

## Analyse de la propagation des fissures dans les trous des plaques sous l'effet des charges extérieures

S. CHORFI<sup>1</sup> et B. NECIB<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de mécanique, Département de Génie mécanique, Faculté des Sciences de la Technologie,  
Laboratoire de mécanique

Université des Frères Mentouri Constantine 1. Campus Chaab Ersas, 25000 Constantine, Algérie

sofna25000@yahoo.fr

### Résumé :

La présence des trous dans les plaques de milieu continus isotropes, anisotropes ou discrets ont une grande importance dans le domaine des structures de technologies modernes de la construction mécanique, l'aéronautique et le génie civil compte tenu de leur utilisation pour l'assemblage des différentes structures par rivetage, par vis ou par boulons. Cependant, le perçage de ces trous fait apparaître des dommages de nature différente dans ces structures qui nuisent à la durée de vie de ces systèmes mécaniques. Ce phénomène se traduit alors, à l'échelle macroscopique, par la création d'une surface de discontinuité que l'on appelle des fissures qui conduisent à l'affaiblissement de la structure durant leur fonctionnement en raison des concentrations de contrainte au niveau des zones élasto plastiques. En conséquence, l'analyse de la propagation des fissures autour des trous dans les plaques sous l'effet de différents charges extérieures, joue un rôle important pour éviter la destruction totale de ces structures et l'augmentation de leur durée de vie.

Notre travail consiste en une étude de la propagation des fissures autour des trous dans des plaques continues isotropes bidimensionnelles sous l'effet des charges extérieures. Différents modes de fissurations avec différents angles d'orientation de fissuration suivant le plan d'une plaque avec un trou central ont été analysés. Les résultats théoriques sont obtenus en se basant sur la théorie de l'énergie de déformation de Griffith et comparés à des modèles numériques utilisant la méthode quadrangulaire des éléments finis ainsi que des résultats expérimentaux et de bons résultats ont obtenus.

**Mot clé :** Plaque troué, contrainte, modes de fissuration, facteurs d'intensité, longueur de fissure, angle de propagation, efforts extérieurs.

### Notations

<b>Kt</b> Facteur de concentration de contrainte	<b>R</b> Rayon du trou de la plaque,
$\sigma_{\max}$ Contrainte local,	<b>F</b> Effort de traction
$\epsilon_{\max}$ Déformation local,	<b>F<sub>I</sub></b> Facteur suivant l'expérience [9-10],
$\epsilon_N$ Déformation nominal,	
$\sigma_N$ Contrainte nominal,	
<b>Kc</b> Ténacité ,	
<b>KI</b> Facteur de concentration de contrainte (mode I) ,	
<b>KII</b> Facteur de concentration de contrainte (mode II)	
<b>a</b> Longueur de la fissure,	
<b>w</b> Largeur de la plaque,	
$\Delta K_{eq}$ Facteur de concentration équivalent,	

## 1. Introduction

La présence des trous dans les plaques, des entailles et autres moyens de raccordement conduit à un affaiblissement de la structure en raison de présence des contraintes locales ou concentrations de contrainte au niveau de ces trous. Il est donc conseiller d'éviter autant que possible, le perçage, l'usinage des défauts ou des parties fonctionnelles de ces type qui augmentent la probabilité de la présence des fissures [1-2]. Cependant, lorsque la présence de ces facteurs est inévitable, il est nécessaire de connaître le facteur de concentration de contrainte associé à chaque géométrie afin de dimensionner ces structures, d'éviter leur désastre et d'augmenter leur durée de vis; chose qui a été considérée dans notre problème.

En fait, les plaques trouées ont beaucoup d'applications concrètes surtout en mécanique, en aéronautique, en biomécanique et d'autres structures assemblées, par boulons ou rivés, etc.

Notre travail consiste à analyser la propagation de la fissure au voisinage d'un trou d'une plaque bidimensionnelle sous l'effet des excitations extérieures en traction suivant l'axe (y). Aussi les fissures considérées dans notre cas sont initiées horizontalement soit dans l'axe du trou ou suivant l'angle 45°. Utilisant le maillage décrit ci-dessus et vu la symétrie de la plaque, seulement le quart de la plaque est considérée. Les facteurs de concentration de contraintes suivants plusieurs direction pour les différents modes et pour les différents angles d'orientation de fissures sont déterminés utilisant le modèle théorique et le modèle par éléments finis et les résultats sont comparés à des résultats expérimentaux donnés par [8].

Dans notre cas une plaque bidimensionnelle isotrope percée d'un trou circulaire et elliptique ont été considérées séparément afin de déterminer les contraintes et les déformations autour des trous.

Les contraintes et les déformation locales peuvent être obtenues à partir du facteur de concentration de contraintes [3]  $K_t$  donné par :

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_N} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_N} \quad (1)$$

Où  $\sigma_{\max}$  et  $\varepsilon_{\max}$  sont respectivement les contraintes et les déformations maximales locales ; tandis que  $\sigma_N$  et  $\varepsilon_N$  sont les contraintes et les déformation nominale.

D'autre part, Griffith a développai que la présence de ces défauts dans un matériau pouvait amplifier la contrainte locale. Cette dernière peut atteindre une valeur égale à la résistance en traction sans que la contrainte extérieure appliquée soit élevée. Ce principe peut aussi s'appliquer à toute les discontinuités géométriques présentes dans un matériau comme une fissure interne ou externe [4].

En général il existe trois types de modes de fissuration [5] et qui sont schématisés comme suit:

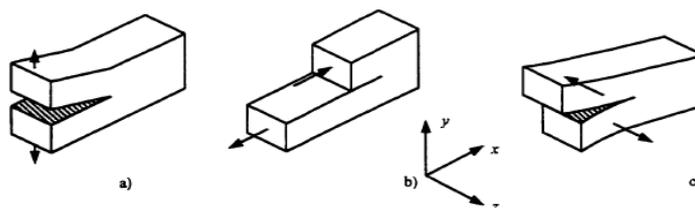


Figure 1: Trois modes de sollicitation d'une fissure. a) mode I, b) Mode II, c) Mode III

L'approche basé sur la mécanique linéaire de la rupture est à trois variables : la contrainte appliquée, la ténacité  $K_c$  qui remplace la limite d'élasticité et une variable additionnelle qui est la taille du défaut. Il y a cependant deux approches alternatives de la mécanique de la rupture : l'une utilisant le concept d'intensité des contraintes critique (ténacité du matériau) et l'autre un critère d'énergie. Ces deux approches sont équivalents dans certaines conditions [5].

Les facteurs d'intensité de contrainte pour l'échantillon ou spécimen CTS de Richard [6] ont obtenu des solutions de  $K_I$  et  $K_{II}$  pour une fissure centrale, plane et normale aux faces latérales. Les facteurs d'intensité de contrainte pour des angles différents chargement et l'orientation de fissuration initiale sont données par les expressions suivantes [7] :

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} \frac{\cos \alpha}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)} \sqrt{\frac{0,26 + 2,65\left(\frac{a}{W-a}\right)}{1 + 0,55\left(\frac{a}{W-a}\right) + 0,08\left(\frac{a}{W-a}\right)^2}} \quad (2)$$

$$K_{II} = \sigma \sqrt{\pi a} \frac{\sin \alpha}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)} \sqrt{\frac{-0,23 + 1,40\left(\frac{a}{W-a}\right)}{1 - 0,67\left(\frac{a}{W-a}\right) + 2,08\left(\frac{a}{W-a}\right)^2}} \quad (3)$$

L'intensité du facteur de contrainte  $K$  est calculé par éléments finis ; tandis que l'intensité du facteur de contrainte équivalente  $\Delta K_{eq}$  est la combinaison de facteur d'intensité de contrainte  $K_I$  et  $K_{II}$ , et qui est donné par [8]:

$$\Delta K_{eq} = \left[ \Delta K_I^4 + 8 \Delta K_{II}^4 \right]^{0,25} \quad (4)$$

En conséquence et pour les fissures émanant d'un trou elliptique comme représenté sur la Figure 4, l'intensité du facteurs de contrainte  $K_I$  est donné par la formule suivante [9-10] :

$$K_I = F_1 \sigma_\infty \sqrt{\pi(a+c)} \quad (5)$$

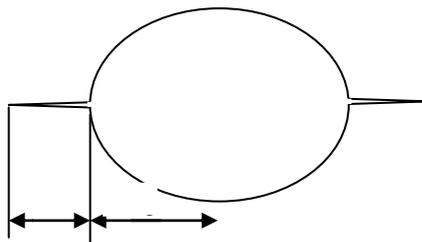


Figure. 2 : Trou elliptique de longueur de fissure  $c$

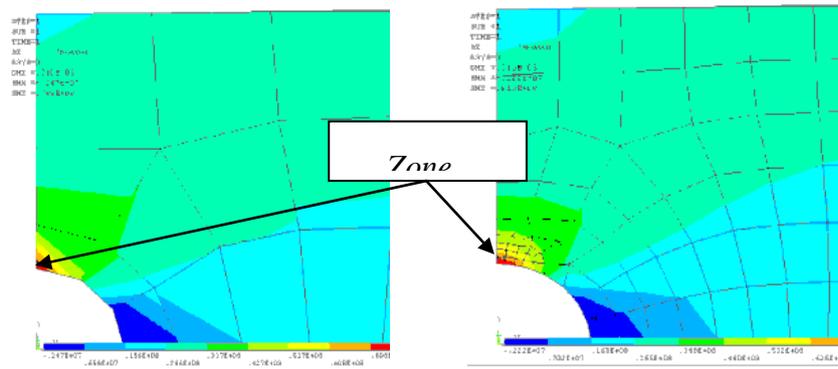
## 2. Effet du Maillage sur la contrainte maximale appliquée sur la plaque

La création du maillage en éléments finis est l'étape la plus importante dans cette analyse. Elle est réalisée manuellement en sélectionnant les lignes d'éléments et les discrétiser, puis un maillage automatique gratuit est appliqué à l'ensemble du modèle et une configuration en toile d'araignée peut être obtenu [11]. Un maillage raffiné et bien construit se compose d'éléments quadrangulaires près de la pointe de la fissure pour bien visualiser la propagation de cette

dernière. Un algorithme de recherche en utilisant les résultats de la matrice de connectivité dans les domaines d'intégration réguliers, concentriques est utilisé pour évaluer l'intégral J [12,13].

Pour la géométrie de notre plaque, nous considérons que le facteur de concentration de contrainte exacte ou théorique est donné par :  $K_t = 2,17$  [13]. En conséquence, la contrainte maximale peut être obtenue en tenant compte de la surface de la partie transversale ( $S_t = 0.002\text{mm}^2$ ) et pour une pression d'excitation ( $P = 1,0 \text{ Pa}$ ) et qui est :  $\sigma_{\max} = 4.34 \text{ Pa}$ .

Par ailleurs, les valeurs de la contrainte maximale sont calculées numériquement utilisant deux types de maillages par éléments finis. Le premier maillage moins raffinés (Figure.3a) nous donne une valeur de 4,59 Pa, d'où une erreur de 5,8% ; tandis que pour un maillage plus raffiné (Figure.3b), la contrainte maximale obtenue est de 4,38 Pa, soit une erreur de 1% . En conclusion, plus que le maillage est raffiné plus les résultats de la contrainte maximale converge vers les valeurs exact.



(a) Maillage normal

(b) Maillage raffiné

Figure. 3: Contrainte  $\sigma_{\max}$  pour différents maillages

### 3. Effet de la géométrie du trou et des charges extérieures sur le facteur de concentration de contrainte

La géométrie du trou (a/b) et les types de chargement externes (F) ont une grande influence sur le facteur de concentration de contrainte de la plaque. En effet, quand a est très supérieur à b le trou devient plus néfaste et peut être considéré comme une fissure (Figure 4). Dans notre cas, l'effet de la position de la fissure est considérée à partir de zéro à 45° (figure 5 et 6) ; puis l'orientation de la charge extérieure seront considérées (Figure 7).

On considère une plaque troués en aluminium, dont l'épaisseur, largeur et longueur sont de 3mm, 350\*1000 mm<sup>2</sup>, respectivement. et d'un trou de diamètre de 100 m. utilisez seulement un quart de la plaque pour le modèle éléments finis. Pour les petits problèmes utilisant la symétrie ne soit pas trop important, pour des problèmes de grande taille, il peut économiser des efforts de modélisation et de solution en éliminant la moitié ou un quart ou plus du travail.

Pour commencer, nous allons résoudre un problème avec une solution connue pour que nous puissions vérifier nos résultats calculés et la compréhension du processus FEM.

Placer l'origine de coordonnées XY dans le centre du trou. Si on tire sur les deux extrémités de la plaque, des points situés sur les lignes médianes se déplacer le long des axes perpendiculaires, mais pas à eux. Cela indique que les conditions de déplacement appropriés à utiliser comme indiqué ci-dessous. Nous allons utiliser des méthodes numériques pour déterminer la contrainte dans le patch horizontale maximale de la plaque et de comparer les résultats calculés avec la valeur maximale qui peut être calculé en utilisant les valeurs tabulées

pour les facteurs de concentration des contraintes. Les commandes interactives seront utilisés de formuler et de résoudre le problème.

### 3.1. Effet de la géométrie du trou

En applique des effort de traction suivant l'axe y et en faisant varié le rapport a/b du trou de la plaque puis on observe l'influence de cette variation sur les résultat qui sont présentés sur les figures 5 et 6.

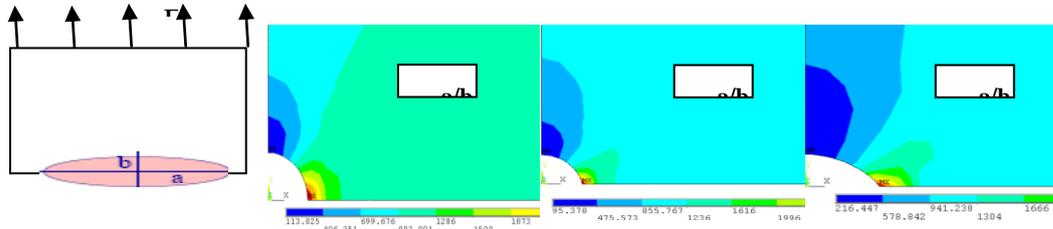


Figure 4: contrainte en fonction du rapport a/b

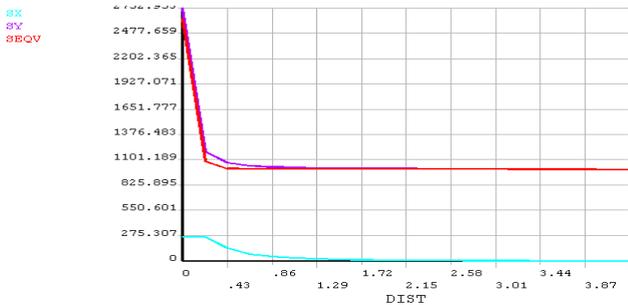


Figure.5: Variation des contrainte en fonction du patch horizontal

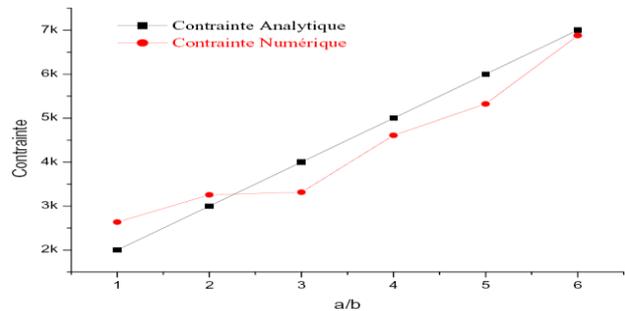


Figure.6: contraintes en fonction du rapport a/b

### 3.2. Effet de la position de la fissure du trou

#### a) Fissure initiée à zéro degré :

On applique la même charge de traction suivant l'axe y et on prend un trou de cercle a/b=1, on suppose que la fissure a initié dans le point A du bord du trou a un angle de 0° par rapport a l'origine global XY voir (Figure.7) , et en analyse la variation de K (facteur de concentration de contrainte ) suivant la longueur de fissure et les différents angles d'orientations voir (Figure.9 et 10) .

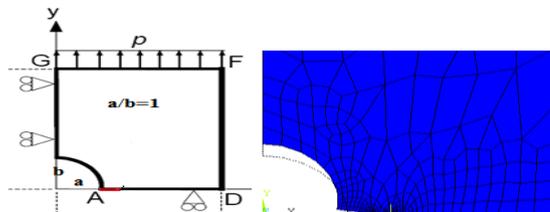


Figure 7: un quart de plaque chargé et une fissure dans le point A

a.1) Variation de la longueur de fissure

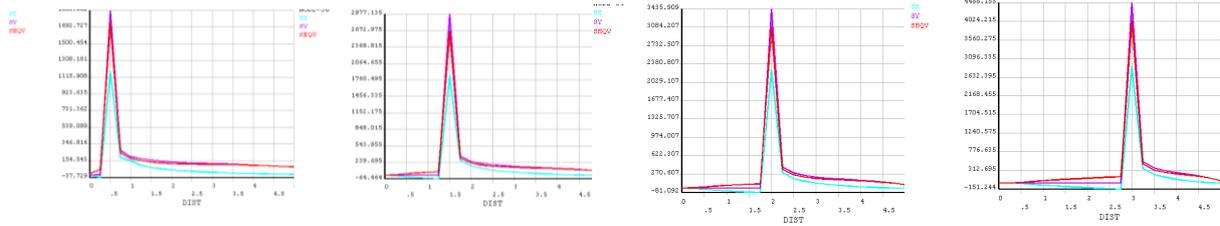


Figure. 8 : Répartition des contraintes suivant le patch horizontal

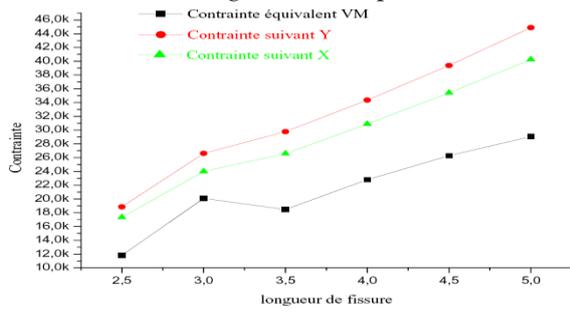


Figure. 9 : Variation des contraintes en fonction de la longueur de fissure

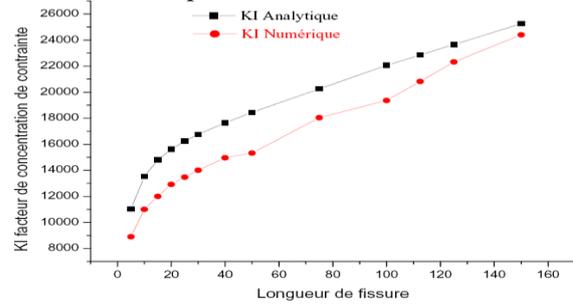


Figure. 10 : Variation du facteur d'intensité de contrainte en fonction de la variation d'angle de propagation

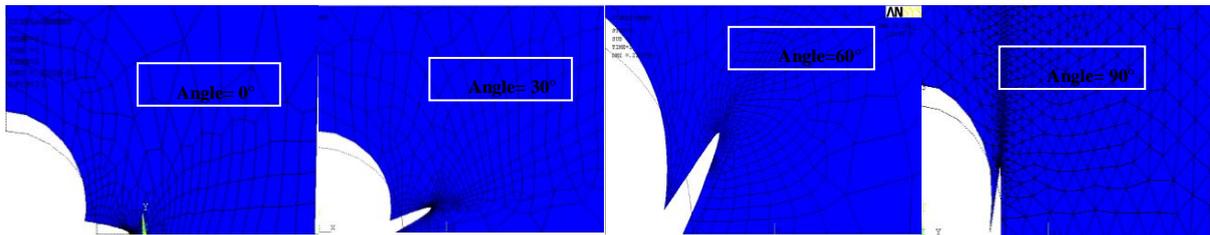


Figure. 11: Variation de l'angle d'amorçage

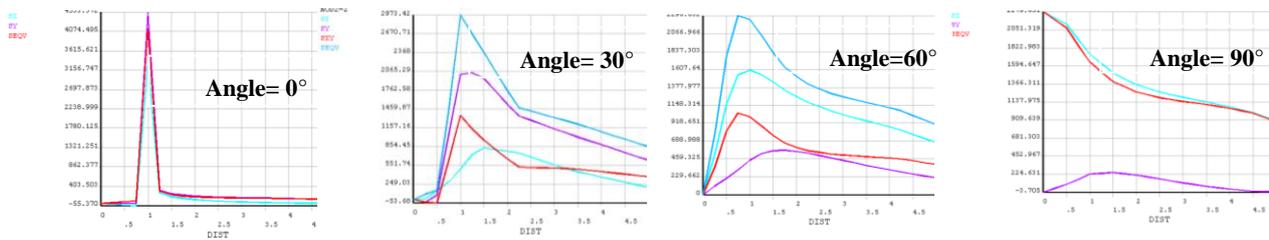


Figure. 12 : Variation des contraintes en fonction de l'angle d'amorçage.

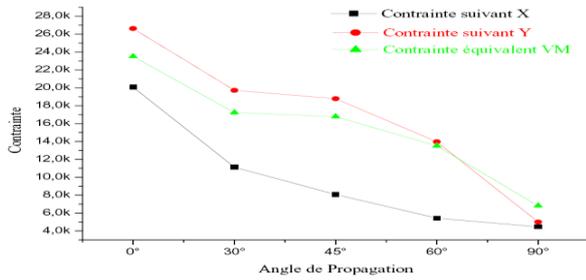


Figure. 13 : Variation des contraintes en fonction de l'angle de propagation. .

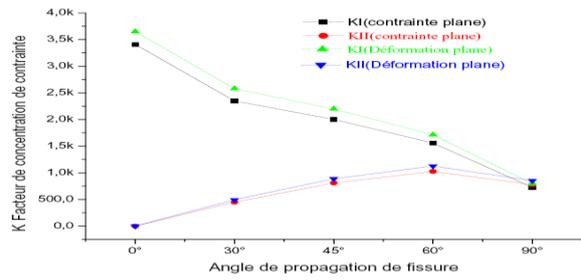


Figure.14 : Variation du facteur d'intensité de contrainte en fonction de l' angle de propagation.

**b) Fissure initiée à 45° :**

On applique la même charge de traction suivant l'axe y et on prend un trou de cercle a/b=1, on suppose que la fissure a initié dans le point B du bord du trou a un angle de 45° par rapport a l'origine global XY voir (Figure.15) , et en analyse la variation de K (facteur de concentration de contrainte ) suivant la longueur de fissure et les différents angles d'orientations.

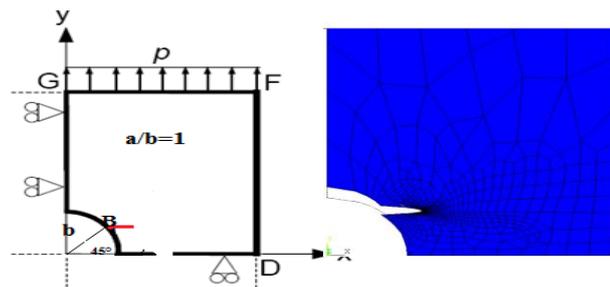


Figure 15: un quart de plaque chargé et une fissure dans le point B

**b.1) Variation d'angle de propagation**

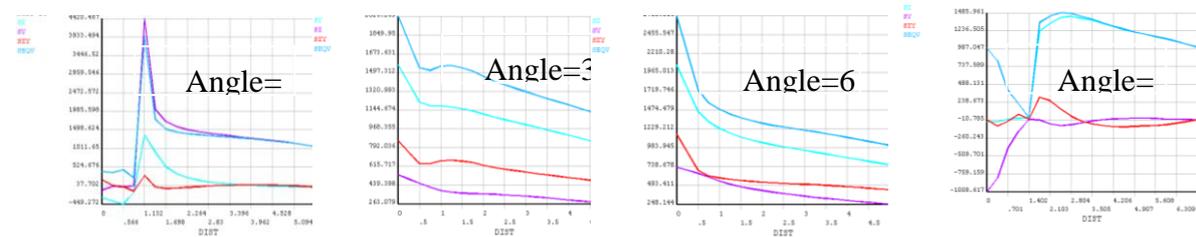


Figure. 16: Variation des contraintes en fonction de l'angle d'amorçage

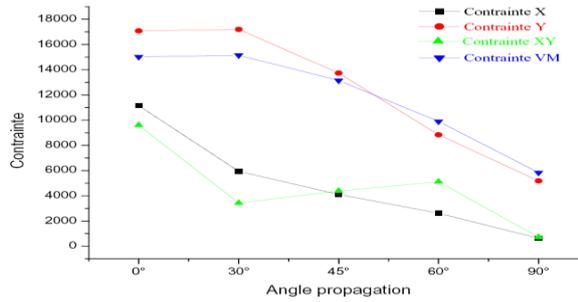


Figure 17: Variation des contraintes en fonction d'angle

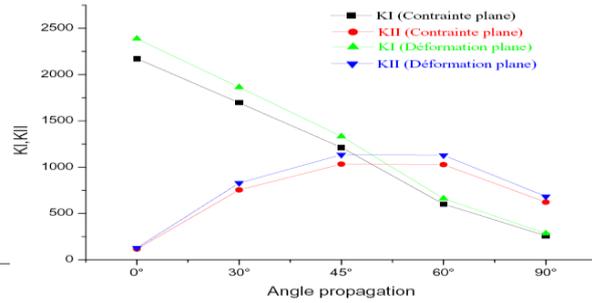


Figure.18: Variation de facteur de concentration de contraintes en fonction d'angle

### 3.3. Effet de l'inclinaison du chargement

En applique une charge de traction orienté suivant des différent angle par rapport a l'origine oxy, on prend un trous de cercle a/b=1, on suppose que la fissure elle initié dans le point A du bord de trou a un angle de 0° par rapport a l'origine global XY (Figure.19) , et en analyse la variation de K (facteur de concentration de contrainte ) suivant la longueur de fissure et pour des différents angle d'orientation, donc en peut décomposer la charge suivant les deux direction (voir tableau ci-dessous).

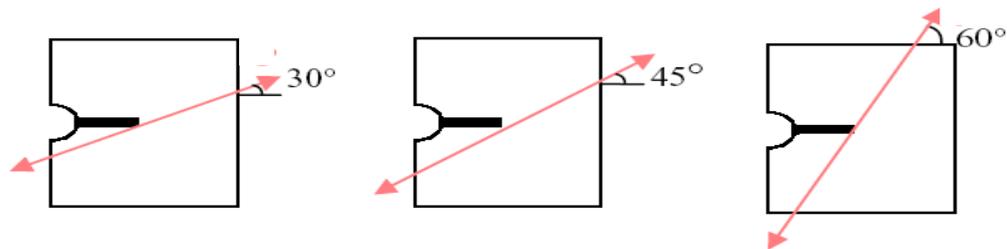


Figure.19: un demi plaque chargé en traction avec une force incliné de différente angle une pré fissure sur l'axe

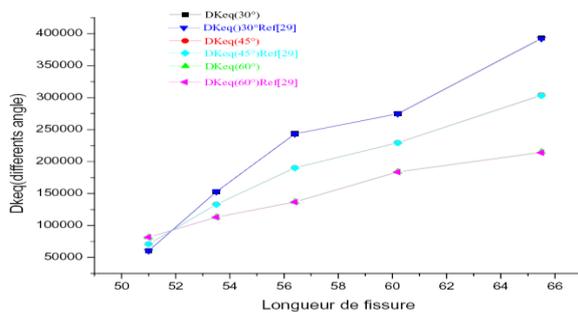


Figure. 20:Variation Dkeq en fonction de la longueur de fissure pour différents angle de chargement

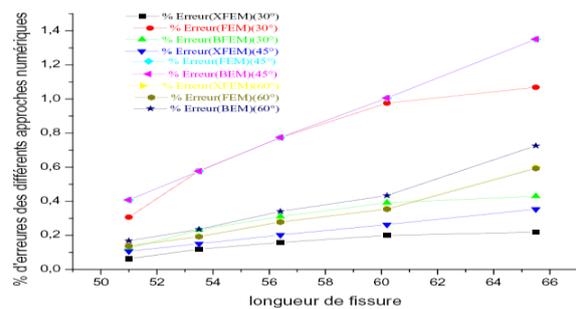


Figure. 21:% erreurs des différents approche numérique en fonction de la longueur de fissure.

### 4. Discussion des résultats :

Dans le cas de l'effet de la géométrie, tout en s'éloignant du bord de troue on remarque qu'il y a une diminution rapide de contraintes jusqu'a elles sont devenues constantes (Figure

5), l'augmentation du rapport  $a/b$  entraîne une évolution proche des contraintes numériques et analytiques. En transformant les coordonnées global cartésien (OXY) en coordonnées local tout en suivant le point de fissure et la direction de la propagation de cette fissure pour trouver les contraintes et le facteur de concentration de contrainte dans chaque pas de propagation.

Ce qui concerne l'effet de l'amorçage de fissure, il y a un seul mode, c'est le mode I (mode pure); à l'angle  $0^\circ$ , puis il ya une croissance de contrainte suite à l'évolution de la longueur de la fissure (Figure.9), (Figure.10) : IDEM.

Lorsque il y a un changement d'angle de propagation de la fissure on remarque l'existence d'un mode mixte (mode I+mode II), ou la variation des contrainte est inversement proportionnelle à l'augmentation de l'angle de la propagation de  $0^\circ$  jusqu'à  $90^\circ$  (Figure13).

L'évolution de facteur d'intensité de contrainte pour le mode I à  $0^\circ$   $K_I$  est maximal puis il diminue progressivement pour atteindre sa valeur minimal à l'angle  $90^\circ$ , alors que pour le mode II à  $0^\circ$  le facteur d'intensité de contrainte est nul puis il augmente jusqu'à il atteint sa valeur maximale à  $90^\circ$  ou elle coïncide avec la valeur minimale du mode I (Figure 14).

Pour une fissure initié à l'angle de  $45^\circ$  engendre deux mode (mode I et mode II) ou en l'appel le mode mixte, et en faisons varier l'angle de propagation on observe que le mode I à l'angle  $0^\circ$   $K_I$  est de valeur maximale, puis elle diminue progressivement jusqu'à l'angle  $90^\circ$ , et le mode II à  $0^\circ$  le facteur  $K_{II}$  est de valeur minimale puis elle augmente, et elle coïncide avec le mode I à l'angle  $45^\circ$  puis elle continue son augmentation jusqu'à l'angle  $90^\circ$  ou  $K_{II}$  devient supérieur à  $K_I$  (Figure 18)

Alors pour l'effet de l'inclinaison du chargement on observe que le  $\Delta K_{eq}$  est inversement proportionnel avec la direction de l'angle de propagation, et le % erreur des résultats augment avec l'évolution de la longueur de fissure pour les différentes approches (Figure.20-21).

Lorsqu'une fissure est sollicité à une charge de traction inclinée c.-à-d. en mode mixte, on observe qu'il y a une bifurcation qui se caractérise par un changement de la direction de propagation. Pour des efforts de traction inclinée de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ , et  $60^\circ$ , les fissures se développent dans la direction de  $-48^\circ$ ,  $40^\circ$ , et  $32^\circ$  respectivement dans des résultats numériques et  $-46^\circ$ ,  $41^\circ$ , et  $36^\circ$  respectivement dans des résultats expérimentaux. donc on observe une différence de  $2^\circ$ ,  $1^\circ$ , et  $4^\circ$  entre les résultats numériques et les résultats d'essai [14,15].

## Conclusion

La modélisation de l'initiation d'une fissure est presque impossible (80-99%), mais la propagation est faisable, pour cela en fait la création de l'initiation de la fissure. D'après l'étude numérique sur la croissance des fissures par fatigue et les comportements de la fissure dans une plaque trouée sous l'effet d'une charge de traction simple ou inclinée, les conclusions suivantes peuvent être obtenir :

- L'intérêt du raffinement du maillage et le choix de l'élément et la zone sélectionné (zone de propagation de fissure) .
- L'influence de la réduction du rayon du trou sur l'augmentation de la concentration des contraintes. lorsque le rayon tend vers zéro le trou se comporte comme une fissure.
- L'intérêt de la connaissance du point de départ de la fissure et leur angle de propagation qui nous fait changé le mode existant si il est pur ou mixte avec le même chargement de traction.

- La proportionnalité entre la propagation fissure et le facteur d'intensité de contrainte.

### **Bibliographies**

1. B. Journet, F. Congourdeau, Préviation de la fissuration par fatigue des alésages de jonctions rivetés,  
In : Colloque National MECAMAT, Aussois,2003.
2. N. E. Frost, C. E. Phillips, Studies in the formation and propagation of cracks in fatigue specimens,  
In : International Conference on Fatigue of Metals, London, 1956, pp. 520–526.
3. A.BAUS, H.P. LIEURADE, G.SANG et M. TRUCHON, Etude de l'amorçage des fissures de fatigue sur des éprouvettes en acier a très haute résistance possédant des défauts de formes, et de dimensions différentes, revue de métallurgie; 565-584, octobre 1977.
4. DORLOT, J.-M., BAILON, J.-P. t MASOUNAVE, J. (1986). Des matériaux. Editions de l'école Polytechnique de Montréal, 467 p.
5. ANDERSON , T.L. (1991) Fracture mechanics : fundamentals and applications, CRC press, Boca Raton, 793 p.
6. Richard HA. Bruchvorhersagen bei u`berlagerter normal- und schubbeanspruchung von risen VDI Forschungsheft 631. Du`sseldorf: VDI-Verlag; 1985. p. 1–60.
7. L.P. Borrego, F.V. Antunes. "Mixed-mode fatigue crack growth behaviour in aluminium alloy", International Journal of Fatigue 28(2006) 618-626.
8. Tanaka K., Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tensile axis. EngngFracture Mech 6: 493-507, 1974 Chichester, West Sussex PO19 8Q, England.
9. H. Nisitani and M. Isida: Simple Procedure for Calculating KI of Notch with a Crack of Arbitrary Size and Its Application to Non-propagating Fatigue Crack, Proc. Joint JSME-SESA Conf. Experimental Mechanics, 1982, Part I, pp. 150-155.
10. Yukitaka Murakami, Metal Fatigue :Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions, Elsevier Science Internet Homepage - <http://www.elsevier.com>.
11. Lawrence, K.L. (2002), Ansys Tutorial, Release 7.0. Schroff Development Corporation (SDC) Publications.
12. Anderson, T.L. (2005), Fracture Mechanics Fundamentals and Applications, 3rd Edition: CRC press, Taylor & Francis Group, 6000 Broken Sound Parkway NW, Suite 300, Boca Raton, FL 33487-2742.
13. Roland, W.L., Perumal, N., and Kankanhalli, N.S. (2004), Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow: John Wiley & Sons Ltd, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8Q, England..
14. S. Ma, X.B. Zhang and recho, " previation de la rupture en milieu élastique par remaillage", 9ème Colloque national AIP PRIMECA, La plagne - 5-8 avril 2005.
15. X.B.Zhang, S. Ma and N.Recho. " bifurcation and propagation of a mixed-mode crack in a ductile matériel". Eng Fract Mech 73 (2006) 1925-1939