

IMPLEMENTATION D'UN MODELE HYPOELASTIQUE POUR SIMULER LE COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN TISSU DE RENFORT SERGE DE VERRE DESEQUILIBRE

Samir DEGHBODJ^{1,2}, Hamid SATHA² and Wafia BOUKHEDENNA^{2,3}

¹ Département Génie Mécanique Université de Tébessa

daghboudjs@yahoo.fr

² Laboratoire LSPN Université 08 mai 1945 de Guelma

sathahamid@yahoo.fr

³ Département Science de la Matière Université de Tébessa

wboukhedena@yahoo.fr

RÉSUMÉ

La connaissance du comportement mécanique des renforts tissés est d'une grande importance, du fait qu'elle permet la prédiction de la forme finale du renfort lors de l'opération de formage. Nous présentons dans cette étude une simulation numérique d'un essai de cisaillement « Bias extension test » réalisé sur un tissu de renfort sergé de verre dééquilibré. Cet essai permet de caractériser le comportement en cisaillement de ce tissu de renfort pour composites. Nous avons implémenté un modèle hypoélastique dans le code de calcul Abaqus/Explicit. Les éléments choisis sont de types membranes triangulaires M3D3R et quadrilatères M3D4R.

Mots Clés: *Abaqus, Simulation, Modèle hypoélastique, Bias extension test, Sergé de verre*

NOMENCLATURE

Symboles :

$\bar{\bar{D}}$	tenseur des taux de déformation
$\bar{\bar{C}}$	tenseur de constitution
\bar{F}	gradient de la transformation
\bar{e}_α	base de Green Naghdi
\bar{f}_α	base matérielle des fibres
\bar{R}	rotation polaire
E_1	module de Young sens chaîne, MPa
E_2	module de Young sens trame, MPa
G_{12}	module de cisaillement, MPa
[T]	matrice de passage

Lettres grecques :

γ	angle de cisaillement, radian
$\bar{\sigma}$	tenseur de Cauchy
[d σ]	incrément de contrainte
[d ε]	incrément de déformation
Indices :	
α	directions des fibres

1. INTRODUCTION

Au cours des deux dernières décennies, l'utilisation des matériaux composites a rapidement augmenté surtout dans le domaine de l'industrie aéronautique, de l'automobile et du transport ; ce qui a conduit au développement et à l'élaboration de nouveaux matériaux composites avec la volonté d'allier les qualités techniques au besoin d'alléger et réduire la masse de ces matériaux [1,2]. Les procédés de fabrication des composites sont généralement du type formage. Ces matériaux composites demandent des analyses expérimentales et des modèles spécifiques pour décrire et prédire leurs comportements mécaniques au cours de leur mise en forme [3]. La simulation numérique est une opération industrielle très importante, elle est devenue indispensable pour les procédés de formage, elle permet d'éviter des campagnes d'essais par erreurs souvent très onéreuses. Pour déterminer le comportement mécanique des renforts tissés, des modèles hypoélastiques continus ont été développés par plusieurs auteurs [4-6]. Plusieurs codes de calcul par éléments finis comme Abaqus/Explicit,

utilisent ces modèles basés sur des équations constitutives en taux, dites lois hypoélastiques. Dans cette étude nous avons implémenté dans le code de calcul Abaqus/Explicit, un modèle hypoélastique basé sur les directions des fibres chaîne et trame. La validation de ce modèle est faite grâce à une simulation numérique du test de cisaillement bias extension test, sur un échantillon de tissu de renfort composite de type sergé de verre déséquilibré.

2. MODELE HYPOELASTIQUE

On utilise pour la modélisation du comportement mécanique des renforts tissés, des modèles hypoélastiques qui prennent en considération les larges déformations et les non-linéarités [7].

$$\bar{\sigma} = \bar{C} : \bar{D} \quad (1)$$

Il est impératif d'actualiser et de mettre à jour les directions actuelles des fibres pour que les lois constitutives puissent être écrites correctement [4], [6]. Une fois les directions des fibres actualisées, il devient possible de transformer les déformations depuis la base de Green Naghdi \bar{e}_α propre au code de calcul Abaqus/Explicit (figures 1 et 2).

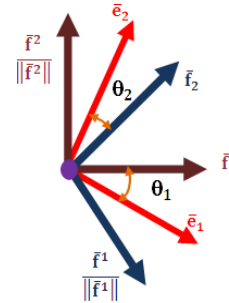
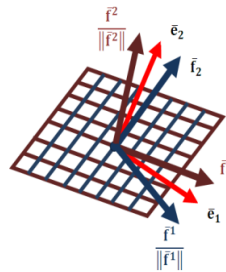
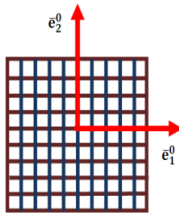


FIGURE 1. Bases de Green-Naghdi et matérielle avant et après transformation

FIGURE 2. Schéma simplifié des Bases utilisées dans l'étude

Abaqus fournit \bar{F} et \bar{U} ce qui permet de calculer \bar{R} par décomposition polaire de \bar{F} . La base de Green Naghdi est actualisée par transport de la base \bar{e}_α^0 par la matrice de passage \bar{R} :

$$\bar{e}_\alpha = \bar{R} \cdot \bar{e}_\alpha^0 \quad (2)$$

Pour les tissus 2D ($\alpha=1,2$), les directions actuelles des fibres \bar{f}_α sont obtenues grâce à la relation :

$$\bar{f}_\alpha = \frac{\bar{F} \cdot \bar{e}_\alpha^0}{\|\bar{F} \cdot \bar{e}_\alpha^0\|} \quad (3)$$

Les directions des fibres matérielles \bar{f}_1 et \bar{f}_2 (figure 2) ne sont pas orthogonales après déformation, On construit deux bases orthogonales, chacune sera orientée suivant les deux directions (chaîne et trame). La première base $(\bar{f}_1, \frac{\bar{f}_2}{\|\bar{f}_2\|})$ forme un angle θ_1 avec la base de Green Naghdi tel que $\theta_1 = (\bar{e}_1, \bar{f}_1)$. La seconde base $(\bar{f}_2, \frac{\bar{f}_1}{\|\bar{f}_1\|})$ forme un angle θ_2 avec la base de Green Naghdi tel que $\theta_2 = (\bar{e}_2, \bar{f}_2)$. Ce qui conduit à la construction des matrices de passage T_1 et T_2 entre ces deux bases et celle de Green Naghdi :

$$[T_1]_{(\bar{e}, \bar{f}_1)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[T_2]_{(\bar{e}, \bar{f}_2)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

L'incrément de déformation $[d\varepsilon]_e$ est fourni par Abaqus à la fin de chaque boucle, ce qui permet de calculer les incréments de déformation par rapport à la première base $(\bar{f}_1, \frac{\bar{f}_2}{\|\bar{f}_2\|})$ en utilisant les principes de changement de bases :

$$[d\varepsilon]_{f_1} = [T_1]^T \cdot [d\varepsilon]_e \cdot [T_1] \quad (6)$$

Les incréments de déformations cumulés sur la deuxième direction matérielle \bar{f}_2 par rapport à la seconde base $(\bar{f}_2, \frac{\bar{f}_1}{\|\bar{f}_1\|})$ sont calculés à partir de la relation :

$$[d\varepsilon]_{f_2} = [T_2]^T \cdot [d\varepsilon]_e \cdot [T_2] \quad (7)$$

Les composantes tangentielles de cisaillement $d\varepsilon_{12}^{f1}$ et $d\varepsilon_{12}^{f2}$ qui représentent la variation angulaire entre les mèches (chaînes et trames) au cours de la déformation sont données par la relation :

$$d\gamma = d\varepsilon_{12}^{f1} + d\varepsilon_{12}^{f2} \quad (8)$$

Les incréments de contraintes, dans les deux directions des fibres \bar{f}_1 et \bar{f}_2 sont ensuite calculés grâce aux composantes du tenseur de constitution qui lient les incréments de déformation aux incréments de contraintes par rapport aux deux bases considérées :

$$[d\sigma]_{f_1} = [C]_{f_1} \cdot [d\varepsilon]_{f_1} \quad (9)$$

$$[d\sigma]_{f_2} = [C]_{f_2} \cdot [d\varepsilon]_{f_2} \quad (10)$$

$[C]_{f_1}$ et $[C]_{f_2}$ représentent les tenseurs de rigidité par rapport aux deux bases considérées.

$$[C]_{f_1} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$[C]_{f_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Les incréments de contraintes sont ensuite cumulés selon la formulation classique de Hughes et Winget [7].

$$[\sigma^{n+1}]_{f_1^{n+1}} = [\sigma^n]_{f_1^n} + [d\sigma]_{f_1^{n+1/2}} \quad (13)$$

$$[\sigma^{n+1}]_{f_2^{n+1}} = [\sigma^n]_{f_2^n} + [d\sigma]_{f_2^{n+1/2}} \quad (14)$$

A la fin, les contraintes dans les deux directions des fibres sont calculées d'après les relations (13) et (14) puis projetées dans la base de Green Naghdi grâce à la transformation suivante :

$$[\sigma]_{\bar{e}} = [T_1]^T \cdot [\sigma]_{f_1} \cdot [T_1] + [T_2]^T \cdot [\sigma]_{f_2} \cdot [T_2] \tag{15}$$

3. LE BIAS EXTENSION TEST

Le bias extension test est un test de cisaillement, utilisé pour caractériser le comportement mécanique des tissus de renfort pour composites [2-3],[8-10]. Il est distingué par sa simplicité et sa mise en œuvre relativement facile. Au cours de cet essai qui est souvent réalisé sur une machine de traction, l'éprouvette rectangulaire est découpée de telle sorte que les mèches selon les deux directions chaîne et trame seront orientés à 45° par rapport à la direction de la force de traction [2-3],[8-10]. L'éprouvette est découpée soigneusement avec un rapport longueur - largeur supérieur ou égal à deux, pour mettre en évidence les trois zones distinctes de déformation [3] , [8-9] (figures 3 et 4). Une analyse cinématique simple de l'éprouvette permet de relier l'angle γ dans la zone de cisaillement A au déplacement d engendré par l'effort d'étirement F développé par la machine. L'expression qui permet de donner l'angle de cisaillement dans la zone cisailée (en rouge) [11] est donnée par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2arccos\left(\frac{D+d}{\sqrt{2}D}\right) \tag{16}$$

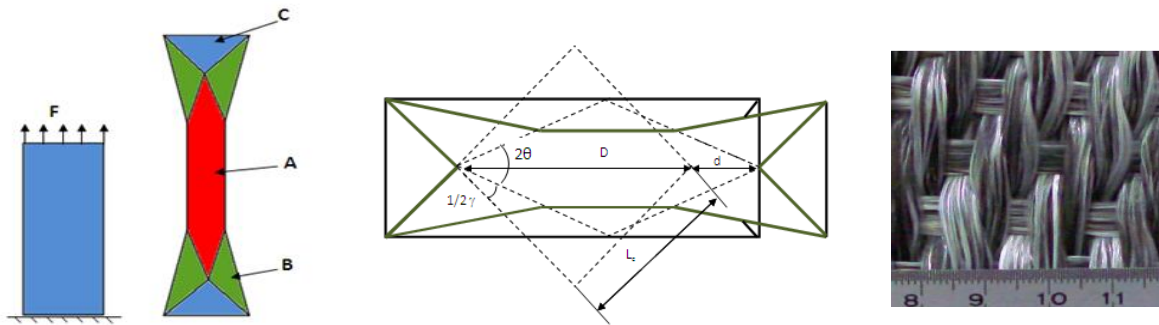


FIGURE 3. Epreuve du bias extension test (avant et après déformation)

FIGURE 4. Schéma cinématique de l'éprouvette utilisée

FIGURE 5. Echenillant du tissu

Le tissu utilisé dans cette étude est un mélange de filaments de verre E et de résine thermoplastique, commercialisé sous le nom commercial de Twintex (sergé de verre déséquilibré) (figure 5). Les caractéristiques mécaniques de ce tissu qui a fait l'objet d'une étude réalisée par les auteurs [12], sont présentées dans le tableau .1.

Type	Sergé
Epaisseur	3.3 mm
Module de Young sens chaîne	35400 MPa
Module de Young sens trame	1000 MPa
Coefficient de Poisson	0.0
Masse volumique	0.00254 tonnes / mm ³
Module de cisaillement G_{12}	fonction de l'angle γ

TABLEAU 1. Caractéristiques mécaniques du tissu [12]

Le module de cisaillement G_{12} est une grandeur caractéristique. Sa connaissance est primordiale dans toute étude du comportement au cisaillement des tissus de renfort pour composites. A cause du caractère spécifique du tissage G_{12} peut être exprimé sous la forme d'une fonction de l'angle γ : $G_{12} = G_{12}(\gamma)$. Pour déterminer ce paramètre nous avons utilisé la courbe de tendance de la force normalisée F_N donnée par les auteurs [12] (figure 6). Nous employé la méthode des moindres carrés (forme polynomiale) pour interpoler cette courbe. Le modèle est obtenu sous forme d'un polynôme de degré cinq et permet de tracer la courbe $F_N(\gamma)$ (figure.6). La contrainte de cisaillement est obtenue par division directe des différentes valeurs de la force normalisée F_N par l'épaisseur du tissu $t=3.3$ mm. Pour déterminer le module de cisaillement $G_{12}(\gamma)$, nous avons procédé à une dérivation de l'équation polynomiale de $\tau(\gamma)$ par rapport à (γ) .

$$F_N(\gamma) = 6.01 \gamma^5 - 9.779 \gamma^4 + 6.675 \gamma^3 - 1.828 \gamma^2 + 0.276 \gamma + 0.001 \tag{18}$$

$$\tau(\gamma) = 1.8212 \gamma^5 - 2.9633 \gamma^4 + 2.0227 \gamma^3 - 0.5539 \gamma^2 + 0.0836 \gamma + 0.0003 \tag{19}$$

$$G_{12}(\gamma) = 9.106 \gamma^4 - 11.8532 \gamma^3 + 6.0681 \gamma^2 - 1.1078 \gamma + 0.0836 \tag{20}$$

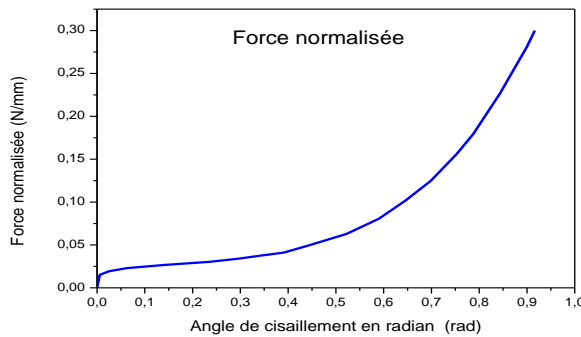


FIGURE 6. Courbe de tendance $F_N(\gamma)$ [12]

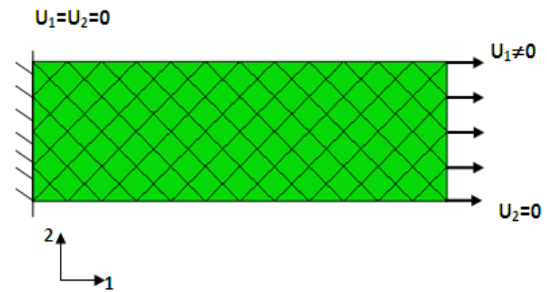


FIGURE 7. Conditions aux limites choisies

L'objectif principal de cette étude est la simulation du test de cisaillement « bias extension test » d'un échantillon de tissu sérgé de verre déséquilibré. L'éprouvette de forme rectangulaire de dimensions (300x100 mm²) est encadrée par le bord bas. Nous avons utilisé des éléments membrane 2D. Pour l'intérieur on a opté pour des éléments membranes quadrilatères M3D4R avec intégration réduite, de telle sorte que l'orientation des mèches soit alignée avec les bords de l'élément (figure 7). Un déplacement de 7.10^{-4} mm par pas de temps est imposé sur le bord haut de l'éprouvette, le calcul est effectué sur 10^5 pas de temps. Nous avons implémenté une routine VUMAT écrite en langage FORTRAN dans le code de calcul ABAQUS (figure 8).

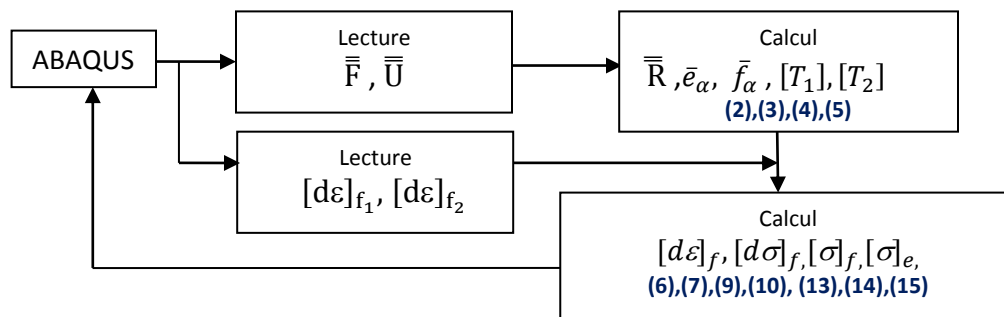


FIGURE 8. Organigramme simplifié de la VUMAT

4. RESULTATS ET DISCUSSION

La simulation nous a permis de mettre en évidence les différentes zones de cisaillement comme montré sur la figure 9. La zone en rouge est en cisaillement pur, la région verte représente la zone demi-cisaillée tandis que la zone bleu ne subit aucun cisaillement. D’après l’équation (16), l’angle de cisaillement γ peut être exprimé en fonction du déplacement d imposé sur la machine et des dimensions de l’éprouvette (figure 4). Sur la figure 10 nous avons tracé les courbes théorique et numérique angle de cisaillement. La figure 11 présente les courbes (force-déplacement) expérimentale et numérique. Les réponses numériques et expérimentales sont très proches pour des valeurs faibles de l’angle de cisaillement. Lorsque γ se rapproche de l’angle de verouillage, ces réponses commencent à montrer des divergences qui peuvent être importantes et qui s’expliquent par le fait que le modèle numérique ne prend pas en considération le contact entre les mèches, qui est en fait non négligeable. On peut dire que globalement les courbes numérique et expérimentale présentent une bonne concordance.

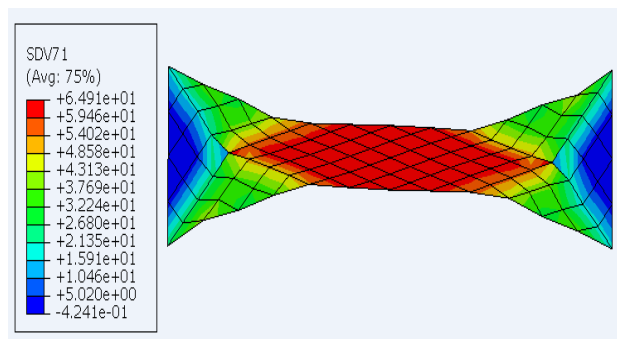


FIGURE 9. Répartition de l’angle de cisaillement dans l’éprouvette

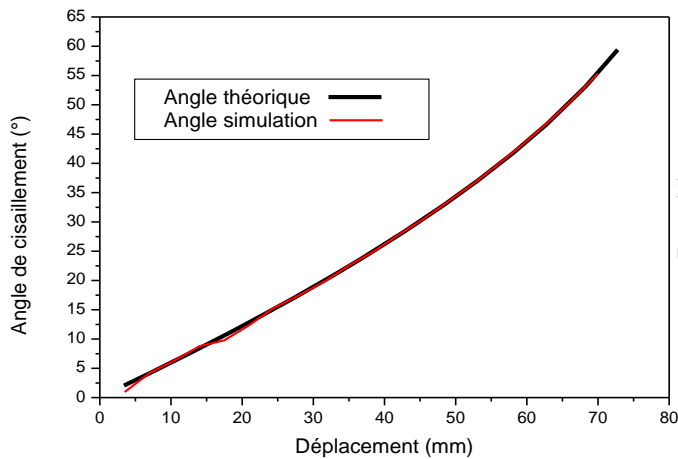


FIGURE 10. Comparaison des angles numériques et théoriques

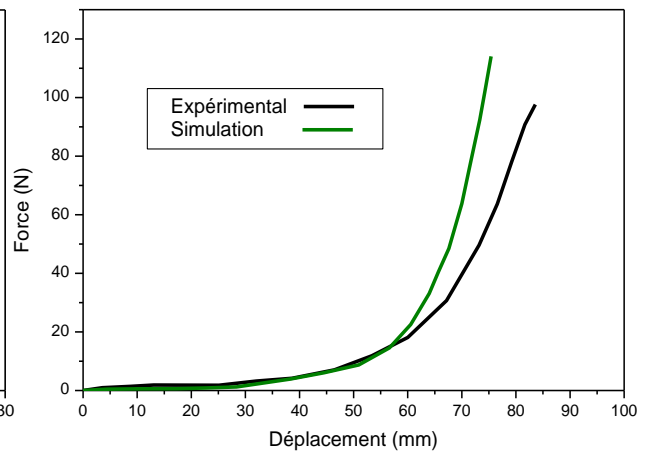


FIGURE 11. Courbe effort-déplacement numérique et expérimentale

4. CONCLUSIONS

Ce travail a été consacré à l’implémentation d’un modèle de comportement hypoélastique dans le code de calcul Abaqus/Explicit par le biais d’une subroutine « VUMAT » écrite en langage Fortran. Pour valider ce modèle,

une simulation numérique du test de cisaillement bias extension test a été menée par Abaqus/Explicit sur un échantillon de tissu de type sergé de verre déséquilibré. Cette étude a permis de mettre en évidence les différentes zones de cisaillement conformément à la littérature. La comparaison entre les valeurs analytiques et numériques de l'angle γ de cisaillement entre les mèches est très satisfaisante. Une comparaison des réponses expérimentale et numérique (force-déplacement) a montré qu'elles sont en parfaite concordance avant d'atteindre l'angle de verrouillage. Après cet angle les courbes divergent car le modèle numérique ne tient pas en compte la compaction transverse des mèches qui engendre des frottements. Les résultats obtenus avec ce modèle paraissent très satisfaisants.

REFERENCES

- [1] P. Boisse, Mise en forme des renforts fibreux de composites , *Edition Techniques de l'ingénieur*, N° AM 3 734, 1-10, 2004.
- [2] P. Harrison, M. Clifford, and A. Long, Shear characterization of viscous woven textile composites: A comparison between picture frame and bias extension experiments, *Composites Science and Technology*, Vol.64, 1453-1465, 2004.
- [3] S. Daghboudj, H. Satha, W. Boukhedena, Simulation d'un Bias extension test sur un tissu de renfort pour composite type taffetas de verre équilibré , *Congrès National de Mécanique et de l'Industrie, CNMI, UMAB, 09-10 Décembre 2014*, 2014.
- [4] P. Badel, E.V. Sallé, P. Boisse, Computational determination of the mechanical behavior of textile composite reinforcement. Validation with x-ray tomography , *International Journal of Material Forming* , Vol. 1, N°1 Supplement, pp 823-826, 2008.
- [5] P. Boisse ,J. Daniel, B. Hadgège, D. Soulat, Approche méso-macro pour la simulation de la mise en forme des composites à renforts tissés , *Colloque National Calcul des Structures France*, 2005.
- [6] A. Khan ,T. Mabrouki, E.V. Sallé, P. Boisse, Numerical and experimental analyses of woven composite reinforcement forming using a hypoelastic behaviour. Application to the double dome benchmark , *Colloque National Calcul des Structures France*, 2005.
- [7] H. Hughes,J.Winget, Finite rotation effects in numerical integration of rate constitutive equations arising in large deformation analysis, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 15, pp. 1862-1867, 1980.
- [8] S. Daghboudj, H. Satha, Determination of the in-plane shear rigidity modulus of a carbon non-crimp fabric from bias-extension, *Journal of Composite Material*, Vol.48, No 22, pp 2729–2736, 2014.
- [9] S. Daghboudj, H. Satha,M. Benzarti, Etude du comportement des renforts tissés au cisaillement (Cas d'un renfort NCF de carbone par le bias test, *Algerian Journal of Advanced Materials*, 2008.
- [10] K. Potter, Bias extension measurements on cross-plyed unidirectional prepreg, *Composites part A*, Vol.33,pp. 63-73,2002.
- [11] G. Lebrun, N. Martin, B. Denault, Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of interplay shear properties of PP/glass commingled fabrics, *Composite structure* Vol.61, Issue 4, 341–352,2003.
- [12] J. Cao, P. Boisse , Characterization of mechanical behaviour of woven fabrics: Experimental methods and benchmark results, *Composites: Part A*, Vol.39, pp.1037–1053 ,2008.