

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N°d'ordre
Série

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister
En Physique Théorique

OPTION :
Physique Nucléaire

THEME

**ETUDE DES NOYAUX EXCEDENTAIRES EN
NEUTRONS DANS LE CADRE DU MODELE
EN COUCHES : Applications à des noyaux
exotiques dans la région de
l'étain**

PAR :BOUKHELLOUT ABDELMALEK

Soutenu le : 17/10/2001

Devant le jury :

Président :	Mme	O.BENABBES	M.C.	UNIV. MENTOURI (Constantine)
Rapporteur :	Mme	F.BENRACHI	Prof.	UNIV. MENTOURI (Constantine)
Examineurs :	Mr	A.BOUCENNA	Prof.	UNIV. A. FERHAT (Sétif)
	Mr	M. RAMDHANE	M.C.	UNIV. MENTOURI (Constantine)

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MENTOURI CONSTANTINE
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

N°d'ordre
Série

MEMOIRE

Présenté pour obtenir le diplôme de Magister
En Physique Théorique

OPTION :
Physique Nucléaire

THEME

**ETUDE DES NOYAUX EXCEDENTAIRES EN
NEUTRONS DANS LE CADRE DU MODELE
EN COUCHES : Applications à des noyaux
exotiques dans la région de
l'étain**

PAR : BOUKHELLOUT ABDELMALEK

Soutenu le :

Devant le jury :

Président :	Mme	O.BENABBES	M.C.	UNIV. MENTOURI (Constantine)
Rapporteur :	Mme	F.BENRACHI	Prof.	UNIV. MENTOURI (Constantine)
Examineurs :	Mr	A.BOUCENNA	Prof.	UNIV. A. FERHAT (Sétif)
	Mr	M. RAMDHANE	M.C.	UNIV. MENTOURI (Constantine)

A mes parents
A mes frères et Sœurs

Remerciements

Ce travail de mémoire a été réalisé au niveau du laboratoire physique mathématique et subatomique du département de physique université Mentouri Constantine.

Les réunions de travail qui se sont déroulées durant l'année du D.F.A et celle d'après avec nos professeurs de physique nucléaire m'ont initié à l'un des axes de recherche des plus important en physique nucléaire "l'étude de la structure nucléaire des noyaux exotiques". Ceci m'a ouvert la voie envers la connaissance des régions de masse de noyaux moins examinés sur lesquelles porte notre travail.

J'ai effectué ce mémoire de magistère au sein du groupe physique nucléaire sous la direction de M^{me} F.Benrachi, professeur en physique nucléaire et chef d'équipe, qui m'a suivi durant la réalisation de ce travail, je lui exprime ma plus profonde gratitude et je la remercie encore sur la riche documentation et les moyens de recherche qu'elle a mis à ma disposition tout au long de mon travail, comme aussi je suis très reconnaissant à sa sincérité dans les discussions entamées au sujet des différentes parties du mémoire.

Je suis également très sensible à l'honneur que me font les membres de jury :

-M^{me} O.Benabbes, maître de Conférences, spécialité physique des particules, université Mentouri Constantine, je la remercie d'avoir accepté de présider le Jury de ce mémoire.

-M^r A.Boucenna, professeur en physique nucléaire université Ferhat Abbas Sétif, je le remercie d'avoir accepté d'être examinateur externe dans ce Jury.

-M^r M.Ramdhane, Maître de Conférence, spécialité physique nucléaire, université Mentouri Constantine, je le remercie d'avoir accepté d'être examinateur dans ce Jury.

Table des matières

Introduction	6
1 LE NOYAU DANS TOUS SES ETATS	9
1.1 Introduction :	9
1.2 La charte des noyaux :	10
1.3 Les noyaux dans des conditions extrêmes :	10
1.3.1 Noyaux exotiques :	10
1.3.2 Astrophysique et Cosmologie :	11
1.4 Technique de production des noyaux exotiques :	12
1.4.1 Technique ISOLDE/CERN :	14
1.4.2 Technique SPIRAL/GANIL Caen :	14
1.4.3 Technique LOHENGRIN/ILL Grenoble :	15
1.5 Découvertes récentes :	16
1.5.1 Nombres magiques exotiques :	16
1.5.2 Noyaux magiques :	17
1.5.3 La quête des éléments superlourds :	17
1.5.4 Ilôts d'isomères :	20
1.5.5 Faisceaux radioactifs :	20
1.6 Systématique dans la région de l'étain :	20
2 FORCES NUCLEAIRES	23
2.1 Champ moyen et potentiel nucléaire :	23
2.1.1 Introduction :	23
2.1.2 Structure du potentiel nucléon-nucléon :	21
2.1.3 Interaction nucléon-nucléon :	27

2.2	Types d'interactions nucléaires :	30
2.2.1	Interaction de Skyrme :	31
2.2.2	Extension de la force de Skyrme :	36
2.2.3	Force de Gogny :	39
3	MODELES NUCLEAIRES	42
3.1	Introduction :	42
3.2	Méthode de Hartree-Fock :	45
3.2.1	Introduction :	45
3.2.2	Approximation de Hartree-Fock :	46
3.3	Modèle en couches	56
3.3.1	Introduction :	56
3.3.2	Modèle de la particule individuelle :	58
3.3.3	Potentiel de la particule individuelle :	59
3.3.4	Calcul du modèle en couches :	60
4	NOYAUX ETUDIES	66
4.1	Région de l'étain $^{132}_{50}Sn$:	66
4.2	Représentation de l'interaction effective en dehors du coeur inerte :	67
4.3	Espaces modèles et interactions choisis :	68
4.3.1	Interaction particule-particule :	68
4.3.2	Interaction de trois nucléons situés sur une même couche :	70
4.3.3	Configuration à une particule :	71
4.3.4	Interaction particule-trou :	72
4.4	Calcul des éléments de matrice :	73
4.4.1	Interaction delta :	73
4.4.2	Interaction delta de surface SDI :	84
4.4.3	Élément de matrice à trois particules :	86
4.4.4	Élément de matrice à une particule :	92
4.4.5	Relation de Pandya :	93
4.5	Application aux noyaux étudiés :	91
4.5.1	Discussion des résultats :	91

Conclusion	102
A Relations utilisées dans le calcul des éléments de matrice	105
A.1 Symboles 3 - j :	105
A.2 Symbole 6 - j :	107
A.3 Symbole 9 - j :	108
A.4 Opérateurs tensoriels :	108
B Calcul de la valeur moyenne d'un opérateur à deux corps A(1,2)	110
B.1 Cas particulier d'un potentiel central $V(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$:	112
B.2 Calcul de l'élément de matrice $\langle j_a j_b; JM Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) j_c j_d; JM \rangle$:	114
C Programmes	118
C.1 Programme delta	118
C.2 Programme SDI	120
C.3 Programme trois particules :	122
C.4 Programme une particule :	123
C.5 Programme particule-trou	124
Bibliographie	126

Table des figures

1-1	Charte des noyaux Z fonction de N : les frontières théoriques de la stabilité sont indiquées	11
1-2	La spallation : cascades de réactions à l'intérieur d'un noyau frappé par des protons de 1 GeV	13
1-3	Schématisation du processus de production des noyaux exotiques : Le faisceau primaire heurte les constituants de la cible, divers produits sont formés selon la nature de la collision. Ces produits constituent les faisceaux secondaires parmi lesquels existent les noyaux recherchés. Ils sont alors soumis aux opérations suivantes : purification, séparation, et étape de détection par laquelle le processus est terminé	14
1-4	Spectromètre LOHENGRIEN	15
1-5	Spectre bidimensionnelle de la perte d'énergie ΔE	19
1-6	Fusion d'un noyau de chrome-54 et d'un noyau de Bismuth-209	19
1-7	Systématiques des états 2_1^+ dans la région de Sn	22
1-8	Systématiques des bas niveaux des isotopes de Sn	22
2-1	Potentiel coeur dur de rayon r_c ; r distance entre les nucléons	26
2-2	Echange de mésons virtuels entre 2 nucléons N_1, N_2 ; en (a) : échange de pions, en (b) : échange de deux pions, en (c) : échange de 2 pions par l'intermédiaire de l'excitation résonnante $\Delta(1232)$ du nucléon	27
4-1	Spectre de $^{134}_{50}Sn$: (a) : $V_0 = 123 \text{ MeV}$, (b) : $V_0 = 157 \text{ MeV}$, (c) : $V_0 = 171 \text{ MeV}$	95
4-2	Spectre de $^{134}_{50}Sn$: (a) : $A = -0.275 \text{ MeV}$, (b) : $A = -0.35 \text{ MeV}$, (c) : $A = -0.382 \text{ MeV}$	97

4-3	Speetre du ${}^{134}_{52}Te$: (a) : $V_0 = 564 MeV$, (b) : $V_0 = 611 MeV$	97
4-4	Speetre du ${}^{134}_{52}Te$: (a) : $A = 0.5154 MeV$, (b) : $A = 0.54 MeV$	98
4-5	Speetre de ${}^{135}_{53}I$: $A = 0.1122 MeV$	99
4-6	Speetre de ${}^{133}_{51}Sb$: $A = 0.5238 MeV$	100
4-7	Prévision du speetre de ${}^{132}_{49}In$: ($\alpha = 0.01, V_0 = 1171 MeV$)	100
4-8	Speetre de ${}^{132}_{51}Sb$: configuration $p - h$ ($\alpha = 0.01, V_0 = 1171 MeV$)	101

Introduction

L'intérêt d'étudier les noyaux loin de la stabilité est de déceler leurs propriétés encore méconnues, qui sont dues à des phénomènes intrus par rapport aux noyaux ordinaires et qui sont la conséquence de la disproportion entre le nombre de protons et de neutrons. Les travaux effectués sur les plans expérimental et théorique visent à instaurer de nouveau la force nucléaire qui nous renseigne sur toute information concernant le noyau.

La tendance dans cette voie est l'exploration de toutes les régions de la charte nucléaire afin de pouvoir déterminer le maximum de propriétés sur cette force. Les différentes approches qui décrivent cette force ont été souvent modifiées dans le but d'expliquer les manifestations de ces nouveaux noyaux. La plus utilisée de ces approches fut le modèle en couches qui donne une explication identique aux noyaux situés près ou loin de la stabilité. Dans ce modèle, où il est nécessaire de connaître le potentiel représentant le champ d'interaction entre les nucléons, l'explication des propriétés nucléaires est liée au choix de la forme du potentiel utilisé.

Suivant le nombre de nucléons dans les noyaux, on distingue diverses méthodes de description construites. Les noyaux légers qui ont été étudiés avec plus de succès que les noyaux lourds et moyens, ont connu différentes applications de méthodes de calcul. Leur faible nombre de nucléons exclu la coexistence de manifestations compliquées et assure une bonne explication par l'utilisation des méthodes basées sur le choix de l'interaction nucléon-nucléon libre. Comme exemple, le potentiel de Hamada-Jhonston représentant l'interaction nucléon-nucléon libre a été choisi pour décrire les noyaux de l'oxygène ^{18}O et ^{18}F [Kuo66]. Ce potentiel est jugé réaliste car il reproduit les données de la diffusion nucléon-nucléon libre. Ce même potentiel a été aussi utilisé pour reproduire les données de la diffusion $n - n$ à des énergies ne dépassant pas 315 MeV [Ham62]. Souvent le potentiel nucléaire est représenté par un terme central comme il fut fait dans l'approche de Yukawa qui néglige la contribution des coordonnées de spin et d'isospin. Celle-ci fut rapidement généralisée pour tenir compte de la composante à courte portée de la force nucléaire. Les prévisions théoriques ont permis de développer la structure de ce potentiel en

se ramenant à de différentes formulations qui s'appliquent dans des conditions bien définies.

Les nuances entre les propriétés nucléaires sont généralement contenues dans les différents spectres d'énergie des noyaux. Pour cette raison le potentiel introduit dans le modèle en couches ne sera pas celui de l'oscillateur harmonique. L'espacement des niveaux d'énergie n'est plus régulier, plusieurs configurations s'impliquent pour expliquer ces irrégularités, en plus des interactions particule-particule, l'interaction des particules avec les trous est nécessaire pour expliquer certaines séquences d'énergie. En général les premiers niveaux sont reproduits par l'introduction des corrections à deux corps particule-particule, les autres niveaux supérieurs font souvent appel à des configurations présentant des trous de particules, ou à des vibrations donnant naissance à des bandes de rotation ou de vibration. Il arrive alors d'utiliser différentes méthodes pour expliquer les caractéristiques d'un même spectre d'énergie pour un même élément.

Le travail principal de ce mémoire est basé sur la description des spectres d'énergie d'un ensemble de noyaux : ${}^{132}_{49}\text{In}$, ${}^{134}_{50}\text{Sn}$, ${}^{132}_{51}\text{Sb}$, ${}^{133}_{51}\text{Sb}$, ${}^{134}_{52}\text{Te}$, ${}^{135}_{53}\text{I}$ où des configurations à une particule, à deux particules à trois particules et particule-trou existent. Pour les noyaux où la configuration particule-particule est présente le calcul est réalisé dans le cadre du modèle en couches avec une correction à deux corps par l'introduction d'une interaction résiduelle traitée dans la théorie des perturbations. Dans les noyaux présentant la configuration trois particules le calcul est fait toujours en modèle en couches qui nous permet d'exprimer l'élément de matrice à trois corps en fonction de l'élément de matrice à deux corps et pour les noyaux à un nucléon en dehors des couches fermées, le calcul est fait dans le cadre de la matrice G [Kuo68].

Pour la configuration particule-trou, on a utilisé la relation de Pandya qui elle même est utilisée sous deux façons différentes. La première est celle dérivée du formalisme de la seconde quantification où figure le terme d'interaction particule-particule [Tal93], l'autre [Law80] ne représente en fait qu'une restriction de la première représentation où le terme d'interaction particule-trou s'exprime en fonction de celui de l'interaction particule-particule plus une quantité qui représente un élément de matrice de l'interaction particule-particule. Pour nous on a utilisé une

forme analogue à celle utilisée dans [Kuo68] où il apparaît seulement le deuxième terme qui s'exprime en fonction de l'élément de matrice particule-particule.

Pour la réalisation de ce mémoire, nous avons composé quatre chapitres exposant les points essentiels aidant à bien réunir les informations nécessaires pour décrire les noyaux choisis.

Le premier chapitre est consacré à la description des noyaux exotiques où nous décrivons leurs modes de production, de sélection, leur intérêt en structure nucléaire, leur domaine d'application en astrophysique, et quelques explications relatives aux noyaux doublement magiques découverts récemment. Le deuxième chapitre traite les forces nucléaires. Cette grandeur fondamentale qui est responsable de la cohésion du noyau est très importante à connaître. Car elle constitue un point de départ envers la description du noyau. Nous donnons deux exemples de forces :

La force de Skyrme utilisée dans des calculs Hartree-fock pour des noyaux doublement magiques, puis étendue au cas des états excités des noyaux. L'autre force est celle de Gogny. Le troisième chapitre décrit deux approches fondamentales et complémentaires ayant été largement utilisées pour expliquer les propriétés de stabilité des noyaux ordinaires : Modèle en couches et Méthode de Hartree-Fock. Dans le modèle en couches les hypothèses de base sont discutées ainsi que les succès qui ont conduit ce modèle à faire ressortir les propriétés nucléaires des noyaux. Tandis que dans la méthode de Hartree-Fock, les explications sur la détermination du champ moyen ainsi que des états individuels sont présentées. Le dernier chapitre est consacré à la présentation des calculs des niveaux d'énergie des noyaux choisis. Nous avons utilisé l'interaction delta et l'interaction *S/D* pour déterminer les spectres des différentes configurations citées. Les programmes Fortran établis pour chaque élément de matrice s'inspirent de ceux présentés dans la littérature [Hey90].

Chapitre 1

LE NOYAU DANS TOUS SES ETATS

1.1 Introduction :

Situé au coeur de l'atome, le noyau constitue l'essentiel de sa masse. Très petit et très dense, il est composé de nucléons qui sont animés d'une vitesse moyenne atteignant le tiers de la vitesse de la lumière ($\sim 100000 \text{ km/s}$). Ces nucléons sont soumis d'une part à une force électromagnétique à longue portée et répulsive et d'autre part à la force nucléaire, à courte portée assurant leur liaison comme un puissant ciment et préservant la stabilité de l'édifice nucléaire. Cependant, tous les noyaux ne sont pas stables. Certains ont une durée de vie limitée de plus en plus courte et se transforment en noyaux plus stables. Ce sont les noyaux qualifiés de noyaux exotiques. Ces noyaux, par rapport aux noyaux stables, sont caractérisés par un fort déséquilibre entre leurs nombre de protons et de neutrons. Ces noyaux sont formés dans les étoiles et les supernovae et se désintègrent par transformation d'un neutron en proton ou vice versa; radioactivité de type β .

L'étude de ces noyaux exotiques présentent un double intérêt dans la physique nucléaire et la cosmologie :

- les prédictions des modèles nucléaires bâtis essentiellement à partir des données relatives aux noyaux stables, peuvent être confrontées aux propriétés de ces noyaux exotiques.

- les modèles cosmologiques de l'évolution de la matière stellaire et de la nucléosynthèse ont besoin, pour être exploités efficacement, d'utiliser le maximum de grandeurs expérimentales caractérisant ces noyaux, en particulier leurs durées de vie et leurs modes de désintégration.

1.2 La charte des noyaux :

Depuis sa découverte en 1911 par Ernest Rutherford, le noyau ne cesse de nous étonner par ses nouvelles formes et ses nouveaux états.

Un noyau est constitué de nucléons : Z protons et N neutrons.

L'atome, électriquement neutre, renferme le même nombre d'électrons que son noyau contient de protons. Ce nombre Z conditionne les propriétés chimiques de l'atome. Sur terre, on a pu identifier environ 89 éléments, de l'hydrogène ($Z = 1$) à l'uranium ($Z = 92$). Un élément donné peut avoir plusieurs isotopes selon le nombre N de neutrons que contient son noyau. Et c'est ainsi que l'on a recensé 352 isotopes naturels parmi lesquels 285 sont stables et 67 radioactifs. Les noyaux stables sont situés sur la charte, dans "la région noire" appelée vallée de stabilité [Fig.1-1]. De part et d'autre de cette vallée se trouvent plus de 3000 noyaux synthétisés sur les 9000 noyaux prédits. Parmi ces noyaux synthétisés, dont la majorité sont des isotopes d'éléments connus, se trouvent 23 éléments nouveaux dits superlourds, plus massifs que l'uranium ($Z = 93$ à 118). Tous les noyaux créés artificiellement sont instables et vivent de quelques millièmes de seconde à plusieurs millions d'années.

1.3 Les noyaux dans des conditions extrêmes :

1.3.1 Noyaux exotiques :

Des noyaux sont considérés "exotiques" dès lors qu'ils n'existent pas sur terre. Par contre ces noyaux sont à l'état naturel dans le Cosmos.

On sait en outre que la synthèse des éléments dans l'univers fait intervenir de nombreux noyaux instables. Ces noyaux se désintègrent essentiellement par émission β successives pour aboutir aux noyaux stables que nous connaissons sur terre. Ces

noyaux sont nés de transmutations de noyaux éphémères souvent extraterrestres que les physiciens ont appelé noyaux exotiques. Ces noyaux exotiques sont classés en deux catégories : celles des noyaux déficitaires en neutrons et celle des noyaux excédentaires en neutrons.

Différents processus ont permis de produire ces noyaux exotiques :

- les réactions de fusion-évaporation ont conduit à la création des noyaux déficitaires en neutrons jusqu'à la "drip-line proton". Cette ligne est la limite au-delà de laquelle le dernier proton n'est plus lié au noyau $S_p = 0$.

- les réactions de transfert, de fragmentation et de fission ont elles permis de produire des noyaux excédentaires aussi bien en neutrons qu'en protons sans atteindre jusqu'à présent la "drip-line neutron" $S_n = 0$.

Il ya aussi une vaste "terra incognita" sur le tableau des éléments comme on peut le voir sur la figure [Fig.1-1] .

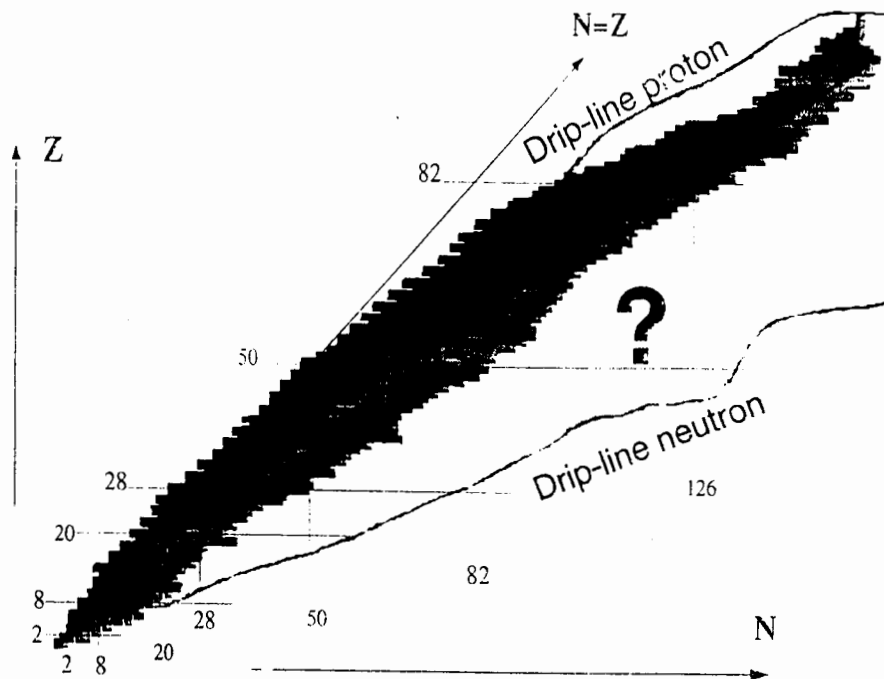


FIG. 1-1: Charte des noyaux Z fonction de N : les frontières théoriques de la stabilité sont indiquées

1.3.2 Astrophysique et Cosmologie :

A la fin de leur évolution calme, les étoiles massives développent un coeur de Fer qui implose sous l'effet de la gravitation quand les réactions nucléaires s'éteignent.

L'évolution ultérieure de l'étoile est alors fortement conditionnée par le comportement de ce cœur et l'implosion cesse dès que la densité atteint la densité de saturation. Il se produit alors un phénomène de rebond qui permet l'éjection des couches extérieures de l'étoile et donne lieu au phénomène de supernovae.

L'explosion se propage à l'intérieur de l'étoile par une onde de choc, et crée des conditions de température et de pression telles que des réactions jusque là inhibées peuvent se déclencher et certains noyaux exotiques peuvent être produits.

Leur étude en laboratoire fournira donc des informations importantes sur les conditions d'explosion des supernovae.

1.4 Technique de production des noyaux exotiques :

On prévoit l'existence d'un certain nombre de noyaux radioactifs qu'on a jamais découvert dans la nature en raison de leur instabilité. Ces noyaux ne peuvent être produits qu'en laboratoire et dans les étoiles. Après leur production, ils se trouvent dans un état instable après quoi ils vont se transformer en d'autres noyaux stables.

Une variété de réactions nucléaires dans un large intervalle d'énergie sont utilisées dans la production des noyaux exotiques menant ainsi à différentes régions de la charte nucléaire [Duf96, Ham96]. Les réactions de fission et de fragmentation produisent des noyaux excédentaires en neutrons, quant à la spallation induite par des protons elle produit principalement des noyaux déficitaires en neutrons (voir Fig.1-2).

Les faisceaux primaires les plus utilisés sont des faisceaux de neutrons, de protons, de deutons et d'ions lourds. Leur énergie varie des énergies thermiques en passant par la barrière coulombienne jusqu'aux énergies relativistes.

Pour avoir un bon rendement en noyaux exotiques, des mesures particulières sont à prendre :

- optimiser la combinaison faisceau-cible.
- augmenter les intensités des faisceaux.

Le taux de production des noyaux exotiques sont toujours faibles, donc toute manipulation des produits de la réaction (Ex : purification, transport, système de détection) doit être efficace pour ne pas perdre les noyaux précieux qu'on veut

étudier.

Deux modes sont à envisager pour produire les noyaux exotiques.

Dans l'un, on utilise un accélérateur générant un faisceau de projectiles qui vont heurter une cible constituée de noyaux riches en neutrons dans le cas où on a affaire à une fragmentation ou une fission, et des noyaux riches en protons dans le cas d'une spallation.

Dans l'autre mode, des neutrons thermiques issus d'un réacteur bombardent une cible constituée de noyaux fissiles, dans ce cas les produits de la réaction sont des noyaux lourds excédentaires en neutrons.

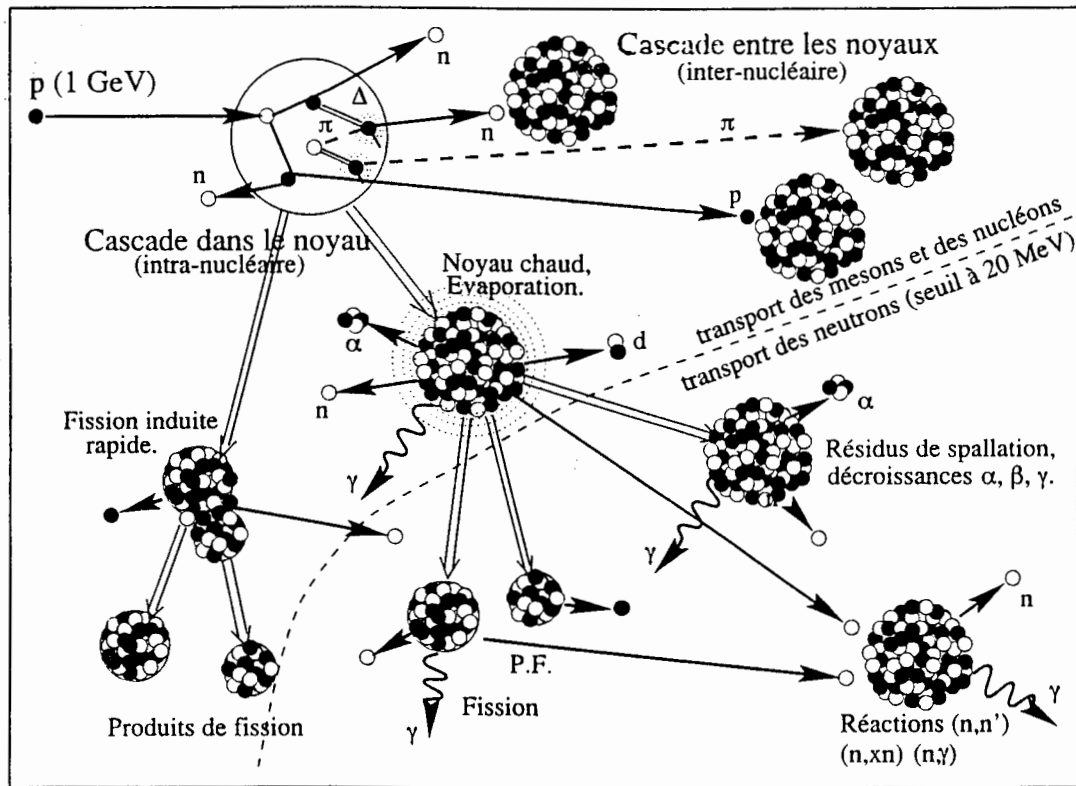


FIG. 1-2: La spallation : cascades de réactions à l'intérieur d'un noyau frappé par des protons de 1 GeV

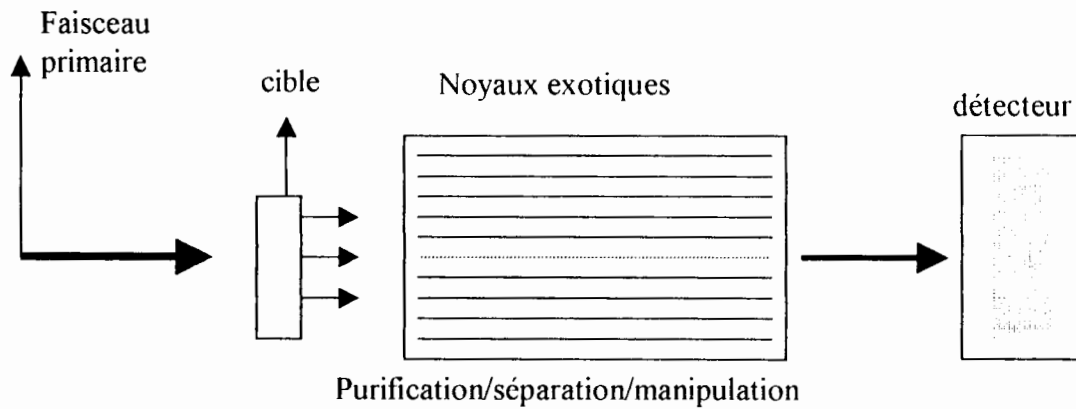
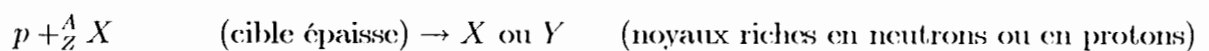


FIG. 1-3: Schématisation du processus de production des noyaux exotiques : Le faisceau primaire heurte les constituants de la cible, divers produits sont formés selon la nature de la collision. Ces produits constituent les faisceaux secondaires parmi lesquels existent les noyaux recherchés. Ils sont alors soumis aux opérations suivantes : purification, séparation, et étape de détection par laquelle le processus est terminé

1.4.1 Technique ISOLDE/CERN :

Dans le système ISOLDE, on bombarde une cible par un faisceau de proton de 1 GeV émis par un accélérateur. La réaction prenant lieu s'écrit :



Les noyaux formés subissent à l'aide de la source d'ions une séparation isotopique, après cette étape les noyaux exotiques seront dirigés vers un séparateur où règne un champ magnétique intense qui va les dévier suivant un angle qui dépend de leur masse.

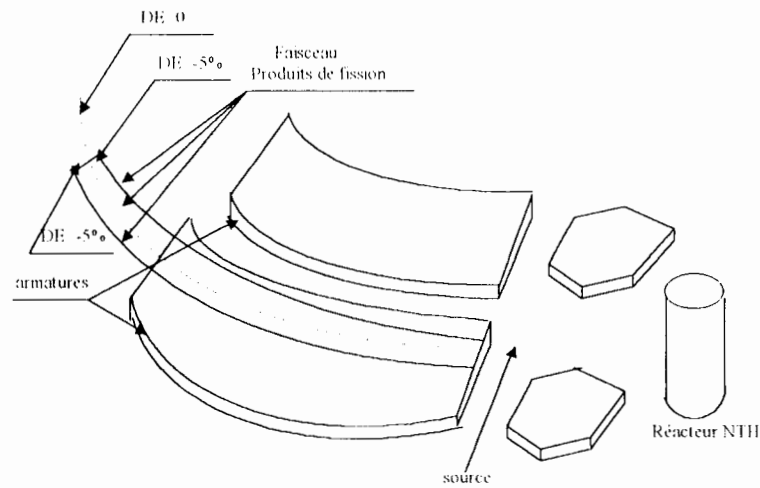
1.4.2 Technique SPIRAL/GANIL Caen :

Le GANIL accélère des ions lourds en leur communiquant une énergie maximale de 25 MeV par nucléon. Les produits radioactifs résultants de l'interaction de ces

ions avec les noyaux cibles sont injectés dans une source d'ions où ils seront ionisés. Un spectromètre placé à proximité de la source d'ions isole les noyaux exotiques suivant leur masse par un triage magnétique.

1.4.3 Technique LOHENGRIN/ILL Grenoble :

Dans cette technique, les neutrons thermiques fournis par le réacteur de l'ILL percent une cible enrichie à 99,5% d'Uranium 235, (par exemple). Les produits de la fission seront analysés dans le spectromètre LOHENGRIN placé auprès du réacteur. Cette technique fait usage de la cinématique des produits de la fission et de quelques combinaisons des champs magnétique et électrique.



Schema du spectromètre LOHENGRIN

FIG. 1-4: Spectromètre LOHENGRIN

Les produits de fission qui pénètrent dans le canal du spectromètre (Fig.1-4) vont subir une déflexion magnétique suivi d'une déflexion électrostatique. Les ions de masse A , de charge q et de vitesse v décrivent sous l'effet des champs électrique et magnétique des trajectoires de rayons de courbure R_e et R_m . Ils subissent les forces de Lorentz et de Coulomb qui s'égalisent aux forces centripètes.

Les équations de forces sont les suivantes :

$$qvB = \frac{A}{R_m} v^2 \quad (1.1)$$

$$qU = \frac{A}{R_c} v^2 \quad (1.2)$$

De ces deux équations, on tire la relation exprimant la vitesse :

$$v = \frac{UR_c}{BR_c} = \text{constante.} \quad (1.3)$$

En combinant les équations ci-dessus et en utilisant les déviations x et y liées respectivement aux champs électrique et magnétique, on aboutit à une relation de proportionnalité reliant x et y , de la forme :

$$Y = C' \frac{UA}{qB^2} X^2 \quad (1.4)$$

1.5 Découvertes récentes :

1.5.1 Nombres magiques exotiques :

D'après la théorie de Maria-Goeppert-Mayer, prix nobel 1963, les noyaux des atomes sont constitués de couches superposées de neutrons et de protons. Lorsque ces couches sont saturées, des nombres magiques leurs sont associés. Ces nombres magiques sont uniquement les suivants : 2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126.

Récemment un nouveau nombre magique exotique "16" [Cea00] vient bousculer et remettre en question les modélisations théoriques sur la structure nucléaire. Ce nombre magique exotique a été découvert sur une série d'expériences menées parallèlement en France, au Japon et aux Etats-Unis.

De même, l'observation au GANIL de l'abaissement du premier niveau excité 2^+

du ^{70}Ni ($Z = 28, N = 42$) par rapport à celui du ^{68}Ni ($Z = 28, N = 40$) signalait la fermeture de la sous structure de $N = 40$ prédite par diverses théories [In2p3].

1.5.2 Noyaux magiques :

A la croisée de l'exotisme et de la magie, de nouveaux noyaux doublement magiques ont été découverts au sein de laboratoires tels que le ^{100}Sn , ^{132}Sn , ^{78}Ni et ^{48}Ni .

Ces noyaux jouent un rôle essentiel au cours de l'explosion des étoiles massives.

Le $^{48}_{28}\text{Ni}$ ($Z = 28, N = 20$) [Fig.1-5] est le dixième isotope doublement magique découvert dans la courte liste des isotopes doublement magiques.

En plus de cette double magie, ce noyau est d'un intérêt particulier, car il est situé à la limite extrême de la stabilité nucléaire au-delà de laquelle les forces nucléaires deviennent incapables de maintenir neutrons et protons sous forme d'un état stable. Un mode de décroissance possible prévu pour ce noyau ^{48}Ni est l'émission directe de deux protons (forcément un noyau ^2He ; similaire à la décroissance α). Ce type de radioactivité n'est encore pas mis en évidence. La découverte à GSI (1996) puis au GANIL (1999) de ce noyau avec des performances très sévères sur le système expérimental a permis de donner une limite inférieure à sa durée de vie autour de $1\mu\text{s}$ bien supérieure à celle des modèles de masse [GAN99].

Le noyau ^{100}Sn est l'un des cinq noyaux doublement magiques ayant le même nombre de protons et de neutrons. Il a été mis en évidence au GSI et GANIL (1997).

La découverte de ce noyau et la mesure de sa masse avaient un double rôle :

- permettre une avancée remarquable dans les prévisions de mesure.
- déterminer si la notion de stabilité renforcée auprès des couches magiques est toujours valable loin de la stabilité.

1.5.3 La quête des éléments superlourds :

En dehors de l'utilisation des noyaux exotiques dans divers domaines d'applications, notamment en médecine nucléaire, géologie etc ..., c'est le désir de mieux comprendre la matière de notre univers qui motive l'énorme travail de synthèse de noyaux artificiels surtout des éléments plus lourds [Har98, Hof96b]. En étudiant ces

noyaux très "exotiques", on espère valider les modèles théoriques sur la structure nucléaire du noyau atomique, les forces responsables de sa cohésion, etc.... Un autre objectif est de franchir les limites de l'exotisme en produisant à la fois des noyaux très lourds et relativement stables qui seraient doublement "magique". C'est ainsi que du côté théorique, les modèles annonçaient dès 1960 que le noyau doublement magique au delà du plomb ($Z = 82, N = 126$) devrait être $Z = 114, N = 184$ et au voisinage duquel existerait un îlot de stabilité.

L'idée de Fermi, en 1934, pour créer de nouveaux éléments en quantité mesurable, était de bombarder des atomes (Z, N) avec des neutrons. Dans cette réaction, le noyau formé est soit stable soit radioactif. Dans ce dernier cas, le noyau ($Z, N + 1$) se désintègre immédiatement par β^- et produit un élément de numéro atomique supérieur ($Z + 1, N$). Cette méthode a permis aux physiciens de produire au sein de leur laboratoire les transuraniens jusqu'à $Z = 100$ et ce dès 1940. La seule difficulté réside dans le très faible taux de production. En effet, on n'a pu récupérer que quelques millièmes de milliardième de gramme de fermium ($Z = 100$).

Mais au delà de $Z = 100$, la capture de neutrons est inopérante car les noyaux produits ne peuvent se désintégrer par β (limite de désintégration β). Par contre ils ont tendance à se casser par désintégration ou par fission spontanée. Pour créer des éléments plus lourds, on utilise donc le processus de fusion [Day99] [Fig.1-6] né avec l'avènement d'accélérateurs d'ions lourds. En effet la fusion d'un noyau de chrome-54 et d'un noyau de Bismuth-209 en un noyau à $Z = 107$ protons et $N = 156$ neutrons ($A = 263$) est illustrée sur la figure.1-6. Ce noyau artificiel se casse par fission rapide dans la quasitotalité des cas. Un sur mille de ces noyaux perd un neutron et se transmute en un noyau "excité" à 262 nucléons, qui se "désexcite" en émettant deux photons (radioactivité γ). Dans son état fondamental, ce noyau survit pendant environ un dixième de seconde avant d'émettre une particule α . Et c'est ainsi qu'entre 1955 et 1998, on a pu synthétiser dans différents laboratoires (Darmstadt, Doubna,...), les noyaux de $Z = 101$ à 114.

En fin le dernier élément produit à Berkeley en 1999 est l'élément 118 obtenu par fusion du noyau de plomb 208 avec du krypton ($Z = 36$).

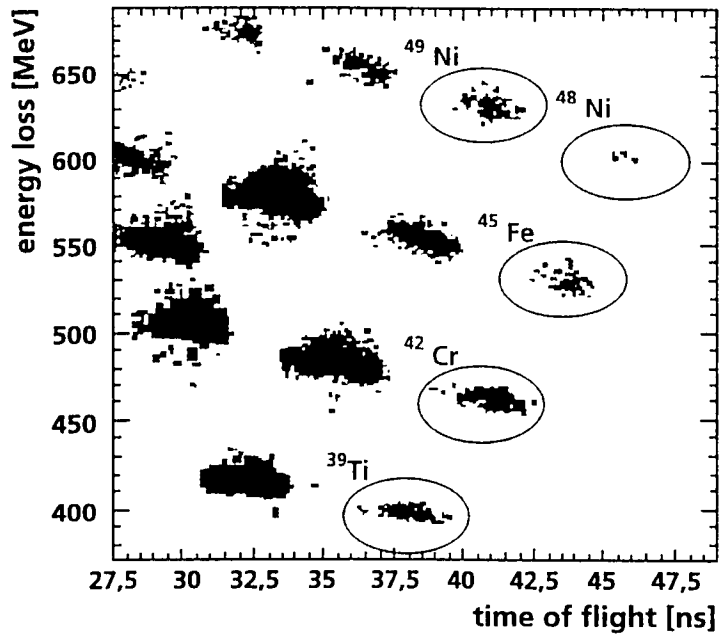


FIG. 1-5: Spectre bidimensionnelle de la perte d'énergie ΔE

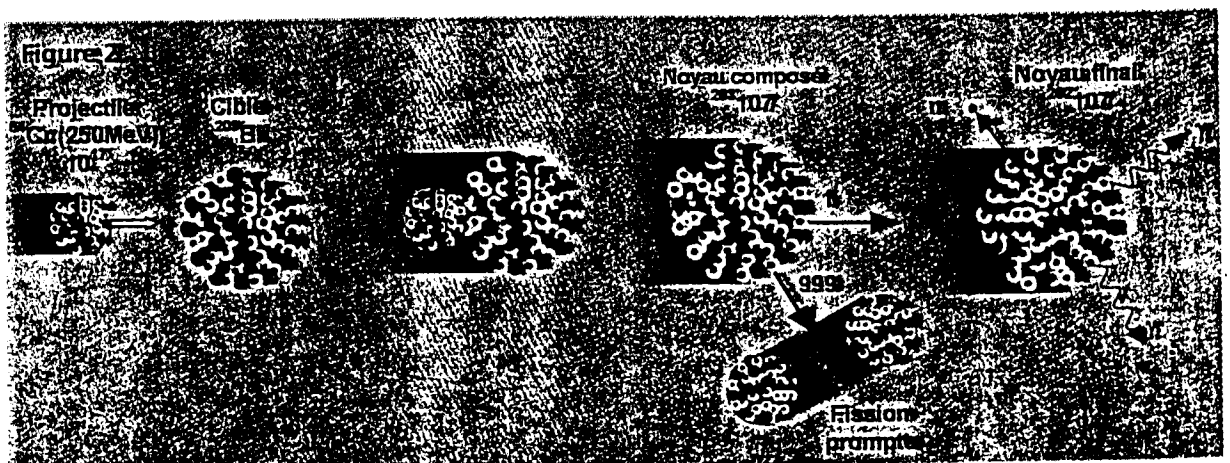


FIG. 1-6: Fusion d'un noyau de chrome-54 et d'un noyau de Bismuth-209

1.5.4 Ilôts d'isomères :

L'existence d'états isomères est souvent signature d'une "anomalie" dans la structure nucléaire d'un noyau. C'est ainsi que depuis quelques années, on observe un regain d'intérêt pour la spectroscopie des noyaux excédentaires en neutrons produits par des réactions de fission. En effet ce mode de production permet d'atteindre de grandes valeurs pour le rapport N/Z et pour des noyaux situés entre le Nickel et le Dysprosium. De nombreuses découvertes ont été réalisées, telles que les ilôts d'isomérisme K autour des masses 150, les ilôts d'isomères à proximité des couches fermées $Z = 28, N = 40$ et $Z = 50, N = 82$ [In2p3].

1.5.5 Faisceaux radioactifs :

Une voie de recherche nouvelle est l'étude de la collision de noyaux radioactifs avec des noyaux stables. La production des noyaux exotiques sous forme de faisceaux radioactifs est un avantage particulier permettant leur manipulation pour d'autres processus physiques avec une meilleure exploitation de leurs propriétés. Utilisés comme projectiles heurtant une cible de noyaux, les faisceaux radioactifs produisent des collisions qui peuvent nous renseigner sur les valeurs des sections efficaces.

1.6 Systématique dans la région de l'étain :

Près des noyaux doublement magiques, l'étude des isomères constitue un champ privilégié pour la structure nucléaire. En effet, leurs configurations généralement simples et relativement pures permettent de savoir si les prédictions théoriques telles que la disparition des effets de couches ou la réduction du potentiel spin-orbite avec l'accroissement du nombre de neutrons sont effectivement observées.

Les probabilités de transitions $B(E2, 19/2^+ \rightarrow 15/2^+)$ obtenues, suggèrent que ces états correspondent au couplage d'un neutron $1h_{11/2}$ avec l'état excité 5^- (état de deux neutrons $h_{11/2}$) observé dans les isotopes Sn pairs. Le premier état excité 2^+ des isotopes pairs sont présentés sur le schéma [Fig.1-7].

La théorie et l'expérience corroborent l'existence des transitions E_2 entre ce premier état excité et le fondamental.

On note qu'au voisinage du noyau Sn ($N = 82$), les données sont peu nombreuses pour cette transition (grande énergie d'excitation).

Dans ^{122}Sn et ^{120}Sn , les valeurs expérimentales des taux de transition mesurées vont de 10-20 $w.u.$, ce qui indique que l'état 2^+ est de nature collective, c'est-à-dire des transitions auxquelles participent plusieurs nucléons.

La figure 1-7 illustre l'existence d'une baisse aiguë de E_{2^+} du noyau à coeur magique Sn vers les noyaux non magiques.

Cet abaissement est grand pour les noyaux ayant plus de nucléons de valence comme il est constaté dans les noyaux à deux protons de valence (Te, Cd) et le noyau à quatre protons Xe .

La fig. 1-8, traite les bas niveaux des isotopes de Sn qui est un noyau au nombre magique $Z = 50$. Elle montre deux caractéristiques intéressantes :

- les premiers états excités sont relativement assez-liés.
- compression des niveaux d'énergie de parité positive quand j augmente.

Ces deux caractères indiquent que ces états excités peuvent être de nature collective ou individuelle.

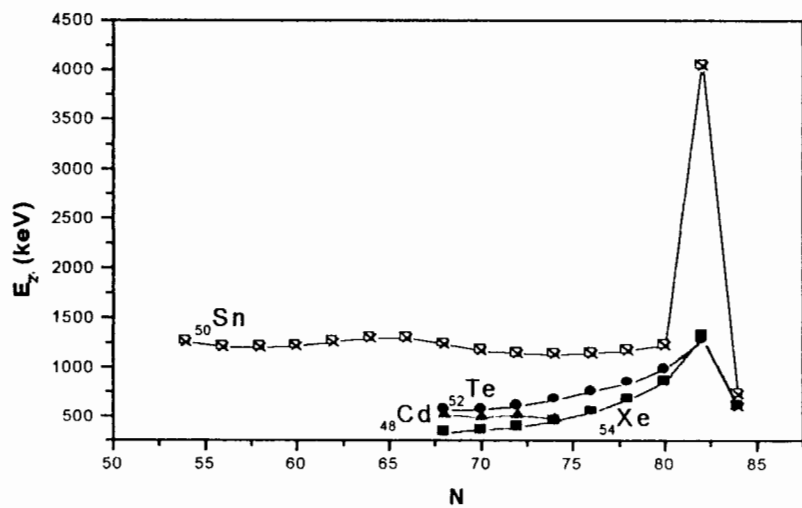


FIG. 1-7: Systématiques des états 2_1^+ dans la région de *Sn*

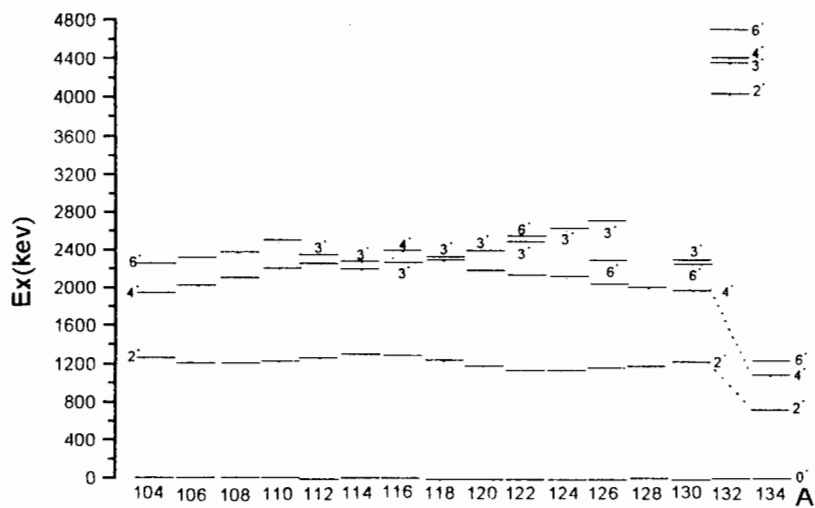


FIG. 1-8: Systématiques des bas niveaux des isotopes de *Sn*

Chapitre 2

FORCES NUCLEAIRES

2.1 Champ moyen et potentiel nucléaire :

2.1.1 Introduction :

Il existe deux approches pour simuler le champ moyen nucléaire.

L'une est celle basée sur le modèle en couches où il est tenu à représenter toutes les interactions dans le noyau par un champ moyen se prêtant facilement dans les calculs analytiques. Cette procédure de proposer d'une manière non relativiste le champ moyen met à l'écart les effets de l'appariement des nucléons et fait introduire les fonctions d'ondes individuelles. Chaque nucléon ajuste son mouvement à ce champ. Ce qui rend alors leur traitement par l'équation de Schrodinger réalisable.

L'autre approche est la méthode de Hartree-Fock, construite dans le but principal est de fournir un champ moyen décrivant l'interaction des nucléons dans le noyau. Les équations de Hartree-Fock présentent la symétrie sphérique et la non localité du champ influe sur certaines mesures des propriétés physiques des noyaux.

En plus, dans le cadre de cette théorie, les corrélations d'appariement sont prises en compte en donnant une extension à la théorie de Hartree-Fock par l'introduction d'une interaction effective dépendante de la densité[Dec80]. Ceci permet d'extraire le champ moyen et le champ associé au pairing. Cette approximation utilisée sous le sigle DDHF a été utilisée pour décrire certains noyaux sphériques en déterminant

leurs propriétés de base : énergie de liaison, densité de distribution, énergie gap etc....

La présence de plusieurs nucléons dans le noyau indique que la forme du potentiel devrait dépendre de tous leurs degrés de liberté. Cette considération complique beaucoup la forme du potentiel et rend les calculs très difficiles. Une telle démarche s'avère impossible à réaliser, mais l'idée d'introduire le champ moyen à partir du modèle en couches est simple. En effet, les nucléons occupent des orbitales différentes par le nombre de nucléons qu'elles contiennent. Et de ce fait le potentiel du noyau sera la somme des potentiels générés par les différentes orbitales en tenant compte des termes correctifs représentant l'interaction des nucléons situés dans des orbitales voisines.

La structure en couches du noyau est une configuration s'adaptant pour des noyaux soumis à de bonnes conditions de stabilité et l'implication des nucléons des différentes couches complique beaucoup le formalisme de calcul. Mais il est très intéressant de se baser sur les propriétés de la force nucléaire pour dériver le champ moyen.

2.1.2 Structure du potentiel nucléon-nucléon :

Le potentiel représentant l'interaction nucléaire doit contenir tous les termes qui vérifient les propriétés de la force nucléaire. Sa courte portée indique que les interactions à deux corps sont prépondérantes. Pour cette raison, la plus part des potentiels établis décrivent une interaction entre deux nucléons seulement qui peut être généralisée pour représenter l'interaction totale dans le noyau.

Ces potentiels construits sur la base des différentes formes associées aux différentes régions de la force nucléaire doivent présenter une forme analytique obéissant aux lois d'invariance pour des transformations touchant les variables d'espace, de temps et de spin.

Les effets dûs à la structure des nucléons (échange de quarks entre gluons) sont négligés car leur représentation par des formes analytiques est complexe et il est difficile d'atteindre leurs données expérimentales. Pour cette raison, les potentiels construits contiennent des parties se prêtant mieux à l'étude et ne représentant que

les phénomènes apparaissant à l'échelle du noyau.

On se limite alors à procurer au potentiel nucléaire une représentation bien définie du noyau. La forme analytique doit être choisie pour être responsable des manifestations prévues par les nucléons sans impliquer les phénomènes secondaires, et doit être modifiée suivant le cas de son utilisation.

La première représentation du potentiel nucléaire était définie par Yukawa. La forme analytique attribuée ne dépendait que de la distance relative [Fig.2-1] des deux nucléons et contenait en plus une forme en exponentielle assurant la régularité du potentiel. Dans le modèle de Yukawa désigné par OPEP, l'interaction nucléaire est assurée par l'échange de pions entre les nucléons aux longues et moyennes distances. A courte distance cette partie, est due à de multiples phénomènes complexes et ne peut être prise en compte que par une composante phénoménologique ou par le modèle de Yukawa généralisé OBE décrivant l'échange de bosons plus lourds. Cette formulation ne peut aussi expliquer les phénomènes de sous structures tels que ceux décrits en QCD qui est conçue surtout pour décrire les phénomènes de courte portée de la force nucléaire qui font intervenir les processus d'échange de particules entre les constituants des nucléons.

Les données expérimentales qui apparaissent permettent de renouveler nos idées acquises sur le concept de la force nucléaire et nous poussent de revoir la forme analytique du potentiel construit en se basant sur les principes élémentaires connus. L'introduction de certains termes contenant d'autres aspects est nécessaire, car ils permettent de justifier l'existence des phénomènes qui en sont responsables. D'un autre côté, les composantes relativistes représentant les effets relativistes sont faibles dans leur contribution au calcul d'énergie comparablement à ceux non relativistes.

On doit considérer la masse du pion qui permet d'estimer l'ordre de grandeur de la portée de l'interaction. En fait cette portée est inversement proportionnelle à la masse du pion.

Pour une distance de 1.4 fm, l'interaction est assurée par l'échange d'un pion comme il est supposé dans l'hypothèse. Pour deux pions, on se retrouve à la distance moyenne, et pour trois pions et plus on atteint les courtes distances siège de diverses manifestations. Dans cette région est-il nécessaire d'introduire les ef-

fets de sous structure. La structure des nucléons en quarks constitue un milieu où d'autres phénomènes plus microscopiques décrits par la QCD et difficilement observables interviennent et contribuent par leurs effets à la structure de la composante du potentiel assumant la courte portée.

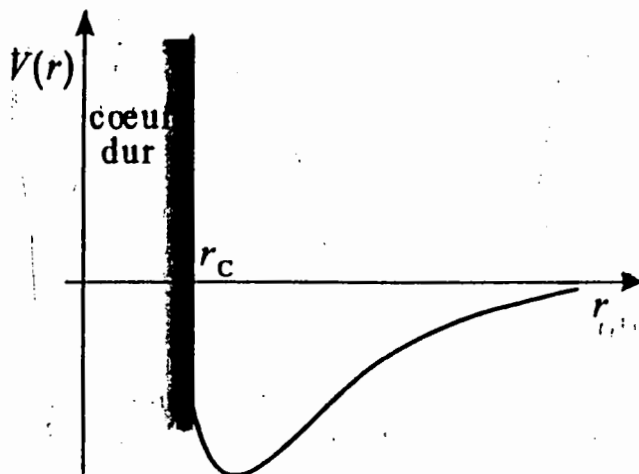


FIG. 2-1: Potentiel coeur dur de rayon r_c ; r distance entre les nucléons

Comme les données expérimentales liées à la structure des nucléons ne sont pas facilement extraites, il reste encore des difficultés à rencontrer au niveau de la construction du potentiel. Doit-on introduire la théorie des champs visant une description en termes de particules échangées entre les nucléons? ou devons-nous progresser dans le sens expérimental afin d'aboutir à de diverses données permettant de simuler cette composante. L'avantage rendant les formes analytiques applicables et menant à des résultats en maintenant l'hypothèse de la courte portée est que les deux nucléons n'ont pas une possibilité certaine de se rapprocher à des distances plus petites donnant alors une description des propriétés reliées à la courte portée.

L'existence de différentes manifestations dans l'interaction nucléon-nucléon permet de définir les différentes parties du potentiel nucléon-nucléon basé sur l'approche qui considère les grandeurs physiques des nucléons comme nécessaires à régir la dynamique de l'interaction. On sait très bien maintenant comment attribuer une forme au potentiel nucléon-nucléon en se référant aux propriétés de la force nucléaire.

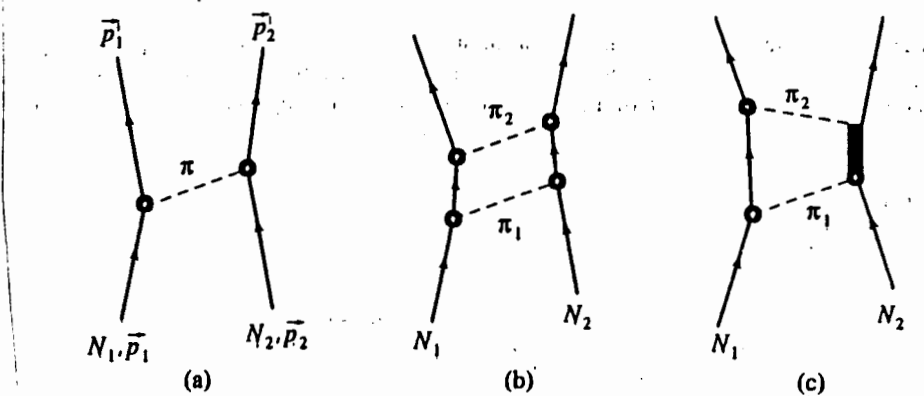


FIG. 2-2: Echange de mésons virtuels entre 2 nucléons N_1, N_2 ; en (a) : échange de pions, en (b) : échange de deux pions, en (c) : échange de 2 pions par l'intermédiaire de l'excitation résonnante $\Delta(1232)$ du nucléon

2.1.3 Interaction nucléon-nucléon :

a) Généralités :

A l'échelle nucléaire, la force liant les nucléons entre eux pour assurer la cohésion du noyau est responsable de la plus part des phénomènes physiques prenant lieu à une telle dimension. Cette force n'exempte pas la présence, de la force électromagnétique qui contribue à l'explication des phénomènes liés à certaines transitions énergétiques, et de la force gravitationnelle qui est à longue portée et de très faible intensité. Cette force, ayant une composante attractive et dominante, s'exerçant à une courte portée, nous laisse prévoir que les interactions dans le noyau ne mettent en jeu qu'un nombre limité de nucléons. Avec cette donnée, la voie envers la description de la force nucléaire peut se limiter à l'étude de l'interaction entre deux nucléons libres qui une fois déterminée, il nous restera à la relier à la force nucléaire régnant dans le noyau.

Dans le milieu nucléaire, il est clair que le comportement de l'interaction nucléon-nucléon n'est plus le même que celui de l'interaction nucléon-nucléon libre.

Dans l'approximation du champ moyen nucléaire, les effets fins qui expriment une approche microscopique sont négligés. Ce champ moyen est donné par la somme des interactions à deux nucléons. Ce qui nécessite donc, pour le déterminer, une bonne connaissance de l'interaction nucléon-nucléon libre.

Réellement il existe deux voies pour déterminer cette interaction :

- une approche phénoménologique qui consiste à donner au potentiel nucléon-nucléon une forme analytique contenant un ensemble de paramètres ajustables pour retrouver les résultats expérimentaux.

- l'autre approche est microscopique, elle tient compte de la structure des nucléons.

Dans cette deuxième approche, l'interaction nucléon-nucléon est traitée par la théorie quantique des champs où le nombre de particules intervenant n'est plus fixé. Ceci se traduit par l'échange de nouvelles particules, médiateurs d'interactions, décrites par le potentiel de Yukawa. Par exemple ces deux approches peuvent contribuer à la fois pour déterminer l'interaction nucléon-nucléon libre, où la longue portée est décrite microscopiquement par l'échange de pions et la courte portée est expliquée phénoménologiquement. Ce n'est qu'après la généralisation du modèle de Yukawa qu'il est devenu simple de décrire cette partie de courte portée par l'échange de Bosons plus lourds. L'interaction nucléon-nucléon libre a été aussi décrite par le potentiel de Paris construit sur la base de ces deux approches. Il contient un nombre limité de paramètres et peut être un potentiel réaliste. Il reproduit les propriétés de la diffusion nucléon-nucléon libre.

La présence de la partie répulsive dans le potentiel nucléon-nucléon libre est responsable de la saturation nucléaire. Cette saturation est mieux reproduite par des interactions effectives dépendant de la densité et déterminées en se basant sur l'approximation de la densité locale. Ces interactions deviennent de plus en plus répulsives quand la densité augmente.

L'interaction nucléon-nucléon libre est attractive à longue distance et présente un coeur fortement répulsif à courte distance. Le potentiel jugé le plus adéquat pour la représentation de cette interaction est celui de Hamada et Johnston[Kuo66]. Ce potentiel reproduit les données de la diffusion nucléon-nucléon et les propriétés du deutéron (énergie de liaison, les moments quadripolaires et magnétiques du noyau...). Il se ramène au potentiel de Yukawa à longue distance. La présence du coeur dur rend les calculs complexes en faisant apparaître des divergences dans le développement perturbatif qui peuvent être surmontées par l'utilisation d'un potentiel dépendant des vitesses [Arv63].

La diversité des résultats expérimentaux concernant la force nucléaire indique que la nature du potentiel nucléon-nucléon est très complexe. Cette complexité contredit les restrictions faites sur le lien de paramètres, contenus dans le potentiel pour

faciliter les calculs. Pour expliquer le désaccord entre les résultats expérimentaux et théoriques, Wigner suggéra que le potentiel nucléon-nucléon doit contenir une dépendance en spin et une en spin orbite, et que la forme de ce potentiel doit être limitée en imposant les restrictions suivantes :

- une dépendance en position relative $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$, et en impulsion relative $\vec{P} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2$. Cette condition assure la séparation du mouvement du centre de masse de celui de la particule relative, et la conservation de l'impulsion totale.
- Le potentiel est invariant sous une rotation propre des coordonnées du système. Ceci assure la conservation du moment angulaire totale.
- Le potentiel est symétrique vis à vis de l'échange de deux particules.

b) Interactions effectives :

Il est difficile de construire une interaction englobant tous les effets prenant naissance dans le noyau et permettant de le décrire dans tous ces états possibles. La nécessité de tenir compte des effets délaissés à tout moment à cause de leur complexité nous permettra sans doute d'établir des interactions jouissant d'une forme contenant le maximum de paramètres. Ces interactions ne pourront certainement pas être exprimées par les formes habituelles connues. Mais il est possible de les exprimer par des formes raisonnables douées des mêmes caractéristiques que celles des interactions déjà utilisées pour décrire les systèmes nucléaires. A partir de leur comportement, on peut savoir quelles sont les propriétés qui vont être décrites et dans quelles régions, elles peuvent apparaître. De même, leur traitement nécessite les mêmes étapes entreprises pour les interactions déjà utilisées dans les calculs.

Devant l'absence presque totale d'une théorie microscopique plus développée pour décrire l'interaction nucléon-nucléon effective, différentes interactions effectives ont été proposées pour décrire le système à deux nucléons. Elles ont toutes des composantes communes présentant le même comportement. Chacune d'elle se prête dans des calculs qui lui sont pertinents, faisant ainsi apparaître des quantités contenant des grandeurs convenant mieux à la description du système étudié. La dépendance en densité des interactions effectives facilite l'obtention du caractère de saturation. Ce qui devrait être valable pour n'importe quelle interaction supposée construite

sur des bases solides. Ces interactions connaissent des modifications pour maintenir leur capacité à représenter l'interaction nucléon-nucléon effective et sont introduites au besoin d'une description consistante du noyau. Les paramètres du potentiel sont introduits pour acquérir la possibilité d'utiliser l'interaction dans différentes régions de masses. Les valeurs attribuées à ces paramètres, pour une région de masse bien donnée ou pour un seul noyau, sont ajustés aux grandeurs nucléaires fondamentales et à celles de la matière nucléaire. Ces paramètres sont fixés et servent par la suite à calculer les propriétés du noyau dans ses différents états possibles.

Il n'est pas toujours nécessaire que ces interactions vérifient toutes les propriétés de la force nucléaire, mais elles doivent au moins retrouver ses propriétés essentielles comme celle de la saturation nucléaire.

La non localité du champ moyen fournie par la méthode Hartree-Fock revient peut être à la partie courte distance de l'interaction nucléon-nucléon, dont la construction est faite en principe par la QCD pour décrire les interactions de ce type. Comme elle s'intéresse surtout aux phénomènes apparaissant à haute énergie, elle conduit alors à des explications relatives aux effets dûs à la structure interne des nucléons plus particulièrement.

2.2 Types d'interactions nucléaires :

L'origine des interactions résiduelles peut être explicitée par les calculs microscopiques sur la structure nucléaire. Celles-ci s'apprécient dans les résultats obtenus contrairement à ceux utilisant un hamiltonien dépourvu de telles interactions. Ces interactions résiduelles sont traitées comme des perturbations.

L'hamiltonien contient une partie cinétique et une partie représentant l'interaction mutuelle à deux corps. Dans celui-ci, on introduit le potentiel à un corps du modèle en couches et on obtient alors un hamiltonien composé d'une partie principale H_0 représentant la partie non perturbée qu'on sait résoudre et une partie définissant l'interaction résiduelle H_{res} .

L'hamiltonien total du noyau s'écrit alors :

$$H = \sum_i^A T_i + \sum_{i < j}^A W(\vec{r}_i, \vec{r}_j) = \sum_i^A T_i + \sum_i^A U_i + \sum_{i < j}^A W(\vec{r}_i, \vec{r}_j) - \sum_i^A U_i$$

$$H = \sum_i^A (T_i + U_i) + \sum_{i < j}^A W(\vec{r}_i, \vec{r}_j) - \sum_i^A U_i = H_0 + H_{res}$$

Le choix des interactions effectives est large. Citons trois types : interaction effective réaliste, interaction schématique et interactions phénoménologiques.

L'interaction réaliste reproduit exactement les données de la diffusion du noyau de deutérium. Elle est simulée par des formes simples comme la Gaussienne, le potentiel de Hamada-Jonston, le potentiel de Reid, etc ...

L'emploi d'une interaction schématique a pour but d'atteindre des formes nécessitant des calculs simples fournissant un résultat de forme numériquement calculable. Des exemples de ce type d'interaction sont : l'interaction delta, surface delta interaction (*SDI*), et modified surface delta interaction (*MSDI*).

2.2.1 Interaction de Skyrme :

L'interaction de Skyrme proposée en 1956 est construite phénoménologiquement. Elle est de portée nulle, et contient un terme à deux corps et un terme à trois corps de contact équivalent à une interaction effective à deux corps dépendant linéairement de la densité. Cette interaction a été largement utilisée dans les calculs Hartree-Fock dans la description de la structure nucléaire. Elle a reproduit les propriétés de la matière nucléaire et celles des noyaux sphériques[Vau72] .

Les résultats issus du calcul Hartree-Fock fournissent des relations simples liant les paramètres de la force à certaines propriétés nucléaires de base permettant leur détermination. Les nombreux travaux utilisant cette interaction ont donné naissance à plusieurs groupes de paramètres utilisables dans différentes régions de masse. Les différentes applications de cette force ont permis d'introduire plusieurs modifications pour décrire les états extrêmes des noyaux. Elle a été utilisée extensivement dans les calculs Hartree-Fock dans la description des noyaux sphériques. Les calculs effectués

sur des noyaux à double couches fermées ont bien reproduit les énergies de liaison et les rayons de charge des noyaux de l'oxygène ^{16}O et du plomb ^{208}Pb .

L'expression de l'énergie est calculée pour un déterminant de Slater constitué de fonctions d'ondes individuelles des A nucléons. Elle est exprimée sous forme d'une intégrale des densités de protons et de neutrons. Par application du principe variationnel à cette expression, on obtient les équations Hartree-Fock liant les fonctions d'ondes individuelles aux énergies qui leur correspondent. Ces équations sont non linéaires contenant des parties de différentes espèces géométriques. Leur résolution se fait par des méthodes itératives utilisant comme fonction d'essai les fonctions d'ondes individuelles qui sont liées aux densités de charge et de matière.

La forme originelle de l'interaction de Skyrme est la suivante :

$$V = \sum_{i < j} V_{ij}^{(2)} + \sum_{i < j < k} V_{ijk}^{(3)} \quad (2.1)$$

Où V représente le potentiel total dans le noyau, composé d'une partie à deux corps et d'une partie à trois corps simulant les effets de plusieurs corps.

Les formes explicites des deux termes sont les suivantes :

Le terme à deux corps de courte portée s'écrit :

$$V_{ij}^{(2)} = t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \frac{1}{2} t_1 (\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}^2 + \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}'^2) \\ + t_2 \vec{k}' \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} + i W_0 (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{k}' \wedge \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} \quad (2.2)$$

Le terme à trois corps de portée nulle s'écrit :

$$V_{ijk}^{(3)} = t_3 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_3) \quad (2.3)$$

Avec :

x_0, t_0, t_1, t_2, t_3 et W_0 les paramètres de l'interaction
et

$$P_\sigma = \frac{1 + \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j}{2}$$

l'opérateur d'échange d'isospin pour les particules i et j .

$$\vec{k} = \frac{\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2}{2i}$$

est le moment relatif agissant à droite

$$\vec{k}' = -\frac{\vec{\nabla}_1 - \vec{\nabla}_2}{2i}$$

est le moment relatif agissant à gauche

Signalons que pour des calculs Hartree-Fock effectués sur des noyaux pairs-pairs, le terme à trois corps est équivalent à une interaction delta dépendante de la densité qui s'écrit :

$$V_{ij} = \frac{1}{6} t_3 (1 + P_\sigma) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \rho\left(\frac{\vec{r}'_1 + \vec{r}'_2}{2}\right) \quad (2.4)$$

Le terme central à deux corps agit dans des états correspondant aux ondes S et P. La dépendance en densité est linéaire. Un choix de dépendance en densité proposée est en $\rho^{\frac{2}{3}}$ [Vau72] pour des interactions utilisées par Moszkowski mais excluant l'état correspondant à l'onde P.

Pour un déterminant de Slater l'énergie de Hartree-Fock se calcule comme suit :

$$E = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (2.5)$$

$|\Psi\rangle$ est le déterminant de Slater

$$\begin{aligned}
E = & \langle \Psi | (t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \frac{1}{2} t_1 (\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}^2 + \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}'^2)) | \Psi \rangle \\
& + \langle \Psi | (t_2 \vec{k}' \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k} + i W_0 (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{k}' \wedge \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}) | \Psi \rangle \\
& + \langle \Psi | (t_3 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}_3)) | \Psi \rangle
\end{aligned} \tag{2.6}$$

Le calcul effectué par Vautherin et Brink pour cette élément de matrice donne la relation (2.7).

Avec $\rho_n, \rho_p, \tau_n, \tau_p, \vec{J}_n$ et \vec{J}_p sont respectivement : les densités de matière, les densités d'énergie cinétique et les densités de spin de neutrons et de protons.

Ces quantités sont reliées aux fonctions d'ondes individuelles constituant le déterminant de Slater par les relations suivante :

$$\rho_q(\vec{r}) = \sum_{i,\sigma} |\phi_i(\vec{r}, \sigma, q)|^2$$

$$\tau_q = \sum_{i,\sigma} \left| \vec{\nabla} \phi_i(\vec{r}, \sigma, q) \right|^2$$

$$\vec{J}_q = (-i) \sum_{i,\sigma,\sigma'} \phi_i^*(\vec{r}, \sigma, q) \left[\vec{\nabla} \phi_i(\vec{r}, \sigma', q) \wedge \langle \sigma | \vec{\sigma} | \sigma' \rangle \right]$$

où :

$$\rho = \rho_n + \rho_p, \tau = \tau_n + \tau_p, \vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p$$

$$\begin{aligned}
E = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau(\vec{r}) + \frac{1}{2} t_0 \left[\left(1 + \frac{1}{2} x_0\right) \rho^2 - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \frac{1}{4} (t_1 + t_2) \rho \tau \\
& + \frac{1}{8} (t_2 - t_1) (\rho_n \tau_n + \rho_p \tau_p) + \frac{1}{16} (t_2 - 3t_1) \rho \nabla^2 \rho + \frac{1}{32} (3t_1 + t_2) (\rho_n \nabla^2 \rho_n + \rho_p \nabla^2 \rho_p) \\
& + \frac{1}{16} (t_1 - t_2) (\vec{J}_n^2 + \vec{J}_p^2) + \frac{1}{4} t_3 \rho_n \rho_p \rho + H_c(\vec{r}) - \frac{1}{2} W_0 (\rho \vec{\nabla} \cdot \vec{J} + \rho_n \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_n + \rho_p \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_p)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

$H_c(\vec{r})$ est la contribution coulombienne.

L'indice q est introduit pour indiquer l'état de charge du nucléon considéré.

Les paramètres de l'interaction de Skyrme sont déterminés de telle façon à reproduire les propriétés de la matière nucléaire infinie qui constituent une sorte de contrainte sur les paramètres de l'interaction. Ce milieu nucléaire est supposé homogène à densité constante, excluant l'existence d'une interaction coulombienne et des effets d'appariement entre les nucléons, et négligeant les effets de surface. Dans lequel toute interaction construite est validée à travers son comportement vis à vis de la reproduction de ses propriétés nucléaires. A partir de l'équation d'état de la matière nucléaire obtenue à partir des calculs Hartree-Fock, on peut définir les propriétés de saturation en se référant à son allure.

En prenant en compte les hypothèses de la matière nucléaire qui sont les suivantes :

$$\rho_n = \rho_p = \frac{\rho}{2}, \quad \tau_n = \tau_p = \frac{\tau}{2}, \quad \vec{J}_n = \vec{J}_p = \frac{\vec{J}}{2}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \rho = \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0, \quad \rho = \left(\frac{2}{3} \pi^2\right) k_F^3, \quad \tau = \frac{3}{5} k_F^2$$

La matière nucléaire est un milieu symétrique où on a :

L'équation représentant l'énergie Hartree-Fock par particule est de la forme :

$$\frac{E}{A} = \frac{3}{5}T_F + \frac{3}{8}t_0\rho + \frac{1}{16}t_3\rho^2 + \frac{3}{80}(3t_1 + 5t_2)\rho k_F^2 \quad (2.8)$$

Où : $T_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}$ est l'énergie cinétique de la particule à la surface de Fermi.

Les paramètres x_0 , et W_0 n'apparaissent pas dans cette expression car ils sont reliés aux propriétés de spin.

Le coefficient d'incompressibilité se calcule par la relation suivante :

$$K = k_F^2 \frac{\partial^2 \left(\frac{E}{A} \right)}{\partial k_F^2} = \frac{6}{5}T_F + \frac{9}{4}t_0\rho + \frac{15}{8}t_3\rho^2 + \frac{3}{4}(3t_1 + 5t_2)\rho k_F^2 \quad (2.9)$$

Pour déterminer les paramètres de la force de Skyrme qui reproduisent mieux les propriétés de la matière nucléaire, on doit les soumettre aux contraintes venant des valeurs de $\frac{E}{A}$, de P , et de ρ_0 .

Pour un milieu symétrique la valeur de la densité de saturation est :

$$\rho_0 = 0.160 \pm 0.005 \text{ fm}^{-3}$$

L'énergie de saturation peut être calculée directement à partir de la formule de masse de Bethe et Weizsacker

$$E_\infty = \frac{E}{A}(\rho_0) = -16,0 \pm 0.2 \text{ MeV} \quad (2.10)$$

Le coefficient d'incompressibilité lié à la courbure de l'équation d'état au point de saturation. Sa valeur est donnée par J.P Blaizot [Cha95], $K_\infty = 210 \pm 30 \text{ MeV}$.

2.2.2 Extension de la force de Skyrme :

L'interaction de Skyrme précédente a été modifiée par l'introduction de nouveaux termes [War83, War81] dans le but de décrire les états excités et se comportant

comme une interaction particule-particule et une interaction particule-trou. Dans cette nouvelle version, l'un des objectifs est de décrire aussi les propriétés du pairing qui sont influencées par la présence d'un terme à trois corps qui favorise les effets à plusieurs corps.

Schématiquement la nouvelle version de la force de Skyrme s'écrit :

$$\bar{V} = V + (1 - x_3)V_0 + x_3W_0 + W_1 \quad (2.11)$$

Dans cette formulation, la partie W_1 à deux corps de portée nulle dépend des moments relatifs. Sa forme analytique est donnée par la relation (2.12).

Les moments relatifs primés agissent à gauche et ceux non primés agissent à droite.

t_4 est un paramètre à ajuster.

$$W_1 = \frac{1}{6}t_4((\vec{k}'_{12}{}^2 + \vec{k}'_{23}{}^2 + \vec{k}'_{31}{}^2)\delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2)\delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_3) + (\vec{k}_{12}{}^2 + \vec{k}_{23}{}^2 + \vec{k}_{31}{}^2)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_3)) \quad (2.12)$$

L'intérêt de cette nouvelle formulation est le terme introduit avec un paramètre x_3 pour l'ajuster à la forme originelle de la force de Skyrme.

La partie restante dans la force est remplacée par une fraction V_0 en $(1 - x_3)$ où : V et W_0 sont respectivement les termes à deux corps et à trois corps de l'interaction originelle.

V_0 est le terme à deux corps dépendant de la densité et de portée nulle.

Pour $x_3 = 1$ on trouve :

$$V(1, 2) = V + W_0 + W_1 \quad (2.13)$$

Excepté ce paramètre quatre ensembles de paramètres ont été déterminés par une méthode exposée dans l'article [War79], ils reproduisent des valeurs différentes pour

des mêmes propriétés de la matière nucléaire. Cette paramétrisation est admise car toutes les valeurs des propriétés de la matière nucléaire fluctuent dans des intervalles limités sauf celle de l'énergie de liaison par particule qui peut aller de 15.9 à 16 MeV.

Ces fluctuations sont dues aux effets de surface qui influent beaucoup sur les propriétés de la matière nucléaire. Des limites ont été déterminées pour ces propriétés, comme exemple le vecteur de Fermi $K_F = 1.29$ ou 1.35 fm^{-1}

- l'énergie de symétrie a_τ , $a_\tau = 15$ et 40 MeV
- le coefficient d'incompressibilité : $K = 180$ et 250

Il faut noter que la meilleure paramétrisation de l'interaction *SKI* était au moyen de la reproduction des énergies de liaison totale, rayons de charge des noyaux magiques.

On ne peut pas juger directement lequel des ensembles de paramètres qui reproduit mieux les propriétés nucléaires. Cependant on peut le connaître, et ceci à partir des meilleurs résultats fournis comparablement à ceux fournis par les autres ensembles de paramètres pour des applications faites pour des mêmes noyaux.

La description des états du ^{208}Pb par les quatre paramétrisations *SKI1*, *SKI2*, *SKI3*, *SKI4* a montré que pour le cas de *SKI4*, les niveaux profonds sont peut liés que ceux qui sont décrits par les autres ensembles de paramètres, généralement les nombres magiques sont presque tous reproduits sauf pour le cas de certains noyaux comme le ^{90}Zr et le ^{208}Pb pour $Z = 82$ avec l'interaction *SKI3*.

Dans les spectres d'énergie, il apparaît un changement d'ordre pour certains niveaux comme le cas du $1d_{3/2}$ et le $2s_{1/2}$ entre ^{40}Ca et ^{48}Ca , et pour le ^{90}Zr la position basse de la couche de neutrons est atteinte. Les états particule-trou sont impliqués pour expliquer les déformations des états formant le spectre. Les plus répandus sont les états quatre particule-trou et autres. L'intérêt de la détermination du paramètre x_3 explique la façon de simuler les composantes tenant compte des états excités. La relation entre les paramètres de l'interaction de Skyrme *SKI* et ceux de la théorie de Landau-Migdal [War81] permet de déterminer la paramétrisation de la force *SKI* et plus spécialement les valeurs du paramètre x_3 pour des conditions de stabilité du spin.

Pour établir ce lien, l'interaction *SKI* est transformée sous une forme d'inter-

action particule-trou qui n'est ressentie qu'à la surface de Fermi.

Dans cette approche la composante à trois corps W_0 Prend la forme suivante :

$$(V)_{p-h} = \frac{1}{6} \rho_{tot} \left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2} \right) k_F^2 \left(\frac{13}{10} - \frac{1}{2} \cos \theta \right) \quad (2.14)$$

θ : angle entre les vecteurs moments relatifs \vec{k} et \vec{k}'

De cette approximation les relations liant les paramètres de la force SKL' à ceux de la théorie de Landeau-Migdal sont déterminés et qui parmi eux le paramètre x_3 figure que dans deux relations où figurent les paramètres de Landeau-Migdal qui sont responsables de la stabilité du spin, informant ainsi que le paramètre x_3 décrit aussi la stabilité du spin.

La détermination du paramètre x_3 est faite d'une manière réaliste en reproduisant les éléments de matrice particule-particule qui ne sont pas disponibles soit à partir des spectres expérimentaux soit à partir des noyaux ayant deux nucléons en dehors du coeur inerte. Cette configuration d'avoir deux nucléons appariés dans une même couche peut généralement représenter l'état fondamental. A part cette configuration on a affaire à des états excités correspondant à de différentes configurations montrons les diverses possibilités que les nucléons peuvent se situer dans des orbites différentes, les deux nucléons célibataires peuvent se déplacer soit indépendamment l'un de l'autre en occupant des couches différentes soit par paires en se trouvant sur une même couche. Ces mouvements entre couches sont toujours accompagnés de création de trous donnant naissance à un mélange de configurations comme celles de trois particules-un trou ($3p - 1h$) et quatre particules-deux trous ($4p - 2h$) qu'il faut introduire comme correction aux éléments de matrices particule-particule

2.2.3 Force de Gogny :

L'interaction de Gogny est elle aussi une interaction phénoménologique construite dont le but principal est de reunir des composantes tenant compte des différentes régions de la force nucléaire. Dans sa forme la plus générale, elle s'écrit :

$$V(1,2) = \sum_{i=1,2} e^{-\frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2}{\mu_i^2}} (W_i + B_i P^\sigma - H_i P^\tau - M_i P^\sigma P^\tau) \\ + iW_0(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \vec{k} \wedge \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \vec{k}' + t_3(1 + P^\sigma)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\rho^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}\right)$$

Elle est composée d'un terme central et d'un terme spin-orbite semblable à celui de la force de Skyrme. Le terme central contient deux composantes :

- la première ne dépend pas de la densité et a la forme de deux Gaussiennes dont l'une simule les effets de courte portée et l'autre tient compte des propriétés liées aux autres portées de la force nucléaire. Cette composante contient, en plus des coordonnées de positions des nucléons en interaction, les opérateurs d'échange de spin et d'isospin.

- l'autre composante est de portée nulle et contient la dépendance en densité.

Les paramètres à ajuster pour retrouver les propriétés nucléaires de base sont : $\mu_i, W_i, B_i, H_i, M_i, W_0$ et t_3 ont les valeurs suivantes :

$$W_0 = 115(\text{MeVfm}^5), t_3 = 1350(\text{MeVfm}^4) \quad (2.15)$$

Une autre forme de l'interaction de type Gogny [Dec80] a été utilisée pour des travaux portant sur la reproduction des propriétés dues à la séparation de la couche $(p^{3/2} - p^{1/2})^{16}O$.

$$V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) = \sum_{i=1,2} (W_i + B_i P^\sigma - H_i P^\tau - M_i P^\sigma P^\tau) e^{-\frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)^2}{\mu_i^2}} + \\ t_0(1 + x_0 P^\sigma)\rho^\alpha\left(\frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2}{2}\right)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) + \\ iW_{LS}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)(\overleftarrow{\nabla}_1 - \overleftarrow{\nabla}_2)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)(\overrightarrow{\nabla}_1 - \overrightarrow{\nabla}_2).$$

Cette interaction diffère de celle de Gogny par les nouveaux paramètres introduits, x_0 et α , dont le but d'augmenter la chance de donner plusieurs paramétrisations à la force.

Chapitre 3

MODELES NUCLEAIRES

3.1 Introduction :

Dès la découverte du noyau atomique, la recherche en physique nucléaire s'était appuyée sur l'étude et la connaissance de ses propriétés physiques. Au début et avec le peu de données disponibles sur le noyau, le seul moyen de le connaître était son examen au laboratoire, et souvent les résultats qui furent obtenus n'étaient pas expliqués clairement vu le manque de théories capables de les interpréter. Beaucoup d'expériences ont été réalisées pour élargir nos connaissances dans ce domaine, en parallèle les théories se développent continuellement pour découvrir les lois régissant les phénomènes nucléaires responsables de beaucoup de propriétés très particulières du noyau.

L'étude du noyau dans des conditions variées nous fournit de divers résultats permettant d'améliorer à chaque fois notre vue sur le noyau. Et la nature complexe des phénomènes observés nous oblige à établir des modèles théoriques pour rendre compte des différentes situations possibles.

Grâce au progrès des techniques expérimentales, une variété de noyaux est produite et permettent d'accéder à de nouvelles structures. Ceci permet d'étendre l'application des modèles conçus pour les noyaux stables et le pas important dans ce sens sont les modifications introduites dans ces modèles comme corrections ou ajustements pour expliquer ce qui s'observe comme nouveautés dans le noyau.

La validité des théories sur les noyaux n'est faite qu'à travers les travaux effec-

tués sur les propriétés nucléaires. La première étape à entreprendre est la connaissance de l'interaction représentant les mouvements des nucléons dans le noyau. Et du fait que cette interaction n'est connue qu'approximativement, plusieurs formes ont en été associées et ont amené chacune à un résultat. Ceci est fait dans les deux théories de structure : modèle en couches et méthode de Hartree-Fock au départ conçues les deux pour décrire le noyau dans son état stable et modifiées par la suite pour expliquer les états excités. Ces deux théories ont vraiment contribué à la description du noyau. Ce sont des théories uniquement en champ moyen construites dans une période où on ne s'intéresse à l'étude des noyaux stables, prenant en compte que les interactions à deux corps qui sont très importantes.

L'interaction qu'adopte le noyau est celle qui respecte les propriétés connues de la force nucléaire. Et même cette interaction est parfaitement connue, il restera le problème principal du traitement quantique du problème à N corps ouvrant alors la voie à simuler l'étude du noyau par des approximations reposant sur des hypothèses de base prévues et justifiées par les faits observés.

La relation entre la force nucléaire et la structure du noyau est très importante, elle nous permet de déterminer le type d'interaction convenable à la description du noyau considéré. Comme il ya plusieurs possibilités de formes de noyau expliquant sa structure, différentes interactions sont associées à ces structures, découlant de la façon avec laquelle les nucléons s'organisent dans le noyau. Le modèle en couches dominant au noyau une forme sphérique est basé sur le choix d'un champ moyen sphérique qui est compatible avec la distribution des nucléons dans le noyau où chacun d'eux ajuste son mouvement à ce potentiel moyen. Cette approximation exclue l'existence de l'appariement entre les nucléons.

La construction d'une théorie de structure nucléaire apte à expliquer toutes les propriétés physiques du noyau s'avère très difficile. Pour cette raison tous les modèles qui ont été construits sont conçus pour décrire certaines propriétés très particulières du noyau responsables sur l'évolution des états où le noyau peut exister. La découverte de nouvelles propriétés permet de raffiner ces modèles pour étendre leur application aux différentes situations possibles du noyau. Cette tâche peut aussi juger les modèles proposés à la description présente d'autres caractéristiques que ceux

pour lesquelles ces modèles ont été construits. L'avantage particulier de ces modèles et leur caractère prédictif annonçant l'existence de certains phénomènes avant qu'ils s'observent. Cependant d'autres phénomènes observés expérimentalement n'ont pas trouvé une explication physique par les théories existantes. Ce qui a laissé beaucoup de phénomènes sans explication jusqu'à l'avènement d'une description claire de la structure nucléaire.

L'étude du noyau nous conduit à connaître ses propriétés et à suivre son évolution au moment où des phénomènes physiques y prennent naissance. Jusqu'à présent il n'existe pas une théorie unifiée et à partir de laquelle le noyau est décrit complètement et on se trouve toujours face aux deux problèmes essentiels et insurmontables présentant des difficultés qui ne permettent qu'une résolution approximative. On ne sait pas résoudre le problème à N corps et on ne connaît pas non plus la force liant les nucléons entre eux dans le noyau. Cette dernière difficulté, nous élargit le champ des potentiels proposés compatibles avec des interactions prévues dans le noyau. Devant ces deux difficultés et devant le manque d'informations expérimentales, plusieurs voies d'études ont été entamées dans la description de la structure nucléaire. En premier lieu un modèle macroscopique celui de la goutte liquide était construit pour calculer les propriétés statiques du noyau. Dans ce modèle, le noyau est vu dans sa globalité comme étant une goutte liquide visqueuse, il est traité sans tenir compte des effets de structure. Mais avec l'avènement de nouvelles données sur le noyau, ce modèle s'était révélé incapable de les reproduire et a ainsi montré ses limites de validité.

Par la suite le modèle des couches a été proposé pour expliquer les phénomènes qui n'ont pas été décrits par le modèle de la goutte liquide. Dans ce modèle qui détermine le spectre d'énergie et tient compte des effets de couches, le noyau est incompressible et les nucléons occupent les plus bas niveaux d'énergie en assurant au noyau une grande stabilité. Ces deux modèles construits en se basant sur des noyaux stables trouvent des difficultés pour expliquer le noyau dans des états très excités.

Notons seulement que dans le cadre de ces deux théories, les énergies individuelles et les fonctions d'ondes sont calculées et les propriétés régissant les phénomènes liés

à la stabilité du noyau sont bien expliquées.

3.2 Méthode de Hartree-Fock :

3.2.1 Introduction :

Pour étudier la structure nucléaire, on a recours à des théories basées sur certaines hypothèses répondant à la situation dans laquelle le noyau se trouve. De ces théories, les propriétés nucléaires elles sont déterminées et comparées à celles obtenues expérimentalement afin de déduire le lien existant entre les faits observés et ceux prévus théoriquement.

La structure compliquée du noyau rend difficile la construction d'un modèle exact et la résolution des équations issues de ce modèle se fait généralement d'une manière approchée aboutissant donc à des résultats approchés.

L'étude du noyau atomique par un modèle à particules indépendantes, détermine de nombreuses propriétés nucléaires, seulement le choix de la fonction d'onde de particules indépendantes ignore l'existence de certaines interactions dont il faut en tenir compte. En effet leur contribution dans le calcul des niveaux d'énergie est très intéressante. Le calcul des propriétés du noyau, (niveaux d'énergie, moment angulaire, moment quadripolaire, etc...) s'effectue dans le cadre de la mécanique quantique non relativiste par l'équation de Schrodinger. Celle-ci ne se prête pas au cas du noyau où on a affaire à un ensemble de particules. A l'exception du calcul fait dans le cadre du modèle en couches, où chaque nucléon, plongé dans un potentiel moyen créé par les autres nucléons, est traité séparément par l'équation de Schrodinger.

Donc pour une interaction à plus de deux corps il existe une approche qui lève certaines difficultés contenues dans l'interaction des N particules c'est celle de

Hartree-Fock. Cette théorie formulée dans le but de transformer le problème à N corps à un problème à un corps, nous conduit à une approximation de particules indépendantes.

3.2.2 Approximation de Hartree-Fock :

Supposons connue l'interaction manifestée dans le noyau, dans cette approximation les nucléons sont considérés comme des particules indépendantes se mouvant dans un champ moyen fournissant le potentiel du modèle en couches. Le noyau est décrit par un hamiltonien à un corps dit hamiltonien de Hartree-Fock dont la fonction d'onde est une fonction d'onde de particules indépendantes.

a) Hamiltonien du noyau :

Le problème majeur dans l'établissement d'un hamiltonien nucléaire réside dans le choix de l'interaction échangée entre les nucléons. En premier lieu, on ne considère que des interactions à deux corps représentant l'interaction mutuelle, il est donné par :

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \frac{1}{2} \sum_i^A \sum_{j/i}^A V(\vec{r}_i, \vec{r}_j) \quad (3.1)$$

T_i est l'opérateur associé à l'énergie cinétique.

$V(\vec{r}_i, \vec{r}_j)$ est l'opérateur représentant l'interaction exercée entre le i^{eme} nucléon et le j^{eme} nucléon.

Pour le moment on ne s'intéresse qu'à des interactions indépendantes de la densité. L'introduction des interactions contenant une telle dépendance amène des modifications dans la contribution du calcul d'énergie.

b) Hamiltonien de Hartree-Fock :

Cette hamiltonien dérive d'un principe variationnel, nous effectuons des calculs Hartree-Fock pour une interaction à deux corps.

Les nucléons ont un spin $\frac{1}{2}$ ils obéissent à la statistique de Fermi-Dirac. Ils sont décrit par un déterminant de Slater constitué de fonctions d'ondes individuelles orthonormées.

Dans l'état décrit par le déterminant de Slater l'énergie E s'écrit :

$$E = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (3.2)$$

Où $|\Psi\rangle$ est le déterminant de Slater qui s'écrit :

$$|\Psi\rangle = \sqrt{A!} \Lambda_{zA} |\varphi_1\rangle |\varphi_2\rangle \dots |\varphi_{A-1}\rangle |\varphi_A\rangle$$

$$\Lambda_{zA} = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_{i=0}^{A!} (-1)^{p_i} P_i$$

$$E = \langle \Psi | \sum_{i=1}^A T_i + \frac{1}{2} \sum_i^A \sum_{j \neq i}^A V(\vec{r}_i, \vec{r}_j) | \Psi \rangle$$

$$E = \sum_{\lambda} \langle \lambda | T | \lambda \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \sum_{\mu} \langle \lambda \mu | V^{(2)} | \lambda \mu \rangle_{ans} \quad (3.3)$$

La relation (3.3) représente l'énergie Hartree-Fock.

La sommation portera sur tous les états individuels occupés, et avec $|\lambda \mu\rangle_{ans}$ est le ket antisymétrique.

$$|\lambda \mu\rangle_{ans} = |\lambda \mu\rangle - |\mu \lambda\rangle$$

$|\lambda\rangle, |\mu\rangle \dots |\nu\rangle, |\xi\rangle$ sont les états individuels associés aux kets $|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle \dots |\varphi_{A-1}\rangle, |\varphi_A\rangle$

On développe les états Hartree-Fock suivant une base arbitraire infinie $\{|i\rangle\}$

$$|\lambda\rangle = \sum_i C_{\lambda i} |i\rangle$$

La condition de normalisation donne :

$$\langle\lambda|\lambda\rangle = \sum_i |C_{\lambda i}|^2$$

On définit la matrice densité par ses éléments de matrice :

$$\rho_{ij} = \langle\Psi|a_j^\dagger a_i|\Psi\rangle = \sum_\lambda C_{\lambda i}^* C_{\lambda j} \quad (3.4)$$

En utilisant (3.4), l'expression (3.3) devient :

$$E = \sum_\lambda \sum_i \sum_j C_{\lambda i}^* C_{\lambda j} \langle i|T|j\rangle + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \sum_{ikjl} C_{\lambda i}^* C_{\mu k}^* C_{\lambda j} C_{\mu l} \langle ik|V|jl\rangle_{ans}$$

$$E = \sum_{ij} \rho_{ij} \langle i|T|j\rangle + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \rho_{ij} \rho_{kl} \langle ik|V|jl\rangle_{ans} \quad (3.5)$$

Où $T = T_1 + T_2 + \dots + T_A$ est l'énergie cinétique totale.

L'expression (3.5) montre la dépendance en densité de l'énergie totale de Hartree-Fock.

La méthode variationnelle consiste à écrire la condition suivante :

$$\frac{\partial}{\partial C_\lambda^*} \left\{ E - \sum_\lambda e_\lambda \sum_j C_{\lambda j}^* C_{\lambda j} \right\} = 0$$

On minimise cette quantité pour des variations de $C_{\lambda i}^*$.

Les e_λ représentent les multiplicateurs de Lagrange introduits pour conserver la norme des états individuels.

On a alors :

$$\frac{\partial E}{\partial C_{\lambda i}^*} - \sum_{\lambda} e_{\lambda} \sum_j \frac{\partial C_{\lambda j}^*}{\partial C_{\lambda i}^*} C_{\lambda j} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}} \frac{\partial \rho_{ij}}{\partial C_{\lambda i}^*} - \sum_{\lambda} e_{\lambda} \sum_j \delta_{ij} C_{\lambda j} = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}} \sum_{\lambda} \frac{\partial C_{\lambda i}^*}{\partial C_{\lambda i}^*} C_{\lambda j} - \sum_{\lambda} e_{\lambda} C_{\lambda i} = 0$$

$$\sum_{\lambda} \left(\frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}} C_{\lambda j} - e_{\lambda} C_{\lambda i} \right) = 0 \quad (3.6)$$

L'équation (3.6) provient de l'équation aux valeurs propres suivante :

$h|\lambda\rangle = e_{\lambda}|\lambda\rangle$ où h est l'hamiltonien de Hartree-Fock.

les e_{λ} sont les multiplicateurs de la Lagrange

$$h \sum_j C_{\lambda j} |j\rangle = e_{\lambda} \sum_j C_{\lambda j} |j\rangle \quad (3.7)$$

ceci donne :

$$\sum_j \langle i|h|j\rangle C_{\lambda j} = e_{\lambda} C_{\lambda i}$$

Où $\langle i|h|j\rangle$ est l'élément de matrice de l'hamiltonien de Hartree-Fock.

$$\langle i|h|j\rangle = \frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}}$$

Apartir de l'expression de (3.5), On doit calculer $\frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}}$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}} &= \frac{\partial}{\partial \rho_{ij}} \left\{ \sum_{mn} \rho_{mn} \langle m|T|n\rangle + \frac{1}{2} \sum_{mnkl} \rho_{mn} \rho_{kl} \langle mk|V|nl\rangle_{ans} \right\} = \\
&\sum_{mn} \frac{\partial \rho_{mn}}{\partial \rho_{ij}} \langle m|T|n\rangle + \frac{1}{2} \sum_{mnkl} \frac{\partial \rho_{mn}}{\partial \rho_{ij}} \rho_{kl} \langle mk|V|nl\rangle_{ans} + \frac{1}{2} \sum_{mnkl} \frac{\partial \rho_{kl}}{\partial \rho_{ij}} \rho_{mn} \langle mk|V|nl\rangle_{ans} = \\
&\sum_{mn} \delta_{mi} \delta_{nj} \langle m|T|n\rangle + \frac{1}{2} \sum_{mnkl} \delta_{mi} \delta_{nj} \rho_{kl} \langle mk|V|nl\rangle_{ans} + \frac{1}{2} \sum_{mnkl} \delta_{ki} \delta_{lj} \rho_{mn} \langle mk|V|nl\rangle_{ans} = \\
&\langle i|T|j\rangle + \frac{1}{2} \sum_{kl} \rho_{kl} \langle ik|V|jl\rangle_{ans} + \frac{1}{2} \sum_{mn} \rho_{mn} \langle mi|V|nj\rangle_{ans}
\end{aligned}$$

Dans la sommation portant sur les indices m,n on fait le changement suivant :

$$m \rightarrow i \quad n \rightarrow j$$

$$i \rightarrow m \quad j \rightarrow n$$

On obtient :

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}} = \langle i|T|j\rangle + \frac{1}{2} \sum_{kl} \rho_{kl} \langle ik|V|jl\rangle_{ans} + \frac{1}{2} \sum_{mn} \rho_{mn} \langle mi|V|nj\rangle_{ans} \quad (3.8)$$

puis on fait dans la double sommation de (3.8) le changement suivant :

$k \rightarrow m, i \rightarrow n$, on obtient :

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_{ij}} = \langle i|T|j\rangle + \sum_{\lambda} \langle i\lambda|V|j\lambda\rangle_{ans} \quad (3.9)$$

$$\langle i|h|j\rangle = \langle i|T|j\rangle + \sum_{\lambda} \langle i\lambda|V|j\lambda\rangle_{ans} \quad (3.10)$$

$$\sum_j \langle i|h|j\rangle C_{\lambda j} = e_{\lambda} C_{\lambda i} \quad (3.11)$$

les relations (3.10), (3.11) sont les équations Hartree-Fock :

La résolution de ces équations se fait par un procédé itératif qui consiste à choisir un ensemble de coefficient $C_{\lambda j}$ dits coefficients d'essai. Partant de ces coefficients, on calcule l'hamiltonien de Hartree-Fock puis on le diagonalise en trouvant la base $|j\rangle$. On obtient de nouveaux coefficients. Le processus sera recommencé jusqu'à convergence des résultats.

L'équation $h|\lambda\rangle = e_\lambda |\lambda\rangle$ fournira l'équation intégrodifférentielle suivante :

En multipliant à droite par le ket $|\lambda\rangle$.

$$\langle i|h|j\rangle|\lambda\rangle = \langle i|T|j\rangle|\lambda\rangle + \sum_{\mu} \langle i\mu|V|j\mu\rangle_{ans}|\lambda\rangle$$

$$h|\lambda\rangle = T|\lambda\rangle + \sum_{\mu} \langle\mu|V|\mu\rangle|\lambda\rangle + \langle\mu|V|\mu\rangle|\lambda\rangle$$

$$e_\lambda|\lambda\rangle = T|\lambda\rangle + \sum_{\mu} \langle\mu|V|\mu\rangle|\lambda\rangle + \langle\mu|V|\mu\rangle|\lambda\rangle$$

En multipliant à gauche les deux membres par le bra $\langle\bar{r}^{\lambda}|$ et en insérant dans le second terme la relation de fermeture, on obtient :

$$(T - e_\lambda)\Phi_\lambda(\bar{r}^\lambda) + \sum_{\mu} \int d\bar{r}^{\lambda'} \Phi_{\mu}^*(\bar{r}^{\lambda'}) V(\bar{r}^\lambda, \bar{r}^{\lambda'}) \Phi_{\mu}(\bar{r}^{\lambda'}) \Phi_\lambda(\bar{r}^\lambda) +$$

$$\sum_{\mu} \int d\bar{r}^{\lambda'} \Phi_{\mu}^*(\bar{r}^{\lambda'}) V(\bar{r}^\lambda, \bar{r}^{\lambda'}) \Phi_{\mu}(\bar{r}^\lambda) \Phi_\lambda(\bar{r}^{\lambda'})$$

Ce qui est équivalent à la forme intégrodifférentielle suivante :

$$(T + V_L(\bar{r}^\lambda) - e_\lambda)\Phi_\lambda(\bar{r}^\lambda) + \int d\bar{r}^{\lambda'} V_{NL}(\bar{r}^\lambda, \bar{r}^{\lambda'}) \Phi_\lambda(\bar{r}^{\lambda'}) = 0$$

Avec :

$$V_L(\vec{r}) = \sum_{\mu} \int d\vec{r}' \Phi_{\mu}^*(\vec{r}') V(\vec{r}, \vec{r}') \Phi_{\mu}(\vec{r}')$$

est le potentiel local associé à Fock et,

$$V_{NL}(\vec{r}, \vec{r}') = \sum_{\mu} \Phi_{\mu}^*(\vec{r}') V(\vec{r}, \vec{r}') \Phi_{\mu}(\vec{r})$$

est le potentiel non local associé à Hartree.

c) Hamiltonien de Hartree-Fock en représentation position :

L'hamiltonien de Hartree-Fock est composé d'un opérateur d'énergie cinétique t et d'un opérateur à un corps $V(\vec{r})$ appelé potentiel de Hartree-Fock.

$\forall i$ et j on a :

$$\langle i | h | j \rangle = \langle i | t | j \rangle + \langle i | V | j \rangle$$

De la relation (3.7), on obtient l'équation suivante :

$$h |\lambda\rangle = \varepsilon_a |\lambda\rangle \quad (3.12)$$

ce qui donne :

$$\varepsilon_a \Phi_{\lambda}(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Phi_{\lambda}(\vec{r}) + \int d\vec{r}' V(\vec{r}, \vec{r}') \Phi_{\lambda}(\vec{r}')$$

avec :

$$V(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \vec{r}' | \hat{V} | \vec{r}' \rangle$$

d) Energie de Hartree-Fock :

$$E_{HF} = \langle \Psi | H | \Psi \rangle = \sum_{\lambda} \langle \lambda | T | \lambda \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \langle \lambda\mu | V^{(2)} | \lambda\mu \rangle_{ans}$$

$$E_{HF} = \sum_{\lambda} \langle \lambda | T | \lambda \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \langle \lambda | V^{(1)} | \lambda \rangle$$

$$E_{HF} = \sum_{\lambda} (e_{\lambda} - \frac{1}{2} \langle \lambda | V | \lambda \rangle) = \frac{1}{2} \sum_{\lambda} (e_{\lambda} + \langle \lambda | V | \lambda \rangle) \quad (3.13)$$

Cette relation montre que l'énergie de Hartree-Fock n'est pas égale à la somme des énergies individuelles des états occupés. Ceci se justifie dans le choix de la fonction d'onde, qui est le déterminant de Slater, pour l'hamiltonien du départ.

e) Exemple de l'interaction delta :

L'interaction δ à deux corps jouit de l'une des caractéristiques de la force nucléaire, elle est fortement intense à courte distance et très faible à longue distance, et elle présente une symétrie. Les fermions auxquels on s'intéresse sont décrits par un ket antisymétrique constitué du produit d'un ket contenant les variables dynamiques et d'un ket contenant les variables de spin.

L'interaction δ donne une contribution non nulle au calcul d'énergie avec un ket antisymétrique.

Pour un déterminant de Slater l'énergie totale s'écrit :

$$E = \sum_{\lambda} \langle \lambda | T | \lambda \rangle + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \langle \lambda\mu | V | \lambda\mu \rangle_{ans}$$

$$V(1, 2) = V_0 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

pour avoir une contribution non nulle, il faut choisir la partie symétrique de $|\lambda\mu\rangle_{ans}$

ce qui permet d'écrire :

$$\langle \lambda\mu | V(1, 2) | \lambda\mu \rangle = \langle \lambda\mu | V_0 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | \lambda\mu \rangle$$

En insérant la relation de fermeture, on obtient :

$$\int \int \int \int d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \langle \lambda\mu | \vec{r}'_1 \vec{r}'_2 \rangle \langle \vec{r}'_1 \vec{r}'_2 | V_0 \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | \vec{r}_1 \vec{r}_2 \rangle \times \\ \langle \vec{r}_1 \vec{r}_2 | \lambda\mu \rangle$$

et qui s'écrit encore :

$$V_0 \int \int \int \int d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \Phi_{\lambda}^*(\vec{r}'_1) \Phi_{\mu}^*(\vec{r}'_2) \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \delta(\vec{r}'_2 - \vec{r}_2) \times \\ \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \Phi_{\lambda}(\vec{r}_1) \Phi_{\mu}(\vec{r}_2) = V_0 \int d\vec{r} |\Phi_{\lambda}(\vec{r})|^2 |\Phi_{\mu}(\vec{r})|^2$$

et on a aussi

$$\langle \lambda | T | \lambda \rangle = \int d\vec{r} \langle \lambda | \vec{r} \rangle T \langle \vec{r} | \lambda \rangle = \int d\vec{r} \Phi_{\lambda}^*(\vec{r}) \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \right) \Phi_{\lambda}(\vec{r}) = \\ \frac{\hbar^2}{2m} \int d\vec{r} (\vec{\nabla} \Phi_{\lambda}(\vec{r}))^\dagger (\vec{\nabla} \Phi_{\lambda}(\vec{r})) = \frac{\hbar^2}{2m} \int d\vec{r} \left| \vec{\nabla} \Phi_{\lambda}(\vec{r}) \right|^2$$

D'où l'expression de E devient :

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} \sum_{\lambda} \int d\vec{r} \left| \vec{\nabla} \Phi_{\lambda}(\vec{r}) \right|^2 + V_0 \sum_{\lambda\mu} \int d\vec{r} |\Phi_{\lambda}(\vec{r})|^2 |\Phi_{\mu}(\vec{r})|^2$$

Avec les notations suivantes :

$$\tau(\vec{r}) = \sum_{\lambda} \left| \vec{\nabla} \Phi_{\lambda}(\vec{r}) \right|^2$$

et

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{\lambda} |\Phi_{\lambda}(\vec{r})|^2$$

Finalement on aboutit à :

$$E = \int d\vec{r} \left(\frac{\hbar^2}{2m} \tau(\vec{r}) + V_0 \rho^2(\vec{r}) \right)$$

Dans le formalisme Hartree-Fock, l'énergie du noyau s'exprime par l'intégrale d'une densité hamiltonienne.

Maintenant on va déterminer les équations Hartree-Fock.

La condition variationnelle s'écrit, pour les variations de Φ_{λ}^*

$$\frac{\partial}{\partial \Phi_{\lambda}^*} \left\{ E - e_{\mu} \int d\vec{r} \Phi_{\mu}^* \Phi_{\mu} \right\} = 0$$

$$\int d\vec{r} \frac{\partial}{\partial \Phi_{\lambda}^*} \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \tau(\vec{r}) + V_0 \rho^2(\vec{r}) - e_{\mu} \Phi_{\mu}^*(\vec{r}) \Phi_{\mu}(\vec{r}) \right\} = 0$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \Phi_{\lambda}(\vec{r}) + 2V_0 \rho(\vec{r}) \Phi_{\lambda}(\vec{r}) - e_{\mu} \delta_{\mu\lambda} \Phi_{\mu}(\vec{r}) = 0$$

Les fonctions d'ondes sont influencées par l'interaction qu'à courte distance. Au delà de la distance de l'ordre du Fermi, elles ont le comportement des ondes planes. Dans cette région la densité peut, si les fonctions d'ondes planes ont un comportement en exponentiel, être constante, phénomène de saturation à la surface. On est alors amené à résoudre l'équation de schrodinger suivante :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + 2V_0 \sum_{\mu} |\Phi_{\mu}|^2 - e_{\lambda}\right)\Phi_{\lambda} = 0$$

3.3 Modèle en couches

3.3.1 Introduction :

Le modèle en couches nucléaire est introduit par analogie à celui de la physique atomique. Le noyau est pris dans un état stable afin de pouvoir calculer ses propriétés physiques. Dans ce contexte le noyau est considéré comme un système isolé ne subissant aucune action de son environnement et de ce fait les nucléons ne sentent que l'interaction créée entre eux.

Le noyau est un système de N nucléons, siège d'un mouvement de N corps, en interactions mutuelles. La résolution des équations de mouvements décrits par les N nucléons nécessite à résoudre le problème quantique de N corps. L'approche du modèle en couches ignore la structure interne des nucléons. Celle-ci suppose que les nucléons se meuvent indépendamment dans un champ moyen déterminé par les interactions mutuelles. Ce champ effectif ne peut pas remplacer l'interaction à deux corps entre deux nucléons dont on doit rendre compte dans l'hamiltonien du modèle en couches pour faire un calcul consistant. Les interactions résiduelles, qui ne sont pas simplement reliées aux interactions à deux corps, sont considérées comme des perturbations.

L'interaction nucléaire n'est pas suffisamment connue. On ne peut non plus la manier facilement dans un calcul de la théorie des perturbations. Elle est infiniment

répulsive à courte distance (existence d'un coeur dur) et est fortement attractive à longue distance, là, elle introduit de fortes corrélations entre les nucléons, et ainsi la fonction d'onde du modèle en couches sera modifiée en subissant l'effet de cette interaction.

Plusieurs interactions phénoménologiques ont été utilisées. Des tentatives de calculs ont été aussi faites en utilisant ces interactions. Ils ont amené des résultats qui concordent bien avec ceux de l'expérience.

D'habitude on utilise des potentiels simples contenant un ensemble de paramètres à ajuster pour reproduire les résultats expérimentaux, l'interaction de Skyrme en est un exemple. C'est une interaction effective contenant des paramètres qui s'ajustent aux énergies de liaison expérimentales et aux rayons nucléaires.

Le problème complexe du noyau nous astreint, pour le résoudre, de faire des approximations qui nous amènent à un problème à un corps où l'équation de Schrödinger trouve son application. En effet pour un potentiel bien connu la résolution de l'équation de Schrödinger fournit la fonction d'onde et l'énergie.

L'une des approches du modèle en couches considère un potentiel sphérique indépendant du spin. La fonction d'onde pour ce type de potentiel est une fonction propre des opérateurs L^2 et L_z vérifiant pour leur fonction propre $\Psi_{nlm}(\vec{r})$ les relations suivantes :

$$\Psi_{nlm}(\vec{r}) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \varphi)$$

$$L^2\Psi_{nlm}(\vec{r}) = h^2l(l+1)\Psi_{nlm}(\vec{r})$$

$$L_z\Psi_{nlm}(\vec{r}) = mh\Psi_{nlm}(\vec{r})$$

avec :

$$R_{nl}(r) = \frac{U_{nl}(r)}{r}$$

est fonction d'onde radiale vérifiant l'équation suivante :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V(r)) \right) U_{nl}(r) = 0$$

Les niveaux d'énergie sont étiquetés par l , ils contiennent $2l + 1$ nucléons.

Le potentiel ayant fourni les meilleurs niveaux d'énergie est celui de l'oscillateur harmonique déduit de l'approximation au premier ordre du potentiel de Woods-Saxon.

Dans le noyau outre le mouvement individuel des nucléons, l'introduction de certaines de leurs caractéristiques révèle des modifications dans le calcul des propriétés nucléaires.

L'introduction d'une interaction spin-orbite dans l'hamiltonien du noyau permet de reproduire tous les nombres magiques des couches de protons et de neutrons et amène une séparation dans les niveaux d'énergie en deux sous niveaux qui se distinguent par leurs valeurs du moment angulaire total $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$

Le modèle en couches s'avère un moyen utile pour expliquer la physique des noyaux stables. Cependant, ce modèle trouve sa faiblesse dans l'interprétation des effets de couches notamment quand il s'agit du spin de l'état fondamental des noyaux pairs-pairs et des noyaux déformés.

3.3.2 Modèle de la particule individuelle :

Le modèle en couches du noyau était introduit au besoin de la connaissance des propriétés nucléaires. c'est un modèle simple basé sur des hypothèses données pour les noyaux stables. Son meilleur succès est la reproduction de tous les nombres magiques des couches remplies de protons et de neutrons, et l'explication des niveaux excités dans certains cas. Dans ce modèle le calcul fait généralement appel à la résolution de l'équation de schrodinger pour les deux types de potentiel : puits carré,

et puits du potentiel de l'oscillateur harmonique. L'ajout à ces deux potentiels du terme spin-orbite rend compte des propriétés observées dans le spectre d'énergie.

Suivant les noyaux auxquels on s'intéresse, le modèle en couches ne se prête pas de la même façon. Il arrive souvent que des raffinements soient introduits aux situations extrêmes. Notamment quand il s'agit des noyaux contenant peu de nucléons en dehors des couches fermés, il s'avère qu'on s'intéresse, seulement, aux nucléons célibataires. Cette proposition constitue le modèle de la particule individuel. En effet dans ce dernier le noyau est supposé constitué de couches remplies par un nombre maximum de protons et de neutrons permis par le principe d'exclusion de Pauli, et d'une couche vide contenant le nucléon restant. Les propriétés du noyau sont attribués à ce nucléon impair célibataire et les états impliqués sont ceux décrits par ce nucléon. Dans le cas des noyaux impairs-impairs leurs propriétés sont caractérisées par le proton et le neutron impairs. Ce qui est à l'encontre du modèle en couches où tous les nucléons s'impliquent par leurs états.

3.3.3 Potentiel de la particule individuelle :

Dans le modèle de la particule individuelle, les nucléons sont unis par paires de telle sorte que chaque paire de nucléon contribue par un spin et un moment magnétique nuls, ce type de correlations assure au noyau une forme sphérique. Seul le nucléon célibataire est responsable de l'évolution des propriétés du noyau.

La particule individuel se meut dans un potentiel moyen fourni par les nucléons des couches fermées. Elle occupe des niveaux d'énergie largement espacés de la dernière couche fermée en nucléons spécifiée par un nombre magique. Le potentiel nucléaire auquel est soumise la particule singulière est celui de Woods-saxon, car il constitue un potentiel intermédiaire entre celui de l'oscillateur harmonique et celui du puit carré. Ce potentiel ayant une base expérimentale, est obtenu en ajustant ses paramètres sur l'interaction nucléon-cœur. Il est plat au centre et décroît vers zéro aux bords du noyau. Ses solutions analytiques ne sont possibles que pour l'onde

s ($l = 0$), les autres solutions ne s'obtiennent que par des méthodes numériques.

3.3.4 Calcul du modèle en couches :

a) Equation de Schrodinger :

Dans le noyau, chaque nucléon décrit son propre mouvement indépendamment des autres en ressentant un potentiel moyen. La connaissance du spectre d'énergie des états liés provient de la résolution de l'équation de Schrodinger. Celle-ci nous fournit une solution (fonction d'onde) contenant les nombres quantiques spécifiant les niveaux d'énergie.

En s'intéressant à des noyaux sphériques, le potentiel de Woods-Saxon est proposé en ajustant ses paramètres afin de reproduire les faits expérimentaux. C'est un potentiel de profondeur V_0 , donné en se basant sur l'allure de la densité nucléaire.

Sa forme est la suivante :

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{0.228a}}}$$

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}}, \quad r_0 = 1.3 \text{ fm}, \quad a = 3R$$

L'hamiltonien du modèle s'écrit :

$$H_0 = \sum_{i=1}^A (T_i + V(r_i))$$

La fonction d'onde de particules indépendantes est exprimée par le produit des fonctions d'onde individuelles.

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = \prod_{i=1}^A \Psi_i(\vec{r}_i)$$

L'équation aux valeurs propres s'écrit :

$$H_0 \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A) = E \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A)$$

$$E = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_A$$

$$\sum_{j=1}^A (T_j + V(r_j)) \prod_{i=1}^A \Psi_i(\vec{r}_i) = \sum_{j=1}^A \varepsilon_j \prod_{i=1}^A \Psi_i(\vec{r}_i)$$

ε_i : énergie contenue dans la fonction d'onde $\Psi_i(\vec{r}_i)$ associée au nucléon i .

La résolution de cette équation aux valeurs propres revient à résoudre les A équations de Schrodinger à un seul corps.

$$(T_i + V(r_i)) \Psi_i(\vec{r}_i) = \varepsilon_i \Psi_i(\vec{r}_i)$$

Dans le système du centre de masse, l'équation de Schrodinger s'écrit :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 + V(r_i)\right) \Psi_i(\vec{r}_i) = \varepsilon_i \Psi_i(\vec{r}_i)$$

L'hamiltonien ci dessus ayant une symétrie sphérique commute avec les opérateurs L^2 et L_z .

Le potentiel en question est choisi indépendant du spin et de ce fait la fonction d'onde ne présente pas la dépendance en spin. Elle s'exprime comme suit :

$$\Psi_i(\vec{r}_i) = R_{n_i l_i}(r_i) Y_{l_i}^{m_i}(\theta_i, \varphi_i) \equiv \frac{U_{n_i l_i}(r_i)}{r_i} Y_{l_i}^{m_i}(\theta_i, \varphi_i)$$

Où $U_{n_i l_i}(r_i)$ vérifie l'équation de schrodinger radiale :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) + \frac{\hbar^2 l_i(l_i + 1)}{2mr_i^2} + V(r_i) \right) U_{n_i l_i}(r_i) = \varepsilon_i U_{n_i l_i}(r_i).$$

Les indices n_i, l_i, m_i caractérisent les niveaux d'énergie associé au nucléon i .

Le potentiel de Woods-Saxon ne se prête pas analytiquement dans les calculs, Au premier ordre de son développement à l'origine, il s'écrit :

$$V(r) = -V_0' + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 \quad , \quad \omega_0^2 = \sqrt{\frac{2V_0'}{mR^2}}; \quad V(R) = 0$$

Il contient deux termes simulant l'un le puits carré de profondeur V_0' et l'autre l'oscillateur harmonique de même profondeur. Les deux termes reproduisant seulement les trois nombres magiques 2, 8, 20, donnent des niveaux d'énergie régulièrement espacés.

Au premier ordre, on s'intéresse au potentiel de l'oscillateur harmonique.

L'équation de Schrodinger radiale s'écrit :

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} + \left(\frac{m\omega}{\hbar} \right)^2 r^2 \right) U_{nl}(r) = 0$$

Passons à la position sans dimension en posant $x = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}} r$

On obtient l'équation suivante :

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1)}{x^2} + \varepsilon - x^2 \right) U(x) = 0 \quad , \quad \varepsilon = \frac{2E}{\hbar\omega}$$

dont le comportement asymptotique est le suivant :

à l'infini

$$x \rightarrow \infty, \quad \left(\frac{d^2}{dx^2} - x^2 \right) U(x) = 0$$

à l'origine

$$x \rightarrow 0 \quad \left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1)}{x^2} \right) U(x) = 0$$

Dans tout l'intervalle, l'équation différentielle

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \frac{l(l+1)}{x^2} + \varepsilon - x^2 \right) U(x) = 0$$

admet une solution de la forme :

$$U(x) = x^{l+1} e^{-\frac{x^2}{2}} w(x) = e^{-\frac{x^2}{2}} W(x)$$

$$W(x) = x^{l+1} \sum_q C_q x^q = \sum_q C_q x^{q+l+1}$$

Avec ce changement, on obtient l'équation différentielle suivante :

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - 2x \frac{d}{dx} - \frac{l(l+1)}{x^2} + (\varepsilon - 1) \right) W(x) = 0$$

Ce qui donne encore :

$$\sum_q C_q ((q+l+1)(q+l) - l(l+1)) x^{q+l+1} + \sum_q C_q ((\varepsilon - 1) - 2(q+l+1)) x^{q+l+1} = 0$$

Faisant passer dans le premier terme q vers $q+2$, on obtient :

$$\sum_q C_q((q+l+3)(q+l+2) - l(l+1))x^{q+l+1} + \sum_q C_q(\varepsilon - 3 - 2(q+l))x^{l+q+1} = 0$$

d'où :

$$\frac{C_{q+2}}{C_q} = -\frac{\varepsilon - 3 - 2(q+l)}{(q+l+3)(q+l+1) - l(l+1)}$$

La solution $U(x)$ doit être régulière, pour cela on doit éliminer les divergences.

$$q \leq N, C_q \neq 0 \quad \text{et} \quad q > N+1, C_q = 0$$

$$C_{N+2} = 0 \rightarrow \varepsilon - 3 - 2(N+l) = 0$$

$$\varepsilon = 2(N+l) + 3$$

ce qui donne :

$$E = \hbar\omega(N+l + \frac{3}{2})$$

Tous les niveaux d'énergie se calculent à partir de cette expression.

Le nombre quantique $N+l$ représente le nombre quantique principale n .

b) Potentiel Spin-orbite :

Dans les calculs précédents, on n'a pas introduit les effets du spin des nucléons. En effet les nucléons sont des fermions doués d'un spin demi-entier et l'introduction

d'une interaction spin-orbite est nécessaire.

Il ya une forte interaction entre le moment angulaire de spin et le moment angulaire orbital, pour chaque nucléon cette interaction a la forme suivante :

$V_{l,s} = -f(r) \vec{L} \vec{S}$, c'est une correction dans le potentiel moyen. Son introduction sépare les niveaux d'énergie en deux sous niveaux et lève la dégénérescence, et reproduit ainsi toute la séquence des nombres magiques de protons et de neutrons.

La fonction d'onde du modèle en couches sera désignée par les nombres quantiques n, l, s, j , et la base dans laquelle on travaille est celle issue du couplage $L - S$.

Chapitre 4

NOYAUX ETUDIÉS

4.1 Région de l'étain ${}_{50}^{132}\text{Sn}$:

L'étude des noyaux loin de la stabilité est très intéressante, car elle fournit beaucoup d'informations relatives à la structure nucléaire et aux processus astrophysiques. Parmi ces noyaux, les isotopes de l'étain sont nombreux et constituent une région de masse importante présentant beaucoup d'intérêt pour expliquer les phénomènes les plus intéressants tels que la double magie de couches, les états isomériques, les hauts spins des bandes rotationnelles correspondant aux noyaux ayant un nombre de protons très élevé dépassant le nombre magique 50 et une configuration J^π identique observée dans des états n'ayant pas la même valeur d'énergie.

Les progrès effectués ces dernières années ont permis de réunir certaines données des noyaux situés autour de la région de l'étain ${}_{50}^{132}\text{Sn}$ qui nécessitent des interprétations guidées par les prévisions théoriques du modèle en couches. L'étain ${}_{50}^{132}\text{Sn}$ est le plus important, car doublement magique il constitue un coeur inerte pris comme référence dans les calculs des niveaux d'énergie des noyaux situés dans son voisinage. Ses niveaux sont très élevés par rapport à ceux des noyaux qui l'environnent.

Malgré qu'il a un petit coeur, son niveau 3^- situé à 4.3512 MeV est plus élevé par rapport à celui du ${}_{82}^{208}\text{Pb}$ qui est situé à $2,6146 \text{ MeV}$. Les spectres des états individuels des noyaux de cette région ont été déterminés en étudiant les produits de fission riches en neutrons [Lea84,Hof96a].

4.2 Représentation de l'interaction effective en dehors du coeur inerte :

En dehors du coeur inerte les nucléons de valence peuvent se déplacer de leur orbites vers d'autres donnant ainsi naissance à des états excités. On peut représenter leur interaction par un potentiel effectif qui peut être dérivé de la matrice G de Bruckner ou simplement on peut lui associer une représentation phénoménologique pouvant varier son comportement d'une région à une autre. Le problème de représentation des interactions effectives est dû aux différentes situations représentatives des nucléons de valence. En effet, la contribution du coeur peut poser dans certains cas des difficultés quand elle est négligée. De plus, si on suppose que dans leur interaction mutuelle, les nucléons évoluent dans un milieu de matière nucléaire faisant appel à la matrice G de collision, leur description sera complexe. Pour ces raisons, nous essayerons de leur affecter des interactions simples à manier afin d'expliquer le minimum de propriétés nucléaires.

Les études [Hol98] faites dans cette région en utilisant le modèle en couches ont fourni des résultats correspondant à certains faits observés. Vu les différentes configurations qui peuvent exister dans ces isotopes, différentes approches seront nécessaire pour décrire les états. L'interaction de la configuration particule-particule sera représentée par un potentiel à deux corps contenant les propriétés de base de la force nucléaire, l'interaction trois particules situés sur une même couche j sera exprimée en fonction de l'interaction particule-particule et les états individuels seront décrits par une relation qui exprime l'interaction particule-trou.

Pour reproduire les spectres expérimentaux des noyaux choisis, on a utilisé deux approches basées sur un choix particulier de l'interaction s'exerçant entre les deux nucléons dans le noyau.

Suivant la nature de la configuration du noyau, on a introduit deux modélisations l'interaction delta et l'interaction SDI (surface delta interaction) pour étudier les noyaux ayant deux nucléons en dehors des couches fermées : ${}^{134}_{50}\text{Sn}$, ${}^{134}_{52}\text{Te}$. Pour les configurations trois particules et une particule on a injecté l'élément de matrice de l'interaction SDI dans l'élément de matrice à deux corps et pour la configuration

particule-trou, on a injecté l'élément de matrice de l'interaction delta dans l'élément de matrice à deux corps de la relation de Pandya.

4.3 Espaces modèles et interactions choisis :

4.3.1 Interaction particule-particule :

Dans les noyaux à coeur fermé avec deux nucléons de valence à l'extérieur, on ne peut pas toujours prévoir que les deux nucléons sont astreints à se mouvoir uniquement dans une seule orbitale de valence qui vient juste au dessus des couches saturées. En fait plusieurs couches de valence sont présentes et dans lesquelles les deux nucléons de valence peuvent, en principe, s'intercaler.

Prenons le cas des noyaux de ${}^{134}_{52}\text{Te}$, ${}^{134}_{50}\text{Sn}$ avec respectivement deux protons et deux neutrons à l'extérieur du coeur ${}^{132}_{50}\text{Sn}$.

Pour le tellure ${}^{134}_{52}\text{Te}$, dans une approche simple, les deux protons se situent dans l'orbitale $1g_{7/2}$ qui vient juste après les couches saturées. Ce qui nous permet de former les configurations $(1g_{7/2})^2$ définies par les valeurs de $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+$ et de déterminer l'interaction $V(1, 2)$ qu'on choisit de telle sorte que les niveaux expérimentaux soient aussi bien reproduits. L'étape suivante est de considérer un espace modèle moins restreint constitué des couches $1g_{7/2}$ et $2d_{5/2}$ avec encore plus de configurations possibles pour chaque valeur de J^π . Pour l'état $J^\pi = 0^+, 2^+$ et 4^+ , on a deux configurations possibles $(1g_{7/2})^2$ et $(2d_{5/2})^2$ et de même pour $J^\pi = 6^+$ on a deux configurations possibles $(1g_{7/2})^2$ et $(1g_{7/2}, 2d_{5/2})$. Dans cette espace modèle, l'interaction $V(1, 2)$ sera différente de celle de l'espace modèle réduit constitué de la seule couche $1g_{7/2}$. En effet, l'interaction résiduelle dépend de l'espace modèle choisi.

Les valeurs propres de l'hamiltonien H pour les états J^π seront les valeurs propres correspondant aux états propres de l'hamiltonien.

$$H = H_0 + H_{res} = \sum_{i=1}^2 (h_0)_i + V(1, 2) \quad (4.1)$$

où l'énergie E_0 du coeur inerte est prise comme une valeur de référence. Les

fonctions d'ondes seront en général des combinaisons linéaires des fonctions d'onde constituant la base choisie.

En général la fonction d'onde s'écrit :

$$|\Psi_p\rangle = \sum_{k=1}^n a_{kp} |\Psi_k^{(0)}\rangle, \text{ les coefficients } a_{kp} \text{ doivent être déterminés en résolvant les}$$

équations de Schrödinger pour les kets $|\Psi_p\rangle$.

$$H |\Psi_p\rangle = E_p |\Psi_p\rangle \quad (4.2)$$

En remplaçant par l'hamiltonien total on obtient :

$$(H_0 + H_{res}) \sum_{k=1}^n a_{kp} |\Psi_k^{(0)}\rangle = E_p \sum_{k=1}^n a_{kp} |\Psi_k^{(0)}\rangle \quad (4.3)$$

en multipliant l'équation ci-dessus par $\langle \Psi_l^{(0)} |$, on obtient :

$$\sum_{k=1}^n \langle \Psi_l^{(0)} | H_0 + H_{res} | \Psi_k^{(0)} \rangle a_{kp} = E_p a_{lp} \quad (4.4)$$

comme les fonctions de la base $|\Psi_k^{(0)}\rangle$ correspondent aux fonctions propres H_0 avec les valeurs propres $E_k^{(0)}$, on peut réécrire l'équation précédente sous une forme plus simplifiée :

$$\sum_{k=1}^n H_{lk} a_{kp} = E_p a_{lp} \quad (4.5)$$

avec :

$$H_{lk} \equiv E_k^{(0)} \delta_{lk} + \langle \Psi_l^{(0)} | H_{res} | \Psi_k^{(0)} \rangle \quad (4.6)$$

L'équation aux valeurs propres devient une équation matricielle qui s'écrit comme suit :

$[H][A] = [E][A]$. Ce qui constitue une équation séculaire de valeurs E_p qui sont déterminées à partir du déterminant suivant :

$$\begin{vmatrix} H_{11} - E_p & H_{12} & & H_{1n} \\ H_{21} & H_{22} - E_p & & H_{2n} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} - E_p & H_{3n} \\ & & & \\ H_{n1} & H_{n2} & & H_{nn} - E_p \end{vmatrix} = 0 \quad (4.7)$$

Pour la résolution, un programme Fortran est établi [Hey90]. Il permet de déterminer les valeurs E_p des énergies correspondant aux configuration J^π .

Pour l'étain $^{134}_{50}Sn$, noyau doublement magique contenant deux neutrons en dehors du coeur inerte, la démarche à entreprendre est la même que celle faite pour le Tellure. Seulement la différence est marquée dans le choix de l'espace modèle qui sera constitué d'une seule couche car l'espace modèle étendu nécessite la connaissance des états individuels qui ne sont pas disponibles dans la littérature.

Dans la logique du raisonnement précédent, les deux neutrons peuvent normalement se trouver dans la couche $(1h_{9/2})$ à partir de laquelle ils peuvent se déplacer vers les couches supérieures. Mais expérimentalement, la configuration $(2f_{7/2})^2$ est favorisée. Ce qui nous permettra alors de constituer les états $J^\pi = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+$ et de déterminer l'interaction choisie de telle façon que les niveaux expérimentaux soient le mieux reproduits.

4.3.2 Interaction de trois nucléons situés sur une même couche :

Dans cette configuration la situation est différente de la précédente, l'espace modèle sera constitué des états de moments angulaires issus des lois du couplage de trois moments cinétiques dont la procédure est la suivante :

La configuration trois nucléons sur une couche j sera décrite par le ket

$$|j^3; JM\rangle = |(j^2)J'; JM\rangle$$

où J est obtenu en couplant le moment angulaire j avec le moment angulaire J'
 J' : est le moment angulaire de la configuration j^2

Dans ce cas les valeurs permises pour J' , seront paires et ceci est dû à l'antisymétrisation du vecteur d'état de deux nucléons situés sur une même couche j .

Pour le noyau de ${}^{135}_{53}I$, les trois protons se situent dans la couche $1g_{7/2}$ ce qui permettra d'avoir pour J' , les valeurs 0, 2, 4, 6. On peut alors former les états suivants par couplage de $J' = 0, 2, 4, 6$ avec $j = 7/2$

$$J' = 0, J = \frac{7}{2}$$

$$J' = 2, J = \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$$

$$J' = 4, J = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \frac{15}{2}$$

$$J' = 6, J = \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}, \frac{13}{2}, \frac{15}{2}, \frac{17}{2}, \frac{19}{2}$$

En tout on a vingt-deux états, de ces états on garde seulement ceux qui correspondent aux niveaux observés et l'espace modèle sera constitué de ces états maintenus.

4.3.3 Configuration à une particule :

Pour ce type de noyaux, les niveaux d'énergie sont dûs au nucléon célibataire qui peut se déplacer sur les couches supérieures situées au-dessus des couches fermées. En utilisant la relation qui détermine les états à une particule, on voit que l'élément de matrice calculé dépend de l'élément de matrice de l'interaction $1p-1h$ et les états sont définis par les valeurs du moment angulaires total J résultant du couplage du moment cinétique j de la couche considérée avec les trous qui peuvent éventuellement exister dans les couches fermées. L'espace modèle sera constitué des couches qui correspondent aux niveaux d'énergie observés et des couches de trous qui peuvent contribuer en mieux dans la reproduction des niveaux d'énergie de chaque noyau. Cet espace modèle varie d'un noyau à un autre et pour chaque noyau choisi l'espace modèle est défini dans la section discussion des résultats.

4.3.4 Interaction particule-trou :

Dans les noyaux à couches saturées contenant quelques nucléons de valence, il existe une façon différente d'impliquer ses nucléons dans le calcul du spectre d'énergie. Dans laquelle on peut inclure les faibles contributions du coeur pouvant naître des excitations extérieures et donnant naissance au passage de l'un de ses nucléons aux couches supérieures en créant ainsi un trou.

L'interaction particule-trou que nous avons prise est similaire à celle utilisée pour examiner la structure des niveaux du ^{208}Bi ayant un trou de neutron [kuo68]. Les niveaux inférieurs de ce noyau sont décrits par une interaction entre un proton et un trou de neutron. Les valeurs propres et les vecteurs propres sont obtenus à partir de l'équation séculaire suivante :

$$(\varepsilon_{p_1} - \varepsilon_{h_1})\delta_{12} + \langle p_1 h_1^- | V_{eff} | p_2 h_2^- \rangle$$

$\varepsilon_{p_1}, \varepsilon_{h_1}$ sont respectivement les valeurs des énergies individuelles de proton et de trou de neutron. Ces valeurs sont calculées à partir des spectres expérimentaux des noyaux de ^{209}Bi et ^{207}Pb .

L'élément de matrice de la configuration particule-trou s'écrit comme suit :

$$\langle p_1 h_1^- | V_{eff} | p_2 h_2^- \rangle = - \sum_{J'} (2J' + 1) \begin{Bmatrix} J_{p_1} & J_{h_1} & J \\ J_{p_2} & J_{h_2} & J' \end{Bmatrix} \times \\ \left[(1 + \delta_{j_{p_2} j_{h_1}})(1 + \delta_{j_{p_1} j_{h_2}}) \right]^{1/2} \langle p_1 h_1 | V_{eff} | p_2 h_2 \rangle$$

où h_1, h_2 dénotent les états de trous.

Le potentiel V_{eff} est déterminée à partir de la matrice G dérivée du potentiel de Hamada-Johnston. Les effets dûs à la polarisation du coeur sont nécessaires à inclure dans l'interaction particule-trou.

Dans la région du plomb les interactions $2p - 2h$ sont prises en compte pour expliquer les spectres d'énergie et certaines propriétés nucléaires comme le facteur de g , les transitions M1 [Pop87]. Un certains nombre de noyaux de masse allant de

$A = 204$ à $A = 209$ ont été examinés en introduisant l'interaction *S**D**I* (surface delta interaction) ayant la forme suivante :

$$V^{SDI} = V_T(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)\delta(\vec{r}_1 - \vec{R})$$

Un exemple de paramètres utilisés pour reproduire les spectres expérimentaux des noyaux de $A = 207 - 209$ est : $A_1 = 0.166 \text{ MeV}$, $A_0 = 0.204 \text{ MeV}$.

L'espace modèle des noyaux ${}_{51}^{132}\text{Sb}$, ${}_{49}^{132}\text{In}$, sera constitué des couches où se trouvent le nucléon et le trou.

4.4 Calcul des éléments de matrice :

Dans ce qui suit on prend la valeur 1 pour l'isospin total T et on utilise la notation suivante :

$$\hat{X} = \sqrt{2X + 1}, X \text{ désigne n'importe quel nombre quantique.}$$

4.4.1 Interaction delta :

Soit le potentiel nucléaire représenté par la fonction delta de Dirac et dépendant des coordonnées de spin des particules en interaction.

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) = -V_0(1 + \alpha \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (4.8)$$

V_0 et α paramètres à ajuster.

L'élément de matrice correspondant à ce potentiel en couplage $j - j$ se calcule comme suit :

$$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) = -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2)\right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (4.9)$$

\vec{S}_1, \vec{S}_2 sont les spins des deux particules et

$$\vec{S} = \vec{S}_1 + \vec{S}_2$$

est leur résultante.

Le calcul de la valeur moyenne d'un opérateur à deux corps est effectué dans l'annexe voir relation (B.12).

$$\begin{aligned} & \langle j_a j_b; JM | V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\ & \langle j_a j_b; JM | V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} - \\ & (-1)^{j_c + j_d - J} \langle j_a j_b; JM | V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} \end{aligned} \quad (4.10)$$

En introduisant (4.9) dans (4.10), on obtient :

$$\begin{aligned} & \langle j_a j_b; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2) \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\ & \langle j_a j_b; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2) \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} - \\ & (-1)^{j_c + j_d - J} \langle j_a j_b; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2) \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} \end{aligned} \quad (4.11)$$

en utilisant la relation (A.13), (4.11) s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2) \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& \sum_{LS} \sum_{L'S'} \hat{L} \hat{L}' \hat{S} \hat{S}' \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ L' & S' & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2) \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L'S'; JM \rangle^{dir} \\
& - (-1)^{j_c + j_d - J} \sum_{LS} \sum_{L'S'} \hat{L} \hat{S} \hat{L}' \hat{S}' \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ L' & S' & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2) \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L'S'; JM \rangle^{exc} \quad (4.12)
\end{aligned}$$

$$L = L', S = S', M_L = M_{L'}, M_S = M_{S'}$$

On va évaluer le terme direct en tenant compte des égalités ci-dessus provenant de la fonction delta qui est scalaire

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2) \right) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} = \\
& -V_0 (1 - 3\alpha) \sum_{LS} \hat{L}^2 \hat{S}^2 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ L & S & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LS; JM \rangle^{dir} \\
& - 2\alpha V_0 \sum_{LS} \hat{L}^2 \hat{S}^2 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ L & S & J \end{Bmatrix} S(S+1) \times \\
& \times \langle LS; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LS; JM \rangle^{dir} \quad (4.13)
\end{aligned}$$

Qui s'écrit encore :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 (1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2)) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} = \\
& -V_0 (1 + \alpha) \sum_{LS} \hat{L}^2 \hat{S}^2 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ L & S & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LS; JM \rangle^{dir} + \\
& 4\alpha V_0 (2J + 1) \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L = J & 0 & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ L = J & 0 & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LS; JM \rangle^{dir} \tag{4.14}
\end{aligned}$$

Compte tenu de la relation (A.14), (4.14) s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 (1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2)) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} = \\
& -V_0 (1 + \alpha) \sum_{LS} \hat{L}^2 \hat{S}^2 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ L & S & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LS; JM \rangle^{dir} - \\
& 2\alpha V_0 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ l_b & l_a & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_c & j_d & J \\ l_d & l_c & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \times \\
& \langle L = J S = 0; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{dir} \tag{4.15}
\end{aligned}$$

en utilisant la transformation inverse de (A.13) le terme direct s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 (1 + 2\alpha(\overline{S}^2 - \overline{S}_1^2 - \overline{S}_2^2)) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} = \\
& -V_0(1 + \alpha) \langle j_a j_b; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} - \\
& 2\alpha V_0 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ l_b & l_a & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_c & j_d & J \\ l_d & l_c & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \times \\
& \langle L = J S = 0; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{dir} \quad (4.16)
\end{aligned}$$

Par la même méthode, le terme d'échange de la relation (4.12) s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \sum_{LS} \sum_{L'S'} \hat{L} \hat{S} \hat{L}' \hat{S}' \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ L' & S' & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | -V_0 (1 + 2\alpha(\overline{S}^2 - \overline{S}_1^2 - \overline{S}_2^2)) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L'S'; JM \rangle^{exc} \quad (4.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 (1 + 2\alpha(\overline{S}^2 - \overline{S}_1^2 - \overline{S}_2^2)) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} = \\
& -V_0(1 - 3\alpha) \sum_{LS} \hat{L}^2 \hat{S}^2 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ L & S & J \end{Bmatrix} \times \\
& \langle LS; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LS; JM \rangle^{exc} - \\
& 2\alpha V_0 \sum_{LS} \hat{L}^2 \hat{S}^2 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \begin{Bmatrix} l_a & \frac{1}{2} & j_a \\ l_b & \frac{1}{2} & j_b \\ L & S & J \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} l_d & \frac{1}{2} & j_d \\ l_c & \frac{1}{2} & j_c \\ L & S & J \end{Bmatrix} S(S+1) \\
& \times \langle LS; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LSJM \rangle^{exc} \quad (4.18)
\end{aligned}$$

on suit la même démarche faite pour aboutir à (4.16), on peut écrire pour (4.18) :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\overline{S}^2 - \overline{S}_1^2 - \overline{S}_2^2)\right) \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} = \\
& -V_0(1 + \alpha) \langle j_a j_b; JM | \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} - \\
& 2\alpha V_0 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d (-1)^{j_b + j_c + l_a + l_d} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ l_b & l_a & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_c & j_d & J \\ l_d & l_c & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \times \\
& \langle L = J S = 0; JM | \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{exc} \quad (4.19)
\end{aligned}$$

Enfin, en regroupant (4.16) et (4.19), la relation (4.12) s'écrit de nouveau :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -V_0 \left(1 + 2\alpha(\overline{S}^2 - \overline{S}_1^2 - \overline{S}_2^2)\right) \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& -V_0(1 + \alpha) \langle j_a j_b; JM | \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} - \\
& 2\alpha V_0 \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ l_b & l_a & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_c & j_d & J \\ l_d & l_c & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \times \\
& \left(\langle L = J S = 0; JM | \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{dir} + \right. \\
& \left. (-1)^{l_c + l_d + J} \langle L = J S = 0; JM | \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{exc} \right) \quad (4.20)
\end{aligned}$$

On va calculer le premier terme dans (4.20), donné par :

$$-V_0(1 + \alpha) \langle j_a j_b; JM | \delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} \quad (4.21)$$

La relation (B.15) permet d'écrire pour la fonction delta :

$$\delta(\overline{r}_1 - \overline{r}_2) = \sum_K \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) \quad (4.22)$$

on remplace (4.22) dans (4.21) on obtient :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& \sum_K \langle j_a j_b; JM | \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} \\
& - (-1)^{j_c + j_d - J} \sum_K \langle j_a j_b; JM | \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} = \\
& \sum_K F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} \\
& - (-1)^{j_c + j_d - J} \sum_K F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_d l_d, n_c l_c) \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc}
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Avec :

$F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) = F^0(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d)$ est l'intégrale de Slater définie par (B.18).

(4.23) s'écrit alors :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& F^0 \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} - \\
& (-1)^{j_c + j_d - J} F^0 \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc}
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Ce qui donne encore

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& F^0 \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

En introduisant la relation (B.28) dans (4.25), on obtient la relation suivante :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& -\frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} (1 + (-1)^{l_c + l_d + J}) (2J + 1)^{-1/2} \left\langle j_a \frac{1}{2} j_b, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \\
& \quad \times \left\langle j_c \frac{1}{2} j_d, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle I^{r^0} \quad (4.26)
\end{aligned}$$

Le second terme de (4.20) se calcule comme suit :

On commence par calculer le terme

$$\langle L = J S = 0; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{dir} \quad (4.27)$$

On insère la double fermeture dans (4.27) et on obtient :

$$\begin{aligned}
& \sum_{M_L M_S} \sum_{M_L' M_S'} \langle L = J S = 0; JM | LM_L SM_S \rangle \langle LM_L SM_S | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L' M_L' S' M_S' \rangle^{dir} \times \\
& \quad \langle L' M_L' S' M_S' | L = JS = 0; JM \rangle = \\
& \quad \sum_{M_L} \langle L = J S = 0; JM | LM_L 00 \rangle \langle LM_L 00 | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LM_L 00 \rangle^{dir} \\
& \quad \times \langle LM_L 00 | L = J S = 0; JM \rangle = \sum_{M_L} \langle LM_L | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | LM_L \rangle^{dir} \delta_{LJ} \delta_{M_L M} = \\
& \quad \langle L = JM_L = M | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L = JM_L = M \rangle^{dir} \quad (4.28)
\end{aligned}$$

(4.28) devient alors

$$\langle L = J S = 0; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{dir} = \langle JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | JM \rangle \quad (4.29)$$

On insère à nouveau la double fermeture dans le second membre de (4.29) on obtient :

$$\sum_{m_{l_a} m_{l_b}} \sum_{m_{l_c} m_{l_d}} \langle JM | l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} \rangle \langle l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} \rangle \langle l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} | JM \rangle \quad (4.30)$$

On insère au terme $\langle l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} \rangle$ la relation de fermeture, on obtient :

$$\int \int \int \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 \langle l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} | \vec{r}_1 \vec{r}_2 \rangle \langle \vec{r}_1 \vec{r}_2 | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | \vec{r}'_1 \vec{r}'_2 \rangle \times \langle \vec{r}'_1 \vec{r}'_2 | l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} \rangle$$

et qui s'écrit encore :

$$\begin{aligned} & \int \int \int \int d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 d\vec{r}'_1 d\vec{r}'_2 \langle l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} | \vec{r}_1 \vec{r}_2 \rangle \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}'_2) \times \\ & \delta(\vec{r}'_1 - \vec{r}'_2) \delta(\vec{r}_2 - \vec{r}'_1) \langle \vec{r}'_1 \vec{r}'_2 | l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} \rangle = \\ & = \int d\vec{r} \langle l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} | \vec{r} \vec{r} \rangle \langle \vec{r} \vec{r} | l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} \rangle \end{aligned} \quad (4.31)$$

ce qu'on obtient alors :

$$\begin{aligned} & \langle l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} \rangle = \\ & I^{(0)} \int d\Omega Y_{l_a}^{*m_{l_a}}(\Omega) Y_{l_b}^{*m_{l_b}}(\Omega) Y_{l_c}^{m_{l_c}}(\Omega) Y_{l_d}^{m_{l_d}}(\Omega) \end{aligned} \quad (4.32)$$

En utilisant la relation (A.7) dans la partie angulaire de (4.32), on obtient :

$$\begin{aligned}
& \int d\Omega Y_{l_a}^{*m_{l_a}}(\Omega) Y_{l_b}^{*m_{l_b}}(\Omega) Y_{l_c}^{m_{l_c}}(\Omega) Y_{l_d}^{m_{l_d}}(\Omega) = \\
& \sum_{L'M_{L'}} \frac{\hat{l}_a \hat{l}_b \hat{l}_c \hat{l}_d \hat{L}^2}{4\pi} \begin{pmatrix} l_a & l_b & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l_d & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
& \begin{pmatrix} l_a & l_b & L' \\ m_{l_a} & m_{l_b} & M_{L'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l_d & L' \\ m_{l_c} & m_{l_d} & M_{L'} \end{pmatrix} \quad (4.33)
\end{aligned}$$

d'où on tire :

$$\begin{aligned}
& \langle l_a m_{l_a} l_b m_{l_b} | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | l_c m_{l_c} l_d m_{l_d} \rangle = \\
& F^0 \sum_{L'M_{L'}} \frac{\hat{l}_a \hat{l}_b \hat{l}_c \hat{l}_d \hat{L}^2}{4\pi} \begin{pmatrix} l_a & l_b & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l_d & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \\
& \begin{pmatrix} l_a & l_b & L' \\ m_{l_a} & m_{l_b} & M_{L'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l_d & L' \\ m_{l_c} & m_{l_d} & M_{L'} \end{pmatrix} \quad (4.34)
\end{aligned}$$

Ce qui s'écrit encore

$$\begin{aligned}
& \langle L = J S = 0; JM | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | L = J S = 0; JM \rangle^{dir} = \\
& F^0 \frac{\hat{l}_a \hat{l}_b \hat{l}_c \hat{l}_d \hat{J}^2}{4\pi} \begin{pmatrix} l_a & l_b & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l_d & L' \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.35)
\end{aligned}$$

La même procédure sera suivie pour le terme d'échange, on obtient alors :

$$\langle L = JM_L = M | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | (l_d l_c) L = JM_L = M \rangle^{ex} \quad (4.36)$$

dont l'expression est la suivante :

$$\begin{aligned}
\langle L = JM_L = M | \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | (l_d l_c) L = JM_L = M \rangle^{exc} = \\
(-1)^{l_c + l_d + J} F^0 \frac{\hat{l}_a \hat{l}_b \hat{l}_c \hat{l}_d}{4\pi} \begin{pmatrix} l_a & l_b & J \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l_d & J \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.37)
\end{aligned}$$

En reportant (4.26), (4.35) et (4.37) dans (4.20) on obtient :

$$\begin{aligned}
\langle j_a j_b; JM | -V_0 (1 + 2\alpha(\vec{S}^2 - \vec{S}_1^2 - \vec{S}_2^2)) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
(1 + \alpha) V_0 F^0 \frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} (1 + (-1)^{l_c + l_d + J}) (2J + 1)^{-1/2} \left\langle j_a \frac{1}{2} j_b, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \times \\
\left\langle j_c \frac{1}{2} j_d, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle - \\
4\alpha V_0 F^0 \frac{\hat{l}_a \hat{l}_b \hat{l}_c \hat{l}_d \hat{j}^2}{4\pi} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ l_b & l_a & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} j_c & j_d & J \\ l_d & l_c & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \times \\
\begin{pmatrix} l_a & l_b & J \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_c & l_d & J \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.38)
\end{aligned}$$

En utilisant (A.10) dans (4.38), on aboutit au résultat final :

$$\begin{aligned}
\langle j_a j_b; JM | -V_0 (1 + \alpha \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2) \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
V_0 \frac{F^0}{4\pi} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} (1 + (-1)^{l_c + l_d + J}) \times \\
(2J + 1)^{-1} \left\langle j_a \frac{1}{2} j_b, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \left\langle j_c \frac{1}{2} j_d, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \left(\frac{(1 + \alpha)}{2} - \alpha (1 + (-1)^{l_a + l_b + J}) \right) \quad (4.39)
\end{aligned}$$

La relation (4.39) va être appliquée pour déterminer les niveaux d'énergie des deux noyaux : ${}^{134}_{52}\text{Te}$, ${}^{134}_{50}\text{Sn}$.

4.4.2 Interaction delta de surface SDI :

Le potentiel a une forme analytique simple ne dépendant que des variables d'espace exprimées dans la fonction delta.

$$V^{SDI} = V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -4\pi A' \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(r_1 - R_0) \quad (4.40)$$

En utilisant (B.15), l'élément de matrice de (4.40) s'écrit :

$$\begin{aligned} & \langle j_a j_b; JM | -4\pi A' \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \delta(r_1 - R_0) \sum_K Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\ & \langle j_a j_b; JM | -4\pi A' \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \delta(r_1 - R_0) \sum_K Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} - \\ & (-1)^{j_c + j_d - J} \langle j_a j_b; JM | -4\pi A' \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \delta(r_1 - R_0) \sum_K Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Commençons par le terme direct :

$$\begin{aligned} & \langle j_a j_b; JM | -4\pi A' \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(r_1 - R_0) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} = \\ & \langle j_a j_b; JM | -4\pi A' \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \delta(r_1 - R_0) \sum_K Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} = \\ & F^0(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) \langle j_a j_b; JM | \sum_K Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} \end{aligned} \quad (4.42)$$

où $F^0(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d)$ se calcule comme suit :

$$\begin{aligned} & F^0(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) = \\ & -4\pi A' \int \int dr_1 dr_2 r_1^2 r_2^2 R_{n_a l_a}(r_1) R_{n_b l_b}(r_2) \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \delta(r_1 - R_0) R_{n_c l_c}(r_1) R_{n_d l_d}(r_2) \end{aligned}$$

qui s'écrit encore :

$$F^0(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) = -4\pi A' R_0^2 R_{n_a l_a}(R_0) R_{n_b l_b}(R_0) R_{n_c l_c}(R_0) R_{n_d l_d}(R_0) \quad (4.43)$$

Or on a :

$$R_{nl}(R_0) = (-1)^{n-1} |R_{nl}(R_0)| \quad (4.44)$$

avec

$$|R_{n_a l_a}(R_0)| = |R_{n_b l_b}(R_0)| = |R_{n_c l_c}(R_0)| = |R_{n_d l_d}(R_0)| \quad (4.45)$$

La partie radiale du terme direct a alors l'expression suivante :

$$\begin{aligned} & -4\pi A' R_0^2 (-1)^{n_a+n_b+n_c+n_d} |R_{n_a l_a}(R_0)| |R_{n_b l_b}(R_0)| |R_{n_c l_c}(R_0)| |R_{n_d l_d}(R_0)| = \\ & -4\pi A' R_0^2 (-1)^{n_a+n_b+n_c+n_d} R_{n_a l_a}^4(R_0) = -4\pi A' (-1)^{n_a+n_b+n_c+n_d} C(R_0) = A = \text{constante} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Pour le terme d'échange la même méthode de calcul est suivie, on obtient :

$$\begin{aligned} & \langle j_a j_b; JM | -4\pi A' \frac{\delta(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \delta(r_1 - R_0) \sum_K Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} = \\ & F^0(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) \langle j_a j_b; JM | \sum_K Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc} \end{aligned} \quad (4.47)$$

On injecte (4.42) et (4.47) dans (4.41), on obtient le résultat suivant :

$$F^0(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} \quad (4.48)$$

finalement on introduisant (B.28) et (4.46) dans (4.48), on obtient le résultat

final

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; JM | -4\pi A' \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \delta(r_1 - R_0) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& (-1)^{n_a + n_b + n_c + n_d} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d A (2J + 1)^{-1} (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} (1 + (-1)^{l_c + l_d + J}) \times \\
& \left\langle j_a \frac{1}{2} j_b, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \left\langle j_c \frac{1}{2} j_d, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \quad (4.49)
\end{aligned}$$

A est le paramètre à ajuster.

La relation (4.49) va être appliquée pour déterminer les niveaux d'énergie des deux noyaux : ${}_{52}^{134}\text{Te}$, ${}_{50}^{134}\text{Sn}$

4.4.3 Élément de matrice à trois particules :

En dehors des couches fermées, l'élément de matrice décrivant l'interaction de trois nucléons situés sur une même couche j s'exprime en fonction de l'élément de matrice à deux corps représentant l'interaction de deux nucléons sur la même couche j . Les calculs du modèle en couches [Bru77] ont fourni l'expression de cette quantité qui dépend des coefficients de parenté.

a) Vecteur d'état :

Considérons trois nucléons situés sur une même couche j . En couplage $j - j$, le ket antisymétrique et normalisé qui décrit leur état s'écrit :

$$|j^3; JM\rangle_{nas} = N \left\{ \begin{array}{l} |(j(1), j(2))J', j(3); JM\rangle - |(j(1), j(3))J', j(2); JM\rangle + \\ |(j(2), j(3))J', j(1); JM\rangle \end{array} \right\} \quad (4.50)$$

N est une constante de normalisation

En utilisant la relation de (A.9) et la relation de symétrie entre les coefficients de Clebsch-Gordan pour chaque membre de (4.50), on obtient :

$$|j^3; JM\rangle_{nas} = N \left\{ \begin{aligned} & |(j(1), j(2))J', j(3); JM\rangle - (-1)^{J'-J-j} |j(2), (j(1), j(3))J'; JM\rangle \\ & + (-1)^{J'-J-j} |(j(2), j(3))J', j(1); JM\rangle \end{aligned} \right\}$$

$$|j^3; JM\rangle_{nas} = N \left\{ \begin{aligned} & \sum_{J''} \delta_{J''J'} |(j(1), j(2))J'', j(3); JM\rangle - \\ & (-1)^{J'-J-j} \sum_{J''} (-1)^{J''-2j} U(jjJj; J''J') |(j(1), j(2))J'', j(3); JM\rangle \\ & + (-1)^{J'-J-j} \sum_{J''} U(jjJj; J''J') |(j(1), j(2))J'', j(3); JM\rangle \end{aligned} \right\}$$

$$|j^3; JM\rangle_{nas} = N \sum_{J''} \left(\delta_{J''J'} + (-1)^{J'-J-j} (1 + (-1)^{J''}) U(jjJj; J''J') \right) \times \\ |(j(1), j(2))J'', j(3); JM\rangle \quad (4.51)$$

Où $U(jjJj; J''J')$ est le coefficient de Jahn relié au symbole $6-j$ par la relation suivante :

$$U(j_1 j_2 J j_3; J_{12} J_{23}) = (-1)^{j_1 + j_2 + j_3 + J} \sqrt{(2J_{12} + 1)(2J_{23} + 1)} \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & J & J_{23} \end{array} \right\} \quad (4.52)$$

La relation d'orthonormalisation permet de déterminer la constante N

$$N^{-2} = \sum_{J''} \left(\delta_{J''J'} + (-1)^{J'-J-j} (1 + (-1)^{J''}) U(jjJj; J''J') \right) \times \\ \left(\delta_{J''J'} + (-1)^{J'-J-j} (1 + (-1)^{J''}) U(jjJj; J''J') \right)$$

$$N^{-2} = \sum_{J''} \delta_{J''J'} \delta_{J''J'} + \sum_{J''} 2\delta_{J''J'} (-1)^{J'-J-j} (1 + (-1)^{J''}) U(jjJj; J''J') + \sum_{J''} (-1)^{2(J'-J-j)} (1 + (-1)^{J''})^2 U^2(jjJj; J''J')$$

avec la relation $\sum_{J''} (-1)^{J''} U^2(jjJj; J''J') = U(jjJj; J'J')$ on obtient :

$$N^{-2} = 1 + 4(-1)^{J-j} U(jjJj; J'J') + 2 + 2(-1)^{J-j} U(jjJj; J'J')$$

$$N^{-2} = 3 + 6(2J' + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} j & j & J' \\ & j & J & J' \end{array} \right\} \quad (4.53)$$

La relation (4.51) s'écrit alors :

$$|j^3; JM\rangle_{nas} = \sum_{J''=\text{pair}} \frac{\left(\delta_{J''J'} + 2\sqrt{(2J''+1)(2J'+1)} \left\{ \begin{array}{ccc} j & j & J'' \\ & j & J & J' \end{array} \right\} \right)}{\sqrt{3 + 6(2J' + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} j & j & J' \\ & j & J & J' \end{array} \right\}}} \times |j(1), j(2); J'', j(3); JM\rangle \quad (4.54)$$

On peut écrire aussi l'expression du ket (4.54) en fonction du coefficient de parenté de la manière suivante :

$$|j^3; JM\rangle_{nas} = \sum_{J''} \langle j^3 J | \} j^2 J'' \rangle |j(1), j(2); J'', j(3); JM\rangle \quad (4.55)$$

$$\langle j^3 J | \} j^2 J'' \rangle = \frac{\left(\delta_{J'' J'} + 2\sqrt{(2J'' + 1)(2J' + 1)} \left\{ \begin{matrix} j & j & J'' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\} \right)}{\sqrt{3 + 6(2J' + 1)} \left\{ \begin{matrix} j & j & J' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\}} \quad (4.56)$$

(4.56) représente le coefficient de parenté

b) Calcul de l'énergie de n nucléons en interaction sur une même couche

ρ :

Les n nucléons seront couplés au moment angulaire total Γ , leur énergie s'écrit :

$$E_{\Gamma}(\rho^n) = \langle \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) | \sum_{1=j < k}^n V(j, k) | \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) \rangle \quad (4.57)$$

Comme on a affaire à des nucléons identiques (4.57) peut s'écrire de nouveau comme ci dessous

$$E_{\Gamma}(\rho^n) = \frac{1}{2} n(n-1) \langle \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) | V(1, 2) | \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) \rangle \quad (4.58)$$

et d'une autre part on a :

$$\langle \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) | \sum_{1=j < k}^{n-1} V(j, k) | \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) \rangle = \frac{1}{2} (n-1)(n-2) \times \langle \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) | V(1, 2) | \Phi_{\Gamma_z}^{\alpha s}(1, 2, \dots, n) \rangle \quad (4.59)$$

(4.59) dans (4.58) donne

$$E_{\Gamma}(\rho^n) = \frac{n}{n-2} \langle \Phi_{\Gamma_z}^{as}(1, 2, \dots, n) | \sum_{1=j \prec k}^{n-1} V(j, k) | \Phi_{\Gamma_z}^{as}(1, 2, \dots, n) \rangle \quad (4.60)$$

avec :

$$\Phi_{\Gamma_z}^{as}(1, 2, \dots, n) = \sum_{\varepsilon, \varepsilon_z, \rho_z} \langle \rho^n \Gamma | \rho^{n-1} \varepsilon \rangle \langle \varepsilon \varepsilon_z \rho \rho_z | \Gamma \Gamma_z \rangle \Phi_{\varepsilon \varepsilon_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) \Phi^{as} \rho \rho_z(n) \quad (4.61)$$

(4.61) dans (4.60) donne :

$$E_{\Gamma}(\rho^n) = \frac{n}{n-2} \left\langle \sum_{\varepsilon, \varepsilon_z, \rho_z} \langle \rho^n \Gamma | \rho^{n-1} \varepsilon \rangle \langle \varepsilon \varepsilon_z \rho \rho_z | \Gamma \Gamma_z \rangle \Phi_{\varepsilon \varepsilon_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) \Phi^{as} \rho \rho_z(n) \right| \left. \sum_{1=j \prec k}^{n-1} V(j, k) \right| \sum_{\varepsilon', \varepsilon'_z, \rho'_z} \langle \rho^n \Gamma | \rho^{n-1} \varepsilon' \rangle \langle \varepsilon' \varepsilon'_z \rho \rho'_z | \Gamma \Gamma_z \rangle \Phi_{\varepsilon' \varepsilon'_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) \Phi^{as} \rho \rho'_z(n) \rangle \quad (4.62)$$

$$E_{\Gamma}(\rho^n) = \frac{n}{n-2} \sum_{\varepsilon, \varepsilon_z, \rho_z} \sum_{\varepsilon', \varepsilon'_z, \rho'_z} \langle \rho^n \Gamma | \rho^{n-1} \varepsilon \rangle \langle \rho^n \Gamma | \rho^{n-1} \varepsilon' \rangle \langle \varepsilon \varepsilon_z \rho \rho_z | \Gamma \Gamma_z \rangle \times \\ \langle \varepsilon' \varepsilon'_z \rho \rho'_z | \Gamma \Gamma_z \rangle \langle \Phi_{\varepsilon \varepsilon_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) | \sum_{1=j \prec k}^{n-1} V(j, k) | \Phi_{\varepsilon' \varepsilon'_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) \rangle \times \\ \langle \Phi^{as} \rho \rho_z(n) | \Phi^{as} \rho \rho'_z(n) \rangle \quad (4.63)$$

$V(j, k)$ est un opérateur scalaire donc il couple que les mêmes nombres quantiques, ce qu'on a alors

$$\varepsilon = \varepsilon', \varepsilon_z = \varepsilon'_z \quad (4.64)$$

$$\langle \Phi^{as} \rho \rho_z(n) | \Phi^{as} \rho \rho'_z(n) \rangle = \delta \rho_z \rho'_z \quad (4.65)$$

on tient compte des relations (4.64) et (4.65), (4.63) s'écrit :

$$E_{\Gamma}(\rho^n) = \frac{n}{n-2} \sum_{\varepsilon, \varepsilon_z, \rho_z} \langle \rho^n \Gamma | \rho^{n-1} \varepsilon \rangle^2 \langle \varepsilon \varepsilon_z \rho \rho_z | \Gamma \Gamma_z \rangle^2 \times \\ \langle \Phi_{\varepsilon \varepsilon_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) | \sum_{1=j \prec k}^{n-1} V(j, k) | \Phi_{\varepsilon \varepsilon_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) \rangle \quad (4.66)$$

On peut aussi supprimer la sommation sur ε_z, ρ_z

$$E_{\Gamma}(\rho^n) = \frac{n}{n-2} \sum_{\varepsilon, \varepsilon_z, \rho_z} \langle \rho^n \Gamma | \rho^{n-1} \varepsilon \rangle^2 \times \\ \langle \Phi_{\varepsilon \varepsilon_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) | \sum_{1=j \prec k}^{n-1} V(j, k) | \Phi_{\varepsilon \varepsilon_z}^{as}(1, 2, \dots, n-1) \rangle \quad (4.67)$$

(4.67) représente l'expression de l'énergie d'interaction de n nucléons sur une même couche ρ .

Pour un système de trois nucléons sur une couche j l'expression (4.67) devient

$$E_J(j^3) = \frac{n}{n-2} \sum_{J''} \langle j^3 J | j^2 J'' \rangle^2 E_{J''}(j^2) \quad (4.68)$$

avec $E_{J''}(j^2) = \langle \Phi_{j'' M''}^{as}(1, 2) | V(1, 2) | \Phi_{j'' M''}^{as}(1, 2) \rangle$

Où :

$\langle j^3 J | j^2 J'' \rangle^2$ est le coefficient de parenté défini par la relation (4.56)

$\langle \Phi_{j'' M''}^{as}(1, 2) | V(1, 2) | \Phi_{j'' M''}^{as}(1, 2) \rangle$ est l'élément de matrice à deux corps antisymétrisé

à l'aide de la relation (4.56), (4.68) s'écrit :

$$E_J(j^3) = \frac{3}{3 + 6(2J' + 1) \left\{ \begin{matrix} j & j & J' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\}} \left\{ \begin{array}{l} E_{J''}(j^2) + 4(2J' + 1) \left\{ \begin{matrix} j & j & J' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\} \times \\ E_{J'}(j^2) + 4(2J' + 1) \sum_{J''} (2J'' + 1) \times \\ \left\{ \begin{matrix} j & j & J'' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\}^2 E_{J''}(j^2) \end{array} \right\} \quad (4.69)$$

On va substituer $E_{J''}(j^2)$ par l'élément de matrice de *SID* (4.49), (4.69) se transforme à la forme suivante :

$$E_J(j^3) = \frac{-6A j_a j_b j_c j_d}{3 + 6(2J' + 1) \left\{ \begin{matrix} j & j & J' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\}} \left\{ \begin{array}{l} \left((2J' + 1)^{-1} + 4 \left\{ \begin{matrix} j & j & J' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\} \right) \times \\ \langle j \frac{1}{2} j, -\frac{1}{2} | J' 0 \rangle \langle j \frac{1}{2} j, -\frac{1}{2} | J' 0 \rangle + \\ 4(2J' + 1) \sum_{J''} \left\{ \begin{matrix} j & j & J'' \\ j & J & J' \end{matrix} \right\}^2 \times \\ \langle j \frac{1}{2} j, -\frac{1}{2} | J'' 0 \rangle \langle j \frac{1}{2} j, -\frac{1}{2} | J'' 0 \rangle \end{array} \right\} \quad (4.70)$$

La relation (4.70) va être appliquée pour déterminer les niveaux d'énergie du noyau $^{135}_{53}I$ où les trois nucléons en dehors des couches fermées sont supposés situés dans la même couche j .

4.4.4 Élément de matrice à une particule :

Dans l'expression [Kuo66] utilisée dans les calculs des spectres d'énergie à une seule particule, on introduit à la place de la matrice G l'interaction *SID* pour déterminer les états individuels du noyau $^{133}_{51}Sb$ possédant un nucléon célibataire en dehors des couches fermées.

Cette expression a la forme suivante :

$$V_{HF} = \frac{1}{2(2j_p + 1)} \sum_{J,T,j_h} (2J + 1)(2T + 1) \langle j_p j_h JT | G | j_p j_h JT \rangle \quad (4.71)$$

j_p : désigne la couche où se trouve le nucléon individuel

j_h : désigne la couche du trou

$\langle j_p j_h JT | G | j_p j_h JT \rangle$ est l'élément de matrice antisymétrisé

On injecte l'élément de matrice de *SDI* (4.49) dans (4.71), on obtient :

$$V_{HF} = \frac{1}{2(2j_p + 1)} \sum_{J,j_h} 3A(2J + 1) \left(-\frac{(2j_p + 1)(2j_h + 1)}{(2J + 1)} \right) (1 + (-1)^{l_p + l_h + J}) \times \left\langle j_p \frac{1}{2} j_h, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle^2$$

$$V_{HF} = -\frac{3}{2}A \sum_{J,j_h} (2j_h + 1) (1 + (-1)^{l_p + l_h + J}) \left\langle j_p \frac{1}{2} j_h, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle^2 \quad (4.72)$$

On établit un programme FORTRAN pour la quantité (4.72) et on calcule les niveaux d'énergie du noyau suivant : ${}_{51}^{133}Sb$

4.4.5 Relation de Pandya :

L'élément de matrice de l'interaction particule-trou obtenu à partir de la seconde quantification s'exprime en fonction de celui de l'interaction particule-particule.

On recommande le lecteur de consulter le document [Tal93], pour se familiariser mieux avec les développements des calculs. On se contente de donner ici l'expression définitive de l'élément de matrice particule-trou qu'on a utilisé :

$$\langle 1p_1 1h_1; JM | V(1, 2) | 1p_2 1h_2; JM \rangle = - \sum_{J'} (2J' + 1) \left\{ \begin{matrix} j' & j & J' \\ j' & j & J \end{matrix} \right\} V_{J'}(j' j j' j) \quad (4.73)$$

$V_{J'}(j'j'j)$ représente l'élément de matrice particule-particule.

En injectant (4.39) dans (4.73), on obtient l'élément de matrice particule-trou correspondant à l'interaction delta

$$\begin{aligned} \langle 1p_1 1h_1; JM | V(1,2) | 1p_2 1h_2; JM \rangle = & -V_0 \frac{F^0}{4\pi} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d (-1)^{j_b + j_a + l_a + l_c} \sum_{J'} \left\{ \begin{matrix} j' & j & J' \\ j' & j & J \end{matrix} \right\} \times \\ & (1 + (-1)^{l_c + l_a + J'}) \left(\frac{(1 + \alpha)}{2} - \alpha(1 + (-1)^{l_a + l_b + J'}) \right) \left\langle j_a \frac{1}{2} \ j_b, -\frac{1}{2} \middle| J'0 \right\rangle \left\langle j_c \frac{1}{2} \ j_d, -\frac{1}{2} \middle| J'0 \right\rangle \end{aligned} \quad (4.74)$$

La relation (4.74) va être appliquée pour déterminer les niveaux d'énergie des noyaux de $^{132}_{51}\text{Sb}$ et $^{132}_{49}\text{In}$.

4.5 Application aux noyaux étudiés :

L'approche utilisée est phénoménologique basée sur l'introduction de paramètres dans les interactions utilisées. Nous allons ajuster ces paramètres pour retrouver les spectres d'énergie.

Différents essais ont été réalisés, nous présentons ceux qui nous semblent reproduire aux mieux les valeurs expérimentales. Celles-ci sont prises de la référence [Fir96] pour tous les noyaux étudiés

Des comparaisons sont faites avec les résultats des méthodes : *SM* (calcul du modèle en couches), *MQPM* (the microscopique quasiparticle-phonon model) et *QRPA* [Hol96] (quasiparticle random-phase approximation) dont l'interaction effective est définie par la matrice G .

4.5.1 Discussion des résultats :

1) Spectres à deux particules :

a) L'étain ${}^{134}_{50}\text{Sn}$:

Le spectre d'énergie de ce noyau [Zha97] indique son existence dans la seule configuration $(2 f_{7/2})^2$, et la non disponibilité de ses états individuels dans la littérature, limite alors l'espace modèle utilisé qui sera constitué de la seule couche $2 f_{7/2}$.

Pour l'interaction delta, trois couples de paramètres ont été choisis pour retrouver les meilleurs niveaux d'énergie de ${}^{134}\text{Sn}$. Le premier couple ($\alpha = 0.01, V_0 = 123 \text{ MeV}$) nous donne le niveau 2^+ exactement reproduit et les niveaux $4^+, 6^+$ sont éloignés de leurs correspondants, le deuxième couple de paramètre ($\alpha = 0.01, V_0 = 157 \text{ MeV}$) permet de retrouver exactement le niveau 4^+ . Le niveau 6^+ se rapproche de mieux de son correspondant et le niveau 2^+ s'éloigne de plus de son correspondant. Le couple ($\alpha = 0.01, V_0 = 171 \text{ MeV}$) retrouve le niveau 6^+ , le niveau 4^+ commence à s'écarter et le niveau 2^+ s'éloigne de plus en plus (voir figure 4-1). Dans le cas de *SDI* les trois valeurs du paramètre Λ : -0.275 MeV , -0.35 MeV et -0.382 MeV , un même comportement des niveaux d'énergie que celui obtenu par l'interaction delta est marqué.(voir figure 4-2)

En général, les niveaux sont bien reproduits pour les deux interactions, delta et *SDI* et on peut conclure que les niveaux $4^+, 6^+$ se rapprochent de leurs correspondants quand le niveau 2^+ s'éloigne de son correspondant et vice versa.

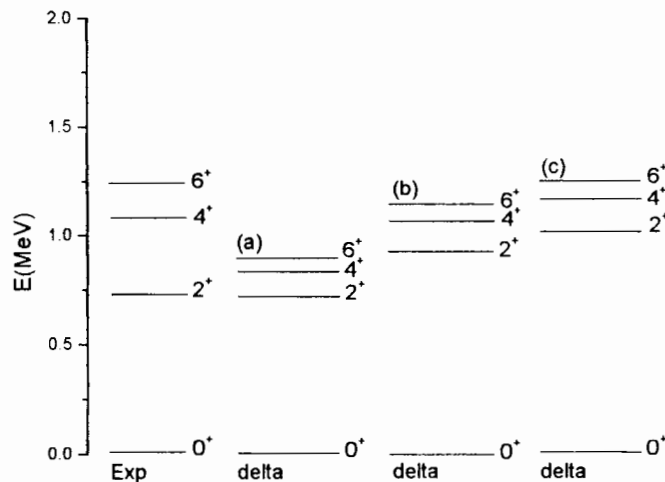


FIG. 4-1: Spectre de ${}^{134}_{50}\text{Sn}$: (a) : $V_0 = 123 \text{ MeV}$, (b) : $V_0 = 157 \text{ MeV}$, (c) : $V_0 = 171 \text{ MeV}$

a) Le Tellure $^{134}_{52}\text{Te}$:

La configuration dans laquelle il apparaît est la couche $(1g_{7/2})^2$ [Fir96] fournissant un spectre de quatre niveaux d'énergie. Dans un espace modèle étendu à la couche $2d_{5/2}$, on s'est limité à retrouver les quatre premiers niveaux de spin nucléaire 0, 2, 4, et 6. Pour l'interaction delta, le couple de valeurs ($\alpha = 0.01, V_0 = 564 \text{ MeV}$) a bien reproduit le niveau 2^+ . Le niveau 4^+ est un peu abaissé de son correspondant et le niveau 6^+ coïncide avec le niveau expérimental 4^+ . Pour le couple ($\alpha = 0.01, V_0 = 611 \text{ MeV}$), le niveau 2^+ s'élève peu de son correspondant, les niveaux $4^+, 6^+$ sont bien reproduits. Nos résultats sont représentés dans la figure 4-3 où nous reportons aussi ceux donnés par les méthodes *QRPA* et *SM* [Hol96].

Pour l'interaction delta de surface *SDI*, toujours dans l'espace modèle étendu, la valeur 0.5154 MeV du paramètre A reproduit bien les niveaux 2^+ et 6^+ , le niveau 4^+ est un peu abaissé de son correspondant. Pour la valeur de 0.54 MeV , Le niveau 2^+ s'élève de son correspondant et les niveaux $4^+, 6^+$ sont bien reproduits. (voir figure 4-4)

D'après les figures (4-3) et (4-4), on voit que la meilleure paramétrisation est celle qui donne la séquence (b) et elle est aussi meilleure que les séquences fournies par les méthodes *QRPA* et *SM*.

2) Spectres à trois particules :

L'iode $^{135}_{53}\text{I}$:

Ce noyau contient trois protons en dehors du cœur doublement magique $^{132}_{50}\text{Sn}$ qui vont être situés, suivant le modèle en couches, dans la couche $1g_{7/2}$ dans laquelle ils seront doués de la même valeur $j = 7/2$. Plusieurs états définis par les configurations J^π se présentent où se trouvent parmi eux ceux qui correspondent à la même valeur d'énergie, donc le nombre d'états formés sera réduit à un nombre qui correspond aux états observés. Pour ce noyau, 22 états sont formés et se réduisent ainsi à six états seulement. Nous on s'intéresse aux quatre premiers niveaux définis par les moments angulaires $J = 7/2, 5/2, 11/2, 15/2$ qui correspondent bien aux états

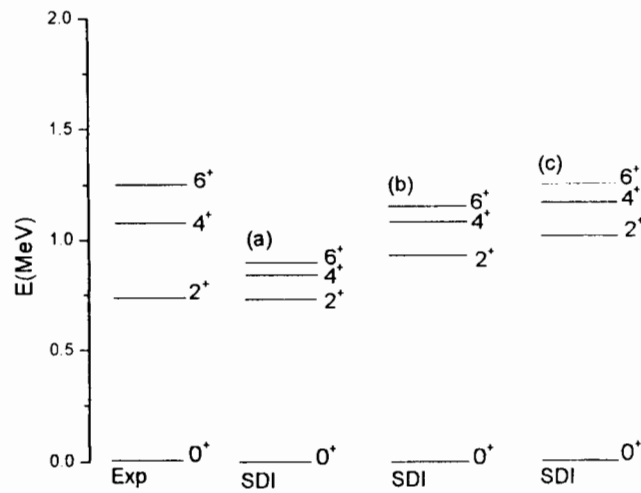


FIG. 4-2: Spectre de ^{134}Sn : (a) : $A = -0.275 \text{ MeV}$, (b) : $A = -0.35 \text{ MeV}$, (c) : $A = -0.382 \text{ MeV}$

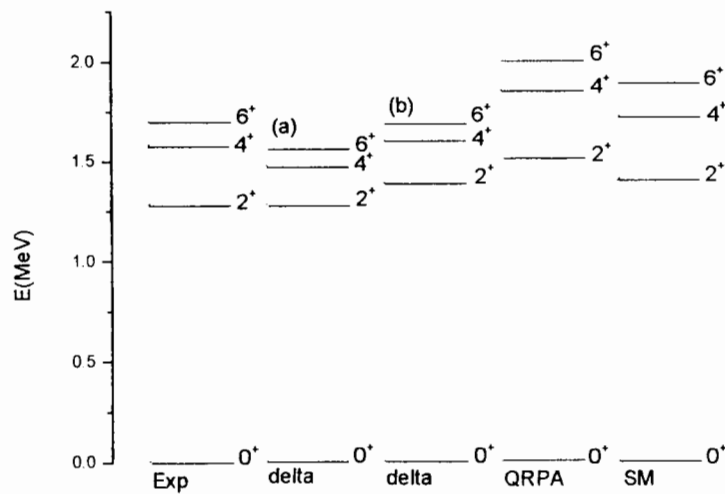


FIG. 4-3: Spectre du ^{134}Te : (a) : $V_0 = 564 \text{ MeV}$, (b) : $V_0 = 611 \text{ MeV}$

observés.

Nos résultats obtenus par des calculs effectués pour une valeur de 0.1122 MeV du paramètre A sont comparés aux résultats obtenus par la méthode *MQPM* [Suh97] et sont présentés dans la figure 4-5. Celle-ci montre que les niveaux obtenus par l'interaction *SDI* sont en excellent accord avec les niveaux observés.

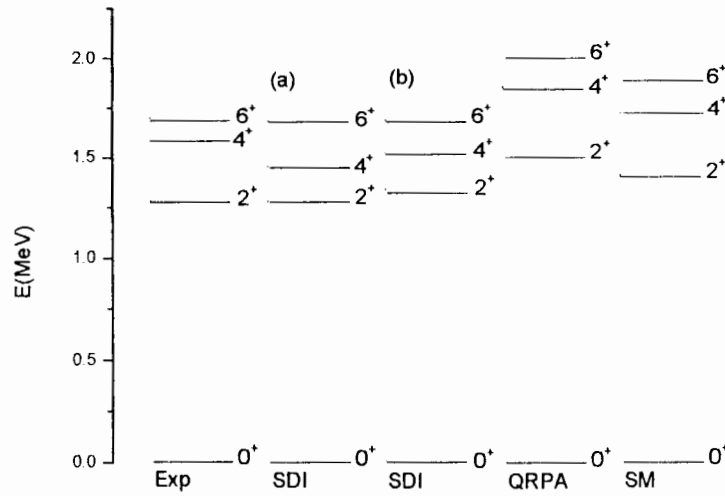


FIG. 4-4: Spectre du $^{134}_{52}\text{Te}$: (a) : $A = 0.5154 \text{ MeV}$, (b) : $A = 0.54 \text{ MeV}$

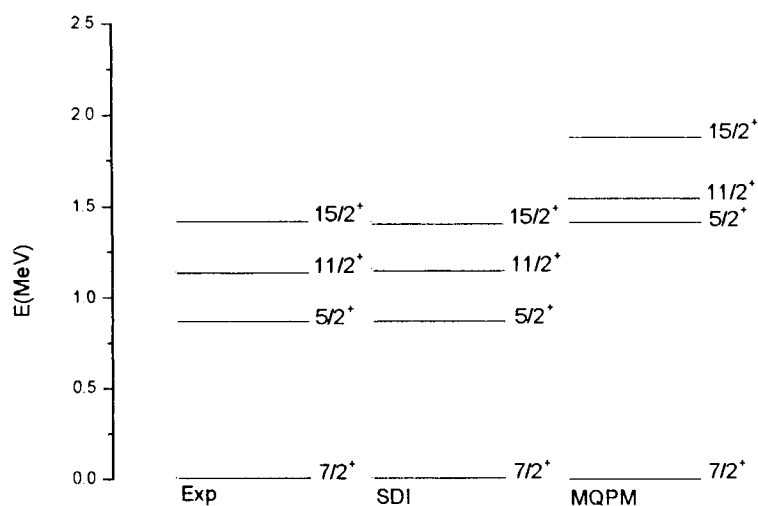


FIG. 4-5: Spectre de $^{135}_{53}\text{I}$: $A = 0.1122 \text{ MeV}$

3) Spectre à une particule :

L'antimoine $^{133}_{51}\text{Sb}$:

Ce noyau contient un proton de valence en dehors du coeur doublement magique et qui peut se trouver dans les couches supérieures qui viennent juste après la couche $1g_{9/2}$. Les calculs effectués en considérant le couplage $1p - 1h$ de chaque niveau avec le trou de la couche $1g_{9/2}$ et pour une valeur de 0.5238 MeV du paramètre A nous ont fournis les niveaux d'énergie représentés sur la figure 4-6, à l'exception du niveau $3/2$ qui s'abaisse de son correspondant, ils sont en bonne correspondance avec les niveaux observés.

4) Spectres particule-trou

a) L'indium $^{132}_{49}\text{In}$:

Comme il n'existe pas dans la littérature de données expérimentales pour ce noyau, une tentative de calculs est effectuée et le résultat est représenté sur la figure.4-7.

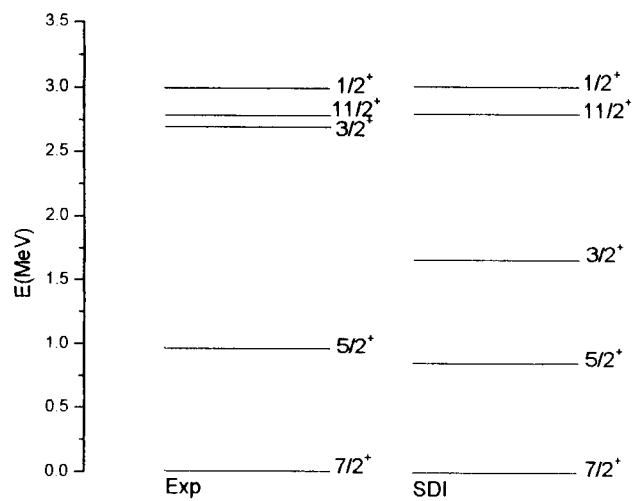


FIG. 4-6: Spectre de $^{133}_{51}\text{Sb}$: $\Lambda = 0.5238 \text{ MeV}$

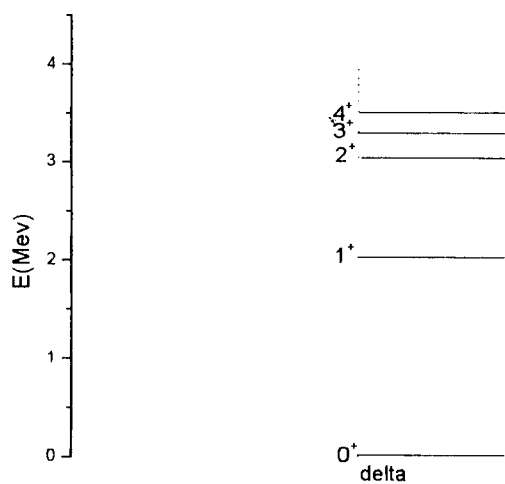


FIG. 4-7: Prévion du spectre de $^{132}_{49}\text{In}$: ($\alpha = 0.01, V_0 = 1171 \text{ MeV}$)

b) L'antimoine $^{132}_{51}Sb$:

Ce noyau ayant un proton et un trou de neutron présente un spectre particule-trou qu'on a décrit par la relation (4.75) . On s'est intéressé à reproduire les niveaux inférieurs, on a pu ressortir l'énergie du niveau correspondant à 3^+ et celle du niveau situé à 0.3892 MeV correspondant au niveau 5^- . Pour les autres niveaux restants observés on pourra trouver une sorte de correspondance avec ceux calculés. Cette reproduction est obtenue par une paramétrisation de 0.01 pour α et une valeur de 1171 MeV pour V_0 .(voir figure. 4-8).

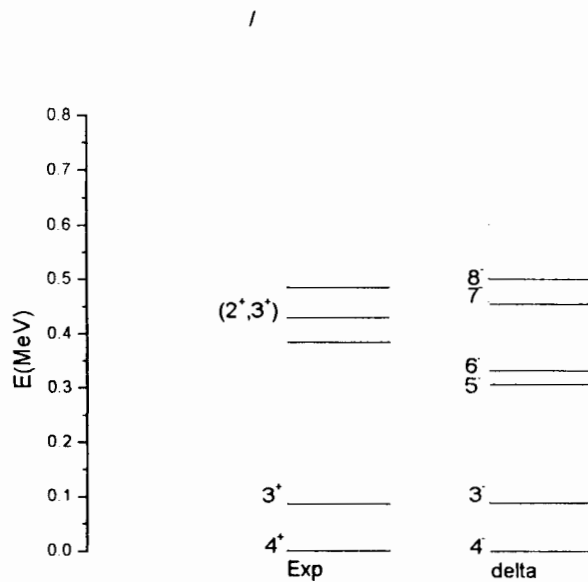


FIG. 4-8: Spectre de $^{132}_{51}Sb$: configuration $p - h$ ($\alpha = 0.01, V_0 = 1171 \text{ MeV}$)

Conclusion

L'étude des noyaux loin de la stabilité est un moyen pour tester les modèles nucléaires conçus sur les noyaux stables. Grâce à ces études, on pourra acquérir des informations qui permettront d'expliquer les phénomènes inhabituels présents dans ces noyaux.

Notre tâche est de décrire certains noyaux situés dans la région de l'étain en déterminant leurs premiers niveaux d'énergie dans un calcul de modèle en couches. Le calcul de ces niveaux est directement lié à la détermination de l'hamiltonien qui devrait contenir le terme représentant l'interaction nucléon-nucléon dans le noyau.

Pour la réalisation de ce travail, on a abordé les points suivants :

- définit la configuration du noyau
- définit l'espace modèle dans le quel on calcule les éléments de matrice
- introduit l'interaction effective qui décrit le comportement des nucléons de valence
- utilisé les états individuels si c'est nécessaire
- établit les programmes FORTRAN pour effectuer les calculs numériques

Avant l'introduction de l'interaction effective on a défini le champ moyen nucléaire ainsi que sa relation avec l'interaction nucléon-nucléon et on a aussi présenté un exemple de forces qui s'appliquent dans des calculs Hartree-Fock. Les interactions utilisées sont introduites en tenant compte des propriétés fondamentales de la force nucléaire. Elles constituent des approximations convenables de l'interaction entre les nucléons de valence et elles sont considérées comme des corrections à l'hamiltonien H_0 représentant le champ moyen fourni par le coeur inerte.

Les éléments de matrice des énergies d'interaction des configuration à une particule, trois particules et particule-trou s'expriment en fonction de l'élément de matrice à deux particules.

L'espace modèle est constitué de couches de valence ayant les valeurs des énergies individuelles qui ne dépassent pas l'énergie de séparation du nucléon et dont

lesquelles les nucléons peuvent se mouvoir. L'espace modèle étendu est formé à partir des couches de valence qui sont proches entre elles en valeur d'énergie afin de s'assurer que les nucléons de valence peuvent se déplacer facilement d'une orbite à une autre. Les états individuels sont pris à partir des spectres d'excitation observés.

En couplage $j - j$, on a spécifié les niveaux d'énergie par la notation J^π et les calculs des éléments de matrice sont effectués pour chaque valeur de J . Ces éléments de matrice contribuent comme correction à l'énergie E_0 du coeur inerte qui est prise comme niveau de référence dans un espace modèle réduit et elle est additionnée aux éléments de matrice diagonaux dans le cas de l'espace modèle large. La matrice d'énergie obtenue est diagonalisée et les valeurs correspondant mieux aux configurations observées sont considérées. Les programmes qu'on a établis nous ont permis d'effectuer plusieurs calculs numériques pour plusieurs valeurs des paramètres ajustables. Ce qui nous a alors fournis les paramètres ayant le mieux reproduit les niveaux d'énergie.

Dans notre description nous avons introduit les interactions delta et *SDI* pour décrire la configuration particule-particule des noyaux de $^{134}_{50}\text{Sn}$, $^{134}_{52}\text{Te}$. L'élément de matrice de l'interaction delta est injecté dans l'élément de matrice particule-trou pour déterminer les niveaux d'énergie des noyaux de $^{132}_{49}\text{In}$ et $^{132}_{51}\text{Sb}$ et l'élément de matrice de l'interaction *SDI* est injecté dans l'élément de matrice à une particule et à trois particules pour déterminer les niveaux d'énergie des noyaux $^{133}_{51}\text{Sb}$ (configuration à une particule) et $^{135}_{53}\text{I}$ (configuration à trois particules).

Les niveaux d'énergie retrouvés par l'interaction delta ont été calculés pour tous les noyaux pour une seule valeur de α et pour des valeurs différentes de V_0 . Pour l'interaction *SDI*, les niveaux d'énergie retrouvés ont été obtenus par des valeurs différentes du paramètre A variant dans un très petit intervalle.

Les résultats sont comparés aux données expérimentales et à celles des méthodes *SM*, *MQPM*, et *QRPA*.

Le spectre de $^{134}_{52}\text{Te}$ est bien reproduit par les deux interactions utilisées (delta et *SDI*) et pour les deux paramètres choisis. Quant au spectre de $^{134}_{50}\text{Sn}$, l'accord est en général bon malgré que ce noyau apparaît dans la configuration $(2f_{5/2})^2$ contrairement à ce qui est prévu dans le modèle en couches, et en plus de la non

disponibilité des données des états individuels dans la littérature pour ce noyau.

Pour le cas du noyau de ${}^{135}_{53}I$, l'accord avec les résultats expérimentaux est excellent et ceci pour une seule valeur du paramètre A . Pour le noyau ${}^{133}_{51}Sb$, les calculs sont fait en considérant un trou dans la couche $1g_{9/2}$ du coeur ${}^{132}_{50}Sn$, pour une seule valeur du paramètre A . Les niveaux obtenus sont en accord satisfaisant avec les données expérimentales.

En ce qui concerne la configuration particule-trou, un spectre d'énergie est proposé pour le noyau de ${}^{132}_{49}In$ en utilisant la paramétrisation qui nous a permis de ressortir les niveaux du noyau de ${}^{132}_{51}Sb$. Pour ce dernier, on a obtenu des niveaux d'énergie qui sont en accord satisfaisant avec les niveaux expérimentaux.

Nous concluons finalement que les résultats obtenus présentent :

Pour les noyaux possédant un coeur doublement magique tels que ${}^{133}_{51}Sb$, ${}^{134}_{50}Sn$, ${}^{134}_{52}Te$, ${}^{135}_{53}I$, les méthodes de calcul utilisées en modèle en couches servent bien à reproduire les niveaux d'énergie de ces noyaux. Par contre, elles trouvent des difficultés pour retrouver les niveaux d'énergie des noyaux comme ${}^{132}_{49}In$, ${}^{132}_{51}Sb$ qui ne possèdent pas un coeur doublement magique. Ceci est attendu car l'approche est basée sur un choix d'interaction s'inspirant des potentiels nucléon-nucléon à qui ils manquent certains termes.

Annexe A

Relations utilisées dans le calcul des éléments de matrice

Dans cet annexe on va présenter les relations nécessaires qui nous permettent d'effectuer le calcul de la section (4.4). Pour plus de détail on pourra consulter les ouvrages de mécanique quantique.

A.1 Symboles $3 - j$:

Soit \vec{J}_a, \vec{J}_b deux moments cinétiques associés respectivement aux particules 1 et 2. Leur somme s'écrit :

$$\vec{J} = \vec{J}_a + \vec{J}_b \quad (\text{A.1})$$

On peut décomposer le ket $|JM\rangle$ suivant les coefficients de Clebsch-Gordon de la manière suivante :

$$|JM\rangle = \sum_{m_a m_b} |j_a m_a j_b m_b\rangle \langle j_a m_a j_b m_b | JM\rangle \quad (\text{A.2})$$

Où $\langle j_a m_a j_b m_b | JM\rangle$ est le coefficient de Clebsch-Gordon, relié au symbole $3 - j$

par la relation suivante :

$$\langle j_a m_a j_b m_b | JM \rangle = \frac{(-1)^{j_a - j_b - M}}{\sqrt{2J+1}} \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ m_a & m_b & -M \end{pmatrix} \quad (\Lambda.3)$$

et qui ont les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ m_a & m_b & M \end{pmatrix} = (-1)^{j_a + j_b + J} \begin{pmatrix} j_b & j_a & J \\ m_b & m_a & M \end{pmatrix} \\ = & (-1)^{j_a + j_b + J} \begin{pmatrix} J & j_b & j_a \\ M & m_b & m_a \end{pmatrix} = (-1)^{j_a + j_b + J} \begin{pmatrix} j_a & J & j_b \\ m_a & M & m_b \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\Lambda.4)$$

$$\langle jm j'; -m' | 00 \rangle = \frac{(-1)^{j-m}}{\sqrt{2j+1}} \delta_{jj'} \delta_{mm'} \quad (\Lambda.5)$$

$$\langle jm 00 | j' m' \rangle = \delta_{jj'} \delta_{mm'} \quad (\Lambda.6)$$

le symbole $3-j$ est relié aux harmoniques sphériques par les relations suivantes :

$$Y_{l_1}^{m_1}(\Omega) Y_{l_2}^{m_2}(\Omega) = \sum_{l,m} \frac{\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y_l^m(\Omega) \quad (\Lambda.7)$$

$$\frac{\hat{l}_1 \hat{l}_2 \hat{l}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} Y_l^m(\Omega) = \sum_{m_1, m_2} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ m_1 & m_2 & m \end{pmatrix} Y_{l_1}^{m_1}(\Omega) Y_{l_2}^{m_2}(\Omega) \quad (\Lambda.8)$$

A.2 Symbole 6 – j :

Considérons trois moments cinétiques $\vec{J}_1, \vec{J}_2, \vec{J}_3$ ayant respectivement les kets propres $|j_1 m_1\rangle, |j_2 m_2\rangle, |j_3 m_3\rangle$. On peut les coupler à un moment angulaire total \vec{J} de trois manières :

à ces trois possibilités de couplage correspondent trois kets qui se transforment de la même façon au moyen du symbole 6j.

$$|(j_1 j_2) J_{12} j_3; JM\rangle = \sum_{J_{23}} (-1)^{j_1 + j_2 + j_3 + J} \hat{J}_{12} \hat{J}_{23} \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & J & J_{23} \end{array} \right\} \times \\ |j_1 (j_2 j_3) J_{23}; JM\rangle \quad (\text{A.9})$$

$$\text{Où } \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J_{12} \\ j_3 & J & J_{23} \end{array} \right\} \quad \text{est le symbole 6j.}$$

le symbole 6 – j est relié au symbole 3 – j par les relations suivantes :

$$\left(\begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{array} \right) = -\sqrt{(2l_1 + 1)(2l_2 + 1)} \left(\begin{array}{ccc} l_1 & l_2 & J \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \left\{ \begin{array}{ccc} j_1 & j_2 & J \\ l_2 & l_1 & \frac{1}{2} \end{array} \right\} \quad (\text{A.10})$$

$$\sum_K (2K + 1) \left\{ \begin{array}{ccc} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{array} \right\} \left(\begin{array}{ccc} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccc} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{array} \right) \\ = (-1)^{j_b + j_d + J} \left(\begin{array}{ccc} j_b & j_a & J \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{array} \right) \left(\begin{array}{ccc} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{array} \right) \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned}
& \sum_K (2K+1)(-1)^K \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{matrix} \right\} \begin{pmatrix} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \\
& = (-1)^{J-2j_d} \begin{pmatrix} j_b & j_a & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

A.3 Symbole $9 - j$:

Le symbole $9 - j$ permet de passer de la base obtenue en couplage $j - j$ à la base obtenue en couplage $L - S$ ou l'inverse, la transformation s'écrit :

$$\left| \left(l_1 \frac{1}{2} \right) j_1 \left(l_2 \frac{1}{2} \right) j_2; JM \right\rangle = \sum_{L,S} \hat{L} \hat{S} \hat{j}_1 \hat{j}_2 \left\{ \begin{matrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L & S & J \end{matrix} \right\} \left| (l_1 l_2) L \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \right) S; JM \right\rangle \quad (\text{A.13})$$

le symbole $9 - j$ a les valeurs particulières suivantes :

$$\left\{ \begin{matrix} l_1 & \frac{1}{2} & j_1 \\ l_2 & \frac{1}{2} & j_2 \\ L=J & 0 & J \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} l_1 & l_2 & L=J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ j_1 & j_2 & J \end{matrix} \right\} = \frac{(-1)^{j_2+l_1+\frac{1}{2}+J}}{\sqrt{2(2J+1)}} \left\{ \begin{matrix} j_1 & j_2 & J \\ l_2 & l_1 & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \quad (\text{A.14})$$

A.4 Opérateurs tensoriels :

Soit $T_k^{(K)}(1, 2)$ un opérateur tensoriel constitué par le produit tensoriel de deux opérateurs tensoriels $T^{(K_1)}(1)$, $T^{(K_2)}(2)$ exprimé par :

$$T_k^{(K)}(1, 2) = [T^{(K_1)}(1) \otimes T^{(K_2)}(2)]_k^{(K)} \quad (\text{A.15})$$

$$T_k^{(K)}(1, 2) = \sum_{k_1, k_2} \langle K_1 k_1, K_2 k_2 | K k \rangle T_{k_1}^{(K_1)}(1) T_{k_2}^{(K_2)}(2) \quad (\text{A.16})$$

Le cas particulier où $K = 0, K_1 = K_2 = K$ on a la relation suivante :

$$T^{(K)}(1) \cdot T^{(K)}(2) = (-1)^k \sqrt{2K+1} [T^{(K)}(1) \otimes T^{(K)}(2)]^{(0)} \quad (\text{A.17})$$

En couplage $j - j$ l'élément de matrice de cet opérateur se calcule comme suit :

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_1 j_1, \alpha_2 j_2; JM | T_k^{(K)}(1, 2) | \alpha'_1 j'_1, \alpha'_2 j'_2 J' M' \rangle \\ = & (-1)^{J-M} \begin{pmatrix} J & K & J' \\ -M & k & M' \end{pmatrix} \langle \alpha_1 j_1, \alpha_2 j_2; J | T_k^{(K)}(1, 2) | \alpha'_1 j'_1, \alpha'_2 j'_2 J' \rangle \delta_{JJ'} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Si $T_k^{(K)}(1, 2) = U^{(K)}(1) \cdot V^{(K)}(2)$, l'élément de matrice correspondant s'écrit :

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_1 j_1, \alpha_2 j_2; JM | T_k^{(K)}(1, 2) | \alpha'_1 j'_1, \alpha'_2 j'_2 J' M' \rangle \\ = & (-1)^{j_2 + j'_1 + J} \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & J \\ j'_2 & j'_1 & K \end{Bmatrix} \langle \alpha_1 j_1 | U^{(K_1)} | \alpha'_1 j'_1 \rangle \langle \alpha_2 j_2 | V^{(K_2)} | \alpha'_2 j'_2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Annexe B

Calcul de la valeur moyenne d'un opérateur à deux corps $A(1,2)$:

Pour un ket représentant deux nucléons 1 et 2 représentés respectivement par leurs kets individuels $|j_a m_a\rangle, |j_b m_b\rangle$, la valeur moyenne de $A(1,2)$ s'écrit :

$$\frac{\langle \Psi | A(1,2) | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \quad (\text{B.1})$$

avec

$$\langle \Psi | \Psi \rangle = 1 \quad (\text{B.2})$$

Où $|\Psi\rangle$ est le ket antisymétrique défini par le déterminant de Slater

$$|\Psi\rangle = \sqrt{N!} A_N |\Psi_0\rangle \quad (\text{B.3})$$

N est le nombre de nucléons dans le noyau.

A_N est l'opérateur antisymétriseur qui s'exprime de la manière suivante :

$$A_N = \frac{1}{N!} \sum_i (-1)^{P_i} P_i \quad (\text{B.4})$$

L'indice i portera sur toutes les permutations possibles et il vérifie les deux propriétés suivantes :

$$A_N^2 = A_N \quad (\text{B.5})$$

$$A_N^\dagger = A_N \quad (\text{B.6})$$

p_i : la parité de la permutation

P_i : opérateur de permutation qui échange les rôles entre les nucléons.

$|\Psi_0\rangle$ produit des kets individuels ayant la forme suivante :

$$|\Psi_0\rangle = \prod_{i=1}^N |\Psi_i\rangle \quad (\text{B.7})$$

En couplage $j - j$, pour un déterminant de Slater,

$$|\Psi\rangle = \sqrt{2!} A_2 |\Psi_0\rangle = \sqrt{2!} A_2 |j_c j_d; JM\rangle \quad (\text{B.8})$$

la valeur moyenne de l'opérateur $A(1, 2)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle j_a j_b; JM | A(1, 2)(1 - P_{12}) | j_c j_d; JM \rangle = \\ \langle j_a j_b; JM | A(1, 2) | j_c j_d; JM \rangle \\ - \langle j_a j_b; JM | A(1, 2)P_{12} | j_c j_d; JM \rangle \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

$$\begin{aligned}
P_{12} | j_c j_d; JM \rangle &= \sum_{m_c m_d} P_{12} | j_c m_c j_d m_d \rangle \langle j_c m_c j_d m_d | j_c j_d; JM \rangle \\
&= \sum_{m_c m_d} | j_d m_d j_c m_c \rangle \langle j_c m_c j_d m_d | j_c j_d; JM \rangle
\end{aligned} \tag{B.10}$$

En passant au symboles $3-j$ en utilisant (A.4) puis on passe aux coefficients de Clebsch-Gordon, on tire

$$\sum_{m_c m_d} (-1)^{j_c + j_d - J} | j_d m_d j_c m_c \rangle \langle j_d m_d j_c m_c | j_d j_c; JM \rangle = (-1)^{j_c + j_d - J} | j_d j_c; JM \rangle \tag{B.11}$$

Ce qui permet d'écrire la forme définitive de la valeur moyenne :

$$\begin{aligned}
&\langle j_a j_b; JM | A(1, 2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
&\langle j_a j_b; JM | A(1, 2) | j_c j_d; JM \rangle^{dir} \\
&- (-1)^{j_c + j_d - J} \langle j_a j_b; JM | A(1, 2) | j_d j_c; JM \rangle^{exc}
\end{aligned} \tag{B.12}$$

B.1 Cas particulier d'un potentiel central $V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$:

La forme de $V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$ peut être développée suivant les polynômes de Legendre comme suit :

$$\begin{aligned}
V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) &= \sum_K P_K(r_1, r_2) P_K(\cos\theta_{12}) = \\
&\sum_K \sum_k \frac{4\pi}{2K+1} P_K(r_1, r_2) (-1)^k Y_K^{-k}(\Omega_1) Y_K^k(\Omega_2)
\end{aligned} \tag{B.13}$$

Compte tenu de (A.5) on obtient

$$\sum_K \frac{4\pi}{2K+1} (-1)^K \sqrt{2K+1} F_K(r_1, r_2) \sum_k \langle K k K, -k | 00 \rangle Y_K^{-k}(\Omega_1) Y_K^k(\Omega_2) \quad (\text{B.14})$$

Les relations (A.16) et (A.17) permettent d'aboutir à la forme suivante :

$$V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) = \sum_K \frac{4\pi}{2K+1} F_K(r_1, r_2) Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) \quad (\text{B.15})$$

Pour un déterminant de Slater représentant l'état de deux nucléons, la valeur moyenne de ce potentiel est :

$$\begin{aligned} & \langle \Psi | V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) | \Psi \rangle = \\ & \langle j_a j_b; J M | V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) | j_c j_d; J M \rangle^{dir} \\ & - (-1)^{j_c + j_d - J} \langle j_a j_b; J M | V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) | j_d j_c; J M \rangle^{exc} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

$$\begin{aligned} & \langle \Psi | V(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|) | \Psi \rangle = \\ & \sum_K \frac{4\pi}{2K+1} F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) \times \\ & \langle j_a j_b; J M | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; J M \rangle^{dir} \\ & - (-1)^{j_c + j_d - J} \sum_K \frac{4\pi}{2K+1} F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_d l_d, n_c l_c) \times \\ & \langle j_a j_b; J M | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; J M \rangle^{exc} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d)$ et $F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_d l_d, n_c l_c)$ sont les intégrales de Slater calculées pour des fonctions d'ondes radiales d'un oscillateur harmonique.

$$F^K(n_a l_a, n_b l_b, n_c l_c, n_d l_d) = \int \int dr_1 dr_2 r_1^2 r_2^2 R_{n_a l_a}(r_1) R_{n_b l_b}(r_2) F^K(r_1, r_2) R_{n_c l_c}(r_1) R_{n_d l_d}(r_2) \quad (\text{B.18})$$

$$G^K(n_a l_a, n_b l_b, n_d l_d, n_c l_c) = \int \int dr_1 dr_2 r_1^2 r_2^2 R_{n_a l_a}(r_1) R_{n_b l_b}(r_2) F^K(r_1, r_2) R_{n_c l_c}(r_2) R_{n_d l_d}(r_1) \quad (\text{B.19})$$

B.2 Calcul de l'élément de matrice $\langle j_a j_b; JM \mid Y_K(\Omega_1) \cdot$

$$Y_K(\Omega_2) \mid j_c j_d; J M \rangle :$$

La relation (A.6), (A.18) et (A.19) donnent :

$$\begin{aligned} & \langle j_a j_b; J M \mid Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) \mid j_c j_d; J M \rangle = \\ & (-1)^{J-M} \begin{pmatrix} J & 0 & J \\ -M & 0 & M \end{pmatrix} \langle j_a j_b; J \mid Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) \mid j_c j_d; J \rangle = \\ & (-1)^{J-M} (-1)^{J-M} \frac{\langle JM00 \mid JM \rangle}{\sqrt{2J+1}} \langle j_a j_b; J \mid Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) \mid j_c j_d; J \rangle = \\ & \frac{1}{\sqrt{2J+1}} \langle j_a j_b; J \mid Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) \mid j_c j_d; J \rangle = \\ & (-1)^{j_b+j_c+J} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{Bmatrix} \langle j_a \mid Y_K(\Omega_1) \mid j_c \rangle \langle j_b \mid Y_K(\Omega_2) \mid j_d \rangle \quad (\text{B.20}) \end{aligned}$$

les expressions des éléments de matrice $\langle j_a \mid Y_K(\Omega_1) \mid j_c \rangle$ et $\langle j_b \mid Y_K(\Omega_2) \mid j_d \rangle$ sont calculés dans la référence [Hey90], on donne ici directement leurs expressions :

$$\langle j_a \mid Y_K(\Omega_1) \mid j_c \rangle = (-1)^{j_a-\frac{1}{2}} \frac{\hat{j}_a \hat{j}_c \hat{K}}{2\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} (1 + (-1)^{l_c+l_a+K}) \quad (\text{B.21})$$

$$\langle j_b \| Y_K \Omega_2 \| j_d \rangle = (-1)^{j_b - \frac{1}{2}} \frac{\hat{j}_b \hat{j}_d \hat{K}}{2\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} (1 + (-1)^{l_b + l_d + K}) \quad (\text{B.22})$$

les relations (B.21) et (B.22) dans (B.20) donne la relation suivante :

$$\begin{aligned} & \langle j_a j_b; J M | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; J M \rangle = \\ & (-1)^{j_b + j_c + J} \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{Bmatrix} (-1)^{j_a - \frac{1}{2}} \frac{\hat{j}_a \hat{j}_c \hat{K}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \frac{1}{2} (1 + (-1)^{l_a + l_c + K}) \times \\ & (-1)^{j_b - \frac{1}{2}} \frac{\hat{j}_b \hat{j}_d \hat{K}}{\sqrt{4\pi}} \begin{pmatrix} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \frac{1}{2} (1 + (-1)^{l_b + l_d + K}) = \\ & (-1)^{j_a + j_c + J} \frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d \hat{K}^2}{16\pi} (1 + (-1)^{l_c + l_a + K}) (1 + (-1)^{l_b + l_d + K}) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{Bmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \\ & (-1)^{j_a + j_c + J} \frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{16\pi} (1 + (-1)^{l_a + l_b + l_c + l_d}) (1 + (-1)^{l_a + l_c + K}) \times \\ & (2K + 1) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (\text{B.23}) \end{aligned}$$

La conservation de la parité, $(-1)^{l_a + l_b} = (-1)^{l_c + l_d}$ permet d'écrire pour les termes de phase :

$1 + (-1)^{l_a + l_b + l_c + l_d} = 2$, et ce qui entraine aussi :

$(-1)^{l_a + l_c} = (-1)^{l_b + l_d}$, à partir de ces relations, on aboutit au résultat suivant :

$$\begin{aligned}
& \langle j_a j_b; J M | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; J M \rangle = \\
& (-1)^{j_a + j_c + J} \frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} (2K+1) \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \times \\
& \quad \begin{pmatrix} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} + \\
& (-1)^{j_a + j_c + l_a + l_c + J} \frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} (2K+1) (-1)^K \begin{Bmatrix} j_a & j_b & J \\ j_d & j_c & K \end{Bmatrix} \begin{pmatrix} j_a & K & j_c \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \times \\
& \quad \begin{pmatrix} j_b & K & j_d \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \tag{B.24}
\end{aligned}$$

A partir des relations (A.11) et (A.12), on calcule l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
& \sum_K \langle j_a j_b; J M | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; J M \rangle = \\
& \frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} (-1)^{j_a + j_b + j_c + j_d} \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} - \\
& (-1)^{j_a + j_c + l_a + l_c} \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \tag{B.25}
\end{aligned}$$

On suit la même démarche pour le terme $\sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle$, le résultat est le suivant :

$$\begin{aligned}
& \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle = \\
& (-1)^{j_a + j_b + J} \frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} \left(\begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{pmatrix} + \right. \\
& \quad \left. (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_d + J} \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \right) \tag{B.26}
\end{aligned}$$

Les relations (B.25), (B.26) permettent d'évaluer l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
& \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle - \\
& (-1)^{j_c + j_d - J} \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_d j_c; JM \rangle = \\
& -\frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} (-1)^{j_a + j_c + l_a + l_c} (1 + (-1)^{l_c + l_d + J}) \begin{pmatrix} j_a & j_b & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_c & j_d & J \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \quad (B.27)
\end{aligned}$$

En passant aux coefficients de Clebsh-Gordon, on aboutit au résultat suivant :

$$\begin{aligned}
& \sum_K \langle j_a j_b; JM | Y_K(\Omega_1) \cdot Y_K(\Omega_2) | j_c j_d; JM \rangle^{nas} = \\
& -\frac{\hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c \hat{j}_d}{8\pi} (-1)^{j_b + j_d + l_a + l_c} (1 + (-1)^{l_c + l_d + J}) \left\langle j_a \frac{1}{2} j_b, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \left\langle j_c \frac{1}{2} j_d, -\frac{1}{2} \middle| J0 \right\rangle \\
& \hspace{20em} (B.28)
\end{aligned}$$

Annexe C

Programmes

Cet annexe contient les quatre programmes qu'on a établi, ils dépendent des programmes fonctions : FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M), FUNCTION SLATER(NI,LI,NII,LIJ,NK,LK,NKK,LKK),et FUNCTION VN02B9(J1,J2,J3,L1,L2,L3) qui existent dans la littérature[Hey90].

C.1 Programme delta

```
PROGRAM DELT
REAL NU
REAL INT1,INT2
COMMON/SHELL/E(20),N(20),I(20),J(20),IT(20),NUM(20)
COMMON/PARAM/ALFA,VEFF
COMMON/VN06FC/FCT(40)
COMMON/VN07CB/NU,AKNI(4,4,8),ANL(4,8),INT1(20),INT2(20)
OPEN(1,file='dn1m.dat')
OPEN(3,file='rs1m.dat')
CALL VN07AL
WRITE(3,360)NU
360 FORMAT(1H,'NU=',F10.8/)
      READ(1,400)ALFA,VEFF
400 FORMAT(2F8.4)
```

```

        WRITE(3,365)ALFA,VEFF
365  FORMAT(1H , 'ALFA=',F8.4,'VEFF=',F8.4)
        FCT(1)=1.
        DO 50 I=2,40
            FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1.)/10.
50  CONTINUE
C   IMAX TOTAL NUMBER OF S.P .ORBITS
        READ(1,31)IMAX
31  FORMAT(I2)
        WRITE(3,26)IMAX
26  FORMAT(I4)
        DO 38 I=1,IMAX
            READ(1,32)E(I),N(I),L(I),J(I),IT(I),NUM(I)
32  FORMAT(F5.3,5I4)
            WRITE(3,33)E(I),N(I),L(I),J(I),IT(I),NUM(I)
33  FORMAT(1H , 'E=',F5.3,' N L J=',3I4,'/2 IT=',I2,'NUM=',I4)
38  CONTINUE
60  READ(1,34)I1,I2,I3,I4,JP,ICON
34  FORMAT(6I2)
        X=DELTA(I1,I2,I3,I4,JP)
        WRITE(3,35)X
35  FORMAT(1H , 'MATRIX EL.=',E20.8)
        IF (ICON.EQ.0) GOTO 60
        STOP
        END
        FUNCTION DELTA(I1,I2,I3,I4,JP)
        COMMON/PARAM/ALFA,VEFF
        COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),IT(20),NUM(20)
        NA=N(I1)-1
        NB=N(I2)-1
        NC=N(I3)-1

```

```

ND=N(I4)-1
XL=SQRT((J(I1)+1.)*(J(I2)+1.)*(J(I3)+1.)*(J(I4)+1.))*((-1)**((J(I2)
1) +J(I4))/2+L(I1)+L(I3))*(1+(-1)**(L(I3)+L(I4)+JP))/(2.*JP+1.))*
VN02BA(J(I1),J(I2),2*JP,1,-1,0)*VN02BA(J(I3),J(I4),2*JP,1,-1,0)*
((1+ALFA)/2-ALFA*(1+(-1)**(L(I1)+L(I2)+JP))))*
SLATER(NA,L(I1),NB,L(I2),NC,L(I3),ND,L(I4))*VEFF
DELTA=XL
RETURN
END
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)
FUNCTION SLATER(NI,LI,NII,LII,NK,LK,NKK,IKK)

```

C.2 Programme SDI

```

PROGRAM SDI
COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),NUM(20)
COMMON/PARAM/A
COMMON/VN06FC/FCT(40)
OPEN(1,file='Sdn1.dat')
OPEN(3,file='Srs1.dat')
READ(1,400)A
400 FORMAT(F8.4)
WRITE(3,365)A
365 FORMAT(1H , 'A=',F8.4)
FCT(1)=1.
DO 50 I=2,40
FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1.)/10.
50 CONTINUE
C IMAX TOTAL NUMBER OF S.P .ORBITS
READ(1,31)IMAX
31 FORMAT(I2)

```

```

WRITE(3,26)IMAX
26 FORMAT(I4)
DO 38 I=1,IMAX
READ(1,32)E(I),N(I),L(I),J(I),NUM(I)
32 FORMAT(F5.3,4I4)
WRITE(3,33)E(I),N(I),L(I),J(I),NUM(I)
33 FORMAT(1H , 'E=',F5.3, ' N L J=',3I4, '/2 NUM=',I4)
38 CONTINUE
60 READ(1,34)I1,I2,I3,I4,JP,ICON
34 FORMAT(6I2)
X=SDI(I1,I2,I3,I4,JP)
WRITE(3,35)X
35 FORMAT(1H , 'MATRIX EL.=',E20.8)
IF (ICON.EQ.0) GOTO 60
STOP
END
FUNCTION SDI(I1,I2,I3,I4,JP)
COMMON/PARAM/A
COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),NUM(20)
C
XL=SQRT((J(1)+1.)*(J(2)+1.)*(J(3)+3.)*(J(4)+1.))*
((-1)**(N(1)+N(2)+N(3)+N(4)))*(A/(2.*JP+1.))*
((-1)**((J(2)+J(4))/2+L(1)+L(3))*(1+(-1)**(L(3)+L(4)+JP)))*
VN02BA(J(I1),J(I2),2*JP,1,-1,0)*
VN02BA(J(I3),J(I4),2*JP,1,-1,0)
SDI=XL
RETURN
END
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)

```

C.3 Programme trois particules :

```
PROGRAM TRP
COMMON/VN06FC/FCT(40)
FCT(1)=1.
DO 1 I=2,40
1 FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1)/10.
OPEN(1,file='3dL.dat')
OPEN(2,file='3rL.dat')
READ(1,100)A,JA,JB,JC,JD,J1,J2
100 FORMAT(F8.4/4I2/2I2)
WRITE(2,200)JA,JB,JC,JD
200 FORMAT('JA='I2,3x,'JB='I2,3x,'JC='I2,3x,'JD='I2)
Y1=6*A*SQR1((JA+1.)*(JB+1.)*(JC+1.)*(JD+1.))/(3+6*(2.*J1+1.)*
VN02B9(JA,JB,2*J1,JC,J2,2*J1))
Y2=(1/(2.*J1+1.)+4*VN02B9(JA,JB,2*J1,JC,J2,2*J1))*VN02BA(JA,JB,
2*J1,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2*J1,1,-1,0)
Y3=0.
DO 150 I=0,6,2
Y3=Y3+4*(2*J1+1)*VN02B9(JA,JB,2*I,JC,J2,2*J1)**2*VN02BA(JA,JB,2*
I,1,-1,0)*VN02BA(JC,JD,2*I,1,-1,0)
150 CONTINUE
WRITE(*,160)Y1,Y2,Y3
160 FORMAT('Y1='F15.10/'Y2='F15.10/'Y3='F15.10)
Y=-Y1*(Y2+Y3)
WRITE(2,300)A,J1,J2,Y
300 FORMAT('A='F8.4,3X,'J1='I2,3X,'J2='I2,3X,'Y='F10.6)
STOP
END
FUNCTION VN02B9(J1,J2,J3,L1,L2,L3)
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)
```

C.4 Programme une particule :

```
PROGRAM PP
COMMON/VN06FC/FCT(40)
FCT(1)=1.
DO 1 I=2,40
1 FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1)/10.
OPEN(1,file='dNi.dat')
OPEN(2,file='rNi.dat')
READ(1,100)A,LJ,J,LH1,LH2,LH3,LH4,LH5,LH6,LH7,JH1,JH2,JH3,JH4,JH5
,JH6,JH7
100 FORMAT(F8.4/2I2/7I2/7I2)
WRITE(2,200)A,LJ,J,LH1,LH2,LH3,LH4,LH5,LH6,LH7,JH1,JH2,JH3,JH4,JH5,JH6,JH7
200 FORMAT('A='F8.4/'LJ='I2,4X,'J='I2/'LH1='I2,4X,'JH1='I2)
M1=IABS((J-JH1)/2)
M2=(J +JH1)/2
Y1=0.
DO 101 JJ1=M1,M2
Y1=Y1+(1+(-1)**(LJ+LH1+JJ1))*(JH1+1)*VN02BA(2*J,2*JH1,2*JJ1,1,-
1,0)**2
101 CONTINUE
WRITE(*,111)Y1
111 FORMAT('Y1='F10.8)
Y=-1.5* $\Lambda$ *Y1
WRITE(2,216)A,J,Y
216 FORMAT('A='F8.4,3X,'J='I2,3X,'Y='F10.6)
STOP
END
FUNCTION VN02BA(J1,J2,J,M1,M2,M)
```

C.5 Programme particule-trou

Le programme fonction DELTA est cité en C.1

```
PROGRAM PAND
REAL NU
REAL INT1,INT2
COMMON/SHELL/E(20),N(20),L(20),J(20),IT(20),NUM(20)
COMMON/PARAM/ALFA,VEFF
COMMON/VN06FC/FCT(40)
COMMON/VN07CB/NU,AKNL(4,4,8),ANL(4,8),INT1(20),INT2(20)
OPEN(1,file='dIn132.dat')
OPEN(3,file='rIn132.dat')
CALL VN07AL
WRITE(3,360)NU
360 FORMAT(1H , 'NU=',F10.8/)
READ(1,400)ALFA,VEFF
400 FORMAT(F8.4,F10.4)
WRITE(3,365)ALFA,VEFF
365 FORMAT(1H , 'ALFA=',F8.4,'VEFF=',F10.4)
FCT(1)=1.
DO 50 I=2,40
FCT(I)=FCT(I-1)*(I-1.)/10.
50 CONTINUE
C   IMAX TOTAL NUMBER OF S.P .ORBITS
READ(1,31)IMAX
31 FORMAT(I2)
WRITE(3,26)IMAX
26 FORMAT(I4)
DO 38 I=1,IMAX
READ(1,32)E(I),N(I),L(I),J(I),IT(I),NUM(I)
32 FORMAT(F5.3,5I4)
WRITE(3,33)E(I),N(I),L(I),J(I),IT(I),NUM(I)
```



```

33  FORMAT(1H,'E=',F5.3,' N L J=',3I4,'/2 IT=',I2,'NUM=',I4)
38  CONTINUE
60  READ(1,34)I1,I2,I3,I4,JP,ICON
34  FORMAT(6I2)
      MA1=(J(I1)+J(I2))/2
      MI1=IABS((J(I1)-J(I2))/2)
      MA2=(J(I3)+J(I4))/2
      MI2=IABS((J(I3)-J(I4))/2)
      IMI= MAX0(MI1,MI2)
      IMA= MIN0(MA1,MA2)
      Y=0.
DO 6 I=IMI,IMA
      Y=Y+(2*I+1.)*VN02B9(J(I1),J(I2),2*I,J(I3),J(I4),2*JP)*DELTA(I1,I2,I3,I4,I)
      WRITE(*,*)I
6    CONTINUE
      WRITE(3,35)Y
35  FORMAT(1H,'MATRIX EL.=',F20.8)
      IF (ICON.EQ.0) GOTO 60
      STOP
      END
      FUNCTION VN02B9(J1,J2,J3,L1,L2,L3)
      FUNCTION DELTA(I1,I2,I3,I4,JP)

```

Bibliographie

- [Arv63] R. Arvieu, Ann phys., t.8.1963. pp.407-439
- [Bru77] Brussard, P.J.Glaudemans, P.W.M. : Shell-model applications in nuclear spectroscopy. Amsterdam North-Holland 1977
- [Cha95] Eric Chabanat thèse de doctorat n° 1695, IPN LYON (France) 1995
- [Cea00] Les défis du Cea n° 283, 2000.
- [Day99] Roland Dayras, la quête des éléments superlourds, Cea, Dapnia n° 45 1999
- [Duf96] J. P. Dufour, Les noyaux exotiques, Ecole Joliot-Curie 1996
- [Dec80] J.Dechargé and D.Gogny ; Phys. Rev. C, Vol. 21, n° 4, 1980 pp.1568
- [Fir96] Tables of isotopes, 8^{ieme} édition, Richard B. Firestone, J. W. S., INC 1996.
- [GAN99] Nouvelles du GANIL n° 66, 1999
- [Ham96] J. Hamilton et J. Maruhn, les noyaux exotiques 1996, Revue Pour la Science, 1996
- [Hof96a] P. Hoff et al., Phys. Rev. let.V77, n° 6,1996, pp 1020
- [Ham62] T. Hamada and I.D. Johnston, Nucl. Phys. 34, 1962 pp 382-403
- [Har98] P. Harmbruser et F.P. Hessberger, Pour la science n° 253, 1998 pp68.
- [Hof96b] S. Hofmann, Nuc. Phys. News, vol 6, n° 4 1996, pp26
- [Hey90] Kris L.G. Heyde, The nuclear shell model, Springer Verlag 1990
- [Holt98] A. Holt et al, Nucl. Phys. A 634, 1998 pp 41
- [Holt96] A.Holt et al,-Arxiv : nucl-th/9612064 28 Dec 1996
- [In2p3] Rapport d'activité IN2P3 1994-1997, p 64-65
- [Kuo66] T.T.S. Kuo and G.E. Brown, Nucl. Phys. 85, 1966, 40-86
- [Kuo68] T.T.S. Kuo, Nucl. Phys. A122 (1968) 325-342
- [Lea84] G.A. Leander and al, Phy. Rev. C, Vol 30, n° 1 1984
- [Law80] Theory of the nuclear shell model, Anl press Oxford 1980
- [Pop87] N.A.F.M.Poppelier and P.W.M.Glaudemans, Z. Phys. A, 329, 1988 pp275
- [Suh97] J.Suhonen et al, -Arxiv : nucl-th/9709006 5 sep 1997
- [Tal93] Igal. Talmi, simple models of complex nuclei, IAP (1993).

- [Vau72] D.Vautherin and D.M.Brink Phys. Rev. C Vol 5, n° 3, 1972 pp 626
- [War79] M.Waroquier, J.Sau, K. Heyde, P.Van Isacker and H.vincx, Phys.Rev. C19 (1979) 1983
- [War81] M.Waroquier , K. Heyde, 6^esession d'études biennale de physique nucléaire 1981
- [War83] M.Waroquier, K. Heyde and G. Wenes, Nucl. Phys. A404 (1983) 269.
M.Waroquier, G. Wenes and K. Heyde, Nucl. Phys. A404 (1983) 298.
- [Zha97] C.T.Zhang and al, Z. Phys. A 358, 9-10 (1997).

ملخص

الهدف الأساسي لهذا العمل هو الحصول على سويات الطاقة للأنوية باستعمال النموذج الطبقي مصحح بإدخال التفاعل بين جسيمين .
في هذا الإطار استعملنا طريقتين مختلفتين لحساب سويات الطاقة لبعض الأنوية التي تقع في جوار منطقة Sn .

الطريقة الأولى تعتمد على إدخال تفاعلين فعالين ظاهريتين : التفاعل دالتا و التفاعل SDI مستعملين لإيجاد سويات الطاقة $^{134}_{50}\text{Sn}$ ، $^{134}_{52}\text{Te}$.

الطريقة الثانية تتطلب إدخال عنصر المصفوفة للتفاعل دالتا في عنصر مصفوفة التفاعل الذي يصف الأنوية $^{132}_{49}\text{In}$ ، $^{132}_{51}\text{Sb}$ و عنصر المصفوفة للتفاعل SDI في عنصر مصفوفة التفاعلات التي تصف الأنوية $^{133}_{51}\text{Sb}$ ، $^{135}_{53}\text{I}$.

مما يؤدي إلى إيجاد سويات الطاقة لهذه الأنوية و يدل بأن النموذج الطبقي يوصف الأنوية السحرية المضاعفة بشكل أحسن .

إن تحديد المعاملات α ، V_0 و A يتم بالطريقة التي تضمن الحصول على السويات الطاقوية التجريبية و ذلك باختيارات معقولة للمعاملات V_0 و A .

كلمات مفتاح

النموذج الطبقي ، الأنوية الغنية بالنترونات ، تقريب H-F ، قوة Skyrme ،

تفاعلات دلتا و SDI ، التمثيل (جسيم واحد ، جسيمين ، ثلاث جسيمات ،

جسيم-ثقب) .

Abstract

The aim of this work is the construction of the nuclei energy spectra using the shell model, where the two body interaction is introduced. In this frame, we have used two different methods to calculate the levels energy of some nuclei situated around the S_n region.

The first method is based on the introduction of two phenomenological effective interaction : delta and SDI . used to reproduce the energy spectrum of two nuclei : ${}_{50}^{134}Sn$, ${}_{52}^{134}Te$. The second method consist to introduced the matrix elements of the delta interaction in the matrix element of the interaction describing the nuclei ${}_{49}^{132}In$, ${}_{51}^{132}Sb$, and the matrix element of the SDI interaction in the matrix element of the interaction describing the nuclei ${}_{51}^{133}Sb$, ${}_{53}^{135}I$.

This allowed the determination of energy levels of this nuclei and indicates that the shell model describe better the doubly magic nuclei.

The determination of the parametre α , V_0 and A is made by search manner that the experiment levels are well reproduced by trying to hold the reasonable values to V_0 and A parametres.

Key words

Shell model, nuclei rich in neutrons, Hartree-Fock approximation, Skyrme force, delta and SDI interactions, configurations (one particule,two particules, three particules, particule-hole)

Résumé

L'objectif principal de notre travail est la construction des niveaux d'énergie des noyaux en utilisant le modèle en couches corrigé par l'introduction d'une interaction à deux corps. Dans ce cadre nous avons utilisé deux méthodes différentes pour calculer les niveaux d'énergie de quelques noyaux situés au voisinage de l'étain Sn . La première méthode est basée sur l'introduction de deux interactions effectives phénoménologiques : interaction delta et interaction SDI , utilisées pour reproduire les niveaux d'énergie de deux noyaux : ${}^{134}_{52}Te$, ${}^{134}_{50}Sn$. La deuxième méthode consiste à introduire l'élément de matrice de l'interaction delta dans les éléments de matrice des interactions décrivant les noyaux ${}^{132}_{51}Sb$, ${}^{132}_{49}In$ et l'élément de matrice de l'interaction SDI dans les éléments de matrice des interactions décrivant les noyaux ${}^{133}_{51}Sb$, ${}^{135}_{53}I$.

Ceci conduit à la détermination des niveaux d'énergie de ces noyaux et permet d'indiquer que le modèle en couches décrit mieux les noyaux doublement magiques. La détermination des paramètres α , V_0 et A est faite de telle manière que les niveaux expérimentaux soient le mieux reproduits tout en essayant de maintenir des valeurs raisonnables pour ces paramètres.

Mots clés :

Modèles en couches, noyaux excédentaires en neutrons, approximation Hartree-Fock, Force de Skyrme, interaction delta, SDI , particule-particule, particule-trou.