

## LES CARACTERISTIQUES DE LA STABILITE DYNAMIQUE D'UN AVION DE TYPE JET

Amel MERABET<sup>1\*</sup>, Brahim NECIB<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Laboratoire de mécanique

Département de Génie mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie. Université Frères Mentouri – Constantine 1. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie

\*: merabet.amel@yahoo.fr)

**Résumé** - Le but de ce travail est d'examiner les caractéristiques de la stabilité dynamique et de réponse des avions en termes de petites perturbations relatives à la condition du vol à l'état d'équilibre. L'expérience a montré que dans plusieurs cas, la tenue dynamique des avions peut être représentée en assumant que les perturbations loin du vol à l'état d'équilibre sont petites. Dans ce cas, les équations de mouvement peuvent être approximées par des équations différentielles, linéaires du second ordre avec des coefficients constants. Ces équations sont appelées des équations avec de petites perturbations et la forme de base dans laquelle, elles sont utilisées ici, ont été développées. Il est évident que le caractère de réponse d'un avion aux perturbations (vent par exemple) et (ou) aux déflexions de la surface de contrôle est intimement arrêté avec la tenue de la stabilité. Ceci est en effet le cas qui peut devenir clair en procédant à l'étude de l'analyse mathématique de la stabilité dynamique et la réponse en utilisant la méthode des fonctions de transfert, dite méthode des caractéristiques ou méthode de Laplace.

**Mots Clés** : Stabilité de l'avion, méthode de LAPLACE, modes propres, sens longitudinal, sens latéral, perturbation...

### Nomenclature

$f$	fonction de Laplace	$\theta$	Angle de position
$M$	Nombre de Mach	$\alpha$	Angle d'attaque
$\lambda$	Racine de l'équation caractéristique	$\beta$	Angle de dérapage
$\omega_n$	fréquence de l'équation caractéristique	$\phi$	Angle de roulis
$\xi$	Coefficient d'amortissement	$\psi$	Angle de lacet
$U$	vitesse		
$T$	période		

### 1. Introduction

Les caractéristiques géométriques des avions sont tellement vastes et leur étude a toutefois débuté vers 1950, tout en calculant les modes de vibration des ailes à petite et grande période durant les manœuvres appliquées sur les avions sous l'effet des agitations extérieures. Ces dernières sont dues aux coups de vents [1,2], des tourbillonnements ou même aux changements de température. Ceci affecte la stabilité et le contrôle des avions en fonction du temps où une analyse est introduite utilisant la méthode des caractéristiques appelée méthode de Laplace.

### 2. Stabilité et contrôle de l'avion

Lorsqu'un avion est agité de sa position d'équilibre, des mouvements perturbés en résultent et qui seront amortis après un certain moment [3]. Ces mouvements peuvent être un mouvement stable (convergent), nettement stable (oscillatoire) ou instable (divergent) (figure 1). Ces agitations échangées dans un angle d'attaque ( $\alpha$ ) sont dues aux perturbations extérieures [4,5] telles que les variations atmosphériques (coup de vent). De ceci il est évident que le caractère de réponse d'un avion du aux perturbations peut devenir clair en procédant à l'analyse mathématique des équations différentielles de mouvement d'un avion qui peuvent être linéaires ou non linéaires [6,7] en utilisant la méthode des caractéristiques ou méthode des transformées de Laplace.

La transformée de la fonction de Laplace,  $f(t)$  est définie par: **Erreur ! Signet non défini.**

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t).dt \quad (1)$$

Dans notre analyse, les propriétés de linéarités et des conditions initiales sont appliquées pour le mouvement longitudinal et le mouvement latéral de l'avion.

### 3. Stabilité dynamique dans la direction longitudinale

Les résultats suivants présentent des valeurs numériques pour un avion de propulsion à  $M = .7$  à 40.000 Ft.

Il est possible de calculer les racines de cette équation caractéristique. On trouve que :

$$\lambda_{1,2} = n_{1,2} \pm jw_{1,2} = -1.008 \pm j(2.651) \quad (2)$$

$$\lambda_{3,4} = n_{3,4} \pm jw_{3,4} = .0069 \pm j(.0905) \quad (3)$$

Pour des raisons qui seront claires plus tard, il a été trouvé convenable d'écrire l'équation caractéristique sous une forme factorisée. La forme ce qu'on appelle 'forme standard' suivante, est utilisée [8] :

$$(S^2 + 2\xi_{1,2}w_{n1,2}S + W_{n1,2}^2)(S^2 + 2\xi_{3,4}w_{n3,4}S + W_{n3,4}^2) = 0 \quad (4)$$

Les racines peuvent maintenant être écrites comme :

$$\lambda_{1,2} = \xi_{1,2}w_{n1,2} \pm jw_{n1,2}\sqrt{1 - \xi_{1,2}^2}$$

$$\lambda_{3,4} = \xi_{3,4}w_{n3,4} \pm jw_{n3,4}\sqrt{1 - \xi_{3,4}^2} \quad (5)$$

Les équations différentielles du mouvement sont dérivées à partir des petites perturbations et sont exprimées en fonction de la vitesse ( $U$ ), de l'angle d'attaque ( $\alpha$ ) et de l'angle de position ( $\theta$ ) et qui sont présentés sous une forme matricielle

En posant le déterminant de la matrice égale à zéro ( $\Delta$ ), on aura l'équation caractéristique du 4ème ordre suivante :

$$AS^4 + BS^3 + CS^2 + DS + E = 0 \quad (6)$$

Cette équation caractéristique a quatre racines  $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4$  qu'on résout en utilisant les transformées de Laplace, on trouve les modes les modes propres suivants avec les fréquences si dessus:

$$W_{n1} = W_{n2} = 2.83 \text{ rad / sec} \quad (7)$$

$$W_{n3} = W_{n4} = 9.110^{-2} \text{ rad / sec}$$

De ceci, on peut déterminer les coefficients d'amortissement et qui sont

$$\begin{aligned} \xi_1 = \xi_2 &= 0.355 \\ \xi_3 = \xi_4 &= 0.076 \end{aligned} \quad (8)$$

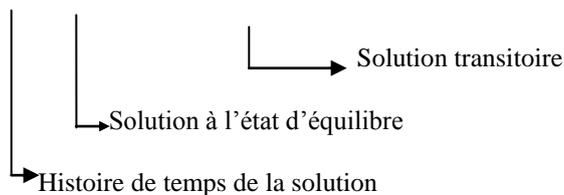
Le premier est appelé un mouvement à mode à petite période.

Le second est appelé un mouvement à mode à grande période.

Dans cet exemple, on n'assume que la vitesse, demeure constante et considérée comme étant un résultat d'une perturbation du gouvernail unitaire. Dans d'autres termes, l'approximation de la petite période doit être utilisée, et les inverses de temps des transformés représentent la réponse de mouvement désirée :

Les inverses peuvent être calculées avec l'aide des tables de la transformée de Laplace [9-14]. Il est possible de voir que la forme générale de cette réponse peut être écrite comme :

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= k\alpha_0 + k\alpha_1 e^{\lambda_1 t} + k\alpha_2 e^{\lambda_2 t} + k\alpha_3 e^{\lambda_3 t} + k\alpha_4 e^{\lambda_4 t} \\ \theta(t) &= k\theta_0 + k\theta_1 e^{\lambda_1 t} + k\theta_2 e^{\lambda_2 t} + k\theta_3 e^{\lambda_3 t} + k\theta_4 e^{\lambda_4 t} \end{aligned} \quad (9)$$



Où  $K\alpha_i$  et  $K\theta_i$  sont des constantes.

Les réponses typiques de l'angle d'attaque  $\alpha(t)$  et l'angle de position  $\theta(t)$  pour une entrée d'élévation unitaire [7] sont illustrées dans la figure 2.

#### 4. Stabilité dynamique dans la direction latérale

Le critère de stabilité des mouvements dans la direction latérale d'un avion est entièrement déterminé par l'équation caractéristique suivante [8,15] :

$AS^4 + BS^3 + CS^2 + DS + E = 0$  de la matrice qui représente les équations de mouvement dans le sens latéral

La même méthode est utilisée comme précédemment afin de déterminer les racines  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$  cependant les perturbations considérées sont exprimées en fonction de l'angle de glissement ( $\beta$ ), de l'angle d'avancement ( $\psi$ ) et l'angle d'inclinaison ( $\phi$ ) comme inverses du temps du mouvement désiré :

Il est possible de trouver les racines [8] de l'équation caractéristique comme :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -.00101 \\ \lambda_2 &= -.507 \\ \lambda_{3,4} &= -.0580 \pm j 1.617 \end{aligned} \quad (10)$$

Il a été trouvé convenable d'écrire l'équation caractéristique sous une forme factorisée (donnée sous forme de facteurs).

La forme standard suivante est utilisée :

$$(T_1 S + 1) (T_2 S + 1) (S^2 + 2\xi_{3,4} \omega_{n_{3,4}} S + \omega_{n_{3,4}}^2) = 0 \quad (11)$$

Les racines de l'équation (11) peuvent maintenant être écrites comme :

$$\lambda_1 = -\frac{1}{T_1} \quad \lambda_2 = -\frac{1}{T_2} \quad (12)$$

$$\lambda_{3,4} = \xi_{3,4} \omega_{n_{3,4}} \pm j \omega_{n_{3,4}} \sqrt{1 - \xi_{3,4}^2}$$

On trouve que :

$$T_1 = 991.8 \text{ sec}$$

$$T_2 = 1.972 \text{ sec} \quad (13)$$

$$\omega_{n_{3,4}} = 1.618 \text{ rad/sec}$$

$$\xi_{3,4} = 0.036.$$

Les inverses du temps peuvent être calculées avec l'aide des tables de la transformée de Laplace [1,2]. Il est possible de voir que la forme générale de cette réponse peut être écrite comme :

$$\begin{aligned} \beta(t) &= \mathcal{L}^{-1} \{ \beta(s) \} \\ \phi(t) &= \mathcal{L}^{-1} \{ \phi(s) \} \\ \psi(t) &= \mathcal{L}^{-1} \{ \psi(s) \} \end{aligned} \quad (14)$$

De ceci, on trouve les modes propres suivants :

$$\begin{aligned} W_{n1} &= 6,33 \cdot 10^{-3} \text{ rad / sec} \\ W_{n2} &= 3.1845 \text{ rad / sec} \\ W_{n3} &= 1.618 \text{ rad / sec} \end{aligned} \quad (15)$$

## 5. Discussion des résultats

On voit que l'exemple de la réponse transitoire de l'avion se consiste de trois termes différents.

Une réponse du premier ordre qui ne converge pas rapidement, appelée le mode du mouvement spiral ( $W_{n1}$ ).

Une réponse qui converge rapidement, appelé le mode de mouvement de roulement ( $W_{n2}$ ).

Une oscillation à basse fréquence, appelée le mode du mouvement de roulement ( $W_{n3}$ ).

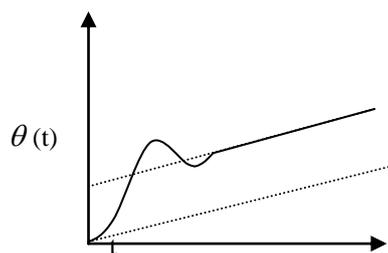
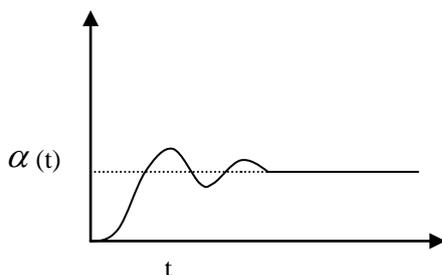


Figure 1 : Réponses typiques de l'angle d'attaque

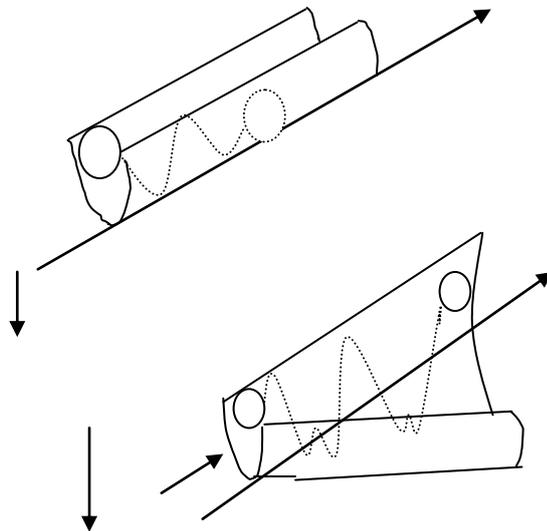


Figure 2 : Exemple physique de la stabilité dynamique l'instabilité et la stabilité neutre [5].

En général et dans les deux cas de mouvement, la stabilité et la convergence de mouvement de l'avion sont atteintes après une certaine période de temps, qui sont très courtes pour certains modes et non assez longues pour d'autres.

## 6. Conclusion

Dans cet article, la tenue de la stabilité dynamique des avions a été analysée à partir des équations de mouvement des petites perturbations en utilisant la méthode des transformées de LAPLACE. Une introduction à la méthode des fonctions de transfert a été

Fournie. Il a été montré que l'avion a différents modes de mouvement tel que :

- a) Le mode à petite période et le mode à grande période dans le sens longitudinal.
- b) les modes spirale, d'enroulement et de roulement dans le sens de la direction latérale.

L'effet des dérivées de stabilité et les caractéristiques d'inertie sur le caractère de ces modes a été discuté en utilisant le concept des dérivées de stabilité dimensionnelles

En revanche, on a pu mettre en valeur la méthode des caractéristiques dans le calcul des racines et des modes propres de l'avion en mouvement qui sont le mode à petite période et le mode à grande période dans le sens longitudinal et les modes spirales d'enroulement et de roulement dans le sens latéral. Ce qui nous permet de conclure que la stabilité de l'avion est atteinte même après une certaine limite de temps définie par les périodes de mouvement dans les deux sens. On peut donc déduire que la méthode de la racine est un outil puissant dans la désignation des caractéristiques voulues de stabilité des avions.

## Références

1. John Anderson. Introduction to flight. McGraw-Hill, 1978, 1985, 1989.
2. D. Birdsall, W. Mair. Aircraft performances. Cambridge University Press, 1992.
3. J.L. Boiffier. The Dynamics of flight: The equations. Wiley, 1998.
4. McCormick. B. W., Aerodynamiaics, aeronautics and flight mechanics, 2<sup>nd</sup> ed., Wiley, New York, 1995.
5. Duncan, W.J.The principles of the the control and stability of aircraft.Cambridge University Press, 1962.
6. Edward Seckel. Stability and control of Airplanes and Helicopters. Academic Press, 1964.
7. Henry, S: some methods for analyzing with linear automatic control systems.University of Kansas, 1979.
8. Merabet, A : thèse de Magister intitulé : Etude dynamique d'un avion dans l'espace,Uiversité Mentouri de Constantine, 1998.
9. Nixon ,F.L: handbook of Laplace transforms Inc.,Englewood cliffs,N.J.,1961
10. Roskam ,j and Kohlman ,D.L.:An assessment of performance,stability and control improvements for general aviation aircraft. SAE paper 700240 Kansas 1970
11. Roskam, J : airplane flight dynamics and automatic flight controls.Kansas, 1979
12. R. Shevell. Fundamentals of flight. Prentice-Hall, 1989.
13. Spiegel, M.R: theory and problems of Laplace transforms january 1965.
14. E. Torenbeek. Synthesis of subsonic airplane design. Delft University Press, 1986
15. Merabet, A : Etude vibratoire d'un avion dans l'espace .6ème Séminaire National de Mécanique – Annaba 7-8 Novembre 2006