

L'écoulement et le transfert thermique au sein d'un canal horizontal muni d'obstacles poreux

K. Bouarnouna^{1,*}, A. Boutra^{1,2}, K. Ragui¹, Y.K. Benkahla¹

¹Laboratoire des Phénomènes de Transfert, Université de sciences et de Technologie Houari Boumediene

²Ecole Préparatoire des Sciences et de la Technologie, BP. 32 El Alia, 16111 Bab Ezzouar, Alger, Algérie
bouarnouna2014@gmail.com

Résumé – Dans ce travail, nous présentons une étude numérique décrivant l'écoulement et le transfert thermique d'un fluide newtonien au sein d'un canal horizontal en présence de trois obstacles poreux montés sur sa paroi inférieure. Un déflecteur mince, considéré comme adiabatique, est inséré à l'intérieur du canal en vue de contrôler l'écoulement du fluide convectif. L'étude paramétrique a été réalisée en tenant compte une large gamme du nombre de Darcy, 10^{-1} - 10^{-5} , et du nombre de Reynolds, 100-600. Les résultats obtenus montrent un effet considérable de ces paramètres sur la structure d'écoulement et l'échange thermique au sein du canal, ne peut être négligés. Il est à noter que l'approche numérique de Boltzmann sur réseau (LBM-MRT) a été utilisée. Le modèle bidimensionnel D2Q9 à 9 vitesses discrètes a été adopté pour simuler l'aspect dynamique du problème, tandis que le modèle D2Q5 est développé pour le champ thermique.

Mots Clés : Canal horizontal, obstacles poreux, adiabatique déflecteur, écoulement laminaire, transfert thermique, Lattice-Boltzmann approche.

Nomenclature

d	longueur de l'obstacle, m	u, v	composantes de la vitesse, $m.s^{-1}$
g	accélération de la pesanteur, $m.s^{-2}$	u_0	vitesse d'entrée de gaz, $m.s^{-1}$
h	hauteur de déflecteur	W	distance de séparation
H	hauteur du canal, m	x, y	coordonnées cartésiennes
L	longueur du canal, m	<i>Symbole grecs</i>	
Pr	nombre de Prandtl, $= \nu / \alpha$	ρ	densité du fluide, $kg.m^{-3}$
Re	nombre de Reynolds, $= \rho U_0 H / \mu$	μ	viscosité dynamique du fluide, $kg.m^{-1}.s^{-1}$
t	temps, s	ν	viscosité cinématique, $m^2.s^{-1}$
T	température, K	α	diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
Nu	nombre de Nusselt Local		
Nu_m	nombre de Nusselt moyen		

1. Introduction

Le transfert thermique par convection au sein d'un canal muni d'obstacles a été largement rencontré dans l'industrie, citant à titre d'exemple les processus de dépôt de vapeurs chimiques, les échangeurs de chaleur, le refroidissement des réacteurs nucléaires, ainsi que les systèmes électroniques [1]. De ce fait, l'approche numérique est adoptée afin d'expliquer, et améliorer, ce phénomène rencontré dans ces réseaux industriels.

De nombreuses approches numériques ont été développées, le long de ces années, afin de simuler les différents types d'écoulements du fluide convectif, parmi lesquels nous citons Lattice Boltzmann, notée par l'abréviation LBM-MRT, qui est l'une des méthodes les plus puissantes et plus utilisées durant les études numériques des problèmes relatifs aux écoulements et au transfert thermique.

Au sein d'un canal caractérisé par un milieu partiellement ou totalement poreux, beaucoup de travaux numériques peuvent être cités, comme ceux d'Al-Nimr et *al.* [2] qui ont analysé numériquement le phénomène de la convection au sein d'un canal vertical totalement poreux, Guo et Zhao [3] qui ont proposé un modèle de Boltzmann pour l'écoulement des fluides incompressibles en milieux poreux, Shokouhmand et *al.* [4] qui ont traité l'écoulement laminaire d'un fluide newtonien au sein d'un canal totalement et partiellement poreux, bien que Seta et *al.* [5] qui ont examiné la convection naturelle dans les milieux poreux.

A la lumière de ces travaux, nous allons analyser numériquement l'influence de la présence des obstacles poreux, sur l'écoulement et l'échange thermique d'un fluide newtonien au sein d'un canal horizontal. Pour compléter notre étude, la présence d'un déflecteur adiabatique sur les caractéristiques hydrodynamique et thermique du fluide convectif est aussi prise en considération. Noter que la méthode de Boltzmann sur réseau, avec des temps multiples de relaxation (MRT-LBM), est adoptée comme stratégie numérique.

2. Description du modèle physique

Le problème physique considéré dans cette étude, (voir Figure.1), est celui d'un écoulement laminaire et bidimensionnel de l'air froid ($T_f=0$) au sein d'un canal horizontal, d'une hauteur H et une longueur $L = 15 H$, dont les parois sont considérées comme adiabatiques. Trois obstacles identiques poreux de forme rectangulaire sont montés sur les sources chaudes ($T_c=1$) qui se trouvent au niveau de la paroi inférieure du canal. Ces obstacles sont séparés par une distance fixe notée w , qui est égal à $4 d$. Afin de contrôler l'écoulement et l'échange thermique, un déflecteur, thermiquement isolé, d'une hauteur $h = H/8$ est placé verticalement à l'intérieur du canal.

Il est à noter que toutes les propriétés physiques du fluide caloporteur sont supposées constantes et uniformes, à l'exception de la masse volumique, dans le terme de poussée, qui suit l'approximation de Boussinesq [6].

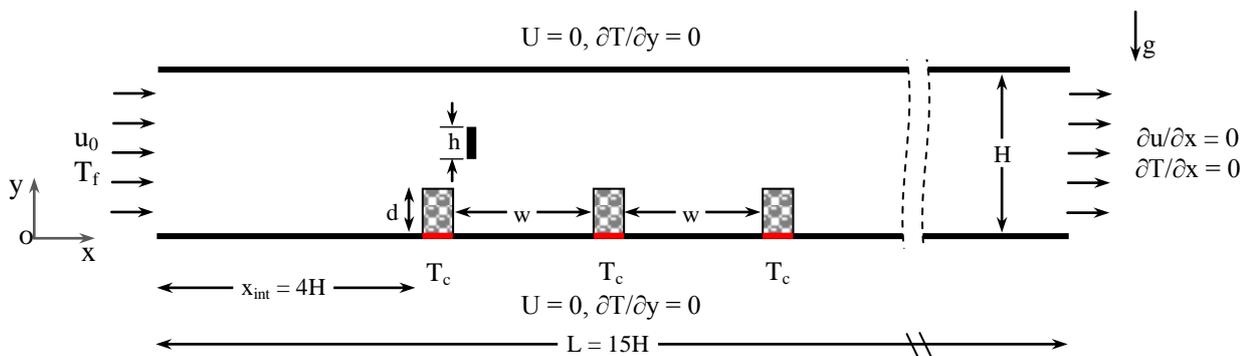


Figure 1 : Schématisation de problème physique et des conditions aux limites.

3. Lattice-Boltzmann approche

Considérons un modèle bidimensionnel, à neuf vitesses discrètes, appelé modèle D2Q9, sur une grille carrée de pas $\Delta x = \Delta y = 1$ (voir Figure 2). Les particules fluides se déplacent d'un nœud de la grille vers le nœud voisin avec les vitesses discrètes, données comme montre e_j [7]:

$$e_j = \begin{cases} (0,0) & \text{pour } j = 0 \\ \left\{ \cos(i-1)\frac{\pi}{2}, \sin(i-1)\frac{\pi}{2} \right\} c & \text{pour } j = 1, 2, 3 \text{ et } 4 \\ \left\{ \cos(2i-9)\frac{\pi}{4}, \sin(2i-9)\frac{\pi}{4} \right\} \sqrt{2} c & \text{pour } j = 5, 6, 7 \text{ et } 8 \end{cases} \quad (1)$$

où $c = \Delta x / \Delta t$ avec le pas de temps $\Delta t = 1$.

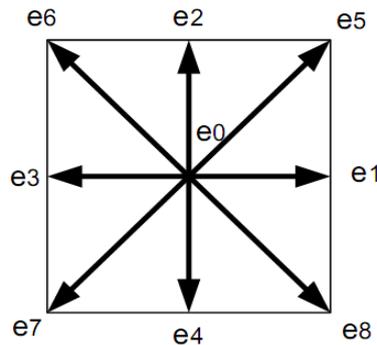


Figure 2 : Modèle D2Q9

Les vecteurs e_j qui portent les vitesses discrètes peuvent être défini comme suit :

$$\begin{aligned} e_0 &= (0,0) \\ e_1 &= (1,0); e_2 = (0,1); e_3 = (-1,0); e_4 = (0,-1) \\ e_5 &= (1,1); e_6 = (-1,1); e_7 = (-1,-1); e_8 = (1,-1) \end{aligned} \quad (2)$$

L'équation d'évolution temporelle de l'état du fluide est donnée par [8]:

$$f_j(x + v_j \Delta t, t + \Delta t) = f_j(x + t) + \Omega_j f_j(x + t), \quad i = 0, 1, \dots, 8 \quad (3)$$

Où f_i est la fonction de distribution d'une particule et Ω est l'opérateur de collision représentant la variation de la fonction de distribution due aux collisions particulières.

La linéarisation de cet opérateur autour de la fonction de distribution à l'équilibre local f_i^{eq} apporte une simplification importante de la méthode LBM.

A chaque nœud du domaine, on calcule un ensemble de neuf moments associés aux neuf fonctions de distribution, qui sont liées par la transformation linéaire [9] :

$$m = M \cdot f \quad (4)$$

où la matrice M d'ordre 9.

Pendant l'étape de collision qui est locale en espace, trois moments sont conservés (la densité et la quantité de mouvement, suivant la direction longitudinale et la direction transversale), les six moments restants, non conservés, sont calculés à partir d'une simple équation de relaxation linéaire vers les valeurs d'équilibre qui dépendent des quantités conservées [10]:

$$m_k^*(x, t) = (1 - s_k) m_k(x, t) + s_k m_k^{eq} \quad (5)$$

Où $s_k = \Delta t / \tau_k$ étant le taux de relaxation, τ_k est le temps de relaxation, m_k^* est le moment après collision et m_k^{eq} est la valeur d'équilibre des moments.

Pour une raison de la stabilité, les taux de relaxation vérifient la double inégalité $0 \leq s_k \leq 2$.

La viscosité cinématique du fluide peut être définie par la suite comme [4] :

$$\nu = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{s_8} - \frac{1}{2} \right) \quad (6)$$

Les nouvelles fonctions de distribution f^* sont calculées à partir des nouveaux moments m^* :

$$f^* = M^{-1} m^* \quad (7)$$

A l'échelle Macroscopique, la densité de masse et la vectrice vitesse sont donnés comme suite [10]:

$$\rho = \sum_{j=0}^8 f_j(x, t) \quad (8)$$

$$u(x_i, t) = \frac{1}{\rho} \sum_{j=0}^8 v_j f_j(x_i, t) \quad (9)$$

Le transfert de chaleur entre les obstacles (chauds) et le fluide (froid) est caractérisé par les nombres de Nusselt local Nu et moyen Nu_m :

$$Nu = \frac{2H}{T_m - T_c} \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad \text{et} \quad Nu_m = \sum \frac{1}{x_2 - x_1} \int_{x_1}^{x_2} Nu \cdot dx \quad (10)$$

Où T_m est la température moyenne :

$$T_m = \frac{\int_0^H u \cdot T \cdot dy}{\int_0^H u \cdot dy} \quad (11)$$

4. Validation du code de calcul

Dans le but de vérifier la fiabilité de nos simulations numériques, quant au phénomène de convection, nous avons confronté nos résultats à une solution analytique donné par [11]. En effet, le profil de vitesse d'un fluide newtonien au sein d'un espace constitué par deux plaques parallèles est donné par la formule suivante [11]

$$\frac{U}{U_0} = 1.5 \left[1 - \left(\frac{x}{H} \right)^2 \right] \quad (12)$$

où U est sa vitesse et U_0 sa vitesse d'entrée. H étant la largeur du canal, x est la coordonnée d'un point à l'intérieur du canal sur l'axe Ox orienté selon la largeur du canal.

La Figure 3, traduisant le rapport U/U_0 comme une fonction de la distance x , montre une excellente concordance avec la solution exacte obtenue analytiquement, ce qui nous confirme la validité de la méthode qu'on a utilisée.

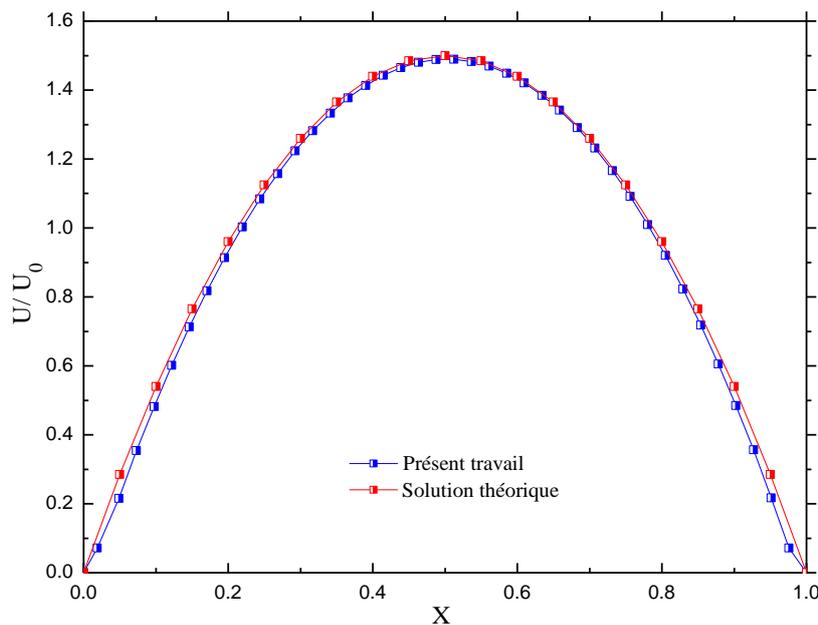


Figure 3 : Validation du code de calcul

Résultats et discussion 5.

5.1. Influence du nombre de Darcy

Commençons au préalable par l'étude de l'effet du nombre de Darcy Da , sur le comportement hydrodynamique de l'air froid au sein du canal en absence ou en présence du déflecteur. Les obstacles poreux sont montés sur les sources thermiques localisées sur une portion de longueur de la paroi inférieure du canal.

Les figures 4(a-f) présentent les lignes de courant pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($10^{-1} \leq Da \leq 10^{-5}$). Pour des valeurs importantes du nombre de Darcy, 10^{-1} et 10^{-3} , le fluide arrive à pénétrer ces obstacles poreux sans perturbation ni freinage important.

Allant un peu loin, et avec une valeur de 10^{-5} , nous remarquons la naissance des zones de recirculation après chaque obstacle poreux. Ce phénomène est référé à la nature de ces obstacles, qu'ils deviennent solides et donc la vitesse de pénétration du fluide caloporteur devient très faible, voir nul.

Là où le déflecteur adiabatique est placé au sein du canal, figures 4(b,d,f), des vortex contrarotatifs se manifestent derrière ce dernier. Ces zones de recirculations, qui sont fonction du nombre de Darcy, perturbent l'écoulement du fluide, spécialement au niveau du premier obstacle poreux, ce qui améliore sa vitesse à ce stade et affectera le transfert thermique par la suite.

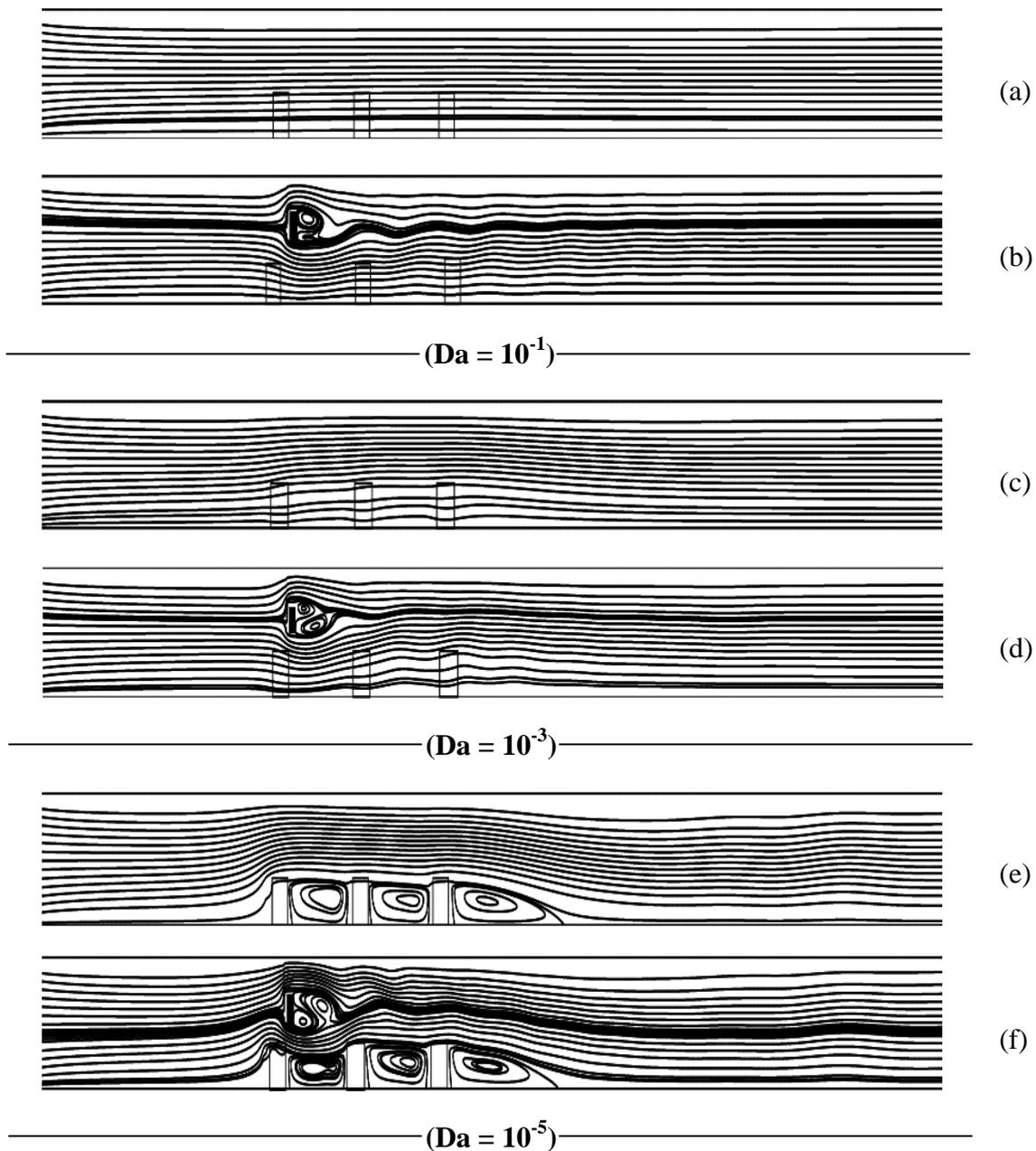


Figure 4: Lignes de courants du fluide à $Re = 200$, (sans et avec déflecteur).

Figure 5 présente l'évolution du taux de transfert, calculé au sein du canal pour chaque source chaude, avec les différentes valeurs du nombre de Darcy. Ce dernier, représenté par le nombre du Nusselt moyen, se trouve comme une fonction décroissante du nombre de Darcy.

En effet, le meilleur transfert est calculé avec une valeur de Darcy égale à 10^{-1} , vu qu'à cette valeur, le milieu est quasi-fluide ce qui favorise le transfert thermique entre le fluide froid et les

sources chaudes, contrairement au cas de $Da = 10^{-5}$ où le milieu est totalement solide, ce qui rend le transfert thermique très faible.

Notons que le taux de transfert thermique se trouve très important au niveau du premier 1^{er} bloc, (c.-à-d., première source chaude). Ce phénomène peut être référé au gradient de température, qui décroît loin de la première source chaude, vu que la température du fluide augmente.

En présence du déflecteur, le taux de transfert thermique se trouve plus important, suite du comportement hydrodynamique du fluide présenté ci-dessus. Cette amélioration non négligeable du transfert est de l'ordre de 15 % pour une valeur de Darcy égale à 10^{-2} ($Re = 200$).

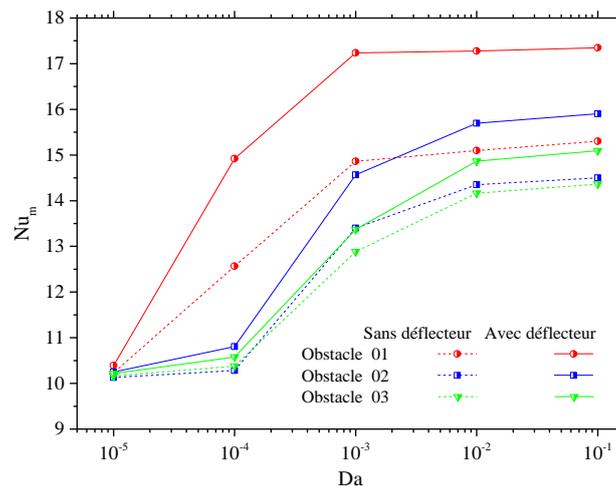


Figure 5 : Variation du nombre de Nusselt moyen de chaque source chaude (Sans et avec déflecteur).

5.2. Influence du nombre de Reynolds

Le tableau ci-dessous présente le nombre de Nusselt moyen de chaque source chaude, (c.-à-d. chaque obstacle poreux), pour deux différentes valeurs du nombre de Reynolds à savoir $Re = 200$ et 600 , respectivement, et ce en absence et en présence du déflecteur.

Le taux de transfert thermique est relevé comme une fonction croissante du nombre de Reynolds, comme la vitesse du fluide augmente, et par voie de conséquence le transfert thermique.

L'utilisation de déflecteur par la suite améliore considérablement le transfert thermique. Cette amélioration est de l'ordre de 16% au niveau de la source 01, 11% au niveau de la source 02, et de l'ordre de 12% pour la source 03.

Tableau 1 : Nusselt moyen sur les trois obstacles

		Obstacle 01	Obstacle 02	Obstacle 03
Re = 200	Sans déflecteur	14,97	14,35	14,17
	Avec déflecteur	17,28	15,69	14,87
Re = 600	Sans déflecteur	20,26	19,14	18,62
	Avec déflecteur	23,99	21,51	21,05

5.3. Influence de la position de déflecteur

La figure 6 présente l'évolution du Nusselt moyen, calculé au sein du canal, pour trois différentes positions du déflecteur adiabatique, à savoir : avant les obstacles poreux, entre et bien après ces derniers. Suite des résultats obtenus, l'emplacement de déflecteur juste au-dessus de deuxième obstacle est recommandé afin d'optimiser le taux de transfert thermique au sein du canal.

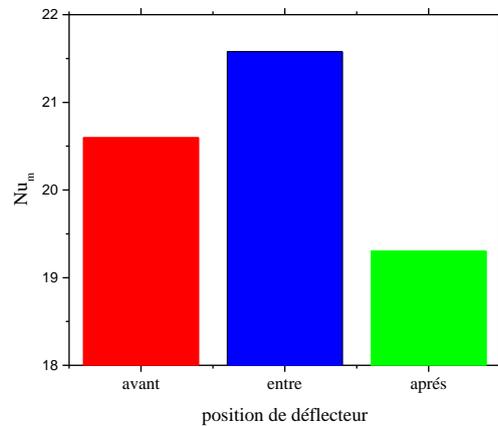


Figure 6 : Nusselt moyen au sein du canal pour différentes position de déflecteur (Avant, entre et après les obstacles poreux)

6. Conclusion

L'étude de comportement hydrodynamique et thermique d'un fluide newtonien au sein d'un canal horizontal muni des obstacles poreux, montés sur sa paroi inférieure, au-dessus des sources chaudes, a été réalisée par voie numérique en utilisant un code de calcul basé sur la méthode de Boltzmann sur réseau. L'effet du nombre de Darcy, du nombre de Reynolds, et la présence d'un déflecteur adiabatique sur l'écoulement du fluide et le transfert thermique a été examiné.

Cette étude nous a permis de constater que le refroidissement des obstacles poreux est d'autant meilleur que les nombres de Darcy et de Reynolds sont importants.

La présence d'un déflecteur adiabatique au sein du canal peut améliorer d'une manière très efficace le taux de transfert thermique, spécialement quand il est placé au centre de l'obstacle central.

Références

- [1] T. Icoz and Y. Jaluriam, Numerical simulation of boundary conditions and the onset of instability in natural convection due to protruding thermal sources in an open rectangular channel, Numerical heat transfer, part A, 48 (2005), pp. 831-847.
- [2] M.A. Al-Nimr and M.A. Hader, MHD Free Convection Flow in Open-Ended Vertical Porous Channels', Chemical Engineering Science, 54, N°12 (1999), pp. 1883-1889.
- [3] Z. Guo and T.S. Zhao, Lattice Boltzmann model for incompressible flows through porous media, Phys. Rev. E 66 (2002), pp. 306-304.
- [4] H. Shokouhmand, F. Jam and M.R. Salimpour, Simulation of laminar flow and convective heat transfer in conduits filled with porous media using Lattice Boltzmann Method Int. Communications in Heat and Mass Transfer, 36 (2009), pp. 378-384.
- [5] T. Seta, E. Takegoshi and K. Okui, Lattice Boltzmann simulation of natural convection in porous media, Math. Comput. Simul, 72 (2006), pp. 195-200.

- [6] Bejan, A., 2004, Convection heat transfer, John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New jersey, USA.
- [7] Y. Peng, C. Shu, Y.T. Chew, Simplified thermal lattice Boltzmann model for incompressible thermal flows, Phys. Rev. E 68 (2003) 026701
- [8] McNamara G., Zanetti, Use of the Boltzmann equation to simulate lattice-gas automata, Physical Review Letters, vol.
- [9] A. Mezrhab, M. Bouzidi and P. Lallemand, Hybrid lattice Boltzmann finite-difference simulation of convective flows, Computer and Fluids, 33 (2004),pp. 623-641.
- [10] Tekitek M.M., identification de modèles et de paramètres pour la méthode de Boltzmann sur réseau. Thèse pour l'obtention du diplôme de docteur en sciences ; Université de Paris sud, 2007.
- J. Psihogios. M.E. Kainourgiakis. A.G. Yiotis. A. Th. Papaioannou and A.K. Stubos, A Lattice Boltzmann study of non newtonian flow in digitally reconstructed porous domains, 2007. [11]