

Stabilité de la convection naturelle MHD dans une cavité carrée avec génération de la chaleur interne

Farid BERRAHIL^{1*}, Smail BENISSAAD²

¹Département des Sciences et Techniques, Faculté des Sciences et de la Technologie, Centre Universitaire Abdelhafid Boussouf - Mila

²Laboratoire d'Énergétique Appliquée et de Pollution
Département de Génie Mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université des Frères Mentouri – Constantine. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie

* auteur correspondant : farid.berrahil@centre-univ-mila.dz

Résumé - Le présent travail a pour but d'étudier numériquement la convection naturelle instationnaire dans une cavité carrée différentiellement chauffée remplie du lithium liquide ($Pr = 0.0321$), en présence d'un champ magnétique externe et une source de chaleur interne. La méthode des volumes finis est utilisée pour la résolution du système d'équations qui régit l'écoulement MHD. L'apparition des instationnarités est liée à la perte de stabilité de l'écoulement

au travers d'une bifurcation de type Hopf caractérisé par un mouvement périodique des structures. Deux orientations du champ magnétique ont été considérées dans le but d'avoir la meilleure stabilisation de l'écoulement.

Mots Clés : Convection naturelle, champ magnétique, source de chaleur interne, bifurcation de Hopf.

Nomenclature

A	rapport d'aspect géométrique, L/H	X, Y	coordonnées adimensionnelles
B	vecteur du champ magnétique, T	T	température dimensionnelle, K
B_0	intensité du champ magnétique, T	<i>Symboles grecs</i>	
c_p	chaleur spécifique, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
f	force de Lorentz, $N.m^{-3}$	β	coefficient of thermal expansion, K^{-1}
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$	δ	période adimensionnelle d'une oscillation
Gr	nombre de Grashof, $g\beta(T_h - T_c)H^3/\nu^2$	θ	température adimensionnelle
H	hauteur de la cavité, m	ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
Ha	nombre de Hartmann, $B_0H\sqrt{\sigma/\rho\nu}$	ξ	fréquence adimensionnelle
L	longueur de la cavité, m	ρ	masse volumique, $kg.m^{-3}$
P	pression dimensionnelle	σ	conductivité électrique, $\Omega^{-1}.m^{-1}$
Pr	nombre de Prandtl, ν/α	τ	temps adimensionnel
Q	génération de chaleur interne, $W.m^{-3}$	ψ	fonction de courant adimensionnelle
Ra_E	nombre de Rayleigh externe, $g\beta\Delta TH^3/\alpha\nu$	ϕ	variable générale
Ra_I	nombre de Rayleigh interne, $g\beta QH^5/\alpha k\vartheta$	$\Delta\tau$	pas du temps adimensionnel
S_Q	paramètre de source de chaleur interne, $QH^2/\nu\rho c_p(T_h - T_c)$	<i>Indices et exposants</i>	
T	température dimensionnelle, K	c	froid
U, V	vitesse adimensionnelle horizontale et verticale	Cr	critique
V	vecteur de vitesse, $m.s^{-1}$	EM	électromagnétique
		h	chaud
		n	nombre d'itération

1. Introduction

La convection naturelle dans les enceintes a suscité une attention considérable dans les dernières décennies et continuera à être un champ de recherches intéressant et fondamental. Cet intérêt est dicté pour ses diverses applications technologiques, telles que les systèmes d'énergie solaire et les réacteurs nucléaires, le refroidissement des composants électroniques, et divers processus industriels.

Ces dernières années, des études ont été menées sur les écoulements de la convection naturelle des fluides de faibles nombres de Prandtl en présence d'un champ magnétique. L'étude de ces écoulements dans les milieux confinés a un intérêt immense dans plusieurs applications industrielles. Parmi lesquelles, la conception des équipements thermiques pour le refroidissement et la régénération efficace du tritium à partir du lithium liquide ($Pr = 0.0321$) dans les réacteurs de plasma de type Tokamak [1] et la production des cristaux de bonne qualité [2]. L'étude de l'écoulement magnétohydrodynamique (MHD) a fait l'objet de plusieurs travaux. Cependant, dans la majorité des cas, ces travaux se sont intéressés à la convection naturelle sans source de chaleur interne. Benhadid *et al.* [3] ont mené des études analytiques et numériques sur la convection naturelle dans une configuration horizontale de Bridgman en incluant les effets de la surface libre. Ils se sont concentrés sur l'écoulement d'un métal liquide conducteur d'électricité contenu dans une cavité rectangulaire ($A = 4$) différentiellement chauffée soumis à un champ magnétique vertical constant. Le seuil de l'instabilité oscillatoire de l'écoulement de la

convection naturelle dans une cavité rectangulaire ($A = 4$) d'un fluide de faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.015$) sous l'action d'un champ magnétique uniforme externe a fait l'objet d'une étude réalisée par Gelfgat *et al.* [4]. Les diagrammes de stabilité présentés indiquent la dépendance du nombre de Grashof critique avec le nombre de Hartmann. Mehmet *et al.* [5] ont étudié l'effet d'un champ magnétique sur la convection naturelle dans une cavité rectangulaire inclinée et chauffée d'un côté et refroidi du côté adjacent. Leurs résultats ont prouvé que l'inclinaison et l'allongement de l'enceinte et l'intensité et la direction du champ magnétique induisent des effets importants sur les champs d'écoulement et de température. Bessaih *et al.* [6] ont présenté une étude numérique sur la convection naturelle oscillante pendant la solidification d'un métal liquide ($Pr = 0.015$) contenu dans une cavité rectangulaire ($A = 4$) et soumise à un champ magnétique externe et uniforme. Les diagrammes de stabilité obtenus ont montré la dépendance du nombre de Grashof critique et la fréquence critique des oscillations avec le nombre de Hartmann. La stabilisation la plus forte de l'écoulement de la convection a été trouvée quand le champ magnétique est orienté verticalement.

Dans d'autres investigations, certains auteurs se sont intéressés à l'étude de la convection naturelle avec la présence du chauffage volumique seulement. Fusegi *et al.* [7] ont examiné numériquement la convection naturelle dans une cavité rectangulaire différentiellement chauffée avec la génération de chaleur interne pour plusieurs rapports d'aspect. Les deux principaux paramètres pour ce problème sont le nombre de Rayleigh externe, Ra_E , qui représente l'effet dû au gradient température des parois latérales, et le nombre de Rayleigh interne, Ra_I , qui représente la force de génération de la source. Ils ont trouvé une bonne compatibilité avec les résultats expérimentaux de Kawara *et al.* [8] concernant les caractéristiques du champ thermique et de l'écoulement. Hyun *et al.* [9] ont fait des études numériques pour décrire l'évolution de l'écoulement instationnaire de la convection naturelle ($Pr = 0.7$) dans une cavité carrée en présence d'une source de chaleur interne. Leurs résultats indiquent que l'évolution temporelle de la fonction de courant passe par trois étapes pour des rapports S ($S = Ra_I / Ra_E$) élevés. Rahman *et al.* [10] ont réalisé des investigations numériques sur l'écoulement de la convection naturelle avec ou sans source de chaleur interne pour différents allongements et divers angles d'inclinaison d'une enceinte rectangulaire. Kandaswam *et al.* [11] ont étudié numériquement la convection naturelle instationnaire dans une cavité chauffée par les parois verticales par contre les parois horizontales sont supposées adiabatiques avec la présence d'une source de chaleur interne. Ils ont considéré plusieurs rapports d'aspect et plusieurs combinaisons entre l'effet de la source de chaleur et le déplacement des parois actives chauffées et refroidies pour différents fluides.

Dans les dernières années, on trouve dans la littérature peu de travaux qui ont étudié l'effet combiné du chauffage volumétrique et l'application du champ magnétique sur l'écoulement de la convection naturelle. Sarris *et al.* [12] ont étudié numériquement la convection naturelle dans une cavité carrée latéralement chauffée remplie du lithium liquide, en présence d'un champ magnétique horizontale et une source de chaleur. Ils ont remarqué que lorsque le rapport S augmente, l'écoulement devient instable. Mais, ils ont trouvé que l'écoulement instable devient stable pour quelques cas. Le même problème a été repris par Pelekasi [13] afin d'examiner la stabilité de l'écoulement. Les diagrammes de stabilité sont donnés pour différentes valeurs de Ha , Gr et S_0 . Il a conclu que lorsque le paramètre source S_0 croît l'écoulement devient instable, tandis que, l'augmentation de l'intensité du champ magnétique stabilise le système.

Dans ce travail, on propose une étude numérique bidimensionnelle de la convection naturelle MHD avec la génération d'une source de chaleur volumique dans une enceinte différentiellement chauffée. En particulier, on s'intéresse à l'écoulement instationnaire du lithium liquide ($Pr =$

0.0321) dans une cavité carrée ($A = 1$) et sa stabilisation en utilisant un champ magnétique dans deux directions différentes horizontale et verticale (fig.1).

2. Modèle mathématique

Afin de simplifier la formulation mathématique de nos problèmes, nous adapterons les hypothèses simplificatrices suivantes: l'écoulement est laminaire et instationnaire, Les propriétés physiques du fluide sont supposées constantes, l'approximation de Boussinesq est valide et la dissipation visqueuse, l'effet Joule [4] et le champ magnétique induit [3] sont négligeables.

Dans le cas d'application d'un champ magnétique sur l'écoulement, la force de Lorentz générée pour des frontières électriquement isolantes s'écrit comme suit [4]:

$$f_{EM} = \sigma[V \times B] \times B \quad (1)$$

Les équations de continuité, de quantité de mouvement et d'énergie adimensionnelles, qui gouvernent notre problème sont obtenues en utilisant les grandeurs de référence suivantes: H^2/ϑ , H , ϑ/H , $\rho(\vartheta/H)^2$ pour le temps, la longueur, la vitesse, la pression, respectivement, et $\theta = (T - T_c)/(T_h - T_c)$ pour la température adimensionnelle.

Donc notre système d'équations adimensionnelles s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right] + F_{EMx} \quad (3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right] + Gr\theta + F_{EMy} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \frac{1}{Pr} \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] + S_Q \quad (5)$$

où:

F_{EMx} , F_{EMy} représentent respectivement, les forces de Lorentz adimensionnelles suivant les directions x et y . Leurs expressions s'écrivent comme suit [4]:

$$\bullet \quad B = B_x: \begin{cases} F_{EMx} = 0 \\ F_{EMy} = -(Ha)^2 V \end{cases} \quad (6.a)$$

$$\bullet \quad B = B_y: \begin{cases} F_{EMx} = -(Ha)^2 U \\ F_{EMy} = 0 \end{cases} \quad (6.b)$$

L'adimensionnelisation du système d'équations introduit les paramètres de contrôle du problème : Gr nombre de Grashof, S_Q paramètre source, Ha nombre de Hartmann, Pr nombre de Prandtl et A rapport d'aspect.

Les conditions initiales et aux limites adimensionnelles du problème considéré s'écrivent sous la forme suivante:

Pour $\tau = 0$: $U = V = \theta = 0$, la source de chaleur interne est soudainement branchée.

Pour $\tau > 0$:

$$\left. \begin{array}{l} \text{à } X = 0, \quad 0 \leq Y \leq 1: \quad U = V = 0, \quad \theta = 1 \\ \text{à } X = L, \quad 0 \leq Y \leq 1: \quad U = V = 0, \quad \theta = 0 \\ \text{à } Y = 0, \quad 0 \leq X \leq A: \quad U = V = 0, \quad \partial\theta/\partial Y = 0 \\ \text{à } Y = H, \quad 0 \leq X \leq A: \quad U = V = 0, \quad \partial\theta/\partial Y = 0 \end{array} \right\} (7)$$

L'étude du transfert de chaleur dans l'enceinte soumise à des températures différentes, nécessite la détermination du taux de transfert de chaleur exprimé par le nombre de Nusselt évalué le long des parois latérales à $x = 0$ et A :

$$\overline{Nu}_{x=0,A} = \int_0^1 \left(-\frac{\partial \theta}{\partial X} \right) dY \quad (8)$$

3. Modèle numérique

La résolution numérique du système d'équations est effectuée par une méthode de type volumes finis [14] utilisant un schéma d'Euler retardé d'ordre deux pour discrétiser les dérivées temporelles. Les termes convectifs, le terme de poussée thermique et les termes non linéaires sont approchés par la discrétisation d'Adams-Bashforth. La discrétisation temporelle des gradients de pression et des termes diffusifs est implicite. Le schéma des différences centrées est utilisé pour la discrétisation spatiale. La résolution du couplage vitesse-pression est assurée par l'algorithme SIMPLER [14].

La convergence à l'état stationnaire est atteinte lorsque le bilan de conservation de masse et d'énergie est satisfait après chaque itération en vérifiant que la différence de la variable dépendante $\phi(U, V, \theta)$ de deux itérations consécutives (n et $n + 1$) soit négligeable $(\phi^{n+1} - \phi^n) / \phi^n \leq \varepsilon = 10^{-4}$.

Pour la présente étude, le bilan thermique est vérifié lorsque [15]:

$$\overline{Nu}_{x=0} + S_Q \text{Pr} A = \overline{Nu}_{x=A} \quad (9)$$

Avant d'aborder nos calculs numériques, la première étape consiste en priorité à valider notre code de calcul développé en comparant nos résultats avec ceux disponibles dans la littérature. A cet effet, nous avons gardé les mêmes paramètres de contrôle utilisés dans ces travaux et en prenant la valeur 10^{-6} pour le pas du temps. La première comparaison en l'absence de la source de chaleur interne, a été faite avec les résultats numériques obtenus par Gelfgat *et al.* [4] qui ont considéré le cas de la convection naturelle MHD instationnaire d'un fluide à faible nombre de Prandtl ($Pr = 0.015$) dans une cavité rectangulaire ($A = 4$). Dans le cas où le champ magnétique est orienté horizontalement, les différences maximales en termes de ψ_{max} , ψ_{min} et ξ ne dépassent pas 5%, comme on peut le voir sur le tableau (1).

Tableau 1 : Comparaison avec les résultats de l'écoulement oscillatoire de la référence [4]

	Gr_{cr}	Ha	ψ_{min}	ψ_{max}	δ
Gelfgat et al. [4]	1.32×10^5	0	0.0	79.625	-
Travail présent			0.0	79.534	-
Gelfgat et al. [4]	5.37×10^6	20	-1.919	365.18	-
Travail présent			-2.022	365.593	-
Gelfgat et al. [4]	5.50×10^6	20	-	-	3.30×10^{-3}
Travail présent			-	-	3.22×10^{-3}

La dernière confrontation a été réalisée avec les résultats numériques de Sarris *et al.* [12] mais en considérant dans ce cas la convection naturelle dans une cavité carrée ($A = 1$) remplie du lithium liquide ($Pr = 0.0321$) avec la présence du chauffage volumique et du champ magnétique horizontale. La figure (2) montre nos résultats et ceux de Sarris en termes de fonctions de courant et des isothermes pour $Ra_E = 10^6$, $Ha = 38$ et $S = 5.5$. D'après cette figure un bon accord est obtenu qualitativement. Par conséquent, ces résultats fournissent la confirmation de

l'exactitude de la méthode numérique actuelle pour étudier la convection naturelle MHD dans une enceinte bidimensionnelle avec la présence d'une source de chaleur volumique.

4. Résultats et discussion

Nous avons effectué une série de calculs de la convection naturelle MHD dans une cavité carrée ($A = 1$) remplie du lithium ($Pr = 0.0321$) pour déterminer le paramètre source critique $S_{Q_{Cr}}$ qui est le point de bifurcation de l'écoulement stationnaire à l'écoulement oscillatoire. Afin de s'assurer que le comportement oscillant de l'écoulement n'est pas numérique, les évolutions temporelles des solutions ont été examinées en continuant les calculs avec un pas du temps réduit (en divisant le pas du temps sur deux). Dans ce cas, nous avons trouvé que les amplitudes des évolutions temporelles restent maintenues. En revanche, la sensibilité du maillage est étudiée sur la solution instationnaire pour $Gr = 10^6$ et $S_Q = 75$, ou nous avons utilisé un maillage très fin qui contient (142×142) de mailles. D'après la figure (3), un comportement oscillatoire a été constaté en mettant en évidence que l'instabilité est physique et n'est pas due aux arrondissements des erreurs. De plus les fréquences adimensionnelles déterminées à l'aide de la transformation de Fourier rapide (TFR) montrent que la différence entre le maillage de (72×72) mailles ($\xi = 177,262$) et un maillage plus fin ($\xi = 178,345$) ne dépasse pas 0.6%.

Les diagrammes de stabilité illustrés sur la figure (4) sont obtenus en fixant la valeur de Gr à 10^5 et 10^6 . Ces diagrammes montrent que la transition à l'instationnarité des solutions s'effectue pendant l'augmentation progressive du paramètre source en examinant le comportement temporel des solutions numériques (Il s'agit de l'évolution temporelle des nombres de Nusselt et des solutions à quelques points soigneusement sélectionnés). A partir de ces courbes, lorsque S_Q atteint certains seuils, l'écoulement devient oscillatoire et périodique avec un battement des cellules à une amplitude constante. Pour des nombres de paramètre source inférieurs à $S_{Q_{Cr}} = 4.5 \times 10^3$ pour le cas $Gr = 10^5$ et $Ha = 0$, le système est attiré vers un point fixe représentant un état stationnaire. Au-delà de cette valeur critique, le système bifurque et est attiré vers un cycle limite indiquant un mouvement périodique de l'écoulement (fig.5). De plus, le temps pour atteindre l'écoulement asymptotique est d'autant plus long que le nombre du paramètre source est proche de la valeur critique et le temps nécessaire pour l'atteindre se comporte comme $(S_Q - S_{Q_{Cr}})^{-1}$. Dans ce cas les temps nécessaires pour obtenir des solutions à amplitude finie tendent vers l'infini.

Notons que l'apparition de l'instabilité oscillatoire est liée au fait que l'écoulement perd sa stabilité au travers d'une bifurcation de type Hopf [16]. Pour s'assurer que cette bifurcation est de Hopf, on procède de la façon suivante: pour une bifurcation de Hopf supercritique, l'amplitude des solutions périodiques est proportionnelle à $(Gr - Gr_{Cr})^{1/2}$, donc on va calculer les solutions supercritiques pour différentes valeurs de Gr au voisinage de Gr_{Cr} afin d'éviter par exemple tout effet de modulation d'amplitude, après, on va examiner la relation entre l'amplitude A_{amp} des solutions et le nombre de Gr et finalement on va extrapoler les résultats à $A_{amp} = 0$ pour obtenir Gr_{Cr} . Nous avons présenté dans la figure (6) la courbe $(A_{amp}^2 - Gr)$: comme indiqué par la figure la relation quasi-linéaire confirme donc que la bifurcation est supercritique. L'extrapolation de cette courbe nous donne le nombre de Grashof critique égal à $Gr_{Cr} = 9.993 \times 10^5$ pour $S_Q = 750$ et $Ha = 0$.

Généralement, le champ magnétique imposé affaiblit l'écoulement, ce qui mène à une augmentation du nombre critique du paramètre source pour lequel l'écoulement perd sa stabilité. La figure (7) montre les évolutions temporelles du nombre de Nusselt moyen près de la paroi chaude et froide pour $Gr = 10^6$, $S_Q = 2.75 \times 10^4$ et $Ha = 40$ (champ magnétique horizontal).

Ces signaux sont clairement périodiques et oscillent par rapport à une valeur moyenne. La différence entre les valeurs moyennes des nombres de Nusselt près des parois chaude et froide représente la quantité ($S_Q \times Pr$) issue de l'équilibre thermique dans l'enceinte (eq.10), ce qui confirme nos constatations. Il faut noter que le champ magnétique horizontal a un effet stabilisant plus fort que le vertical en comparant les valeurs trouvées des paramètres source critiques. Celles-ci sont supérieures pour le cas d'un champ magnétique vertical pour la même valeur du nombre de Hartmann. Par exemple, pour $Gr = 10^5$, $S_Q = 4.5 \times 10^3$ et pour des valeurs faibles du nombre de Hartmann $Ha < 10$, le champ magnétique n'a aucun effet stabilisant sur l'écoulement. A partir de $Ha = 15$, la valeur du paramètre source critique augmente et cette augmentation devient supérieure pour le cas d'un champ magnétique horizontal. Ceci indique que le champ magnétique horizontal a un effet important sur la stabilité de l'écoulement. Il a été remarqué que pour $Ha = 35$, les valeurs du paramètre source critique se rapprochent quelque soit l'orientation du champ magnétique (horizontale ou verticale). Le diagramme de stabilité pour $Gr = 10^6$ montre que le champ magnétique dans le cas $S_{Q_{cr}} = 750n$ n'a aucun effet significatif sur la stabilité de l'écoulement malgré l'augmentation de son intensité jusqu'à $Ha = 10$ pour un champ magnétique dirigé horizontalement et $Ha = 15$ s'il est vertical. La figure 8 révèle un résultat intéressant, où l'augmentation de l'intensité du champ magnétique a amplifié les amplitudes des instabilités. Notons que l'évolution temporelle de la vitesse U au milieu de l'enceinte est choisie parce qu'elle représente l'amplitude des oscillations la plus élevée par rapport aux oscillations de la même vitesse pour les autres points de l'enceinte. La figure 8 (a) montre que la stabilisation de l'écoulement passe par trois étapes. Pour $Ha = 5$, on observe une augmentation importante de l'amplitude des oscillations par rapport aux oscillations lorsque $Ha = 0$ et puis une diminution pour $Ha = 10$. Finalement l'écoulement se stabilise à $Ha = 15$. C'est la remarque qu'on peut faire dans le cas où le champ magnétique est vertical (fig.8b), seulement l'augmentation des amplitudes dans ce cas est progressive de $Ha = 0$ jusqu'à $Ha = 15$ et puis une stabilisation des oscillations pour $Ha = 20$.

Afin de mieux expliquer le phénomène et donner quelques informations sur la structure spatiale, on observe l'évolution oscillatoire des champs d'écoulements et de températures dans le temps. La figure (9) montre les fonctions de courant et les isothermes au cours d'une période. La nature oscillatoire de la vitesse U au milieu de l'enceinte pour $Gr = 10^5$, $S_{Q_{cr}} = 4.5 \times 10^3$ et $Ha = 0$, indique que la périodicité des instabilités est liée à la dilatation, le rétrécissement des cellules principales et secondaires et aussi à la naissance de nouvelles cellules secondaires.

Pour déterminer la fréquence fondamentale et ces harmoniques caractéristiques, on utilise la transformation de Fourier rapide. Le spectre de puissance pour $Gr = 10^5$, $Ha = 10$ et $S_Q = 15 \times 10^3$, 16×10^3 et 17×10^3 (Champ magnétique horizontal) montré dans la figure (10) a été calculé à partir de l'évolution temporelle de la vitesse horizontale U au milieu de l'enceinte. Ce spectre illustre la présence d'une fréquence de base $\xi = 781.863$, $\xi = 804.008$ et $\xi = 809.991$ et de leurs harmoniques impaires. À mesure que le paramètre source critique augmente, les amplitudes des oscillations deviennent plus grandes, alors que leurs périodes δ deviennent plus courtes (une augmentation de la fréquence fondamentale).

5. Conclusion

L'étude numérique de l'écoulement instationnaire de la convection naturelle MHD avec un chauffage volumique dans une cavité carrée chauffée différentiellement a permis de retenir conclusions suivantes :

Pour des nombres de paramètre source suffisamment élevés, la transition vers l'instationnarité apparaît via une bifurcation de Hopf super-critique avec un mouvement oscillant.

Les diagrammes de stabilité montrent la dépendance du paramètre source critique $S_{Q_{Cr}}$ avec le nombre de Hartmann Ha .

Le champ magnétique a un effet plus important dans la direction horizontale que celle de la verticale dans le cas de la présence d'une source de chaleur interne dans l'écoulement.

L'augmentation du paramètre source au-delà de la valeur critique $S_{Q_{Cr}}$ engendre une augmentation des amplitudes d'oscillations et par conséquent une diminution de leurs périodes.

Références

6. A. Kharicha, S. Molokov, S. Aleksandrova, L. Bühler, Buoyant convection in the Helium-cooled Lithium lead blanket, in a strong uniform magnetic field. Forschungszentrum Karlsruhe, FZKA 6959 (2004).
7. D T J. Hurle. Crystal growing from the melt, Springer (1993).
8. H. BenHadid, D. Henry, S. Kaddeche, Numerical study of convection in the horizontal Bridgman configuration under the action of a constant magnetic field. Part 1. Two-dimensional flow. J. Fluid Mech. 333 (1997) 23-56.
9. AY. Gelfgat, PZ. Bar-Yoseph, The effect of an external magnetic field on oscillatory instability of convective flows in a rectangular cavity. Phys. Fluids. 13, 8 (2001) 2269-2278.
10. CEEB. Mehmet, Natural convection flow under a magnetic field in an inclined rectangular enclosure heated and cooled on adjacent walls. Fluid Dyn. Res. 38 (2006) 564-590.
11. R. Bessaih, S. Bouabdallah, Numerical study of oscillatory natural convection during solidification of a liquid metal in a rectangular enclosure with and without magnetic field. Numer. Heat Transfer, Part A, 54 (2008) 331-345.
12. T. Fusegi, JM. Hyun, K. Kuwahara, Numerical study of natural convection in a differentially heated cavity with internal heat generation: Effects of the aspect ratio. Trans ASME: J. Heat Transfer. 114 (1992) 773-777.
13. Z. Kawara, I. Kishiguchi, N. Aoki, I. Michiyoshi, Natural convection in a vertical fluid layer with internal heating. Proceedings, 27th National Heat Transfer Symposium of Japan 2 (1990) 115-117.
14. YM. Shim, JM. Hyun, Transient confined natural convection with internal heat generation. Int. J. Heat Fluid Flow. 18 (1997) 328-333.
15. M. Rahman and MAR. Sharif, Numerical study of laminar natural convection in inclined rectangular enclosures of various aspect ratios. Numer. Heat Transfer, Part A, 44 (2003) 355-373.
16. P. Kandaswamy, N. Nithyadevi, CO. Ng, Natural convection in enclosures with partially thermally active side walls containing internal heat sources. Phys. Fluids. 20, 097104 (2008) 1-9.
17. IE. Sarris, SC. Kakarantza, AP. Greco, NS. Vlachos, MHD natural convection in a laterally and volumetrically heated square cavity. Int. J. Heat Mass Transfer. 48 (2005) 3443-3453.
18. NA. Pelekasi, Linear stability analysis and dynamic simulations of free convection in a differentially heated cavity in the presence of a horizontal magnetic field and a uniform heat Source. Phys. Fluids. 18, 034101 (2006) 1-23.
19. SV. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere, New York (1980).
20. F. Berrahil, S. Benissaad, C. Abid, M. Medale, Natural convection with volumetric heat generation and external magnetic field in differentially heated enclosure. J. Mech. Eng. Science, 228, 15(2014) 2711-2727.

21.H. Wang, S.Xin, P. Le Quéré, Étude numérique du couplage de la convection naturelle avec le rayonnement de surfaces en cavité carrée remplie d'air. C. R. Mécanique 334 (2006) 48–57.

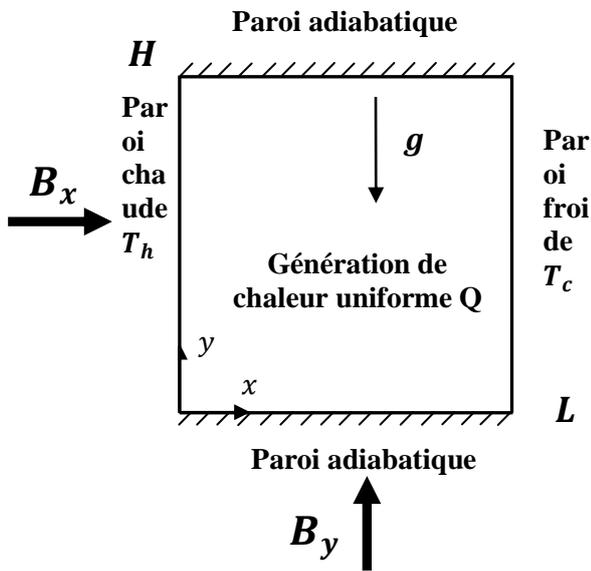


Figure 1 : Configuration du problème avec les conditions aux limites

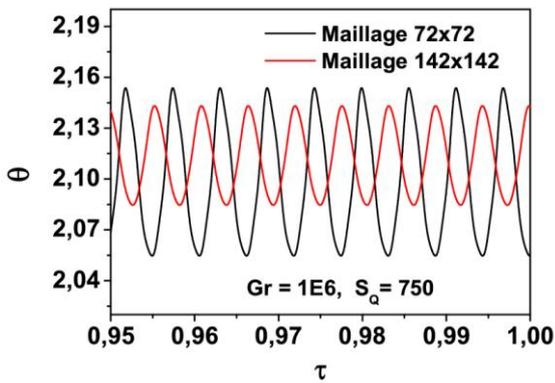


Figure 3 : Évolutions temporelles de la température adimensionnelle θ au milieu de l'enceinte pour deux maillage avec $Gr = 10^6$ et $S_Q = 750$

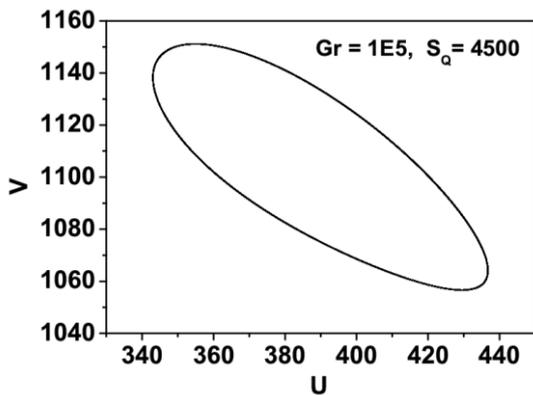


Figure 5 : Portrait de phase dans le plan (U, V) pour $Gr = 10^5$ et $S_Q = 4500$

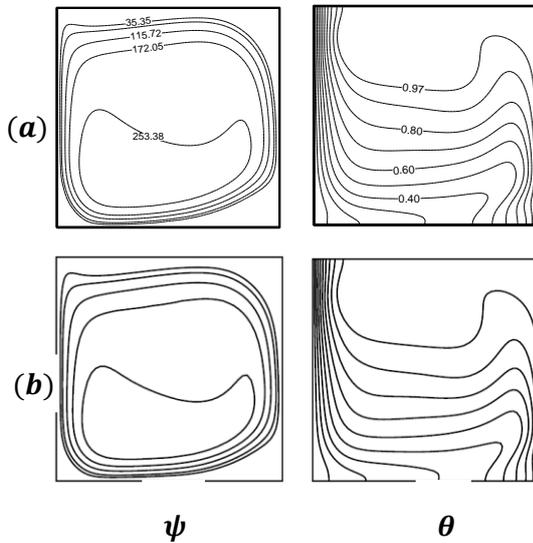


Figure 2 : Comparaison des fonctions de courants et des isothermes: (a) nos résultats, (b) résultats de Sarris et al [17]

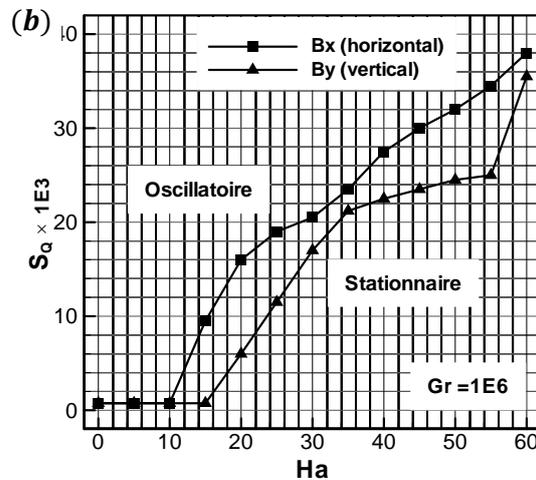
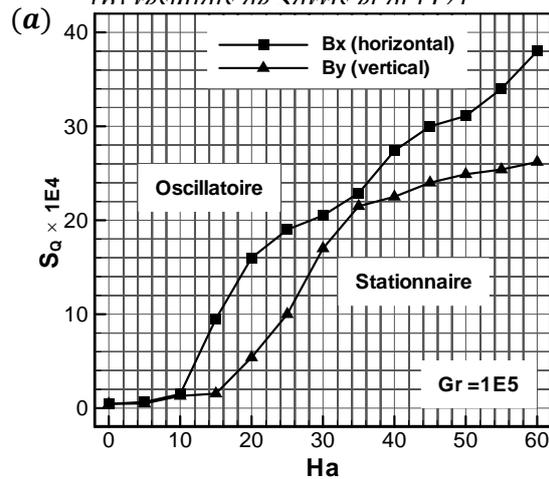


Figure 4 : Diagrammes de stabilité pour $Gr = 10^5$ (a) et 10^6 (b)

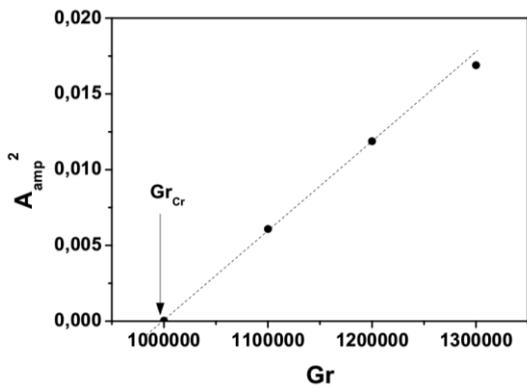


Figure 6 : Variation de l'amplitude au carré de la vitesse U au point $(0.5, 0.5)$ en fonction de Gr pour $S_Q = 750$ et $Ha = 0$

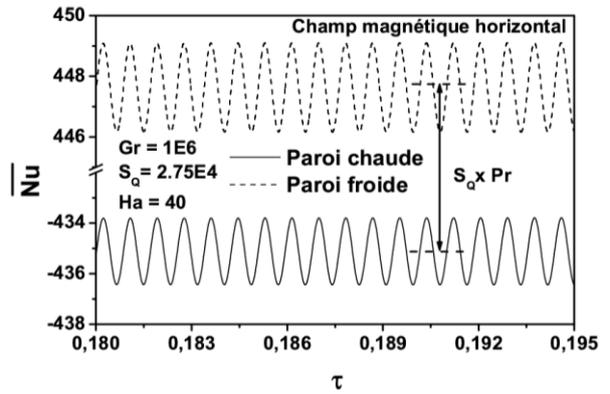


Figure 7 : Évolutions temporelles des nombres de Nusselt moyen près des parois chaude et froide pour $Gr = 10^6$, $S_Q = 2.75 \times 10^4$ et $Ha = 40$

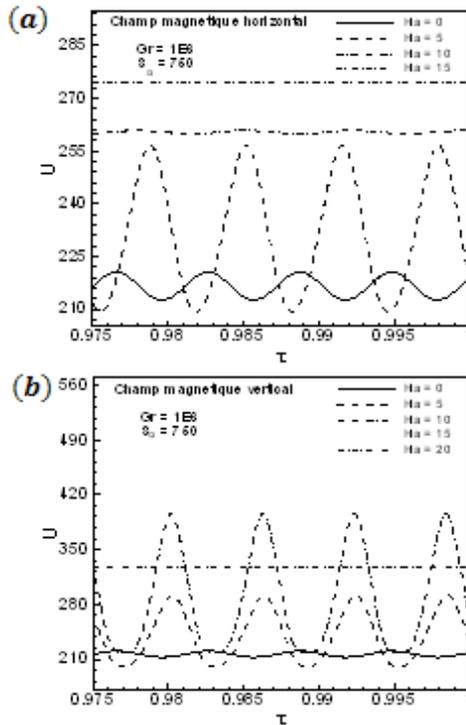


Figure 8 : Évolutions temporelles de la vitesse Upour $Gr = 10^6$, $S_Q = 750$ et pour différents nombre de Ha : (a) champ magnétique horizontal, (b) champ magnétique vertical

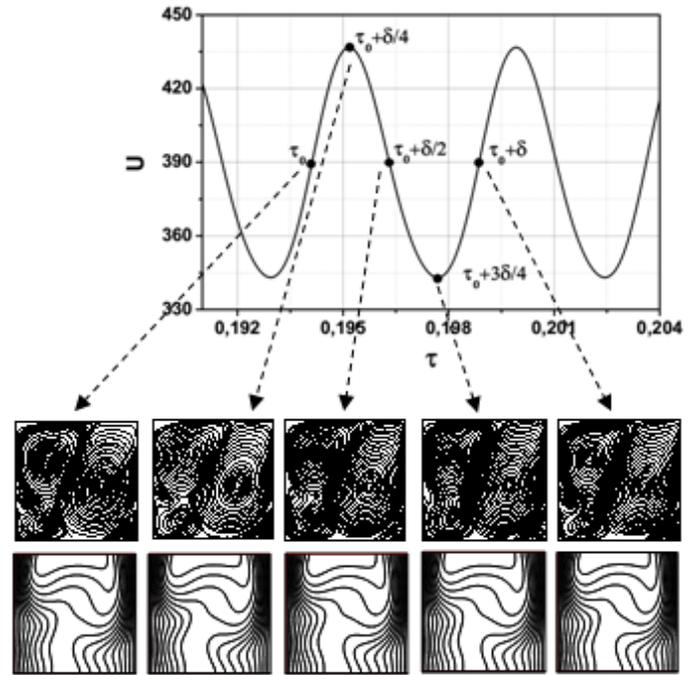


Figure 9 : Évolutions temporelles des lignes de courants et des isothermes durant une période d'oscillation pour $Gr = 10^5$, $S_Q = 4500$ et $Ha = 0$

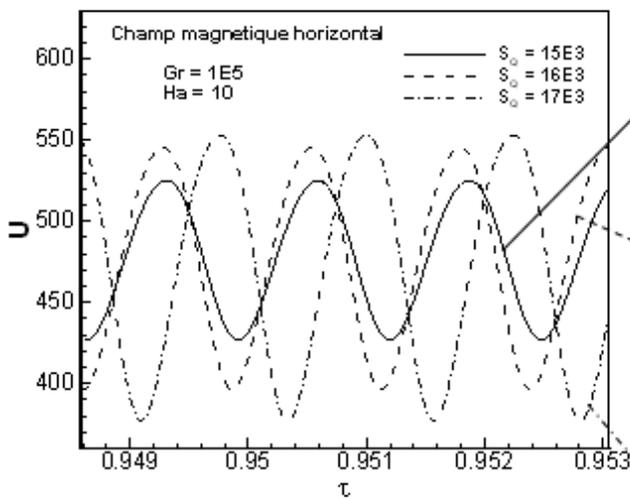


Figure 10 : Évolutions temporelles de la vitesse Upour $Gr = 10^6$, $Ha = 10$ et $S_Q = 1.5 \times 10^4$, 1.6×10^4 et 1.7×10^4 et les spectres d'énergie correspondants

