

Etude numérique de la convection naturelle dans une cavité rectangulaire contenant un nanofluide

Billel BOUDJENIBA, Salah LAOUAR*, El Hacene Mezaache

Laboratoire de Recherche sur la Physico-Chimie des Surfaces et Interfaces (LRPCSI)
Faculté des Sciences, Département des Sciences de la Matière, Université 20 août 1955 de Skikda

*Auteur correspondant : slaouar21@gmail.com

Résumé - La présente étude numérique concerne les transferts de chaleur par convection naturelle qui se développe à l'intérieur d'une cavité fermée rectangulaire contenant un nanofluide. La paroi horizontale inférieure est partiellement chauffée et les deux parois verticales de gauche et de droite sont refroidies sur leurs moitiés supérieures. Le reste des frontières est thermiquement isolé. Le nanofluide en question est à base d'eau et de particules nanométriques de cuivre. Le nombre de Rayleigh est un paramètre de l'étude avec la fraction volumique et le facteur de forme de la cavité. Cette étude nous a permis de développer un programme de résolution basé sur les différences finies, validé par la reproduction de travaux cités en littérature. Les principaux résultats de cette étude concernent l'amélioration des transferts suite à l'incorporation des nanoparticules dans les solutions utilisées principalement pour le refroidissement des systèmes énergétiques et l'effet du facteur de forme sur le mouvement ascendant des courants fluides.

Mots Clés : Nanofluides, Convection Naturelle, Cavité Rectangulaire.

Nomenclature

A	rapport d'aspect géométrique, L/H	x_p	position adimensionnelle de l'élément chauffant suivant x
C_p	chaleur spécifique à pression constante, $J.kg^{-1}.K^{-1}$	y_p	position adimensionnelle de l'élément chauffant suivant y
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$		
h	longueur adimensionnelle de l'élément chauffant,		
H	hauteur de la cavité, m		
K	conductivité thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$		
L	longueur de la cavité, m		
m	nombre de nœuds du maillage suivant y		
n	nombre de nœuds du maillage suivant x		
Pr	nombre adimensionnel de Prandtl		
Ra	nombre adimensionnel de Rayleigh		
t	temps adimensionnel		
T	température adimensionnelle		
T_c	température chaude, K		
T_f	température froide, K		
u	composante adimensionnelle de la vitesse suivant x		
v	composante adimensionnelle de la vitesse suivant y		
			<i>Symboles grecs</i>
			α diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
			β coefficient d'expansion volumique, K^{-1}
			ϕ fraction volumique des nanoparticules
			ψ fonction de courant adimensionnelle
			ω vorticité adimensionnelle
			ρ masse volumique, $kg.m^{-3}$
			μ viscosité dynamique, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
			Δt pas de temps adimensionnel
			<i>Indices et exposants</i>
			' grandeur dimensionnelle
			avg valeur moyenne
			eff effective
			f fluide
			nf nanofluide
			s solide

1. Introduction

La présence de particules d'oxydes métalliques ou métalliques de taille nanométrique dans un fluide de base (l'eau par exemple) contribue à l'amélioration des transferts de chaleur dans les échangeurs. En effet, la conductivité thermique est ainsi améliorée de plusieurs dizaines de pourcentage par rapport à celle du fluide de base [1]. En ce qui concerne ce dernier paramètre, une revue globale sur l'amélioration des transferts de chaleur suite à l'augmentation de la conductivité thermique en régime d'écoulement forcé peut être consultée en [1]. Des études sur l'effet de la concentration des nanoparticules (ou ce qui revient au même, la fraction volumique) sur l'augmentation de la conductivité ont été menées par Lee et al. [2] et Xuan et al. [3-4] et ont donné des valeurs entre 1 et 5% seulement pour une amélioration de plus de 20% des transferts thermiques. Il est même mentionné en littérature que cette augmentation peut atteindre les 60% pour 5% de fraction volumique [1]. Les travaux de Khanafer et al. [5] ont porté sur l'amélioration des transferts thermiques en régime de convection forcée à deux dimension en faisant varier deux paramètres essentiels ; le nombre adimensionnel de Grashof et la fraction volumique. Ils ont conclu que la présence des nanoparticules est la cause directe de l'intensification des transferts thermiques et que ces transferts sont proportionnels à l'augmentation du nombre de Grashof et de la fraction volumique. De plus, la présence des nanoparticules modifie la structure globale de l'écoulement.

En convection naturelle, on peut citer les travaux de Wang et al. [6] dans les enceintes fermées, ceux de Polidori et al. [7] sur l'amélioration des transferts. Oztop et al. [8], ont étudié numériquement la convection naturelle dans une enceinte rectangulaire partiellement chauffée sur une face et refroidit sur la face en regard et contenant des nanofluides, les autres parois étant isolées. Ils ont utilisé la méthode des volumes finis pour la résolution des équations de transport de la chaleur et de la quantité de mouvement. L'étude a mis en évidence l'effet du nombre de Rayleigh, de la longueur de l'élément chauffant et sa localisation, du rapport d'aspect de la cavité et de la fraction volumique sur la structure de l'écoulement en général et le transfert de chaleur en particulier. Le choix du type de nanoparticule a été déterminant, à savoir le cuivre, de même l'augmentation de la fraction volumique et la taille de l'élément chauffant favorisent le transfert de chaleur et en dernier lieu il faut noter que l'amélioration des transferts thermiques est directement liée à la diminution du rapport d'aspect favorisant ainsi le mouvement de flottabilité.

Dans la présente étude on s'intéresse à la convection naturelle dans une enceinte carrée contenant un nanofluide. Deux parois de l'enceinte en regards sont partiellement refroidies, alors que la paroi horizontale de bas est en partie chauffée, les autres frontières du domaine physique sont adiabatiques. Les résultats de notre simulation numérique sont relatifs à un rapport d'aspect égal à l'unité, deux valeurs de la longueur de l'élément chauffant et deux positions de ce dernier. Nous avons travaillé avec un code de calcul maison, validé par six travaux antérieurs, expérimental et numérique, dont certains sont bien explicités dans cette étude. La méthode des différences finies a été adopté avec une formulation fonction de courant-vorticité et une méthode implicite aux directions alternées pour l'écriture algébrique des équations de transport.

2. Formulation mathématique

Pour le système physique, on considère un nanofluide au sein d'une enceinte parallélépipédique de coupe rectangulaire de hauteur H et de largeur L . Le fluide de base est l'eau contenant des nanoparticules de cuivre. Les propriétés physiques sont résumées dans le tableau 1. Les axes de coordonnées ainsi que les conditions aux limites sont mentionnés sur la figure 1. Les demi parois verticales supérieures de gauche en $\mathbf{x}' = \mathbf{0}$ et de droite en $\mathbf{x}' = L$ sont maintenues à la température constante froide T_f alors que l'élément chauffant de la paroi horizontale de longueur h' en $\mathbf{y}' = \mathbf{0}$

est maintenue à une température constante T_c . Le reste des frontières est considéré adiabatique. On suppose que l'approximation de Boussinesq est valable et que le nanofluid est newtonien, incompressible, laminaire et à propriétés physiques constantes, sauf pour la masse volumique qui affecte le terme de gravité et qui est responsable du mouvement de convection. On néglige le rayonnement, la dissipation visqueuse et le travail dû à l'expansion volumique.

Tableau 1. Propriétés thermophysiques du fluide et de la nanoparticule[8]

Propriétés physiques	$C_p (J.kg^{-1}.K^{-1})$	$\rho (kg.m^{-3})$	$K (W.m^{-1}.K^{-1})$	$\alpha (m^2.s^{-1})$	$\beta (K^{-1})$
Phase fluide (eau)	4179	997.1	0.613	1.47×10^{-7}	21×10^5
Cuivre (Cu)	385	8933	400	11.631×10^{-5}	1.67×10^5

Pour les conditions aux limites et la condition initiale on pose :

$$\left\{ \begin{array}{l} u' = v' = \frac{\partial T'}{\partial y'} = 0 \quad \text{à } y' = H \quad \text{et} \quad 0 \leq x' \leq L \\ u' = v' = \frac{\partial T'}{\partial y'} = 0 \quad \text{à } y' = 0 \quad \text{et} \quad x'_p + \frac{h'}{2} < x' < x'_p - \frac{h'}{2} \\ u' = v' = \frac{\partial T'}{\partial x'} = 0 \quad \text{à } \begin{cases} x' = 0 \\ x' = L \end{cases} \quad \text{et} \quad 0 \leq y' < H/2 \\ \begin{cases} u' = v' = 0 \\ T' = T_c \end{cases} \quad \text{à } y' = 0 \quad \text{et} \quad x'_p + \frac{h'}{2} > x' > x'_p - \frac{h'}{2} \\ \begin{cases} u' = v' = 0 \\ T' = T_f \end{cases} \quad \text{à } \begin{cases} x' = 0 \\ x' = L \end{cases} \quad \text{et} \quad H/2 \leq y' \leq H \end{array} \right. \quad \text{pour } t' > 0 \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u' = v' = 0 \\ T' = \frac{1}{2}(T_c + T_f) \end{array} \right. \quad \text{pour } t' = 0 \quad (2)$$

Les équations du modèle mathématique en tenant compte des simplifications adoptées pour ce problème s'écrivent sous forme dimensionnelle :

Equation de continuité

$$\frac{\partial^2 \psi'}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \psi'}{\partial y'^2} = -\omega' \quad (3)$$

Equation de conservation de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \omega'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'} \left(u' \omega' - \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial \omega'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(v' \omega' - \frac{\mu_{nf}}{\rho_{nf}} \frac{\partial \omega'}{\partial y'} \right) = \left(\frac{\varphi \rho_s \beta_s + (1-\varphi) \rho_f \beta_f}{\rho_{nf}} \right) g \left(\frac{\partial T'}{\partial x'} \right) \quad (4)$$

Equation de l'énergie

$$\frac{\partial T'}{\partial t'} + \frac{\partial}{\partial x'} \left(u' T' - \alpha_{nf} \frac{\partial T'}{\partial x'} \right) + \frac{\partial}{\partial y'} \left(v' T' - \alpha_{nf} \frac{\partial T'}{\partial y'} \right) = 0 \quad (5)$$

Avec :

$$\alpha_{nf} = \frac{K_{eff}}{(\rho C_p)_{nf}} \quad (6)$$

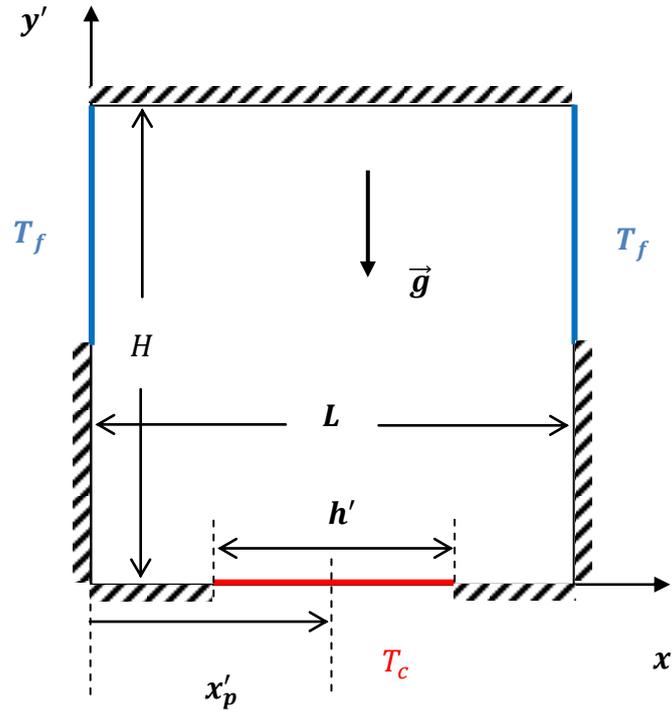


Figure 1 : modèle physique

K_{eff} : est la conductivité thermique effective du nanofluide approximée par le modèle de Maxwell-Garnetts [1] et donnée par :

$$\frac{K_{eff}}{K_f} = \frac{K_{nf}}{K_f} = \frac{K_s + 2K_f - 2\varphi(K_f - K_s)}{K_s + 2K_f + \varphi(K_f - K_s)} \quad (7)$$

Nous supposons bien entendu que la forme des nanoparticules de cuivre est sphérique [9]. De plus cette formulation est bien adaptée pour évaluer les améliorations des transferts thermiques. D'autres modèles existent en littérature, à savoir : le modèle de Hamilton-Crosser et le modèle de Yu-Choi, qui tiennent compte de la forme non sphérique des nanoparticules. Pour notre cas l'utilisation de l'équation (7) est relativement satisfaisante.

La chaleur massique du nanofluide est exprimée par : [2]

$$(\rho C_p)_{nf} = \varphi(\rho C_p)_p + (1 - \varphi)(\rho C_p)_f \quad (8)$$

Et la viscosité dynamique est donnée par Brinkman [10] :

$$\mu_{nf} = \frac{\mu_f}{(1 - \varphi)^{2.5}} \quad (9)$$

Concernant le champ de vitesse, il est lié à la fonction de courant par les relations :

$$\begin{cases} u' = \frac{\partial \psi'}{\partial y'} \\ v' = -\frac{\partial \psi'}{\partial x'} \end{cases} \quad (10)$$

Les équations précédentes peuvent être adimensionnées par l'introduction du groupe de paramètres sans dimensions suivant :

$$\begin{cases} (x, y) = \left(\frac{x'}{H}, \frac{y'}{H}\right) & ; & t = \frac{t' \alpha_f}{H^2} & ; & (u, v) = \left(\frac{u'H}{\alpha_f}, \frac{v'H}{\alpha_f}\right) \\ \psi = \frac{\psi'}{\alpha_f} & ; & \omega = \frac{\omega'H^2}{\alpha_f} & ; & T = \frac{T' - T_f}{T_c - T_f} \end{cases} \quad (11)$$

D'où le modèle suivant :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \quad (12)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uT - tdr \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(vT - tdr \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u\omega - Prm \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\omega - Prm \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) = Ra \cdot Pr \cdot Pnfr \frac{\partial T}{\partial x} \quad (14)$$

Avec

tdr : Rapport des diffusivités thermiques

$$tdr = \frac{\alpha_{nf}}{\alpha_f} = \frac{K_{nf}}{K_f} \frac{1}{(1-\phi) + \phi \frac{(\rho C_p)_p}{(\rho C_p)_f}} \quad (15)$$

Prm : Nombre de Prandtl modifié

$$Prm = \frac{Pr}{(1-\phi)^{2.5} ((1-\phi) + \phi \frac{\rho_p}{\rho_f})} \quad (16)$$

Ra : Nombre de Rayleigh

$$Ra = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu_f \alpha_f} \quad (17)$$

Et $Pnfr$: Rapport des paramètres du nanofluide

$$Pnfr = \frac{1}{1 + \frac{1-\phi}{\phi} \frac{\rho_f}{\rho_p}} \frac{\beta_p}{\beta_f} + \frac{1}{1 + \frac{\phi}{1-\phi} \frac{\rho_p}{\rho_f}} \quad (18)$$

Et les conditions aux limites et initiale :

$$\left\{ \begin{array}{l} u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{à } y = 1 \quad \text{et } 0 \leq x \leq A \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \quad \text{à } y = 0 \quad \text{et } x_p + \frac{h}{2} < x < x_p - \frac{h}{2} \\ u = v = \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{à } \begin{cases} x = 0 \\ x = A \end{cases} \quad \text{et } 0 \leq y < 1/2 \\ \begin{cases} u = v = 0 \\ T = 1 \end{cases} \quad \text{à } y = 0 \quad \text{et } x_p + \frac{h}{2} > x > x_p - \frac{h}{2} \\ \begin{cases} u = v = 0 \\ T = 0 \end{cases} \quad \text{à } \begin{cases} x = 0 \\ x = A \end{cases} \quad \text{et } 1/2 \leq y \leq 1 \end{array} \right. \quad \text{pour } t > 0 \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u = v = 0 \\ T = \frac{1}{2} \end{array} \right. \quad \text{pour } t = 0 \quad (20)$$

3. Méthode numérique de résolution

La résolution numérique est basée sur la méthode des différences finies décrite en détails par Laouar et al. [11-12]. Les équations de la quantité de mouvement et de l'énergie sont résolues en suivant la méthode implicite des directions alternées (ADI) largement utilisée pour ce genre de problème. Elle permet d'obtenir des systèmes matriciels possédant les trois diagonales principales facilement inversibles par l'algorithme TDMA. On traite l'équation de la vorticité par la méthode de surrelaxation successive (SOR). La validité de ce modèle numérique a été vérifiée dans [11] par la reproduction des travaux de Davis [13] obtenus dans le cas d'une cavité différentiellement chauffée et le travail de Samuels et Churchill [14] obtenu dans le cas de l'étude de la stabilité d'une couche fluide contenue dans une enceinte de coupe rectangulaire chauffée par le bas. On estime à chaque pas de temps que le problème converge si les champs de température et de vorticité du domaine physique ne changent plus au cours de vingt itérations successives. La

stabilité du programme de résolution a été effectuée suite à l'étude de la variation du pas temporel et spatial sur les résultats de la simulation en générale. Noter que le pas de temps considéré est alors $\Delta t = 10^{-5}$ et que le pas spatial était $n \times m = 61 \times 61$ dans toute l'étude, car il a été vérifié qu'un raffinement au-delà de ces valeurs n'apportait pas de précisions significatives mais au contraire il est sanctionné par des temps de calcul exorbitants.

Une seconde phase de validation concerne le travail de Oztop et al. [8], Khanafer et al. [5], De Vahl Davis [13] et Laouar et al. [11-12] et un bon accord a été trouvé. Les résultats de cette étude sont rassemblés dans le tableau 2.

Tableau 2. Calcul du nombre de Nusselt moyen pour la solution stationnaire et pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

Ra	Présente étude	Oztop et al [8]	Khanafer et al [5]	De Vahl Davis[13]	Laouar et al [11]
10^3	1.117	1.120	1.118	1.118	1.117
10^4	2.241	2.250	2.245	2.243	2.243
10^5	4.510	4.625	4.522	4.519	4.518
10^6	8.829	8.875	8.826	8.799	8.825

La figure 2 schématise les variations de la température selon l'axe de coordonnées x à la station verticale $y = 0.5$. Le nombre de Rayleigh pour cette étude a été fixé à $Ra = 1.89 \times 10^5$ et le nombre de Prandtl $Pr = 0.7$. Il s'agit là d'une cavité carrée différentiellement chauffée contenant le fluide pur. Nous observons que nos résultats sont en bon accord avec les données de la littérature.

La figure 3 est une comparaison qui concerne le profil de vitesse ascendante v à la même station verticale $y = 0.5$ et le long de l'axe x pour des nanofluides avec trois types de nanoparticules. L'accord est jugé très satisfaisant.

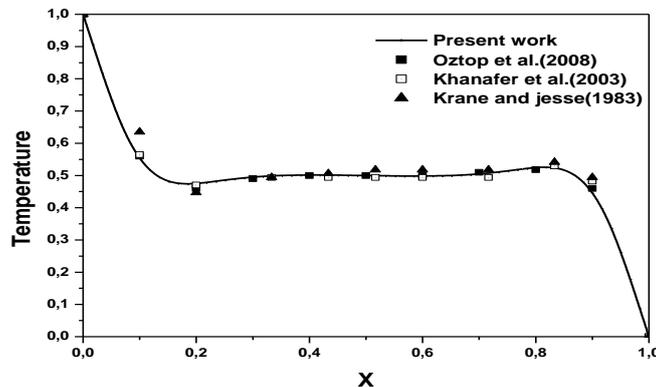


Figure 2 : Profil de température en fonction de x à mi-chemin de y pour $Ra = 1.89 \times 10^5$ et $Pr = 0.71$

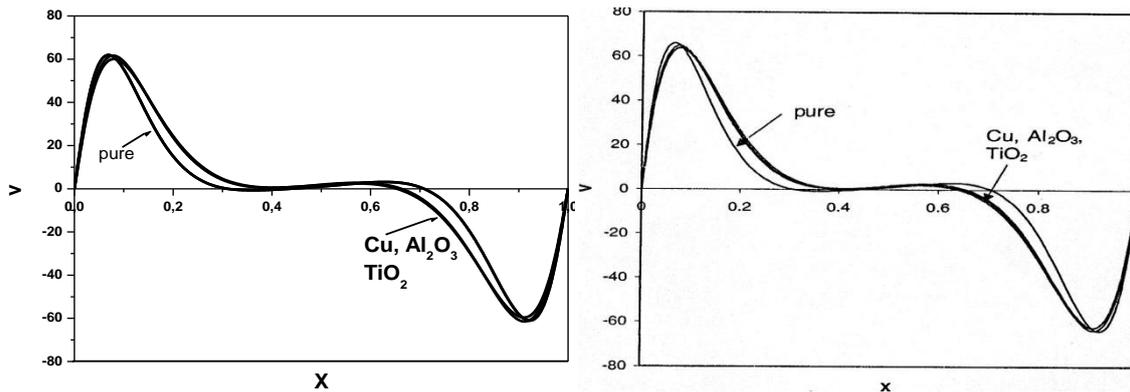


Figure 3 : Profil de vitesse à mi-chemin de y pour $Ra = 10^5, h = 0.5, y_p = 0.5$
à gauche : notre étude et à droite celle de Oztop et al. [8]

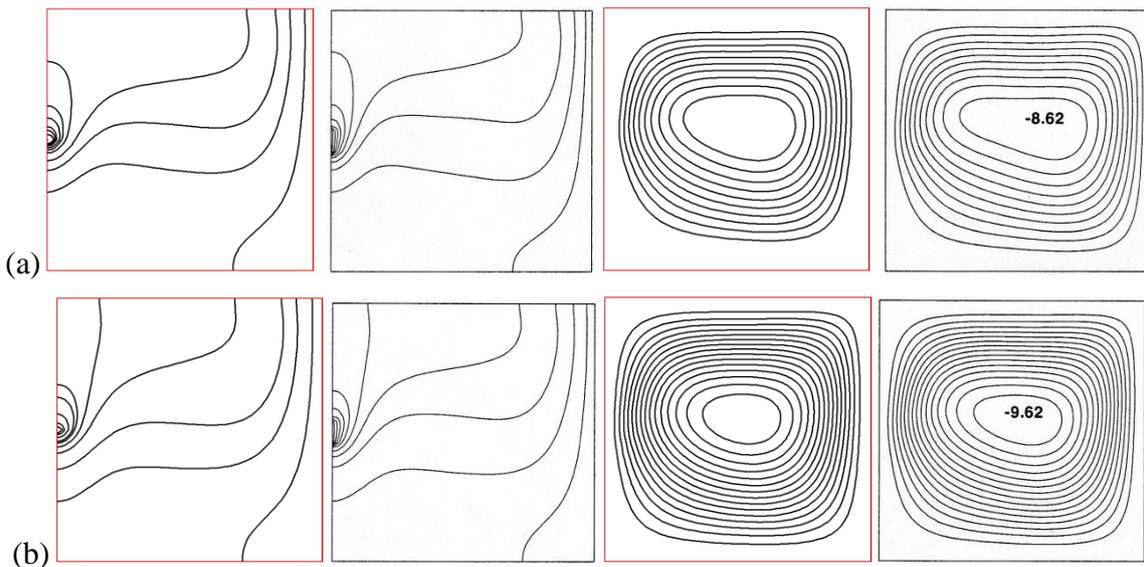


Figure 4 : Isothermes et lignes de courant $Ra = 10^5, Pr = 6.2, A = 1, h = 0.1, y_p = 0.5$
(a) : $\varphi = 0.1$, (b) : $\varphi = 0.2$

Colonnes 1 et 3 : présente étude, colonnes 2 et 4 celle de Oztop et al. [8]

Concernant les lignes de courant et les isothermes, nous avons considéré la référence [8] avec comme fluide de base l'eau ($Pr = 6.2$). Le facteur de forme $A = 1$. L'élément chauffant de longueur 10% de la longueur totale de la paroi et positionné au centre de celle-ci. Pour deux valeurs de la fraction volumique $\varphi = 0.1$ et 0.2 , figure 4, les résultats s'accordent parfaitement et l'erreur relative ne dépasse pas les 2% dans les cas les plus défavorables [8].

4. Résultats de la simulation du problème étudié

Pour notre problème, nous avons comme fluide de base l'eau avec des nanoparticules de cuivre. La fraction volumique varie entre 0% pour le fluide de base pur et 20% pour le nanofluide considéré. La longueur de l'élément chauffant a été prise égale à la moitié de la longueur totale de la paroi avec deux positions différentes : centrée et décalée. Les résultats de cette simulation sont présentés en termes d'évolution de la température pour un domaine spécifique en fonction du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique. Des isothermes et des lignes de courant sont reproduit dans le but de mettre en évidence l'effet de ces deux derniers paramètres (le nombre de Rayleigh et la fraction volumique) sur la dynamique de l'écoulement du nanofluide.

Pour l'évaluation des intensités des transferts thermiques, le calcul du nombre de Nusselt a porté sur son évaluation locale à travers la paroi chaude et son évaluation globale le long de cette paroi. En se référant à [8], [11] et [13], on peut écrire :

$$Nu_{local} = - \frac{k_{nf}}{k_f} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{paroi\ chaude} \quad (21)$$

Et pour le calcul du Nusselt global on a :

$$Nu_{Avg} = \int Nu(x) dx \quad (22)$$

Pour son évaluation numérique, nous avons utilisé la méthode de Simpson.

La figure 5 représente l'état du champ de température et la composante de la vitesse v au centre de la cavité à la station $y = 0.5$, pour deux valeurs du nombre de Rayleigh et deux valeurs de la fraction volumique avec bien entendu l'état de base. En raison de la disposition centrale de l'élément chauffant on observe une symétrie parfaite par rapport à l'axe $x = 0.5$.

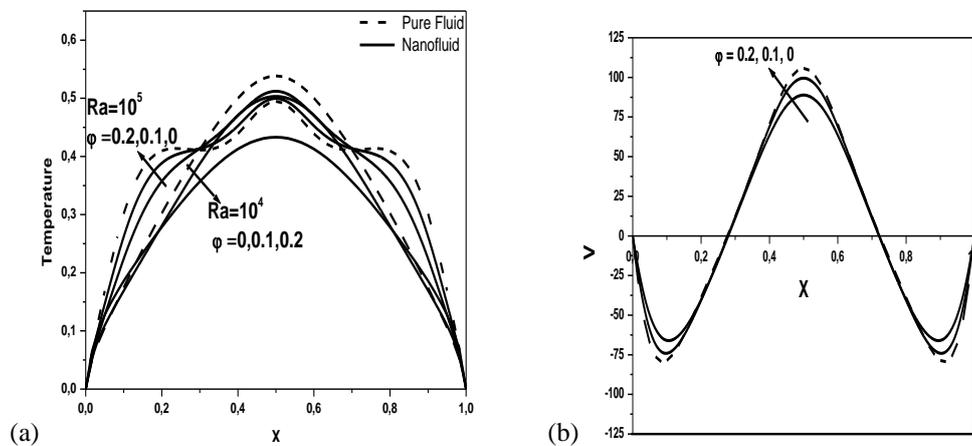


Figure 5 : Profils de température (a) et de vitesse (b) à la station $y = 0.5$ ($h=0.5, x_p=0.5, Pr=6.2$).

Dans l'intervalle du nombre de Rayleigh considéré il est évident que l'écoulement de la chaleur dans le cas de l'eau pur est plus important que celui du nanofluide à cause de l'inertie de ce dernier due à la présence des nanoparticules qui sont plus denses. Néanmoins, la quantité de chaleur véhiculée est relativement plus importante pour le nanofluide, figure 6 (a) et (b). De plus, l'intensification des transferts thermiques est liée directement à l'augmentation du nombre de Rayleigh et de la fraction volumique. L'effet du rapport de forme est évident, figure 6 (b), plus la cavité est étroite avec augmentation de son hauteur, plus la chaleur est mieux véhiculée. Ceci est dû aux effets de flottabilité.

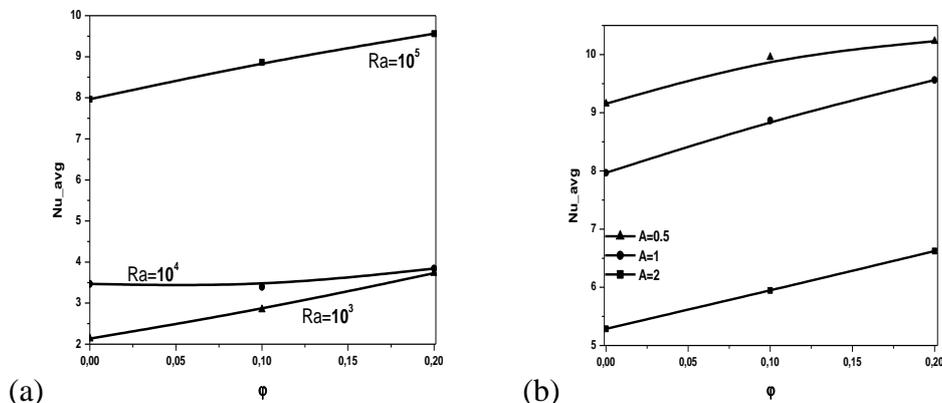


Figure 6 : Nusselt moyen sur la paroi chaude (eau-Cu), $h = 0.5, x_p = 0.5$

(a) : $A = 1$, (b) : $Ra = 10^5$

La figure 7 représente l'évolution du nombre de Nusselt local sur la paroi chaude. On note l'importance des transferts sur les frontières de l'élément chauffant, contrairement à la région centrale. Ceci est dû à la présence de deux rouleaux convectifs et contrarotatifs qui pressent le nanofluide près de la paroi chaude formant ainsi une zone où le transfert de chaleur est conductif, figure 8.

Le cas de l'élément chauffant décalé vers la droite est représenté sur la figure 7 (b). Dans ce cas le nanofluide stagne dans le coin inférieur de droite. Le régime de transfert de chaleur est pseudo-conductif. Les isothermes, comme le montre la figure 9 sont presque parallèles dans cette région.

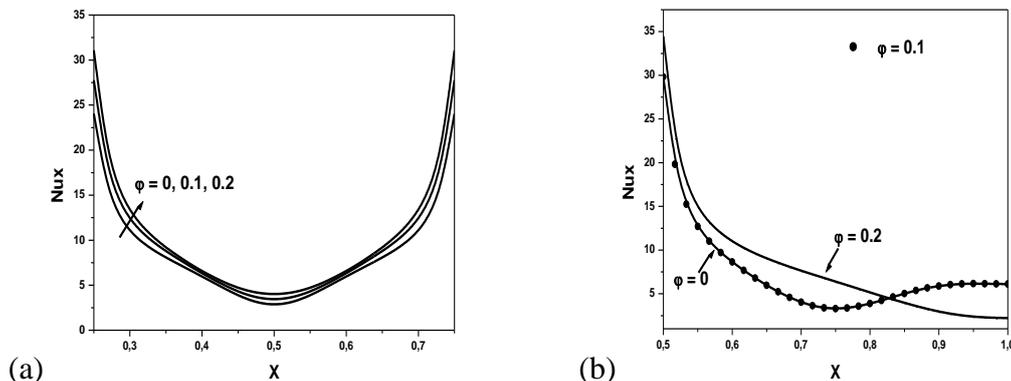


Figure 7 : Nusselt local sur la paroi chaude (eau-Cu), $Ra = 10^5, A = 1, h = 0.5$
 (a) : $x_p = 0.5$ (b) : $x_p = 0.75$

Les isothermes et les lignes de courant des figures 8 et 9, montrent des régions près de la paroi chaude où le transfert de chaleur est principalement conductif avec des zones de stratification thermique, deux rouleaux contrarotatifs convectifs et des déformations plus importantes dans le cas de l'élément chauffant décentré

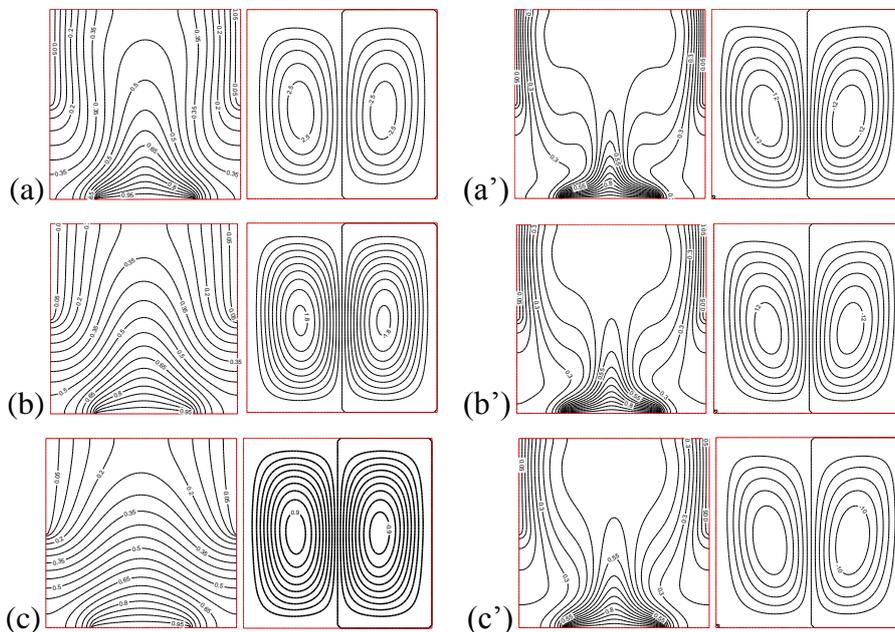


Figure 8 : Isothermes et lignes de courant pour eau-Cu $A = 1, h = 0.5, x_p = 0.5$
 (a), (b), (c) : $Ra = 10^4, \phi = 0\%, 10\%, 20\%$ respectivement
 (a'), (b'), (c') : $Ra = 10^5, \phi = 0\%, 10\%, 20\%$ respectivement

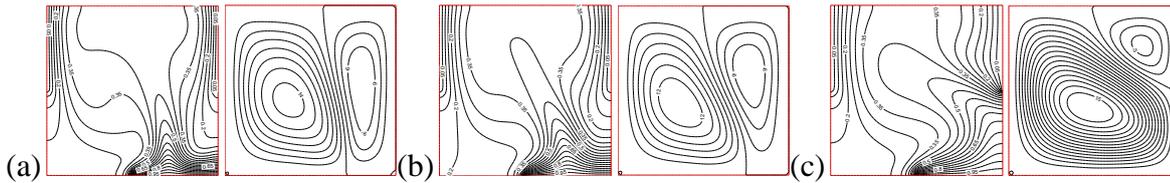


Figure 9 : Isothermes et lignes de courant pour eau-Cu $Ra = 10^5$, $A = 1$, $h = 0.5$, $x_p = 0.75$
(a), (b), (c) : $\phi = 0\%$, 10% , 20% respectivement

5. Conclusion

L'amélioration du transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité bidimensionnelle remplie de nanofluide avec un échauffement partiel à sa base a été étudiée numériquement pour différentes fraction volumique avec $Ra = 10^4$ et 10^5 . Les principaux résultats issus de cette étude sont :

- ✓ Le transfert de chaleur est meilleur quand l'élément chauffant est centré $x_p = 0.5$.
- ✓ L'augmentation du nombre de Rayleigh tend à l'amélioration du transfert de chaleur, plus précisément pour des petits allongements c'est-à-dire < 1 . Mais l'intensification des transferts de chaleur causée par l'ajout des nanoparticules est plus importante pour des cavités rectangulaires peu allongées.

Une suite logique de ce travail consiste à étudier l'importance de l'incorporation d'autres nanoparticules sur l'amélioration des transferts thermiques et à investiguer l'effet de l'augmentation du nombre de Rayleigh avec l'effet de l'inclinaison et les différentes dispositions des éléments chauffants et refroidissants.

Références

1. S. Kakaç, A. Pramuanjaroenkij, Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* 46 (2009) 3187-3196.
2. S. Lee, S.U.S. Choi, S. Li, J. A. Eastman, Measuring thermal conductivity of fluids containing oxide nanoparticles, *Trans. ASME, J. Heat Transfer* 121 (1999) 280-289.
3. Y. Xuan, Q. Li, Heat transfer enhancement of nanofluids, *Int. J. Heat Fluid Flow* 21 (2000) 58-64.
4. Y. Xuan, W. Roetzel, Conceptions for heat transfer correlation of nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* 43 (2000) 3701-3707.
5. K. Khanafer, K. Vafai, M. Lightstone, Buoyancy-driven heat transfer enhancement in a two-dimensional enclosure utilizing nanofluids, *Int. J. Heat Mass Transfer* 46 (2003) 3639-3653.
6. X. Q. Wang, A. S. Mujumdar, C. Yap, Free convection heat transfer in horizontal and vertical rectangular cavities filled with nanofluids, *International Heat Transfer Conference IHTC-13*, 2006, Sydney, Australia.
7. G. Polidori, S. Fohanno, C. T. Nguyen, A note on heat transfer modeling of newtonian nanofluids in laminar free convection, *Int. J. Therm. Sci.* 46 (2007), 739-744.
8. Oztop H., Abu Nada E. 2008 « Numerical study of natural convection in partially heated rectangular enclosures filled with nanofluids ». *Int. J. Heat and Fluid Flow* 29: 1326-1336.
9. J. C. Maxwell, *Treaties on Electricity and Magnetism*, Oxford University Press, London 1904.

10. H. C. Brinkman, The viscosity of concentrated suspensions and solutions, *J. Chem. Phys.*, 20 (1952), 571-581.
11. S. Laouar, Thèse de Doctorat d'Etat, Université Mentouri. (2008).
12. S. Laouar, L. Abada, E. Mezaache et M. Dagueuet, 13^{èmes} JITH, Albi, France (2007).
13. G. De Vahl Davis, Natural convection of air in a square cavity: a bench mark numerical solution, *Int. J. for Numerical Methods in Fluids*, 3 (1983), 249-264.
14. M. R. Samuels, S. W. Churchill, Stability of a fluid in a rectangular region heated from below, *A. I. Ch. E. Journal*, 13, N^o. 1 (1967), 77-85.
15. R. J. Krane, J. Jessee, Some detailed field measurements for a natural convection flow in a vertical square enclosure, *Proceedings of the First ASME-JSME Thermal Engineering Joint Conference*, 1 (1983), 323-329.