# Modélisation d'une classe des robots flexibles bio-inspirés a courbure constante

# Ammar AMOURI<sup>1, 3\*</sup>, Chawki MAHFOUDI<sup>2</sup>, Abdelouahab ZAATRI<sup>1</sup>, Halim MERABTI<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Département de génie mécanique, Université1, Constantine.
 <sup>2</sup> Département de génie mécanique, Université Labri Ben M' Hidi, Oum el Bouaghi.
 <sup>3</sup> Research Center in Industrial Technologies CRTI, P. O. Box 64, Cheraga 16014, Algiers, Algeria

 <sup>\*</sup> auteur correspondant : <u>ammar\_amouri@yahoo.fr</u>

**Résumé** - Du point de vue structural, les robots sont classés en trois catégories: les robots discrets, les robots serpentins et les robots continuum. Les robots discrets représentent les robots classiques, les robots Serpentine et les robots continuum sont des robots flexibles généralement inspirés de la biologie. Comparé aux robots classiques, les robots flexibles ont plusieurs ou infinité de degrés de liberté et sont bien convenus aux espaces confinés. Cet article présente une nouvelle approche pour La modélisation géométrique inverse des robots flexibles multi-sections, on faisant l'hypothèse que chaque section se courbe selon un arc de cercle, tout en ayant l'axe central de la structure inextensible. Les coordonnées cartésiennes de chaque section flexible, entrant dans le calcul du modèle géométrique inverse, sont calculées numériquement en utilisant une méthode numérique. Le modèle dynamique inverse d'une section flexible proposé est basé sur une approche Lagrangienne. Des exemples de simulation sont effectués pour valider les deux approches proposées.

# Mots Clés : Robot Flexible Bio-inspiré, Modélisation Géométriques, Modélisation Dynamique.

# 1. Introduction

Les robots flexibles continuum sont une catégorie spéciale des robots hyper-redondants, généralement inspirés de la biologie [1]. Ces robots diffèrent fondamentalement des robots traditionnels rigides par le fait qu'ils ont une structure formée par des liaisons non conventionnelles [2]. Ils sont conçus pour imiter les caractéristiques et les capacités extraordinaires de quelques structures remarquables telles que des troncs d'éléphant, des appendices de poulpe, des langues mammifères, etc. [3]. Ces robots sont capables de se plier en un point quelconque le long de leur structure et peuvent se mouvoir sur une grande variété de champs d'action [4]. L'actionnement s'effectué a l'aide de câbles, muscles artificiels ou de soufflets pneumatique au lieu d'actionneurs mécaniques. Les robots flexibles continuum se composent principalement d'un enchainement de sections flexibles, chaque section est constituée d'une base fixe reliée à une plateforme mobile par plusieurs soufflets, muscles ou une matière flexible (le cas d'actionnement par câbles).

A la différence des robots traditionnels rigides, les robots flexibles sont plus difficiles à modéliser et à construire en raison de leur manque de rigidité et l'infinité du nombre de degrés de liberté que requièrent les modèles géométriques sous leur forme continue. Plusieurs conventions et notations ont été proposées pour résoudre le modèle géométrique direct à savoir [2]-[8] et qui produisent fondamentalement le même résultat d'après [3].

Concernant la modélisation géométrique inverse, plusieurs approches ont été proposées dans la littérature. Parmi ces contributions, on cite les modèles [5] et [6]. Dans la référence

[5], les auteurs traitent le cas d'une section flexible avec une configuration spécial. Des améliorations ont été faite dans [6] en présentant un modèle géométrique inverse complet basé sur [5]. La validation de ce modèle a été faite sur un micro-robot et a montré que le modèle n'était pas robuste vue les incertitudes liées à l'environnement et les imprécisions du matériel. Dans la référence [9], les auteurs traitent le cas multi-sections où les points extrêmes de chaque section sont supposés connus. Ces points peuvent être choisis en résolvant un système d'inégalités. Le modèle n'a pas été validé expérimentalement par contre il simule le comportement global en utilisant des logiciels appropriés. Tandis que dans la référence [10], les auteurs utilisent un algorithme d'optimisation, basé sur un programme quadratique séquentiel (SQP). Le principe d'analyse par intervalle a été utilisé dans [11] et la validation de ce modèle est faite sur un micro-robot. Dans la référence [12], le modèle géométrique inverse est résolu par l'utilisation de l'approche modale. Dans nos travaux précédents [13, 14], nous avons proposé une approche numérique pour le cas planaire et spatial. Ce modèle est formulé comme un problème d'optimisation sous les contraintes de conservation de la longueur de chaque section flexible.

Le premier travail sur la modélisation dynamique des robots flexibles est présenté par [2]. Le modèle a été exposé par plusieurs représentations, à savoir, Lagrange et Euler-Newton. Généralement, plusieurs méthodes sont utilisées pour résoudre ce problème. Parmi ces méthodes : le formalisme d'Euler-Lagrange [15] et [16], le formalisme de Newton-Euler [17]-[20], le principe de Hamilton [21] et le principe de la puissance virtuelle [22].

La contribution principale de ce papier est décrite en 2 parties. La première partie présente le modèle géométrique inverse d'une section flexible. Ensuite l'étude a été généralisée pour le cas multi-section où les points extrêmes de chaque section sont calculés numériquement. La deuxième partie d'écrit le modèle dynamique inverse d'une section flexible, utilisant le formalisme d'Euler-Lagrange.

# 2. Description de la structure

La structure du robot est composée de n sections flexibles connectés en série. La plateforme d'une section flexible k est connectée à sa base par trois câbles avec un axe central flexible. Nous présentons sur la Figure 1 les différents repères et grandeurs intervenant dans la description géométrique du robot.



*Figure 1: Description du robot: (a) L'axe central virtuel du robot, (b) Section flexible k, (c) Unité (j,k)* 

Chaque section flexible k est subdivisée à m unités flexible équidistantes, actionnée par trois actionneurs indépendants, espacés de 120 degrés autour de l'axe central virtuel ( $\gamma_{i,k}$ ). La distance entre l'ancrage des câbles et l'axe central virtuel de la section flexible est noté  $d_k$ .

#### 3. Modélisation géométriques

#### 3.1.1. Modèle géométrique direct du robot

Le modèle géométrique direct réfère à l'ensemble des équations géométriques permettant la détermination de la pose (position et orientation) de l'organe terminal du robot en fonction de longueurs des câbles de chaque section flexible et les paramètres géométriques intrinsèques. Ce modèle est donné par l'équation suivante.

$$T_n^{orig} = T_0^{orig} \prod_{k=1}^n T_k^{k-1}$$
(1)

Où  $T_0^{orig}$  et  $T_k^{k-1}$  représente la matrice de transformation statique et la matrice de transformation indépendante des sections flexibles, respectivement.

Pour calculer la matrice de transformation indépendante  $T_k^{k-1}$ , une stratégie d'un système modulaire a été adoptée à l'aide de l'espace de configuration représentant les paramètres d'arc. La transformation géométrique globale peut être calculée en utilisant des transformations simples qui s'effectué en deux étapes : Premièrement, la transformation spécifique pour exprimer la relation entre les paramètres de l'arc et les longueurs de Câbles, ensuite la transformation géométrique indépendante exprimant la pose en fonction des paramètres de l'arc. La matrice de transformation homogène définissant le repère  $R_k$  dans le repère  $R_{k-1}$  et qui correspond au modèle géométrique direct de la section flexible k est donnée par l'équation suivante.

$$T_{k}^{k-1} = \begin{bmatrix} A_{k}^{k-1} & \mathcal{O}_{k}^{k-1} \\ 0_{1\times 3} & 1 \end{bmatrix}$$
(2)

Avec  $A_k^{k-1}$  et  $\mathcal{O}_k^{k-1}$  la matrice  $(3 \times 3)$  et le vecteur  $(3 \times 1)$  qui définie respectivement l'orientation et la position de l'origine du repère  $R_k$  dans le repère  $R_{k-1}$ . La matrice de d'orientation  $A_k^{k-1}$  est donnée par l'équation suivante [6] :

$$A_{k}^{k-1} = rot(z_{k-1}, \varphi_{k}) rot(y_{k-1}, \theta_{k}) rot(z_{k-1}, -\varphi_{k})$$
(3)

# 3.1.1. Transformation spécifique

Le but de la transformation spécifique est de calculer les paramètres d'arc { $\kappa_k$ ,  $\theta_k$ ,  $\varphi_k$ } de la section flexible k en fonction des longueurs des câbles  $(l_{i,k})$ .

$$\begin{cases} \varphi_{k} = \tan^{-1} \left( \frac{2l_{1,k} - l_{2,k} - l_{3,k}}{\sqrt{3}(l_{3,k} - l_{2,k})} \right) \\ \theta_{k} = \frac{2\sqrt{l_{1,k}^{2} + l_{2,k}^{2} + l_{3,k}^{2} - l_{1,k}l_{2,k} - l_{1,k}l_{3,k} - l_{2,k}l_{3,k}}}{3d_{k}} \\ \kappa_{k} = \frac{2\sqrt{l_{1,k}^{2} + l_{2,k}^{2} + l_{3,k}^{2} - l_{1,k}l_{2,k} - l_{1,k}l_{3,k} - l_{2,k}l_{3,k}}}{d_{k}(l_{1,k} + l_{2,k} + l_{3,k})} \end{cases}$$
(4)

#### 3.1.2. Transformation indépendante

Les coordonnées Cartésiennes  $(x_k, y_k, z_k)$  de l'origine du repère  $R_k$  exprimé dans le repère $R_{k-1}$ , peuvent être déterminées géométriquement par les relations suivantes :

$$\begin{cases} x_k = \frac{2}{\kappa_k} \sin^2(\frac{\theta_k}{2}) \cos(\varphi_k) \\ y_k = \frac{2}{\kappa_k} \sin^2(\frac{\theta_k}{2}) \sin(\varphi_k) \\ z_k = \frac{1}{\kappa_k} \sin(\theta_k) \end{cases}$$
(5)

En substituant l'équation (4) dans l'équation (5), on obtient le modèle géométrique direct d'une section flexible k comme suit :

$$\begin{cases} x_{k} = \frac{d_{k}(l_{1,k}+l_{2,k}+l_{3,k})}{D_{k}} \sin^{2}\left(\frac{D_{k}}{3d_{k}}\right) \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2l_{1,k}-l_{2,k}-l_{3,k}}{\sqrt{3}(l_{3,k}-l_{2,k})}\right)\right) \\ y_{k} = \frac{d_{k}(l_{1,k}+l_{2,k}+l_{3,k})}{D_{k}} \sin^{2}\left(\frac{D_{k}}{3d_{k}}\right) \sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2l_{1,k}-l_{2,k}-l_{3,k}}{\sqrt{3}(l_{3,k}-l_{2,k})}\right)\right) \\ z_{k} = \frac{d_{k}(l_{1,k}+l_{2,k}+l_{3,k})}{2D_{k}} \sin\left(\frac{2D_{k}}{3d_{k}}\right) \end{cases}$$
(6)

Avec:  $D_k = 2\sqrt{l_{1,k}^2 + l_{2,k}^2 + l_{3,k}^2 - l_{1,k}l_{2,k} - l_{1,k}l_{3,k} - l_{2,k}l_{3,k}}$ 

### 5.2. Modèle géométrique inverse d'une section flexible

Le modèle géométrique inverse d'une section flexible k est obtenu en trois étapes :

- 1. détermination des relations entre les paramètres d'arc et les coordonnées opérationnelle, utilisant des relations géométriques simples.
- 2. détermination du modèle géométrique inverse de l'entité robot parallèle, i.e. calcul de la longueur des câbles en fonction de la position et de l'orientation de la plateforme supérieure.
- 3. sommation des longueurs de câble pour obtenir le modèle géométrique inverse de la section flexible complète k.

La direction de la courbure  $\varphi_k$  peut être trivialement déterminée en divisant  $y_k \operatorname{sur} x_k$ , soit :

$$\varphi_k = \operatorname{atan2}\left(y_k, x_k\right) \tag{7}$$

D'après la Figure. 1 et utilisant des relations trigonométriques on aura :

$$\kappa_k = \frac{2\sin\left(\frac{\theta_k}{2}\right)}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2}} \tag{8}$$

$$s_k = \frac{\theta_k}{\kappa_k} \tag{9}$$

Et comme il est mentionné auparavant, chaque unité flexible (j, k) est considérée comme entité robot avec deux degré de liberté, telles que :  $\theta_{j,k} = \frac{\theta_k}{m}$ ,  $l_{j,k} = \frac{L_k}{m}$  et  $\forall j$ :  $\varphi_{j,k} = \varphi_k$ . Le modèle géométrique inverse d'un robot parallèle est obtenu par quelques relations élémentaires simples [24] et qui représente la distance entre les points  $A_{i,j,k}$  et  $B_{i,j,k}$ . Ce modèle est donné par :

$$l_{i,j,k} = \sqrt{(x_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}})^2 + (y_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}})^2 + (z_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}})^2}$$
(10)

Telle que  $x_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}}$ ,  $y_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}}$  et  $z_{A_{i,j,k}}^{B_{i,j,k}}$  sont les composantes du vecteur qui définit la position du point  $A_{i,j,k}$  dans le repère  $R_{B_{i,j,k}}$ .

La longueur totale des câbles pour la section flexible k , composé de m unités connectées en série est :

$$l_{i,k} = \sum_{j=1}^{m} l_{i,j,k}$$
(11)

#### 5.3. Modèle géométrique inverse du robot

Connaissant les coordonnées cartésiennes intermédiaires de chaque section flexible, le modèle géométrique inverse d'une section flexible précédent peut être itérativement appliqué à plusieurs sections liées en série. Les points extrêmes de chaque section $(x_k, y_k, z_k)$ , sont calculés numériquement par une méthode d'optimisation [14].

#### 4. Modélisation dynamique d'une section flexible

La structure de la section flexible est composée de l'épine dorsale et des disques. L'épine dorsale est modélisée par *m* segments rigides liées entre eux par des ressorts de torsion de rigidité  $K_j$ . Chaque segment est considéré comme un cylindre de rayon  $r_j$ , du moment d'inertie  $I_j$ , de masse  $m_s$  et de longueur  $l_j = \frac{L}{m}$ , où *L* est la longueur totale de l'épine dorsale. La méthode de Lagrange est utilisée pour développer le modèle dynamique inverse. Ainsi, l'énergie cinétique devrait être comporte de ces deux termes.

$$T = T_{R,s} + T_{T,s} + T_d (12)$$

L'énergie cinétique de rotation de chaque segment du moment d'inertie  $I_j$ , peut être obtenue sous la forme:

$$T_{R,s} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{j^2}{m^2} I_j \dot{\theta}^2 + I_j \dot{\phi}^2 \right\}$$
(13)

L'énergie cinétique de translation de chaque segment de masse  $m_s$ , peut être obtenue sous la forme:

$$T_{T,s} = \frac{1}{2} m_s \left[ \left( \frac{dx_{c,j}}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy_{c,j}}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz_{c,j}}{dt} \right)^2 \right]$$
(14)

Où les coordonnées cartésiennes des centres d'inertie de chaque segment sont données par :

$$\begin{cases} x_{c,j} = \left[\frac{L}{2m}\sin\left(\frac{j\theta}{m}\right) + \sum_{i=1}^{j-1}\frac{L}{m}\sin\left(\frac{i\theta}{m}\right)\right]\cos\varphi \\ y_{c,j} = \left[\frac{L}{2m}\sin\left(\frac{j\theta}{m}\right) + \sum_{i=1}^{j-1}\frac{L}{m}\sin\left(\frac{i\theta}{m}\right)\right]\sin\varphi \\ z_{c,j} = \frac{(2j-1)L}{m}\cos\left(\frac{\theta}{m}\right) \end{cases}$$
(15)

523

Son vitesse de peut être obtenue par la différenciation directe, donnée par l'équation suivante:

$$\begin{cases} \frac{dx_{c,j}}{dt} = -\left[\frac{L}{2m}\sin\left(\frac{j\theta}{m}\right) + \sum_{i=1}^{j-1}\frac{L}{m}\sin\left(\frac{i\theta}{m}\right)\right]\sin\varphi.\,\dot{\varphi} + \left[\frac{jL}{2m^2}\cos\left(\frac{j\theta}{m}\right) + \sum_{i=1}^{j-1}\frac{iL}{m^2}\cos\left(\frac{i\theta}{m}\right)\right]\cos\varphi.\,\dot{\theta} \\ \frac{dy_{c,j}}{dt} = \left[\frac{L}{2m}\sin\left(\frac{j\theta}{m}\right) + \sum_{i=1}^{j-1}\frac{L}{m}\sin\left(\frac{i\theta}{m}\right)\right]\cos\varphi.\,\dot{\varphi} + \left[\frac{jL}{2m^2}\cos\left(\frac{j\theta}{m}\right) + \sum_{i=1}^{j-1}\frac{iL}{m^2}\cos\left(\frac{i\theta}{m}\right)\right]\sin\varphi.\,\dot{\theta} \\ \frac{dz_{c,j}}{dt} = -\left[\frac{(2j-1)L}{m^2}\sin\left(\frac{\theta}{m}\right)\right]\dot{\theta} \end{cases}$$
(16)

L'énergie cinétique de chaque disque de masse  $m_d$  peut être écrite sous la forme:

$$T_d = \frac{1}{2}m_d \left[ \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \right]$$
(17)

Où les coordonnées cartésiennes du centre d'inertie de chaque disque sont données par :

$$\begin{cases} x_{j} = \sum_{i=1}^{j} \frac{L}{m} \sin\left(\frac{i\theta}{m}\right) \cos\varphi \\ y_{j} = \sum_{i=1}^{j} \frac{L}{m} \sin\left(\frac{i\theta}{m}\right) \sin\varphi \\ z_{j} = \frac{jL}{m} \cos\left(\frac{\theta}{m}\right) \end{cases}$$
(18)

Son vitesse peut être obtenue par la différenciation directe, donnée par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \frac{dx_{j}}{dt} = \sum_{i=1}^{j} \frac{iL}{m^{2}} \cos\left(\frac{i\theta}{m}\right) \cos\varphi. \dot{\theta} - \sum_{i=1}^{j} \frac{L}{m} \sin\left(\frac{i\theta}{m}\right) \sin\varphi. \dot{\varphi} \\ \frac{dy_{j}}{dt} = \sum_{i=1}^{j} \frac{iL}{m^{2}} \cos\left(\frac{i\theta}{m}\right) \cos\varphi. \dot{\theta} + \sum_{i=1}^{j} \frac{L}{m} \sin\left(\frac{i\theta}{m}\right) \cos\varphi. \dot{\varphi} \\ \frac{dz_{j}}{dt} = \frac{jL}{m^{2}} \cos\left(\frac{\theta}{m}\right) \dot{\theta} \end{cases}$$
(19)

L'énergie potentielle totale de l'épine dorsale est donnée par :

$$V = \sum_{j=1}^{m} \left( K_j \left( \frac{1}{2m^2} \theta^2 + \varphi^2 \right) + m_s gL \frac{(2j-1)}{2m} \left( \cos\left(\frac{\theta}{m}\right) - 1 \right) \right)$$
(20)

Les équations de mouvement sont obtenues en dérivant le Lagrangien de la façon suivante:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{u}_p} - \frac{\partial T}{\partial u_p} + \frac{\partial V}{\partial u_p} = Q_p; \quad (p = 1, 2)$$
(21)

Avec  $Q_p$  est la force généralisé du système,  $u_1 = \theta$  et  $u_2 = \varphi$ .

L'actionnement de la section flexible se réalise en tirant un ou deux câbles en même temps car les forces motrices  $F_1$ ,  $F_2$  et  $F_3$  ont la caractéristique de rotation symétrique [16]. Donc pour l'actionnement de  $F_1$  et  $F_2$  par exemple, on aura :

$$\begin{cases} Q_1 = F_1 d_k \cos(\varphi) + F_2 d_k \cos(-\varphi + \gamma_2) \\ Q_2 = -F_1 d_k \theta \sin(\varphi) + F_2 d_k \theta \sin(-\varphi + \gamma_2) \end{cases}$$
(22)

Le système d'équations différentielles sous forme matricielle devient :

$$\sum_{j=1}^{m} \left\{ \begin{bmatrix} I_{j,11}(\theta) & 0\\ 0 & I_{j,22}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}\\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{j,11}(\theta) & C_{j,12}(\theta) & 0\\ 0 & 0 & C_{j,23}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}^2\\ \dot{\phi}^2\\ \dot{\theta}\dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{j,11} & 0\\ 0 & K_{j,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta\\ \varphi \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12}\\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1\\ F_2 \end{bmatrix}$$

Avec :

$$\begin{split} I_{j,11}(\theta) &= m_d \left( \left(\frac{dA}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dB}{d\theta}\right)^2 \right) + m_s \left( \left(\frac{dC}{d\theta}\right)^2 + \left(\frac{dD}{d\theta}\right)^2 \right) + \frac{j^2}{m^2} I_j ;\\ I_{j,22}(\theta) &= m_d A^2 + m_s C^2 + I_j ;\\ C_{j,11}(\theta) &= m_d \left( \frac{dA}{d\theta} \frac{d^2A}{d^2\theta} + \frac{dB}{d\theta} \frac{d^2B}{d^2\theta} \right) + m_s \left( \frac{dC}{d\theta} \frac{d^2C}{d^2\theta} + \frac{dD}{d\theta} \frac{d^2D}{d^2\theta} \right) ;\\ C_{j,12}(\theta) &= -m_d \left( A \frac{dA}{d\theta} \right) - m_s \left( C \frac{dC}{d\theta} \right) ;\\ C_{j,23}(\theta) &= m_d \left( 2A \frac{dA}{d\theta} \right) + m_s \left( 2C \frac{dC}{d\theta} \right) ;\\ K_{j,11}(\theta) &= \frac{1}{m^2} K_j - m_s g \frac{(2j-1)L}{2m^3} ;\\ K_{j,22}(\theta) &= K_j ;\\ A &= \sum_{i=1}^j \frac{L}{m} sin \left(\frac{i\theta}{m}\right) ;\\ B &= \frac{jL}{n} sin \left(\frac{\theta}{m}\right) ;\\ C &= \frac{L}{2m} sin \left(\frac{j\theta}{m}\right) + \sum_{i=1}^{j-1} \frac{L}{m} sin \left(\frac{i\theta}{m}\right) ;\\ D &= \frac{(2j-1)L}{m} cos \left(\frac{\theta}{m}\right) ;\\ Q_{11} &= d_k cos (-\varphi + \gamma_2) ;\\ Q_{21} &= -d_k \theta sin (-\varphi + \gamma_2) . \end{split}$$

#### 5. Simulations

Pour illustrer cette modélisation géométrique inverse, nous l'avons appliqué sur un robot constitué de deux sections flexibles de longueur  $l_1 = l_2 = 200 \text{ mm}$ , pour un suivi d'une trajectoire circulaire pour l'équation mathématique dans l'espace opérationnel est donnée par :  $x_2 = 80 \sin(t)$ ,  $y_2 = 50$ ,  $z_2 = 300 - 80 \cos(t)$ . La configuration du robot pour un point de la trajectoire est représentée sur la Figure 2. L'ensemble de solutions possibles (configurations) pour un point désiré de la trajectoire est montré sur la Figure.3. Les Figure 4 et 5, montrent respectivement la variation des longueurs pour les deux cas, sans contrainte et avec la contrainte sur l'orientation de la première section flexible( $\varphi_1 = -\pi/2$ ).

Concernant la modélisation dynamique d'une section flexible, les exemples de la référence [16] sont simulés pour valider l'approche proposée. La section flexible est constituée de 10 segments rigides reliés entre eux par des ressorts de torsion. Les paramètres de la section flexible sont donnés dans le tableau 1. Les Figures 6 et 7 montrent la variation des forces pour les deux exemples proposés. On conclu que lorsque le nombre des segments rigides augmente, l'erreur entre les deux approche tend vers zéro.

m	m <sub>d</sub> /g	$m_s/g$	d <sub>j</sub> /mm	L /mm	r <sub>j</sub> /mm	K <sub>j</sub> /GPa
10	2.2	1.2	12	150	14	44

Tableau 1 : Les paramètres de la section flexible

(23)



Figure 2 : Robot à 2 sections flexibles.



Figure 4 : Variation des longueurs (lièr cas)



Figure 6 : Variation des forces (linéaire)



Figure 3 : Solutions possibles pour un point désiré.



Figure 5 : Variation des longueurs (2ième cas)



Figure 7 : Variation des forces (circulaire)

### 6. Conclusion

Dans cet article, une nouvelle approche de la modélisation géométrique inverse des robots flexible est présentée. Les formulations mathématiques d'un robot flexible continuum sont donnés, ces formulation assure le calcul des longueurs des câbles du robot d'un point donné dans l'espace de travail et vice-versa. Les coordonnées opérationnelles des origines des plateformes intermédiaires, entrant dans le calcul du modèle géométrique inverse, sont calculées par une méthode numérique. Le modèle dynamique inverse d'une section flexible à été donné, utilisant le formalisme de Lagrange.

# Références

1. G. Robinson and J. B. C. Davies, Continuum robots - A state of the art, in IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, Michigan, (1999) 2849–2854.

2. H. Mochiyama and T. Suzuki, Kinematics and dynamics of a cable-like hyper-flexible manipulator, In Proc. IEEE Int. Conf. Robot Automat. Taipei, Taiwan, vol. 3 (2003) 3672-3677.

3. R. J.Webster III and B. A. Jones, Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: A review, Int. J. Robot. Res., vol. 29 (2010) 1661–1683.

4. D. Trivedi, C. D. Rahn, W. M. Kier and I. D. Walker, Soft robotics: biological inspiration, state of the art, and future research Appl. Bionics Biomech. (2008) 599–117.

5. M. W. Hannan and I. D. Walker, Kinematics and the Implementation of an Elephant's trunk manipulator and other continuum style robots, J. Robot. Syst., vol. 20 (2003) 45–63.

6. B. A. Jones and I. D. Walker, Kinematics for multi-section continuum robots, IEEE Transactions on Robotics, vol. 22 (2006) 43–55.

7. C. Escande, P. M. Pathak, R. Merzouki, V. Coelen, Modeling of multi-section bionic manipulator: application to Robotino XT, 2011 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Phuket, Thailand (2011) 92-97.

8. T. Mahl, A. Hildebrandt, and O. Sawodny, Forward kinematics of a compliant pneumatically actuated redundant manipulator, in Proc. IEEE 7th Conf. Ind. Electron. Appl. (2012) 1267–1273.

9. S. Neppalli, M. A. Csencsits, B. A. Jones, and I. D.Walker, Closed-form inverse kinematics for continuum manipulators, Advanced Robotics, USA, 23 (2009) 2077–2091.

10. O. Lakhal, A. Chibani, C. Escande and R. Merzouki, Contribution to inverse kinematic modeling of a class of continuum Bionic Handling Arm, 2014 IEEE/ASME, International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Besançon, France (2014).

11. S. Iqbal, S. Mohammed, Y. Amirat, A guaranteed approach for kinematic analysis of continuum robot based catheter, International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO), France (2009) 1573-1578.

12. I. S. Godage, G. A. Medrano-Cerda, D. T. Branson, E. Guglielmino and D. G. Caldwell, Modal kinematics for multi-section continuum arms, Bioinspiration and Biomimetics Vol.10 (2015) 1-20.

13. A. Amouri, C. Mahfoudi, and A. Zaatri, Contribution to inverse kinematic modeling of a planar continuum robot using a particle swarm optimization," in Multiphysics Modelling and Simulation for Systems Design and Monitoring, vol. 2, Eds. Springer International Publishing, (2015) 141–150.

14. A. Amouri, C. mahfoudi, A. Zaatri, Simulation and kinematic modeling of constant curvature flexible continuum robots, International Conference on Electro-Energy, ICEE'2014, Skikda, Algeria (2014).

15. V. Falkenhahn, T. Mahl, A. Hildebrandt, R. Neumann, and O. Sawodny, Dynamic modeling of constant curvature continuum robots using the Euler-Lagrange formalism, International Conference on Intelligent Robots and Systems, Chicago, USA (2014) 2428-2433.

16. B. He, Z. Wang, Q. Li, H. Xie and R. Shen, An analytic method for the kinematics and dynamics of a multiple-backbone continuum robot, International Journal of Advanced Robotic Systems, Vol. 10 (2013) 1-13.

17. T. L. A. Weber and G. Sobottka, Stable integration of the dynamic Cosserat equations with application to hair modeling, Journal of WSCG, vol.16 (2008) 73–80.

18. D. C. Rucker and R. J. Webster III, Statics and dynamics of continuum robots with general tendon routing and external loading, IEEE Transactions on robotics, vol.27, no.6 (2011) 1033–1044.

19. R. Kang, E. Guglielmino, D.T. Branson and D. G. Caldwell, Bio-Inspired crawling locomotion of a multi-arm octopus-like continuum system, in Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Portugal, (2012) 145–150.

20. R. Kang, A. Kazakidi, E. Guglielmino et al., Dynamic model of a hyper-redundant, octopus-like manipulator for underwater applications, in Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems: Celebrating 50 Years of Robotics), San Francisco, USA, (2011) 4054–4059.

21. I. A. Gravagne, C. D. Rahn, and I. D. Walker, Large deflection dynamics and control for planar continuum robots, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics,vol.8,no.2, (2003) 299–307.

22. W. S. Rone and P. Ben-Tzvi, Continuum robot dynamics utilizing the principle of virtual power, IEEE transactions on robotics, Vol. 30, No. 1, (2014) 275-287.

23. J. P. Merlet, Parallel robots, Kluwer Academic Publishers, (2000).