

Simulation numérique bidimensionnelle de la convection naturelle dans une cavité carrée

Rahima LANANI BENCHABI

Laboratoire d'Énergétique Appliquée et de Pollution
Département de Génie mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université Frères Mentouri –
Constantine. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie
Auteur correspondant : rbenchabi@yahoo.fr

Résumé - Le présent travail est basé sur une simulation numérique de la convection naturelle stationnaire dans une cavité bidimensionnelle remplie d'air incompressible, cette convection est soumise à un gradient horizontal de température. L'écoulement est modélisé par les équations différentielles de conservation. Les calculs numériques ont été effectués sur un maillage utilisant la procédure des volumes finis et l'algorithme Simplec a été utilisé pour traiter le couplage vitesse-pression dans les équations gouvernant l'écoulement. Les champs thermique et dynamique de l'écoulement dans une cavité carrée ont été obtenus et comparés avec les résultats expérimentaux et ils sont en bon concordance. Aussi, les résultats obtenus montrent l'intensité de l'écoulement induit par la force de flottabilité et ont permis de voir l'influence du nombre de Rayleigh due soit à la variation des dimensions, soit à l'écart de température sur le comportement thermique et dynamique.

Mots Clés : Convection naturelle, Cavité carrée, Volumes finis.

Nomenclature

g Accélération de la pesanteur ($m.s^{-2}$)	u, v Composantes des vitesses ($m.s^{-1}$)
H, W Largeur dimensionnelle de l'enceinte (m)	T Température (K)
P Pression (Pa)	x, y Coordonnées d'espace dimensionnelles (m)
<i>Symboles grecs</i>	
α Conductivité thermique du fluide (W/m K)	β Coefficient d'expansion thermique (K^{-1})
ν Viscosité cinématique ($m^2.s^{-1}$)	
<i>Nombres Adimensionnels</i>	
N_{moy} Nombre de Nusselt moyen	Ra Nombre de Rayleigh

1. Introduction

La convection naturelle est un mode de transfert de chaleur pour laquelle le mouvement du fluide résulte simplement de la différence de la masse volumique entre les régions chaude et froide du fluide en présence d'un champ de gravité. La convection naturelle dans des espaces confinés reste un sujet très intéressant, tant pour ses applications pratiques dans l'industrie, que pour les questions fondamentales qu'elle soulève. Le flux de convection naturelle dans des enceintes a de nombreuses applications en génie thermique, tels que les fenêtres à double vitrage, capteurs solaires, dispositifs de refroidissement pour les instruments électroniques, des cavités remplies de gaz autour des cœurs des réacteurs nucléaires. La nécessité de chercher dans ce domaine nous a motivé à entreprendre cette investigation. Dans le présent travail, nous nous intéressons à la simulation numérique de la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée. Le transfert de chaleur par convection naturelle dans des enceintes chauffées par des sources thermiques a été étudié par beaucoup de chercheurs. Dans **Barakos et Mitsoulis [1]**, la convection naturelle dans une cavité carrée a été analysée

numériquement utilisant une approche de volume de contrôle; les calculs ont été exécutés pour les régimes d'écoulement laminaire et turbulent. Le modèle $k-\varepsilon$ a été utilisé pour la modélisation de la turbulence pour une gamme de nombres de Ra allant jusqu'à 10^{10} . Des résultats précis ont été obtenus quant à l'indépendance du maillage. D'autre part, La solution capture très bien tout le flux et les phénomènes de transfert thermique, particulièrement près des parois. De Vahl Davis [2], a étudié numériquement le phénomène de la convection naturelle pour un écoulement laminaire, dans une cavité carrée remplie d'air et différentiellement chauffée. Il a établi une série de solutions de référence de la température, des vitesses, des lignes de courant et du nombre de Nusselt moyen pour des valeurs du nombre de Rayleigh comprises dans l'intervalle $10^3 \leq Ra \leq 10^6$. Marcatos et al [3], ont étudié numériquement la convection naturelle turbulente pour des valeurs du nombre de Rayleigh allant jusqu'à 10^{16} , les auteurs ont présentés des corrélations entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh. Fusegi et al [4] ont étudié les caractéristiques du champ de vitesse et du taux de transfert thermique pour des écoulements laminaires stationnaires. Les auteurs ont analysé les structures d'écoulement obtenues pour une large gamme du nombre de Rayleigh dans l'intervalle 10^3 à 10^{10} . Ils ont constaté que, lorsque le nombre de Rayleigh augmente l'écoulement devient confiné près des parois adiabatiques et ont proposé des corrélations entre le nombre de Nusselt et le nombre de Rayleigh : $Nu=0.163Ra^{0.282}$ Si $10^3 \leq Ra \leq 10^{10}$. Prasopchinghana et al [5], la convection naturelle d'air dans une cavité carrée différentiellement chauffé et inclinée a été numériquement examinée par les auteurs. La méthode des volumes finis a été employée afin de discrétiser les équations différentielles partielles du flux d'air dans la cavité. Les angles d'inclinaison de la cavité carrée donnant la moyenne des nombres de Nusselt sont 110° pour $Ra = 10^3$ et 130° pour $Ra=3 \cdot 10^3$ et $Ra=1 \cdot 10^4$. KRANE et al [6], ont réalisé une étude expérimentale de l'écoulement de la convection naturelle dans une cavité carrée différentiellement chauffée pour un nombre de $Ra=1,89 \cdot 10^5$. L'expérience a permis de visualiser et de décrire l'écoulement à l'intérieur de la cavité a partir des champs thermique et dynamique.

L'objectif de cette étude est de caractériser les écoulements de la convection naturelle laminaire dans une cavité carrée remplie d'air différentiellement chauffée dont les parois horizontales sont soumises à un flux de chaleur nul. Cette étude consiste aussi à étudier l'effet du nombre de Rayleigh qui est du, soit à la variation des dimensions de la cavité, soit à l'écart de la température.

2. Modèle physique et Formulation mathématique

2.1 Modèle physique

La géométrie considérée est une cavité carrée différentiellement chauffée. Cette cavité est composée de deux parois verticales en vis-à-vis dites parois actives, maintenues à des températures ($T_c > T_f$), les autres parois sont supposées adiabatiques. Le domaine étudié a une longueur selon les directions (x et y). L'écoulement dans cette enceinte est provoqué par la force de flottabilité résultant de la paroi chaude.

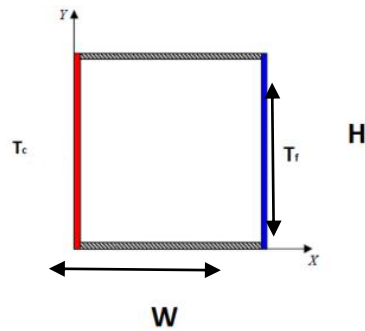


Figure 1.1: Géométrie du problème

2.2 Mise en équation

Les équations régissant l'écoulement stationnaire incompressible et bidimensionnel dans la cavité carrée sont :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \vartheta \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \vartheta \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] - g\beta(T - T_0) \quad (3)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad (4)$$

Le modèle mathématique élaboré est donc formé par les équations différentielles de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie.

3. Méthode numérique

Les équations gouvernant l'écoulement dans la cavité carrée sont discrétisées par la méthode des volumes finis. Le couplage vitesse- pression est traité par l'algorithme Simplec et la solution approximée est obtenue par l'algorithme T.D.M.A. Le schéma second ordre upwind est utilisé pour la discrétisation des équations (termes convectifs) pour la détermination d'une solution des équations plus stable et plus précise. Une technique de sous relaxation est appliquée pour le contrôle de la convergence du processus itératif qui est atteinte pour un critère du maximum des valeurs absolues des résidus normalisés sur tout le domaine de calcul ($\varepsilon < 10^{-4}$). Dans le but d'obtenir des solutions stables et précises, l'effet du maillage sur la solution a été effectué pour différents nombres de nœuds. Le maillage utilisé est donnée par la figure 3.1.

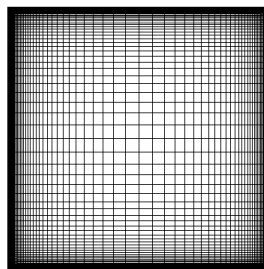


Figure 3.1 : Génération du maillage utilisé.

4. Resultats et discussions

4.1 Introduction

Les résultats numériques sont obtenus en utilisant le code de calcul Fluent pour un écoulement d'air dans une cavité carrée différentiellement chauffée. Ils sont présentés sous forme de courbes pour le champ thermique et dynamique.

4.2 Effet du maillage :

L'influence du maillage sur les résultats numériques a été considérée afin d'obtenir des solutions satisfaisantes. Pour montrer l'effet du maillage sur la solution, quatre maillages ont été testés (40*40, 60*60, 80*80, 100*100) en régime d'écoulement laminaire et pour un $Ra=10^5$. L'influence des nœuds sur la solution est exprimée par le profil de la vitesse horizontale dans le plan central vertical $x=W/2$ et est montrée par la figure 4.1, le profil de la vitesse verticale dans le plan central vertical $y=H/2$ par la figure 4.2 et le profil de la température dans le plan horizontal $y=H/2$ par la figure 4.3. On constate que l'allure est identique pour ses différents maillages et que les profils sont insensibles aux nombre de nœuds. Notre choix s'est porté donc sur un maillage (80*80) pour les nombres de Ra compris entre 10^3 et 10^5 mais pour $Ra=10^6$, on s'est aperçu que ce nombre de nœuds était insuffisant, donc un maillage de (100*100) a été considéré.

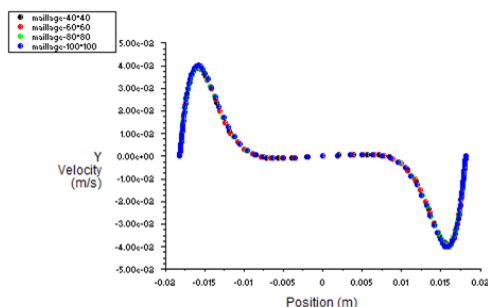
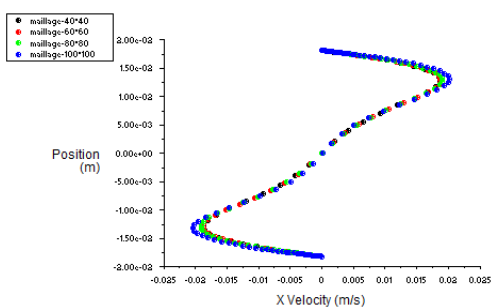


Figure 4.1 : Profil de la vitesse horizontale (u) dans le plan central vertical $x= w/2$; $Ra = 10^5$ Figure4.2 : Profil de la vitesse verticale (v) dans le plan central horizontal $y = H/2$ pour $Ra = 10^5$

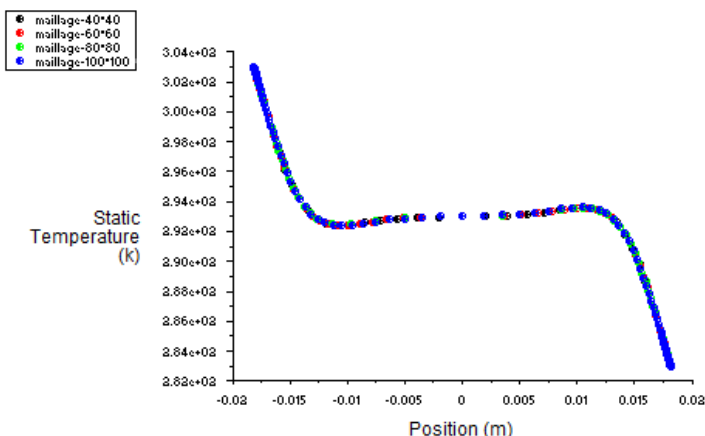


Figure 4.3 : Profil de la température dans le plan central horizontal $y= H/2$ pour $Ra = 10^5$

4.3 Validation du code de calcul

La validation de la simulation numérique est nécessaire afin de vérifier l'exactitude des résultats numériques obtenus par le code de calcul Fluent. Une comparaison de nos résultats a été faite avec l'étude expérimentale de Krane et al [6] qui ont considéré une cavité carrée différentiellement chauffée remplie d'air avec un $Ra=1.89 \cdot 10^5$.

Les figures 4.4, 5 et 6 qui représentent respectivement le profil de la température dans le plan horizontal $y=H/2$, le profil de la vitesse horizontale dans le plan vertical $x=W/2$ et le profil de la vitesse verticale dans le plan horizontal $y=H/2$, montrent qu'il y a une bonne concordance avec les résultats de Krane et al [6].

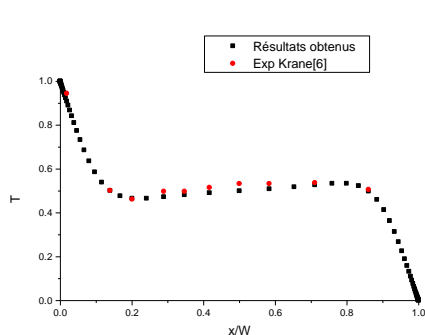


Figure 4-4 : Profil de la température dans le plan central horizontal $y= H/2$ pour $Ra = 1.89 \cdot 10^5$

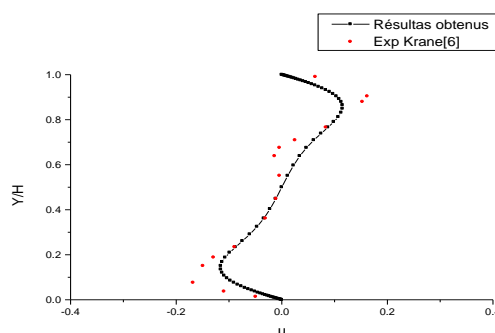


Figure 4-5: Profil de la vitesse horizontale dans le plan central vertical $x =W/2$ pour $Ra = 1.89 \cdot 10^5$

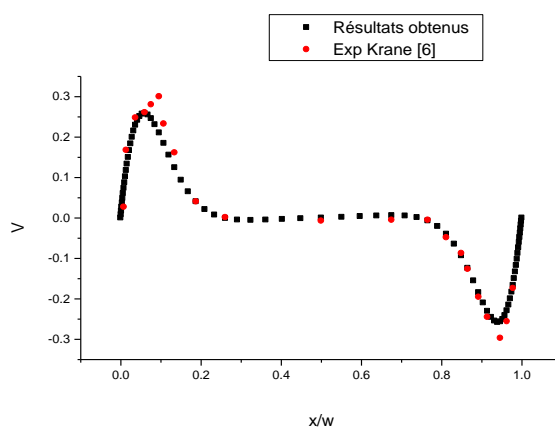


Figure 4-6: Profil de la vitesse verticale dans le plan central horizontal $y = H/2$ pour $Ra = 1.89 \cdot 10^5$

4.4 Discussion des résultats

La configuration étudiée est une cavité carrée contenant de l'air comme fluide, les parois horizontales sont adiabatiques c'est à dire elles auront pour conditions aux limites des flux thermiques nuls, et les parois verticales gauche et droite sont respectivement chaude et froide. Cette étude a été faite pour différents Ra, qui seront obtenus par la modification soit de la différence de température (ΔT), soit par la modification des dimensions de la cavité.

4.4.1 Influence du nombre de Rayleigh (due à la variation des dimensions)

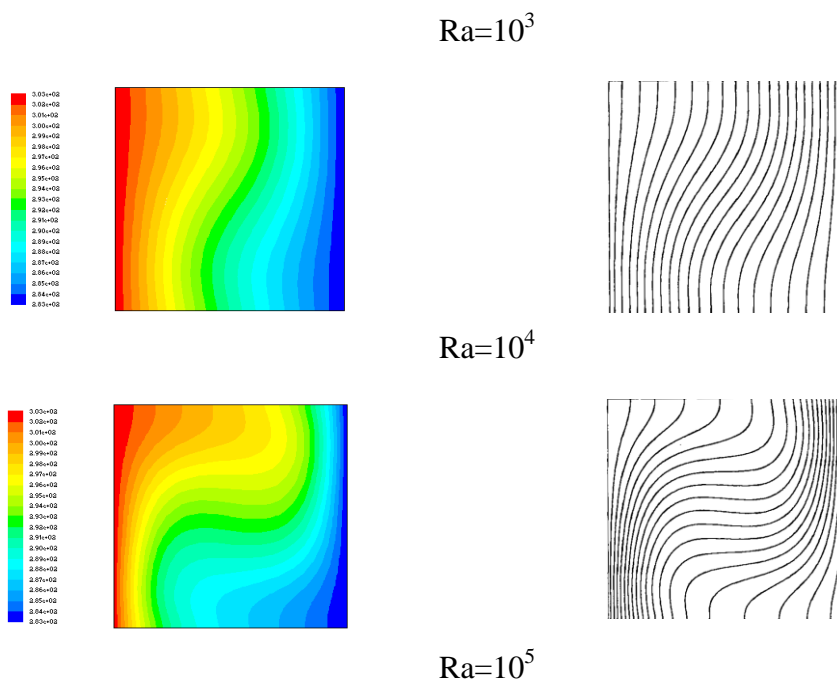
Dans un premier temps, nous allons étudier l'effet du nombre de Ra du à la variation des dimensions sur le champ thermique, le nombre de Nusselt et le champ dynamique.

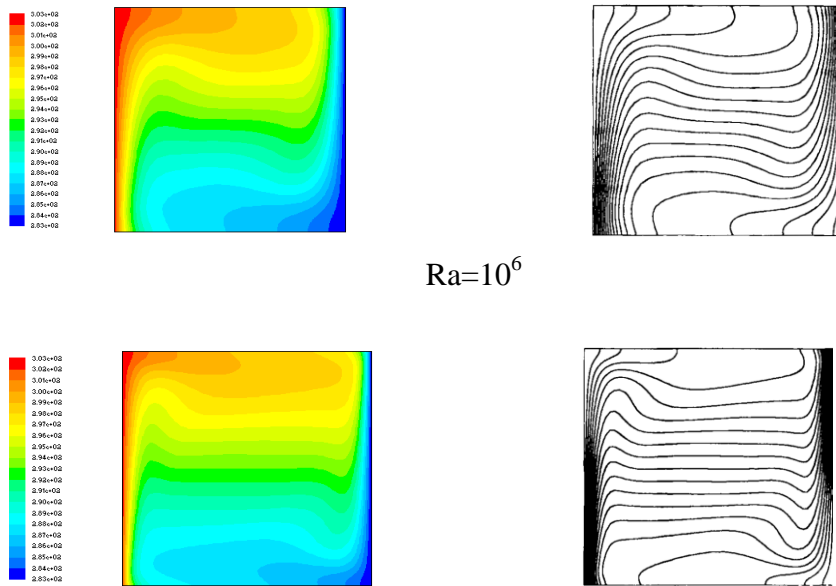
a- Champ thermique :

Le champ de température à l'intérieur de la cavité pour un Ra variant de 10^3 à 10^6 est montré sur la figure 4-7. On note que pour $Ra=10^3$ les isothermes de la paroi froide sont presque droites et parallèles à la paroi, et près de la paroi gauche les isothermes sont faiblement déformées donc le transfert à l'intérieur de la cavité est purement conductif. Aux parois supérieure et inférieure, toutes les isothermes sont verticales, la condition d'adiabaticité imposée aux parois horizontales est bien illustrée, chaque isotherme intercepte la frontière adiabatique à angle droit ($\frac{dT}{dy} = 0$).

La déformation des isothermes dans le haut de la cavité est observée à partir de $Ra=10^4$ donc le transfert thermique est du essentiellement à la convection naturelle. On note aussi que l'augmentation du Ra entraîne une augmentation de la déformation des isothermes qui est de plus en plus prononcée et que ces dernières deviennent parallèles aux parois horizontales. Une stratification dans la partie gauche de la cavité est observée et que les couches limites thermiques sont de plus en plus minces que le Rayleigh augmente. La convection naturelle est donc de plus en plus dominante et le flux de chaleur par convection est transféré de la paroi chaude vers la paroi froide à travers la paroi supérieure.

La figure 4.7 montre qu'il y a un accord qualitatif entre les résultats obtenus et ceux de G.Barakos [1].





$Ra=10^6$

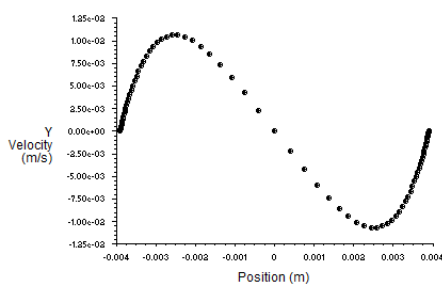
Résultats obtenus

Barakos et E.Mitsoulis[1]

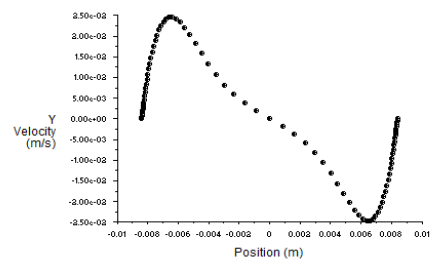
Figure 4-7: Comparaison des isothermes pour différents nombres de Rayleigh

b- Champ dynamique :

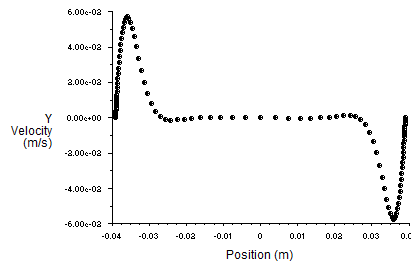
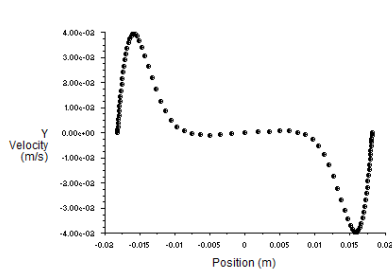
Les profils de la composante verticale dans le plan central horizontal $y=H/2$ pour différents Rayleigh sont représentés par les figures 4-8 a,b,c et d. On observe un changement important du profil de la composante verticale avec l'augmentation du Rayleigh ceci est du à l'importance des gradients horizontaux de la température qui sont à l'origine des forces de gravité qui entraînent un mouvement convectif à l'intérieur de la cavité. On note aussi une augmentation de la vitesse depuis zéro jusqu'à atteindre un maximum et décroît jusqu'à s'annuler au milieu de la cavité c'est la zone où le fluide est en mouvement ascendant, puis atteint des valeurs négatives et finalement s'annule sur l'axe, c'est la zone où le fluide est en mouvement descendant.



(a)



(b)



(c)

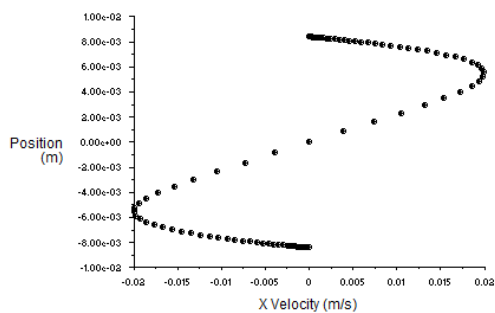
(d)

Figure 4-8: Profils de la vitesse verticale (v) dans le plan central horizontal $y= H/2$ pour

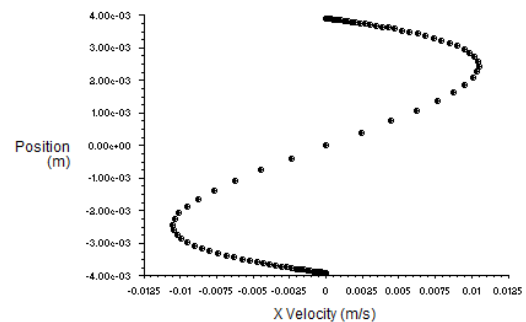
(a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$

Les figures 4-9 a,b,c et d montrent les profils de la composante horizontale dans le plan central vertical $x=W/2$ pour différents Rayleigh. Une symétrie du profil par rapport à l'axe central vertical est observée et il y a présence de 3 points sur l'axe où la vitesse s'annule.

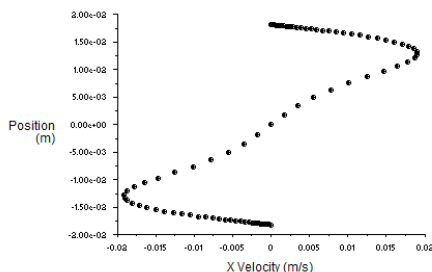
La distribution de la vitesse décroît tout en restant positive, le flux de chaleur est transféré de la paroi chauffée à la paroi froide puis s'annule au milieu de la cavité, pour ensuite atteindre des valeurs négatives (phase allé de la paroi droite froide à la paroi gauche chaude) pour s'annuler une autre fois au fond de la cavité.



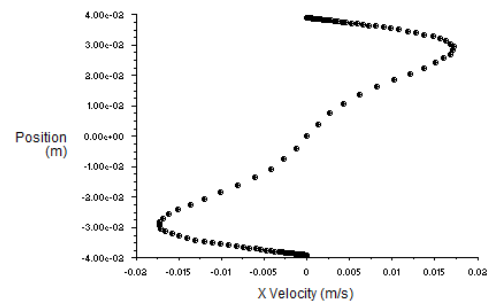
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 4-9: Profils de la vitesse horizontale (u) dans le plan central vertical $x= w/2$ pour

(a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$

Les valeurs du Nusselt moyen obtenues par la présente étude et comparées avec les résultats des auteurs [3], [2] et [4] sont présentées dans le tableau 4-1

Tableau 4-1 : Comparaison des Nusselt moyens

	Résultats obtenus	Markatos and Pericleous	De Vahl Davis	Fusegi et al
Nu _{moyen}	Ra=10 ³			
	1.1073	1.108	1.118	1.105
	Ra=10 ⁴			
	2.3057	2.201	2.243	2.302
	Ra=10 ⁵			
	4.7175	4.430	4.519	4.646
	Ra=10 ⁶			
9.0339	8.754	8.799	9.012	

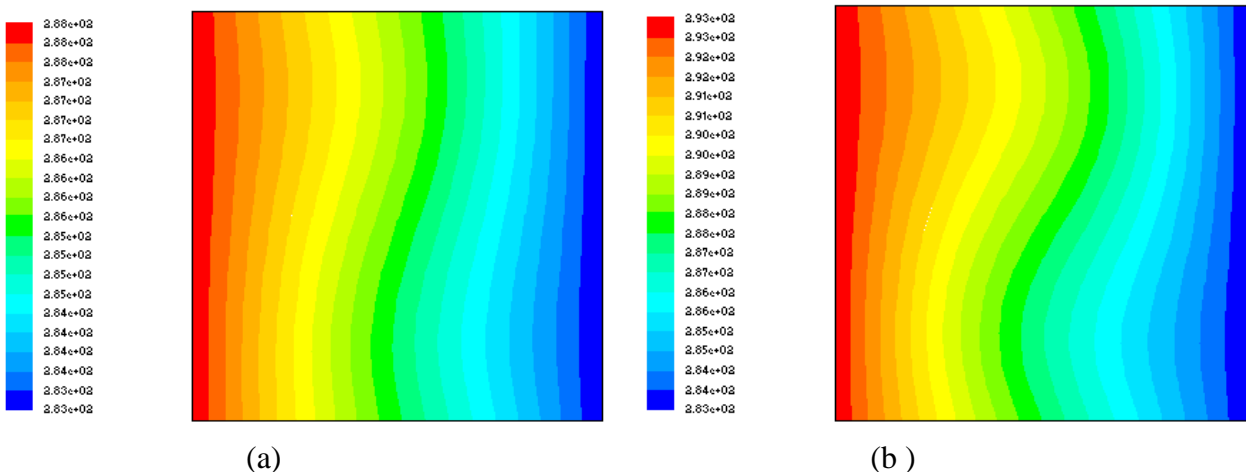
Le tableau 4-1 montre la variation du Nusselt moyen en fonction du Ra obtenu par la présente étude et la comparaison avec les résultats de la littérature, une bonne concordance est observée avec les résultats des auteurs [3], [2] et [4]. On constate aussi que l'augmentation du nombre de Rayleigh entraîne une augmentation du nombre de Nusselt.

4.4.2 Influence du nombre de Rayleigh (due à l'écart de température) :

L'écoulement convectif est gouverné par le nombre de Grashof (Gr), ($Ra=Gr.Pr$) qui compare les forces de flottabilité aux forces visqueuses et il est proportionnel au gradient de température.

a- Champ thermique :

Le champ thermique est représenté par la figure 4-10 pour différents gradients de température variant de 5°K à 20°K avec un pas de 5°K, on voit que les isothermes ont subi une légère variation (déformation) qui augmente avec l'augmentation du Ra ($0.614.10^3 \leq Ra \leq 2.461.10^3$).



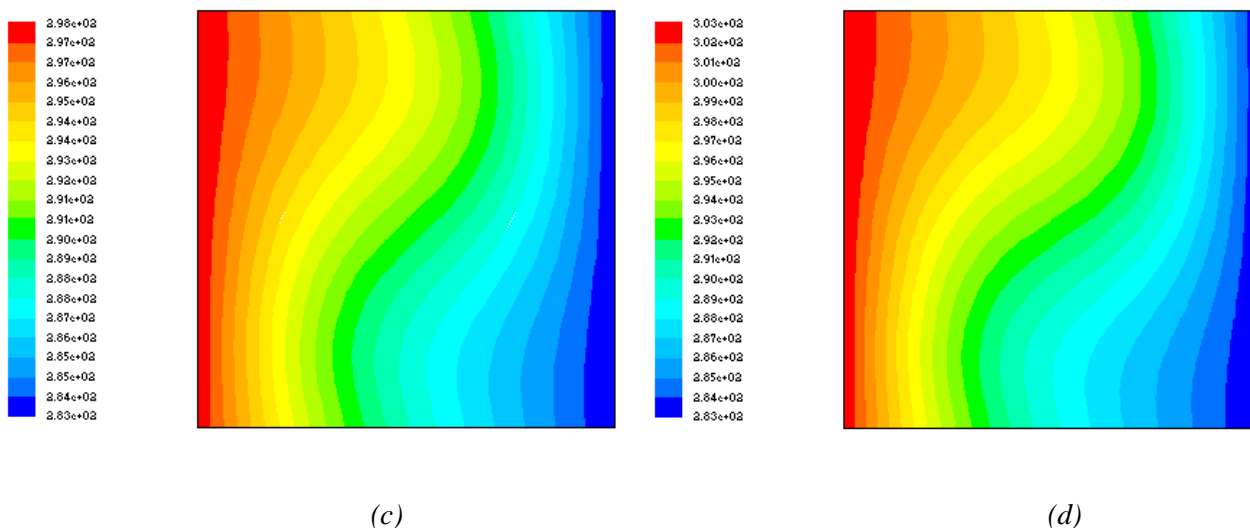


Figure 4-10 : Contours des champs de température pour
 (a): $\Delta T=5^{\circ}k$. (b): $\Delta T=10^{\circ}k$. (c): $\Delta T=15^{\circ}k$. (d): $\Delta T=20^{\circ}k$.

La comparaison des profils de la vitesse verticale dans le plan central horizontal $y=H/2$ pour différents ΔT est représentée par la figure 4-11. On constate qu’une augmentation de ΔT (augmentation du Ra) engendre une augmentation du maximum de la vitesse, ceci montre bien que la convection naturelle est dominante par la poussée thermique.

La figure 4-12 montre l’augmentation des profils de la vitesse horizontale dans le plan central vertical $x=W/2$, ces figures permettent d’observer l’accentuation de la convection dans la cavité avec l’augmentation des écarts de température imposées.

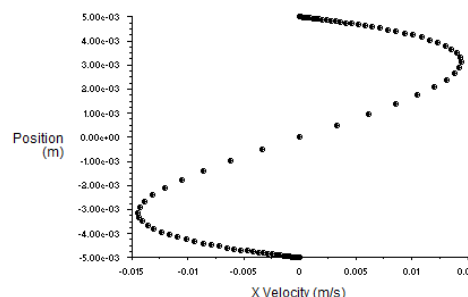
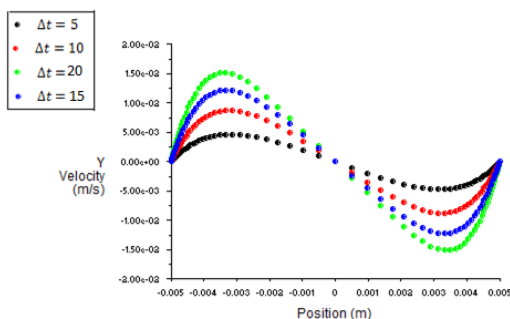


Figure 4-11 : Profils de la vitesse verticale (v) **Figure 4-12 :** Profils de la vitesse horizontale (u)

dans le plan central horizontal $y= H/2$ pour différents ΔT

dans le plan central vertical $x=w/2$ pour différents ΔT

5. Conclusion

L’étude numérique de la convection naturelle laminaire à l’intérieur d’une cavité carrée remplie d’air chauffé différentiellement et à parois horizontales soumises à un flux nul a été élaborée par le code de calcul Fluent. Les calculs numériques ont été effectués sur un maillage quadratique raffiné près des parois. La méthode des volumes finis a été considérée pour la discrétisation des équations gouvernant l’écoulement en convection naturelle. La validation du code de calcul a été faite, une bonne concordance a été observée entre les résultats obtenus numériquement et les résultats expérimentaux. L’étude en fonction du nombre de Rayleigh du soit à la variation des dimensions de

la cavité, soit à l'écart de température a été menée. On a pu voir à travers les champs thermiques et dynamiques et le nombre de Nusselt, l'influence du Rayleigh sur les structures convectives observées, sur le régime convectif ainsi que le taux de transfert de chaleur. Aussi, les résultats obtenus par la simulation montrent l'accentuation de la convection naturelle dans la cavité qui augmente avec l'augmentation du Rayleigh.

Références

1. G. Barakos, E. Mitsoulis, Natural convection flow in a square cavity revisited: laminar and turbulent models with wall functions. *Int. J. Numer. Methods in fluids*, 18 (1994) 695-719.
2. G. De V. Davis, Natural convection of air in a square cavity: A benchmark numerical solution. *Int. J. Numer. Methods in Fluids*, 3 (1983) 249-264.
3. Markatos, Pericleous, Laminar and Turbulent Natural Convection in an enclosed cavity, *I.J.H.M.* 27, 5 (1984).
4. T. Fusegi, J.M. Hyun, K. Kuwahara, Transient Three-dimensional Natural Convection in a Differentially Heated Cubical Enclosure. *Int. J. Heat Mass Transfer*. 34, 6 (1991) 1543-1557.
5. U. Prasopchingchana, W. Pirompugd, P. Laipradit, K. Boonlong, Numerical Study of Natural Convection of Air in an Inclined Square Enclosure. *Int. J. Materials, Mechanics and Manufacturing* 1, 2, (2013).
6. R. J. Krane, J. Lessee, Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure. *Proc. Isr ASME-JSME Thermal Engineering Joint Cons.* 1 (1983) 323-329.