

Étude comparative des modèles de contact entre deux surfaces rugueuses

A. Tchanderli braham¹, A. Cherfia¹

¹Laboratoire de mécanique, Département de Génie mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université des Frères Mentouri – Constantine . Campus ChaabErsas, 25000 Constantine, Algérie

a.tchanderli@outlook.fr, cherfia_abdelhakim@yahoo.fr

Résumé :

Les propriétés de surface jouent un rôle très important dans tous les systèmes tribologiques et plus précisément les propriétés micro-géométriques qui influencent même les procédés de fabrications.

Modéliser un contact revient à développer un modèle qui se rapproche de la réalité et qui décrit au mieux la topographie des deux surfaces antagonistes. De nombreux chercheurs ont essayé de modéliser le comportement du contact tribologique, mais les premiers qui ont développé un modèle statistique du contact rugueux sont Greenwood et Williamson.

L'objectif de notre étude est de revoir quelques modèles statistiques selon leurs types de contact, tribolisse ou tribologique, et de faire une analyse comparative tout en essayant de faire ressortir la contribution de chaque modèle dans le domaine de l'étude des surfaces de contact.

Mots Clés : modèle statistique, micro-géométrie, surface rugueuse, contact tribologique, contact tribolisse

Nomenclature

E^* : Module équivalent d'élasticité.

L : Longueur portante spiraled'Archimède, [m]

m^* : moyenne des hauteurs des sommets, [μm]

m_{pq} : moment centré d'ordre q de la densité de probabilité ϕ

z : altitude sur les profils, [μm]

$\Phi(z)$: densité de probabilité gaussienne des hauteurs d'un profil, fonction de l'altitude

$f_1(R)$: La distribution statistique gaussienne du rayon

$f_2(z)$: La distribution d'altitude.

$f(z, R)$: La probabilité pour un pic d'être un sommet.

$R(\beta)$: fonction d'autocorrélation

$D(k_x, k_y)$: densité spectrale de puissance

p_m : pression maximale de contact [Pa]

Symboles grecs

σ : écart-type des hauteurs de profil, μm

σ_p : écart-type des hauteurs des sommets, μm

β : Distance de corrélation,

1. Introduction :

Dans la mécanique des contacts, le contact entre deux objets solides est considéré topographiquement lisse pour pouvoir déterminer les différents paramètres tribologiques qui

lient les deux solides en contact. Mais en réalité le contact se fait entre les sommets des aspérités qui constituent la surface réelle de contact.

La théorie de Hertz nous permet de calculer l'aire apparente. Elle est en général de 10 à 100 fois supérieure à l'aire réelle de contact entre aspérités ce qui nous induit a des résultats imprécis.

Bien que l'état de surface n'est pas parfaitement lisse et que les aspérités des surfaces sont distribuées de façon aléatoire cela n'a pas empêché de nombreux chercheurs de développer des modèles statistiques pour prédire les efforts entre aspérités de surfaces.

Green Wood et Williamson [1] furent les premiers à avoir développé un modèle statistique du contact rugueux, appelé modèle GW.

2. Modèles de contact entre surfaces lisse/rugueuse :

Il existe d'autres recherches liées au contact lisse/rugueux mais nous n'avons choisi que ceux que nous avons jugés importants suivant leurs apports au domaine de l'étude des surfaces de contact :

2.1 Modèle Greenwood et Williamson (modèle GW)

Greenwood et Williamson [1] ont développé leur modèle en 1966 communément appelé modèle GW qui est un modèle statistique de type lisse sur rugueux en supposant que :

- la surface rugueuse est isotrope;
- les sommets d'aspérités sont sphériques avec un rayon de courbure R_c constant;
- la hauteur des aspérités est supposée suivre une distribution gaussienne (aléatoire) selon un plan moyen;
- les aspérités sont suffisamment loin les unes des autres;
- il n'y a pas de déformation globale de la surface, seules les aspérités se déforment pendant le contact.

Ce modèle est défini par trois paramètres :

- L'écart type de la distribution de la hauteur des aspérités σ_p .
- La densité d'aspérités par unité de surface.
- Le rayon de courbure des aspérités R_c qui est supposé constant.

La densité de probabilité de la hauteur des sommets s'écrit sous la forme suivante :

$$\phi(z) = \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(z-m^*)^2}{2\sigma_p^2} \right] \quad (1)$$

L'idée principale de ce modèle est de représenter le comportement d'une aspérité quelconque, faisant parti du contact. Comme les aspérités sont supposées indépendantes, en intégrant ce résultat sur l'ensemble des aspérités participant au contact, on obtient les grandeurs macroscopiques généralement accessibles : charge totale, aire réelle de contact et éventuellement la pression moyenne de contact.

2.2 Modèle Whitehouse et Archard (modèle WA) :

Whitehouse et Archard [2] élaborent leur modèle en 1970. Ils considèrent que la représentation des surfaces aléatoires (gaussienne) suivant le modèle GW est incomplète ou imprécise, Archard et Whitehouse vont donc tenir en compte de la variabilité de la

distribution du rayon de courbure des sommets des aspérités contrairement au modèle GW (R_c constant).

Donc pour eux si un profil de surface est de type aléatoire alors il peut être défini par deux paramètres seulement :

- la distribution des hauteurs des aspérités (qui n'est pas la distribution des sommets telle que définie par le modèle GW) ;
- la fonction d'autocorrélation ;

La fonction d'autocorrélation du profil est définie par la formule :

$$R(\beta) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-\frac{1}{2}L}^{+\frac{1}{2}L} z(x)z(x + \beta)dx \quad (2)$$

2.3 Modèle de Nayak :

Nayak [3] (1971) considère que la théorie des sommets des aspérités de forme sphérique (modèle GW) est souvent invalide.

L'approche de Nayak utilise les techniques de la théorie du processus aléatoire en se basant sur les travaux de Longuet-Higgings (1957) sur les surfaces aléatoires des océans.

Ces techniques reposent sur deux hypothèses :

- les statistiques de la surface sont les mêmes que le profil de la surface;
- les aspérités ont des extrémités sphériques.

La modélisation proposée par Nayak pour les surfaces aléatoires gaussiennes est basée sur la seule hypothèse : la hauteur d'un point quelconque de la surface est une variable aléatoire dont les coordonnées sont deux variables indépendantes.

Le modèle proposé par Nayak est défini par les trois fonctions suivantes :

- la fonction d'autocorrélation ;
- la densité spectrale de puissance $D(k_x, k_y)$.
- les moments de la densité spectrale de puissance m_{pq} .

2.4 Modèle de Robbe-valloire (modèle FRV1) :

Plus récent que les autres modèles (2001), Robbe-Valloire [4] développe son modèle en décrivant les surfaces rugueuses comme étant des processus statistiques dont les paramètres sont tirés de la norme ISO 12085 (1996) appelée « norme motifs ».

Ce modèle décrit les surfaces en se basant sur un modèle probabiliste qui tient compte de la variabilité des altitudes des sommets et les rayons de courbure des aspérités.

Les théories des autres modèles utilisent des paramètres non standardisés et parfois difficile à mesurer d'où l'idée de Robbe-Valloire d'introduire des paramètres normalisés.

En couplant la distribution d'altitude et de rayon et en les considérant comme des variables indépendantes, la probabilité pour un pic d'être un sommet d'altitude z et de rayon R est donnée par :

$$f(z, R) = f_2(z)f_1(R) \quad (3)$$

Ce modèle, contrairement aux autres, se caractérise par son indépendance de la forme de surface à étudier. Il peut être donc appliqué à plusieurs types de surfaces.

2.5 Modèle de Francis (1977):

Francis [5] définit un nouveau modèle probabiliste pour le comportement mécanique de l'interface entre deux surfaces nominalelement planes rugueuses qu'il considère plus réaliste que les modèles précédents.

Dans son modèle, Francis suppose que le contact entre deux surfaces techniques nominalelement planes est équivalent au contact entre une surface somme et un plan lisse. La surface somme est supposée être gaussienne et isotrope ce qui permet de décrire la hauteur et la courbure des pics, qui sont considérées comme des variables aléatoires corrélées, par la fonction densité de probabilité dérivée par Nayak [3].

En 1982, Francis a critiqué son propre modèle et les modèles d'aspérités probabilistes [6]. Il considère que ces modèles ont quatre principaux défauts :

- Les hypothèses concernant les distributions de probabilité de hauteur, de forme et de position latérale d'aspérités sont nombreuses
- Cela demande de choisir quelle(s) échelle(s) d'aspérités est (sont) pertinente(s).
- Ces modèles se limitent à des aires de contact discret qui se déforment indépendamment les unes des autres.
- Ils ne peuvent pas prédire une géométrie discontinue.

Francis présente un nouveau modèle éléments finis déterministe pour les surfaces rugueuses en contact en prenant comme données d'entrée des profils ou des surfométries de deux surfaces.

3. Modèles de contact entre surfaces rugueuses :

Contrairement au premier type de contact, le nombre de recherches liées au contact rugueux sur rugueux reste limité et nous n'avons choisi que trois modèles :

3.1 Modèle Greenwood et Tripp :

Greenwood et Tripp [7] sont les premiers à avoir étudié la possibilité de modélisation du contact entre deux surfaces rugueuses en 1970, par une transformation mathématique et cela en simplifiant le problème de contact en supposant que le contact se fait entre une seule surface rugueuse, qui représente les deux surfaces en contact mais différente de chacune d'entre-elles, et un plan lisse parfaitement rigide avec prise en compte du désalignement. Ce concept est connu sous le nom de « Concept de surface somme ».

Les auteurs établissent les équations régissant l'aire réelle de contact et la charge totale appliquée en fonction de la distance entre les plans moyens de chacune des deux surfaces et montrent qu'ils ne dépendent pas des hauteurs individuelles mais de leur somme.

Ils établissent par ailleurs qu'il n'est pas nécessaire que les deux surfaces aient la même distribution de hauteurs et que le désalignement a peu d'influence sur les résultats, même si sa prise en compte tend à améliorer la proportionnalité entre la charge et l'aire réelle de contact.

La figure 1 présente deux surfaces rugueuses en vis-à-vis dont les plans moyens des hauteurs sont distants de d . La transformation proposée par

Greenwood et Tripp remplace une surface par un plan lisse rigide mais conserve en tout point la distance entre les deux surfaces.

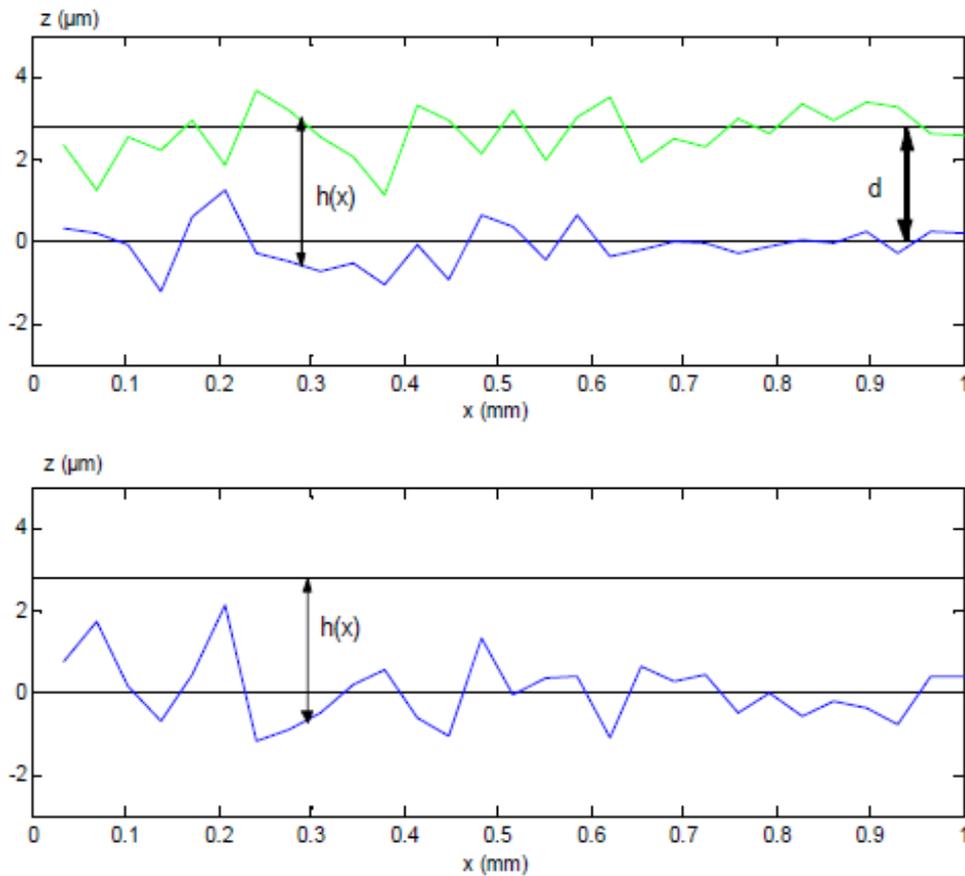


Figure 1 : Illustration du concept de surface somme

3.2 Yamada et Al (1978) :

Le modèle proposé par Yamada [8] repose sur les hypothèses suivantes :

- Les aspérités des surfaces sont sphériques au moins à proximité de leur sommet avec un rayon de courbure constant.
- La distribution des pics des aspérités est aléatoire et aucune interférence ne se produit entre aspérités voisines.
- La déformation des aspérités obéit à la théorie de Hertz et n'est pas influencée par la force de frottement qui agit sur les contacts.

Yamada et Al ont commencé par une étude du contact entre une surface rugueuse et un plan lisse en se basant sur le modèle GW, ensuite entre deux surfaces rugueuses

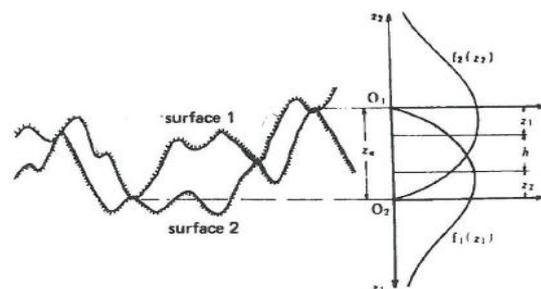


Figure 2 : contact entre deux surfaces rugueuses

Ils déterminent ainsi : la force normale, la force de frottement, l'aire réelle de contact, le nombre de points de contact et la fonction densité de probabilité est calculée en utilisant deux distributions à savoir la distribution normale et la distribution de Rayleigh (distribution réelle des hauteurs d'aspérités).

3.3 Modèle CEB (1987) :

Le modèle CEB ou modèle de Chang, Estion, Bogy [9] est similaire au modèle GW mais tient compte de la conservation d'un certain volume contrôlé d'aspérités déformées plastiquement ainsi il garde les cinq hypothèses de départ du modèle GW.

Le modèle CEB considère, en se basant sur l'étude de Greenwood et Tripp, que le contact entre deux surfaces rugueuses peut être modélisé par un contact entre une surface rugueuse équivalente et un plan lisse.

Quand deux surfaces rugueuses sont en contact, deux plans de référence peuvent être pris. Le premier est la moyenne des hauteurs des aspérités et le deuxième est la moyenne des hauteurs de surface. Ce dernier est plus facilement obtenu expérimentalement que le premier et est plus pratique d'utilisation pour comparer les résultats des différents modèles.

Les équations du modèle CEB sont celles définies par le modèle GW, elles définissent la pression maximale de contact p_m sur une aspérité par :

$$p_m = \frac{E^*}{\pi} \left(\frac{W}{R} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

En utilisant les mêmes notations que celles du modèle GW et ils relient cette pression de contact maximale au début de la déformation plastique à la dureté du matériau le plus mou par $p_m = KH$ avec K le facteur de pression de contact maximum. L'interférence w_c critique à partir de laquelle apparait la déformation plastique est ainsi:

$$w_c = \left(\frac{\pi KH}{2E^*} \right)^2 \beta \quad (5)$$

Quand w est inférieur à w_c le contact est élastique et dans le cas contraire le contact est partiellement plastique et la dépendance de la charge de contact et de l'aire de contact avec w doit être déterminée par un nouveau modèle basé sur la conservation de volume d'une région de l'aspérité déformée plastiquement.

La déformation de l'aspérité est supposée localisée principalement à proximité du contact. A une certaine profondeur l sous le contact, l'aspérité ne se déforme pas. L'aspérité déformée est modélisée par un segment sphérique tronqué de hauteur l

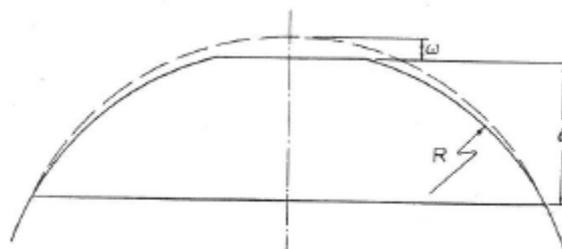


figure 3: aspérité déformée plastiquement

La différence entre le modèle CEB et le modèle GW augmente en fonction de la charge au contact ou avec la l'augmentation de l'indice de plasticité. Le modèle GW sous-estime la séparation comparée au modèle CEB.

4. Analyse des modèles :

Les modèles vus dans la première partie de cet article essaient de décrire les surfaces rugueuses grâce à d'hypothèses plus ou moins proche de la réalité. Ces modèles sont résumés dans le tableau suivant :

Tableau 1 : résumé des modèles de contact lisse/rugueuse

	Forme des sommets	Hauteurs	Courbure	Paramètres de mesure
Greenwood et Williamson (GW)	Sphères	Sommets aléatoires	Constante (moyenne)	
Whitehouse et Archard (WA)	Sphères	Surface aléatoire	Aléatoire corrélée à la hauteur	Fonction d'autocorrélation
Navak	Pas d'hypothèse	Surface aléatoire	Aléatoire corrélée à la hauteur	Fonction d'autocorrélation, densité spectrale de puissance et ses moments
Robbe-Valloire	Pas d'hypothèse	Sommets aléatoires	Aléatoire corrélée à l'espacement	Norme « motifs »

Tous les modèles présentés ci-dessus supposent que les aspérités sont géométriquement indépendantes.

L'hypothèse de Greenwood et Williamson qui considère que la courbure des sommets des aspérités est constante n'est pas très réaliste puisque le modèle GW est basé sur un concept purement physique.

La forme particulière donnée aux sommets des aspérités dans les modèles de Greenwood et Williamson et de Whitehouse et Archard n'est dictée par aucun impératif expérimental mais elle est utile pour la modélisation du contact. Ce modèle contrairement au modèle GW est basé sur un concept purement mathématique en utilisant les mathématiques et la théorie des processus aléatoires.

Les auteurs du modèle WA supposent que les surfaces sont isotropes mais leur théorie peut être étendue aux surfaces anisotropes.

Les paramètres proposés par Nayak sont accessibles par des mesures profilo-métriques mais ces mesures présentent une forte variabilité, ce qui rend délicat leur interprétation. De plus, si on souhaite traiter le cas de surfaces non-isotropes il faut considérer un nombre important de paramètres (neuf), ce qui rend la modélisation difficile à mettre en œuvre.

La modélisation de Robbe-Valloire propose une description statistique dont tous les paramètres sont normalisés.

Le modèle propose une réelle indépendance entre la hauteur des sommets et leur courbure et attribue la variabilité de celles-ci à la variabilité de la distance entre les aspérités et donc peut être appliqué à une grande variété de surfaces spécialement les pièces tournées.

De plus, la statistique proposée pour les rayons de courbure est log-normale, ce qui est plus réaliste compte-tenu du fait qu'on ne rencontre pas d'aspérité à rayon de courbure négative (il s'agirait d'un creux).

Greenwood et Tripp montrent que le contact entre deux surfaces rugueuses peut être modélisé par le contact d'un plan avec une surface rugueuse équivalente « concept de surface somme ».

Ce concept apporte simplicité et facilité dans la mise en équation des problèmes de contact entre surfaces rugueuses. Ce concept est utilisé par plusieurs chercheurs.

Yamada et Al constatent que l'aire réelle de contact et le nombre de points de contact sont grossièrement proportionnels à la charge

Les valeurs obtenues expérimentalement sont en bon accord avec les valeurs calculées avec la distribution de Rayleigh dans le domaine des charges élevées.

La modélisation GW malgré ses hypothèses simplificatrices se révèle malgré tout très pertinente en termes de prédiction de la répartition des efforts dans le contact.

5. Conclusion :

La modélisation statistique des surfaces de contact a vite évolué et cela en commençant par les travaux de Greenwood et Williamson en 1966. Après seulement quelques années d'autres recherches ont permis d'améliorer les modèles proposés par Greenwood et Williamson en apportant d'autres théories et paramètres.

Dans le cas des contacts tribolisses, plusieurs modèles ont été validés expérimentalement. Contrairement aux contacts triborugueux où les modèles proposés restent limités.

L'étendue de notre travail reste à mettre en évidence l'apport de chaque modèle dans le domaine de la modélisation statistique des surfaces en contact et ainsi essayer de montrer l'évolution des théories et concepts avec le temps.

Références

1. J. GREENWOOD et J. WILLIAMSON, «Contact of nominally flat surfaces, »*Proc. R.Soc. A*, pp. 295-300, 1966. IN : Tony DA SILVA BOTELHO, contribution à l'étude du comportement élastoplastique de surfaces métalliques rugueuses revêtues d'un métal de faible dureté, Université de Poitiers, (2004)
2. D. WHITEHOUSE et J. ARCHARD, «The properties of random surfaces of significance in the contact, »*Proc. Roy. Soc. Lond. A*, vol. 316, pp. 97-121, 1970. IN : Tony DA SILVA BOTELHO, contribution à l'étude du comportement élastoplastique de surfaces métalliques rugueuses revêtues d'un métal de faible dureté, Université de Poitiers, (2004).
3. R. NAYAK, «Random process model of rough surfaces, »*J. Lub. Tech.*, vol. 93, pp. 398-407, 1971. IN : IchTachTran, Vérification de la validité du concept de surface somme par

- une approche statistique du contact élastique entre deux surfaces rugueuses, École Centrale Paris (2015).
4. F. ROBBE-VALLOIRE, «Modélisations des microgéométries de surface : application à la modélisation du comportement tribologique,» Université Pierre et Marie Curie (ParisVI), 2000. IN : IchTachTran, Vérification de la validité du concept de surface somme par une approche statistique du contact élastique entre deux surfaces rugueuses, École Centrale Paris (2015).
 5. H. FRANCIS, «Application of spherical indentation mechanics to reversible and irreversible contact between rough surfaces,» *Wear*, vol. 45, pp. 221-269, 1977. IN :IchTachTran, Vérification de la validité du concept de surface somme par une approche statistique du contact élastique entre deux surfaces rugueuses, École Centrale Paris (2015).
 6. H. FRANCIS, «A finite surface element model for plane-strain elastic contact,» *Wear*, vol. 76, pp. 221-245, 1982. IN :IchTachTran, Vérification de la validité du concept de surface somme par une approche statistique du contact élastique entre deux surfaces rugueuses, École Centrale Paris (2015).
 7. J. A. GREENWOOD et J. H. TRIPP, «The contact of two nominally flat rough surfaces,»*Proc. InstnMech. Engrs*, vol. 185, pp. 625-633, 1970-71. IN : Tony DA SILVA BOTELHO, contribution à l'étude du comportement élastoplastique de surfaces métalliques rugueuses revêtues d'un métal de faible dureté, Université de Poitiers, (2004)
 8. K. YAMADA, N. TAKEDA, J. KAGAMI et T. NAOI, «Mechanisms of elasticcontactand friction between rough surfaces, »*Wear*, vol. 48, pp. 15-34, 1978. IN : Tony DA SILVA BOTELHO, contribution à l'étude du comportement élastoplastique de surfaces métalliques rugueuses revêtues d'un métal de faible dureté, Université de Poitiers, (2004)
 9. W. CHANG, I. ETSION et D. BOGY, «An elastic-plastic model for the contact of rough surfaces,» *Journal of tribology*, vol. 109, pp. 257-263, 1987. IN : IchTachTran, Vérification de la validité du concept de surface somme par une approche statistique du contact élastique entre deux surfaces rugueuses, École Centrale Paris (2015).