

ANALYSE DE LA VIBRATION FORCÉE D'UN NANOTUBE DE CARBONE.

M. ZIDOUR^{1,2}, H. AHMED^{1,2}, B. ADIM¹, T. BENSATTALAH^{1,2} and K. RAKRAK³.

¹ Université Ibn Khaldoun, BP 78 Zaaroura, 14000 Tiaret, Algérie

² Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université de Sidi Bel Abbés, Sidi Bel Abbés, Algérie.

³ Laboratoire de Modélisation et Simulation Multi-échelle, Université de Sidi Bel Abbés, Algérie

RÉSUMÉ

Pour analyser la vibration forcée d'un nanotube de carbone monocouche et sur la base de la théorie élastique nonlocal on a développé le modèle élastique nonlocal de la poutre Euler-Bernoulli. La dépendance de la fréquence de la vibration avec l'effet nonlocal (e_0a), le rapport (L/d) et le nombre de mode (N) est analysée et discutée. Cette recherche sera utilisée comme référence pour l'application et l'utilisation du nanotube de carbone.

Mots Clés: *nanotube, élastique, vibration, nonlocal, carbone.*

NOMENCLATURE

Symboles :

SWCNTs Nanotube de Carbone Monofeuillet

Lettres grecques :

e_0a : Le rapport de petite échelle

σ : La contrainte axiale

q_m : La charge

ρ : La masse volumique

A : La section transversale du nanotube

I : Le moment d'inertie

E : Le module de Young

L/d : Le rapport longueur/diamètre

N : Nombre de mode

r : Le rapport de fréquence

w : Le déplacement transversal.

1. INTRODUCTION

Aujourd'hui, les nanotubes de carbone et Grâce à Leur dimension nanométrique et leurs propriétés spécifiques sont des matériaux très intéressants du point de vue des applications. C'est en 1991 que S. Iijima [1] observe pour la première fois dans un sous produit de synthèse de ces fullerènes, des structures tubulaires. Ces tubes, sont appelés nanotubes. Depuis leur découverte, les nanotubes de carbone font l'objet d'un grand intérêt de la part de la communauté scientifique, notamment du fait de leurs propriétés physiques et mécaniques remarquables. De par leur très important facteur de forme, ils sont d'excellents émetteurs d'électrons sous faible champ. Cela intéresse particulièrement l'industrie des écrans plats. Ils peuvent stocker une quantité importante d'hydrogène et intéressent donc l'industrie des batteries. L'application la plus directe envisagée consiste à les utiliser comme additifs pour améliorer certaines propriétés des matériaux comme: la rigidité, la tenue à la température, la résistance à la l'abrasion, la diminution du retrait... etc. De leur rigidité, leur grande flexibilité et leur très faible diamètre les nanotubes de carbone sont utilisés comme pointes dans les microscopies à force atomique [2], de plus, sous forme de fibres macroscopiques [3], [4].

Ce travail est Basé sur la théorie non local et le modèle de la poutre Euler-Bernoulli, les équations du modèle sont dérivées et les différentes paramètres tel que la chiralité de NTC, le coefficient à échelle réduite (e_0a) du nanotube de carbone, L'influence du rapport (L/d) et le nombre de mode (N) sont traités. La dépendance de la

fréquence de la vibration avec l'effet nonlocal (e_0a), le rapport (L/d) et le nombre de mode (N) est analysée et discutée.

2. LE MODELE DE CALCUL (EULER-BERNOULLI):

La loi de Hooke pour un état uni-axial de la contrainte a été déterminée par cette équation [5]

$$\sigma(x) - (e_0a)^2 \frac{\partial^2 \sigma(x)}{\partial x^2} = E\varepsilon(x) \quad (1)$$

Où (E) est le module de Young du matériau. Ainsi, le coefficient (e_0a) représente l'effet de petite taille.

La déformation ε pour le modèle de poutre d'Euler-Bernoulli est donnée par:

$$\varepsilon = -y \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2)$$

Considérons une poutre homogène simplement appuyée d'une section constante (A). L'équation de mouvement de vibration forcée. Dans le cas du modèle de poutre d'Euler-Bernoulli d'un de carbone monocouche est donnée par la formule suivante [6]:

$$\frac{\partial V}{\partial x} + q - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

Où (w) est le déplacement transversal, (ρ) est la masse volumique, (A) est la section transversale du nanotube, (V) la résultante de la force de cisaillement sur la section transversale du nanotube est donnée par la formule suivante :

$$V - \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

Le moment de flexion résultant dans une section de poutre est donné comme suit :

$$M = \int_A y \sigma dA \quad (5)$$

Où (y) est la coordonnée mesurée positive à mi-distance dans la direction transversale de la poutre et (σ) est la contrainte axiale.

A partir des relations (1), (2) et (4), le moment de flexion (M) pour le modèle nonlocal peut être exprimé par :

$$\left[1 - (e_0a)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right] M = -EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (6)$$

Où le moment d'inertie de la section du nanotube est donné comme suit :

$$I = \int_A y^2 dA \quad (7)$$

Substituons l'équation (3) et (4) dans (6), on aura : de l'équation (4)

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = \frac{\partial V}{\partial x} = -q + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (8)$$

De l'équation (6).

$$M = -EI \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + (e0a)^2 [\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q] \quad (9)$$

La dérivation de l'équation (9) est comme suit :

$$\frac{\partial M}{\partial x} = -EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (e0a)^2 [\rho A \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} - \frac{\partial q}{\partial x}] \quad (10)$$

On substituant l'équation (4) dans l'équation (10).

$$V = \frac{\partial M}{\partial x} = -EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (e0a)^2 [\rho A \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} - \frac{\partial q}{\partial x}] \quad (11)$$

La dérivation de l'équation (11) est comme suit :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (e0a)^2 [\rho A \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2} - \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}] \quad (12)$$

On substituant l'équation (12) dans l'équation (3) pour obtenir l'équation différentielle générale de la vibration forcéed'un nanotube de carbone monocouchebasse sur la théorie d'Euler-Bernoulli :

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (1 - e0a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}) (\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - q) = 0 \quad (13)$$

Considérons un nanotube de carbone monocouche simplement appuyé de la longueur (L), ainsi le mode vibration du nanotube est de la forme:

$$\begin{cases} w(x, t) = \sum W_{NL} \sin \lambda x \sin \omega t, & \lambda = \frac{N\pi}{L} \quad (m = 1, 2, \dots) \\ q = q_m \sin \lambda x \sin \omega t \end{cases} \quad (14)$$

Substituant l'équation (14) dans l'équation (13) nous donne :

$$W_{NL} = \frac{q_m L^4(k)}{EI(\beta^4 - k\Omega^2)} \quad (15)$$

$$\begin{cases} k = 1 + \lambda^2 e0a^2 \\ \beta = \lambda L \\ \Omega^2 = \rho A \frac{\omega^2 L^4}{EI} \end{cases} \quad (16)$$

Pour le cas local ($e0a = 0$) :

$$W_{NE} = \frac{q_m L^4}{EI(\beta^4 - \Omega^2)} \quad (17)$$

Pour une vibration libre d'un nanotube de carbone et à partir l'équation (15) ou la charge ($q_m=0$) dans le cas local

On a :

$$EI \lambda^4 - \rho A \omega_n^2 = 0 \Rightarrow \omega_n^2 = \frac{EI \lambda^4}{\rho A} \quad (18)$$

De l'équation (17)

$$\Omega^2 = \beta^4 r^2 \quad (19)$$

$$\text{Our}^2 = \frac{\omega^2}{\omega_n^2}$$

3. RESULTATS

Pour étudier l'effet de paramètre d'échelle sur les vibrations forcées d'un nanotube de carbone monocouche (SWCNT), les résultats, incluent les paramètres local et non local sont comparés.

Le rapport de l'amplitude avec le paramètre non local sur ce lui qui est dans le cas local est donné par :

$$f = \frac{W_{NE}}{W_{LE}} = \frac{(1-r^2)k}{1-r^2k} \quad (22)$$

Où (W_{NE} , W_{LE}) sont les amplitudes basées sur le modèle non local et local de Euler Bernoulli respectivement. Les paramètres utilisés dans ce travail pour le nanotube de carbone monocouche (SWCNT) sont donnés comme suit: l'épaisseur effective du nanotube ($t = 0.3\text{nm}$), la masse volumique ($\rho = 2.3\text{g/cm}^3$), le module de Young ($E=1\text{Tpa}$) et le coefficient de poisson ($\nu=0.19$).

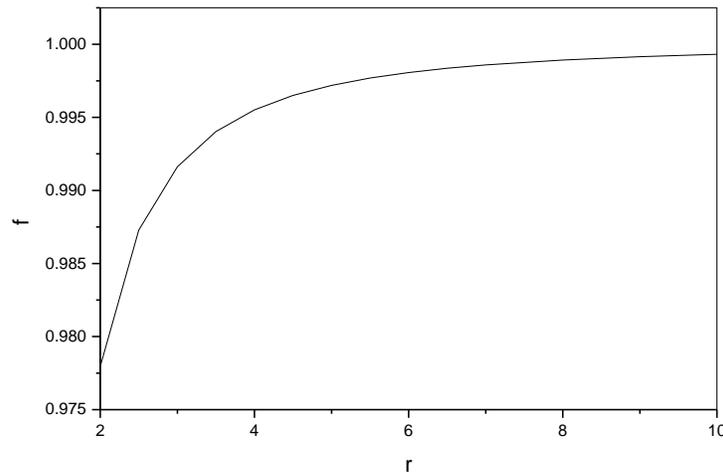


Figure III.1 : La relation entre le rapport (f), et le rapport de fréquence (r) pour ($e_0a=2$, $N=6$ et $L/d=20$).

La figure III.1 illustre la dépendance du rapport de l'amplitude (f) sur le rapport de fréquence (r) de nanotube de carbone. Le rapport (f) sert d'indice pour évaluer quantitativement l'effet d'échelle sur les solutions des vibrations de nanotube de carbone.

Il est vu clairement sur ces figures que le rapport de l'amplitude est inférieure à l'unité. Toutefois, pour une fréquence de vibration forcée plus grande, la dépendance devient très faible. ce phénomène signifie que pour les fréquences de vibration forcée les plus élevées on peut négliger l'effet d'échelle et on utilise le mode local.

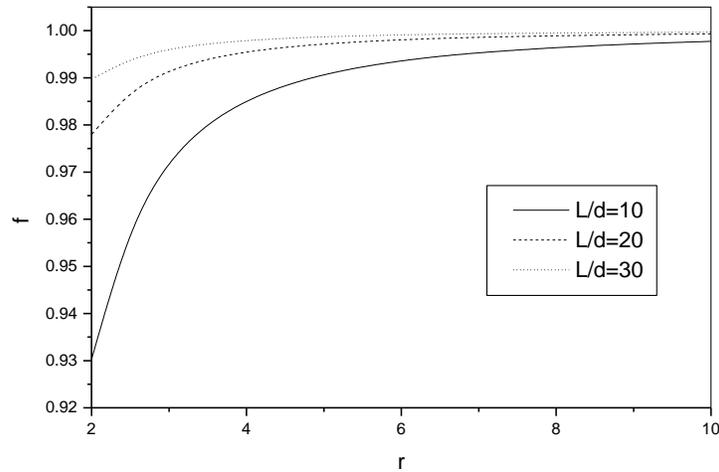


Figure III.2: La relation entre le rapport (f), la fréquence (r) pour ($e_0a=2$ et $N=6$).

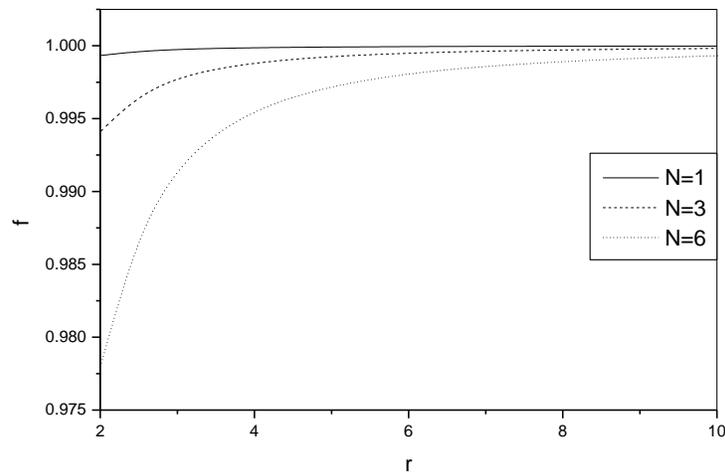


Figure III.3: La relation entre le rapport (f), la fréquence (r) pour ($e_0a=2$ et L/d).

Il peut être vu à partir de la figure III.3 que l'effet d'échelle sur le rapport (f) diminue avec l'augmentation de la fréquence de vibration forcée et devient plus importante à l'augmentation de nombre de mode (N). Tandis que l'effet d'échelle devient moins important avec l'augmentation du rapport (L/d) cela est montré dans la figure III.2. Par conséquent, il est clair que l'effet à petite échelle est important pour les nanotubes courts.

Tableau III.1 : Présente le rapporte(f) pour différente valeur de(L/d) en variant le nombre de mode (N) et le rapport à petit échelle (e0a)

L/d	e0a=1		e0a=2	
	N=1	N=6	N=1	N=6
5	0.99947	0.98523	0.99792	0.96543
10	0.99987	0.99551	0.99947	0.98523
20	0.99997	0.99881	0.99987	0.99551
30	0.99998	0.99947	0.99994	0.99792
50	0.99999	0.99981	0.99998	0.99924

Les résultats du Rapport de l'amplitude pour différents rapports (longueur-diamètre), le rapport de petit échelle (e0a) et le nombre de mode vibratoire sur la base du modèle non local d'Euler Bernoulli sont présenté dans le (tableau III.1). Avec l'augmentation du nombre de mode (N) et le rapport de petit échelle (e0a) Les valeurs du rapport diminue et l'effet nonlocal devient évident. Contrairement, si le rapport (L/d) augmente, l'effet nonlocal diminue et on peut utiliser le mode local pour les nanotubes élancés.

4. CONCLUSIONS

La théorie d'élasticité nonlocal présentée par Eringen dans les années 70 a été l'origine employée pour étudier la dislocation des ondes extérieures dans un solide. A la différence des modèles classiques du milieu continu, la théorie nonlocal d'élasticité suppose que l'effort à un point de référence dans un corps dépend non seulement des contraintes à ce point, mais également des contraintes à tous les autres points du corps.

Ce travail étudie l'effet de différents paramètres sur la fréquence de vibration forcée des nanotubes de carbone monocouche (SWCNTs) basées sur la théorie nonlocal de Euler-Bernoulli. Des formulations théoriques comprennent l'effet de petite échelle, le Changement du nombre de mode, le rapport (L/d). Les résultats ont montré la dépendance des fréquences de vibration sur les différents paramètres telle que l'effet de petite échelle (e0a), le nombre de mode (N) et le rapport (L/d). On constate que l'application du model nonlocal et important pour les nombres de mode élevés et les nanotubes courts.

REFERENCES

- [1] P.Houdyp, C.Brechignac, M.Lahmani, *Les nanosciences, Nanomatériaux et nanochimie: La collection Échelles*, Éditions Belin, (2006), p.687.
- [2] H. Dai, J.H. Hafner, A.G. Rinzler, D.T. Colbert, R.E. Smalley, Nanotubes as nanoprobe in scanning probe microscopy, *Nature*, 384 (1996) 147.
- [3] A.B. Dalton, S. Collins, E. Muñoz, J.M. Razal, V.H. Ebron, J.P. Ferraris, J.N. Coleman, B.G. Kim, R.H. Baughman, Super-tough carbon-nanotube fibres, *Nature*, 423 (2003) 703.
- [4] B. Vigolo, A. Pénicaud, C. Coulon, C. Sauder, R. Pailler, C. Journet, P. Bernier, P. Poulin, Macroscopic fibers and ribbons of oriented carbon nanotubes, *Science*, 290, 1331-1334 (2000).
- [5] H. Heireche, A. Tounsi, A. Benzair, *Nanotechnology* 19 (2008) 185703.
- [6] J.F. Doyle, *Wave Propagation in Structures*, 2nd ed. (Springer, New York, 1997).