

Effet Dufour sur la bifurcation de la convection naturelle thermosolutale dans un milieu poreux

Abbes ATTIA^{1*}, Mahmoud Mamou², Smail BENISSAAD¹

¹Laboratoire d'Énergétique Appliquée et de Pollution
Département de Génie mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université Frères Mentouri –
Constantine 1. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie

²Aerodynamics Laboratory, NRC Aerospace, National Research Council Canada Ottawa, Ontario,
Canada, K1A OR6

* auteur correspondant : attia.abbas@gmail.com

Résumé - Les effets Dufour et Soret sur la convection naturelle thermosolutale dans une couche poreuse horizontale sont étudiés numériquement en utilisant la méthode des différences finies et analytiquement en utilisant l'approximation de l'écoulement parallèle. Des flux uniformes de chaleur et de masse sont appliqués sur les parois horizontales, tandis que les parois verticales sont imperméables et adiabatiques. La modélisation de ce problème est basée sur le modèle de Darcy et l'approximation de Boussinesq. Les paramètres régissant cette étude sont le nombre de Rayleigh thermique, le rapport des forces de volumes, le nombre de Lewis, le ratio d'aspect de la cavité et les nombres de Dufour et de Soret.

Mots Clés : convection à double diffusion, milieu poreux. Effet Dufour

Nomenclature

A	rapport d'aspect géométrique, L'/H'	T	température adimensionnelle, $(T' - T'_0)/\Delta T^*$
D	diffusivité solutale, $m^2.s^{-1}$	t	temps adimensionnel, $t'\alpha_p/H'^2$
Da	nombre de Darcy, K/H'^2	ΔT^*	température caractéristique, $q'H'/k_p, K$
D_p	diffusivité solutale en milieu poreux, $m^2.s^{-1}$	(u, v)	vitesse adimensionnelles dans les directions (x, y) , $(u'H'/\alpha_p, v'H'/\alpha_p)$
D_u	coefficient de Dufour, $D_{TS}\Delta S^*/\alpha_p\Delta T^*$	(x, y)	coordonnées cartésiennes adimensionnelles, $(x'/H', y'/H')$
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$	<i>Symboles grecs</i>	
H'	hauteur de l'enceinte, m	α	diffusivité thermique du fluide, $m^2.s^{-1}$
j'	flux de masse constant (par unité de surface), $kg.m^2.s^{-1}$	α_p	diffusivité thermique du milieu poreux saturé, $k_p/(\rho C)_f, m^2.s^{-1}$
K	perméabilité du milieu poreux, m^2	β_S	coefficient d'expansion solutal, $m^3.kg^{-1}$
k_p	conductivité thermique du milieu poreux saturé, $W.m^{-1}.K^{-1}$	β_T	coefficient d'expansion thermique, K^{-1}
L'	longueur de l'enceinte, m	ε	porosité adimensionnelle du milieu poreux, ε'/σ
Le	nombre de Lewis, α_p/D	ϑ	viscosité cinématique du fluide, $m^2.s^{-1}$
N	rapport des forces de volumes, $\beta_S\Delta S^*/\beta_T\Delta T^*$	ρ	densité du fluide, $kg.m^{-3}$
Nu	nombre de Nusselt	$(\rho C)_f$	capacité calorifique du fluide, $W.K^{-1}$
Num	nombre de Nusselt moyen	$(\rho C)_p$	capacité calorifique du milieu poreux, $W.K^{-1}$
q'	flux de chaleur constant (par unité de surface), $W.m^{-2}$	σ	rapport des capacités calorifiques $(\rho C)_p/(\rho C)_f$
R_T	nombre de Rayleigh-Darcy thermique, $g\beta_TKH'\Delta T^*/\alpha_p\vartheta$	Ψ	fonction de courant adimensionnelle, Ψ'/α_p
S	concentration adimensionnelle, $(S' - S'_0)/\Delta S^*$	<i>Indices et exposants</i>	
S_r	coefficient de Soret, $D_{ST}\Delta T^*/D_p\Delta S^*$	'	variable dimensionnelle
Sh	nombre de Sherwood	t	thermique
Shm	nombre de Sherwood moyen	s	solutale
ΔS^*	concentration caractéristique, $j'H'/D_p, kg.m^{-3}$	p	poreux
		f	fluide

1. Introduction.

Le phénomène du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle est dû à la présence simultanée des gradients de température et de concentration. Ces gradients causent une distribution non uniforme de la densité du mélange qui provoque à son tour un mouvement convectif sous l'effet de la gravité. On peut trouver Le phénomène de la convection naturelle à double diffusion ou à la convection thermosolutale, dans la nature comme dans l'industrie, la migration de l'humidité dans l'isolation fibreuse, le transport des contaminants dans le sol saturé, le stockage souterrain des déchets nucléaires et les processus de séchage électrochimiques [1]. La diffusion de masse et la thermo-diffusion pourraient être rencontrées dans la convection thermosolutale et leurs effets pourraient être importants. Le flux de chaleur, provoquée par la diffusion de masse est liée à l'effet Dufour et le flux de masse induit par le transfert de chaleur est connu comme l'effet Soret [2]. L'effet thermo-diffusion (Soret) [3], a été utilisé pour la séparation isotopique et dans des mélanges entre gaz de poids

moléculaire très léger (H_2 , He) et de poids moléculaire moyen (N_2 , air). Pour ces mélanges, il a été trouvé que l'effet de masse par diffusion (Dufour) est d'une ampleur considérable de telle sorte qu'il ne peut pas être ignoré.

Platten et Legros [4] ont affirmé que dans la plupart des mélanges liquides l'effet Dufour est inopérant, mais ce n'est pas le cas dans les gaz. Mojtabi et Charrier-Mojtabi [5] ont confirmé cela en notant que dans les liquides, le coefficient Dufour est d'un ordre de grandeur plus faible que l'effet Soret. Rosanne et al. [6] ont étudié expérimentalement la thermo-diffusion dans une solution de chlorure de sodium contenu dans l'argile compacte. Ils ont conclu que le transfert de matière est amélioré par la thermo-diffusion. Benano-Melly et al. [7] ont étudié numériquement et expérimentalement le problème de thermo-diffusion dans un mélange initialement homogène soumis à un gradient thermique horizontal. Leurs résultats numériques ont montré qu'en fonction de la valeur du nombre de Soret, plusieurs configurations d'écoulement de convection pourraient se développer en présence de forces de flottabilité thermiques et solutales opposées.

L'effet Soret sur la convection dans une cavité poreuse horizontale soumise à des gradients transversaux de température et de concentration a été examiné par Bennacer et al. [8]. Leurs résultats ont montré que, lorsque le gradient de concentration verticale se stabilise, les solutions à l'équilibre multiples sont possibles sur une gamme de rapport de flottabilité qui est fortement dépendante du paramètre Soret. Joly et al. [9] ont étudié analytiquement et numériquement l'apparition de la convection naturelle dans une couche poreuse verticale soumise à des flux de chaleur uniforme le long des parois verticales en utilisant le modèle de Darcy-Brinkman. On constate que les deux bifurcations sous-critiques et supercritiques sont possibles dans ce système. Bahloul et al. [10] ont examiné la convection à double diffusion avec l'effet Soret dans une couche poreuse horizontale peu profonde, la stabilité de la solution d'écoulement parallèle a été étudiée, ensuite le seuil de bifurcation de Hopf a été déterminé.

Weaver et Viskanta [11] ont étudié l'effet de l'interdiffusion des espèces et des effets Soret et Dufour sur la convection naturelle due à la température horizontale et des gradients de concentration dans la cavité. Les résultats obtenus montrent que les effets Soret et Dufour ont moins d'influence sur la vitesse, les champs de température et de concentration, mais ils augmentent le flux de masse et de l'énergie seulement lorsque le facteur de diffusion thermique est positif. D'un autre côté, lorsque le flux de masse est considérable sur les parois, l'effet Soret a un effet important qui diminue et augmente les gradients de vitesse, de température et de concentration à la paroi chaude et à la paroi froide respectivement.

Dans ce travail, l'effet Dufour sur la convection bidiffusive, dans une couche poreuse, sont pris en compte simultanément, en présence de gradients thermique et solutal verticaux. L'apparition de la convection sous-critique et supercritique est étudiée analytiquement et numériquement, en fonctions de ce effet.

2. Formulation mathématique

Dans les équations, les symboles figurent en italique (voir équation 1) ; elles sont centrées sur la ligne et désignées par un numéro entre parenthèses placé à droite :

On considère le cas d'une cavité rectangulaire de hauteur H' et de longueur L' contenant un milieu poreux saturé par un fluide binaire (Fig. 1). Les parois horizontales de la cavité sont soumises à des flux uniformes de chaleur q' et d'espèce j' , tandis que les parois verticales sont considérées comme adiabatiques et imperméables. On suppose que le problème est bidimensionnel, la solution est un fluide newtonien et incompressible, la matrice poreuse est isotrope perméable et homogène, l'écoulement est supposé laminaire, il n'y a ni réaction chimique, ni source de chaleur, ni source d'espèce et le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable. Toutes les propriétés thermo-physiques du fluide sont constantes sauf le terme de la densité du fluide dans les forces de volume

qui varie linéairement avec la température et la concentration. On adopte alors l'approximation de Boussinesq.

Les écoulements de la convection naturelle thermosolutale susceptibles de se développer dans ce milieu poreux sont régis par les équations de conservation de la masse, de quantité de mouvement, de conservation d'énergie et de transfert des espèces. En utilisant le modèle de Darcy, le système d'équations différentielles aux dérivées partielles décrivant le problème s'écrit sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\nabla^2 \Psi = -R_T \left(\frac{\partial T}{\partial x} + N \frac{\partial S}{\partial x} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \nabla^2 T + Du \nabla^2 S \quad (2)$$

$$\varepsilon \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} + v \frac{\partial S}{\partial y} = \frac{1}{Le} \nabla^2 S + Sr \nabla^2 T \quad (3)$$

Les conditions initiales et aux limites adimensionnelles correspondantes sont :

- Conditions initiales : À $t = 0$: $\Psi = 0$; $T = S = 0$ (4.1)

- Conditions hydrodynamiques : $x = \pm \frac{A}{2}$, $\forall y$: $\Psi = 0$; $y = \pm \frac{1}{2}$, $\forall x$: $\Psi = 0$ (4.2)

- Conditions thermiques et massiques :

$$x = \pm \frac{A}{2} , \forall y : \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial S}{\partial x} = 0 ; y = \pm \frac{1}{2} , \forall x : \frac{\partial T}{\partial y} + Du \frac{\partial S}{\partial y} = -1, \quad \frac{\partial S}{\partial y} + Sr \frac{\partial T}{\partial y} = -1 \quad (4.3)$$

Les taux de transferts de chaleur et de masse sont exprimés par les nombres de Nusselt et de Sherwood, respectivement. À mi-longueur de la cavité (à $x = 0$), ils sont définis par :

$$Nu = \frac{1}{\Delta T + Du \Delta S} \quad (5.1)$$

$$Sh = \frac{1}{\Delta S + Sr \Delta T} \quad (5.2)$$

Où : $\Delta T = T(0, -1/2) - T(0, 1/2)$ et $\Delta S = S(0, -1/2) - S(0, 1/2)$

3. Solution numérique

La solution numérique des équations gouvernantes est obtenue en utilisant la méthode des différences-finies avec un schéma du second ordre. La résolution numérique des équations (2) et (3) est effectuée à l'aide de la méthode ADI. L'équation de Ψ (éq. 1) est résolue par la méthode de sous relaxation SOR.

Pour valider notre code de calcul numérique (tableau 1), nous avons choisi d'effectuer une comparaison avec les résultats numériques de mamou [13] kalla[14] et Dina[15] dans le cas de la convection naturelle à double diffusion où les forces de volumes sont opposantes et avec les paramètres $R_T = 100$; $Le = 10$; $N = -0,8$; $A = 8$.

La sensibilité de la solution au maillage a été testée avec des grilles de la taille allant de 120×60 à 240×80 (tableau 2). Les résultats ont indiqué que, des différences relatives de 0,1% pour la fonction de courant les taux de transfert de chaleur et de masse. Ainsi une grille de 240×80 s'est révélé être suffisant pour simuler avec précision le flux de convection.

Tableau 1. Comparaison entre des résultats Numériques pour :
 $R_T = 100$; $Le = 10$; $N = -0,8$; $A = 8$.

	Mamou [13]	Kalla [14]	Dina [15]	Présente étude
--	------------	------------	-----------	----------------

Ψ_0	3.689	3.675	3.688	3.684
Nu	3.635	3.649	3.657	3.612
Sh	6.737	6.742	6.751	6.105

 Tableau 2 : Effet du maillage pour : $R_T=100$, $Le=2$, $N=1$, $Du=0.1$, $Sr=-0.1$ et $A=10$.

	120×60	160×80	200×80	220×80	240×80	Solution analytique
Ψ_0	4.67878	4.67959	4.67869	4.67818	4.67771	4.67441
Nu	4.22582	4.23422	4.22822	4.22489	4.22181	4.20870
Sh	5.13682	5.16588	5.16857	5.16742	5.16563	5.15160

4. Solution analytique

Dans le cas d'une cavité horizontale ayant un grand rapport d'aspect ($A \gg I$), le problème peut être simplifié d'une manière significative par l'approximation de l'écoulement parallèle.. Ceci permet de négliger la composante de la vitesse perpendiculaire aux parois horizontales tels que : $(x, y) = u(y)$
 $v(x, y) = 0$

Dans ce cas, la fonction de courant Ψ dépend uniquement de l'ordonnée y :

$$\Psi(x, y) = \Psi(y) \quad (6)$$

$$T(x, y) = C_T x + \theta_T(y) \quad (7)$$

$$S(x, y) = C_S x + \theta_S(y) \quad (8)$$

En substituant les équations (6), (7) et (8) dans (1), (2) et (3), on obtient le système d'équations différentielles adimensionnelles suivant :

$$\frac{d^2\Psi}{dy^2} = -R_T(C_T + NC_S) \quad (9)$$

$$\frac{d^2\theta_T}{dy^2} + Du \frac{d^2\theta_S}{dy^2} = C_T \frac{d\Psi}{dy} \quad (10)$$

$$\frac{d^2\theta_S}{dy^2} + Sr \frac{d^2\theta_T}{dy^2} = Le C_S \frac{d\Psi}{dy} \quad (11)$$

Après intégration (9) et en satisfaisant (4.2), on obtient le résultat suivant pour Ψ :

$$\Psi(y) = \Psi_0(1 - 4y^2) \quad (12)$$

$$T(x, y) = C_T x + \frac{C_T - C_S Du Le}{3(1 - Du Sr)} \Psi_0(3y - 4y^3) - a_T y \quad (13)$$

$$S(x, y) = C_S x + \frac{C_S Le - Sr C_T}{3(1 - Du Sr)} \Psi_0(3y - 4y^3) - a_S y \quad (14)$$

Où Ψ_0 est la fonction de courant au centre de la cavité. Elle caractérise l'intensité de l'écoulement et a pour expression :

$$\Psi_0 = \frac{R_T}{8} (C_T + NC_S) \quad (15)$$

Les constantes a_T et a_S sont définis par : $a_T = \frac{1 - D_u}{1 - D_u S_r}$; $a_S = \frac{1 - S_r}{1 - D_u S_r}$

Après l'intégration des équations (13) et (14) en tenant compte des conditions aux limites (4.2), les bilans d'énergie et de masse sur un volume de contrôle on obtient les expressions suivantes pour C_T et C_S :

$$C_T = \frac{4b\Psi_0[2b(a_T - a_S Du Le) + Le\Psi_0^2]}{3[(2b + \Psi_0^2)(2b + Le^2\Psi_0^2) - Du Sr(2b - Le\Psi_0^2)^2]} \quad (16)$$

$$C_S = \frac{4b\Psi_0[2b(a_S Le - a_T Sr) + Le\Psi_0^2]}{3[(2b + \Psi_0^2)(2b + Le^2\Psi_0^2) - DuSr(2b - Le\Psi_0^2)^2]} \quad (17)$$

En combinant (15) avec (16) et (17) et après arrangement, on obtient alors une équation de cinquième ordre de la fonction de courant Ψ_0 tel que :

$$\Psi_0[Le^4\Psi_0^4 - 2bLe^2\Psi_0^2d_1 - b^2d_2] = 0 \quad (18)$$

$$d_1 = R_T^*Le(Le + N) - (Le^2 + 1 + 2LeDuSr) \quad (19.1)$$

$$d_2 = 4R_T^*Le^2[1 + NLe - (Du + NSr)(Le + 1) + DuSr(Le + N)] \left. \vphantom{d_2} \right\} - 4Le^2(1 - DuSr)^2 \quad (19.2)$$

$$\text{Où : } R_T^* = \frac{R_T}{R^{sup}} ; R^{sup} = 12 ; b = b_0(1 - DuSr) ; b_0 = \frac{15}{16}$$

On a cinq solutions dont l'une est nulle et correspond à l'état du repos : $\Psi_0 = 0$.

Les quatre autres solutions sont les solutions convectives données par :

$$\Psi_0 = \pm \frac{\sqrt{b}}{Le} \left[d_1 \pm \sqrt{d_1^2 + d_2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

Après substitution des expressions (16) et (17) dans les équations (5.1) et (5.2), les nombres de Nusselt et Sherwood deviennent:

$$Nu = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}C_T\Psi_0} \quad (21.1)$$

$$Sh = \frac{1}{1 - \frac{2}{3}LeC_S\Psi_0} \quad (21.2)$$

5. Résultats et discussions

Des simulations numériques ont été effectuées pour déterminer l'effet du rapport d'aspect sur le comportement d'écoulement et le transfert de chaleur et de masse, afin de déterminer le rapport d'aspect minimum au-dessus duquel l'écoulement peut être supposé parallèle. Dans la gamme des paramètres pris en compte dans cette étude, il a été constaté que les résultats numériques peuvent être considérés comme indépendants du rapport d'aspect lorsque $A > 8$ (Figs. 2 et 3). Pour cette raison, la plupart des résultats numériques présentés ici ont été obtenus pour $A = 10$ avec un maillage de 80×240 .

Les résultats numériques en termes de lignes de courant, isothermes et isoconcentrés sont présentés dans la figure 4, de haut en bas, respectivement, pour $R_T = 0$, $Le = 2$, $N = -0,5$, $Sr = 1,1$, $D_u = 0,2$ et $A = 10$. À partir de ces résultats, il est clair que pour une cavité peu profonde ($A \gg 1$) l'écoulement dans la région du cœur de l'enceinte est sensiblement parallèle alors que la température et la concentration sont stratifiées de façon linéaire dans la direction horizontale.

Les figures 5, 6 et 7 montrent la fonction de courant, les distributions de la température et de la concentration dans le centre de la cavité avec un très bon accord entre les résultats numérique et analytique. L'évolution de l'intensité de l'écoulement, le nombre de Nusselt et le nombre de Sherwood, sont représentés sur les figures 8 pour $Le = 2$, $N = -1$, $Sr = 0,2$ et différentes valeurs de D_u (-0.45, -0.2 et 0.02). Il est bien connu [12] que dans le cas où $N < 0$, la convection survient selon une bifurcation souscritique. Le nombre de Rayleigh souscritique R_{TC}^{sub} , correspond au début de la convection. Avant ce seuil, ($R_T < R_{TC}^{sub}$), le transfert de chaleur et de masse se fait par conduction pure ($\Psi_0 = 0$, $Nu = 1$ et $Sh = 1$). Au-delà de ce seuil ($R_T \geq R_{TC}^{sub}$), quatre solutions à amplitude finie bifurquent de l'état de repos, deux solutions étant stables (traits pleins) et les deux autres instables (traits discontinus). Pour des valeurs de R_T comprises entre ces deux limites, la solution analytique prédit donc cinq solutions possibles. Pour cette situation, différents comportements de bifurcation sont observés en fonction des valeurs de D_u . Pour $D_u = -0,45$, la bifurcation est

supercritique et l'apparition de convections se produit à $R_T^{sup}=16.55$. Quand $D_u=-0.2$, la bifurcation est caractérisée par une bifurcation supercritique à $R_T^{sup}=80.45$ conduisant à une branche de solution instable suivie d'une bifurcation souscritique à $R_T^{sub}=45.64$. Il est à noter que l'apparition de la convection se produit à convection nulle, cependant, la bifurcation se produit par convection à amplitude finie. Pour $D_u=0.02$, la bifurcation est purement souscritique et l'apparition de la convection se produit à $R_T^{sub}=77.78$. Selon la solution analytique, le seuil d'apparition de la convection supercritique est déterminée lorsque R_T^{sub} est déterminé quand $\Psi_0=0$ et $d_2=0$. Cependant, pour le début de convection souscritique au seuil critique R_T^{sub} pourrait être obtenue à partir de $d_1^2 + d_2 = 0$. À partir des figures 8, 9 et 10, on constate que l'augmentation de Sr rend le système plus instable et déclenche l'écoulement convectif précoce. L'intensité de l'écoulement Ψ_0 et le débit de transfert de chaleur Nu augmentent de manière significative. Toutefois, le nombre de Sherwood diminue lorsque R_T est grande

6. Conclusion

La convection naturelle à double diffusion, dans une couche poreuse horizontale soumise à des flux uniformes de chaleur et de masse, a été étudiée analytiquement et numériquement en présence des effets Soret et Dufour. Les solutions numériques ont été obtenues en utilisant une méthode de différences-finies, mais la solution analytique a été obtenue pour une cavité élongée ($A \gg 4$) en utilisant l'approximation d'écoulement parallèle au centre de cavité étudié. L'influence des paramètres gouvernants sur l'intensité de l'écoulement et les nombres de Nusselt et de Sherwood a été étudiée et discutée. Les principales caractéristiques prédites par la solution analytique sont validées avec précision par les solutions numériques des équations gouvernantes. Il a été constaté que l'effet Dufour peut modifier considérablement la stabilité de la convection, qui à son tour affecte les taux de transfert de chaleur et de masse. L'existence d'écoulement convectif souscritique et supercritique a été démontrée et le comportement des bifurcations dépend fortement des paramètres et des nombres de Dufour.

Références

1. D.A. Nield, A. Bejan, Convection in Porous Media (2006) 3rd Edition.
2. K. Vafai, Hand book of porous media, Taylor and Francis, New York (2005) 2nd Edition.
3. K. Vafai, E.R.G. Eckert, R.M. Drake, Analysis of heat and mass transfer, McGraw-Hill, New York (1972).
4. J.K. Platten, J.C. Legros, Convection in liquids. Springer, New York (1984).
5. A. Mojtabi, M.C. Charrier-Mojtabi, Double-diffusive convection in porous media, Handbook of Porous media, Taylor and Francis, New York(2005) 269-320, 2nd Edition.
6. R. Rosanne, M. Paszkuta, E. Tevissen, P.M. Adler, Thermodiffusion in a compact clay. J. Colloid Interface Sci. 267 (2003) 194–203
7. L.B. Benano-Melly, J.P. Caltagirone, B. Faissat, F. Montel, P. Costeseque, Modeling Soret coefficient measurement experiments in porous media considering thermal and solutal convection. Int. J. Heat Mass Transfer, 44 (2001) 1285–1297.
11. J.A. Weaver R. Viskanta, Natural convection due to horizontal temperature and concentration gradients-2. Species interdiffusion, Soret and Dufour effects. Int. J. Heat Mass Transfer. 34, 12 (1991) 3121-3133.
12. M. Mamou, P. Vasseur, Thermosolutal bifurcation phenomena in porous enclosures subject to vertical temperature and concentration gradients, J. Fluid Mech., 395 (1999) 61-85.
13. M. Mamou . 1998 Convection thermosolutale dans des milieux poreux et fluides confinés, Thèse de Doctorat, École Polytechnique de Montréal, Canada
14. L. Kalla, Convection naturelle au sein d'une cavité poreuse saturée par un fluide binaire, Thèse de Doctorat, École Polytechnique de Montréal, Canada
15. S. Dina, Effet du champ magnétique sur la convection naturelle d'un fluide binaire en milieu poreux confiné, mémoire en science appliquée, École Polytechnique de Montréal, Canada

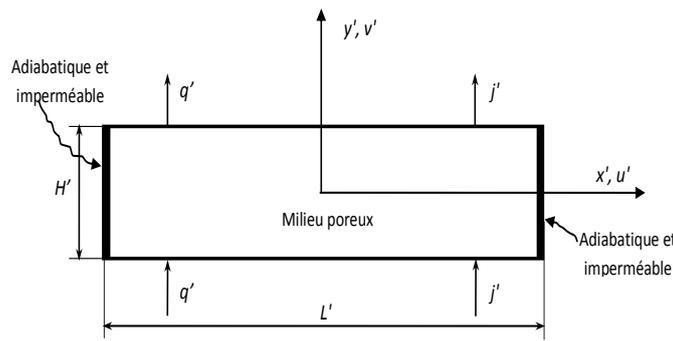


Figure 1 : Géométrie du problème étudié.

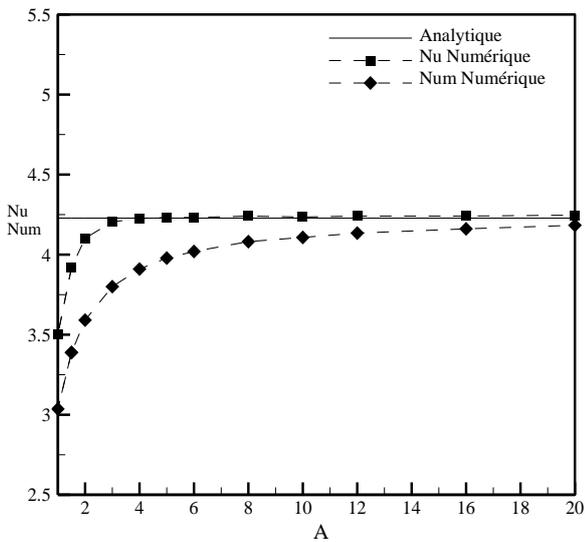


Figure 2 : Effet du rapport d'aspect sur Nu pour $R_T = 100$, $Le = 2$, $N = 1$, $Sr = -0.1$ et $Du = 0.1$.

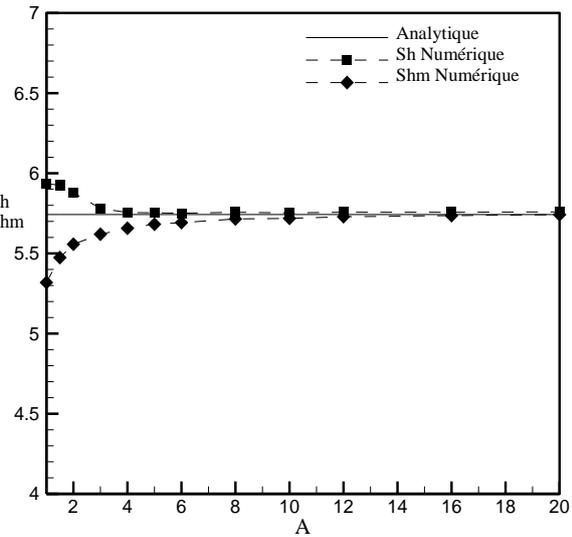


Figure 3 : Effet du rapport d'aspect sur Sh pour $R_T = 100$, $Le = 2$, $N = 1$, $Sr = -0.1$ et $Du = 0.1$.

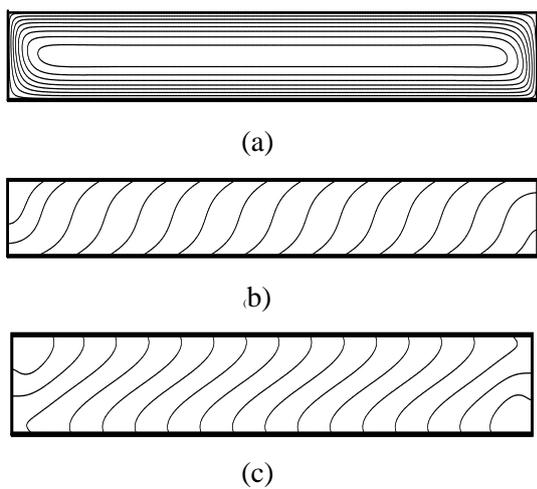


Figure 4 : Lignes de courant (a), isothermes (b) et isoconcentrations (c) pour $R_T = 50$, $Le = 2$, $N = 0.5$, $Sr = 1.1$, $Du = 0.2$ et $A = 10$.

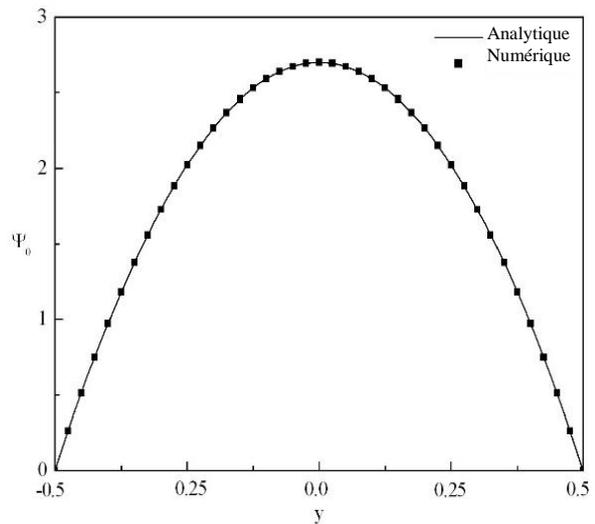


Figure 5 : Fonction de courant pour $R_T = 50$, $Le = 2$, $N = 0.5$, $Sr = 1.1$, $Du = 0.2$ et $A = 10$.

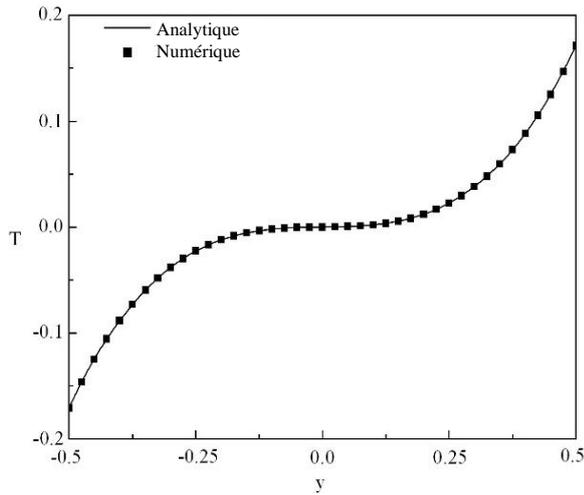


Figure 6 : Évolution de la température pour : $R_T=50, Le=2, N=0.5, Sr=1.1, Du=0.2$ et $A=10$.

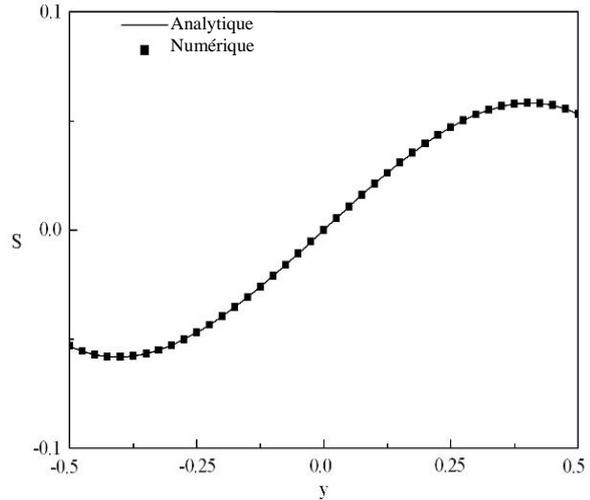
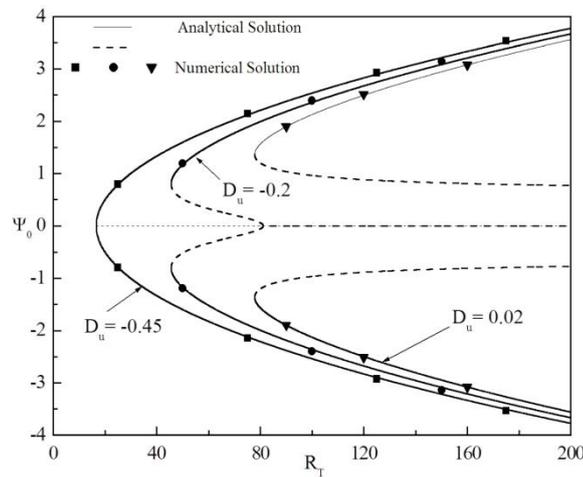
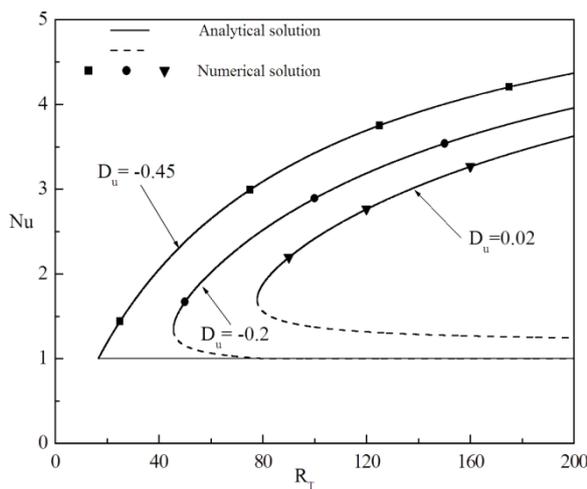


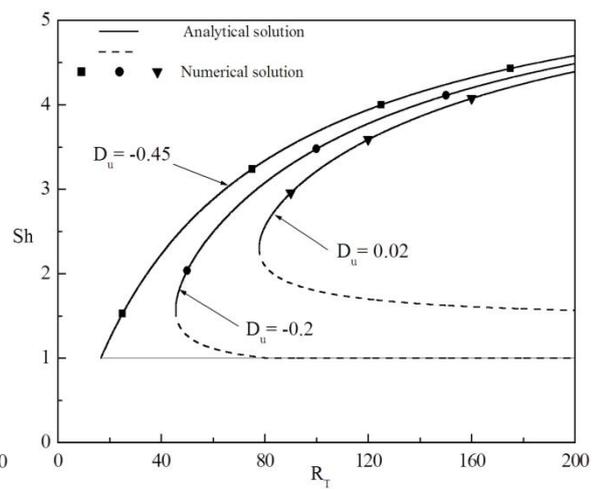
Figure 7 : Évolution de la concentration pour : $R_T=50, Le=2, N=0.5, Sr=1.1, Du=0.2$ et $A=10$.



(a)



(b)



(c)

Figure 8 : Diagramme de bifurcation de : a) fonction de courant Ψ_0 , b) nombre de Nusselt Nu , c) nombre de Sherwood Sh en fonction de R_T pour $Le=2, N=-1, Sr=0.2$ et $D_u=-0.45, -0.2$ et 0.02