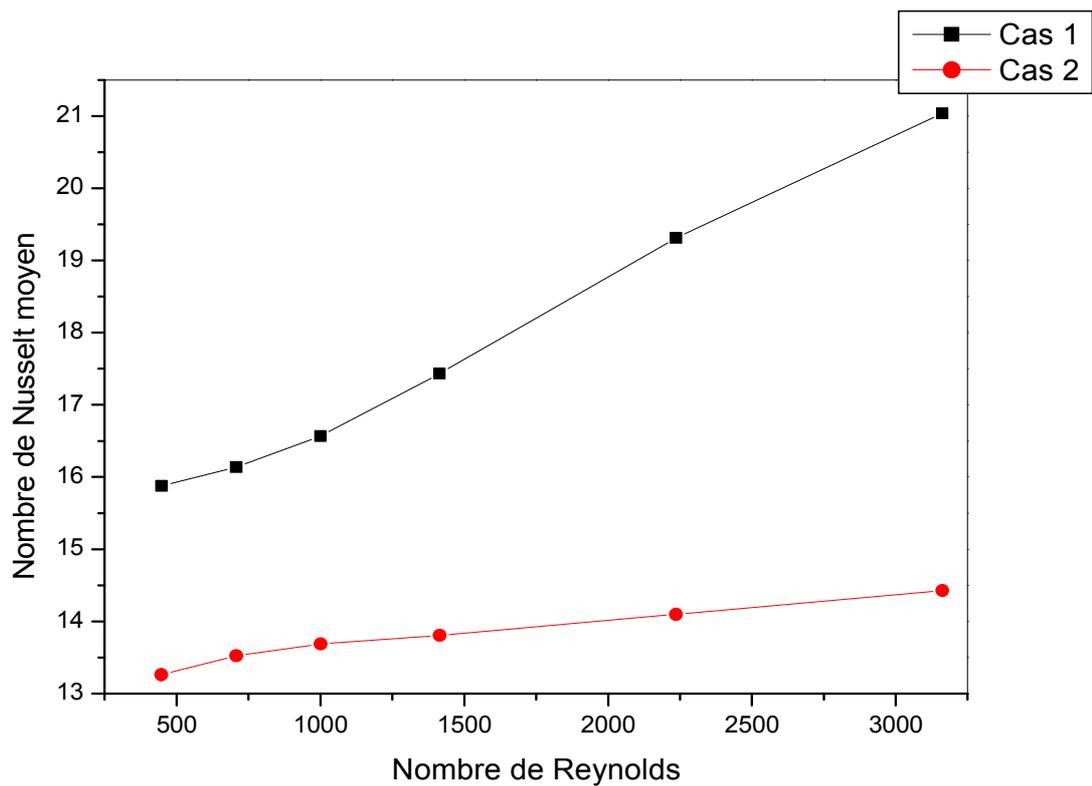


Figure IV.9. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.

IV.2.3.2. Effet de l'emplacement d'entrée et sortie du fluide

Nous allons essayer maintenant de voir l'effet de l'emplacement d'entrée et de sortie du fluide sur le comportement hydrodynamique et thermique, et le transfert de chaleur en conséquence. Pour cela, nous avons fait varier l'emplacement d'ouverture d'entrée et de sortie du fluide et nous avons fait une comparaison entre les deux cas. Dans le cas (1) le fluide entre horizontalement par le coin inférieur de la paroi gauche et sort horizontalement par le coin supérieur de la paroi droite. Dans le cas (3) le fluide entre verticalement par le coin droit de la paroi inférieure et sort verticalement par le coin gauche de la paroi supérieure (voir figure IV.3), avec différentes valeurs des nombres de Richardson ($Ri = 0.1, 1, 2$ et 5) et un nombre de Prandtl fixé à $Pr = 0.71$.

La représentation des contours de la fonction de courant par la figure IV.10, pour les configurations choisis, montre que les lignes de courant sont bien droites lorsqu'on est loin des blocs. Seulement au niveau de ces derniers, on remarque que dans le cas 1 et pour faibles valeurs du nombre de Richardson à l'inférieure du premier bloc, il y a une absence totale de cellule de circulation mais avec l'augmentation de nombre de Richardson une petite cellule de recirculation est créée dans cette zone et les cellules de recirculation sont devenues nombreuses entre les blocs. Contrairement au cas précédent la configuration du cas 3 montre que l'écoulement d'air entrant de la paroi inférieure, en face du premier bloc se caractérise par de nombreuses lignes de courant avec une large déviation de ces lignes puis un rétablissement en passant par la paroi gauche de ce bloc.

En examinant la figure IV.11, décrivant l'évolution du champ de température pour les deux configurations en fonction du nombre de Richardson, on remarque que les isothermes sont trop serrées au niveau des blocs, indiquant un échange de chaleur maximal. Elles présentent aussi une stratification de la température atteignant une valeur maximale égale à 1 au niveau des blocs et qui diminue en tendant vers 0 (zéro), on remarque que pour le cas 1 les températures élevées sont localisées dans les espaces les plus proches des blocs chauds. Par contre, dans le cas 3 les températures élevées en se rapprochant vers la paroi supérieure de la cavité ou de part et d'autre de la région où se trouvent les trois blocs. L'effet du nombre de Richardson est important, vu que les isothermes présentent une distorsion, juste près des blocs chauds, due aussi à la présence de la même zone de recirculation. De plus, on remarque que les isothermes ont tendance à devenir horizontales lorsque le nombre de Richardson augmente, menant par conséquent à une diminution de la couche limite thermique formée juste au-dessus des blocs chauds.

Pour évaluer le taux de transfert de chaleur au niveau des trois blocs chauds dans les deux cas, la figure IV.12, illustre une comparaison de profils de variations de nombres de Nusselt locaux à différents nombres de Richardson le long des neuf faces des trois blocs chauds. A première vue, on constate que le maximum du transfert de chaleur se situe au coin droit supérieur de chaque bloc et la taille du profil du premier composant est plus grande que celle du deuxième et troisième bloc. On peut voir aussi que le transfert de chaleur des blocs dans le cas 1 devient plus important que celui du cas 3 sauf sur la surface inférieure (a-b) et une partie de la surface verticale (b-c) du premier bloc, ceci est dû au fait que le premier bloc est situé près de l'entrée de la cavité. À faible nombre de Richardson, la convection forcée est dominante ce qui provoque l'augmentation du coefficient du transfert de chaleur convectif et également le transfert de chaleur. Comme le nombre de Richardson augmente, la vitesse d'entrée diminue. Donc, le transfert de chaleur par conduction dominant et le taux du transfert de chaleur des trois blocs sont observés.

Afin de voir l'effet de l'emplacement d'entrée et sortie du fluide, et pour mieux visualiser le transfert de chaleur au niveau des composants électroniques dans les deux cas étudiés, la figure IV.13 nous fournit l'évolution du nombre de Nusselt moyen des trois composants électroniques en fonction du nombre de Reynolds pour les deux cas 1 et 3. On remarque clairement qu'il y a une augmentation importante du nombre de Nusselt moyen lorsque le nombre de Reynolds augmente. On peut voir qu'il est pour différents nombres Reynolds, le cas 1 se caractérise par des valeurs les plus élevées du nombre de Nusselt moyen, par rapport à celles de cas 3.

Cas 1

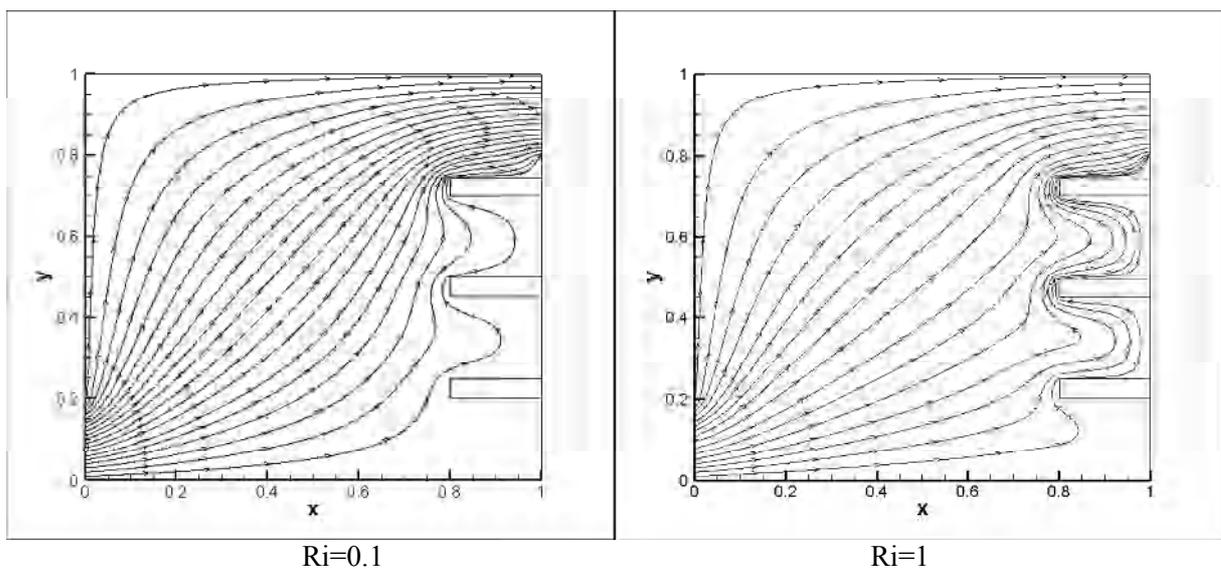


Figure IV.10. Lignes de courant à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.

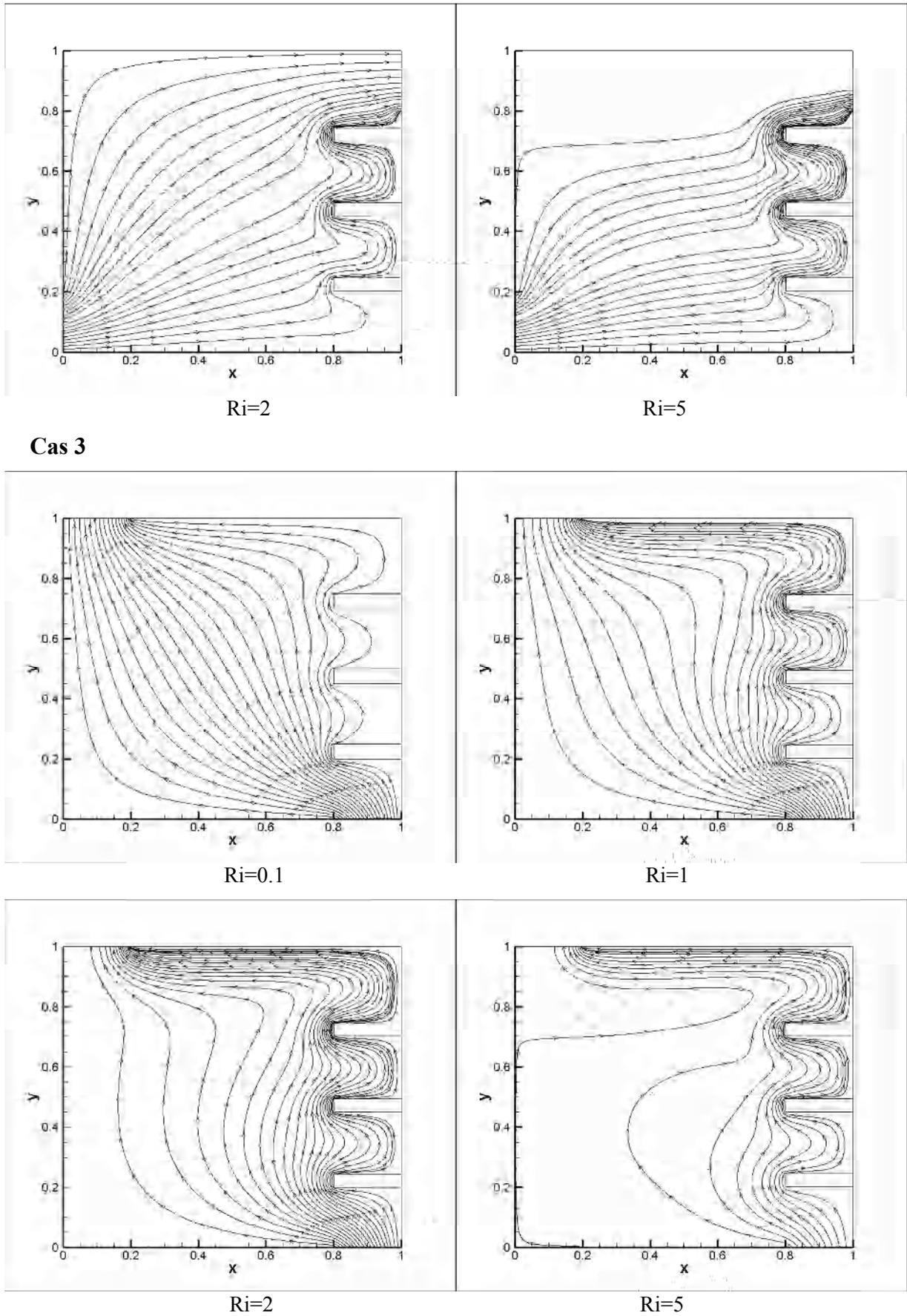
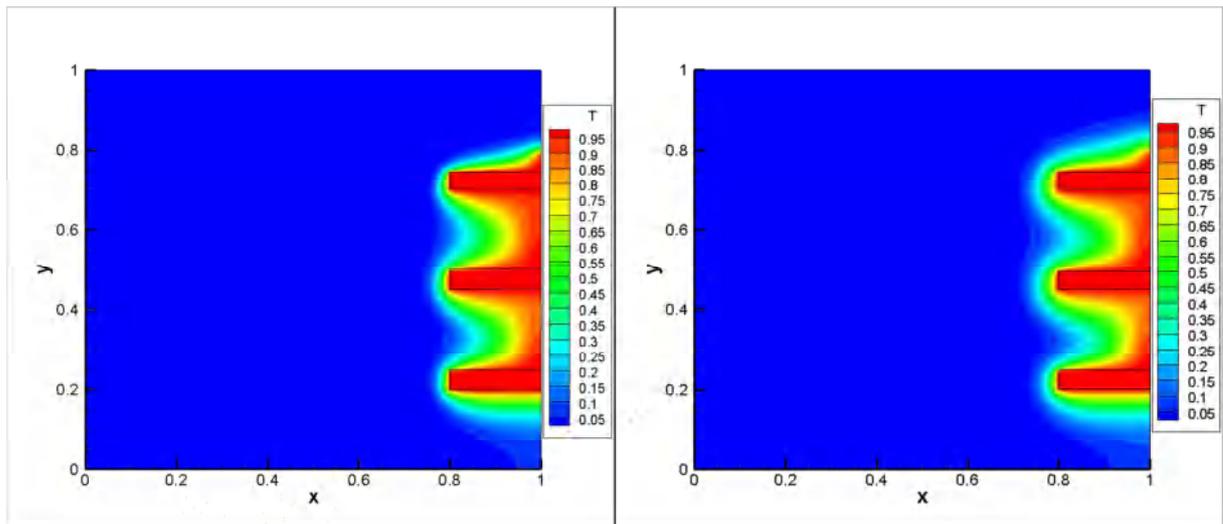


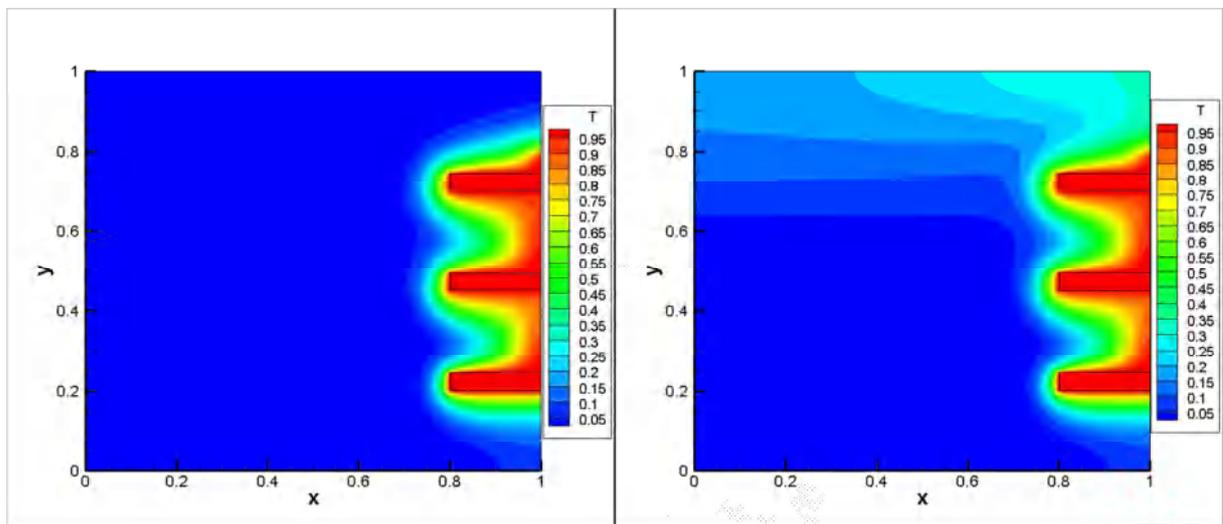
Figure IV.10. Lignes de courant à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques (suite).

Cas 1



Ri=0.1

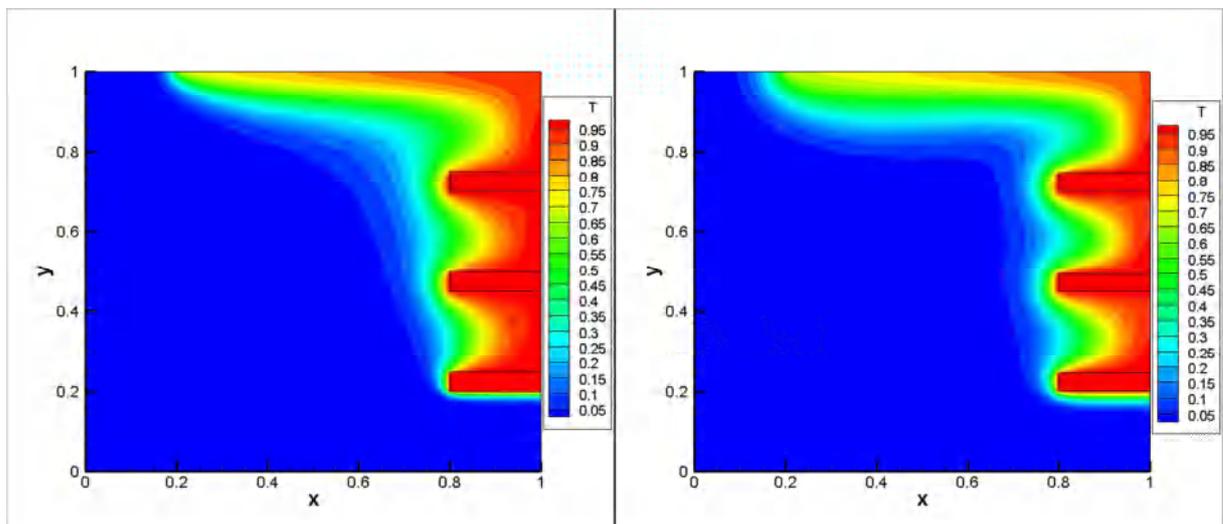
Ri=1



Ri=2

Ri=5

Cas 3



Ri=0.1

Ri=1

Figure IV.11. Isothermes à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.

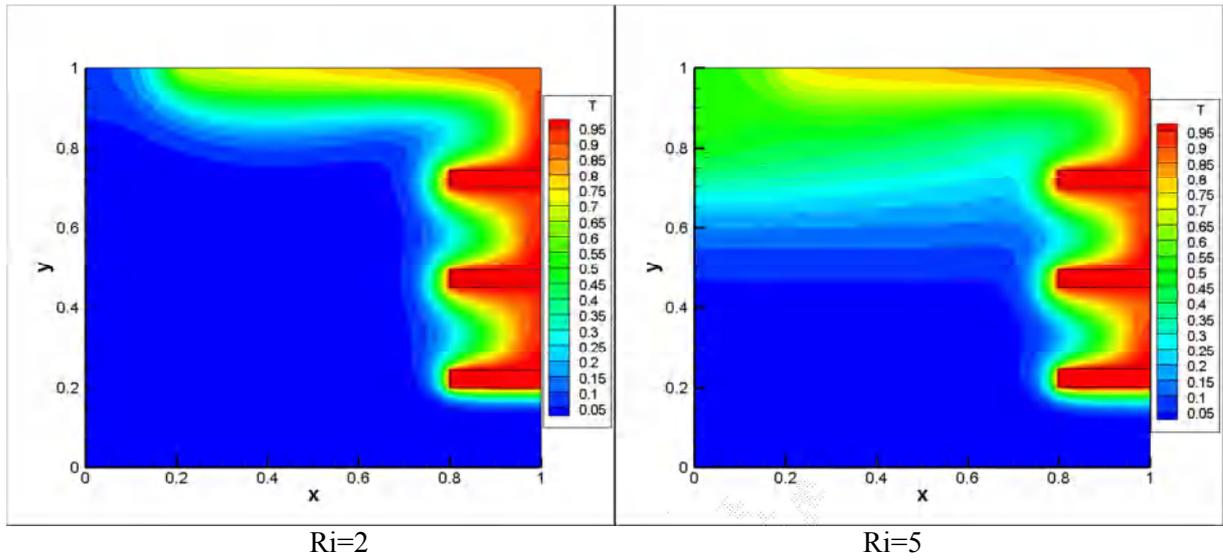


Figure IV.11. Isothermes à différents nombres de Richardson et $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques (suite).

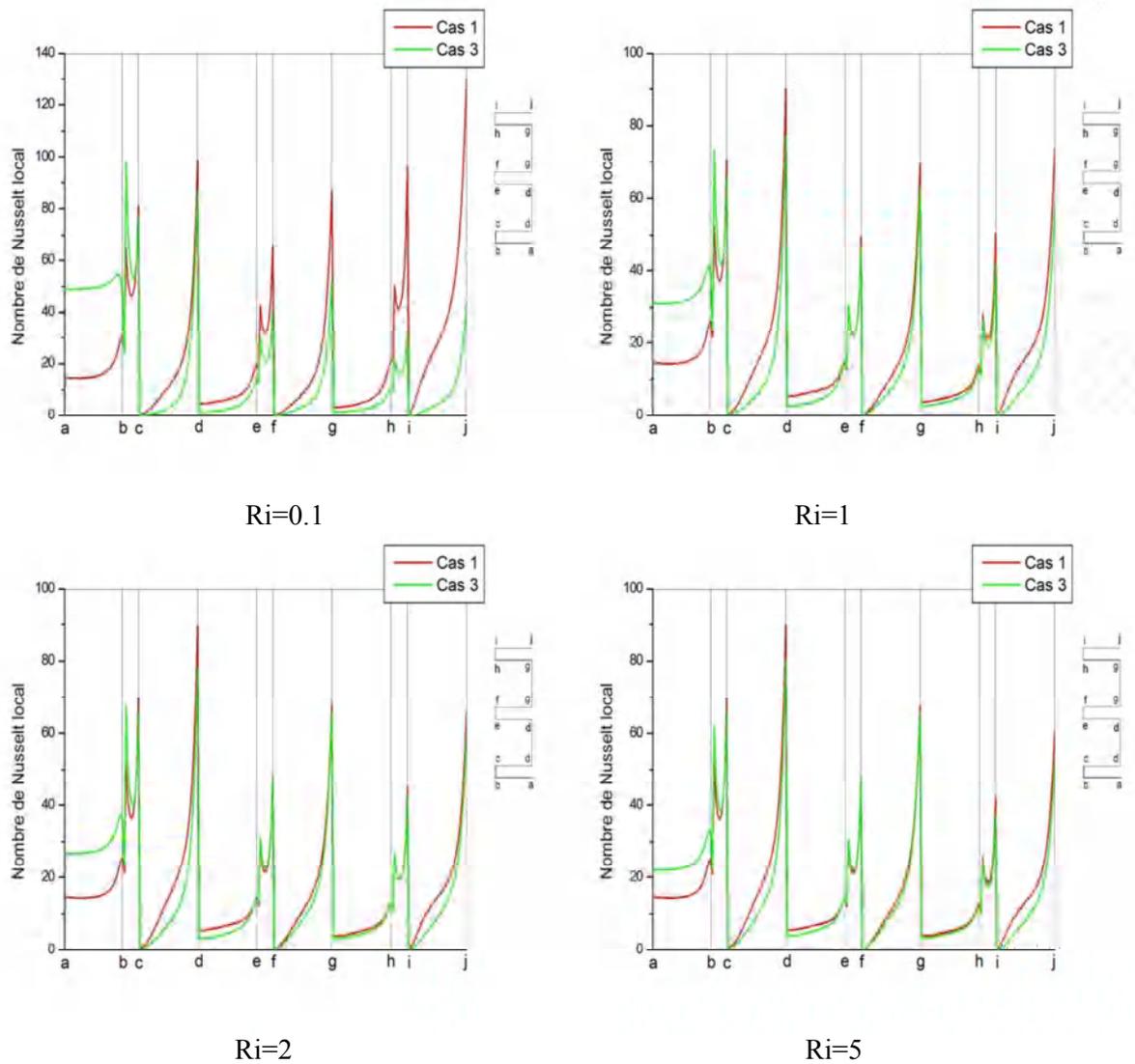


Figure IV.12. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ et différents nombres de Richardson pour les deux cas géométriques.

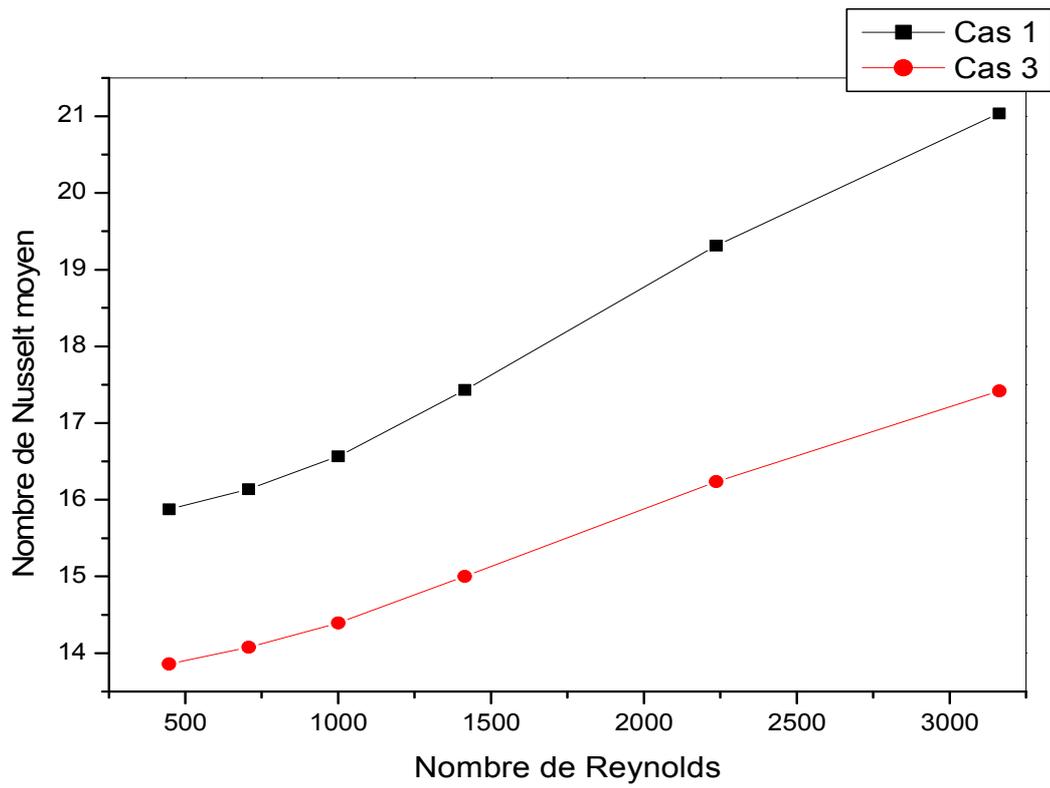


Figure IV.13. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr = 10^6$ pour les deux cas géométriques.

IV.2.3.3. Effet du nombre de Prandtl et de Richardson

Dans le but d'examiner l'effet du fluide de refroidissement et du nombre de Richardson sur la nature de l'écoulement et le transfert thermique au sein de la cavité, nos simulations numériques ont été faites pour trois valeurs du nombre de Prandtl ($Pr = 0.71, 1$ et 7.1), et différentes valeurs du nombre de Richardson ($Ri = 0.1, 1, 2$ et 5).

Pour bien clarifier les détails importants sur la structure de l'écoulement, nous présentons les contours de la fonction de courant dans la figure IV.14, pour quatre valeurs du nombre de Richardson ($Ri=0.1, 1, 2$ et 5) et avec un nombre de Grashof fixe $Gr= 10^6$. On voit bien que l'écoulement change de direction à cause de la présence des blocs chauffés. Pour des valeurs faibles nombre de Richardson ($Ri= 0.1$), on constate l'existence d'une petite cellule de recirculation entre les blocs et que le régime de convection forcée est dominant sur le transfert de chaleur. En augmentant le nombre de Richardson, la convection naturelle a commencé à se développer. Les cellules de recirculation sont devenues nombreuses entre les blocs, pour $Ri=1$, nous assistons à un phénomène de compétition entre l'écoulement forcé et naturelle : le régime de convection mixte alors est bien installé. Au-delà de cette valeur et pour Ri supérieur à 2 , la convection naturelle devient prédominante, il y a eu l'apparition d'une grande cellule de convection entre les blocs. Par rapport au changement de nombre de Prandtl, nous notons qu'à faible nombre de Prandtl les lignes de courant sont nombreuses entre les blocs inversement lorsque le nombre de Prandtl augmente.

La distribution de la température pour chaque couple des nombres de Richardson et de Prandtl, est représentée sur la figure IV.15. Cette figure illustre les contours des isothermes qui présentent une stratification de la température, dont la valeur maximale est égale à 1 au niveau des composants électroniques et la valeur minimale égale à 0 (zéro) du part et d'autre des composants. On remarque que les températures élevées sont localisées dans des espaces étroits au voisinage des trois composants électroniques, qui correspondent à l'épaisseur des couches limites thermiques, et qui sont largement influencées par les nombres de Richardson et de Prandtl. Loin des composants chauds, les gradients de la température sont faibles. Les résultats montrent que dans le cas de faible nombre de Richardson et grand nombre de Prandtl ($Ri=0.1$ et $Pr=7.1$), les températures sont élevées et très serrées dans des espaces étroits au voisinage des trois blocs chauffés. Cependant lorsque le nombre de Richardson augmente et avec la diminution de nombre de Prandtl, la couche limite thermique augmente.

Une description détaillée sur le taux du transfert de chaleur est donnée par la figure IV.16, qui illustre les profils de la variation des valeurs du nombre de Nusselt local le long des neuf

faces des composants chauds en fonction du nombre de Prandtl pour différents nombres de Richardson. Comme il a été constaté précédemment, le maximum du transfert de chaleur se situe au coin droit supérieur de chaque composant chaud et la taille du profil du premier composant est plus grande que celle du deuxième et troisième composant. On remarque clairement que le nombre de Nusselt local diminue en augmentant le nombre de Richardson, et on peut voir aussi que le transfert de chaleur au niveau des neuf faces des composants chauds devient plus important lorsqu'on utilise de l'eau ($Pr=7.1$) comme fluide de refroidissement, où la conductivité thermique est plus élevée. D'autre part, on montre que l'air ($Pr=0.71$) possède la plus faible valeur de conductivité thermique par rapport aux autres fluides, par conséquent, il donne des valeurs minimales du nombre de Nusselt local.

Le taux du transfert de chaleur globale au niveau des composants, est illustré par la figure (IV.17). Sur celle-ci, on voit bien que le nombre de Nusselt moyen augmente avec l'augmentation du nombre de Reynolds. Lorsque la convection naturelle prédomine (faible nombre de Re) la chaleur se propage plus par conduction que par convection ce qui se traduit par des gradients de température près des blocs chauds moins importants et donc des valeurs faibles du nombre de Nusselt moyen. Nous avons noté aussi que l'écart entre les valeurs du nombre de Nusselt moyen pour chaque nombre de Prandtl, montre que la chaleur évacuée augmente avec l'augmentation de nombre de Prandtl. Finalement on constate que le nombre de Nusselt moyen devient plus important avec l'utilisation de l'eau ($Pr=7.1$) comme fluide de refroidissement. Ceci a été confirmé par la figure IV.16.

Pr=0.71

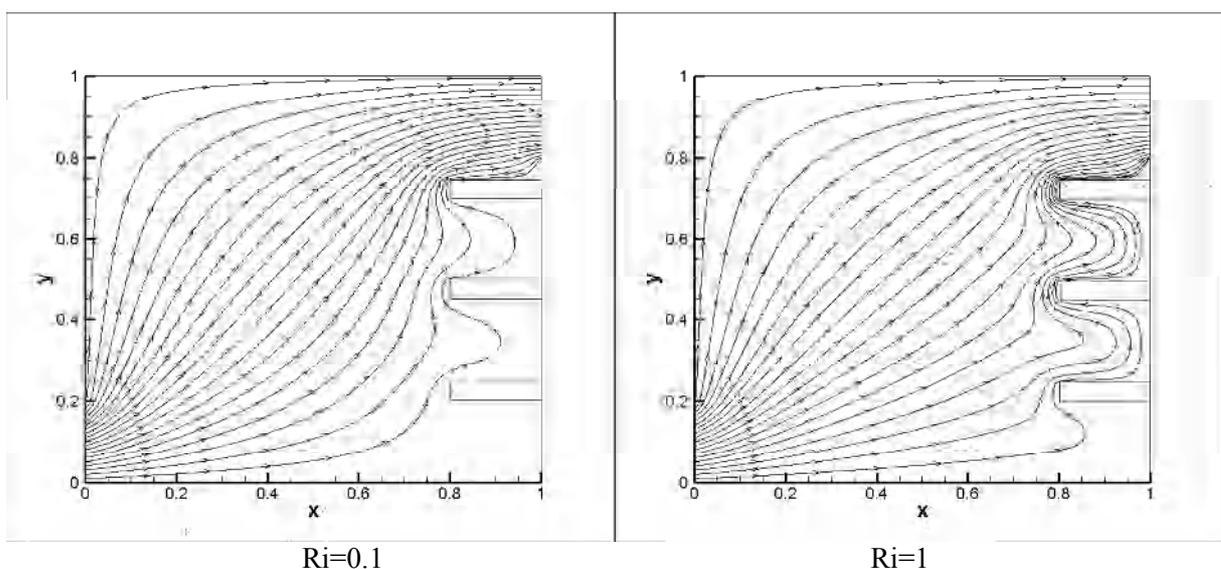


Figure IV.14. Lignes de courant à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson.

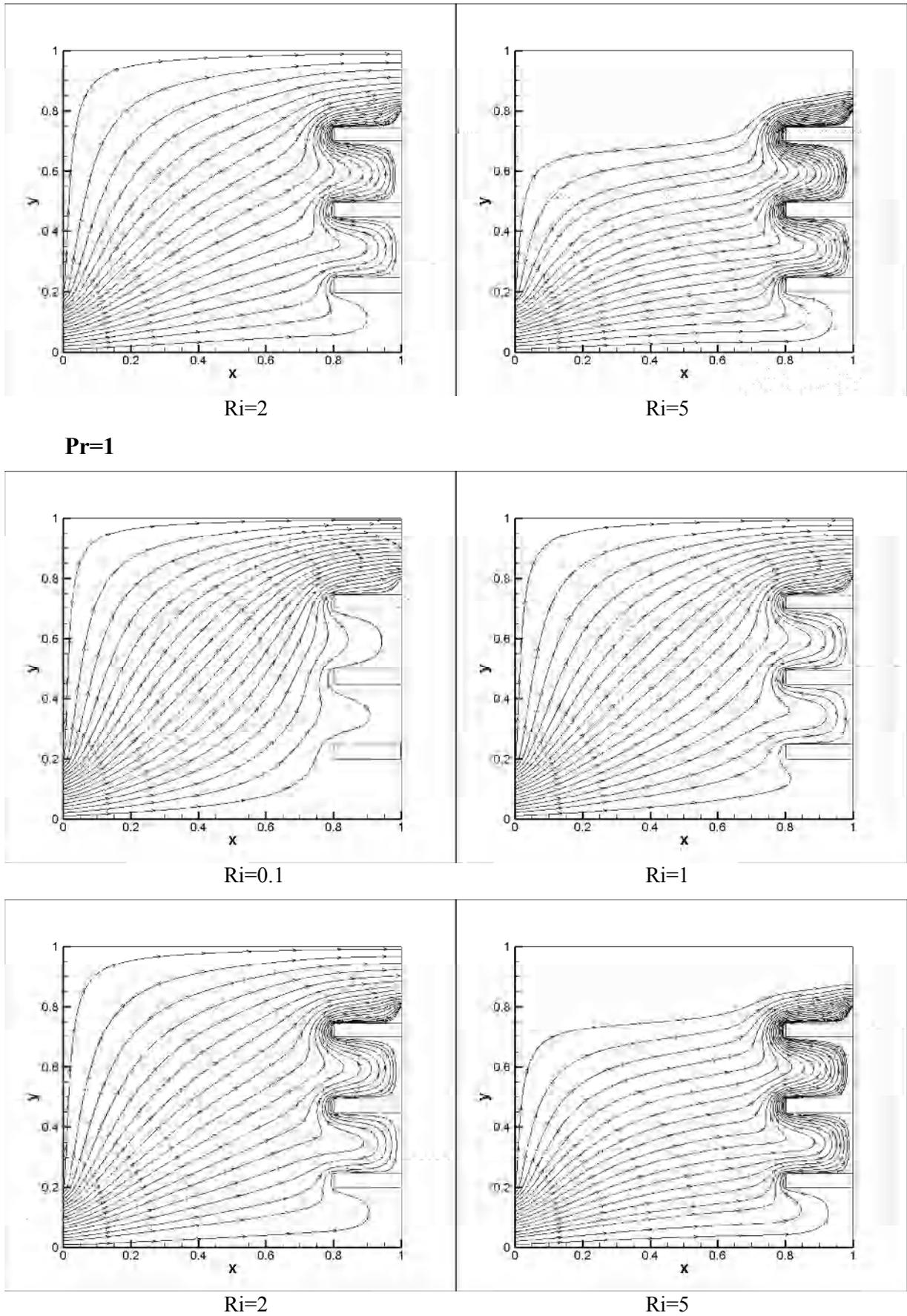


Figure IV.14. Lignes de courant à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson (suite).

Pr=7.1

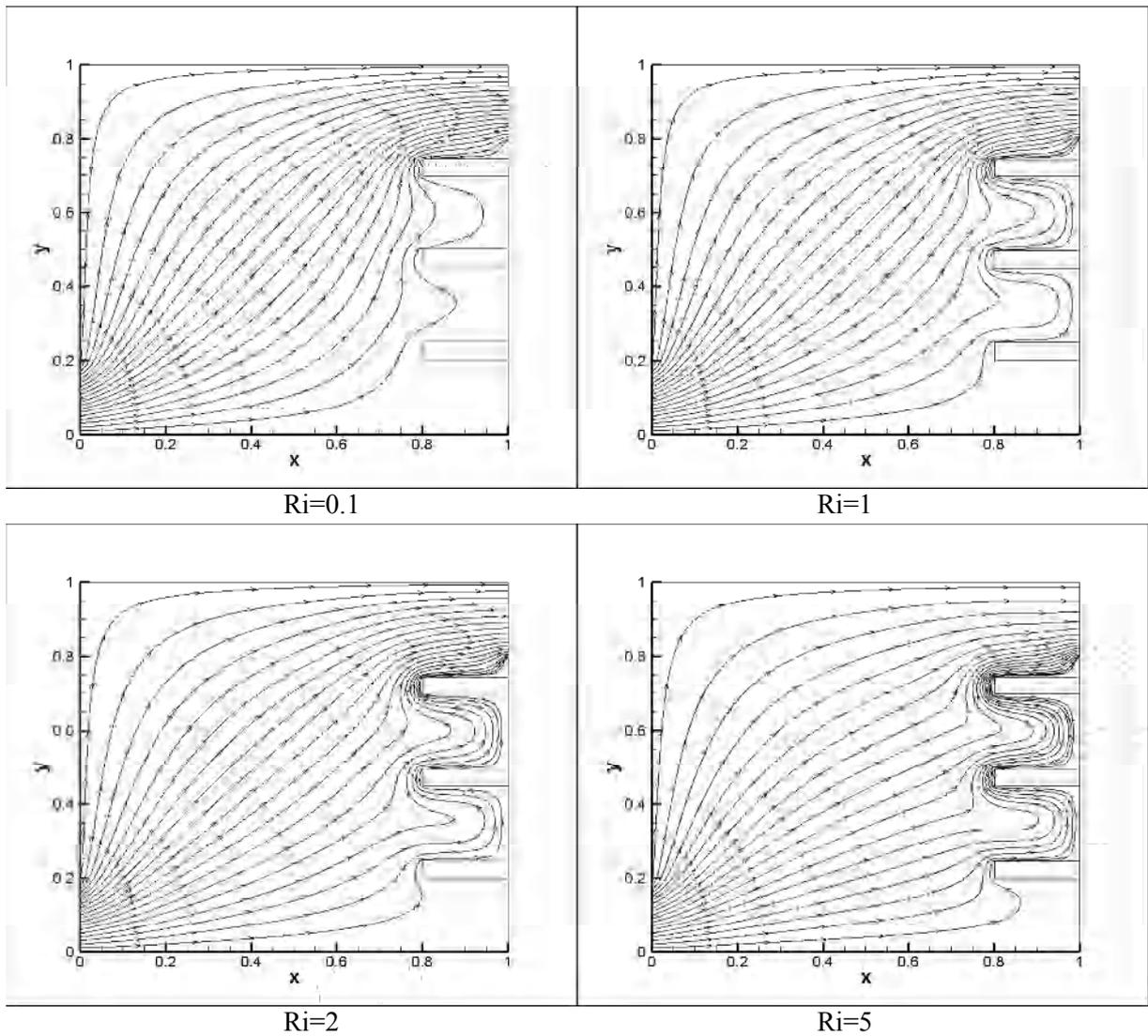


Figure IV.14. Lignes de courant à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson (suite).

Pr=0.71

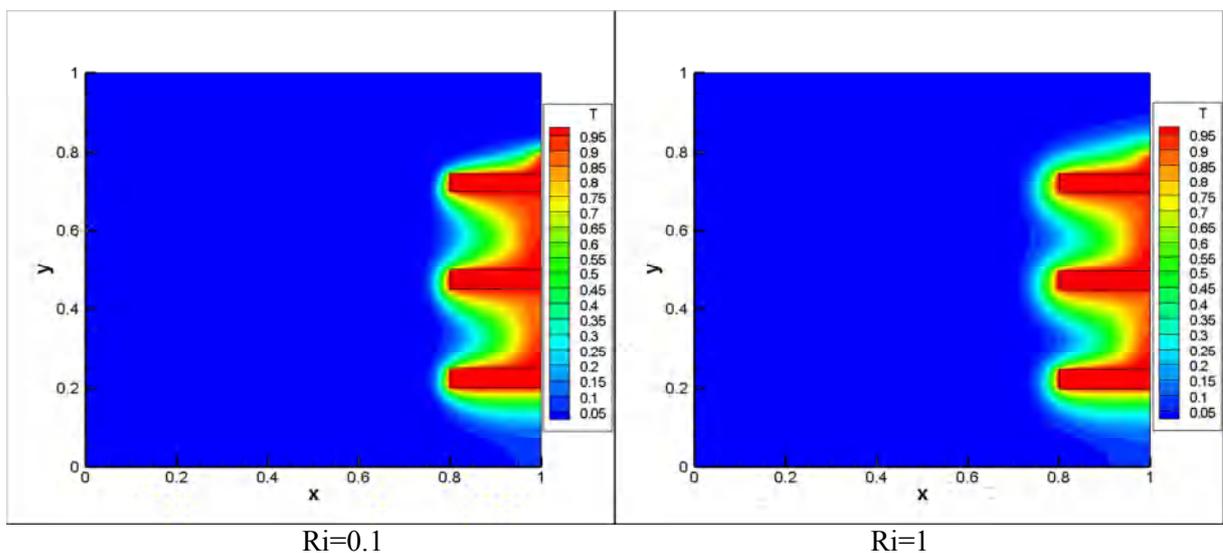


Figure IV.15. Isothermes à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson.

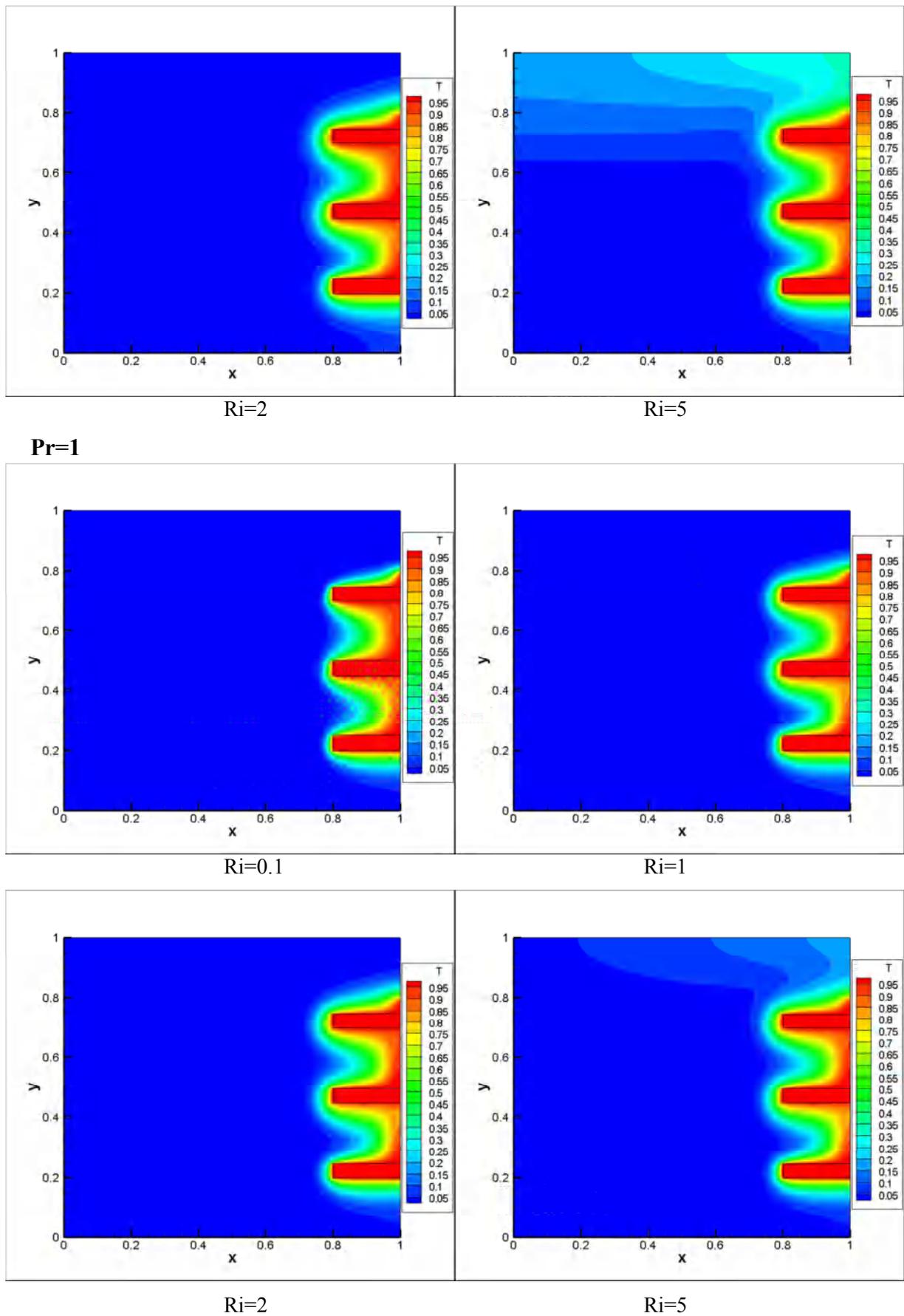


Figure IV.15. Isothermes à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson (suite).

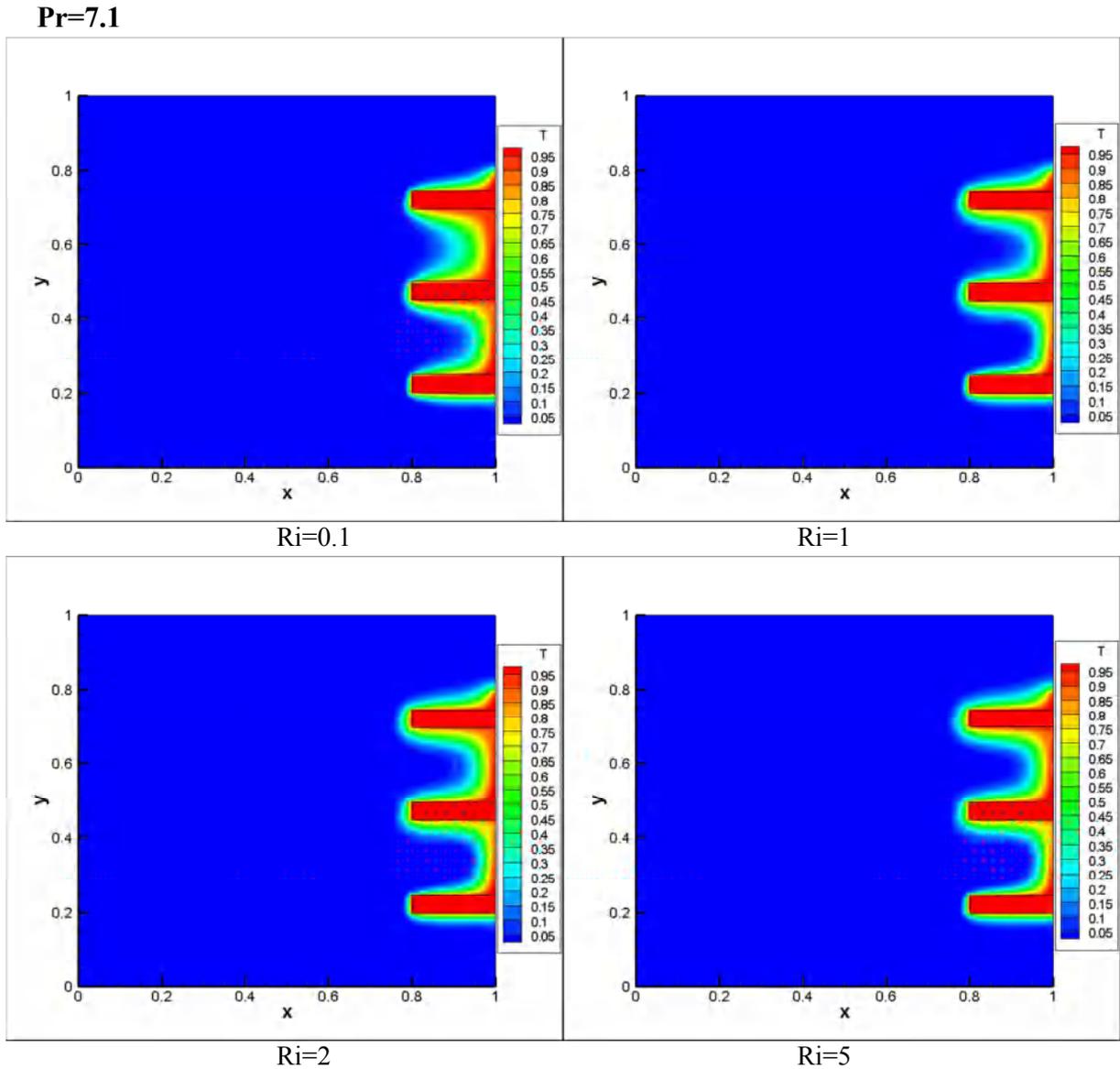


Figure IV.15. Isothermes à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson (suite).

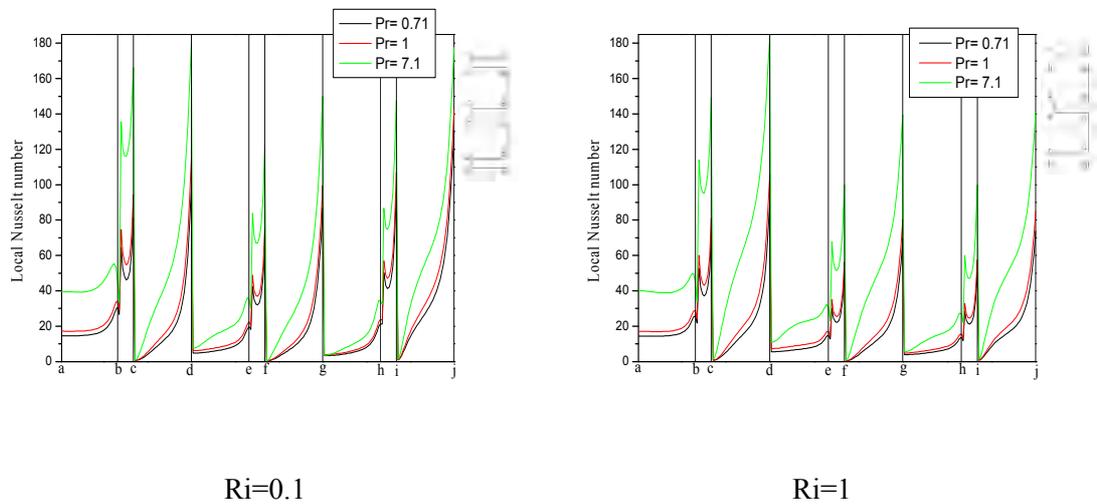


Figure IV.16. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson.

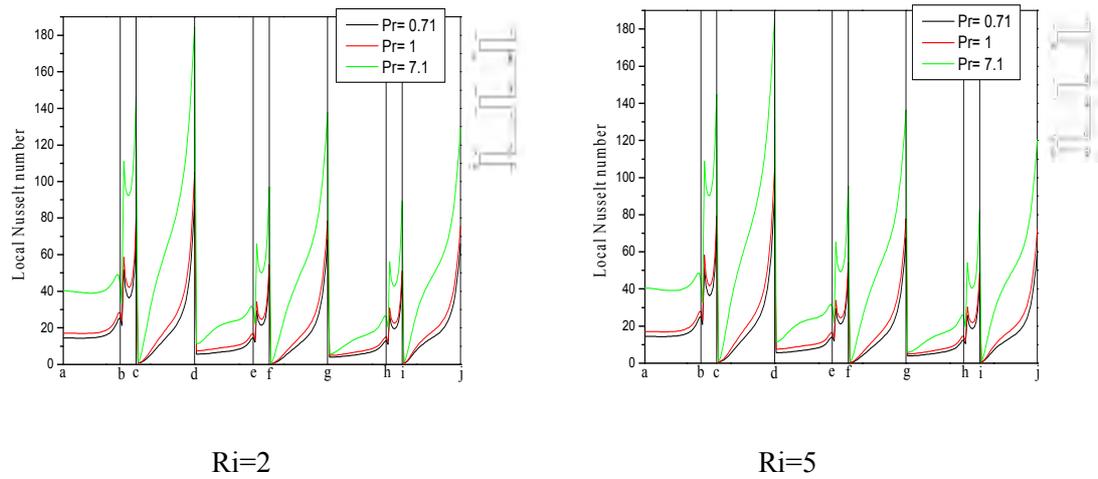


Figure IV.16. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 10^6$ pour différents nombres de Prandtl et de Richardson (suite).

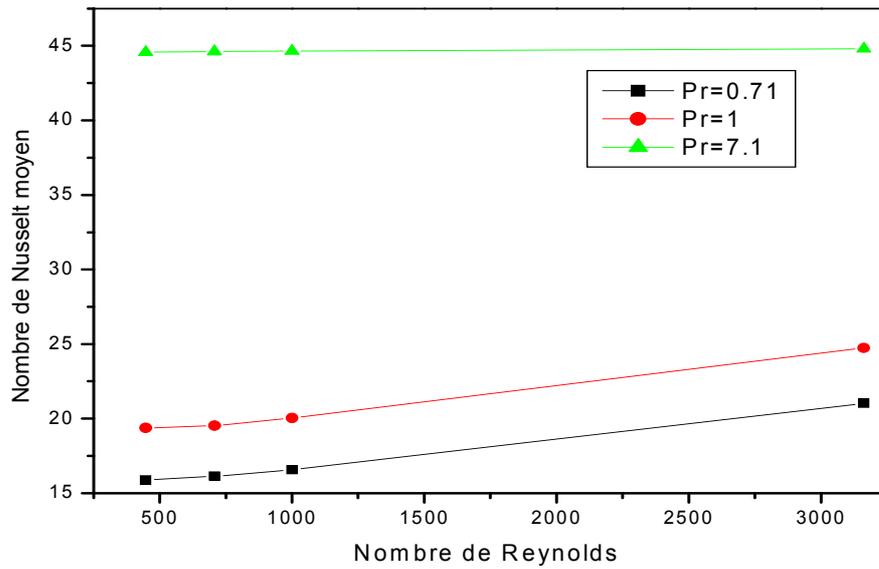


Figure IV.17. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Reynolds à $Gr = 10^6$ pour différent nombre de Prandtl.

IV.3. Régime turbulent

IV.3.1. Choix du maillage

Dans la présente partie, un test de sensibilité de maillage est effectué pour assurer l'exactitude et la fiabilité de la solution numérique avant de passer aux calculs. Quatre différents maillages non uniformes sont pris en considération 200x300, 300x400, 400x500 et 500x600 nœuds. Les résultats présentés dans le tableau IV.3 montrent que les grilles de 300x400 à 500x600 ne produisent pas de différences significatives dans le nombre de Nusselt moyen calculé. Par conséquent, une grille non uniforme de 400x500 avec une plus grande concentration de points de maillage près des blocs est adoptée pour tous les calculs présentés dans la présente partie.

Tableau IV.3: Comparaison du nombre de Nusselt moyen pour différents maillages pour $Ri=1$ et $Pr=0.7$.

N°	i x j	Nombre de Nusselt moyen	Erreur (%)
1	200 x 300	25,63995	31.51
2	300 x 400	34,1463	8.79
3	400 x 500	36,01378	3.80
4	500 x 600	37,43728	-

IV.3.2. Validation

Pour la vérification des résultats numériques obtenus dans la présente partie et donner plus de confiance aux résultats de nos simulations numériques sous Fluent, on a établi quelques comparaisons avec d'autres investigations numériques et expérimentales présentées dans la littérature.

Premièrement la comparaison est faite avec les résultats numériques obtenus par **Tian et Karayiannis [66]**. La comparaison est effectuée pour le cas de la convection naturelle turbulente dans une cavité à paroi verticale gauche chauffée à température constante et paroi verticale droite soumise à une température froide constante. Les parois restantes sont considérées comme adiabatiques. Les nombres de Nusselt moyens sur la paroi chaude ont été calculés et comparés, pour un nombre de Rayleigh $Ra = 1,58 \times 10^9$. La comparaison montre que la différence maximale du nombre de Nusselt moyen ne dépasse pas le 5 % comme il est indiqué dans le tableau IV.4. Une deuxième comparaison est effectuée en comparant le profil de température au milieu de la hauteur comme le montre la figure IV.18. Cette comparaison a

montré un accord satisfaisant entre les résultats obtenus dans ce travail et ceux de **Tian et Karayiannis [66]**, ce qui nous conforte dans la fiabilité de la présente approche numérique.

Pour plus de confiance à l'approche numérique utilisée de cette partie, nous avons confronté encore nos résultats à ceux numériques et expérimentaux obtenus par **Kayne et Agarwal [67]**, pour le cas de la convection mixte turbulente dans une cavité carrée ventilée et partiellement chauffée. La comparaison des résultats numérique obtenus a été faite en utilisant les courbes de température et de vitesse. Les profils de température sont illustrés dans la figure IV.19 et comparés avec les températures numériques et expérimentales. Une autre comparaison avec les profils de vitesse est illustrée dans la figure IV.20. Cette comparaison montre qu'il y a un accord satisfaisant entre les résultats obtenus dans le présent travail et ceux de **Kayne et Agarwal [67]**, ce qui nous réconforte dans la fiabilité de notre code du calcul.

Tableau IV.4: Comparaison du nombre de Nusselt moyen, entre notre simulation et celles de Tian et Karayiannis [66] pour $Ra=1.58 \times 10^9$.

	Nu_{moy} , [66]	Nu_{moy} , présent travail	Erreur (%)
Paroichaud	55.63	58.32	4.61
Paroifroide	54.93	57.55	4.55

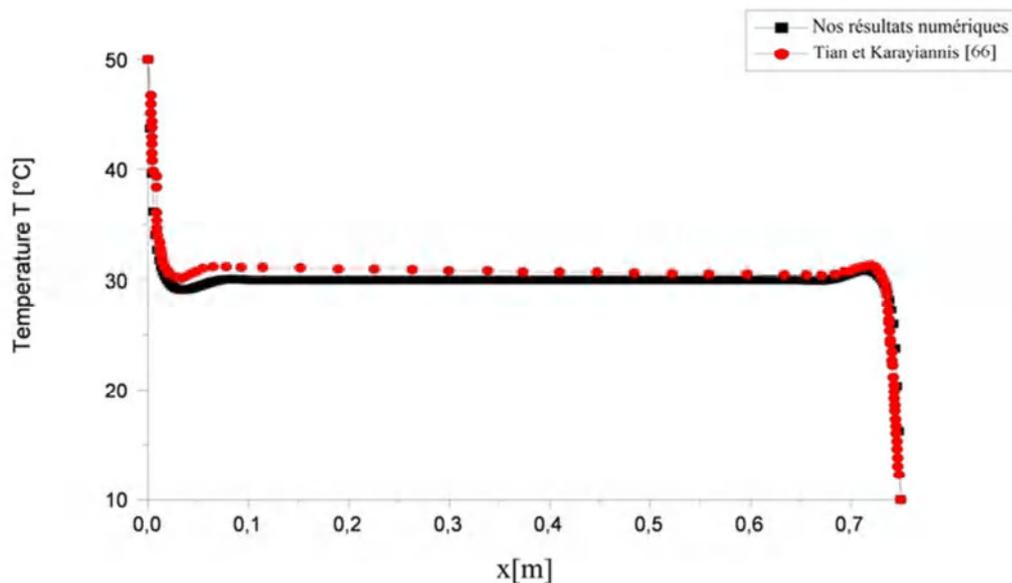


Figure IV.18. Comparaison du profil de température au long du milieu à $y=0.375m$, entre nos simulations et celles d'Tian et Karayiannis [66] pour $Ri=1$ et $Ra = 1,58 \times 10^9$.

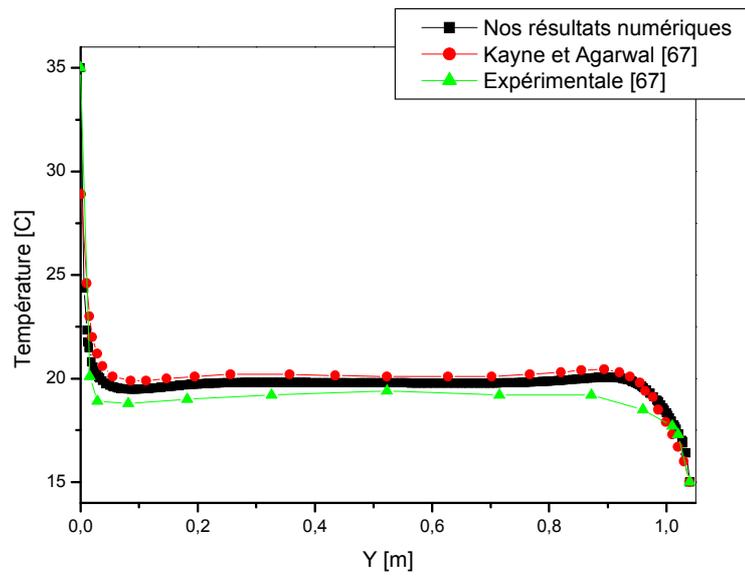


Figure IV.19. Comparaison du profil de température au long du milieu à $x=0.52\text{m}$, entre nos simulations et celles de Kayne et Agarwal [67].

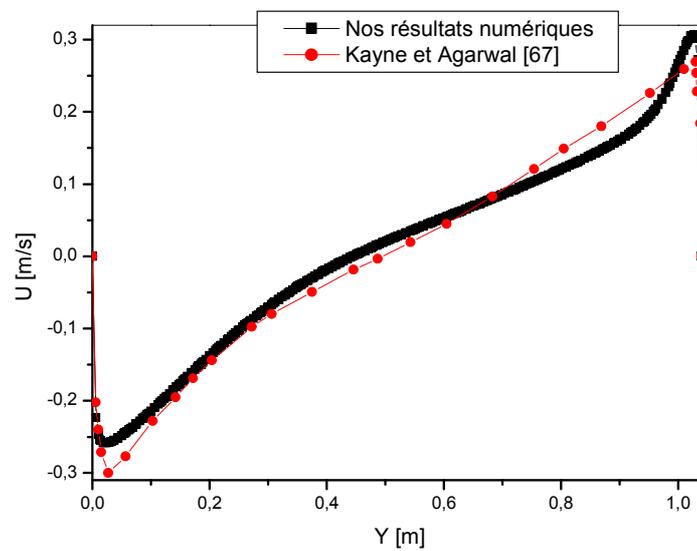


Figure IV.20. Comparaison du profil de vitesse au long du milieu à $x=0.52\text{m}$, entre nos simulations et celles de Kayne et Agarwal [67].

IV.3.3. Résultats : Discussion et analyse

Pour déterminer les recommandations qualitatives qui peuvent améliorer la conception thermique des appareils électroniques, la présente partie a pour but d'étudier l'influence de certains paramètres sur le transfert de chaleur par convection mixte turbulent à l'intérieur d'une cavité carrée ventilée contenant de trois blocs dissipant la chaleur à une température constante. Les restes des parois de la cavité considérée sont maintenues adiabatiques. Six configurations géométriques ont été conçues et étudiées afin de trouver le meilleur cas qui respecte le dégagement maximal de la chaleur (voir figure IV.21).

Les paramètres du contrôle du problème étudié dans cette partie sont les suivants : le nombre de Grashof fixé à 3.18×10^9 , le nombre de Reynolds basé sur la largeur d'entrée et la vitesse à l'entrée. On prend différentes valeurs du nombre de Richardson qui représente une mesure de l'importance relative entre la convection naturelle et la convection forcée telle que : $Ri=0.2$, $Ri=1$ et $Ri=5$, et le nombre de Prandtl qui caractérise la nature du fluide, nous avons choisi l'air comme fluide de refroidissement à $Pr=0.71$.

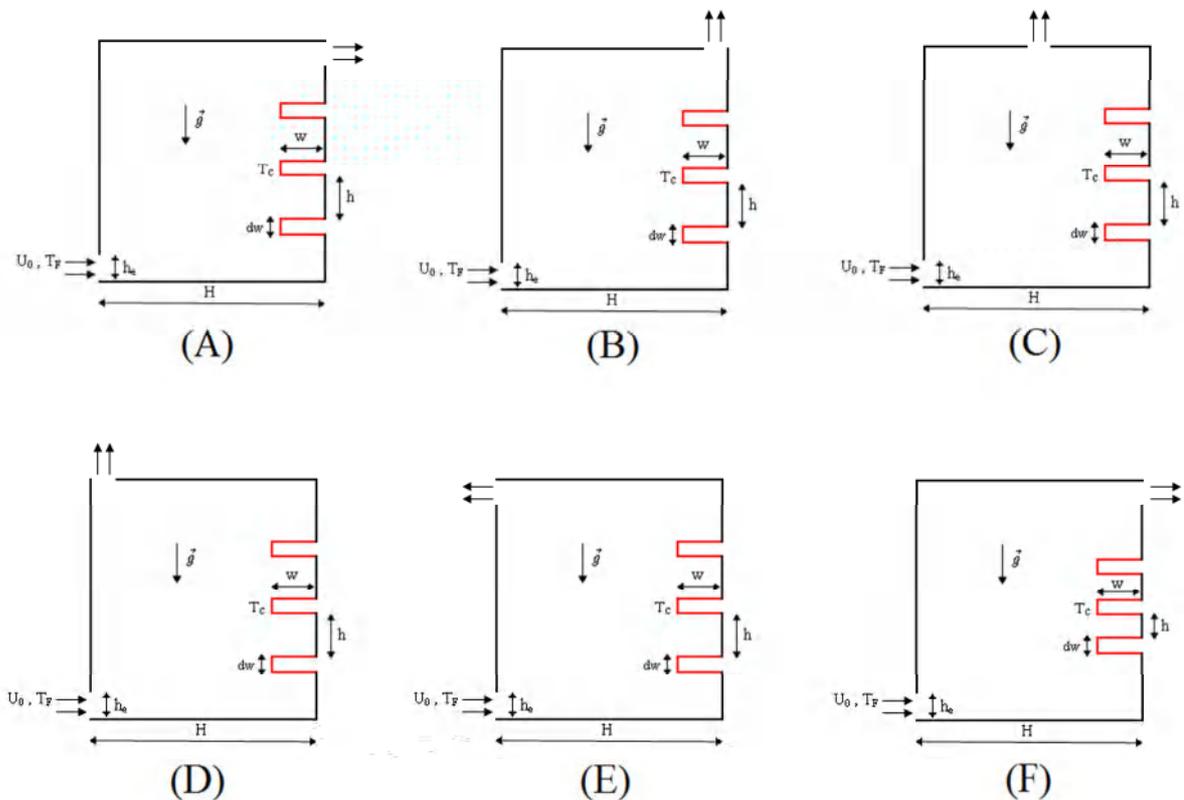


Figure IV.21. Configurations géométriques du modèle correspondant la partie de régime turbulent.

IV.3.3.1. Effet de la distance entre les blocs

Pour mettre en évidence l'influence de la distance entre les blocs (h/H) et du nombre de Richardson sur la structure de l'écoulement et le transfert thermique, nous avons fait varier cette distance entre les trois blocs selon le cas A ($h/H = 0.2$) et le cas F ($h/H = 0.1$) pour différents valeurs des nombres de Richardson ($Ri = 0.2, 1$ et 5).

Les contours de la fonction de courant sont illustrés dans la figure IV.22, pour les distances données et pour $Ri=0.2$, $Ri=1$ et $Ri=5$. On constate, la présence d'un grand vortex qui tourne dans le sens antihoraire à la partie gauche du jet d'air qui traverse la cavité et montre que les lignes de courant sont bien droites lorsqu'on n'est pas loin des blocs. Seulement au niveau de ces derniers, on remarque la création des cellules de recirculation dans les zones voisines des blocs selon le nombre de Richardson et la distance entre les blocs.

Entre les trois composants, pour le cas A ($h/H = 0.2$), on constate que pour les faibles nombres de Richardson un écoulement plus intense caractérisé par les lignes de courant étroites et plus d'espace et d'intensité des cellules de recirculation entre les blocs. Au fur et à mesure que le nombre de Richardson augmente (convection naturelle prédominante), l'écoulement principal devient de plus en plus faible, les lignes de courant s'éloignent et presque l'étouffement des cellules de recirculations situées entre les blocs. On constate aussi l'absence de la cellule de recirculation dans la partie inférieure des blocs. A $Ri=5$, on note l'absence des cellules de recirculation dans la partie droite de la cavité. Contrairement au cas précédent, la diminution de la distance entre les blocs (cas F à $h/H = 0.1$), pour des valeurs faibles du nombre de Richardson, la convection forcée est dominante. Entre les blocs, on note l'absence de cellule de recirculation qui montre que la convection naturelle est pratiquement absente. Dans la partie inférieure et supérieure des blocs il existe une petite cellule de recirculation. En augmentant le nombre de Richardson, la convection naturelle commence à se développer. On constate l'apparition des petits nombres des lignes de courant et des petites cellules de recirculation entre les blocs.

La distribution de la température des deux configurations pour chaque nombre de Richardson est représentée sur la figure IV.23. Les isothermes de la configuration (A) montrent que les espaces étroits au voisinage des trois blocs sont bien ventilés, à $Ri=1$. Nous assistons à un phénomène de compétition entre l'écoulement forcé et les cellules dues à la convection naturelle : le régime de convection mixte turbulent est bien installé. Contrairement au cas précédent, comme l'espacement entre les blocs diminue (cas F à $h/H = 0.1$), il y a un manque de ventilation entre les blocs. Pour ça, on peut observer que les températures élevées sont localisées

dans des espaces au voisinage des blocs chauds, ce qui signifie que la partie inférieure et supérieure des blocs sont bien ventilées. Lorsque le nombre de Richardson augmente, nous observons une stratification de la température entre les blocs.

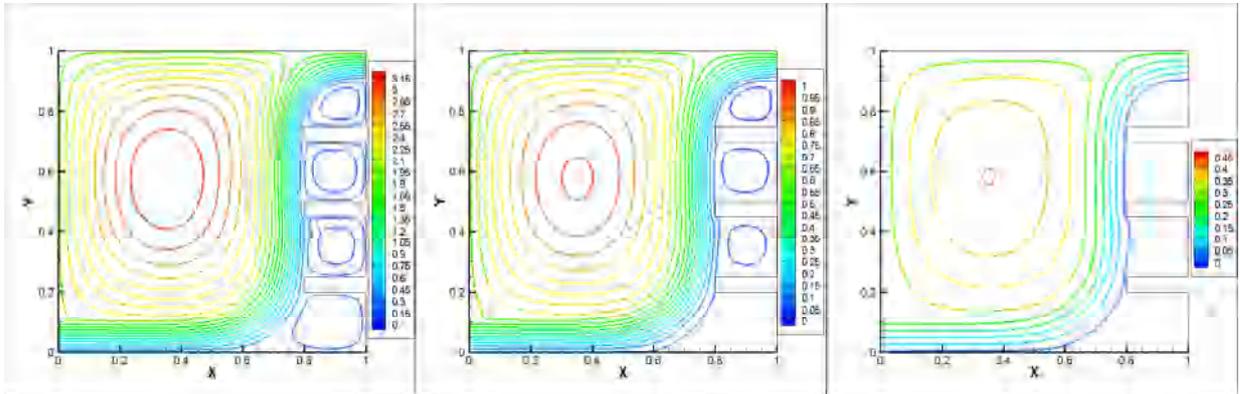
La figure IV.24 présente la distribution de l'énergie cinétique turbulente des deux configurations pour différents nombres de Richardson. On voit d'une manière générale que l'énergie cinétique turbulente est d'autant plus importante que le nombre de Richardson est faible. Cela est dû, comme nous avons vu, à l'augmentation de la vitesse moyenne suite aux effets combinés de la convection naturelle et forcée, qui induit une augmentation des fluctuations de vitesse, et par conséquent une augmentation de l'énergie cinétique turbulente. Par contre à un grand nombre de Richardson, les niveaux de l'énergie cinétique turbulente sont très faibles. La figure IV.24 montre aussi que les valeurs maximums sont toujours situées à côté de l'ouverture de sortie pour : $Ri=0.2$, 1 et 5. Cela peut s'expliquer par la prédominance de la convection forcée, surtout quand le jet atteint la paroi opposée. Les effets d'impact du jet sont toujours remarquables dans les parois opposées des trois blocs chauds. D'autre part, comme l'espacement entre les blocs diminue, on peut observer que les valeurs de l'énergie cinétique turbulente diminuent.

Afin de voir le taux d'enlèvement de la chaleur au niveau des composants, on consulte la figure IV.25 donnant la variation du nombre de Nusselt local le long des neuf faces pour différents valeurs des nombres de Richardson ($Ri = 0.2$, 1 et 5) dans les deux cas géométriques. A première vue, on remarque que le maximum du transfert de chaleur se situe au coin gauche supérieur de chaque bloc. On peut dire d'une manière générale que le nombre de Nusselt local est d'autant plus important que le nombre de Richardson est faible. Lorsque le nombre de Richardson augmente, nous observons une diminution de nombre de Nusselt local. On peut voir aussi que le transfert de chaleur des blocs dans le cas (A) devient plus important que celui du cas (F) sauf sur la surface verticale (h-i) et la surface supérieure (i-j) du troisième bloc. Ceci est dû au fait que la zone supérieure du troisième bloc du cas (F) donne une zone de recirculation plus importante que dans le cas (A).

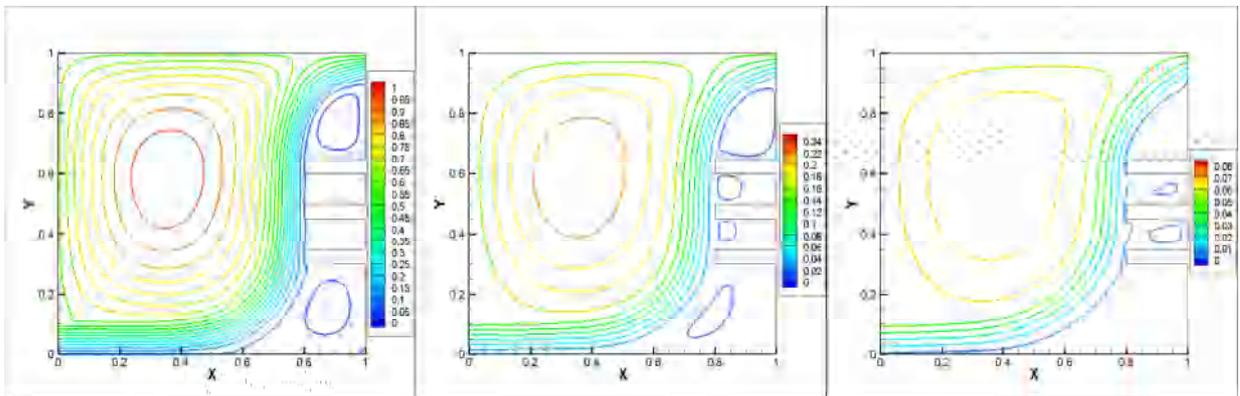
Afin de voir l'effet de l'espacement entre les blocs, et pour mieux visualiser le transfert de chaleur au niveau des blocs dans les deux cas étudiés, la figure IV.26 nous fournit l'évolution du nombre de Nusselt moyen des trois blocs en fonction du nombre de Richardson pour les deux cas (A) et (F). On remarque bien qu'il y a une augmentation importante du nombre de Nusselt moyen lorsque le nombre de Richardson diminue. On peut voir qu'il est pour différents nombres

Richardson, le cas (A) a des valeurs plus élevées du nombre de Nusselt moyen, par rapport à celui du cas (F).

Cas A



Cas F



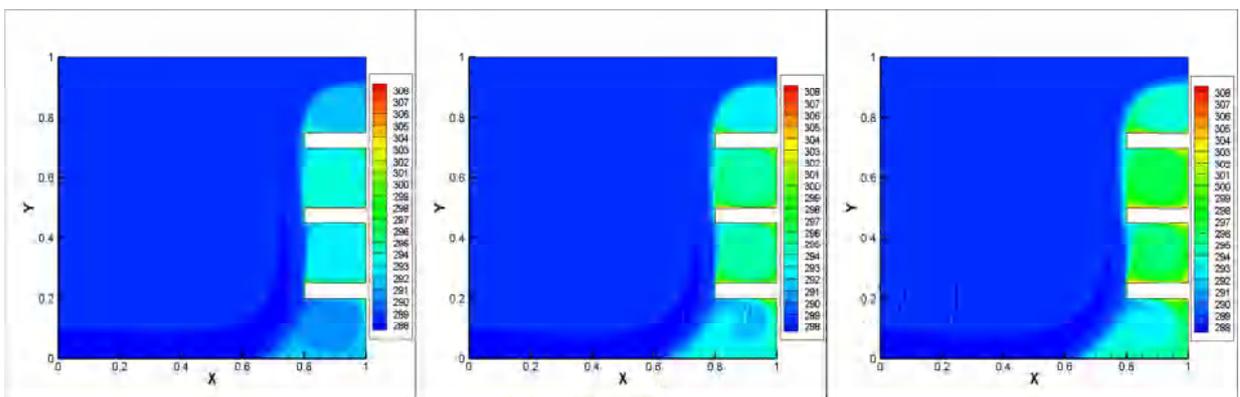
Ri=0.2

Ri=1

Ri=5

Figure IV.22. Contours de la fonction de courant ψ à différents nombre de Richardson et $Gr=3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.

Cas A



Ri=0.2

Ri=1

Ri=5

Figure IV.23. Contours des isothermes à différents nombre de Richardson et $Gr=3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.

Cas F

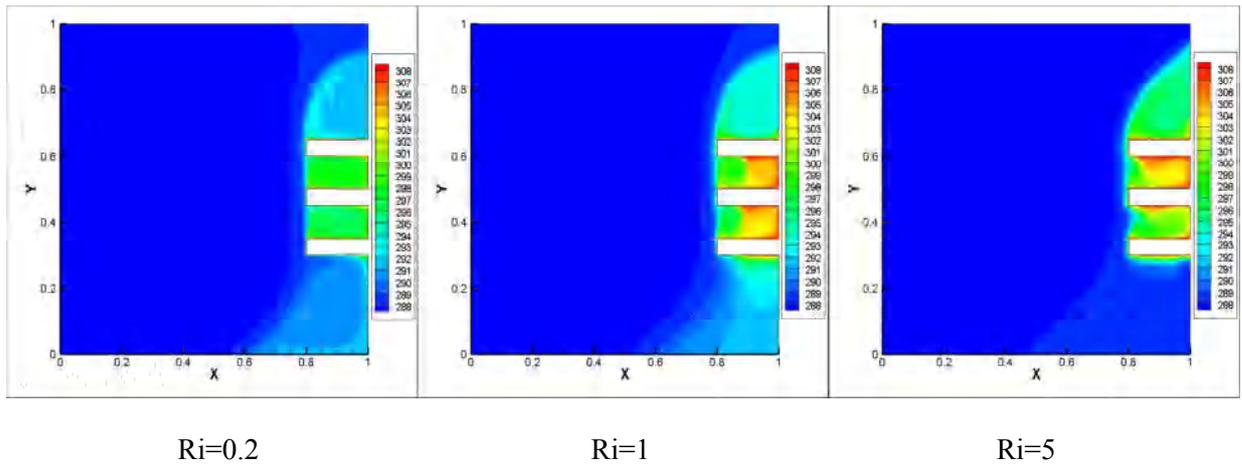
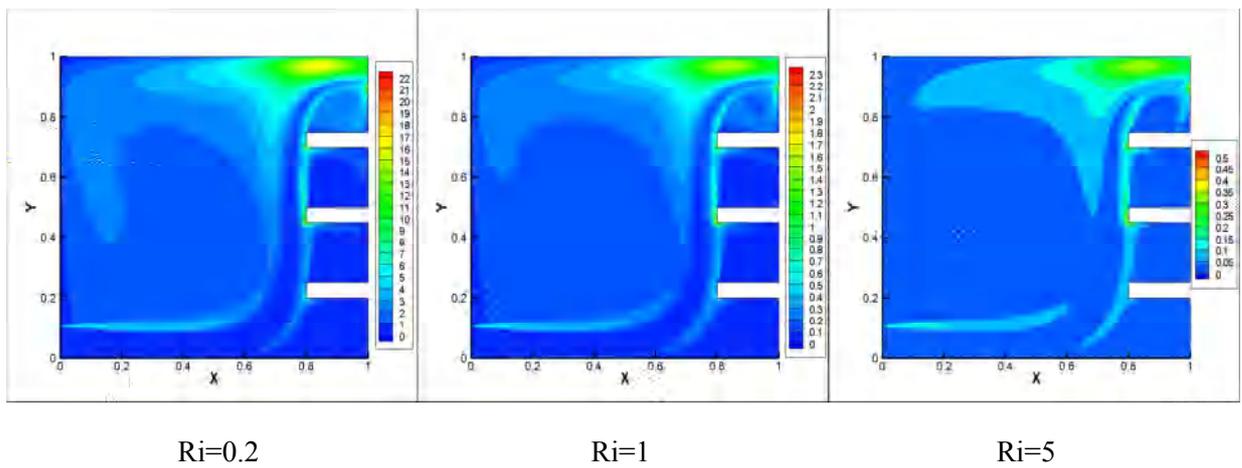


Figure IV.23. Contours des isothermes à différents nombre de Richardson et $Gr = 3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques (suite).

Cas A



Cas F

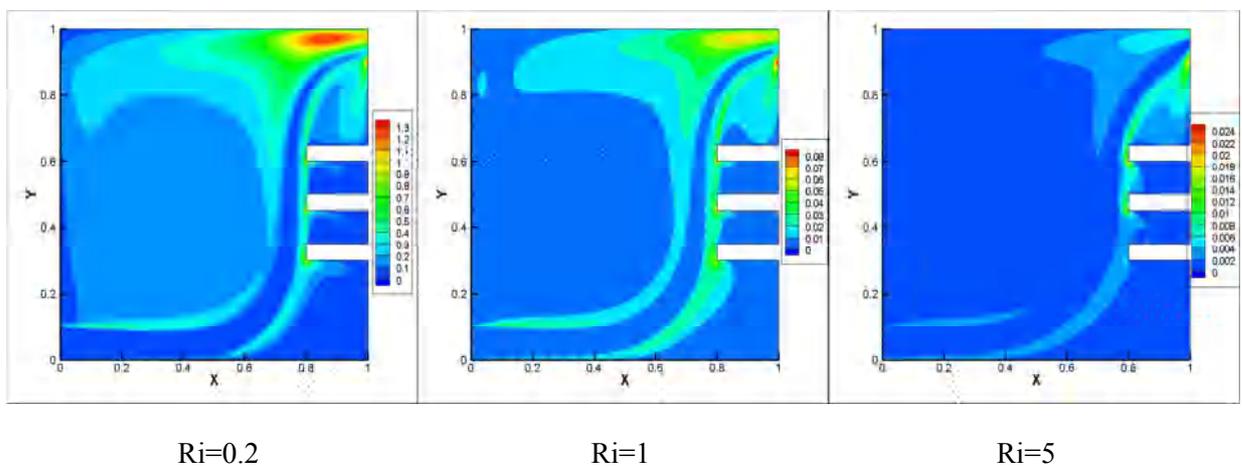


Figure IV.24. Distribution de l'énergie cinétique turbulente à différents nombre de Richardson et $Gr = 3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.

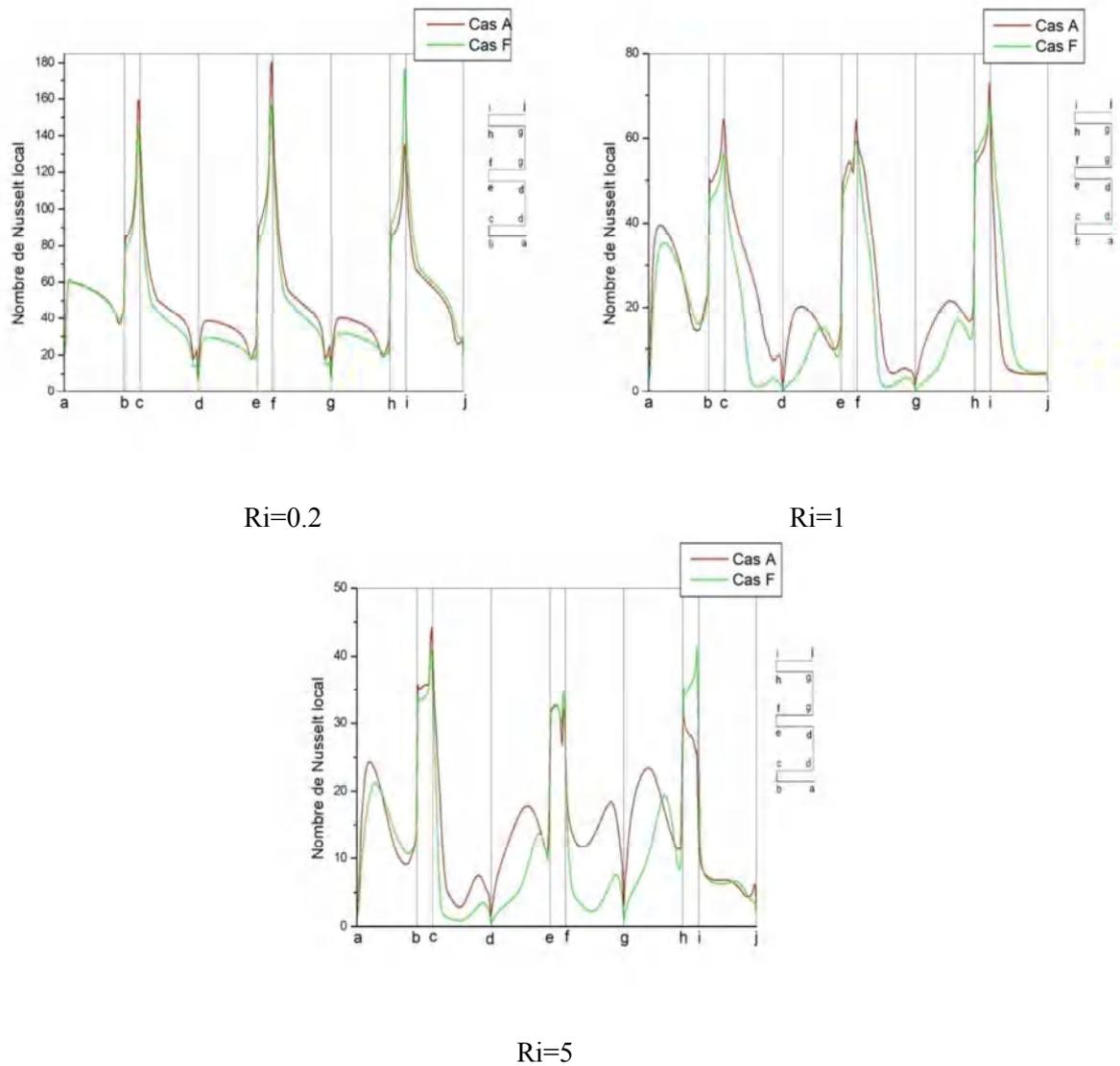


Figure IV.25. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les deux cas géométriques.

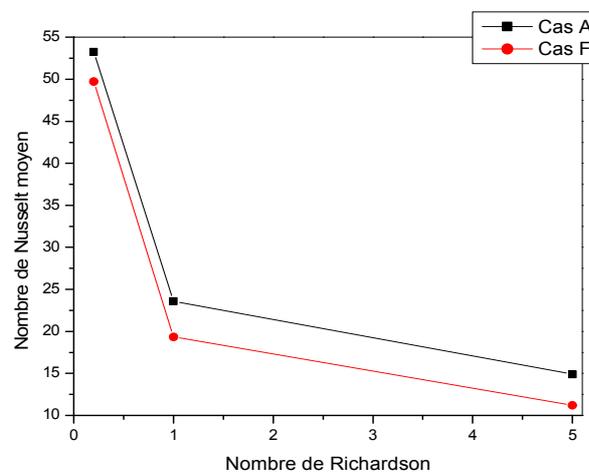


Figure IV.26. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson à $Gr = 3.18 \times 10^9$ pour les deux cas géométriques.

IV.3.3.2. Effet de l'emplacement de sortie du fluide

Pour mettre en évidence l'effet de l'emplacement d'ouverture de sortie du fluide et du nombre de Richardson sur la structure de l'écoulement et du transfert thermique. Cinq configurations ont été examinées :

- (A) Sortie sur la partie supérieure de la paroi droite,
- (B) Sortie sur la partie droite de la paroi supérieure,
- (C) Sortie au centre de la paroi supérieure,
- (D) Sortie sur le côté gauche de la paroi supérieure et
- (E) Sortie sur le côté supérieur de la paroi gauche.

Pour trois valeurs de nombre de Richardson ($Ri = 0.2, 1$ et 5).

Les contours de la fonction de courant ψ pour les différentes configurations géométriques citées ci-dessus, sont présentés par la figure IV.27. On observe qu'il existe un grand vortex qui tourne dans le sens antihoraire à gauche du jet d'air qui traverse la cavité et montre que les lignes de courant sont bien alignés lorsqu'on n'est pas loin des blocs et continue bien leurs alignement jusqu'à la sortie de la cavité pour toutes les configurations. On voit bien la création des cellules de recirculation dans des zones au voisinage des blocs selon la configuration géométrique et le nombre de Richardson.

Entre les trois composants, pour les cas (A) et (B), on constate que pour faibles nombre de Richardson des débits importants déployer par la stratification des lignes de courant et des cellules de recirculation entre les blocs qui sont plus intenses. Au fur et à mesure que le nombre de Richardson augment, la puissance d'écoulement principal s'affaiblit, les lignes de courant s'éloignent et les cellules de recirculations situées entre les blocs s'étouffent. Ainsi, on note l'absence de cellule de recirculation dans la partie inférieure des blocs. A $Ri=5$, on note l'absence des cellules de recirculation dans la partie droite de la cavité. Dans les cas (C), (D) et (E) à faibles nombre de Richardson, on voit bien que le nombre des lignes de courant plus importante que dans les cas de (A) et (B). Aussi, on constate la création d'une petite zone de recirculation entre les blocs par rapport aux deux cas précédents, et lorsque le nombre de Richardson augmente, le nombre des lignes de courant diminue et on note l'absence des cellules de recirculation dans la partie droite de la cavité.

En consultant la figure IV.28 qui présente les contours des isothermes pour différentes configurations géométriques et différentes valeurs du nombre de Richardson, on remarque que

les températures élevées occupent une partie considérable dans le côté où se trouvent les trois blocs chauds. Loin de cette région, les gradients de la température sont faibles. Lorsque le nombre de Richardson augmente, nous constatons une augmentation des valeurs des températures au voisinage des trois blocs chauds.

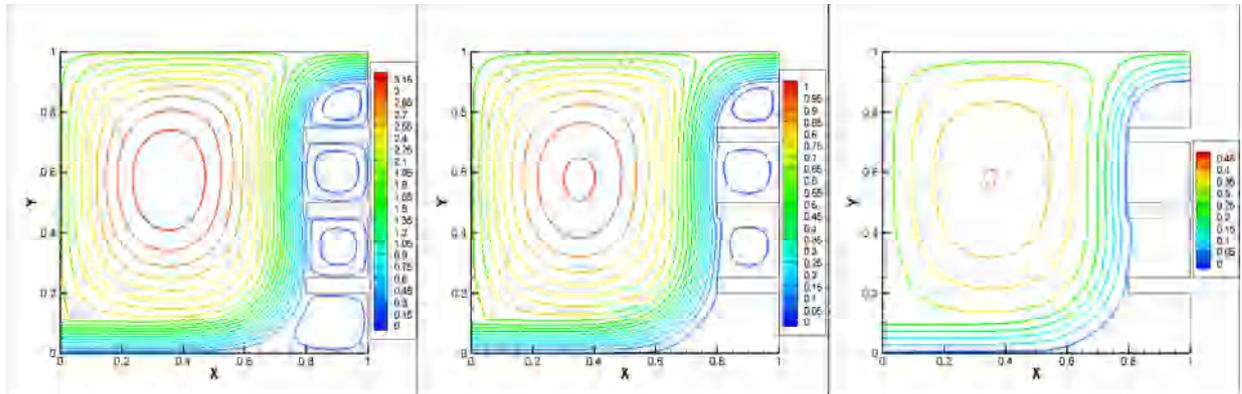
Sur la figure IV.29, on présente la distribution de l'énergie cinétique turbulente des cinq configurations pour différents nombres de Richardson. On voit d'une façon générale que l'énergie cinétique turbulente est plus importante lorsque le nombre de Richardson est faible. Cela est dû comme nous avons vu précédemment, à l'augmentation de la vitesse moyenne, qui induit une augmentation des fluctuations de vitesse, et par conséquent la production de l'énergie cinétique turbulente. On montre aussi que les valeurs maximums sont toujours situées à côté de l'ouverture de sortie. Cela peut s'expliquer par la prédominance de la convection forcée, surtout quand le jet aboutit à la paroi opposée. Les effets d'impact du jet sont toujours remarquables dans la paroi opposée comportant les trois blocs chauds. A grande nombre de Richardson, les niveaux de l'énergie cinétique turbulente sont très faibles. Loin de la sortie et la paroi verticale des trois blocs chauds, l'énergie cinétique turbulente est faible surtout pour les grands nombres de Richardson. Lorsqu'on change les configurations géométriques, on remarque que le cas (C) donne des valeurs les plus élevées de l'énergie cinétique turbulente par rapport aux cas (B) et (D), et les plus faibles valeurs de l'énergie cinétique turbulente dans les cas (A) et (E).

La figure IV.30 montre une comparaison du nombre de Nusselt local autour des trois blocs chauds pour différents valeurs des nombres de Richardson ($Ri = 0.2, 1$ et 5) et pour les cinq configurations géométriques. On remarque que le maximum du nombre de Nusselt local se situe au coin gauche supérieur de chaque bloc. D'une manière générale, le transfert de chaleur est plus important au fur et à mesure que le nombre de Richardson soient faible, et lorsque le nombre de Richardson augmente, nous observons une diminution du nombre de Nusselt local. On remarque aussi que le nombre de Nusselt local le long des faces (e-f, f-g, g-h, h-i et i-j), ne présente aucune variation notable par rapport aux différentes configurations. Par contre dans les faces (a-b, b-c, c-d et d-e) présentent des valeurs importantes du nombre de Nusselt local dans les cas (A) et (B) par rapport aux autres configurations.

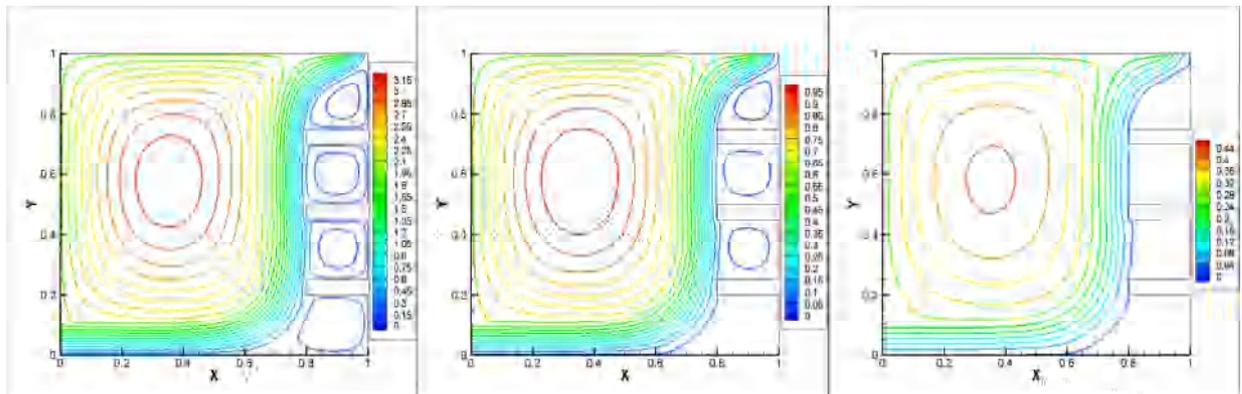
Dans la figure IV.31, on montre la variation du nombre de Nusselt moyen des trois blocs en fonction du nombre de Richardson, et pour différents emplacements d'ouverture de sortie du fluide. On remarque bien qu'il y a une diminution importante du nombre de Nusselt moyen lorsque le nombre de Richardson augmente. Les profils correspondant à chaque configuration géométrique sont arrangés l'un au-dessus de l'autre dans le sens croissant, correspondant la

variation de l'emplacement de sortie du côté gauche (cas E) vers le côté droit (cas A) de la cavité. On peut dire donc que la quantité de chaleur enlevée des trois composants augmente que la position de sortie du fluide placé près au côté droit de la cavité.

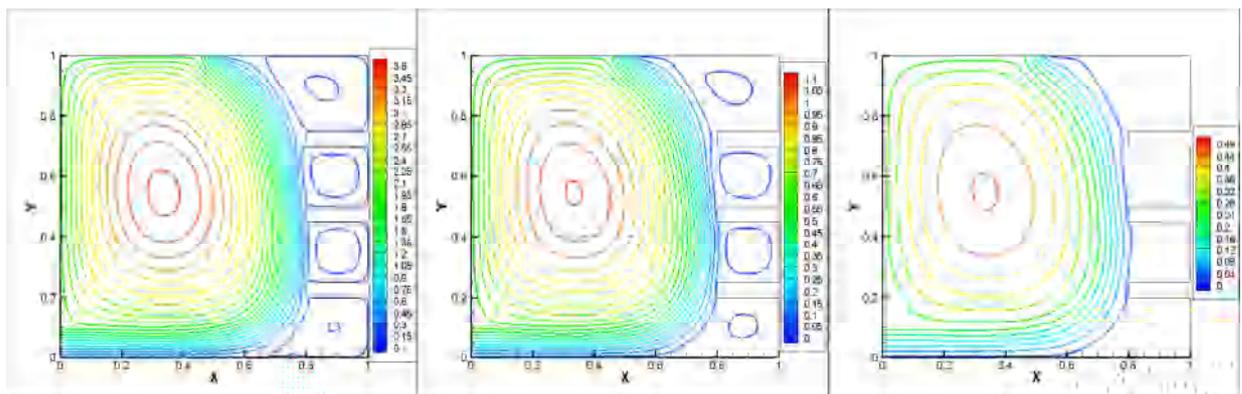
Cas A



Cas B



Cas C



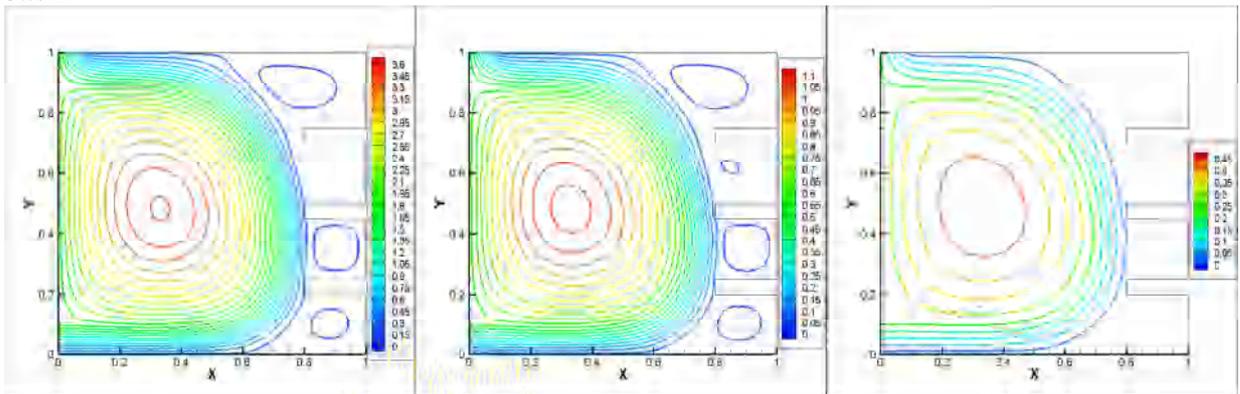
Ri=0.2

Ri=1

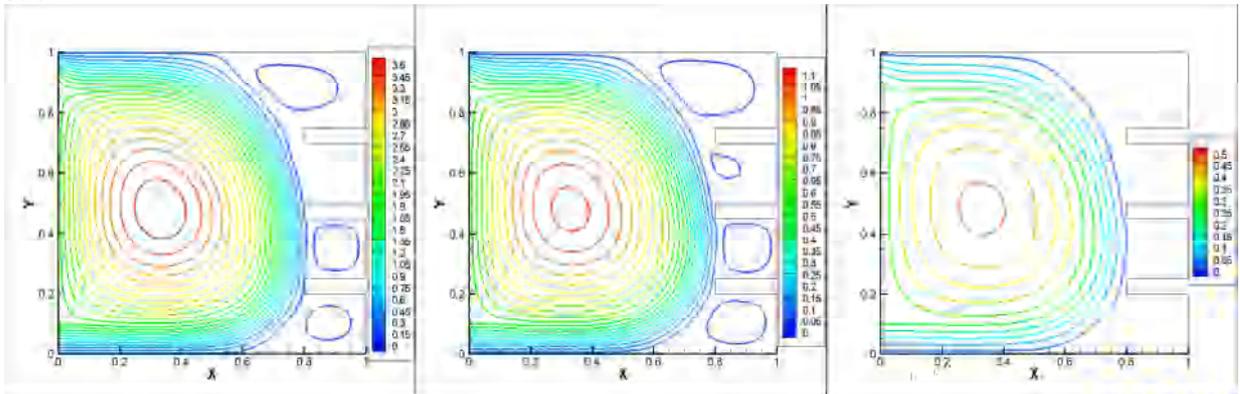
Ri=5

Figure IV.27. Contours de la fonction de courant ψ à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.

Cas D



Cas E



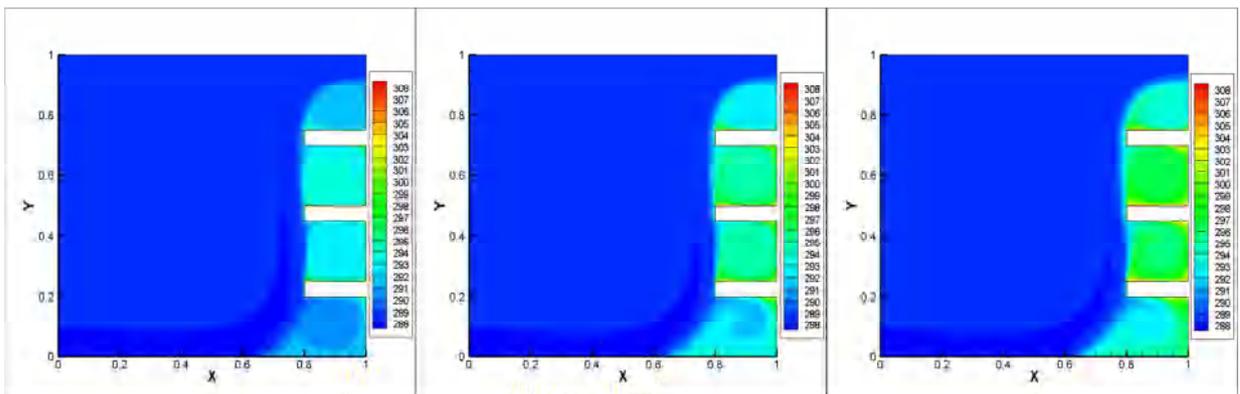
Ri=0.2

Ri=1

Ri=5

Figure IV.27. Contours de la fonction de courant ψ à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques (suite).

Cas A



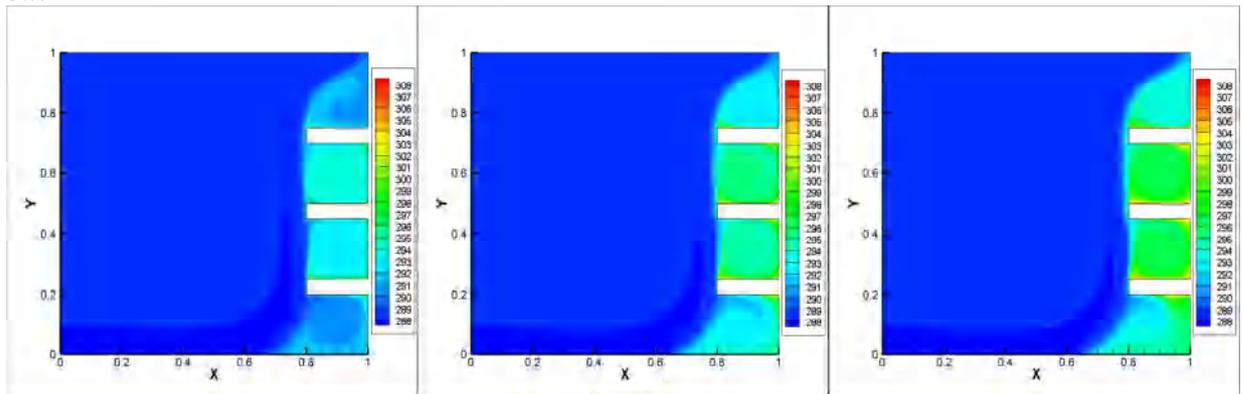
Ri=0.2

Ri=1

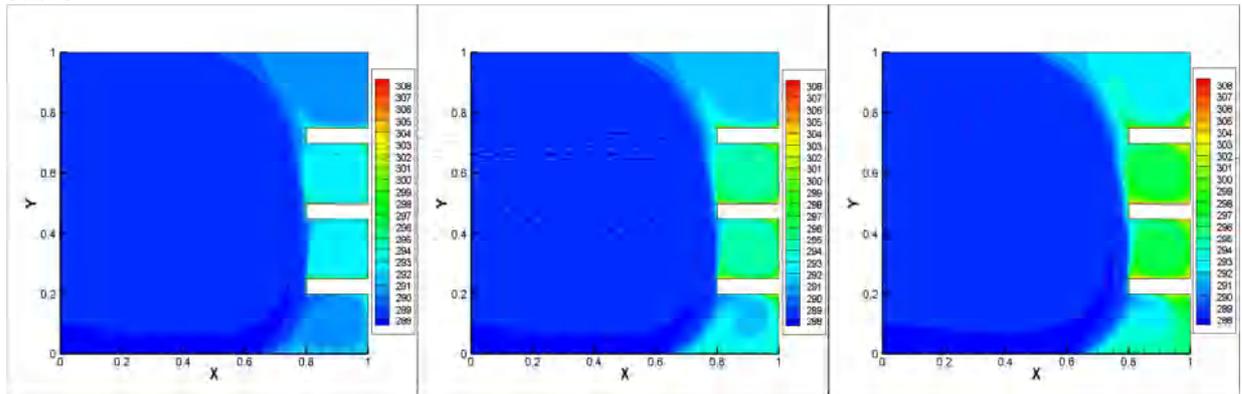
Ri=5

Figure IV.28. Contours des isothermes à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.

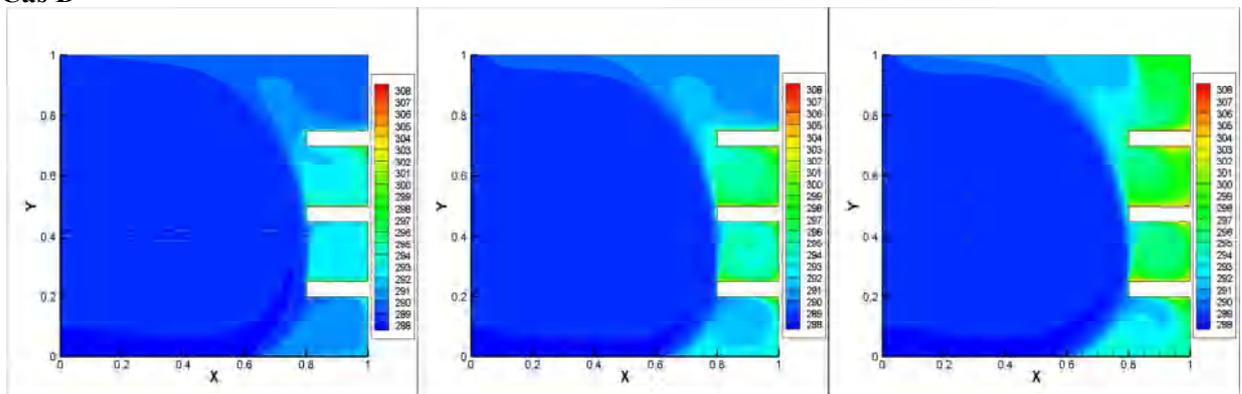
Cas B



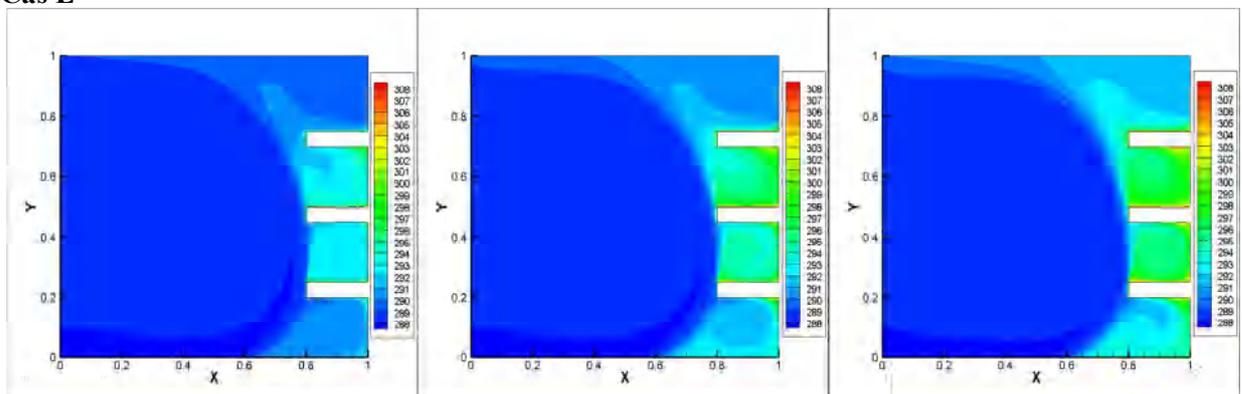
Cas C



Cas D



Cas E



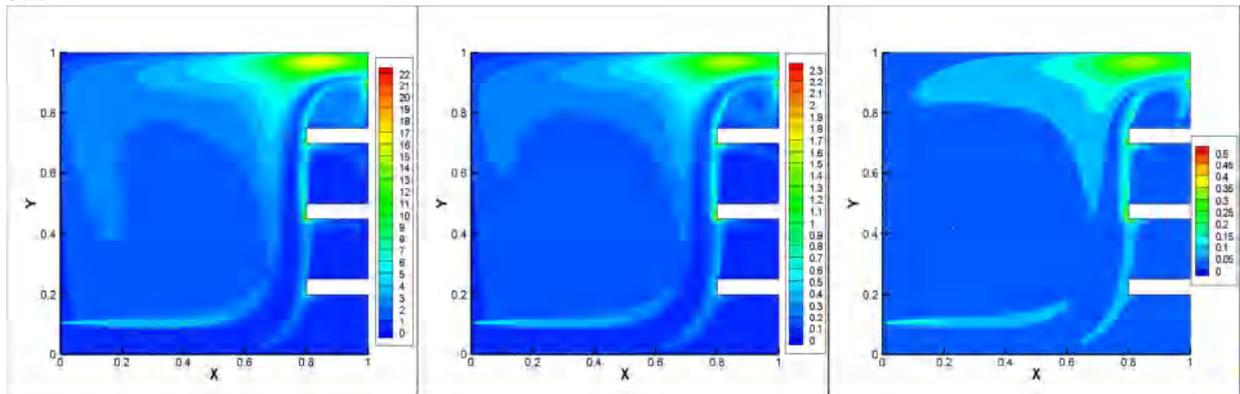
Ri=0.2

Ri=1

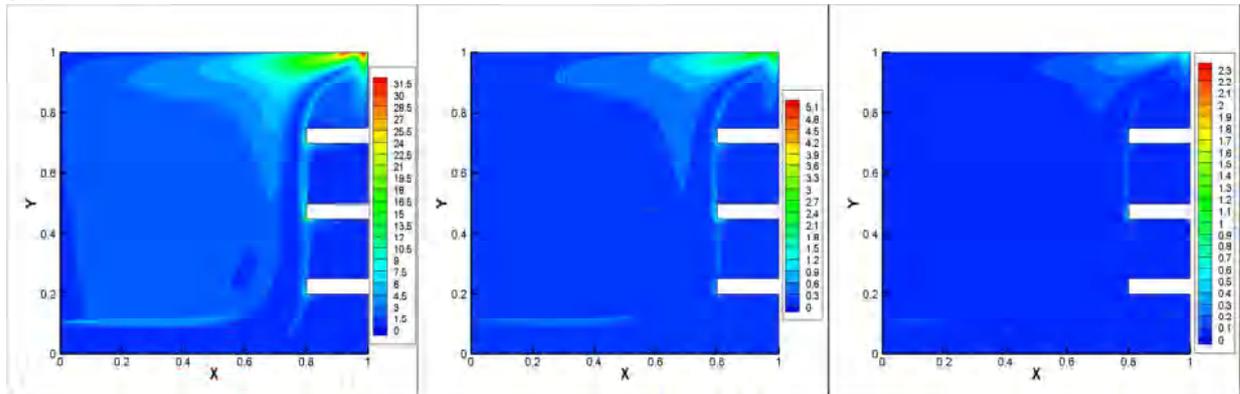
Ri=5

Figure IV.28. Contours des isothermes à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques (suite).

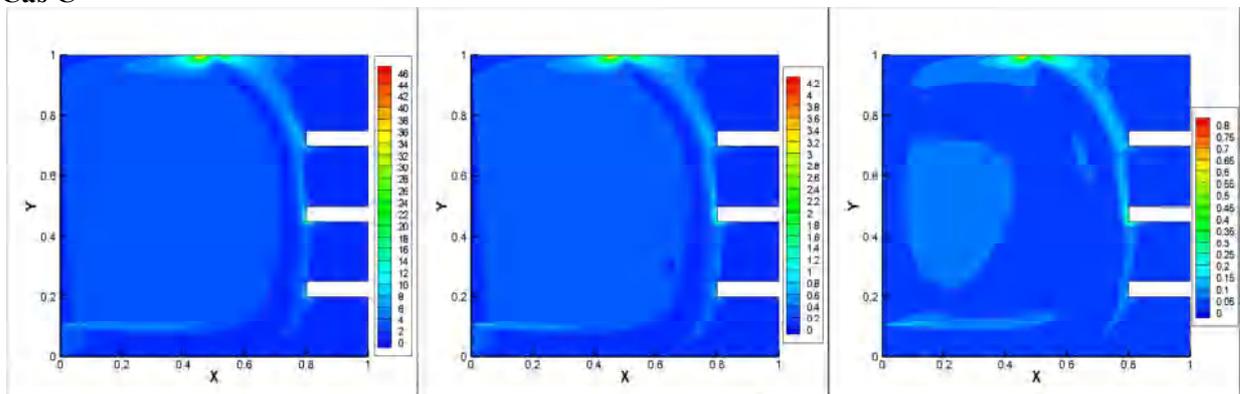
Cas A



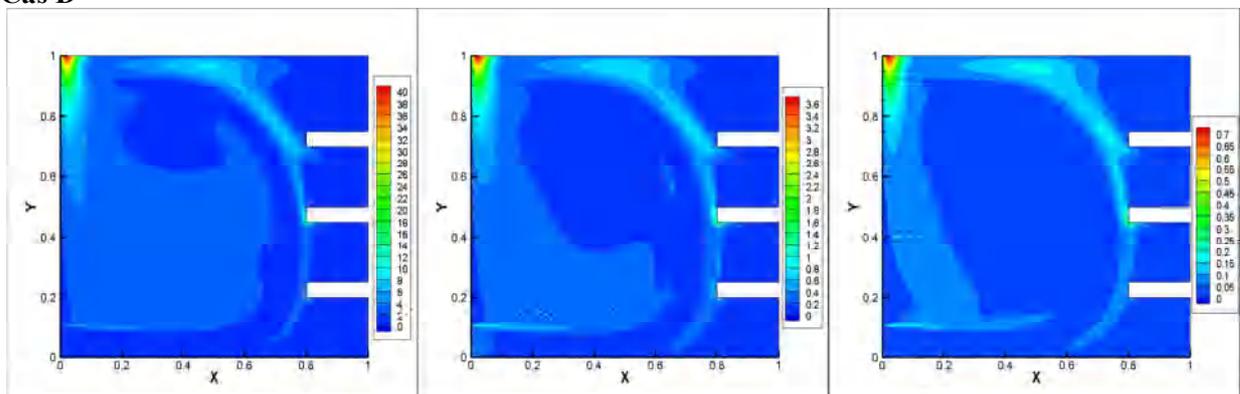
Cas B



Cas C



Cas D



Ri=0.2

Ri=1

Ri=5

Figure IV.29. Distribution de l'énergie cinétique turbulente à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.

Cas E

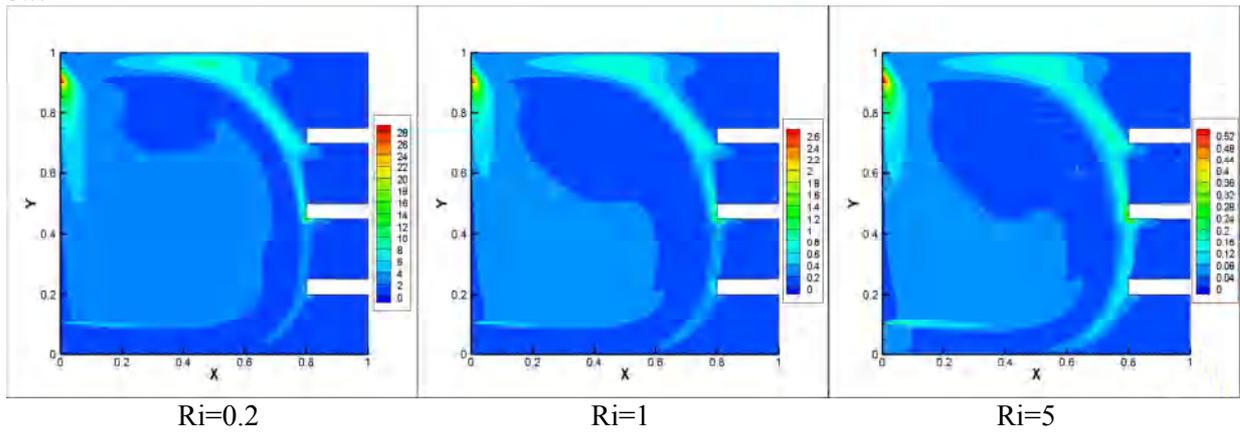
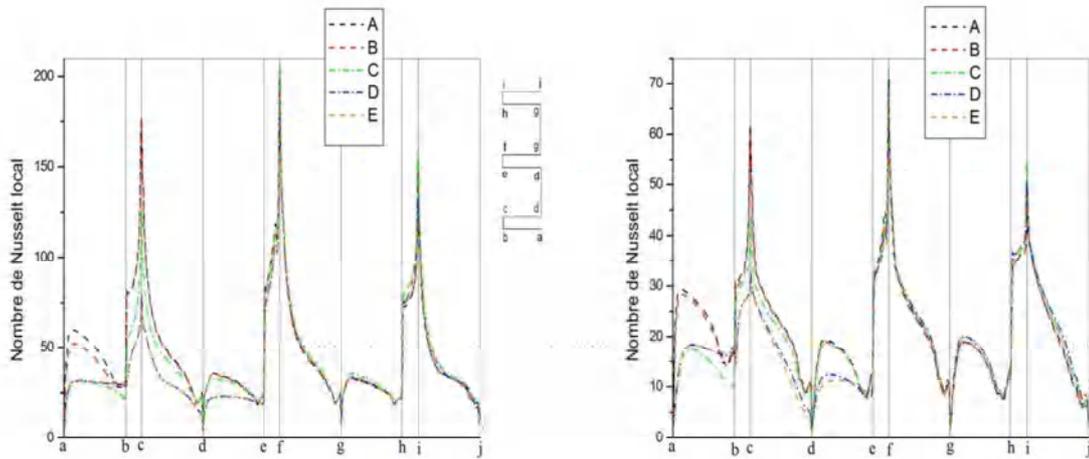
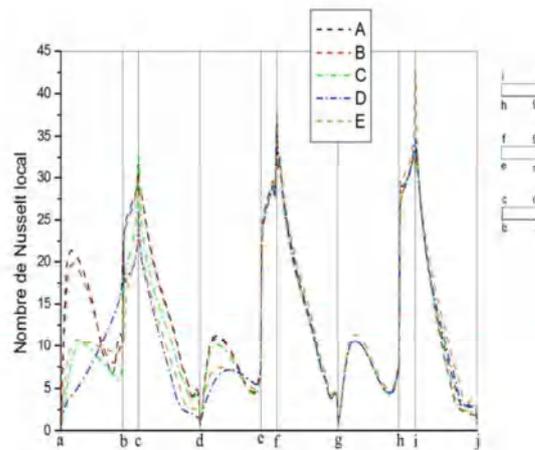


Figure IV.29. Distribution de l'énergie cinétique turbulente à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques (suite).



Ri=0.2

Ri=1



Ri=5

Figure IV.30. Variation du nombre de Nusselt local le long des blocs à $Gr = 3.18 \times 10^9$ et différents nombres de Richardson pour les cinq cas géométriques.

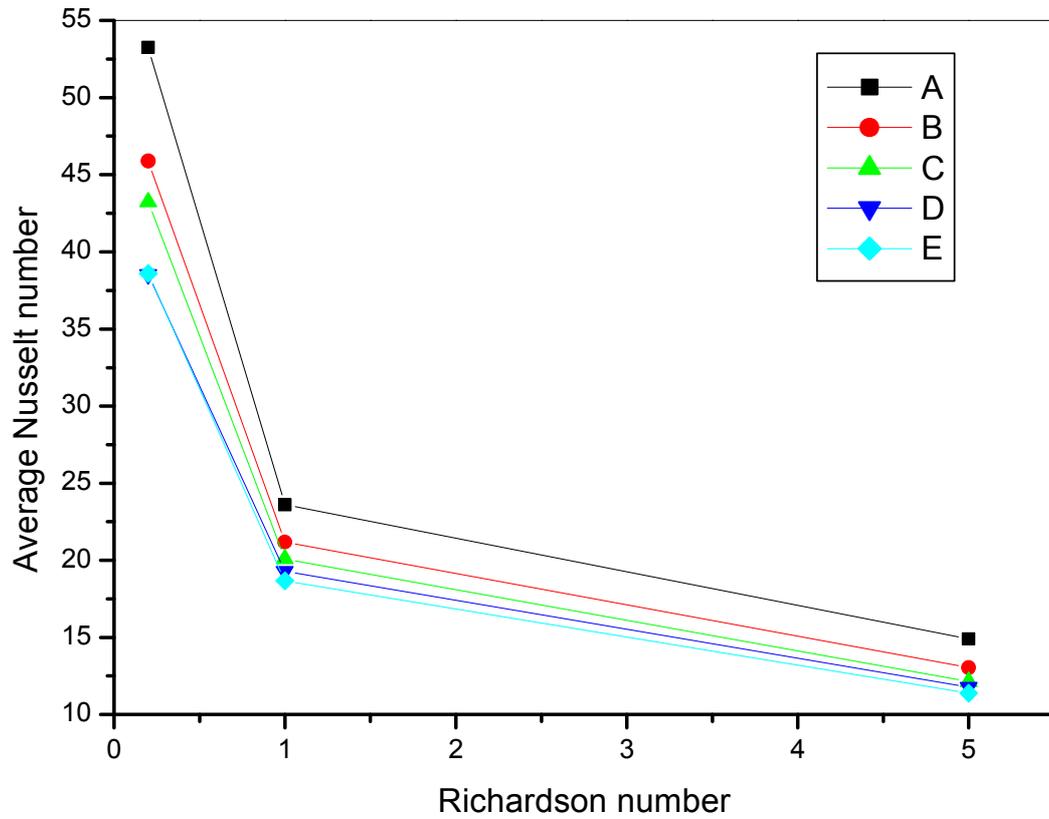


Figure IV.31. Variation du nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Richardson à $Gr = 3.18 \times 10^9$ pour les cinq cas géométriques.

Conclusion Générale

L'étude que nous avons réalisée concerne, le transfert de chaleur par convection mixte laminaire et turbulente dans une cavité ventilée munie de trois blocs chauffants placés aux milieux de la paroi verticale droite. Les objectifs fixés au début de ce modeste travail étaient d'optimiser le transfert de chaleur, d'évacuer la chaleur de l'intérieur de cavité tout en assurant une bonne compréhension des phénomènes thermiques et dynamiques en essayant plusieurs paramètres de contrôle.

Une recherche bibliographique poussée, sur différentes études numériques et expérimentales a été entreprise sur le transfert de chaleur par convection laminaire et turbulente dans différentes configurations. Les travaux présentés dans cette bibliographie sont regroupés sur quatre parties : Les deux premières parties sont consacrées à examiner les travaux de recherche qui étudient la convection mixte dans les cavités ventilées laminaire et turbulente. Dans les deux dernières parties, on rappelle les travaux qui explorent le refroidissement des blocs dans les canaux et dans les cavités ventilées.

Une formulation mathématique de la convection mixte laminaire et turbulente dans une cavité ventilée munie de trois blocs chauffants a été présentée. Nous avons utilisé une forme adimensionnelle afin de trouver des solutions générales de la fonction de courant et celle de la vorticité en régime laminaire. Dans le modèle mathématique du régime turbulent, nous avons conduit ; les équations de Navier- Stokes moyennés (RANS) sous ses formes dimensionnelles, la conservation de la masse et de l'énergie.

Les paramètres adimensionnels tels que : le nombre de Reynolds, le nombre de Grashof, le nombre de Richardson et le nombre de Prandlt sont utilisés comme paramètres du contrôle de l'écoulement dans les configurations examinées.

La méthode numérique utilisée dans cette thèse est basée sur deux méthodes, la méthode des différences finies qui est utilisée dans le cas du régime laminaire et la méthode des volumes finis qui est utilisée dans le cas du régime turbulente. Pour fermer le système d'équations du régime turbulent à résoudre, on a utilisé le modèle k- ϵ standard. Le traitement du couplage vitesse-pression, dans les équations de la quantité de mouvement a été effectué avec l'algorithme SIMPLE.

Une étude comparative a été faite pour valider nos résultats numériques avec des autres résultats numériques et expérimentales trouvées dans la littérature. Nous avons obtenu une bonne concordance quantitative et qualitative de nos résultats pour les deux régimes d'écoulement.

Nos résultats obtenus permettront de choisir la meilleure configuration (la distance entre les composants et l'emplacement d'entrée et de sortie du fluide), la vitesse d'entrée ainsi que de différents régimes d'écoulement (laminaire et turbulent), pour assurer le bon refroidissement des composants. À partir des résultats obtenus dans cette thèse, les points suivants peuvent être pointés :

- A chaque fois que le nombre de Reynolds augmente, le nombre de Nusselt augmente ce qui justifie l'augmentation du transfert thermique.
- Les températures élevées sont localisées dans des espaces étroits au voisinage des blocs chauds qui correspondent aux couches limites thermiques et qui sont largement influencées par le nombre de Richardson. Loin des blocs chauds, les gradients de la température sont faibles.
- L'augmentation de l'espacement entre les blocs provoque une augmentation du transfert de chaleur au niveau des blocs.
- Parmi les fluides étudiés, l'eau ($Pr = 7.1$) est le fluide qui a pris la plus grande quantité de chaleur, puis l'huile ($Pr = 1$) et en dernier l'air ($Pr = 0.71$).
- On montre que parmi les configurations géométriques sur la base de nos résultats de nombre de Nusselt moyen dans les trois blocs chauds : que la configuration (Cas 1) dans le régime laminaire et la configuration (Cas A) dans le régime turbulent, sont les deux meilleures configurations pour une bonne évacuation de la chaleur de l'intérieur de cavité.
- L'évolution du nombre de Nusselt moyen sur les trois blocs chauds en régime turbulent est plus importante qu'en régime laminaire.

On peut conclure enfin que les paramètres géométriques, les propriétés thermo-physiques du fluide de refroidissement et le régime d'écoulement ont une influence considérable sur le refroidissement des blocs et sur l'évacuation de la chaleur de l'intérieur de cavité.

Enfin nous recommandons l'étude de la convection mixte des nano-fluides dans une cavité ventilée, en vue d'apporter plus d'amélioration.

Références bibliographiques

- [1] J.J. Costaa, L.A. Oliveiraa, D. Blay "Test of several versions for the k- ϵ type turbulence modelling of internal mixed convection flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 4391-4409, 1999.
- [2] T.V. Radhakrishnan, A.K. Verma, C. Balaji, S.P. Venkateshan "An experimental and numerical investigation of mixed convection from a heat generating element in a ventilated cavity", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 32, pp. 502-520, 2007.
- [3] K. Horikiri, Y. Yao, J. Yao "Numerical Simulation of Convective Airflow in an Empty Room", *International Journal of Energy and Environment*, Vol. 5, N°4, pp. 574-581, 2011.
- [4] J. Serrano-Arellano, J.M. Belman-Flores, I. Hernández-Pérez, K.M. Aguilar-Castro, E.V. Macías-Melo, F. Elizalde-Blancas, J.M. Riesco-Ávila, F.J. García-Rodríguez "Numerical study of the distribution of temperatures and relative humidity in a ventilated room located in warm weather", *Computer Modeling in Engineering & Sciences*, Vol. 123, No. 2, pp. 571-602, 2020.
- [5] S. Singh, M.A.R. Sharif "Mixed convective cooling of a rectangular cavity with inlet and exit openings on differentially heated side walls", *Numerical Heat Transfer, Part A*, 44, pp. 233-253, 2003.
- [6] I. Tmartnhad, M. El Alami, M. Najam, A. Oubarra "Numerical investigation on mixed convection flow in a trapezoidal cavity heated from below", *Energy Conversion and Management*, Vol. 49, pp. 3205-3210, 2008.
- [7] M.M. Rahman, M.A. Alim, S. Saha "Mixed convection in a square cavity with a heat-conducting horizontal square cylinder", *Suranaree J. Sci. Technol.*, Vol. 17, No. 2, pp. 139-153, 2009.
- [8] J. Xaman, J. Tun, G. Alvarez, Y. Chavez, F. Noh, "Optimum ventilation based on the overall ventilation effectiveness for temperature distribution in ventilated cavities", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 1574-1585, 2009.
- [9] J.S. Arellano, J. Xaman, G. Alvarez, "Optimum ventilation based on the ventilation effectiveness for temperature and CO₂ distribution in ventilated cavities", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 62, pp. 9-21, 2013.
- [10] H. Doghmi, B. Abourida, L. Belarche, M. Sannad, M. Ouzaouit, "Numerical study of mixed convection inside a three-dimensional ventilated cavity in the presence of an isothermal heating block ", *International Journal of Heat and Technology*, Vol. 36, pp. 447-456, 2018.

- [11] A. Raji, M. Hasnaoui, "Mixed convection heat transfer in a rectangular cavity ventilated and heated from the side", *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications: An International Journal of Computation and Methodology*, Vol. 33, No. 5, pp. 533-548, 1998.
- [12] D. Angirasa, "Mixed convection in a vented enclosure with an isothermal vertical surface", *Fluid Dynamics Research*, Vol. 26, pp. 219-233, 2000.
- [13] Q. H. Deng, J. Zhou, C. Mei, Y.M. Shen, "Fluid, heat and contaminant transport structures of laminar double-diffusive mixed convection in a two-dimensional ventilated enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 47, pp. 5257–5269, 2004.
- [14] B.B. Beya, T. Lili, "Oscillatory double-diffusive mixed convection in a two-dimensional ventilated enclosure", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 4540-4553, 2007.
- [15] A. Raji, M. Hasnaoui and A. Bahlaoui, Numerical study of natural convection dominated heat transfer in a ventilated cavity: Case of forced flow playing simultaneous assisting and opposing roles, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1174-1181, 2008.
- [16] M. Zhao, M. Yang, M. Lu, Y. Zhang, "Evolution to chaotic mixed convection in a multiple ventilated cavity", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 50, pp. 2464-2472, 2011.
- [17] T. Armaghani, F. Talebi, A.H. Mahmoudi, M.F. Gord, "The optimization of inlet and outlet port locations of a vented square cavity", *Journal of Heat and Mass Transfer Research*, Vol. 1, pp. 35-45, 2014.
- [18] M.R. Faridzadeh, D.T. Semiromi, A. Niroomand, "Analysis of laminar mixed convection in an inclined square lid-driven cavity with a nanofluid by using an artificial neural", *Heat Transfer Research*, Vol. 45, No. 4, pp. 361–390, 2014.
- [19] S.K. Ajmera, A.N. Mathur, "Experimental investigation of mixed convection in multiple ventilated enclosure with discrete heat sources", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 68, pp. 402-411, 2015.
- [20] N.S. Gibanov, M. A. Sheremet, M.A. Ismael, A.J. Chamkha, "Mixed convection in a ventilated cavity filled with a triangular porous layer", *Transp. Porous. Med.*, Vol. 120, pp.1-21, 2017.
- [21] K. Ezzaraa, A. Bahlaoui, I. Arroub, A. Raji, M. Hasnaoui and M. Naïmi, "Radiation effect on mixed convection cooling in a ventilated horizontal cavity with multiple ports", *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 153–154, pp. 310–320, 2019.
- [22] J.A.C. Humphre, W.M. To, "Numerical simulation of buoyant, turbulent flow Free and mixed convection in a heated cavity ", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 29, No. 4, pp. 593-510, 1986.

- [23] J.J. Costa, L.A. Oliveira, B. Blay, "Test of several versions for the $k-\epsilon$ type turbulence modelling of internal mixed convection flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 42, pp. 4391-4409, 1999.
- [24] J.J. Costa, L.A. Oliveira, B. Blay, "Turbulent airflow in a room with a two-jet heating-ventilation system a numerical parametric study", *Energy and Buildings*, Vol. 32, pp. 327-343, 2000.
- [25] A. Mataoui, R. Schiestel, A. Salem, "Study of the oscillatory regime of a turbulent plane jet impinging in a rectangular cavity", *Applied Mathematical Modelling*, Vol. 27, pp. 89-114, 2003.
- [26] R. Ezzouhri, P. Joubert, F. Penot, S. Mergui, "Large Eddy simulation of turbulent mixed convection in a 3D ventilated cavity: Comparison with existing data", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 2017-2024, 2009.
- [27] P. Paranthoën, M. Gonzalez, "Mixed convection in a ventilated enclosure", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 31, pp. 172-178, 2010.
- [28] K. Horikiri, Y. Yao, J. Yao, "Numerical simulation of convective airflow in an empty room", *International Journal of Energy and Environment*, Vol. 5, No. 4, pp. 574-581, 2011.
- [29] R. Harish, K. Venkatasubbaiah, "Numerical simulation of turbulent plume spread in ceiling vented enclosure", *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 42, pp. 142-158, 2013.
- [30] E. Kaloudis, D.G.E. Grigoriadis, E. Papanicolaou, T. Panidis, "Large eddy simulations of turbulent mixed convection in the charging of a rectangular thermal storage tank", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 44, pp. 776-791, 2013.
- [31] J.S. Arellano, M.G. Rivera, J.M.R. Avila, J. Xaman, G. Alvarez, "Numerical investigation of transient heat and mass transfer by natural convection in a ventilated cavity: Outlet air gap located close to heat source", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 76, pp. 268-278, 2014.
- [32] E. Pulat, H.A. Ersan, "Numerical simulation of turbulent airflow in a ventilated room: Inlet turbulence parameters and solution multiplicity", *Energy and Buildings*, Vol. 93, pp. 227-235, 2015.
- [33] Y.Y. Huang, G. Yang, J.Y. Wu, "Large eddy simulation and experimental study of turbulent mixed convection inside a cavity with large Rayleigh number: Effect of buoyancy", *Building and Environment*, Vol. 151, pp. 268-279, 2019.
- [34] S.Y. KIM, H.J. SUNG, J.M. HYUN, "Mixed convection from multiple-layered boards with cross-stream wise periodic boundary conditions ", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 35. No. 11, pp. 2941-2952, 1992.

- [35] C.Y. Choi, A. Ortega. "Mixed convection in an inclined channel with a discrete heat source", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 12, pp. 3119-3134, 1993.
- [36] A. Barletta, "Laminar mixed convection with viscous dissipation in a vertical channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 41, pp. 3501-3513, 1998.
- [37] M. Greiner, P.F. Fischer, H. M. Tufo, "Two-Dimensional simulations of enhanced heat transfer in an intermittently grooved channel", *Journal of Heat Transfer*, Vol. 124, pp. 538-545, 2002.
- [38] J.H. Bae , J.M. Hyun, J.W. Kim, "Mixed convection in a channel with porous multi blocks under imposed thermal modulation", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 46, pp. 891-908, 2004.
- [39] T. Icoz, Y. Jaluria, "Numerical simulation of boundary conditions and the onset of instability in natural convection due to protruding thermal sources in an open rectangular channel", *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 48, pp. 831-847, 2005.
- [40] T.S. Chang, Y.H. Shiau, "Flow pulsation and baffle's effects on the opposing mixed convection in a vertical channel", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 48, pp. 4190-4204, 2005.
- [41] B. Premachandran, C. Balaji, "Conjugate mixed convection with surface radiation from a horizontal channel with protruding heat sources", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 49, pp. 3568-3582, 2006.
- [42] A. Korichi, L. Oufer, "Heat transfer enhancement in oscillatory flow in channel with periodically upper and lower walls mounted obstacles", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 28, pp. 1003-1012, 2007.
- [43] N. Yucel, R. T. Guven, "Numerical study of heat transfer in a rectangular channel with porous covering obstacles", *Numerical Study of Heat Transfer in a Rectangular Channel*, Vol. 77, pp. 41-58, 2009.
- [44] P.C. Huang, C.C. Chen, "Simulation of mixed convection in a vertical channel containing discrete porous-covering heat blocks", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 55, pp. 3147-3159, 2012.
- [45] A.K. Sharma, P.S. Mahapatra, N.K. Manna, K. GHOSH, "Mixed convection in a baffled grooved channel", *Indian Academy of Sciences*, Vol. 40, Part 3, pp. 835-849, 2015.
- [46] Y. Menni, A. Azzi, "Numerical analysis of thermal and aerodynamic fields in a channel with cascaded baffles", *Periodica Polytechnica Mechanical Engineering*, Vol. 62, No. 1, pp. 16-25, 2018.

- [47] H. Laouira, F.M. Oudina, A.K. Hussein, L. Kolsi, A. Merah, O. Younis, "Heat transfer inside a horizontal channel with an open trapezoidal enclosure subjected to a heat source of different lengths", *Heat Transfer Asian Research*, Vol. 49, pp. 406-423, 2020.
- [48] M. Kriraa, K. Souhar, D. Achemlal, Y. Ait Yassine, A. Farchi, "Fluid Flow and Convective Heat Transfer in a Water Chemical Condenser", *Fluid Dynamics & Materials Processing*, Vol. 16, No. 2, pp. 199-209, 2020.
- [49] B. Ghasemi, "Mixed convection in a rectangular cavity with a pulsating heated electronic component", *Numerical Heat Transfer*, Vol. 47, pp. 505-521, 2005.
- [50] T.V. Radhakrishnan, A.K. Verma, C. Balaji, S.P. Venkateshan, "An experimental and numerical investigation of mixed convection from a heat generating element in a ventilated cavity", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 32, pp. 502-520, 2007.
- [51] M.M. Rahman, M.A. Alim, S. Saha, M.K. Chowdhury, "Mixed Convection in a Vented Square Cavity with a Heat Conducting Horizontal Solid Circular Cylinder", *Journal of Naval Architecture and Marine Engineering*, Vol. 2, pp. 37-46, 2008.
- [52] Md. M. Rahman, Md. Elias, Md. A. Alim, "Mixed convection flow in a rectangular ventilated cavity with a heat conducting solid circular cylinder at the center", *International Journal of Engineering*, Vol. 24, No. 1, pp. 93-105, 2011.
- [53] M.T. Bhoite, G.S. V.L. Narasimham, "Turbulent mixed convection in a shallow enclosure with a series of heat generating components", *International Journal of Thermal Sciences*, Vol. 48, pp. 948-963, 2009.
- [54] M.M. Rahman, M.A. Alim, S. Saha, "Mixed convection in a square cavity with a heat conducting horizontal square cylinder", *Suranaree J. Sci. Technol.*, Vol. 17, pp. 139-153, 2010.
- [55] M.M. Rahman, S. Parvin, N.A. Rahim, M.R. Islam, R. Saidur, M. Hasanuzzaman, "Effects of Reynolds and Prandtl number on mixed convection in a ventilated cavity with a heat-generating solid circular block", *Applied Mathematical Modeling*, Vol. 36, pp. 2056-2066, 2012.
- [56] F. Selimefendigil, H.F. Öztop "Effects of an adiabatic fin on the mixed convection heat transfer in a square cavity with two ventilation ports", *Thermal Science*, Vol. 18, No. 2, pp. 377-389, 2014.
- [57] F. Karimi, H. Xu, Z. Wang, M. Yang, Y. Zhang, "Numerical Simulation of Steady Mixed Convection Around Two Heated Circular Cylinders in a Square Enclosure", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 37, No. 1, pp. 64-75, 2016.
- [58] A. Chakravarty, P. Datta, K. Ghosh, S. Sen, A. Mukhopadhyay, "Mixed convective heat transfer in an enclosure containing a heat-generating porous bed under the influence of

- bottom injection ", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 117, pp. 645-657, 2018.
- [59] Y. Nougbléga, K. Sagna, K. Atchonouglo, "Numerical study of mixed convection in baffled vented cavity ", International Journal of Physics, Vol. 8, No. 1, pp. 1-10, 2020.
- [60] A. Bejan, "Heat Transfer", John Wiley and Sons, 1993.
- [61] B.E. Launder, D.B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, pp. 269-289, 1974.
- [62] S.V. Patankar "Numerical heat transfer and fluid flow", Hemisphere, Washington, DC, 1980.
- [63] B.E. Launder, "Prediction of turbulent reactive flows in practical systems", International Journal of Heat and Fluid Flow, pp. 11-16, 1982.
- [64] E.J. Kim, J.J. Roux, O. Cauret, "Problématique de la modélisation numérique d'échangeurs géothermiques verticaux", IXème Colloque Interuniversitaire Franco-Québécois sur la Thermique des Systèmes, 18-20 Mai. Lille, 2009.
- [65] S.V. Patankar, D. B. Spalding, "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows", International Journal Heat Mass Transfer, pp. 1787-1806, 1972.
- [66] Y.S. Tian, T.G. Karayiannis, "Low turbulence natural convection in an air-filled square cavity", International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43, N°6, pp. 849-866, 2000.
- [67] A. Kayne, R.K. Agarwal, "Computational fluid dynamics modelling of mixed convection flows in buildings enclosures", International Journal of Energy and Environment, Vol. 4, N° 6, pp. 911-932, 2013.